



SCHUMPETER DISCUSSION PAPERS

Förderung von mathematischen Potentialen durch den Einsatz handlungsorientierter und aktiver Methoden: Ein Lehrveranstaltungskonzept

Torben Kuschel

The Schumpeter Discussion Papers are a
publication of the Schumpeter School of
Business and Economics, University of
Wuppertal, Germany

For editorial correspondence please contact
SSBEditor@wiwi.uni-wuppertal.de

SDP 2014-009
ISSN 1867-5352

Impressum
Bergische Universität Wuppertal
Gaußstraße 20
42119 Wuppertal
www.uni-wuppertal.de
© by the author



**BERGISCHE
UNIVERSITÄT
WUPPERTAL**

Förderung von mathematischen Potentialen durch den Einsatz handlungsorientierter und aktiver Methoden: Ein Lehrveranstaltungskonzept

Torben Kuschel *

Kurzfassung: Handlungsorientierte, aktivierende Methoden und ein medialer Einsatz der outputorientiertes Lehren zulässt, bieten zusätzliche Möglichkeiten Lehr- und Lernpotentiale auszuschöpfen. Das vorliegende, pragmatische Lehrveranstaltungskonzept richtet sich an mathematische Universitätsvorlesungen und verfolgt den Zweck, die Sprach- und Ausdrucksfähigkeit, sowie die Intuition zu fördern und ein wechselseitiges Dozent-Student Lehrgespräch herzustellen. Besonderes Gewicht bekommt die Vermittlung mathematischer Behauptungen in Form eines Theorems oder Lemmas.

Keywords: Lehrveranstaltungskonzept, aktivierende Methoden

Abstract: Activity-oriented, activating methods and media that allow an output-oriented learning provide additional options to exploit learning and teaching potentials. This pragmatic course concept addresses to mathematic lectures and aims to promote capabilities of speech and expression, intuition and a mutual teacher-student discourse. The focus lies on the knowledge transfer of mathematical propositions such as theorems or lemmata.

Keywords: course concept, activating methods

1 Einleitung

Die Lehrveranstaltungsform der Vorlesung an deutschen Universitäten ist gekennzeichnet als eine Sequenz von *Sitzungen*, in der ein *DozentIn* einen Sachverhalt mittels wissenschaftlicher Vorträge entfaltet und einem Auditorium bestehend aus *StudentenInnen* vermittelt.¹ Bei dieser Durchführung wird der Dozent vielfach in der Rolle des lehrenden Wissenschaftlers gesehen, dessen Sach- und Vermittlungskompetenz des *Vorlesungsstoffes* im Vordergrund steht. Studenten hingegen nehmen die Rolle des passiven Rezipienten und Wissenskonsumenten wahr, der das Mitschreiben der Vorlesungsinhalte sowie das kognitive Verarbeiten häufig voneinander getrennt durchführt und nur selten beides während der Sitzung miteinander verbindet. Der klassische Stereotyp einer Vorlesung ist dem *Frontalunterricht* sehr ähnlich. Die Lehr- und Lernsituation ist vielfach gekennzeichnet von monologisiertem Wissenstransfer, Wissensreplikation und einer starken Fokussierung auf den Dozenten mit einhergehender geringer Interaktion zwischen Dozenten und Studenten. Die wichtigsten Vorteile aufzählend, ist diese Lehrform ressourcenschonend, einfach für den Dozenten zu erlernen und lehnt sich stark an den wissenschaftlichen Vortrag an, in welchem eine Thematik fachlich tiefgehend erläutert werden kann. Andererseits ist es schwer, eine Selbstständigkeit im studentischen Lernen zu fördern, in welcher Studenten von sich aus an den Dozenten herantreten, um Verständnis

*Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des hochschuldidaktischen Qualifizierungsprogramms "Professionelle Lehrkompetenz für die Hochschule" des Landes Nordrhein-Westfalen erarbeitet. Besonderen Dank gilt Frau Dipl.-Ök. Monika Bajon, M.A. und Herrn Dipl.-Päd. Klaus Hellermann für wertvolle Anregungen.

¹Im Folgenden wird nur die Form Dozent sowie Student verwendet. Dies hat lediglich sprachlich vereinfachende Gründe und beinhaltet ausdrücklich ebenso die weibliche Form Dozentin und Studentin.

vertiefende Fragen zu klären, ¹ eine intrinsische Motivation zu schaffen, die die Studenten entweder kurzfristig für das Bestehen der Modulprüfung oder mittelfristig für die akademische Disziplin begeistert ² und es treten schnell Ermüdungserscheinungen sowie Konzentrationsmängel auf. Aus Dozentensicht ist ein frühzeitiges Aufdecken kumulativer Verständnislücken, die sich sitzungsübergreifend entwickeln, sowie ein Korrigieren des *Erklärungsbildes* ³ gehindert und ein anerkennendes, fachliches Lob nur in unpersönlicher Form per bestandener Modulabschlussprüfung möglich. Ein vielfach gewählter Ausweg von Studenten aus dieser Situation ist, die Vorlesung ganz oder teilweise zu substituieren. Nicht verstandene Vorlesungsinhalte werden statt im Selbststudium durch vorlesungsbegleitende Übungen, Tutorien oder ausseruniversitäre Repetitorien erlernt.

Ziel dieses Lehrveranstaltungskonzeptes ist es, Potentiale in mathematischen Vorlesungen auszuschöpfen, die den Lehr- und Lernerfolg steigern, Lernprozesse zu fördern und das studentische Selbststudium zu erleichtern. Erreicht wird dies die Ergänzung eines des curricularen Lehrzielkatalogs um weitere, spezielle Grobziele.

Das Lehrveranstaltungskonzept wurde umgesetzt und evaluiert in einer Vertiefungsvorlesung zur Linearen Optimierung im Fach Operations Research des Bachelorstudiengangs Wirtschaftswissenschaft der Universität Wuppertal. Die Vorlesung umfasst vier Semesterwochenstunden und endet mit einer Modulabschlussprüfung als 90-minütige Klausur. Die *Modullernziele* liegen in der Vermittlung

[...] grundlegender Denkweisen, Zusammenhänge und Techniken des Operations Research, welche die Studierenden in die Lage versetzen, betriebswirtschaftliche Entscheidungsprobleme zu analysieren und zu lösen. Eine weitere wesentliche Aufgabe des Moduls besteht in der Schaffung der Voraussetzungen, die [sowohl] für eine weiterführende wissenschaftliche als auch praktische Auseinandersetzung mit Methoden und Modellen des Operations Research erforderlich ist. Innerhalb des Moduls lernen die Studierenden betriebswirtschaftliche Problemstellungen zu modellieren und algorithmisch zu lösen; sie erwerben Kenntnisse über die vielfältigen Möglichkeiten, Entscheidungsprobleme mit Hilfe von Graphen abzubilden und werden in die Lage versetzt, effektive Instrumente zur Lösung von zugehörigen Netzwerkflussproblemen einzusetzen. [1]

Die *Vorlesungslernziele* lassen sich aus folgenden Vorlesungsinhalten operationalisieren [1]:

- Einführung in die Lineare Optimierung (Grundlagenkapitel)
- Simplex Algorithmus (Grundlagenkapitel)
- Dualität (Grundlagenkapitel)
- Fluss- und Wegeprobleme
- Transportprobleme
- Ganzzahlige lineare Optimierung

Dieses Paper ist wie folgt gegliedert: In Abschnitt 2 wird das Lehrveranstaltungskonzept vorgestellt und diskutiert. Methoden zur Zielerreichung und eine Darstellung des Vorlesungsaufbaus folgt in Abschnitt 3. Eine Auswertung findet sich in Abschnitt 4 und ein Resümee im letzten Abschnitt.

¹Dies äußert sich bspw. in mangelnder Bereitschaft Sprechstundenangebote wahrzunehmen.

²Praktischer Nutzen: Bachelor- bzw. Masterarbeiten gewinnen, Rekrutierung wissenschaftlichen Nachwuchses

³Ein *Erklärungsbild* ist in diesem Sinne definiert als eine Sichtweise auf einen einzelnen Sachverhalt oder ein thematisch zusammenhängendes Netzwerk aus Sachverhalten. Das Erklärungsbild wird vom Studenten mit dem Verständnis des Lernstoffes entwickelt und von diesem ebenfalls als Hilfsmittel genutzt, um eine Erklärung eines neuen Sachverhaltes abzuleiten.

2 Ein Lehrveranstaltungskonzept

Basis des Lehrveranstaltungskonzeptes bildet das wirtschaftsdidaktische Modell von Euler / Hahn [2], das in Abbildung 1 dargestellt ist. Im Zentrum des Modells steht der Erwerb von *Handlungskompetenzen*, die in diesem Zusammenhang als Fähigkeit verstanden werden, in Praxissituationen betriebswirtschaftlich erstrebenswert handeln zu können. Diese werden in Lehr- und Lernsituationen erworben und finden in sozio-ökonomischen Lebenssituationen Anwendung.¹ Im Unterschied zum Frontalunterricht, steht in diesem Didaktikverständnis das *handlungsorientierte Lernen* im Mittelpunkt, das sich durch einen zielgerichteten, kollektiven Lernprozess auszeichnet, in welchem der Lernerfolg durch Einbeziehung vieler Sinne und Aktivitäten gesteigert wird.² Lernen und Lehren konkretisiert sich im Prozess der Kommunikation.



Abbildung 1: Wirtschaftsdidaktisches Modell nach Euler / Hahn.

Die Vorlesungslernziele werden durch vier *Groblernziele des Lehransatzes* ergänzt:

1. Erzeugung eines Lehrgesprächs in der Vorlesung
2. Verbesserung der Fähigkeit, die mathematische Semantik zu durchdringen sowie Sach- und Sinnzusammenhänge syntaktisch korrekt zu formulieren
3. Förderung des induktiven Lernens und der mathematischen Intuition
4. Schaffung eines Erklärungsbildes, das die Grundlagenkapitel abdeckt

Die vorgestellten Grobziele sind aufeinander aufbauend und zeigen inhaltliche Überschneidungen. Diese Abfolge stellt gleichzeitig eine Zielpriorisierung dar, denn je besser ein untergeordnetes Ziel erreicht wurde, desto effizienter kann ein höher priorisiertes Ziel erreicht werden.

¹An der Universität in dem Modul erworben und in der Praxis im Betrieb oder in der Forschung angewendet.

²Dies wird in der Formel 20-50-90 ausgedrückt [3]. Lernende behalten durchschnittlich etwa 20% (50%, 90%) von dem was sie nur gehört (gehört und gesehen, mitdenkend erarbeitet und selbst ausgeführt) haben.

1. Grobziel Lehrgespräch: Die Schaffung eines Lehrgesprächs bildet die Grundlage des Lehransatzes und räumt der Kommunikation in Dialogform einen hohen Stellenwert ein. Ein Lehrgespräch wirkt aktivierend und mobilisiert die Lernmotivation. Zugleich ist es Basis für eine kommunikative Rückkopplung des Lern- und Lehrerfolgs mit dem Ziel, rechtzeitig Verständnislücken aufdecken und korrigieren zu können. Je nach Lehrerfahrung und -ausbildung kann der Dozent unterschiedlichen Lerntypen adäquater gerecht werden. Da Kommunikation erst in einem Entwicklungsprozess erfolgreich wird, ist es von großer Bedeutung in jeder Sitzung ein Lehrgespräch zu erzeugen. Im Gegensatz zum Frontalunterricht ist ein geändertes Rollenverständnis notwendig: Der Dozent ist lehr- und lernerorientiert, wohingegen der Student lernorientiert ist und aktiv Wissen sowie Erklärungen einfordert.

Kompetenzerwerb: Reflexion und Verbalisierung des eigenen Lernprozesses

2. Grobziel Sprache: Mathematik ist eine spezialisierte Sprache, um kausale Zusammenhänge formal definierbarer Objekte zu beschreiben. Hauptort expliziter Vermittlung der mathematischen Semantik und Syntax sind mathematische Grundvorlesungen und der schulische Mathematikunterricht. Es ist beobachtbar, dass ein gezieltes Nachsteuern des Sprachverständnisses im universitären Lehrbetrieb oft ausbleibt, obwohl die Praxis im Lehrbetrieb deutlich auf die Notwendigkeit hinweist. Gerade für eine Disziplin wie Operations Research ist diese Sprachfähigkeit unabdingbar und es gilt sie zu beherrschen. Zur Erreichung dieses Grobziels ist ein kontinuierlicher Überprüfungsprozess und eine Vergewisserung des Verständnisses von Formeln in jeder Sitzung notwendig.

Kompetenzerwerb: Mathematische Fachsprache (verbal und schriftlich)

3. Grobziel Intuition: Generelle Kausalzusammenhänge zwischen Objekten oder Objekteigenschaften werden in der Mathematik in aller Regel über *Behauptungen* in Form von Theoremen, Lemmata etc. formuliert. Die Erklärungen und Anwendungen dieser Behauptungen erfolgen im Lernen somit deduktiv. Bei Studenten, deren Abstraktionsvermögen nicht hinreichend groß ist, um vom Allgemeinen auf das Spezielle zu schließen, fördert dies sogar die ungewünschte Wissensreplikation ohne tiefgehendes Verständnis. Vielfach ist jedoch der Prozess, in welchem neue Erkenntnisse erschlossen werden, von induktiver Natur; d.h. vom Experiment / der Beobachtung / der Vermutung zur allgemeinen Theorie. Dies trifft nicht nur für Wissenschaften mit hohem Experimentalanteil zu wie z.B. Physik oder Chemie, sondern ist ebenfalls auf die Informatik und Mathematik übertragbar. Da Menschen über eine starke Leistungsfähigkeit beim induktiven Lernen verfügen, ist die Anwendung dieser Lernform von Vorteil. Es ist jedoch eine Parallelisierung mit deduktivem Lernen erforderlich, um den Lernstoff zeitlich und theoretisch vollständig bewältigen zu können. Intuition ist als Instrument des Aufdeckens von Widersprüchen im Erklärungsbild besonders an den Stellen nutzbar, wenn das Verständnis einzelner Zusammenhänge generalisiert oder vernetzt wird. Metaphorisch gesprochen fungiert sie als "innerer Erklärungskompaß". Ferner fördert die Intuition das Verständnis einer Behauptung und erleichtert die Nachvollziehbarkeit im Selbststudium.

Kompetenzerwerb: Induktive und deduktive Abstraktionsfähigkeit und Wissenserarbeitung; Mathematische Intuition

4. Grobziel Erklärungsbild: In diesem Lehransatz wird ein besonderer Schwerpunkt der Wissensvermittlung auf die Grundlagenkapitel gelegt. Die Festigung der methodischen Grundlagen hat besondere Relevanz für aufbauende Kapitel des Vorlesungsstoffes und ist notwendig für ein tiefgehendes Verständnis als Wissenschaftler oder Hochschulabsolvent, der im Unternehmen tätig ist. Dies wird erreicht, indem der Student über ein umfassendes Erklärungsbild verfügt, welches intuitiv schlüssig und erweiterbar durch induktives sowie deduktives Lernen ist. Verbunden mit der schlüssigen Hypothese, dass sich ein Erklärungsbild langfristig gut behalten lässt, wird der Anspruch der Ausrichtung auf Nachhaltigkeit erfüllt.

Kompetenzerwerb: Verfügen eines Erklärungsbildes für die methodischen Grundlagen

Überträgt man insbesondere die Grobziele 3 und 4 des Lehransatzes auf das Fach Operations Research an, so bietet “die geometrische Interpretation der Linearen Programmierung” [4], [5] eine theoretisch fundierte, aber anschauliche Basis, um ein Erklärungsbild beim Studenten erschaffen zu können. Ferner lassen sich durch die Verknüpfung mit der Betriebs- und Volkswirtschaft Bezugspunkte zu vielen praktischen Anwendungen finden, um die Motivation und das induktive Lernen zu fördern [6], [7], [8]. Gefestigtes Grundlagenwissen ist für Studenten, die sich zum Wissenschaftler ausbilden, für das Erarbeiten innovativer Lösungsverfahren und für die Aneignung von anspruchsvollerem methodischen Wissen wichtig. Für praxisorientierte Hochschulabsolventen erhöht sowohl ein gutes Grundlagenwissen als auch ein intuitiver Zugang, der durch ein Erklärungsbild gestützt wird, die Sensibilisierung der Entscheidungsträger für das Fach Operations Research und die Befähigung in einem Team mit Spezialisten arbeiten zu können (bspw. bei der Problemdefinition zu Projektbeginn oder beim Verstehen der algorithmischen Grundidee in der Phase der Methodenentwicklung).

3 Die praktische Umsetzung

3.1 Voraussetzungen der Lehrsituation

Umgesetzt und erprobt wurde das Lehrveranstaltungskonzept bei einer Lerngruppengröße von bis zu zehn Studenten. Es wird ein Tablet-PC zur Präsentation des Vorlesungsskripts verwendet. Vorzugsweise ist das Skript mit einem interaktiven Präsentationsprogramm geschrieben (bspw. OpenOffice Impress, Microsoft PowerPoint). Zwingende Anforderung ist, dass das Präsentationsprogramm eine Funktion beinhaltet, die es ermöglicht, mit dem Stift des Tablet-PCs interaktiv Freihandmarkierungen im Skript zu erstellen. Die Präsentation erfolgt entweder über einen portablen oder fest im Unterrichtsraum installierten Beamer. Ferner steht ein Overheadprojektor als zusätzliches Präsentationshilfsmittel zur Verfügung. Dieser wird genutzt, um den Übergang zwischen den PowerPoint-Folien fließender zu gestalten, indem Kopien der Vorlesungsfolien aufgelegt werden, um ergänzende Exkurse darzustellen, ohne einen Bruch im Vortrag zu erzeugen, oder um Erklärungen zu parallelisieren. Darüberhinaus findet ein Laserpointer Verwendung. Ein von vielen Lernplattformen (z.B. Moodle) angebotener passwortgeschützter Downloadbereich sowie ein Online-Diskussionsforum werden ebenfalls eingesetzt. Die Vorlesungsdauer einer Sitzung beträgt 90 Minuten.

3.2 Darstellung der Vorlesung und Methoden zur Grobzielerreichung

Das im folgenden vorgestellte Unterrichtskonzept ist als wohlerprobter, methodischer Leitfaden zu verstehen, den Lehransatz umzusetzen. Dabei werden die Groblernziele des Lehransatzes nicht auf die Feinzielebene operationalisiert, da diese konkrete Ausgestaltung vorlesungsstoffabhängig ist.

3.2.1 Studentische Vernetzung

Eine Vernetzung von Dozentenseite aktiv anzuregen ist ein neues Element einer Vorlesung. In der ersten Sitzung wird der Austausch von Kontaktdaten angeregt, um die studentische Vernetzung zu fördern. Anschließend ermutigt der Dozent die Teilnahme am Online-Diskussionsforum und die Bildung von Lerngruppen mit dem Zweck der Schaffung zusätzlicher Gesprächs- und Lernräume.

Das Diskussionsforum ist im Hinblick auf die Klausurvorbereitung wertvoll, da gegenseitige Erklärungen zu Lösungen von Musterklausuren oder Übungsaufgaben unkompliziert geklärt werden können. In Lerngruppen wechseln sich Studenten in den Rollen des Lernenden und Lehrenden gegenseitig ab. Die Erfahrung zeigt, dass vermeintlich "einfache" Fragen selten an den Dozenten gerichtet werden, damit das fachliche Gesicht gewahrt wird, jedoch diese Fragen aber unter Studenten in reger Diskussion stehen. Lerngruppen fördern das Er- und Anerkennen gegenseitiger sozialer, kommunikativer und fachlicher Kompetenzen und erleichtern das Schaffen eines positiven Lernklimas in der Vorlesung. Idealerweise fördert dies die Reflexion des eigenen Lernprozesses und bereitet die in der Vorlesung angestrebte Rolle des aktiven, lernorientierten Studenten vor. Ist der Vorlesungsstoff noch nicht vollständig durchdrungen, erklären Studenten untereinander zunächst vielfach an Beispielen, welches das induktive Lernen fördert. Allerdings verbessert sich die Fachsprache durch Lerngruppen nicht notwendigerweise.

3.2.2 Aufbau und Durchführung einer Sitzung

Begleitet von einer Vor- und Nachbereitung, besteht jede Sitzung aus drei Phasen, die Abbildung 2 zu entnehmen sind. Eine vorlesungsbegleitende Übung dient der Vertiefung des Stoffs. Diese Phasen werden repetitiv aneinandergesetzt, um die gesamte Vorlesung abzudecken. Innovative Elemente des Unterrichtskonzeptes finden sich in folgenden Phasen vor allem in der...

- ...konsequente Verwendung des Tablet-PCs um Interaktion zwischen Studenten und Dozent zu fördern und zu dokumentieren. Das Skript wird mit den von Studenten hinzugefügten Ergänzungen zum Download bereitgestellt.
- ...Aktivierungsphase, welche ein Lehrgespräch aufbaut und verständnisnotwendige Grundlagen vergangener Sitzungen wiederholt.
- ...methodische Ausgestaltung in der Hauptphase, um Theoreme, Lemmata etc. zu präsentieren. Diese stellen die grundlegenden Erkenntnisbausteine mathematischer Vorlesungen dar. Diese Phase dient in der klassischen Vorlesung der skriptorientierten Lernstoffvermittlung.
- ...Schlussphase in der ein Fazit gezogen wird oder Ausblicke auf folgende Sitzungen gegeben werden.
- ...vorlesungsbegleitende Übung. Hausaufgaben werden hier in Form von Übungszetteln im Selbststudium gelöst und in der Übung besprochen.



Abbildung 2: Struktur einer eines Vorlesungsabschnitts.

In der *Vorbereitung* wird das Skript in die Lernplattform eingestellt um eine Vorarbeit der Studenten zu erleichtern.

Die *Aktivierungsphase* umfasst einen zeitlichen Rahmen von ca. 15 Minuten und dient hauptsächlich dem Zweck des Lehrgesprächsaufbaus zwischen Dozent und Student, der Herstellung der Lernbereitschaft sowie der Einnahme der gewünschten Rollen, welche im Grobziel 1 im Abschnitt 2 aufgeführt sind, und der Wiederholung relevanter Grundlagen, die in vergangenen Sitzungen behandelt wurden und die Notwendig für das Verständnis neuen Stoffes sind.

Zunächst wird die Sitzung mit Blankofolien begonnen, mit denen nur in der Aktivierungsphase gearbeitet wird. Durch ein Anknüpfen an vergangene Sitzungen wird die aktuelle Sitzung in ein sitzungsübergreifendes Vorlesungslernzielkonzept eingebettet (inhaltlicher roter Faden). Zusätzlich eignet sich diese Phase zur Vorstellung der Feinziele des bevorstehenden Vorlesungsstoffes, Abbildung 3 a). Anschließend werden methodisch wichtige Grundlagen rekapituliert, die in vergangenen Sitzungen erarbeitet wurden und notwendig für das Verständnis des bevorstehenden Vorlesungsstoffes sind, Abbildung 3 b)–c). Hierbei fördert der Dozent die Gesprächs- und Dialogbereitschaft und weckt die Motivation der Studenten, sich auf den Vorlesungsstoff und die Lehrsituation einzulassen indem bspw. Wissenstests per Frage-Antwort, Brainstorming, morphologischer Kasten, Diskussionen untereinander, danach im Plenum als Methoden eingesetzt werden. Augenmerk bei der Aufgabenstellung ist deren Handlungsorientierung. Wird der Tablet-PC dem Studenten gereicht, damit eine Frage beantwortet werden kann oder um Gedanken zu äußern, so wirkt dies besonders aktivierend und konzentrationsfördernd. Diese Methode eignet sich vor allem, um Interaktion herzustellen, die mathematische Sprachkompetenz zu fördern sowie Fehler im Erklärungsbild zu erkennen und Korrekturen an diesem vorzunehmen. Zusätzlich fördert das Festhalten eigener Gedanken im Vorlesungsskript die Motivation und wird zur “Outputorientierung” der Lehre verwendet (siehe auch die Phase Nachbearbeitung). Die Aktivierungsphase wird genutzt, um eine Lernerfolgskontrolle des Selbststudiums durchzuführen. Für ein Gelingen der Aktivierungsphase ist es besonders wichtig, einfach zu bewältigende Aufgaben zu stellen, die im Schwierigkeitsgrad relativ niedrig sind. Dies baut Hemmschwellen ab, Fragen zu äußern und erleichtert eine schrittweise Heranführung an den kognitiv anspruchsvolleren Vorlesungsstoff der Hauptphase.

Die *Hauptphase* dauert ca. 70 Minuten und dient vorwiegend der Umsetzung von Vorlesungslernzielen mit dem Skript. Methodisch zeichnet sich die Hauptphase durch einen Lehrvortrag aus, der durch Lehrgespräche und weite didaktische Methoden (bspw. Aktivierungselemente, Pausen und Reflexionseinheiten) unterbrochen wird. Die Länge einer Lehrvortragseinheit passt sich der menschlichen Konzentrationsspanne an und dauert maximal 15 Minuten. Dabei hat es sich bewährt, durch Symbole bspw. “?” oder “!”, die durch Animation in dem Skript sichtbar werden, anzuzeigen, dass der Lehrvortrag vorläufig unterbrochen ist und ein didaktischer Methodenwechsel stattfindet. Inhaltlich sind mathematische Vorlesungen oft durch eine Abfolge von Annahmen, Definitionen, Beispielen, Behauptungen in Form von Theoremen, Lemmata etc. gekennzeichnet. Da besonders letztere den Hauptanteil ausmachen, wird im Folgenden dargestellt, wie die Lehransatzgrobziele operationalisiert werden können.

Combinatorial Optimization

Beweis Simplex ist korrekt
(d.h., Simplex betrachtet nur corner points und findet Optimum)

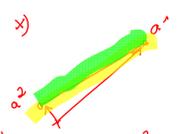
- Welche Eigenschaften hat Lösungsraum LP? Hat extreme points
- Wie lässt sich der LP Lösungsraum beschreiben?
- Bounded LP mit extreme points → **Minkowski-Theorem**
- Was ist corner point?
- Zeigen: corner point = extreme points
- Was ist eine Basis?

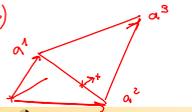
Schumpeter School at Berlin and Beyond Business Computing and Operations Research **WINFOR** 15

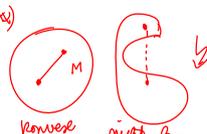
(a)

Combinatorial Optimization

? Konvex Kombination, Konvexe Menge, Lösungsraum LP

x) 

xx) 

xxi) 

$C(a^1, a^2) = \{ \alpha_1 a^1 + \alpha_2 a^2 \mid \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \wedge \alpha_1, \alpha_2 \geq 0 \}$

$C(a^1, a^2) \subseteq M$

Strich conv. comb. $\alpha_1, \alpha_2 > 0$

Schumpeter School at Berlin and Beyond Business Computing and Operations Research **WINFOR** 1

(b)

Combinatorial Optimization

? (P) $z = \max c^T x$ (D) $z = \min b^T \pi$

sb. $Ax = b$ $\pi \in \mathbb{R}^m$
 $x \geq 0$ $A^T \pi \leq c$

$z = z_d \wedge x, b, \pi$ unabhängig für (P) & (D) \Rightarrow Opt

$z \neq z_d \wedge x, b, \pi$ abhängig für (P) & (D)

Schumpeter School at Berlin and Beyond Business Computing and Operations Research **WINFOR** 1

(c)

Abbildung 3: Beispielfolien in der Aktivierungsphase.

Main cognition – Strong duality

2.1.2 Theorem: Strong duality

If and only if x and π are feasible solutions of (P) and (D), and $b^T \cdot \pi = c^T \cdot x$ holds, then x and π are **optimal** solutions

!
$$\begin{array}{c|c} 0 & c^T \\ \hline b & A \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|c} -c^T x^0 & c^T - \pi^T A \\ \hline \bar{b} = A_0^{-1} b & \bar{A} = A_0^{-1} A \end{array}$$
 (P) $\min c^T x$
 $s.t. Ax \geq b, x \geq 0$
 (D) $\max b^T \pi$
 $s.t. A^T \pi \leq c, \pi \geq 0$

$$\bar{c}^T = c^T - \pi^T A = (c^T, 0_m^T) - \pi^T (A, -E_m)$$

$$= (c^T - \pi^T A, 0_m^T - \pi^T (-E_m)) \geq 0 \Rightarrow \pi \text{ für (D)}$$

Handwritten notes: "Optim", "Zulässigkeit", "dualer Schlupf", "min", "max", "s.t.", "A x ≥ b, x ≥ 0", "A^T π ≤ c, π ≥ 0".

(a)

Proof of Theorem 2.1.2

1) We assume that $b^T \cdot \pi = c^T \cdot x$ holds.

Since we know $b^T \cdot \pi \geq c^T \cdot x, \forall x, \pi$ from Theorem 2.1.1 x and π are optimal solutions for (P) and (D)

2) Other way round, we assume that x and π are optimal solutions for (P) and (D):

Consider the final tableau that generates x^0 as an optimal bfs.

Then we have a corresponding π_0 with $\pi_0 = c_B^T \cdot A_B^{-1}$ and it holds

$$c^T \cdot x = c^T \cdot x^0 = c_B^T \cdot x_B^0 = c_B^T \cdot A_B^{-1} \cdot b = \pi_0^T \cdot b$$

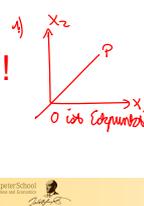
Handwritten notes: "c_B = (c_{2(m)})", "c_B^T = (c_{2(m)})^T".

(b)

Conclusions

1.3.15 Observation

- $0 \in P \Rightarrow 0 \in \varepsilon(P)$
- $x \in \varepsilon(P) \Rightarrow |x_i|, x_i \geq 0 \leq m$
- $|\varepsilon(P)| \leq \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ Binomial coefficient
- Transformation – Free variables: $x_j^+ \in B \vee x_j^- \in B$ but not both

! 

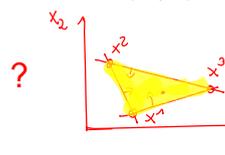
Handwritten notes: "Anzahl der Einträge aus Lösungsvektor x, der Unschärfe ist und die = 0, und, muß kleiner als Anzahl der Spalten sein.", "Anzahl der Eckenpunkte ≤ (n/m)", "x_j^+ ∈ ℝ ⇒ x_j^+ = x_j^+ - x_j^-", "5x_1^+ + 3x_2^+ = 5(x_1^+ - x_1^-) + 3x_2^+ = 5x_1^+ - 5x_1^- + 3x_2^+ = 5x_1^+ + 3x_2^+ - 5x_1^-".

(c)

The way to the Minkowski-Theorem

- Goal: Describe P
- If P was a polytope...

Handwritten notes: "P bounded", "P ≠ ∅", "P polyhedron", "P ist eine konvexe Kombination aus den Eckpunkten", "P = C(x_1^+, x_1^-, x_2^+)", "P = C(ε(P))".



P is described by a convex combination of all extreme points $\varepsilon(P)$

- If P was a nonempty, **unbounded** polyhedron? Rays!

(d)

Pivoting Strategy

Pivoting strategy (**Largest Improvement Rule**):

$$\forall j = 1, \dots, n : c_j > 0 : \text{Improvement}_j = c_j \cdot \min \left\{ \frac{b_i}{-a_{ij}} \mid a_{ij} < 0, i = 1, \dots, m \right\}$$

Choose the non-basic variable t with the largest improvement to become a basic variable that is

$$\text{Improvement}_t = \max \{ \text{Improvement}_j \mid j = 1, \dots, n \}$$

? How many pivoting strategies do we know?

- Largest Improvement Rule
- Largest Coefficients Rule
- Smallest Subscript Rule

(e)

Generating an upper bound

Since we are interested in finding the **minimal upper bound**, we have a minimization objective function

$$z = \max 4 \cdot x_1 + x_2 + 5 \cdot x_3$$

$$z d = \min 1 \cdot \pi_1 + 55 \cdot \pi_2$$

s.t. $x_1 - x_2 - x_3 \leq 1$

$$5 \cdot x_1 + x_2 + x_3 \leq 55$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\pi_1, \pi_2 \geq 0$$

Handwritten notes: "max z", "min b^T π", "x ≤ b", "x ≥ 0", "π ≥ 0", "A^T π ≤ c", "vgl. c^T x = 0".

(f)

Abbildung 4: Beispielfolien in der Hauptphase. Die Folien aus Abbildung 3 (c) und den Abbildungen 4 (a), (b) bauen aufeinander auf. (c) zeigt eine Neuformulierung der zweiten, mathematischen Aussage in einem interpretierenden Satz. (d)–(f) zeigen weitere Beispiele für den interaktiven Einsatz des Tablet-PCs.

Das Folienlayout ist so anzupassen, dass sich unter der dem Text mit der mathematischen Behauptung eine hinreichend große Freifläche befindet, Abbildung 4 a). Vorzugsweise folgt eine Folie mit einem Beispiel. Die anschließende Beweisführung ist auf den kommenden Folien aufgeführt, Abbildung 4 b). Besteht die Behauptung aus mehreren Teilen, so sind die Teile sequentiell abzuarbeiten. Die Besprechung beginnt mit dem Vorlesen der Behauptung. Die didaktische Bearbeitung der Behauptung erfolgt in drei Schritten. Zuerst erfolgt im Lehrgespräch oder in einer Diskussion die semantische und syntaktische Klärung der Behauptung, die ggf. umgangssprachlich in einem Satz niedergeschrieben wird, Abbildung 4 c).

Anschließend werden die behaupteten Zusammenhänge oder Eigenschaften simplifiziert und heruntergebrochen erklärt sowie verdeutlicht. Die Freifläche bietet hierfür Platz zur induktiven oder deduktiven Erarbeitung eines einfachen Beispiels, das in Form von Lehrgesprächen, Brainstorming, in Murmelgruppen oder in einer Diskussion erfolgen kann und bei dessen Erarbeitung der Tablet-PC Verwendung findet. Dabei bietet es sich an, die Beispiele im Vorfeld mit dem Ziel zu planen, das Erklärungsbild zu nutzen und zur Argumentation immer wieder auf die bereits in der Aktivierungsphase rekapitulierten Grundlagen anzuknüpfen, die dadurch zusätzlich gefestigt werden. Grafische Beispiele erleichtern und beschleunigen vielfach den intuitiven Zugang. In diesem Lernprozess ist es wichtig, die Konformität von Behauptung und Intuition zu überprüfen. Besonderer Erklärungsbedarf ist bei einem Studenten angezeigt, dessen Intuition diametral von der zu begreifenden mathematischen Behauptung abweicht. Auf einer folgenden Folie kann ein komplexeres Beispiel folgen, denn dies fördert und festigt das Verständnis der Behauptung. Konsequenterweise durchgeführt, weicht das Vorgehen in den ersten beiden Schritten stark vom bisher üblichen Vorlesungsstil ab, in welchem bspw. fachsprachliche Klärungen und Beispiele häufig fehlen und i.d.R. nur bei syntaktisch komplizierten Behauptungen vorkommen.

Im dritten Schritt erfolgt die Beweisführung der Behauptung. Dabei wird eine Folie auf den Overheadprojektor aufgelegt, die eine Kopie jener PowerPoint Folie ist, die die mathematische Behauptung zeigt. Die Besprechung des Beweises erfolgt parallel zur aufgelegten Projektorfolie. Im Beispiel befände sich die Abbildung 4 a) auf dem Projektor und die Abbildung 4 b) würde mit dem Beamer präsentiert. Dies erleichtert die Übersichtlichkeit und sorgt für einen kontinuierlichen Präsentationsfluss. Die Praxis zeigt, dass die Besprechung in den ersten beiden Schritten zeitintensiv ist. Daher erfolgt die Beweisführung meist in einem Lehrvortrag. Allerdings kann ebenfalls das Erklärungsbild und die mathematische Intuition zur Steigerung der Nachvollziehbarkeit herangezogen werden. Hierbei darf jedoch nicht der Fehler gemacht werden, folgende Frage zu stellen: "Ist das intuitiv einleuchtend?" Die Studenten nicken.

Wie auch in der Lernzielkontrolle ist diese Frage unzulässig. Nur eine gezielte Fragestellung mit Beantwortung prüft das Erklärungsbild bzw. die mathematische Intuition ab. Ist ein Exkurs notwendig, kann die Freifläche auf der Projektorfolie benutzt werden, die sich unter dem Text mit der mathematischen Behauptung befindet. Zusätzlich zur Aktivierungsphase bietet diese Lehrmethode die Möglichkeit der Überprüfung der mathematischen Fachsprache und es gilt durch Interaktion Wissenslücken im Verständnis aufzudecken und zu korrigieren. Die Lehrmethode lässt sich leicht auf Annahmen, Definitionen etc. übertragen und erfordert meist eine intensive Überarbeitung des Skripts.

Die *Schlussphase* beträgt ca. 5 Minuten. Abschnittsweise kann die Schlussphase verlängert werden, um von den Studenten eine Fazitfolie erarbeiten zu lassen (siehe Abbildung 5). Auf dieser wird gesammelt, welche Highlights in dem bereits behandelten Stoff aus studentischer Sicht besonders relevant sind. Hierbei wird der Tablet-PC herübergereicht und der Dozent übernimmt eine Moderationsfunktion, in der er im erarbeitenden Gespräch auf die inhaltliche Richtung und Vollständigkeit hinweist. Ferner bietet die Schlussphase die Möglichkeit, inhaltliche Ausblicke auf die nächste Sitzung zu geben und diese vorlesungsübergreifend in ein Konzept einzubinden.

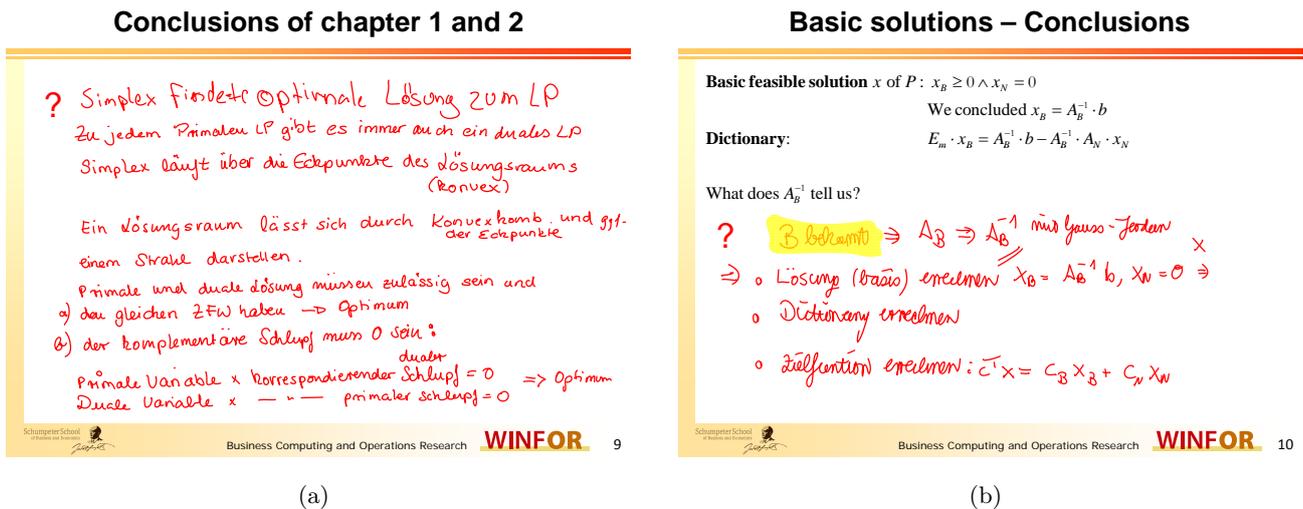


Abbildung 5: Beispielfolien in der Schlussphase.

In der *Nachbereitung* wird das mit dem Tablet-PC erarbeitete Skript in die Lernplattform eingestellt. Dies fördert zusätzlich die Motivation, da es als fachliches Lob verstanden wird. Wird dabei die Rohdatei verwendet, kann der Student das Skript individuell an das eigene Lernen anpassen (bspw. durch Löschen oder Neuschreiben von Freihandmarkierungen, durch Entfernen und Umgestalten von Folien). Die Erstellung dieses gemeinsamen Produkts bietet die Möglichkeit, sich besser mit dem Vorlesungsstoff zu identifizieren, da sich eigenerarbeitete Teile im Skript befinden, und folgt einer outputorientierten Lehre.

Die *vorlesungsbegleitende Übung* behandelt den Sitzungsstoff in meist chronologischer Folge mit dem Ziel der Vertiefung und der Kontrolle des Lernerfolgs im Selbststudium.

Einer Woche nach entsprechender Vorlesung wird ein Übungsblatt in die Lernplattform eingestellt, welches nach einer weiteren Woche abgegeben, korrigiert und besprochen wird. Dieser Ablauf stellt Zeit für das Selbststudium und die Übungsblattbearbeitung bereit. Jede im Skript behandelte Methode sollte an mindestens einer Übungsaufgabe besprochen werden. Mehr Flexibilität und Eigeninitiative für den Dozenten und die Studenten ist bei einer Aufgabensammlung statt einzelner Übungsblätter möglich, allerdings ist dies je nach Konzeption der Übung nicht immer anwendbar. Im Folgenden wird von Übungszetteln ausgegangen. Der Lerneinstieg wird erleichtert, wenn der Schwierigkeitsgrad in der Reihenfolge der Übungsaufgaben zunimmt. Gerade im Fach Operations Research können anwendungsbezogene und praxisorientierte Model-

lierungsaufgaben mit betriebswirtschaftlichen Fragestellungen aus den Bereichen Produktion, Beschaffung, Transport gefunden werden. Ein weiterer Aufgabentyp sind Thesen, die entweder mit wahr oder falsch beantwortet werden und eine argumentative Begründung erfordern. Der Schwierigkeitsgrad ist tendenziell hoch, da ein spezielles, umfassendes Wissen erforderlich ist. Weil Thesen intuitiv beantwortet werden, eignet sich dieser Aufgabentypus besonders zur Überprüfung der Konsistenz des Erklärungsbildes.

4 Evaluation der Vorlesung

Die Evaluation wurde mittels eines Fragebogens durchgeführt und die Auswertung der Umfrage erfolgte mit der Lehrveranstaltungsbewertungssoftware EvaSys. Dabei wird die Messung mit der Methode des summierten Ratings auf einer 5-Punkte-Skala vorgenommen, die der Likert-Skala stark ähnelt [9]. Die Fragen sind nach Themenbereichen gegliedert. Jede Frage ist ein Statement, wobei der Befragte dessen Zustimmung (Bewertung 1) oder Ablehnung (Bewertung 5) angibt. Typischerweise umfassen Lehrveranstaltungsevaluationen einen standardisierten Fragenkatalog zu folgenden Themenbereichen:

- Darstellung des Lernstoffs
- Struktur des Lernstoffs
- Betreuung und Unterstützung
- Gesamtbeurteilung

Ein Globalindikator von 1,4 als arithmetisches Mittel weist auf eine sehr gute Vorlesung hin, die sich überdurchschnittlich von anderen Vorlesungen des Fachbereichs abhebt (siehe Profilliniendiagramm im Anhang). Bereits bestehende Standardfragen wurden ergänzt, um den Erreichungsgrad der vier Grobziele des Lehransatzes aus Abschnitt 2 zu überprüfen. Dabei wurden zwei Fragenblöcke gebildet, die die Lehrmethoden und die Erreichung der Lernziele kontrollieren. Die Evaluation erfolgte am Ende des Semesters und bevor die Studenten sich in die Klausurvorbereitungsphase begaben. Dies hatte die Untersuchung der Nachhaltigkeit der Lehrmethoden zum Zweck und erklärt das Abfragen eines fachlichen Einstiegslevels.

Lehrmethoden:

- Das Freigespräch zu Anfang motivierte und aktivierte mich
- Das Freigespräch zu Anfang jeder Vorlesungsdoppelstunde trug zu meinem Verständnis bei und bereitete mich gut vor
- Hemmungen eine Frage zu stellen, hatte ich nicht
- Grundlagenkapitel: Die Darstellung des Lernstoffs fand ich...

Erreichung der Lernziele:

- Meine Fähigkeit die mathematische Sprache lesen zu können hat sich gesteigert
- Mein Vermögen sich Theoreme / Lemmata intuitiv zu erklären, hat sich verbessert
- Mein Vermögen sich Theoreme / Lemmata mathematisch zu erklären, hat sich verbessert
- Ich habe die Linearen Programme zu folgenden Bereichen verstanden: Produktionsplanung, Transport, Diet, Kürzeste Wege, MaxFlow
- Ich kann die Lineare Programmierung anwenden um Optimierungsprobleme zu lösen
- Ich kann ein Optimierungsproblem grafisch lösen
- Ich kenne den Simplex Algorithmus und kann ihn anwenden
- Mathematisch oder intuitiv kann ich mir erklären, warum der Simplex Algorithmus eine optimale Lösung findet
- Ich kenne das Minkowski-Theorem
- Mir ist die Bedeutung des Dualen Problems klar (Komplementärer Schlupf, Lösungsraum leer, Schranken, etc.)
- Ich kann die Grundlagen der Vorlesung nachvollziehen
- Ich stimme zu, dass das Lineare Programmierung große Relevanz für das Lösen betriebswirtschaftlicher Optimierungsprobleme hat

5 Resümee und Reflexion

Das vorgestellte Lehrveranstaltungs-konzept ist für mathematische Vorlesungen konzipiert und bereichert die Vorlesungslernziele, um zusätzliche Grobziele, die besonders die gegenseitige Kommunikation im Lehrgespräch, die Förderung der mathematischen Sprach- und Ausdrucksfähigkeit sowie der mathematischen Intuition und die Schaffung eines Erklärungsbildes zu unterstützen. Dabei wird besonders auf die Erklärung von Behauptungen als Theorem und Lemma etc. eingegangen. Eine abschließende Evaluation zeigt, dass eine Umsetzung bereits sehr erfolgreich vorgenommen werden konnte. Da das Lehrveranstaltungs-konzept auf eine Größe von bis zu zehn Studenten ausgelegt ist, muss die Übertragbarkeit auf größere Gruppen überprüft werden. Ebenso hat sich gezeigt, dass es zusätzlicher Maßnahmen bedarf, um die Bearbeitungsbereitschaft von Übungszetteln zu erhöhen (z.B. Sammeln von Bonuspunkten für die Klausur). Ferner konnte, trotz mehrfacher Anregung, keine Bereitschaft hergestellt werden, um Lerngruppen zu bilden.

Ein alternativer, didaktischer Anknüpfungspunkt ist die modifizierte Moore-Methode, die entwickelt wurde, um Mathematik im Grundstudium zu unterrichten. In dieser erfolgreichen, deduktiven Arbeitsweise, wird den Studenten eine Liste von Axiomen, Definitionen und Theoremen gegeben. Die Studenten werden dazu angehalten selbstständig Beweise sowie Beispiele zu entwickeln und diese in der Vorlesung vorzutragen. Lernen erfolgt im kollektiven Rahmen und der Dozent nimmt eine moderierende Rolle ein [6], [10].

Literatur

- [1] “Amtliche Mitteilungen: Verkündungsblatt der Bergischen Universität Wuppertal.” Herausgegeben vom Rektor, Jahrgang 36, 22.08.2007.
- [2] D. Euler und A. Hahn, *Wirtschaftsdidaktik*. Bern: Haupt, 2007.
- [3] R. Donnert, *Am Anfang war die Tafel...: Praktischer Leitfaden für Moderation, Seminargestaltung, Vortrag, Lehrgespräch und Unterweisung*. München: Lexika, 1990.
- [4] V. Chvátal, *Linear Programming*. New York: W.H. Freeman and Company, 2002.
- [5] C. H. Papadimitriou and K. Steiglitz, *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Mineola: Dover, 1998.
- [6] G. H. Hurlbert, *Linear Optimization – The Simplex Workbook*. Berlin: Springer, 2010.
- [7] T. Grünert und S. Irnich, *Optimierung im Transport*. Aachen: Shaker, 2005.
- [8] H. Williams, *Model building in mathematical programming*. Chichester: John Wiley & Sons, 4th ed., 1999.
- [9] R. Schnell, P. B. Hill und E. Esser, *Methoden der empirischen Sozialforschung*. München: Oldenbourg, 2005.
- [10] D. R. Chalice, “How to teach a class by the Modified Moore Method,” *American Mathematical Monthly*, vol. 102, pp. 317–321, 1995.

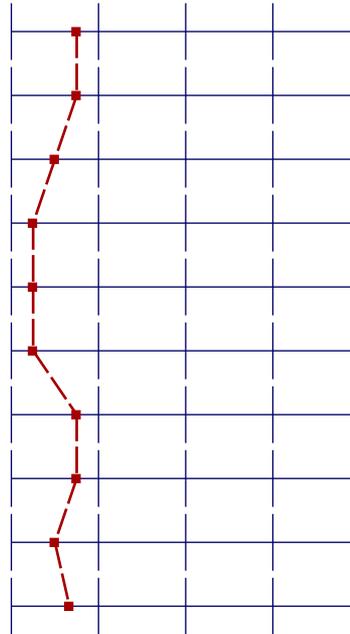
Profillinie

Teilbereich: **FB B - Wirtschaftswissenschaft**
 Name der/des Lehrenden: **Torben Kuschel**
 Titel der Lehrveranstaltung: **Combinatorial Optimization (M1232_1011_170)**
 (Name der Umfrage)
 Vergleichslinie: **WS 1011 - Vorlesungen (engl.) in Wirtschaftswissenschaft**



Mein Vermögen sich Theoreme / Lemmata mathematisch zu erklären, hat sich verbessert.

trifft völlig zu



trifft gar nicht zu mw=1.8

Ich habe die Linearen Programme zu folgenden Bereichen verstanden: Produktionsplanung, Transport, Diet, Kürzeste Wege, MaxFlow

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.8

Ich kann die Lineare Programmierung anwenden um Optimierungsprobleme zu lösen.

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.5

Ich kann ein Optimierungsproblem grafisch lösen.

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.3

Ich kenne den Simplex Algorithmus und kann ihn anwenden.

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.3

Mathematisch oder intuitiv kann ich mir erklären, warum der Simplex Algorithmus eine optimale Lösung findet.

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.3

Ich kenne das Minkowski-Theorem.

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.8

Mir ist die Bedeutung des Dualen Problems klar (Komplementärer Schlupf, Lösungsraum leer, Schranken, etc.).

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.8

Ich kann die Grundlagen der Vorlesung (Kapitel 1 & 2) nachvollziehen.

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.5

Ich stimme zu, dass das Lineare Programmierung große Relevanz für das Lösen betriebswirtschaftlicher Optimierungsprobleme hat.

trifft völlig zu

trifft gar nicht zu mw=1.7