

Numerische Simulation der elektrischen Feldverteilung in Hochspannungs- Gleichstromkabelsystemen unter Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten

Der Fakultät für
Elektrotechnik, Informationstechnik und Medientechnik
der Bergischen Universität Wuppertal
vorgelegte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

von

Christoph Jörgens, M.Sc.
geboren am 30.12.1990 in Wuppertal

Wuppertal 2021

Referent: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Markus Clemens
Korreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Frank Jenau
Vorlage der Arbeit: 01. April 2021
Tag der mündlichen Prüfung: 02. Juli 2021

*„Eine gute Theorie
ist das Praktischste, was es gibt.“*

Gustav Robert Kirchhoff

Die Dissertation kann wie folgt zitiert werden:

urn:nbn:de:hbz:468-20210929-112452-6

[<http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn%3Anbn%3Ade%3A468-20210929-112452-6>]

DOI: 10.25926/d19d-5m35

[<https://doi.org/10.25926/d19d-5m35>]

Inhaltsverzeichnis

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	<u>I</u>
<u>Akronyme</u>	<u>V</u>
<u>Symbolverzeichnis</u>	<u>VII</u>
<u>1. Einleitung</u>	<u>1</u>
1.1 Nutzung hoher Spannungen	1
1.2 Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)	2
1.3 Motivation und Zielsetzung	4
1.4 Struktur der Arbeit	6
<u>2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen</u>	<u>9</u>
2.1 Typischer Aufbau eines Energiekabels, einer Kabelverbindung/Kabelendverschluss und einer Erdelektrode	10
2.2 Aufbau papierbasierter und polymerer Isolierstoffe	14
2.2.1 Masseimprägniertes Papier (MI)	14
2.2.2 Polyethylen hoher und niedriger Dichte	16
2.2.3 Vernetztes Polyethylen (VPE)	19
2.2.4 Muffen- und Endverschlussisolationen (Elastomere und Silikone)	20
2.3 Die maxwellschen Gleichungen in differentieller Form	21
2.4 Die elektro-quasistatische Approximation der maxwellschen Gleichungen und die Kontinuitätsgleichung	23
2.5 Temperaturverteilung	24
2.6 Raumladungen, Flächenladungen und Ladungspakete	26
2.6.1 Homocharges, Heterocharges und Flächenladungen an Elektroden	28
2.6.2 Ladungspakete („charge-packets“)	29
2.7 Störstellen innerhalb der Isolierstoffe	30
2.8 Ladungsbewegung innerhalb der Isolierstoffe	34
2.8.1 Injektion und Extraktion von Ladungsträgern an den Elektroden	34
2.8.2 Poole-Frenkel-Effekt und die Hopping-Theorie	36
2.9 Die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit der Isolierstoffe	38
2.10 Das Bipolar-Charge-Transport (BCT)-Modell	42
2.11 Feldsteuerung	45

Inhaltsverzeichnis

2.12	Effekt der Elektro-Osmose im Betrieb von Hochspannungs-Erdelektroden	50
2.12.1	Effekt der Elektro-Osmose	50
2.12.2	Wasserbewegung unter einem elektrischen Feld und das Gesetz von Darcy	51
2.13	Zusammenfassung der Ergebnisse	52
3.	<u>Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung</u>	55
3.1	Diskretisierung des gekoppelten elektro-thermischen Problems	56
3.1.1	Diskretisierung im Ort mittels Finite Integrationstechnik (FIT) und Finite-Elemente Methode (FEM)	57
3.1.2	Diskretisierung in der Zeit mittels explizitem und implizitem Zeitintegrationsverfahren	62
3.2	Verifikation der Simulationsergebnisse mittels Referenz- und analytischen Ergebnissen	66
3.2.1	Verifikation der Ergebnisse einer Kabelisolation	67
3.2.2	Verifikation der Ergebnisse einer Kabelverbindung mit FGM	72
3.3	Zusammenfassung der Ergebnisse	77
4.	<u>Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen ..</u>	79
4.1	Übersicht der in den letzten Jahren entwickelten Modelle und Methoden zur Berechnung von Raumladungen unter Gleichstrombelastung	80
4.2	Betrachtung der Zeitkonstanten und der Isolationsverluste	82
4.3	Simulation des transienten elektrischen Feldes	85
4.4	Berechnung der statischen elektrischen Feldverteilung und Approximation des transienten elektrischen Feldes	93
4.5	Einfluss des Temperaturgradienten und der Konstanten α und β auf das stationäre elektrische Feld	97
4.6	Einfluss der Elektroden auf die Raumladungsverteilung	101
4.6.1	Modellierung von Homo- und Heterocharges in der Nähe von Elektroden	102
4.6.2	Analytische Lösung des statischen elektrischen Feldes, unter Berücksichtigung der Elektrodeneinflüsse	105
4.6.3	Bestimmung einer empirischen elektrischen Leitfähigkeitsgleichung zur numerischen Simulation von Heterocharges in polymeren Kabelisolationstoffen	109
4.6.3.1	Anpassung einer Raumladungssimulation an eine Raumladungsmessung	112
4.6.3.2	Bestimmung von Δ_L und Δ_{AR} für eine Erweiterung der Leitfähigkeitsmodelle	115
4.7	Simulation der Bewegung von Ladungspaketen in einer VPE-Kabelisolation	123
4.7.1	Erweitertes Leitfähigkeitsmodell zur Beschreibung von Ladungs-paketen und erweitertes Permittivitätsmodell	123
4.7.2	Validierung des erweiterten Leitfähigkeits- und Permittivitäts-modells mit Messungen aus der Literatur	125
4.7.3	Untersuchung der simulierten Ladungsverteilung	129
4.8	Die thermische Durchschlagspannung von Energiekabeln	133
4.8.1	Simulation der thermischen Durchschlagspannung unter Berücksichtigung von Raumladungen	135
4.8.2	Semi-analytische Approximation der thermischen Durchschlag-spannung und der I-U-Stabilitätsbereich	137
4.9	Zusammenfassung der Ergebnisse	144

<u>5. Berücksichtigung der Kabelumgebung.....</u>	<u>147</u>
5.1 Einfluss der Feuchtigkeit des Erdbodens auf die Temperatur und die elektrische Feldverteilung von Einzelkabeln und Kabelpaaren	148
5.1.1 Die thermische Leitfähigkeit von Erdboden	149
5.1.2 Berechnung der elektrischen und der thermischen Feldverteilung innerhalb einer Kabelisolation durch Separation des gekoppelten elektro-thermischen Problems.....	151
5.1.3 Betrachtung von Kabelpaaren im Erdboden	156
5.2 Thermo-elektro-quasistationäres Modell zur umgebungsabhängigen Berechnung von Feldbelastungen in Kabeln.....	160
5.2.1 Beispiel 1: Anlanden eines Seekabels	162
5.2.2 Beispiel 2: Kabelbündel mit und ohne metallischen Außenleiter im Metallrohr	166
5.2.3 Ortsabhängige Temperatur- und Feldstärkekonstanten und die Berücksichtigung der Elektroden in den Leitfähigkeitsmodellen	172
5.3 Berechnung des elektrischen Feldes mittels Fixpunkt-Iteration.....	174
5.4 Zusammenfassung der Ergebnisse.....	179
<u>6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen....</u>	<u>181</u>
6.1 Simulation von gemessenen Ladungsansammlungen an einer dielektrischen Doppelschicht	182
6.2 Elektrische Felder innerhalb einer Kabelmuffe	188
6.2.1 Elektrische Felder bei anliegendem Temperaturgradienten und Ladungsansammlungen an Grenzschichten	188
6.2.2 Einfluss der geometrischen und nichtlinearen Feldsteuerung	194
6.2.2.1 Geometrische Feldsteuerung.....	195
6.2.2.2 Nichtlineare resistive Feldsteuerung.....	199
6.3 Vergleich der Problematik zwischen Kabelmuffe und Kabelendverschluss	205
6.4 Zusammenfassung der Ergebnisse.....	205
<u>7. Simulationen der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden.....</u>	<u>209</u>
7.1 Die elektrische, elektro-osmotische und thermische Leitfähigkeit von Erdböden ..	210
7.2 Berechnung und Simulation einer halbvergrabenen Stabelektrode	214
7.2.1 Berechnung der Zeitkonstanten und des zeitlichen Verlaufs der Feuchtigkeit	214
7.2.2 Simulation der elektrischen Feldstärke, unter Berücksichtigung von Elektro-Osmose	217
7.3 Zusammenfassung der Ergebnisse.....	223
<u>8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick in die weiterführende Forschung....</u>	<u>225</u>
8.1 Zusammenfassung	225
8.2 Ausblick.....	230
<u>Literatur</u>	<u>231</u>
<u>Liste eigener Veröffentlichungen</u>	<u>259</u>

Inhaltsverzeichnis

Anhang	265
A. Newton-Raphson-Verfahren zur Lösung der nichtlinearen elektro-quasistatischen Feldgleichung mit implizitem Zeitintegrationsverfahren.....	265
B. Elektrische und thermische Zeitkonstante.....	267
1. Zeitkonstante des elektrischen Problems.....	267
2. Zeitkonstante des thermischen Problems	268
C. Konstanten für die Simulation der Raumladungsmessungen in Abschnitt 4.6.3.2 .	270
D. Wärmeübergangskoeffizient bei konvektivem Wärmetransport.....	272

Akronyme

Abkürzung	Bezeichnung
AC	Alternating Current (Wechselstrom)
BCT	Bipolar-Charge-Transport
Bi	Bismut
C	Kohlenstoff
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
Co	Cobalt
CO ₂	Kohlendioxid
DC	Direct Current (Gleichstrom)
DCP	Dicumylperoxid
DGL	Differentialgleichung
e ⁻	Elektron
EPDM	Ethylene Propylene Diene Monomer
EPR	Ethylene Propylene Rubber (Ethylen Propylen Kautschuk)
EU	Europäische Union
eV	Elektronenvolt (entspricht einer Energie von $1,6 \cdot 10^{-19}$ J)
FDM	Finite-Differenzen Methode
Fe	Eisen
FEM	Finite-Elemente Methode
FeO	Eisenoxid
FGM	Feldsteuerndes Material (engl. Field Grading Material)
FIT	Finite Integrationstechnik
GIS	Gasisolierte Schaltanlage (engl. Gas-insulated substation)
H	Wasserstoff
HDPE	High Density Polyethylene (Polyethylen hoher Dichte)
HGÜ	Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung
HVDC	High Voltage Direct Current
LCC	Line-Commutated Converter
LDPE	Low Density Polyethylene (Polyethylen niedriger Dichte)
LSR	Insulating Liquid Silicone Rubber (isolierender Silikonkautschuk)
MI	Masseimprägniertes Papier
O	Sauerstoff
PE	Polyethylen
PEA	Pulsed Electro-Acoustic

Akronyme

PP	Polypropylen
RAM	Random Access Memory
RKC	Runge-Kutta-Chebychev
Sb	Antimon
Si	Silizium
SiC	Siliziumkarbid
SiR	Silicone Rubber (Silikonkautschuk)
UN	United Nations (Vereinte Nationen)
VPE	Vernetztes Polyethylen
VSC	Voltage-Source-Converter
ZnO	Zink-Oxid

Symbolverzeichnis

Lateinische Großbuchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
A	Oberfläche eines Volumens	[m ²]
A_{AR}	Konstante zur Bestimmung von G in (4.32)	[1/m]
A_L	Konstante zur Bestimmung von G in (4.32)	[1/m]
$A_{Sch} = 1,2 \cdot 10^6$	Richardson-Schottky-Konstante	[A/(m ² K ²)]
A_T	Steifigkeitsmatrix der Wärmeleitungsgleichung	[-]
A_κ	Steifigkeitsmatrix der EQS-Gleichung	[-]
\bar{B}	Magnetische Flussdichte	[Vs/m ²]
B_e	Trapping-Koeffizient für Elektronen	[1/s]
B_h	Trapping-Koeffizient für Löcher	[1/s]
B_T	Massenmatrix der Wärmeleitungsgleichung	[-]
B_ε	Massenmatrix der EQS-Gleichung	[-]
C_{th}	Thermische Kapazität	[W·s/K]
\bar{D}	Elektrische Flussdichte	[As/m ²]
D_{Diff}	Diffusionskonstante	[m ² /s]
D_e	Detrapping-Koeffizient für Elektronen	[1/s]
D_h	Detrapping-Koeffizient für Löcher	[1/s]
D_x	Breite einer planaren Isolation	[m]
\bar{E}	Elektrische Feldstärke	[V/m]
$E_{A,H}$	Aktivierungsenergie der Hopping-Leitfähigkeit in (2.32)	[eV]
$E_{A,H,2}$	Aktivierungsenergie der vereinfachten Hopping-Leitfähigkeit in (2.33)	[eV]
$E_{A,PF}$	Aktivierungsenergie der Poole-Frenkel-Leitfähigkeit in (2.31)	[eV]
E_e	Energie des Teilchens im Bändermodell	[eV]
E_{Ref}	Elektrische Referenzfeldstärke in (2.30) bzw. in (4.6)	[V/m]
$E_{Referenz}$	Referenzfeldstärke bei der Berechnung der relativen Abweichung	[V/m]
E_{Schalt}	Schaltfeldstärke der elektrischen Leitfähigkeit eines Varistors nach (2.41)	[V/m]
E_{Trap}	Energetische Tiefe von Störstelle	[eV]
$E_{t=0}$	Elektrisches Feld ohne akkumulierte Raumladungen	[V/m]

Symbolverzeichnis

$E_{t \rightarrow \infty}$	Statisches elektrisches Feld bei akkumulierten Raumladungen	[V/m]
E_{Var}	Temperaturkonstante des Modells (2.43)	[eV]
E_1	Leitfähigkeitskonstante in (2.42)	[V/m]
E_2	Leitfähigkeitskonstante in (2.42)	[V/m]
\mathbf{G}	Diskrete Gradientenmatrix	[1/m]
\mathbf{G}^T	Diskrete Divergenzmatrix	[1/m]
\vec{H}	Magnetische Feldstärke	[A/m]
I	Elektrische Stromstärke	[A]
\vec{J}	Elektrische Stromdichte	[A/m ²]
\vec{J}_e	Elektrische Stromdichte beweglicher Elektronen	[A/m ²]
\vec{J}_h	Elektrische Stromdichte beweglicher Löcher	[A/m ²]
\vec{J}_{PF}	Stromdichte des Poole-Frenkel-Effekts	[A/m ²]
\vec{J}_{Sch}	Stromdichte der Schottky-Injektion	[A/m ²]
\vec{J}_V	Verschiebungsstromdichte	[A/m ²]
K_{AR}	Räumliche Variationen der Leitfähigkeit am Außenrand („AR“) in (4.34)	[-]
K_H	Konstante der Hopping-Leitfähigkeit (2.32)	[A/m ²]
$K_{H,2}$	Konstante der vereinfachten Hopping-Leitfähigkeit in (2.33)	[A/m ²]
$K_{H,\text{Low}}$	Konstante der Hopping-Leitfähigkeit bei niedrigen Feldstärken in (2.34)	[A ² ·s/m]
K_L	Räumliche Variationen der Leitfähigkeit am Leiter („L“) in (4.34)	[-]
K_{PF}	Konstante der Poole-Frenkel-Leitfähigkeit in (2.31)	[S/m]
L	Länge des Leiters oder des Kabels	[m]
L_H	Abstand zwischen zwei Störstellen beim Hopping-Transport	[m]
\vec{M}	Magnetisierung	[A/m ²]
\mathbf{M}_c	Matrix der spezifischen Wärmekapazität	[W·s/(kg·K)]
\mathbf{M}_δ	Dichtematrix	[kg/m ³]
\mathbf{M}_ϵ	Permittivitätsmatrix	[As/(Vm)]
\mathbf{M}_κ	Elektrische Leitfähigkeitsmatrix	[S/m]
\mathbf{M}_λ	Thermische Leitfähigkeitsmatrix	[W/(K·m)]
N	Knotenbasisfunktion in der FEM	[-]
N_1	Leitfähigkeitskonstante in (2.42)	[-]
N_2	Leitfähigkeitskonstante in (2.42)	[-]
\vec{P}	Polarisation	[As/m ²]
P_{el}	Elektrische Wirkleistung	[W]
P_V	Elektrische Verlustleistung	[W]
Q	Wärmestromdichte aufgrund der Verluste im Leiter	[W/m ²]
R	Elektrischer Widerstand	[Ω]

Symbolverzeichnis

$\mathcal{R}(\Phi^{m+1})$	Bei der Newton-Iteration berechnetes Residuum für den Potentialvektor Φ^{m+1} , zum Zeitschritt $m+1$	[-]
R_{GE}	Radius des Erdelektrodenleiters inkl. Koksbett	[m]
R_{th}	Thermischer Widerstand	[K/W]
S_0	Rekombinationskoeffizient von gefangenen Elektronen und Löchern	[m ³ /(As·s)]
S_1	Rekombinationskoeffizient von freien Elektronen und gefangenen Löchern	[m ³ /(As·s)]
S_2	Rekombinationskoeffizient von gefangenen Elektronen und freien Löchern	[m ³ /(As·s)]
S_3	Rekombinationskoeffizient von freien Elektronen und Löchern	[m ³ /(As·s)]
T	Temperatur	[K]
T_a	Temperatur am Außenrand (Temperatur der äußeren Leitschicht)	[K]
T_i	Leitertemperatur (Temperatur der inneren Leitschicht)	[K]
T_{Ref}	Referenztemperatur in (2.30)	[K]
T_x	Temperatur an der Grenzschicht zwischen Feststoff und Feststoff/Fluid	[K]
T_0	Anfangstemperatur eines Körpers, welcher von einem Wärmestrom umströmt wird	[K]
T_∞	Umgebungstemperatur	[K]
$T_{\infty,F}$	Temperatur einer angrenzenden Umgebung oder eines Fluides bei Konvektion	[K]
U	Spannung	[V]
U_m	Höchste zulässige Spannung für Betriebsmittel	[V]
V	Volumen eines Körpers	[m ³]
W	Mittlerer Bandabstand	[eV]

Lateinische Kleinbuchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
a	Elektro-osmotische Leitfähigkeitskonstante in (7.3)	[-]
b	Elektrische Leitfähigkeitskonstante in (7.1)	[-]
b_{geo}	Abmessung des äußeren Steuerkonus in r -Richtung in Abbildung 6.9	[m]
\mathbf{b}	Vektor mit den Randbedingungen des elektrischen Problems	[V]
\mathbf{b}_T	Lastvektor bzw. Vektor mit den Randbedingungen des thermischen Problems	[K]
c_p	Stoffspezifische Wärmekapazität	[W·s/(kg·K)]
$f = f_L + f_{AR} - 1$	Räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit innerhalb der gesamten Isolation	[-]

Symbolverzeichnis

f_{AR}	Räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit am Außenrand	[-]
f_{EPR}	Räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit im EPR-Teil einer Doppelschicht	[-]
f_L	Räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit am Leiter	[-]
f_{VPE}	Räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit im VPE-Teil einer Doppelschicht	[-]
h	Tiefe eines erdverlegten Kabels	[m]
h_{geo}	Abmessung des äußeren Steuerkonus in z-Richtung in Abbildung 6.9	[m]
$h_P = 6,626 \cdot 10^{-34}$	Plank'sches Wirkungsquantum	[Js]
\mathbf{j}	Diskreter Stromdichtevektor	[A/m ²]
k_{AR}	Faktor des Leitfähigkeitsanstiegs, -abfalls am Außenrand in (4.18 b)	[-]
$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$	Boltzmann-Konstante	[J/K]
k_{EPR}	Faktor des Leitfähigkeitsanstiegs, -abfalls an einer Grenzschicht in (6.1 b)	[-]
k_L	Faktor des Leitfähigkeitsanstiegs, -abfalls am Leiter in (4.18 a)	[-]
k_{VPE}	Faktor des Leitfähigkeitsanstiegs, -abfalls an einer Grenzschicht in (6.1 a)	[-]
$k_{AR,\varepsilon}$	Faktor des Permittivitätsanstiegs, -abfalls am Außenrand in (4.37)	[-]
$k_{L,\varepsilon}$	Faktor des Permittivitätsanstiegs, -abfalls am Leiter in (4.37)	[-]
$k_{AR,\kappa}$	Faktor des Leitfähigkeitsanstiegs, -abfalls am Außenrand in (4.38)	[-]
$k_{L,\kappa}$	Faktor des Leitfähigkeitsanstiegs, -abfalls am Leiter (4.38)	[-]
k_{OS}	Elektro-osmotische (hydraulische) Leitfähigkeit (Elektro-osmotische Permeabilität)	[(m/s) / (V/m) = m ² /(Vs)]
$k_{0,OS}$	Elektro-osmotische Leitfähigkeitskonstante in (7.3)	[m ² /(Vs)]
m	diskreter Zeitschritt	[-]
m_{Var}	Leitfähigkeitskonstante in (2.42)	[m/V]
$m_{0,Var}$	Leitfähigkeitskonstante in (2.42)	[m/V]
n	Dichte eines Ladungsträgertyps (Elektronen, Löcher, positive Ionen, negative Ionen)	[m ⁻³]
\vec{n}	Normalenvektor	[-]
$n_{e,\mu}$	Ladungsdichte freier (beweglicher) Elektronen	[As/m ³]
$n_{e,t}$	Ladungsdichte gefangener Elektronen	[As/m ³]
$n_{e,t,0}$	Störstellendichte für Elektronen	[As/m ³]
n_{ges}	Gesamtanzahl an Knotenpunkten eines Gitters	[-]
$n_{h,\mu}$	Ladungsdichte freier (beweglicher) Löcher	[As/m ³]
$n_{h,t}$	Ladungsdichte gefangener Löcher	[As/m ³]
$n_{h,t,0}$	Störstellendichte für Löcher	[As/m ³]

Symbolverzeichnis

p	Teilchen überwindet im Zeitintervall Δt die Potentialbarriere Φ_H mit der Wahrscheinlichkeit p	[-]
p^+	Teilchen bewegt sich im Zeitintervall Δt mit der Wahrscheinlichkeit p^+ in Feldrichtung	[-]
p^-	Teilchen bewegt sich im Zeitintervall Δt mit der Wahrscheinlichkeit p^- entgegen der Feldrichtung	[-]
p_{netto}	Teilchen bewegt sich im Zeitintervall Δt mit der Netto-Wahrscheinlichkeit p_{netto} in Feldrichtung	[-]
p_V	Verlustleistungsdichte in einem elektrisch leitfähigen Material	[W/m ³]
$q = 1,6 \cdot 10^{-19}$	Elementarladung	[As]
\mathbf{q}	Vektor der Ladungsträgerdichte	[As/m ³]
q_{Iso}	Gesamte Wärmestromdichte innerhalb der Isolation, bezogen auf den Innenleiter	[W/m ²]
\mathbf{q}_T	Vektor der Wärmequellen	[W/m ³]
\vec{q}_{th}	Wärmestromdichte	[W/m ²]
\vec{q}_W	Wasserfluss	[m/s]
\vec{r}	Ortspunkt im Raum	[m]
r_a	Radius der äußeren Leitschicht	[m]
r_i	Radius der inneren Leitschicht	[m]
r_{Grenz}	Radius der Grenzschicht einer zylindrischen dielektrischen Doppelschicht	[m]
$r_{x,AR}$	Distanz zwischen der Elektrodenposition und der Position des höchsten Gradienten ($K_L - K_{AR} = 0,5$) am Außenrand in (4.34)	[m]
$r_{x,L}$	Distanz zwischen der Elektrodenposition und der Position des höchsten Gradienten ($K_L - K_{AR} = 0,5$) am Leiter in (4.34)	[m]
r'	Äußerer Rand bei der Betrachtung der Elektro-Osmose	[m]
s_1	„source“-Term für freie Elektronen	[A/m ³]
s_2	„source“-Term für freie Löcher	[A/m ³]
s_3	„source“-Term für gefangene Elektronen	[A/m ³]
s_4	„source“-Term für gefangene Löcher	[A/m ³]
t	Zeit	[s]
t_{END}	Vorgegebene Endzeit	[s]
t_{stat}	Zeit bei der alle transienten Vorgänge abgeklungen sind und annähernd eine statische Verteilung vorliegt	[s]
t_{Trap}	Zeit die ein Ladungsträger in einer Störstelle verbleibt	[s]
$1/t_{\text{Trap},0}$	Escapefrequenz	[1/s]
\mathbf{u}_T	Vektor der Knotenpunkttemperaturen	[K]
ν	Feldkonstante der elektrischen Leitfähigkeit in (2.30)	[-]
ν_{Drift}	Betrag der Driftgeschwindigkeit eines Ladungsträgers	[m/s]

Symbolverzeichnis

v_{Fluid}	Betrag der Geschwindigkeit des Fluides bei Konvektion	[m/s]
v_{Test}	Testfunktion in der FEM	[-]
v_{κ}	Betrag der Geschwindigkeit des Ladungspulses in (4.38)	[m/s]
w_e	Elektrische Energiedichte	[W/m ³]
w_m	Magnetische Energiedichte	[W/m ³]

Griechische Großbuchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
Δ_L	„Bereich des Leitfähigkeitsgradienten“ am Leiter zur Bestimmung der Konstanten χ und r_x in (4.34)	[m]
Δ_{AR}	„Bereich des Leitfähigkeitsgradienten“ am Außenrand zur Bestimmung der Konstanten χ und r_x in (4.34)	[m]
Δh	Räumliche Schrittweite eines Gitters	[m]
ΔL	Breite der reduzierten Potentialbarriere zwischen Metall und Isolator	[m]
ΔT	Temperaturgradient	[K]
Δt	Zeitschrittweite (Zeitintervall)	[s]
ΔT_C	Temperaturgefälle über einer thermischen Kapazität C_{th} in Abbildung B.1	[K]
Δt_{CFL}	Zeitschrittweite, welche durch die Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) Bedingung definiert ist	[s]
ΔT_{Ein}	Vorgegebenes Eingangstemperaturgefälle in Abbildung B.1	[K]
ΔW	Maximale Höhe der reduzierten Potentialbarriere zwischen Metall und Isolator	[eV]
Φ	Freiheitsgrad (Knotenpunktpotential)	[V]
Φ	Vektor der Knotenpunktpotentiale	[V]
Φ_H	Potentialbarriere beim Hopping-Transport (Gibb's freie Aktivierungsenergie)	[eV]
Φ_{PF}	Potentialbarriere einer Störstelle (Poole-Frenkel-Effekt)	[eV]
Φ_{Sch}	Potentialbarriere zwischen Metall und Isolator (Schottky-Injektion)	[eV]

Griechische Kleinbuchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
α	Temperaturkonstante der elektrischen Leitfähigkeit in (2.29) und (4.6)	[°C ⁻¹]
α_{Ref}	Temperaturkonstante der elektrischen Leitfähigkeit in (2.30)	[°C ⁻¹]

Symbolverzeichnis

α_{th}	Wärmeübergangskoeffizient	[W/(K·m ²)]
α_{Var}	Nichtlinearitätskoeffizient für Varistoren in (2.41)	[-]
β	Feldkonstante der elektrischen Leitfähigkeit in (2.29)	[m/V]
γ_{AR}	Konstante zur Bestimmung von G in (4.32)	[-]
γ_H	elektrische Feldabhängigkeit der Hopping-Leitfähigkeit in (2.32)	[m·K/V]
$\gamma_{H,2}$	elektrische Feldabhängigkeit der vereinfachten Hopping-Leitfähigkeit in (2.33)	[m/V]
γ_L	Konstante zur Bestimmung von G in (4.32)	[-]
γ_{PF}	elektrische Feldabhängigkeit der Poole-Frenkel-Leitfähigkeit in (2.31)	[m ^{1/2} ·K/V ^{1/2}]
δ	Dichte	[kg/m ³]
δ_E	Konstante des statischen elektrischen Feldes in (4.10), (4.13) und (4.29)	[-]
σ_+	Flächenladungen an der positiven Elektrode (Leiter)	[As/m ²]
σ_-	Flächenladungen an der negativen Elektrode (Außenrand)	[As/m ²]
δ_{Grenz}	Flächenladungen zwischen zwei Dielektrika	[As/m ²]
$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$	Elektrische Feldkonstante	[As/(Vm)]
ϵ_r	Relative Permittivität	[-]
$\epsilon_{r,D}$	Permittivität des Dielektrikums in (4.37)	[-]
ζ_{AR}	Konstante, welche den Gradienten am Außenrand in (4.18 b) definiert	[m]
ζ_{EPR}	Konstante, welche den Gradienten am Außenrand in (6.1 b) definiert	[m]
ζ_L	Konstante, welche den Gradienten am Leiter in (4.18 a) definiert	[m]
ζ_{VPE}	Konstante, welche den Gradienten am Außenrand in (6.1 a) definiert	[m]
$\zeta_{AR,\epsilon}$	Konstante, welche den Gradienten am Außenrand in (4.37) definiert	[m]
$\zeta_{L,\epsilon}$	Konstante, welche den Gradienten am Leiter in (4.37) definiert	[m]
$\zeta_{AR,\kappa}$	Konstante, welche den Gradienten am Außenrand in (4.38) definiert	[m]
$\zeta_{L,\kappa}$	Konstante, welche den Gradienten am Leiter in (4.38) definiert	[m]
η	Stoppbedingung für die Zeitintegration, mit $\eta \ll 1$	[-]
η_{Err}	Relative Abweichung	[%]
η_N	Stoppbedingung der Newton-Iteration, mit $\eta_N \ll 1$	[-]
θ	Volumenbezogene Feuchtigkeit	[m ³ /m ³]
κ	Elektrische Leitfähigkeit	[S/m]
κ_{Ref}	Elektrische Referenzleitfähigkeit in (2.30)	[S/m]
κ_s	Elektrische Leitfähigkeitskonstante in (7.1)	[S/m]
κ_0	Konstante elektrische Leitfähigkeit bei 0°C und 0 kV/mm in (2.29) und (4.6)	[S/m]

Symbolverzeichnis

$\kappa_{0,\theta}$	Elektrische Leitfähigkeitskonstante in (7.1)	[S/m]
$\kappa_{0,\text{Var}}$	Konstante elektrische Leitfähigkeit eines Varistors nach (2.41)	[S/m]
$\kappa_{1,\text{Var}}$	Konstante elektrische Leitfähigkeit eines Varistors nach (2.42)	[S/m]
$\kappa_{2,\text{Var}}$	Konstante elektrische Leitfähigkeit eines Varistors nach (2.43)	[S/m]
λ	Stoffspezifische Wärmeleitfähigkeit	[W/(K·m)]
μ	Mobilität eines Ladungsträgers	[m ² /(Vs)]
μ_e	Mobilität beweglicher Elektronen	[m ² /(Vs)]
μ_h	Mobilität beweglicher Löcher	[m ² /(Vs)]
μ_r	Relative Permeabilität	[-]
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$	Permeabilität des Vakuums	[Vs/(Am)]
ρ	Ladungsträgerdichte	[As/m ³]
ρ_E	Teil der Raumladungsdichte, aufgrund der Feldstärkeabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit	[As/m ³]
ρ_T	Teil der Raumladungsdichte, aufgrund der Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit	[As/m ³]
τ	Zeitkonstante	[s]
τ_e	Zeitkonstante des elektrischen Problems	[s]
τ_{th}	Zeitkonstante des thermischen Problems	[s]
φ	Elektrisches Potential	[V]
φ_{Ph}	Phasenwinkel zwischen den Wechselgrößen U und I	[-]
χ_{AR}	Konstante für den Gradienten von K_{AR} am Außenrand in (4.34)	[m]
χ_L	Konstante für den Gradienten von K_L am Leiter in (4.34)	[m]
ω	Unterrelaxationsparameter, mit $\omega \in \{0,1\}$	[-]
ω_N	Dämpfungsparameter bei der Newton-Iteration, mit $\omega_N \in \{0,1\}$	[-]
ω_f	Kreisfrequenz	[1/s]

1. Einleitung

Im Jahr 1866 entdeckte Werner von Siemens das elektrodynamische Prinzip und damit die Grundlage für den Bau von Gleichstromgeneratoren. Damit wurde eine einfache Möglichkeit gefunden, mechanische Energie in elektrische Energie umzuwandeln. Die Gleichstromtechnik¹ wurde jedoch wenige Jahre später durch die Wechsel-² bzw. Drehstromtechnik abgelöst, als um 1890 praktisch einsetzbare Drehstromtransformatoren und Drehstrommotoren entwickelt wurden. Heute ist ein Leben ohne elektrische Energie undenkbar. Der große Vorteil liegt in der Wandelbarkeit. Elektrische Energie lässt sich ohne größere Verluste in alle Nutzenergieformen, z.B. thermische Energie (Wärme) oder mechanische Energie (Bewegung), umwandeln und zudem wirtschaftlich über größere Distanzen transportieren [Crahan, 2012], [Schwab, 2012].

1.1 Nutzung hoher Spannungen

Für den Transport der elektrischen Wirkleistung entlang eines Leiters $P_{el} = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_{Ph})$ werden die Spannung U und der Strom I , sowie deren Phasenbeziehung φ_{Ph} benötigt³. Da aufgrund des Stromes und der endlichen elektrischen Leitfähigkeit des Leiters sich dieser erwärmt, entsteht die Verlustleistung $P_V = R \cdot I^2$, wobei R der elektrische Widerstand des Leiters ist. Um dem entgegen zu wirken, wird der Strom reduziert und die Spannung gleichzeitig erhöht. Die höchste Spannungsebene der Drehspannung liegt heute in Deutschland bei $U_m = 420 \text{ kV}^4$ (380 kV Nennspannung). Aufgrund der hohen Spannungen müssen hohe elektrische Felder beherrscht werden. Um Störungen oder Betriebsausfälle zu vermeiden, muss zu jeder Zeit und unter allen Bedingungen das elektrische Feld unterhalb der elektrischen Durchschlagsfestigkeit des Isolierstoffes gehalten werden. Da bei steigenden Übertragungsleistungen und Transportstrecken die Drehstromübertragung immer häufiger an

¹ engl. Direct Current (DC)

² engl. Alternating Current (AC)

³ Mit U und I sind die Effektivwerte der periodischen Wechselgrößen gemeint.

⁴ Die höchste zulässige Spannung für Betriebsmittel U_m darf an keinem Ort im Netz überschritten werden und stellt den Effektivwert der verketteten Spannung dar.

1. Einleitung

wirtschaftliche und technische Grenzen kommt, entsteht ein Wandel zurück zur Gleichstromübertragung [Heuck *et al.*, 2013], [Küchler, 2017].

1.2 Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)

Wechsel- bzw. Drehspannungen rufen elektrische Wechselfelder hervor, welche neben ohm'schen Verlusten zusätzlich induktive und kapazitive Verluste erzeugen, die einen Betrieb ab einer gewissen Übertragungsstrecke unwirtschaftlich machen. So werden durch magnetische Wechselfelder Wirbelströme induziert, wodurch die Stromdichte im Leiter nicht homogen ist, sondern zu dessen Rändern ansteigt. Aufgrund dieses *Skinneffektes* liegt der Wechselstromwiderstand eines Leiters über dem Gleichstromwiderstand. Dies muss bei großen Kabel- bzw. Leiterquerschnitten im Hinblick auf die Stromtragfähigkeit berücksichtigt werden. Des Weiteren machen beispielsweise die kapazitiven Verluste eines Unterseekabels ab einer Länge > 50 km eine wirtschaftliche Nutzung mit Wechselstrom nicht mehr möglich. Ein Betrieb ist nur noch durch die Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung⁵ (HGÜ) sinnvoll [Moore, 1997], [Bodega, 2006]. Darüber hinaus wird weniger Material pro Strecke benötigt, da bei der Gleichstromübertragung i.d.R. nur zwei Kabel verwendet werden. Zudem kann, im Vergleich zu äquivalenten AC-Kabeln, im Schnitt ein höheres elektrisches Feld innerhalb der Isolation vorliegen, womit die Leistungsdichte eines DC-Kabels oberhalb der eines AC-Kabels liegt. Es ist daher möglich pro Kilogramm Kabelstrecke mehr Leistung zu übertragen [Gustafsson *et al.*, 2008], [Jeroense, 2010].

Gerade mit Blick auf die Verwendung von erneuerbaren Energien, wie Wind- oder Solarstrom, bei denen die Energieerzeugung geographisch gebunden ist, ist eine flächendeckende Verteilung nur mit Gleichstrom wirtschaftlich. Angetrieben durch nationale und internationale Ziele stieg der Ausbau der erneuerbaren Energien in den letzten Jahren, um immer unabhängiger von fossilen Energieträgern und Kernkraft zu werden und um die Treibhausgasemissionen zu senken. So haben sich die 28⁶ Mitgliedsstaaten der Europäischen Union (EU) im Rahmen der zweiten Verpflichtungsperiode (2013 bis 2020) des Kyoto-Protokolls dazu entschlossen, die Emission von sieben Treibhausgasen (darunter Kohlendioxid, CO₂) um 20 % zu senken. Zudem soll der Anteil der erneuerbaren Energien 20 % des Endenergieverbrauchs ausmachen und die Energieeffizienz soll um 20 % steigen.

⁵ engl. High Voltage Direct Current (HVDC)

⁶ Mit dem Austritt Englands aus der EU Anfang 2021 sind es 27 Mitgliedsstaaten. Im Vergleich zu den EU Zielen will England seine eigenen Klimaziele sogar verschärfen.

Für das Jahr 2030 sind eine Treibhausgasemission von 55 %, eine Nutzung der erneuerbaren Energien um 27-30 % und eine Energieeffizienzsteigerung um 27-32,5 % geplant [BMUNNS, 2021], [BMW, 2021]. Schlussendlich möchten Deutschland bzw. die EU 2050 quasi klimaneutral sein. Ein weiteres Ziel ist 2015 auf der UN⁷-Klimakonferenz in Paris formuliert worden, wo sich darauf geeinigt wurde die Erdtemperatur deutlich unter 2°C, im Vergleich zum vorindustrialisierten Niveau, zu halten. Im Zuge der „Energiewende“ werden zu diesem Zweck in Deutschland vermehrt Windparks, z.B. in der Nordsee, gebaut und durch HGÜ-Leitungen mit dem Festland verbunden. Zusätzlich soll das Stromnetz ausgebaut werden, wobei Nord-Süd-Korridore geplant sind. Diese sollen den Windstrom in den Süden und Solarstrom in den Norden transportieren [Ghorbani *et al.*, 2014], [Ebert *et al.*, 2016], [UB, 2019], [VDE, 2020]. Nach einem Beschluss des Bundestages im Jahr 2015 sollen dabei vorrangig Erdkabel verlegt werden, da diese mit einem geringeren Eingriff ins Wohnumfeld der Bürger verbunden sind und damit Blockaden gegen den Stromnetzausbau überwunden werden können [BNA, 2015]. Als Forschungsförderung stellt die Bundesregierung im Rahmen des 7. Energieforschungsprogramms für die Jahre 2018-2022 insgesamt 6,4 Milliarden Euro zur Verfügung [BMW, 2018].

Die Nutzung von Gleichstrom in der Energieversorgung ist nicht neu. Die Installation des ersten kommerziell genutzten HGÜ-Kabels stammt aus dem Jahr 1954. Ein 100 kV Kabel, mit einer Isolation aus masseimprägniertem Papier (MI), wurde zwischen Gotland und dem schwedischen Festland verlegt. Aufgrund der hohen Zuverlässigkeit wurde auch in den folgenden Jahren MI als Isolierstoff genutzt. Bis zum Jahr 1990 sind beispielsweise Unterseekabel ausschließlich mit Papierisolation verwendet worden [Byggeth *et al.*, 1999] [Chen *et al.*, 2015]. Polymere Isolierstoffe erschienen in den 1960er Jahren und wurden zunächst für AC-Kabel genutzt. Im Jahr 1999 wurde dann das erste kommerziell genutzte DC-Kabel mit einer Isolation aus extrudiertem Material und einer Spannung von 80 kV in Betrieb genommen. Polymere Isolierstoffe verdrängen seitdem die Papierisolation immer weiter, da sie Vorteile in der Herstellung, der Installation, dem Transport und der Wartung aufweisen [Teyssède und Laurent, 2013], [Chen *et al.*, 2015], [Andritsch *et al.*, 2017], [Zhou *et al.*, 2017]. Mittlerweile werden HGÜ-Kabel mit einer Spannung von 525 kV verbaut und es gibt Berichte über erfolgreiche Tests mit 640 kV, wodurch die zu übertragenden Leistungen bei bis zu 3 GW liegen können [Gustafsson *et al.*, 2015], [Bergelin *et al.*, 2017].

⁷ Vereinte Nationen; engl. United Nations (UN)

1.3 Motivation und Zielsetzung

Bei der HGÜ-Technik können mittlerweile Spannungen von bis zu 525 kV für den Transport von elektrischer Energie genutzt werden [Lagrotteria *et al.*, 2019]. Dabei kommt dem verwendeten Isolationsmaterial eine besondere Rolle zu, da dieser extremer elektrischer, thermischer und mechanischer Stressbelastung ausgesetzt ist. Zusätzlich verhalten sich Isolierstoffe unter einem konstanten elektrischen Feld anders als unter einer Wechselfeldbelastung. So zeigen Untersuchungen in [Schichler und Buchner, 2018], dass ein Mittelspannungs-AC-Kabel zwar einer DC Spannung bis zu 55 kV standhält, generell gilt jedoch bei höheren Spannungen, dass sich Isolationen für Wechselstromkabel nicht für Gleichstromkabel eignen [Andritsch *et al.*, 2017], [Küchler, 2017]. Moderne DC-Kabel bestehen häufig aus Polyethylen (PE). Dieses wird jedoch nicht in seiner reinen Form verwendet, sondern in verschiedenen Schritten zum „vernetzten Polyethylen“ (VPE) weiterverarbeitet. Bei diesen Arbeitsschritten bleiben Verunreinigungen im Isoliermaterial zurück, welche einer der Ursachen für die Ausbildung von *Raumladungen* sind. Raumladungen entstehen aufgrund der konstanten Gleichspannung im Isolierstoff und treten als Quellen von zusätzlichen elektrischen Feldbelastungen auf. Innerhalb der Isolation überlagert das elektrische Feld der Raumladungen das Feld der angelegten Betriebsspannung und führt zu einer veränderten elektrischen und thermischen Belastung, im Vergleich zu einem Betrieb mit Wechselspannung [Hanley *et al.*, 2003], [Ghorbani *et al.*, 2014]. In [Küchler, 2017] werden die Probleme als die „sieben Plagen des HGÜ-Isoliersystems“ zusammengefasst. Diese sind:

1. Sich verändernde elektrische Leitfähigkeiten, welche das stationäre elektrische Feld bestimmen.
2. Polarisationsprozesse, welche die transiente elektrische Feldverteilung bestimmen.
3. Der Aufbau von Raum- und Flächenladungen verursacht sich zeitlich und räumlich verändernde Feldstärkeüberhöhungen.
4. Der Isolierstoff ist stark nichtlinear von der elektrischen Feldstärke abhängig.
5. Der Isolierstoff ist temperaturabhängig.
6. Temperatur- und Feldstärkegradienten verursachen undefinierte und sich verändernde Materialgradienten.
7. Die elektrischen Feldverteilungen sind nicht stabil, d.h. es ergeben sich räumlich-zeitlich veränderliche Feldmigrationen.

Um die Zuverlässigkeit des Isoliermediums, z.B. in Energiekabeln, zu gewährleisten, ist daher eine genaue Kenntnis der elektrischen Feldverteilung und damit einhergehend der Raumladungsverteilung nötig. Die Bestimmung der Raumladungsverteilung erfolgt über eine Messung oder über eine rechnergestützte Simulation. Da Messungen aufgrund der recht langsamen Ladungsakkumulation sehr langwierig und teuer sind, ist die Simulation als eine günstige Alternative anzusehen. Des Weiteren ist zwar eine qualitative Beschreibung der Isolierstoffe mannigfaltig in der Literatur verfügbar, jedoch gibt es bei der quantitativen weiterhin Präzisionsbedarf.

Für die Simulation der Ladungsverteilung in ungeordneten Dielektrika müssen diese geeignet modelliert werden. Auch mehr als 50 Jahre nach dem Erscheinen der ersten Arbeiten über das Ladungsverhalten in ungeordneten Feststoffen ist es bislang nicht möglich diese Stoffe unter einem angelegten elektrischen Gleichfeld präzise zu beschreiben. Beispielsweise wurden Konzepte aus der Halbleiterphysik verwendet, jedoch herrscht noch kein endgültiger Konsens darüber wie das Ladungsverhalten in ungeordneten Dielektrika bzw. in polymeren Isolierstoffen beschrieben werden kann [Baudoin, 2020]. Es herrscht sogar Uneinigkeit darüber, ob die Halbleiterphysik überhaupt auf ungeordnete Dielektrika und damit auf polymere Isolierstoffe in HGÜ-Systemen angewendet werden kann [Wintle 2003], [Baudoin, 2020].

In der wissenschaftlichen Literatur finden sich daher zahlreiche Modelle für die Simulation einer Raumladungsverteilung. Mikroskopische Modelle betrachten sowohl positive als auch negative Ladungen im Einzelnen und berücksichtigen die atomare Struktur des Isolierstoffes [LeRoy *et al.*, 2003]. Makroskopische Modelle hingegen nutzen eine gemittelte Ladungsverteilung und beschreiben den Isolierstoff global durch seine elektrische Leitfähigkeit [Bodega, 2006]. Ein Vergleich mit Messungen zeigt jedoch, dass beide Modelle die Raumladungsverteilung nur grob wiedergeben. So werden beispielsweise Effekte an den Rändern von Elektroden nur bedingt berücksichtigt. Des Weiteren kann es bei der numerischen Berechnung der Felder, aufgrund der temperatur- und feldstärkeabhängigen elektrischen Leitfähigkeit, unter gewissen Umständen zu unphysikalischen Ergebnissen kommen.

Aufgrund dieser Problematik ist das Ziel dieser Arbeit die Auswirkungen von Raumladungen auf das elektrische und thermische Feld in HGÜ-Systemen zu bestimmen und zudem deren Berechnungsmethoden zu untersuchen.

Um die Auswirkung von Raumladungen auf das elektro-thermische Feld zu bestimmen, wird die Raumladungsverteilung bei verschiedenen Spannungen und Temperaturverteilungen untersucht. Durch eine Erweiterung der derzeitigen Leitfähigkeitsmodelle sollen zusätzliche

1. Einleitung

Effekte, z.B. an Grenzschichten, mitberücksichtigt werden und so die Unterschiede zwischen der Simulation und der Messung verringern.

Neben den physikalischen Effekten durch akkumulierte Raumladungen ist deren numerische Berechnung der zweite Aspekt dieser Arbeit. Durch die Möglichkeit das elektrische Feld auf mehrere Arten zu bestimmen, werden diese hinsichtlich der numerischen Stabilität untersucht und verglichen. Für eine beschleunigte Berechnung der Felder können bereits existierende analytische Ergebnisse des stationären elektrischen Feldes genutzt werden, um diese von Kabeln in einer inhomogenen Umgebung zu bestimmen.

Zusammengefasst sind die zentralen Fragestellungen der Arbeiten zur Simulation von HGÜ-Kabelsystemen:

1. Wie und unter welchen Voraussetzungen bilden sich Raumladungen aus?
2. Wie können Raumladungsphänomene modelliert und analytisch bzw. numerisch berechnet werden?
3. In welchem Maße wird das elektrische Feld durch die Raumladungsbildung verändert?
4. Wie können die derzeitigen Modelle verbessert werden, um die elektrischen Felder in Raum und Zeit noch genauer darzustellen? Was sind die wesentlichen Effekte die dafür berücksichtigt werden müssen?
5. Welchen Einfluss haben Raumladungen auf die thermische Stabilität eines Kabels?
6. Gibt es Unterschiede zwischen den simulierten elektrischen und thermischen Feldern innerhalb der Isolation, wenn sich das Kabel in einer physikalischen Umgebung oder im „leeren Raum“ befindet?
7. Wie können die Berechnungszeiten für das stationäre elektrische Feld beschleunigt werden?
8. Wo liegen die kritischen Punkte in einem HGÜ-System und wie können auftretende Feldstärkespitzen in Kabelverbindungen und -endverschlüssen minimiert werden.
9. Sind elektro-quasistatische Felder nur in den Isoliersystemen zu finden oder treten sie auch in anderen Bereichen eines HGÜ-Systems auf?

1.4 Struktur der Arbeit

Die nachfolgende Arbeit ist in acht Kapitel unterteilt. Nach diesem einleitenden Kapitel folgen einige theoretische Grundlagen, die für das Verständnis der weiteren Kapitel notwendig sind. So wird neben dem Aufbau der papierbasierten und polymeren Isolierstoffe

auch auf die allgemeine Berechnung von elektrischen und thermischen Feldproblemen, mittels der maxwellschen Gleichungen und der Wärmeleitungsgleichung, eingegangen. Um die späteren Simulationsergebnisse richtig interpretieren zu können, wird der Begriff „Raumladungen“ näher erläutert. Zudem werden das Ladungsverhalten innerhalb des Isolierstoffes und Effekte an den Elektroden erklärt, um die für die Berechnung von Isolierstoffen notwendige nichtlineare elektrische Leitfähigkeit zu bestimmen und um das „Bipolar-Charge-Transport (BCT)-Modell“ einzuführen. Zum Schluss wird auf Feldsteuerungstechniken, wie sie in Kabelmuffen und -endverschlüssen vorkommen, und deren mathematische Beschreibung eingegangen. Zudem gibt es einen Überblick über den Effekt der Elektro-Osmose, wie er im Betrieb von HGÜ-Erdelektroden vorkommt.

Im dritten Kapitel wird das vollständige elektro-thermische Problem diskretisiert und als Pseudo-Code dargestellt. Da die Berechnung auf unterschiedliche Arten erfolgen kann, werden die simulierten Ergebnisse durch Literaturwerte und analytische Lösungen verifiziert und hinsichtlich ihrer Berechnungsdauer und Genauigkeit miteinander verglichen.

Das vierte Kapitel befasst sich mit der elektrischen und thermischen Feldverteilung in einer Kabelisolation. Neben einer generellen Betrachtung der elektrischen und thermischen Zeitkonstanten, sowie der Isolationsverluste für eine mögliche Vereinfachung des gekoppelten elektro-thermischen Problems, wird das transiente elektrische Feld unter verschiedenen Betriebsbedingungen simuliert. Darüber hinaus werden Ansätze zur Approximation des transienten elektrischen Feldes, mit Hilfe der analytischen Lösung des statischen Feldes, vorgestellt und gegen die vollständige Lösung verglichen. Das statische elektrische Feld wird anschließend genutzt, um die generellen Einflüsse zu Bildung von Raumladungen zu erläutern. Des Weiteren wird der Einfluss der Elektroden, sowie eine Erweiterung der Leitfähigkeitsmodelle vorgestellt und das statische elektrische Feld berechnet bzw. numerisch simuliert. Eine Verifikation der erweiterten Leitfähigkeitsmodelle erfolgt über einen Vergleich mit Messungen aus Veröffentlichungen in der Literatur. Zur Überprüfung des Einflusses der Raumladungen auf die thermische Stabilität, wird die thermische Durchschlagspannung simuliert und eine semi-analytische Approximation hergeleitet.

Wurden im vierten Kapitel die Leiter und Außenrandtemperatur meist vorgegeben, so werden die Randtemperaturen in Kapitel 5 über die zusätzliche Betrachtung der Umgebung ermittelt. So werden zunächst Kabel und Kablepaare im Erdboden betrachtet und Vereinfachungen hinsichtlich der gekoppelten Berechnung des elektrischen und thermischen Feldes untersucht. Nachfolgend wird ein thermo-elektro-quasistationäres Modell zur umgebungsabhängigen Berechnung von Feldbelastungen in Kabeln eingeführt und dessen Genauigkeit mit einer

1. Einleitung

vollständigen Simulation anhand von praktischen Beispielen verifiziert. Den Abschluss des Kapitels bildet die Untersuchung zur beschleunigten Berechnung des statischen Feldes mittels Fixpunkt-Iteration.

Im 6. Kapitel werden nun Kabelmuffen und -endverschlüsse beleuchtet. Da diese Komponenten meist aus unterschiedlichen Dielektrika bestehen, wird zunächst auf die Ladungsansammlung an einer dielektrischen Doppelschicht eingegangen. Die Modellierung einer solchen Ladungsansammlung sowie eine Erweiterung der Leitfähigkeitsmodelle und eine anschließende Verifikation mit Messungen werden ebenfalls gezeigt. Abschließend werden Simulationen von geänderten Temperaturverteilungen oder zusätzlichen Ladungsansammlungen an Grenzschichten innerhalb der Kabelmuffen beleuchtet. Es wird ferner ausgeführt, wie Feldüberhöhungen durch Feldsteuerungstechniken verringert werden können. Das 7. Kapitel zeigt einen Spezialfall einer elektro-quasistatischen Feldanordnung, da sich auch in der Nähe von HGÜ-Erdelektroden die elektrischen Felder ändern. Durch den Prozess der Elektro-Osmose zeigen sich einige Analogien zu den bisher betrachteten Isolierstoffen, obwohl es hier nicht zur Ausbildung von Raumladungen kommt. Neben der mathematischen Modellierung der Elektro-Osmose, welche durch eine Bestimmung der elektrischen, thermischen und elektro-osmotischen Leitfähigkeit geschieht, wird zudem das elektrische Feld in der Nähe von Erdelektroden, mit und ohne Berücksichtigung der Elektro-Osmose, berechnet. Durch eine zusätzliche Betrachtung der elektro-osmotischen Zeitkonstante wird ermittelt wie schnell und in welchem Maß der Effekt die Felder und zugehörigen Schrittspannungen ändert.

Die Dissertation schließt in Kapitel 8 mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick in der weiterführende Forschung ab.

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Für die Übertragung von elektrischer Leistung mittels Gleichstrom gibt es unterschiedliche Arten. Eine Häufig genutzte Übertragungsart ist die *bipolare* Struktur, welche in Abbildung 2.1 zu sehen ist [Schmidt *et al.*, 1996], [Cigré, 2017], [Marzinotto *et al.*, 2018]. Zwei Gleichstromkabel werden verwendet, wobei an beiden Gleichstromleitern die Hälfte der Betriebsspannung anliegt. Die Spannungen haben unterschiedliche Vorzeichen, sodass die Differenzspannung zwischen beiden Kabeln die gesamte Betriebsspannung U ist. Die beiden Mittelpunkte sind mittels Erdelektroden über das Erdreich bzw. das Seewasser oder explizit über einen metallischen Leiter miteinander verbunden [Bahrman und Johnson, 2007], [Mazzanti und Marzinotto, 2013].

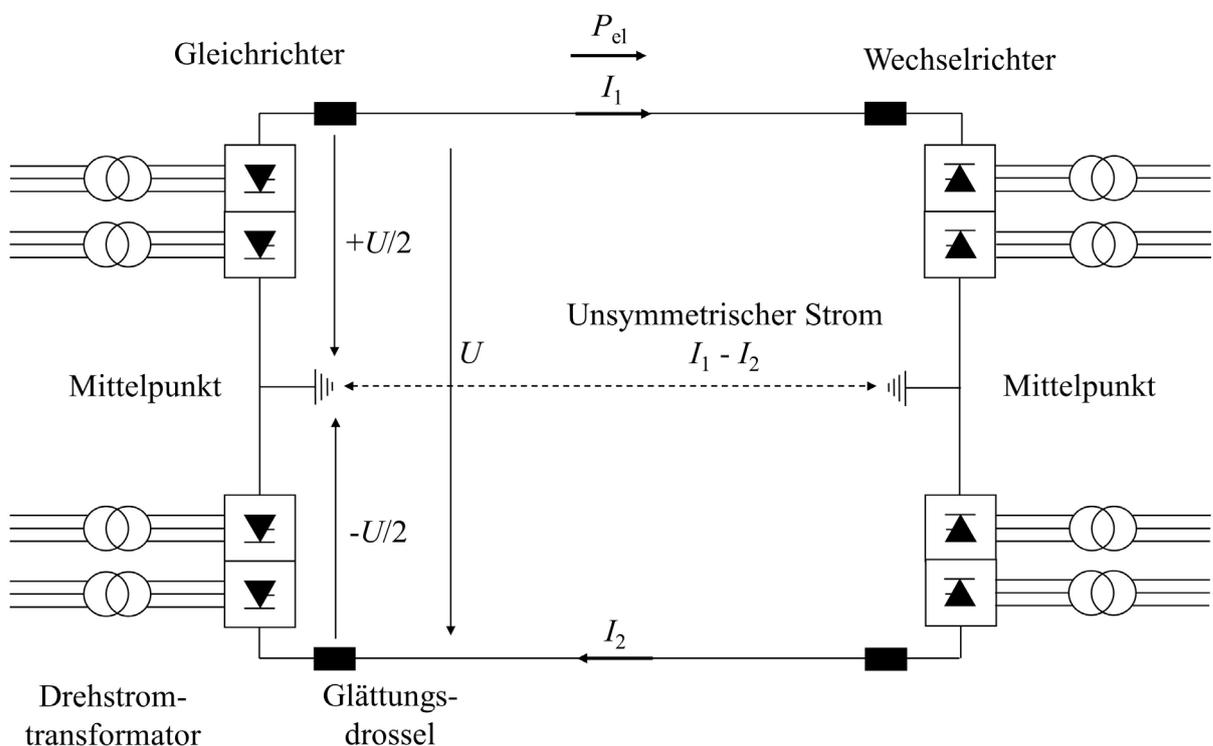


Abbildung 2.1: Aufbau einer bipolaren HGÜ-Anlage zur Verbindung von zwei Drehstromnetzen [Bahrman und Johnson, 2007], [Schwab, 2012], [Marzinotto *et al.*, 2018].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Aufgrund des symmetrischen Aufbaus fließt der Strom theoretisch nur in den spannungsführenden Leitern und nicht zwischen den Mittelpunkten. Kleinere Asymmetrien sorgen jedoch dafür, dass ca. 1-3 % des Betriebsstroms auch zwischen den Mittelpunkten fließt [Schmidt *et al.*, 1996]. Mit einem Leistungsfluss von links nach rechts wird die Drehspannung mittels Gleichrichter in eine Gleichspannung umgeformt. Glättungsdrosseln dämpfen restliche Schwingungen, damit eine möglichst oberwellenfreie Gleichspannung vorliegt. Wechselrichter formen die Gleichspannung zuletzt wieder in eine Wechsel- bzw. Drehspannung um. Dreht sich die Leistungsrichtung um, dann arbeiten die Gleichrichter als Wechselrichter und die Wechselrichter als Gleichrichter [Schwab, 2012].

Der Vorteil dieser Übertragungsstruktur ist die Redundanz gegenüber dem Ausfall eines Betriebsmittels. Kommt es beispielsweise zu einem Ausfall eines der Kabel, kann die halbe Leistung weiterhin über ein Kabel übertragen werden. In diesem Fall fließt der gesamte Strom auch zwischen den Mittelpunkten und der Stromkreis wird z.B. über die Erde geschlossen [Marzinotto *et al.*, 2018].

2.1 Typischer Aufbau eines Energiekabels, einer Kabelverbindung/Kabelendverschluss und einer Erdelektrode

Ein HGÜ-Kabelsystem besteht im Wesentlichen aus dem Kabel selbst, der Kabelverbindung und dem Kabelendverschluss [Ghorbani *et al.*, 2014].

Energiekabel müssen für den Transport elektrischer Energie hohe Ströme führen und außerdem die Betriebsspannung isolieren können. Um das Kabel u.a. vor Umwelteinflüssen zu schützen besteht es aus mehreren Schichten. Der schematische Aufbau eines VPE-Hochspannungskabels ist beispielhaft in Abbildung 2.2 zu sehen. Der Innenleiter besteht gewöhnlich aus Kupfer oder Aluminium und ist umgeben von der Isolation. Die „reine“ Isolation (Dielektrikum) besteht bei modernen Kabeln aus „vernetztem Polyethylen“ (VPE) und ist umgeben von einer inneren und einer äußeren Leitschicht. Die Leitschichten haben eine viel höhere elektrische Leitfähigkeit als das Dielektrikum und zählen damit mehr zum Leiter als zur Isolation. Sie bestehen beispielsweise aus einem Polymer, dem leitfähige Rußpartikel (engl. „carbon black“) beigemischt werden. Das VPE-Dielektrikum wird in einem Arbeitsschritt zusammen mit beiden Leitschichten aufgetragen, da eine ausreichend

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

fehlstellenfreie Verbindung zwischen Isolation und Leitschicht bei älteren Kabeln nicht immer gegeben war. Die Leitschichten sorgen dafür, dass sich das elektrische Feld nur innerhalb des Dielektrikums konzentriert und Teilentladungen in Hohlräumen nicht auftreten [Heinrich *et al.*, 2000]. Um die äußere Leitschicht kommen anschließend noch Kupferband, Polsterschicht, Bewehrung und eine Diffusionssperre, um beispielsweise das Eindringen von Wasser von Außen zu verhindern oder um das Kabel vor mechanischen Beschädigungen zu schützen. Außen ist das Kabel erneut von einem Kunststoffmantel umgeben [Küchler, 2017].

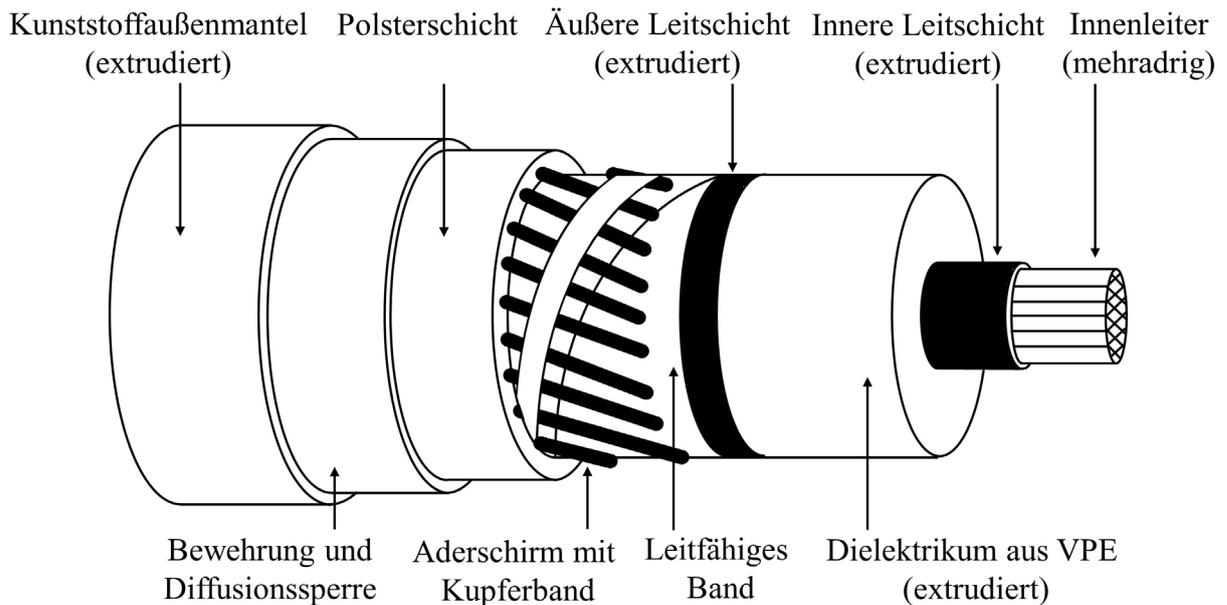


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau eines VPE-Energiekabels (eigene Darstellung nach [Küchler, 2017]).

Da eine Kabelstrecke über mehrere Kilometer verlaufen und nicht an einem Stück verlegt werden kann, werden Kabelverbindungen (Kabelmuffen) verwendet um zwei Kabelstücke zu verbinden. Abhängig von unterschiedlichen Faktoren wird ungefähr jeden Kilometer eine Kabelmuffe verbaut [Worzyk, 2009]. Eine schematische Darstellung einer Kabelverbindung zeigt Abbildung 2.3.

Die äußeren Schichten der zu verbindenden Kabelstücke werden entfernt, sodass die Leiter nur noch von der inneren Leitschicht und dem Dielektrikum umgeben sind [Doedens *et al.*, 2020a]. Die Leiterstücke werden in einem leitfähigen Gehäuse (leitfähige Verbindung, leitfähige Beschichtung) miteinander verbunden. Das Dielektrikum der Muffe besteht im Fall von VPE-Kabeln aus Silikonelastomer oder aus Ethylen-Propylen-Kautschuck⁸ (auch Ethylen-Propylen-Elastomer). Beispielfhaft befindet sich eine Feldsteuerungsschicht zwischen Kabel und Muffendielektrikum, um auftretende Feldstärkespitzen zu verhindern (vgl.

⁸ engl. Ethylene Propylene Rubber (EPR), auch Ethylene-Propylene Copolymer Rubber

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Abschnitt 2.11). Das Erdpotential bilden die äußere Leitschicht der Kabelstücke und der geerdete Rand der Kabelverbindung [Hussain und Hinrichsen, 2017].

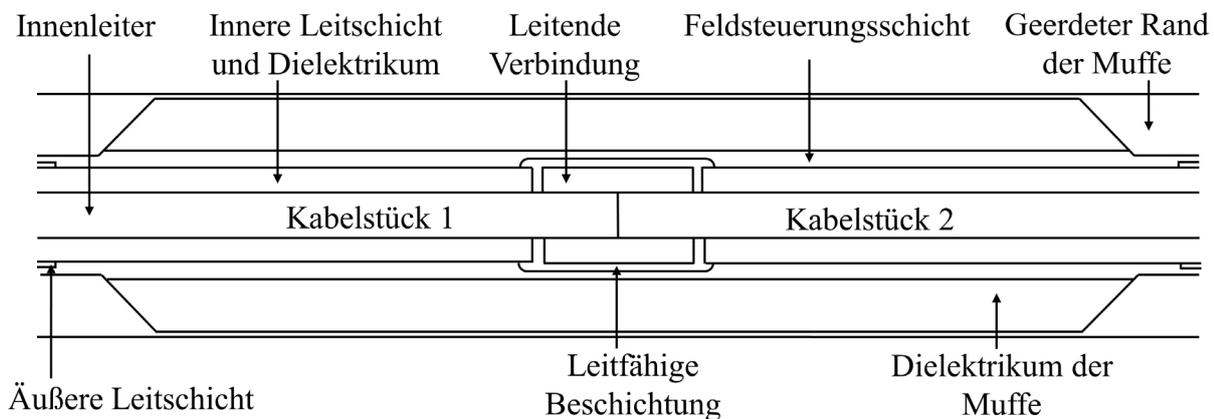


Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau einer Kabelverbindung mit einer Feldsteuerungsschicht (eigene Darstellung nach [Hussain und Hinrichsen, 2017]).

Ein Kabelendverschluss wird beispielsweise über ein freiliegendes Kabelende gezogen um dort Teilentladungen, verursacht durch hohe Amplituden, zu unterbinden. Analog der Kabelverbindung werden dafür ebenfalls Feldsteuerungstechniken verwendet, sodass der Aufbau in gewissen Grenzen dem einer Kabelmuffe ähnelt. Die schematische Darstellung eines Aufschiebeendverschlusses, beispielhaft mit geometrischer Feldsteuerung, ist in Abbildung 2.4 zu sehen. Für die Feldsteuerung wird die leitfähige Deflektorelektrode mit der äußeren Leitschicht des Kabels galvanisch verbunden. Die Isolation des Endverschlusses besteht, ähnlich der Muffe, ebenfalls aus Silikonelastomer oder aus Ethylen-Propylen-Kautschuck [Küchler, 2017].

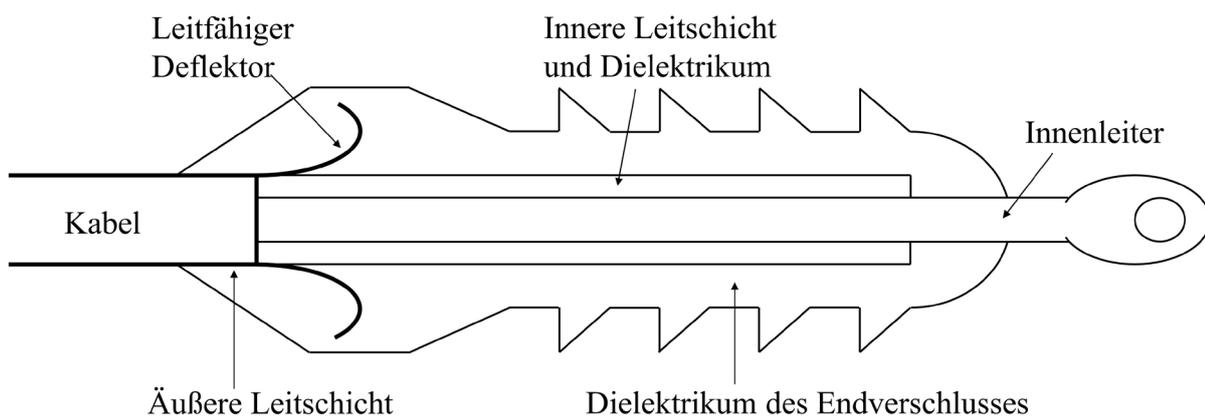


Abbildung 2.4: Schematischer Aufbau eines Aufschiebeendverschlusses mit geometrischer Feldsteuerung (eigene Darstellung nach [Küchler, 2017]).

Zum Erden der Mittelpunkte in Abbildung 2.1 eignen sich z.B. Erdelektroden, wenn der Boden über eine ausreichend hohe elektrische Leitfähigkeit verfügt. Um einen etwaigen Potentialanstieg der Gleichrichter/Wechselrichter zu unterdrücken, werden die Elektroden

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

mehrere Kilometer von den Umrichtern entfernt installiert [Padiyar, 2011]. Abhängig von den geologischen Gegebenheiten und der elektrischen Leitfähigkeit des Bodens, werden Elektroden in unterschiedlichen Tiefen vergraben und entweder horizontal oder vertikal ausgeführt. Die Elektrode selbst ist im Wesentlichen ein metallischer Leiter (z.B. Stab oder Torus), welcher mit dem DC-Kabel galvanisch verbunden ist. Aufgrund des Ladungsflusses von der Elektrode in den Boden, kommt es zu einer elektrolytischen Korrosion an der Elektrode. Um die Elektrode davor zu schützen wird der Leiter in ein Bett aus Koksplatten gelegt (s. Abbildung 2.5 rechts), welche eine geringere elektrische Leitfähigkeit als der Leiter, aber eine größere im Vergleich zum Material des Bodens haben. So kann der Strom weiterhin in den Boden injiziert und die Korrosion der Elektrode reduziert werden. Den eigentlichen Leiter der Elektrode bilden letztendlich der metallische Leiter, zusammen mit dem umgebenden Koksbett [Kimbark, 1971], [Zhang *et al.*, 2016].

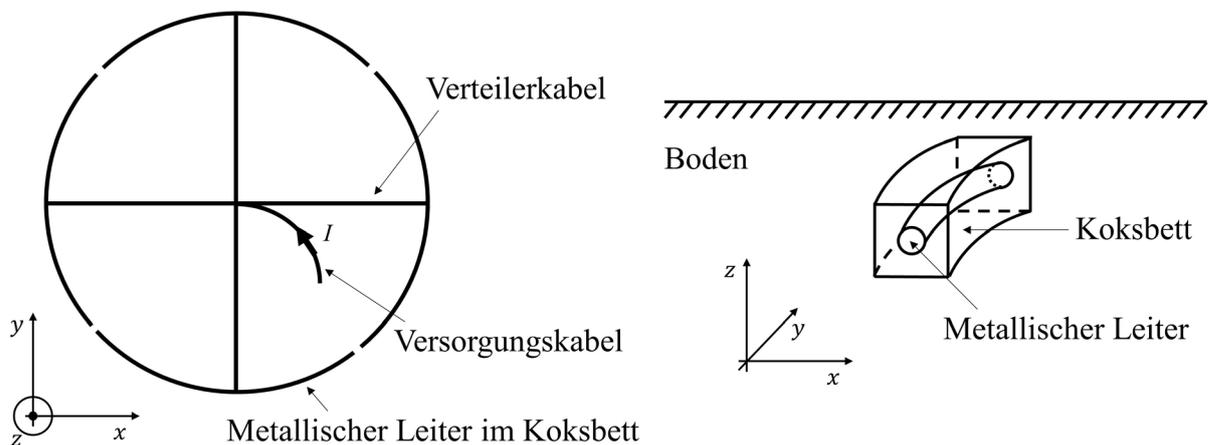


Abbildung 2.5: Links: Draufsicht einer Ringelektrode (Torus), unterteilt in 4 Segmente. Rechts: Ausschnitt eines Segmentes der Ringelektrode, mit dem metallischen Leiter innerhalb des Koksбетtes (eigene Darstellung nach [Holt *et al.*, 1997], [Zhang *et al.*, 2016]).

Da hohe Ströme (> 1 kA) in den Leitern fließen und im Fehlerfall diese auch in den Boden injiziert werden und zu gefährlichen Schrittspannungen führen können, werden die Dimensionen einer Elektrode meist von der gewünschten Schrittspannung und Stromdichte bestimmt [Holt *et al.*, 1997], [Cigré, 2017]. So kann eine toroide Elektrode, welche schematisch in Abbildung 2.5 links zu sehen ist, einen Ringdurchmesser von ca. 600 m und einen Leiterradius von 0,3 m haben, wenn ein Strom von 2.000 A vorliegt [Lagace *et al.*, 1988], [Chen *et al.*, 2011], [Zhang *et al.*, 2016]. Aufgrund von solch großen Ringdurchmessern werden Flächen von mehr als 100.000 m², mit einer möglichst konstanten elektrischen Leitfähigkeit des Bodens benötigt [Lagace *et al.*, 1988].

2.2 Aufbau papierbasierter und polymerer Isolierstoffe

Weltweite HGÜ-Projekte zeigen, dass die beiden Hauptisolierstoffe von Kabeln masseimprägniertes Papier (MI) und Polyethylen bzw. vernetztes Polyethylen sind [Chen *et al.*, 2015].

Papierbasierte Isolierstoffe gelten noch immer als bevorzugte Lösung für die Übertragung von hohen Leistungen mit Gleichspannung. So werden masseimprägnierte Gleichstromkabel bis zu einer Spannung von 600 kV genutzt, haben dabei jedoch typischerweise eine Länge von ≈ 50 km. Heutzutage wird MI als Isolierstoff nur noch im Hochspannungsbereich (> 36 kV) eingesetzt. Dabei liegen die Betriebsfeldstärken bei 25-35 kV/mm. Polymere Isolierstoffe werden i.d.R. über längere Strecken (> 50 km) verlegt, haben dabei aber gewöhnlich eine geringere Betriebsspannung⁹ [Küchler, 2017]. Im Gegensatz zu MI wird beispielsweise VPE sowohl in der Mittelspannung (≤ 36 kV) als auch im Hochspannungsbereich eingesetzt. Die Betriebsfeldstärken sind dabei jedoch geringer im Vergleich zur Papierisolation. So liegt diese im Mittelspannungsbereich bei 2-10 kV/mm und im Hochspannungsbereich werden Feldstärken von ca. 15-20 kV/mm genutzt [Gustafsson *et al.*, 2008], [Worzyk, 2009], [Küchler, 2017], [Buchner und Schichler, 2019].

2.2.1 Masseimprägniertes Papier (MI)

Aufgrund von guten dielektrischen und mechanischen Eigenschaften wird Papier häufig für Hochspannungsisolationen verwendet. Für die Verwendung von masseimprägniertem Papier als Isolierstoff wird eine Papiersorte mit einer hohen Dichte (ca. 1.000 g/cm^3) gewählt. Das Papier wird dabei durch unterschiedliche Verarbeitungsschritte aus den Zellstofffasern hergestellt und besteht aus statischen Verzweigungen dieser Faser.

Zellstofffasern bilden das mechanische Gerüst von Pflanzen. Zellstoff besteht in seiner reinen Form vorwiegend aus Zellulose und Hemizellulose. Ein Zellulosemolekül besteht aus Kohlenstoff (C), Wasserstoff (H) und Sauerstoff (O). Das Grundmolekül der Cellulose besteht aus *Glukoseringen*, welche über Sauerstoffbrücken miteinander verbunden sind (vgl. Abbildung 2.6). Durch Wasserstoffbrückenbindungen und Van-der-Waals Kräfte ordnen sich 1.000 bis 3.000 Zellulose-Moleküle kettenförmig an und bilden sog. *Elementarfibrillen*. Diese bestehen aus kristallinen Bereichen, in denen benachbarte Ketten durch viele Quervernetzungen strukturiert angeordnet sind. Die amorphen Bereiche bilden den Rest der

⁹ Ausnahmen sind z.B. die geplanten 525 kV Stromkorridore SuedOstLink oder SuedLink in Deutschland, welche Kabel mit einer VPE Isolation verwenden.

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Elementarfibrillen, welche weniger strukturiert sind. Etwa 50-100 Elementarfibrillen sind von Hemizellulose umschlossen und bilden einen *Mizellenstrang*. Solch ein Strang stellt ein Hohlraumsystem dar und besitzt eine Länge von 600 nm und einen Durchmesser von 10^{-2} bis 10^{-1} μm . Die Zellulosefaser bzw. Zellstofffaser besteht letztlich aus mehreren Mizellensträngen. Abbildung 2.6 verdeutlicht nochmals den supermolekularen Aufbau [Beyer *et al.*, 1986], [Lösch, 2015].

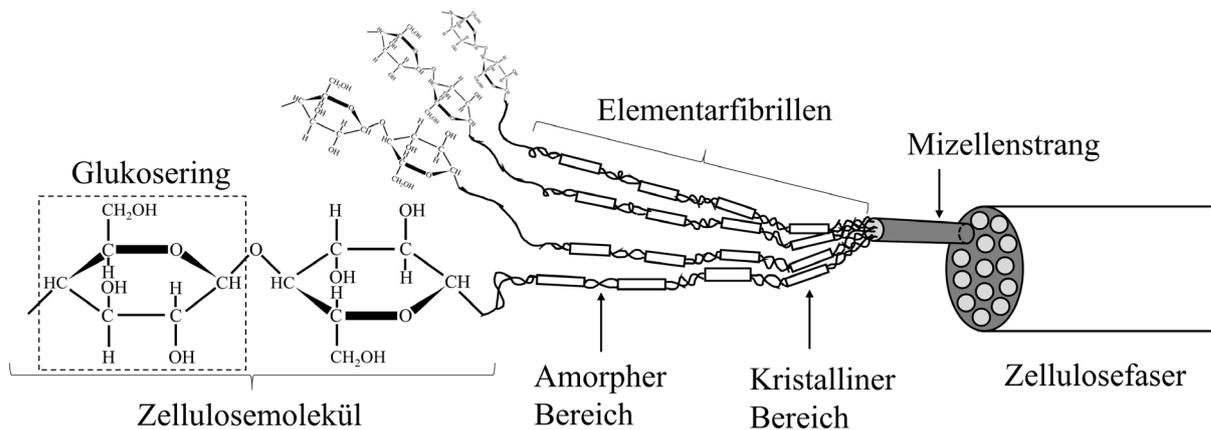


Abbildung 2.6: Supermolekulare Struktur von Zellulose bzw. Zellulosefasern (eigene Darstellung nach [Beyer *et al.*, 1986], [Lösch, 2015]).

Wegen des Hohlraumsystems besitzt jedoch eine Zellulosefaser eine große Oberfläche und somit eine große *Hygroskopizität*, womit leicht Wasser aus der Umgebung aufgenommen werden kann. Der Feuchtigkeitsgehalt hat dabei einen Einfluss auf die elektrische Festigkeit des Papiers und sollte möglichst gering sein [Peschke und Olshausen, 1997]. Um die Feuchtigkeitsaufnahme des Papiers zu verringern, wird es nach dem Aufbringen auf dem Leiter mit einem flüssigen Isolierstoff imprägniert. Solch ein flüssiger Isolierstoff besteht aus Mineralöl und Harzen und wird auch *Masse* genannt. Dieser Stoff ist bei hohen Temperaturen dünnflüssig und bei Umgebungstemperatur zähflüssig. Bei einer Beschädigung tritt kein Mineralöl aus, was den Einfluss auf die Umwelt reduziert. Im flüssigen Zustand schließt die Masse alle Hohlräume im Papier und sorgt so dafür, dass Teilentladungen vermieden werden [Roth, 1959], [Beyer *et al.*, 1986], [Küchler, 2017].

Das Papier wird gegeneinander versetzt auf den Leiter aufgewickelt, sodass Lücken zwischen den Papierkanten von der darüber liegenden Lage verdeckt werden (s. Abbildung 2.7). Durch den Versatz wird ein Biegen des Isolierstoffes möglich. Die entstandenen Hohlräume werden ebenfalls durch die Imprägnierung mittels hochviskoser Masse geschlossen [Chen *et al.*, 2015], [Küchler, 2017].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

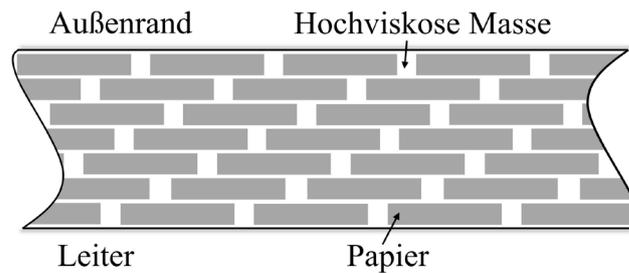


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung der Papierlagen eines MI-Kabels, wobei die Hohlräume mit einer hochviskosen Masse gefüllt sind [Runde *et al.*, 2014], [Küchler, 2017].

Das masseimprägnierte Papier besitzt jedoch nur eine maximale Betriebstemperatur von 55°C. Diese kann auf 85°C erhöht werden, indem ein Polypropylenfilm mit dem Papier verbaut wird [Brinkmann, 1975], [Chen *et al.*, 2015].

Da die elektrische Leitfähigkeit von Mineralöl geringer ist im Vergleich zu Papier, besitzt das masseimprägnierte Papier eine geringere Leitfähigkeit als unbehandeltes Papier. Bezüglich der elektrischen Festigkeit besitzt Mineralöl eine geringere Durchschlagsfeldstärke als Papier, wodurch die Durchschlagsfestigkeit im Dauerbetrieb bei ca. 50 kV/mm liegt und bei Kurzzeitbelastung darüber [Brinkmann, 1975], [Allam und McKean, 1980], [Peschke und Olshausen, 1997].

Da u.a. die Installation von Kabelmuffen sehr aufwändig ist, ging der Trend in den letzten Jahren zu polymeren Isolierstoffen. Diese haben ebenfalls gute elektrische Eigenschaften, besitzen mit 90°C eine höhere Betriebstemperatur und ermöglichen eine leichtere Muffeninstallation als MI-isolierte Kabel [Hanley *et al.*, 2003].

2.2.2 Polyethylen hoher und niedriger Dichte

Ein häufig verwendeter polymerer Isolierstoff ist das Polyethylen (PE). Polyethylen ist ein thermoplastischer Isolierstoff und wird unter der Einwirkung von Wärme elastisch. Der Grundbaustein, das Monomer, des Polyethylen ist das Ethen. Ethen (auch Ethylen) besteht aus Kohlenstoff (C) und Wasserstoff (H). Durch einen Polymerisationsprozess wird die Doppelbindung aufgebrochen und die Moleküle reihen sich aneinander an. Durch Zusammenfügen mehrerer einzelner Ethylengruppen können lange fadenförmige Ketten entstehen, die das Makromolekül Polyethylen (PE) bilden [Rengel 1996]. Diese Schritte sind in Abbildung 2.8 schematisch aufgeführt. Abhängig vom Herstellungsverfahren entsteht

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Polyethylen hoher Dichte¹⁰ (HDPE) oder Polyethylen niedriger Dichte¹¹ (LDPE) [Küchler, 2017].

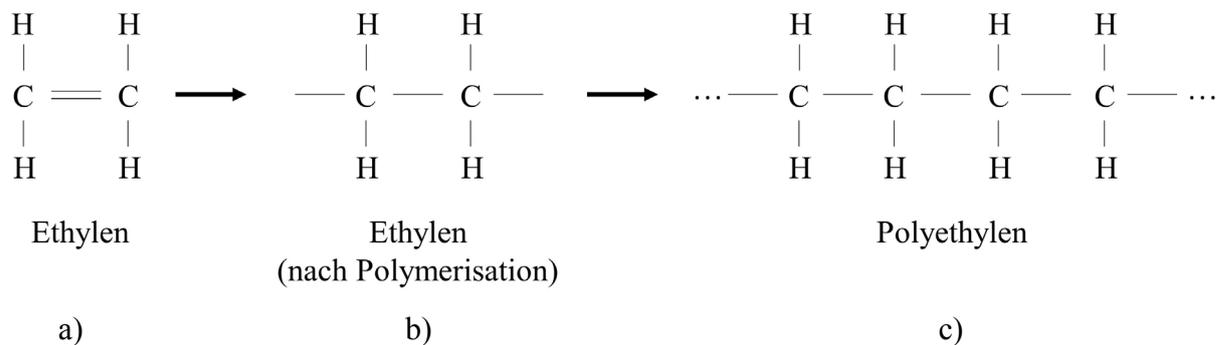


Abbildung 2.8: a): Strukturformel von Ethylen. b): Ethylen nach der Polymerisation. c): Strukturformel von Polyethylen [Kraus, 2015].

Durch zu schnelle Abkühlung des Stoffes bleibt die Struktur amorph, wodurch das Polyethylen hart und spröde wird. Bei langsamer Abkühlung bildet sich eine teilkristalline Struktur aus. PE ist ein *semi-kristallines* Polymer, da im Stoff kristalline und amorphe Bereiche entstehen. In den kristallinen Bereichen ordnen sich die Polymerketten eng und regelmäßig an. In den amorphen Bereichen befinden sich hingegnen Kettenenden, Verzweigungen und unregelmäßige Faltenwürfe, welche die Kristallisation behindern. Die Anordnung der Polymerketten (kristalline Bereiche) geschieht dabei in dreidimensionalen Lamellen, welche in Abbildung 2.9 zu sehen sind. Diese Lamellen sind typischerweise 10-20 nm dick, haben eine Länge von 1 μm und eine Breite von 0,1-1 μm und sehen daher wie eine dünne Folie aus.

Diese Lamellen-Schichten (Lamellen-Folien) werden durch amorphe Regionen unterbrochen und schließen sich zu sogenannten *Sphärolithen* zusammen, welche sternförmig um vorhandene Verunreinigungen angeordnet sind [Phillips, 1978], [Wagner, 1978]. Solche Sphärolithen, in Abbildung 2.10 dargestellt, können einen Durchmesser von 1-500 μm erreichen. Zwischen den Sphärolithen befinden sich ebenfalls amorphe Regionen (ebenfalls u.a. hervorgerufen durch Kettenenden), welche auch als *intersphärolitische Grenzen* bezeichnet werden [Dissado und Fothergill, 1992], [Rengel, 1996], [Lewis, 2002], [Huang *et al.*, 2019].

¹⁰ engl. High Density Polyethylene (HDPE) - entsteht beim Niederdruckverfahren

¹¹ engl. Low Density Polyethylene (LDPE) - entsteht beim Hochdruckverfahren

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

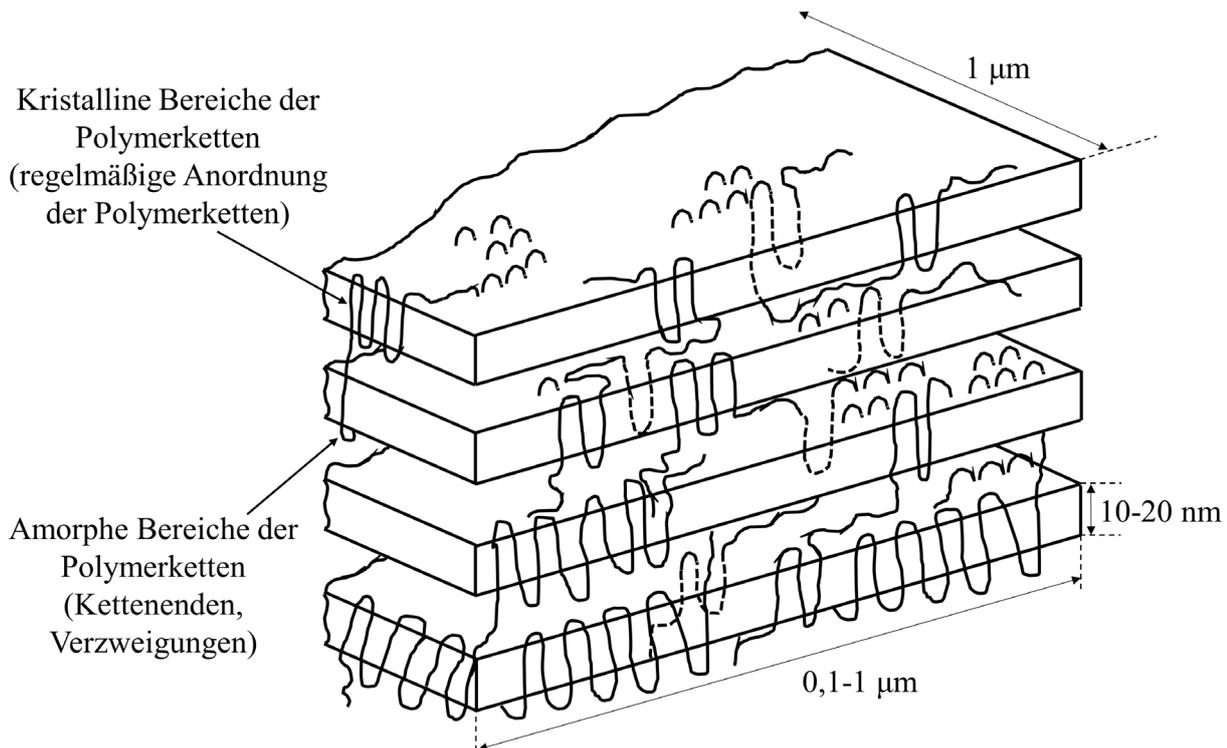


Abbildung 2.9: Polymerketten bilden kristalline und amorphe Bereiche und ordnen sich in Lamellen an (eigene Darstellung nach, [Dissado und Fothergill, 1992], [Rengel, 1996], [Lewis, 2002], [Jeroense, 2010]).

Durch die amorphen Bereiche wird die Dichte des Stoffes herabgesetzt, da ein enges Aneinanderfügen der Polymerketten in den kristallinen Bereichen nicht mehr möglich ist. Je größer die amorphen Bereiche sind, desto geringer ist die mechanische Festigkeit. Da die amorphen Bereiche jedoch beweglicher sind, erhöht sich die Flexibilität. Die kristallinen Bereiche sorgen demnach für die Härte, die amorphen Bereiche für die Flexibilität des Stoffes. Die Auflösung der kristallinen Bereiche erfordert mehr Energie als die Auflösung der amorphen Bereiche. Das Polyethylen besitzt daher zwei Bereiche, die bei unterschiedlich hohen Temperaturen flüssig werden [Kraus, 2015]. Da sich in den kristallinen Bereichen die Hauptketten unter mechanischem Stress gegeneinander verschieben, kommt es zudem zu einem „Kriechen“ bzw. Verformen des Materials.

Der Grad der Kristallinität hat daher einen großen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften des Stoffes, wodurch der Stoff nur bis zu einer Temperatur von ca. 70°C verwendet werden kann. Oberhalb dieser Temperatur gehen die kristallinen Bereiche in den amorphen Zustand über und das Material wird flüssig. Da die elektrischen Leitungsvorgänge hauptsächlich in den amorphen Bereichen stattfinden, hat die Kristallinität ebenfalls einen Einfluss auf die elektrischen Eigenschaften des Stoffes (s. Abschnitt 2.7) [Jeroense, 2010].

Ähnlich dem Aufbau der Zellulosefasern beim Papier, gibt es auch im Polyethylen Kettenanordnungen des Moleküls sowie amorphe bzw. kristalline Bereiche. Diese Ähnlichkeit

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

spiegelt sich auch in den Leitfähigkeitsmodellen und Leitfähigkeitskonstanten beider Isolierstoffe (papierbasiert und polymerbasiert) in Abschnitt 2.9 wieder.

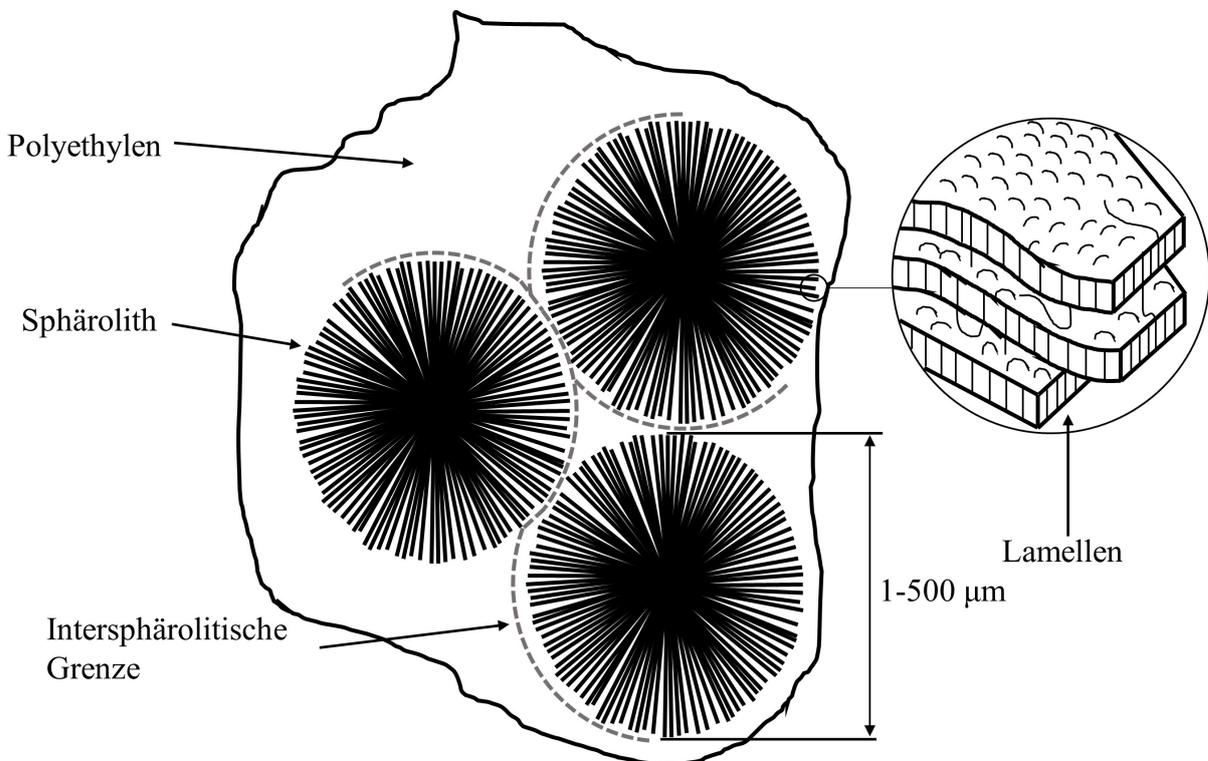


Abbildung 2.10: Verschiedene Lamellen schließen sich sternförmig um eine Verunreinigung herum zu einem Sphärolithen zusammen. Zwischen zwei Sphärolithen gibt es intersphärolitische Grenzen, welche aus amorphen Regionen bestehen (eigene Darstellung nach, [Dissado und Fothergill, 1992], [Rengel, 1996], [Lewis, 2002], [Jeroense, 2010], [Huang *et al.*, 2019]).

2.2.3 Vernetztes Polyethylen (VPE)

Um höhere Betriebstemperaturen des Polyethylen möglich zu machen, erfolgt in einem weiteren Arbeitsschritt die Verarbeitung zum „vernetzten Polyethylen“¹² (VPE), welches eine maximale Betriebstemperatur von 90°C und eine Durchschlagsfeldstärke von 40 bis 50 kV/mm besitzt [Brinkmann, 1975], [Rengel, 1996], [Küchler, 2017]. Die zusätzliche Vernetzung im Polymer geschieht in den amorphen Bereichen, durch eine höhere Anzahl von Querverbindungen zwischen den Molekülketten. Der Stoff wird räumlich stabilisiert und das Material kann oberhalb der Schmelztemperatur nicht mehr zerfließen, wodurch aus dem *thermoplastischen* Polyethylen ein *thermoelastischer* (duroplastischer) Werkstoff geworden ist [Küchler, 2017].

¹² engl. „cross-linked“ Polyethylene (XLPE)

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Die Vernetzung kann durch unterschiedliche Verfahren, wie z.B. Elektronenbestrahlung oder durch die Reaktion mit Peroxiden, ausgelöst werden. Die Gemeinsamkeit der einzelnen Methoden besteht darin Radikale¹³ im Material zu erzeugen, die letztlich zu neuen Quervernetzungen führen. Beispielsweise hat jedoch die Bestrahlung mit Elektronen gewisse Grenzen, da die Eindringtiefe der Teilchen begrenzt ist. Bei der Reaktion mit Peroxiden wird das organische Vernetzungsmittel Dicumylperoxid (DCP) verwendet. Durch Erhöhung von Temperatur und Druck zerfällt DCP und bildet dabei zwei *Cumylradikale*. Aufgrund dieser Cumylradikale entsteht die Vernetzung der Polymerketten, wobei aus den „Polymerhauptketten“ ein Wasserstoffatom entfernt wird (s. Abbildung 2.8 c)). Aufgrund dieses fehlenden Wasserstoffatoms entsteht die zusätzliche gegenseitige Vernetzung der Hauptketten. Die Spaltprodukte, die sich durch die Vernetzung bilden, sind u.a. *Acetophenon* und *Cumylalkohol*. Diese Spaltprodukte können u.a. Ladungen „einfangen“ und so zu einer Ladungsakkumulation führen [Rengel, 1996], [Unge *et al.*, 2013].

2.2.4 Muffen- und Endverschlusisolationen (Elastomere und Silikone)

Elastomere sind duroplastische Werkstoffe, welche nach mechanischer Einwirkung in ihre Ausgangsposition zurückkehren. Dies ist besonders im Fall von Kabelmuffen (bzw. Endverschlüssen) wichtig, da hier die Muffenisolation auf die Kabelisolation aufgespresst wird, um eine elektrische Festigkeit zu gewährleisten [Cigré, 2002], [Küchler, 2017]. Gängige Werkstoffe für Kabelmuffen und -endverschlüsse sind das Ethylen-Propylen-Kautschuck (EPR), bzw. das Ethylen-Propylen-Dien-Monomer¹⁴ (EPDM) und Silikon-Kautschuk¹⁵ (SiR) [Brinkmann, 1975], [Peschke und Olshausen, 1997], [Bodega *et al.*, 2005], [Vu *et al.*, 2015]. Aufgrund von thermischem Lastspiel während des Betriebs entsteht eine Kontraktion bzw. Extraktion der Kabel, wobei diese drei Materialien immer noch eine ausreichende Anpresskraft auf die Isolation gewährleisten [Peschke und Olshausen, 1997].

EPR ist ein Copolymer, bestehend aus Ethylen und Propylen. EPDM hingegen ist ein Terpolymer. Dabei wird dem Copolymer (Ethylen und Propylen) ein weiteres Monomer, genannt *Dien*, beigemischt [Eichhorn, 1981], [Hanley *et al.*, 2003], [Vahedy, 2006], [Vu *et al.*, 2015]. EPR und EPDM sind praktisch identisch. Das zusätzliche Dien-Monomer hat lediglich den Effekt, dass EPDM auf mehrere Arten, wohingegen EPR nur auf eine Art hergestellt werden kann. Da EPR ähnlich wie das PE vernetzt wird, wird in das EPR eine

¹³ Radikale sind Atome oder Moleküle, die ein ungepaartes Elektron haben. Durch das fehlende Paar sind sie besonders reaktionsfreudig.

¹⁴ engl. Ethylene Propylene Diene Monomer (EPDM), auch Ethylene-Propylene-Diene Terpolymer Rubber

¹⁵ engl. Silicone Rubber (SiR)

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

reaktionsfähige Doppelbindung eingebaut um die Vernetzungsbedingung zu vereinfachen. So haben EPR nach der Vernetzung und EPDM praktisch einen identischen Aufbau [Mair, 1999].

Silikon besteht aus einem stabilen anorganischen Skelett aus Silizium (Si) und Sauerstoff (O), welches organische Seitenketten besitzt. Ebenfalls findet hier eine räumliche Vernetzung statt, wodurch das duroplastische Silikonharz (SiR) entsteht [Küchler, 2017]. Im Vergleich zu EPR/EPDM ist SiR flexibler und leichter zu verarbeiten. Dem gegenüber ist EPR/EPDM mechanisch widerstandsfähiger und preiswerter als SiR. Da EPR/EPDM bzw. SiR generell teurer ist als z.B. VPE, werden diese hauptsächlich als Muffenisolation und nicht als Kabelisolation genutzt [Peschke und Olshausen, 1997], [Hanley *et al.*, 2003].

2.3 Die maxwellschen Gleichungen in differentieller Form

Als Michael Faraday¹⁶ auf dem Gebiet der Elektrizität und später, mit den Arbeiten von Hans Christian Ørsted¹⁷, auch auf dem Gebiet des Magnetismus arbeitete, konnte er seine experimentellen Ergebnisse nicht durch Formeln oder Gleichungen ausdrücken, sondern entwickelte eigene Theorien. Diese basierten auf Analogien zur Mechanik. Erst einige Jahre später nutzte der in Edinburgh ansässige Gelehrte James Clerk Maxwell¹⁸ die Experimente und Theorien von Michael Faraday und formulierte vier Grundgleichungen, um die elektrischen und magnetischen Phänomene zu beschreiben [Maxwell, 1865], [Stewart, 2014]. Diese Gleichungen bilden die Grundlage zur Beschreibung makroskopischer elektromagnetischer Feldeffekte, mit deren Hilfe die Feldverteilungen von beliebigen Leiterstrukturen berechnet werden können.

Die maxwellschen Gleichungen in differentieller Form sind das Durchflutungsgesetz

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}, \quad (2.1)$$

das Induktionsgesetz

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}, \quad (2.2)$$

¹⁶ Michael Faraday (1791 - 1867), englischer Naturforscher

¹⁷ Hans Christian Ørsted (1777 - 1851), dänischer Physiker und Chemiker

¹⁸ James Clerk Maxwell (1831 - 1879), schottischer (mathematischer) Physiker

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

der Satz vom magnetischen Hüllenfluss

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (2.3)$$

und der Satz vom elektrischen Hüllenfluss

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho. \quad (2.4)$$

Die vektoriellen Größen sind die magnetische Feldstärke \vec{H} , die elektrische Feldstärke \vec{E} , die magnetische Flussdichte \vec{B} , die elektrische Flussdichte \vec{D} , die elektrische Stromdichte \vec{J} und, als einzig ungerichtete Größe, die Raumladungsdichte ρ [Jackson, 2014]. Alle Größen sind orts- und zeitabhängig. Die magnetische Feldstärke \vec{H} und die magnetische Flussdichte \vec{B} bzw. die elektrische Feldstärke \vec{E} und elektrische Flussdichte \vec{D} können über die Materialgleichungen

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (2.5)$$

und

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.6)$$

ineinander umgerechnet werden. Hierbei ist $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ die elektrische Feldkonstante, ϵ_r die relative Permittivität, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$ die Permeabilität des Vakuums, μ_r die relative Permeabilität, \vec{P} die Polarisation und \vec{M} die Magnetisierung eines Materials [Jackson, 2014]. Die Beziehung zwischen der elektrischen Feldstärke und der elektrischen Stromdichte wird durch das Ohm'sche Gesetz

$$\vec{J} = \kappa \vec{E} \quad (2.7)$$

ausgedrückt, wobei κ die elektrische Leitfähigkeit darstellt. Die elektrischen und magnetischen Eigenschaften eines Materials ($\epsilon_0 \epsilon_r$, κ , $\mu_0 \mu_r$) können dabei linear oder nichtlinear, z.B. durch Abhängigkeit vom elektrischen bzw. magnetischen Feld, sein.

Das Durchflutungsgesetz (2.1) besagt, dass entlang eines Strompfades ein magnetisches Wirbelfeld um diesen Strompfad herum entsteht. Der Strompfad kann der Strom in einem elektrischen Leiter oder ein zeitabhängiger elektrischer Fluss (bzw. elektrische Feldstärke) im Raum, bei Abwesenheit von stromführenden Leitern, sein. Aus einem elektrischen Feld

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

entsteht somit ein magnetisches Feld. Umgekehrt besagt das Induktionsgesetz (2.2), dass ein zeitabhängiges Magnetfeld ein elektrisches Wirbelfeld erzeugt. Der Satz vom magnetischen Hüllefluss (2.3) macht deutlich, dass das Magnetfeld stets ein Wirbelfeld ist und dieses keine Quellen (magnetische Monopole) besitzt. Der Satz vom elektrischen Hüllenfluss (2.4), auch „Gauß’sches Gesetz“, besagt, dass elektrische Ladungen die Quellen der elektrischen Flussdichte und der elektrischen Feldstärke sind.

2.4 Die elektro-quasistatische Approximation der maxwellschen Gleichungen und die Kontinuitätsgleichung

Für die elektromagnetischen Feldprobleme in der Hochspannungstechnik werden nicht alle vier maxwellschen Gleichungen benötigt, da meist quasistatische oder statische elektrische Felder betrachtet werden. Generell liegt ein quasistatisches Feld vor, wenn sich das Feld in der Zeit verändert, sich Änderungen in der Quelle jedoch annähernd sofort auf den ganzen Raum auswirken, d.h. Wellenausbreitungseffekte vernachlässigt werden können. Damit werden Welleneffekte oder Abstrahlung nicht berücksichtigt [van Rienen *et al.*, 2003], [Steinmetz *et al.*, 2009]. Bei der Betrachtung von quasistatischen elektrischen Feldern ist die elektrische Feldenergiedichte w_e viel größer als die magnetische Energiedichte w_m

$$w_e = \int_0^D \vec{E} \cdot d\vec{D}' \gg w_m = \int_0^B \vec{H} \cdot d\vec{B}' , \quad (2.8)$$

wodurch induktive Effekte vernachlässigt werden können und $\partial \vec{B} / \partial t \approx 0$ angenommen werden kann [Haus und Melcher, 1989], [Castellanos *et al.*, 1998]. Dies hat zur Folge, dass ein rotationsfreies elektrisches Feld vorliegt und Ladungen die einzigen Quellen dieses Feldes sind. Das elektrische Feld kann somit durch ein skalares elektrisches Potential φ , mit

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi \quad (2.9)$$

beschrieben werden.

Durch Anwendung des Divergenz-Operators auf das Durchflutungsgesetz (2.1) folgt

$$\text{div}(\text{rot } \vec{H}) = \text{div } \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \vec{D} . \quad (2.10)$$

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Unter der Annahme eines zusammenziehbaren kontraktierbaren, topologisch einfach zusammen hängenden Gebietes folgt nach dem Lemma von Poincaré $\text{div}(\text{rot}(\cdot)) = 0$. Zusammen mit dem Satz vom elektrischen Hüllenfluss (2.4) lautet die *Kontinuitätsgleichung*

$$0 = \text{div} \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \rho. \quad (2.11)$$

Die differentielle Kontinuitätsgleichung beschreibt punktweise die Ladungserhaltung in einem Gebiet. So geht eine aus einem Gebiet herausfließende oder in ein Gebiet hereinfließende Stromdichte mit einer zeitlichen Änderung der im Gebiet herrschenden Ladung einher [Haus und Melcher, 1989].

Durch Ersetzen von $\vec{J} = \kappa \vec{E} = -\kappa \cdot \text{grad } \varphi$ und $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = -\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \text{grad } \varphi$ kann das elektroquasistatische Potential φ direkt aus der partiellen Differentialgleichung

$$0 = \text{div}(\kappa \cdot \text{grad } \varphi) + \frac{\partial}{\partial t} \text{div}(\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \text{grad } \varphi) \quad (2.12)$$

berechnet werden. Durch das Lösen von (2.12) nach dem Potential φ , mittels vorgegebener Randbedingungen in Ort und Zeit, können kapazitive und resistive Effekte abgebildet werden. Werden (2.5) und (2.9) in (2.4) eingesetzt, kann die Ladungsträgerdichte ρ aus dem Potential φ mittels der *Poisson-Gleichung* der Elektrostatik

$$-\rho(\vec{r}, t) = \text{div}[\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \text{grad } \varphi(\vec{r}, t)] \quad (2.13)$$

an jedem Ortspunkt \vec{r} und Zeitpunkt t bestimmt werden.

2.5 Temperaturverteilung

Um die Ladungsverteilungen und daraus resultierend die elektrischen Feldverteilungen korrekt nachbilden zu können, muss ebenfalls die Temperaturverteilung bekannt sein, da viele Raumladungseffekte temperaturabhängig sind. Für eine ausreichend genaue Temperaturbestimmung muss neben dem Betriebsmittel (Kabel, Muffe, Endverschluss) auch dessen Umgebung betrachtet werden, da diese letztlich einen Einfluss auf die Temperaturverteilung in den betrachteten Isolierstoffen hat. In der Literatur (vgl. u.a. [Jeroense, 1997], [Bodega, 2006], [Gutiérrez *et al.*, 2009], [LeRoy *et al.*, 2016]) wird die Temperatur meist durch

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

vorgegebene Randtemperaturen bestimmt, weshalb eine Untersuchung des Einflusses der Umgebung auf die Temperaturverteilung in Kapitel 5 zu finden ist.

Durch einen Strom kommt es zu einer Wärmeentwicklung aufgrund der endlichen Leitfähigkeit von Materialien. Bei der Betrachtung von Hochspannungskomponenten sorgen der Strom im Leiter und Leckströme in der Isolation für ein entstehendes Temperaturfeld. Abhängig von der Umgebung des Betriebsmittels kann die Temperatur mittels Wärmeleitung oder Konvektion beschrieben werden. Die Nutzung der Wärmeleitung ist gültig, wenn die Temperatur in einem ruhenden Festkörper, z.B. ein Kabel im Erdboden, oder einem ruhenden Fluid, z.B. ein Kabel im luftgefüllten Kabelschacht ohne nennenswerten Luftstrom, betrachtet wird. Die Konvektion wird genutzt, wenn sich ein Fluid in der Nähe eines Festkörpers bewegt. So wird beispielsweise bei Seekabeln das Wasser nahe dem Meeresboden erwärmt und durch die Strömung „abtransportiert“. Meist wird für die Berechnung der Temperatur die Wärmeleitung genutzt, wobei die Berücksichtigung der Konvektion über geeignete Randbedingungen erfolgt [Herwig und Moschallski, 2014], [Bücking und Kaltschmitt, 2018]. Die Temperaturverteilung T mittels Wärmeleitung kann allgemein über die Wärmeleitungsgleichung

$$\delta \cdot c_p \frac{\partial}{\partial t} T = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \kappa |\vec{E}|^2, \quad (2.14)$$

mit der Dichte δ , der spezifischen Wärmekapazität c_p und der stoffspezifischen Wärmeleitfähigkeit λ eines Materials berechnet werden [Bodega, 2006]. Eine entsprechende Herleitung ist in [Herwig und Moschallski, 2014] zu finden, wobei in (2.14) δ und c_p als konstant betrachtet werden. Der Term der elektrischen Verlustleistungsdichte $\kappa |\vec{E}|^2$ modelliert, aufgrund einer geringen Restleitfähigkeit, beispielsweise die Wärmequellen innerhalb einer Isolation [Castellanos *et al.*, 1998].

Zur Berücksichtigung der Konvektion wird der Betrag der Wärmestromdichte $\vec{q}_{\text{th}} = -\lambda \cdot \operatorname{grad} T$ über die Temperaturdifferenz $T_x - T_{\infty, \text{F}}$, mit

$$|\vec{q}_{\text{th}}| = \alpha_{\text{th}} \cdot (T_x - T_{\infty, \text{F}}) \quad (2.15)$$

beschrieben, wobei T_x die Temperatur an der Grenzschicht zwischen Festkörper und Fluid, $T_{\infty, \text{F}}$ die Temperatur des Fluides und α_{th} der Wärmeübergangskoeffizient sind [Spitzner *et al.*, 2013]. Während die Wärmeleitfähigkeit λ ein Maß für den *Wärmedurchgang* darstellt, ist der Wärmeübergangskoeffizient α_{th} ein Maß für den *Wärmeübergang* über eine Systemgrenze von zwei Bereichen (s. Abbildung 2.11).

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

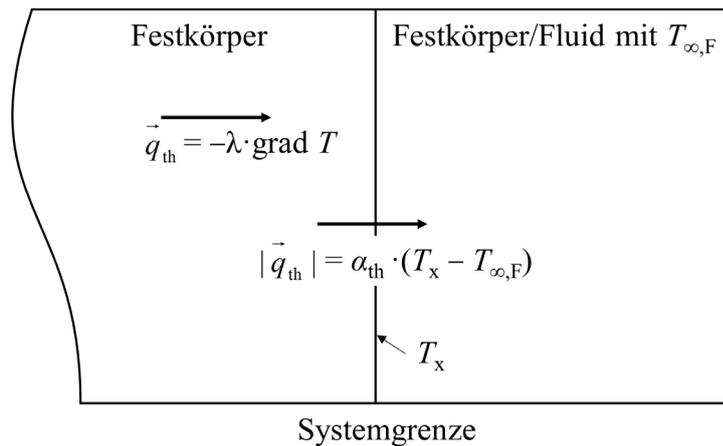


Abbildung 2.11: Wärmedurchgang innerhalb zweier angrenzender Bereiche und Wärmeübergang an der Systemgrenze beider Bereiche [Herwig und Moschallski, 2014].

Da dieser Übergang vom Festkörper zum Festkörper oder vom Festkörper zum Fluid sein kann, eignet sich (2.15) auch für die Beschreibung des Wärmestroms bei der Wärmeleitung zweier angrenzender Materialien. Dabei ist T_x die Temperatur an der Grenzschicht zwischen beiden Festkörpern und $T_{\infty,F}$ die Temperatur des angrenzenden Festkörpers in großer Entfernung zur Wärmequelle [Herwig und Moschallski, 2014].

2.6 Raumladungen, Flächenladungen und Ladungspakete

Für die gesamte (aufsummierte) Ladungsträgerdichte ρ innerhalb der Isolierstoffe von Hochspannungskomponenten wird der Begriff *Raumladungen* verwendet. Dieser wurde ursprünglich genutzt um die Ladungsträger zu beschreiben, die im Vakuum zwischen Kathode und Anode, durch die Ladungsemission der Kathode, akkumulieren. Aufgrund der angelegten konstanten Spannung akkumulieren Raumladungen ebenfalls innerhalb der Isolierstoffe von Kabelsystemen und überlagern das elektrische Feld der angelegten Spannung U . Liegt eine gewisse Ladungsmenge vor, dann kann es lokal zu relevanten Feldüberhöhungen kommen, wobei es sogar zu Überschreitungen der Durchschlagsfeldstärke des Isolierstoffes kommen kann [Hanley *et al.*, 2003].

Damit Raumladungen entstehen, müssen freie Ladungsträger innerhalb des Isolierstoffes vorkommen. Dies kann auf unterschiedliche Weise passieren. Bei Temperaturen oberhalb von 0 K, liegt, aufgrund der Fermi-Verteilung, immer eine gewisse Menge an freien Ladungsträgern in der Isolation vor [Fuchs *et al.*, 2015].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Des Weiteren können Ladungen von der Elektrode in die Isolation injiziert werden. Dabei „unterstützt“ die elektrische Feldstärke an der Elektrode die Injektion, indem die zu überwindende Coulomb-Barriere verringert wird [Castellanos *et al.*, 1998], [Montanari, 2011]. Im Fall von Energiekabeln ist die Elektrode die halbleitende Schicht zwischen Leiter und Isolation (s. Abbildung 2.2). Diese Injektion kann an jedem Übergang von Elektrode zum Isolator auftreten und muss bei polymeren Isolierstoffen bei Raumtemperatur und bei einer Feldstärke von ca. 10 kV/mm berücksichtigt werden. Dies zeigen u.a. Messungen in [Montanari und Morshuis, 2005], wo die gesamte Raumladungsdichte ab einer Feldstärke von ca. 10 kV/mm annähernd exponentiell ansteigt. Die injizierten Ladungen sind daher mit einer der Gründe, warum bei der elektrischen Leitfähigkeit κ ab ca. 10 kV/mm eine Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke berücksichtigt werden muss [Fleming *et al.*, 2000], [Hanley *et al.*, 2003], [Qin und Boggs, 2012].

Ein weiterer Grund für die Entstehung von Raumladungen im Isolator ist die feldunterstützte thermische Ionisation von Verunreinigungen innerhalb des Isolierstoffes bzw. das Lösen von Ladungen aus einer Störstelle (Poole-Frenkel-Effekt). Spaltprodukte, welche bei der Herstellung des Isolierstoffes entstehen, oder andere Moleküle, wie z.B. Wasser, welches in den Isolierstoff diffundiert, können durch ein entsprechend hohes elektrisches Feld bzw. einer hohen Temperatur ionisiert werden [Castellanos *et al.*, 1998], [Fleming *et al.*, 2000], [Hanley *et al.*, 2003], [Fuchs *et al.*, 2015]. Bei der Ionisation befindet sich das Teilchen in einer Störstelle und muss ebenfalls eine Potentialbarriere überwinden um frei zu kommen und zum Ladungstransport beizutragen.

Ein weiterer Mechanismus wird in [Bambery und Fleming, 1998], [Lim *et al.*, 1999] und [Fleming *et al.*, 2000] beschrieben. Mit (2.4) und (2.5) entsteht eine Ladungsverteilung ρ durch eine inhomogene Polarisation \vec{P} , mit der Beziehung $-\text{div } \vec{P} = \rho \neq 0$. Die räumlich inhomogen verteilte Polarisation entsteht dabei durch Spaltprodukte (z.B. Acetophenon) oder andere Moleküle, die in Richtung der Elektroden diffundieren. Mit diesem Mechanismus kann z.B. der „Mirror-Image-Effect“ erklärt werden. Dieser besagt, dass eine in der Amplitude gleiche, aber mit gedrehtem Vorzeichen versehene statische Ladungsverteilung entsteht, wenn die Spannungen $+U$ und $-U$ betrachtet werden.

Zuletzt entsteht eine Ladungsdichte, wenn eine inhomogene elektrische Leitfähigkeit und/oder Permittivität vorliegt. Dazu wird (2.4) genutzt und mittels (2.5) und (2.7) umgeformt zu

$$\text{div} \left(\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\vec{J}}{\kappa} \right) = \rho. \quad (2.16)$$

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Durch Anwenden der Kettenregel folgt

$$\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \operatorname{div} \vec{J} + \vec{J} \operatorname{grad} \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \right) = \rho. \quad (2.17)$$

Nach (2.11) verschwindet die Divergenz der Stromdichte im statischen Fall ($\partial/\partial t = 0$), d.h. die (magneto-) quasistatische Kontinuitätsgleichung $\operatorname{div} \vec{J} = 0$. Wird zudem eine konstante Permittivität (ε_r) angenommen, dann ist die statische Ladungsverteilung gegeben durch

$$\vec{J} \varepsilon_0 \varepsilon_r \operatorname{grad} \left(\frac{1}{\kappa} \right) = \rho. \quad (2.18)$$

Es zeigt sich daher, dass allgemein durch eine inkonstante Leitfähigkeit eine Raumladungsverteilung entsteht [McAllister *et al.*, 1994], [Kreuger, 1995], [Montanari, 2011].

2.6.1 Homocharges, Heterocharges und Flächenladungen an Elektroden

Abhängig von der Position innerhalb des Isolierstoffes werden Raumladungen als „Homocharges“ oder „Heterocharges“ bezeichnet. Homocharges sind Ladungen mit der *gleichen* Polarität wie die Elektrode in dessen Nähe sie sich befinden. Heterocharges hingegen haben eine *entgegengesetzte* Polarität im Vergleich zur Elektrode in dessen Nähe sie sich befinden. Abbildung 2.12 verdeutlicht den Effekt, welchen die Ladungen auf das elektrische Feld zwischen planaren Elektroden mit dem Abstand D_x haben. Homocharges verringern das elektrische Feld in der Nähe der Elektroden und vergrößern es zwischen beiden. Heterocharges haben den umgekehrten Effekt, indem sie das elektrische Feld in der Nähe der Elektroden vergrößern und dazwischen verringern [Montanari, 2011], [Küchler, 2017].

Homocharges sind Ladungen die von einer Elektrode injiziert werden und in Haftstellen in der Nähe der Elektrode verbleiben [Lewis, 1984]. Aufgrund der feldverringern Eigenschaft von Homocharges wird das elektrische Feld in der Nähe der injizierenden Elektrode verringert und unterbindet eine weitere Injektion von Ladungen. Beispielsweise zeigen Messungen in [Maeno *et al.*, 2005], dass durch die Anwesenheit von Cumylalkohol, einem Spaltprodukt des Vernetzungsmittels Dicumylperoxid (DCP) (s. Abschnitt 2.2.3), die Dichte der in Störstellen befindlichen Ladungen ansteigt. Homocharges bilden sich zudem bei hohen elektrischen Feldern, indem die Ladungsinjektion die Driftbewegung der Ladungen von den Elektroden weg überwiegt [Küchler, 2017].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

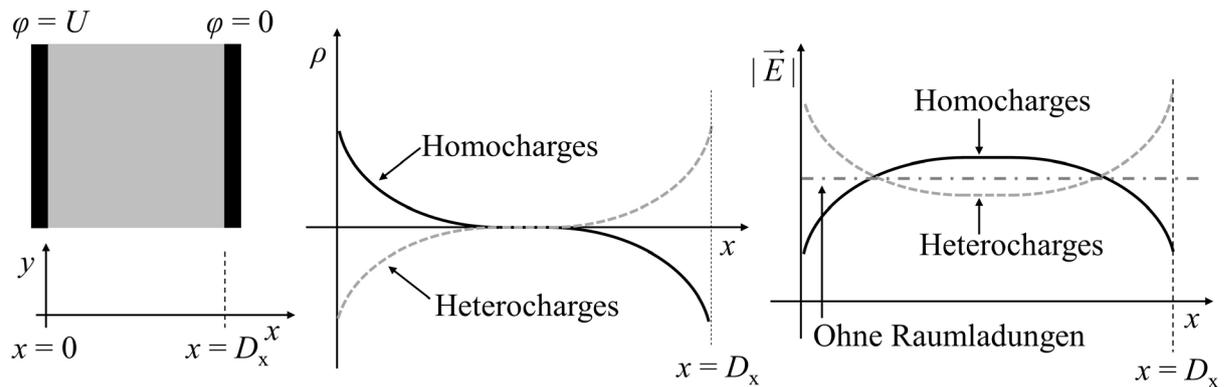


Abbildung 2.12: Einfluss von Homocharges und Heterocharges auf das elektrische Feld zwischen planaren Elektroden mit dem Abstand D_x [Küchler, 2017].

Heterocharges bilden sich mit und ohne Temperaturgradient aus. Ohne Temperaturgradient entstehen sie durch die Ionisation von Verunreinigungen. Dabei rufen entweder eine inhomogene Polarisierung der diffundierten Moleküle Heterocharges hervor oder Ladungen, die sich von den Molekülen der Verunreinigung gelöst haben und unter dem Einfluss des elektrischen Feldes zu den Elektroden wandern [Fleming *et al.*, 2000]. Ebenso können sich auch injizierte Ladungen, bei denen die Driftbewegung die Injektion übersteigt, an der gegenüberliegenden Elektrode ansammeln [Küchler, 2017]. Dieser Effekt wird verstärkt, wenn ein Temperaturgradient vorliegt. Ladungen, welche an der „warmen“ Elektrode injiziert werden, wandern zur „kalten“ und werden dort nicht in gleichem Maße extrahiert und bilden so Heterocharges [Lv *et al.*, 2015]. Weitere Gründe für die Bildung von Homo- und Heterocharges sind u.a. das lokale elektrische Feld und das Elektrodenmaterial [Fleming *et al.*, 2000].

Durch ein angelegtes elektrische Feld und Raumladungen innerhalb der Isolation entstehen Flächenladungen an den Elektroden. Induziert durch die Polarisierung des isolierenden Materials und durch die Anwesenheit von Raumladungen bilden sich die Flächenladungen aufgrund der coulombschen Anziehungskraft [Lv *et al.*, 2015].

2.6.2 Ladungspakete („charge-packets“)

Bei der Injektion von Ladungen ist es möglich, dass sich *Ladungspakete* oder *Ladungspulse* bilden. Eine genaue Beschreibung der Physik von Ladungspaketen ist in [Dissado, 2010] zu finden. Die bisherigen Betrachtungen über Raumladungen legen die Vermutung nahe, dass die Injektion von Ladungen kontinuierlich verläuft. Messungen zeigen jedoch eine diskrete Injektion und eine Bildung von Ladungspaketen, die ihre Pulsform auch während der Bewegung durch das Dielektrikum beibehalten (vgl. auch Abbildung 4.26 links). Dies scheint

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

nicht der Intuition zu entsprechen, da die Pulsform durch die Diffusion der Ladungsverteilung verloren gehen sollte, zumal ein Puls Stunden benötigen kann bis dieser an der gegenüberliegenden Elektrode ankommt [Teysse re und Laurent, 2005], [Dissado, 2010].

In [Fabiani *et al.*, 2009] werden die Ladungspulse abhängig von ihrer Mobilität und Ladungsmenge in „langsame“ und „schnelle“ Pulse unterteilt. Abhängig von der elektrischen Feldstärke und der Temperatur haben langsame Pulse eine Mobilität von 10^{-16} - 10^{-12} $\text{m}^2/(\text{Vs})$, bei einer Ladungsdichte $> 0,1$ C/m^3 [Fabiani *et al.*, 2009], [Lv *et al.*, 2017]. Schnelle Ladungspulse haben eine Mobilität bis zu 10^{-10} $\text{m}^2/(\text{Vs})$, wobei Ladungsdichten von 0,07-0,1 C/m^3 gemessen wurden [Montanari, 2011], [Lv *et al.*, 2017].

Nach [Dissado *et al.*, 2011] werden Ladungspulse bei einer Feldstärke von 10-50 kV/mm beobachtet. Bei elektrischen Feldern > 40 kV/mm kommt es zudem zu einer wiederholten Injektion, wodurch mehrere Pulse nacheinander durch den Isolierstoff wandern [Teysse re und Laurent, 2005], [Fabiani *et al.*, 2009], [Fabiani *et al.*, 2015]. Durch die halbleitende Schicht zwischen Leiter und Dielektrikum, welche die Extraktion von Ladungen teilweise blockiert, kommt es durch die wiederholte Injektion von Ladungspulsen zu einer stetigen Akkumulation von Heterocharges, welche die Lebensdauer von Isolationen senken und langfristig schädigen können [Fabiani *et al.*, 2009], [Fabiani *et al.*, 2015].

In Hochspannungskabeln akkumulieren Heterocharges vornehmlich durch geblockte Ladungspakete. In Mittelspannungskabeln entstehen diese eher durch die Ionisation von Spaltprodukten/Störstellen oder die Dissoziation von Ladungen aus Spaltprodukten/Störstellen, da durch die Fertigung diese Isolierstoffe weniger „rein“ sind im Vergleich zu Hochspannungskabeln [Morshuis *et al.*, 2015].

2.7 Störstellen innerhalb der Isolierstoffe

Wird der Isolator mit Blick auf die Bandlücke betrachtet, so liegt die Bandlückenenergie bei einigen Elektronenvolt. Somit wären sehr hohe Temperaturen oder elektrische Felder nötig, damit ein Elektron vom Valenzband ins Leitungsband gelangt. Dass dieser Prozess jedoch schon bei vergleichsweise niedrigen Temperaturen und elektrischen Feldern geschieht, hängt mit dem Aufbau der Isolierstoffe zusammen [Rengel, 1996]. Werden beispielsweise beim Aufbau von VPE all die Verunreinigungen, nicht-kristallisierten Moleküle, Zusätze, etc. betrachtet, dann ist es sogar erstaunlich, dass überhaupt von einer Bandstruktur gesprochen werden kann [Dissado und Fothergill, 1992], [Mazzanti und Marzinotto, 2013].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Aufgrund der mittlerweile fast ausschließlichen Nutzung von Polyethylen als Isolierstoff, sind in der Literatur die meisten Erklärungen für das Störstellenverhalten auf Polyethylen bezogen [Teyssèdre und Laurent, 2005]. In [Jeroense und Kreuger, 1995] und [Jeroense, 1997] wird jedoch gezeigt, dass analoge Erklärungen auch für die Ladungsbewegung in masse-imprägniertem Papier genutzt werden können.

Aufgrund von Fertigungsprozessen können die Isolatoren nicht als ideale Kristalle betrachtet werden, sondern beinhalten Unregelmäßigkeiten, wie z.B. Fremdatome (Spaltprodukte bei der Vernetzung von PE) oder Molekülkettenenden. Die insgesamt unregelmäßige Struktur besitzt daher keine Fernordnung der Gitterbausteine, wodurch kein durchgehendes Energieband vorhanden ist, sondern einzelne durch Potentialwände getrennte Störstellen unterschiedlicher energetischer Tiefe. Auf der linken Seite von Abbildung 2.13 ist das angepasste Bänderdiagramm dargestellt, wobei aufgrund der Störstellen nur noch ein mittlerer Bandabstand W definiert werden kann. Dieser liegt beispielsweise im Fall von technischen Polyethylen bei 4 - 8,8 eV [Beyer *et al.*, 1986], [Rengel, 1996], [Wintle, 1999], [Lutz, 2011]. Bei solch hohen Bandabständen kann die *intrinsische* Leitfähigkeit (Eigenleitfähigkeit), mit Werten von $< 10^{-23}$ S/m, vernachlässigt werden. Aufgrund der zusätzlichen Energieniveaus (Haftstellen bzw. Donatorzustände) unterhalb der Leitungsbandkante und oberhalb der Valenzbandkante, können jedoch Ladungen leichter in ein höheres Energieniveau gelangen. Neben den Haftstellen sorgen auch injizierte Löcher und Elektronen oder dissoziierte Ionen für zusätzliche *extrinsische* Ladungsträger, welche maßgeblich für die Leitfähigkeit verantwortlich sind [Lutz, 2011]. Haftstellen sind Störstellen, die einen Ladungsträger einfangen können, also unbesetzt sind. Donatorzustände sind Störstellen, die mit einem Ladungsträger besetzt sind und diesen abgeben können [Beyer *et al.*, 1986], [Rengel, 1996], [Jeroense, 1997], [Küchler, 2017]. Auf der rechten Seite von Abbildung 2.13 ist vereinfacht die Dichte der Störstellenzustände dargestellt. Dabei steht ein Quadrat für einen Zustand. Die Störstellen sind über die gesamte Bandlücke verteilt, wobei die Dichte zu beiden Bandkanten hin ansteigt [Dissado und Fothergill, 1992], [Doedens *et al.*, 2020b].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

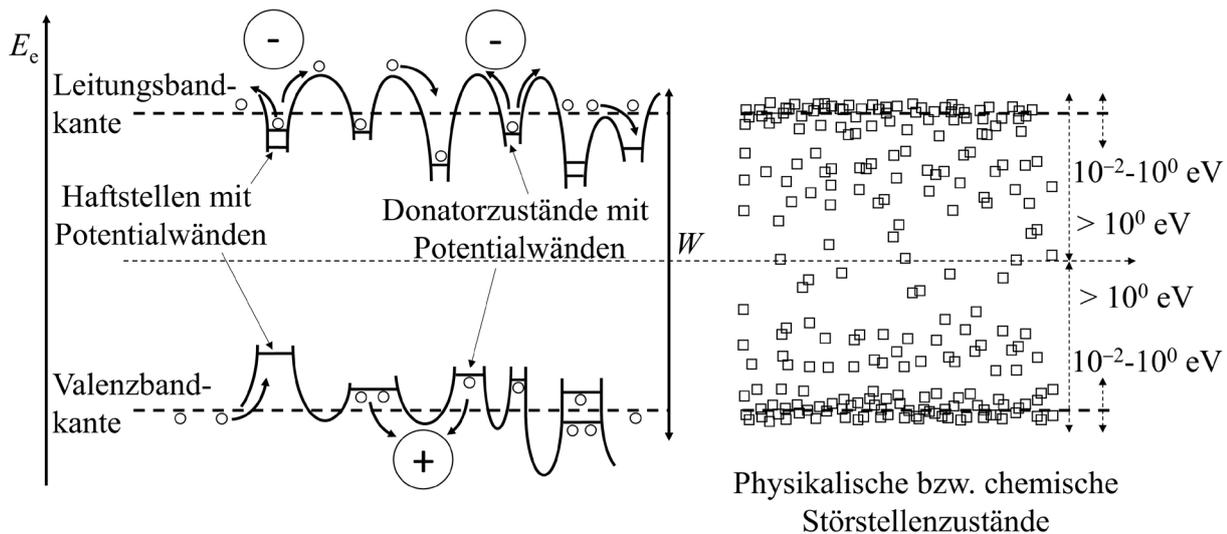


Abbildung 2.13: Links: Angepasstes Bänderdiagramm eines Isolators wie VPE oder masseimprägniertes Papier, welches aufgrund von Unregelmäßigkeiten zusätzliche Störstellenzustände unterhalb der Leitungsbandkante und oberhalb der Valenzbandkante besitzt. In diesen befinden sich entweder Ladungen oder die Ladungen können in die entsprechenden Bänder gelangen. Dadurch kann nur ein mittlerer Bandabstand W definiert werden. Rechts: Die Dichte der Störstellen ist über die gesamte Bandlücke verteilt, wobei tiefe Störstellen seltener sind als flache Störstellen. Ein Quadrat steht für einen Störstellenzustand [Beyer *et al.*, 1986], [Dissado und Fothergill, 1992], [Rengel, 1996], [Jeroense, 1997].

Die Störstellen selbst werden unterschieden in physikalische Störstellen (engl. *physical traps*, manchmal auch *shallow traps*) und chemische Störstellen (engl. *chemical traps*, manchmal auch *deep traps*). Physikalische Störstellen entstehen durch die Morphologie des Isolierstoffes, da kristalline und amorphe Bereiche vorhanden sind (s. Abbildung 2.9). Im Fall von Polyethylen haben diese Störstellen eine energetische „Tiefe“ von 10^{-2} bis 10^0 eV. Chemische Störstellen entstehen durch Fremdatome und andere Verunreinigungen. So führt beispielsweise eindringendes Wasser oder Acetophenon, welches bei der Herstellung von VPE entsteht, zur Bildung von chemischen Störstellen. Chemische Störstellen besitzen eine energetische „Tiefe“ $> 10^0$ eV. Diese energetische Abgrenzung zwischen chemischen und physikalischen Störstellen ist jedoch nicht fest. So gilt nach [Rengel, 1996] für physikalische Störstellen $< 0,6$ eV und für chemische Störstellen $> 0,6$ eV. Aufgrund der Größe und der Position der Fremdatome, rufen chemische Störstellen in ihrer Nähe auch physikalische Störstellen hervor [Teysse re und Laurent, 2005].

Da die Störstellen in den amorphen Bereichen weniger tief sind und eine h here Dichte, im Vergleich zu den kristallinen Bereichen, besitzen, liegen Ladungstr ger vermehrt in amorphen Bereichen vor und sind zudem dort beweglicher. Da es in den kristallinen Bereichen allgemein weniger Unregelm ssigkeiten gibt, entspricht die Dichteverteilung in Abbildung

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

2.13 rechts einem amorphen Bereich, wohingegen es in kristallinen Bereichen weniger und eher chemische Störstellen gibt [Lutz, 2011]. Zudem müssen die Ladungen eine Potentialbarriere überwinden um vom amorphen in den kristallinen Bereich zu gelangen. Dies führt dazu, dass Ladungen eher in den amorphen Bereichen vorkommen und die elektrischen Leitungsvorgänge hauptsächlich dort stattfinden. Der Grad der Kristallinität hat damit einen großen Einfluss auf die elektrischen Eigenschaften des Stoffes [Teyssèdre und Laurent, 2005], [Jeroense, 2010], [Mazzanti und Marzinotto, 2013].

Die Zeit t_{Trap} , die ein Ladungsträger in einer Störstelle verbleibt, hängt von der energetischen Tiefe der Störstelle E_{Trap} und der Temperatur T des Materials ab und kann über

$$t_{\text{Trap}} = t_{\text{Trap},0} \cdot \exp\left(\frac{E_{\text{Trap}}}{k_{\text{B}} \cdot T}\right), \quad (2.19)$$

berechnet werden, wobei $k_{\text{B}} = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K die Boltzmann-Konstante und $1/t_{\text{Trap},0}$ die sog. „Escapefrequenz“¹⁹ ist. Diese kann näherungsweise durch $1/t_{\text{Trap},0} \approx (k_{\text{B}} \cdot T)/h_{\text{P}}$ beschrieben werden, wobei $h_{\text{P}} = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js das Plank'sche Wirkungsquantum ist. Bei einer beispielhaften Temperatur $T = 300$ K liegt die Escapefrequenz bei $6,25 \cdot 10^{12}$ 1/s [Dissado und Fothergill, 1992], [Montanari und Morshuis, 2005], [Kumara *et al.*, 2016].

Simulationen von Störstellen in Polyethylen zeigen das die Spaltprodukte bei der Herstellung von VPE, Acetophenon und Cumylalkohol, zwei Störstellenniveaus für Elektronen und eines für Löcher besitzen. Die Störstellen besitzen dabei eine maximale Tiefe von 2,28 eV (Acetophenon) bzw. 1,14 eV (Cumylalkohol), wodurch sich Ladungen bei $T = 300$ K für eine Zeit von $t_{\text{Trap}} = 2,97 \cdot 10^{25}$ s (Acetophenon) bzw. $t_{\text{Trap}} = 2,18 \cdot 10^6$ s (Cumylalkohol) in den Störstellen aufhalten [Unge *et al.*, 2013]. Im Vergleich dazu besitzt Wasser nur ein Störstellenniveau für Elektronen, mit einer Tiefe von 0,36 eV, wodurch Ladungen für die Zeit $t_{\text{Trap}} = 1,76 \cdot 10^{-7}$ s innerhalb der Störstelle bleiben. Wie lange sich Ladungen in einer Störstelle befinden und damit Raumladungen bilden, hängt damit stark von der Tiefe der Verunreinigungen ab.

Zuletzt sei noch zu erwähnen, dass sich die Morphologie eines Polymers über der Zeit ändert. Dadurch existiert keine feste Bandstruktur, sondern diese ist zeitlich veränderlich. Wird das Material während der Herstellung auf die Betriebstemperatur heruntergekühlt, dann befindet es sich in einem quasi-statischen Zustand. Änderungen, welche über einen längeren Zeitraum hin entstehen, äußern sich in einer Vielzahl von Neuansordnungen in den amorphen Bereichen und in der Kristallisation der Sphärolithen. Dies hat einen Einfluss auf die Ladungsbewegung und letztlich auf die elektrische Leitfähigkeit des Materials [Lewis, 2002]. Zudem

¹⁹ engl. „escape frequency“, auch „attempt frequency“ oder „attempt to escape frequency“

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

diffundieren Spaltprodukte oder kleinere Moleküle, wie z.B. Wasser, thermisch angeregt durch den Isolierstoff und sorgen so ebenfalls für eine zeitliche Variation der Ladungsbewegung [Ghorbani *et al.*, 2014].

Neben den zeitabhängigen Ladungserscheinungen besitzt die elektrische Leitfähigkeit auch aufgrund von Polarisationsströmen eine Zeitabhängigkeit. Die Zeitkonstanten können dabei in Größenordnungen von Wochen oder Monaten liegen. Gängige Modelle zur Beschreibung der Polarisationsströme sind beispielsweise der *Debye-Ansatz* oder das *Curie-von Scheidler Gesetz* [von Schweidler, 1907], [Guo und Guo, 1983], [Lutz, 2011], [Küchler, 2017], [Freye, 2020], [Häring und Jenau, 2020].

2.8 Ladungsbewegung innerhalb der Isolierstoffe

Die Ladungsbewegung innerhalb des Isolierstoffs ist aufgeteilt in einen *ionischen* und einen *elektronischen* Ladungstransport. Ladungen für den ionischen Transport sind Verunreinigungen, durch nicht zum PE gehörende Moleküle. Diese sind z.B. Wasser, Acetophenon oder Cumylalkohol, welche, aufgrund des anliegenden elektrischen Feldes (Onsager Mechanismus) oder durch chemische Reaktionen, geladen sind. Diese Moleküle können bei der Fertigung oder durch Umgebungseinflüsse in den Isolierstoff gelangen. Die Ladungen für den elektronischen Transport sind Elektronen und Löcher, welche von den Elektroden „bereitgestellt“ werden [Onsager, 1934], [Dissado und Fothergill, 1992], [Jeroense, 1997], [Teyssède und Laurent, 2005].

2.8.1 Injektion und Extraktion von Ladungsträgern an den Elektroden

Die Injektion von Ladungsträgern beschränkt sich meist auf Elektronen und Löcher, wobei in der Literatur meist die Schottky-Injektion zur Beschreibung genutzt wird [Dissado und Fothergill, 1992], [Teyssède und Laurent, 2005], [Hestad *et al.*, 2012], [Fuchs *et al.*, 2015], [Lv *et al.*, 2015]. Bei der Beschreibung der Schottky-Injektion mittels Bänderdiagramm muss die Ladung die Potentialbarriere Φ_{Sch} überwinden, um vom Metall in den Isolierstoff zu gelangen. Durch Anlegen eines elektrischen Feldes kann die Potentialbarriere verringert werden und besitzt nur noch eine maximale Höhe von ΔW , sodass die thermische und elektrische Energie ausreicht, damit die Ladung die Barriere „überspringen“ kann. Schematisch ist dieser Zusammenhang in Abbildung 2.14 zu sehen.

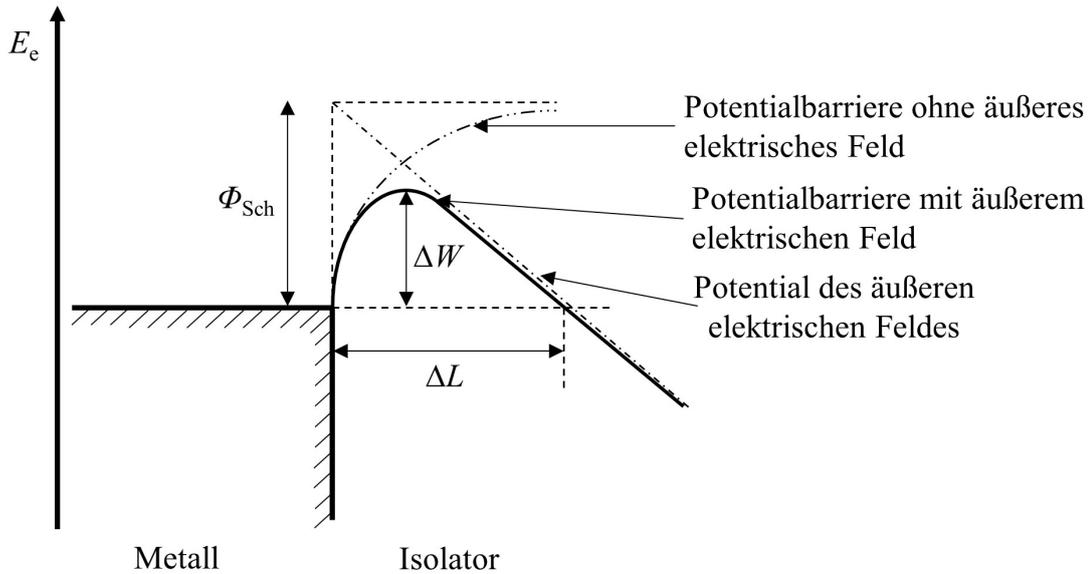


Abbildung 2.14: Injektion von Ladungsträgern vom Metall in den Isolator. Die zu überwindende Potentialbarriere Φ_{Sch} wird durch ein äußeres elektrisches Feld auf eine maximale Höhe von ΔW reduziert. Zudem verringert sich die Weite ΔL der Barriere [Dissado und Fothergill, 1992].

Bei elektrischen Feldstärken von $\approx 1.000 \text{ kV/mm}$ wird die Breite der Potentialbarriere ΔL so gering, dass das Teilchen durch die Barriere „tunneln“ kann. Diese Fowler-Nordheim-Injektion wird jedoch nicht weiter betrachtet, da solch hohen elektrischen Feldstärken in technischen Anwendungen selten vorkommen [Dissado und Fothergill, 1992]. Eine detaillierte Herleitung der Stromdichte \vec{J}_{Sch} am Metall-Isolator-Übergang findet sich u.a. in [Dissado und Fothergill, 1992]. Die Stromdichte der Schottky-Injektion ist gegeben durch

$$|\vec{J}_{\text{Sch}}| = A_{\text{Sch}} \cdot T^2 \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_{\text{Sch}}}{k_{\text{B}}T}\right) \cdot \exp\left(\frac{q}{2k_{\text{B}}T} \cdot \sqrt{\frac{q|\vec{E}|}{\pi\epsilon_0\epsilon_r}}\right), \quad (2.20)$$

wobei $A_{\text{Sch}} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ A/(m}^2\text{K}^2)$ die Richardson-Schottky-Konstante und $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ die Elementarladung sind. Die Konstante A_{Sch} wird allgemein noch durch einen Reflektionskoeffizienten skaliert, um reflektierte Elektronen an der Oberfläche der Metallelektrode zu berücksichtigen. Dadurch liegt der Wertebereich von A_{Sch} zwischen $0 \cdot A_{\text{Sch}}$ und $1 \cdot A_{\text{Sch}}$. In der Literatur wird die Reflektion jedoch oftmals vernachlässigt [Dissado und Fothergill, 1992], [Rengel, 1996], [Lutz, 2011], [Hestad *et al.*, 2012], [Lv *et al.*, 2015].

Die Extraktion von Ladungen beschränkt sich ebenfalls auf Elektronen und Löcher, da es sich bei ionischen Ladungsträgern um einen Massentransport durch die Elektrode handeln würde und dies schwer vorstellbar ist. Stattdessen werden die ionischen Ladungsträger von der entsprechenden Elektrode geblockt und können mit injizierten Ladungsträgern interagieren [Teyssèdre und Laurent, 2005]. Für die Modellierung der Extraktion wird die Stromdichte an

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

der Elektrode berechnet und mittels eines Extraktionsparameters um einen gewissen Betrag verringert (vgl. [Lv *et al.*, 2015]).

2.8.2 Poole-Frenkel-Effekt und die Hopping-Theorie

Der Poole-Frenkel-Effekt ist das Analogon zur Schottky-Injektion innerhalb des Isolators. Der Ladungsträger befindet sich dabei innerhalb einer Störstelle (Donatorzustand) und kann diesen nur verlassen, indem eine Potentialbarriere überwunden wird. Abbildung 2.15 zeigt schematisch die Störstelle, wobei die Potentialbarrieren ohne elektrisches Feld die Höhe Φ_{PF} besitzen und in beide Bewegungsrichtungen gleich hoch sind. Durch Anlegen eines elektrischen Feldes wird die Barriere in Richtung des Feldes verringert und in entgegengesetzte Richtung vergrößert.

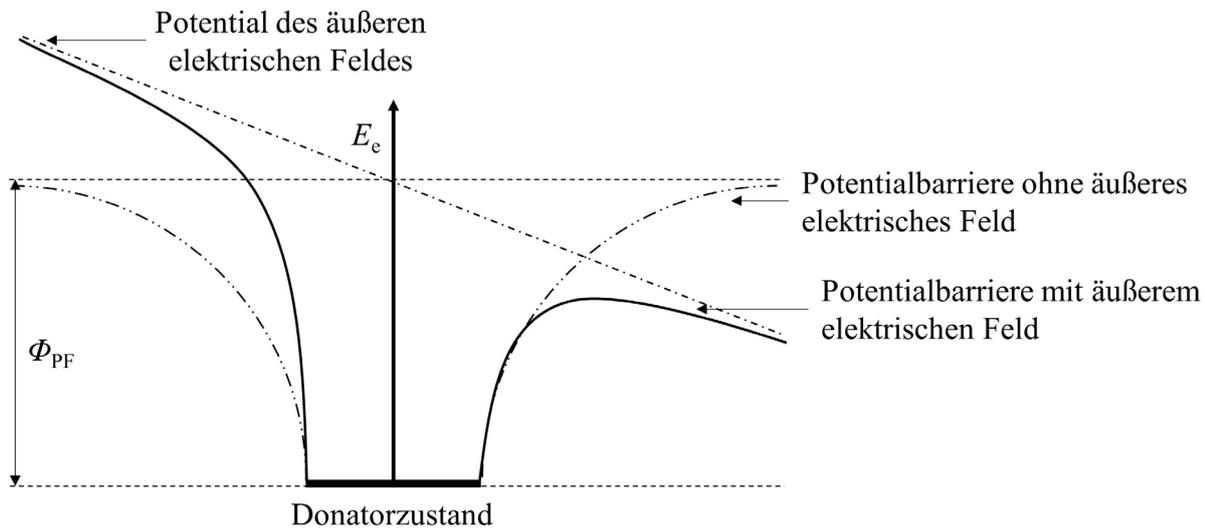


Abbildung 2.15: Ein Ladungsträger in einer Störstelle (Donatorzustand) kann diese verlassen, indem die Potentialbarriere Φ_{PF} überwunden wird. Durch Anlegen eines äußeren elektrischen Feldes kann diese Barriere in Richtung des Feldes verringert werden [Dissado und Fothergill, 1992].

Ausgehend von Abbildung 2.15 kann die Stromdichte \vec{J}_{PF} innerhalb des Isolators beschrieben werden durch

$$|\vec{J}_{PF}| = A_{PF} \cdot |\vec{E}| \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_{PF}}{2k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{q}{2k_B T} \cdot \sqrt{\frac{q|\vec{E}|}{\pi\epsilon_0\epsilon_r}}\right), \quad (2.21)$$

wobei A_{PF} eine Konstante ist, die von der Anzahl der Donatorzustände, der effektiven Zustandsdichte im Leitungsband, der Mobilität der Ladungsträger und der Elementarladung q abhängt [Dissado und Fothergill, 1992], [Hestad *et al.*, 2012]. Aufgrund der ähnlichen Modellvorstellung einer durch das elektrische Feld verringerten Potentialbarriere, ist gerade

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

die exponentielle Abhängigkeit von der Feldstärke in (2.20) und (2.21) gleich. Mit Hilfe des Poole-Frenkel-Effekts können jedoch nicht alle Effekte innerhalb des Isolierstoffes beschrieben werden. So werden beispielsweise Sättigungseffekte bei niedrigen Feldstärken nicht berücksichtigt [Teyssède und Laurent, 2005]. Ein weiteres Problem ist die Tatsache, dass eine Ladung auch wieder in einer Störstelle „gefangen“ werden kann.

Bei der sogenannten „Hopping“-Theorie befindet sich der Ladungsträger, ähnlich wie in Abbildung 2.15, in einer Störstelle. Das Teilchen kann nun zum nächsten Zustand durch thermische Anregung, durch Tunneleffekte oder durch eine Kombination dieser beiden Prozesse gelangen. Bei der Hopping-Theorie wird nicht das Leitungsband betrachtet, vielmehr wird eine feldunterstützte Wahrscheinlichkeit betrachtet, mit der das Teilchen die Potentialbarriere überwindet. Da sich das Teilchen, abhängig von der Störstellentiefe nach (2.19), nur eine gewisse Zeit in dieser aufhält und somit von Störstelle zu Störstelle „hüpft“, entstand der Name „Hopping“-Theorie [Jeroense und Kreuger, 1995].

Mit (2.19) ist die Wahrscheinlichkeit p , dass das Teilchen die Barriere Φ_H^{20} im Zeitintervall Δt überwindet, gegeben durch

$$p = \frac{1}{t_{\text{Trap},0}} \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_H}{k_B T}\right) \cdot \Delta t. \quad (2.22)$$

Durch Anlegen eines externen elektrischen Feldes, vergrößert sich die Wahrscheinlichkeit in Feldrichtung

$$p^+ = \frac{1}{t_{\text{Trap},0}} \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_H - 0,5 \cdot q |\vec{E}| \cdot L_H}{k_B T}\right) \cdot \Delta t \quad (2.23)$$

und verringert sich in entgegengesetzte Richtung

$$p^- = \frac{1}{t_{\text{Trap},0}} \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_H + 0,5 \cdot q |\vec{E}| \cdot L_H}{k_B T}\right) \cdot \Delta t, \quad (2.24)$$

wobei L_H der Abstand zwischen zwei Störstellen ist. Die Nettowahrscheinlichkeit für eine Bewegung in Feldrichtung ist daher

$$p_{\text{netto}} = p^+ - p^- = \frac{1}{t_{\text{Trap},0}} \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_H}{k_B T}\right) \cdot \Delta t \cdot 2 \cdot \sinh\left(\frac{q |\vec{E}| \cdot L_H}{2k_B T}\right). \quad (2.25)$$

²⁰ Die Größe Φ_H ist *Gibb's freie Aktivierungsenergie*, deren Höhe angibt auf welche Art eine chemische Reaktion abläuft (spontan: $\Phi_H < 0$, nicht spontan: $\Phi_H > 0$). Da die Ladungsträgerkonzentration ebenfalls einen Arrheniuszusammenhang, mit einer gewissen Energiebarriere zeigt, werden beide Energien später für die elektrische Leitfähigkeit zusammengefasst und es wird insgesamt nur noch von einer *Aktivierungsenergie* gesprochen [Dissado und Fothergill, 1992].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Unter der Annahme, dass der Betrag der Driftgeschwindigkeit des Teilchens $v_{\text{Drift}} = L_{\text{H}}/\Delta t$ ist und die Mobilität $\mu = v_{\text{Drift}}/|\vec{E}|$ ist, gilt

$$v_{\text{Drift}} = \frac{1}{t_{\text{Trap},0}} \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_{\text{H}}}{k_{\text{B}}T}\right) \cdot L_{\text{H}} \cdot 2 \cdot \sinh\left(\frac{q|\vec{E}| \cdot L_{\text{H}}}{2k_{\text{B}}T}\right) \quad (2.26)$$

und

$$\mu = \frac{1}{t_{\text{Trap},0} \cdot |\vec{E}|} \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_{\text{H}}}{k_{\text{B}}T}\right) \cdot L_{\text{H}} \cdot 2 \cdot \sinh\left(\frac{q|\vec{E}| \cdot L_{\text{H}}}{2k_{\text{B}}T}\right). \quad (2.27)$$

Damit zeigt sich die für den Hopping-Transport typische Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke mit einer hyperbolischen Sinusfunktion im Ausdruck [Dissado und Fothergill, 1992], [Jeroense, 1997], [Wintle, 1999], [Lewis, 2002]. Aufgrund einer nicht einheitlichen Verteilung und Tiefe der Störstellen (s. Abbildung 2.13), wird bei (2.27) von einer effektiven Mobilität verschiedener Ladungsträgerarten (elektronisch und ionisch) gesprochen [Beyer, 2002].

In PE gibt es lange Polymerketten, wobei Kettenenden oder Verunreinigungen zu einer Störstellenbildung und damit zu einer Potentialbarriere führen können. In Analogie dazu gibt es im masseimprägnierten Papier Zellulosemoleküle, wobei hier Ölmoleküle oder Verunreinigungen, entstanden bei der Fertigung, für Störstellen und eine Potentialbarriere sorgen [Jeroense, 1997], [Lagrotteria *et al.*, 2019]. Die Beschreibung der Mobilität (2.27) eignet sich daher sowohl für PE bzw. VPE als auch für MI.

2.9 Die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit der Isolierstoffe

Allgemein gilt für die elektrische Leitfähigkeit eines Materials

$$\kappa = \sum_i q_i \cdot n_i \cdot \mu_i, \quad (2.28)$$

wobei n_i die Dichte, q_i die Ladung und μ_i die Mobilität der entsprechenden Ladungsträger ist. Die Summe wird dann über Elektronen, Löcher, positive Ionen und negative Ionen gebildet. Dabei tragen nur „freie“ Ladungsträger zur Leitfähigkeit bei. In einer Störstelle befindliche Ladungsträger sind nicht in n_i enthalten [Beyer *et al.*, 1986], [Das-Gupta, 1997], [Beyer, 2002], [Hestad *et al.*, 2012]. Aufgrund des sehr komplexen Aufbaus der Isolierstoffe

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

bezüglich der Störstellentiefe, -verteilung und dem Einfluss der Elektroden bezüglich Injektion und Extraktion, finden sich in der Literatur unterschiedlichste Leitfähigkeitsmodelle. Es zeigt sich durch Messungen, dass die elektrische Leitfähigkeit von Kabel- und Muffen-/Endverschlussisierstoffen nichtlinear mit der elektrischen Feldstärke und der Temperatur ansteigt. Neben diesen beiden wichtigsten Parametern haben zudem die Zeit, die Feuchtigkeit, der Zusatz von Additiven während der Herstellung oder das Herstellungsverfahren selbst einen Einfluss auf die Leitfähigkeit [Dissado und Fothergill, 1992], [McAllister *et al.*, 1994], [Lutz, 2011], [Ve *et al.*, 2012], [Olsson *et al.*, 2014], [Karlsson *et al.*, 2017], [Frobin *et al.*, 2018], [Xu *et al.*, 2018], [Ye *et al.*, 2018].

So findet sich in der Literatur, basierend auf Erfahrungen, ein doppeltexponentieller Zusammenhang für die Leitfähigkeit, mit

$$\kappa(T, |\bar{E}|) = \kappa_0 \cdot \exp(\alpha \cdot T) \cdot \exp(\beta \cdot |\bar{E}|), \quad (2.29)$$

wobei die Konstanten κ_0 , α und β über Messungen bestimmt werden müssen. Für masseimprägniertes Papier gilt näherungsweise $\alpha \approx 0,1^\circ\text{C}^{-1}$ und $\beta \approx 0,03 \text{ mm/kV}$ (vgl. [Occhini und Maschio, 1967], [Oudin *et al.*, 1967], [Eoll, 1975], [Allam und McKean, 1980], [Jeroense, 1997], [Moore, 1997]). Für VPE gilt entsprechend $\alpha \approx 0,1^\circ\text{C}^{-1}$ und $\beta \approx 0,1 \text{ mm/kV}$ (vgl. [Salah Khalil und Gastli, 1997], [Riechert, 2001]), sodass die Temperaturabhängigkeit beider Isolierstoffe ungefähr gleich ist und die Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke im Fall von VPE ungefähr 3,5mal höher liegt. Messungen in [Salah Khalil und Gastli, 1997] zeigen zudem das im Fall von Polyethylen die Konstante α eine geringe Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke und die Konstante β eine geringe Abhängigkeit von der Temperatur besitzt.

Ein weiteres Leitfähigkeitsmodell bezieht die Temperatur und die elektrische Feldstärke auf Referenzwerte und ist gegeben durch

$$\kappa(T, |\bar{E}|) = \kappa_{\text{Ref}} \cdot \exp[\alpha_{\text{Ref}} \cdot (T - T_{\text{Ref}})] \cdot \left(\frac{|\bar{E}|}{E_{\text{Ref}}} \right)^\nu, \quad (2.30)$$

mit der Temperaturkonstanten α_{Ref} , der Referenzleitfähigkeit κ_{Ref} , der Referenztemperatur T_{Ref} , der Referenzfeldstärke E_{Ref} und der Feldstärkekonstanten ν [McAllister *et al.*, 1994], [McAllister *et al.*, 1996], [Bodega, 2006]. Mit $T_{\text{Ref}} = 0$, können für eine Umrechnung von (2.29) in (2.30) die Näherungen $E_{\text{Ref}} = U \cdot \exp(-1)/(r_a - r_i)$ und $\nu = U \cdot \beta / (r_a - r_i)$ verwendet werden, wobei r_i der Radius der inneren Leitschicht und r_a der Radius der äußeren Leitschicht ist und damit $r_a - r_i$ den Abstand beider Elektroden angibt (s. Abbildung 2.2) [Eoll, 1975].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Basierend auf dem Poole-Frenkel-Effekt oder der Hopping-Theorie finden sich in der Literatur Leitfähigkeitsmodelle, die einen physikalischen Hintergrund haben und nicht wie z.B. (2.29) auf Erfahrungswerten basieren. So ist mit (2.21) die Poole-Frenkel-Leitfähigkeit durch

$$\kappa(T, |\vec{E}|) = K_{\text{PF}} \cdot \exp\left(-\frac{E_{\text{A,PF}}}{k_{\text{B}}T}\right) \cdot \exp\left(\frac{\gamma_{\text{PF}} \cdot \sqrt{|\vec{E}|}}{T}\right), \quad (2.31)$$

gegeben. Die Konstanten K_{PF} , $E_{\text{A,PF}}$ und γ_{PF} müssen analog zu (2.29) und (2.30) über eine Messung bestimmt werden [Dissado und Fothergill, 1992], [Hestad *et al.*, 2012], [Ve *et al.*, 2012]. Sehr häufig ist in der Literatur die Leitfähigkeit basierend auf der Hopping-Theorie zu finden. Mit (2.27) ist diese gegeben durch

$$\kappa(T, |\vec{E}|) = \frac{K_{\text{H}}}{|\vec{E}|} \cdot \exp\left(-\frac{E_{\text{A,H}}}{k_{\text{B}}T}\right) \cdot \sinh\left(\frac{\gamma_{\text{H}} \cdot |\vec{E}|}{T}\right), \quad (2.32)$$

mit den entsprechenden Konstanten K_{H} , $E_{\text{A,H}}$ und γ_{H} . In (2.31) und in (2.32) wird mit E_{A} die *Aktivierungsenergie* bezeichnet und basiert auf dem Arrhenius-Gesetz, bei dem ein Prozess einen exponentiellen Anstieg über der Temperatur zeigt, wenn eine bestimmte Energie überwunden wird [Dissado und Fothergill, 1992], [Jeroense und Kreuger, 1995], [Jeroense, 1997], [Wintle, 1999], [Lewis, 2002].

In der Literatur findet sich zudem eine vereinfachte Form von (2.32), bei der die Temperaturabhängigkeit als Argument in der hyperbolischen Sinusfunktion vernachlässigt wird. Diese ist gegeben durch

$$\kappa(T, |\vec{E}|) = \frac{K_{\text{H},2}}{|\vec{E}|} \cdot \exp\left(-\frac{E_{\text{A,H},2}}{k_{\text{B}}T}\right) \cdot \sinh(\gamma_{\text{H},2} \cdot |\vec{E}|), \quad (2.33)$$

mit den Konstanten $K_{\text{H},2}$, $E_{\text{A,H},2}$ und $\gamma_{\text{H},2}$ [Boggs *et al.*, 2001], [Bodega, 2006], [Mazzanti und Marzinotto, 2013], [Steven *et al.*, 2014].

Neben den gezeigten Leitfähigkeiten werden in [Boggs, 1995] acht weitere Modelle aufgeführt, welche alle einen nichtlinearen Zusammenhang mit der Temperatur und elektrischen Feldstärke haben, jedoch diesen unterschiedlich darstellen.

Nach [Qin und Boggs, 2012] besitzen die meisten polymeren Dielektrika eine elektrische Feldabhängigkeit bei hohen Feldstärken ($|\vec{E}| > 10 \text{ kV/mm}$). Für niedrige Feldstärken ($|\vec{E}| < 10 \text{ kV/mm}$, bzw. $|\vec{E}| \ll 2k_{\text{B}}T/(q \cdot L_{\text{H}})$) ist die Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke zu vernachlässigen. Dadurch hat die Leitfähigkeit nur noch eine Abhängigkeit von der Temperatur. So reduziert sich beispielsweise (2.32) zu

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

$$\kappa(T) = \frac{K_{H,Low}}{k_B T} \cdot \exp\left(-\frac{E_{A,H}}{k_B T}\right), \quad (2.34)$$

mit einer geänderten Konstanten $K_{H,Low}$ für die Niedrigfeldleitfähigkeit [Wintle, 1999].

Die Temperaturabhängigkeit in (2.29) ist Wagners Approximation der Arrhenius-Beziehung (2.34), mit $\exp(\beta \cdot |\bar{E}|) = 1$ [Wagner, 1922]. Dadurch kann auch (2.29) als Niedrigfeldleitfähigkeit geschrieben werden (vgl. [Lau, 1970]) und stellt eine etwas einfachere Darstellung, im Vergleich zu (2.34), dar. Diese Approximation wurde in der Anfangszeit beim Design von Gleichstromkabelisolationen verwendet und ist gültig bei moderaten Temperaturen. Obwohl die Konstanten α und $E_{A,H}$ nicht ineinander umgerechnet werden können, zeigen Vergleiche von (2.29) und (2.34), dass eine Aktivierungsenergie $E_{A,H} = 1$ eV einer Konstanten $\alpha \approx 0,1^\circ\text{C}^{-1}$ (bei $T \approx 300$ K) entspricht [Coelho und Goffaux, 1981], [Coelho, 1997], [Boggs *et al.*, 2001].

Allgemein steigt die Leitfähigkeit (bei konstanter Temperatur und konstantem Messzeitpunkt) nicht ausschließlich mit der Feldstärke an, sondern kann in vier Bereiche unterteilt werden (vgl. Abbildung 2.16). Abhängig von der Art des Isolierstoffes ist für Feldstärkewerte kleiner 1 kV/mm bis 2 kV/mm (Bereich 1) die Leitfähigkeit unabhängig von der Feldstärke. Die Leitfähigkeit wird bestimmt durch Polarisationsprozesse oder ionische Ladungsträger. Der angrenzende Bereich 2 stellt einen Übergangsbereich dar und gilt, im Falle von PE, für Feldstärken < 10 kV/mm. Neben den ionischen Ladungsträgern kommt es mit steigender Feldstärke zu einer steigenden Anzahl elektronischer Ladungsträger. Feldstärkewerte > 10 kV/mm stellen den Hochfeldbereich (Bereich 3) dar und zeigen, bei doppelt-exponentieller Achsendarstellung, einen linearen Anstieg der Leitfähigkeit über der Feldstärke. Hier wird die Leitfähigkeit vorwiegend durch elektronische Ladungsträger (z.B. durch injizierte Ladungen an den Elektroden, vgl. Abschnitt 2.6) bestimmt. Die Leitfähigkeit steigt jedoch im Hochfeldbereich nicht beliebig an, sondern geht irgendwann in Sättigung (Bereich 4). Durch eine hohe Anzahl von Ladungen im Isolierstoff, akkumulieren diese an den Elektroden oder werden in Haftstellen gefangen. Diese Raumladungen verzerren dabei das elektrische Feld sehr stark, wodurch die Leitfähigkeit letztlich in Sättigung geht [Beyer *et al.*, 1986], [Lutz, 2011], [Freye, 2020].

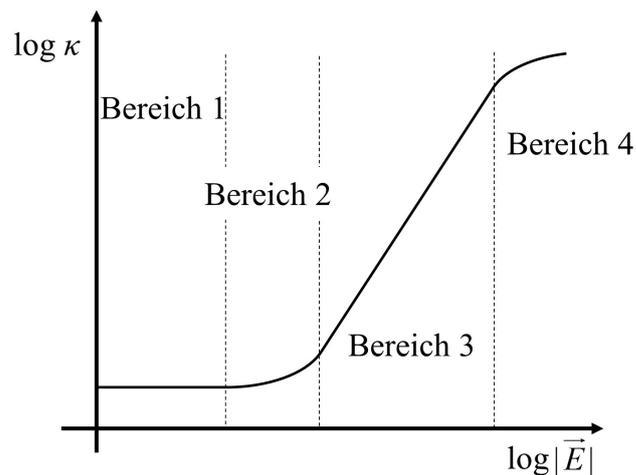


Abbildung 2.16: Allgemeiner Einfluss der elektrischen Feldstärke auf die Leitfähigkeit von Feststoffen, bei konstanter Temperatur und konstantem Messzeitpunkt [Beyer *et al.*, 1986], [Lutz, 2011], [Freye, 2020].

2.10 Das Bipolar-Charge-Transport (BCT)-Modell

Die Ladungsbewegung innerhalb der Isolierstoffe kann auf mikroskopischer oder makroskopischer Ebene geschehen. Während mit der elektrischen Leitfähigkeit positive und negative Ladungen gemittelt betrachtet werden, werden beim sogenannten Bipolar-Charge-Transport (BCT)-Modell beide Ladungsträgerarten gesondert betrachtet [Alison und Hill, 1994], [LeRoy *et al.*, 2003], [Doedens *et al.*, 2020b]. Aufgrund der Mittelung werden mit nichtlinearen Leitfähigkeitsmodellen i.d.R. nur positive oder nur negative Ladungsträger betrachtet. Ein nichtlineares Leitfähigkeitsmodell liefert zudem lediglich eine Beschreibung für den Ladungstransport bei variablen Temperaturen und elektrischen Feldstärken, es wird jedoch *keine* Erklärung für dahinterliegende Prozesse gegeben [Jeroense, 1997]. Diese Prozesse werden versucht mittels des BCT-Modells zu beschreiben.

In der Literatur weit verbreitet ist die Annahme einer konstanten Störstellentiefe innerhalb der Isolation, welche beim BCT-Modell angesetzt wird. Häufig werden dabei nur elektronische Ladungsträger (Elektronen und Löcher) berücksichtigt (vgl. [Alison und Hill, 1994], [LeRoy *et al.*, 2003], [Boufayed *et al.*, 2006], [LeRoy *et al.*, 2006], [Baudoin *et al.*, 2008], [LeRoy *et al.*, 2016]). In [Wu *et al.*, 2014] und [Yan *et al.*, 2021] wird jedoch eine Erweiterung des Modells um positive und negative ionische Ladungsträger vorgestellt.

Nach [Boufayed *et al.*, 2006] gibt es unterhalb der Leitungsbandkante und oberhalb der Valenzbandkante eine konstante Störstellentiefe, in der Ladungen „gefangen“ und „freigelassen“ werden können. Zusätzlich kann eine Rekombination zwischen Elektronen und

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Löchern stattfinden. Abbildung 2.17 zeigt das zugehörige Bänderdiagramm. Das „Fangen“ von Ladungen wird durch den Koeffizienten $B_{e,h}$ (trapping-Koeffizient) und das wieder „Freilassen“ wird durch $D_{e,h}$ (detrapping-Koeffizient) beschreiben, wobei „e“ die Elektronen und „h“ die Löcher bezeichnet. Die Rekombination von gefangenen Elektronen und Löchern wird durch den Koeffizienten S_0 , die von gefangenen Löchern und freien Elektronen durch S_1 , die von gefangenen Elektronen und freien Löchern durch S_2 , sowie die von freien Elektronen und Löchern durch S_3 beschrieben.

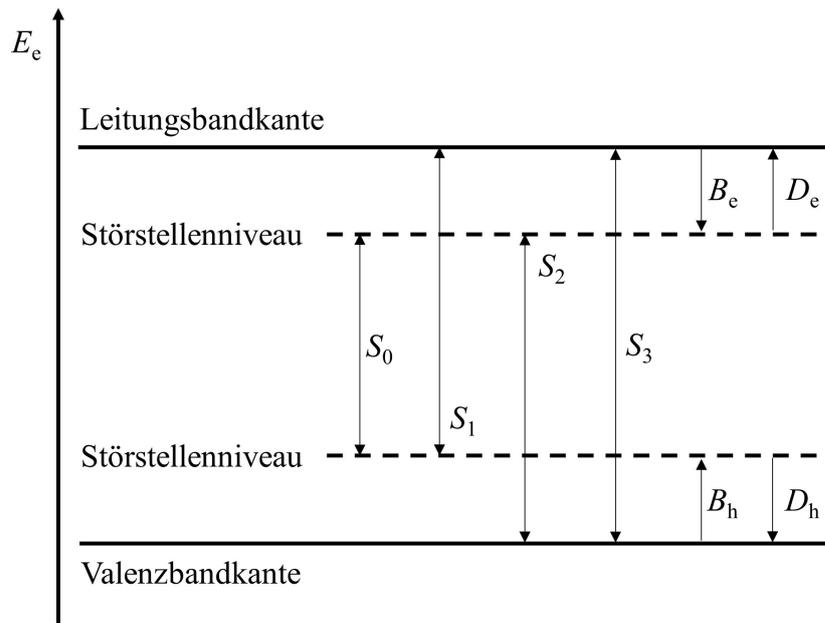


Abbildung 2.17: Bänderdiagramm eines Isolators mit einer konstanten Störstellentiefe. Zur Beschreibung einer „gefangenen“ Ladung, einer „freigelassenen“ Ladung und der Rekombination von Ladungen werden die Koeffizienten $B_{e,h}$, $D_{e,h}$ und $S_{0,1,2,3}$ genutzt [Boufayed *et al.*, 2006].

Beim BCT-Modell werden Ladungsträger von den Elektroden ins Material injiziert. Dieser Prozess wird durch die Schottky-Injektion modelliert, wobei die Stromdichte durch (2.20) beschrieben wird. Das elektrische Feld entspricht dem an der Grenzschicht zwischen Elektrode und Dielektrikum, wobei die zu überwindende Potentialbarriere Φ_{Sch} für Elektronen und Löcher unterschiedliche Werte haben kann [LeRoy *et al.*, 2016]. Innerhalb des Isolierstoffes erfolgt der Transport über das Ohm'sche Gesetz (2.7), wobei Elektronen und Löcher separat betrachtet werden mit

$$a) \quad \vec{J}_e = n_{e,\mu} \cdot \mu_e \cdot \vec{E}, \quad (2.35)$$

$$b) \quad \vec{J}_h = n_{h,\mu} \cdot \mu_h \cdot \vec{E}.$$

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

In (2.35) wird die Leitfähigkeit durch die Ladungsdichte beweglicher Elektronen $n_{e,\mu}$ und Löcher $n_{h,\mu}$ und deren Mobilität μ_e und μ_h ausgedrückt [Zhao *et al.*, 2009]. Um die zeitliche Änderung der Ladungen zu erhalten wird die Kontinuitätsgleichung (2.11) um den „source“-Term s erweitert. Dabei muss bei der Berechnung zwischen „freien“ und „gefangenen“ Ladungen unterschieden werden. Für freie (bewegliche) Ladungen gilt

$$\text{a) } \quad s_1 = \operatorname{div} \vec{J}_e + \frac{\partial}{\partial t} n_{e,\mu}, \quad (2.36)$$

$$\text{b) } \quad s_2 = \operatorname{div} \vec{J}_h + \frac{\partial}{\partial t} n_{h,\mu}.$$

Die Ladungsträgerdichte wird mit (2.36) erhalten, indem die „Splitting-Methode“ angewendet wird. Dabei wird mittels (2.35) zunächst die Kontinuitätsgleichung (2.11) für Elektronen und Löcher separat betrachtet und nach $n_{e,\mu}$ bzw. $n_{h,\mu}$ (Annahme: $\rho = n_{e,\mu}$ bzw. $\rho = n_{h,\mu}$) gelöst, um die Ladungsveränderung durch den Strom zu bestimmen. In einem zweiten Berechnungsschritt wird

$$\text{a) } \quad s_1 = \frac{\partial}{\partial t} n_{e,\mu} = -S_1 n_{h,t} n_{e,\mu} - S_3 n_{h,\mu} n_{e,\mu} - B_e n_{e,\mu} \left(1 - \frac{n_{e,t}}{n_{e,t,0}} \right) + D_e n_{e,t}, \quad (2.37)$$

$$\text{b) } \quad s_2 = \frac{\partial}{\partial t} n_{h,\mu} = -S_2 n_{h,\mu} n_{e,t} - S_3 n_{h,\mu} n_{e,\mu} - B_h n_{h,\mu} \left(1 - \frac{n_{h,t}}{n_{h,t,0}} \right) + D_h n_{h,t}$$

ausgewertet, um die Dichte „freier“ Elektronen und Löcher zu ermitteln. Dabei sind $n_{e,t}$ und $n_{h,t}$ die Ladungsträgerdichten gefangener Elektronen und Löcher und $n_{e,t,0}$ und $n_{h,t,0}$ sind die Störstellendichten für Elektronen und Löcher. Da gefangene Ladungen eine Mobilität von $\mu = 0 \text{ m}^2/(\text{Vs})$ haben wird deren Ladungskonzentration direkt über

$$\text{a) } \quad s_3 = \frac{\partial}{\partial t} n_{e,t} = -S_2 n_{h,\mu} n_{e,t} - S_0 n_{h,t} n_{e,t} - B_e n_{e,\mu} \left(1 - \frac{n_{e,t}}{n_{e,t,0}} \right) - D_e n_{e,t}, \quad (2.38)$$

$$\text{b) } \quad s_4 = \frac{\partial}{\partial t} n_{h,t} = -S_1 n_{h,t} n_{e,\mu} - S_0 n_{h,t} n_{e,t} - B_h n_{h,\mu} \left(1 - \frac{n_{h,t}}{n_{h,t,0}} \right) - D_h n_{h,t}$$

berechnet. Die Koeffizienten D_e und D_h sind gegeben durch den Kehrwert von (2.19), wobei die Störstellentiefe E_{Trap} von Elektronen und Löchern unterschiedlich sein kann [Boufayed *et al.*, 2006], [Baudoin *et al.*, 2008], [Wu *et al.*, 2014], [LeRoy *et al.*, 2016], [Yan *et al.*, 2021]. Für die Berechnung der elektrischen Feldstärke wird die Poisson-Gleichung (2.13) mit der totalen Raumladungsdichte $\rho = n_{e,\mu} + n_{h,\mu} + n_{e,t} + n_{h,t}$ gelöst.

2.11 Feldsteuerung

Zur Verhinderung von Feldstärkespitzen an exponierten Punkten in Hochspannungsbetriebsmitteln werden Feldsteuerungstechniken genutzt. Abhängig von der Art der Feldsteuerung wird zwischen geometrischer, kapazitiver, refraktiver, resistiver und nichtlinearer Feldsteuerung unterschieden [Eigner und Semino, 2013]. So werden diese Techniken genutzt, um z.B. bei Kabelmuffen die Feldbelastung zwischen der leitenden Verbindung und der Kabelisolation an Ecken und Kanten zu verringern (s. Abbildung 2.3). Die geometrische Feldsteuerung wurde 1906 als Feldsteuerungstechnik eingeführt und stellt eine der am einfachsten technisch zu realisierenden Technologien dar. Technologisch komplexer ist die nichtlinear resistive Feldsteuerung, welche seit 1985 in der Hochspannungstechnik verwendet wird und den letzten Forschungsstand darstellt [Eigner und Semino, 2013], [Küchler, 2017]. Abbildung 2.18 zeigt das prozentuale Hochspannungspotential bei einer ungesteuerten Gleitanordnung, einer geometrisch und einer nichtlinear resistiven angesteuerten Muffe.

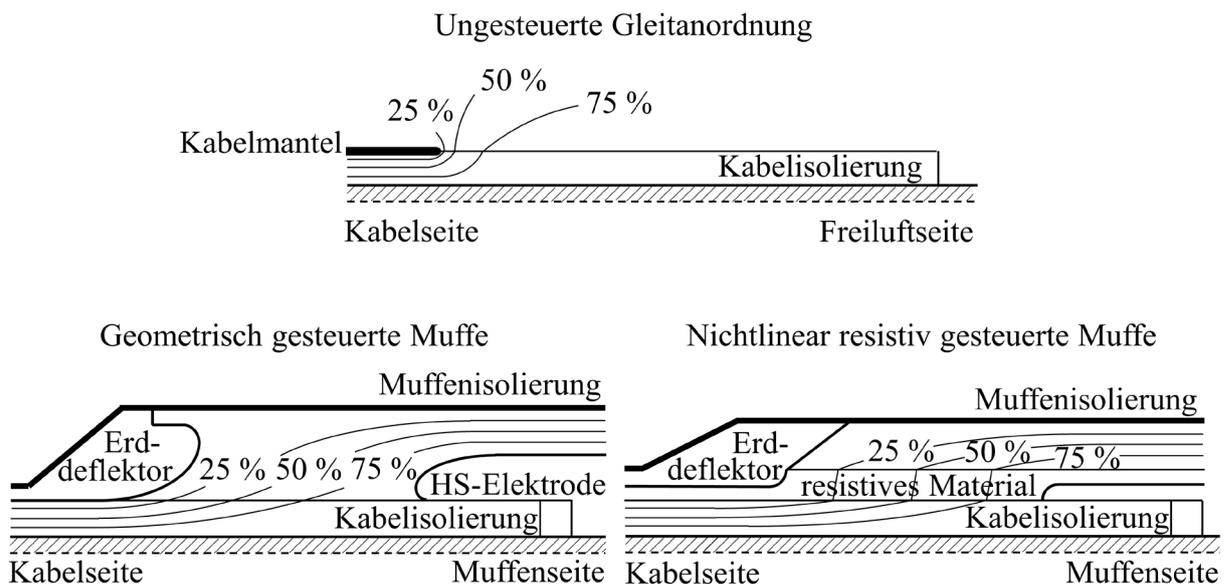


Abbildung 2.18: Prozentuales Hochspannungspotential bei einer ungesteuerten Gleitanordnung, einer geometrischen und einer nichtlinear resistiven Feldsteuerung (eigene Darstellung nach [Küchler, 2017]).

So werden bei der geometrischen Feldsteuerung runde Formen der Elektroden angestrebt, um die elektrischen Feldlinien „aufzuweiten“. Bei der nichtlinearen Feldsteuerung wird ein feldstärkeabhängiges Material (engl. *Varistor*²¹, *Field Grading Material* (FGM)) verwendet, welches mit steigender elektrischer Feldstärke elektrisch leitfähiger wird [Küchler, 2017].

²¹ Varistor = Variable Resistor

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Dabei werden einem isolierenden Grundstoff verschiedene Füllstoffe (Mikrovaristoren) beigemischt, um beispielsweise dessen elektrische, thermische oder hydrophobe Eigenschaften zu ändern [Pradhan *et al.*, 2016].

Bei der nichtlinearen Feldsteuerung kommen z.B. Zinkoxid (ZnO) bzw. Metalloxid, Siliziumkarbid (SiC) oder Eisenoxid (FeO) zum Einsatz. Metalloxid-Varistoren sind ZnO-basierte Keramiken, denen andere Metalloxidadditive beigemischt wurden [Bernasconi *et al.*, 1976]. Eine schematische Feldstärke zu Stromdichte Charakteristik (E - J -Charakteristik) zeigt Abbildung 2.19. Da es sich bei Varistoren um Feststoffe handelt, liegt ein ähnlicher Verlauf wie in Abbildung 2.16 vor. Bei niedrigen elektrischen Feldstärken (Bereich 1) besitzt das Material eine geringe (nahezu) konstante elektrische Leitfähigkeit und befindet sich im „ohm’schen Bereich“ (auch *pre-breakdown region*). Wird eine gewisse Feldstärke überschritten (Bereich 2), dann steigt die elektrische Leitfähigkeit nichtlinear an und das Material ist im „nichtlinearen Bereich“ (auch *breakdown region*). Steigt die Feldstärke weiter an (Bereich 3), dann geht das Material in Sättigung und befindet sich im „linearen Bereich“ (auch *upturn region*) [Emtage, 1977], [Gupta, 1990], [Hinrichsen, 2011], [Blatt und Hinrichsen, 2015]. Die E - J -Charakteristik kann durch die Wahl der Varistor-Partikel beeinflusst werden. Zudem variiert die Kurve in Abbildung 2.19, abhängig von der Partikelform und -größe, wobei speziell die Feldstärke $|\vec{E}|$, bei der das Material von Bereich 1 in Bereich 2 übergeht, mit sinkender Partikelgröße ansteigt [Yang *et al.*, 2018].

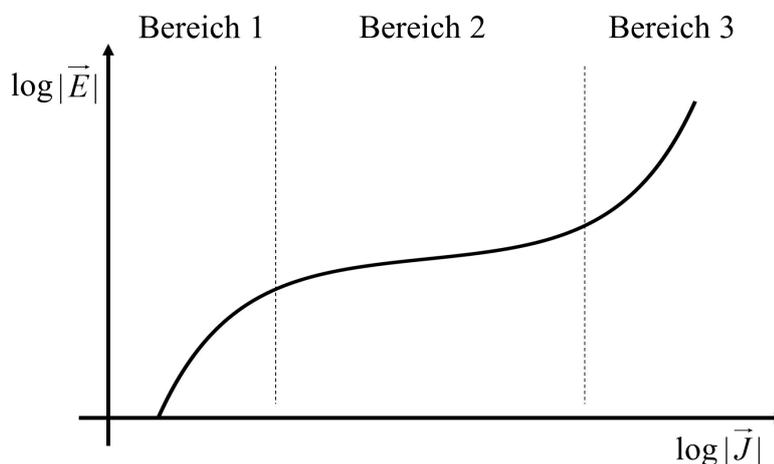


Abbildung 2.19: Schematische Darstellung der E - J -Charakteristik eines Varistormaterials, mit dem „ohm’schen Bereich“ (Bereich 1), dem „nichtlinearen Bereich“ (Bereich 2) und dem „linearen Bereich“ (Bereich 3) [Christen *et al.*, 2010], [Blatt und Hinrichsen, 2015].

Ein ZnO-Varistor entsteht beispielsweise durch das Vermischen (dotieren) von Zinkoxid mit anderen Oxiden, wie z.B. Bismut (Bi), Antimon (Sb) oder Cobalt (Co). Das fertige Partikel besteht aus einem niederohmigen ZnO-Korn (1-10 $\Omega \cdot \text{cm}$), mit einer hochohmigen Korngrenze

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

(10^{10} - $10^{12} \Omega \cdot \text{cm}$), welche abhängig von dem beigemischten Material (Bi, Sb oder Co) jeweils andere Eigenschaften besitzt. Dadurch kann die E - J -Charakteristik variiert werden [Gupta, 1990]. Die Partikel selber, welche am Ende einen Durchmesser von 10-200 μm haben, befinden sich in einer isolierenden Matrix z.B. aus EPDM oder SiR [Blatt und Hinrichsen, 2015], [Pradhan *et al.*, 2016], [Yang *et al.*, 2018].

In Abbildung 2.20 ist schematisch der Aufbau eines ZnO-Varistors dargestellt. Ein möglicher Strompfad bildet sich bei nahe beieinanderliegenden Partikeln aus [Blatt und Hinrichsen, 2015]. Da der Strom einen bevorzugten Weg durch ein einzelnes Partikel nimmt, liegt an der Korngrenze, welche einen ausgedehnten Bereich (*intergranulares Material*) von $2 \cdot 10^{-8}$ - $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ besitzt²² [Levinson und Philipp, 1975], [Bernasconi *et al.*, 1976], [Emtage, 1977], [Eigner und Semino, 2013].

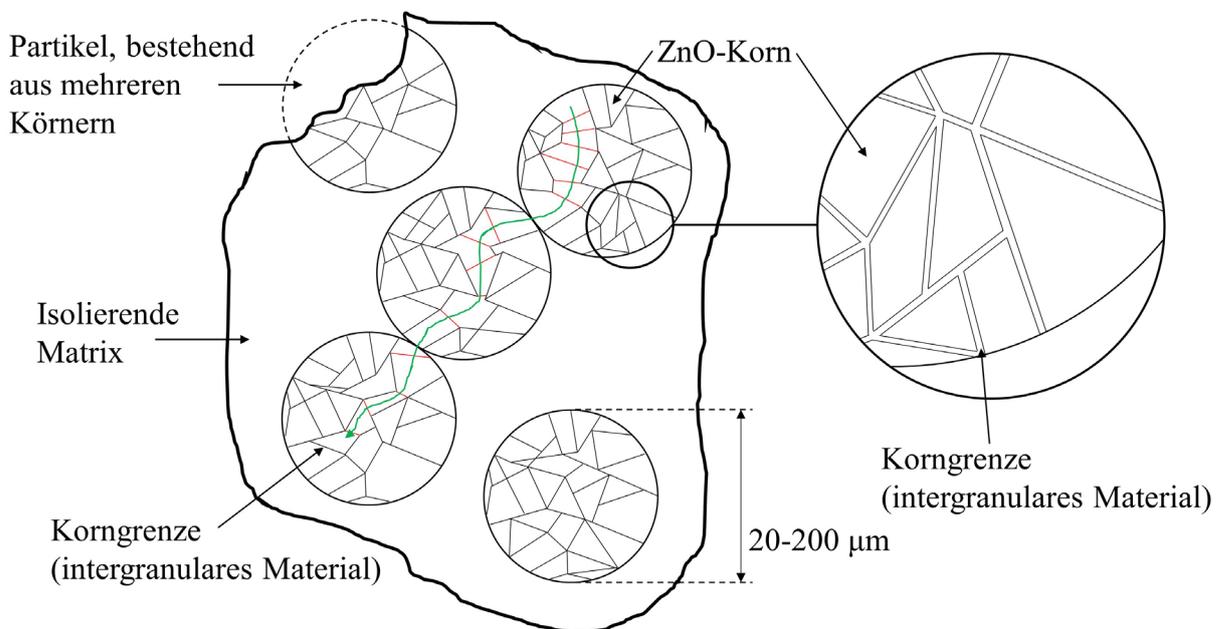


Abbildung 2.20: Schematischer Aufbau eines ZnO-Varistors. Die einzelnen ZnO-Körner sind durch einen hochohmigen Bereich (intergranulares Material) voneinander getrennt. Dieser Bereich bildet die Korngrenze zwischen den ZnO-Körnern. Mehrere Körner bilden einen Partikel, der sich in einer isolierenden Matrix befindet [Levinson und Philipp, 1975], [Emtage, 1977], [Blatt und Hinrichsen, 2015].

Die Breite der Korngrenze kann annähernd über die Dielektrizitätszahl ϵ_r des Varistors bestimmt werden. Da das intergranulare Material im Vergleich zum ZnO-Korn einen hohen Widerstand besitzt, fällt beinahe die gesamte Spannung über dieser Schicht ab, was zu einer

²² In der Literatur sind keine einheitlichen Abmessungen zu finden. 200-600 Å [Levinson und Philipp, 1975], 1800 Å [Bernasconi *et al.*, 1976], 300-5.000 Å [Emtage, 1977] (1 Ångström = 1 Å = 10^{-10} m).

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

hohen Polarisierung und einer hohen Dielektrizitätszahl ($\epsilon_r \approx 300-1500$) führt²³ [Levinson und Philipp, 1975], [Emtage, 1977], [Blatt und Hinrichsen, 2015]. Für technische Anwendungen wird jedoch meist eine Dielektrizitätszahl in der Größenordnung des Partikels und nicht des intergranularen Material gewählt, $\epsilon_r = 7,5-10$ [Bernasconi *et al.*, 1976], [Christen *et al.*, 2010], [Hussain und Hinrichsen, 2017].

Aufgrund der geringen Breite des intergranularen Materials wird der Leitungsmechanismus beispielsweise durch einen doppelten Schottky-Kontakt (2.20) oder durch Tunnelmechanismen beschrieben [Levinson und Philipp, 1975], [Bernasconi *et al.*, 1976], [Emtage, 1977], [Eda, 1978], [Mahan *et al.*, 1979], [Einzinger, 1987], [Han *et al.*, 2017a]. Durch die Beschreibung mittels Schottky-Kontakt besitzt ein Varistormaterial neben der Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke auch eine gewisse Abhängigkeit von der Temperatur [Yang *et al.*, 2018]. Da die Abhängigkeit von der Feldstärke einen viel größeren Einfluss auf die Leitfähigkeit hat, wird die Temperaturabhängigkeit meist vernachlässigt.

Die Nichtlinearität des Varistors kann durch den Koeffizienten $\alpha_{\text{var}} > 0$ ausgedrückt werden, wobei häufig α_{var} als konstant angenommen wird und über die Approximation

$$I \sim U^{\alpha_{\text{var}}}, \vec{J} \sim \vec{E}^{\alpha_{\text{var}}} \quad (2.39)$$

innerhalb des „nichtlinearen Bereichs“ gegeben ist [Eda, 1978], [Einzinger, 1987], [Gupta, 1990], [Christen *et al.*, 2010]. Generell ist α_{var} von der/dem Spannung/Strom bzw. der elektrischen Feldstärke/Stromdichte abhängig und es gilt die Definition

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \alpha_{\text{var}}(I, U) &= \frac{d \ln(I)}{d \ln(U)}, \\ \text{b)} \quad \alpha_{\text{var}}(|\vec{J}|, |\vec{E}|) &= \frac{d \log(|\vec{J}|)}{d \log(|\vec{E}|)}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Nach Abbildung 2.19 steigt α_{var} in Bereich 1 mit steigender Spannung/Strom an, erreicht in Bereich 2 sein Maximum und fällt in Bereich 3 wieder ab [Bernasconi *et al.*, 1976], [Einzinger, 1987], [Gupta, 1990], [Christen *et al.*, 2010].

Bei einem konstanten Koeffizienten α_{var} gilt für einen Widerstand $\alpha_{\text{var}} \approx 1$, für SiC gilt $\alpha_{\text{var}} \approx 5$, für einen „perfekten“ Varistor $\alpha_{\text{var}} \rightarrow \infty$ und für ZnO-Varistoren $10 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 100$, abhängig davon welche Zusätze dem Zinkoxid beigemischt werden [Levinson und Philipp, 1975], [Bernasconi *et al.*, 1976], [Einzinger, 1987], [Gupta, 1990]. Aufgrund der Zusammensetzung

²³ $\epsilon_r = 1.500$ [Levinson und Philipp, 1975], $\epsilon_r = 1.000$ [Emtage, 1977], $\epsilon_r = 300-1.000$ [Blatt und Hinrichsen, 2015].

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

des Varistors und anderer Einflussfaktoren finden sich in der Literatur verschiedene Wertebereiche für $\alpha_{\text{var}} = \text{const.}$, die in Tabelle 2.1 zusammengefasst sind.

Tabelle 2.1: Wertebereich von α_{var} für ein Varistormaterial nach [Levinson und Philipp, 1975], [Bernasconi *et al.*, 1976], [Emtage, 1977], [Mahan *et al.*, 1979], [Christen *et al.*, 2010] und [Yang *et al.*, 2018].

Referenz	Wertebereich
[Levinson und Philipp, 1975]	$30 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 50$
[Bernasconi <i>et al.</i> , 1976]	$60 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 100$
[Emtage, 1977]	$35 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 50$
[Mahan <i>et al.</i> , 1979]	$50 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 100$
[Christen <i>et al.</i> , 2010]	$10 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 20$
[Yang <i>et al.</i> , 2018]	$10 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 16$

Für praktische Anwendungen der Hochspannungstechnik reicht $\alpha_{\text{var}} = 5$, wobei eine volle Feldsteuerung ab $\alpha_{\text{var}} > 10$ erhalten wird. Da die Feldsteuerung (elektrische Feldreduktion) nach $\alpha_{\text{var}} > 20$ nur noch marginal ist, kann als Faustregel $5 \leq \alpha_{\text{var}} \leq 20$ angesetzt werden [Christen *et al.*, 2010].

Ein einfaches Modell für die elektrische Leitfähigkeit ist

$$\kappa(|\vec{E}|) = \kappa_{0,\text{var}} \cdot \left(1 + \left[\frac{|\vec{E}|}{E_{\text{Schalt}}} \right]^{\alpha_{\text{var}} - 1} \right) \quad (2.41)$$

mit der Konstanten $\kappa_{0,\text{var}}$ und der Schaltfeldstärke E_{Schalt} [Christen *et al.*, 2010]. Ein weiteres Modell ist in [Qi *et al.*, 2004] zu finden, wobei die Nichtlinearität nicht durch α_{var} , sondern durch eine Exponentialfunktion ((2.29), für $T = 0$) beschrieben wird. In [Secklehner *et al.*, 2017] werden Messergebnisse durch

$$\kappa(|\vec{E}|) = \kappa_{1,\text{var}} \cdot \frac{\sqrt[N_1]{1 + 10^{(m_{\text{var}} - m_{0,\text{var}})N_1(|\vec{E}| - E_1)}} \cdot 10^{m_{0,\text{var}}|\vec{E}|}}{\sqrt[N_2]{1 + 10^{m_{\text{var}}N_2(|\vec{E}| - E_2)}}} \quad (2.42)$$

abgebildet, mit den Konstanten $\kappa_{1,\text{var}}$, N_1 , N_2 , m_{var} , $m_{0,\text{var}}$, E_1 und E_2 , welche analog der Konstanten in den Leitfähigkeitsmodellen (2.29)-(2.34) über eine Messung ermittelt werden müssen. Eine Temperaturabhängigkeit kann modelliert werden, indem analog zu (2.31) oder (2.32), die Leitfähigkeit um einen Arrhenius-Term erweitert wird [Hussain und Hinrichsen, 2017]. Das Modell (2.41) ist dann beispielsweise gegeben durch

$$\kappa(T, |\vec{E}|) = \kappa_{2, \text{Var}} \cdot \exp\left(-\frac{E_{\text{Var}}}{k_{\text{B}}T}\right) \left(1 + \left[\frac{|\vec{E}|}{E_{\text{Schalt}}}\right]^{\alpha_{\text{Var}}-1}\right), \quad (2.43)$$

mit der Temperaturkonstanten (Aktivierungsenergie) E_{Var} und einer, im Vergleich zum Modell (2.41), veränderten Leitfähigkeitskonstanten $\kappa_{2, \text{Var}}$.

2.12 Effekt der Elektro-Osmose im Betrieb von Hochspannungs-Erdelektroden

Bei der Verwendung eines bipolaren Übertragungssystems, wie es in Abbildung 2.1 zu sehen ist, fließt nur ein geringer Anteil des Leiterstroms durch die Erde bzw. zwischen den Mittelpunkten (unsymmetrischer Strom $I_1 - I_2$). Im Fehlerfall eines der beiden Kabel ($I_1 = 0$ oder $I_2 = 0$) fließt jedoch der gesamte Strom durch den Boden. Um den Erdboden oder den Meeresgrund als Rückleiter zu nutzen, werden Erdelektroden verlegt. Die Elektroden werden dabei in möglichst leitfähigen Böden installiert, um dem Strom einen möglichst geringen Widerstand entgegen zu setzen [Bahrman und Johnson, 2007], [Marzinotto *et al.*, 2018].

2.12.1 Effekt der Elektro-Osmose

Ein feuchter Erdboden, in dem sich eine Elektrode befindet, kann als Elektrolyt betrachtet werden. Die geladenen Teilchen im Elektrolyt (Erdboden) entstehen durch Injektion und Extraktion von Elektronen an den Elektroden und durch chemische Reaktionen im Elektrolyt.

Durch die angelegte Spannung werden Elektronen (e^-) an der Kathode injiziert und an der Anode extrahiert. Damit die Ladungsneutralität im Elektrolyt bestehen bleibt, kommt es zur Oxidation und Reduktion. Ionen oder Moleküle erhalten Elektronen (Reduktion) an der Kathode. An der Anode werden Elektronen von diesen gelöst (Oxidation). Nach dem 1. Faraday-Gesetz ist die Stoffmenge, die an einer Elektrode während der Elektrolyse abgeschieden wird, proportional zur elektrischen Ladung, die durch das Elektrolyt geschickt wird [Kimbark, 1971], [Segall und Bruell, 1992].

Metallische Anoden korrodieren daher, wohingegen metallische Kathoden meist von der Korrosion geschützt sind, da hier kein Ladungsfluss *in* das Elektrolyt hinein stattfindet.

Um Korrosion zu verhindern, wird die Elektrode in ein elektrisch leitfähiges Koksbett gelegt. Dieses bildet anschließend den eigentlichen Leiter der Elektrode, da die elektrische

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Leitfähigkeit viel höher ist als die Leitfähigkeit des Bodens [Kimbark, 1971], [Segall und Bruell, 1992], [Mitchell und Soga, 2005], [Thue *et al.*, 2012].

Unter der Wirkung eines externen elektrischen Feldes fließen im Erdboden positive Ionen zu der Kathode und negative Ionen zu der Anode. Die Wassermoleküle haften aufgrund eines viskosen Zuges an den geladenen Teilchen und bewegen sich mit diesen. Da es im Erdboden i.d.R. mehr bewegliche Kationen als Anionen gibt, entsteht eine Nettowasserbewegung von der Anode weg. Diese Nettowasserbewegung wird „Elektro-Osmose“ genannt und trocknet den Boden um die Anode herum aus. Wäre die Anzahl der Kationen und Anionen gleich, dann gäbe es keine Nettowasserbewegung und ein elektro-osmotischer Effekt entfällt. Elektro-Osmose wird normalerweise als Technik genutzt, um Erdböden trocken zulegen [Gray und Mitchell, 1967]. Im Fall von Erdelektroden handelt es sich jedoch um einen parasitären Effekt, der mit einer zusätzlichen externen Bewässerung der belasteten Böden einhergehen kann. Aufgrund des relativ feuchten Bodens bei Strand- oder See-Elektroden, muss dieser Effekt nur bei Land-Elektroden berücksichtigt werden.

2.12.2 Wasserbewegung unter einem elektrischen Feld und das Gesetz von Darcy

Das Ausmaß des elektro-osmotischen Effekts hängt von einem Potentialgradienten (elektrisches Potential oder hydraulisches Potential) und der elektro-osmotischen hydraulischen Leitfähigkeit²⁴ k_{os} ab. Die Leitfähigkeit k_{os} hängt dabei von der volumenbezogenen Feuchtigkeit θ (Einheit: $[\theta] = \text{m}^3/\text{m}^3$) des Bodens ab und variiert je nach Bodenbeschaffenheit [Gray und Mitchell, 1967], [Mitchell und Soga, 2005].

Das Gesetz von Darcy beschreibt, analog zum Fourier-Gesetz in der Thermodynamik oder dem Ohm'schen Gesetz in der Elektrodynamik, dass der Wasserfluss \vec{q}_w (Einheit: $[\vec{q}_w] = \text{m/s}$) proportional zu einem Potentialgradienten ist [Richards, 1931]. Bei Erdelektroden muss lediglich das elektrische Potential berücksichtigt werden, wodurch der Wasserfluss über

$$\vec{q}_w = k_{os} \vec{E} = -k_{os} \text{grad } \varphi \quad (2.44)$$

beschrieben wird [Richards, 1931]. Basierend auf dem Gesetz der Masseerhaltung lässt sich die Kontinuitätsgleichung für die Feuchtigkeit θ schreiben als

²⁴ auch elektro-osmotische Leitfähigkeit oder elektro-osmotische Permeabilität

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{q}_w = \operatorname{div}(k_{OS} \vec{E}) = \operatorname{div} \left(k_{OS} \frac{\vec{J}}{\kappa_{\text{Boden}}} \right), \quad (2.45)$$

mit der elektrischen Leitfähigkeit des Bodens κ_{Boden} . Mittels eines konstanten Stromes im Leiter und damit einer zeitlich konstanten Stromdichte, kann über (2.45) die zeitliche und räumliche Veränderung der Feuchtigkeit bestimmt werden [Richards, 1931]. Anders als bei Kabeln kommt es hier nicht zur Akkumulation von Raumladungen. Die zeitliche Feldmigration entsteht ausschließlich durch die Wasserbewegung, hervorgerufen durch den konstanten Strom und die Feuchtigkeitsabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit.

2.13 Zusammenfassung der Ergebnisse

Ein HGÜ-Kabelsystem besteht im Wesentlichen aus dem Kabel, der Kabelverbindung und dem Kabelendverschluss. Den Isolierstoffen kommt dabei eine besondere Rolle zu, da diese großen elektrischen, thermischen und mechanischen Belastungen ausgesetzt sind.

Die beiden gängigsten Isolierstoffe in Kabeln sind masseimprägniertes Papier (MI) und vernetztes Polyethylen (VPE). Für Kabelmuffen bzw. -endverschlüsse wird i.d.R. Kautschuk, wie z.B. Silikonkautschuk (SiR), verwendet. Die Isolierstoffe weisen Ähnlichkeiten auf, indem sie aus langen Molekülketten bestehen und dazu amorphe und kristalline Bereiche ausbilden. Werden die Isolierstoffe mit Hilfe des Bändermodells beschrieben, dann führt die teilkristalline Struktur, zusammen mit nicht zum Material gehörenden Fremdatomen, auf keine Abgrenzung zwischen den Bändern. Vielmehr bestehen die Bänder aus lokalisierten Störstellen, die über die gesamte Bandlücke verteilt sind. Ladungen, die sich in solchen Störstellen befinden, können durch eine entsprechend hohe Temperatur und unterstützt durch ein anliegendes elektrisches Feld aus solchen Störstellen freikommen (Poole-Frenkel-Effekt) und zum Ladungstransport beitragen. Doch nicht nur freigewordene Ladungen können zum Ladungstransport beitragen. Ist der Isolierstoff mit zwei Elektroden verbunden, dann kommt es zur Injektion von Ladungen (Schottky-Injektion), die ebenfalls zum Ladungstransport beitragen.

In einer leeren Störstelle im Isolationsmaterial können diese Ladungen gefangen werden und, abhängig von der energetischen Tiefe, für einige Sekunden bis hin zu Jahren verbleiben. Diese Ladungen bilden Raumladungen und überlagern das äußere elektrische Feld, hervorgerufen durch eine externe Spannung. Abhängig von der Position der Ladungen im Dielektrikum werden die Raumladungen als Homocharges (Ladungen haben die gleiche

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

Polarität wie die Elektrode vor der sie sich befinden) oder als Heterocharges (Ladungen haben eine unterschiedliche Polarität wie die Elektrode vor der sie sich befinden) bezeichnet. Bei Homocharges ist die resultierende Feldstärke innerhalb des Dielektrikums erhöht und an den Elektroden verringert. Umgekehrt ist die Feldintensität bei Heterocharges an den Elektroden vergrößert und innerhalb des Materials reduziert.

Um die Akkumulation von Raumladungen zu beschreiben, sind in den letzten Jahren unterschiedliche Modelle der elektrischen Leitfähigkeit entstanden. Die Leitfähigkeit hängt dabei von vielen Faktoren, wie der Morphologie, dem Feuchtigkeitsgehalt oder dem Elektrodenmaterial ab. Die beiden wichtigsten Eingangsgrößen sind jedoch die Temperatur und das elektrische Feld. Aus langjähriger Erfahrung und Messungen oder durch Analogien zur Halbleitertechnologie zeigen die Modelle eine nichtlineare Abhängigkeit von der Temperatur und der elektrischen Feldstärke in unterschiedlicher Form.

Um das elektrische Feld nun im Isolatormaterial zu beschreiben, werden aufgrund der vorherrschenden Bedingungen nicht die vollständigen Maxwellgleichungen benötigt. Vielmehr wird die elektro-quasistatische Approximation, bei der induktive Effekte vernachlässigt werden, verwendet. Es entsteht damit ein zeitlich langsam veränderliches elektrisches Feld. Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit wird zusätzlich die Temperatur durch eine Lösung der Wärmeleitungsgleichung bestimmt, da es sich bei den Isolierstoffen um Feststoffe handelt. Da in der Literatur die Umgebung des Betriebsmittels oftmals vernachlässigt wird, ist der Einfluss der Umgebung auf die resultierende Temperaturverteilung in Kapitel 5 untersucht worden.

Die Verwendung elektrischer Leitfähigkeitsmodelle beschreibt global, wie sich das elektrische Feld bei der Akkumulation von Raumladungen verändert. Es beschreibt jedoch nicht die physikalischen Mechanismen, die dem zugrunde liegen. Diese Prozesse werden mit Hilfe des „Bipolar-Charge-Transport (BCT)-Modells“ nachgebildet. Bei der Verwendung eines elektrischen Leitfähigkeitsmodells wird eine gemittelte Ladungsverteilung angenommen, wohingegen beim BCT-Modell positive und negative Ladungsverteilungen separat betrachtet werden. Zudem werden mit dem Ansatz des BCT-Modells gefangene Ladungen, freikommende Ladungen und die Rekombination untereinander beschrieben.

Neben polymeren Isolierstoffen finden sich in Kabelmuffen und -endverschlüssen zumeist feldsteuernde Materialien, um Feldüberhöhungen an kritischen Punkten zu verhindern. Solche Materialien bestehen z.B. aus Metalloxid- oder Zinkoxid-Partikeln, die in einer Polymermatrix eingebettet sind. Unterhalb einer gewissen Schaltfeldstärke verhalten sich die Stoffe wie Isolatoren, oberhalb der Schaltfeldstärke steigt deren Leitfähigkeit um mehrere Größenordnungen an. Genau wie die Isolierstoffe zeigen die feldsteuernden Materialien ebenfalls

2. Theoretische Grundlagen, Aufbau und Ladungsbewegung in HGÜ Isolationen

eine nichtlineare Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke, wobei die Nichtlinearität im Vergleich zu den Isolierstoffen viel stärker ausgeprägt sein kann.

Wird beispielsweise im Fehlerfall eines bipolaren Übertragungssystems der Boden als Rückleiter genutzt, so kommt es nicht nur innerhalb der Isolierstoffe, sondern auch im Betrieb von Erdelektroden zu einem langsam zeitveränderlichen elektrischen Feld. Anders als bei den Isolierstoffen akkumulieren hier jedoch keine Raumladungen, sondern es kommt zum Effekt der Elektro-Osmose. Dabei bewegen sich positive Ladungen im Boden, unter dem konstanten elektrischen Feld der Elektrode, von der Anode weg und „ziehen“ Wassermoleküle mit sich. Der Boden trocknet um die Anode herum aus. Da die elektrische Leitfähigkeit des Erdbodens maßgeblich vom Feuchtigkeitsgehalt abhängt, ändert sich diese. Durch die konstant injizierte Strommenge von der Elektrode, variieren somit das elektrische Feld und der elektrische Widerstand des Erdbodens um die Erdelektrode.

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Die Berechnung der elektrischen und der thermischen Feldverteilung innerhalb der Isolation von Hochspannungskomponenten kann, aufgrund der nichtlinearen Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit der Leitfähigkeit (bzw. der Mobilität der Ladungsträger), nur in sehr engen Grenzen mit analytischen Methoden durchgeführt werden. In der Regel müssen beide Felder in einer gekoppelten elektro-thermischen numerischen Simulation bestimmt werden. Wird für die computergestützte Berechnung die elektrische Leitfähigkeit genutzt, kann diese u.a. über (2.29)-(2.34) dargestellt werden, wobei die nötigen Konstanten aus Messungen bestimmt werden bzw. bereits überwiegend aus Literaturquellen verfügbar sind. Die relative Permittivität ϵ_r der Isolierstoffe wird in den meisten Fällen als konstant angesehen und liegt im Fall von MI bei $\epsilon_r = 3,5$ und für VPE bei $\epsilon_r = 2,3$. Bei transienten Vorgängen müssen Polarisierungseffekte berücksichtigt werden, welche mit (2.5) einen Anteil der zeitabhängigen Verschiebungsstromdichte

$$\vec{J}_v(t) = \frac{\partial \vec{D}(t)}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}(t)}{\partial t}$$

bilden. Analog den Darstellungen in [Bodega, 2006] oder [Häring und Jenau, 2020] werden in dieser Arbeit die Polarisationsvorgänge künstlich über die elektrische Leitfähigkeit modelliert. Neben der Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit erhält diese eine zusätzliche räumliche und zeitliche Variation. Dadurch sollen langsame Polarisationsprozesse bzw. Ladungsbewegungen innerhalb des Isolierstoffes nachgebildet werden (s. z.B. Gl. (4.38)).

Mittels der elektrischen Leitfähigkeit lässt sich das zeitlich verändernde elektro-quasistatische Feld innerhalb der Isolation von Hochspannungsgleichstromsystemen, bei Kenntnis der angelegten Spannung U , aus (2.12) berechnen. Da die elektrische Leitfähigkeit zusätzlich von der Temperatur abhängt, muss diese gleichzeitig durch (2.14) ermittelt werden. Zusätzlich lässt sich aus einer berechneten elektro-quasistatischen Potentialverteilung, mittels der Poisson-Gleichung in (2.13), die Ladungsdichte bestimmen [Eichhorn, 1981], [Jeroense und Morshuis, 1998], [Qi und Boggs, 2006].

3.1 Diskretisierung des gekoppelten elektro-thermischen Problems

Für die Berechnung des elektrischen Feldes werden in der Literatur zwei Berechnungswege präsentiert. Bei der *potentialbasierten Feldformulierung* wird lediglich (2.12) berechnet. Ist zusätzlich die Ladungsträgerdichte ρ von Interesse, dann muss diese im Anschluss mittels der Poisson-Gleichung (2.13) ermittelt werden [Clemens *et al.*, 2004], [Steinmetz *et al.*, 2006]. Eine alternativer Berechnungsweg wird in [Jeroense und Morshuis, 1998], [Bodega, 2006] und [Gutiérrez *et al.*, 2011] präsentiert. Bei der *ladungsbasierten Feldformulierung* werden die Poisson-Gleichung (2.13), die Kontinuitätsgleichung (2.11) und das Ohm'sche Gesetz (2.7) verwendet. Im Gegensatz zur potentialbasierten Feldformulierung wird bei der ladungsbasierten Feldformulierung die Ladungsträgerdichte in den Berechnungsprozess mit eingebunden. In beiden Feldformulierungen wird die Temperatur über (2.14) bestimmt.

Da die Temperatur selbst von der elektrischen Feldstärke abhängt, muss ein gekoppeltes elektro-thermisches Problem gelöst werden. Das Ohm'sche Gesetz (2.7) beinhaltet lediglich die Leitungsströme, nicht jedoch die Verschiebungsströme $(\partial/\partial t)\vec{D} = \epsilon_0\epsilon_r(\partial/\partial t)\vec{E}$ oder Ströme aufgrund eines Konzentrationsgradienten der Ladungen [Das-Gupta, 1997]. Die Diffusionsströme, welche durch die Diffusionskonstante $D_{\text{Diff}} = \mu \cdot k_B \cdot T/q$ (Nerst-Einstein-Beziehung) bestimmt werden, sind meist, aufgrund der geringen Mobilität der Ladungsträger μ , viel kleiner als die Leitungs- oder Verschiebungsströme und werden i.d.R. vernachlässigt. Die Verschiebungsströme können, durch die langsame Feldveränderung, ebenfalls weitgehend vernachlässigt werden, müssen jedoch bei schnellen Spannungsänderungen (Blitzstoß- oder Schaltstoßspannungen) mit berücksichtigt werden [Wintle, 1999], [Teysseère und Laurent, 2005].

Ein drittes Modell, welches für die Berechnung von Corona-Entladungen an Freileitungen genutzt wird, ist prinzipiell analog zur potentialbasierten Feldformulierung (2.12). Es wird jedoch die Leitfähigkeit nach (2.28) $\kappa = q \cdot n \cdot \mu = \rho \cdot \mu$ verwendet und für die Ladungsträgerdichte ρ erneut die Poisson-Gleichung (2.13) genutzt. Das Potential φ wird letztlich über

$$0 = \text{div}[-\mu \cdot \text{div}(\epsilon_0\epsilon_r \cdot \text{grad } \varphi) \cdot \text{grad } \varphi] + \frac{\partial}{\partial t} \text{div}(\epsilon_0\epsilon_r \cdot \text{grad } \varphi) \quad (3.1)$$

berechnet, wobei für die Bestimmung von φ drei Randbedingungen vorgegeben werden müssen. Im Falle von Freileitungen wären diese das Potential des Leiter ($\varphi = U$), das Potential des Erdbodens auf dem der Freileitungsmaßstab steht ($\varphi = 0$) und das Potential in großer

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Entfernung zum Leiter ($\varphi = 0$). Im Falle eines erdverlegten Kabels wären die Randbedingungen beispielsweise das Leiterpotential ($\varphi = U$), das Außenrandpotential ($\varphi = 0$) und das Potential in großer Entfernung zum Kabel ($\varphi = 0$). Die Mobilität kann dabei u.a. durch (2.27) angegeben werden. Da in der Literatur oftmals nur die Leitfähigkeitskonstanten (z.B. α , β , κ_0), nicht aber die Mobilitätskonstanten (z.B. Φ_H , L_H , $t_{\text{Trap},0}$) zu finden sind, wird (3.1) in dieser Arbeit nicht für die Berechnung des Potentials φ genutzt [Sarma und Janischewskyj, 1969], [Abdel-Salam *et al.*, 1983].

Für die numerische Berechnung des skalaren elektrischen Potentials φ und der Temperatur T müssen die entsprechenden Gleichungen im Ort und in der Zeit diskretisiert werden. Gängige Verfahren zur Diskretisierung im Ort sind die Finite Integrationstechnik (FIT, [Weiland, 1996]) oder die Finite-Elemente Methode (FEM, [Egiziano *et al.*, 1999]). Bei der Diskretisierung in der Zeit wird zwischen impliziter und expliziter Zeitintegration unterschieden [Egiziano *et al.*, 1999], [Clemens *et al.*, 2004], [Steinmetz *et al.*, 2006], [Richter, 2019].

3.1.1 Diskretisierung im Ort mittels Finite Integrationstechnik (FIT) und Finite-Elemente Methode (FEM)

Bei der Finiten Integrationstechnik wird das Rechengebiet in würfel- oder quaderförmige Gitterzellen zerlegt, wodurch bei einem kartesischen Koordinatensystem orthogonal zueinander angeordnete Gitterlinien entstehen. Die so entstandenen Gittervolumina, -flächen, -kanten und -punkte werden als Stützstellen für die integralen Maxwellgleichungen genutzt. Durch das Anwenden der Finiten Integrationstechnik auf die potentialbasierte Feldformulierung (2.12), wird diese umgeschrieben zu

$$\mathbf{b} = \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\kappa (\mathbf{u}_T, \mathbf{G}\Phi) \mathbf{G}\Phi + \frac{d}{dt} \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}\Phi, \quad (3.2)$$

mit der diskreten Divergenzmatrix \mathbf{G}^T , der elektrischen Leitfähigkeitsmatrix \mathbf{M}_κ , dem Vektor der Knotenpunktpotentiale Φ , dem Vektor der Knotenpunkttemperaturen \mathbf{u}_T , der diskreten Gradientenmatrix \mathbf{G} , der Permittivitätsmatrix \mathbf{M}_ϵ und dem Vektor \mathbf{b} , welcher die Randbedingungen in Form von Potentialvorgaben des elektrischen Problems enthält. Die ladungsbasierte Feldformulierung wird umgeschrieben zur diskreten Kontinuitätsgleichung

$$\mathbf{0} = \mathbf{G}^T \mathbf{j} + \frac{d}{dt} \mathbf{q}, \quad (3.3)$$

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

der diskreten Poisson-Gleichung der Elektrostatik

$$\mathbf{b} + \mathbf{q} = \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G} \Phi \quad (3.4)$$

und dem diskreten ohm'schen Gesetz

$$\mathbf{j} = -\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T, \mathbf{G}\Phi) \mathbf{G}\Phi, \quad (3.5)$$

mit dem Stromdichtevektor \mathbf{j} und dem Vektor der Ladungsträgerdichte \mathbf{q} . Die Diskretisierung der Wärmeleitungsgleichung führt auf die Formulierung

$$\mathbf{b}_T + \mathbf{q}_T + \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{u}_T = \mathbf{M}_\delta \mathbf{M}_c \frac{d}{dt} \mathbf{u}_T, \quad (3.6)$$

mit der Dichtematrix \mathbf{M}_δ , der Matrix der spezifischen Wärmekapazität \mathbf{M}_c , der thermischen Leitfähigkeitsmatrix \mathbf{M}_λ , dem Vektor der Wärmequellen $\mathbf{q}_T = [\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T, \mathbf{G}\Phi) \mathbf{G}\Phi]^T \mathbf{G}\Phi$ und dem Vektor \mathbf{b}_T , welcher die Randbedingungen des thermischen Problems enthält.

Bei der Methode der Finiten Elemente wird die partielle Differentialgleichung (2.12) mit einer Testfunktion $v_{\text{Test}} \in V_0$, mit $V_0 = \{v_{\text{Test}} \in H^1(\Omega) \mid v_{\text{Test}} = 0 \text{ auf } \Gamma_D\}$, multipliziert und über den Raum Ω integriert. Durch Anwendung der ersten Green'schen Identität folgt die Variationsformulierung

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \text{grad } v_{\text{Test}} \cdot (\kappa(T, |\text{grad } \varphi|) \text{grad } \varphi) d\Omega + \int_{\Omega} \text{grad } v_{\text{Test}} \cdot \left(\epsilon_0 \epsilon_r \text{grad } \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) d\Omega \\ & = \int_{\Gamma} \kappa(T, |\text{grad } \varphi|) \frac{\partial \varphi}{\partial n} \cdot v_{\text{Test}} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \cdot v_{\text{Test}} d\Gamma, \end{aligned} \quad (3.7)$$

mit dem Normalenvektor \vec{n} , gerichtet zum Rand $\Gamma = \partial\Omega$ des betrachteten Gebietes Ω . Auf dem Rand Γ sind auf getrennten Abschnitten die Dirichlet- (Γ_D) bzw. Neumann-Randbedingungen (Γ_N) vorgegeben, d.h. es gilt

$$\begin{aligned} \Gamma_D: \varphi(\vec{r}, t) & \text{ ist vorgegeben,} \\ \Gamma_N: \frac{\partial}{\partial n} \varphi(\vec{r}, t) & \text{ ist vorgegeben.} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Da nur homogene Neumann-Randbedingungen ($\partial\varphi/\partial\vec{n} = 0$) betrachtet werden, verschwindet die rechte Seite in (3.7).

Für eine Diskretisierung der Variationsformulierung wird die Testfunktion am Ortspunkt \vec{r} und das Potential am Ort \vec{r} , zur Zeit t , durch eine endliche Anzahl an Knotenbasisfunktionen

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

(Ansatzfunktionen) $N_i = N(\vec{r}_i)$ approximiert. Für den eindimensionalen Fall sind diese Ansatzfunktionen als stückweise lineare Funktionen (Ansatzfunktionen 1. Ordnung) in blau in Abbildung 3.1 zu sehen. Am Ort der Stützstellen x_i weist die approximierte Funktion den Wert des kontinuierlichen Verlaufes auf. Zwischen zwei Stützstellen wird der kontinuierliche Verlauf hier durch stückweise lineare Funktionen angenähert. Mittels der Knotenbasisfunktionen lässt sich das Potential approximativ schreiben als

$$\varphi(\vec{r}, t) \approx \sum_{i=1}^{n_{\text{ges}}} \Phi_i(t) N(\vec{r}_i), \quad (3.9)$$

mit den Freiheitsgeraden Φ und n_{ges} als der gesamten Anzahl der Knotenpunkte. In n_{ges} ist neben der Anzahl der Dirichlet-Knoten auch die Anzahl von Φ enthalten. Wird (3.9) in (3.7) eingesetzt, so lassen sich $1, \dots, n_{\text{ges}}$ Gleichungen formulieren

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_{n_{\text{ges}}} \end{pmatrix} \\ + \frac{\partial}{\partial t} & \begin{pmatrix} \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_{n_{\text{ges}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dies führt weiter umgeformt auf ein nichtlineares algebraisches Gleichungssystem, welches sich in Matrixform schreiben lässt als

$$\mathbf{A}_{\kappa}(\mathbf{u}_T, \Phi) \Phi + \frac{d}{dt} \mathbf{B}_{\varepsilon} \Phi = \mathbf{b}. \quad (3.11)$$

Hierin sind

$$\mathbf{A}_{\kappa}(\mathbf{u}_T, \Phi) = \begin{pmatrix} \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \kappa(\cdot) \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

die Steifigkeitsmatrix und

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

$$\mathbf{B}_\varepsilon = \begin{pmatrix} \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{ grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{ grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{ grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{ grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

die Massenmatrix [Egiziano *et al.*, 1999], [Weida, 2011], [Ye, 2015], [Richter, 2019].

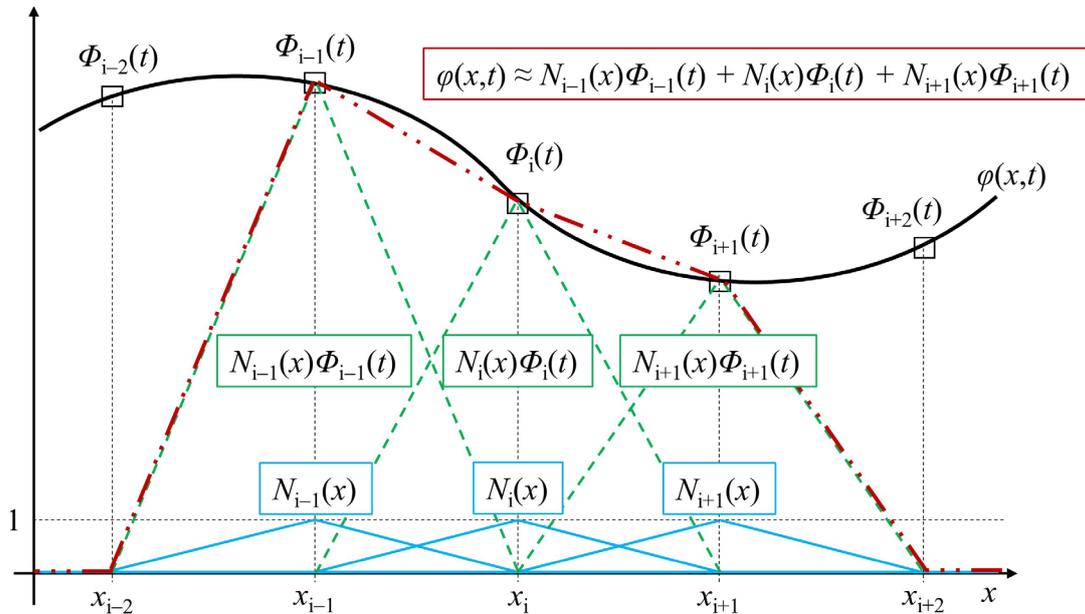


Abbildung 3.1: Approximation der kontinuierlichen Funktion $\varphi(x,t)$ mittels stückweise linearen Ansatzfunktionen $N_i(x)$, die am Stützstellenort x_i den Wert eins haben. Durch eine Multiplikation der Ansatzfunktionen mit den Stützstellenwerten der Funktion $\Phi_i(t)$ und einer Addition aller Werte wird eine stückweise lineare Approximation des tatsächlichen Verlaufes erhalten.

Die Wärmeleitungsgleichung (2.14) lässt sich analog zu (3.10) herleiten, jedoch muss die Verlustleistungsdichte $\kappa |\vec{E}|^2$ innerhalb des Rechengebietes berücksichtigt werden. Aufgrund des Konvektionsterms (2.15) liegen zudem keine homogenen Neumann-Randbedingungen vor, sondern sogenannte *Robin-Randbedingungen*. Dadurch gilt auf dem Rand des Rechengebietes

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_{\text{th}} \cdot (T - T_\infty) \vec{n}, \quad (3.14)$$

mit dem Wärmeübergangskoeffizienten α_{th} und der Temperatur in großer Entfernung zur Wärmequelle T_∞ . Analog (3.7) ist die Variationsformulierung der Wärmeleitungsgleichung gegeben durch

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} \delta c_p \frac{\partial T}{\partial t} v_{\text{Test}} d\Omega + \int_{\Omega} \text{grad } v_{\text{Test}} \cdot (\lambda \text{ grad } T) d\Omega - \int_{\Omega} \kappa(T, |\vec{E}|) |\vec{E}|^2 v_{\text{Test}} d\Omega \\
 & = \int_{\Gamma} \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \cdot v_{\text{Test}} d\Gamma.
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Die Temperatur wird nun ebenfalls durch eine endliche Anzahl an Knotenbasisfunktionen approximiert. Dabei wird (3.9) in (3.15) eingesetzt, wobei die Freiheitsgerade $\Phi_i(t)$ durch die Knotenpunkttemperaturen $u_{T,i}(t)$ ersetzt werden. Damit folgt die Matrixform

$$\begin{aligned}
 & + \begin{pmatrix} \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \lambda \text{ grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_1 \cdot \lambda \text{ grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \lambda \text{ grad } N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \text{grad } N_{n_{\text{ges}}} \cdot \lambda \text{ grad } N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{T,1} \\ \vdots \\ u_{T,n_{\text{ges}}} \end{pmatrix} \\
 & + \begin{pmatrix} \int_{\Gamma} \alpha_{\text{th}} N_1 N_1 d\Gamma & \cdots & \int_{\Gamma} \alpha_{\text{th}} N_1 N_{n_{\text{ges}}} d\Gamma \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \int_{\Gamma} \alpha_{\text{th}} N_{n_{\text{ges}}} N_1 d\Gamma & \cdots & \int_{\Gamma} \alpha_{\text{th}} N_{n_{\text{ges}}} N_{n_{\text{ges}}} d\Gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{T,1} \\ \vdots \\ u_{T,n_{\text{ges}}} \end{pmatrix} \\
 & + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \int_{\Omega} \delta c_p N_1 N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \delta c_p N_1 N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \int_{\Omega} \delta c_p N_{n_{\text{ges}}} N_1 d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} \delta c_p N_{n_{\text{ges}}} N_{n_{\text{ges}}} d\Omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{T,1} \\ \vdots \\ u_{T,n_{\text{ges}}} \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} \int_{\Gamma} N_1 \kappa(\cdot) |\vec{E}|^2 d\Gamma \\ \vdots \\ \int_{\Gamma} N_{n_{\text{ges}}} \kappa(\cdot) |\vec{E}|^2 d\Gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \int_{\Gamma} N_1 \alpha_{\text{th}} T_{\infty} d\Gamma \\ \vdots \\ \int_{\Gamma} N_{n_{\text{ges}}} \alpha_{\text{th}} T_{\infty} d\Gamma \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Die ersten beiden Zeilen in (3.16) können zur Steifigkeitsmatrix \mathbf{A}_T zusammengefasst werden. Ist die thermische Leitfähigkeit λ nichtlinear von der Temperatur abhängig, ist (3.16) ebenfalls ein nichtlineares algebraisches Gleichungssystem. Die dritte Zeile ist die Massenmatrix \mathbf{B}_T und die rechte Seite der Lastvektor \mathbf{b}_T . Zusammengefasst hat (3.16) die [Weida, 2011] Form

$$\mathbf{A}_T(\mathbf{u}_T, \Phi) \mathbf{u}_T + \frac{d}{dt} \mathbf{B}_T \mathbf{u}_T = \mathbf{b}_T. \tag{3.17}$$

Die FEM nutzt für die räumliche Diskretisierung meist dreieckige bzw. tetraederförmige Elemente. Diese Elemente haben, im Vergleich zu einer Diskretisierung mittels Differenzenverfahren, den Vorteil, dass die Elemente den Verläufen von z.B. Elektroden oder Grenzflächen angepasst werden können. So kann ein relativ genaues Ergebnis, bei einer gleichzeitig

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

geringen Anzahl an Freiheitsgeraden erzielt werden, indem das „interessante“ Gebiet fein und der rest relativ grob aufgelöst wird. Soll das Gitter unverändert bleiben, so kann durch die Erhöhung der Ordnung der tetraeder Elemente die Genauigkeit der Lösung ebenfalls verbessert werden. Tetraederelemente 1. Ordnung sind lineare Tetraeder (vgl. Abbildung 3.1 für den eindimensionalen Fall), wobei das Potential auf den vier Eckpunkten berechnet und im Zwischenraum interpoliert wird. Tetraeder 2. Ordnung sind quadratische Elemente, wobei die Anzahl der Stützstellen auf zehn ansteigt. Zudem können Krümmungen besser aufgelöst werden. Die Erhöhung der Ordnung der Tetraeder geht einher mit einer Erhöhung der Ordnung der Ansatzfunktionen. So werden beispielsweise Tetraeder 2. Ordnung mit Ansatzfunktionen 2. oder höherer Ordnung gebildet. Je höher die Ordnung ist, desto größer sind jedoch auch der Rechenaufwand und die Gefahr, dass es zu numerischen Instabilitäten kommt [Weida, 2011], [Küchler, 2017]. Da bei der FIT Formulierung beispielsweise die Kantenlänge zwischen zwei Gitterpunkten bekannt sein muss, sind für tetraederförmige Elemente die Formulierungen (3.2)-(3.6) nur für lineare Ansatzfunktionen (im dreidimensionalen sogenannte Whitney-Formen) gültig [Bossavit, 1988], [Lee, 1994], [Artuzi, 2003].

3.1.2 Diskretisierung in der Zeit mittels explizitem und implizitem Zeitintegrationsverfahren

Durch Anwenden eines expliziten Euler Zeitintegrationsverfahrens mit Vorwärtsdifferenzenquotient auf (3.2) gilt für den Lösungsvektor der Potentialfreiheitsgerade $\Phi^{m+1} = \Phi(t^{m+1})$, bei dem diskreten Zeitschritt $m+1$, die Auswertungsvorschrift

$$\Phi^{m+1} := \Phi^m + \Delta t [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_e \mathbf{G}]^{-1} \{ \mathbf{b} - \mathbf{G}^T \mathbf{M}_k(\mathbf{u}_T, \mathbf{G} \Phi^m) \mathbf{G} \Phi^m \}, \quad (3.18)$$

mit der Zeitschrittweite Δt , welche aus numerischen Stabilitätsgründen nicht größer als die Zeitschrittweite Δt_{CFL} sein darf, definiert über die Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) Bedingung. In (3.18) wird der Temperaturvektor \mathbf{u}_T als zeitlich konstant angenommen. Analog ergibt (3.3) mit dem expliziten Euler Zeitintegrationsverfahren das Update-Schema

$$\mathbf{q}^{m+1} := \mathbf{q}^m - \Delta t \mathbf{G}^T \mathbf{j}^m. \quad (3.19)$$

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Die CFL-Bedingung wird nach [LeRoy *et al.*, 2006] über die räumliche Auflösung und die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger berechnet. Mit einer räumlichen Schrittweite Δh und dem Betrag der Driftgeschwindigkeit des Teilchens v_{Drift} gilt

$$\Delta t_{\text{CFL}} = \Delta h / v_{\text{Drift}}. \quad (3.20)$$

Damit ist gewährleistet, dass in jeder Meshzelle die auftretenden Phänomene (Ladungsbewegung) mit der Wahl des Zeitschrittes $\Delta t \leq \Delta t_{\text{CFL}}$ zeitlich aufgelöst werden [Wintle 2003]. Die Anwendung einer expliziten Euler-Formulierung mit Vorwärtsdifferenzenquotient auf die Temperatur (3.6) führt auf die Darstellung

$$\mathbf{u}_T^{m+1} := \mathbf{u}_T^m + \Delta t [\mathbf{M}_\delta \mathbf{M}_c]^{-1} (\mathbf{b}_T^{m+1} + \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{u}_T^m + \mathbf{q}_T^m), \quad (3.21)$$

Die Zeitintegration wird beendet, wenn eine vorgegebene Endzeit $t = t_{\text{END}}$ erreicht wird oder wenn das elektrische Potential zur Zeit $t = t_{\text{stat}}$ eine stationäre Verteilung angenommen hat, also gilt $\|\Phi^{m+1} - \Phi^m\| / \|\Phi^m\| < \eta$, wobei $\eta \ll 1$ die Stoppbedingung ist.

Wird anstelle eines expliziten Zeitintegrationsverfahrens ein implizites Verfahren mit Vorwärtsdifferenzenquotient auf (3.2) bzw. auf (3.6) angewendet, so folgt für das Potential

$$\Phi^{m+1} := \Phi^m + \Delta t [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\varepsilon \mathbf{G}]^{-1} \{ \mathbf{b} - \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\kappa (\mathbf{u}_T, \mathbf{G} \Phi^{m+1}) \mathbf{G} \Phi^{m+1} \} \quad (3.22)$$

und für die Temperatur

$$\mathbf{u}_T^{m+1} := \mathbf{u}_T^m + \Delta t [\mathbf{M}_\delta \mathbf{M}_c]^{-1} (\mathbf{b}_T^{m+1} + \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{u}_T^{m+1} + \mathbf{q}_T^m). \quad (3.23)$$

Im Unterschied zur expliziten Zeitintegration wird bei der impliziten Zeitintegration die Lösung nicht zum Zeitpunkt m , sondern am zu errechnenden Zeitpunkt $m+1$ ausgewertet. Da in (3.22) die Leitfähigkeitsmatrix \mathbf{M}_κ nun vom zu berechnenden Potential Φ^{m+1} abhängt und sich somit nicht explizit nach Φ^{m+1} auflösen lässt, ist ein nichtlineares algebraisches Gleichungssystem pro Zeitschritt zu lösen. Für die Lösung von (3.22) sind Linearisierungsmethoden (z.B. Newton-Raphson-Iteration) nötig, welche iterativ auf einer wiederholten Lösung eines algebraischen Gleichungssystems basieren und mit einem zusätzlichen Berechnungsaufwand verbunden sind [Richter *et al.*, 2017], [Richter, 2019]. In Anhang A ist beispielhaft das Newton-Raphson-Verfahren zur Lösung von (3.2) mittels implizitem Zeitintegrationsverfahren dargestellt.

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Explizite Zeitintegrationsverfahren haben somit den Vorteil, dass die Leitfähigkeitsmatrix zum Startzeitpunkt m und nicht zum errechnenden Zeitpunkt $m+1$ bestimmt wird. Nachteilig ist hingegen die Höhe des Zeitschritts, welcher durch $\Delta t \leq \Delta t_{\text{CFL}}$ begrenzt wird. Dadurch kommt es nach (3.20) bei einer entsprechend feinen Auflösung des Gitters ($\Delta h \rightarrow 0$) zu sehr kleinen Zeitschrittweiten und damit einer hohen Anzahl an Zeitschritten, bis eine zeitlich annähernd konstante Verteilung der Lösung vorliegt. Im Gegensatz dazu besitzt bei der impliziten Zeitintegration die Zeitschrittweite Δt keine obere Schranke, jedoch muss, aufgrund der Nichtlinearität der Leitfähigkeitsmatrix \mathbf{M}_k , ein nichtlineares algebraisches Gleichungssystem pro Zeitschritt gelöst werden [Richter, 2019].

Eine Alternative zu expliziten und impliziten Zeitintegrationsverfahren sind die *stabilisierten expliziten Runge-Kutta Methoden*. Hierbei werden sogenannte Stabilitätspolynome aufgebaut, wobei häufig Tschebyscheff Polynome verwendet werden. In der Literatur werden diese daher auch häufig Runge-Kutta-Chebyshev (RKC)-Methoden genannt [van der Houwen und Sommeijer, 1980], [Skvortsov, 2011]. Bei den Verfahren wird mittels der Stabilitätspolynome eine Zeitintegrationsmethode konstruiert, wobei letztlich mehrere explizite Methoden zu einem langen Zeitschritt, mit $\Delta t > \Delta t_{\text{CFL}}$, kombiniert werden [Sommeijer *et al.*, 1998], [Skvortsov, 2011], [Richter *et al.*, 2017].

Beispielhaft sind Pseudocodes zur Bestimmung der Feld- und Ladungsverteilung mittels der potentialbasierten Feldformulierung (3.2) und der ladungsbasierten Feldformulierung (3.3)-(3.5), unter Verwendung eines expliziten Zeitintegrationsverfahrens, in Abbildung 3.2 und Abbildung 3.3 aufgeführt. Wird hingegen ein implizites Zeitintegrationsverfahren genutzt, so kann dies nur auf die potentialbasierte Feldformulierung (Abbildung 3.2²⁵) angewendet werden. Die Potentialberechnung in Zeile 7 und die Temperaturberechnung in Zeile 9 sind dann durch (3.22) und durch (3.23) zu ersetzen.

Als Startwerte für die Berechnung wird eine Ladungsträgerdichte $\rho = 0 \text{ As/m}^3$ angenommen und es wird eine konstante Temperaturverteilung $T = T_\infty$, wobei T_∞ die Umgebungstemperatur ist, angesetzt [Clemens *et al.*, 2004], [Steinmetz *et al.*, 2006]. Aufgrund von unterschiedlichen Zeitkonstanten zwischen dem elektrischen und dem thermischen Problem (s. Abschnitt 4.2) haben Temperaturänderungen einen sofortigen Einfluss auf das elektrische Feld, wodurch eine schwache Kopplung zwischen T und \vec{E} angenommen wird.

Für die Diskretisierung des BCT-Modells wird ebenfalls (3.3)-(3.5) genutzt, nur muss hier zwischen positiven und negativen Ladungsträgern unterschieden werden. Des Weiteren wird

²⁵ Die Temperaturverteilung kann theoretisch auch in Abbildung 3.3 mittels implizitem Zeitintegrationsverfahren berechnet werden, jedoch würde dann das Potential und die Temperatur zu unterschiedlichen Zeitpunkten ausgewertet werden. Werden für die Temperatur und die Ladungsberechnung die gleiche Zeitschrittweite genutzt, wäre der Vorteil der impliziten Zeitintegration ($\Delta t > \Delta t_{\text{CFL}}$) nicht mehr vorhanden.

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

(3.3) nur für bewegliche Ladungsträger angewendet, wobei anschließend die zeitliche Ladungsdichteänderung über den source-Term (2.37) bestimmt wird. Für gefangene Ladungen wird nur die zeitliche Ladungsdichteänderung mittels des source-Terms (2.38) berechnet.

1	Initialwerte bei der Iteration $m = 0$: $\mathbf{q}^m = 0 \text{ As/m}^3$, $\mathbf{u}_T^m = T_\infty$, $\mathbf{b}^m = \mathbf{b}$
2	$\Phi^m := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}^m + \mathbf{b}^m)$
3	while $t < t_{\text{END}}$ oder $\ \Phi^{m+1} - \Phi^m\ / \ \Phi^m\ > \eta$
4	Löse
5	$\mathbf{M}_\kappa^m := \mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m)$
6	$\mathbf{q}_T^m := [\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}\Phi^m]^T \mathbf{G}\Phi^m$
7	$\Phi^{m+1} := \Phi^m + \Delta t [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{b}^{m+1} - \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}\Phi^m)$
8	$\mathbf{q}^{m+1} := \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}\Phi^{m+1} - \mathbf{b}^{m+1}$
9	$\mathbf{u}_T^{m+1} := \mathbf{u}_T^m + \Delta t [\mathbf{M}_\delta \mathbf{M}_c]^{-1} (\mathbf{b}_T^{m+1} + \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{u}_T^m + \mathbf{q}_T^m)$
10	Erhöhe Zeitschritt: $m = m + 1$
11	end

Abbildung 3.2: Pseudocode zur Berechnung der Feld- und Ladungsverteilung mittels der potentialbasierten EQS-Feldformulierung.

1	Initialwerte bei der Iteration $m = 0$: $\mathbf{q}^m = 0 \text{ As/m}^3$, $\mathbf{u}_T^m = T_\infty$, $\mathbf{b}^m = \mathbf{b}$
2	$\Phi^m := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}^m + \mathbf{b}^m)$
3	while $t < t_{\text{END}}$ oder $\ \Phi^{m+1} - \Phi^m\ / \ \Phi^m\ > \eta$
4	Löse
5	$\mathbf{M}_\kappa^m := \mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m)$
6	$\mathbf{q}_T^m := [\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}\Phi^m]^T \mathbf{G}\Phi^m$
7	$\mathbf{j}^m := -\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}\Phi^m$
8	$\mathbf{q}^{m+1} := \mathbf{q}^{m+1} - \Delta t \mathbf{G}^T \mathbf{j}^m$
9	$\Phi^{m+1} := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}^{m+1} + \mathbf{b}^{m+1})$
10	$\mathbf{u}_T^{m+1} := \mathbf{u}_T^m + \Delta t [\mathbf{M}_\delta \mathbf{M}_c]^{-1} (\mathbf{b}_T^{m+1} + \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{u}_T^m + \mathbf{q}_T^m)$
11	Erhöhe Zeitschritt: $m = m + 1$
12	end

Abbildung 3.3: Pseudocode zur Berechnung der Feld- und Ladungsverteilung mittels der ladungsbasierten EQS-Feldformulierung.

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Im Vergleich zur ladungsbasierten EQS-Feldformulierung und dem BCT-Modell, kann die potentialbasierte elektro-quasistatische Feldformulierung mittels expliziter und impliziter Zeitintegrationsmethoden gelöst werden. Die potentialbasierte Feldformulierung ist daher flexibler in der Wahl der Zeitintegrationsmethoden. Die Ladungsverteilung lässt sich dabei zu jedem Zeitpunkt t^m in einem Post-processing-Schritt aus dem skalaren elektrischen Potential berechnen, wird jedoch bei der Zeitintegration selbst nicht explizit verwendet. Bei der simulierten Ladungsmenge handelt es sich jedoch immer um eine gemittelte Verteilung. Bei der ladungsbasierten Feldformulierung handelt es sich ebenfalls nur um eine gemittelte Verteilung, jedoch wird diese während der Zeitintegration automatisch in ihrer zeitlichen Variation mitberechnet.

Das BCT-Modell lässt sich nur durch eine explizite Zeitintegration lösen, da durch die Splitting-Methode die Kontinuitätsgleichung aufgespalten wird. Mittels des BCT-Modells ist es jedoch möglich, positive und negative Ladungen separat zu betrachten.

Aufgrund der schlechteren Handhabbarkeit des BCT-Modells durch die Verwendung mehrerer Konstanten (s. Abbildung 2.17), im Vergleich zum Verfahren basierend auf elektrischen Leitfähigkeitsmodellen, wird dieses Modell für Simulationen von komplexen Kabelsystemen in der Literatur weniger häufig genutzt. Die Verwendung beschränkt sich meist auf eindimensionale Problemmodellierungen (Kabelisolation oder ebene Isolations-schicht) [LeRoy *et al.*, 2003], [LeRoy *et al.*, 2016], [Doedens *et al.*, 2020b].

Für eine qualitative Aussage über die elektrische Feldverteilung in einfachen und komplexen Geometrien eignen sich die ladungsbasierte und die potentialbasierte Feldformulierung [Jörgens und Clemens, 2019a]. Werden hingegen die Ladungsbewegung und elektrische Prozesse auf mikroskopischer Ebene untersucht, dann sind Verfahren basierend auf dem BCT-Modell zu bevorzugen, da diese Verfahren solche Prozesse besser nachbilden können.

3.2 Verifikation der Simulationsergebnisse mittels Referenz- und analytischen Ergebnissen

Für die Simulation der elektrischen Feldverteilungen in Kabelsystemen werden unterschiedliche Programme genutzt. Für radialsymmetrische Kabelgeometrien können eindimensionale Feldmodelle mittels eines selbstentwickelten Löser in MatLab[®] berechnet werden. Modelle mit Symmetrien, die zu r - ϕ - bzw. r - z -Schnittebenen führen, wie sie in Kabelmuffen und -endverschlüssen vorkommen, sowie vollständig dreidimensionale

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Feldanordnungen, werden mittels eines Finite-Elemente Methode basierten Simulationswerkzeugs, basierend auf einem Löser in FreeFEM++, berechnet [Hecht, 2012].

3.2.1 Verifikation der Ergebnisse einer Kabelisolation

Für die Simulationsergebnisse der elektrischen Feld- und Ladungsverteilung in einer Kabelgeometrie wurde ein Feldsimulationsprogramm in MatLab[®] geschrieben, dem eine ladungsbasierte EQS-Feldformulierung zugrunde liegt. Aufgrund der eindimensionalen Modellsymmetrie wird für die räumliche Diskretisierung die Finite-Differenzen Methode (FDM) verwendet. Sowohl in der Zeit als auch im Ort wird je eine äquidistante Schrittweite für die Stützstellenpositionierung genutzt. Zur Verifikation des MatLab[®]-Codes werden

$r_i = 23,2 \text{ mm}$
$r_a = 42,4 \text{ mm}$
$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0,1^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0,03 \text{ mm/kV}$
$U = 450 \text{ kV}$

simulierte Ergebnisse mit publizierten Ergebnissen aus [Jeroense, 1997] verglichen. Dazu wird eine Kabelisolation, abgebildet in Abbildung 3.4 (links), betrachtet und die Leitfähigkeit über (2.29) beschrieben. Die entsprechenden Konstanten sind in der Tabelle links zusammengefasst. Die räumliche Auflösung beträgt in diesem Beispiel $\Delta h =$

0,0642 mm und die zeitliche Auflösung $\Delta t = 67 \text{ s}$.

Zunächst wird eine zeitlich konstante Temperatur mit $T(r_i) = T_i = 50^\circ\text{C}$ und $T(r_a) = T_a = 35^\circ\text{C}$ angenommen und das elektrische Feld entlang des Radius (rote Auswertungsgerade) zu verschiedenen Zeiten betrachtet. In Abbildung 3.4 ist nun das elektrische Feld zu verschiedenen Zeitpunkten, zusammen mit der relativen Abweichung zu den Ergebnissen aus [Jeroense, 1997], dargestellt. Die relative Abweichung zwischen der simulierten Feldstärke E_{Sim} und dem Referenzwert E_{Referenz} wird über den Ausdruck

$$\eta_{\text{Err}}(r) = \left[\frac{|E_{\text{Referenz}}(r) - E_{\text{sim}}(r)|}{|E_{\text{Referenz}}(r)|} \right] \cdot 100 \% \quad (3.24)$$

berechnet und liegt unter 0,5 %, was einer für technische Anwendungen ausreichenden Genauigkeit entspricht. Ein weiterer Vergleich mit Ergebnissen aus [Jeroense, 1997] ist in Abbildung 3.5 zu sehen und zeigt die statische Raumladungsverteilung bei verschiedenen Temperaturgradienten. Auch hier zeigt die Simulation mit einer relativen Abweichung von $< 1 \%$ eine ausreichende Genauigkeit.

Basierend auf dem Bipolar-Charge-Transport-Modell wurde ebenfalls ein Simulationscode in MatLab[®] erstellt, wobei die erhaltenen Simulationsergebnisse mit Ergebnissen aus [Zhao *et al.*, 2009] verglichen werden. Simuliert wird eine planare Isolationsschicht aus LDPE ($\epsilon_r =$

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

2,3), mit einer Dicke von $D_x = 150 \mu\text{m}$. Eine Skizze der Schicht ist in Abbildung 3.6 links zu sehen. Die Isolationsschicht befindet sich zwischen zwei Elektroden, wobei die linke Elektrode (Leiter) auf Hochspannungspotential und die rechte Elektrode (Außenrand) auf Nullpotential liegt. Die Simulationsergebnisse werden bei einer Zeit $t = t_{\text{END}} = 200 \text{ s}$ und bei einer konstanten Temperatur $T = 300 \text{ K}$ betrachtet. Die räumliche Auflösung beträgt in diesem Beispiel $\Delta h = 1,5 \mu\text{m}$ und die zeitliche Auflösung $\Delta t = 0,33 \text{ s}$.

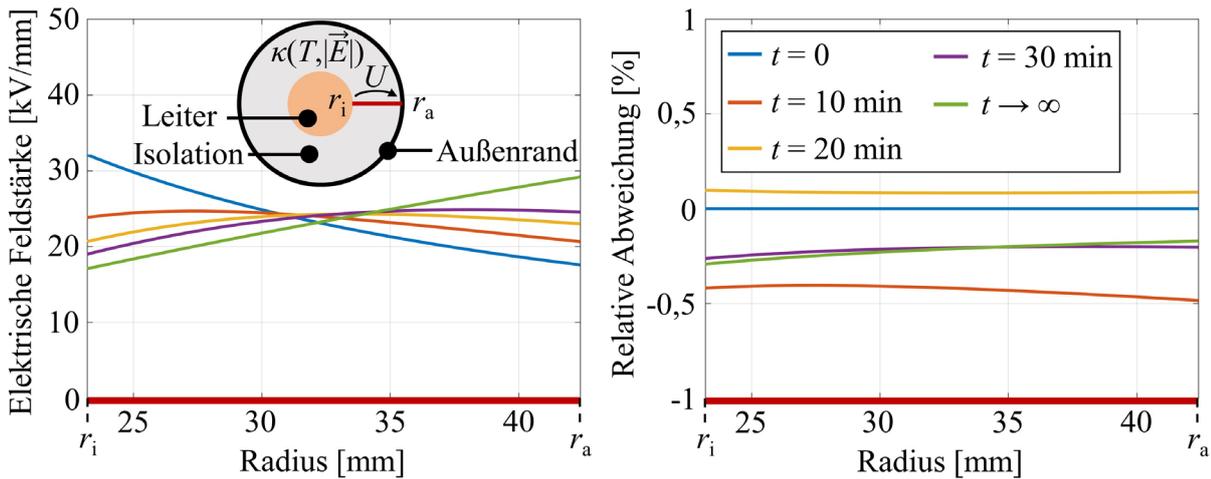


Abbildung 3.4: Links: Elektrische Feldstärke entlang des Radius und zu verschiedenen Zeiten. Rechts: Relative Abweichung zwischen dem simulierten und dem in [Jeroense, 1997] publizierten Ergebnis.

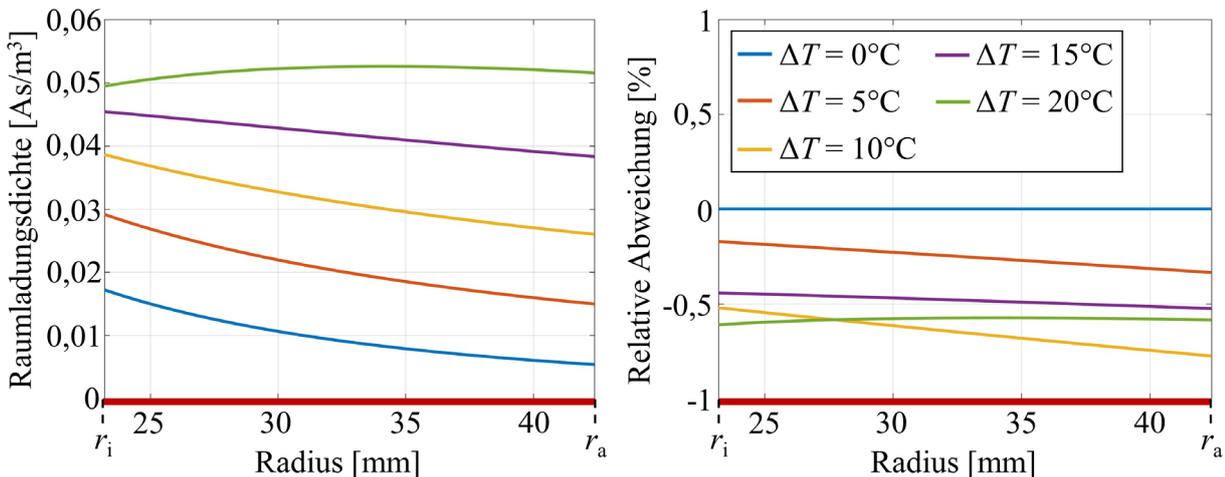


Abbildung 3.5: Links: Statische Raumladungsverteilung bei unterschiedlichen Temperaturgradienten. Rechts: Relative Abweichung zwischen dem simulierten und dem in [Jeroense, 1997] publizierten Ergebnis.

Die Mobilität der Ladungsträger wird mit einem *power-law* Zusammenhang durch $\mu(|\vec{E}|) = 4,5 \cdot 10^{-16} \cdot |\vec{E}|^{0,165} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ beschrieben. Die für die Simulation nötigen Trapping-, Detrapping- und Rekombinationskoeffizienten, sowie die Störstellendichten und

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Injektionsbarrieren (Potentialbarriere Φ_{Sch}) der Schottky-Injektion, sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Nach [Zhao *et al.*, 2009] liegen eine konstante Störstellentiefe und gleiche Injektionsbarrieren für Elektronen und Löcher vor.

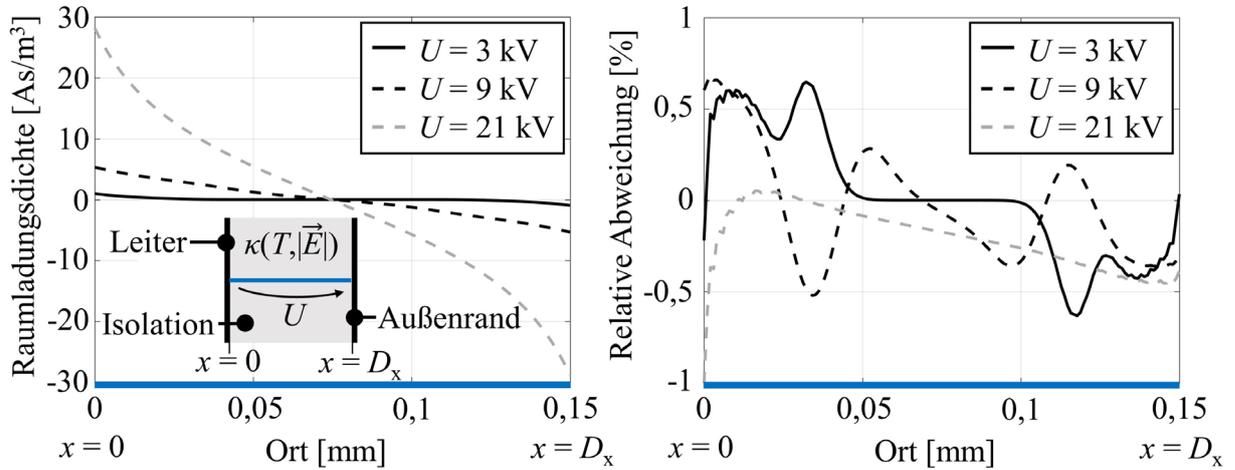


Abbildung 3.6: Links: Raumladungsdichte entlang des Ortes, bei verschiedenen Spannungen U , für $t = t_{\text{END}} = 200 \text{ s}$. Rechts: Relative Abweichung zwischen dem simulierten und dem in [Zhao *et al.*, 2009] publizierten Ergebnis.

Tabelle 3.1: Trapping-, Detrapping- und Rekombinationskoeffizienten, sowie Injektionsbarrieren und Störstellendichten für Elektronen und Löcher [Zhao *et al.*, 2009].

Parameter	Wert
Φ_{Sch} (Löcher)	1,2 eV
Φ_{Sch} (Elektronen)	1,2 eV
$n_{h,t,0}$ (Löcher)	$100 \text{ As}/\text{m}^3$
$n_{e,t,0}$ (Elektronen)	$100 \text{ As}/\text{m}^3$
B_e (Löcher)	$7 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$
B_h (Elektronen)	$7 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$
D_e (Löcher)	0 s^{-1}
D_h (Elektronen)	0 s^{-1}
S_0 (gefangene Löcher und gefangene Elektronen)	$4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}\text{s}^{-1}$
S_1 (gefangene Löcher und freie Elektronen)	$4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}\text{s}^{-1}$
S_2 (freie Löcher und gefangene Elektronen)	$4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}\text{s}^{-1}$
S_3 (freie Löcher und freie Elektronen)	$0 \text{ m}^3(\text{As})^{-1}\text{s}^{-1}$

Ein Freikommen von in Störstellen befindlichen Ladungen wird in [Zhao *et al.*, 2009] nicht berücksichtigt, sodass gilt: $D_{e,h} = 0$. Ein Vergleich der simulierten und publizierten Ergebnisse zeigt relative Abweichungen von unter einem Prozent (s. Abbildung 3.6 rechts) und damit

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

auch hier eine ausreichende Genauigkeit. Konvergenzstudien zeigen zudem, dass die relative Abweichung mit kleiner werdender Schrittweite Δh ebenfalls sinkt. Eine maximale relative Abweichung von 1 % wird in diesem Beispiel für eine Schrittweite von $\Delta h \approx 1,5 \mu\text{m}$ erhalten. Werden die Ladungsverteilungen auf der linken Seite in Abbildung 3.6 mit denen in Abbildung 2.12 mitte verglichen, so sammeln sich Homocharges an beiden Elektroden an, wobei die Dichte mit steigender Spannung ebenfalls ansteigt. Damit überwiegt die Ladungsinjektion den Ladungsdrift, was sich auch an den recht hohen mittleren elektrischen Feldstärken $U/D = 20 \text{ kV/mm}$ bis 140 kV/mm widerspiegelt [Küchler, 2017].

Für die Simulation von Multi-Dielektrika-Systemen, z.B. Kabelverbindungen, wurde ein Feldberechnungswerkzeug, basierend auf der potentialbasierten Feldformulierung und der ladungsbasierten Feldformulierung, mit Hilfe der Software FreeFEM++ erstellt [Hecht, 2012]. Für eine entsprechende Verifikation der Simulationsergebnisse werden diese zunächst mit analytischen Ergebnissen des statischen elektrischen Feldes innerhalb einer Kabelisolation verglichen. Dazu werden die Parameter eines MI-Kabels nach [Jeroense und Morshuis, 1998] verwendet. Die Leitfähigkeit wird dazu über (2.29) beschrieben, wobei die Approximationen $E_{\text{Ref}} = U \cdot \exp(-1)/(r_a - r_i)$ und $\nu = U \cdot \beta / (r_a - r_i)$ verwendet werden, um das statische elektrische Feld in einer geschlossenen analytischen Form darstellen zu können. Wird eine zeitlich konstante Temperatur nach

$$T(r) = T_i - \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right) \quad (3.25)$$

verwendet, so gilt für das elektrische Feld

$$E(r) = \frac{U(1 - \delta_E)}{r_a^{1-\delta_E} - r_i^{1-\delta_E}} \cdot r^{-\delta_E}, \quad \delta_E = \frac{1}{1 + \nu} \left[1 - \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \right]. \quad (3.26)$$

In (3.25) gilt für die Randtemperaturen $T_i = T(r_i)$ und $T_a = T(r_a)$. Eine genaue Herleitung von

$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0,1^\circ\text{C}^{-1}$
$E_{\text{Ref}} = 8,62 \text{ kV/mm}$
$\nu = 0,703$
$U = 450 \text{ kV}$
$\epsilon_r = 3,5$

(3.26) ist in Abschnitt 4.4 zu finden. Die verwendeten Konstanten sind erneut in der linken Tabelle aufgeführt. Der Leiterradius ist $r_i = 23,2 \text{ mm}$, mit einer Temperatur von $T_i = 50^\circ\text{C}$. Der Außenrandradius ist $r_a = 42,4 \text{ mm}$, mit einer Temperatur von $T_a = 35^\circ\text{C}$. Erneut werden die Ergebnisse entlang der roten Auswertegerade in Abbildung 3.4 links

dargestellt und sind in Abbildung 3.7 links zu sehen. In Abbildung 3.7 rechts ist die relative Abweichung zwischen beiden simulierten Ergebnissen E_{sim} und der analytischen Lösung E_{ana} dargestellt. Die relative Abweichung wird analog zu (3.24) bestimmt, wobei gilt $E_{\text{ana}} =$

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

E_{Referenz} . Bei der vorgegebenen Endzeit $t = t_{\text{END}} = 20.000 \text{ s}$ liegt annähernd eine stationäre Verteilung des elektrischen Feldes vor, wobei in beiden Fällen eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 200 \text{ s}$ verwendet wird. Mit der Verwendung der ladungsbasierten Feldformulierung ist die relative Abweichung am Leiter am größten, wohingegen bei der potentialbasierten Feldformulierung die Abweichung am Außenrand am größten ist. Die Abweichungen liegen in beiden Fällen jedoch unter einem Prozent. Die ladungsbasierte Feldformulierung hat eine maximale Abweichung von 0,723 %, bei einer Durchschnittsdifferenz von 0,3 %. Die maximale Abweichung der potentialbasierten Feldformulierung ist mit 0,677 % etwas niedriger, wobei eine Durchschnittsdifferenz von 0,25 % vorliegt (s. Abbildung 3.7 rechts) [Jörgens und Clemens, 2019].

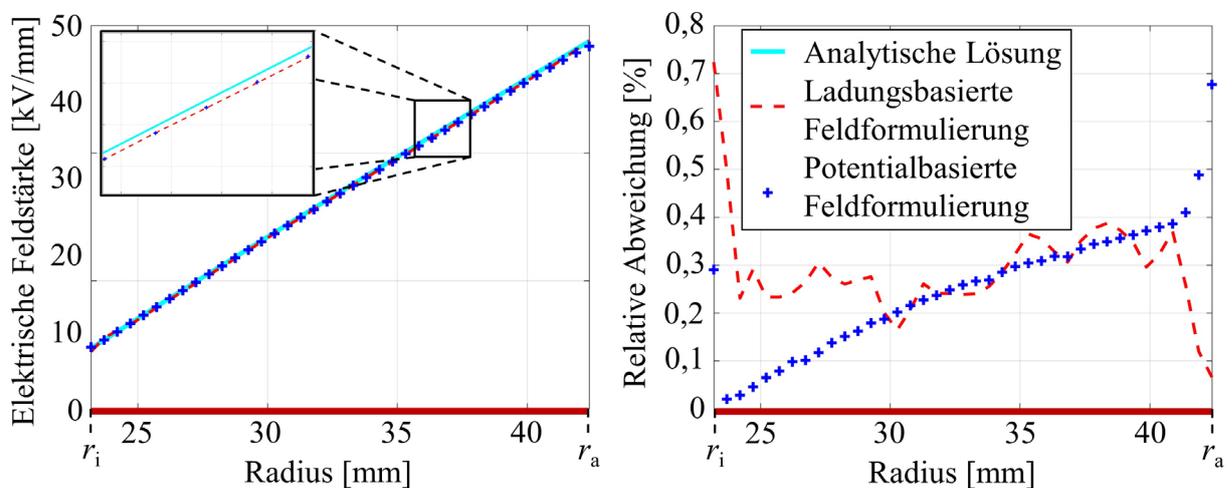


Abbildung 3.7: Links: Statisches elektrisches Feld, berechnet durch die potentialbasierte und die ladungsbasierte Feldformulierung, zusammen mit der analytischen Lösung. Rechts: Relative Abweichung zwischen beiden simulierten Feldern und der analytischen Lösung [Jörgens und Clemens, 2019].

Während der Zeitintegration entstehen durch hohe elektrische Felder und die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit (2.29) ungenaue Feldwerte am Leiter und am Außenrand. Nach (3.26) führt ein Herabsetzen des Parameterwertes ν zu einem Anstieg der Feldstärke am Außenrand. Wird beispielweise $\nu = 0,5$ gesetzt, dann liegt die maximale Abweichung der ladungsbasierten Feldformulierung am Leiter bei $> 1,5 \%$, wohingegen sich die Abweichung der potentialbasierten Feldformulierung nur geringfügig am Außenrand auf 0,74 % erhöht hat. Wegen der „relativ“ geringen Feldstärkeabhängigkeit sind keine instabilen Feldstärkewerte während der Zeitintegration entstanden. Es zeigt sich jedoch bereits hier, dass die Feldstärkeabhängigkeit, beschrieben durch die Variable ν , einen größeren Einfluss auf die ladungsbasierte Feldformulierung hat [Jörgens und Clemens, 2019].

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

3.2.2 Verifikation der Ergebnisse einer Kabelverbindung mit FGM

Hochspannungskabelmuffen sind im Vergleich zu Kabelisolationen geometrisch komplexer gestaltet, auch aufgrund der Verwendung von mehreren Dielektrika. Außerdem bestehen moderne Kabelverbindungen häufig aus stark nichtlinear reagierenden Materialien (Field Grading Material (FGM), vgl. Abschnitt 2.11), um Feldstärkespitzen in der Nähe von kritischen Regionen, z.B. an sogenannten *Triple-Punkten*, zu minimieren. Ein Triple-Punkt ist der Verbindungspunkt dreier angrenzender unterschiedlicher Materialien.

$\kappa_{1,Var} = 7 \cdot 10^{-11} \text{ S/m}$
$N_1 = 1$
$N_2 = 0,35$
$m_{Var} = 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ m/V}$
$m_{0,Var} = 2,15 \cdot 10^{-6} \text{ m/V}$
$E_1 = 1,23 \text{ kV/mm}$
$E_2 = 2,23 \text{ kV/mm}$

Die elektrische Leitfähigkeit des hier betrachteten feldsteuernden Materials wird über (2.42) beschrieben, wobei durch Messungen die notwendigen Konstanten bestimmt worden sind und in der linken Tabelle zu finden sind [Secklehner *et al.*, 2017]. Die Leitfähigkeit (2.42) ist über der Feldstärke in Abbildung 3.8 zu sehen.

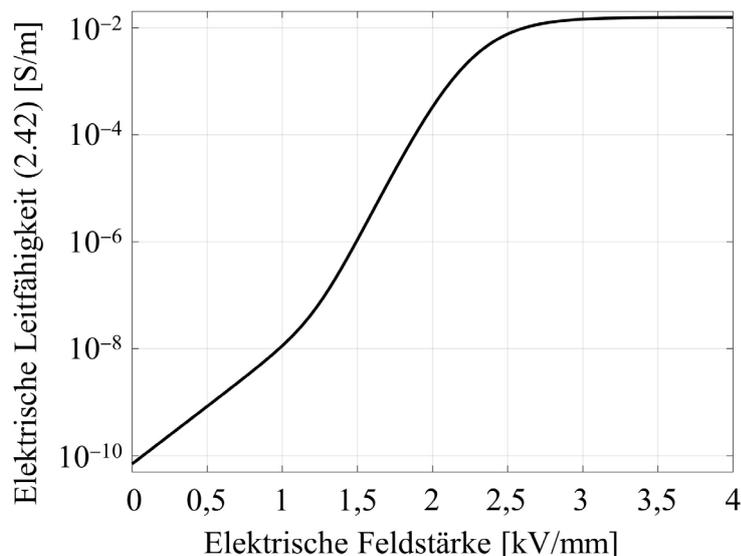


Abbildung 3.8: Feldstärkeabhängige elektrische Leitfähigkeit des hier betrachteten feldsteuernden Materials, beschrieben durch (2.42), nach Messungen in [Secklehner *et al.*, 2017].

Für elektrische Feldstärkewerte $< 1 \text{ kV/mm}$ liegt die Leitfähigkeit bei 10^{-10} S/m bis 10^{-8} S/m , womit das Material als Isolator arbeitet. Für Feldstärken $> 1 \text{ kV/mm}$ steigt die Leitfähigkeit über mehrere Größenordnungen an und wird, im Vergleich zur Kabel- und Muffenisolation, stark leitfähig. Eine über der Feldstärke annähernd konstante Leitfähigkeit ist für $> 3 \text{ kV/mm}$ zu sehen, wobei das Material in Sättigung geht. Aufgrund des Leitfähigkeitsbereiches von

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

10^{-10} S/m bis 10^{-2} S/m, variiert die elektrische Zeitkonstante $\varepsilon_0 \varepsilon_r / \kappa$ zwischen 0,89 s und $8,9 \cdot 10^{-9}$ s, bei einer relativen Permittivität von $\varepsilon_{r,FGM} = 10$ [Hussain und Hinrichsen, 2017].

Die Geometrie der simulierten Kabelverbindung ist auf der linken Seite in Abbildung 3.9 zu sehen. Der Einfachheit halber wird die Temperatur vernachlässigt und die Leitfähigkeit des FGM besitzt nur eine Feldstärkeabhängigkeit. Da zudem sehr geringe Zeitkonstanten ($8,9 \cdot 10^{-9}$ -0,89 s) vorliegen, besitzen sowohl VPE als auch “insulating Liquid Silicone Rubber” (LSR) eine konstante Leitfähigkeit mit $\kappa_{VPE} = 10^{-15}$ S/m und $\kappa_{LSR} = 5 \cdot 10^{-13}$ S/m. Die relativen Permittivitäten beider Materialein liegen bei $\varepsilon_{r,VPE} = 2,3$ und $\varepsilon_{r,LSR} = 3,5$ [Hussain und Hinrichsen, 2017].

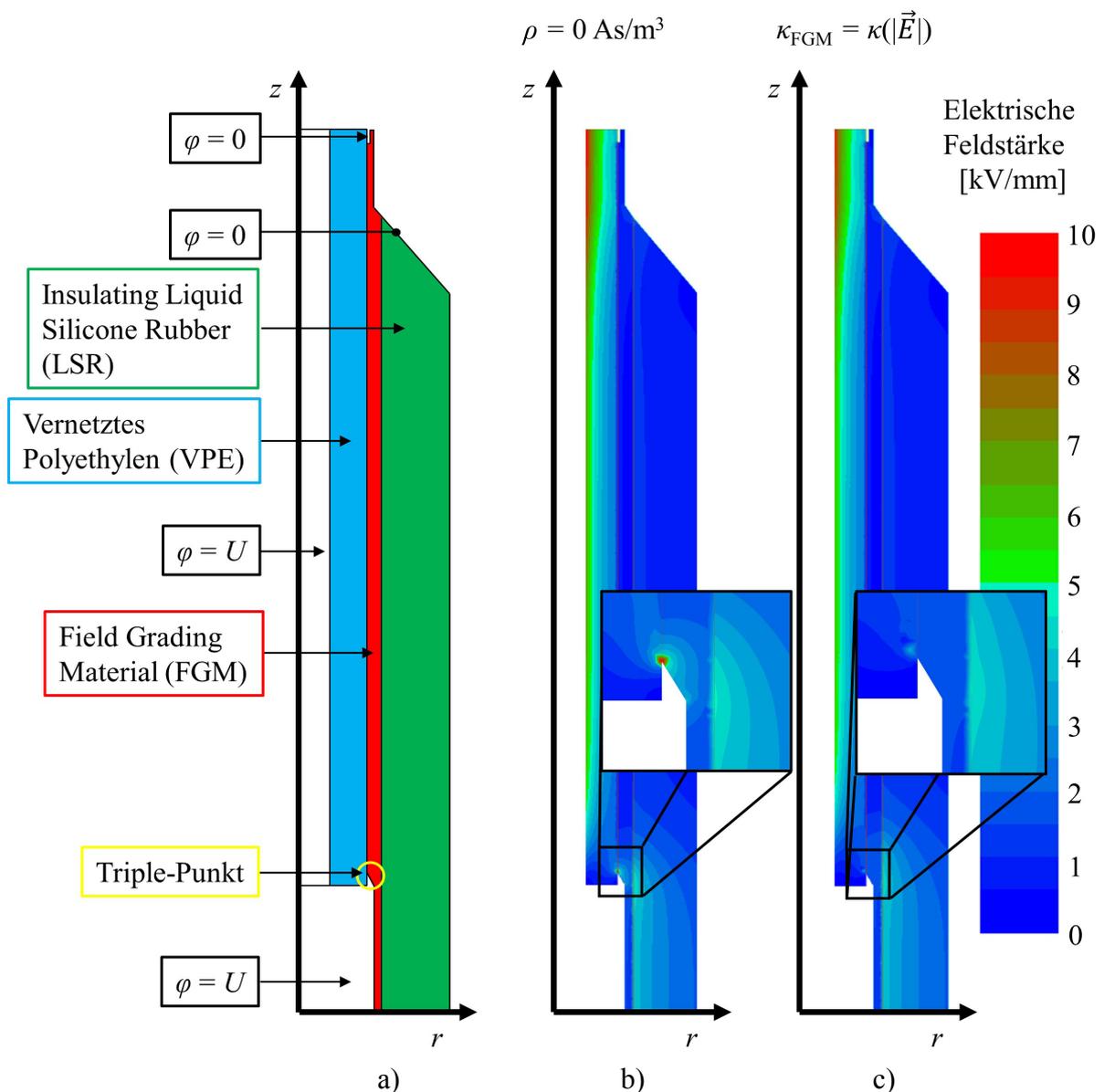


Abbildung 3.9: a): Zweidimensionale rz -Geometrie der simulierten Kabelverbindung. b): Simuliertes elektrisches Feld bei $t = 0$, unter der Annahme $U(t = 0) = U_{\max} = 150$ kV und einer verschwindenden Raumladungsdichte (äquivalent AC-Betrieb). c): Simuliertes statisches elektrisches Feld, bei feldstärkeabhängiger Leitfähigkeit nach (2.42) [Jörgens und Clemens, 2019].

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Das stationäre elektrische Feld ist auf der rechten Seite in Abbildung 3.9 zu sehen. Das stationäre Feld wird in einer transienten elektro-quasistatischen Simulation ermittelt. Die transiente Berechnung stoppt, wenn das Feld über der Zeit betrachtet eine annähernd statische Verteilung aufweist und es gilt $\|\Phi^{m+1} - \Phi^m\| / \|\Phi^m\| < 1\%$. Das statische elektrische Feld in Abbildung 3.9 c) ist mit der potentialbasierten Feldformulierung simuliert worden, da mit der ladungsbasierten Feldformulierung instabile Feldstärkewerte für $t > 12 \cdot \Delta t$ entstehen. Für beide Formulierungen wurden gleiche Gitter und Zeitschrittweiten Δt verwendet.

Wird zum Zeitpunkt $t = 0$ eine verschwindende Raumladungsverteilung angenommen, dann ist das elektrische Feld durch die Lösung von (2.13), für $\rho = 0 \text{ As/m}^3$, gegeben, wenn $U(t=0) = U_{\max} = 150 \text{ kV}$ gilt. Aufgrund der nichtlinearen Leitfähigkeit des FGM ($\kappa_{\text{FGM}} = \kappa(|\vec{E}|)$), verringert sich während der Zeitintegration die Feldstärke in der Nähe des Triple-Punktes, wie ein Vergleich von Abbildung 3.9 b) und Abbildung 3.9 c) zeigt. Dies geht mit einer höheren Zeitkonstanten $\epsilon_0 \epsilon_r / \kappa$ und damit einer höheren Zeit $t = t_{\text{stat}}$ einher, bei der eine annähernd statische Verteilung des Feldes vorliegt. Um numerische Instabilitäten bei den Feldstärkewerten zu vermeiden, wird für die Spannung folgendes exponentielles Anregungsprofil in der numerischen Simulation verwendet:

$$U(t) = U_{\max} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t_{\text{stat}} / 20}\right) \right]. \quad (3.27)$$

Die maximale Spannung $U_{\max} = 150 \text{ kV}$, um Feldstärken $> 1 \text{ kV/mm}$ innerhalb des FGM zu gewährleisten und um das Material zu „aktivieren“. Numerische Tests zeigen, dass ein stationäres elektrisches Feld ab einer Zeit $t = t_{\text{stat}} = 2 \text{ } \mu\text{s}$ erreicht wird. Die verwendete Zeitschrittweite liegt bei $\Delta t = 0,0133 \text{ } \mu\text{s}$ und die Variation der Lösung, für $t = t_{\text{stat}}$, nur noch bei $\|\Phi^{m+1} - \Phi^m\| / \|\Phi^m\| < 1\%$ [Jörgens und Clemens, 2019].

Eine Approximation der Höhe des statischen elektrischen Feld innerhalb des FGM, in der Nähe des Triple-Punktes, kann nach [Qi *et al.*, 2004] über die Anstiegszeit der Spannung in (3.27) $t \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ s} \approx 0,5 \text{ } \mu\text{s}$ und die Permittivität des FGM $\epsilon_0 \epsilon_r = 8,854 \cdot 10^{-11} \text{ As/(Vm)}$ berechnet werden. Mittels des Leitfähigkeitswertes $\epsilon_0 \epsilon_r / (t \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ s}) = 1,77 \cdot 10^{-4} \text{ S/m}$ und Abbildung 3.8 liegt der zugehörige Feldstärkewert unter 2 kV/mm und damit annähernd in der Größenordnung des simulierten Feldes in der Nähe des Triple-Punktes in Abbildung 3.9 c) ($\approx 1,7 \text{ kV/mm}$). Die Unterschiede können dabei auf die geometrische Form der Hochspannungselektrode und dem damit verbundenen leicht inhomogenen elektrischen Feld in der Nähe des Triple-Punktes zurückgeführt werden.

Da mit der ladungsbasierten Feldformulierung, im Vergleich zur potentialbasierten Feldformulierung, instabile Feldstärkewerte berechnet werden, sind die elektrischen Felder

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

beider Feldformulierungen, zu unterschiedlichen Zeiten, in der Nähe des Triple-Punkts in Abbildung 3.10 dargestellt. Dabei zeigt die Spalte a) die Simulationsergebnisse für die elektrische Feldstärke, berechnet mit der potentialbasierten Feldformulierung und die Spalte b) die Ergebnisse, berechnet mit der ladungsbasierten Feldformulierung.

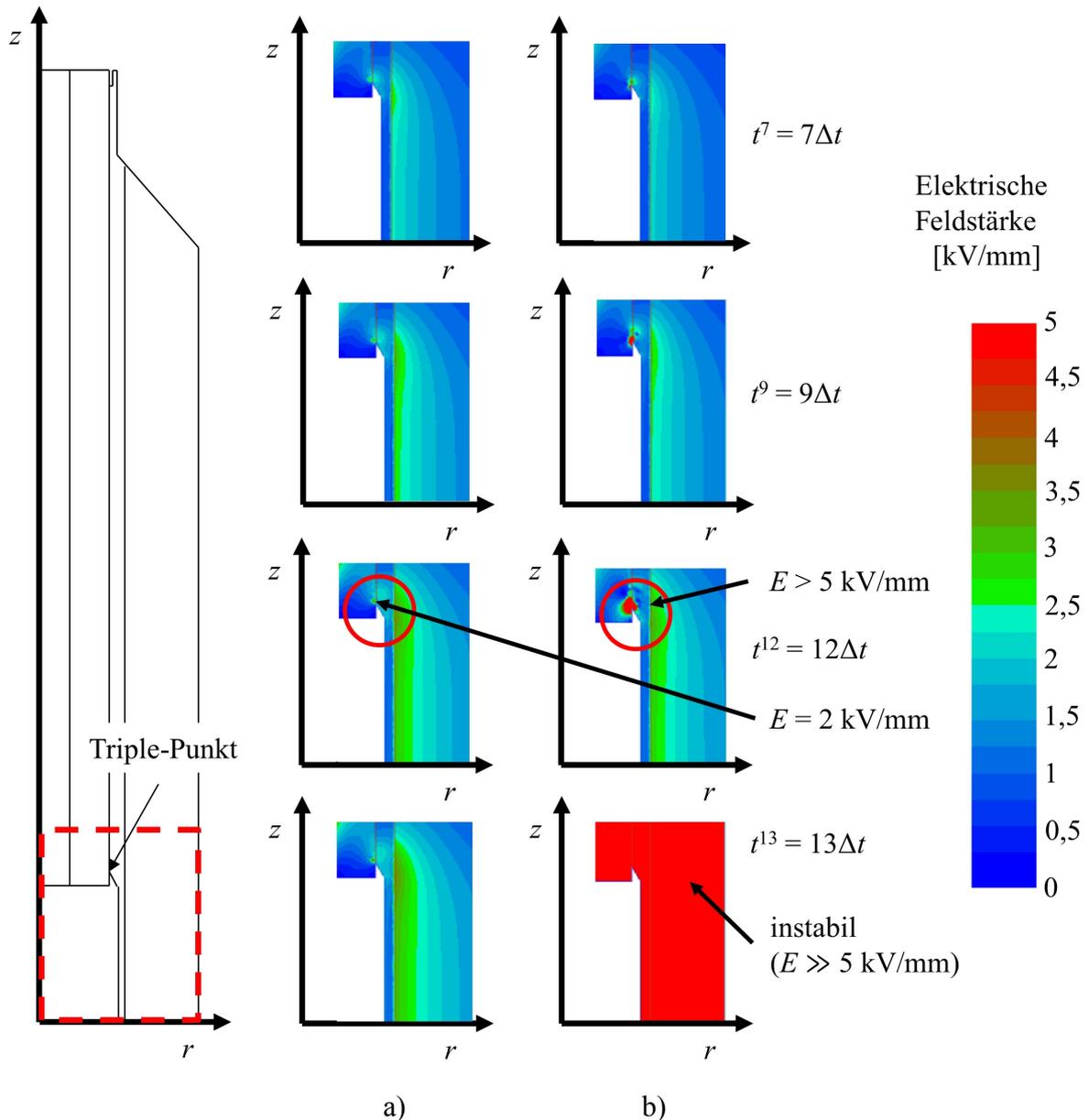


Abbildung 3.10: Vergleich der elektrischen Felder zu verschiedenen Zeitpunkten t^m in der Nähe des Triple-Punktes. a): potentialbasierte Feldformulierung. b): ladungsbasierte Feldformulierung [Jörgens und Clemens, 2019].

In der Nähe des Triple-Punktes stoßen das VPE-Material, das FGM und der Leiter in Kontakt aneinander. Aufgrund der scharfen Kante des Leiters entstehen dort hohe elektrische Felder. Bei der ladungsbasierten Feldformulierung ist das Feld > 5 kV/mm (vgl. Abbildung 3.10 für $t = 12 \cdot \Delta t$) in der Nähe des Triple-Punktes und die Leitfähigkeit (2.42) liegt bei 10^{-2} S/m (s. Abbildung 3.8). Damit ist der gewählte Zeitschritt größer als der vorab berechnete Wert

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Δt_{CFL} , was in der Simulation mit instabilen Feldstärkewerten ab $t = 12 \cdot \Delta t$ einhergeht. Die potentialbasierte transiente Feldformulierung ist stabiler, womit geringere Werte (2 kV/mm) simuliert werden. Wird die Zeitschrittweite auf $\Delta t = 0,0066 \mu\text{s}$ reduziert, dann wird auch mit der ladungsbasierten transienten Feldformulierung eine stationäre Feldverteilung simuliert, welche eine durchschnittliche relative Abweichung von $< 3 \%$ zur potentialbasierten Lösung zeigt.

Bei der Verwendung der potentialbasierten und der ladungsbasierten Feldformulierung kommt es zu einem Fehler durch eine numerische Gradientenbildung (Diskretisierungsfehler, Interpolationsfehler), wenn mittels des Potentials das elektrische Feld (2.9) berechnet wird. Die Potentialwerte werden beispielsweise durch (3.2) oder (3.4) auf den Gitterpunkten berechnet, wobei die Feldstärkewerte zwischen zwei Gitterpunkten mittels der Gitterschrittweite Δh angenähert werden. Eine Verkleinerung von Δh führt dabei zu immer genaueren Feldstärkewerten, jedoch bleibt ein Restfehler. Bei der ladungsbasierten Feldformulierung kommt es zu einem weiteren Fehler durch eine Gradientenbildung, wenn die Raumladungsdichte durch (3.3) berechnet wird. Dieser zusätzliche Fehler führt dabei eher zu instabilen Feldstärkewerten während der Zeitintegration, im Vergleich zur potentialbasierten Feldformulierung

Abhängig von der nichtlinearen Leitfähigkeit variiert der Fehler durch eine Gradientenbildung. Generell gilt jedoch, dass der Fehler bei starker Nichtlinearität und hohen Leitfähigkeitswerten einen größeren Einfluss auf die elektrische Feldstärke hat und damit minimiert werden muss, um ein stabiles Ergebnis zu erhalten. An Grenzschichten verschiedener Materialien führt der Fehler daher schnell zu erhöhten Werten, aufgrund der starken Feldstärke- und Ladungsunterschiede, die sich in den Materialien ergeben können. Hohe Abweichungen werden somit besonders und zuerst an Grenzschichten beobachtet (vgl. Abbildung 3.7 und Abbildung 3.10).

Der Vergleich der ladungsbasierten Feldformulierung mit der potentialbasierten Feldformulierung zeigt, dass mit beiden stabile Feldstärkewerte simuliert werden können, wenn einfache Geometrien und „schwache“ Nichtlinearitäten vorliegen. Für die Simulation von komplexen und inhomogenen Geometrien, mit starker Nichtlinearität, welche zu hohen Leitfähigkeitswerten führen können, eignet sich die potentialbasierte Feldformulierung eher, da durch den zusätzlichen numerischen Ableitungsfehler der ladungsbasierten Feldformulierung, bei der Berechnung von ρ , instabile Feldstärkewerte entstehen können. Entsprechend stabile Ergebnisse konnten nur mit einer Reduktion der Zeitschrittweite erzielt werden, was jedoch mit einer Verlängerung der Berechnungszeit einhergeht.

3.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Durch die komplexe Geometrie und die zugehörige nichtlineare Leitfähigkeit können die elektrischen Felder i.d.R. nicht mehr analytisch, sondern nur noch numerisch gelöst werden. Eine Diskretisierung der elektro-quasistatischen Approximation der maxwellschen Gleichungen und der Wärmeleitungsgleichung führt auf ein gekoppeltes elektro-quasistatisches-thermisches Problem, welches sich als ladungsbasierte Feldformulierung oder als potentialbasierte Feldformulierung schreiben lässt. Beide Feldformulierungen sind mathematisch identisch, jedoch wird bei der ladungsbasierten Feldformulierung in jedem Zeitschritt explizit die Ladungsverteilung berechnet, wohingegen es bei der potentialbasierten Feldformulierung lediglich zu einem Update zwischen dem elektrischen Potential und der elektrischen Leitfähigkeit kommt. Die Anfangsrandwertprobleme der potentialbasierten Feldformulierung lassen sich, anders als die der ladungsbasierten Feldformulierung, dadurch sowohl mit einer expliziten als auch mit einer impliziten Zeitintegrationsmethode lösen. Die Ladung kann durch anschließende Auswertung der Poisson-Gleichung berechnet werden, hat jedoch während der Zeitintegration nur als implizit enthaltene Größe einen Einfluss auf das Ergebnis.

Die ladungsbasierte Feldformulierung lässt sich auch als Bipolar-Charge-Transport-Modell-Formulierung schreiben, bei dem positive und negative Ladungsschichten als Zustandsgrößen separat betrachtet werden. Dies macht das Modell zwar genauer in der Beschreibung der zugrundeliegenden physikalischen Prozesse, jedoch auch komplexer, wodurch es sich nur für einfache Geometrien, wie z.B. eine planare Isolationsschicht oder eine Kabelisolation eignet. Für geometrisch komplexere und räumlich ausgedehnte Strukturen, wie z.B. eine Kabelmuffe oder ein Kabelendverschluss, eignen sich die ladungsbasierte Feldformulierung oder die potentialbasierte transiente Feldformulierung.

Für alle drei Berechnungsarten wurde mittels MatLab[®] oder FreeFEM++ ein Simulationscode entwickelt und die Ergebnisse mit Literaturwerten bzw. analytischen Ergebnissen verglichen. Die relativen Abweichungen lagen bei $< 1\%$, was eine ausreichende Genauigkeit zeigt. Bei komplexen Strukturen bzw. einer starken Nichtlinearität weist jedoch die ladungsbasierte Feldformulierung eine geringere Stabilität, im Vergleich zur potentialbasierten Feldformulierung, auf. Durch die zusätzliche Ableitung bei der Berechnung der Ladungen (Kontinuitätsgleichung (2.11)) kommt es zu einem zusätzlichen Rundungsfehler, der nur mit einer höheren Auflösung minimiert werden kann. Dies vergrößert jedoch die gesamte Rechenzeit.

3. Numerische Berechnung der elektrischen und thermischen Feldverteilung

Letztlich stellt die potentialbasierte Feldformulierung die effizienteste der drei Methoden dar, da diese stabiler bei komplexen Strukturen und starken Nichtlinearitäten ist und zudem sowohl mit einer impliziten als auch mit einer expliziten Zeitintegration gelöst werden kann.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

Das vorliegende Kapitel befasst sich mit der numerischen Simulation und der Berechnung der elektrischen Feldverteilung innerhalb einer Kabelisolation. Nach einer kurzen Literaturzusammenstellung der in den letzten Jahren entwickelten Modelle und Methoden zur Berechnung der Raumladungs- und Feldverteilung unter Gleichstrombelastung in Abschnitt 4.1, werden in Abschnitt 4.2 die elektrische und thermische Zeitkonstante, sowie die Isolationsverluste näher untersucht. In Abschnitt 4.3 werden anschließend Simulationsergebnisse einer Kabelisolation präsentiert. Dargestellt werden die elektrische Feldstärke, die Raumladungsdichte und die Temperatur bei unterschiedlichen Betriebszuständen. In Abschnitt 4.4 wird aufbauend das stationäre elektrische Feld in einer analytischen Form hergeleitet, um mit dessen Hilfe eine Approximation des zeitlich und örtlich variierenden Feldes zu ermitteln. Der Einfluss unterschiedlicher Temperaturverteilungen, sowie der Leitfähigkeitskonstanten α und β in dem Modell (2.29), hier nochmals aufgeführt:

$$\kappa(T, |\bar{E}|) = \kappa_0 \cdot \exp(\alpha \cdot T) \cdot \exp(\beta \cdot |\bar{E}|), \quad (2.29)$$

wird in Abschnitt 4.5 diskutiert. Da die bisherigen Leitfähigkeitsmodelle aus Abschnitt 2.9 keine Effekte an Randschichten beinhalten, werden in Abschnitt 4.6 Erweiterungen der derzeitigen Leitfähigkeitsmodelle vorgestellt. Die Simulationsergebnisse, berechnet durch die neu entwickelten Leitfähigkeitsmodelle, werden anschließend gegen Messungen aus der Literatur verglichen. Da es sich hierbei nur um stationäre Ladungsverteilungen handelt wird aufbauend in Abschnitt 4.7 ein erweitertes Leitfähigkeitsmodell vorgestellt, mit dessen Hilfe auch zeitliche Ladungsveränderungen innerhalb der Isolation simuliert werden können. Zudem wird ein erweitertes Permittivitätsmodell vorgestellt. In den bisherigen Abschnitten standen die elektrischen Belastungen im Vordergrund. In Abschnitt 4.8 wird nun die Temperaturverteilung näher untersucht. Dazu wird die thermische Durchschlagspannung, unter Berücksichtigung von Raumladungen, simuliert und eine semi-analytische Approximation der Durchschlagspannung hergeleitet. Mittels dieser Approximation werden Intervalle von Strömen und Spannungen definiert innerhalb derer die Temperatur stabil bleibt.

4.1 Übersicht der in den letzten Jahren entwickelten Modelle und Methoden zur Berechnung von Raumladungen unter Gleichstrombelastung

Eine der ersten deutschen Arbeiten über die Berechnung des elektrischen Feldes in Gleichstromkabeln stammt aus dem Jahr 1970. Zuvor hatten bereits französische Forscher Arbeiten über Feldveränderungen in betriebswarmen Gleichstromkabeln veröffentlicht [Oudin *et al.*, 1967]. In [Oudin *et al.*, 1967] wird das statische elektrische Feld analytisch dargestellt, wobei die elektrische Leitfähigkeit durch (2.29) beschrieben wird und die Näherung für die elektrische Feldabhängigkeit aus dem Modell (2.30):

$$\kappa(T, |\vec{E}|) = \kappa_{\text{Ref}} \cdot \exp[\alpha_{\text{Ref}}(T - T_{\text{Ref}})] \cdot \left(\frac{|\vec{E}|}{E_{\text{Ref}}} \right)^{\nu} \quad (2.30)$$

verwendet wird. In [Lau, 1970] wird weiterführend das transiente elektrische Feld innerhalb der Isolation analytisch bestimmt, wobei in dem verwendeten Modell die elektrische Leitfähigkeit ausschließlich von der Temperatur abhängt. Bei der Temperatur selbst werden Isolationsverluste vernachlässigt und es wird eine statische Verteilung angenommen. Das bedeutet, dass sich schon vor Anlegen einer Spannung das Kabel auf Betriebstemperatur befindet. Bei dieser Annahme wird die thermische Zeitkonstante als viel kleiner, im Vergleich zur elektrischen Zeitkonstanten angenommen. Diese Annahme wurde auch in [Oudin *et al.*, 1967] genutzt und wird auch in den folgenden Jahren verwendet. In [Eoll, 1975] wird eine analytische Beschreibung des statischen elektrischen Feldes hergeleitet, wobei Isolationsverluste berücksichtigt werden. In den folgenden Arbeiten werden die Isolationsverluste weiter untersucht. Zudem wird näher auf Grenzschichten und ihr Einfluss auf einen thermischen Durchschlag eingegangen [Coelho und Goffaux, 1981].

Um ein physiknäheres Verständnis der Ladungsbewegung zu bekommen, werden in späteren Arbeiten Analogien zur Halbleiterphysik gewählt, wodurch die Nichtlinearität der Leitfähigkeit auf verschiedene Arten (s. z.B. (2.31) und (2.32)) beschrieben werden kann [Wintle, 1999]. Diese Leitfähigkeitsmodelle sind jedoch nicht geeignet, um mit deren Hilfe das elektrische Feld analytisch zu berechnen. In den Arbeiten von McAllister ([McAllister *et al.*, 1994], [McAllister *et al.*, 1996]) wird daher weiterhin (2.29) bzw. die Approximation (2.30) genutzt. Mathematisch läßt sich so zeigen, dass die Raumladungsdichte aus zwei Komponenten besteht (vgl. Abschnitt 4.5). Einer Komponente bezüglich der Temperaturabhängigkeit und einer bezüglich der elektrischen Feldstärkeabhängigkeit [McAllister *et al.*,

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

1994], [McAllister *et al.*, 1996]. Als Erweiterung der Arbeit in [Lau, 1970], wird in [Coelho *et al.*, 1996], [Coelho, 1997] die elektrische Feldabhängigkeit der Leitfähigkeit berücksichtigt und mittels einiger vereinfachter Annahmen das transiente elektrische Feld für eine ebene Isolation ermittelt.

In den Arbeiten von [Eoll, 1975], [McAllister *et al.*, 1994] und [McAllister *et al.*, 1996] wird gezeigt, dass u.a. mit (2.30) das statische elektrische Feld in einer geschlossenen analytischen Form dargestellt werden kann. Das Feld kann jedoch unter Verwendung von z.B. (2.29) nicht analytisch dargestellt werden. Um auch andere Leitfähigkeitsmodelle nutzen zu können wird in [Jeroense, 1997] bzw. [Jeroense und Morshuis, 1998] ein numerischer Berechnungsalgorithmus vorgestellt (ladungsbasierte Feldformulierung, Abbildung 3.3), mit dem das transiente elektrische Feld simuliert werden kann. Ein paar Jahre zuvor wurde in [Alison und Hill, 1994] das Bipolar-Charge-Transport (BCT)-Modell vorgestellt, womit u.a. positive und negative Ladungsträger separat betrachtet werden können.

Untersuchungen des Einflusses der Elektroden auf das Ladungsverhalten sind bereits in [Lewis, 1984], [Lewis, 1986] vorgestellt worden, eine Erweiterung der Leitfähigkeit findet sich aber erst in [Hjerrild *et al.*, 2002], [Boggs, 2004]. Hierbei erhält die elektrische Leitfähigkeit eine zusätzliche räumliche Abhängigkeit, um vermehrte Ladungsansammlungen an den Elektroden zu modellieren.

Etwas später wird in [Bodega, 2006] eine Kombination aus Messung und Simulation verwendet, um das elektrische Feld zu ermitteln. Hier wird das numerische Berechnungsverfahren aus [Jeroense, 1997] bzw. [Jeroense und Morshuis, 1998] genutzt, um zusammen mit Leitfähigkeitsmessungen eines Kabelisolierstoffes das elektrische Feld innerhalb desselben nachbilden zu können. In den weiteren Jahren wird in der Forschung weniger auf analytische Ergebnisse eingegangen, vielmehr wird das elektrische Feld in den Isolierstoffen vermehrt durch numerische Simulationen berechnet. Dabei wird die Ladungsbewegung entweder auf makroskopischer Ebene durch eine elektrische Leitfähigkeit oder auf mikroskopischer Ebene (s. z.B. [LeRoy *et al.*, 2016], [Doedens *et al.*, 2020b]) beschrieben. Zudem werden zusätzliche Effekte, wie Defekte und Störstellen, innerhalb des Isolierstoffes berücksichtigt, wobei das Kabel dann nicht mehr als radialsymmetrische Struktur aufgefasst werden kann [Gutiérrez *et al.*, 2009]. Zuletzt können mittels rechnergestützter Simulation nun auch andere Hochspannungskomponenten, wie z.B. Kabelverbindungen, Kabelendverschlüsse, Überspannungsableiter oder Langstabilisatoren berechnet und untersucht werden [Stefanini *et al.*, 2010], [Weida *et al.*, 2011], [Ye *et al.*, 2013], [Kone *et al.*, 2017], [Ye *et al.*, 2018], [Späck-Leigsnering, 2019].

4.2 Betrachtung der Zeitkonstanten und der Isolationsverluste

Nach [Coelho *et al.*, 1996] erreicht ein HGÜ-Kabel im Betrieb eine stationäre Temperaturverteilung nach einigen Minuten, wobei sich das stationäre elektrische Feld erst viel später einstellt. Die Relaxationszeitkonstante τ_e des elektrischen Problems (2.12) ist gegeben durch

$$\tau_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \quad (4.1)$$

[Mazzanti und Marzinotto, 2013], [Ghorbani *et al.*, 2014], [Morshuis *et al.*, 2015]. Eine Herleitung dieser Zeitkonstante ist im Anhang B.1 angegeben. Die Zeitkonstante des thermischen Problems τ_{th} ist gegeben durch

$$\tau_{th} = \frac{\delta c_p V}{\alpha_{th} A} = \frac{\delta c_p (r_a^2 - r_i^2)}{2\lambda} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right), \quad (4.2)$$

mit dem Wärmeübergangskoeffizienten α_{th} , dem Volumen der Kabelisolation V und der Oberfläche des Kabels A . Die thermische Zeitkonstante steigt mit größer werdendem Volumen an, da mehr Raum erhitzt oder abgekühlt werden muss. Eine Herleitung von τ_{th} ist in Anhang B.2 zu finden.

Nach (4.2) lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient aus der Wärmeleitfähigkeit λ und den Isolationsradien r_i und r_a über

$$\alpha_{th} = \frac{\lambda}{r_a} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^{-1} \quad (4.3)$$

berechnen.

Für einen besseren Vergleich von (4.1) und (4.2) müssen zunächst die einzelnen Konstanten ermittelt werden. Um ein Zahlenbeispiel zu geben, wird eine Kabelisolation beispielhaft mit $r_i = 23,2$ mm und $r_a = 42,4$ mm betrachtet. Für ein MI Kabel ($\lambda_{MI} = 0.167$ W/(K·m)) folgt so ein Wärmeübergangskoeffizient von $\alpha_{th} \approx 6,5$ W/(K·m²). Im Fall von VPE gilt $\lambda_{VPE} = 0.3$ W/(K·m), was einem Wert von $\alpha_{th} \approx 11,7$ W/(K·m²) entspricht [Eoll, 1975], [Eichhorn, 1981], [Jeroense, 1997]. Nach [Qi und Boggs, 2006] liegt die volumenbezogene Wärmekapazität ($\delta \cdot c_p$) für alle Festkörper innerhalb von $2 \cdot 10^6$ J/(m³·K) und $3 \cdot 10^6$ J/(m³·K), womit für MI und VPE näherungsweise der Wert $\delta \cdot c_p = 2,5 \cdot 10^6$ J/(m³·K) angenommen werden kann. Die thermische Zeitkonstante liegt damit für die betrachtete Kabelisolation ($r_i = 23,2$ mm, $r_a = 42,4$ mm) im Fall von VPE bei

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

$$\tau_{\text{th,VPE}} \approx 3,0 \cdot 10^3 \text{ s}$$

und für MI bei

$$\tau_{\text{th,MI}} \approx 5,5 \cdot 10^3 \text{ s.}$$

Aufgrund der sehr starken feld- und temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit, liegen die Werte von VPE in Bereichen (vgl. [Mazzanti und Marzinotto, 2013]) von

$$10^{-12} \leq \kappa_{\text{VPE}} \leq 2 \cdot 10^{-17} \text{ S/m}$$

und ein Wertebereich von MI lässt sich berechnen (vgl. [Jeroense, 1997]) zu

$$10^{-13} \leq \kappa_{\text{MI}} \leq 10^{-16} \text{ S/m.}$$

Damit ergeben sich für die elektrischen Zeitkonstanten von VPE

$$20,36 \text{ s} \leq \tau_{\text{e,VPE}} \leq 1,02 \cdot 10^6 \text{ s}$$

und von MI

$$309,89 \text{ s} \leq \tau_{\text{e,MI}} \leq 3,1 \cdot 10^5 \text{ s,}$$

wobei die relativen Permittivitätszahlen $\epsilon_{\text{r,MI}} = 3,5$ und $\epsilon_{\text{r,VPE}} = 2,3$ verwendet werden [Jeroense, 1997], [Bodega, 2006]. Für kleine Feldstärken und geringe Temperaturen liegen die elektrischen Zeitkonstanten ein bis zwei Größenordnungen oberhalb der thermischen Zeitkonstanten, womit die Annahmen der Zeitkonstanten aus [Lau, 1970], [Coelho *et al.*, 1996] oder [Coelho, 1997] verwendet werden können.

Bei hohen Feldern und Temperaturen ist die elektrische Zeitkonstante geringer als die thermische, womit sich das elektrische Feld die meiste Zeit in einem annähernd stationären Zustand befindet und der Dynamik der Temperaturverteilung folgt [Mazzanti und Marzinotto, 2013], [Ghorbani *et al.*, 2014], [Buchner und Schichler, 2019]. Die Veränderungen des elektrischen Feldes richten sich dann in erster Linie nach den Zeitkonstanten des thermischen Problems. Das bedeutet, erst wenn die Temperatur eine stationäre Verteilung zeigt, erreicht auch das elektrische Feld eine endgültige stationäre Verteilung.

Es sei noch zu erwähnen, dass die thermische Zeitkonstante die Geometrie der Kabelisolation (r_i und r_a) beinhaltet. Werden jedoch kleinere Geometrieabmessungen betrachtet, wie sie z.B. für Mittelspannungskabel verwendet werden, sind die obigen Aussagen über die Zeitkonstanten weiterhin gültig, da moderne Mittelspannungskabel fast ausschließlich eine VPE Isolation beinhalten.

Neben der thermischen und elektrischen Zeitkonstante gibt es noch eine weitere, welche sich auf diffundierende Partikel im Isolierstoff bezieht und durch die Temperatur beeinflusst wird. So ist im Fall von VPE, für das die Leitfähigkeit zumeist von der Konzentration der Spaltprodukte (z.B. Acetophenon und Cymulalkohol) bestimmt wird, die Zeitkonstante der diffundierenden Partikel meist viel größer als die der Temperatur. Liegt also eine zeitlich konstante Temperaturverteilung vor, so müsste auch das elektrische Feld zeitlich konstant

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

sein. Aufgrund der langsam diffundierenden geladenen Partikel zeigt dieses jedoch weiterhin eine langsame Veränderung über der Zeit [Beyer, 2002], [Ghorbani *et al.*, 2014]. Die Diffusion der Partikel wird jedoch bei Verwendung einer elektrischen Leitfähigkeit in der Literatur meist vernachlässigt, da Leitfähigkeitsmodelle nur schwer Diffusionsprozesse nachbilden können. Diese Vereinfachung ist gültig für elektrische Raumladungen innerhalb der Isolation. In der Nähe der Elektroden können jedoch starke Ladungsansammlungen durch Diffusion hervorgerufen werden, weshalb die elektrische Leitfähigkeit an den Elektroden eine zusätzliche örtliche Variation zeigen kann [Dissado und Fothergill, 1992], [Wintle, 1999], [Hjerrild *et al.*, 2002], [Teyssède und Laurent, 2005].

Die Vernachlässigung der Isolationsverluste wird beispielweise in [Lau, 1970], [McAllister *et al.*, 1994], [Coelho *et al.*, 1996], [Jeroense und Morshuis, 1998] oder [Bodega, 2006] genutzt, um die Temperatur einzig über vorgegebene Leiter- und Randtemperaturwerte bestimmen zu können. Dadurch kann die Raumladungsbildung und das resultierende elektrische Feld direkt auf einen bestehenden Temperaturgradienten zurückgeführt werden. Zudem vereinfacht sich die Berechnung des statischen elektrischen Feldes. Nach [Christen, 2013] können Isolationsverluste vernachlässigt werden, wenn eine *moderate* Temperatur vorliegt; es werden in dieser Referenz jedoch keine konkreten Werte gegeben.

Allgemein entsteht im Kabelleiter die Verlustleistung $P_V = R \cdot I^2$, womit für die in die Kabelisolation hineinfließende Wärmestromdichte am Leiter gilt

$$q_{\text{th,ein}} = \frac{I^2}{2\kappa_{\text{Leiter}} \pi^2 r_i^3}.$$

Wird der Raum außerhalb des Kabels indirekt modelliert, indem der abfließende Wärmestrom am Außenrand durch den Konvektionsterm (2.15) beschrieben wird, dann folgt für die statische Temperaturverteilung, bei Vernachlässigung der Isolationsverluste, der Ausdruck

$$T(r) = q_{\text{th,ein}} \cdot \frac{r_i}{\lambda} \left[\ln \left(\frac{r_a}{r} \right) + \frac{\lambda}{\alpha_{\text{th}} r_a} \right] + T_{\infty}, \quad (4.4)$$

und bei Berücksichtigung einer als konstant angenommenen Verlustleistungsdichte $p_V = \kappa |\vec{E}|^2 = \kappa E^2$

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

$$\begin{aligned}
 T(r) = & \frac{1}{4} \frac{\kappa E^2}{\lambda} (r_a^2 - r^2) - \frac{1}{2} \frac{\kappa E^2}{\lambda} r_i^2 \ln\left(\frac{r_a}{r}\right) + \frac{1}{2} \frac{\kappa E^2}{\alpha_{th}} r_a \left(1 - \frac{r_i^2}{r_a^2}\right) \\
 & + q_{th,ein} \cdot \frac{r_i}{\lambda} \left[\ln\left(\frac{r_a}{r}\right) + \frac{\lambda}{\alpha_{th} r_a} \right] + T_\infty.
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Die erste Zeile in (4.5) entspricht dabei dem Temperaturanstieg aufgrund der Isolationsverluste ($\kappa |\overline{E}|^2 = \kappa E^2$) und die zweite Zeile ist identisch mit (4.4).

$r_i = 23,2 \text{ mm}$
$r_a = 42,4 \text{ mm}$
$\lambda_{MI} = 0.167 \text{ W(K}\cdot\text{m)}$
$\alpha_{th,MI} \approx 6,5 \text{ W(K}\cdot\text{m}^2)$
$\lambda_{VPE} = 0.3 \text{ W(K}\cdot\text{m)}$
$\alpha_{th,VPE} \approx 11,7 \text{ W(K}\cdot\text{m}^2)$

Zur näheren Untersuchung der Isolationsverluste wird nun eine beispielhafte eindimensionale Kabelisolation betrachtet. Die genutzten Konstanten sind in der Tabelle links zu sehen. Mit (4.5) zeigt sich, dass unabhängig von der Leitertemperatur (bestimmt durch $q_{th,ein}$) für einen maximalen Temperaturanstieg von 1°C , welcher am

Innenleiter auftritt, die mittleren Isolationsverluste $\kappa |\overline{E}|^2 \approx 300 \text{ W/m}^3$ (MI) bzw. $\kappa |\overline{E}|^2 \approx 550 \text{ W/m}^3$ (VPE) betragen müssen. Für ein Kabel im Normalbetrieb, bei Feldstärken $< 35 \text{ kV/mm}$ (MI) bzw. $< 20 \text{ kV/mm}$ (VPE), liegen die Isolationsverluste $\kappa |\overline{E}|^2$ auch bei hohen Leitfähigkeitswerten unterhalb der oben angegeben Grenzwerte von 300 W/m^3 (MI) bzw. 550 W/m^3 und können daher in guter Näherung vernachlässigt werden.

Zusammengefasst muss bei den elektrischen und thermischen Zeitkonstanten die Betriebsbedingung des Kabels beachtet werden. Für geringe Feldstärken und Temperaturen liegen die elektrischen Zeitkonstanten oberhalb der thermischen Zeitkonstanten, womit eine stationäre Temperaturverteilung vereinfacht für $t \approx 0 \text{ s}$ angenommen werden kann. Bei hohen Feldern und Temperaturen ist die elektrische Zeitkonstante hingegen unterhalb der thermischen, womit sich das elektrische Feld die meiste Zeit in einem annähernd stationären Zustand befindet und dem zeitlichen Verlauf der Temperaturverteilung folgt.

Isolationsverluste haben unter normalen Betriebsbedingungen einen geringen Einfluss auf die Temperaturverteilung und können daher in den folgenden Simulationen in guter Näherung vernachlässigt werden.

4.3 Simulation des transienten elektrischen Feldes

Die Kabelisolation durchläuft während der Lebensdauer verschiedene Betriebsituationen (u.a. Aufheizvorgang oder Umpolung) welche einen Einfluss auf die Raumladungverteilung

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

und die elektrische Feldverteilung haben. Eine genaue Untersuchung dieser einzelnen Zustände auf die Temperatur- elektrische Feld- und Raumladungsverteilung ist in diesem Abschnitt zu finden.

In [Kreuger, 1995] ist der Spannungsverlauf und der schematische Raumladungsverlauf bei verschiedenen Zuständen gezeigt (s. Abbildung 4.1). In Zustand *I* wird die Spannung angelegt. Das elektrische Feld kann für einen kurzen Augenblick als rein *kapazitives Feld*, beschrieben durch die relative Permittivitätszahl des Isolierstoffes ϵ_r , angesehen werden. Durch das Anlegen der Spannung fließt ein Strom im Leiter, wodurch ein Temperaturgradient entlang der Isolation entsteht. Aufgrund der angelegten Gleichspannung wächst in Zustand *II* die Raumladungsdichte innerhalb der Isolation an, wodurch sich das elektrische Feld von einem kapazitiven in ein *resistives Feld*, beschrieben durch eine spezifische elektrische Leitfähigkeit κ , verändert. Der maximale Temperaturgradient und ein vollständig resistives (stationäres) Feld sind in Zustand *III* zu sehen. Durch das Umpolen der Spannung in Zustand *IV* wechselt die Polarität der Raumladungsverteilung in Zustand *V*. Im Vergleich zu Zustand *III* ist eine von der Amplitude gleiche, aber von der Polarität gedrehte Raumladungsverteilung in Zustand *VI* zu sehen („Mirror-Image-Effect“, vgl. Abschnitt 2.6). Durch das Abschalten der Spannung in Zustand *VII* verschwindet die Raumladungsdichte nicht sofort, sondern baut sich langsam ab [Kreuger, 1995], [Jeroense, 1997], [Morshuis *et al.*, 2015].

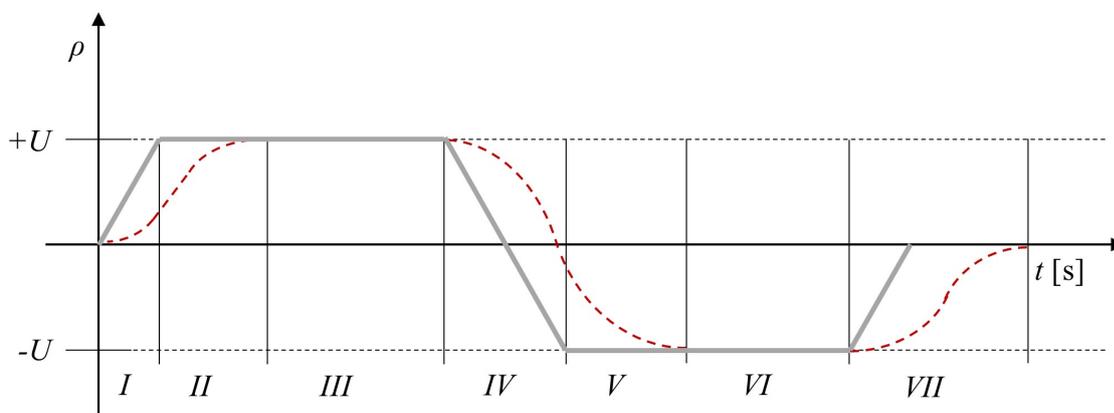


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Ausbildung von Raumladungen (rot gestrichelt) beim An- bzw. Abschalten und Umpolen der Spannung U (eigene Darstellung nach [Kreuger, 1995]).

Wird das Kabel in Zustand *III* alternativ im Leerlauf betrieben, wenn eine zeitlich konstante Raumladungsdichte vorliegt, so verschwinden der Strom ($I = 0$) im Leiter und damit der Temperaturgradient, die Spannung bleibt jedoch unverändert. Durch den fehlenden Temperaturgradienten wird die Raumladungsdichte geringer, verschwindet jedoch nicht ganz.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerierstoffen

$r_i = 23,2 \text{ mm}$
$r_a = 42,4 \text{ mm}$
$\lambda_{\text{MI}} = 0.167 \text{ W(K}\cdot\text{m)}$
$\alpha_{\text{th,MI}} \approx 6,5 \text{ W(K}\cdot\text{m}^2)$
$\delta \cdot c_p = 2,5 \cdot 10^6 \text{ J/(m}^3 \cdot \text{K)}$
$T_\infty = 20^\circ\text{C}$
$U = 450 \text{ kV}$
$\epsilon_r = 3,5$
$I = 1600 \text{ A}$
$\kappa_{\text{Leiter}} = 5,95 \cdot 10^7 \text{ S/m}$
$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0.1^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0.03 \text{ mm/kV}$

Für eine genauere Untersuchung der einzelnen Zustände in Abbildung 4.1 wird nun eine eindimensionale Kabelisolation, bestehend aus masseimprägniertem Papier (MI), betrachtet.

Die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit von MI wird über (2.29) beschrieben. Die für die Simulation verwendeten Konstanten sind in der linken Tabelle zu finden [Eoll, 1975], [Jeroense und Morshuis, 1998]. Nach (4.4), mit $q_{\text{th,ein}} = I^2 / (2\kappa_{\text{Leiter}} \cdot \pi^2 \cdot r_i^3)$, führt ein Strom von $I = 1.600 \text{ A}$ zu einer Leitertemperatur von ca. 50°C , wenn eine Umgebungstemperatur $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ angenommen wird. Die Leitertemperatur liegt damit etwas unterhalb der maximalen

Betriebstemperatur von 55°C [Ivers-Tiffée und von Münch, 2007].

Eine schematische Darstellung des Kabels ist zusammen mit den angenommenen zeitlichen Strom- und Spannungsverläufen in Abbildung 4.2 zu sehen.

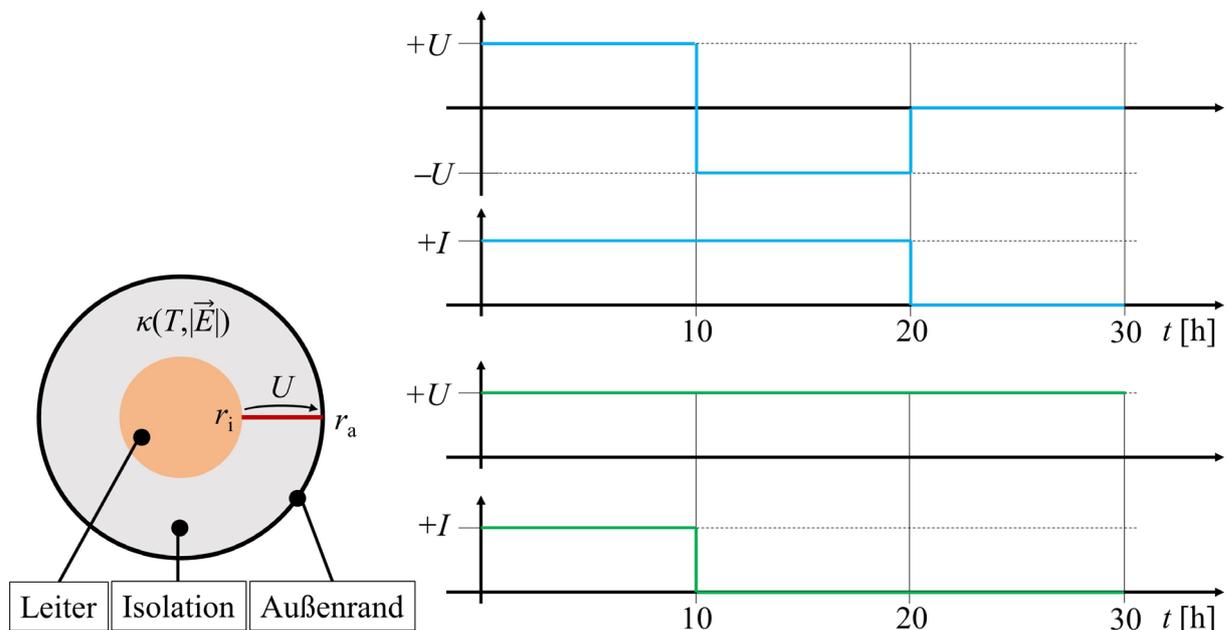


Abbildung 4.2: Links: Schematische Darstellung des Kabels nach Abbildung 2.2. Rechts: Blauer Strom- und Spannungsverlauf nach Abbildung 4.1. Nach 10 Stunden wird die Spannung umgepolt und nach 20 Stunden abgeschaltet. Der grüne Strom- und Spannungsverlauf betrachtet den Leerlauf ($U \neq 0, I = 0$). Nach 10 Stunden wird der Strom abgeschaltet, die Spannung bleibt unverändert.

Es werden zwei Strom- und Spannungsverläufe betrachtet. Mit den blauen Verläufen in Abbildung 4.2 rechts wird das Raumladungsverhalten analog Abbildung 4.1 untersucht. Um eine annähernd zeitlich konstante Verteilung der Temperatur und der elektrischen Feldstärke

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

zu erhalten wird die Spannung nach 10 Stunden umgepolt und nach 20 Stunden abgeschaltet. Mit den grünen Verläufen in der gleichen Abbildung wird zudem der Leerlauf ($U \neq 0, I = 0$) untersucht.

Beim Einschalten bzw. Ausschalten der Spannung liegt diese nicht sofort in voller Höhe an, sondern baut sich, abhängig von der Kapazität des Kabels, auf bzw. ab. Da dieser Vorgang kurz im Vergleich zum Betrachtungszeitraum ist, wird dies vernachlässigt [Jeroense, 1997]. Auch der Umpolvorgang geschieht in einer gewissen Zeit, die jedoch ebenfalls als vernachlässigbar kurz angenommen wird [Kreuger, 1995].

Die Isolation besteht hier aus dem Dielektrikum, zusammen mit der inneren und äußeren Leitschicht. Da das elektrische Feld bzw. die Raumladungsverteilung nur innerhalb der Isolation vorliegt, sind zusätzliche Ummantelungen (z.B. Kunststoffaußenmantel) im Vergleich zu Abbildung 2.2 vernachlässigt worden. Aufgrund der radialsymmetrischen Feldverteilungen werden die simulierten Temperatur-, Feldstärke- und Raumladungsverteilungen entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 4.2 links berechnet und sind in Abbildung 4.3 über dem Ort und der Zeit dargestellt. Darüber hinaus sind in Abbildung 4.4 der zeitliche Verlauf der elektrischen Feldstärke und der Raumladungsdichte am Leiter ($r = r_i$) und am Außenrand ($r = r_a$) zu sehen. In beiden Abbildungen wird der blaue Strom- und Spannungsverlauf in Abbildung 4.2 rechts angenommen. In den Simulationsergebnissen in Abbildung 4.3 und Abbildung 4.4 sind die Isolationsverluste, d.h. die Verlustleistungsdichte $p_V = \kappa |\vec{E}|^2$, vernachlässigt worden. Werden alternativ diese Verluste mitberücksichtigt, so liegt die relative Abweichung der berechneten Temperaturen bei $< 0,01$ %, womit die Verluste $\kappa |\vec{E}|^2$, wie in Abschnitt 4.2 erwähnt, unter normalen Betriebsbedingungen einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Temperatur und damit auf das resultierende elektrische Feld haben.

Nach dem Einschalten der Spannung steigen die Temperatur und der Temperaturgradient, wodurch Raumladungen im Isolierstoff akkumulieren. Das elektrische Feld der Raumladungen überlagert sich mit dem Feld der angelegten Spannung, wodurch dieses am Leiter sinkt und am Außenrand steigt. Dadurch kommt es zur *Feldinversion*. Nach ca. 2 Stunden erreicht die Raumladungsdichte in der Nähe des Leiters ihr Maximum mit ca. $0,05 \text{ As/m}^3$ und sinkt anschließend auf den stationären Wert, welcher leicht unterhalb des Maximums liegt. Durch die steigende Temperatur bzw. den steigenden Temperaturgradienten und die gleichzeitige Reduktion des elektrischen Feldes am Leiter entsteht dieses Maximum durch eine Überlagerung beider Effekte. In der Nähe des Außenrandes ist ein Maximum beispielsweise nicht zu sehen, da hier sowohl die Temperatur als auch die Feldstärke über der Zeit ansteigt.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerierstoffen

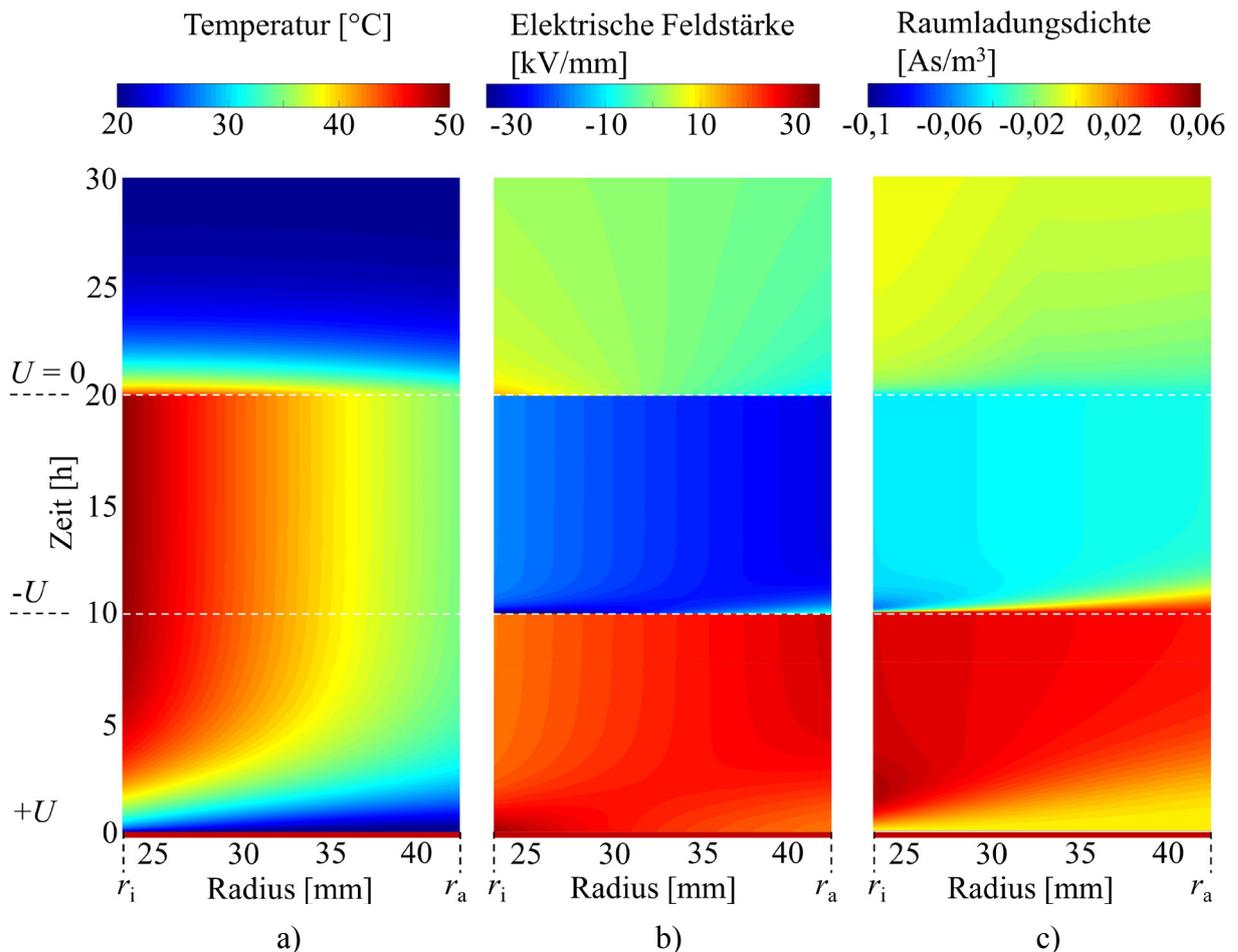


Abbildung 4.3: a): Temperaturverteilung, b): Elektrische Feldstärke, c): Raumladungsdichte innerhalb einer MI-Kabelisolation über der Zeit. Angenommen wird der blaue Strom- und Spannungsverlauf in Abbildung 4.2 rechts.

Da das Feld der Raumladungen am Leiter negativ und am Außenrand positiv ist, kommt es nach der Umpolung ($t \geq 10$ h) am Leiter zu einem negativen Feldstärkesprung, welcher in ungünstigen Fällen die Durchschlagfeldstärke erreichen kann (s. Abbildung 4.4 oben) [Mauserth und Haugdal, 2017]. Mit der Zeit sinkt der Betrag der Feldstärke und erreicht einen statischen Wert, der dem statischen Wert vor der Umpolung gleicht. Dieser statische Wert nach der Umpolung wird schneller erreicht als der entsprechende Wert vor der Umpolung, da die Temperatur bereits eine stationäre Verteilung aufweist.

Der Umpolvorgang wird bei einem „netzgeführten Stromrichter“ (engl. *Line-Commutated Converter* (LCC)) HGÜ-System genutzt, um die Richtung des Leistungsflusses zu wechseln [Morshuis *et al.*, 2015]. Aufgrund der durch akkumulierte Raumladungen hervorgerufenen Feldstärkesprünge während der Umpolung, werden VPE-Kabel nicht in LCC-Systemen genutzt, sondern in Systemen mit „Spannungszwischenkreis-Stromrichtern“ (engl. *Voltage-Source-Converter* (VSC)) verwendet. Hierbei wird der Leistungsfluss durch die Richtung des Stromes bestimmt [Bahrman und Johnson, 2007], [Fabiani *et al.*, 2007], [Küchler, 2017].

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

Ähnlich der Feldstärke zeigt auch die Raumladungsverteilung ein negatives Maximum nach der Umpolung. Dieses ändert sich jedoch nicht sprunghaft (s. Abbildung 4.4 unten). Durch die vermehrte Akkumulation von negativen Raumladungen baut sich die gesamte Verteilung zunächst ab und wird anschließend negativ. Das Maximum liegt dabei betragsmäßig über dem Maximum vor der Umpolung (bei $t \approx 2$ h). Eine Erklärung für das Auftreten des Maximums bei $t \approx 10$ h ist die hohe Feldstärke (≈ -50 kV/mm) und die vermehrte Injektion von negativen Ladungen am Leiter. Mit fortschreitender Zeit sinkt jedoch die Feldstärke, wodurch auch die Injektion geringer wird. Über der Zeit wandern zudem die injizierten Ladungen vermehrt zum Außenrand, wodurch die Ladungsdichte für $t > 10$ h wieder sinkt (vgl. Abschnitt 2.6.1) [Jörgens und Clemens, 2020a].

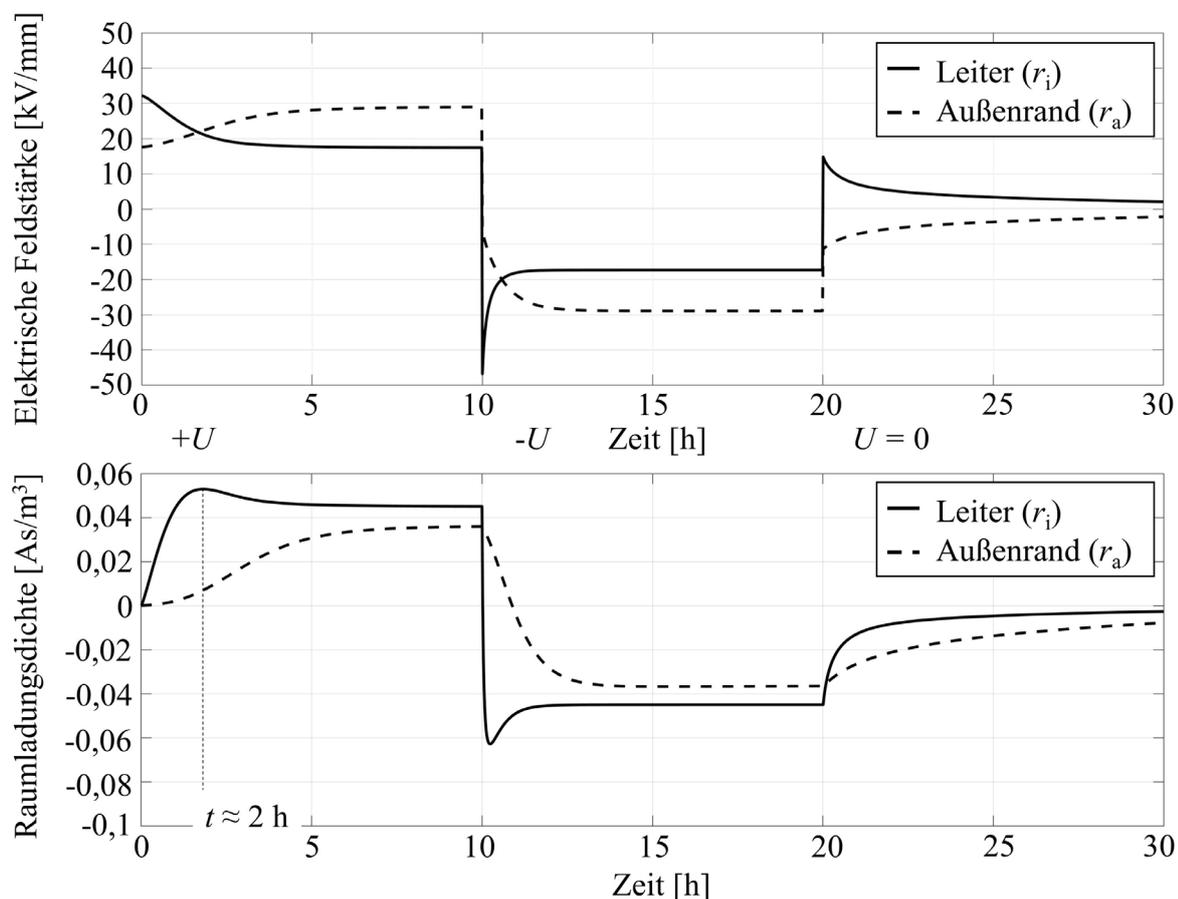


Abbildung 4.4: Oben: Zeitlicher Verlauf der elektrischen Feldstärke am Leiter (r_i) und am Außenrand (r_a). Angenommen wird der blaue Strom- und Spannungsverlauf in Abbildung 4.2 rechts. Unten: Zeitlicher Verlauf der entsprechenden Raumladungsverteilung.

Nach dem Abschalten der Spannung ($t \geq 20$ h) verschwindet auch der Strom, wodurch die Temperatur sinkt. Die Raumladungsdichte und die elektrische Feldstärke verschwinden nicht sofort. Lediglich das Feld durch die angelegte Spannung verschwindet, wodurch es nach dem Abschalten erneut zu einem Feldstärkesprung kommt. Dieser ist jedoch weitaus geringer im

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

Vergleich zur Umpolung. Mit sinkender Feldstärke und Temperatur sinkt auch die Leitfähigkeit, wodurch sich die Raumladungen nach (4.1) nur langsam abbauen (s. Abbildung 4.4).

Nach 10 Stunden liegt ein zeitlich konstantes elektrisches Feld vor. Verschwindet nun der Strom ($I = 0$), indem das Kabel im Leerlauf betrieben wird, so kommt es zu einem Abfall der Temperatur und der Raumladungsdichte. Dies wird untersucht durch den grünen Strom- und Spannungsverlauf in Abbildung 4.2 rechts. Analog zu Abbildung 4.3 ist dies in Abbildung 4.5 zu sehen. Zudem ist erneut das elektrische Feld am Leiter (r_i) und am Außenrand (r_a) in Abbildung 4.6 zu finden.

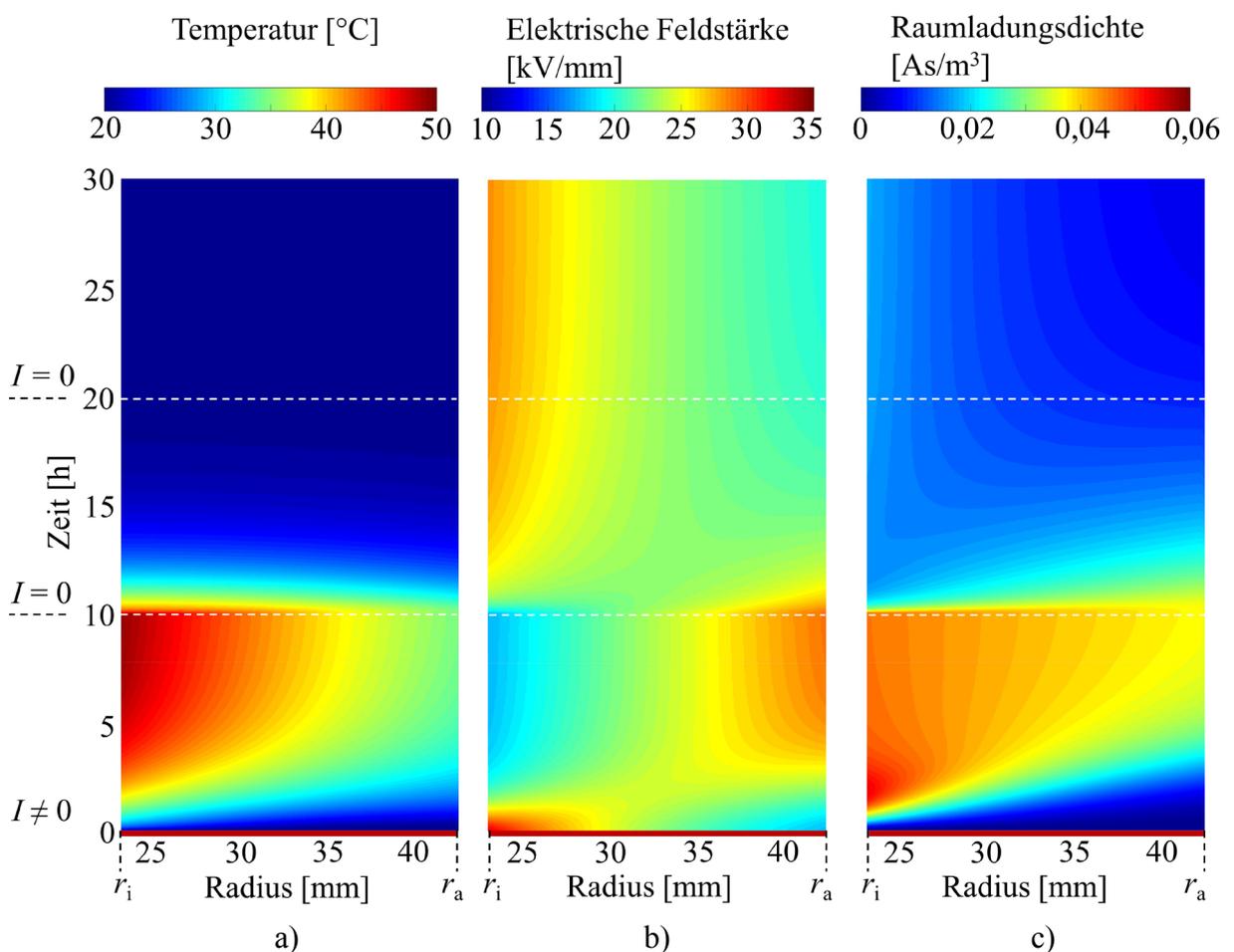


Abbildung 4.5: a): Temperaturverteilung, b): Elektrische Feldstärke, c): Raumladungsdichte innerhalb einer MI-Kabelisolation über der Zeit. Angenommen wird der grüne Strom- und Spannungsverlauf in Abbildung 4.2 rechts.

Bei einem Vergleich von Abbildung 4.5 a) und c) ist zu erkennen, dass die Raumladungsverteilung dem zeitlichen Verlauf der Temperatur folgt. Aufgrund der relativ schnellen zeitlichen Änderung der Temperatur nach 10 Stunden, zeigen sowohl das elektrische Feld in Abbildung 4.5 b) als auch die Raumladungsverteilung in Abbildung 4.5 c) ein ähnliches Verhalten über der Zeit. Mit sinkender Temperatur und Feldstärke, d.h. mit sinkender

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

elektrischer Leitfähigkeit κ , steigt die Zeitkonstante $\tau_e = \epsilon_0 \epsilon_r / \kappa$, wodurch am Außenrand eine stationäre Feldanordnung später erreicht wird als am Leiter (vgl. Abbildung 4.6). Nach ca. 2 Stunden entsteht am Leiter ein Maximum in der Raumladungsverteilung, bedingt durch eine steigende Temperatur und eine sinkende Feldstärke. Umgekehrt kommt es nun nach 12 Stunden zu einem Minimum, verursacht durch eine sinkende Temperatur und eine steigende Feldstärke (s. Abbildung 4.6 unten).

Durch ein Verringern des Temperaturgradienten ($t > 10$ h) nähert sich die Raumladungsverteilung langsam einer Verteilung an, welche ausschließlich durch die elektrische Feldabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit β bestimmt wird. Durch die verringerte Ladungsdichte ist keine Feldinversion mehr zu beobachten. Das elektrische Feld ist, im Vergleich zur elektrischen Feldverteilung zum Zeitpunkt $t = 0$ ($\rho = 0 \text{ As/m}^3$), am Leiter etwas abgefallen und am Außenrand etwas angestiegen (vgl. Abbildung 4.6 oben, bei $t = 0$ und $t = 30$ h).

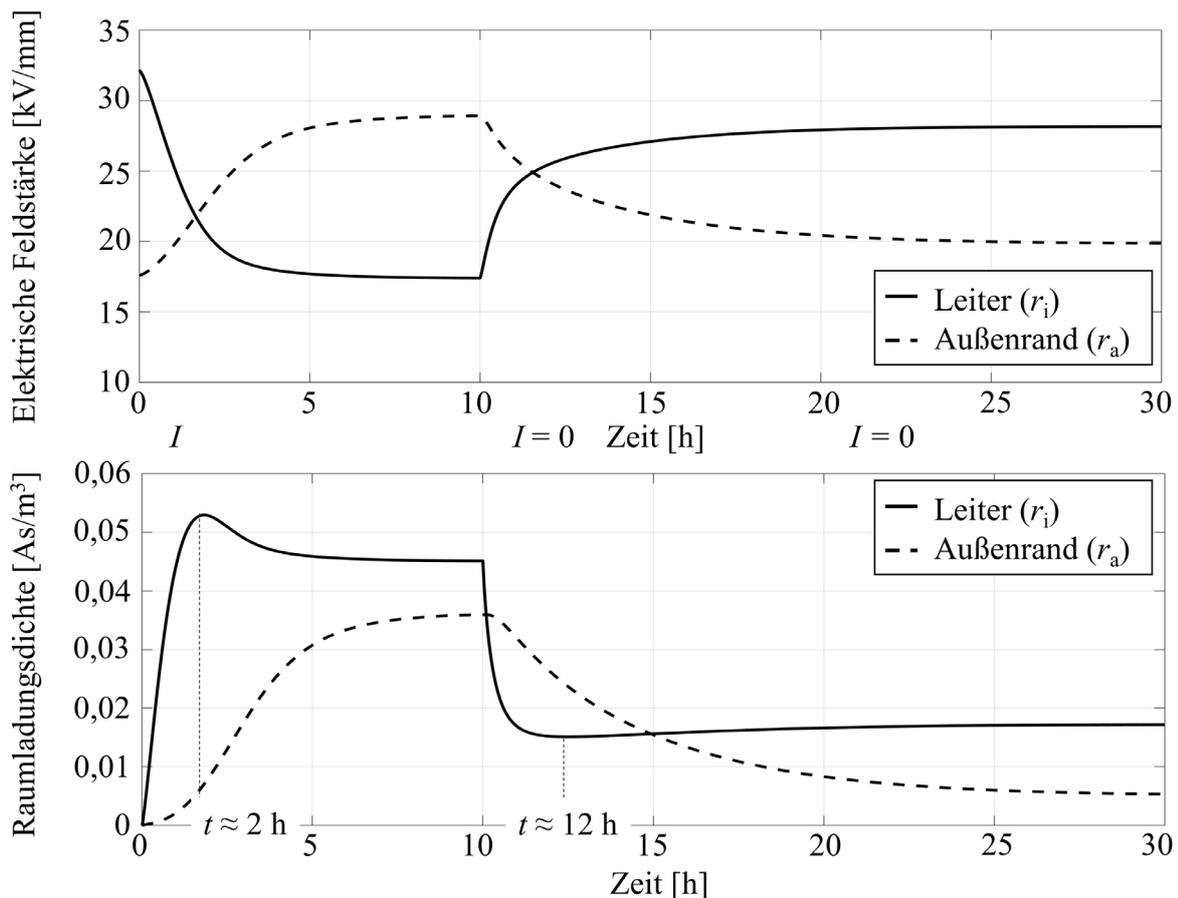


Abbildung 4.6: Oben: Zeitlicher Verlauf der elektrischen Feldstärke am Leiter (r_i) und am Außenrand (r_a). Angenommen wird der grüne Strom- und Spannungsverlauf in Abbildung 4.2 rechts. Unten: Zeitlicher Verlauf der entsprechenden Raumladungsverteilung.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

Die Ergebnisse in diesem Kapitel haben nun gezeigt, dass mit steigender Temperatur bzw. mit steigendem Temperaturgradienten die Raumladungsdichte ebenfalls ansteigt und zu einer Inversion des elektrischen Feldes führt. Dazu sinkt das Feld an Orten hoher Temperatur und steigt an Orten niedriger Temperatur. Das Feld der akkumulierten Raumladungen ist somit am Leiter negativ und am Außenrand positiv, wodurch es bei einer Polarisationsumkehr zu einem Feldstärkesprung am Leiter kommt. Verschwindet die Spannung, so ist auch $I = 0$ und die Ladungsdichte konvergiert gegen $\rho = 0 \text{ As/m}^3$. Diese ändert sich dabei nicht sprunghaft, sondern baut sich abhängig der Zeitkonstante $\tau_e = \varepsilon_0 \varepsilon_r / \kappa$ ab. Verschwindet nur der Strom indem sich das Kabel im Leerlauf befindet, so ändert sich die Ladungsdichte ebenfalls nicht sprunghaft und baut sich zudem nicht vollständig ab. Durch die noch anliegende Spannung konvergiert die Ladungsdichte gegen eine Verteilung, die nur noch durch die Feldstärkeabhängigkeit der Leitfähigkeit β bestimmt wird.

4.4 Berechnung der statischen elektrischen Feldverteilung und Approximation des transienten elektrischen Feldes

Während des Aufheiz- ($0 \leq t \leq 10 \text{ h}$) bzw. Abkühlvorgangs ($20 \leq t \leq 30 \text{ h}$), beispielsweise in Abbildung 4.3 zu sehen, zeigen die zeitlichen Verläufe der Feldstärke eine annähernd exponentielle Abhängigkeit. Der zeitlich und örtlich variierende Verlauf der Feldstärke, wie er in Abbildung 4.3 bzw. Abbildung 4.5 zu sehen ist, soll daher in diesem Abschnitt entwickelt werden. Zu diesem Zweck wird das stationäre elektrische Feld in einer geschlossenen analytischen Form hergeleitet.

Besitzt die elektrische Leitfähigkeit eine Abhängigkeit von der Temperatur und der elektrischen Feldstärke, lässt sich das transiente elektrische Feld nur approximativ berechnen. Dazu werden die Zeitkonstante τ_e in (4.1) und die analytische Lösung des stationären elektrischen Feldes verwendet.

Für die Berechnung des stationären Feldes wird die Leitfähigkeit über (2.29) und die Näherungen $E_{\text{Ref}} = U \cdot \exp(-1)/(r_a - r_i)$ und $v = U \cdot \beta / (r_a - r_i)$ beschrieben. Diese ist damit gegeben durch

$$\kappa(T, |\vec{E}|) = \kappa_0 \cdot \exp(\alpha \cdot T) \cdot \left(\frac{|\vec{E}|}{E_{\text{Ref}}} \right)^v. \quad (4.6)$$

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

Da die Permittivität in einer Kabelisolation in erster Näherung als konstant angesehen werden kann, wird die stationäre Raumladungsverteilung über (2.18) berechnet. Zudem gilt weiterhin das Gesetz von Gauß (2.4). Da auch hier die Permittivität konstant ist, kürzt sich diese beim Gleichsetzen von (2.4) und (2.18) weg und es folgt

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r E(r)] = \kappa [T(r), E(r)] E(r) \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\kappa [T(r), E(r)]} \right\}. \quad (4.7)$$

Wie bereits in Abschnitt 4.3 erwähnt, hat die Permittivität damit keinen Einfluss auf das stationäre elektrische Feld. Durch Umstellen von (4.7) ist das elektrische Feld die Lösung der Differentialgleichung (DGL)

$$\frac{\partial}{\partial r} E(r) + E(r) \left\{ \frac{1}{1+\nu} \left[\frac{1}{r} + \alpha \frac{\partial}{\partial r} T(r) \right] \right\}. \quad (4.8)$$

Durch Annahme einer zeitlich konstanten Temperatur und der Vernachlässigung von Isolationsverlusten, kann die Temperaturverteilung mit (3.25) über die Temperatur der inneren Leitschicht (Leitertemperatur) $T(r_i) = T_i$ und die Temperatur der äußeren Leitschicht $T(r_a) = T_a$ berechnet werden. Die Lösung von (4.8) ist dann

$$E(r) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{1+\nu} \left[1 - \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \right] \ln(r) \right\}, \quad (4.9)$$

mit der Konstanten C , welche später über die Spannung bestimmt wird. Mittels der Identität $a^b = \exp(b \cdot \ln(a))$ vereinfacht sich (4.9) zu

$$E(r) = C \cdot r^{-\delta_E}, \quad \delta_E = \frac{1}{1+\nu} \left[1 - \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \right]. \quad (4.10)$$

Da die gesamte Spannung U über der Isolation abfallen muss, folgt für die Konstante C

$$U = \int_{r_i}^{r_a} E(r) dr = \int_{r_i}^{r_a} C \cdot r^{-\delta_E} dr \rightarrow C = \frac{U(1-\delta_E)}{r_a^{1-\delta_E} - r_i^{1-\delta_E}}. \quad (4.11)$$

Durch das Einsetzen von (4.11) in (4.10) folgt das Ergebnis in (3.26). Nach [Lau, 1970] und [Mazzanti und Marzinotto, 2013] kann die Temperaturverteilung auch über die längenbezogene Verlustleistung P_V/L und die Wärmeleitfähigkeit der Isolation $\lambda_{\text{Isolation}}$ dargestellt werden. Mit

$$T(r) = T_a - \frac{P_V / L}{2\pi\lambda_{\text{Isolation}}} \ln \left(\frac{r}{r_a} \right) \quad (4.12)$$

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

ist das elektrische Feld

$$E(r) = \frac{U(1-\delta_E)}{r_a^{1-\delta_E} - r_i^{1-\delta_E}} \cdot r^{-\delta_E}, \quad \delta_E = \frac{1}{1+\nu} \left[1 - \alpha \frac{P_V / L}{2\pi\lambda_{\text{Isolation}}} \right]. \quad (4.13)$$

Durch Anwenden des Gauß'schen Gesetzes auf (4.10) bzw. (4.13) ist die entsprechende stationäre Raumladungsdichte

$$\rho(r) = (1 - \delta_E)E(r)\epsilon_0\epsilon_r \cdot r^{-1} = \frac{U(1-\delta_E)^2}{r_a^{1-\delta_E} - r_i^{1-\delta_E}} \epsilon_0\epsilon_r \cdot r^{-1-\delta_E}. \quad (4.14)$$

Die Raumladungsdichte ist damit proportional der Spannung und steigt quadratisch mit dem Temperaturgradienten [Jeroense, 1997]. Wird Abbildung 4.4 oben bzw. Abbildung 4.6 oben betrachtet, so kann das zeitliche elektrische Feld in guter Näherung durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden. Ausgehend vom Feld ohne Raumladungen ($\rho = 0 \text{ As/m}^3$, bei $t = 0$), welches gegeben ist durch

$$E_{t=0}(r) = \frac{U}{\ln(r_a / r_i)} \cdot r^{-1}, \quad (4.15)$$

nähert sich das Feld zeitlich der stationären ($t \rightarrow \infty$) Verteilung (4.10) bzw. (4.13) an. Das zeit- und ortsabhängige elektrische Feld ist dann approximativ gegeben durch

$$E(r,t) = E_{t \rightarrow \infty}(r) + [E_{t=0}(r) - E_{t \rightarrow \infty}(r)] \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right). \quad (4.16)$$

Da die elektrische Zeitkonstante τ_e selbst vom elektrischen Feld abhängt, wird als erste Näherung das mittlere Feld $U/(r_a - r_i)$ verwendet [Jörgens und Clemens, 2020e].

$r_i = 23,2 \text{ mm}$
$r_a = 42,4 \text{ mm}$
$T_i = 50^\circ\text{C}$
$T_a = 35^\circ\text{C}$
$U = 450 \text{ kV}$
$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0,1^\circ\text{C}^{-1}$
$E_{\text{Ref}} = 8,622 \text{ kV/mm}$
$\nu = 0,7031$

Betrachtet wird nun beispielhaft eine eindimensionale MI Kabelisolation, dessen elektrische Leitfähigkeit durch (4.6) und Temperaturverteilung durch (3.25) beschrieben wird. Die verwendeten Konstanten sind in der Tabelle links zusammengefasst. Das elektrische Feld und die relative Abweichung zwischen der numerischen Simulation und der Approximation (4.16), entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 4.2, sind zusammen in Abbildung 4.7 zu sehen [Eoll, 1975], [Jeroense und Morshuis, 1998]. Die größten

Abweichungen sind am Innenleiter bzw. am Rand zum Mantel hin zu beobachten. Am Leiter wird mit Gleichung (4.16) einen Feldstärkewert von ca. 1,8 kV/mm oberhalb der Werte der Simulation berechnet, was einer Abweichung von ca. -7,5 % entspricht. Am Außenrand

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

hingegen liegt der Wert aus (4.16) ca. 3,5 kV/mm unter den simulierten Werten, was einer Abweichung von 13,5 % entspricht.

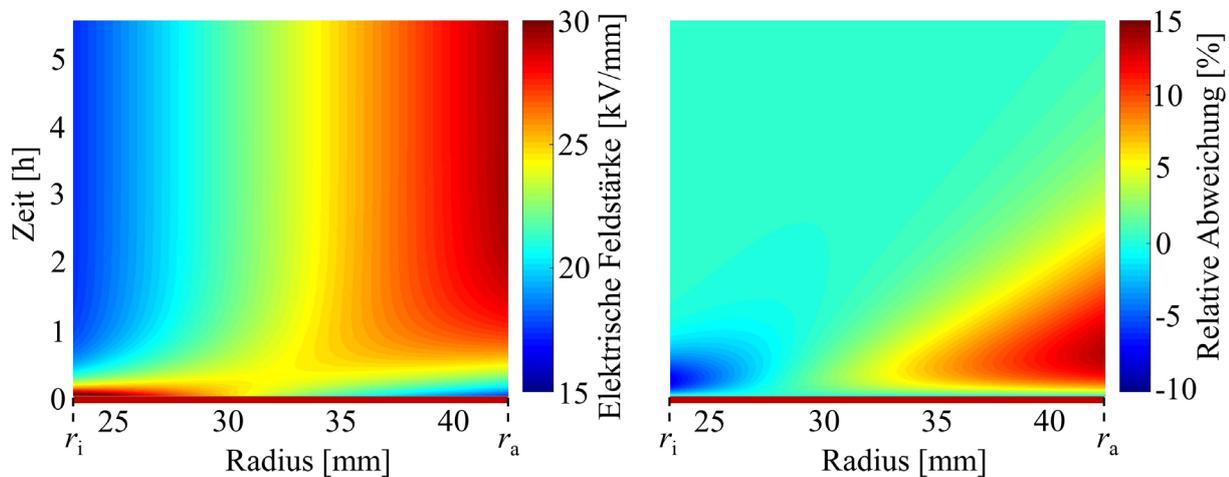


Abbildung 4.7: Links: Simulation des elektrischen Feldes. Rechts: Relative Abweichung zwischen der simulierten elektrischen Feldstärke und der Approximation (4.16) [Jörgens und Clemens, 2020e].

Aufgrund der angenommenen mittleren Feldstärke ist die Zeitkonstante am Leiter zu groß gewählt und am Außenrand zu klein. Dadurch ändert sich im Vergleich zur numerischen transienten EQS-Simulation das Feld am Leiter über der Zeit langsamer und am Außenrand schneller, womit es am Leiter zu große Werte und am Außenrand zu kleine Werte annimmt. Da sich Gleichung (4.16) über der Zeit dem analytischen Ergebnis der stationären Feldverteilung annähert, sinkt die relative Abweichung für $t \rightarrow \infty$ gegen Null.

Wird (4.16) iterativ berechnet, indem für die Zeitkonstante τ_e das elektrische Feld des vorherigen Zeitpunktes gewählt wird, dann reduziert sich die relative Abweichung nur marginal. Die zeitliche Raumladungs- und Feldstärkeverteilung wird demnach nicht durch eine einzelne Zeitkonstante bestimmt, sondern eher durch eine Überlagerung mehrerer Exponentialfunktionen mit unterschiedlichen Zeitkonstanten (vgl. [Beyer, 2002]). Sowohl die Temperatur- als auch die Feldstärkeabhängigkeit der Leitfähigkeit führen für sich betrachtet zu einer Ladungsakkumulation und können mit einer eigenen Zeitkonstanten einhergehen. Des Weiteren kann die Leitfähigkeit auch eine Abhängigkeit von der Morphologie, dem Wassergehalt, der Vernetzungstemperatur oder der Zeit selbst zeigen, wodurch sich ebenfalls Raumladungen, bei entsprechenden Zeitkonstanten, bilden [Das-Gupta, 1997], [Häring und Jenau, 2020]. Die Approximation (4.16) ist demnach nur eine grobe Annäherung des tatsächlichen zeitabhängigen Verlaufs.

4.5 Einfluss des Temperaturgradienten und der Konstanten α und β auf das stationäre elektrische Feld

In Abschnitt 4.3 ist das stationäre elektrische Feld nur für einen Temperaturgradienten numerisch berechnet worden. Der Einfluss unterschiedlich hoher Temperaturgradienten und der Einfluss der elektrischen Leitfähigkeitskonstanten α und β sollen in diesem Abschnitt sowohl auf das stationäre elektrische Feld als auch auf die Ladungsdichte untersucht werden. Dazu werden das analytische Ergebnis des elektrischen Feldes (4.10) und der Ladungsdichte (4.14), hergeleitet im vorherigen Abschnitt, für unterschiedliche Temperaturgradienten ausgewertet.

Betrachtet wird erneut ein MI-Kabel analog dem in Abschnitt 4.4 [Jeroense und Morshuis, 1998]. Da die Betriebsfeldstärke von VPE unterhalb der von MI liegt und zudem für geringe Spannungen nahe des Niedrigfeldbereiches ($E < 10$ kV/mm) liegt, wird für ein VPE-Kabel der Fall $\beta = 0$ mm/kV ($\nu = 0$) untersucht. Die Kabelabmessungen bleiben in dieser Beispielformulierung gleich, jedoch wird die Spannung auf $U = 150$ kV reduziert.

In Abbildung 4.8 ist nun ein Vergleich von (4.10) mit (4.15) gezeigt, wobei links die Feldstärke im MI-Kabel und rechts die Feldstärke im VPE-Kabel zu sehen ist. Zusammen mit δ_E in (4.10) ist zu sehen, dass der Temperaturgradient bzw. die Höhe von α die Feldinversion hervorruft. Die elektrische Feldabhängigkeit ν hingegen sorgt für eine Homogenisierung des Feldes. Das Feld nähert sich für $\nu \rightarrow \infty$ dem mittleren Feld $U/(r_a - r_i)$ an. Die gesamte Raumladungsdichte ρ kann dabei in zwei Teile aufgespalten [McAllister *et al.*, 1994] werden

$$\rho = \rho_T + \rho_E.$$

Die Raumladungsdichte ρ_T korrespondiert dazu mit der Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit und ρ_E mit der Feldstärkeabhängigkeit. Mit (4.10) sind die einzelnen Teile nach [McAllister *et al.*, 1994] gegeben durch

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \rho_T &= -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa(T, E)} \cdot E \cdot \frac{\partial \kappa(T, E)}{\partial T} \cdot \frac{\partial}{\partial r} T = \varepsilon_0 \varepsilon_r \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} E \frac{1}{r}, \\ \text{b)} \quad \rho_E &= -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa(T, E)} \cdot E \cdot \frac{\partial \kappa(T, E)}{\partial E} \cdot \frac{\partial}{\partial r} E = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\nu}{1 + \nu} \left[1 - \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \right] E \frac{1}{r}. \end{aligned} \tag{4.17}$$

Nach (4.17) haben ρ_T und ρ_E gedrehte Vorzeichen bei entsprechend hohen Temperaturgradienten [McAllister *et al.*, 1996]. Werden demnach geringe Feldstärken betrachtet ($\nu = 0$),

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

dann ist die gesamte Ladungsdichte $\rho = \rho_T$. Bei hohen Feldstärken (und Temperaturgradienten) wird die gesamte Ladungsdichte $\rho = \rho_T + \rho_E$ reduziert. Die Nettoladungsdichte $|\rho_T| + |\rho_E|$ steigt jedoch unabhängig vom Temperaturgradienten immer an. Für den in Abbildung 4.8 betrachteten Temperaturgradienten von 15°C ist ρ_T positiv und ρ_E negativ entlang der gesamten Isolation. Da zudem ρ_T größer ist als ρ_E , ist die gesamte Ladungsdichte ρ positiv. Die positiven Ladungen am Innenleiter (Homocharges) verringern das elektrische Feld, wohingegen sie das Feld am Außenrand (Heterocharges) vergrößern. Damit entsteht das charakteristische invertierte Feld.

In Abbildung 4.8 links gilt $\rho = \rho_T + \rho_E$ (da $v \neq 0$) und in Abbildung 4.8 rechts gilt $\rho = \rho_T$ (da $v = 0$), wodurch rechts die Feldinversion zwar stärker ausgeprägt ist, nicht jedoch die Nettoladungsdichte. In Abbildung 4.8 links verringert sich das elektrische Feld am Leiter um 46,10 % und erhöht sich am Rand um 66,90 %. Im Vergleich dazu verringert sich das Feld in Abbildung 4.8 rechts um 56,91 % am Leiter und erhöht sich um 93,08 % am Rand.

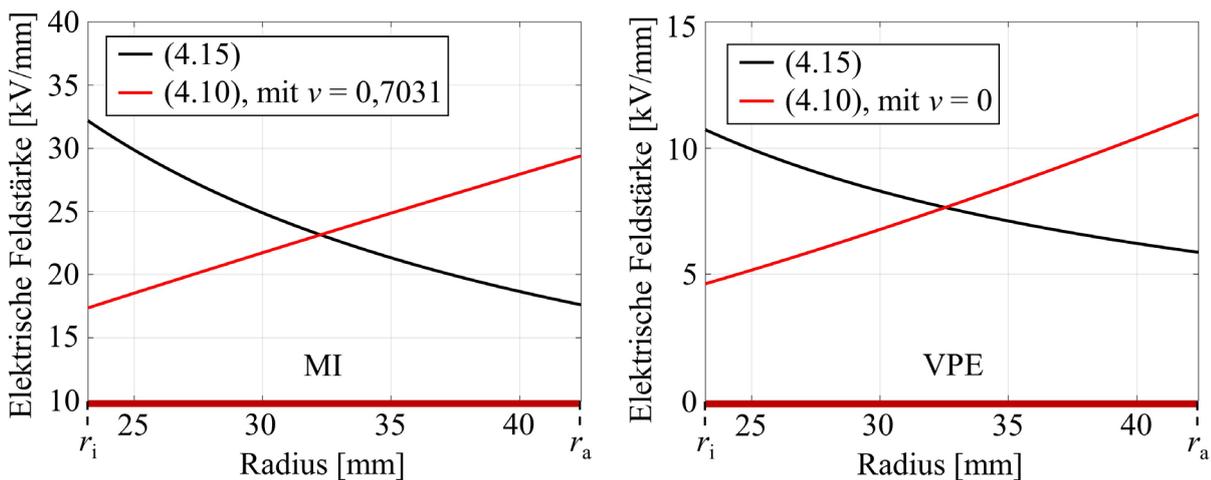


Abbildung 4.8: Links: Vergleich des Feldes ohne Raumladungsdichte (4.15), mit dem statischen elektrischen Feld (4.10) für $v = 0,7031$ (Hochfeldbereich, MI). Rechts: Vergleich von (4.15) mit (4.10) für $v = 0$ (Niedrigfeldbereich, VPE).

Die Leitfähigkeitsmodelle beschreiben nicht die Ladungsvorgänge auf mikroskopischer Ebene, sondern beinhalten diese nur in Form einer Mittelung. Für ein VPE-Hochspannungskabel gelten in guter Näherung die Leitfähigkeitskonstanten $\alpha = 0,1^\circ\text{C}^{-1}$ und $\beta = 0,1 \text{ mm/kV}$, was in der hier betrachteten Kabelkonfiguration auf $E_{\text{Ref}} = 8,622 \text{ kV/mm}$ und $v = 2,3437$ führt. Durch die erhöhte Feldstärkeabhängigkeit ist die Feldinversion schwächer ausgeprägt als bei einem vergleichbaren MI-Kabel. Dieses Ergebnis darf jedoch nicht fehlinterpretiert werden, da andererseits die Nettoladungsdichte $|\rho_T| + |\rho_E|$, aufgrund der erhöhten Feldstärkeabhängigkeit, größer ist. Dies kann u.a. mit einer vermehrten Injektion und gelösten Ladungen aus Störstellen (s. (2.20) und (2.21)) erklärt werden. Deshalb werden VPE-Kabel

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

im Vergleich zu MI-Kabeln mit einer geringeren Feldstärke betrieben. Bereits in [Oudin *et al.*, 1967] wird berichtet, dass ein Temperaturgradient zu einer Verschiebung des maximalen Feldes zum Außenrand hin führt. Eine Erhöhung der Spannung (bzw. der Feldstärke oder des feldstärkeabhängigen Teils der Leitfähigkeit) führt hingegen zu einer Begradigung des Feldes. So liegt beispielsweise in Abbildung 4.8 links das stationäre Feld (4.10) am Außenrand 23,5 % über der Feldintensität am Leiter. Liegt die Spannung hypothetisch bei 1450 kV, so ist das Feld am Außenrand nur noch 10 % über dem Feld am Leiter und bei 2450 kV sind es beispielsweise noch 6,3 %. Durch die erhöhte Spannung wächst die Dichte ρ_E an, wodurch es zu einer stärkeren Homogenisierung des Feldes kommt.

In Abbildung 4.9 sind nun (4.10) und (4.14) für unterschiedliche Temperaturgradienten, bei $v = 0,7031$ und $U = 450$ kV, aufgetragen. Werden die unterschiedlichen Feldstärkewerte in Abbildung 4.9 links betrachtet, dann ist zu sehen, dass eine Feldinversion für Temperaturgradienten $> 5^\circ\text{C}$ auftritt. Für Temperaturgradienten $> 20^\circ\text{C}$ liegt das Feld am Rand oberhalb des maximalen Feldes bei $t = 0$ (32 kV/mm). Die Raumladungsverteilung für $\Delta T = 0^\circ\text{C}$ resultiert aus der Feldstärkeabhängigkeit der Leitfähigkeit und kann z.B. mit Injektionsprozessen begründet werden.

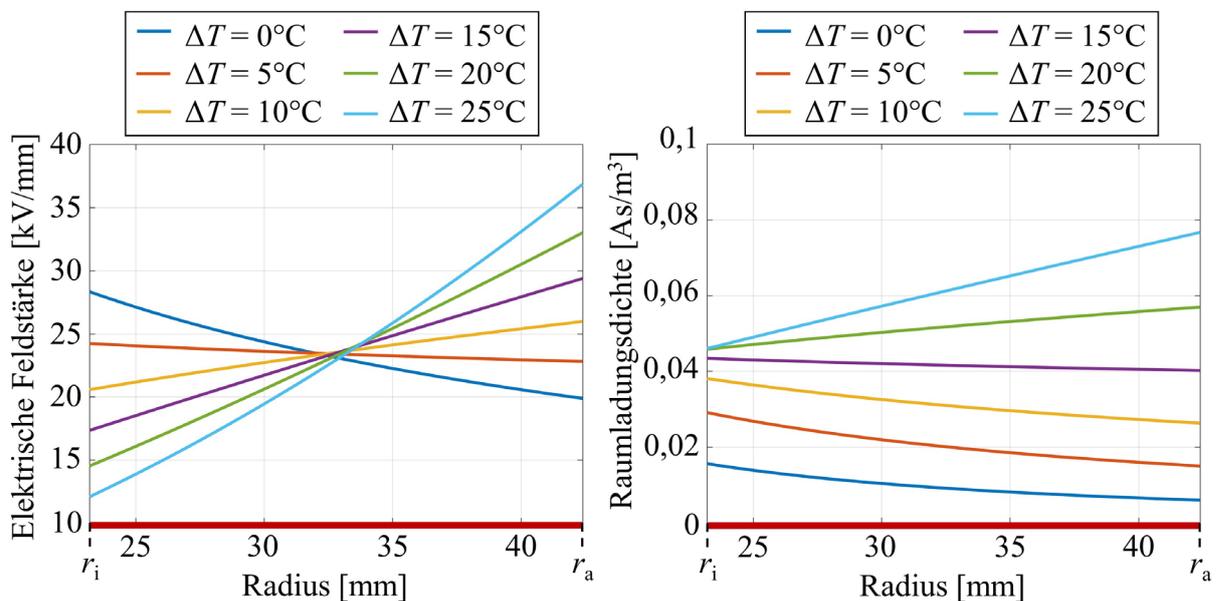


Abbildung 4.9: Links: Statische elektrische Feldverteilung bei unterschiedlichen Temperaturgradienten. Rechts: Korrespondierende Raumladungsverteilung.

Ferner ist in Abbildung 4.9 rechts zu sehen, dass die Ladungsdichte in Richtung Außenrand ansteigt, wenn Temperaturgradienten $> 15^\circ\text{C}$ vorliegen. Wird das mathematische Modell (4.10) betrachtet, gilt für $\Delta T > 15^\circ\text{C}$ der Wert $\delta_E < -1$, wodurch der Radius einen positiven Exponenten erhält und ρ in (4.14) zum Außenrand hin ansteigt. Aus physikalischer Sicht werden an der wärmeren Elektrode vermehrt Ladungen injiziert, welche zur kälteren

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

Elektrode wandern und dort nicht in gleichem Maße extrahiert werden. Aufgrund eines starken Ungleichgewichtes aus Injektion und Extraktion reichern sich die Ladungen am Außenrand an (vgl. Abschnitt 2.6.1).

Da es in der Isolation nicht zur Ausbildung von Feldstärkespitzen kommen soll, ist ein annähernd homogenes Feld wünschenswert. Dies kann erreicht werden, wenn z.B. δ_E verschwindet und damit $E(r) = U/(r_a - r_i)$ ist. Für einen Temperaturgradienten von $T_i - T_a = \ln(r_a/r_i)/\alpha$ ist $\delta_E = 0$ und die akkumulierten Raumladungen haben das Feld am Leiter soweit verringert bzw. am Rand soweit erhöht, dass annähernd ein homogenes Feld innerhalb der Isolation herrscht. In Abbildung 4.9 entspricht $T_i - T_a = \ln(r_a/r_i)/\alpha \approx 6^\circ\text{C}$ und mit (4.12) einer Verlustleistung von $P_V/L = 2\pi\lambda_{MI}/\alpha \approx 10,5 \text{ W/m}$. Entstehen höhere thermische Verluste, dann tritt die Feldinversion auf. Bei geringeren Verlusten als $10,5 \text{ W/m}$ ist das Feld am Leiter größer als am Außenrand. Da der Temperaturkoeffizient α für MI und VPE ungefähr gleich ist, die thermische Leitfähigkeit von VPE jedoch höher ist, ergibt sich mit $\lambda_{VPE} = 0,3 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$ eine Verlustleistung $P_V/L = 2\pi\lambda_{MI}/\alpha \approx 19 \text{ W/m}$, um ein homogenes Feld zu erhalten. Aufgrund des besseren Wärmeabtransportes werden mehr Verluste benötigt um einen Temperaturgradienten von $\approx 6^\circ\text{C}$ zu erhalten. Dieses Ergebnis darf jedoch nicht fehlinterpretiert werden, da hier nur der Temperaturgradient und nicht die eigentliche Temperaturhöhe betrachtet wird. So ist dieses Ergebnis nur für moderate Temperaturen und geringe Feldstärken gültig. Zudem wird keine Ladungsakkumulation an den Elektroden betrachtet, wodurch das lokale Feld stark variieren kann.

Zusammengefasst entsteht die Invertierung des Feldes durch den anliegenden Temperaturgradienten und die Höhe der Temperaturkonstante der Leitfähigkeit α . Je größer diese beiden Faktoren sind, desto stärker ist auch die Invertierung des Feldes ausgeprägt. Eine Grenze bildet der Wert $\ln(r_a/r_i)/\alpha$, oberhalb dem der Temperaturgradient liegen muss, damit es zur Feldinversion kommt. Die Feldstärkekonstante ν sorgt hingegen für eine Homogenisierung des Feldes. Die gesamte Raumladungsdichte ρ besteht dazu aus zwei Teilen. Die Raumladungsdichte ρ_T entsteht durch die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit und ρ_E entsteht durch die Feldstärkeabhängigkeit. Beide Ladungsteile haben bei einem hohen Temperaturgradienten unterschiedliche Vorzeichen und es gilt $|\rho_T| > |\rho_E|$. Die Nettoladungsdichte $|\rho_T| + |\rho_E|$ steigt jedoch mit steigendem Temperaturgradienten allgemein an und ist zudem proportional zur Spannung.

4.6 Einfluss der Elektroden auf die Raumladungsverteilung

Mittels der analytischen Ergebnisse für die elektrische Feldstärke bzw. der Raumladungsdichte aus den vorherigen beiden Abschnitten können einige Effekte der Ladungsdichte innerhalb der Isolation beschrieben werden. So entsteht beispielsweise durch einen anliegenden Temperaturgradienten das charakteristische invertierte Feld. Zudem kann mit einer separaten Betrachtung der Ladungsdichte, aufgrund der Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit u.a. gezeigt werden, dass eine Drehung der Polarität der Spannung zu einer amplitudengleichen, gedrehten stationären Ladungsdichte führt („Mirror-Image-Effect“).

Die erhaltenen Ergebnisse berücksichtigen jedoch bislang keine Ladungsakkumulation an den Elektroden oder die Bewegung von Ladungspulsen, da sich die in Abschnitt 2.9 vorgestellten Modelle nur für die Beschreibung der Ladungsverteilung innerhalb des Dielektrikums eignen. Den Vergleich einer simulierten und gemessenen Raumladungsdichte, entlag der roten

$r_i = 5 \text{ mm}$
$r_a = 9,5 \text{ mm}$
$T_i = 65^\circ\text{C}$
$T_a = 50^\circ\text{C}$
$U = 90 \text{ kV}$
$\epsilon_r = 2,3$
$K_{H,2} = 1 \cdot 10^{14} \text{ S/m}$
$E_{A,H,2} = 1,48 \text{ eV}$
$\gamma_{H,2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m/V}$

Auswertegerade in Abbildung 4.2 links, zeigt Abbildung 4.10. Die Konstanten der beispielhaften VPE-Kabelisolation sind in der Tabelle links zusammengefasst. Für die Simulation wird das in der Literatur häufig verwendete Leitfähigkeitsmodell (2.33) und für die Temperaturverteilung (3.25) verwendet [Bodega, 2006], [Bodega *et al.*, 2006]. Die Simulation ist in der Lage die Ladungsverteilung innerhalb des Kabels ($6 \text{ mm} \leq r \leq 8 \text{ mm}$) in guter Näherung nachzubilden, die Differenz zur Referenzmessung steigt

jedoch zu den Elektroden hin stark an (vgl. auch [Bodega, 2006], S. 84).

Aus diesem Grund werden im folgenden Abschnitt die Leitfähigkeitsmodelle erweitert, um zunächst die stationäre Ladungsverteilung besser nachbilden zu können. In Abschnitt 4.6.1 wird dazu ein Ansatz vorgestellt, mit dessen Hilfe in Abschnitt 4.6.2 das stationäre elektrische Feld, unter Berücksichtigung der Elektroden, in einer analytischen Form dargestellt werden kann. In 4.6.3 wird ein empirisches Leitfähigkeitsmodell, basierend auf Referenzmessungen, entwickelt, welches die stationäre Ladungsverteilung wiedergeben soll. Zu diesem Zweck wird in Abschnitt 4.6.3.1 darauf eingegangen wie eine Anpassung von Raumladungssimulationen auf Raumladungsmessungen vorgenommen werden kann [Jörgens und Clemens, 2019b], [Jörgens und Clemens, 2020a].

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

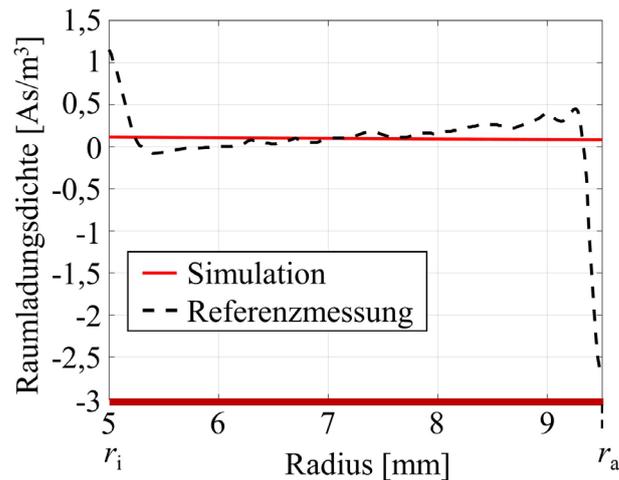


Abbildung 4.10: Vergleich einer stationären Raumladungsmessung mit einem Simulationsergebnis, berechnet mit dem in der Literatur häufig verwendeten Leitfähigkeitsmodell (2.33).

4.6.1 Modellierung von Homo- und Heterocharges in der Nähe von Elektroden

An Grenzschichten kommt es aufgrund einer erhöhten Störstellenanzahl zu einer vermehrten Ladungsansammlung [Bodega, 2006]. Solche Grenzschichten sind in VPE-Kabeln durch die halbleitenden Schichten gegeben und bilden damit ladungsblockierende Elektroden [Fabiani *et al.*, 2015]. Da es zu einer Diffusion von Molekülen zwischen der halbleitenden Schicht und dem Dielektrikum kommt, hat dies einen Einfluss auf die Ladungsverteilung an ladungsblockierenden Elektroden [Bezille *et al.*, 1992], [Wintle, 1999].

Eine Erweiterung der Leitfähigkeitsmodelle kann auf unterschiedliche Arten umgesetzt werden. Daher werden zunächst die mittels des BCT-Modells simulierten Ergebnisse aus Abschnitt 3.2.1 zur Hilfe genommen, um den Verlauf der elektrischen Leitfähigkeit zu erhalten, der zu einer Beschreibung der Ladungsansammlung an den Elektroden führt. In Abbildung 3.6 links ist die Ansammlung von Homocharges an beiden Elektroden zu sehen. Mittels des Ohm'schen Gesetzes kann durch die Stromdichte und die elektrische Feldstärke die Leitfähigkeit bestimmt werden. In Abbildung 4.11 ist beispielhaft die berechnete Leitfähigkeit der Ergebnisse für $U = 21$ kV und $t = t_{\text{END}} = 200$ s dargestellt. Zu sehen ist ein Anstieg der Leitfähigkeit zu beiden Elektroden hin. Die räumliche Variation zeigt annähernd eine exponentielle Verteilung. Dies kann u.a. mit einem angenommenen exponentiellen Konzentrationsprofil der Diffusion zwischen halbleitender Schicht und dem Dielektrikum erklärt werden [Hjerrild *et al.*, 2002].

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

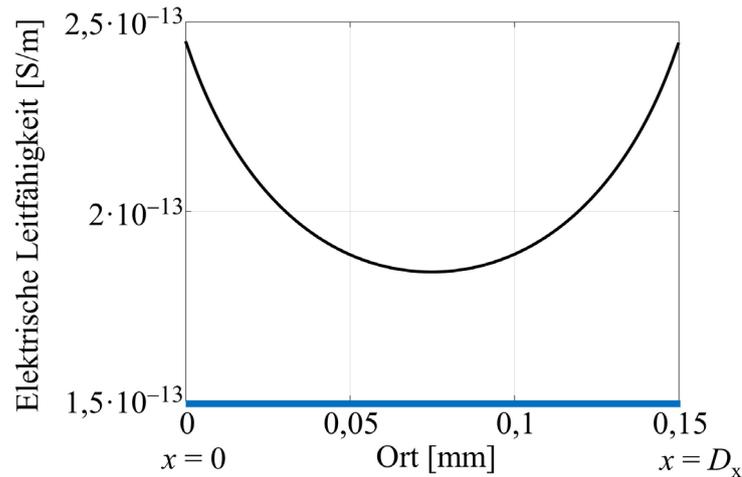


Abbildung 4.11: Berechnete elektrische Leitfähigkeit der simulierten Raumladungsverteilung in Abbildung 3.6 links, für $U = 21$ kV und $t = t_{\text{END}} = 200$ s.

Aufgrund eines exponentiellen Konzentrationsprofil der Diffusion wird in [Hjerrild *et al.*, 2002] als Ansatz eine exponentiell variierende Leitfähigkeit zu den Elektroden hin genutzt. Dabei wird die nichtlineare temperatur- und feldstärkeabhängige Leitfähigkeit $\kappa(T, |\vec{E}|)$ erweitert um die räumliche Variation $f(r) = f_L(r) + f_{AR}(r) - 1$, mit

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & f_L(r) = 1 + (k_L - 1) \exp\left(-\frac{r - r_i}{\zeta_L}\right), \\ \text{b)} \quad & f_{AR}(r) = 1 + (k_{AR} - 1) \exp\left(\frac{r - r_a}{\zeta_{AR}}\right), \end{aligned} \quad (4.18)$$

wobei (4.18 a) für die Variation am Leiter („L“) und (4.18 b) für die Variation am Außenrand („AR“) steht. Die Leitfähigkeit steigt bzw. fällt um den Faktor k_L am Leiter und um k_{AR} am Außenrand. Über die Konstanten ζ_L bzw. ζ_{AR} kann der Gradient von $f(r)$ in der Nähe des Leiters bzw. Außenrandes eingestellt werden. Die gesamte Leitfähigkeit ist damit modellierbar durch

$$\kappa(T, |\vec{E}|, r) := \kappa(T, |\vec{E}|) \cdot f(r). \quad (4.19)$$

Der Zusammenhang zwischen $f(r)$ und der statischen Raumladungsverteilung lässt sich mit (4.19) leicht darstellen, wenn zunächst $\kappa(T, |\vec{E}|) = \kappa = \text{const.}$ angenommen wird. Zudem soll die räumliche Variation der Leitfähigkeit nur durch $f(r) = f_L(r)$, also nur am Leiter, betrachtet werden. Unter der Annahme einer ebenen Isolationsschicht ($r \rightarrow x$), zu sehen in Abbildung 3.6 links, ist $r_i = 0$ und $r_a = D_x$. Mit (2.9) und (2.12) ist das stationäre Feld ($\partial/\partial t = 0$) gegeben durch

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisierstoffen

$$E(x) = C_L \cdot f_L(x)^{-1}. \quad (4.20)$$

Die Konstante C_L lässt sich erneut über die Spannung U berechnen und ist gegeben durch

$$C_L = \frac{U}{\int_0^{D_x} \frac{1}{1 + (k_L - 1) \exp\left(-\frac{x}{\zeta_L}\right)} dx} = \frac{U}{\zeta_L \cdot \ln \left\{ 1 - \frac{1}{k_L} \left[1 - \exp\left(\frac{D_x}{\zeta_L}\right) \right] \right\}}. \quad (4.21)$$

Mittels (2.4) und (2.5) folgt für die Raumladungsdichte

$$\rho = \frac{d}{dx} [\varepsilon_0 \varepsilon_r E(x)] = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{1}{\zeta_L} E(x) \cdot [1 - f_L(x)^{-1}]. \quad (4.22)$$

Da bei einer positiven Spannung U , $E(x)$ ebenfalls positiv ist und in Abbildung 4.11 eine zum Leiter hin ansteigende Leitfähigkeit zu sehen ist, also $f_L(x) > 1$ vorliegt, gilt für die Raumladungsdichte in (4.22) ebenfalls $\rho > 0$. Analoge Berechnungen für den Bereich des Außenrandes, mit $f(x) = f_{AR}(x)$, führen auf das elektrische Feld

$$E(x) = C_{AR} \cdot f_{AR}(x)^{-1}, \quad (4.23)$$

mit der Konstanten

$$C_{AR} = \frac{U}{\int_0^{D_x} \frac{1}{1 + (k_{AR} - 1) \exp\left(\frac{x - D_x}{\zeta_{AR}}\right)} dx} = \frac{U}{\zeta_{AR} \cdot \ln \left\{ 1 - \frac{1}{k_{AR}} \left[1 - \exp\left(\frac{D_x}{\zeta_{AR}}\right) \right] \right\}} \quad (4.24)$$

und der Raumladungsdichte

$$\rho = \frac{d}{dx} [\varepsilon_0 \varepsilon_r E(x)] = -\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{1}{\zeta_{AR}} E(x) \cdot [1 - f_{AR}(x)^{-1}]. \quad (4.25)$$

Analog zu (4.22) folgt auch für (4.25), dass $E(x)$ positiv ist (für $U > 0$) und $f_{AR}(x) > 1$ ist (vgl. Abbildung 4.11). Damit ist die Raumladungsdichte in (4.25) $\rho < 0$. Für die Akkumulation von Homocharges muss demnach die elektrische Leitfähigkeit zu den Elektroden hin ansteigen und umgekehrt muss diese abfallen, um Heterocharges zu simulieren.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

4.6.2 Analytische Lösung des statischen elektrischen Feldes, unter Berücksichtigung der Elektrodeneinflüsse

Die in Abschnitt 4.6.1 gemachten Beobachtungen berücksichtigen keine temperatur- und feldstärkeabhängige Leitfähigkeit und gehen lediglich von einer ebenen Isolationsschicht aus. Für die Betrachtung einer nichtlinearen elektrischen Leitfähigkeit wird (4.6) verwendet. Zudem wird nun eine Kabelgeometrie angenommen. Um die räumlichen Variationen an den Elektroden zu berücksichtigen, wird die gesamte elektrische Leitfähigkeit durch (4.19) ausgedrückt. Analog den Berechnungen in Abschnitt 4.4 ist das statische elektrische Feld nun beschrieben durch die Lösung der DGL

$$\frac{\partial}{\partial r} E(r) + E(r) \left\{ \frac{1}{1+\nu} \left[\frac{1}{r} + \alpha \frac{\partial}{\partial r} T(r) + \frac{1}{f(r)} \frac{\partial}{\partial r} f(r) \right] \right\} = 0. \quad (4.26)$$

Die Lösung von (4.26) ist gegeben durch

$$E(r) = G \cdot \exp \left\{ - \int \frac{1}{1+\nu} \left[\frac{1}{r} + \alpha \frac{\partial}{\partial r} T(r) + \frac{1}{f(r)} \frac{\partial}{\partial r} f(r) \right] dr \right\}, \quad (4.27)$$

wobei α und ν die Leitfähigkeitskonstanten in (4.6) sind. Da Potenzen mit gleicher Basis multipliziert werden, indem die Exponenten addiert werden, befindet sich in der Konstanten G die Integrationskonstante der unbestimmten Integration. Die Konstante G wird später über die Spannung U bestimmt. Die ersten beiden Terme führen zu der Lösung (4.10), wenn eine Temperatur nach (3.25) vorliegt. Mit

$$\frac{1}{f(r)} \frac{\partial}{\partial r} f(r) = \ln[f(r)]$$

folgt insgesamt

$$E(r) = G \cdot \exp \left\{ - \frac{1}{1+\nu} \left[1 - \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \right] \ln(r) - \frac{1}{1+\nu} \ln[f(r)] \right\} \quad (4.28)$$

und weiter aufgelöst

$$E(r) = G \cdot r^{-\delta_E} \cdot f(r)^{\frac{1}{1+\nu}}, \quad \delta_E = \frac{1}{1+\nu} \left[1 - \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \right]. \quad (4.29)$$

Zur Bestimmung der Konstanten G wird $f(r)^{-1/(1+\nu)}$ angenähert durch

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

$$F(r) = f(r)^{\frac{1}{1+\nu}} \cong g(r) = 1 + A_L \cdot r^{\gamma_L} + A_{AR} \cdot r^{\gamma_{AR}}, \quad (4.30)$$

wobei die neuen Konstanten A_L , A_{AR} , γ_L und γ_{AR} gegeben sind durch

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \gamma_L &= \frac{a^{-1/(1+\nu)}(a-1)(r_i + \zeta_L)}{\left[a \cdot (a^{1/(1+\nu)} - 1) \right] \zeta_L (1+\nu)}, \quad A_L = \frac{a^{-1/(1+\nu)} - 1}{(r_i + \zeta_L)^{\gamma_L}}, \\ a &= 1 + (k_L - 1)\exp(-1), \\ \text{b)} \quad \gamma_{AR} &= \frac{-b^{-1/(1+\nu)}(b-1)(r_a - \zeta_{AR})}{\left[b \cdot (b^{-1/(1+\nu)} - 1) \right] \zeta_{AR} (1+\nu)}, \quad A_{AR} = \frac{b^{-1/(1+\nu)} - 1}{(r_a - \zeta_{AR})^{\gamma_{AR}}}, \\ b &= 1 + (k_{AR} - 1)\exp(-1). \end{aligned} \quad (4.31)$$

Die Konstanten in (4.31) werden durch einen Vergleich von $F(r)$ und $g(r)$ bzw. $(\partial/\partial r) F(r)$ und $(\partial/\partial r) g(r)$ an den Ortspunkten $r = r_i + \zeta_L$ und $r = r_a - \zeta_{AR}$ bestimmt. Am Ortspunkt $r = r_i + \zeta_L$ gilt $g(r) \approx 1 + A_L \cdot r^{\gamma_L}$ und $F(r) \approx f_L(r)$. Am Ortspunkt $r = r_a - \zeta_{AR}$ gilt entsprechend $g(r) \approx 1 + A_{AR} \cdot r^{\gamma_{AR}}$ und $F(r) \approx f_{AR}(r)$. Unter Verwendung von $g(r)$ ist die Konstante G in (4.29) gegeben durch

$$G = \frac{U}{\frac{r_a^{1-\delta_E} - r_i^{1-\delta_E}}{1-\delta_E} + \frac{A_L (r_a^{1-\delta_E+\gamma_L} - r_i^{1-\delta_E+\gamma_L})}{1-\delta_E + \gamma_L} + \frac{A_{AR} (r_a^{1-\delta_E+\gamma_{AR}} - r_i^{1-\delta_E+\gamma_{AR}})}{1-\delta_E + \gamma_{AR}}}. \quad (4.32)$$

Ein Vergleich der beiden Konstanten C (4.11) und G (4.32) zeigt die zusätzlichen Variablen, aufgrund der Variation an den Elektroden [Jörgens und Clemens, 2020a].

$r_i = 23,2 \text{ mm}$
$r_a = 42,4 \text{ mm}$
$T_i = 50^\circ\text{C}$
$T_a = 35^\circ\text{C}$
$U = 450 \text{ kV}$
$\varepsilon_r = 3,5$
$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0,1^\circ\text{C}^{-1}$
$\nu = 0,7031$
$E_{\text{Ref}} = 8,622 \text{ kV/mm}$

Um den Einfluss der Konstanten k_L und k_{AR} , sowie ζ_L und ζ_{AR} in (4.18) zu untersuchen, wird nun beispielhaft eine MI-Kabelisolation betrachtet:

Die verwendeten Konstanten sind in der linken Tabelle zu finden. Zunächst wird $\zeta_L = \zeta_{AR} = (r_a - r_i)/10$ und $k_L = k_{AR} = 1,4$ (und 0,75) angenommen, um die lokale Feldänderung an den Elektroden deutlich hervorzuheben.

In Abbildung 4.12 links ist das elektrische Feld nach (4.29) innerhalb der MI-Kabelisolation dargestellt. Zudem ist als Vergleich das elektrische Feld ohne Einfluss der Elektroden

($k_L = k_{AR} = 1$) aufgeführt [Eoll, 1975], [Jeroense und Morshuis, 1998]. In Abbildung 4.12 rechts ist die relative Abweichung der analytischen Lösung (4.29) zu einer numerischen Lösung des stationären elektrischen Feldes des Modells (4.6) und (4.19) zu finden. Da aufgrund der Näherung (4.30) kein exaktes Ergebnis des stationären elektrischen Feldes existiert, wird dieses durch die Simulation angenähert.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

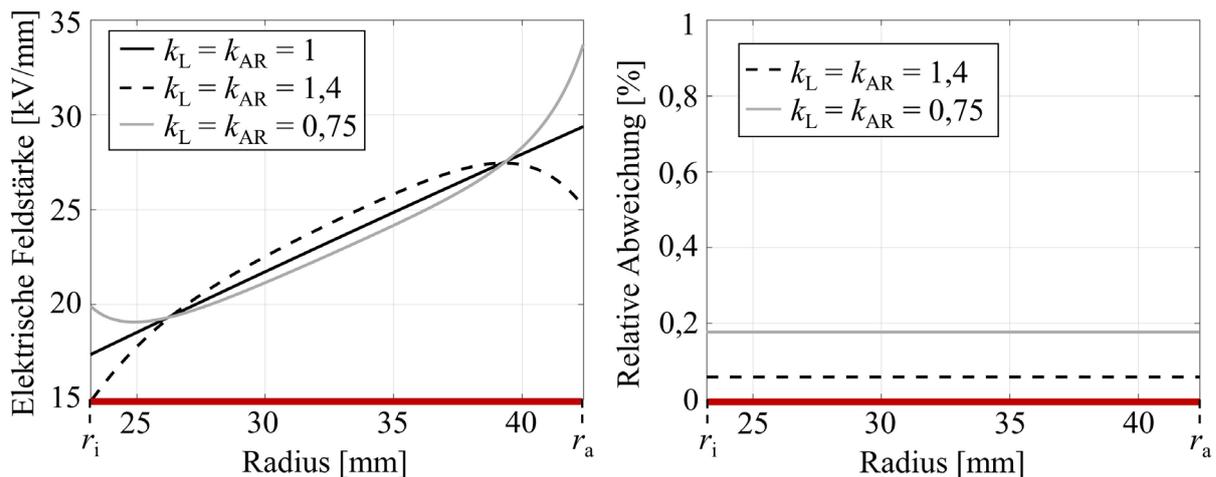


Abbildung 4.12: Links: Statisches elektrisches Feld innerhalb einer MI-Kabelisolation mit ($k_L = k_{AR} = 1,4$ (und $0,75$)) und ohne ($k_L = k_{AR} = 1$) Berücksichtigung von Effekten an den Elektroden. Rechts: Relative Abweichung zwischen (4.29) und dem numerisch berechneten stationären elektrischen Feld.

Durch die Akkumulation von Heterocharges wird die Feldinversion am Außenrand verstärkt. Homocharges hingegen verringern das Feld an den Elektroden und würden damit z.B. beim Polaritätswechsel eines LCC-Systems zu einer erhöhten negativen Feldstärkespitze führen.

Die relative Abweichung der analytischen Lösung zum numerischen Simulationsergebnis liegt bei unter 1 % und ist konstant über den Radius. Dies liegt an der Approximation (4.30) und damit letztlich an der Konstanten G in (4.32). Durch eine Variation von k_L , k_{AR} , ζ_L und ζ_{AR} variiert die Differenz zwischen der Approximation (4.30) und der exakten Lösung (angenähert durch das numerische Ergebnis), wie Tabelle 4.1 zeigt.

Je größer die Differenz von k_L und k_{AR} zum Wert eins ist, desto größer ist auch die relative Abweichung zwischen der numerischen Simulation und den Ergebnissen des analytischen Ausdrucks (4.29). In diesen Fällen ist die Annäherung $g(r)$ für die Funktion $F(r)$ in (4.30) nicht mehr gültig. Eine Verringerung von ζ_L und ζ_{AR} führt ebenfalls zu einem Anstieg der Differenz beider elektrischer Felder. Je geringer ζ_L und ζ_{AR} werden, desto größer ist der Einfluss von $f_L(r)$ am Außenrand bzw. von $f_{AR}(r)$ am Leiter. Verallgemeinert lässt sich nicht bestimmen in welchen Grenzen $k_{L,AR}$ und $\zeta_{L,AR}$ für eine geringe Abweichung zum numerischen Simulationsmodell liegen müssen. Die Ergebnisse in Tabelle 4.1 gelten daher nur für das hier betrachtete Beispiel. Verringert sich jedoch die Isolationsdicke, so steigt die Abweichung im Allgemeinen an. Für das hier betrachtete Beispiel muss gelten $0,4 \leq k_{L,AR} \leq 2,2$ und $\zeta_{L,AR} \leq (r_a - r_i)/2$, um eine relative Abweichung unter 1 % zu erhalten (s. Tabelle 4.1, grüne Bereiche).

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisierstoffen

Tabelle 4.1: Relative Abweichung zwischen (4.29) und dem numerisch berechneten elektrischen Feld, bei einer Variation von k_L und k_{AR} bzw. ζ_L und ζ_{AR} .

$k_L = k_{AR}$ bei $\zeta_L = \zeta_{AR} = (r_a - r_i)/10$	Relative Abweichung [%]
0,1	4,2
0,3	1,17
0,4	0,59
0,8	0,21
1	0
1,3	0,13
2,0	0,61
2,2	0,91
2,3	1,07
2,5	1,41
3	2,38

$\zeta_L = \zeta_{AR}$ bei $k_L = k_{AR} = 1,3$	Relative Abweichung [%]
$(r_a - r_i)/100$	0,24
$(r_a - r_i)/50$	0,23
$(r_a - r_i)/10$	0,13
$(r_a - r_i)/5$	0,0383
$(r_a - r_i)/4$	0,15
$(r_a - r_i)/3$	0,38
$(r_a - r_i)/2$	0,97
$(r_a - r_i)/1$	2,56
$(r_a - r_i)/0,8$	3,00
$(r_a - r_i)/0,5$	2,78
$(r_a - r_i)/0,1$	21,80

Neben der elektrischen Leitfähigkeit kann auch die Permittivität eine räumliche Variation, aufgrund von Diffusionsprozessen zwischen der halbleitenden Schicht und dem Dielektrikum, besitzen. Durch die Diffusion und Akkumulation von Molekülen, z.B. Spaltprodukte bei der Vernetzung von VPE, kann ε_r analog der Leitfähigkeit auch mit einer exponentiellen Variation beschrieben werden [Bezille *et al.*, 1992], [Fleming *et al.*, 2000], [Hjerrild *et al.*, 2002]. Eine räumlich variierende Permittivität hat jedoch keinen direkten Einfluss auf das stationäre elektrische Feld wie (4.29) zeigt. Es hat jedoch einen Einfluss auf die Ladungsverteilung (vgl. (2.4) und (2.5)) und damit auf die Leitfähigkeit $\kappa = \rho \cdot \mu$. Damit beeinflusst eine variierende Permittivität indirekt das stationäre elektrische Feld, wenn diese in der räumlichen Variation der Leitfähigkeit (4.19) mitberücksichtigt wird.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

4.6.3 Bestimmung einer empirischen elektrischen Leitfähigkeitsgleichung zur numerischen Simulation von Heterocharges in polymeren Kabelisolationstoffen

Neben dem in Abschnitt 4.6.1 und 4.6.2 untersuchten Ansatz einer erweiterten Leitfähigkeitsgleichung, wird ein weiterer Ansatz zur Beschreibung der räumlichen Variation der Leitfähigkeit in [Jörgens und Clemens, 2019b] vorgestellt. Es wird mittels verschiedener Raumladungsmessungen eine empirische elektrische Leitfähigkeitsgleichung entwickelt, womit die stationäre Ladungsverteilung bestimmt werden kann. Dabei werden nur Heterocharges berücksichtigt. Da die maximalen Betriebsfeldstärken $|\vec{E}_{\max}|$ von polymeren Kabelisolationen bei $|\vec{E}_{\max}| \leq 20$ kV/mm liegen (vgl. [Buchner und Schichler, 2019]) überwiegt dort die Driftbewegung der Ladungen meist die Injektion. Dadurch sammeln sich vermehrt Heterocharges an. Zudem sind in der Literatur (vgl. [Mizutani, 1994], [Wang *et al.*, 1998], [Takeda *et al.*, 1999], [Bodega *et al.*, 2006]) Raumladungsmessungen in VPE und LDPE Isolationen zu finden, welche bei einem mittleren elektrischen Feld $|\vec{E}_{\text{mittel}}| < 20$ kV/mm, akkumulierte Heterocharges zeigen.

Da es möglich ist durch einen Abfall der elektrischen Leitfähigkeit zu den Elektroden hin den Effekt von Heterocharges zu modellieren, definiert man

$$\kappa(T, |\vec{E}|, r) := \kappa(T, |\vec{E}|) \cdot (K_L - K_{AR}), \quad (4.33)$$

mit

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad K_L(r) &= \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{r - r_i - r_{x,L}}{\chi_L}\right)}, \\ \text{b)} \quad K_{AR}(r) &= \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{r - r_a + r_{x,AR}}{\chi_{AR}}\right)}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Dabei beschreibt K_L die räumliche Variation der Leitfähigkeit am Leiter („L“) und K_{AR} die räumliche Variation der Leitfähigkeit am Außenrand („AR“), d.h. dem Kabelmantel. Die Distanz zwischen der Elektrodenposition und der Position des höchsten Gradienten ($K_L - K_{AR} = 0,5$) ist $r_{x,L}$ am Leiter und $r_{x,AR}$ am Außenrand. Analog zu (4.18) kann mittels der Konstanten χ_L bzw. χ_{AR} der Gradient von K_L bzw. K_{AR} in der Nähe von $r_{x,L}$ und $r_{x,AR}$ bestimmt werden.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

Die normierte Leitfähigkeit $\kappa(T, |\vec{E}|, r) / \kappa(T, |\vec{E}|) = K_L - K_{AR}$ innerhalb einer planaren Isolation der Dicke $D_x = 1$ mm ist in Abbildung 4.13 links zu sehen. Beispielhaft wird der Wert $r_{x,L} = r_{x,AR} = r_x = 0,2$ mm konstant gehalten und $\chi_L = \chi_{AR} = \chi$ variiert. Trotz des S-förmigen Verlaufes von (4.34 a) und (4.34 b) liegt die maximale Raumladungsdichte am Leiter bzw. am Außenrand (s. Abbildung 4.13 rechts) und zeigt damit einen ähnlichen Verlauf wie Abbildung 3.6 links. Mit steigendem Wert der Konstante χ sinkt zum einen der Maximalwert der Raumladungsdichte ρ_{\max} und zudem ragt die Verteilung weiter ins Material rein. Für die Verteilung in Abbildung 4.13 rechts wird in diesem Beispiel die Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit vernachlässigt und $\kappa(T, |\vec{E}|) = \text{const.}$ angenommen. Dadurch sammeln sich die Ladungen nur an den Elektroden an.

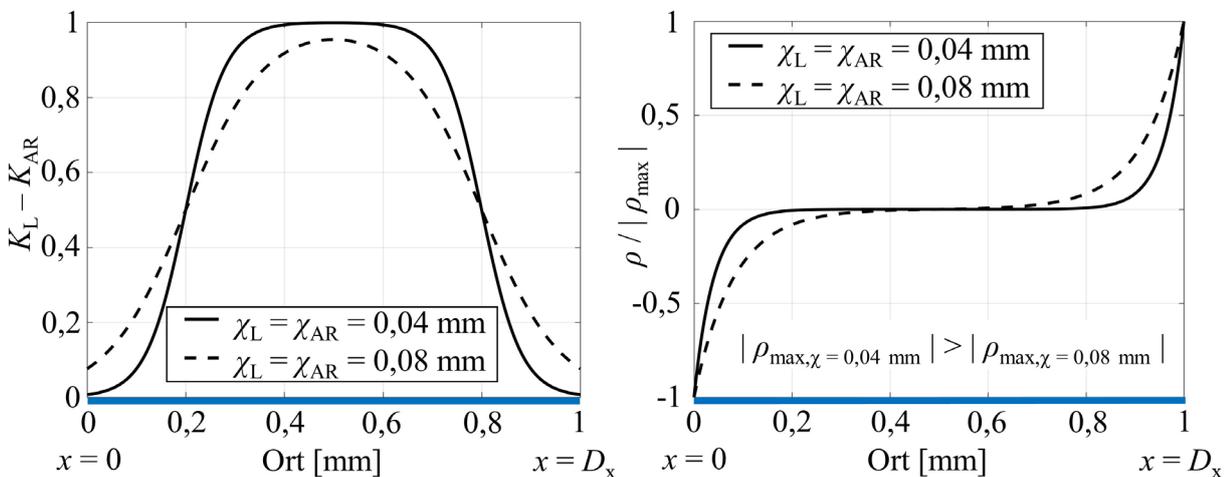


Abbildung 4.13: Links: Räumliche Variation der normierten Leitfähigkeit ($K_L - K_{AR}$) innerhalb einer planaren Isolation, bei Variation von χ . Rechts: Resultierende statische Raumladungsdichte bei $\kappa(T, |\vec{E}|) = \text{const.}$

Zur Bestimmung der Konstanten $r_{x,L}$ ($r_{x,AR}$) und χ_L (χ_{AR}) wird der *Bereich des Leitfähigkeitsgradienten* Δ_L bzw. Δ_{AR} definiert, welcher in Abbildung 4.14 links zu sehen ist. Da Heterocharges mit einer räumlich variierenden Leitfähigkeit einhergehen, liegt in diesem Gebiet gerade diese räumliche Variation vor. Da zudem $r_{x,L}$ ($r_{x,AR}$) und χ_L (χ_{AR}) nur von Δ_L (Δ_{AR}) abhängen, müssen letztlich nur noch zwei Variablen durch die Raumladungsmessungen bestimmt werden. Für die folgenden Betrachtungen wird angenommen, dass die Bereiche Δ_L und Δ_{AR} klein gegenüber D_x sind und somit beide Bereiche separat betrachtet werden können. Um die Abhängigkeit von $r_{x,L}$ und χ_L nach Δ_L zu bestimmen, wird die Gerade

$$y(x) = a \cdot (x - r_{x,L}) + 0,5 = \frac{1}{\Delta_L} \cdot (x - r_{x,L}) + 0,5$$

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerierstoffen

genutzt, welche in Abbildung 4.14 rechts in schwarz dargestellt ist. Mit dem Punkt $y(x = \Delta_L) = 1$ folgt $r_{x,L} = \Delta_L/2$. Um die Abhängigkeit von χ_L nach Δ_L zu bestimmen wird der Gradient von K_L bei $x = r_{x,L}$ genutzt. Für eine ebene Geometrie gilt dann

$$\frac{d}{dx} K_L = \frac{\exp\left(-\frac{x-r_{x,L}}{\chi_L}\right) \cdot \frac{1}{\chi_L}}{\left[1 + \exp\left(-\frac{x-r_{x,L}}{\chi_L}\right)\right]^2}. \quad (4.35)$$

Der Gradient am Punkt $x = r_{x,L}$ entspricht dem Wert $1/(4\chi_L)$. Dieser Wert wird auch erhalten, wenn der Gradient von K_{AR} bei $x = D_x - r_{x,AR}$ betrachtet wird. Wird $1/(4\chi_L)$ für die Variable a in der Geradengleichung $y(x) = a \cdot (x - r_{x,L}) + 0,5$ verwendet, so folgt die grüne Linie in Abbildung 4.14 rechts. Eine Verringerung von a auf $1/(10\chi_L)$ liefert schließlich die beste Approximation der schwarzen Geraden, womit die Konstanten in (4.34 a) mit

$$r_{x,L} = \Delta_L/2 \text{ und } \chi_L = \Delta_L/10$$

angenähert werden können. Analoge Berechnungen für den Bereich Δ_{AR} führen auf die Ergebnisse

$$r_{x,AR} = \Delta_{AR}/2 \text{ und } \chi_{AR} = \Delta_{AR}/10$$

für die Konstanten in (4.34 b) [Jörgens und Clemens, 2019b].

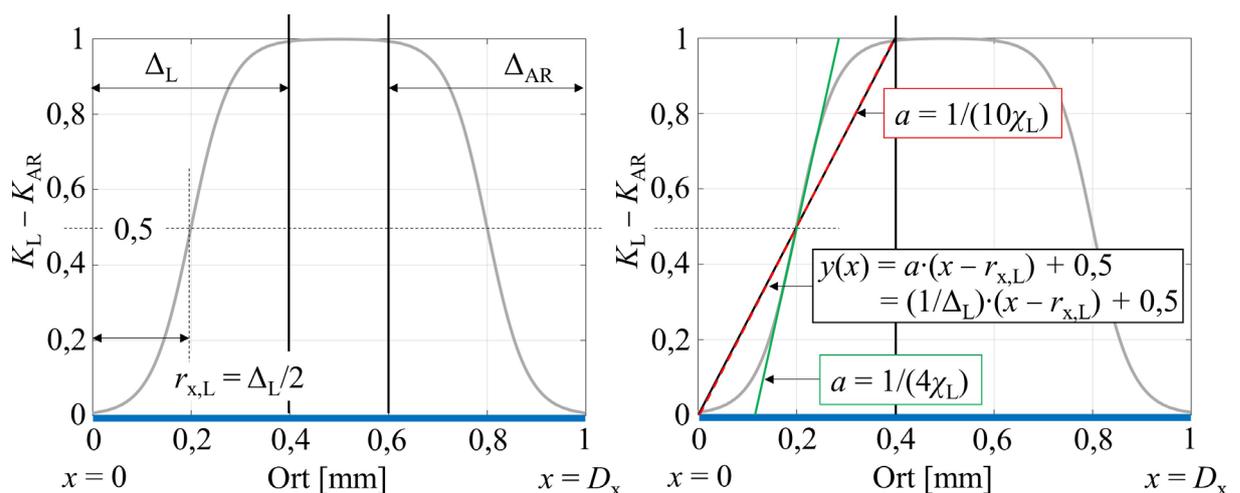


Abbildung 4.14: Links: Bereich des Leitfähigkeitsgradienten am Leiter Δ_L und am Außenrand Δ_{AR} . Der Punkt $x = r_{x,L} = \Delta_L/2$ besitzt den höchsten Gradienten. Rechts: Zur Bestimmung der Abhängigkeit von χ_L nach Δ_L wird die schwarze Gerade mit $y(x) = a \cdot (x - r_{x,L}) + 0,5 = (1/\Delta_L) \cdot (x - r_{x,L}) + 0,5$ definiert. Die beste Approximation der schwarzen Geraden liefert die rot gestrichelte Gerade mit $\Delta_L = 10\chi_L$ [Jörgens und Clemens, 2019b].

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

In [Fleming *et al.*, 2000] sind Heterocharge-Messungen zu finden, welche einen Anstieg der Ladungsverteilung von beiden Elektroden bis ca. 1/3 der Isolationsdicke und anschließend einen Abfall der Verteilung bis zur Mitte der Isolation zeigen. Ein erster Ansatz für eine Festlegung von Δ_L und Δ_{AR} ist somit die Hälfte der Isolationsdicke. Analytische Lösungen für die Ladungsverteilung (s. Abbildung 4.13 rechts) zeigen jedoch, dass sich das Maximum der Ladungsverteilung an den Elektroden befindet und mit größer werdendem Abstand fällt. Dieser Unterschied liegt u.a. an der Messung der Raumladungen selbst.

4.6.3.1 Anpassung einer Raumladungssimulation an eine Raumladungsmessung

Eine weit verbreitete Messmethode für Raumladungen in Kabelisolierstoffen ist die *Pulsed Electro-Acoustic* (PEA) Methode. Bei der PEA Methode wird eine Impulsspannung von einigen kV (abhängig von der Dicke des zu messenden Isolierstoffes) an den Isolator angelegt. Während der elektrische Feldpuls durch das Material propagiert, trifft dieser auf im Material befindliche Raumladungen und sorgt, aufgrund der coulombschen Anziehungskraft, für eine kurzzeitige Bewegung dieser. Die kurzzeitige Bewegung der Ladungen erzeugt eine akustische Welle, welche von einem piezoelektrischen Sensor als elektrisches Signal erfasst werden kann. Wird der Isolator als eine Vielzahl an Einzelschichten angesehen, wobei sich in jeder Schicht Raumladungen befinden, wird in jeder Schicht eine akustische Welle angeregt. Der Sensor detektiert dabei die Überlagerung aller Wellen. Eine mögliche Kalibrierung der Messung geschieht dabei mit einem raumladungsfreien Material. Durch Kenntnis der Flächenladungen an den Elektroden kann das erfasste elektrische Spannungssignal in die entsprechende Raumladungsdichte umgerechnet werden [Li *et al.*, 1994], [Fukuma *et al.*, 2014], [Imburgia *et al.*, 2015].

Raumladungsmessungen weisen neben akkumulierten Ladungen innerhalb des Dielektrikums auch Flächenladungen an beiden Elektroden auf (vgl. Abschnitt 2.6.1). Durch die elektronische Erfassung des elektrischen Signals am Sensor liegt dieses nur noch in diskreter Form vor. Zudem liegen, u.a. aufgrund der endlichen Pulsweite der Impulsspannung oder der Veränderung der Form der akustischen Welle beim Durchlaufen des Materials, die Ergebnisse einer Raumladungsmessung nur in einer gefilterten Form vor. Dies führt im Vergleich zu einer numerischen Simulation zu Differenzen unter den angegebenen Raumladungsdichten. So sollten beispielsweise in einem raumladungsfreien Material Flächenladungen an den Elektroden keine räumliche Ausdehnung besitzen und als Dirac-Puls in einer Raumladungsmessung dargestellt werden. Durch den Filterungsprozess bei der Messung werden diese Ladungen jedoch in der Form einer Gauß-Kurve vor den Elektroden dargestellt [Bodega, 2006], [LeRoy *et al.*, 2007], [Lv *et al.*, 2015]. Zudem liegt durch diesen

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerierstoffen

Filterungsprozess das Maximum der Heterocharge-Verteilung immer in der Nähe der Elektroden und nie direkt an den Elektroden.

In Abbildung 4.15 ist beispielhaft eine typische Raumlungsmessung eines VPE-Mittelspannungskabels, entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 4.2 links, dargestellt. Die aufgrund der Messung „gefilterten“ Flächenladungen und die gemessenen Heterocharges sind zusätzlich markiert [Bodega *et al.*, 2006].

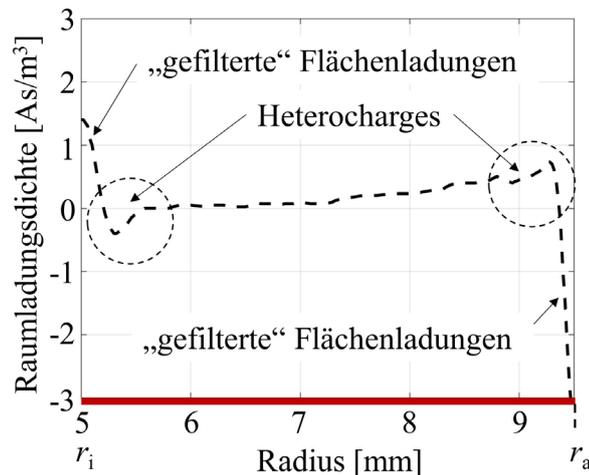


Abbildung 4.15: Beispielfhafte Raumlungsmessung eines VPE-Mittelspannungskabels entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 4.2 links [Bodega *et al.*, 2006].

Um eine Raumlungsmessung und ein numerisches Simulationsergebnis miteinander vergleichen zu können, müssen die Flächenladungen und der Filterungsprozess berücksichtigt werden. Die Berechnung der Flächenladungsdichten am Leiter σ_+ und am Außenrand σ_- , mit der Einheit $[\sigma_{+,-}] = 1 \text{ As/m}^2$, ist in [Li *et al.*, 1994], [LeRoy *et al.*, 2007], [Lv *et al.*, 2015] zu finden und kann für eine zylinderförmige Geometrie berechnet werden über

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \quad \sigma_+ &= \varepsilon_0 \varepsilon_r E_{t=0}(r_i) - \int_{r_i}^{r_a} \frac{r_a - r}{r_a - r_i} \rho(r) \cdot dr, \\
 \text{b) } \quad \sigma_- &= -\varepsilon_0 \varepsilon_r E_{t=0}(r_a) - \int_{r_i}^{r_a} \frac{r - r_i}{r_a - r_i} \rho(r) \cdot dr.
 \end{aligned}
 \tag{4.36}$$

Dabei ist (4.36) nur für radialsymmetrische elektrische Felder göltig, mit $|\vec{E}| = \vec{E} \vec{e}_r = E_r = E$. Hierbei ist \vec{e}_r der Einheitsvektor in radiale Richtung und E_r die radiale Komponente des elektrischen Feldstärkevektors \vec{E} . Für eine planare Isolationsschicht folgt $r \rightarrow x$, $r_i = 0$ und $r_a = D_x$. Der erste Term in (4.36) entspricht der kapazitiven Ladung, welche durch die Polarisation des Isolationmaterials unter einem angelegten elektrischen Feld induziert wird, wobei $E_{t=0}(r)$ durch (4.15) gegeben ist. Der zweite Term in derselben Gleichung entspricht

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

den induzierten Flächenladungen, hervorgerufen durch akkumulierte Raumladungen innerhalb des Materials. Um (4.36) in entsprechende Raumladungen umzuformen, müssen die Flächenladungsdichten σ_+ und σ_- zusätzlich durch die räumliche Auflösung Δh dividiert werden [LeRoy *et al.*, 2007]. Da die Flächenladungen wegen der Skalierung mit $1/\Delta h$ beliebige Werte annehmen können, muss schlussendlich das ungefilterte numerische Simulationsergebnis durch Anwendung eines Filters in ein äquivalentes Messsignal umgeformt werden [LeRoy *et al.*, 2007], [Lv *et al.*, 2015]. Analog dem Vorgehen in [LeRoy *et al.*, 2007] wird dazu ein Gauß-Filter genutzt.

Zur Kalibrierung des Filters wird die Spannung für einen kurzen Zeitraum angelegt, um zu gewährleisten, dass eine vernachlässigbare Raumladungsverteilung akkumuliert. Die Messung und die Simulation werden daher zum Zeitpunkt $t \approx 0$ s verglichen, wie es beispielhaft in Abbildung 4.16 zu sehen ist. Die schwarz gestrichelte Kurve ist die Messung, die schwarze durchgezogene Kurve das ungefilterte und die rote Kurve das gefilterte numerische Simulationsergebnis. Bei einer verschwindenden Raumladungsverteilung reduziert sich (4.36) zu den Flächenladungsdichten $\sigma_+ = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_{t=0}(r_i)$ und $\sigma_- = -\varepsilon_0 \varepsilon_r E_{t=0}(r_a)$ [Fu *et al.*, 2008]. Die Kalibrierung des Gauß-Filters erfolgt durch eine Minimierung der Differenz zwischen der Messung und dem gefilterten Simulationsergebnis.

Das Simulationsergebnis in Abbildung 4.16 zeigt die Ladungsverteilung innerhalb einer VPE-Kabelisolation, mit den Radien $r_i = 4,5$ mm und $r_a = 9$ mm, der Permittivität $\varepsilon_r = 2,3$ und einer angelegten Spannung von $U = 90$ kV [Bodega, 2006]. In dieser Arbeit wird zur Kalibrierung des Filters die Methode der kleinsten Fehlerquadrate genutzt, was im Beispiel in Abbildung 4.16 zu einem Minimalwert von $0.5375 \text{ C}^2/\text{m}^6$ führt. Dies entspricht einer mittleren relativen Differenz zwischen dem gemessenen (umgerechneten) elektrischen Feld und dem gefilterten rechnergestützt simulierten Feld von $\pm 1,2$ % [Jörgens und Clemens, 2019c]. Wie in Abbildung 4.16 zu sehen, kann die Raumladungsverteilung Werte gleich Null annehmen. Damit es bei der Berechnung der relativen Abweichung zwischen gemessenem und simuliertem Ergebnis nicht zu Problemen kommt, werden nicht die Raumladungswerte, sondern die äquivalenten Feldstärkewerte für die Fehlerberechnung verwendet. Diese besitzen i.d.R. Werte ungleich Null.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

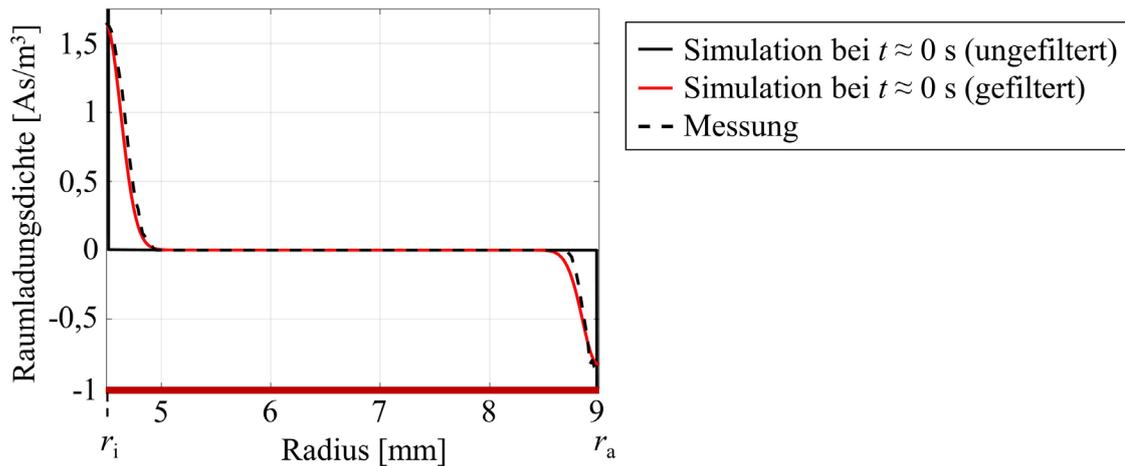


Abbildung 4.16: Kalibrierung des Filters durch eine Minimierung der Differenz zwischen der Messung und dem gefilterten Simulationsergebnis zum Zeitpunkt $t \approx 0$ s [Bodega, 2006], [Jörgens und Clemens, 2019c].

4.6.3.2 Bestimmung von Δ_L und Δ_{AR} für eine Erweiterung der Leitfähigkeitsmodelle

Zur Bestimmung des Bereichs des Leitfähigkeitsgradienten Δ_L bzw. Δ_{AR} werden Raumladungsmessungen in VPE und LDPE Kabelisolationen und planaren Isolationen aus [Mizutani, 1994], [Wang *et al.*, 1998], [Bodega *et al.*, 2006] und [Wu *et al.*, 2014] genutzt und Δ_L und Δ_{AR} so gewählt, dass die Differenz zwischen der gefilterten numerischen Simulation und der Messung minimiert wird. Die nichtlineare Leitfähigkeit $\kappa(T, |\vec{E}|)$ des Isolationsmaterials wird durch die Hopping-Leitfähigkeit (2.33) beschrieben.

Ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messungen aus [Mizutani, 1994], [Wang *et al.*, 1998], [Bodega *et al.*, 2006] und [Wu *et al.*, 2014] ist in den Abbildungen 4.17 bis 4.20 zu finden. Die für die Simulation nötigen Konstanten sind im Anhang C (Tabelle C.1 bis Tabelle C.4) zusammengefasst.

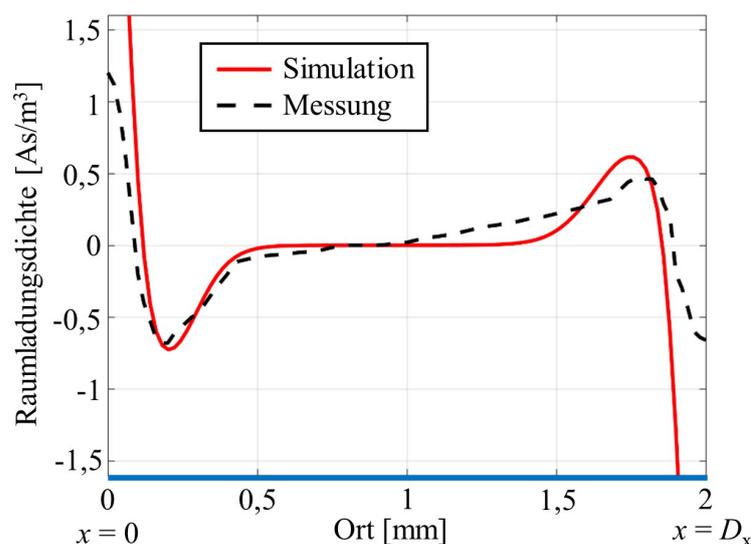


Abbildung 4.17: Vergleich der numerisch simulierten gefilterten Raumladungsverteilung mit Messungen aus [Mizutani, 1994].

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

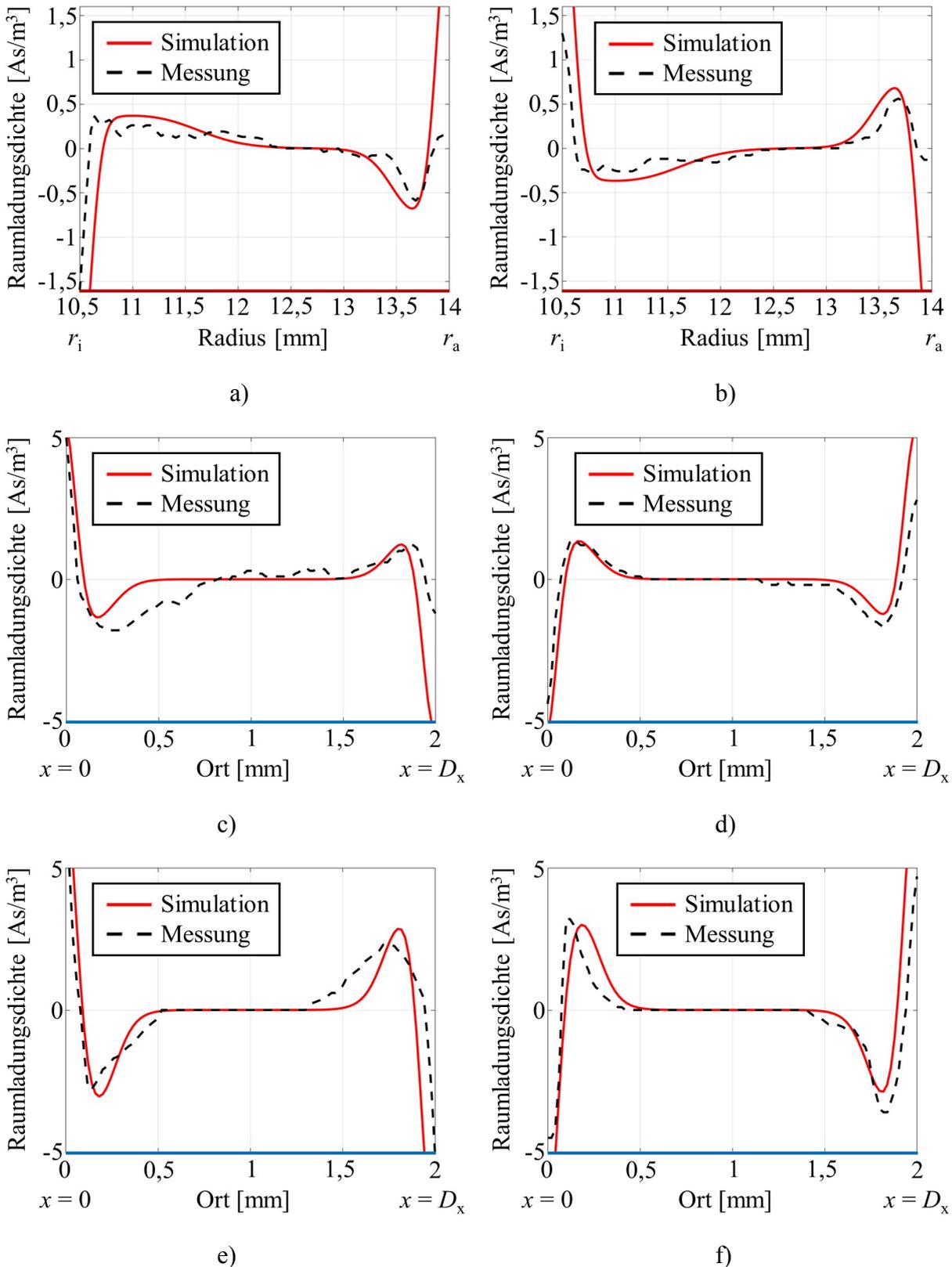
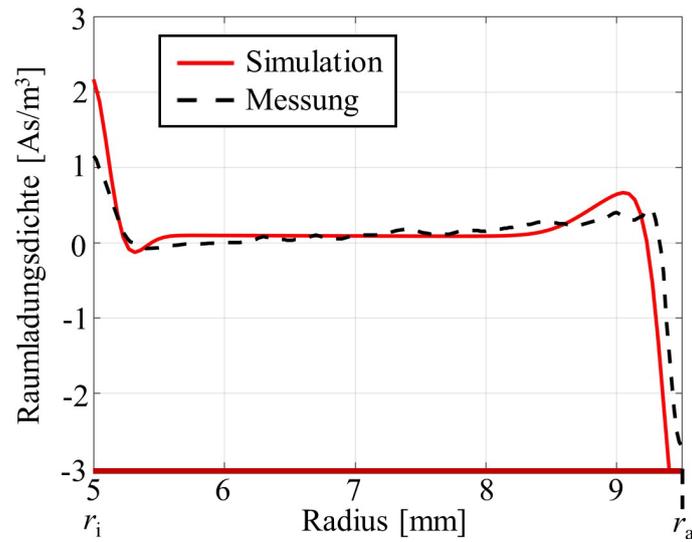
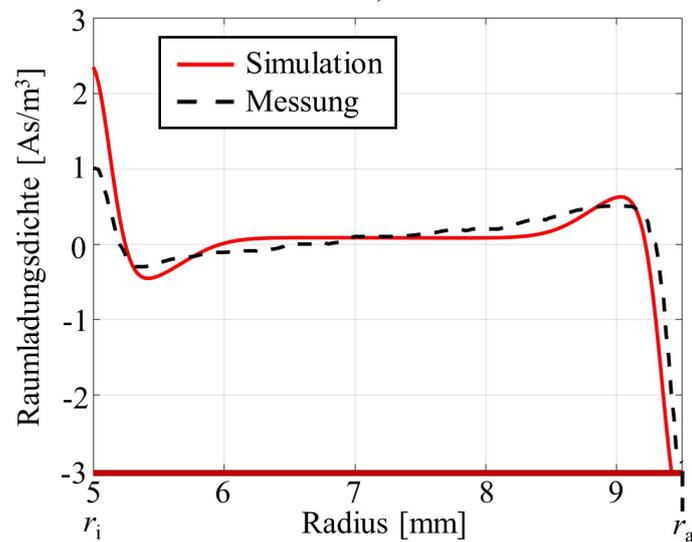


Abbildung 4.18: Vergleich der numerisch simulierten gefilterten Raumladungsverteilung mit Messungen aus [Wang *et al.*, 1998]. a): VPE-Kabelisolation, +U. b): VPE-Kabelisolation, -U. c): Ebene VPE-Isolation, +U. d): Ebene VPE-Isolation, -U. e): Ebene LDPE-Isolation, +U. f): Ebene LDPE-Isolation, -U.

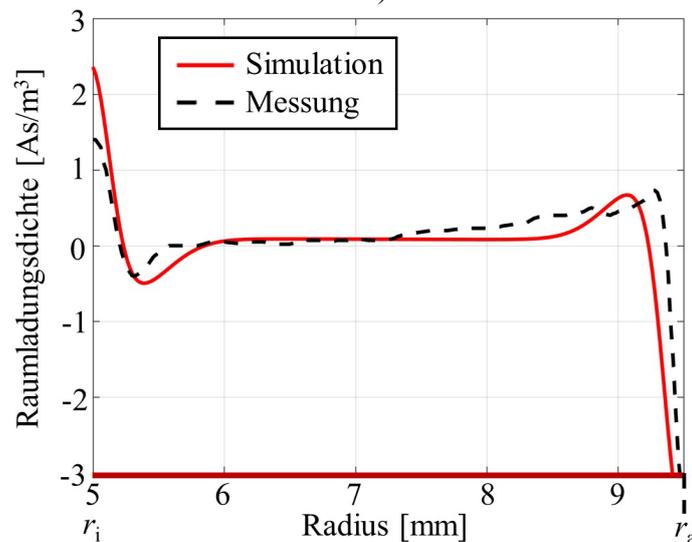
4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen



a)



b)



c)

Abbildung 4.19: Vergleich der numerisch simulierten gefilterten Raumladungsverteilung mit Messungen aus [Bodega, 2006]. a): „Kabel 1“. b): „Kabel 2“. c): „Kabel 3“.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

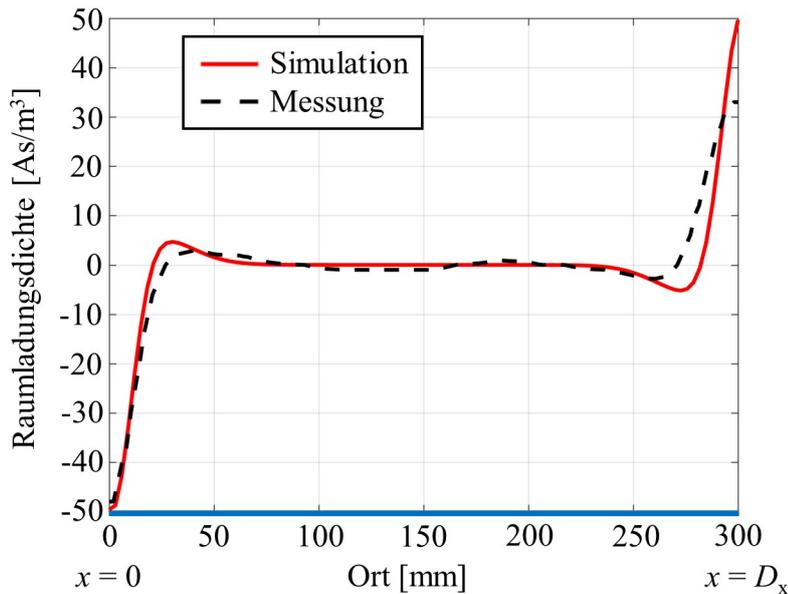


Abbildung 4.20: Vergleich der numerisch simulierten gefilterten Raumladungsverteilung mit Messungen aus [Wu *et al.*, 2014].

Die zeitunabhängige Temperatur in [Bodega *et al.*, 2006] wird durch (3.25) beschrieben. Die Konstanten $K_{H,2}$, $E_{A,H,2}$ und $\gamma_{H,2}$ des Modells (2.33) sind durch Messungen aus [Boggs *et al.*, 2001], [Bodega, 2006], [Hestad *et al.*, 2012], [Steven *et al.*, 2014], [Vu *et al.*, 2015] und [Kumara *et al.*, 2020] für eine VPE Isolation und aus [Bambery *et al.*, 2001], [Boudou und Guastavino, 2002] und [Kumara *et al.*, 2016] für eine LDPE Isolation ermittelt worden.

Ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messungen zeigt nur eine geringe Differenz innerhalb der Isolation und in der Umgebung der Heterocharge-Verteilung. Mittels des Modells basierend auf (4.33) und (4.34) und den ermittelten Konstanten $r_{x,L}$, $r_{x,AR}$, χ_L und χ_{AR} können zudem Effekte, wie z.B. der „Mirror-Image-Effect“, nachgebildet werden (s. Abbildung 4.18). Die Bereiche Δ_L und Δ_{AR} bleiben bei gedrehter Polarität der Spannung konstant, was u.a. mit der bereits angesprochenen Polarisation des Materials und der Injektion von Ladungen zusammenhängt.

Alle ermittelten Bereiche des Leitfähigkeitsgradienten am Leiter Δ_L und am Außenrand Δ_{AR} sind nun in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Es zeigt sich aus dieser Zusammenstellung, dass Δ_L und Δ_{AR} unabhängig von der Isolationsart (Kabel oder planar) und dem Material (VPE oder LDPE) in guter Näherung bei 25 % bis 30 % der Isolationsdicke liegen. Die Konstanten in (4.34) können daher mit

$$[0,25 \cdot (r_a - r_i)]/2 \leq r_{x,L} = r_{x,AR} \leq [0,3 \cdot (r_a - r_i)]/2$$

und

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

$$[0,25 \cdot (r_a - r_i)]/10 \leq \chi_L = \chi_{AR} \leq [0,3 \cdot (r_a - r_i)]/10$$

für eine Kabelisolation und mit

$$[0,25 \cdot D_x]/2 \leq r_{x,L} = r_{x,AR} \leq [0,3 \cdot D_x]/2$$

und

$$[0,25 \cdot D_x]/10 \leq \chi_L = \chi_{AR} \leq [0,3 \cdot D_x]/10$$

für eine ebene Isolation angenähert werden [Jörgens und Clemens, 2019b].

Tabelle 4.2: Bereiche des Leitfähigkeitsgradienten am Leiter Δ_L und am Außenrand Δ_{AR} , für Messungen aus [Mizutani, 1994], [Wang *et al.*, 1998], [Bodega *et al.*, 2006] und [Wu *et al.*, 2014].

		Referenz	
Δ_L	$0,25 \cdot D_x$	[Mizutani, 1994]	
Δ_{AR}	$0,32 \cdot D_x$		
Δ_L	$0,65 \cdot (r_a - r_i)$	[Wang <i>et al.</i> , 1998]	VPE, radial (+U)
Δ_{AR}	$0,30 \cdot (r_a - r_i)$		
Δ_L	$0,65 \cdot (r_a - r_i)$	[Wang <i>et al.</i> , 1998]	VPE, radial (-U)
Δ_{AR}	$0,30 \cdot (r_a - r_i)$		
Δ_L	$0,25 \cdot D_x$	[Wang <i>et al.</i> , 1998]	VPE, planar (+U)
Δ_{AR}	$0,25 \cdot D_x$		
Δ_L	$0,25 \cdot D_x$	[Wang <i>et al.</i> , 1998]	VPE, planar (-U)
Δ_{AR}	$0,25 \cdot D_x$		
Δ_L	$0,27 \cdot D_x$	[Wang <i>et al.</i> , 1998]	LDPE, planar (+U)
Δ_{AR}	$0,28 \cdot D_x$		
Δ_L	$0,27 \cdot D_x$	[Wang <i>et al.</i> , 1998]	LDPE, planar (-U)
Δ_{AR}	$0,28 \cdot D_x$		
Δ_L	$0,08 \cdot (r_a - r_i)$	[Bodega <i>et al.</i> , 2006]	Kabel 1
Δ_{AR}	$0,30 \cdot (r_a - r_i)$		
Δ_L	$0,30 \cdot (r_a - r_i)$	[Bodega <i>et al.</i> , 2006]	Kabel 2
Δ_{AR}	$0,30 \cdot (r_a - r_i)$		
Δ_L	$0,25 \cdot (r_a - r_i)$	[Bodega <i>et al.</i> , 2006]	Kabel 3
Δ_{AR}	$0,25 \cdot (r_a - r_i)$		
Δ_L	$0,25 \cdot D_x$	[Wu <i>et al.</i> , 2014]	
Δ_{AR}	$0,25 \cdot D_x$		

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

Akkumulierte Heterocharges befinden sich in Gebieten mit einer Ausdehnung von ca. 25 % der Isolationsdicke. Eine mögliche Erklärung warum die Ladungen in diesem Bereich vorkommen könnte die Auflösung der PEA-Methode sein. Diese liegt jedoch für eine ebene Isolation, mit einer Dicke von 25 bis 27.000 μm , bei 1,6 μm und bei 0,1 bis 1,0 mm für eine Kabelisolation mit einer Dicke von 3,5 bis 20 mm [Imburgia *et al.*, 2015]. Die Auflösung ist daher hoch genug um zwischen Heterocharges in Elektrodennähe und Ladungen *im* Dielektrikum zu unterscheiden.

Innerhalb der Isolation können mittels des Modells (4.33) und (4.34) die Unterschiede zwischen numerischer Simulation und Messung verringert werden, jedoch wächst die Differenz zur Messung zu den Elektroden hin an (vgl. Abbildung 4.17).

Die Abweichungen zwischen der Simulation und der Messung in den Abbildungen 4.17 bis 4.20 können dabei auf unterschiedliche Arten entstehen und sollen kurz diskutiert werden.

Die approximative Beschreibung der Flächenladungen (4.36) sowie der verwendete Filter zur Anpassung an die Messmethodik beeinflussen die Ladungsverteilung ähnlich stark, wie die Konstanten $K_{H,2}$, $E_{A,H,2}$ und $\gamma_{H,2}$ zur Beschreibung von (2.33).

Die Leitfähigkeitskonstanten haben dabei mit den größten Einfluss auf die resultierenden Ergebnisse der simulierten zeitlich konstanten Ladungsverteilung, da diese die Ladungsdichte innerhalb des Dielektrikums (ρ) und über ρ auch die Flächenladungen (4.36) beeinflussen. Da die stationäre elektrische Leitfähigkeit nicht nur mit dem Herstellungsverfahren und dem Einsatzgebiet (Hochspannungsisolationen unterscheiden sich zu Mittelspannungsisolationen, vgl. [Buchner und Schichler, 2019]), sondern auch mit der verwendeten Messmethode (s. [Kumara *et al.*, 2020]) variiert, finden sich in der Literatur für ein einzelnes Material große Wertebereiche für die Konstanten der Modelle (2.29)-(2.33).

Beispielhaft sind in Abbildung 4.21 Stromdichtemessungen einer VPE-Isolation aus verschiedenen Quellen zusammengetragen [Boggs *et al.*, 2001], [Bodega, 2006], [Hestad *et al.*, 2012], [Steven *et al.*, 2014], [Vu *et al.*, 2015], [Kumara *et al.*, 2020]. Die Messergebnisse unterscheiden sich um bis zu zwei Größenordnungen, was sich auch an der großen Wertebereichspanne der verwendeten Leitfähigkeitskonstanten in Tabelle 4.3 zeigt. Dabei wird für alle Messungen das Leitfähigkeitsmodell (2.33) verwendet [Jörgens und Clemens, 2019c]. Liegt die Feldkonstante $\gamma_{H,2}$ noch relativ genau zwischen $1 \cdot 10^{-7}$ m/V und $3 \cdot 10^{-7}$ m/V, so schwankt die Aktivierungsenergie $E_{A,H,2}$ zwischen 0,56 eV und 1,56 eV. Aufgrund des exponentialen Anstiegs der Leitfähigkeit mit $E_{A,H,2}$ variiert daher $K_{H,2}$ über mehrere Größenordnungen.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerierstoffen

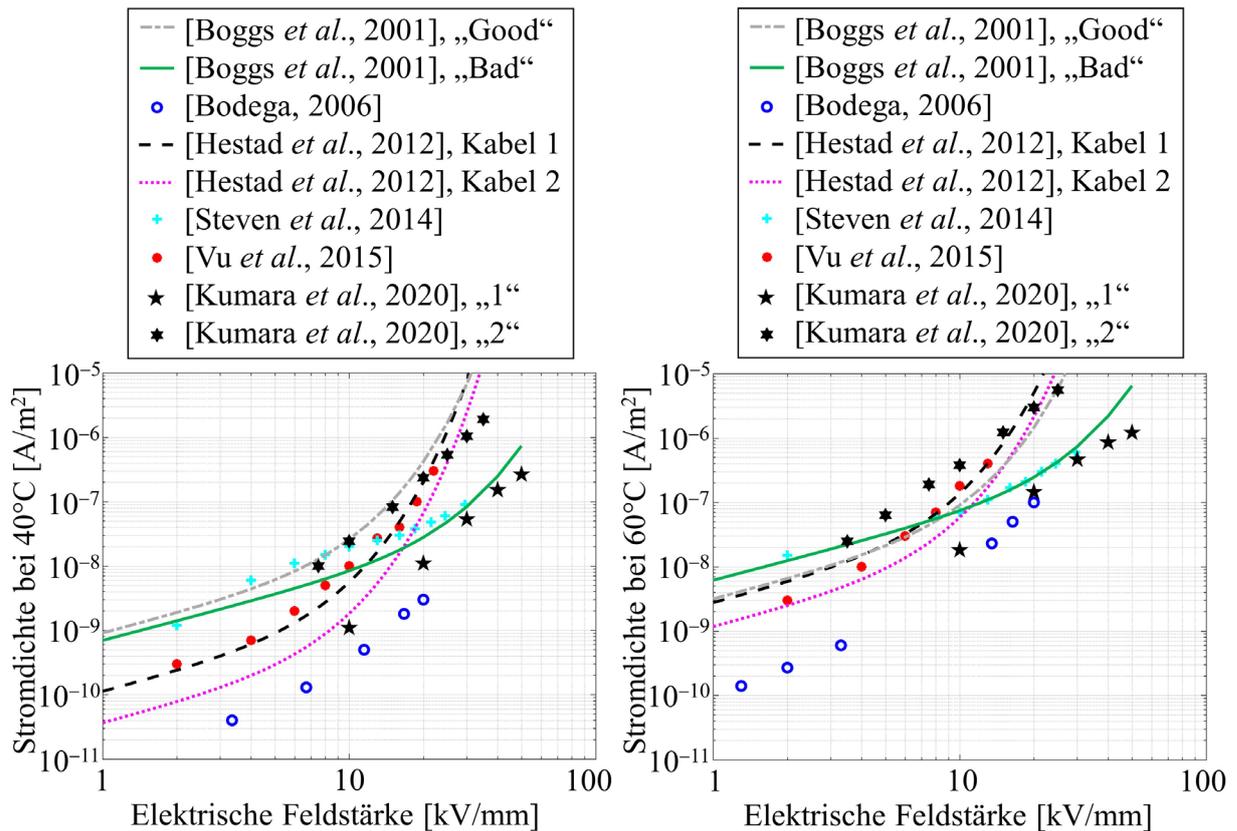


Abbildung 4.21: Messungen der Stromdichte über der elektrischen Feldstärke für eine VPE Isolation. Links: Die Temperatur ist konstant bei 40°C . Rechts: Die Temperatur ist konstant bei 60°C [Boggs et al., 2001], [Bodega, 2006], [Hestad et al., 2012], [Steven et al., 2014], [Vu et al., 2015], [Kumara et al., 2020].

Aufgrund der in der Literatur vorkommenden großen Variationen der Leitfähigkeitskonstanten $K_{H,2}$, $E_{A,H,2}$ und $\gamma_{H,2}$ für ein einzelnes Isolationsmaterial (Tabelle 4.3), kommt es letztlich auch zu unterschiedlichen Simulationsergebnissen von Raumladungen. Werden beispielsweise Leitfähigkeitsmessungen aus Referenz A für Raumladungsmessungen aus Referenz B genutzt, dann kann es allein durch die Verwendung von verschiedenen Quellen zu Differenzen zwischen den Ergebnissen kommen.

Eine gemessene Ladungsverteilung hängt allgemein von vielen Faktoren, wie der Leitfähigkeit, dem lokalen elektrischen Feld oder dem Elektrodenmaterial ab [Lutz, 2011]. Es ist daher i.A. sehr schwierig eine gemessene Ladungsverteilung aus verschiedenen Quellen mit einem Leitfähigkeitsmodell (bzw. dessen Konstanten) zu beschreiben, selbst wenn sich die Messungen immer auf das gleiche Material, z.B. VPE, beziehen [Karlsson et al., 2017], [Xu et al., 2018], [Jörgens und Clemens, 2019c]. Abweichungen zwischen einer gemessenen und einer simulierten Ladungsverteilung können daher minimiert werden, wenn neben der Raumladungsmessung auch eine Leitfähigkeitsmessung stattgefunden hat. Damit wird der

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisierstoffen

Fehler, welcher durch die Nutzung von Leitfähigkeitsmessungen aus anderen Quellen entsteht, verringert.

Tabelle 4.3: Konstanten des Leitfähigkeitsmodells (2.33) zur Beschreibung der Messungen in Abbildung 4.21 [Boggs *et al.*, 2001], [Bodega, 2006], [Hestad *et al.*, 2012], [Steven *et al.*, 2014], [Vu *et al.*, 2015], [Kumara *et al.*, 2020].

Referenz	$K_{H,2}$ [A/m ²]	$E_{A,H,2}$ [eV]	$\gamma_{H,2}$ [m/V]
[Boggs <i>et al.</i> , 2001], „Good“	3,2781	0,56	$2,7756 \cdot 10^{-7}$
[Boggs <i>et al.</i> , 2001], „Bad“	$3,6782 \cdot 10^7$	0,98	$1,086 \cdot 10^{-7}$
[Bodega, 2006]	$1 \cdot 10^{14}$	1,48	$2 \cdot 10^{-7}$
[Hestad <i>et al.</i> , 2012], Kabel 1	$4,38 \cdot 10^{13}$	1,44	$3,6 \cdot 10^{-7}$
[Hestad <i>et al.</i> , 2012], Kabel 2	$1,21 \cdot 10^{15}$	1,56	$3,6 \cdot 10^{-7}$
[Steven <i>et al.</i> , 2014]	31,85	0,57	$9,1 \cdot 10^{-8}$
[Vu <i>et al.</i> , 2015]	$2 \cdot 10^6$	0,95	$3 \cdot 10^{-7}$
[Kumara <i>et al.</i> , 2020], „1“	$1,5 \cdot 10^{10}$	1,2	$1,3 \cdot 10^{-7}$
[Kumara <i>et al.</i> , 2020], „2“	$1,5 \cdot 10^{11}$	1,2	$1,8 \cdot 10^{-7}$

Die in dem Abschnitt 4.6 entwickelten Leitfähigkeitsmodelle berücksichtigen neben den Ladungen innerhalb des Dielektrikums auch Effekte an den Elektroden, wie z.B. die Ausbildung von Homo- und Heterocharges.

Mittels des Modells basierend auf (4.18) und (4.19) kann das elektrische Feld in einer analytischen Form angegeben werden. Durch Variation der Konstanten k_L , k_{AR} , ζ_L und ζ_{AR} kann der Effekt einer Homo- oder Heterochargeverteilung auf das elektrische Feld untersucht werden.

Basierend auf Referenzmessungen kann mit dem empirischen Modell basierend auf (4.33) und (4.34) die statische Ladungsverteilung, unter Berücksichtigung von ausschließlich Heterocharges, approximiert werden. Die zusätzlichen Konstanten $r_{x,L}$, $r_{x,AR}$, χ_L und χ_{AR} sind dabei durch eine Reihe von Messergebnissen aus der Literatur ermittelt worden und zeigen Heterocharge-Akkumulationen in ca. 25 % der Isolationsdicke in der Nähe beider Elektroden. Die Abweichungen zwischen den Simulations- und Messergebnissen können zwar verringert werden, verschwinden jedoch nicht vollständig. Ein möglicher Grund für die Differenzen sind die in der Literatur angegebenen Leitfähigkeitswerte, welche für ein einzelnes Material um bis zu zwei Größenordnungen variieren können. So kommt es allein durch die Wahl unterschiedlicher Referenzen für die Leitfähigkeits- und die Raumladungsmessungen zu einer Abweichung zwischen numerischer Simulation, die auf die Bereitstellung von Materialdaten angewiesen ist, und Messung.

4.7 Simulation der Bewegung von Ladungspaketen in einer VPE-Kabelisolation

Die im vorherigen Abschnitt entwickelten Leitfähigkeitsmodelle sind gültig für eine stationäre Ladungsverteilung. Zur Beschreibung von Raumladungsphänomenen über der Zeit (z.B. Ladungspulse) ist eine zusätzliche räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit nicht zwangsläufig nur an den Elektroden zu beobachten, wie es z.B. in (4.33) und (4.34) zu sehen ist. Vielmehr ändert sich diese über dem Ort und der Zeit, was u.a. Messungen in [Lv *et al.*, 2020] zeigen.

Für die Simulation eines Ladungspulses wird in Abschnitt 4.7.1 erneut ein erweitertes Leitfähigkeitsmodell vorgestellt. Da auch eine inkonstante Permittivität die Ladungsdichte beeinflusst wird zudem ein erweitertes Permittivitätsmodell eingeführt. Die berechneten Simulationsergebnisse durch die Verwendung beider Modelle werden gegen Raumladungsmessungen aus [Bodega, 2006] verglichen und in Abschnitt 4.7.2 präsentiert. Zuletzt werden in Abschnitt 4.7.3 die erhaltenen Simulationsergebnisse, hinsichtlich der Ladungsbewegung und der elektrischen Feldverteilung, näher untersucht.

4.7.1 Erweitertes Leitfähigkeitsmodell zur Beschreibung von Ladungspaketen und erweitertes Permittivitätsmodell

Leitfähigkeits- und Raumladungsmessungen einer Mittelspannungs-VPE-Kabelisolation sind in [Bodega, 2006] zu finden. Die Messungen zeigen Raumladungen, welche sich vom Leiter zum Außenrand bewegen und dort Heterocharges bilden. Bislang wurden Homocharges und Heterocharges nur mittels einer räumlich variierenden Leitfähigkeit simuliert (vgl. Abschnitt 4.6.2 und Abschnitt 4.6.3.2). Nach (2.17) hat jedoch auch eine räumlich variierende Permittivität einen Einfluss auf die resultierende Ladungsverteilung. Dies kann ebenfalls durch Diffusionsprozesse zwischen dem Dielektrikum und der halbleitenden Schicht geschehen (vgl. Abschnitt 4.6.2). Analog zu [Hjerrild *et al.*, 2002] wird die Permittivität daher durch

$$\varepsilon_r(r) = \varepsilon_{r,D} \cdot \left[1 + (k_{L,\varepsilon} - 1) \exp\left(-\frac{r-r_i}{\zeta_{L,\varepsilon}}\right) + (k_{AR,\varepsilon} - 1) \exp\left(-\frac{r_a-r}{\zeta_{AR,\varepsilon}}\right) \right] \quad (4.37)$$

beschrieben. Dabei ist $\varepsilon_{r,D} = 2,3$ (VPE) die Permittivität des Dielektrikums, welche um den Faktor $k_{L,\varepsilon}$ am Leiter bzw. $k_{AR,\varepsilon}$ am Außenrand ansteigt bzw. abfällt. Der Gradient am

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

Leiter/Außenrand wird über $\zeta_{L,\varepsilon}$ bzw. $\zeta_{AR,\varepsilon}$ definiert. Dieser gibt dabei den Abstand zum Leiter/Außenrand an, bei dem die Permittivität $\varepsilon_r(r)$ sich proportional zu dem Term $1 + (k_{L,\varepsilon} - 1) \cdot \exp(-1)$ bzw. dem Term $1 + (k_{AR,\varepsilon} - 1) \cdot \exp(-1)$ verhält. Um den Effekt einer räumlich variierenden Permittivität auf eine Raumladungsverteilung zu demonstrieren, ist in Abbildung 4.22 die Permittivität beispielhaft für $\varepsilon_{r,D} = 2,3$, $k_{L,\varepsilon} = k_{AR,\varepsilon} = 1,3$ und $\zeta_{L,\varepsilon} = \zeta_{AR,\varepsilon} \in \{0,3 \text{ mm}; 0,45 \text{ mm}; 0,9 \text{ mm}\}$, zusammen mit der resultierenden statischen Raumladungsverteilung aufgetragen. Weiterhin gilt $r_i = 4,5 \text{ mm}$, $r_a = 9 \text{ mm}$ und $U = 90 \text{ kV}$. Die elektrische Leitfähigkeit $\kappa = 1 \cdot 10^{-14} \text{ S/m}$ wird dazu als konstant angenommen, um eine Überlagerung der Effekte, hervorgerufen durch eine inkonstante Leitfähigkeit und Permittivität, zu vermeiden. Anders als bei der Leitfähigkeit resultiert ein Anstieg der Permittivität zu den Elektroden hin ($k_{L,\varepsilon} = k_{AR,\varepsilon} > 1$) zu einer Akkumulation von Heterocharges und ein Abfall ($k_{L,\varepsilon} = k_{AR,\varepsilon} < 1$) zu einer Akkumulation von Homocharges. Für $k_{L,\varepsilon} = k_{AR,\varepsilon} = 1$ gilt $\varepsilon_r(r) = \varepsilon_{r,D}$ und weder Homo- noch Heterocharges sind an den Elektroden zu beobachten. Die größere Ladungsansammlung am Leiter im Vergleich zum Außenrand entsteht durch die zylindrische Form der Isolation. Mit Blick auf die Simulation von Homo- und Heterocharges kann das Modell (4.37) eine Alternative oder eine Ergänzung zu einem Leitfähigkeitsmodell sein. In diesem Abschnitt ist das Modell (4.37) eine Ergänzung zu einem nichtlinearen Leitfähigkeitsmodell $\kappa(T, |\vec{E}|, r, t)$.

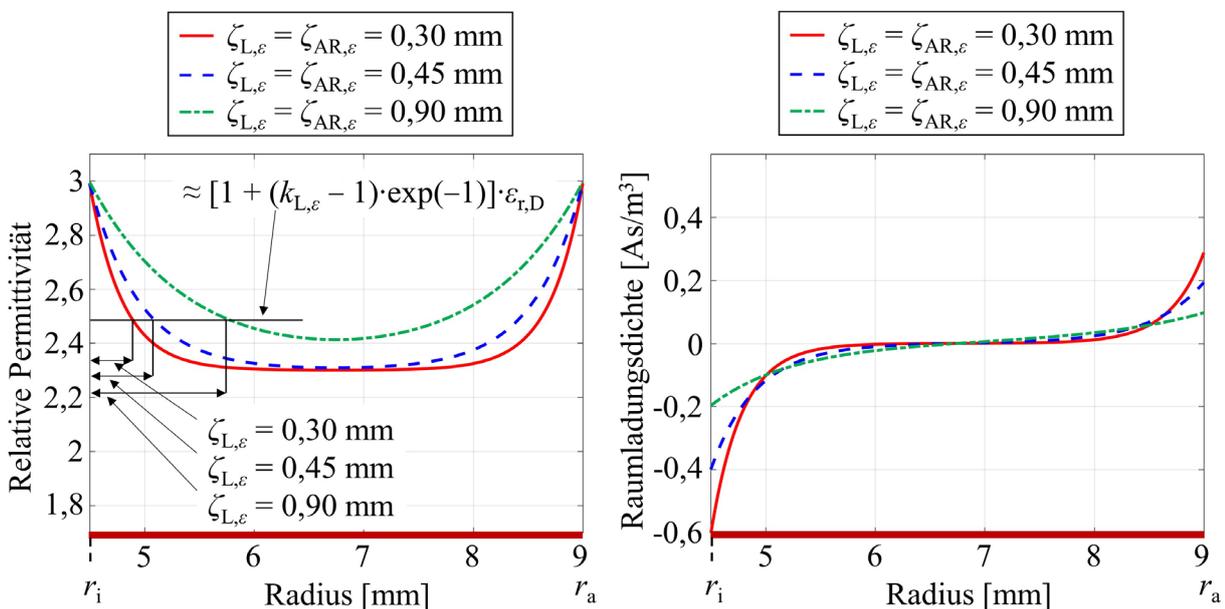


Abbildung 4.22: Links: Räumlich variierende Permittivität. Rechts: Resultierende statische Raumladungsverteilung. Gewählt sind beispielhaft die Werte $k_{L,\varepsilon} = k_{AR,\varepsilon} = 1,3$ bei $\varepsilon_{r,D} = 2,3$ und $\zeta_{L,\varepsilon} = \zeta_{AR,\varepsilon} \in \{0,3 \text{ mm}; 0,45 \text{ mm}; 0,9 \text{ mm}\}$ [Jörgens und Clemens, 2019c].

In [Lv *et al.*, 2017] wird erwähnt, dass Ladungspakete eine geringe Mobilität am Beginn und am Ende des Paketes haben und eine hohe Mobilität in der Mitte besitzen. Eine Möglichkeit

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

zur Modellierung von bewegten Ladungspaketen in einer Kabelisolation ist verbunden mit der Annahme einer Leitfähigkeit, welche die Form einer Gaußkurve besitzt und sich von einer Elektrode zur Gegenüberliegenden, mit dem Betrag der Geschwindigkeit v_κ , bewegt. Analog (4.19) oder (4.33) wird die nichtlineare temperatur- und feldstärkeabhängige Leitfähigkeit $\kappa(T, |\vec{E}|)$ um eine zusätzliche räumlich-zeitliche Variation erweitert und ist gegeben durch

$$\kappa = \kappa(T, |\vec{E}|) \left[1 + (k_{L,\kappa} - 1) \exp\left(-\frac{(r - r_i - v_\kappa t)^2}{\zeta_{L,\kappa}}\right) + (k_{AR,\kappa} - 1) \exp\left(-\frac{(r - r_a + v_\kappa t)^2}{\zeta_{AR,\kappa}}\right) \right]. \quad (4.38)$$

Erneut ist der Anstieg/Abfall der Leitfähigkeit am Leiter/Außenrand gegeben durch $k_{L,\kappa}$ und $k_{AR,\kappa}$ und die Konstanten $\zeta_{L,\kappa}$ und $\zeta_{AR,\kappa}$ definieren die Breite des Gaußpulses. Die Geschwindigkeit des Gaußpulses gibt die Geschwindigkeit des Ladungspulses an. Diese ist im Allgemeinen von der Beweglichkeit der Ladungen und damit von der Temperatur und der elektrischen Feldstärke abhängig (vgl. (2.27)) und kann damit über den Radius variieren. Hier wird die Geschwindigkeit der Einhachheit halber als konstant angesehen. Die beiden Exponentialfunktionen zeigen einen Puls, welcher sich vom Leiter (injizierte positive Ladungen an positiver Elektrode) zum Außenrand bewegt und damit die Verteilung positiver Ladungen beschreibt. Ein weiterer Puls, welcher sich vom Außenrand (injizierte negative Ladungen an negativer Elektrode) zum Leiter bewegt, beschreibt die negativen Ladungen.

4.7.2 Validierung des erweiterten Leitfähigkeits- und Permittivitätsmodells mit Messungen aus der Literatur

Zur Validierung der Modelle (4.37) und (4.38) werden die Simulationsergebnisse mit Messungen aus [Bodega, 2006] verglichen. Zusätzlich sind in [Bodega, 2006] Leitfähigkeitsmessungen des Isolierstoffes vorhanden, wodurch entstehende Abweichungen zwischen Simulation und Messung, bei der Verwendung einer Leitfähigkeitsmessung aus unterschiedlichen Referenzen, reduziert werden (vgl. Abschnitt 4.6.3.2). Die Leitfähigkeit wird durch (2.33) und den Konstanten $K_{H,2} = 1 \cdot 10^{14} \text{ A/m}^2$, $E_{A,H,2} = 1,48 \text{ eV}$ und $\gamma_{H,2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m/V}$ beschrieben. Die Kabelisolation ist in Abbildung 4.2 links zu sehen und die Ergebnisse werden auf der roten Auswertegeraden ermittelt. Dabei ist der Radius $r_i = 4,5 \text{ mm}$, der Radius $r_a = 9 \text{ mm}$ und die Permittivität $\epsilon_{r,D} = 2,3$. Die Temperatur ist zeitlich konstant und wird beschrieben durch (3.25). Die Temperatur der inneren Leitschicht (Leitertemperatur) ist $T(r_i) = T_i$ und die Temperatur der äußeren Leitschicht ist $T(r_a) = T_a$. Die Simulationsergebnisse sind zusammen mit den Messungen in Abbildung 4.23 zu den Zeitpunkten $t = 0 \text{ s}$, $t = 10.000 \text{ s}$ und $t = 20.000 \text{ s}$ zu sehen.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisierstoffen

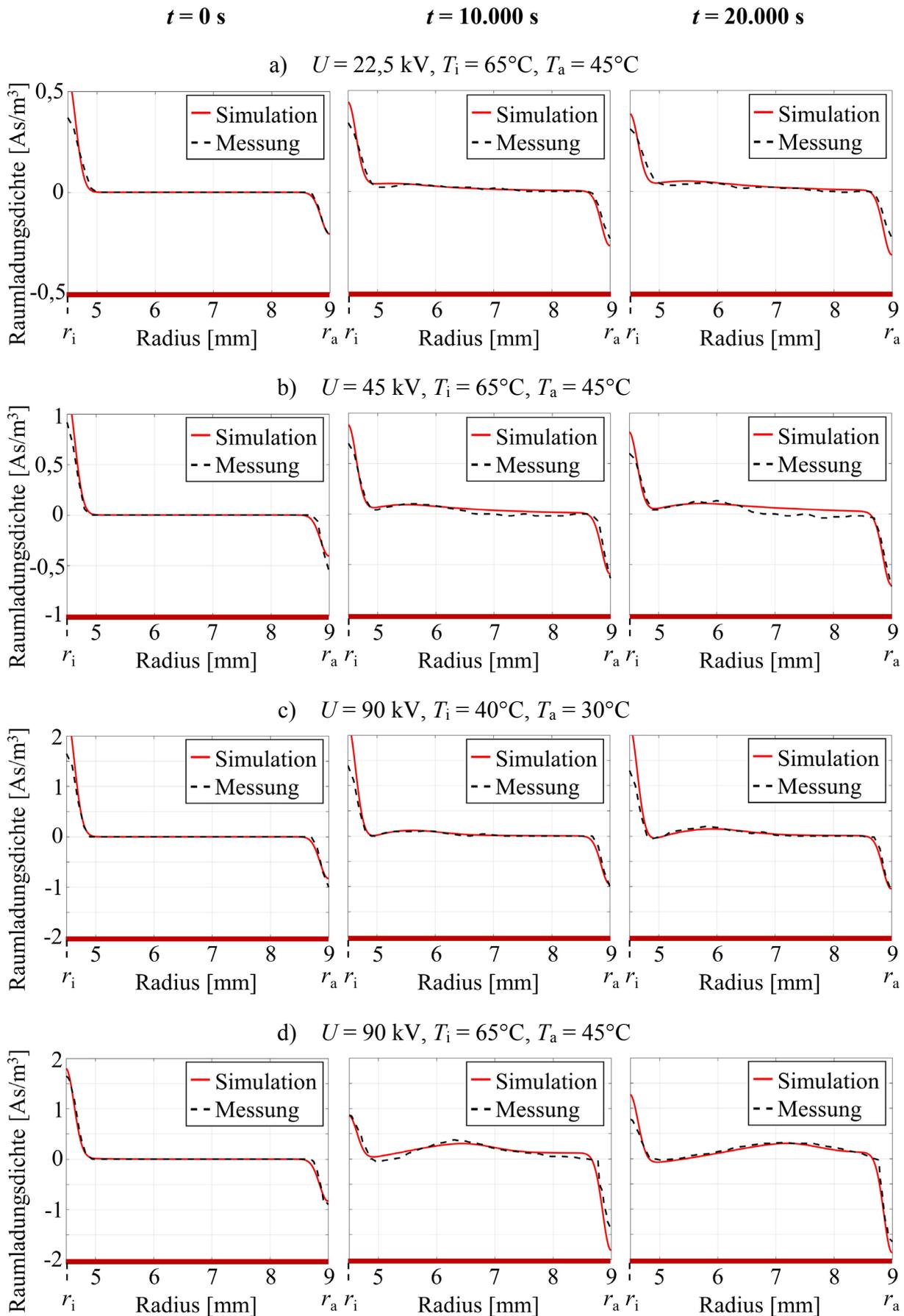


Abbildung 4.23: Simulation der Raumladungsmessung in einer VPE-Isolation aus [Bodega, 2006] zu den Zeiten $t = 0 \text{ s}$, $t = 10.000 \text{ s}$ und $t = 20.000 \text{ s}$.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

Die genutzten Konstanten sind in Tabelle 4.4 zusammengefasst und liefern die geringsten Differenzen zwischen der Simulation und der Messung. Mit $k = 1$ kommt es zu keinem Leitfähigkeits- oder Permittivitätsanstieg bzw. -abfall, womit die korrespondierenden Konstanten ζ überflüssig werden.

Nach Tabelle 4.4 steigt die Permittivität lediglich am Leiter und nicht am Außenrand. Zudem werden nur positive Ladungspakete simuliert. Dies stimmt mit Ergebnissen in [Hozumi *et al.*, 1994] und [Dissado, 2010] überein, wonach nur positive Ladungspakete in VPE-Kabelisolierstoffen zu beobachten sind.

Tabelle 4.4: Konstanten für (4.37) und (4.38) zur Simulation der Ergebnisse in Abbildung 4.23.

a)	b)	c)	d)
$U = 22,5 \text{ kV}$	$U = 45 \text{ kV}$	$U = 90 \text{ kV}$	$U = 90 \text{ kV}$
$T_i = 65^\circ\text{C}$	$T_i = 65^\circ\text{C}$	$T_i = 40^\circ\text{C}$	$T_i = 65^\circ\text{C}$
$T_a = 45^\circ\text{C}$	$T_a = 45^\circ\text{C}$	$T_a = 30^\circ\text{C}$	$T_a = 45^\circ\text{C}$
$k_{L,\varepsilon} = 1,4$	$k_{L,\varepsilon} = 1,5$	$k_{L,\varepsilon} = 1,5$	$k_{L,\varepsilon} = 1,1$
$k_{AR,\varepsilon} = 1,0$	$k_{AR,\varepsilon} = 1,0$	$k_{AR,\varepsilon} = 1,0$	$k_{AR,\varepsilon} = 1,0$
$\zeta_{L,\varepsilon} 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$			
$k_{L,\kappa} = 1,2$	$k_{L,\kappa} = 1,5$	$k_{L,\kappa} = 4,5$	$k_{L,\kappa} = 13$
$k_{AR,\kappa} = 1,0$	$k_{AR,\kappa} = 1,0$	$k_{AR,\kappa} = 1,0$	$k_{AR,\kappa} = 1,0$
$\zeta_{L,\kappa} 9,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$			
$\nu_\kappa = 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$	$\nu_\kappa = 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$	$\nu_\kappa = 5,0 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$	$\nu_\kappa = 7,5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$

Ein Vergleich zwischen den Mess- und den Simulationsergebnissen in Abbildung 4.23 zeigt Differenzen an den Elektroden und eine gute Übereinstimmung innerhalb des Dielektrikums. Da auch hier eine verschwindende Raumladungsdichte vorkommen kann wird analog zu Abschnitt 4.6.3.1 die Feldstärke für die Berechnung der relativen Abweichung zwischen der Messung und der Simulation genutzt. In Tabelle 4.5 ist die mittlere relative Abweichung aufgeführt. Zum Vergleich ist außerdem die mittlere relative Abweichung zwischen der Messung und der Simulation gezeigt, wenn die Leitfähigkeit nur durch (2.33) beschrieben wird und die Permittivität als konstant ($\varepsilon_r = \varepsilon_{r,D} = 2,3$) angesehen wird. Die mittlere relative Abweichung liegt zwischen 1 % und 20 %, wobei beispielhaft das Ergebnis aus Tabelle 4.4 d) in Abbildung 4.24 rechts zu sehen ist, welches eine Abweichung von 10,85 % besitzt. Im Vergleich zum Modell (2.33) und $\varepsilon_r = \varepsilon_{r,D} = 2,3$ sind die relativen Abweichungen bei der Nutzung von (4.37) und (4.38) ungefähr in der gleichen Größenordnung in Tabelle 4.5 a) und b), jedoch geringer in Tabelle 4.5 c) und d). Mit (4.37) und (4.38) liegt die größte

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

Abweichung bei 20 % (Tabelle 4.5 b), bei $t = 20.000$ s), was ebenfalls in Abbildung 4.23 b) zu sehen ist. Dort ist eine vergleichsweise hohe Differenz zwischen der Messung und der Simulation von der Mitte der Isolation bis zum Außenleiter hin zu beobachten.

Tabelle 4.5: Mittlere relative Abweichung zwischen dem gemessenen und dem simulierten elektrischen Feld.

	$t = 0$ s	$t = 10.000$ s	$t = 20.000$ s
a)			
(4.37) und (4.38)	2,48 %	3,83 %	7,99 %
(2.33) und $\varepsilon_r = \varepsilon_{r,D} = 2,3$	3,59 %	4,57 %	7,60 %
b)			
(4.37) und (4.38)	2,51 %	12,57 %	20,28 %
(2.33) und $\varepsilon_r = \varepsilon_{r,D} = 2,3$	2,77 %	11,18 %	17,26 %
c)			
(4.37) und (4.38)	2,38 %	3,51 %	3,79 %
(2.33) und $\varepsilon_r = \varepsilon_{r,D} = 2,3$	2,79 %	6,00 %	10,76 %
d)			
(4.37) und (4.38)	1,03 %	5,91 %	10,85 %
(2.33) und $\varepsilon_r = \varepsilon_{r,D} = 2,3$	1,15 %	30,13 %	32,34 %

Eine mögliche Erklärung für die hohen Werte in Tabelle 4.5 sind die, im Vergleich zum inneren der Isolation, vergleichsweise hohen Abweichungen zu den Elektroden hin (s. Abbildung 4.23). Genau wie in Abschnitt 4.6.3.2 liefert die Approximation der Flächenladungen (4.36) und die Filterung des Simulationsergebnisses die größten Abweichungen. Innerhalb der Isolation bleiben die Differenzen zur Messung gering (s. Abbildung 4.24 links).

Letztlich ist die Raumladungsakkumulation, die elektrische Leitfähigkeit oder die Mobilität der Ladungsträger u.a. von der Morphologie des Materials (Störstellendichte), dem Elektrodenmaterial, dem Feuchtigkeitsgehalt oder der Alterung des Materials abhängig. Aufgrund des sehr komplexen Aufbaus der Isolierstoffe und der schwer zu modellierenden Ladungsbewegung, können mit den erweiterten Leitfähigkeits- und Permittivitätsmodellen, z.B. (4.37) und (4.38), die Differenzen zwischen Simulationen und Messungen, im Vergleich zu gängigen Modellen, verringert werden, jedoch verschwinden diese nicht vollständig.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

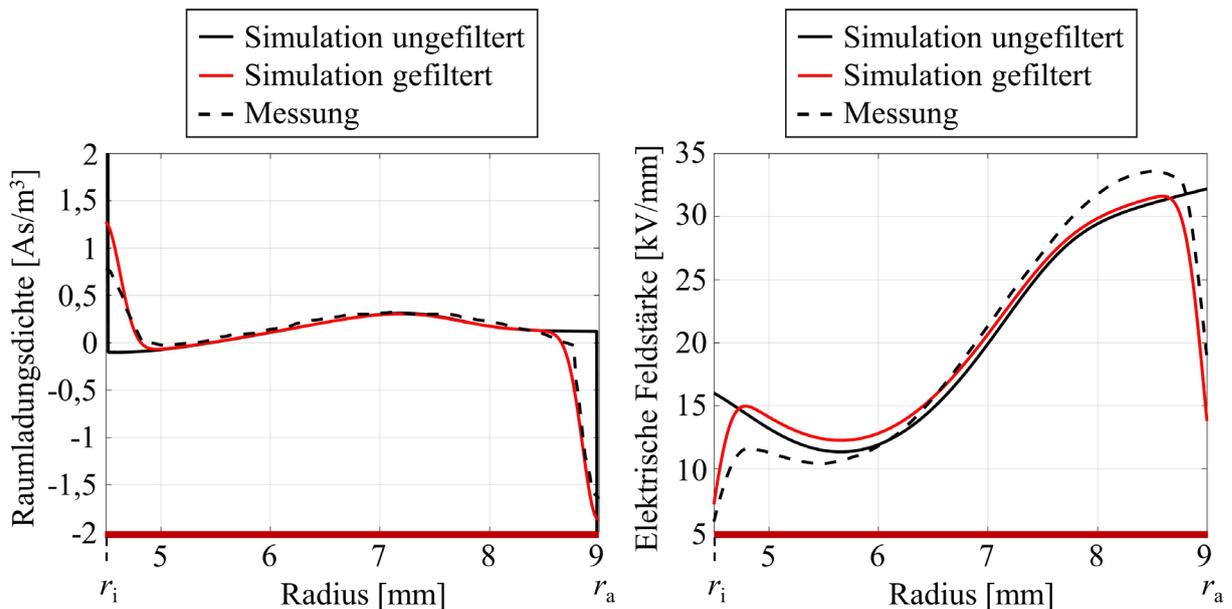


Abbildung 4.24: Vergleich zwischen der gefilterten und der ungefilterten Raumladungs- und Feldverteilung bei $U = 90 \text{ kV}$ und $t = 20.000 \text{ s}$ (Tabelle 4.4 d)) Links: Raumladungsverteilung. Rechts: Zugehöriges elektrisches Feld [Jörgens und Clemens, 2019c].

4.7.3 Untersuchung der simulierten Ladungsverteilung

Die positiven Ladungspakete bewegen sich mit einer temperatur- und feldstärkeabhängigen Geschwindigkeit von $v_\kappa = 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$ bis $7,5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$. Mittels der Geschwindigkeit lässt sich die Mobilität $\mu = v_\kappa/E$ der Ladungsträger zu

- i. $\mu = 6,0 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2/(\text{Vs})$,
- ii. $\mu = 3,0 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2/(\text{Vs})$,
- iii. $\mu = 2,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ und
- iv. $\mu = 3,75 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2/(\text{Vs})$

bestimmen, wenn für die elektrische Feldintensität die Approximation $E = U/(r_a - r_i)$ verwendet wird. Nach [Lv *et al.*, 2015] befinden sich die Mobilitätswerte im Bereich von denen langsamer Ladungspakete. Der Leitfähigkeitsfaktor $k_{L,\kappa}$ steigt zudem mit der Temperatur und elektrischen Feldstärke an, was mit dem Freikommen von gefangenen Ladungen (Poole-Frenkel-Effekt, [Teyssèdre und Laurent, 2005]) und der thermisch-aktivierten und feldstärkeunterstützten Injektion (Schottky-Injektion, [Teyssèdre und Laurent, 2005]) von Ladungen erklärt werden kann.

Nach [LeRoy *et al.*, 2003] ist die Mobilität, genau wie die elektrische Leitfähigkeit, eine Funktion der Temperatur bei geringen elektrischen Feldern und eine Funktion der Temperatur und der Feldstärke bei hohen elektrischen Feldern. Der Einfachheit halber soll die Mobilität nur eine Funktion der Temperatur sein und mit der Arrhenius-Beziehung

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisierstoffen

$$\mu = \frac{q \cdot L_H^2}{h_p} \cdot \exp\left(-\frac{E_{\text{Trap}}}{k_B T}\right) \quad (4.39)$$

beschrieben werden [Montanari und Morshuis, 2005], [Boufayed *et al.*, 2006]. In Abbildung 4.25 ist (4.39) zusammen mit den simulierten Mobilitäten iii. und iv. abgebildet. Für die räumlich variierende Temperatur wurde die Durchschnittstemperatur in Tabelle 4.4 c) und d), mit $T_c = 35^\circ\text{C}$ ($1.000/T_c = 3,25 \text{ K}^{-1}$) und $T_d = 55^\circ\text{C}$ ($1.000/T_d = 3,05 \text{ K}^{-1}$) verwendet. Mit (4.39) sind die zugehörigen Werte der Simulation $L_H = 9,5 \cdot 10^{-14} \text{ m}$ und $E_{\text{Trap}} = 0,18 \text{ eV}$, was einer Störstellentiefe von physikalischen Störstellen entspricht [Teysse re und Laurent, 2005].

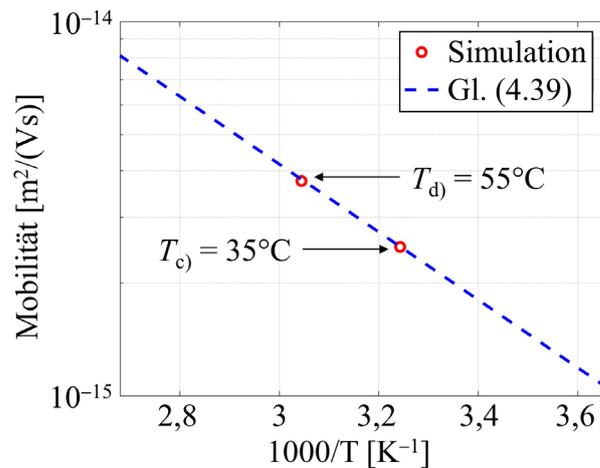


Abbildung 4.25: Arrhenius-Graph von (4.39), zusammen mit den simulierten Mobilitäten aus Tabelle 4.4 c) und d) [Jörgens und Clemens, 2019c].

Ein Störstellenabstand L_H von einigen Ångström ist nach [Adamec und Calderwood, 1975] und [Meunier und Quirke, 2000] eine realistische Abschätzung für polymere Isolierstoffe und eine Mobilität von $\approx 10^{-15} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ wird in [Dissado und Fothergill, 1992] und [Wintle, 1999] erwähnt. In [Fabiani *et al.*, 2009] ist ebenfalls ein Arrhenius-Graph der Mobilität von positiven Ladungen in polymeren Isolierstoffen zu sehen. Die Mobilität liegt hier bei $\approx 10^{-10} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ und ist höher als die simulierte Mobilität. Wird (4.39) zur Beschreibung der Ergebnisse in [Fabiani *et al.*, 2009] verwendet, dann folgen die Werte $L_H = 6,0 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ und $E_{\text{Trap}} = 0,25 \text{ eV}$. Die Ergebnisse aus [Fabiani *et al.*, 2009] unterscheiden sich mit denen aus Abbildung 4.25. Die unterschiedliche Störstellentiefe E_{Trap} kann nach [Meunier und Quirke, 2000] und [Boufayed *et al.*, 2006] mit einer Zunahme der Störstellentiefe E_{Trap} zu den Elektroden hin erklärt werden. Die Störstellentiefe E_{Trap} ist daher keine Konstante, sondern variiert innerhalb des Material (vgl. auch Abbildung 2.13).

Der Störstellenabstand L_H unterscheidet sich um mehrere Größenordnungen und ist in beiden Fällen viel geringer im Vergleich zu [Dissado und Fothergill, 1992], [Qi *et al.*, 2004] und [Hestad *et al.*, 2012], wonach dieser bei $\approx 10^{-9} \text{ m}$ liegt.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

Nach [Dissado und Fothergill, 1992] liegt die Mobilität in polymeren Isolierstoffen typischerweise bei $10^{-8} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ bis $10^{-15} \text{ m}^2/(\text{Vs})$, wodurch sowohl die Störstellentiefe als auch der Störstellenabstand über mehrere Größenordnungen variieren kann. Wird beispielsweise $E_{\text{Trap}} = 0,22 \text{ eV}$ angenommen, so führt ein Mobilitätsbereich von $10^{-8} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ bis $10^{-15} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ auf einen Störstellenabstand von $L_{\text{H}} = 10^{-13} \text{ m}$ bis 10^{-10} m .

Nach [Teyssèdre und Laurent, 2005] haben Ladungspakete bestimmte Charakteristika. Diese müssen

- I. die Bildung von Raumladungsregionen,
- II. sich bewegende Regionen,
- III. eine Form, die während der Bewegung ungefähr beibehalten wird,
- IV. einen periodischen Prozess (wiederholte Injektion)

beinhalten. Die Simulationsergebnisse in Abbildung 4.23 zeigen Raumladungsregionen, die sich in der Zeit durch die Isolation bewegen, was in Übereinstimmung mit den Charakteristika I. und II. ist. Gut zu sehen ist dies in Abbildung 4.23 d). Während der Bewegung durch die Isolation verändert der Ladungspuls in Abbildung 4.23 d) zudem leicht die Form, was in Übereinstimmung mit dem Charakteristikum III. ist. Da keine periodische Wiederholung von Ladungspulsen in Abbildung 4.23 zu beobachten ist, stimmt das Charakteristikum IV. nicht mit den Simulationen und Messungen überein. In [Fabiani *et al.*, 2009] ist jedoch eine wiederholte Injektion von Ladungspaketen erst bei elektrischen Feldern $> 40 \text{ kV/mm}$ zu sehen, wobei die mittleren elektrischen Felder nach Tabelle 4.4 bei 5 bis 30 kV/mm liegen.

Aufgrund der Filterung des Messsignals durch den Meßvorgang ist eine gemessene elektrische Feldintensität an den Elektroden geringer als eine simulierte Feldstärke. Dies ist in Abbildung 4.24 rechts zu sehen. Während der Messung werden die Flächenladungen und die Raumladungen „überlagert“ und führen so zu einer Gaußverteilung der Ladungen an den Elektroden, die als Homocharges fehlinterpretiert werden können. Ohne diesen Filterungsprozess sind beispielsweise in Abbildung 4.24 links nur Heterocharges vorhanden und das maximale elektrische Feld befindet sich am Außenrand und ist mit $32,18 \text{ kV/mm}$ ca. 14 % oberhalb des maximalen elektrischen Feldes zum Zeitpunkt $t = 0$ ($28,85 \text{ kV/mm}$). Dieser Effekt wird verstärkt, wenn die Ladungen näher an den Außenrand wandern, was den Isolierstoff in diesem Bereich stark belastet (vgl. Abschnitt 2.6.2). In Abbildung 4.26 ist dazu die Raumladungs- und die entsprechende elektrische Feldverteilung über der Zeit aufgetragen. Hier sind die Flächenladungen nicht berücksichtigt und die numerisch berechnete Ladungsdichte wird ungefiltert dargestellt. Die bewegten injizierten Ladungen verringern das Feld in negativer radialer Richtung und erhöhen es in positive Richtung während ihrer

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

Bewegung zum Außenrand. Durch die Reduktion des Feldes am Innenleiter wird zudem die Injektion verringert, was zu einer pulsformigen Ladungsverteilung führt. Die Ladungen „drücken“ somit das Feld in Richtung des Außenrandes. Das elektrische Feld am Außenrand erhöht sich mit steigender Ladungsdichte, was jedoch die Injektion von negativen Ladungen erhöht. Das maximale Feld (32,34 kV/mm) entsteht daher, wenn sich der Ladungspuls in der Nähe des Außenrandes $t \approx 26.253$ s (= 7,3 h) aber noch nicht vollständig an diesem befindet.

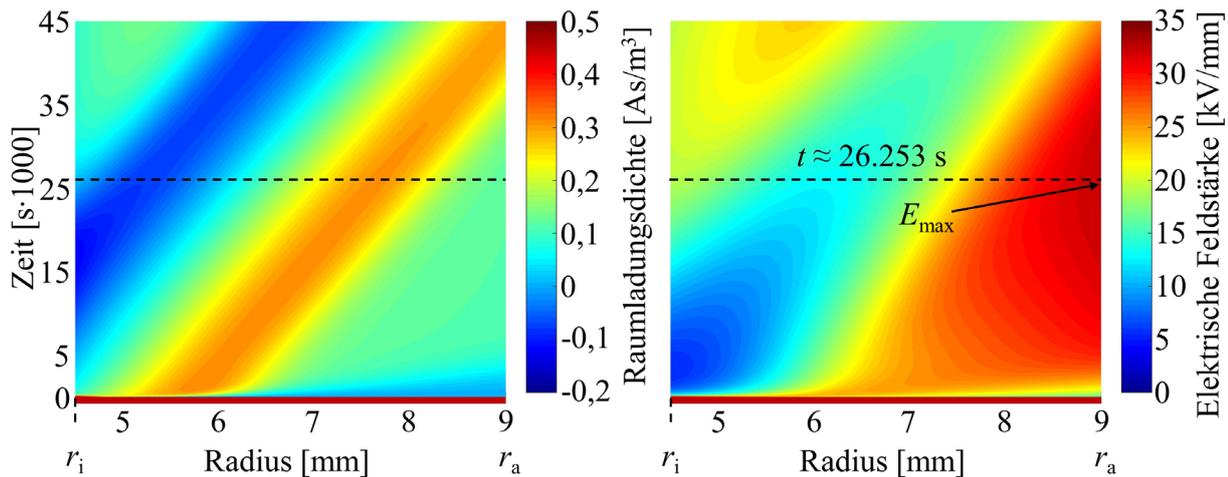


Abbildung 4.26: Zeitliche Raumladungs- und Feldverteilung bei Verwendung der Konstanten in Tabelle 4.4 d). Links: Raumladungsverteilung. Rechts: Zugehöriges elektrisches Feld [Jörgens und Clemens, 2019c].

Mit dem in Abschnitt 4.6.2 entwickelten Leitfähigkeitsmodell (4.18) und (4.19) können sowohl Homocharges als auch Heterocharges simuliert werden. Die Konzentration der jeweiligen Ladungsdichte wird dabei u.a. bestimmt durch den Leitfähigkeitsgradienten in der Nähe des Leiters bzw. des Außenrandes.

Für die Simulation einer stationären Homocharge-Verteilung muss gelten $k_L, k_{AR} > 1$, wobei die Ladungsdichte mit steigendem Wert von k_L bzw. k_{AR} ebenfalls ansteigt. Durch eine beliebig hohe Wahl von k_L bzw. k_{AR} können theoretisch Homocharges beliebiger Konzentration simuliert werden.

Anders verhält es sich bei der Konzentration der stationären Heterocharge-Verteilung. Hier ist die Höhe des Gradienten in (4.18) und damit die Konzentration der Heterocharges durch den Wertebereich $0 < k_L, k_{AR} < 1$ begrenzt. Ähnliches gilt auch für das Leitfähigkeitsmodell (4.33) und (4.34) aus Abschnitt 4.6.3.

Nach Abschnitt 4.7 gilt jedoch für das Permittivitätsmodell (4.37), dass Heterocharges mit $k_{L,\epsilon}, k_{AR,\epsilon} > 1$ und Homocharges mit $k_{L,\epsilon}, k_{AR,\epsilon} < 1$ simuliert werden, also genau umgekehrt im Vergleich zu den zuvor betrachteten Leitfähigkeitsmodellen. Auch beim Permittivitätsmodell ist die Konzentration der Ladungen durch die Höhe des Permittivitätsgradienten in der Nähe

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

des Leiters bzw. Außenrandes bestimmt. Beim Permittivitätsmodell (4.37) ist nun die Höhe des Gradienten, bzw. die Konzentration der Homocharges durch den Wertebereich $0 < k_{L,\varepsilon}, k_{AR,\varepsilon} < 1$ begrenzt.

Diese Ergebnisse zeigen, dass eine beliebige Homo- und Heterocharge-Verteilung durch eine Kombination aus den Ausdrücken (4.18) und (4.37) simuliert werden kann. Bei der Verwendung von (4.37) können Heterocharges in beliebiger Konzentration simuliert werden, wenn $k_{L,\varepsilon}$ und $k_{AR,\varepsilon}$ entsprechend groß gewählt werden. Umgekehrt gilt das gleiche für eine Homocharge-Verteilung, mittels (4.18) und k_L bzw. k_{AR} .

Zusammengefasst ist die Raumladungsakkumulation, die elektrische Leitfähigkeit oder die Mobilität der Ladungsträger von vielen Faktoren abhängig, wodurch die Ladungsbewegung schwer zu modellieren ist. Mit den entwickelten Leitfähigkeits- und Permittivitätsmodellen (4.18), (4.34), (4.37) und (4.38) können zwar die Differenzen zwischen Simulation und Messung nicht vollständig beseitigt werden, jedoch verringern sich die Differenzen zur Messung, im Vergleich zu gängigen Modellen aus der Literatur. Durch die unterschiedlichen Einflussfaktoren im Bezug auf die Raumladungsbildung werden Abweichungen zwischen Simulation und Messung zudem nie ganz vermieden werden können.

4.8 Die thermische Durchschlagspannung von Energiekabeln

Bislang wurde der Einfluss der Raumladungen nur hinsichtlich der elektrischen Belastung des Kabels untersucht. In diesem Kapitel wird nun aufbauend die thermische Belastung betrachtet. Durch die Feldstärke- und Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit kann es bei entsprechend hohen Isolationsverlusten $\kappa |\vec{E}|^2$ zu kritischen Temperaturwerten kommen. Die thermische Durchschlagspannung gibt dabei die maximale Spannung an bei der die Temperatur noch stabil ist.

Durch die Akkumulation von Raumladungen kommt es zu einer geänderten Feldverteilung und -belastung. In Abschnitt 4.8.1 wird daher zunächst der Einfluss von Raumladungen auf die thermische Durchschlagspannung untersucht. Dazu werden Simulationen, beispielhaft für unterschiedliche Außenrandtemperaturen, präsentiert. Da die Durchschlagspannung nur numerisch berechnet werden kann, wird in Abschnitt 4.8.2 eine semi-analytische Approximation hergeleitet, mit dessen Hilfe Intervalle von Strömen und Spannungen definiert werden können innerhalb denen die Temperatur stabil bleibt.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

Im Betrieb von Hochspannungskabeln wird sowohl im Leiter als auch innerhalb der Isolation Wärme erzeugt. Neben dem Strom, welcher die Leitertemperatur beeinflusst, sorgt eine hohe Spannung und eine hohe Temperatur, zusammen mit der nichtlinearen Leitfähigkeit für hohe Isolationsverluste. Diese Isolationsverluste erhöhen wiederum die Temperatur und sorgen so rückwirkend für weiter steigende Isolationsverluste, was letztlich zu einem thermischen Durchschlag führen kann [O'Dwyer, 1973]. Wird die abgeführte Wärme mittels Konvektion (2.15) beschrieben, dann folgt die Wärmestromdichte über der Temperatur des Außenrandes $T(r_a)$ einer Geraden mit der Steigung, gegeben durch den Wärmeübergangskoeffizienten α_{th} . In Abbildung 4.27 links ist die zugeführte bzw. abgeführte Wärme als Funktion der Außenrandtemperatur aufgetragen.

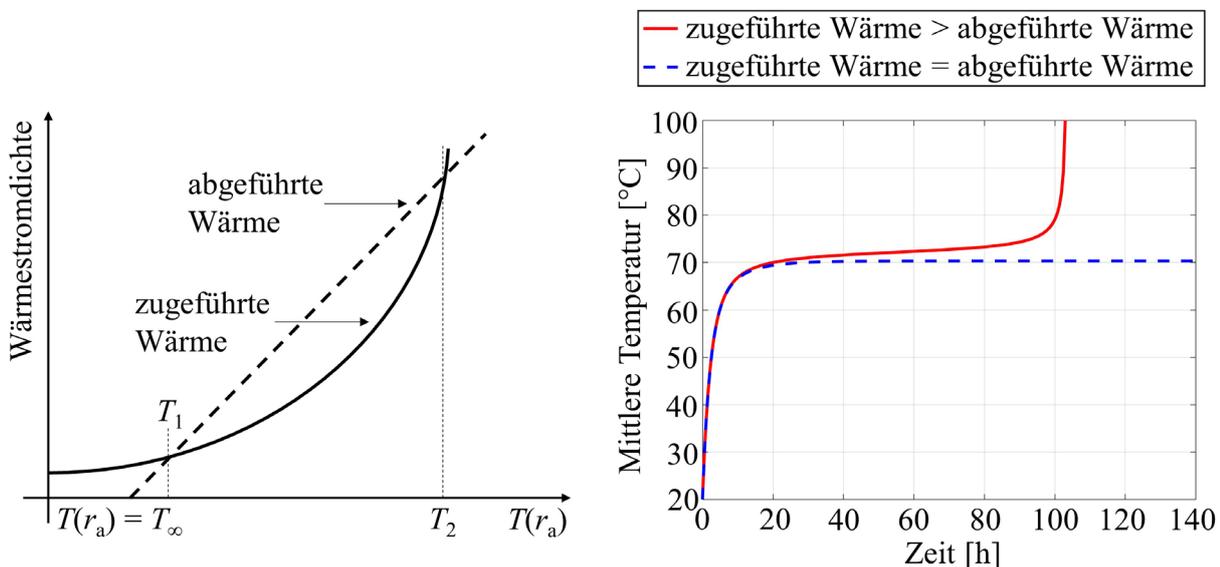


Abbildung 4.27: Links: Zu- und abgeführte Wärme als Funktion der Außenrandtemperatur $T(r_a)$ [Eoll, 1975]. Die abgeführte Wärme wird durch Konvektion (2.15) beschrieben. Rechts: Ist die zugeführte *gleich* der abgeführten Wärme, dann bleibt die Temperatur stabil. Liegt die zugeführte Wärme *oberhalb* der abgeführten Wärme ($T(r_a) > T_2$), dann kommt es zu einem thermischen Durchschlag [Reddy und Ramu, 2007a].

Unterhalb von T_1 sorgt die zugeführte Wärme für einen Temperaturgradienten entlang der Isolation und so zu $T(r_a) \neq T_\infty$ (T_∞ entspricht der Umgebungstemperatur), wodurch die abgeführte Wärme steigt. Für $T_1 \leq T(r_a) \leq T_2$ liegt die abgeführte Wärme oberhalb der zugeführten, wodurch sich eine stabile statische Temperatur einstellt, wenn zugeführte und abgeführte Wärme im Gleichgewicht sind. In Abbildung 4.27 rechts ist dies exemplarisch durch die blau gestrichelte Linie gezeigt. Steigt die zugeführte Wärme und liegt so oberhalb der abgeführten ($T(r_a) > T_2$), dann steigt die Temperatur des Kabels über der Zeit immer weiter und dies führt letztlich zu einem thermischen Durchschlag (Abbildung 4.27 rechts, rote Linie) [Eoll, 1975], [Reddy und Ramu, 2007a].

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

4.8.1 Simulation der thermischen Durchschlagsspannung unter Berücksichtigung von Raumladungen

Um den Einfluss der Raumladungen auf die thermische Durchschlagsspannung zu untersuchen wird ein MI-Kabel betrachtet. Die elektrische Leitfähigkeit wird mit (2.29) beschrieben und

$r_i = 23,2 \text{ mm}$
$r_a = 42,4 \text{ mm}$
$\lambda_{\text{MI}} = 0.167 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
$T_\infty = 20^\circ\text{C}$
$\varepsilon_r = 3,5$
$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0.1^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0.03 \text{ mm/kV}$

die in der Simulation verwendeten Konstanten sind in der linken Tabelle zusammengetragen [Eoll, 1975], [Jeroense, 1997]. Aufgrund unterschiedlicher Zeitkonstanten zwischen dem thermischen und dem elektrischen Problem und der größten Feldveränderung bei einer stationären Raumladungsverteilung, werden lediglich die stationären Verteilungen ($\partial/\partial t \equiv 0$) auf Instabilität geprüft [Jörgens und Clemens, 2018b].

Mit einer Durchschlagsfestigkeit von 50 kV/mm liegt oberhalb von $U = 50 \cdot 10^6 (r_a - r_i) = 960 \text{ kV}$ ein elektrischer Durchschlag vor. Der Wärmeübergangskoeffizient beträgt nach (4.3) $\alpha_{\text{th}} = 6,5318 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$. Zudem soll ein etwas schlechterer Wärmeabtransport, beispielhaft mit $\alpha_{\text{th}} = 2 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$, untersucht werden. In Abbildung 4.28 ist die thermische Durchschlagsspannung über der Außenrandtemperatur, mit und ohne Betrachtung von Raumladungen, aufgetragen.

Nach Abbildung 4.28 steigt die Durchschlagsspannung bei Anwesenheit der Raumladungen an. Für kleine Werte von α_{th} ist die Durchschlagsspannung mit und ohne akkumulierten Raumladungen ungefähr gleich, jedoch steigt die Differenz der Spannungen mit zunehmendem Wert von α_{th} [Jörgens und Clemens, 2018b]. Außenrandtemperaturen oberhalb der maximalen Betriebstemperatur sind eher unüblich im normalen Betrieb. In Abbildung 4.28 ist deshalb der Wertebereich der Temperatur nur beispielhaft verwendet worden, um die Auswirkungen von Raumladungen auf die Durchschlagsspannung unter einem möglichst großen Temperaturbereich zu demonstrieren.

Die Verluste innerhalb der Isolation vergrößern sich allgemein mit der Temperatur und der elektrischen Feldstärke. An Orten hoher Temperatur bzw. Feldstärke wird daher zuerst eine kritische Temperatur vorliegen. Ohne Anwesenheit von Raumladungen liegen das maximale Feld und die maximale Temperatur am Innenleiter. Die Isolationsverluste $\kappa |\overline{E}|^2$ haben daher ebenfalls den maximalen Wert am Innenleiter, womit eine Instabilität zuerst hier zu beobachten ist. Bei der Anwesenheit von Raumladungen verschiebt sich das maximale Feld zum Außenrand hin (Feldinversion). Die maximale Temperatur liegt jedoch weiterhin am Innenleiter. Die Verluste $\kappa |\overline{E}|^2$ können somit den Maximalwert, je nachdem welcher Einfluss

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

(Temperatur, Feldstärke) größer ist, sowohl am Innenleiter als auch am Außenrand besitzen. Trotz starker Feldüberhöhungen am Außenrand sorgt die, im Vergleich zum Innenleiter, geringere Temperatur des Außenrandes dafür, dass die maximalen Verluste (bei akkumulierten Raumladungen) in jedem Fall geringer sind im Vergleich zur Abwesenheit von Raumladungen. Somit kann bei der Anwesenheit von Raumladungen eine leicht höhere Spannung vorliegen bis es zu einer thermischen Instabilität kommt.

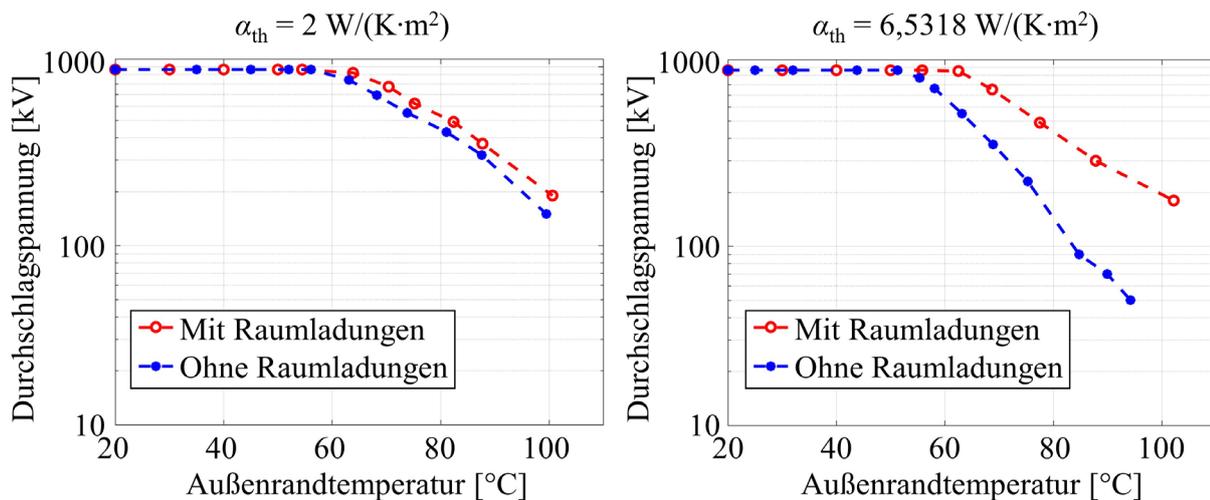


Abbildung 4.28: Thermische Durchschlagsspannung einer MI-Kabelisolation über der Außenrandtemperatur, mit und ohne Betrachtung von Raumladungen. Links: $\alpha_{th} = 2 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$. Rechts: $\alpha_{th} = 6,5318 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$.

Mit zunehmendem Wärmeübergangskoeffizienten α_{th} wird die abgeführte Wärme größer, was letztlich zu einem gesteigerten Temperaturgradienten entlang der Isolation führt. Für eine feste Außenrandtemperatur $T(r_a)$ steigt damit die Leitertemperatur mit steigendem Wert von α_{th} . Aufgrund der gestiegenen Leitertemperatur muss somit ohne Raumladungen die Spannung (Feldstärke) mit steigendem α_{th} sinken, um einen thermischen Durchschlag zu verhindern. Mit Raumladungen ist der Einfluss eines gesteigerten Wertes α_{th} vernachlässigbar, was darauf schließen lässt, dass die Feldstärke der dominierende Faktor ist und eine Instabilität zuerst am Außenrand zu beobachten ist. Während der Akkumulation von Ladungen wandert damit der Ort der Instabilität vom Innenleiter (ohne Raumladungen) zum Außenrand (mit Raumladungen).

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

4.8.2 Semi-analytische Approximation der thermischen Durchschlagspannung und der I-U-Stabilitätsbereich

In Abschnitt 4.8.1 erfolgt die Berechnung der Durchschlagspannung mittels einer numerischen Simulation. Um eine Simulation zu umgehen, wird nun alternativ eine semi-analytische Approximation der Durchschlagspannung hergeleitet. Für diese Approximation wird zunächst die Akkumulation von Raumladungen vernachlässigt. Diese haben bei geringen Werten von α_{th} einen vernachlässigbaren Einfluss und führen bei hohen Werten von α_{th} zu einer höheren Durchschlagspannung. Die Vernachlässigung führt daher immer zu einer konservativen Abschätzung der thermischen Durchschlagspannung. Des Weiteren werden in diesem Ausdruck die Isolationsverluste $\kappa |\vec{E}|^2$ als zusätzliche Wärmestromdichte

$$q_{iso} = \frac{1}{2\pi r_i} \int_{r_i}^{r_a} \kappa(T, E) E^2 \cdot 2\pi r \cdot dr, \quad \text{Einheit: } [q_{iso}] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (4.40)$$

am Innenleiter modelliert, um die Temperatur vereinfacht durch

$$T(r) = q_{th, \text{ein}} \cdot \frac{r_i}{\lambda} \left[\ln \left(\frac{r_a}{r} \right) + \frac{\lambda}{\alpha_{th} r_a} \right] + T_{\infty},$$

beschreiben zu können. Diese Annahme kann getroffen werden, da die im Innenleiter erzeugte Wärme deutlich größer ist als die gesamte erzeugte Wärme innerhalb der Isolation. Somit liegt die maximale Temperatur immer am Innenleiter. Ein ähnliches Vorgehen findet sich in [Eoll, 1975] und [Jeroense und Morshuis, 1998], wobei die Leitertemperatur u.a. durch Integration der Isolationsverluste $\kappa |\vec{E}|^2$ berechnet wird.

Zur Überprüfung dieses vorgehens ist in Abbildung 4.29 links beispielhaft die Temperatur entlang der Isolation aus Abschnitt 4.8.1, einmal mittels Isolationsverlusten $\kappa |\vec{E}|^2$ und einmal mit zusätzlicher Wärmestromdichte am Innenleiter q_{iso} , für zwei verschiedene Stromstärken I sowie $\alpha_{th} = 2 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m}^2)$ zu sehen. Unterschiede sind dabei erst bei großen Temperaturen ($T > 70^\circ\text{C}$) zu beobachten. Auf der rechten Seite in der gleichen Abbildung ist die relative Abweichung zwischen beiden berechneten Temperaturen zu sehen. Maximale Abweichungen von $< 1,5 \%$ sind erst oberhalb der maximal zulässigen Betriebstemperatur zu beobachten, womit die Annahme die Wärmestromdichte am Innenleiter durch (4.40) zu beschreiben eine ausreichende Genauigkeit zeigt.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

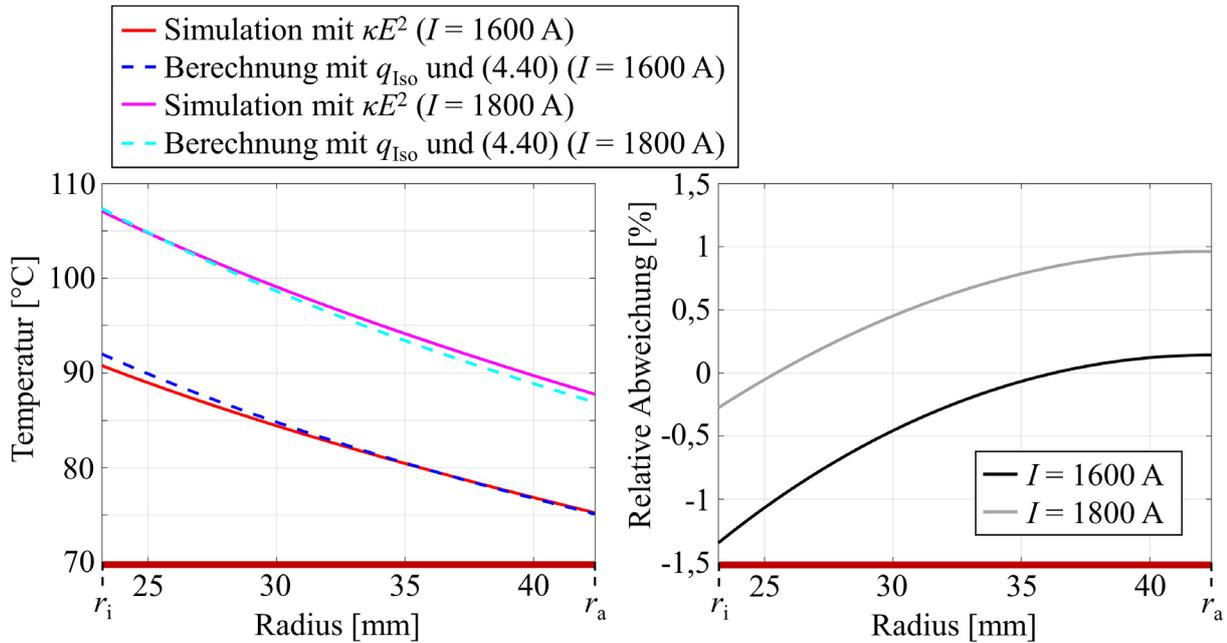


Abbildung 4.29: Rechts: Temperatur innerhalb der Isolation, simuliert mit $\kappa|\vec{E}|^2$ (durchgezogene Linie) und berechnet mit q_{Iso} und (4.40) (gestrichelte Linie), bei Strömen von $I = 1.600 \text{ A}$ und $I = 1.800 \text{ A}$ ($\alpha_{\text{th}} = 2 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$). Links: Relative Abweichung zwischen der Berechnung über $\kappa|\vec{E}|^2$ und q_{Iso} .

Für die Herleitung einer approximativen Berechnung der thermischen Durchschlagsspannung wird die Wärmeleitungsgleichung (2.14) ohne den Term $\kappa|\vec{E}|^2$ betrachtet. Um eine stabile Temperaturverteilung zu erhalten muss die zeitliche Änderung der Temperatur negativ oder gleich null sein. Bei einer positiven zeitlichen Änderung steigt die Temperatur bis zur thermischen Instabilität an. Durch Anwenden des Satzes von Gauß auf (2.14) folgt, dass allgemein der gesamte Wärmestrom über die Oberfläche eines Volumens gleich der zeitlichen Änderung der Temperatur (inneren Energie) ist [Herwig und Moschallski, 2014]. Für die betrachtete Kabelisolation werden λ , δ und c_p als konstant angenommen, sodass die Energiebilanz als

$$\delta c_p V \frac{dT}{dt} = q_{\text{th,ein}} \cdot 2\pi r_i L - q_{\text{th,aus}} \cdot 2\pi r_a L \quad (4.41)$$

geschrieben werden kann. Dabei ist das Volumen der Kabelisolation durch $V = \pi(r_a^2 - r_i^2)L$, die am Innenleiter einfließende Wärmestromdichte durch $q_{\text{th,ein}} = Q + q_{\text{Iso}}$ (mit $Q = I^2/(2\kappa_{\text{Leiter}}\pi^2 r_i^3)$) und die am Außenleiter abfließende Wärmestromdichte über den Konvektionsterm $q_{\text{th,aus}} = \alpha_{\text{th}}(T(r_a) - T_\infty)$ gegeben. Unter Berücksichtigung, dass die zeitliche Änderung nicht positiv sein darf, lautet (4.41) umformuliert

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerstoffen

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2\pi L(q_{\text{th,ein}} \cdot r_i - q_{\text{th,aus}} \cdot r_a)}{\delta c_p \cdot \pi(r_a^2 - r_i^2)L} \leq 0. \quad (4.42)$$

Bei einer positiven zeitlichen Änderung von (4.41) steigt die Temperatur bis zu einem thermischen Durchschlag an. Wie bereits in Abbildung 4.27 rechts zu sehen, muss, für einen sicheren Betrieb des Kabels und um eine stabile Temperatur zu erhalten, die gesamte einfließende Wärmestromdichte kleiner oder gleich der abgeführten Wärme sein. Im Grenzfall von (4.42) gilt somit $q_{\text{th,ein}} \cdot r_i = q_{\text{th,aus}} \cdot r_a$. Die maximale einfließende Wärmestromdichte ist dann gegeben durch

$$q_{\text{th,ein}} = q_{\text{th,ein,max}} = \frac{r_a}{r_i} q_{\text{th,aus}} = \frac{r_a}{r_i} \alpha_{\text{th}}(T(r_a) - T_\infty), \quad (4.43)$$

mit dem Konvektionsterm $q_{\text{th,aus}} = \alpha_{\text{th}}(T(r_a) - T_\infty)$ und der Umgebungstemperatur T_∞ . Das Verhältnis r_a/r_i berücksichtigt die unterschiedlichen Radien des Innenleiters und des Außenrandes, wobei mit vergrößertem Radius mehr Wärme zu- bzw. abfließen kann. Für eine stabile Temperatur darf die einfließende Wärmestromdichte $q_{\text{th,ein}} = Q + q_{\text{Iso}}$ die maximale Wärmestromdichte $q_{\text{th,ein,max}}$ nicht überschreiten, was sich als *thermische Durchschlagsbedingung*

$$Q(I) + q_{\text{Iso}}(U) \leq q_{\text{th,ein,max}} \quad (4.44)$$

schreiben lässt. Mittels (4.44) können die erlaubte Wärmestromdichte vom Leiter $Q(I)$ und die künstliche Wärmestromdichte $q_{\text{Iso}}(U)$, aufgrund der Isolationswärmeverluste $\kappa |\bar{E}|^2$, bei einer gegebenen Außenrandtemperatur $T(r_a)$ bestimmt werden. Da für $q_{\text{Iso}}(U)$ sowohl die Temperatur als auch die elektrische Feldstärke nötig sind, wird die Temperaturverteilung durch (4.4) und $q_{\text{th,ein}} = q_{\text{th,ein,max}}$ und die elektrische Feldstärke durch (4.15) bestimmt.

Eine alternative Herleitung von (4.43) und (4.44) beginnt bei der Annahme, dass die gesamte produzierte Wärme im Leiter und der Isolation am Außenrand abgeführt werden muss, um einen thermischen Durchschlag zu vermeiden. Dann gilt allgemein für die gesamte im Leiter und in der Isolation erzeugte Wärme pro Kabellänge

$$Q \cdot 2\pi r_i + q_{\text{Iso}} \cdot 2\pi r_i,$$

wobei weiterhin q_{Iso} durch (4.40) beschrieben wird und $Q = I^2 / (2\kappa_{\text{Leiter}} \cdot \pi^2 \cdot r_i^3)$ gilt. Für die Wärmestromdichte am Außenrand gilt dann folglich

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

$$q_{\text{th,ein}} = \frac{Q \cdot 2\pi r_i + q_{\text{Iso}} \cdot 2\pi r_i}{2\pi r_a} = \frac{r_i}{r_a} (Q + q_{\text{Iso}})$$

und (4.41) schreibt sich alternativ

$$\delta c_p V \frac{dT}{dt} = q_{\text{th,ein}} \cdot 2\pi r_a L - q_{\text{th,aus}} \cdot 2\pi r_a L.$$

Im Grenzfall ($\partial/\partial t = 0$) gilt schließlich $q_{\text{th,ein}} = q_{\text{th,aus}}$ und die maximal einfließende Wärmestromdichte ist alternativ gegeben durch

$$q_{\text{th,ein}} = q_{\text{th,ein,max}} = q_{\text{th,aus}} = \alpha_{\text{th}}(T(r_a) - T_\infty).$$

Da für die einfließende Wärmestromdichte weiterhin gilt

$$q_{\text{th,ein}} = \frac{r_i}{r_a} (Q + q_{\text{Iso}}) \leq q_{\text{th,ein,max}},$$

folgen letztlich wieder (4.43) und (4.44) [Jörgens und Clemens, 2018a].

$r_i = 13,4 \text{ mm}$
$r_a = 23,1 \text{ mm}$
$\lambda_{\text{MI}} = 0.167 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
$\alpha_{\text{th}} = 2 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$
$T_\infty = 20^\circ\text{C}$
$T(r_a) = 60^\circ\text{C}$
$\kappa_0 = 5 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0.088^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0.03 \text{ mm/kV}$

Zur weiteren Untersuchung von (4.44) ist nun beispielhaft in Abbildung 4.30 links die Wärmestromdichte $q_{\text{th,ein}}$ für verschiedene Spannungen und Ströme, zusammen mit der maximalen Wärmestromdichte $q_{\text{th,ein,max}}$ für eine MI-Kabelisolation zu sehen. Des Weiteren gelten die Konstanten in der linken Tabelle und das Leitfähigkeitsmodell (2.29) [Eoll, 1975]. Mit steigender Spannung und steigendem Strom wächst die Wärmestromdichte $q_{\text{th,ein}} = Q + q_{\text{Iso}}$ an. Die Schnittpunkte von $q_{\text{th,ein}}$ und $q_{\text{th,ein,max}}$

schließen mit der x - und y -Achse eine Fläche ein, innerhalb der es zu keinem thermischen Durchschlag kommt und bilden damit den *I-U-Stabilitätsbereich* (Abbildung 4.30 rechts). Durch Umformulieren von $q_{\text{th,ein}} = Q + q_{\text{Iso}} = q_{\text{th,ein,max}}$ können die Schnittpunkte durch

$$I(U) = \sqrt{[q_{\text{th,ein,max}} - q_{\text{Iso}}(U)] \cdot 2\kappa_{\text{Leiter}} \pi^2 r_i^3} \quad (4.45)$$

bestimmt werden, wobei (4.45) nicht für komplexwertige Ergebnisse gültig ist, d.h. $q_{\text{th,ein,max}} > q_{\text{Iso}}(U)$ muss gelten. Für das Beispiel in Abbildung 4.30 rechts sind der maximale Strom $I(U = 0 \text{ V}) \approx 625 \text{ A}$ und die maximale Spannung $U(I = 0 \text{ A}) \approx 770 \text{ kV}$. Oberhalb dieser beiden Werte ist die Wärme im Leiter und in der Isolation zu groß um abgeführt zu werden,

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolerierstoffen

wodurch es in diesen Fällen zu einem thermischen Durchschlag kommt [Jörgens und Clemens, 2018a].

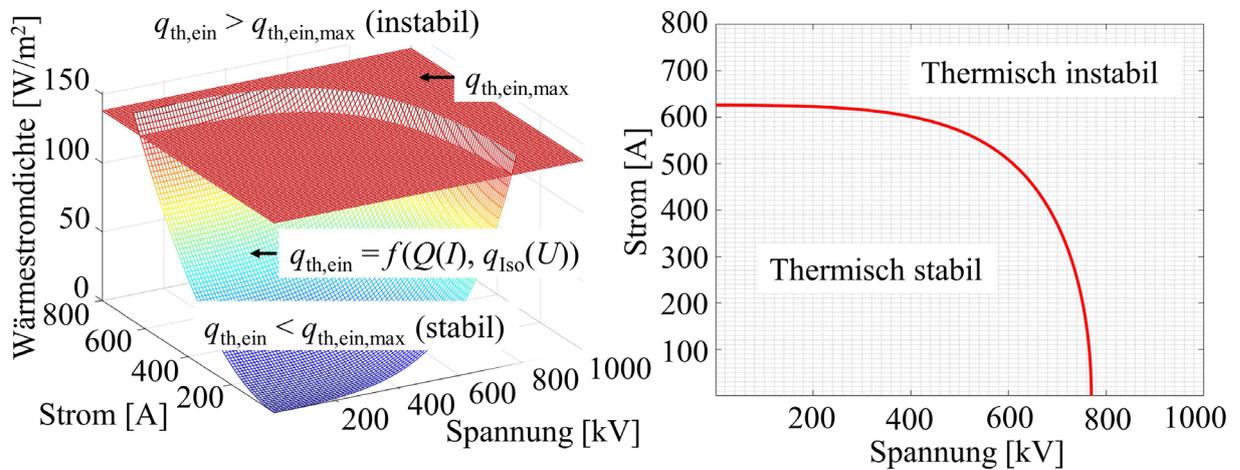


Abbildung 4.30: Rechts: Wärmestromdichte $q_{th,ein}$ bei Variation von Strom und Spannung, zusammen mit $q_{th,ein,max}$, beispielhaft für $\alpha_{th} = 2 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$, $T(r_a) = 60^\circ\text{C}$ und $T_\infty = 20^\circ\text{C}$. Links: Gleichung (4.45) schließt mit der x - und y -Achse eine Fläche ein innerhalb der es zu keinem thermischen Durchschlag kommt.

In [Jeroense und Morshuis, 1998] wird ebenfalls eine thermische Durchschlagbedingung formuliert. Dabei wird das elektrische Feld unter Berücksichtigung von Raumladungen und Isolationsverlusten untersucht. Es wird definiert, dass eine thermische Instabilität vorliegt, wenn die Isolationsverluste ca. 1/3 der Leiterverluste ausmachen:

$$q_{Iso} = \frac{1}{3} \cdot Q \rightarrow \frac{1}{2\pi r_i} \cdot \int_{r_i}^{r_a} \kappa(T, E) E^2 \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{1}{3} \cdot \frac{I^2}{2\kappa_{Leiter} \pi^2 r_i^3}. \quad (4.46)$$

Analog zu (4.45) folgt dann für den I-U-Stabilitätsbereich

$$I(U) = \sqrt{3q_{Iso}(U) \cdot 2\kappa_{Leiter} \pi^2 r_i^3}. \quad (4.47)$$

Wird (4.47) für das oben im Beispiel betrachtete Kabel genutzt, dann folgt die gestrichelte Linie in Abbildung 4.31. Hierbei wird nur mit der y -Achse ein stabiler Bereich eingeschlossen. Auch hier wird die Temperatur durch (4.4) und $q_{th,ein} = q_{th,ein,max}$ und die elektrische Feldstärke mit (4.15) beschrieben.

Zwischen beiden Stabilitätsmodellen sind 4 Bereiche zu beobachten [Jörgens und Clemens, 2018a]. Im ersten Bereich ist schon bei geringen Strömen das Verhältnis von Q zu q_{Iso} größer als 1/3, womit es nach dem Modell von [Jeroense und Morshuis, 1998] (4.47) bei $I \approx 0 \text{ A}$ und $U \approx 0 \text{ V}$ bereits zu einem Durchschlag kommen würde. Im Gegenzug ist in „Bereich II“ das Verhältnis von Q zu q kleiner als 1/3, womit der Strom theoretisch gegen unendlich laufen

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

kann ohne dass es zu einem Durchschlag kommt. In „Bereich III“ liegt sowohl nach (4.45) als auch nach (4.47) ein stabiler bzw. in „Bereich IV“ ein instabiler Zustand vor. In [Jeroense und Morshuis, 1998] sind keine Grenzen für das Kriterium (4.47) gegeben, sodass es nur in erster Näherung („Bereich III“) gültig ist.

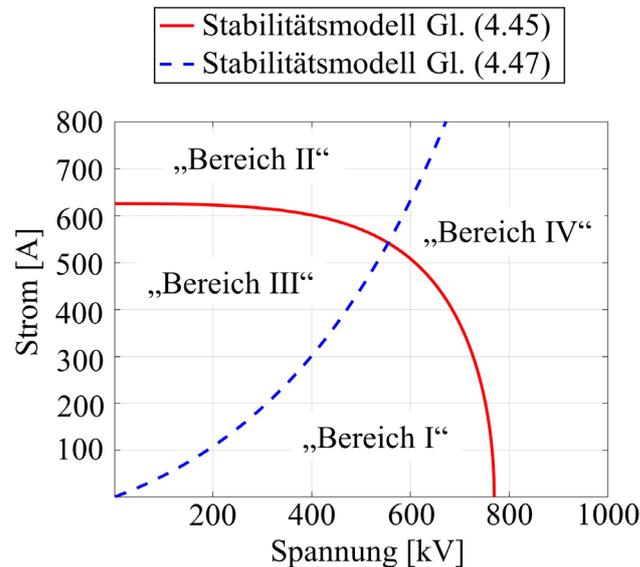


Abbildung 4.31: Gleichung (4.45) schließt mit der x - und y -Achse eine Fläche ein, innerhalb der es zu keinem thermischen Durchschlag kommt (rote Kurve). Das Stabilitätsmodell nach [Jeroense und Morshuis, 1998] schließt thermische Durchschläge für Wertepaare links der gestrichelten Linie aus. In „Bereich I“ ist der Strom sehr gering, sodass auch die Spannung sehr gering sein muss, damit es zu keinem Durchschlag kommt. In „Bereich II“ wird nur nach (4.45) ein Durchschlag berechnet. Nach (4.45) und (4.47) kommt es in „Bereich III“ zu keinem bzw. in „Bereich IV“ zu einem thermischen Durchschlag.

In [Eoll, 1975] sind nun Simulationen und Messungen der thermischen Durchschlagsspannung von zwei Kabeln gegeben. In Abbildung 4.32 links sind Ergebnisse aus [Eoll, 1975], zusammen mit den Ergebnissen der Stabilitätsmodelle (4.45) und (4.47) und Ergebnisse aus [Reddy und Ramu, 2007b] aufgeführt. In Abbildung 4.32 rechts sind Messungen aus [Eoll, 1975], zusammen mit Ergebnissen des Stabilitätsmodells (4.45) und Ergebnissen aus [Reddy und Ramu, 2006] und [Reddy und Ramu, 2007b] zu sehen.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

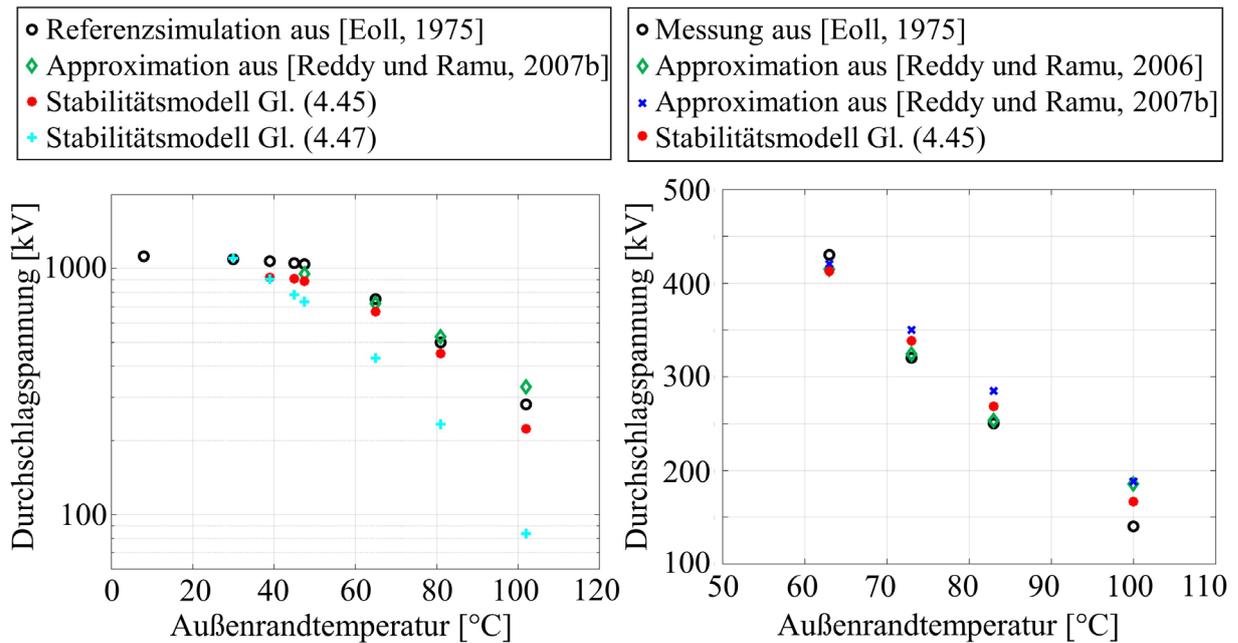


Abbildung 4.32: Links: Vergleich der Durchschlagspannung aus [Eoll, 1975], mit einer Approximation aus [Reddy und Ramu, 2007b] und den Stabilitätsmodellen (4.45) und (4.47). Rechts: Messung der Durchschlagspannung aus [Eoll, 1975], mit Approximationen aus [Reddy und Ramu, 2006] und [Reddy und Ramu, 2007b] und einer Berechnung mittels des Modells (4.45).

$r_i = 13,4 \text{ mm}$
$r_a = 23,1 \text{ mm}$
$\lambda_{MI} = 0.167 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
$\alpha_{th} = 7 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$
$T_\infty = 15^\circ\text{C}$
$I = 776 \text{ A}$
$\kappa_0 = 5 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0.088^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0.03 \text{ mm/kV}$

$r_i = 4 \text{ mm}$
$r_a = 10 \text{ mm}$
$\alpha_{th} = 1 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$
$I = 0 \text{ A}$
$\alpha = 0.1^\circ\text{C}^{-1}$

Die verwendeten Konstanten für Abbildung 4.32 links sind in der Tabelle oben links zu finden, wobei weiterhin das Leitfähigkeitsmodell (2.29) verwendet wird. In Abbildung 4.32 rechts haben sich einige Konstanten geändert, welche separat in der Tabelle unten links zu sehen sind. Da in [Eoll, 1975] keine Angaben über α_{th} und T_∞ gemacht werden, werden die Werte so gewählt, dass die Differenz zu den Ergebnissen aus [Eoll, 1975] minimal ist [Jörgens *et al.*, 2019], [Jörgens und Clemens, 2018a].

In Abbildung 4.32 links liegt unterhalb von 40°C ein elektrischer Durchschlag vor, welcher nach [Eoll, 1975] bei einer Feldstärke von $1,2 \cdot 10^8 \text{ V/m}$ liegt. Mit $U/(r_a - r_i)$ wird so eine Spannung von $U = 1,164 \text{ MV}$ abgeschätzt. Die Verwendung von (4.45) zeigt im Vergleich zu [Reddy und Ramu, 2007b] größere Unterschiede zur Referenz, jedoch geringere im Vergleich zu (4.47). Unterschiede zwischen den Ergebnissen aus [Eoll, 1975] und dem Stabilitätsmodell (4.45) hängen mit leicht unterschiedlichen Berechnungen der Temperaturverteilung zusammen. So wird in [Eoll, 1975] $T(r_a)$ vorgegeben, wohingegen das Stabilitätsmodell (4.45) die Wärmestromdichte $q_{th, ein, max}$ (bei Vorgabe von $T(r_a)$) nutzt, um die Temperatur zu berechnen.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

Unterschiede zwischen (4.45) und den Referenzergebnissen aus [Eoll, 1975] können auch auf die Vernachlässigung von Raumladungen in (4.45) zurückgeführt werden. Nach Abschnitt 4.8.1 führen akkumulierte Raumladungen zu einer etwas erhöhten Durchschlagspannung. Bis auf Temperaturen $T(r_a) > 100^\circ\text{C}$ liefert das Modell (4.45) jedoch eine gute Annäherung der Referenzergebnisse aus [Eoll, 1975]. Das Stabilitätsmodell nach [Jeroense und Morshuis, 1998] (4.47) zeigt hingegen große Unterschiede zu den Referenzergebnissen und ist daher nur in erster Näherung anwendbar. Nach Abbildung 4.32 rechts wird für Temperaturen $> 70^\circ\text{C}$ mit allen drei Modellen eine etwas zu große Durchschlagspannung berechnet. Jedoch zeigt das Stabilitätsmodell (4.45) im Vergleich zu den Approximationen aus [Reddy und Ramu, 2006] und [Reddy und Ramu, 2007b] geringere Abweichungen zur Messung.

4.9 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Ausbildung von Raumladungen innerhalb einer Kabelisolation ist ein Prozess, welcher Abhängig von der elektrischen Feldstärke und der Temperatur auf unterschiedlichen Zeitskalen abläuft. Mit geringen Feldstärken und Temperaturen liegen die elektrischen Zeitkonstanten oberhalb der thermischen Zeitkonstanten. Die Isolierstoffe haben dann eine elektrische Leitfähigkeit von einigen 10^{-15} S/m, wodurch die Akkumulation von Raumladungen Tage oder Monate dauern kann. Bei hohen Feldern und Temperaturen ist die elektrische Zeitkonstante geringer als die thermische, womit das elektrische Feld quasi in einem statischen Zustand ist und der Dynamik der Temperaturverteilung folgt. Die Veränderungen des elektrischen Feldes richten sich dann in erster Linie an den Zeitkonstanten des thermischen Problems. Erst wenn die Temperatur eine statische Verteilung besitzt, erreicht auch das elektrische Feld eine endgültige stationäre Verteilung.

Mit steigender Betriebsdauer des Kabels steigen die Temperatur und der Temperaturgradient innerhalb der Isolation. Dadurch kommt es zur Ausbildung von Raumladungen und einer Inversion des elektrischen Feldes. Durch eine Umpolung der Spannung, wie sie bei LCC HGÜ-Systemen vorkommt, entsteht am Innenleiter ein Felstärkesprung, hervorgerufen durch das negative Feld der Raumladungen und der angelegten Spannung. Durch ein Abschalten der Spannung verschwindet die Raumladungsdichte nicht sofort, sondern baut sich entsprechend der elektrischen Zeitkonstante ab.

Akkumulierte Raumladungen können aufgeteilt werden in einen Raumladungsteil ρ_T , der durch einen Temperaturgradienten entsteht und einen Anteil ρ_E , der durch die elektrische

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolierstoffen

Feldabhängigkeit der Leitfähigkeit entsteht. In der Regel gilt $|\rho_T| > |\rho_E|$, wobei beide Ladungsdichten zueinander gedrehte Vorzeichen haben. Somit ist die gesamte Ladungsdichte $\rho = \rho_T + \rho_E < \rho_T$ und diese sinkt zudem mit steigender Feldstärkeabhängigkeit; die Nettoladungsdichte $|\rho_T| + |\rho_E|$ steigt jedoch mit eben dieser an. Mit steigendem Temperaturgradienten steigt auch die Feldinversion, wobei es bei einem Temperaturgradienten von $T_i - T_a = \ln(r_a/r_i)/\alpha$ zu einer annähernd homogenen Feldverteilung kommt. Die Polarität der Spannung hat dabei keinen Einfluss auf die Amplitude der Ladungsdichte. Durch den „Mirror-Image-Effect“ kommt es bei einer gedrehten Polarität der Spannung zu einer Injektion von Ladungen mit gedrehtem Vorzeichen und einer gedrehten Polarisierung des Materials. Letztlich kommt es so zu einer amplitudengleichen, aber im Vorzeichen gedrehten statischen Ladungsverteilung.

Zusätzlich zur Raumladungsbildung innerhalb der Isolation, kommt es an den Elektroden ebenfalls zu einer Ansammlung von Ladungen. Diese werden jedoch nicht in den üblichen in Abschnitt 2.9 vorgestellten Modellen berücksichtigt. Dadurch zeigen sich gerade an den Elektroden große Abweichungen zwischen Simulation und Messung (vgl. [Bodega, 2006], S. 84). Statische Ladungsverteilungen an den Elektroden können durch eine zusätzliche räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit simuliert werden. Ein Abfallen der Leitfähigkeit zu den Elektroden hin führt zu Heterocharges und ein Anstieg der Leitfähigkeit zu Homocharges. Ein Vergleich zu Messungen zeigt dabei, dass sich Heterocharges in einer VPE und LDPE Isolation in ca. 25 % der Isolationsdicke in der Nähe der Elektroden aufhalten.

Neben der elektrischen Leitfähigkeit führt auch eine räumliche Variation der Permittivität zu einer Ladungsansammlung an den Elektroden. Hier führen umgekehrt zur Leitfähigkeit ein Anstieg der Permittivität zu den Elektroden hin zu einer Bildung von Heterocharges und eine Absenkung der Permittivität zu Homocharges.

Zwar konnte durch die Erweiterung der Leitfähigkeit und der Permittivität in der Modellbildung die Differenz zwischen der Simulation und der Messung verringert werden, jedoch verschwindet diese nicht vollständig. Eine Ladungsverteilung besitzt viele Einflussfaktoren (z.B. Meßprozedur, Alter, Herstellung). Es ist daher schwierig Ergebnisse aus verschiedenen Literaturquellen zu nutzen, um ein allgemeingültiges Modell zu entwickeln, da schon die Verarbeitung oder das Einsatzgebiet der Isolation einen Einfluss auf die Leitfähigkeit und damit auf die Ladungsverteilung hat. Liegen somit neben Raumladungsmessungen auch Leitfähigkeitsmessungen vor, dann können die entwickelten Modelle eine gemessene Ladungsbewegung in guter Übereinstimmung nachsimulieren.

4. Simulation und Berechnung der elektrischen Feldverteilung in Kabelisolationstoffen

Neben der elektrischen Belastung unterliegt die Isolation auch thermischem Stress. Zur Verhinderung eines thermischen Durchschlags der Kabelisolation muss die zugeführte Wärme in gleichem oder höherem Maße abgeführt werden können.

Ohne Raumladungen liegt das Maximum der Temperatur und der Feldstärke am Innenleiter, wodurch auch hier die Verlustleistungsdichte $\kappa|\vec{E}|^2$ am größten ist. Bei der Akkumulation von Ladungen wandert das Maximum der Feldstärke zum Außenrand, wohingegen das Maximum der Temperatur am Leiter verbleibt. Durch die Akkumulation von Raumladungen steigt damit die Durchschlagspannung an. Letztlich zeigt sich, dass die Feldstärke im Vergleich zur Temperatur einen höheren Einfluss auf $\kappa|\vec{E}|^2$ und damit auf die Durchschlagspannung hat. Während der Akkumulation von Ladungen wandert somit der Ort der Instabilität vom Innenleiter zum Außenrand. Werden die Isolationsverluste $\kappa|\vec{E}|^2$ als zusätzliche Wärmestromdichte am Innenleiter modelliert, lässt sich eine thermische Durchschlagbedingung für die Wärmestromdichte formulieren. Aus dieser kann ein Intervall von Strömen und Spannungen berechnet werden bei dem es noch zu keinem Durchschlag kommt. Die thermische Durchschlagspannung lässt sich auf diese Weise approximieren. Im Vergleich zum Modell aus [Jeroense und Morshuis, 1998] besitzen die Ergebnisse des in dieser Arbeit entwickelten Stabilitätsmodells eine höhere Übereinstimmung mit Messungen und Referenzlösungen aus [Eoll, 1975].

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Im vorherigen Kapitel wurde die Umgebung des Kabels vernachlässigt, wodurch bei den Simulationen die Zylindergeometrie ausgenutzt werden konnte. Dabei reduziert sich die Kabelsimulation auf ein eindimensionales Problem. Wird zusätzlich die Umgebung des Kabels berücksichtigt, dann vergrößert sich das betrachtete Rechengebiet und die Simulationszeit steigt folglich an.

Im folgenden Kapitel wird die Umgebung in der sich das Kabel befindet explizit mitbetrachtet. In Abschnitt 5.1 wird zunächst die thermische Leitfähigkeit mittels Messungen aus der Literatur modelliert, da diese eine Abhängigkeit vom Feuchtigkeitsgehalt des Bodens und der Temperatur selbst zeigt (Abschnitt 5.1.1). Des Weiteren wird betrachtet, in wie weit das elektrische Feld und die Temperaturverteilung innerhalb der Kabelisolation als radialsymmetrisch angesehen werden können. Damit wird untersucht, ob das gekoppelte elektro-thermische Problem in zwei Teilprobleme ausspalten werden kann. Die Temperaturberechnung erfolgt mittels der vollständigen zweidimensionalen Geometrie, wobei Isolationsverluste vernachlässigt werden. Die anschließende Feldberechnung nutzt die zuvor ermittelte Temperaturverteilung, sowie die Radialsymmetrie des Feldes, um das elektrische Feld in einer weiteren eindimensionalen numerischen Simulation zu bestimmen. Betrachtet werden dazu Einzelkabel (Abschnitt 5.1.2) und Kabelpaare (Abschnitt 5.1.3).

In Abschnitt 5.2 wird ein thermo-elektro-quasistationäres Modell vorgestellt, mit dessen Hilfe das stationäre elektrische Feld berechnet werden kann, wenn es keine Radialsymmetrie mehr besitzt. Dazu werden u.a. analytische Ergebnisse, hergeleitet in Abschnitt 4.4, genutzt. Die Überprüfung des entwickelten Modells erfolgt durch einen Vergleich gegen eine vollständige numerische Simulation des gekoppelten elektro-thermischen Problems für zwei Anwendungsbeispiele.

Zuletzt wird in Abschnitt 5.3 die Berechnung des statischen Feldes mittels Fixpunkt-Iteration gegen eine transiente Simulation, hinsichtlich Berechnungsdauer und Genauigkeit, verglichen.

5.1 Einfluss der Feuchtigkeit des Erdbodens auf die Temperatur und die elektrische Feldverteilung von Einzelkabeln und Kabelpaaren

Für die bislang betrachteten Ergebnisse wurde die Umgebung weitestgehend unberücksichtigt gelassen. Die produzierte Wärme eines Kabels hat jedoch einen Einfluss auf die Bodentemperatur bzw. den Feuchtigkeitsgehalt des Bodens und damit auf dessen thermische Materialeigenschaften. Umgekehrt führt eine Änderung der Bodenfeuchtigkeit bzw. -temperatur auf unterschiedliche thermische Leitfähigkeiten dieses, was die Außenrandtemperatur $T(r_a)$ und damit die Temperaturverteilung innerhalb der Kabelisolation beeinflusst. Der Einfluss von unterschiedlichen Umgebungseigenschaften auf die resultierenden thermischen und elektrischen Felder soll daher im Folgenden betrachtet werden. Des Weiteren wird untersucht, ob die Temperatur und die elektrische Feldstärke entkoppelt voneinander berechnet werden kann.

Die Berechnungen der Temperatur in der Umgebung erdverlegter Kabel gehen zurück bis ins 19. und 20. Jahrhundert, mit dem Aufkommen der Elektrizität [Holyk und Anders, 2015]. Mit entwickelten analytischen Gleichungen konnte vereinfacht die Temperaturverteilung in der Umgebung einer zylinderförmigen Wärmequelle berechnet werden. Dazu wurden Analogien zur elektrostatischen Potentialverteilung einer zylinderförmigen Elektrode verwendet, um mittels der Spiegelungsmethode die Temperaturdifferenz von der Wärmequelle zu einem Punkt in der Umgebung zu bestimmen (Kennelly-Gleichung, Neher-Gleichung) [Neher, 1949], [Bauer und Nease, 1957], [Mitchell und Abdel-hadi, 1979]. Diese ersten analytischen Gleichungen berücksichtigen nicht den Temperaturgradienten innerhalb des Kabels, sondern nehmen die Kabeltemperatur vom Leiter zum Außenrand als konstant an. Später konnten, unter Zuhilfenahme des *Ohm'schen Gesetzes der Wärmeleitung*, diese einzelnen Temperaturgradienten innerhalb des Kabels auch bestimmt werden [Peschke und Olshausen, 1997]. Die Spiegelungsmethode wird auch in den Normen IEC 60287 und IEC 60853 verwendet, um die Temperatur des Kabels und damit die maximale Stromtragfähigkeit dieses zu berechnen [Heinhold und Stubbe, 1999], [Huang, 2014].

Da in dieser Arbeit die Temperatur innerhalb der Isolation und im Erdboden betrachtet wird, wird die Temperatur vereinfacht nur über Wärmeleitung (2.14) berechnet. An den Boden angrenzende Luftschichten (Kabel ist verlegt im Erdboden) oder Wasserschichten (Kabel ist verlegt im Meeresboden) werden durch Konvektion (2.15) modelliert. Die Dichte δ und die Wärmekapazität c_p einzelner Stoffe ist in der Literatur meist als konstant gegeben. Die

Wärmeleitfähigkeit λ hingegen zeigt eine Abhängigkeit von der Temperatur und der Feuchtigkeit des Erdbodens [Heinhold und Stubbe, 1999], [Nikolaev *et al.*, 2013].

5.1.1 Die thermische Leitfähigkeit von Erdboden

Die thermische Leitfähigkeit des Erdbodens ist insofern problematisch zu modellieren, da Böden aus einem Gemisch von festen Bestandteilen, Luft und Wasser bestehen und der Wärmetransport damit auf unterschiedliche Arten geschieht [Spitzner *et al.*, 2013]. Die Wärmeleitfähigkeit λ_{Boden} der einzelnen Bodenarten variiert damit unter sich ($\lambda_{\text{Sand}} \neq \lambda_{\text{Kies}} \neq \lambda_{\text{Lehm}}$) und hängt zudem stark vom Feuchtigkeitsgehalt θ ab. Die Wärmeleitfähigkeit sinkt dabei mit sinkender Feuchtigkeit [Peschke und Olshausen, 1997], [Nikolaev *et al.*, 2013], [Dehner *et al.*, 2015]. Nach DIN VDE 0276-1000 bzw. IEC 60287 kann die Wärmeleitfähigkeit von Böden in vier Klassen [Heinhold und Stubbe, 1999] [Trinks, 2010] aufgeteilt werden:

- sehr feucht: $\lambda_{\text{Boden}} = 1,43 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$,
- feucht: $\lambda_{\text{Boden}} = 1,00 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$,
- trocken: $\lambda_{\text{Boden}} = 0,50 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$,
- sehr trocken: $\lambda_{\text{Boden}} = 0,33 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$.

Messungen aus [Nikolaev *et al.*, 2013] sind in Abbildung 5.1 dargestellt und zeigen zudem eine Abhängigkeit von der Temperatur.

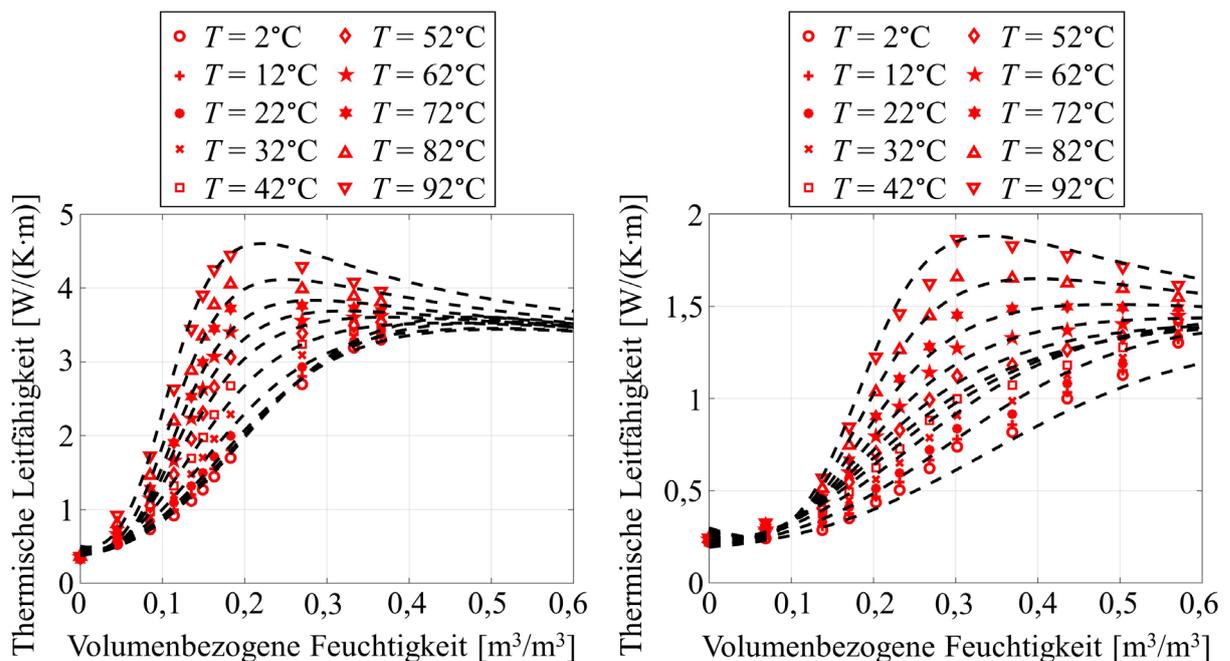


Abbildung 5.1: Messungen aus [Nikolaev *et al.*, 2013], zusammen mit dem Leitfähigkeitsmodell (5.1). Links: „Ottawa Sand“. Rechts: „fein sandiger Richmond Hill Lehm“.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

In Abbildung 5.1 links sind Messungen von „Ottawa Sand“ und in Abbildung 5.1 rechts sind Messungen von „fein sandigem Richmond Hill Lehm“ zu sehen. Beide Messungen können durch

$$\lambda_{\text{Boden}} = \frac{p_1 \cdot \theta^2 + p_2 \cdot \theta + p_3}{\theta^2 + q_1 \cdot \theta + q_2} \quad (5.1)$$

approximiert werden, wobei die temperaturabhängigen Variablen p_1 , p_2 , p_3 , q_1 und q_2 für „Ottawa Sand“ mit

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{2,66 \cdot T^2 - 97 \cdot T + 3458}{T^2 - 45 \cdot T + 1527}, \\ p_2 &= 0,1 \cdot \sin[0,05 \cdot (T + 23^\circ\text{C})] - 0,09, \\ p_3 &= \frac{0,037 + 0,01 \cdot \exp[0,1 \cdot (T - 30^\circ\text{C})]}{1 + \exp[0,1 \cdot (T - 30^\circ\text{C})]}, \\ q_1 &= \frac{-0,266 \cdot T^2 + 17,5 \cdot T - 546}{T^2 - 41,7 \cdot T + 1525}, \\ q_2 &= \frac{0,1 + 0,02 \cdot \exp[0,1 \cdot (T - 30^\circ\text{C})]}{1 + \exp[0,1 \cdot (T - 30^\circ\text{C})]}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

und für „fein sandigen Richmond Hill Lehm“ mit

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{0,97 \cdot T^2 - 23 \cdot T + 1011}{T^2 - 40,6 \cdot T + 1277}, \\ p_2 &= \frac{-0,01 - 0,19 \cdot \exp[0,06 \cdot (T - 40^\circ\text{C})]}{1 + \exp[0,06 \cdot (T - 40^\circ\text{C})]}, \\ p_3 &= \frac{0,11 + 0,015 \cdot \exp(0,07 \cdot T)}{1 + \exp(0,07 \cdot T)}, \\ q_1 &= \frac{-0,586 \cdot T^2 + 42,4 \cdot T - 1076}{T^2 - 43,2 \cdot T + 1630}, \\ q_2 &= \frac{0,6 + 0,05 \cdot \exp(0,07 \cdot T)}{1 + \exp(0,07 \cdot T)}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

gegeben sind. Die Temperatur T ist dabei in Grad Celsius anzugeben. Da die Werte in Abbildung 5.1 rechts eine höhere Übereinstimmung mit den DIN VDE 0276-100 bzw. IEC 60287-Werten haben, werden diese für die folgenden Simulationen genutzt.

Bei einer Temperatur von 20°C entsprechen die Leitfähigkeiten aus den Normen, Feuchtigkeitswerten von

- sehr feucht $\theta \approx 0,60 \text{ m}^3/\text{m}^3$,
- feucht $\theta \approx 0,43 \text{ m}^3/\text{m}^3$,
- trocken $\theta \approx 0,20 \text{ m}^3/\text{m}^3$,
- sehr trocken $\theta \approx 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$,

welche angenommen werden können, damit die thermische Leitfähigkeit des Bodens in den folgenden Simulationen nur noch eine Funktion der Temperatur ist.

5.1.2 Berechnung der elektrischen und der thermischen Feldverteilung innerhalb einer Kabelisolation durch Separation des gekoppelten elektro-thermischen Problems

Für die Berechnung der Temperatur und der elektrischen Feldstärke in der Umgebung eines erdverlegten Kabels ist die betrachtete Geometrie in Abbildung 5.2 zu sehen. Das Kabel besteht vereinfacht aus dem Leiter, der Isolation (MI), dem metallischen Außenleiter (Aluminium) und dem Außenmantel (PE). Weitere Schichten sind zu dünn, sodass der entstehende Temperaturgradient vernachlässigt werden kann. Die thermischen Leitfähigkeiten aller Kabelkomponenten können dabei als konstant angesehen werden, mit $\lambda_{\text{MI}} = 0,167 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$, $\lambda_{\text{Aluminium}} = 236 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ und $\lambda_{\text{PE}} = 0,286 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ [Eoll, 1975], [Heinhold und Stubbe, 1999], [Bodega, 2006], [Spitzner *et al.*, 2013].

Das Kabel selbst befindet sich nicht direkt in der Erde, sondern ist von einem thermisch stabilen Bettungsmaterial (Grabenrückfüllung), welches z.B. aus einer Kies-Sand-Mischung mit Kalksteinmehl besteht, umgeben [Peschke und Olshausen, 1997], [Heinhold und Stubbe, 1999]. Um auch bei einer starken Bodenaustrocknung eine ausreichende Wärmeabfuhr des Kabels zu gewährleisten, besitzt das Bettungsmaterial auch bei vollständiger Austrocknung eine thermische Leitfähigkeit von $\geq 1 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$, wobei in dieser Arbeit $\lambda_{\text{Bettungsmaterial}} = 1 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ angenommen wird [Peschke und Olshausen, 1997]. Das Bettungsmaterial sollte sich bis zu einem Abstand von 30 cm um das Kabel herum befinden [Heinhold und Stubbe, 1999].

In Abbildung 5.2 links ist das Kabel innerhalb der Erde zu sehen. Hochspannungskabel werden dabei üblicherweise 1,5 m und Mittelspannungskabel ca. 0,8 bis 1,0 m tief vergraben [Ebert *et al.*, 2016]. Nach Abbildung 5.2 links beträgt der Abstand vom Mittelpunkt des Kabels zur Erde-Luft-Grenzschicht damit $r_{\text{außen}} + 1,5 \text{ m}$.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

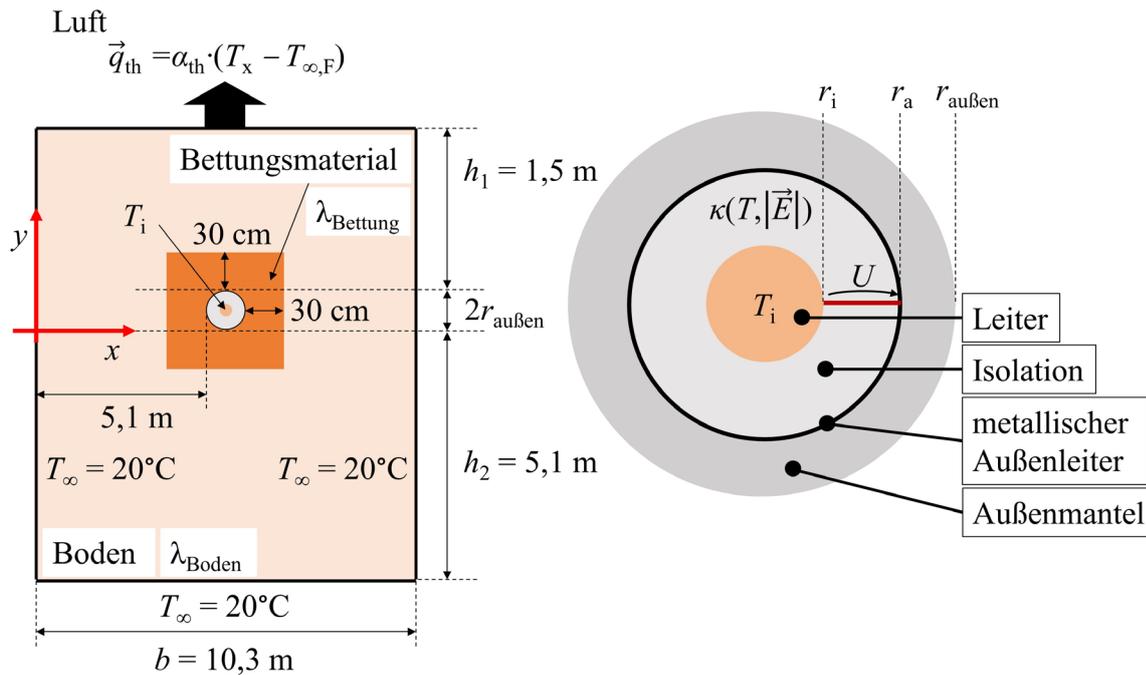


Abbildung 5.2: Links: Zweidimensionale Geometrie eines Hochspannungskabels im Erdboden. Rechts: Schnitt des Kabels, bestehend aus Leiter, Isolation, metallischem Außenleiter und Außenrand.

Die Abstände vom Außenmantel des Kabels zum linken ($b/2 - r_{\text{außen}}$), rechten ($b/2 - r_{\text{außen}}$) und unteren (h_2) Rand der in Abbildung 5.2 links betrachteten Umgebung werden so gewählt, dass die Wärmestromdichten an gerade diesen Rändern maximal 1 % der Wärmestromdichte über den Außenmantel des Kabels entsprechen. Die Wärmestromdichte einer zylinderförmigen Wärmequelle verhält sich für $r \rightarrow \infty$ proportional zu $1/r$. Damit muss der minimale Abstand zwischen dem Außenmantel und den linken, rechten und unteren Rändern der

$r_i = 23,2 \text{ mm}$
$r_a = 42,4 \text{ mm}$
$r_{\text{außen}} = 50,2 \text{ mm}$
$\lambda_{\text{MI}} = 0,167 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
$\lambda_{\text{Aluminium}} = 236 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
$\lambda_{\text{PE}} = 0,286 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
$\lambda_{\text{Bettung}} = 1 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
$U = 450 \text{ kV}$
$T_{\infty} = 20^\circ\text{C}$
$T_{\infty,\text{F}} = 20^\circ\text{C}$
$\epsilon_r = 3,5$
$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0,1^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0,03 \text{ mm/kV}$

Umgebung des Kabels $\geq 100r_{\text{außen}}$ sein. Für den Abstand zwischen dem Außenmantel des Kabels und dem linken bzw. rechten Rand der Umgebung folgt damit $b/2 - r_{\text{außen}} = 5,1 \text{ m}$, womit die gesamte Breite der Umgebung $b = 10,3 \text{ m}$ ist. Für den Abstand vom Außenmantel zum unteren Rand wird ebenfalls $h_2 = 5,1 \text{ m}$ angenommen (s. Abbildung 5.2 links).

Die Abmessungen und Konstanten des betrachteten MI-Hochspannungskabels sind in der linken Tabelle zu finden. Der metallische Außenleiter hat dazu eine Dicke von $2,8 \text{ mm}$ und für die Leitertemperatur wird die maximale Betriebstemperatur von MI ($T_i = 55^\circ\text{C}$) angenommen. Die Ränder des Berechnungsgebietes sind auf $T_{\infty} = 20^\circ\text{C}$ fest

gesetzt. Des Weiteren gilt für die elektrische Leitfähigkeit des Kabelisolationsmaterials das Modell (2.29) [Jeroense und Morshuis, 1998], [Liu *et al.*, 2017]. Eine Leitertemperatur gleich der maximalen Betriebstemperatur ist im normalen Betrieb des Kabels nicht zu erwarten und dessen Annahme dient hier in erster Linie als Voraussetzung für eine *Worst Case* Abschätzung.

Der Übergang zwischen Erdboden und Luft wird mittels konvektivem Wärmetransport modelliert. Dabei ist die Wärmestromdichte betragsmäßig gegeben durch

$$|\vec{q}_{\text{th}}| = \alpha_{\text{th}} \cdot (T_x - T_{\infty, \text{F}}),$$

mit der Temperatur der Erde-Luft-Grenzschicht T_x und der Lufttemperatur $T_{\infty, \text{F}} = 20^\circ\text{C}$. Der Wärmeübergangskoeffizient α_{th} ist im Allgemeinen schwierig zu bestimmen, da dieser von vielen Faktoren abhängt. In Anhang D sind für die betrachtete Geometrie der Wärmeübergangskoeffizient α_{th} in Abhängigkeit verschiedener Faktoren, wie z.B. Lufttemperatur (Fluidtemperatur T_{Fluid}) oder Strömungsgeschwindigkeit der Luft (v_{Fluid}) aufgetragen. Wird nur eine geringe Geschwindigkeit der Luft angenommen und $T_{\text{Fluid}} = T_{\infty, \text{F}} = 20^\circ\text{C}$ betrachtet, so kann ein Wärmeübergangskoeffizient von $\alpha_{\text{th}} \approx 1,5 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$ angenommen werden (s. Abbildung D.1).

Die statischen Temperaturverteilungen für $\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (sehr feucht) und $\theta \approx 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (sehr trocken) sind beispielhaft in Abbildung 5.3 zu sehen. Für die Berechnung wird die potentialbasierte Feldformulierung mit einem expliziten Euler-Zeitintegrationsverfahren (Abbildung 3.2) verwendet. Die Berechnung bricht nach einer Zeit von $t = t_{\text{stat}} = 5.000 \text{ s}$ ab, da sowohl die elektrische Feldstärke als auch die Temperaturverteilung annähernd konstant über der Zeit sind und $\|\Phi^{m+1} - \Phi^m\| / \|\Phi^m\| < 1 \%$ gilt.

Werden die Isolationsverluste in der Simulation vernachlässigt, sind vernachlässigbare Temperaturabweichungen zu denen in Abbildung 5.3 zu sehen. Ein Vergleich zwischen den Verlusten im Leiter und denen im Isolator zeigt, dass die Isolatorverluste hier um mehr als zwei Größenordnungen unterhalb der Leiterverluste liegen und deshalb, wie bereits in Abschnitt 4.2 erwähnt, zu keiner merklichen Temperaturerhöhung führen.

Die Temperaturlösungen in Abbildung 5.3, der Beispielgeometrie in Abbildung 5.2, zeigen nun, dass mit steigender Feuchtigkeit und damit steigender Wärmeleitfähigkeit die Temperatur in der Umgebung des Kabels sinkt. Oberhalb des Kabels an der Grenzschicht zwischen Erde und Luft steigt die Temperatur jedoch leicht, was mit einer höheren möglichen Wärmeabgabe des Kabels zusammenhängt. Sowohl bei einem sehr trockenen Boden als auch bei einem sehr feuchten Boden liegt die Temperatur $T_{\text{Erde-Luft}}$ bei $\approx 22^\circ\text{C}$. Mit steigender

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Trockenheit steigen nach Abbildung 5.3 sowohl der Einfluss des Kabels auf dessen Umgebung als auch dessen Stromtragfähigkeit. Damit das Kabel nicht thermisch überlastet wird, muss der Strom (Leitertemperatur) mit sinkender Feuchtigkeit oder steigender Umgebungstemperatur reduziert werden. VPE-Kabel besitzen, im Vergleich zu MI Kabeln, eine höhere Betriebstemperatur. Zum einen ist dadurch ein höherer Strom möglich, zum anderen steigt auch die Temperatur in der Umgebung des Kabels und dessen Einfluss auf die Umwelt.

Neben dem Kabel selbst hat auch der Wärmeabtransport durch die Luft einen Einfluss auf die Temperaturverteilung im Boden. Eine Variation des Wärmeübergangskoeffizienten α_{th} , z.B. durch unterschiedliche Luftgeschwindigkeiten (s. Abbildung D.1) bzw. wenn nur natürliche Konvektion vorliegt, beeinflusst ebenfalls die Temperaturverteilung in der Umgebung des Kabels.

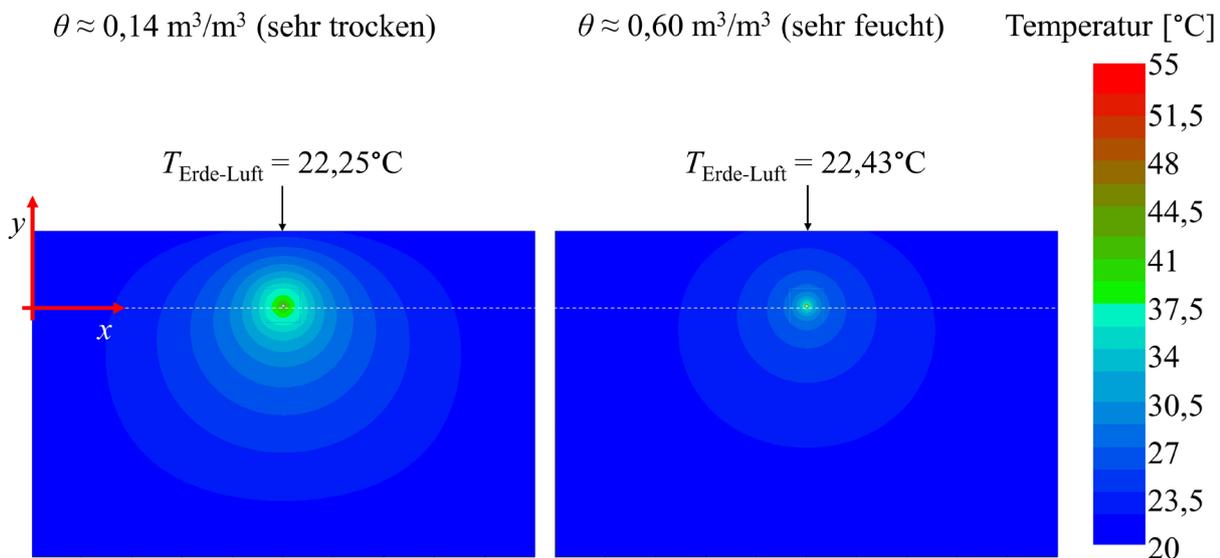


Abbildung 5.3: Statische Temperaturverteilung in der Umgebung des Kabels. Links: Sehr trockene Erde ($\theta \approx 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$). Rechts: Sehr feuchte Erde ($\theta \approx 0,60 \text{ m}^3/\text{m}^3$).

Eine Untersuchung der Temperaturwerte am Außenmantel des Kabels in Abbildung 5.3 zeigt sowohl für $\theta \approx 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$ als auch für $\theta \approx 0,60 \text{ m}^3/\text{m}^3$ maximale Temperaturschwankungen von $0,055^\circ\text{C}$ entlang des Außenmantels des Kabels in azimutale Richtung. Dies entspricht einer relativen Abweichung von 0,13 %. Trotz der zweidimensionalen Problemstellung in Abbildung 5.2 links liegt daher innerhalb der Isolation weiterhin eine annähernd radial-symmetrische Temperaturverteilung vor [Jörgens und Clemens, 2021].

Da zudem Isolationsverluste vernachlässigt werden können, kann somit für die Berechnung des elektrischen Feldes von Kabeln im Erdboden das gekoppelte elektro-thermische Problem in zwei Teile aufgespalten werden:

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Zunächst erfolgt die Temperaturberechnung mittels der zweidimensionalen Geometrie, zu sehen in Abbildung 5.2 links. Da lediglich stationäre Fälle betrachtet werden, kann die Temperatur über die stationäre Wärmeleitungsgleichung

$$\operatorname{div}[\lambda(T) \operatorname{grad} T] = 0 \quad (5.4)$$

ermittelt werden. Da die Wärmeleitfähigkeit λ des Bodens von der Temperatur T abhängt (vgl. (5.1) bis (5.3)), wird die Temperatur iterativ berechnet. Als Startwert zur Berechnung von $\lambda(T)$ entspricht die Temperatur T der Umgebungstemperatur $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ und ist konstant innerhalb der gesamten Geometrie. Anschließend werden $\lambda(T)$ und (5.4) in jedem Iterationschritt neu berechnet. Die Lösung konvergiert jedoch recht schnell gegen die stationäre Temperatur, da die Nichtlinearität in (5.2) und (5.3) vergleichsweise schwach ist. Anschließend erfolgt mittels der Temperatur innerhalb der Isolation eine eindimensionale Simulation zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke. Die Feldstärke wird dabei mit der ladungsbasierten EQS-Feldformulierung berechnet, wobei das Feldsimulationsprogramm aus Abschnitt 3.2.1 genutzt wird. Da bei der eindimensionalen Kabelisolation, im Vergleich zur zweidimensionalen Temperatursimulation, deutlich weniger Freiheitsgrade vorliegen, hat diese Berechnung keinen großen Einfluss auf die gesamte Rechenzeit beider Simulationen. In Abbildung 5.4 ist nun die stationäre Temperatur und das resultierende stationäre elektrische Feld innerhalb der Kabelisolation (Abbildung 5.2 rechts) dargestellt.

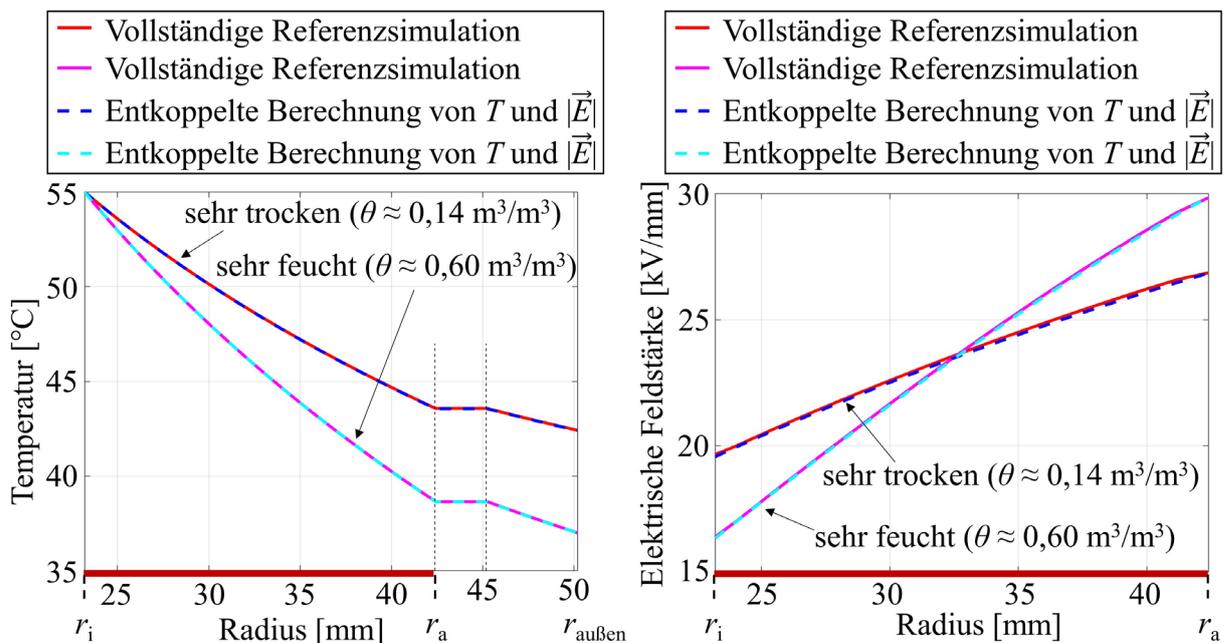


Abbildung 5.4: Vergleich der Feldverteilungen, berechnet durch die vollständige transiente Referenzsimulation und durch eine entkoppelte Temperatur- und Feldberechnung. Links: Statische Temperatur. Rechts: Stationäres elektrisches Feld.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Die durchgezogene Linie bildet dabei die Lösung der vollständigen transienten Referenzsimulation, mit der gekoppelten elektro-thermischen Berechnung nach Abbildung 3.2 innerhalb der zweidimensionalen Geometrie in Abbildung 5.2. Die gestrichelten Linien zeigen die Ergebnisse der vereinfachten Berechnung durch die entkoppelte Berechnung der Temperatur T und der elektrischen Feldstärke $|\vec{E}|$.

Die relative Abweichung der stationären elektrischen Felder zwischen beiden Berechnungen liegt bei $< 0,5\%$. Da die eindimensionale Simulation einen geringen Einfluss auf die gesamte Rechenzeit hat, ist die entkoppelte Berechnung ungefähr um den Faktor 8 schneller als die vollständige transiente Referenzsimulation:

- Rechenzeit der vollständigen transienten Referenzsimulation: 303 s
- Rechenzeit der entkoppelten Berechnung von T und $|\vec{E}|$: 36,6 s

Die Berechnungen werden durchgeführt auf einem Desktop PC, mit Intel i5-Prozessoren, mit 4 Kernen, bei je 3,2 GHz und insgesamt 16 GB RAM²⁶.

Aufgrund der hohen thermischen Leitfähigkeit des metallischen Außenleiters ($\lambda_{\text{Aluminium}} = 236 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$), im Vergleich zu allen übrigen Materialien ($\lambda_{\text{Rest}} \leq 2 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$), wirkt dieser wie eine Äquipotentialfläche für die Temperatur (Abbildung 5.4 links, $r_a \leq r \leq 45,2 \text{ mm}$). Dadurch entsteht trotz der inhomogenen Umgebung ein annähernd radialsymmetrisches thermisches Feld innerhalb der Isolation. Die Dicke des metallischen Leiters hat dabei keinen Einfluss auf das Ergebnis. So entsteht auch bei einem weniger dicken Außenleiter ($< 2,8 \text{ mm}$) ein radialsymmetrisches Feld [Jörgens und Clemens, 2019d], [Jörgens und Clemens, 2021].

5.1.3 Betrachtung von Kabelpaaren im Erdboden

Kabelpaare besitzen aufgrund der nicht-radialsymmetrischen Geometrie keine symmetrische Temperaturverteilung in deren näherer Umgebung. Bei der Betrachtung eines Kabelpaares kann jedoch ein annähernd radialsymmetrisches Feld innerhalb der Isolation beobachtet werden, wenn ein metallischer Außenleiter berücksichtigt wird. Betrachtet wird nun weiterhin die Geometrie in Abbildung 5.2, jedoch wird anstelle eines Kabels ein Kabelpaar angenommen. In Abbildung 5.5 ist die statische Temperaturverteilung innerhalb (Abbildung 5.5 rechts) und in der Umgebung (Abbildung 5.5 links) eines Kabelpaares zu sehen. Die Temperatur wird dabei iterativ über (5.4) berechnet. Analog zu den Ergebnissen aus dem vorherigen Abschnitt führen die Isolationsverluste zu keiner signifikanten Temperaturänderung.

²⁶ Arbeitsspeicher, engl. Random Access Memory (RAM)

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

In Abbildung 5.5 wird ein sehr feuchter Boden ($\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$) angenommen, da es hier zu den größten Temperaturgradienten in der Nähe beider Innenleiter und in der Umgebung der beiden Kabel kommt. Aufgrund des symmetrischen Aufbaus liegt innerhalb der Isolation, auf der kabelzugewandten Seite (Bereich A) und der kabelabgewandten Seite (Bereich B), je die gleiche Temperaturverteilung vor. Die Temperatur ist aufgrund der Nähe der beiden Leiter in Bereich A, im Vergleich zu Bereich B, größer und steigt an der Erdoberfläche, abhängig von der Feuchtigkeit des Bodens, um ca. $0,7^\circ\text{C}$ bis 1°C an.

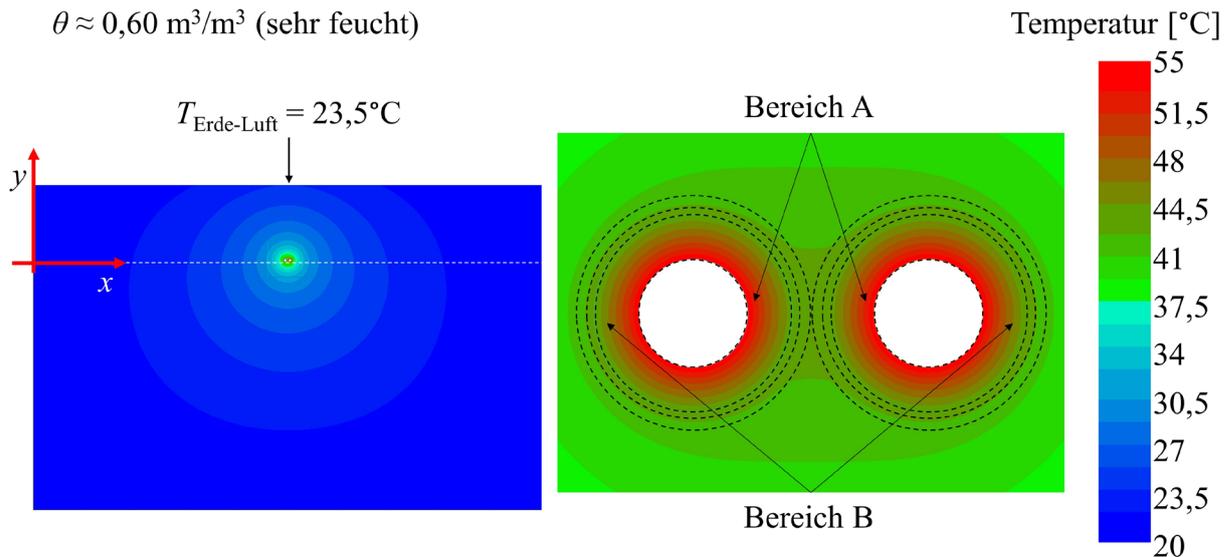


Abbildung 5.5: Links: Statische Temperaturverteilung in der Umgebung des Kabels, unter der Annahme eines sehr feuchten Bodens ($\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$). Rechts: Detailansicht der Temperatur innerhalb des Kabelpaars.

Liegt bei einem HGÜ-Kabel ein metallischer Außenleiter vor, so kommt es auch bei einer hohen Feuchtigkeit ($\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$) und damit einem hohen Temperaturgradienten im Kabel nur zu vernachlässigbar geringen Temperaturunterschieden zwischen den Bereichen A und B, innerhalb der Isolation und dem metallischen Außenleiter (s. Abbildung 5.6 links, bei $r_i \leq r \leq 45,2 \text{ mm}$). Wird jedoch der metallische Außenleiter nicht berücksichtigt, dann kommt es zu einem höheren Temperaturgradienten im Bereich B und innerhalb der Isolation zu Temperaturdifferenzen zwischen beiden Bereichen von bis zu 7°C (s. Abbildung 5.6 rechts). Die Dicke des metallischen Außenleiters hat in diesem Fall einen Einfluss auf die Temperaturverteilung. So nähert sich die Verteilung in Abbildung 5.6 links mit geringerer werdender Dicke der Verteilung in Abbildung 5.6 rechts an.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

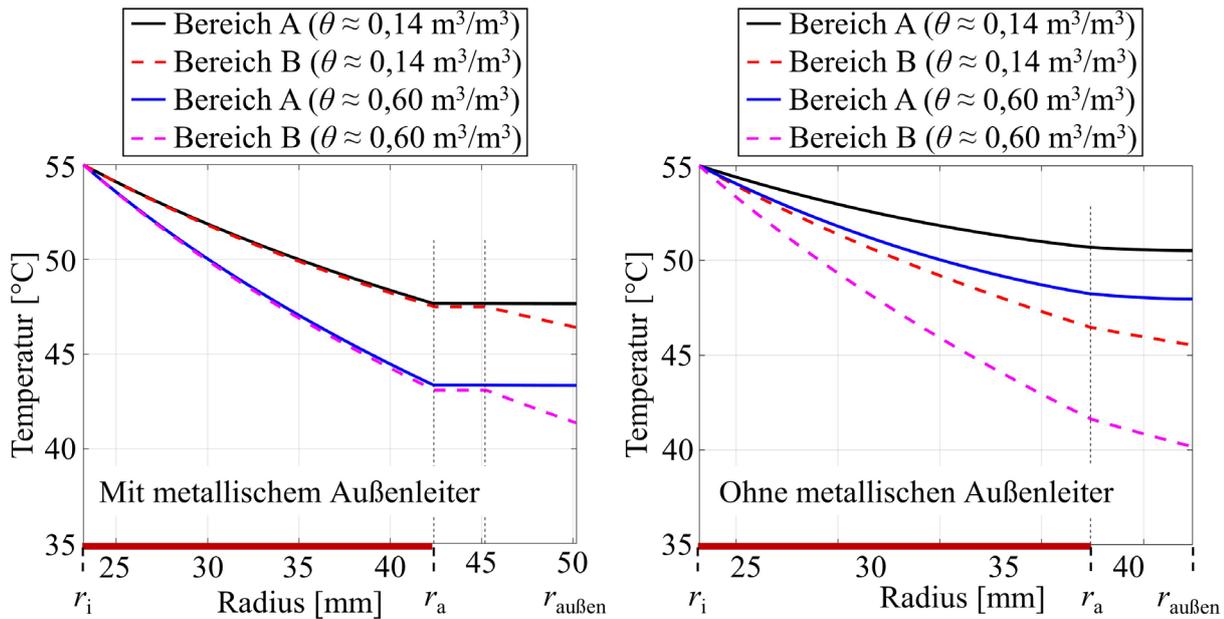


Abbildung 5.6: Links: Temperaturverteilung innerhalb der Bereiche A und B aus Abbildung 5.5 rechts. Links: Mit metallischem Außenleiter. Rechts Ohne metallischen Außenleiter.

Den Einfluss, welchen die Dicke des metallischen Außenleiters auf die radialsymmetrische Temperatur hat, soll nun mit Abbildung 5.6 rechts näher untersucht werden. Aufgrund von vernachlässigten Isolationsverlusten hängen die Temperaturgradienten in Abbildung 5.6 rechts von dem Verhältnis zwischen λ_{MI} und λ_{PE} und den Verhältnissen der Radien r_i , r_a und $r_{\text{au\ss}en}$ ab. Die Temperaturverteilung innerhalb der Isolation $T_{\text{Isolation}}$ und dem Außenmantel $T_{\text{Au\ss}enmantel}$ ist dabei analog dem elektrostatischen Potential eines zylinderförmigen Kondensators mit zwei unterschiedlichen Dielektrika und ist gegeben durch

$$\text{a) } T_{\text{Isolation}} = T(r_i) - \frac{\Delta T_{\text{Isolation}}}{\ln(r_a / r_i)} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right), \quad (5.5)$$

$$\text{b) } T_{\text{Au\ss}enmantel} = T(r_{\text{au\ss}en}) - \frac{\Delta T_{\text{Au\ss}enmantel}}{\ln(r_{\text{au\ss}en} / r_a)} \ln\left(\frac{r}{r_{\text{au\ss}en}}\right),$$

wobei

$$\text{a) } \Delta T_{\text{Isolation}} = \frac{T(r_i) - T(r_{\text{au\ss}en})}{1 + \frac{\lambda_{\text{MI}} \cdot \ln(r_{\text{au\ss}en} / r_a)}{\lambda_{\text{PE}} \cdot \ln(r_a / r_i)}}, \quad (5.6)$$

$$\text{b) } \Delta T_{\text{Au\ss}enmantel} = \frac{T(r_i) - T(r_{\text{au\ss}en})}{1 + \frac{\lambda_{\text{PE}} \cdot \ln(r_a / r_i)}{\lambda_{\text{MI}} \cdot \ln(r_{\text{au\ss}en} / r_a)}}$$

die Temperaturgradienten innerhalb beider Materialien sind. Die Temperaturverteilung in (5.5 a) ist nur zwischen $r_i \leq r \leq r_a$ und in (5.5 b) nur zwischen $r_a \leq r \leq r_{\text{außen}}$ gültig. Da mit steigender Feuchtigkeit die Temperatur $T(r_{\text{außen}})$ fällt, steigen entsprechend die Temperaturgradienten (5.6) in beiden Materialien (Isolation und Außenmantel) an. Da in Abbildung 5.6 rechts die Temperatur $T(r_{\text{außen}})$ in Bereich B geringer ist als in Bereich A, sind auch die einzelnen Temperaturgradienten in Bereich B entsprechend höher. Dadurch ist in der Isolation keine Radialsymmetrie der Temperatur mehr gegeben. Wird für den Außenmantel die thermische Leitfähigkeit ähnlich hoch wie die des metallischen Außenleiters angenommen ($\lambda_{\text{PE}} = \lambda_{\text{Aluminium}} = 236 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$), so liegt nach (5.6 b) im Außenmantel fast kein Temperaturgefälle vor ($\Delta T_{\text{Außenmantel}} \approx 0$), wohingegen nach (5.6 a) $\Delta T_{\text{Isolation}} \approx T(r_i) - T(r_{\text{außen}})$ gilt und innerhalb der Isolation eine annähernd radialsymmetrische Temperaturverteilung angenommen werden kann.

Zusammengefasst kann die Simulation der elektrischen Feldverteilung von Kabeln oder Kabelpaaren im Erdboden vereinfacht werden, indem zunächst Isolationsverluste vernachlässigt werden können. Zudem kann das gekoppelte elektro-thermische Problem in ein elektrisches und ein thermisches Problem aufgespalten werden (vgl. Abschnitt 5.1.2 und 5.1.3), wenn die einzelnen Kabel einen metallischen Außenleiter besitzen. Durch dessen, hohe thermische Leitfähigkeit, im Vergleich zu allen übrigen Materialein, entsteht eine annähernd radialsymmetrische Temperaturverteilung innerhalb der Isolation. Bei der Separation des gekoppelten elektro-thermischen Problems wird die Temperaturverteilung innerhalb des Kabels und in dessen Umgebung berechnet. Mit der erhaltenen Temperatur innerhalb der Isolation, kann das elektrische Feld in einer zweiten Simulation ermittelt werden. Aufgrund der Radialsymmetrie der Temperatur kann das Feld jedoch in einer eindimensionalen Simulation berechnet werden. In der betrachteten Beispielkonfiguration aus dem Abschnitt 5.1.2 konnte so die Simulationszeit um den Faktor acht, im Vergleich zu einer vollständigen transienten Referenzsimulation des gekoppelten elektro-thermischen Problems nach Abbildung 3.2, reduziert werden.

Da bei Hochspannungskabeln i.d.R. ein metallischer Außenleiter vorhanden ist kann die Separation hier angewendet werden. Im Fall von Mittelspannungskabeln gibt es Bauformen mit und ohne metallischen Außenleiter (vgl. [Worzyk, 2009]). Bei Vernachlässigung des metallischen Außenleiters liegt bei Kabelpaaren keine radialsymmetrische Temperaturverteilung vor, womit auch das elektrische Feld durch ein zweidimensionales Modell bestimmt werden muss [Jörgens und Clemens, 2019d], [Jörgens und Clemens, 2021].

5.2 Thermo-elektro-quasistationäres Modell zur umgebungsabhängigen Berechnung von Feldbelastungen in Kabeln

Wie bereits in Abschnitt 5.1 erwähnt, kann das elektrische Feld von Kabeln, in Böden mit inhomogenen physikalischen Eigenschaften, nur in Ausnahmefällen als vollkommen radialsymmetrisch angesehen werden. Beim Anlanden von Seekabeln oder bei Kabelpaaren bzw. Kabelbündeln mit dünnem oder keinem metallischen Außenleiter muss das Problem zweidimensional betrachtet werden. Da die Isolationsverluste weiterhin vernachlässigt werden, können jedoch das elektrische und das thermische Problem entkoppelt voneinander berechnet werden.

Analog zu Abschnitt 5.1 werden die Berechnungen auf einem Desktop PC, mit Intel i5-Prozessoren, mit 4 Kernen, bei je 3,2 GHz und insgesamt 16 GB RAM, durchgeführt.

Wie einige Ergebnisse aus Kapitel 4 zeigen, gibt es eine charakteristische Verbindung zwischen der Temperatur und der elektrischen Feldstärke. Aufgrund der Feldinversion liegt an Orten hoher Temperatur ein niedriges Feld und an Orten niedriger Temperatur ein hohes Feld vor. Ist eine beliebige Temperaturverteilung gegeben, kann damit ein Rückschluss auf das stationäre elektrische Feld gemacht und dieses auch berechnet werden.

Bei einer zeitlich konstanten Ladungsverteilung ($\partial/\partial t = 0$) kann das elektrische Feld analog dem Vorgehen aus Abschnitt 4.4 bestimmt werden. Unter der Annahme, dass eine unsymmetrische Temperaturverteilung innerhalb der Isolation mehr die Amplitude und weniger die Richtung des Feldes beeinflusst, wird das Feld zunächst als radialsymmetrisch aufgefasst. Wird die elektrische Leitfähigkeit analog zu Abschnitt 4.4 mit

$$\kappa(T, |\vec{E}|) = \kappa_0 \cdot \exp(\alpha \cdot T) \cdot \left(\frac{|\vec{E}|}{E_{\text{Ref}}} \right)^\nu$$

beschrieben, dann ist das elektrische Feld bei einer beliebigen Temperatur T gegeben durch

$$E = C \cdot \exp\left(-\frac{1}{1+\nu} [\ln(r) + \alpha T]\right), \quad (5.7)$$

mit der Feldstärkekonstanten ν und der Temperaturkonstanten α und einer Konstanten C , welche später über die Spannung U bestimmt wird. Mit einer Temperaturverteilung nach

$$T(r) = T_i - \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right)$$

gilt wieder

$$E(r) = C \cdot \exp\left\{-\frac{1}{1+\nu} \left[1 - \alpha \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)}\right] \ln(r)\right\}.$$

Auch mit einer nicht-radialsymmetrischen Temperaturverteilung innerhalb der Isolation, muss die gesamte Spannung weiterhin über der Isolation abfallen. Wie Abbildung 5.7 zeigt, werden dadurch unterschiedliche Werte für die Konstante C , über den Winkel ϕ und entlang des Kabels (z -Achse), bestimmt. Es ist ein Schnitt durch das Kabel an verschiedenen Positionen $z = z_1$, $z = z_2$ and $z = z_3$ entlang des Kabels zu sehen. An jedem Ortspunkt z muss C für jeden Winkel ϕ berechnet werden. Durch die Abhängigkeit der Konstanten C von ϕ und z ist auch das elektrische Feld nicht mehr radialsymmetrisch. Mit (5.7) lässt sich C über

$$C(\phi, z) = \frac{U}{\int_{r_a}^{r_i} \exp\left(-\frac{1}{1+\nu} [\ln(r) + \alpha T]\right) dr} \Bigg|_{\phi, z}. \quad (5.8)$$

bestimmen [Jörgens und Clemens, 2020c].

Zur Bestimmung von C bzw. der Feldstärke E wird in dieser Arbeit (5.7) zunächst für einen festen Winkel $\phi = \phi_0$ und einen festen Ortspunkt $z = z_0$, jedoch mit $C = 1$, berechnet. Die Temperaturwerte werden dabei, analog zu Abschnitt 5.1, durch (5.4) erhalten. Mit den durch (5.7) berechneten Werten für $r_i \leq r \leq r_a$, wird $C(\phi = \phi_0, z = z_0)$ mittels (5.8) bestimmt und die tatsächliche Feldstärke erneut über (5.7) berechnet. Anschließend wird der nächste Winkel $\phi = \phi_1$, am Ortspunkt $z = z_0$ betrachtet und (5.7) bzw. (5.8) erneut berechnet. Ist das elektrische Feld über alle Winkel ϕ ermittelt worden, wird der nächste Ortspunkt $z = z_1$ genommen und wieder mit dem Winkel $\phi = \phi_0$ begonnen.

Durch den analytischen Ausdruck (5.7) und die numerische Ermittlung von $C(\phi, z)$ handelt es sich beim thermo-elektro-quasistationären Modell um ein semi-analytisches Modell.

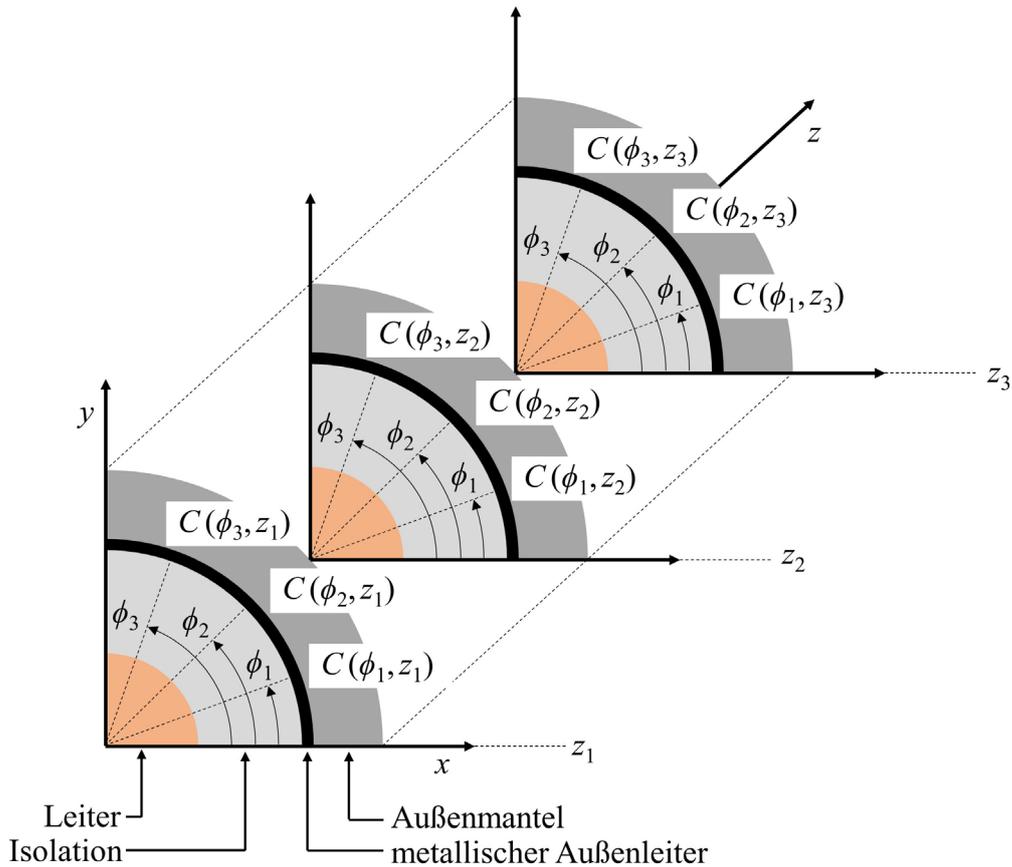


Abbildung 5.7: Ohne eine radialsymmetrische Temperaturverteilung variiert die Konstante C in (5.7) über den Winkel ϕ und entlang des Kabels (z -Achse) [Jörgens und Clemens, 2020c].

5.2.1 Beispiel 1: Anlanden eines Seekabels

Beim Anlanden²⁷ von Seekabeln variieren die thermischen Eigenschaften des Bodens, aufgrund von feuchtem Meeresboden und vergleichsweise trockenem Erdboden. Aufgrund dieser unterschiedlichen thermischen Eigenschaften variiert die Temperatur entlang des Kabels. Ein Kabel analog dem Aufbau in Abbildung 5.2 rechts wird dazu innerhalb der Erde betrachtet. Ein Schnitt längs des Kabels ist in Abbildung 5.8 zu sehen. Das Kabel befindet sich in der Erde, wodurch es unterhalb und oberhalb zum Teil im Erdboden, zum Teil im Meeresboden liegt. Zwischen beiden Bodengebieten gibt es eine Übergangszone. Zusätzlich wird oberhalb des Erdbodens eine Luftschicht und oberhalb des Meeresbodens eine Wasserschicht angenommen.

²⁷ Das Seekabel wird mit einer Verbindungsstation auf dem Festland verbunden.

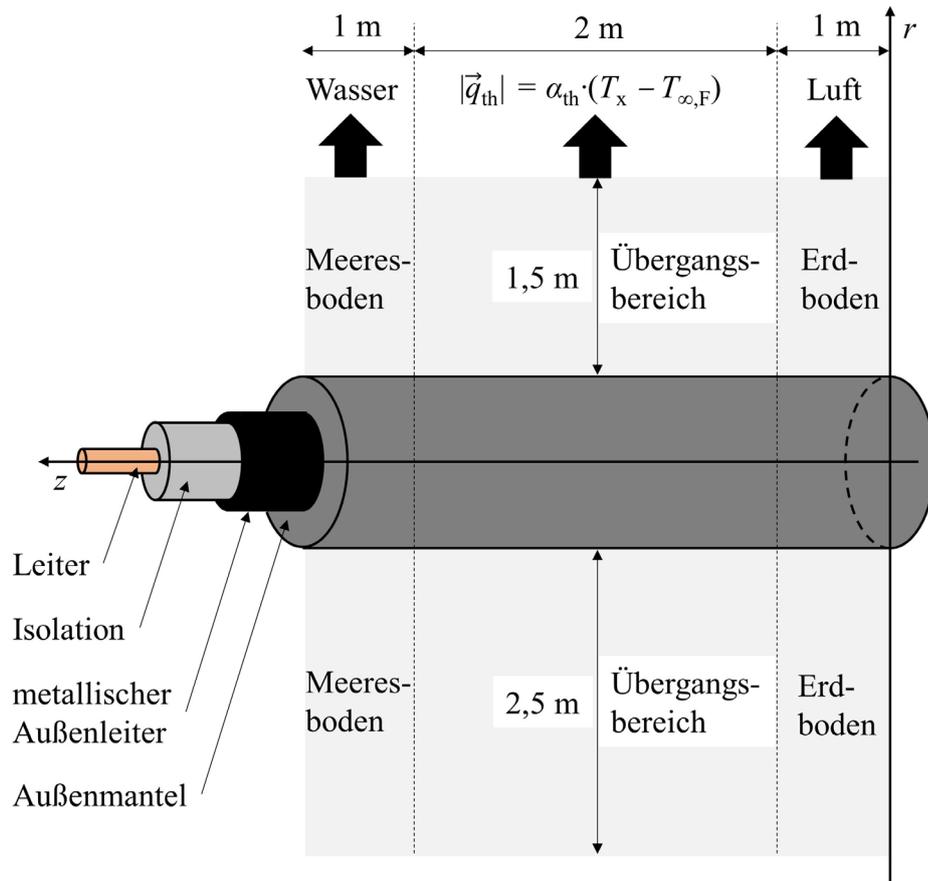


Abbildung 5.8: Kabelgeometrie im Boden, dessen Eigenschaften sich entlang der z-Achse ändern [Jörgens und Clemens, 2020c].

Auch hier wird der Übergang vom Erdboden zur Luft bzw. vom Meeresboden zu Wasser durch Konvektion modelliert. Dabei ist die Temperatur der Erdboden-Luft-Grenzschicht bzw. der Meeresboden-Wasser-Grenzschicht T_x und variiert damit entlang der z-Achse in Abbildung 5.8. Die Temperatur der umgebenden Luft bzw. des umgebenden Wassers ist $T_{\infty,F}$ und variiert ebenfalls entlang der z-Achse, wenn für Luft und Wasser unterschiedliche Temperaturen angenommen werden. Für den Wärmeübergangskoeffizienten zur Luft wird analog zu Abschnitt 5.1 $\alpha_{th} \approx 1,5 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$ angenommen. Beim Übergang zu Wasser ist der Wärmeübergangskoeffizient bei erzwungener Konvektion in Abbildung D.2 zu finden. Wird ebenfalls eine moderate Fluidgeschwindigkeit und eine etwas geringere Temperatur $T_{\text{Fluid}} = T_{\infty,F,\text{Wasser}} = 15^\circ\text{C}$ angenommen, dann vergrößert sich der Wärmeübergangskoeffizient auf $\alpha_{th} \approx 140 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$.

Die Leitertemperatur wird hier erneut zu $T_i = 55^\circ\text{C}$, die Lufttemperatur der Umgebung wird mit $T_{\infty,F,\text{Luft}} = 20^\circ\text{C}$ und die Wassertemperatur mit $T_{\infty,F,\text{Wasser}} = 15^\circ\text{C}$ im Modell festgelegt. Unterhalb des Kabels in Abbildung 5.8 findet ausschließlich Wärmeleitung statt, wobei eine mittlere Temperatur von $T_{\text{Mittel}} = 17,5^\circ\text{C}$ für die Randtemperatur vorgegeben wird.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Die thermische Leitfähigkeit von Erd- und Meeresboden ist durch die Gleichungen (5.1) und (5.3) aus Abschnitt 5.1.1 gegeben. Der Erdboden besitzt die Wärmeleitfähigkeit von sehr trockenem Boden und damit die Feuchtigkeit $\theta \approx 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$. Weiter wird der Meeresboden modelliert mit der Wärmeleitfähigkeit von sehr feuchtem Boden $\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$. Durch diesen maximalen Unterschied und damit einer maximalen Temperaturvariation entlang der z-Achse soll die Anwendbarkeit des thermo-elektro-quasistationären Modells demonstriert werden [Heinhold und Stubbe, 1999] [Trinks, 2010].

In Abbildung 5.9 ist nun die stationäre Temperatur- und elektrische Feldverteilung innerhalb der Isolation zu sehen. Die Temperatur wird dabei analog zu Abschnitt 5.1.2 iterativ über (5.4) ermittelt. Die elektrische Feldstärke wird anschließend durch das vorgestellte thermo-elektro-quasistationäre Modell (5.7) und (5.8) berechnet.

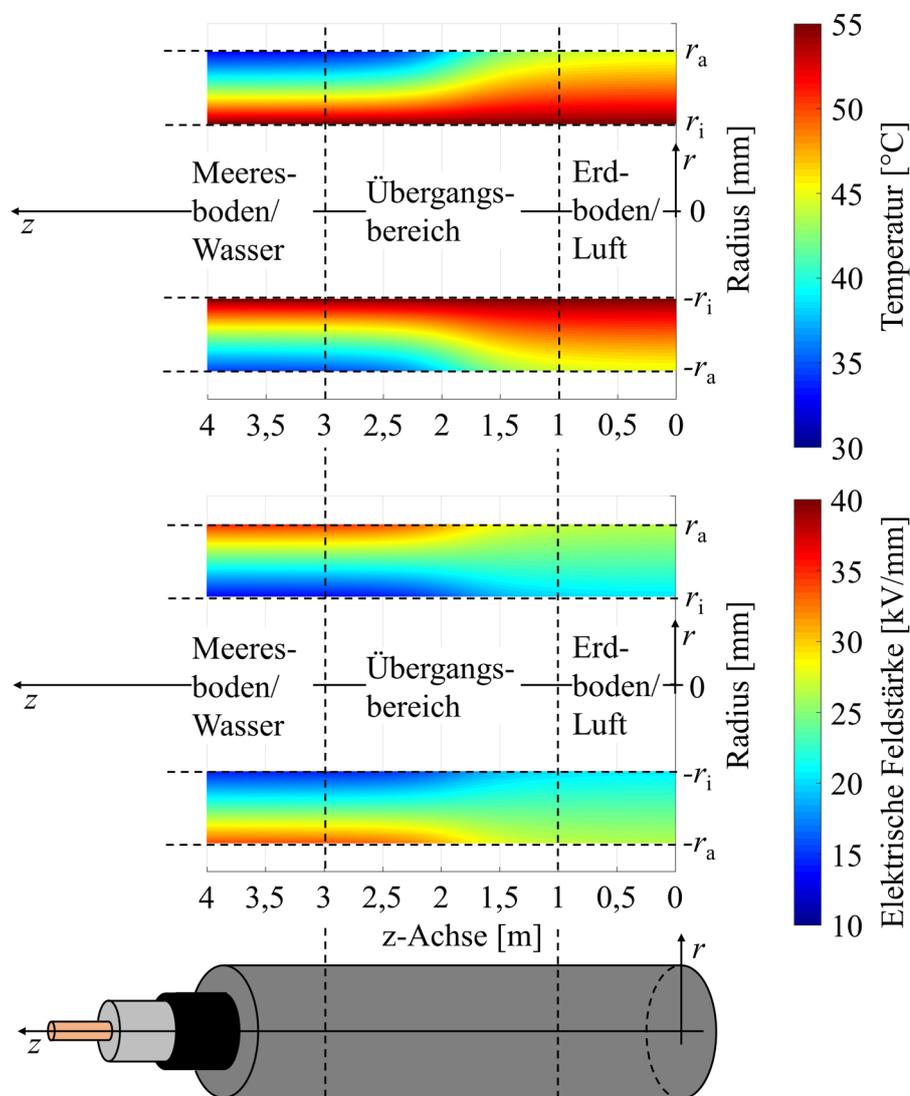


Abbildung 5.9: Oben: Statische Temperaturverteilung innerhalb der Isolation. Unten: statische Feldstärkeverteilung, entsprechend der Temperaturverteilung oben.

Die Konstanten (Geometrie, Spannung, Wärmeleitfähigkeit) des Kabels sind dabei analog zu Abschnitt 5.1.2. Zur Beschreibung der elektrischen Leitfähigkeit (4.6) gelten die Konstanten $E_{\text{Ref}} = U \cdot \exp(-1)/(r_a - r_i) = 8,622 \text{ kV/mm}$ und $\nu = U \cdot \beta / (r_a - r_i) = 0,7031$ [Eoll, 1975], [Jeroense, 1997].

Die erhaltenen Ergebnisse in Abbildung 5.9, der Beispielkabelkonfiguration aus Abbildung 5.8, legen nun dar, dass aufgrund des besseren Wärmeabtransportes von Wasser und Meeresboden, im Vergleich zu Luft und Erdboden, in dieser Region des Kabels höhere Temperaturgradienten entstehen. Der Kabelteil im Wasser ist somit höheren Stressbelastungen ausgesetzt als der Kabelteil im Erdboden [Jörgens und Clemens, 2020c]. Im Bereich $0 \leq z \leq 1$ entsteht durch die Überlagerung des Raumladungsfeldes und des geometrischen Feldes eine annähernd konstante Feldverteilung. Nach Abschnitt 4.5 entspricht dies einem Temperaturgradienten von $T_i - T_a = \ln(r_a/r_i)/\alpha \approx 6^\circ\text{C}$, welcher ungefähr in Abbildung 5.9 oben zu sehen ist.

Die relative Abweichung zwischen den stationären elektrischen Feldern, berechnet über das thermo-elektro-quasistationäre Modell und berechnet über eine gekoppelte elektro-thermische Simulation nach Abbildung 3.2, ist in Abbildung 5.10 zu finden.

Die relative Abweichung zwischen beiden Berechnungen liegt innerhalb der gesamten Isolation bei $< 1 \%$. Beim thermostatischen Modell wird die Temperatur, analog zur Separation des elektrischen und thermischen Problems aus Abschnitt 5.1, iterativ über (5.4) berechnet. Zudem wird die elektrische Feldstärke mittels einer analytischen Lösung ausgewertet. Durch diese beiden Punkte reduziert sich, im Vergleich zur transienten Berechnung des gekoppelten elektro-thermischen Problems, sowohl die Anzahl der gesamten Iterationsschritte als auch die Anzahl der zu lösenden Gleichungssysteme pro Iterationsschritt. Wird beim thermostatischen Modell lediglich die stationäre Wärmeleitungsgleichung (5.4) je Iterationsschritt gelöst, sind es bei einer gekoppelten elektro-thermischen Simulation in jedem Iterationsschritt die zeitabhängige Wärmeleitungsgleichung (2.14) und die EQS-Gleichung (2.12) (vgl. Abbildung 3.2). Durch diese Reduktion benötigt das thermostatische Modell insgesamt 27 s (bei 5 Iterationen) zur Bestimmung des stationären elektrischen Feldes, wohingegen die Berechnung mittels des gekoppelten elektro-thermischen Problems insgesamt 537 s (bei 100 Iterationen) benötigt hat.

Die Berechnungen werden dabei auf einem Desktop PC, mit Intel i5-Prozessoren, mit 4 Kernen, bei je 3,2 GHz und insgesamt 16 GB RAM, durchgeführt.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

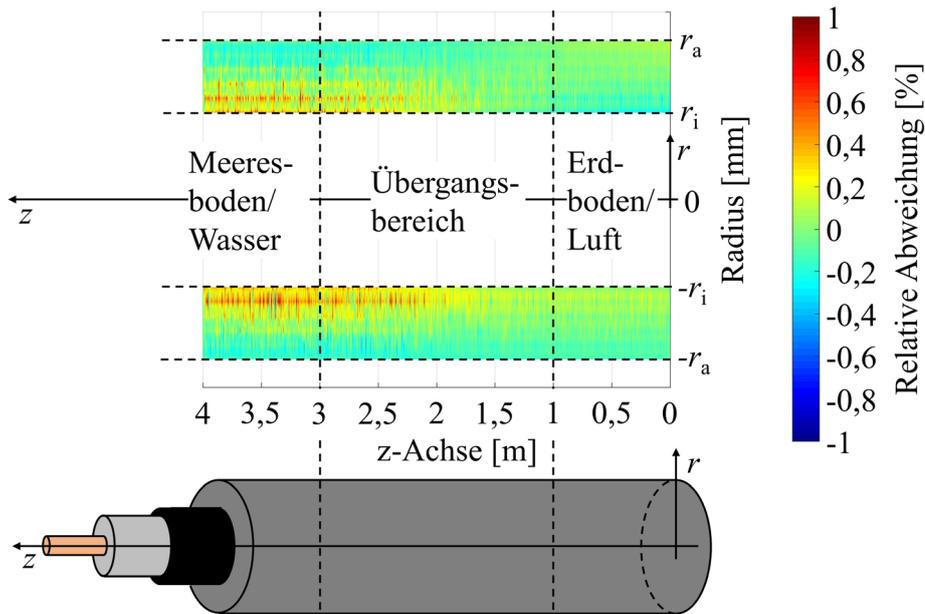


Abbildung 5.10: Relative Abweichung zwischen den stationären elektrischen Feldern, berechnet durch das thermo-elektro-quasistationäre Modell und einer gekoppelte elektro-thermischen Simulation nach Abbildung 3.2.

5.2.2 Beispiel 2: Kabelbündel mit und ohne metallischen Außenleiter im Metallrohr

Nach [Schichler und Buchner, 2018] besteht die Möglichkeit bestehende Wechselspannungsnetze mit Gleichstrom zu betreiben. So halten die VPE Isolationen von 12/20-kV

$r_i = 4,9 \text{ mm}$
$r_a = 11 \text{ mm}$
$\lambda_{\text{VPE}} = 0,3 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$
$\lambda_{\text{Aluminium}} = 236 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$
$\lambda_{\text{PE}} = 0,286 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$
$U = 50 \text{ kV}$
$T_i = T(r_i) = 90^\circ\text{C}$
$T_\infty = 20^\circ\text{C}$
$T_{\infty, \text{F}} = 20^\circ\text{C}$
$\epsilon_r = 2,3$
$\kappa_{\text{Ref}} = 3 \cdot 10^{-18} \text{ S}$
$\alpha_{\text{Ref}} = 0,16^\circ\text{C}^{-1}$
$E_{\text{Ref}} = 13 \text{ kV}/\text{mm}$
$\nu = 1,8$

Mittelspannungs-Drehstromkabeln den Belastungen von 55 kV Gleichstrom stand. Ein Kabelbündel in einem Metallrohr, welches hier beispielsweise betrachtet werden soll, ist in Abbildung 5.11 zu sehen. Die in der Simulation verwendeten Konstanten sind in der linken Tabelle zusammengefasst [Bodega, 2006], [Spitzner *et al.*, 2013], [Jörgens und Clemens, 2020c]. Das Kabelbündel befindet sich 0,8 m tief im Erdboden und besitzt einen metallischen Außenleiterradius von $r = 11,5 \text{ mm}$ und einen Außenmantelradius von $r_{\text{außen}} = 14,25 \text{ mm}$ [Schichler und Buchner, 2018]. Für das Metallrohr wird ein Radius von $r = 42,75 \text{ mm}$ und eine Dicke von 1 mm angenommen. Die Erde wird erneut als sehr feuchter Boden, mit $\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$,

modelliert und die Wärmeleitfähigkeit wird über (5.1) und (5.3) beschrieben. Die elektische Leitfähigkeit der VPE-Mittelspannungsisolation ist durch die Modellgleichung (2.30)

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

gegeben. Für den konvektiven Übergang zwischen Erde und Luft gilt erneut ein Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{th} \approx 1,5 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$. Innerhalb des Metallrohrs soll vereinfacht nur Wärmeleitung vorliegen. Die Wärmeleitfähigkeit der Luft hängt dabei von der Temperatur ab und kann im Bereich von -30°C bis $+90^\circ\text{C}$ durch

$$\lambda_{\text{Luft}} = 7,414 \cdot 10^{-5} \cdot (T - 273,15) + 0,02434 \quad (5.9)$$

angenähert werden, mit der absoluten Temperatur T in Kelvin [Spitzner *et al.*, 2013]. Die Abstände des Kabelbündels zu den äußeren Boden- und Lufträndern sind, analog dem Vorgehen aus Abschnitt 5.1.2, so gewählt, dass an den äußeren Rändern des Bodens erneut die Wärmestromdichte maximal nur ein Prozent der Wärmestromdichte am Metallrohr entspricht.

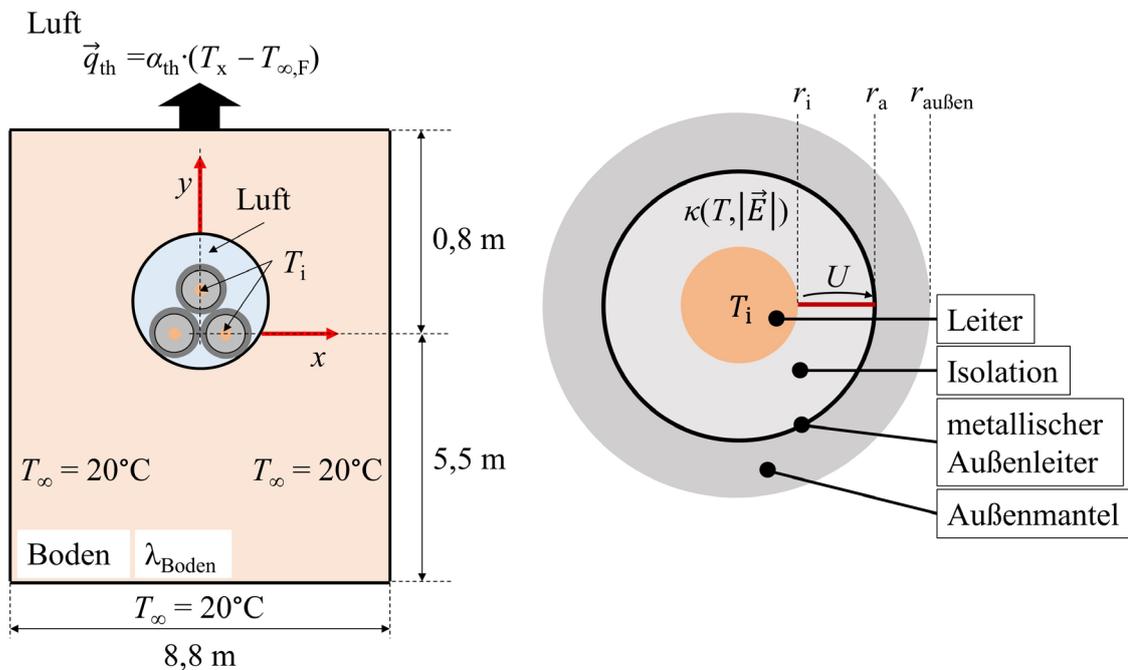


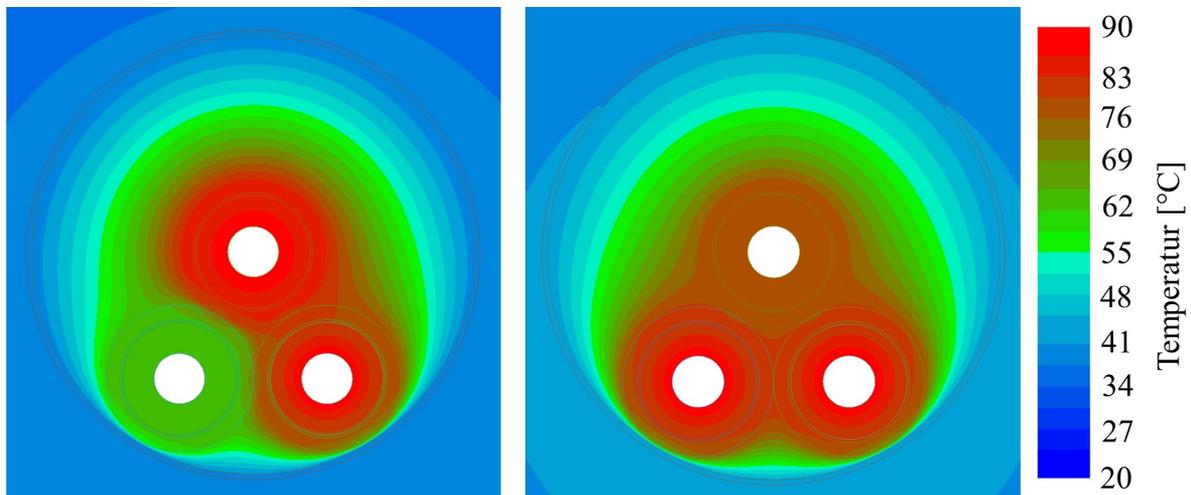
Abbildung 5.11: Mittelspannungskabelbündel in einem Metallrohr im Erdboden.

Bei einem Betrieb des rechten und oberen Kabels sind die statischen Temperatur und elektrischen Feldverteilungen in Abbildung 5.12 a) und in Abbildung 5.13 zu sehen. Die Simulationsergebnisse zeigen nun, dass der Erdboden die Wärme besser abtransportieren kann als die Luft innerhalb des Metallrohrs, da dieser eine höhere Wärmeleitfähigkeit besitzt. Dadurch kommt es im unteren Kabel zu einem höheren Temperaturgefälle und einer um ca. 10 % höheren Stressbelastung in der Nähe von r_a .

Werden zum Vergleich die beiden unteren Kabel betrieben, so zeigen Abbildung 5.12 b) die stationäre Temperaturverteilung und Abbildung 5.14 die statische elektrische Feldverteilung.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Aufgrund der Symmetrie entlang der y -Achse befindet sich in beiden Isolationen eine identische Feldverteilung. Zusätzlich kann das Feld als annähernd radialsymmetrisch angesehen werden, da Feldstärkevariationen bei $r = r_a$ maximal 2,2 % betragen.



a)

b)

Abbildung 5.12: Statische Temperaturverteilung in der Umgebung des Kabelbündels. a): Betrieb des rechten und oberen Kabels. b): Betrieb der unteren beiden Kabel.

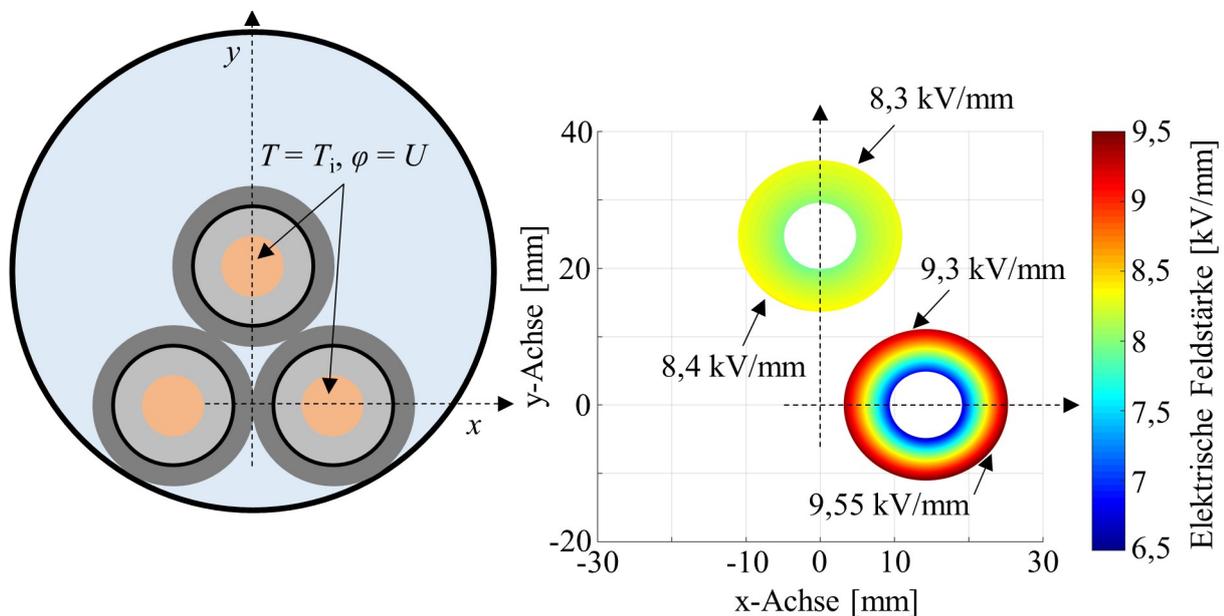


Abbildung 5.13: Statische elektrische Feldverteilung innerhalb der Isolation, bei einer Temperaturverteilung nach Abbildung 5.12 a).

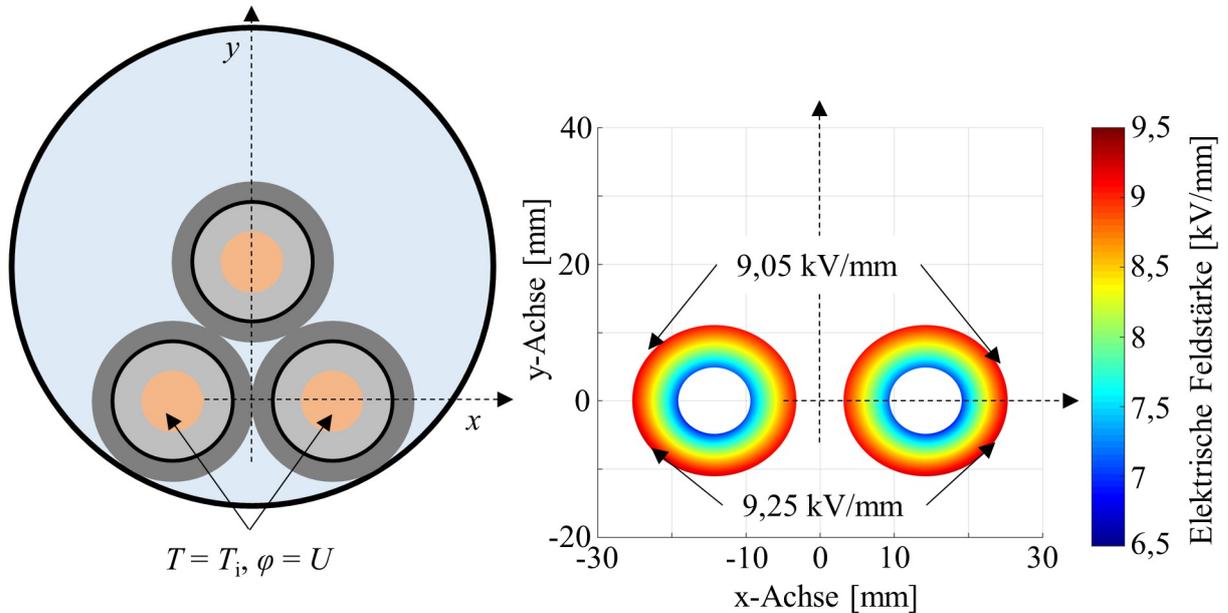


Abbildung 5.14: Statische elektrische Feldverteilung innerhalb der Isolation, bei einer Temperaturverteilung nach Abbildung 5.12 b).

Die relativen Abweichungen zwischen den stationären elektrischen Feldern, einmal über das thermostatische Modell berechnet und einmal über eine gekoppelte elektro-thermische Simulation nach Abbildung 3.2 bestimmt, sind in Abbildung 5.15 und Abbildung 5.16 zu sehen. Im gesamten Berechnungsgebiet sind relative Abweichungen der betrachteten Feldverteilungen von maximal 1 % zu sehen [Jörgens und Clemens, 2020c].

Sowohl beim Betrieb des rechten und oberen als auch der beiden unteren Kabel werden bei der gekoppelten elektro-thermisch transienten Referenzsimulation mit explizitem Euler-Zeitintegrationsverfahren 50 Iterationen, mit einer gesamten Berechnungszeit von 411 s, benötigt. Beim thermostatischen Modell werden hingegen 5 Iterationen, mit einer gesamten Berechnungszeit von 25 s, verwendet.

Erneut werden die Berechnungen auf einem Desktop PC, mit Intel i5-Prozessoren, mit 4 Kernen, bei je 3,2 GHz und insgesamt 16 GB RAM, durchgeführt.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

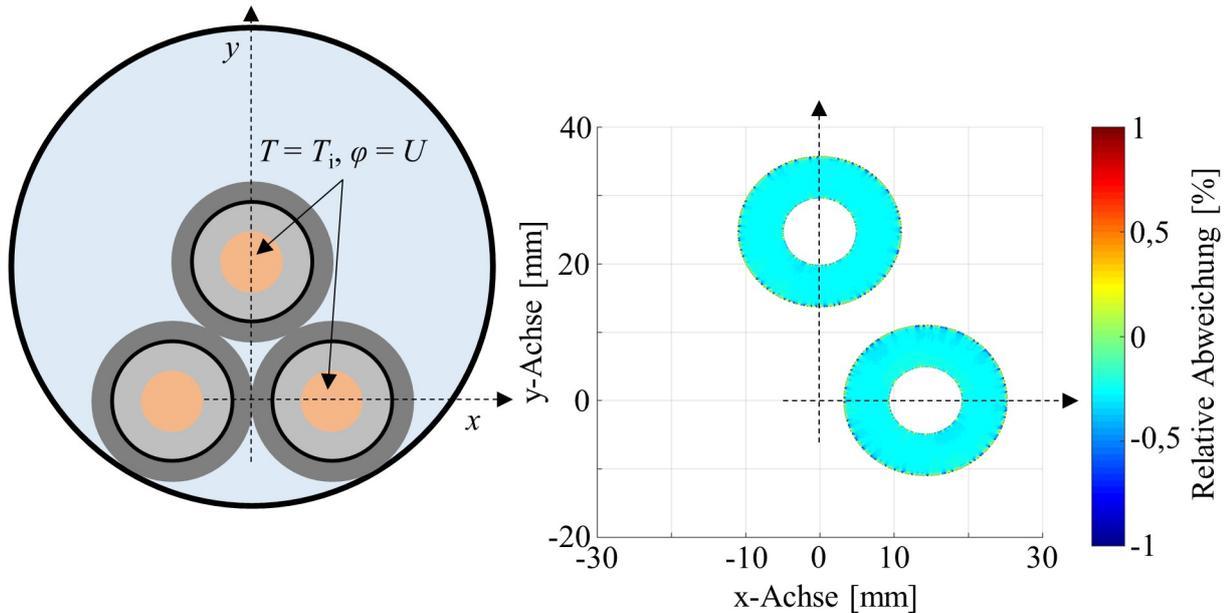


Abbildung 5.15: Relative Abweichung zwischen den stationären elektrischen Feldern, transient nach Abbildung 3.2 und über das thermostatische Modell berechnet, bei einem Betrieb des rechten und oberen Kabels.

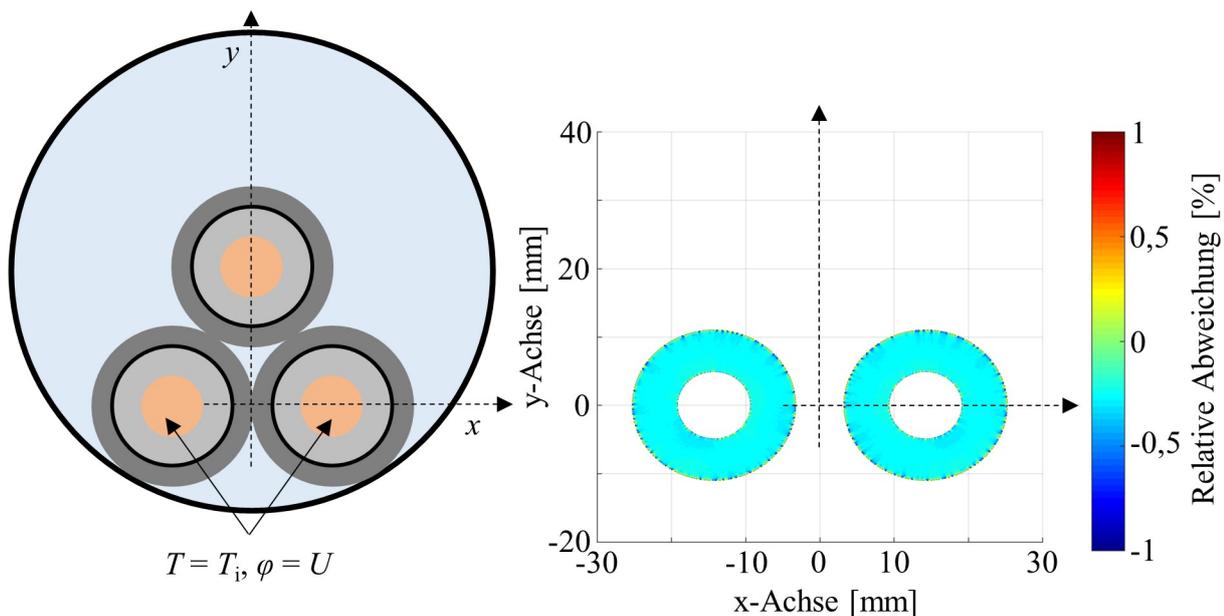


Abbildung 5.16: Relative Abweichung zwischen den stationären elektrischen Feldern, transient nach Abbildung 3.2 und über das thermostatische Modell berechnet, bei einem Betrieb der unteren beiden Kabel.

Werden bei einem Betrieb der unteren beiden Kabel die metallischen Außenleiter vernachlässigt, so liegt, analog zu Abschnitt 5.1, zwischen den Kabeln ein geringerer Temperaturgradient, im Vergleich zur restlichen Umgebung, vor. Zudem kommt es gerade im Bereich des Kontaktpunktes zwischen Kabel und Metallrohr zu einem starken Temperaturabfall, aufgrund des fehlenden metallischen Außenleiters (s. Abbildung 5.17).

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Dies zeigt sich ebenfalls an den Feldstärkewerten in Abbildung 5.18. Im Bereich des Kontaktpunktes besitzt das elektrische Feld nicht zu vernachlässigende azimuthale Anteile. Dadurch steigt in dieser Region die relative Abweichung der berechneten stationären elektrischen Felder auf ca. 10 % am Außenrand und auf ca. -15 % am Leiter, wohingegen die relative Abweichung der Felder innerhalb der restlichen Isolation bei ungefähr 1 bis 2 % bleibt (s. Abbildung 5.19).

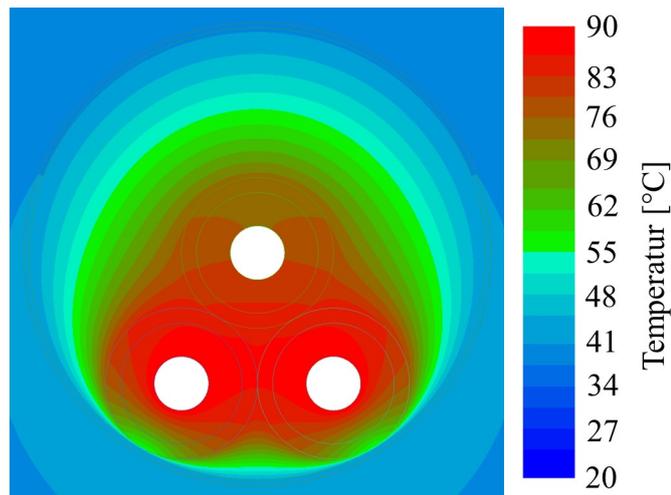


Abbildung 5.17: Statische Temperaturverteilung in der Umgebung des Kabelbündels, bei Vernachlässigung des metallischen Außenleiters.

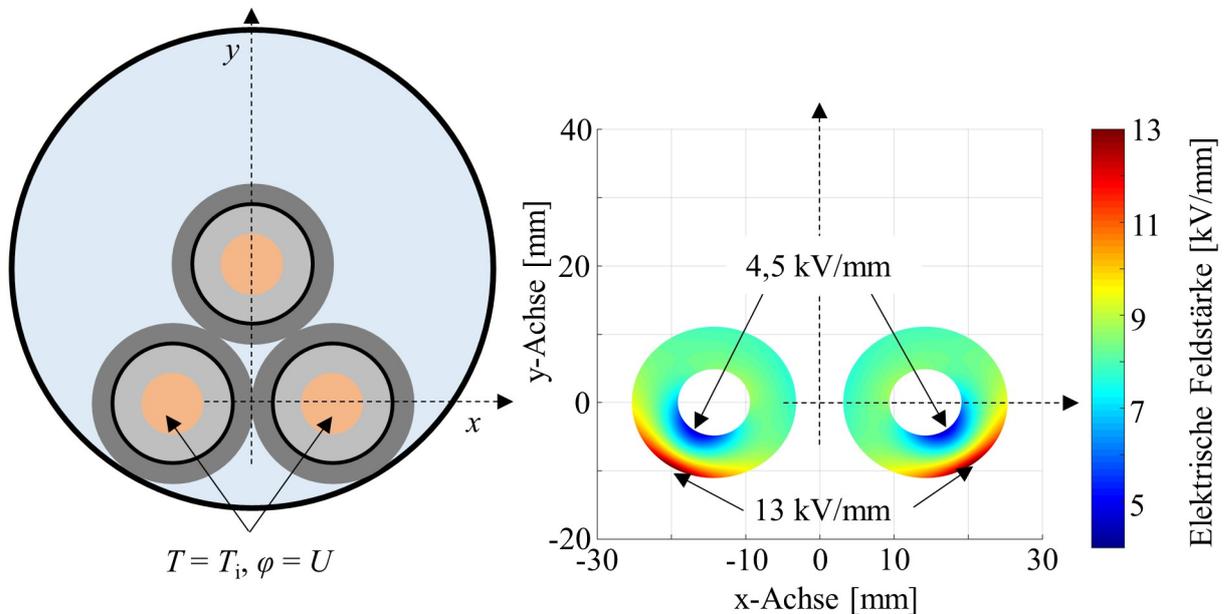
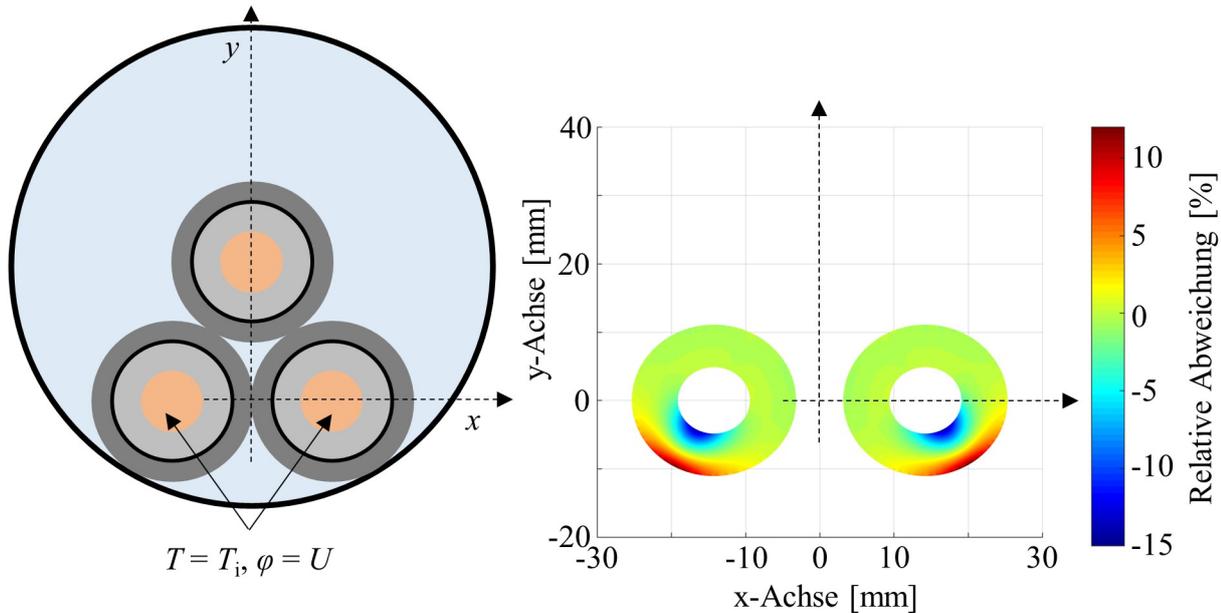


Abbildung 5.18: Statische elektrische Feldverteilung innerhalb der Isolation, bei einer Temperaturverteilung nach Abbildung 5.17.



$$T = T_v, \varphi = U$$

Abbildung 5.19: Relative Abweichung zwischen den stationären elektrischen Feldern, transient nach Abbildung 3.2 und über das thermostatische Modell berechnet, bei einem Betrieb der unteren beiden Kabel und bei Vernachlässigung des metallischen Außenleiters.

5.2.3 Ortsabhängige Temperatur- und Feldstärkekonstanten und die Berücksichtigung der Elektroden in den Leitfähigkeitsmodellen

Nicht alle Leitfähigkeitsmodelle eignen sich für die Berechnung des statischen ($\partial/\partial t = 0$) elektrischen Feldes als Endzustand nach einer Einschaltphase. Modelle der Form $\kappa(T, |\vec{E}|) \sim 1/|\vec{E}|$, wie z.B. (2.32), (2.33) eignen sich gut, da beispielsweise mit (2.33) der Ausdruck

$$r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot K_{H,2} \cdot \exp\left(-\frac{E_{A,H,2}}{k_B T}\right) \cdot \sinh(\gamma_{H,2} \cdot E) \right) = 0 \quad (5.10)$$

gelöst wird. Da jedoch $d/dx \sinh(x) \neq \sinh(x)$ gilt, kann (5.10) nicht weiter vereinfacht werden. Das elektrische Feld ist dann durch

$$E = \operatorname{arsinh} \left(\frac{C(\phi, z)}{r \cdot K_{H,2} \cdot \exp\left(-\frac{E_{A,H,2}}{k_B T}\right)} \right) \cdot \frac{1}{\gamma_{H,2}} \quad (5.11)$$

gegeben und die Konstante $C(\phi, z)$ muss iterativ über die anliegende Spannung bestimmt werden, da E und $C(\phi, z)$ einen nichtlinearen Zusammenhang haben. Für Felder von hoher

Intensität (> 10 kV/mm) gilt jedoch annähernd $\sinh(x) \approx 0,5\exp(x)$ und (5.10) vereinfacht sich zu

$$r^{-1} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{E_{A,H,2}}{k_B T} + \frac{\partial}{\partial r} (\gamma_{H,2} E) = 0. \quad (5.12)$$

Das elektrische Feld ist damit

$$E = \frac{1}{\gamma_{H,2}} \left(C(\phi, z) - \ln(r) + \frac{E_{A,H,2}}{k_B T} \right), \quad (5.13)$$

wobei die Konstante $C(\phi, z)$ nicht mehr iterativ bestimmt werden muss, da der Feldstärkebetrag E in (5.13) linear von dieser Größe abhängt. Weitere Leitfähigkeitsmodelle, die auf der Schottky-Stromdichte (2.20) oder der Poole-Frenkel-Stromdichte (2.21) basieren, drücken die Feldstärkeabhängigkeit mit \sqrt{E} aus. Diese Modelle eignen sich ebenfalls weniger gut für das thermostatische Modell, da auch hier die Konstante $C(\phi, z)$ iterativ bestimmt werden muss. Letztlich sind für das thermostatische Modell die Modelle (2.30) bzw. (4.6), sowie (2.32) und (2.33) im Hochfeldbereich, am besten geeignet.

Diese Modelle können auch genutzt werden, wenn Homo- und Heterocharges berücksichtigt werden oder die entsprechenden Leitfähigkeitskonstanten κ_{Ref} , α_{Ref} , T_{Ref} , E_{Ref} , ν , K_H , $E_{A,H}$, γ_H , $K_{H,2}$, $E_{A,H,2}$ und $\gamma_{H,2}$ ortsabhängig sind. Wird beispielsweise erneut (2.33) im Hochfeldbereich betrachtet, die Variablen $K_{H,2}$, $E_{A,H,2}$ und $\gamma_{H,2}$ als ortsabhängig angenommen und Homo- bzw. Heterocharges analog Abschnitt 4.6.1 berücksichtigt, dann ist die elektrische Leitfähigkeit gegeben mit

$$\kappa(T, E) = \frac{K_{H,2}(r)}{E} \cdot \exp\left(-\frac{E_{A,H,2}(r)}{k_B T}\right) \cdot \frac{1}{2} \exp[\gamma_{H,2}(r)E] \cdot f(r) \quad (5.14)$$

und das elektrische Feld mit

$$E = \frac{1}{\gamma_{H,2}(r)} \left\{ C(\phi, z) - \ln(r) - \ln[K_{H,2}(r)] + \frac{E_{A,H,2}(r)}{k_B T} - \ln[f(r)] \right\}. \quad (5.15)$$

Die Konstante $C(\phi, z)$ lässt sich dabei über den Ausdruck

$$C(\phi, z) = \frac{U + \int_{r_i}^{r_a} \frac{\ln(r)}{\gamma_{H,2}(r)} dr + \int_{r_i}^{r_a} \frac{\ln[K_{H,2}(r)]}{\gamma_{H,2}(r)} dr - \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{\gamma_{H,2}(r)} \frac{E_{A,H,2}(r)}{k_B T} dr + \int_{r_i}^{r_a} \frac{\ln[f(r)]}{\gamma_{H,2}(r)} dr}{\int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{\gamma_{H,2}(r)} dr} \Bigg|_{\phi, z} \quad (5.16)$$

berechnen.

5.3 Berechnung des elektrischen Feldes mittels Fixpunkt-Iteration

Bei stark schwankenden Temperaturwerten oder nicht mehr annäherend radialsymmetrischen Feldstärkeverteilungen kann das quasi-analytische thermostatische Modell nicht mehr genutzt werden. Das statische Potential φ lässt sich dann nur noch mittels Abbildung 3.2 bzw. Abbildung 3.3 für den statischen Fall lösen. Dazu wird (2.12) durch das stationäre Strömungsfeldproblem

$$\operatorname{div} \vec{J} = \operatorname{div}[\kappa(T, |\vec{E}|) \cdot \operatorname{grad} \varphi] = 0 \quad (5.17)$$

dargestellt. Dem entspricht (3.2), für $d/dt = 0$ und ist im Algorithmus in Abbildung 5.20 zu sehen. Analog zu Abbildung 3.2 wird die Ladungsdichte in einem Post-processing-Schritt aus (3.4) ermittelt. Bei der ladungsbasierten Feldformulierung wird für die Raumladungsberechnung die diskrete Form von (2.16) verwendet. Der Algorithmus ist dazu in Abbildung 5.21 zu finden. Mittels Fixpunkt-Iteration wird das Potential (Abbildung 5.20) bzw. die Ladungsverteilung (Abbildung 5.21) in jedem Iterationschritt neu berechnet, bis eine finale stationäre Verteilung vorliegt. [Jörgens und Clemens, 2020b].

Bei der Verwendung eines expliziten Euler-Zeitintegrationsverfahrens muss der Zeitschritt Δt die CFL-Bedingung erfüllen. Wird ein implizites absolut stabiles Euler-Zeitintegrationsverfahren genutzt, gibt es theoretisch keine Begrenzung für die Höhe von Δt und das statische elektrische Feld kann theoretisch nach einer Iteration bestimmt werden. Bei einer geringen Anzahl an Freiheitsgeraden können jedoch durch einen expliziten Euler-Zeitintegrator viele Zeitschritte in kurzer Zeit berechnet werden. Der Vorteil eines impliziten Euler-Zeitintegrationsverfahrens geht durch das Lösen eines nichtlinearen algebraischen Gleichungssystems pro Zeitschritt verloren. Bei einer hohen Anzahl an Freiheitsgeraden lässt sich nach [Richter, 2019] die Berechnungsdauer mittels expliziter Zeitintegration durch verschiedene Beschleunigungstechniken verringern.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

1	Initialwerte bei der Iteration $m = 0$: $\mathbf{q}^m = 0 \text{ As/m}^3$, $\mathbf{u}_T^m = T_\infty$, $\mathbf{b}^m = \mathbf{b}$, $\mathbf{b}_T^m = \mathbf{b}_T$
2	$\Phi^m := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}^m + \mathbf{b}^m)$
3	while $t < t_{\text{END}}$ oder $\ \Phi^{m+1} - \Phi^m\ / \ \Phi^m\ > \eta$
4	Löse
5	$\mathbf{M}_\kappa^m := \mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m)$
6	$\mathbf{q}_T^m := [\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}\Phi^m]^T \mathbf{G}\Phi^m$
7	$\Phi^{m+1} := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{b}^{m+1}$
8	$\mathbf{q}^{m+1} := \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}\Phi^{m+1} - \mathbf{b}^{m+1}$
9	$\mathbf{u}_T^{m+1} := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\lambda \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}_T^m + \mathbf{b}_T^{m+1})$
10	Erhöhe Zeitschritt: $m = m + 1$
11	end

Abbildung 5.20: Pseudocode zur Berechnung der Feld- und Ladungsverteilung mittels der stationären potentialbasierten Strömungsfeld-Feldformulierung.

1	Initialwerte bei der Iteration $m = 0$: $\mathbf{q}^m = 0 \text{ As/m}^3$, $\mathbf{u}_T^m = T_\infty$, $\mathbf{b}^m = \mathbf{b}$, $\mathbf{b}_T^m = \mathbf{b}_T$
2	$\Phi^m := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}^m + \mathbf{b}^m)$
3	while $t < t_{\text{END}}$ oder $\ \Phi^{m+1} - \Phi^m\ / \ \Phi^m\ > \eta$
4	Löse
5	$\mathbf{M}_\kappa^m := \mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m)$
6	$\mathbf{q}_T^m := [\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}\Phi^m]^T \mathbf{G}\Phi^m$
7	$\mathbf{j}^m := -\mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m) \mathbf{G}\Phi^m$
8	$\mathbf{q}^{m+1} := \mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{M}_\kappa(\mathbf{u}_T^m, \mathbf{G}\Phi^m)^{-1} \mathbf{j}^m$
9	$\Phi^{m+1} := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}^{m+1} + \mathbf{b}^{m+1})$
10	$\mathbf{u}_T^{m+1} := [\mathbf{G}^T \mathbf{M}_\lambda \mathbf{G}]^{-1} (\mathbf{q}_T^m + \mathbf{b}_T^{m+1})$
11	Erhöhe Zeitschritt: $m = m + 1$
12	end

Abbildung 5.21: Pseudocode zur Berechnung der Feld- und Ladungsverteilung mittels der stationären ladungsbasierten Strömungsfeld-Feldformulierung.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Wie es bereits in Abschnitt 3.1.2 erwähnt wurde, muss Δt_{CFL} so gewählt werden, dass das schnellste Phänomen innerhalb einer Meshzelle aufgelöst werden kann [Wintle 2003]. Für eine ebene Isolation nach Abbildung 2.12 links ist die Stromdichte im statischen Fall konstant. Mit einem räumlich und zeitlich variierenden elektrischen Feld und der nicht-linearen elektrischen Leitfähigkeit, gilt für die Driftgeschwindigkeit eines Teilchens $v_{\text{Drift}} = (\kappa/\rho)E$. Wird zudem eine konstante Gitterschrittweite Δh angenommen, so ist $\Delta t_{\text{CFL}} = \Delta h/v_{\text{Drift}}$ und abhängig vom Ort und der Zeit. Für die zeitliche Auflösung muss daher der kleinste Wert von Δt_{CFL} in jedem Zeitschritt gewählt werden, um die numerische Stabilität des Zeitintegrationsverfahrens zu wahren. Kommt es bei hohen elektrischen Feldern zu schnellen Ladungsbewegungen, führt dies zu sehr kleinen Werten von Δt_{CFL} .

Während der Fixpunkt-Iteration von (5.17) können Oszillationen, hervorgerufen durch hohe elektrische Felder und die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit, entstehen und zu einem divergierenden Feld führen.

Für zeitharmonische elektro-quasistatische Felder wird in [Kasolis und Clemens, 2021] ein Stabilitätsbeweis vorgestellt, wobei die Felder für $\kappa_{\text{max}}/(\omega_f \epsilon_0 \epsilon_r) < 1$ stabil bleiben. Hierin sind κ_{max} die maximale elektrische Leitfähigkeit innerhalb des betrachteten Gebietes und ω_f die Kreisfrequenz.

Für eine genauere Betrachtung der auftretenden Oszillationen wird nun beispielhaft eine ebene VPE-Isolation, mit einer Dicke von $D_x = 10$ mm, betrachtet. Wird die elektrische Leitfähigkeit über (2.29) beschrieben, dann ist die Ladungsverteilung gegeben durch

$$\rho = E(x)\epsilon_0\epsilon_r \left[-\alpha \frac{dT(x)}{dx} - \beta \frac{dE(x)}{dx} \right]. \quad (5.18)$$

Bei Vernachlässigung von Isolationsverlusten ist die Temperaturverteilung

$$T(x) = T(0) - \frac{T(0) - T(D_x)}{D_x} x \rightarrow \alpha \frac{dT(x)}{dx} = -\alpha \frac{T(0) - T(D_x)}{D_x}. \quad (5.19)$$

Mit einer verschwindenden Anfangsladungsverteilung $\rho^{m=0} = 0$ As/m³ ist das elektrische Feld $E^{m=0} = U/D_x$ konstant. Nach der ersten Iteration ist die Ladungsverteilung

$$\rho(x)^{m=1} = \frac{U}{D_x} \epsilon_0\epsilon_r \cdot \alpha \frac{T(0) - T(D_x)}{D_x}. \quad (5.20)$$

Die Ladungsverteilung ist konstant über dem Ort und steigt mit steigender Spannung und steigendem Temperaturgradienten. Mit (5.20) ist das elektrische Feld

$$E(x)^{m=1} = F \cdot x - \frac{1}{2} F \cdot D_x + \frac{U}{D_x}, \quad (5.21)$$

wobei gilt

$$F = \frac{U}{D_x} \alpha \frac{T(0) - T(D_x)}{D_x}. \quad (5.22)$$

Am Leiter ($x = 0$) liegt das elektrische Feld unterhalb von $E^{m=0} = U/D_x$, aber am Außenrand ($x = D_x$) ist das Feld um $\frac{1}{2} \cdot F \cdot D_x$ erhöht, was ebenfalls die Leitfähigkeit erhöht. Die hohen Feldstärke- und Leitfähigkeitswerte führen zu Oszillationen, welche in Abbildung 5.22 zu sehen sind. Dabei wurden die Konstanten $\kappa_0 = 15,1 \cdot 10^{-16}$, $\alpha = 0,086^\circ\text{C}^{-1}$ und $\beta = 0,137 \text{ mm/kV}$ für (2.29), sowie $T(x = 0) = 70^\circ\text{C}$ und $T(x = D_x) = 60^\circ\text{C}$ verwendet [Riechert, 2001], [Jörgens und Clemens, 2020b].

Bei einer angelegten Spannung von $U = 60 \text{ kV}$ entstehen Oszillationen während der Fixpunkt-Iteration. Hohe elektrische Felder und die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit haben einen Einfluss auf die Berechnung des Potentials (5.17). Wird die Spannung auf 55 kV reduziert, konvergiert das Feld (Abbildung 5.22 rechts). Nicht nur die Spannung, auch ein geringerer Temperaturgradient und eine geringere Konstante α reduzieren die Oszillationen. Beides führt zu einer geringeren Akkumulation von Raumladungen. Da nach der ersten Iteration das elektrische Feld vom Ort abhängt, gilt $\beta \cdot dE(x)/dx \neq 0$, womit β in (5.18) berücksichtigt werden muss und auch einen Einfluss auf das resultierende elektrische Feld hat.

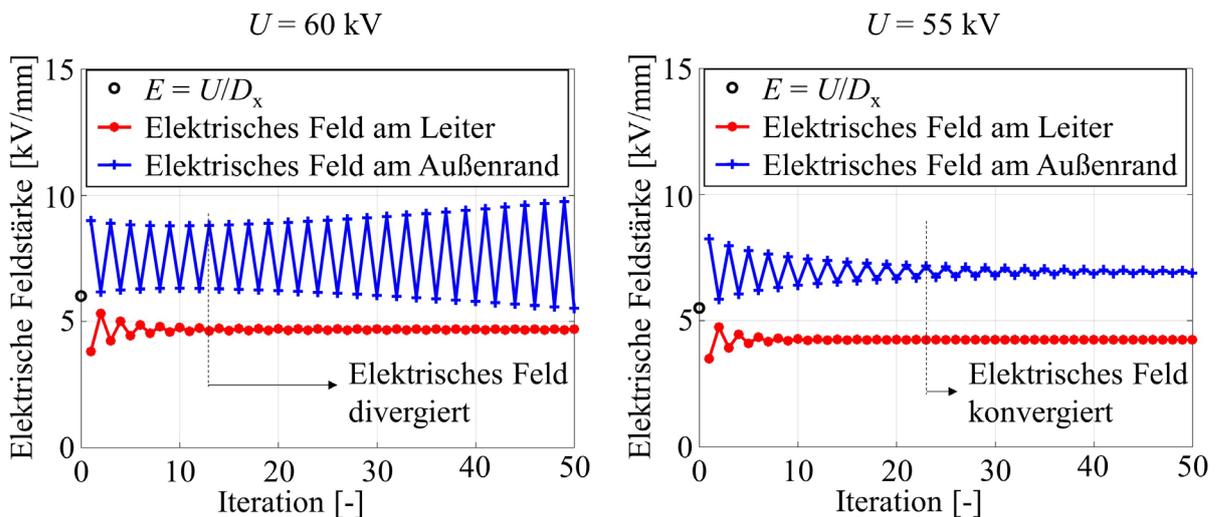


Abbildung 5.22: Elektrisches Feld innerhalb einer 10 mm dicken VPE Isolation. Links: Bei einer Spannung von $U = 60 \text{ kV}$ divergiert der Iterationsprozess für das elektrische Feld. Rechts: Mit einer reduzierten Spannung von $U = 55 \text{ kV}$ konvergiert der Iterationsprozess für das elektrische Feld.

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Die Ergebnisse in Abbildung 5.22 entstehen durch die Verwendung des Algorithmus in Abbildung 5.20. Da bei der Lösung des Potentials mittels (5.17) die Inverse der Leitfähigkeitsmatrix berechnet wird, kommt es hier früher zu Oszillationen, im Vergleich zur Verwendung des Algorithmus in Abbildung 5.21. Unterschiedlich hohe Feldstärkewerte innerhalb der Isolation sorgen für eine Leitfähigkeitsmatrix mit stark variierenden Einträgen. Mit dem Algorithmus in Abbildung 5.21 wird das Potential durch die Poisson-Gleichung gelöst und die Inverse der diskreten Laplace-Matrix der Elektrostatik gebildet. Diese Matrix besitzt konstante Einträge, die sich während der iterativen Berechnung von Φ nicht verändern. Dadurch kommt es im hier betrachteten Beispiel erst bei ca. 67 kV zu Oszillationen. Da hier die Inverse nicht in jedem Iterationsschritt berechnet werden muss, ist die Verwendung des Algorithmus in Abbildung 5.21 zudem etwas schneller, im Vergleich zum Algorithmus in Abbildung 5.20.

Um die Oszillationen zu minimieren wird ein Unterrelaxationsparameter ω , mit $\omega \in \{0,1\}$, eingeführt. Für die entsprechenden Knotenpotentialwerte Φ bzw. Ladungsdichtewerte \mathbf{q} bei der Iteration $m + 1$ gilt dann

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \Phi_{\text{neu}}^{m+1} &= \Phi^m + \omega (\Phi_{\text{alt}}^{m+1} - \Phi^m), \\ \text{b)} \quad \mathbf{q}_{\text{neu}}^{m+1} &= \mathbf{q}^m + \omega (\mathbf{q}_{\text{alt}}^{m+1} - \mathbf{q}^m). \end{aligned} \tag{5.23}$$

Mit $\omega < 1$ werden mehr Iterationen benötigt bis die Feldverteilung konvergiert ist. In Abbildung 5.23 ist für $U = 60$ kV und $\omega = 0,95$ das elektrische Feld nach der ersten Iteration von 9 kV/mm auf 8,84 kV/mm leicht reduziert, wodurch nach ca. 25 Iterationen Konvergenz erreicht wird.

Im Allgemeinen hängt der Wert von ω von vielen Faktoren ab, wie z.B. der Spannung U , dem Temperaturgradienten, den Konstanten α und β und damit dem Isolationsmaterial, der Isolationsdicke oder der Geometrie (planar, zylindrisch) [Jörgens und Clemens, 2020b].

Ein Vergleich zwischen der Berechnung mittels explizitem Euler-Zeitintegrationsverfahren bis zum Erreichen der stationären Lösung und der Fixpunkt-Iteration, um die statische Ladungsverteilung in [Bodega *et al.*, 2006] und [Wu *et al.*, 2014] zu erhalten, ergibt eine schnellere Berechnung der stationären Lösung durch Verwendung der Fixpunkt-Iteration. Abhängig von der Höhe des elektrischen Feldes und der räumlichen Auflösung, ist die Berechnung mittels des Verfahrens der Fixpunkt-Iteration um ca. eine Größenordnung schneller. Hohe elektrische Feldintensitäten und Ladungsbewegungen werden beim expliziten Eulerverfahren mit einem geringen Zeitschritt berücksichtigt. Dies führt zu einer erhöhten

Berechnungszeit bis eine statische Verteilung erreicht wird. Bei der Fixpunkt-Iteration spielt das Zeitschrittstabilitätskriterium keine Rolle, was die Berechnungszeit gegenüber dem transienten Simulationsansatz reduziert [Jörgens und Clemens, 2020b].

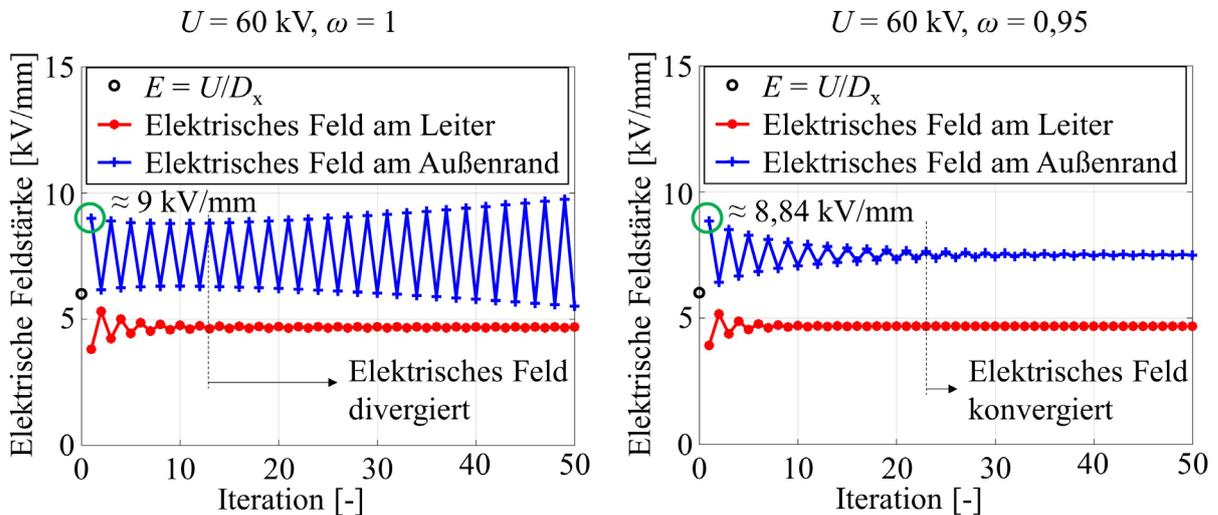


Abbildung 5.23: Elektrisches Feld innerhalb einer 10 mm Dicken VPE Isolation. Links: Bei einer Spannung von $U = 60 \text{ kV}$ und $\omega = 1$ divergiert der Iterationsprozess für das elektrische Feld. Rechts: Mit einer Spannung von $U = 60 \text{ kV}$ und $\omega = 0,95$ konvergiert der Iterationsprozess für das elektrische Feld.

5.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Berechnung von HGÜ-Kabelsystemen mittels explizitem Zeitintegrationsverfahren hängt von der Anzahl der Freiheitsgrade und der verwendeten Zeitschrittweite ab. Werden zusätzlich thermische Effekte berücksichtigt, dann sind das elektrische und das thermische Problem zudem über die Isolationsverluste miteinander gekoppelt. Bei der Berücksichtigung der Bodenumgebung in der das Kabel verlegt wurde, liegt ein Multiskalen-Problem vor. Das Kabel ist im Vergleich zur Umgebung klein und muss entsprechend fein aufgelöst werden.

Da i.d.R. die Leiterverluste viel größer sind als die Isolationsverluste, können letztere bei der Berechnung der Temperatur vernachlässigt werden. Das gesamte Problem kann daher in ein thermisches und ein elektrisches Problem aufgespalten werden. Für das thermische Problem muss das gesamte Berechnungsgebiet, Kabel und Umgebung (z.B. der Boden), betrachtet werden. Da meist das stationäre elektrische Feld von Interesse ist, reicht für die Berechnung der Temperatur die Betrachtung des statischen Falls. Besitzt das Kabel oder das Kabelpaar einen metallischen Außenleiter, so kann das elektrische Feld als annähernd radialsymmetrisch angesehen werden. Dies hängt mit der hohen thermischen Leitfähigkeit des metallischen

5. Berücksichtigung der Kabelumgebung

Außenleiters zusammen. Dadurch liegt eine annähernd konstante Temperatur am Radius $r = r_a$ vor und der metallische Außenleiter wirkt wie eine Äquithermalfläche. Mittels der berechneten Temperaturverteilung im gesamten Gebiet, genügt somit für die elektrische Feldstärkeberechnung lediglich die eindimensionale Kabelisolation.

Bei starken Temperaturschwankungen in der Nähe des Kabels kann das Feld in der Kabelisolation nicht mehr als radialsymmetrisch betrachtet werden. Unter der Annahme, dass die Temperatur stärker die Amplitude des Feldes und weniger dessen Richtung beeinflusst, wird beim thermostatischen Modell das Feld weiterhin als radialsymmetrisch angesehen. Auch hier muss weiterhin die gesamte Spannung über der Isolation abfallen, wodurch die Nichtsymmetrie der Temperatur in der Berechnung der Konstanten $C(\phi, z)$, z.B. in (5.7), berücksichtigt ist.

Bei starken Temperaturschwankungen, wie es bei Kabelbündeln ohne metallischen Außenleiter der Fall ist, besitzt das Feld neben der radialen Komponente nun auch eine ϕ - bzw. z -Komponente. Eine Berechnung ist dann mittels Fixpunkt-Iteration möglich, zu sehen in den Algorithmen in Abbildung 5.20 und Abbildung 5.21. Durch die Fixpunkt-Iteration wird die Verwendung eines kleinen Zeitschrittes in expliziten Zeitintegrationsverfahren, aufgrund von hohen elektrischen Feldern und schnellen Ladungsbewegungen, vermieden. Während der Fixpunkt-Iteration kann es jedoch zu Oszillationen und instabilen Feldstärkewerten kommen. Diese werden unter Verwendung eines Unterrelaxationsparameters ω verringert, wobei die Iterationszahl ansteigt. Mittels Fixpunkt-Iteration kann jedoch das statische Ergebnis, im Vergleich zu einer transienten Simulation mit expliziter Zeitintegration, um bis zu einer Größenordnung schneller berechnet werden.

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Für die Verbindung von zwei Kabeln wird eine spezielle Kabelverbindung (Kabelmuffe) benötigt. Kabelendverschlüsse werden beispielsweise am Ende eines Kabels angebracht oder um die Verbindung zu einer gasisolierten Schaltanlage²⁸ (GIS) herzustellen. Am Ende eines Kabels werden Endverschlüsse angebracht, um dort andernfalls hohe auftretende Feldstärken zu unterdrücken (s. Abbildung 2.18 oben). Kabelverbindungen und Kabelendverschlüsse besitzen i.d.R. eine andere Isolation als das angeschlossene Kabel. Durch die daraus entstehende dielektrische Grenzschicht ist zum einen ein hoher Anpressdruck des Muffen- bzw. Endverschlussisolerstoffes nötig um Hohlräume zu verhindern, zum anderen können sich Ladungen an der Grenzschicht, ähnlich den Homo- und Heterochares im Kabel, ansammeln und zu lokalen Feldstärkespitzen führen.

Damit die Muffe um das Kabel gelegt werden kann, werden bis auf Leiter und Dielektrikum alle Schichten des Kabels entfernt. Bei diesem Arbeitsschritt kann die Rauigkeit des Dielektrikums beeinflusst werden. Der raue Kontakt zum Außenrand der Muffe oder des Endverschlusses erhöht lokal das Feld und die Ladungsinjektion (vgl. [Doedens *et al.*, 2020a], [Doedens *et al.*, 2020b]). Die Muffe und der Endverschluss stellen damit die am wenigsten zuverlässige Komponente und damit kritische Punkte in einem HGÜ-System dar [Ye *et al.*, 2018], [Cigré, 2002], [Bodega, 2006], [Mazzanti und Marzinotto, 2013]. So kam es beispielsweise in der Testphase von *Dolwin2* zum Ausfall mehrerer Kabelmuffen (vgl. [fricktal24, 2016], [Telepolis, 2016]).

In diesem Kapitel wird daher das Ladungsverhalten an einer dielektrischen Grenzschicht bzw. in einer Kabelmuffe und einem Kabelendverschluss untersucht. In Abschnitt 6.1 wird zunächst ein elektrisches Leitfähigkeitsmodell vorgestellt, welches die Ladungsansammlung an einer dielektrischen Grenzschicht simuliert. Analog zu dem Modell (4.18) und (4.19) wird die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit $\kappa(T, |\vec{E}|)$ durch eine zusätzliche räumliche Variation in der Nähe einer Grenzschicht erweitert. Anschließend wird das vorgestellte Modell verwendet, um Raumladungsmessungen nachzubilden. Numerische Feldsimulationen von Kabelmuffen sind in Abschnitt 6.2 zu finden. Neben akkumulierten Ladungen an

²⁸ engl. Gas-Insulated Substation (GIS)

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Grenzschichten wird auch der Einfluss von geänderten thermischen Bedingungen auf das elektrische Feld untersucht. Feldsteuerungstechniken werden anschließend gegeneinander verglichen, um auftretende Feldstärkespitzen zu verringern (Abschnitt 6.2.2). Zuletzt werden in Abschnitt 6.3 Kabelmuffen und Kabelendverschlüsse, mit Blick auf das Design der Betriebsmittelkomponente und auf dessen numerische Berechnung hin, verglichen.

6.1 Simulation von gemessenen Ladungsansammlungen an einer dielektrischen Doppelschicht

Für die Modellierung von Ladungsansammlungen an einer Grenzschicht wird die Geometrie in Abbildung 6.1 links angenommen. Die dielektrische Doppelschicht soll im Beispiel aus VPE ($\epsilon_r = 2,3$) und EPR ($\epsilon_r = 2,9$) bestehen.

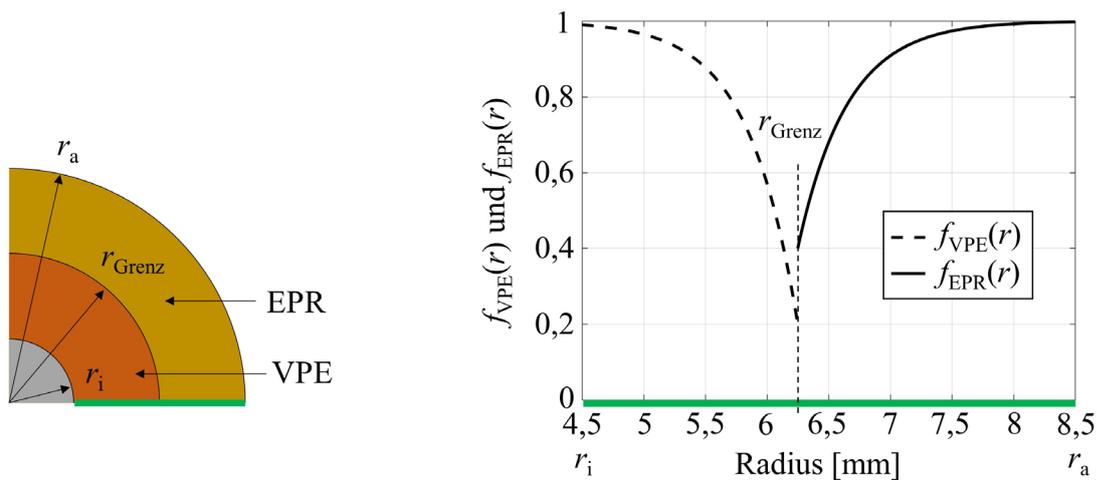


Abbildung 6.1: Links: Geometrie einer dielektrischen Doppelschicht, bestehend aus VPE und EPR [Bodega *et al.*, 2005]. Rechts: $f_{\text{VPE}}(r)$ und $f_{\text{EPR}}(r)$ beispielhaft für $k_{\text{VPE}} = 0,2$, $k_{\text{EPR}} = 0,4$ und $\zeta_{\text{VPE}} = \zeta_{\text{EPR}} = (r_a - r_i)/10$ [Jörgens und Clemens, 2020a].

Um Ladungsansammlungen an einer Grenzschicht zu beschreiben, besitzt die elektrische Leitfähigkeit in der Nähe der Grenzschicht, analog Abschnitt 4.6.1, ebenfalls eine räumliche Variation. Diese wird modelliert durch $\kappa(T, |\vec{E}|, r) = \kappa(T, |\vec{E}|) \cdot [f_{\text{VPE}}(r) + f_{\text{EPR}}(r) - 1]$, mit den radialen Gewichtungsfunktionen

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & f_{\text{VPE}}(r) = 1 + (k_{\text{VPE}} - 1) \exp\left(\frac{r - r_{\text{Grenz}}}{\zeta_{\text{VPE}}}\right), \\
 \text{b)} \quad & f_{\text{EPR}}(r) = 1 + (k_{\text{EPR}} - 1) \exp\left(-\frac{r - r_{\text{Grenz}}}{\zeta_{\text{EPR}}}\right),
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

wobei k und ζ die gleichen Bedeutungen wie in (4.18) haben. Dabei ist jedoch $f_{\text{VPE}}(r)$ nur definiert im Teilintervall der radialen Isolatorabmessung $r_i \leq r \leq r_{\text{Grenz}}$ und $f_{\text{EPR}}(r)$ ist nur gültig für $r_{\text{Grenz}} \leq r \leq r_a$. Beispielhaft ist (6.1) in Abbildung 6.1 rechts, mit $r_i = 4,5$ mm, $r_a = 8,5$ mm, $r_{\text{Grenz}} = 6,25$ mm, $k_{\text{VPE}} = 0,2$, $k_{\text{EPR}} = 0,4$ und $\zeta_{\text{VPE}} = \zeta_{\text{EPR}} = (r_a - r_i)/10$ zu sehen [Jörgens und Clemens, 2020a].

Die Messung einer Ladungsverteilung innerhalb einer dielektrischen Doppelschicht aus VPE ($\epsilon_r = 2,3$) und EPR ($\epsilon_r = 2,9$) ist in [Delpino *et al.*, 2008] für eine angelegte Spannung von $U = 30$ kV zu finden. Die Geometrie der dielektrischen Doppelschicht ist in Abbildung 6.1 links zu finden. Der Leiterradius ist hier $r_i = 1,8$ mm, mit einer Temperatur $T_i = 64^\circ\text{C}$ und der Außenrandradius ist $r_a = 3,9$ mm, mit einer Temperatur $T_a = 41^\circ\text{C}$. Der Radius der

VPE
$\kappa_{\text{Ref}} = 3 \cdot 10^{-18}$ S/m
$\alpha_{\text{Ref}} = 0,16^\circ\text{C}^{-1}$
$\nu = 1,8$
$T_{\text{Ref}} = 20^\circ\text{C}$
$E_{\text{Ref}} = 13$ kV/mm

EPR
$\kappa_{\text{Ref}} = 5 \cdot 10^{-17}$ S/m
$\alpha_{\text{Ref}} = 0,1^\circ\text{C}^{-1}$
$\nu = 1,6$
$T_{\text{Ref}} = 20^\circ\text{C}$
$E_{\text{Ref}} = 13$ kV/mm

Grenzschicht beträgt $r_{\text{Grenz}} = 3,2$ mm. Für die Annahme einer statischen Temperaturverteilung gelten $\lambda_{\text{VPE}} = 0,27$ W/(K·m) und $\lambda_{\text{EPR}} = 0,3$ W/(K·m). Betrachtet werden die Ergebnisse zum Zeitpunkt $t_{\text{END}} = 20.000$ s [Bodega *et al.*, 2005], [Bodega, 2006]. Die elektrische Leitfähigkeit wird mit (2.30) beschrieben, wobei die Konstanten in der Tabelle links zusammengetragen sind [Bodega, 2006].

Analog der Kabelisolation sind auch an einer Grenzschicht unterschiedlicher Dielektrika Flächenladungen zu beobachten. Die auftretenden Flächenladungen können durch die *Maxwell-Wagner-Sillars* Polarisation beschrieben werden, wenn eine konstante Permittivität und elektrische Leitfähigkeit beider Dielektrika vorliegt [Castellanos *et al.*,

1998]. Aufgrund der Temperatur- und Feldabhängigkeit ist das Maxwell-Wagner-Sillars Modell nicht anwendbar. Zudem akkumulieren Ladungen an der Grenzschicht, da die physikalische und chemische Unordnung eine hohe Störstellendichte begünstigt [Kreuger, 1995], [Bodega, 2006], [Delpino *et al.*, 2008], [Rogti *et al.*, 2008].

Die Flächenladungen zwischen beiden Dielektrika können jedoch allgemein durch

$$\delta_{\text{Grenz}} = \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{EPR}} E_{\text{EPR}}(r_{\text{Grenz}}) - \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{VPE}} E_{\text{VPE}}(r_{\text{Grenz}}), \tag{6.2}$$

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

beschrieben werden, wobei $E_{\text{EPR}}(r_{\text{Grenz}})$ das elektrische Feld im EPR-Material an der Grenzschicht ($r = r_{\text{Grenz}}$) und $E_{\text{VPE}}(r_{\text{Grenz}})$ das elektrische Feld im VPE-Material an der Grenzschicht, unter Berücksichtigung von Raumladungen, ist [Kreuger, 1995], [Delpino *et al.*, 2008]. Obwohl Messungen in [Bodega, 2006] bereits Flächenladungen zum Zeitpunkt $t = 0$ zeigen, sind dies keine wirklichen Ladungen, sondern analog zu Abschnitt 4.6.3.1 Artefakte der Messmethode. Diese detektiert nur den Übergang zwischen beiden Materialien und keine Ladungen. Nach der Maxwell-Wagner-Sillars-Theorie baut sich eine Flächenladungsdichte mit der Zeit auf und erreicht einen statischen Wert, abhängig von den Permittivitäten, Leitfähigkeiten und Dicken der jeweiligen Schichten [Kreuger, 1995], [Bodega, 2006].

Ergebnisse von Messung und numerischer Simulation, mit und ohne akkumulierten Ladungen an der Grenzschicht, sind in Abbildung 6.2 links zu sehen. Das dazugehörige elektrische Feld ist in Abbildung 6.2 rechts zu sehen, wobei die ungefilterte Ladungsverteilung für die Berechnung verwendet wird.

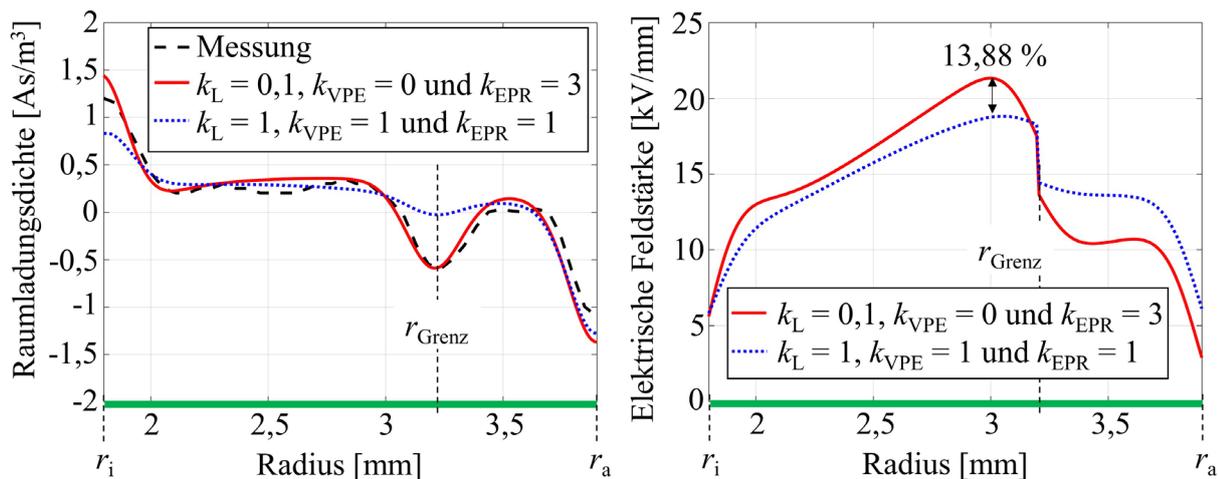


Abbildung 6.2: VPE-EPR Doppelschicht (Kabel). Links: Messung und Simulation einer Raumladungsverteilung, mit und ohne akkumulierten Ladungen an einer Grenzschicht, nach $t = 20.000$ s. Rechts: Elektrisches Feld, berechnet aus der Raumladungsverteilung links [Jörgens und Clemens, 2020a].

$k_L = 0,1$
$k_{\text{AR}} = 1$
$\zeta_L = (r_{\text{Grenz}} - r_i)/10$
$k_{\text{VPE}} = 0$
$k_{\text{EPR}} = 3$
$\zeta_{\text{VPE}} = (r_{\text{Grenz}} - r_i)/3$
$\zeta_{\text{EPR}} = (r_a - r_{\text{Grenz}})/1$

Da in der Messung neben akkumulierten Ladungen an der Grenzschicht auch Heterocharges am Leiter zu beobachten sind, werden die Simulationsergebnisse durch (4.18) und (6.1) zusammen erhalten. Die verwendeten Konstanten sind erneut in der Tabelle links zu finden [Jörgens und Clemens, 2020a]. Ohne akkumulierte Ladungen in der Nähe einer Grenzschicht gilt $k_L = k_{\text{AR}} = k_{\text{VPE}} = k_{\text{EPR}} = 1$, wodurch es zu

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

keiner zusätzlichen räumlich Variation der elektrischen Leitfähigkeit in der Nähe der Elektroden oder der Grenzschicht kommt.

Die Simulationsergebnisse, unter Berücksichtigung von Ladungsansammlungen in der Nähe der Grenzschicht, zeigen eine geringere Differenz zur Messung als die Verwendung des Modells (2.30) alleine. Gerade in der Nähe des Leiters und der Grenzschicht ist dies zu sehen. Die elektrischen Feldsimulationen zeigen in Abbildung 6.2 rechts, dass es in der Nähe der Grenzschicht ($r = r_{\text{Grenz}}$) zu einem Feldanstieg um 13,88 % kommt, was Muffen und Endverschlüsse nochmals als kritische Punkte in einem HGÜ-System charakterisiert.

$r_i = 4,5 \text{ mm}$
$r_a = 8,5 \text{ mm}$
$r_{\text{Grenz}} = 6,25 \text{ mm}$
$T_i = T(r_i) = 65^\circ\text{C}$
$T_a = T(r_a) = 45^\circ\text{C}$
$U = 40 \text{ kV}$
$k_L = 0$
$k_{\text{AR}} = 1$
$\zeta_L = (r_{\text{Grenz}} - r_i)/1$
$k_{\text{VPE}} = 0,1$
$k_{\text{EPR}} = 0$
$\zeta_{\text{VPE}} = (r_{\text{Grenz}} - r_i)/5$
$\zeta_{\text{EPR}} = (r_a - r_{\text{Grenz}})/0,1$

Eine weitere Messung innerhalb einer VPE-EPR-Grenzschicht ist in [Bodega, 2006] zu finden. Die Konstanten sind erneut in der linken Tabelle zusammengetragen. Die Permittivitäten und die thermischen Leitfähigkeiten der beiden Materialien, sowie die Zeit t_{END} bleiben unverändert. Ein Vergleich der Messung und der Simulation, bzgl. der Raumladungsdichte, ist in Abbildung 6.3 links und die entsprechenden elektrischen Felder sind in Abbildung 6.3 rechts zu sehen.

Auch in Abbildung 6.3 links kommt es durch die Berücksichtigung von akkumulierten Ladungen mit (6.1) an der Grenzschicht beider Materialein zu einer geringeren

Differenz zwischen der Simulation (rote Kurve) und der Messung (schwarz gestrichelte Kurve). Durch die genauere Modellierung der Ladungsansammlung bei $r \approx 5,75 \text{ mm}$ kommt es an der Grenzschicht zu einer Feldstärkeerhöhung von 8 %.

Mögliche Gründe für die starke Ladungsansammlung an der Grenzschicht in Abbildung 6.2 und Abbildung 6.3 sind eine erhöhte Temperatur und Feldstärke, wodurch mehr positive Ladungen akkumulieren. Diese sammeln sich dann an der Grenzschicht, aufgrund einer erhöhten Störstellendichte. Ein weiterer Grund ist eine nicht perfekte Verbindung beider Materialien, wodurch es zu einem Temperatursprung an der Grenzschicht kommt (vgl. [Bodega *et al.*, 2005]). Mit einer temperaturabhängigen Mobilität der Ladungen (vgl. (2.27)), bewegen sich diese im VPE-Material schneller zur Grenzschicht, im Vergleich zur Bewegung von dieser weg, innerhalb des EPR-Materials. Analog zu Abschnitt 4.5 reichern sich die Ladungen durch das Ungleichgewicht aus zur Grenzschicht hinfließenden und wegfließenden Ladungen an dieser an.

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

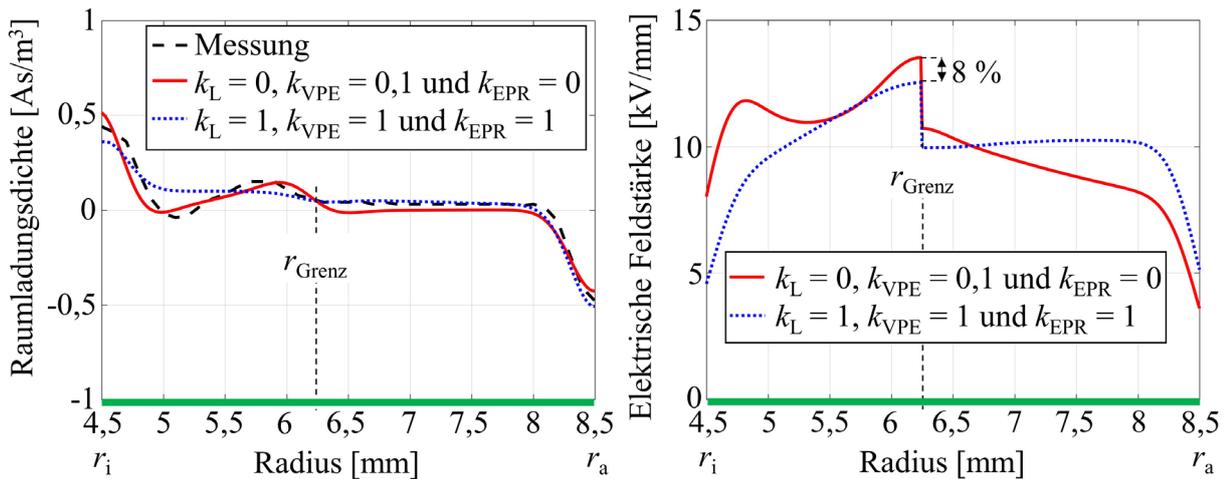


Abbildung 6.3: VPE-EPR Doppelschicht (Muffe). Links: Messung und Simulation einer Raumladungsverteilung, mit und ohne akkumulierten Ladungen an einer Grenzschicht, nach $t = 20.000$ s. Rechts: Elektrisches Feld, berechnet aus der Raumladungsverteilung links [Jörgens und Clemens, 2020a].

Nach Abbildung 6.2 und Abbildung 6.3 verhalten sich positive Ladungen an der Grenzschicht im VPE-Material wie Heterocharges und können, analog dem Modell (4.18), mit $k_{\text{VPE}} < 1$ modelliert werden. Eine negative Ladungsansammlung verringert das Feld zur Grenzschicht hin und wird analog einer Homochargeverteilung mit $k_{\text{VPE}} > 1$ modelliert. Innerhalb der EPR-Schicht verhalten sich positive Ladungen wie Homocharges, indem sie das Feld zur Grenzschicht hin verringern. Die Ladungen werden mit $k_{\text{EPR}} > 1$ modelliert. Negative Ladungen verhalten sich wie Heterocharges, indem sie das Feld zur Grenzschicht hin vergrößern und werden ebenfalls mit $k_{\text{EPR}} < 1$ modelliert.

Um das Ladungsverhalten in den Isolierstoffen beschreiben zu können sind einige Leitfähigkeitsmodelle in Kapitel 4 und Abschnitt 6.1 vorgestellt worden. Ein Vergleich der einzelnen Modelle untereinander findet sich in Tabelle 6.1 [Jörgens und Clemens, 2020e].

Vielfach ist in der Literatur die Verwendung der Modelle (2.29) - (2.34) und (4.6) zu sehen. Die Raumladungsakkumulation wird dabei durch Temperatur- und Feldstärkevariationen hervorgerufen und das stationäre elektrische Feld kann in einer geschlossenen analytischen Form (vgl. (4.10) oder (4.13)) dargestellt werden. Dadurch kann eine direkte Verbindung zwischen dem Temperaturgradienten und dem resultierenden elektrischen Feld dargestellt werden. Es wird jedoch nur eine gemittelte Ladungsverteilung mit positivem oder negativem Vorzeichen berechnet und Effekte an Grenzschichten oder Elektroden werden unberücksichtigt gelassen.

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Tabelle 6.1: Vergleich verschiedener Leitfähigkeitsmodelle und deren Beschreibung der Ladungsakkumulation in den Isolierstoffen.

Modell	Beschreibung der Ladungsbewegung	Einschränkung
(2.29) - (2.34) und (4.6)	Ladungsakkumulation aufgrund eines Temperaturgradienten und/oder räumlicher Feldstärkevariationen.	Berechnung einer gemittelten Ladungsdichte, entweder mit positivem oder negativem Vorzeichen. Keine Effekte an Grenzschichten oder Oberflächen.
(4.18) und (4.19)	Zusätzliche Berücksichtigung von Effekten an Oberflächen.	Es wird nur der stationäre Fall betrachtet. Die zusätzlichen Konstanten können nur durch Raumladungsmessungen bestimmt werden.
(6.1) und (4.18), (4.19)	Zusätzliche Berücksichtigung von Effekten an Grenzschichten.	
(4.33), (4.34)	Beschreibung der stationären Material- und Heterocharge-Verteilung in polymeren Isolierstoffen.	Begrenzt auf den stationären Fall und Heterocharges.
(4.37) und (4.38)	Transiente Vorgänge von Ladungsbewegungen, mit Berücksichtigung von Homo- und Heterocharges an den Elektroden und Ladungen im Isolierstoff.	Zusätzliche Parameter werden eingeführt, die sich über der Zeit ändern und nur durch Raumladungsmessungen bestimmt werden können.

Die zusätzliche Betrachtung von Effekten an den Elektroden wird mit (4.18) und (4.19) und an Grenzschichten mit (6.1) und (4.19) beschrieben. Dabei werden zusätzliche räumliche Variationen modelliert, die eine vermehrte Ladungsansammlung simulieren. Die zusätzlichen Konstanten müssen jedoch durch entsprechende Raumladungsmessungen angepasst werden. Mit (4.34) werden verallgemeinerte Werte der zusätzlichen Konstanten, mittels verschiedener Raumladungsmessungen, definiert. Mit (4.34) werden jedoch nur Heterocharges berücksichtigt und genau wie bei (4.18), (4.19) und (6.1) wird nur der stationäre Fall betrachtet. Transiente Vorgänge können mit (4.37) und (4.38) simuliert werden, indem sich die zusätzliche räumliche Variation der elektrischen Leitfähigkeit innerhalb der Isolation bewegt. Mittels (4.37) und (4.38) kann so die Differenz zwischen Simulation und Messung, gegenüber etablierten Modellen, reduziert werden (vgl. Tabelle 4.5). Jedoch variieren die neu definierten Parameter mit der Zeit und können nur durch entsprechende Raumladungsmessungen bestimmt werden.

Grundsätzlich sind die neu entwickelten Modelle jedoch in der Lage die Raumladungsverteilung innerhalb der Isolation von Kabelisolierstoffen besser nachzubilden als gängige Modelle aus der Literatur. Die erhaltenen elektrischen Felder, simuliert mit den neu entwickelten Modellen, zeigen dabei lokale Feldstärkemaxima (vgl. z.B. Abbildung 6.2 und Abbildung 6.3) auf, die ein möglicher Grund für Betriebsausfälle sein können.

6.2 Elektrische Felder innerhalb einer Kabelmuffe

Aufbauend auf den simulierten elektrischen Feldern in einer dielektrischen Doppelschicht sollen nun die Felder in einer Muffengeometrie untersucht werden. Die Simulation der elektrischen Feldverteilung in Kabelmuffen ist beispielsweise in [Saltzer *et al.*, 2011], [Mauseth und Haugdal, 2017] und [Frobin *et al.*, 2018] zu finden. Wie auch schon in Abschnitt 6.1 erwähnt, muss dabei besonders die Ladungsakkumulation und damit einhergehend das Feld an der Grenzschicht zwischen Kabel- und Muffenisolation beachtet werden.

6.2.1 Elektrische Felder bei anliegendem Temperaturgradienten und Ladungsansammlungen an Grenzschichten

VPE
$\kappa_0 = 3 \cdot 10^{-16} \text{ S/m}$
$\alpha = 0,05^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0,03 \cdot 10^{-6} \text{ m/V}$

EPDM
$\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-15} \text{ S/m}$
$\alpha = 0,02^\circ\text{C}^{-1}$
$\beta = 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ m/V}$

Zur Untersuchung der elektrischen Feldverteilung, abhängig von unterschiedlichen thermischen Bedingungen, wird im Beispiel eine Kabelmuffe nach der Geometrie in [Frobin *et al.*, 2018] verwendet. Die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit der VPE-Kabelisolation und der EPDM-Muffenisolation wird analog zu [Mauseth und Haugdal, 2017] mit (2.29) beschrieben, wobei die Leitfähigkeitskonstanten links zusammengefasst sind. Die relativen Permittivitäten sind $\varepsilon_{r,VPE} = 2.3$ und $\varepsilon_{r,EPDM} = 2.6$ und die

Spannung liegt bei $U = 145 \text{ kV}$.

Der äußere und innere Steuerkonus besteht aus Gummi, wobei eine thermische Leitfähigkeit von $0,3 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$ angenommen wird. Mit $\lambda_{VPE} = 0,38 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$ besitzt das VPE Material eine leicht höhere thermische Leitfähigkeit, im Vergleich zu EPDM $\lambda_{EPDM} = 0,3 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$ [Eichhorn, 1981]. Für den Wärmeabtransport wird ein konvektiver Wärmeübergang (2.15), hier aus Gründen der Klarheit nochmals aufgeführt:

$$|\vec{q}_{th}| = \alpha_{th} \cdot (T_x - T_{\infty,F}), \quad (2.15)$$

mit dem Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{th} = 5 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$ und einer Umgebungstemperatur von $T_{\infty,F} = T_{\infty} = 20^\circ\text{C}$, modelliert. Die Temperatur des Außenrandes der Muffe stellt T_x dar. Die Leitertemperatur beträgt 70°C [Mauseth und Haugdal, 2017], [Frobin *et al.*, 2018]. Die

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Muffengeometrie und die stationäre Temperaturverteilung sind in Abbildung 6.4 zu sehen. Wie schon bei den Kabelsimulationen sind die Isolationsverluste, im Vergleich zu den ohm'schen Verlusten im Leiter, sehr gering und sorgen für keine signifikante Temperaturerhöhung. Sie sind jedoch in den Ergebnissen enthalten. Zur Berechnung der Feld und Temperaturverteilung werden die EQS-Feldformulierung und die Wärmeleitungsgleichung, analog zu Abbildung 3.2, gelöst. Betrachtet werden lediglich die stationären Felder als Endzustand einer Einschaltphase.

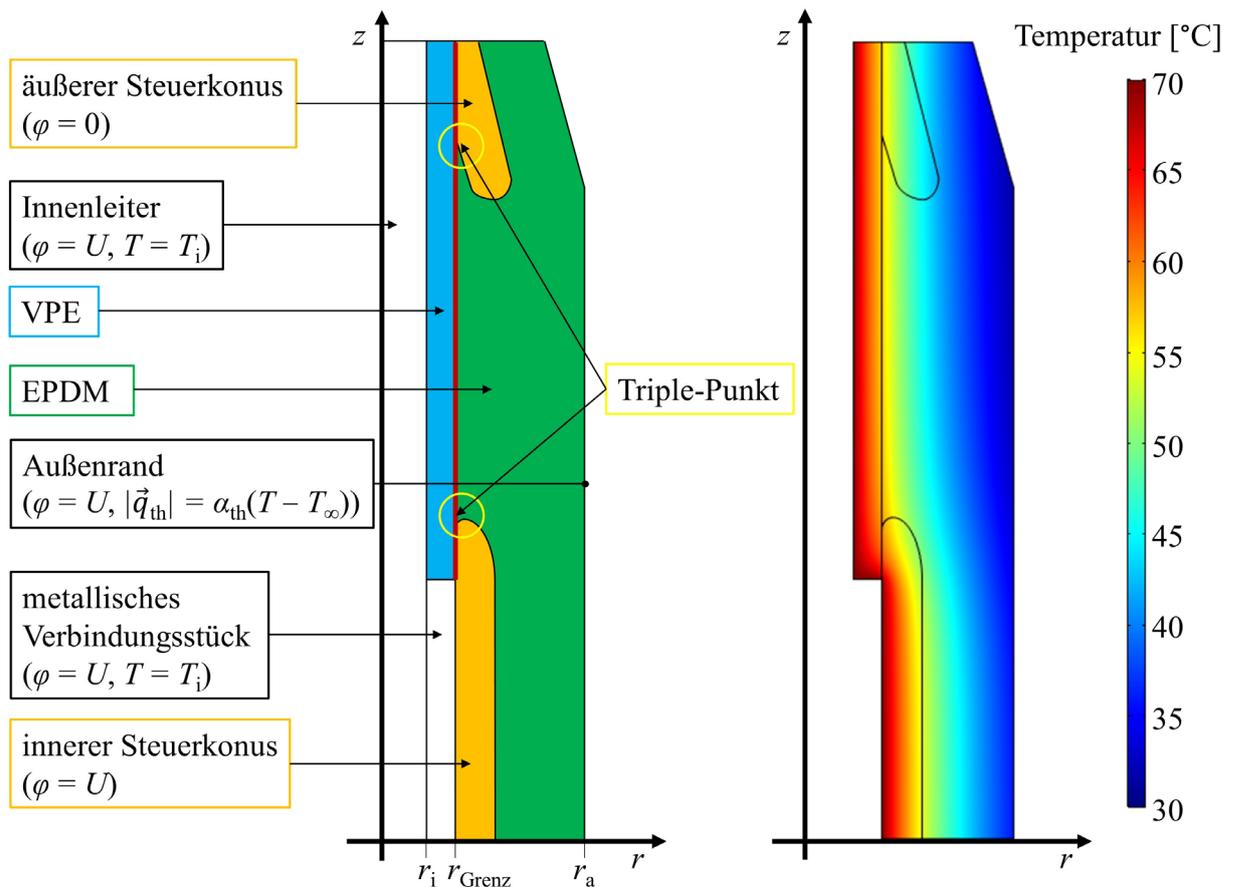


Abbildung 6.4: Links: Geometrie der simulierten Kabelmuffe nach [Frobin *et al.*, 2018]. Rechts: Statische Temperaturverteilung für $\alpha_{th} = 5 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$.

Die erhaltenen Simulationsergebnisse der betrachteten Beispielform sind in Abbildung 6.5 zu finden. Die Ergebnisse zeigen auf, dass ohne akkumulierte Raumladungen (s. Abbildung 6.5 a)) das maximale elektrische Feld gewohntermaßen am Leiter liegt. Bereits hier (s. Abbildung 6.6 links) sind Feldstärkespitzen am Triple-Punkt des äußeren Steuerkonus zu beobachten. In Abbildung 6.6 ist das elektrische Feld entlang der roten Auswertegerade in Abbildung 6.4 links zu sehen. Die Positionen des Triple-Punktes am inneren ($z = 172,5 \text{ mm}$) und am äußeren ($z = 393 \text{ mm}$) Steuerkonus sind zu Orientierung markiert.

In Abbildung 6.4 liegt innerhalb der Kabelisolation der Temperaturgradient bei ca. 10°C . Innerhalb der Muffenisolation liegt der Gradient zwischen 25°C und 30°C . Durch den

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

geringen Abstand zwischen Leiter und äußerem Steuerkonus liegen in diesem Bereich ein hohes Feld und eine hohe Ladungsakkumulation vor (s. Abbildung 6.5 b)). Durch den hohen anliegenden Temperaturgradienten am inneren Steuerkonus kommt es auch hier zu einer Ladungsansammlung. Die Ladungen sind jedoch, aufgrund des geringeren elektrischen Feldes, geringer als am äußeren Steuerkonus und führen somit nur zu einer Reduktion des Feldes am Leiter des inneren Steuerkonus, aber zu keiner Feldinversion (s. Abbildung 6.5 b)). Am Triple-Punkt des äußeren Steuerkonus kommt es an der Grenzschicht zwischen VPE und EPDM zu einer Felderhöhung von 47,5 % (Abbildung 6.6 links, schwarze und rote durchgezogene Linie) [Mauseth und Haugdal, 2017], [Frobin *et al.*, 2018].

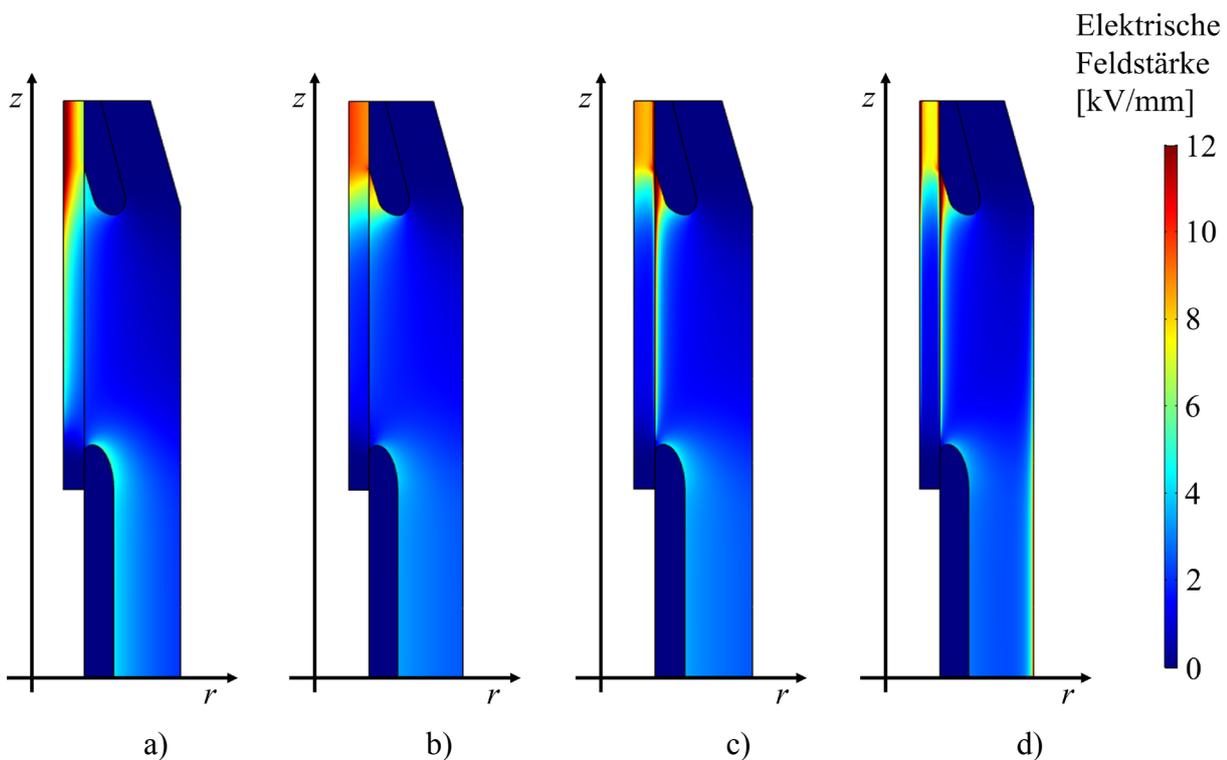


Abbildung 6.5: a): Elektrisches Feld ohne akkumulierte Raumladungen ($t = 0$). b): Stationäres elektrisches Feld ohne Berücksichtigung von Ladungen an einer Grenzschicht. c): Stationäres elektrisches Feld unter Berücksichtigung von Ladungen an der VPE-EPDM-Grenzschicht mit (6.1), beispielhaft für $k_{VPE} = k_{EPDM} = 0,1$. d): Stationäres elektrisches Feld unter Berücksichtigung von Ladungen an der VPE-EPDM-Grenzschicht mit (6.1) und unter Berücksichtigung von Ladungsansammlungen am Leiter und Außenrand mit am (4.18), beispielhaft für $k_{VPE} = k_{EPDM} = k_L = k_{VPE} = 0,1$.

Zusätzliche Ladungen an der Grenzschicht werden nun mit dem Modell (6.1) berücksichtigt, wobei beispielhaft die Konstanten $\zeta_{VPE} = (r_{Grenz} - r_i)/10$, $\zeta_{EPDM} = (r_a - r_{Grenz})/10$ und $k_{VPE} = k_{EPDM} \in \{0,7; 0,5; 0,3; 0,1\}$, mit $r_i = 11,5$ mm, $r_{Grenz} = 27$ mm und $r_a = 99$ mm angenommen werden (s. Abbildung 6.4 links). Die Konstanten k_{VPE} und k_{EPDM} geben dabei den Leitfähigkeitsanstieg bzw. -abfall an der betrachteten Grenzschicht an und die Konstanten

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

ζ_{VPE} und ζ_{EPDM} definieren den Gradienten von (6.1) in der Nähe der Grenzschicht. Zusätzliche Ladungsansammlungen am Leiter und am Außenrand werden zunächst nicht berücksichtigt.

Eine Verringerung von k_{VPE} und k_{EPDM} führt zu einem größeren Leitfähigkeitsgefälle, was sich an einem lokal höheren Feld am Triple-Punkt (VPE-EPDM-äußerer Steuerkonus) zeigt. Mit größer werdendem Leitfähigkeitsgefälle steigt dort die Feldstärke um bis zu 163,8 %, im Vergleich zum Feld mit $k_{VPE} = k_{EPDM} = 1$ (vgl. rote durchgezogene und blau gestrichelte Linie in Abbildung 6.6 links), an. In Abbildung 6.5 c) ist beispielhaft eben dieses elektrische Feld zu sehen und zeigt überhöhte Feldstärkewerte entlang der gesamten Grenzschicht.

Kommt es auch am Leiter und am Außenrand zu einem entsprechenden Leitfähigkeitsgefälle, so sinkt das Feld an der Grenzschicht, in der Nähe des äußeren Steuerkonus, da das Feld am Leiter in dieser Region ansteigt (s. Abbildung 6.6). Es liegt aber weiterhin bis zu 145,1 % über dem Feld mit Raumladungen (vgl. rote durchgezogene und blau gestrichelte Linie in Abbildung 6.6 rechts).

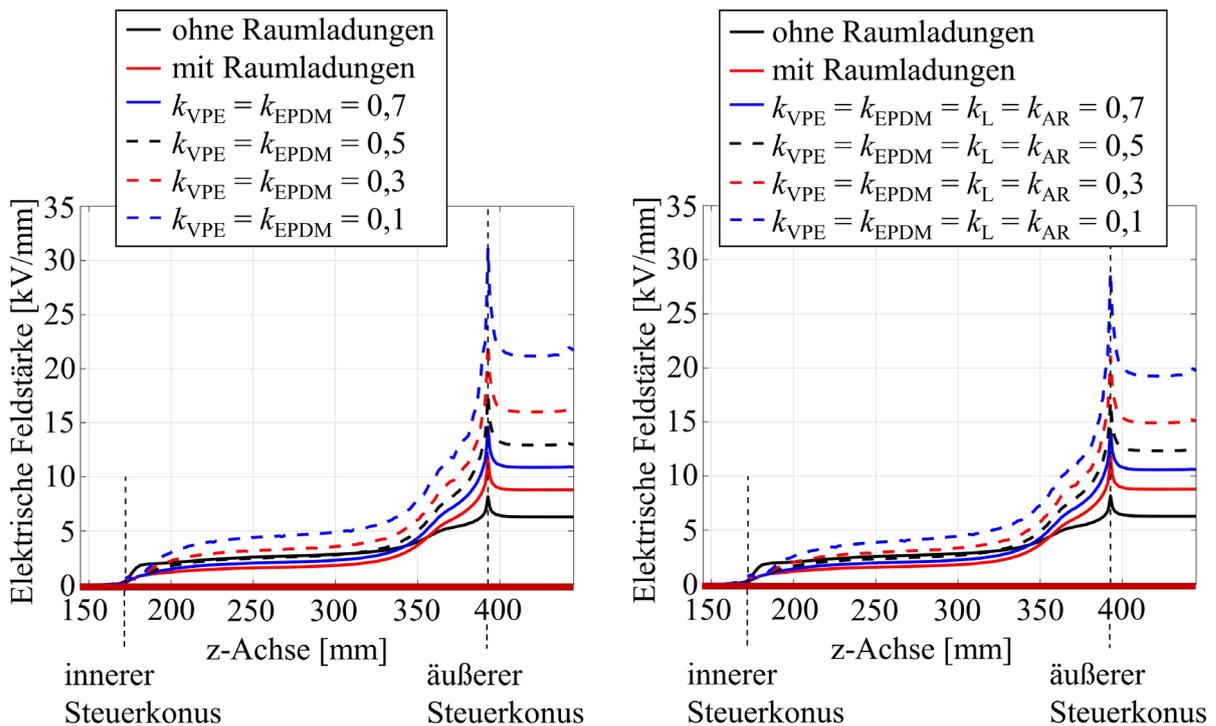


Abbildung 6.6: Links: Statisches elektrisches Feld entlang der roten Auswertegerade in Abbildung 6.4 links, für $k_{VPE} = k_{EPDM} \in \{0,7; 0,5; 0,3; 0,1\}$. Rechts: Statisches elektrisches Feld für $k_{VPE} = k_{EPDM} = k_L = k_{AR} \in \{0,7; 0,5; 0,3; 0,1\}$.

In der Abbildung 6.6 rechts werden die Leitfähigkeitsgradienten am Leiter/Außenrand durch (4.18) und (4.19), sowie $\zeta_L = \zeta_{VPE}$ bzw. $\zeta_{AR} = \zeta_{EPDM}$ und $k_L = k_{VPE}$ und $k_{AR} = k_{EPDM}$ modelliert. In Abbildung 6.5 d) ist zudem beispielhaft das Feld für $k_{VPE} = k_{EPDM} = k_L = k_{AR} = 0,1$ zu sehen. Am Außenrand in der Nähe des inneren Steuerkonus sind nun, im Vergleich zu

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Abbildung 6.5 c), leichte Felderhöhungen zu beobachten. In der VPE Isolation, in der Nähe des äußeren Steuerkonus, fällt das Feld innerhalb der Isolation ab, da es an den Rändern ansteigt (vgl. Abbildung 4.12).

Grundsätzlich haben die Ergebnisse der Simulation gezeigt, dass sich das Feld durch die akkumulierten Raumladungen gerade im Bereich des äußeren Steuerkonus erhöht. Durch die zusätzlichen akkumulierten Ladungen an der VPE-EPDM-Grenzschicht kommt es gerade im EPDM-Bereich, zwischen VPE-EPDM-Grenzschicht und äußerem Steuerkonus, und am Triple-Punkt des äußeren Steuerkonus zu hohen Feldstärkebelastungen. Diese können in ungünstigen Fällen in der Größenordnung der Durchschlagsfeldstärke liegen. Die Ladungsansammlungen an der Grenzschicht können daher mit einer der Gründe für den Ausfall der Muffen in der Testphase von Dolwin2 gewesen sein (vgl. [fricktal24, 2016], [Telepolis, 2016]).

Der anliegende Temperaturgradient hat allgemein einen Einfluss auf die globale Raumladungsverteilung. Mit steigendem Temperaturgradienten steigt auch die Ladungsdichte. Im Folgenden werden Temperaturveränderungen innerhalb der gesamten Muffengeometrie durch einen besseren bzw. schlechteren Wärmeabtransport untersucht. Dies wird modelliert durch die Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{th} = 8 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$ (besserer Wärmeabtransport) und $\alpha_{th} = 2 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$ (schlechterer Wärmeabtransport). Der Referenzwert soll $\alpha_{th} = 5 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$ sein, wobei die stationäre Temperaturverteilung, unter Verwendung dieses Wärmeübergangskoeffizienten, in Abbildung 6.4 rechts zu sehen ist. Zudem werden Veränderungen in den einzelnen Gebieten (VPE, EPDM, Steuerkonus) untersucht, indem die thermischen Leitfähigkeiten $\lambda_{VPE} = 0,38 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ und $\lambda_{EPDM} = 0,2 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ bzw. $\lambda_{VPE} = 0,2 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ und $\lambda_{EPDM} = 0,38 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ ($\lambda_{\text{Steuerkonus}} = \lambda_{EPDM}$) angenommen werden. Die thermische Leitfähigkeit beider Materialien sinkt leicht mit steigender Temperatur (vgl. [Eichhorn, 1981]), wodurch auch Werte $< 0,3 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ erreicht werden können [Qi und Boggs, 2006]. Eine Vergrößerung der thermischen Leitfähigkeit von EPDM kann beispielsweise durch die Zugabe von Mikrofüllstoffen geschehen (vgl. [Han *et al.*, 2017b]). Die thermische Leitfähigkeit schwankt zudem zwischen unterschiedlichen Arten von polymeren Isolierstoffen und liegt nach [Huang *et al.*, 2011] zwischen 0,1 und 0,5 $\text{W}/(\text{K}\cdot\text{m})$. Die Simulationsergebnisse der Beispielkonfiguration sind nun in Abbildung 6.7 bzw. für das elektrische Feld an der Grenzschicht in Abbildung 6.8 zusammengetragen. Vernachlässigbare Unterschiede zu diesen Ergebnissen sind zu sehen, wenn $\lambda_{\text{Steuerkonus}} = 0,3 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ unverändert bleibt und nur λ_{VPE} bzw. λ_{EPDM} variieren. Zusätzliche Ladungsansammlungen an Grenzschichten, mittels der Modelle (6.1), (4.18) und (4.19), werden hier nicht berücksichtigt, da einzig der Effekt einer variierenden Temperaturverteilung untersucht wird.

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

$$\begin{array}{cccc}
 \alpha_{th} = 2 \text{ W}/(\text{Km}^2) & \alpha_{th} = 8 \text{ W}/(\text{Km}^2) & \alpha_{th} = 5 \text{ W}/(\text{Km}^2) & \alpha_{th} = 5 \text{ W}/(\text{Km}^2) \\
 \lambda_{VPE} = 0,38 \text{ W}/(\text{Km}) & \lambda_{VPE} = 0,38 \text{ W}/(\text{Km}) & \lambda_{VPE} = 0,38 \text{ W}/(\text{Km}) & \lambda_{VPE} = 0,2 \text{ W}/(\text{Km}) \\
 \lambda_{EPDM} = 0,3 \text{ W}/(\text{Km}) & \lambda_{EPDM} = 0,3 \text{ W}/(\text{Km}) & \lambda_{EPDM} = 0,2 \text{ W}/(\text{Km}) & \lambda_{EPDM} = 0,38 \text{ W}/(\text{Km})
 \end{array}$$

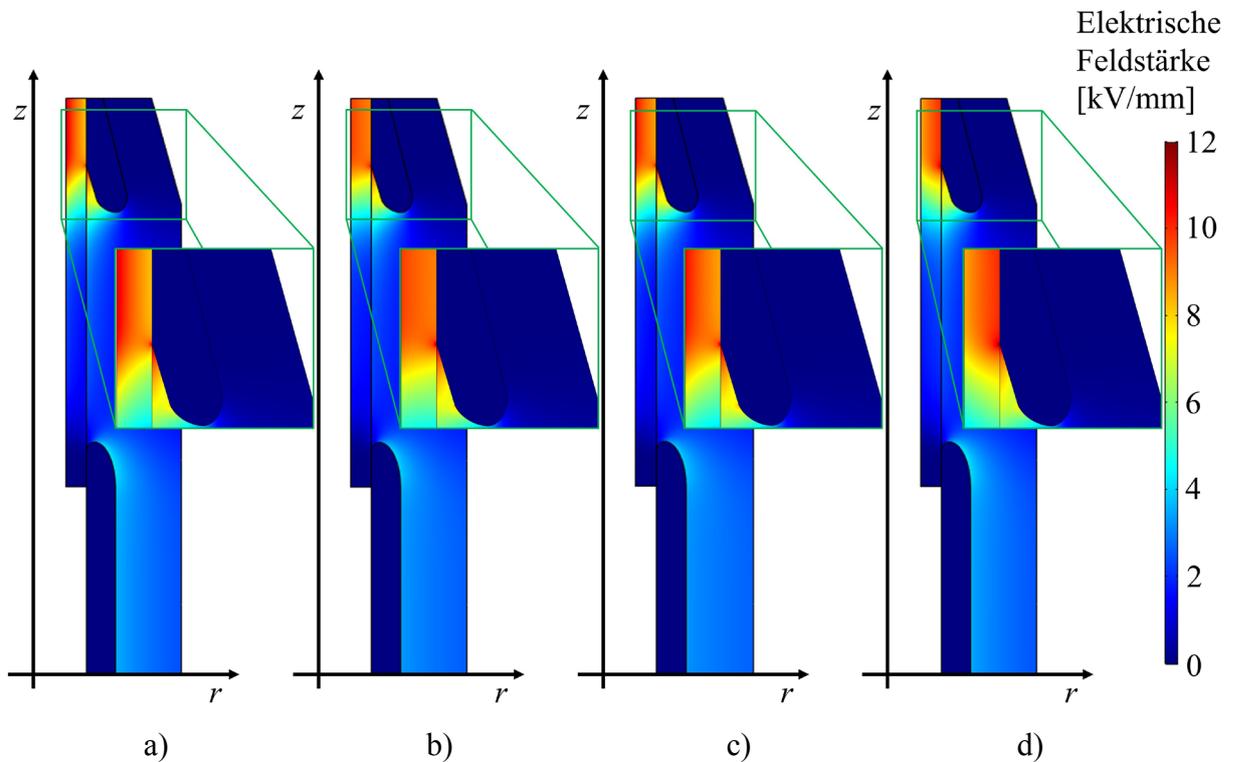


Abbildung 6.7: Elektrisches Feld innerhalb der Kabelmuffe, bei einer Veränderung der Temperaturverteilung durch eine Variation des Wärmeübergangskoeffizienten α_{th} und der thermischen Leitfähigkeiten λ_{VPE} und λ_{EPDM} .

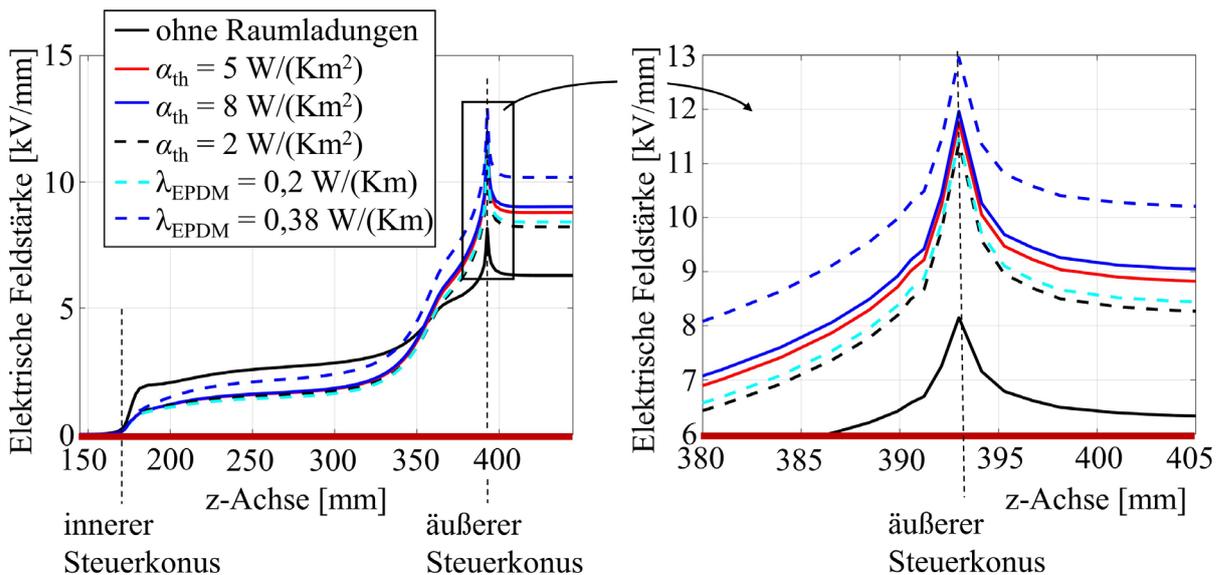


Abbildung 6.8: Elektrisches Feld an der VPE-EPDM-Grenzschicht, bei einer Veränderung der Temperaturverteilung innerhalb der Muffe durch eine Variation des Wärmeübergangskoeffizienten α_{th} und der thermischen Leitfähigkeiten λ_{VPE} und λ_{EPDM} .

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Wie in Abbildung 6.7 a) und in Abbildung 6.7 b) zu sehen, führt eine Vergrößerung der abgeführten Wärme (Vergrößerung des Wärmeübergangskoeffizienten α_{th}) zu einer erhöhten Feldinversion am äußeren Steuerkonus und damit auch zu einem Anstieg der Feldstärke an diesem Triple-Punkt (Abbildung 6.8 rechts, $z \approx 393$ mm). Eine Vergrößerung des Wertes α_{th} von 5 auf 8 W/(K·m²) vergrößert das Feld an diesem Punkt jedoch nur um 1,7 %. Eine Verringerung des Wärmeübergangskoeffizienten von 5 auf 2 W/(K·m²) reduziert das Feld um lediglich 3,15 % (vgl. rote durchgezogene und schwarz gestrichelte Linie).

Deutlichere Differenzen sind bei einer Variation der thermischen Leitfähigkeit von VPE und EPDM zu beobachten. Mit einer Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{VPE} > \lambda_{EPDM}$ ($\lambda_{EPDM} = 0,2$ W/(K·m)) kommt es im VPE-Material zu einem kleineren Temperaturgradienten, im Vergleich zum EPDM-Material. Durch den geringeren Temperaturgradienten werden die Feldinversion im VPE Material und das Grenzschichtfeld etwas geringer (vgl. rote durchgezogene und cyan gestrichelte Linie in Abbildung 6.8 rechts). Hierbei reduziert sich das Feld bei $z \approx 393$ mm um 2,63 %. Dies hat also einen ähnlichen Effekt auf das Grenzschichtfeld, wie eine Verringerung von α_{th} auf 2 W/(K·m²). Mit einer Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{VPE} < \lambda_{EPDM}$ (Abbildung 6.7 d), $\lambda_{EPDM} = 0,38$ W/(K·m)) kommt es im VPE Material zu einem höheren Temperaturgradienten, was sich stärker auf das Grenzschichtfeld auswirkt und zu einer höheren Feldinversion, im Vergleich zu Abbildung 6.7 a) und b), führt. Das Feld am Triple-Punkt (Abbildung 6.8 rechts, $z \approx 393$ mm) vergrößert sich dabei um 10,21 % (vgl. rote durchgezogene und blau gestrichelte Linie in Abbildung 6.8 rechts).

Neben akkumulierten Ladungen an der Grenzschicht haben auch unterschiedliche thermische Bedingungen, unter denen sich die Muffe befinden kann, einen Einfluss auf das Feld an der Grenzschicht. Dabei zeigen die Simulationsergebnisse, dass das Verhältnis der thermischen Leitfähigkeiten von VPE und EPDM einen Einfluss auf die Höhe des Feldes am Triple-Punkt hat. Niedrige Felder gehen dabei grundsätzlich mit einem niedrigen Temperaturgradienten im VPE Material, durch $\lambda_{VPE} > \lambda_{EPDM}$, einher.

6.2.2 Einfluss der geometrischen und nichtlinearen Feldsteuerung

Für eine Untersuchung der feldreduzierenden Eigenschaften der geometrischen bzw. der nichtlinear resistiven Feldsteuerung wird erneut eine Muffengeometrie nach [Frobin *et al.*, 2018] beispielhaft angenommen. Dabei wird die allgemeine Form beibehalten, jedoch die Krümmung des inneren und äußeren Steuerkonus verändert.

6.2.2.1 Geometrische Feldsteuerung

Die zu untersuchende Muffengeometrie mit und ohne geometrischer Feldsteuerung ist in Abbildung 6.9 zu finden. Da nach Abschnitt 6.2.1 höhere elektrische Felder am äußeren Steuerkonus, im Vergleich zum inneren Steuerkonus, zu sehen sind, wird die Form dieses Steuerkonus durch Änderung von b_{geo} und h_{geo} variiert (s. Abbildung 6.9 links). Nach [Frobin *et al.*, 2018] wird die „Referenzkrümmung“ durch $b_{\text{geo}} = 27 \text{ mm}$ und $h_{\text{geo}} = 27,5 \text{ mm}$ beschrieben (s. Abbildung 6.9 links). Die Materialeigenschaften von VPE, EPDM und dem Steuerkonus, sowie die elektrischen und thermischen Randbedingungen werden analog zu Abschnitt 6.2.1 verwendet.

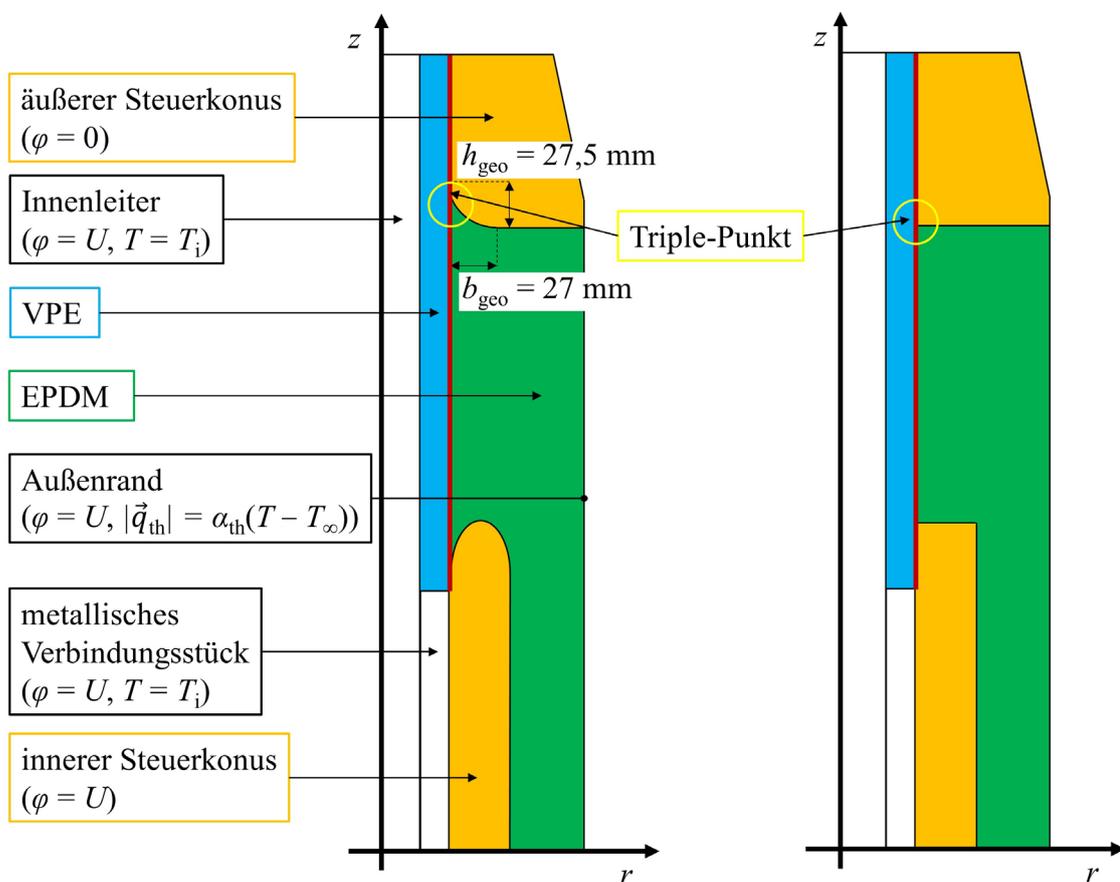


Abbildung 6.9: Links: Zu untersuchende Muffengeometrie mit geometrischer Feldsteuerung. Rechts: Zu Vergleichszwecken eine Muffengeometrie ohne geometrische Feldsteuerung.

Die Simulationsergebnisse der elektrischen Feldverteilung zum Zeitpunkt $t = 0$ (keine akkumulierten Raumladungen) und das stationäre elektrische Feld sind in Abbildung 6.10 zu finden. Aufgrund der nichtlinearen elektrischen Leitfähigkeit von VPE und EPDM und der damit verbundenen Raumladungsakkumulation sinkt das Feld an den Hochspannungselektroden und steigt an den Erdelektroden an. Besonders am Triple-Punkt des äußeren Steuerkonus ist ein Anstieg des Feldes zu beobachten. Durch die Anwendung der

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

geometrischen Feldsteuerung ($b_{\text{geo}} = 27 \text{ mm}$ und $h_{\text{geo}} = 27,5 \text{ mm}$) kann jedoch das Feld in diesem Beispiel von ca. 30 kV/mm auf $9,7 \text{ kV/mm}$ reduziert werden. Wird das elektrische Feld im Gebiet des äußeren Steuerkonus ohne Feldsteuerung im analytischen Modell betrachtet, so zeigt sich, dass der Triple-Punkt eine Singularität darstellt und lokal zu einem unendlich hohen elektrischen Feld führt. Die elektrischen Feldlinien konzentrieren sich am Triple-Punkt auf einen unendlich kleinen Punkt, was bei einer endlichen Auflösung des Rechengebietes nicht dargestellt werden kann. Die Höhe des Feldes ohne geometrische Feldsteuerung kann daher auch deutlich höher liegen, wird jedoch durch die Auflösung des Rechengebietes begrenzt.

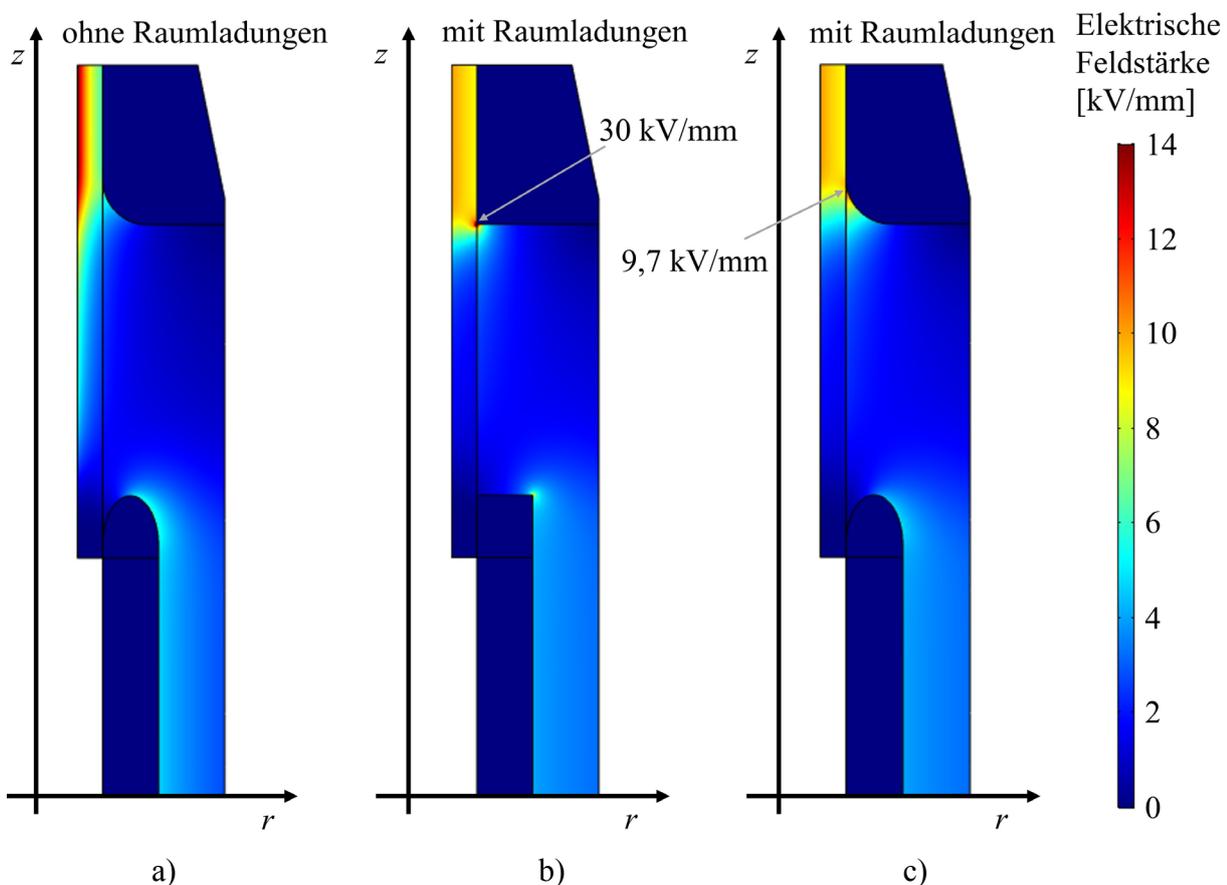


Abbildung 6.10: a): Elektrische Feldverteilung zum Zeitpunkt $t = 0$ (ohne akkumulierte Raumladungen). b): Stationäre Feldverteilung mit akkumulierten Raumladungen, jedoch ohne geometrische Feldsteuerung. c): Stationäre Feldverteilung mit akkumulierten Raumladungen und geometrischer Feldsteuerung.

Die elektrischen Felder entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 6.9 sind bei einer Änderung der Krümmung des äußeren Steuerkonus mittels der Größen b_{geo} und h_{geo} in Abbildung 6.11 und Abbildung 6.12 zu sehen. In Abbildung 6.11 bleibt $h_{\text{geo}} = 27,5 \text{ mm}$ unverändert und b_{geo} liegt zwischen 0 mm und 70 mm . In Abbildung 6.12 ist es umgekehrt. Unverändert bleibt $b_{\text{geo}} = 27 \text{ mm}$ und h_{geo} liegt zwischen 0 mm und 70 mm . Mittels der

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

geometrischen Feldsteuerung verlagert sich das Maximum des Feldes, aufgrund der Krümmung des äußeren Steuerkonus und damit dem veränderten Abstand zwischen den Elektroden. Abhängig von der Krümmung kann hier eine Feldreduktion, im Vergleich zum Feld ohne Feldsteuerung ($b_{\text{geo}} = 0$ und/oder $h_{\text{geo}} = 0$), von 70 % (in Abbildung 6.12, bei $h_{\text{geo}} = 70$ mm) und mehr erreicht werden.

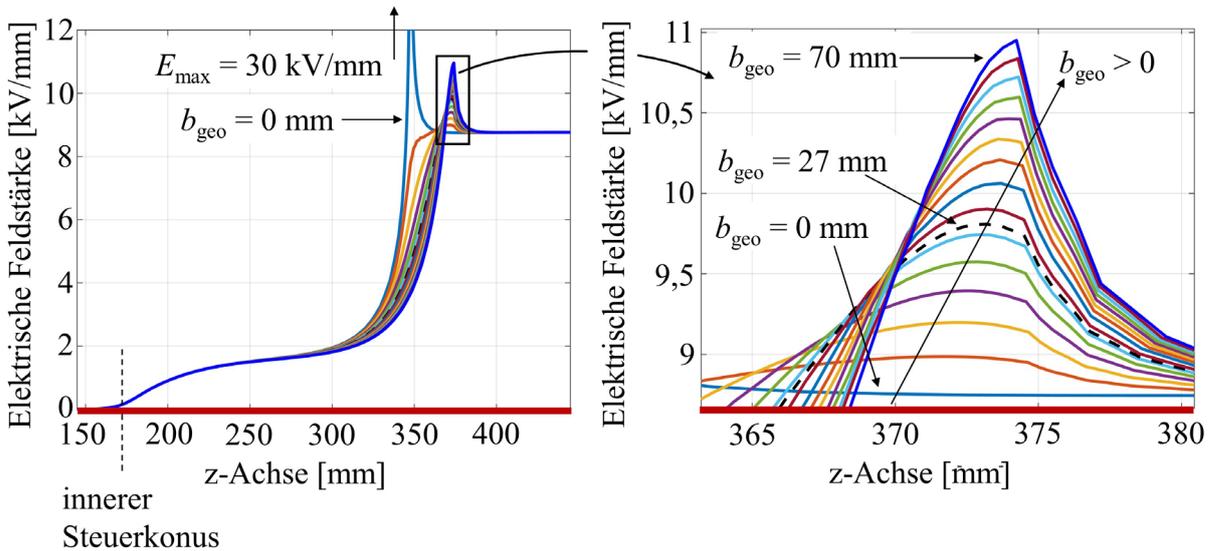


Abbildung 6.11: Stationäre elektrische Feldverteilung entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 6.9, für $h_{\text{geo}} = 27,5$ mm und $0 \leq b_{\text{geo}} \leq 70$ mm.

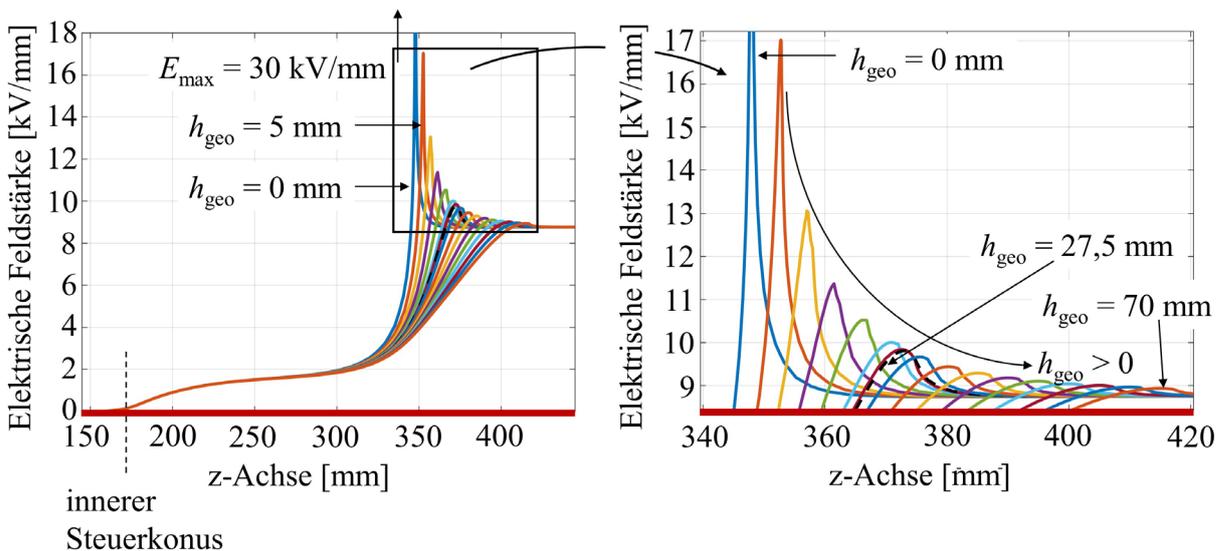


Abbildung 6.12: Stationäre elektrische Feldverteilung entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 6.9, für $b_{\text{geo}} = 27$ mm und $0 \leq h_{\text{geo}} \leq 70$ mm.

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Ein Vergleich von Abbildung 6.11 und Abbildung 6.12 zeigt, dass eine Erhöhung von b_{geo} das Feld ansteigen und eine Erhöhung von h_{geo} das Feld sinken lässt. Somit steigt auch das Feld bei einer Erhöhung des Verhältnisses $b_{\text{geo}}/h_{\text{geo}}$. Bei dem maximal simulierten Verhältnis in Abbildung 6.11 $b_{\text{geo}}/h_{\text{geo}} = 70/27,5 = 2,55$ liegt das Feld bei ≈ 11 kV/mm. In Abbildung 6.12 ist das maximale simulierte Verhältnis bei $b_{\text{geo}}/h_{\text{geo}} = 27/5 = 5,4$, wobei ein Feld von ≈ 17 kV/mm zu sehen ist. Für $b_{\text{geo}} \gg h_{\text{geo}}$ nähert sich die Krümmung immer mehr der Form bei $b_{\text{geo}} = 0$ und/oder $h_{\text{geo}} = 0$ an (Abbildung 6.10 b)) und damit theoretisch einem unendlich großen Feld.

Allgemein führt eine Verringerung von b_{geo} zwar zu einem reduzierten Feld am Triple-Punkt, jedoch zu einem erhöhten Feld innerhalb des EPDM Materials, da sich der Abstand zwischen der VPE/EPDM-Grenzschicht und dem äußeren Steuerkonus verringert. Begünstigt wird ein hohes Feld zusätzlich durch die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit des VPE und des EPDM Materials. Liegt die Leitfähigkeit im VPE höher als im EPDM, so wird das Feld ins EPDM Material verschoben. Aufgrund des geringen Abstandes zwischen Grenzschicht und Steuerkonus liegt so eine hohe Spannung über einem recht kleinen Bereich. Dies ist jedoch nicht zu allen Zeiten so. Zum Zeitpunkt $t = 0$, wenn keine Raumladungsverteilung vorliegt, wird das Feld durch die Permittivitäten bestimmt. Dadurch liegt im Material mit der höheren Permittivität die niedrigere Feldstärke vor, bzw. eine niedrigere Spannung an ($\epsilon_{r,\text{VPE}} < \epsilon_{r,\text{EPDM}}$, also $U_{\text{VPE}} > U_{\text{EPDM}}$). Nach dem Aufbauen der Raumladungen wird das Feld durch die Leitfähigkeiten bestimmt, womit in Bereichen hoher Leitfähigkeit wenig Feld und damit Spannung vorhanden ist. Kommt es so z.B. zu einem starken Leitfähigkeitsanstieg im VPE Material, so folgt $\kappa_{\text{VPE}} > \kappa_{\text{EPDM}}$, also $U_{\text{VPE}} < U_{\text{EPDM}}$. Die Isolationsmaterialien müssen dabei unter beiden Betriebsbedingungen funktionieren.

Ein Vergleich der beiden Muffen in Abbildung 6.4 und Abbildung 6.9 links zeigt nun, dass die Geometrie in Abbildung 6.9 links zu geringen Feldern führt, da zum einen der Abstand zwischen der VPE/EPDM-Grenzschicht und dem äußeren Steuerkonus etwas größer ist und zum anderen durch die durchgehende Krümmung des äußeren Steuerkonus die Feldlinien nie auf einen unendlich kleinen Punkt zusammenlaufen können. Die idealisierte Form von Abbildung 6.9 links ist zusammen mit Abbildung 6.4 links in Abbildung 6.13 zu sehen. Betrachtet wird dazu nur das Gebiet um den äußeren Steuerkonus. Durch den Knick des äußeren Steuerkonus am Triple-Punkt, zu sehen in beiden Geometrien in Abbildung 6.13, kommt es hier erneut theoretisch zu unendlich hohen Feldwerten, wobei die Kante dazu keinen rechten Winkel haben muss, wie er beispielsweise in Abbildung 6.10 b) zu sehen ist.

Zusammengefasst lässt sich mittels der geometrischen Feldsteuerung allgemein eine hohe Feldreduktion erreichen, wenn gilt $b_{\text{geo}} < h_{\text{geo}}$ und $b_{\text{geo}} = h_{\text{geo}} \neq 0$. Die Konstante b_{geo} darf

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

jedoch nicht zu gering gewählt werden, da es sonst zu erhöhten Feldstärkewerten innerhalb des EPDM Materials kommt. Zudem führt eine durchgehende Krümmung des äußeren Steuerkonus (ohne Knick) zum Ausbleiben eines singulären Punktes für die elektrische Feldstärke und damit zu sehr hohen Feldbelastungen an diesem Punkt.

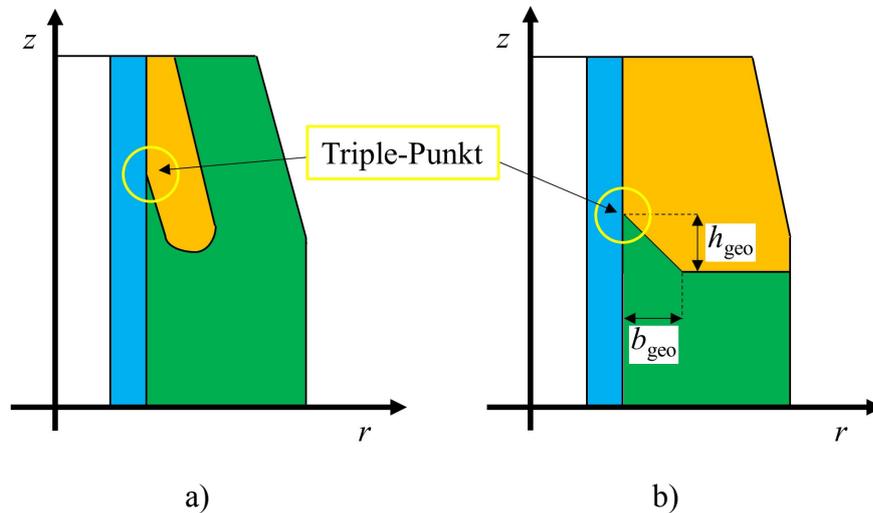


Abbildung 6.13: a): Oberer Teil der Kabelmuffe in Abbildung 6.4 links. b): Idealisierte Form der linken Muffe in Abbildung 6.9, beschrieben durch b_{geo} und h_{geo} .

6.2.2.2 Nichtlineare resistive Feldsteuerung

Analog der nichtlinearen Kabel- und Muffenisolation kommt es auch bei der Verwendung von FGM zu einer Akkumulation von Raumladungen. Dabei erzeugen die Raumladungen ein Gegenfeld, welches Feldüberhöhungen reduziert [Christen *et al.*, 2010]. Anders als bei der Kabelisolation kommt es jedoch nicht zu einer Feldinversion und damit zu einer möglichen Feldüberhöhung. Wird beispielsweise eine homogene FGM Schicht zwischen zylindrischen Elektroden betrachtet, wobei die nichtlineare elektrische Leitfähigkeit über

$$\kappa(|\vec{E}|) = \kappa_0 \cdot \left(\frac{|\vec{E}|}{E_{\text{Ref}}} \right)^\nu,$$

beschrieben wird, mit den Leitfähigkeitskonstanten κ_0 , ν und E_{Ref} , so ist das stationäre elektrische Feld gegeben durch

$$E_{\text{stat,FGM}}(r) = \frac{U \left(1 - \frac{1}{1+\nu} \right)}{r_a^{\frac{1-\nu}{1+\nu}} - r_i^{\frac{1-\nu}{1+\nu}}} r^{-\frac{1}{1+\nu}}.$$

Durch eine Vergrößerung des Nichtlinearitätskoeffizienten ν wird das Feld homogener und erreicht für den Grenzfall $\nu \rightarrow \infty$ (ideales Feldsteuerungsmaterial), die mittlere elektrische Feldstärke $U/(r_a - r_i)$. Wird zum Zeitpunkt $t = 0$ eine gewisse Raumladungsverteilung

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

angenommen, welche zu Feldüberhöhungen führt, so konvergiert das Feld über der Zeit ebenfalls zum stationären Feld $E_{\text{stat,FGM}}(r)$, wobei die Feldspitzen reduziert werden.

In einer Kabelverbindung variiert i.d.R. die Leitfähigkeit zwischen den verschiedenen Materialien, wodurch die elektrische Leitfähigkeit des FGM nicht zwangsläufig eine Nichtlinearität aufweisen muss um eine Feldreduktion zu zeigen. Durch die relativ hohe Leitfähigkeit des FGM Materials, im Vergleich zu VPE oder EPDM, kommt es hier auch bei einer annähernd konstanten Leitfähigkeit des FGM zu einer deutlichen Feldreduktion. In Abbildung 6.14 ist dazu ein Dielektrikum, bestehend aus den drei Schichten VPE, FGM und EPDM zwischen zwei zylindrischen Elektroden zu sehen.

Werden je konstante elektrische Leitfähigkeiten für die einzelnen Schichten, mit $\kappa_{\text{VPE}} \neq \kappa_{\text{FGM}} \neq \kappa_{\text{EPDM}}$, angenommen, so lautet das stationäre elektrische Feld

$$E(r) = \frac{U}{\frac{1}{\kappa_{\text{VPE}}} \ln\left(\frac{r_1}{r_i}\right) + \frac{1}{\kappa_{\text{FGM}}} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{\kappa_{\text{EPDM}}} \ln\left(\frac{r_a}{r_1}\right)} \frac{1}{r} \frac{1}{\kappa(r)}. \quad (6.3)$$

In allen drei Bereichen fällt das Feld mit $1/r$, jedoch ist es in Bereichen mit hoher Leitfähigkeit geringer als in Bereichen mit niedriger Leitfähigkeit.

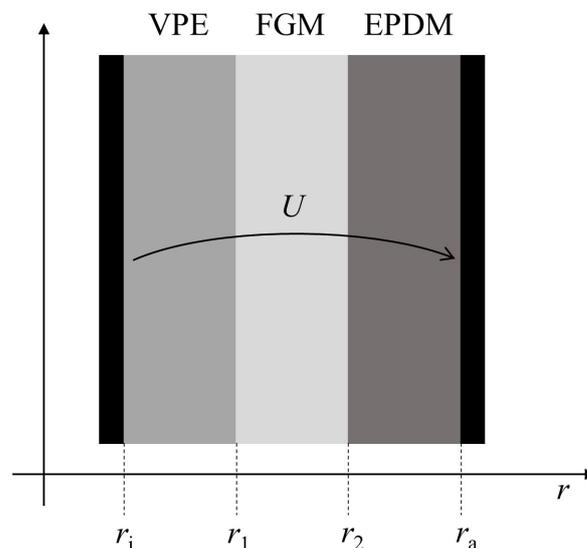


Abbildung 6.14: Dielektrikum, bestehend aus den drei Schichten VPE, FGM und EPDM, zwischen zwei zylindrischen Elektroden.

Für eine genauere Untersuchung der nichtlinearen Feldsteuerung in Kabelmuffen werden nun die Beispielgeometrien in Abbildung 6.15 angenommen. Zur Feldsteuerung wird zwischen innerem und äußerem Steuerkonus eine Schicht aus FGM eingefügt (s. Abbildung 6.15 links). Für das Feldsteuerungsmaterial wird das Leitfähigkeitsmodell (2.41) genutzt und ist hier nochmals aufgeführt:

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

$$\kappa(|\vec{E}|) = \kappa_{0,\text{Var}} \cdot \left(1 + \left[\frac{|\vec{E}|}{E_{\text{Schalt}}} \right]^{\alpha_{\text{Var}} - 1} \right). \quad (2.41)$$

Die Leitfähigkeitskonstante ist dabei $\kappa_{0,\text{Var}} = 1 \cdot 10^{-15}$ S/m, die Schaltfeldstärke $E_{\text{Schalt}} = 1$ kV/mm und der Nichtlinearitätskoeffizient $\alpha_{\text{Var}} = 11$. Die Parameter werden dabei so gewählt, dass für kleine Feldstärken ($|\vec{E}| < E_{\text{Schalt}}$) $\kappa_{\text{FGM}} < \kappa_{\text{VPE}}$ bzw. $\kappa_{\text{FGM}} < \kappa_{\text{EPDM}}$ und für hohe Feldstärken ($|\vec{E}| > E_{\text{Schalt}}$) $\kappa_{\text{FGM}} > \kappa_{\text{VPE}}$ bzw. $\kappa_{\text{FGM}} > \kappa_{\text{EPDM}}$ gilt. Zudem sind nach [Christen *et al.*, 2010] und [Hussain und Hinrichsen, 2017] die Permittivität und die thermische Leitfähigkeit von FGM gegeben durch $\epsilon_{r,\text{FGM}} = 10$ und $\lambda_{\text{FGM}} = 0,5$ W/(K·m). Alle übrigen Parameter sind analog dem vorherigen Abschnitt.

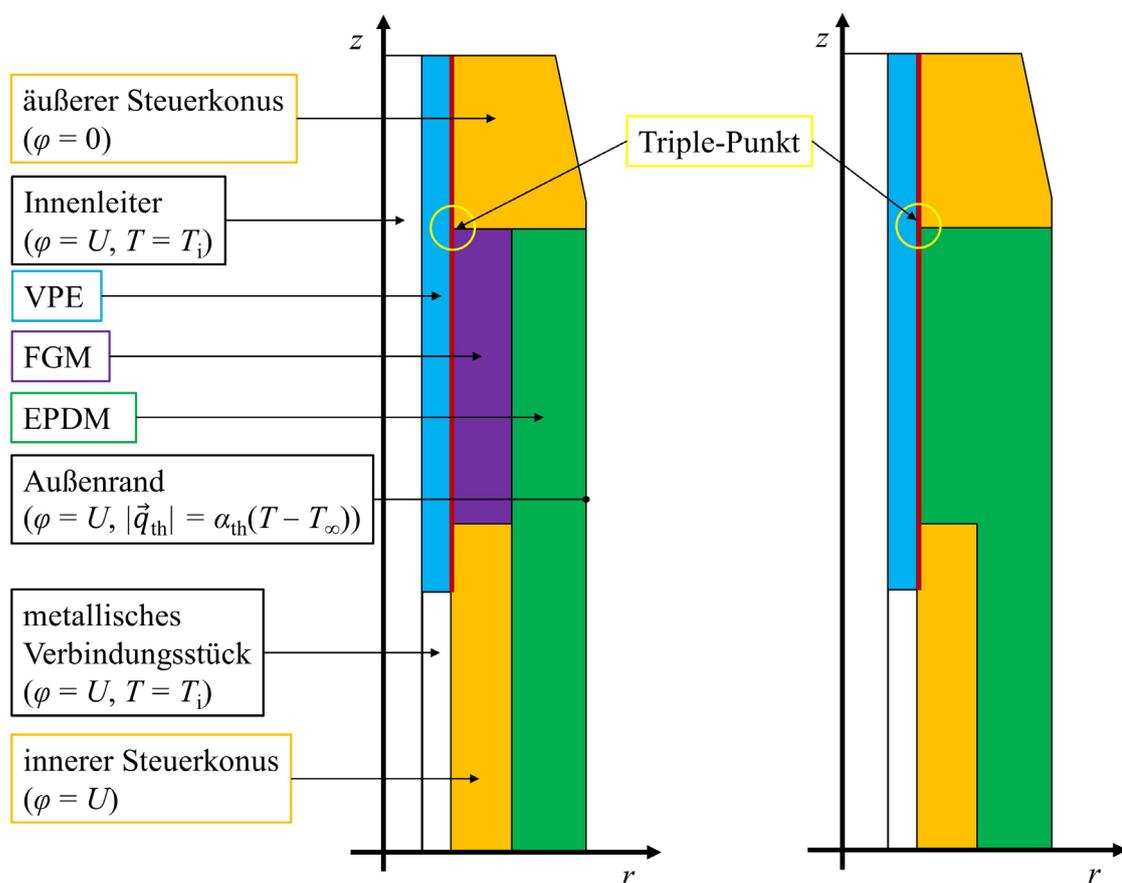


Abbildung 6.15: Links: Zu untersuchende Muffengeometrie mit nichtlinearer Feldsteuerung. Rechts: Zu Vergleichszwecken eine Muffengeometrie ohne nichtlineare Feldsteuerung.

Für die Untersuchung der feldreduzierenden Eigenschaften des FGM werden nun die Leitfähigkeitskonstanten $\kappa_{0,\text{Var}}$, E_{Schalt} und α_{Var} des betrachteten Modells variiert. Das elektrische Feld zum Zeitpunkt $t = 0$ und das stationäre Feld sind mit und ohne Feldsteuerung in Abbildung 6.16 zu sehen.

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

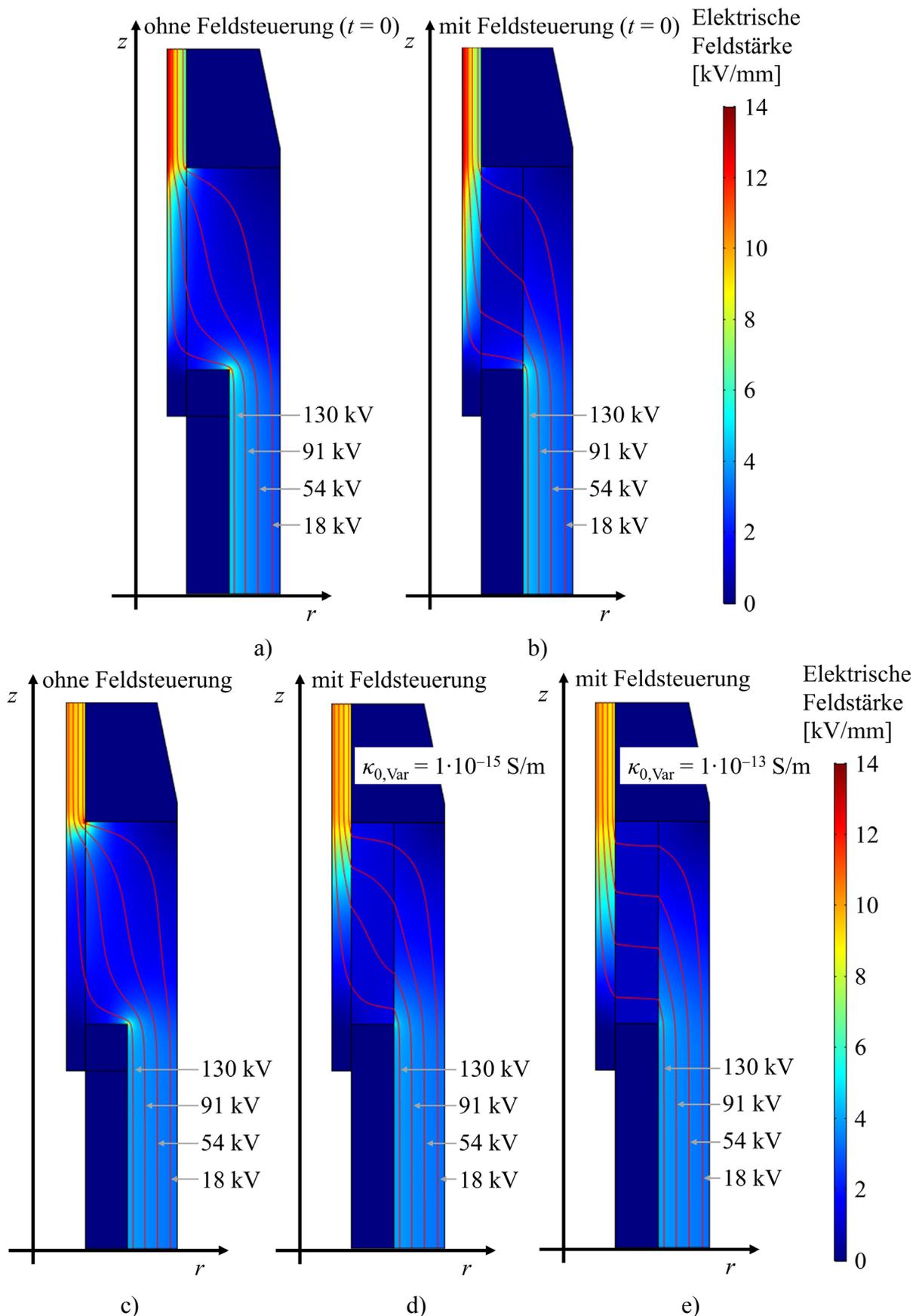


Abbildung 6.16: a): Feld ohne Feldsteuerung (Abbildung 6.15 rechts) bei $t = 0$. b): Feld mit Feldsteuerung bei $t = 0$. c): Statisches Feld ohne Feldsteuerung (Abbildung 6.15 rechts). d): Statisches Feld mit Feldsteuerung, für $\kappa_{0,Var} = 1 \cdot 10^{-15} \text{ S/m}$. e): Statisches Feld mit Feldsteuerung, für $\kappa_{0,Var} = 1 \cdot 10^{-13} \text{ S/m}$.

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Bei der nichtlinearen Feldsteuerung kommt es auch ohne hohe Leitfähigkeit des FGM zu einer Reduktion des Feldes (Abbildung 6.16 a) und b)), da dessen Permittivität im Vergleich zu VPE bzw. EPDM viel größer ist. Generell wird die *refraktive Feldsteuerung* mittels hochpermittivem Material nicht bei Gleichspannung verwendet, da durch die Akkumulation von Ladungen das Feld nicht mehr durch die Permittivitäten der Materialien, wie im AC-Fall, sondern durch die elektrischen Leitfähigkeiten bestimmt wird [Küchler, 2017].

Ob im AC- oder DC-Fall, die Verwendung von FGM führt zu einer Reduktion der elektrischen Feldstärke am Triple-Punkt, indem das Feld in die Richtung des inneren Steuerkonus „gedrückt“ wird (vgl. Abbildung 6.16 c) mit Abbildung 6.16 d) bzw. e)). Innerhalb des FGM kommt es so zu einem annähernd linearen Potentialanstieg vom inneren zum äußeren Steuerkonus, welcher sich mit steigender Permittivität des FGM im AC-Fall oder der elektrischen Leitfähigkeit im DC-Fall immer deutlicher zeigt. In Abbildung 6.16 d) und e) wird die Leitfähigkeitskonstante $\kappa_{0,\text{Var}}$ beispielhaft von $\kappa_{0,\text{Var}} = 1 \cdot 10^{-15}$ S/m auf $\kappa_{0,\text{Var}} = 1 \cdot 10^{-13}$ S/m erhöht. Ein linear werdender Potentialanstieg führt dabei nach $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$ zu einem homogener werdenden Feld.

Mit (6.3) kommt es allgemein zu einer Feldsteuerung innerhalb des FGM, indem dessen elektrische Leitfähigkeit κ_{FGM} oberhalb der Leitfähigkeitswerte von VPE und EPDM liegt. Dies wird hier erreicht, indem die Leitfähigkeitskonstanten $\kappa_{0,\text{Var}}$ und α_{Var} erhöht werden bzw. E_{Schalt} verringert wird. Die Variationen führen dabei zu ähnlichen elektrischen Feldern entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 6.15. Beispielhaft ist die Veränderung des Nichtlinearitätskoeffizienten α_{Var} in Abbildung 6.17 zu sehen. Für $\alpha_{\text{Var}} = 1$ ist $\kappa_{\text{FGM}} = \kappa_{0,\text{Var}} = 1 \cdot 10^{-15}$ S/m konstant und liegt unterhalb der Leitfähigkeitswerte von κ_{EPDM} . Somit kommt es hierbei zu einem höheren Feld, im Vergleich zur Betrachtung ohne Feldsteuerungstechnik (FGM = EPDM, Abbildung 6.16 c)). Mit steigendem Wert des Nichtlinearitätskoeffizienten $\alpha_{\text{Var}} \geq 3$ gilt $\kappa_{\text{FGM}} > \kappa_{\text{EPDM}}$ und es kommt zu geringer werdenden Feldern am Triple-Punkt.

Im Vergleich zu einer Variation der Parameter E_{Schalt} und α_{Var} , führt eine Erhöhung von $\kappa_{0,\text{Var}}$ im Allgemeinen zu einer stetigen Leitfähigkeitserhöhung im gesamten FGM Material, was auch die Isolationsverluste ($\kappa_{\text{FGM}} |\vec{E}|^2$) im gesamten Gebiet erhöht [Späck-Leigsnering *et al.*, 2021]. Letztlich kann dies schneller zu einem thermischen Durchschlag führen und ist daher weniger anwendbar als eine Variation von E_{Schalt} und α_{Var} . Eine Variation der Parameter E_{Schalt} und α_{Var} führt nur lokal zu hohen Leitfähigkeiten und Isolationsverlusten. Eine stetige Erhöhung von z.B. α_{Var} führt jedoch nicht zu einer kontinuierlichen Reduktion des Feldes. In der simulierten Beispielkonfiguration führt eine Erhöhung von $\alpha_{\text{Var}} = 1$ auf $\alpha_{\text{Var}} = 3$ zu einer Feldreduktion von 25 % am Triple-Punkt. Für einen weiter steigenden Wert von α_{Var} bleibt

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

die Feldreduktion irgendwann konstant. So führen Werte von $\alpha_{\text{Var}} > 7$ nicht mehr zu einer signifikanten Feldreduktion.

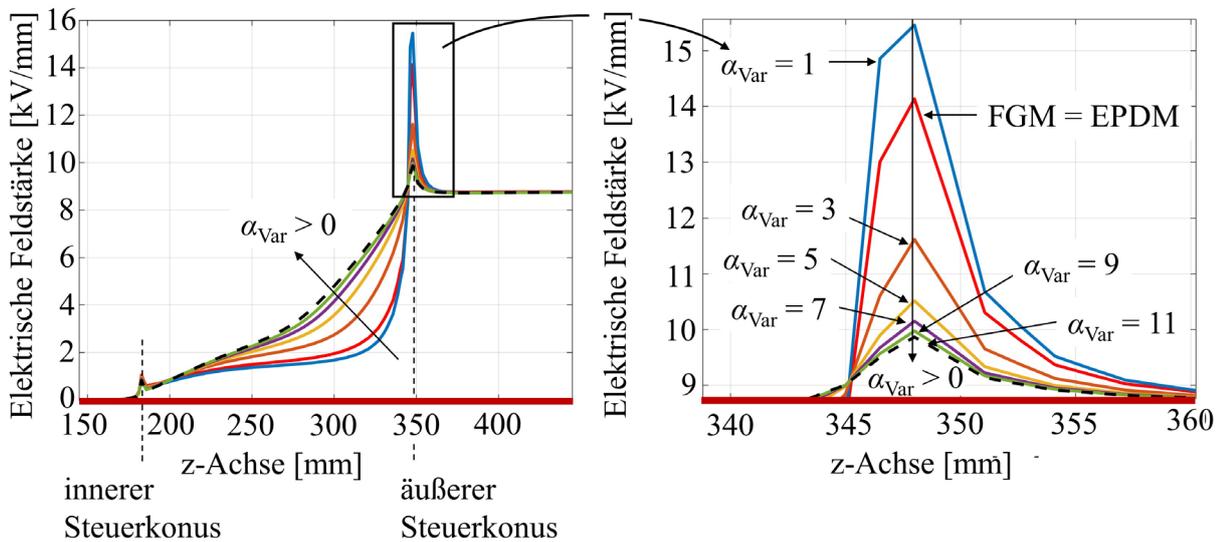


Abbildung 6.17: Statisches elektrisches Feld entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 6.15, bei einer Variation von α_{Var} .

Zusammengefasst kommt es innerhalb eines Feldsteuerungsmaterials zu einer Reduktion des Feldes, da i.d.R. die Permittivität von FGM höher ist als die Permittivität der Kabel und Muffenisolation. Zudem kommt es zu einer Feldreduktion wenn die elektrische Leitfähigkeit von FGM, im Vergleich zur elektrischen Leitfähigkeit der Kabel und Muffenisolation, viel größer ist. Dies kann erreicht werden indem die Leitfähigkeit auch für niedrige Feldstärken einen hohen Wert besitzt (hier ausgedrückt durch $\kappa_{0,\text{Var}}$) oder eine starke Nichtlinearität bei vergleichsweise geringen Feldstärken zeigt (hier ausgedrückt durch α_{Var} und E_{Schalt}). Da jedoch eine Erhöhung von z.B. $\kappa_{0,\text{Var}}$ die Gefahr eines thermischen Durchschlags erhöht, ist eine Erhöhung von α_{Var} oder eine Verringerung von E_{Schalt} praktikabler. Analog der Ergebnisse in [Christen *et al.*, 2010] haben auch die Simulationen gezeigt, dass ein immer größer verwendeter Wert von z.B. α_{Var} nicht zu beliebig kleinen Feldwerten führt.

Des weiteren kann es durch die unterschiedlich hohen Zeitkonstanten von VPE bzw. EPDM im Vergleich zum FGM, bei der Betrachtung von transienten Spannungsformen, zu ungenauen Ergebnissen während der expliziten Zeitintegration oder einer hohen Anzahl von Zeitschritten kommen, bis ein stationärer Zustand erreicht ist (vgl. Abbildung 3.10). Deshalb wird in der Literatur (vgl. z.B. [Qi *et al.*, 2004], [Yang *et al.*, 2018]) die elektrische Leitfähigkeit des Kabel- und Muffenisolierstoffes häufig ohne Temperatur- oder Feldstärkeabhängigkeit genutzt.

6.3 Vergleich der Problematik zwischen Kabelmuffe und Kabelendverschluss

Sowohl die Kabelmuffe als auch der Kabelendverschluss stellen ungesteuert eine Gleitanordnung dar, an dessen Triple-Punkten es zu hohen elektrischen Feldern kommen kann. In der Literatur werden Kabelendverschlüsse daher meist mit Blick auf diese Punkte hin untersucht und Simulationsergebnisse des elektrischen Feldes an diesen Punkten ausgewertet. Analog der Kabelverbindung werden zur Feldsteuerung meist die geometrische oder die nichtlineare Feldsteuerung verwendet [Qi *et al.*, 2004], [Christen *et al.*, 2010], [Donzel *et al.*, 2011], [Eigner und Semino, 2013], [Yang *et al.*, 2018], [Ye *et al.*, 2018].

Sowohl mit Blick auf das Design der Komponente als auch auf dessen numerische Berechnung sind die betrachteten Probleme des Kabelendverschluss äquivalent zur Kabelverbindung, lediglich die Geometrie der Komponente ändert sich [Jörgens und Clemens, 2020e]. Ein Vergleich von Abbildung 2.3 mit Abbildung 2.4 zeigt zudem, dass die Kabelverbindung als zwei an ihren Enden verbundene Kabelendverschlüsse angesehen werden kann. Ähnliche Simulationsergebnisse wie aus Abschnitt 6.2, bezüglich der elektrischen Feldverteilung werden daher auch für Kabelendverschlüsse erhalten. Die Akkumulation von Raumladungen führt zu Feldüberhöhungen an exponierten Punkten, wobei mittels Feldsteuerungstechniken das Feld in der Nähe von eben diesen verringert werden kann.

6.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Durch den komplexen Aufbau und der Grenzschicht unterschiedlicher Dielektrika liegt in Kabelmuffen eine komplexere und schwieriger zu modellierende elektrische Feldverteilung, im Vergleich zu Kabeln, vor. Da sowohl die Kabelisolation als auch die Muffenisolation eine Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit aufweist, kommt es in beiden Materialien zur Ladungsausbildung.

An der Grenzschicht zweier unterschiedlicher Dielektrika liegen zudem vermehrt Störstellen vor, weshalb es dort zu einem lokalen Ladungsanstieg kommt. Diese zusätzliche Ladungsansammlung kann, analog der Akkumulation von Homo- und Heterocharges in Kabeln, durch einen räumlichen Abfall bzw. Anstieg der Leitfähigkeit modelliert werden. Die

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

Abweichungen zwischen den numerischen Simulationen und den Messungen aus [Bodega, 2006] und [Delpino *et al.*, 2008] konnten durch die zusätzliche Berücksichtigung von Ladungen an der Grenzschicht, im Vergleich zu derzeitigen Leitfähigkeitsmodellen, verringert werden. Die zusätzlichen Ladungen führten dabei in der betrachteten Beispielfigur zu einem Feldstärkeanstieg von ca. 14 % in der Nähe der Grenzschicht (s. z.B. Abbildung 6.2).

Diese Zusammenhänge zeigen auch Simulationsergebnisse von Muffengeometrien. Speziell an Triple-Punkten kommt es dort zu Feldüberhöhungen durch akkumulierte Raumladungen. Durch zusätzliche Ladungsansammlungen an der Grenzschicht können lokal auch Werte in der Größenordnung der Durchschlagsfeldstärke erreicht werden (s. Abbildung 6.5 und Abbildung 6.6). Neben den akkumulierten Ladungen an der Grenzschicht hat auch das Verhältnis der thermischen Leitfähigkeiten von VPE und EPDM einen Einfluss auf die Höhe des Feldes am Triple-Punkt. Niedrige Felder werden dabei u.a. mit einem niedrigen Temperaturgradienten im VPE Material, mittels $\lambda_{VPE} > \lambda_{EPDM}$, erreicht (s. Abbildung 6.8).

Zur Verringerung der Feldbelastung, speziell an Triple-Punkten, wird der äußere bzw. der innere Steuerkegel abgerundet. Durch diese geometrische Feldsteuerung kommt es zu einer Aufweitung der Potentiallinien und einer Verringerung der Feldstärke. Die Krümmung des Steuerkegels hat dabei einen Einfluss auf die Feldbelastung. Wird beispielsweise der äußere Steuerkegel durch die Parameter b_{geo} und h_{geo} beschrieben (s. Abbildung 6.9 links), so wird eine hohe Feldreduktion für $b_{geo} < h_{geo}$ und $b_{geo} = h_{geo} \neq 0$ erreicht (vgl. Abbildung 6.11 und Abbildung 6.12). Der Parameter b_{geo} darf dabei nicht zu gering gewählt werden, da es sonst, aufgrund eines zu geringen Abstandes zwischen VPE/EPDM-Grenzschicht und äußerem Steuerkegel, zu erhöhten Feldstärkewerten innerhalb des EPDM Materials kommt. Eine durchgehende Krümmung verhindert zudem hohe Feldstärken an Knickpunkten welche eine Singularität für die Feldstärke darstellt.

Neben der geometrischen Feldsteuerung wird häufig auch die nichtlineare Feldsteuerung eingesetzt. Die elektrische Feldintensität reduziert sich im gesamten Feldsteuerungsmaterial durch die, im Vergleich zur Kabel- und Muffenisolation, hohe elektrische Leitfähigkeit. Innerhalb des FGM kommt es so zu einem annähernd linearen Potentialanstieg vom inneren zum äußeren Steuerkegel und so zu einem annähernd homogenen Feld. Die Homogenität der Feldverteilung nimmt dabei mit steigender Leitfähigkeit des FGM, im Vergleich zur Kabel- oder Muffenisolation, zu (vgl. Abbildung 6.16 d) und e)). Wird die Leitfähigkeit beispielsweise durch das Modell (2.41) beschrieben, so kann eine Vergrößerung der elektrischen Leitfähigkeit durch eine Vergrößerung des Parameters $\kappa_{0,var}$ und des Nichtlinearitätskoeffizienten α_{var} oder einer Reduktion der Schaltfeldstärke E_{Schalt} erreicht

6. Simulation des elektrischen Feldes in Kabelmuffen und Kabelendverschlüssen

werden. Da eine Vergrößerung von $\kappa_{0,\text{var}}$ die gesamte Leitfähigkeit erhöht, ist die Gefahr eines thermischen Durchschlags, aufgrund von zu hohen Isolationsverlusten ($\kappa_{\text{FGM}}|\overline{E}|^2$) gegeben. Die Variation von α_{var} und E_{Schalt} führt hingegen nur an hochbelasteten Punkten zu einer erhöhten Leitfähigkeit und damit nur an einzelnen Punkten zu erhöhten Isolationsverlusten.

Ähnliche Ergebnisse analog denen für Kabelmuffen sind auch für Kabelendverschlüsse zu erwarten. Diese bestehen ebenfalls aus einer geometrischen oder nichtlinearen Feldsteuerung. Dadurch ergeben sich hier sowohl die gleichen Fragestellungen als auch analoge Ergebnisse, lediglich in einer veränderten Geometrie [Jörgens und Clemens, 2020e].

7. Simulationen der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

Viele HGÜ-Systeme nutzen unter Verwendung von Elektroden beispielsweise die Erde als Rückleiter für den elektrischen Strom. Entweder wird die Erde kontinuierlich (*monopolare* Struktur [Bahrman und Johnson, 2007]) oder nur im Fehlerfall für eine begrenzte Zeit verwendet. Durch den großen Abstand der Elektroden und der damit einhergehenden Aufweitung des elektrischen Feldes, verteilt sich die injizierte Stromdichte über eine große Bodenquerschnittsfläche [Kimbark, 1971].

Da die elektrische Leitfähigkeit des Bodens κ_{Boden} , analog zur elektro-osmotischen Leitfähigkeit k_{OS} , mit dem Feuchtigkeitsgehalt des Bodens θ variiert, die Stromdichte jedoch aufgrund eines konstanten Stromes im Leiter zeitlich konstant bleibt, kommt es zu einer zeitlichen Veränderung des elektrischen Feldes im Boden. Der Effekt der Elektro-Osmose kann daher als Spezialfall eines elektro-quasistatischen Feldprozesses betrachtet werden, da es hier nicht zu einer Akkumulation von Raumladungen kommt, sondern die zeitliche Veränderung des Feldes durch die Bewegung der Wassermoleküle und die Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Feuchtigkeit, d.h. dem Wassergehalt, entsteht.

Für die Berechnung des quasistatischen elektrischen Feldes wird das Strömungsfeldproblem (5.17) gelöst, welches hier nochmals aufgeführt ist:

$$\text{div } \vec{J} = \text{div}[\kappa(T, |\vec{E}|) \cdot \text{grad } \varphi] = 0. \quad (5.17)$$

Für die Beschreibung der Wasserbewegung, d.h. dem Wasserfluss \vec{q}_w , unter einem elektrischen Feld, werden (2.44) und (2.45) verwendet und sind hier ebenfalls erneut aufgeführt:

$$\vec{q}_w = k_{\text{OS}} \vec{E} = -k_{\text{OS}} \text{grad } \varphi \quad (2.44)$$

bzw.

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{q}_w = \operatorname{div}(k_{OS} \vec{E}) = \operatorname{div} \left(k_{OS} \frac{\vec{J}}{\kappa_{\text{Boden}}} \right). \quad (2.45)$$

Durch die Verluste im Elektrodenleiter bzw. im Boden wird die Temperaturentwicklung durch die Wärmeleitungsgleichung (2.14):

$$\delta \cdot c_p \frac{\partial}{\partial t} T = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \kappa |\vec{E}|^2 \quad (2.14)$$

berechnet. Für die Simulation müssen daher Modelle der elektrischen, elektro-osmotischen und thermischen Leitfähigkeit des Bodens ermittelt werden. Die Modellierung der einzelnen Leitfähigkeiten ist in Abschnitt 7.1 zu finden, wohingegen Untersuchungen des elektro-osmotischen Effekts mittels einer halbvergrabenen horizontalen Stabelektrode in Abschnitt 7.2 präsentiert werden.

7.1 Die elektrische, elektro-osmotische und thermische Leitfähigkeit von Erdböden

Um ein Modell für die elektrische Leitfähigkeit des Bodens zu entwickeln muss berücksichtigt werden, dass sich Bodenarten stark unterscheiden. Wie es bereits in Abschnitt 5.1 erwähnt wurde, hängt der Boden stark von dessen Zusammensetzung aus Sand, Lehm und Schluff bzw. deren Porösität und Körnung ab, wodurch die Leitfähigkeit über einen großen Wertebereich hinweg variieren kann. Zudem spielen noch Temperatur und Feuchtigkeitsgehalt eine wichtige Rolle. Somit ist es eine noch offene Problemstellung ein allgemeines Bodenmodell zu entwerfen, da die Gegebenheiten (Wüste, Bergregion, Waldboden, trockenes oder feuchtes Klima, betrachtete Tiefe, Jahreszeit) in den Regionen stark variieren.

In der Regel werden zur Bestimmung des Bodens Messungen bis zu einer gewissen Tiefe durchgeführt und die betrachtete Region so grob kartiert [Cigré, 2017].

Bei Ergebnissen von verschiedenen Messungen der elektrischen Leitfähigkeit von Böden in den USA wurde festgestellt, dass diese in guter Näherung überwiegend nur von einem Parameter, dem Feuchtigkeitsgehalt des Bodens θ (Einheit: $[\theta] = 1 \text{ m}^3/\text{m}^3$, d.h. Wasservolumen pro m^3), abhängt. Wenn der Wassergehalt eines Bodens bekannt ist, kann man relativ präzise den Leitfähigkeitswert bestimmen. Solche Messungen sind u.a. von J.H. Scott

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

1966 [Scott, 1983] durchgeführt worden, wobei verallgemeinerte Leitfähigkeitsmodelle von Böden entstanden sind [Longmire und Smith, 1975].

Messungen aus [Longmire und Smith, 1975], [Samouëlian *et al.*, 2005], [Brevik *et al.*, 2006], [Delfino *et al.*, 2009] und [Bai *et al.*, 2013] sind in Abbildung 7.1 links zusammengetragen. Analog einem Modell aus [Noborio *et al.*, 1994] können diese bei einer angenommenen Temperatur von $T = 25^\circ\text{C}$ durch die Funktion für die spezifische elektrische Leitfähigkeit

$$\kappa_{\text{Boden}} = \kappa_{0,\theta} \cdot \theta^b + \kappa_s \quad (7.1)$$

angenähert werden. Die Konstanten sind dabei gegeben durch $\kappa_{0,\theta} = 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ S/m}$, $b = 1,5$ und $\kappa_s = 2 \cdot 10^{-5} \text{ S/m}$. Bei einer verschwindenden Feuchtigkeit, verschwindet nicht die Bodenleitfähigkeit κ_{Boden} , sondern nähert sich dem Grenzwert κ_s an. Zusätzlich zeigt die Leitfähigkeit eine Abhängigkeit von der Temperatur, welche durch einen Korrekturterm $g(T)$ modelliert wird. Dieser Korrekturterm ist durch Temperaturmessungen von Böden entstanden und gültig zwischen 3°C und 47°C [McBratney *et al.*, 2011]. Die endgültige spezifische elektrische Leitfähigkeit des Erdbodens wird damit beschrieben durch

$$\kappa_{\text{Boden}} = \frac{\kappa_{0,\theta} \cdot \theta^b + \kappa_s}{g(T)} = \frac{\kappa_{0,\theta} \cdot \theta^b + \kappa_s}{0,4470 + 1,4034 \cdot \exp\left(-\frac{T}{26,815}\right)}, \quad (7.2)$$

mit der Temperatur T in Grad Celsius.

Analog der elektrischen Leitfähigkeit, sind in Abbildung 7.1 rechts Messungen der elektro-osmotischen Leitfähigkeit k_{OS} aus [Gray und Mitchell, 1967], [Mitchell und Soga, 2005] und [Hansbo, 2008] zusammengetragen. Eine Approximation der Messungen erfolgt über

$$k_{\text{OS}} = k_{0,\text{OS}} \cdot \theta^a, \quad (7.3)$$

mit den Konstanten $k_{0,\text{OS}} = 8,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ und $a = 1,4$. Ähnlich der elektrische Leitfähigkeit (2.28), hier der Klarheit halber nochmals aufgeführt:

$$\kappa = \sum_i q_i \cdot n_i \cdot \mu_i, \quad (2.28)$$

welche bei einer verschwindenden Ladungsträgeranzahl n_i ebenfalls verschwindet, gibt es auch in (7.3) keine elektro-osmotische Grenzleitfähigkeit für Feuchtigkeitswerte $\theta \rightarrow 0$.

Die thermische Leitfähigkeit von Böden ist in Abbildung 5.1 zu sehen und wird über (5.1) und (5.2) bzw. (5.3) beschrieben [Jörgens und Clemens, 2020d].

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

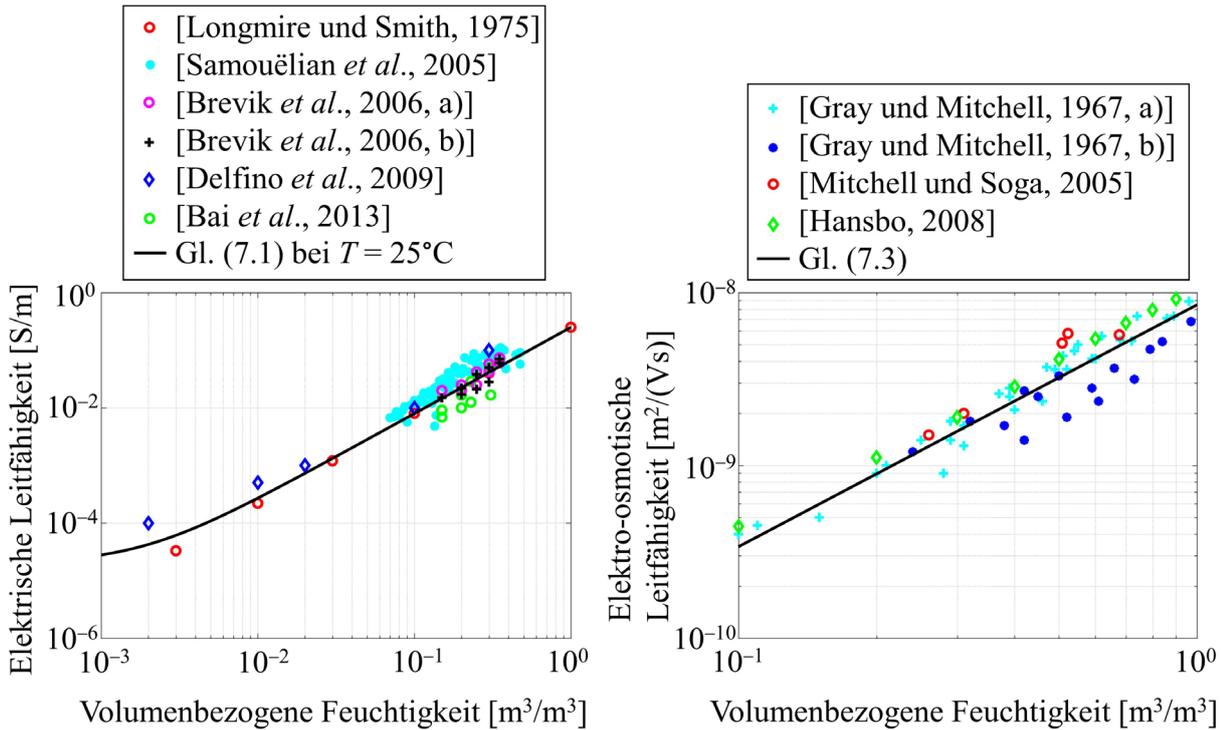


Abbildung 7.1: Links: Messungen der elektrischen Leitfähigkeit von Erdboden, zusammen mit (7.2) bei $T = 25^\circ C$. Rechts: Messungen der elektro-osmotischen Leitfähigkeit, zusammen mit (7.3).

Mittels der drei Leitfähigkeitsmodelle kann die Feuchtigkeit und die elektrische Feldverteilung simuliert werden. Ein beispielhafter Berechnungsablauf ist in Abbildung 7.2 zu finden. Die Berechnung startet mit einer vorgegebenen Feuchtigkeitsverteilung $\theta = \theta_0$ und Temperatur $T = T_0$. Mittels dieser beiden Vorgaben, können die elektrische, die elektro-osmotische und die thermische Leitfähigkeit bestimmt werden. Mit der elektrischen Leitfähigkeit werden anschließend das Potential und die elektrische Feldstärke berechnet (Zeile 7 und 8 in Abbildung 7.2). Der Wasserfluß \vec{q}_w wird dann über das elektrische Feld und die elektro-osmotische Leitfähigkeit k_{OS} bestimmt (Zeile 9 in Abbildung 7.2). Unter Anwendung eines expliziten Euler-Zeitintegrationsverfahrens kann mit dem Wasserfluß \vec{q}_w die zeitliche Änderung der Feuchtigkeit θ berechnet werden (Zeile 10 in Abbildung 7.2). Zuletzt ändert sich die Temperatur durch die Verluste im Leiter bzw. durch die Verlustleistungsdichte im Erdboden ($\kappa |\vec{E}|^2$). Die zeitliche Temperaturänderung wird dabei ebenfalls durch Anwenden eines expliziten Euler-Zeitintegrationsverfahrens bestimmt (Zeile 11 in Abbildung 7.2).

Analog Abschnitt 3.1 gilt aus Stabilitätsgründen für den Zeitschritt $\Delta t < \Delta t_{CFL}$. Um die Wasserbewegung innerhalb einer konstanten Gitterschrittweite Δh aufzulösen, gilt für den maximalen Zeitschritt $\Delta t_{CFL} = \Delta h / |\vec{q}_w|$, mit dem Wasserfluss \vec{q}_w ($|\vec{q}_w| = m/s$).

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

Die Berechnung bricht ab, wenn eine vorgegebene Endzeit $t = t_{\text{END}}$ erreicht wird oder wenn sich die Feuchtigkeitsverteilung zeitlich nicht mehr ändert, also analog zu Abschnitt 3.1 gilt $\|\theta^{m+1} - \theta^m\| / \|\theta^m\| < \eta$, mit der Stoppbedingung $\eta \ll 1$. Verglichen mit dem thermischen Problem ist die Zeitkonstante des elektro-osmotischen Problems größer, wodurch Feuchtigkeitsunterschiede direkt die thermische Leitfähigkeit beeinflussen und lediglich eine schwache Kopplung von θ und T vorliegt [Jörgens und Clemens, 2020d].

1	Initialwerte bei der Iteration $m = 0$: $\theta^m = \theta_0 \text{ m}^3/\text{m}^3$, $T^m = T_\infty$
2	while $t < t_{\text{END}}$ oder $\ \theta^{m+1} - \theta^m\ / \ \theta^m\ > \eta$
3	Löse
4	$\kappa^m := \kappa(\theta^m, T^m)$
5	$k_{\text{OS}}^m := k_{\text{OS}}(\theta^m)$
6	$\lambda^m := \lambda(\theta^m, T^m)$
7	Löse für φ^m : $\text{div}(\kappa^m \text{grad } \varphi^m) = 0$
8	$\vec{E}^m := -\text{grad } \varphi^m$
9	$\vec{q}_{\text{W}}^m := k_{\text{OS}}^m \vec{E}^m$
10	$\theta^{m+1} := \theta^m - \Delta t \cdot \text{div}(\vec{q}_{\text{W}}^m)$
11	$T^{m+1} := T^m - \Delta t \cdot [(\delta c_p)^{-1} \text{div}(\lambda^m \text{grad } T^m) + \kappa^m \vec{E}^m ^2 \cdot (\delta c_p)^{-1}]$
12	Erhöhe Zeitschritt: $m = m + 1$
13	end

Abbildung 7.2: Beispielhafter Berechnungsablauf zur Bestimmung der Feuchtigkeit und der elektrischen Feldstärke in der Umgebung von Erdelektroden.

Ähnlich der Wasserbewegung unter einem elektrischen Potentialgradienten, gibt es ebenfalls eine Wasserbewegung unter einem Temperaturgradienten. Der entstehende Wasserfluss durch den Effekt der *Thermo-Osmose* wird dabei analog zu Darcy's Gesetz mit $\vec{q}_{\text{W}} = -k_{\text{OS}} \text{grad } T$ beschrieben, wobei dann k_{OS} der thermo-osmotischen Leitfähigkeit entspricht. Dieser Wert liegt jedoch drei Größenordnungen unterhalb der elektro-osmotischen Leitfähigkeit, wodurch die Thermo-Osmose hier vernachlässigt wird [Zagorscak *et al.*, 2017].

7.2 Berechnung und Simulation einer halbvergrabenen Stabelektrode

Zur näheren Untersuchung des elektro-osmotischen Effekts wird im Beispiel eine halbvergrabene Stabelektrode (s. Abbildung 7.3) betrachtet. Der angenommene Boden soll zum Zeitpunkt $t = 0$ eine homogene Feuchtigkeitsverteilung aufweisen. Der metallische Leiter und das umgebene Koksbedden haben zusammen den Radius R_{GE} und der äußere Rand bei der Betrachtung der Elektro-Osmose sei r' , mit $r' \gg R_{GE}$ [Kimbark, 1971]. Der Radius sei r und gibt den Abstand vom Mittelpunkt des Koordinatensystems zu einem Punkt in der x - z -Schnittebene an. Aufgrund der homogenen Bodenbeschaffenheit besitzen das elektrische Feld und der Wasserfluss nur eine radiale Komponente, weshalb einige Ergebnisse entlang der roten Auswertegerade dargestellt werden.

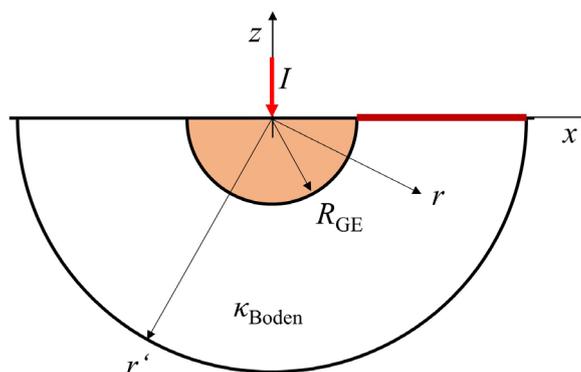


Abbildung 7.3: Halbvergrabene Erdelektrode in einem Boden mit homogener Feuchtigkeitsverteilung zum Zeitpunkt $t = 0$.

7.2.1 Berechnung der Zeitkonstanten und des zeitlichen Verlaufs der Feuchtigkeit

Für eine erste nähere Untersuchung des Effektes der Elektro-Osmose wird der zeitliche Verlauf der Feuchtigkeit θ , sowie die dem zeitlichen Verlauf unterliegende Zeitkonstante bestimmt. Werden in die Kontinuitätsgleichung für die Feuchtigkeit θ die Modelle für die elektrische Leitfähigkeit (7.2) und die elektro-osmotische Leitfähigkeit (7.3) eingesetzt, so folgt

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\frac{k_{0,OS} \theta^a \vec{J} g(T)}{\kappa_{0,\theta} \cdot \theta^b + \kappa_s} \right). \quad (7.4)$$

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

Unter Berücksichtigung von Abbildung 7.3 besitzt die Stromdichte nur eine radiale Komponente (J_r), mit dem Vektor $\vec{J} = J_r \vec{e}_r = I/(\pi r \cdot L) \vec{e}_r$, wobei \vec{e}_r den Einheitsvektor in radiale Richtung darstellt, r der Radius und L die Länge der Stabelektrode sind. Damit kann (7.4) umgeschrieben werden zu

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div} \left[\frac{k_{0,OS} \theta^a I g(T)}{\pi r L (\kappa_{0,\theta} \cdot \theta^b + \kappa_s)} \vec{e}_r \right]. \quad (7.5)$$

Für die nun folgenden Betrachtungen wird für die Feuchtigkeit nur eine Abhängigkeit von der Zeit t angenommen. Unter Anwendung des Satzes von Gauß und der Betrachtung von Zylinderkoordinaten lässt sich (7.5) umschreiben in

$$\int_0^L \int_0^\pi \int_{R_{GE}}^{r'} \frac{\partial}{\partial t} \theta \cdot r \, dr \, d\phi \, dz = - \int_0^L \int_0^\pi \frac{k_{0,OS} \theta^a I g(T)}{\pi r L (\kappa_{0,\theta} \cdot \theta^b + \kappa_s)} r \, d\phi \, dz. \quad (7.6)$$

Weiter aufgelöst folgt

$$\frac{\partial}{\partial t} \theta = -2 \underbrace{\frac{k_{0,OS} I g(T)}{\pi L (r'^2 - R_{GE}^2) \kappa_{0,\theta}}}_{\tau^{-1}} \cdot \frac{\theta^a}{\theta^b + \kappa_s / \kappa_{0,\theta}}, \quad (7.7)$$

mit dem Kehrwert der Zeitkonstanten

$$\frac{1}{\tau} = 2 \frac{k_{0,OS} I g(T)}{\pi L (r'^2 - R_{GE}^2) \kappa_{0,\theta}}. \quad (7.8)$$

Durch Vergrößerung des betrachteten Gebietes ($r'^2 - R_{GE}^2$) bzw. des betrachteten Erdvolumens $\pi L (r'^2 - R_{GE}^2)$, vergrößert sich auch die Zeitkonstante, da mehr Feuchtigkeit aufgrund des elektro-osmotischen Effekts wegtransportiert wird. Die Zeitkonstante sinkt hingegen mit steigender Temperatur, da die elektrische Leitfähigkeit ebenfalls steigt und damit die elektrische Feldstärke, aufgrund einer zeitlich konstanten Stromdichte, sinkt. Eine Lösung für (7.7) kann nur numerisch gefunden werden, weshalb nur die Spezialfälle einer hohen Feuchtigkeitsverteilung $\theta^b \gg \kappa_s / \kappa_{0,\theta}$ und einer niedrigen Feuchtigkeitsverteilung $\theta^b \ll \kappa_s / \kappa_{0,\theta}$ weiter betrachtet werden.

Für hohe Feuchtigkeitsverteilungen ($\theta^b \gg \kappa_s / \kappa_{0,\theta}$) reduziert sich (7.7) zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \theta = -\frac{1}{\tau} \cdot \theta^{a-b}, \quad (7.9)$$

mit der Lösung für die zeitabhängige Feuchtigkeitsverteilung

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

$$\theta(t) = \left[C_1 + (1-a+b) \cdot \left(-\frac{1}{\tau} \right) \cdot t \right]^{\frac{1}{1-a+b}}. \quad (7.10)$$

Die Konstante C_1 wird dabei bestimmt durch einen vorgegebenen Feuchtigkeitswert zur der Zeit $t = 0$.

Für niedrige Feuchtigkeitsverteilungen ($\theta^b \ll \kappa_s/\kappa_{0,\theta}$) reduziert sich (7.7) zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \theta = -\frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{\kappa_s / \kappa_{0,\theta}} \theta^a \quad (7.11)$$

und besitzt die Lösung

$$\theta(t) = \left[C_2 + (1-a) \cdot \left(-\frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{\kappa_s / \kappa_{0,\theta}} \right) \cdot t \right]^{\frac{1}{1-a}}. \quad (7.12)$$

Auch hier wird C_2 durch einen vorgegebenen Feuchtigkeitswert zur der Zeit $t = 0$ berechnet. Dieser Feuchtigkeitswert ist jedoch sehr gering. Für (7.12) muss gelten $\theta^b \ll \kappa_s/\kappa_{0,\theta}$. Aus $\theta^b = \kappa_s/\kappa_{0,\theta}$ lässt sich der Feuchtigkeitswert $\theta = (\kappa_s/\kappa_{0,\theta})^{1/b} \approx 1,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}^3$ berechnen. Daraus lässt sich ableiten, dass (7.12) nur für Feuchtigkeitswerte $\theta \ll 1,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}^3$ gültig ist. Aufgrund des geringen Wertes von $\theta = (\kappa_s/\kappa_{0,\theta})^{1/b} \approx 1,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}^3$ kann daher die gesamte Zeitabhängigkeit annähernd durch (7.10) beschrieben werden. Da (7.10) auch negative Werte annehmen kann, endet die Wasserbewegung für $\theta = 0$. Mit der Konstanten $C_1 = \theta(t=0)^{1-a+b}$ liegt der Endzeitpunkt bei

$$t = t_{\text{END}} = \frac{\theta(t=0)^{1-a+b}}{1-a+b} \tau. \quad (7.13)$$

Nach [Cigré, 2017] wird eine maximale Stromdichte von 0,5 bis 1 A/m² empfohlen, um Elektro-Osmose zu verhindern.

Es wird nun beispielhaft eine Stabelektrode mit der Länge $L = 2,1 \text{ km}$, dem Strom $I = 2.000 \text{ A}$ und dem Radius $R_{\text{GE}} = 0,3 \text{ m}$ angenommen. Bei diesem Parameterset liegt die maximale Stromdichte am Elektrodenleiter bei 1 A/m². Zudem wird ein maximaler Radius von $r' = 1,3 \text{ m}$ verwendet und damit ein Gebiet von ca. 1 m um die Elektrode herum betrachtet [Lagace *et al.*, 1988], [Villas und Portela, 2003].

In Abbildung 7.4 ist nun der zeitliche Feuchtigkeitsverlauf für sehr trockenen Boden ($\theta \approx 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$) und sehr feuchten Boden ($\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$), bei einer Temperatur von $T = 20^\circ\text{C}$ und bei $T = 40^\circ\text{C}$, zu sehen. Es ist zu beobachten, dass mit steigender Feuchtigkeit und Temperatur der Prozess langsamer wird, was durch die steigende elektrische Leitfähigkeit bzw. sinkende elektrische Feldstärke entsteht.

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

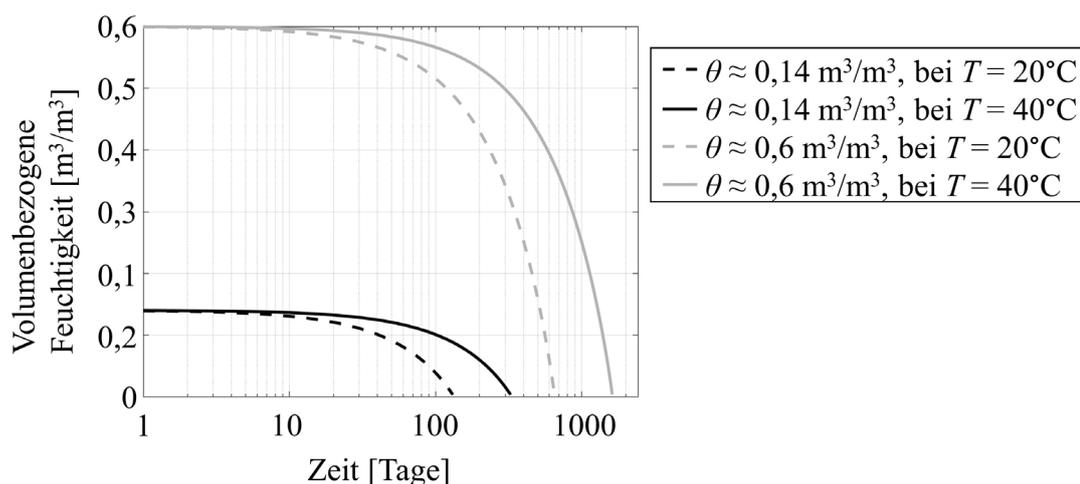


Abbildung 7.4: Zeitlicher Verlauf der Feuchtigkeit für sehr trockenen Boden ($\theta \approx 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$) und sehr feuchten Boden ($\theta \approx 0,6 \text{ m}^3/\text{m}^3$), für Temperaturen $T = 40^\circ\text{C}$ und $T = 70^\circ\text{C}$.

Selbst bei sehr trockenem Boden führt eine längere Trockenperiode von z.B. 30-40 Tagen nicht zu einem merklichen Feuchtigkeitsabfall. Die Grenzwerte der Stromdichte aus [Cigré, 2017] können daher z.B. für den mitteleuropäischen Raum verwendet werden, da jahreszeitliche Wetterschwankungen eine starke Austrocknung des Bodens verhindern.

Die erhaltenen Ergebnisse zeigen nun auf, dass der Prozess der Elektro-Osmose mit einer vergleichsweise großen Zeitkonstante verbunden ist. Speziell in (7.8) ist zu sehen, dass die Zeitkonstante mit Vergrößerung des betrachteten Bodengebietes ($r^2 - R_{GE}^2$), d.h. Bodenvolumens, steigt. Das zeigt auf, dass Elektro-Osmose nur in einem gewissen Abstand zur Elektrode zu berücksichtigen ist, wie es auch z.B. in [Villas und Portela, 2003] zu finden ist. Des Weiteren zeigt sich, dass die hohe Zeitkonstante maßgeblich durch den niedrigen Wert der elektro-osmotischen Leitfähigkeit $k_{0,OS} = 8,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/(\text{Vs})$ in (7.3) entsteht. Durch die hohe Zeitkonstante wird zudem die Annahme einer schwachen Kopplung von θ und T in Abbildung 7.2 bestätigt.

7.2.2 Simulation der elektrischen Feldstärke, unter Berücksichtigung von Elektro-Osmose

Nach der Betrachtung des zeitlichen Verlaufs der Feuchtigkeit θ soll nun auch der örtliche Verlauf und die entstehenden elektrischen Felder untersucht werden. Berücksichtigt wird dazu im Beispiel eine Stabelektrode, wie sie u.a. auf *Vancouver Island* verwendet wird (vgl. [Hamzehbahmani *et al.*, 2015]), mit Abmessungen nach [Lagace *et al.*, 1988]. Dabei ist die Länge $L = 1.885 \text{ m}$, der Strom $I = 2.000 \text{ A}$ und der Radius $R_{GE} = 0,3 \text{ m}$. Vereinfachend werden im Modell Wettereffekte, wie z.B. Morgentau oder die Verdampfung von Wasser durch eine

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

steigende Temperatur, nicht berücksichtigt. Bei der Betrachtung eines monopolaren HGÜ-Systems ist die Elektrode ab dem Zeitpunkt $t = 0$ im Betrieb. Die Temperaturverteilung wird daher zu Beginn mit 20°C festgelegt und erhöht sich aufgrund der Verluste im Leiter und im Boden. Für die volumenbezogene Wärmekapazität wird $\delta \cdot c_p = 2,5 \cdot 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ angenommen. Der Außenrand des Rechengebietes ($r' = 10 \text{ m}$) wird zu 20°C festgesetzt.

Mit einer beispielhaften initialen Feuchtigkeit von 10% ($\theta = 0,10 \text{ m}^3/\text{m}^3$) ist die elektrische Feldstärke mit und ohne Betrachtung von Elektro-Osmose, nach einer Betriebsdauer von 30 Tagen, in Abbildung 7.5 zu sehen. Ohne Berücksichtigung von Elektro-Osmose liegt die maximale Feldstärke am Leiter bei $98,59 \text{ V/m}$ und mit Berücksichtigung des Prozesses liegt sie bei $111,15 \text{ V/m}$ und steigt damit um ca. $12,74 \%$. Die maximale Temperatur liegt unter Berücksichtigung von Elektro-Osmose nach 30 Tagen bei $43,66^\circ\text{C}$ und damit im Gültigkeitsbereich der Temperaturkorrektur $g(T)$. Ohne Elektro-Osmose liegt die Temperatur aufgrund der geringeren Feldstärke etwas darunter.

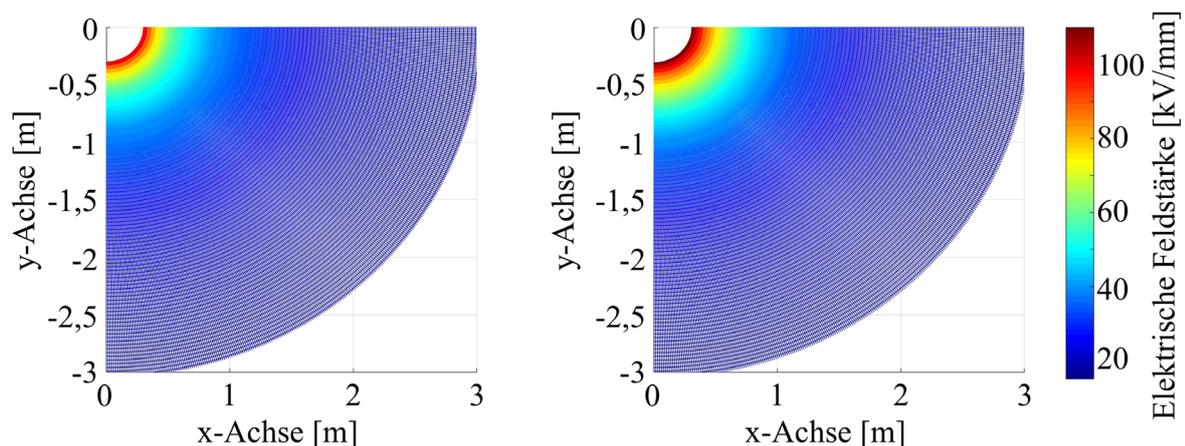


Abbildung 7.5: Elektrische Feldstärke in der Nähe der Elektrode, bei einer Betriebsdauer von 30 Tagen. Links: Ohne Berücksichtigung von Elektro-Osmose. Rechts: Mit Berücksichtigung von Elektro-Osmose.

Da die elektrische Leitfähigkeit des Bodens eine nichtlineare Abhängigkeit von θ besitzt führen bereits geringe Feuchtigkeitsänderungen zu hohen Feldstärkevariationen. In Abbildung 7.6 sind nun das elektrische Feld und die Feuchtigkeit über der Zeit, entlag der roten Auswertegeraden in Abbildung 7.3 aufgeführt. Da die maximale Temperatur von VPE $T = 90^\circ\text{C}$ ist wird nur der Zeitraum betrachtet, bis diese Temperatur erreicht ist. Dies ist nach ca. $t = 130$ Tagen der Fall.

Sowohl die thermische Leitfähigkeit λ_{Boden} als auch die elektrische Leitfähigkeit κ_{Boden} des Bodens werden mit steigender Temperatur und Feuchtigkeit des Bodens größer. Da die Temperatur zunächst schneller steigt als die Feuchtigkeit abfällt, sinkt die Feldstärke sogar über der Zeit. Ab einer bestimmten Zeit fällt die elektrische Leitfähigkeit jedoch schneller

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

durch den Feuchtigkeitsrückgang als sie durch die Temperatur ansteigt. Ab diesem Zeitpunkt steigt die Feldstärke dann immer weiter an. Dies ist in Abbildung 7.6 oben nach ca. 40 Tagen zu beobachten. Da für $T > 47^\circ\text{C}$ der Korrekturterm $g(T)$ nicht definiert ist, wird vereinfacht $g(T > 47^\circ) := g(T = 47^\circ\text{C})$ angenommen. Nach ca. 40 Tagen liegt die Temperatur am Leiter oberhalb von 47°C , wodurch die elektrische Leitfähigkeit dort nicht mehr durch den Temperaturanstieg steigen kann, sondern nur noch durch den Feuchtigkeitsrückgang fällt. Dadurch steigt die Feldstärke am Leiter ab diesem Zeitpunkt.

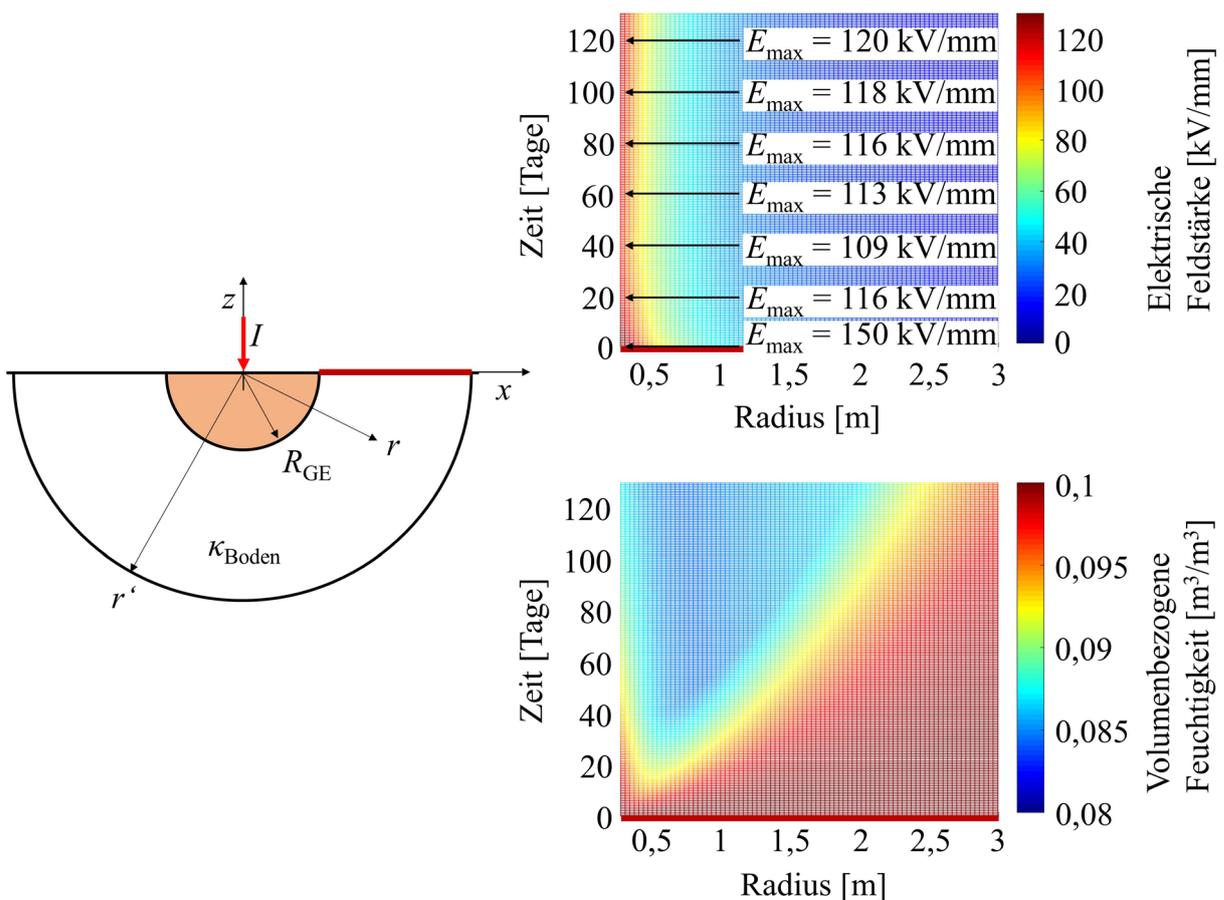


Abbildung 7.6: Elektrische Feldstärke (oben) und Feuchtigkeit (unten) über dem Ort und der Zeit, entlang der Auswertegeraden in der Anordnung links (Abbildung 7.3).

Dass die Feuchtigkeit in Abbildung 7.6 unten in der Nähe des Leiter schneller sinkt als am Leiter, hängt mit dem örtlichen Gradienten der Temperatur zusammen. Dabei ist der örtliche Gradient der Temperatur in der Nähe des Leiters gering, zwischen 1 m und 3 m jedoch recht stark, wodurch die Temperatur einen glockenförmigen Verlauf in positive radiale Richtung laufend zeigt. An Orten mit einer starken örtlichen Temperaturänderung kommt es dann zu einem stärkeren Feuchtigkeitsrückgang als an Orten mit einer schwachen Temperaturänderung.

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

Wie bereits erwähnt beeinflusst die Höhe der Feuchtigkeit ebenfalls das betrachtete Zeitintervall, in dem ein gewisser Feuchtigkeitsrückgang stattfindet. Unten in Abbildung 7.6 fällt die Feuchtigkeit am Leiter in den ersten 30 Tagen um $0,005 \text{ m}^3/\text{m}^3$. Wird die Feuchtigkeit etwas erhöht ($\theta = 0,14 \text{ m}^3/\text{m}^3$, analog einem sehr trockenen Boden aus Abschnitt 5.1.1), dann dauert es ca. 50 Tage bis die Feuchtigkeit ebenfalls um $0,005 \text{ m}^3/\text{m}^3$ abgefallen ist.

Kommt es bei einem bipolaren HGÜ-System zu einem Fehlerfall, so kann der Leiter bereits eine statische Temperatur besitzen, wenn die Erdelektroden für den Rückstrom genutzt werden. Liegt eine zeitlich konstante Temperaturverteilung, mit einer Leitertemperatur von 47°C und einer Randtemperatur von 20°C vor, so gilt für die zeitlich konstante Temperaturverteilung

$$T(r) = T_i - \frac{T_i - T_a}{\ln(r_a / r_i)} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right),$$

mit $r_i = R_{GE}$, $r_a = r' = 5 \text{ m}$, $T_i = 47^\circ\text{C}$ und $T_a = 20^\circ\text{C}$. Sowohl die Feuchtigkeitsverteilung als auch die elektrische Feldstärke sind über der Zeit und dem Ort, entlag der roten Auswertegeraden, in Abbildung 7.7 zu sehen [Jörgens und Clemens, 2020d].

Da die Temperatur bereits eine stationäre Verteilung aufweist, kommt es zu einem kontinuierlichen Abfall der elektrischen Leitfähigkeit und damit zu einem kontinuierlichen Anstieg der Feldstärke.

Die maximale Feldstärke am Leiter liegt für $t = 0$, bei $E_{\max,0} = 99 \text{ V/m}$. Nach 30 Tagen liegt das Feld bei $E_{\max,30} = 161 \text{ V/m}$ und damit 62 V/m oberhalb des Feldes bei $t = 0$. Nach 60 Tagen liegt das Feld bei $E_{\max,60} = 251 \text{ V/m}$ und damit 91 V/m oberhalb des Feldes $E_{\max,30}$. Nach 90 Tagen ist das betrachtete Feld $E_{\max,90} = 369 \text{ V/m}$ und damit 118 V/m über $E_{\max,60}$.

Der Anstieg es Feldes beschleunigt sich somit in der Zeit. Durch den Rückgang der Feuchtigkeit sinkt auch die elektrische Leitfähigkeit. Dadurch vergrößert sich das Feld, sodass auch der Wasserfluss steigt. Dieser wiederum verstärkt den Rückgang der Feuchtigkeit. Durch diese Rekursion beschleunigt sich der Rückgang der Feuchtigkeit über der Zeit. Bei einer verschwindenden Feuchtigkeit $\theta = 0 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ist die Leitfähigkeit (7.2), mit $T = 47^\circ\text{C}$, am Leiter auf $2,9 \cdot 10^{-5} \text{ S/m}$ abgefallen und das Feld erreicht hier theoretisch $\approx 39 \text{ kV/m}$. Mit Abbildung 7.4 dauert ein solch starker Feuchtigkeitsrückgang jedoch Monate oder Jahre.

Die Simulationsergebnisse für das elektrische Feld führen nun auf, dass es einen Unterschied zwischen einer zeitlich konstanten und einer zeitlich inkonstanten Temperaturverteilung gibt. Durch die Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit des Bodens von der Temperatur und der Feuchtigkeit, kann es bei einer zeitlich veränderlichen Temperatur sogar zu einem Abfall

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

der Feldstärke über der Zeit kommen. Der Temperaturanstieg führt dabei zu einer Vergrößerung der elektrischen Leitfähigkeit und einer Reduktion des Feldes, wohingegen der gleichzeitige Feuchtigkeitsrückgang den umgekehrten Effekt hat und zu einer Verringerung der elektrischen Bodenleitfähigkeit und einer Vergrößerung des Feldes führt. Bei einer zeitlich konstanten Temperatur kommt es hingegen nur zu einem Feuchtigkeitsrückgang und damit zu einem kontinuierlichen Anstieg des Feldes über der Zeit. Sichtbare Feldveränderungen sind jedoch in beiden Fällen erst nach Wochen oder Monaten und nur Nahe der Elektrode zu beobachten.

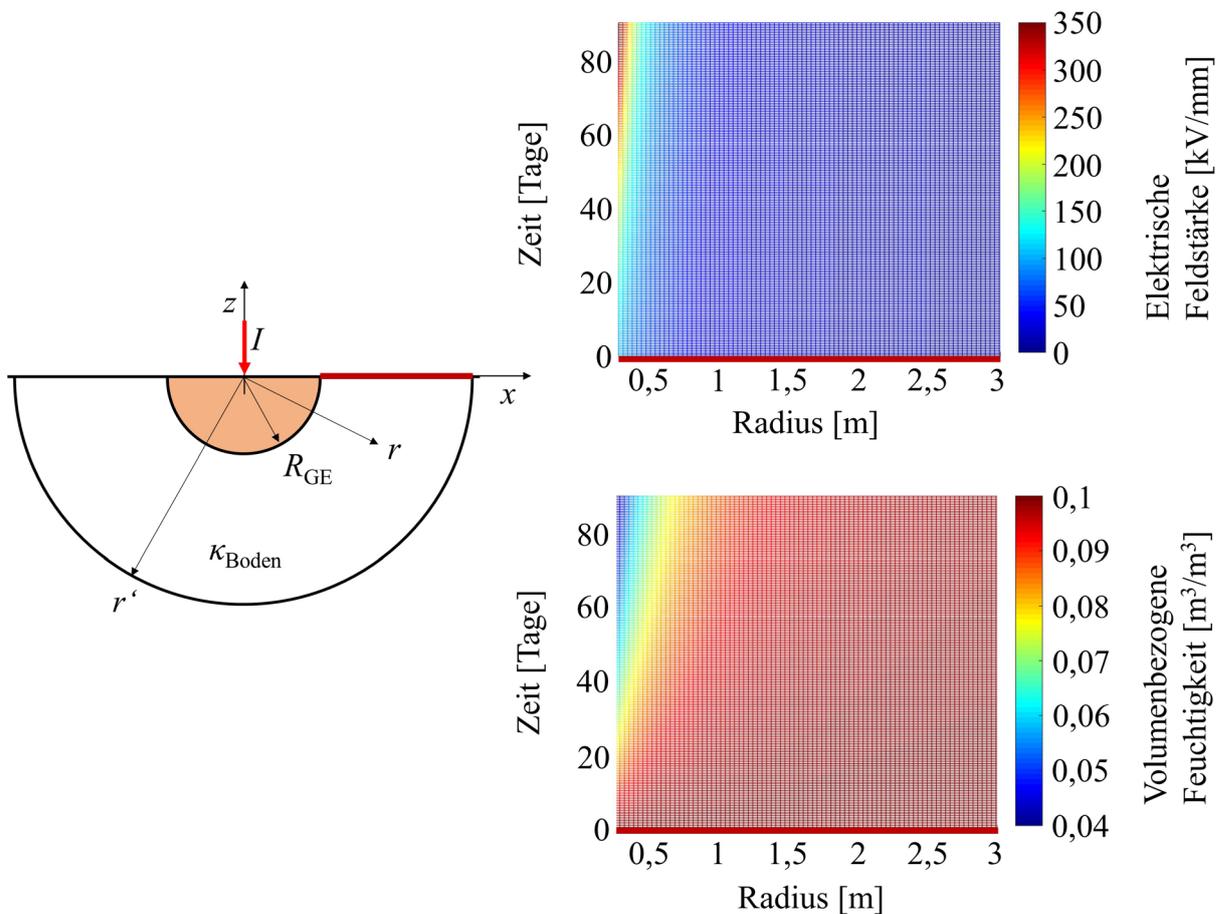


Abbildung 7.7: Elektrische Feldstärke (oben) und Feuchtigkeit (unten) über dem Ort und der Zeit, entlang der Auswertegeraden in der Anordnung links (Abbildung 7.3), bei einer zeitlich konstanten Temperaturverteilung.

Aufgrund des elektrischen Feldes im Boden, kann es durch die Potentialanhebung während der Elektro-Osmose zu gefährlichen Schrittspannungen kommen. Zum Schutz von Mensch und Tier ist in [Cigré, 2017] eine obere Grenzspannung

$$U_{\text{krit}} = 5 \text{ V} + 0,03 \text{ A/m} \cdot \kappa_{\text{Boden}}^{-1} \quad (7.14)$$

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

angegeben, die nicht überschritten werden sollte. Die Einheit von $0,03 \text{ A/m}$ darf hierbei nicht als magnetische Feldstärke angesehen werden, sondern dient nur dem Einhalten der korrekten Einheit von U_{krit} . Mit der elektrischen Feldstärke aus Abbildung 7.7, ist in Abbildung 7.8 die Schrittspannung entlang der roten Auswertegeraden in Abbildung 7.3 zu sehen. Die Schrittspannung mit und ohne Betrachtung der Elektro-Osmose ist zusammen mit (7.14) für $t = 30$ Tage und $t = 90$ Tage zu sehen. Die Schrittweite wird dabei nach [Cigré, 2017] mit 1 m angenommen.

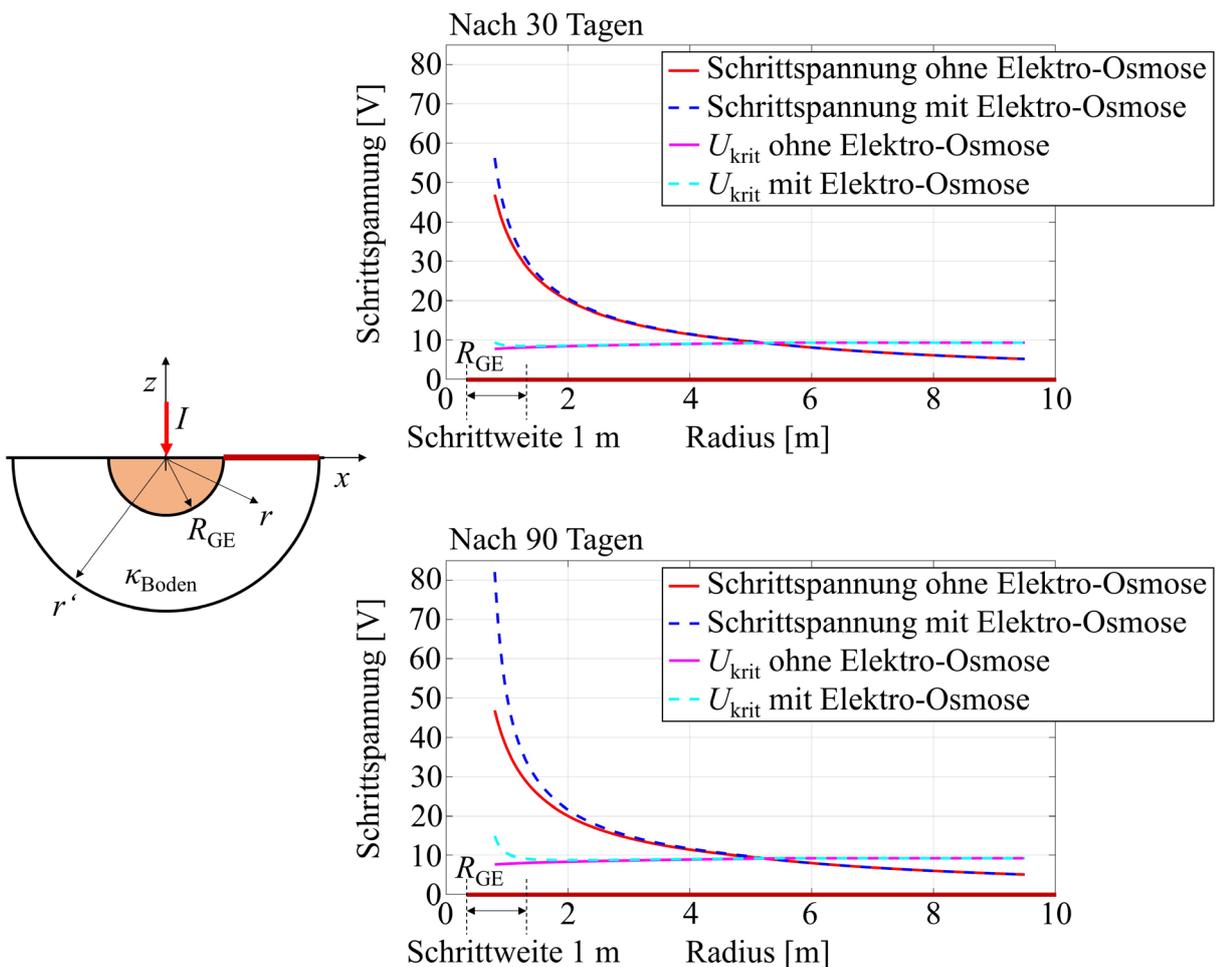


Abbildung 7.8: Schrittspannung entlang der roten Auswertegeraden in der Anordnung links (Abbildung 7.3), mit und ohne Elektro-Osmose, bei einer Betriebsdauer von 30 Tagen (oben) und 90 Tagen (unten). Die Schrittweite beträgt 1 m .

Trotz eines Anstiegs des elektrischen Feldes in Abbildung 7.7 oben und damit auch des elektrischen Potentials, hat der Effekt der Elektro-Osmose in den ersten 30 Tagen einen vergleichsweise geringen Einfluss auf die Schrittspannung. Innerhalb eines Abstandes von ca. 2 m zum Leiter steigt die Schrittspannung um maximal 10 V . Bei größeren Abständen sind kaum sichtbare Unterschiede zwischen den Schrittspannungen, berechnet mit und ohne Berücksichtigung von Elektro-Osmose, zu beobachten. Nach 90 Tagen zeigen sich

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

Unterschiede in der Schrittspannung bis zu einem Abstand von ca. 3 m. Zudem wird unabhängig von der Betriebsdauer bis zu einem Abstand von ca. 5 m U_{krit} überschritten, womit ein Schutz von Mensch und Tier gewährleistet ist, wenn sich die Elektrode in einer ausreichenden Tiefe befindet oder eine geringe Stromdichte (z.B. durch Vergrößerung der Elektrodenfläche) aufweist.

Analog den Ergebnissen für die elektrische Feldstärke kommt es auch für die Berechnung der Schrittspannung durch Elektro-Osmose nur in einem kleinen Bereich ($r' - R_{\text{GE}}$) zu signifikanten Unterschieden. Dieser Bereich hängt jedoch, im Vergleich zur Feldstärke, stärker von der Betriebsdauer der Elektrode ab. Werden jedoch für die Berechnung von Schrittspannungsgrenzen kurze Zeitperioden oder eine entsprechende Legetiefe angesetzt, so hat der Effekt der Elektro-Osmose nur einen geringen Einfluss auf die Ergebnisse und kann in guter Näherung vernachlässigt werden [Jörgens und Clemens, 2020d].

7.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Beim Betrieb von Erdelektroden kommt es aufgrund des konstanten elektrischen Feldes im Boden zu einer Wasserbewegung von der Anode weg. Der Effekt der Elektro-Osmose kann dabei als Spezialfall einer elektro-quasistatischen Feldanordnung betrachtet werden. Es kommt dabei nicht zu einer Akkumulation von Raumladungen, sondern, aufgrund der Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit vom Wassergehalt des Bodens, zu einem langsam zeit-veränderlichen elektrischen Feld.

Für die Simulation der Feuchtigkeitsverteilung und des elektrischen Feldes müssen im Allgemeinen drei Prozesse berücksichtigt werden. Die Wasserbewegung wird durch Darcy's Gesetz und die Kontinuitätsgleichung für die Feuchtigkeit θ beschrieben. Das Potential bzw. die elektrische Feldstärke wird durch die Lösung des stationären Strömungsfeldproblems ermittelt. Zuletzt kommt es durch Verluste im Elektrodenleiter und im Boden zu einer Temperaturverteilung, die mittels Wärmeleitungsgleichung berechnet wird. Für eine gekoppelte Simulation werden Bodenmodelle der elektrischen Leitfähigkeit, der elektro-osmotischen Leitfähigkeit und der Wärmeleitfähigkeit, in Abhängigkeit von der Feuchtigkeit, durch Messungen ermittelt. Zudem zeigen die elektrische Leitfähigkeit und die Wärmeleitfähigkeit eine Abhängigkeit von der Temperatur.

Die beispielhaften elektrischen Feldsimulationen einer halbvergrabenen Stabelektrode zeigen nun, dass es einen Unterschied zwischen einer zeitlichen Temperaturänderung und einer

7. Simulation der elektrischen Feldverteilung in der Nähe von Erdelektroden

zeitlich konstanten Temperaturverteilung gibt. Ändert sich die Temperatur über der Zeit, dann überlagert sich dieser Prozess mit der zeitlichen Feuchtigkeitsänderung. Das führt in den hier betrachteten Simulationen sogar zu einem Feldstärkeabfall innerhalb der berechneten 40 Tage (s. Abbildung 7.6 oben). Liegt hingegen eine zeitlich konstante Temperaturverteilung vor, dann kommt es zu einem stetigen Feldstärkeanstieg im Erdboden.

Allgemein ist die elektro-osmotische Zeitkonstante viel größer als die thermische Zeitkonstante. Die Berechnungen zeigen, dass der Prozess der Elektro-Osmose bis zu Monaten oder Jahren andauern kann. Die hohen Werte der Zeitkonstante entstehen dabei im Wesentlichen durch die sehr geringe elektro-osmotische Leitfähigkeit $k_{0,OS} = 8,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/(\text{Vs})$.

Aufgrund der hohen elektro-osmotischen Zeitkonstante muss der Prozess nur in einem gewissen Bereich (hier: $r' - R_{GE} \approx 1 \text{ m}$) um die Elektrode herum berücksichtigt werden. Ein vollständiges Austrocknen des Bodens ist daher aufgrund von jahreszeitlichen Witterschwankungen im mitteleuropäischen Raum nicht zu erwarten.

Das betrachtete Gebiet in dem Elektro-Osmose berücksichtigt werden muss variiert jedoch mit der Betriebsdauer, wie die Ergebnisse aus den elektrischen Feld- und Schrittspannungssimulationen zeigen (vgl. z.B. Abbildung 7.7). Bei den hier gezeigten Schrittspannungssimulationen kann beispielsweise Elektro-Osmose bis zu einer Betriebsdauer von 30 Tagen vernachlässigt werden. Bei einer Betriebsdauer von 90 Tagen hingegen zeigen sich Unterschiede in der Schrittspannung in einem Gebiet von $r' - R_{GE} \approx 3 \text{ m}$.

Generell kann bei einer entsprechenden Legetiefe der Elektrode oder für kurze Zeitperioden für die Berechnung von Feld- und Spannungsgrenzen der Effekt der Elektro-Osmose vereinfacht vernachlässigt werden.

8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick in die weiterführende Forschung

8.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit werden die elektrischen und thermischen Feldverteilungen in Komponenten von HGÜ-Systemen, unter Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten durch Temperatur- und Raumladungsverteilungen, untersucht. Dafür wurde das elektrische Feld in den einzelnen Komponenten (Kabel, Kabelmuffe bzw. Kabelendverschluss und Erdelektrode) analytisch berechnet und numerisch simuliert.

Auch mehr als 50 Jahre nach Aufkommen der ersten Arbeiten über die Ladungsbewegung in ungeordneten Dielektrika gibt es noch keine vollständige Beschreibung dieser Prozesse. Daher wurden aufbauend auf bereits in der Literatur publizierten Arbeiten die gängigen Modelle für die Simulation der Ladungsbewegung genutzt und erweitert.

Allgemein entstehen Raumladungen durch die Injektion von Ladungen, die Ionisation von Fremdmolekülen, die Polarisierung des Dielektrikums und einer räumlichen Variation des Verhältnisses aus Permittivität und elektrischer Leitfähigkeit.

Die Simulation eines oder mehrerer dieser Effekte geschieht entweder über die nichtlineare temperatur- und feldstärkeabhängige elektrische Leitfähigkeit des Isolierstoffes oder über das „Bipolar-Charge-Transport (BCT)-Modell“. Mit der elektrischen Leitfähigkeit wird nur eine gemittelte Ladungsverteilung, bestehend aus positiven und negativen Ladungsträgern, berechnet und der Ladungstransport bei variablen Temperaturen und elektrischen Feldstärken dargestellt. In diesem Modellansatz wird jedoch keine Erklärung für dahinterliegende physikalische Prozesse auf mikroskopischer Ebene gegeben. Das bedeutet, dass Raumladungen nur durch eine räumliche Variation des Verhältnisses aus Permittivität und elektrischer Leitfähigkeit simuliert werden. Mit dem BCT-Modell werden hingegen diese einzelnen Effekte berücksichtigt, was das Modell sehr komplex und für makroskopische Komponenten von Kabelsystemen eher ungeeignet macht. In der Literatur wird das BCT-Modell daher nur für eindimensionale Probleme angewendet.

Bei der Verwendung der elektrischen Leitfähigkeit lässt sich das elektrische Feld generell über die ladungsbasierte Feldformulierung oder die potentialbasierte Feldformulierung

8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick in die Weiterführende Forschung

berechnen, während mittels des BCT-Modells das Feld nur über die ladungsbasierte Feldformulierung berechnet werden kann. In der Arbeit wurde u.a. gezeigt, dass die ladungsbasierte Feldformulierung, im Vergleich zur potentialbasierten Feldformulierung, instabiler bei komplexen Geometrien oder starken Nichtlinearitäten ist, was ebenfalls nachteilig bei der Verwendung des BCT-Modells ist. Durch die Ableitung bei der Berechnung der Ladungen kommt es zu einem Rundungsfehler, der nur mit einer höheren Auflösung minimiert werden kann. Diese Maßnahme zur Stabilisierung des Verfahrens vergrößert jedoch die gesamte Rechenzeit.

Aufgrund der nichtlinearen elektrischen Leitfähigkeit lässt sich das transiente elektrische Feld nur numerisch bestimmen. Die Simulationen haben zum einen gezeigt, dass die Isolationsverluste innerhalb des Kabels (im Normalbetrieb) keinen großen Einfluss auf die Temperaturverteilung haben und zum anderen, dass die maximale (stationäre) Raumladungsverteilung mit einer stationären Temperaturverteilung einhergeht. Die stationäre Raumladungs- und Feldverteilung lässt sich analytisch darstellen, wenn Isolationsverluste vernachlässigt werden (vgl. (4.10) oder (4.13)). Aus (4.14) wurde ersichtlich, dass die Ladungsdichten direkt mit dem Temperaturgradienten zusammenhängen und proportional zur Spannung steigen. Zur Approximation des zeitlich und örtlich variierenden Feldes wurde ein einfacher exponentieller Ansatz (4.16) angenommen, wobei die relative Abweichung in der untersuchten Beispielkonfiguration bei maximal 13,5 % lag. Daraus wurde abgeleitet, dass die zeitliche Raumladungs- und Feldstärkeverteilung nicht durch eine einzelne Zeitkonstante bestimmt wird, sondern eher durch eine Überlagerung mehrerer Exponentialfunktionen mit unterschiedlichen Zeitkonstanten.

Mit der Verwendung einer temperatur- und feldstärkeabhängigen Leitfähigkeit konnten Effekte wie die Inversion des Feldes unter einem Temperaturgradienten oder der „Mirror-Image-Effect“, bei einem Polaritätswechsel der Spannung, simuliert werden. Die Feldinversion entsteht dabei durch die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit und ist für Temperaturgradienten, die den Wert $T_i - T_a = \ln(r_a/r_i)/\alpha$ übersteigen, zu sehen (Abbildung 4.9). Die Feldstärkeabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit hingegen homogenisiert das Feld und nähert es dem mittleren Feld $U/(r_a - r_i)$ an. Da die Feldstärkeabhängigkeit von VPE größer ist als die von MI, war der Effekt der Feldinversion stärker in MI zu sehen (Abbildung 4.8). Spaltet man jedoch die gesamte Raumladungsdichte ρ in einen Teil der durch die Temperaturabhängigkeit (ρ_T) und einen Teil der durch die Feldstärkeabhängigkeit (ρ_E) entsteht auf, so liegt die Nettoladungsdichte $|\rho_T| + |\rho_E|$ in VPE-Kabeln oberhalb derjenigen in MI-Kabeln, weshalb VPE-Kabel mit einer geringeren Betriebsfeldstärke betrieben werden.

8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick in die Weiterführende Forschung

Messungen zeigen zudem eine Ansammlung von Ladungen an den Elektroden, wodurch das Feld lokal stark variiert. Diese zusätzlichen Effekte, hervorgerufen durch die Injektion von Ladungen, die Ionisation von Fremdmolekülen und die Polarisierung des Dielektrikums, konnten durch eine Erweiterung des Leitfähigkeitsmodells simuliert werden. Dazu wurde die Leitfähigkeit durch eine zusätzliche räumliche Variation an den Elektroden erweitert. Eine analytische Herleitung des statischen elektrischen Feldes zeigte, dass ein Abfallen der Leitfähigkeit zu den Elektroden hin mit einer Akkumulation von Heterocharges einhergeht. Umgekehrt führt ein Anstieg zu den Elektroden zu einer Akkumulation von Homocharges. Ein Vergleich mit Messungen der statischen Ladungsverteilung in VPE und LDPE zeigte zudem, dass sich bei untersuchten Feldstärken von $E \leq 20$ kV/mm vermehrt Heterocharges an beiden Elektroden anlagern und diese eine räumliche Ausdehnung von ca. 25 % der Isolationsdicke besitzen (s. Tabelle 4.2).

Analog zur elektrischen Leitfähigkeit kann auch die Permittivität, aufgrund einer Polarisierung des Materials, eine zusätzliche räumliche Variation an Elektroden besitzen. Umgekehrt zur Leitfähigkeit führen hier ein Absinken der Permittivität zu den Elektroden hin zu einer Akkumulation von Homocharges und ein Anstieg zu einer Akkumulation von Heterocharges. Für die Simulation der transienten Ladungsverteilung wurde die elektrische Leitfähigkeit mit einem sich bewegenden Gaußpuls erweitert, um die Bewegung von Ladungspaketen modellieren zu können. Zwar konnte durch die Erweiterung der elektrischen Leitfähigkeit und der Permittivität die Differenz zwischen der transienten bzw. statischen Ladungsverteilung und der Messung gegenüber gängigen Modellen verringert, jedoch nicht vollständig beseitigt werden. Die Simulation einer Ladungsverteilung hängt im Wesentlichen von der Messung der elektrischen Leitfähigkeit und den damit erhaltenden Konstanten für die Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit ab. Da sich die Messungen je nach Einsatzgebiet, Herstellungsverfahren oder Messmethode ändern, ist es schwierig die Differenz zwischen Simulation und Messung zu minimieren, wenn unterschiedliche Quellen für die Raumladungs- und Leitfähigkeitsmessung genutzt werden. Die Ergebnisse zeigten jedoch, dass im Wesentlichen die Ladungsverteilung innerhalb der Isolation durch die Temperatur und Feldstärkeabhängigkeit der Leitfähigkeit entsteht und die Ladungsansammlungen an den Elektroden durch eine zusätzliche räumliche Variation der Leitfähigkeit modelliert werden können. Ein analoges Vorgehen ist bereits in der Literatur diskutiert worden, wobei die Leitfähigkeitskonstanten κ_0 , α und β eine räumliche Variation besitzen sollen.

Durch den Effekt der Feldinversion liegt das Maximum des Feldes am Außenrand, während die Temperaturspitze immer am Leiter liegt. Im Vergleich zur Vernachlässigung von Raumladungen verringern sich die Verluste $\kappa |\vec{E}|^2$ am Leiter und die thermische Durchschlag-

8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick in die Weiterführende Forschung

spannung stieg an, wenn Raumladungen akkumulieren. Ein Intervall von Strömen und Spannungen, innerhalb denen es zu keinem thermischen Durchschlag kommt, wurde durch eine semi-analytische Approximation (4.45) angenähert und war in guter Übereinstimmung mit Referenzsimulationen und Messungen aus der Literatur (s. Abbildung 4.32).

Wird zusätzlich die Umgebung des Kabels betrachtet, dann lag keine Radialsymmetrie des Problems vor und die Berechnungszeit vergrößerte sich. Da die Isolationsverluste einen im Normalbetrieb vernachlässigbaren Einfluss auf die Temperatur innerhalb des Kabels hatten, konnten das elektrische und thermische Problem entkoppelt betrachtet werden. Bei der entkoppelten Berechnung werden für die Temperatursimulation die vollständige Geometrie (Kabel und umliegender Boden), sowie vernachlässigbare Isolationsverluste angenommen. Durch die erhaltene Temperaturverteilung innerhalb der Isolation und die angenommene Radialsymmetrie, wird das elektische Feld in einer weiteren Simulation eindimensional bestimmt. Diese Entkopplung war auch bei der Untersuchung von Kabelpaaren möglich. Die, im Vergleich zu allen weiteren Materialein, hohe thermische Leitfähigkeit des metallischen Außenleiters führt zu einem vernachlässigbaren Temperaturabfall innerhalb diesem. Die Temperaturwerte im Außenleiter sind somit konstant, womit dieser wie eine Äquipotentialfläche für die Temperatur (Aquithermalfläche) wirkt und so zu einer annähernd radialsymmetrischen Temperaturverteilung innerhalb der Isolation führt.

Lag keine radialsymmetrische Temperaturverteilung vor, so konnte das elektrische Feld durch ein thermo-elektro-quasistationäres Modell bestimmt werden. Dabei wurde angenommen, dass der Feldstärkevektor weiterhin nur eine radiale Komponente besitzt und sich lediglich dessen Amplitude im Raum ändert. Das elektrische Feld konnte so durch eine Auswertung von z.B. (5.7) und (5.8) bestimmt werden. Dieses Modell ist auch anwendbar, wenn Homo- und Heterocharges berücksichtigt werden.

Allgemein lässt sich das stationäre Feld jedoch durch eine Fixpunkt-Iteration mit der ladungsbasierten elektro-quasistatischen Feldformulierung berechnen. Hierbei verringern sich die Iterationschritte im Vergleich zu einem expliziten Zeitintegrationsverfahren, wobei es jedoch zu Oszillationen kommen konnte. Durch die Einführung eines Unterrelaxationsparameters ω in (5.23), konnten die Oszillationen verringert werden, was jedoch mit einer höheren Iterationszahl einherging.

Kabelmuffen und -endverschlüsse bestehen aus unterschiedlichen Dielektrika, an dessen Grenzschicht es ebenfalls zu einer vermehrten Ladungsansammlung kommen kann. Analog der Modellierung von Ladungsansammlungen an Elektroden, konnten die Ladungsansammlungen an der Grenzschicht ebenfalls durch eine zusätzliche räumliche Variation modelliert werden. Messungen zeigten, dass sich an der Grenzschicht vermehrt Ladungen der

8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick in die Weiterführende Forschung

wärmeren Elektrode anlagerten. Durch die erweiterten Leitfähigkeitsmodelle konnte die Differenz zwischen den Simulationen und den Messungen gegenüber gängigen Modellen reduziert werden und zeigte zudem in den untersuchten Modellen einen elektrischen Feldstärkeanstieg von 8 bis 13,88 % an der Grenzschicht (Abbildung 6.2 und Abbildung 6.3). Analoge Ergebnisse sind auch bei der Simulation von Muffengeometrien erhalten worden. Speziell am Triple-Punkt des äußeren Steuerkonus lagen bei der untersuchten Geometrie, aufgrund des geringen Abstandes der Elektroden, Feldüberhöhungen vor. Durch eine Verringerung des Temperaturgradienten, speziell in der Kabelisolation, können diese Feldbelastungen in gewissen Grenzen reduziert werden (s. Abbildung 6.8).

Die Abrundung des Steuerkonus oder die Verwendung von nichtlinearen Feldsteuerungsmaterialien führt ebenfalls zu einer Reduktion des Feldes. Kommt es bei der geometrischen Feldsteuerung u.a. auf die Krümmung des Steuerkonus an (vgl. Abbildung 6.11 und Abbildung 6.12), so wurde bei der nichtlinearen Feldsteuerung eine hohe Feldreduktion durch eine hohe elektrische Leitfähigkeit des FGM, im Vergleich zu VPE und EPDM, erreicht (vgl. Abbildung 6.16). Bei der Krümmung des äußeren Steuerkonus muss jedoch darauf geachtet werden, dass der Abstand zwischen der Grenzschicht der Kabel und Muffenisolation und dem äußeren Steuerkonus nicht zu gering gewählt wird, da es sonst zu erhöhten Feldstärkewerten innerhalb der Muffenisolation kommt. Eine durchgehende Krümmung verhindert zudem hohe Feldstärken an Knickpunkten welche eine Singularität für die Feldstärke darstellt. Bei der nichtlinearen Feldsteuerung kann eine hohe Leitfähigkeit durch eine starke Feldstärkeabhängigkeit (Nichtlinearität, α_{var}) oder einer hohen Leitfähigkeit auch bei niedrigen Feldern (Niedrigfeldleitfähigkeit, $\kappa_{0,\text{var}}$) erreicht werden. Da bei einer Erhöhung der Niedrigfeldleitfähigkeit die Gefahr von instabilen Temperaturen steigt ist die Vergrößerung der Nichtlinearität eine günstigere Alternative.

Die erhaltenen Ergebnisse sind ebenfalls auf einen Kabelendverschluss anwendbar, da hier meist die gleichen Fragestellungen und äquivalente Ergebnisse, nur in einer anderen Geometrie, erhalten werden.

Neben den zeitlich veränderlichen Feldern in HGÜ-Isolation, waren diese auch im Betrieb von Erdelektroden zu beobachten. Durch den Effekt der Elektro-Osmose und die Feuchtigkeitsabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit des Bodens ist dies ein Spezialfall einer elektro-quasistatischen Feldanordnung. Hierbei kommt es nicht zu einer Ausbildung von Raumladungen, sondern zu einer Feldmigration durch die Bewegung des Wassers im Boden. Der Effekt der Elektro-Osmose besitzt jedoch eine hohe Zeitkonstante und muss daher nur in einem geringen Bereich um die Elektrode herum berücksichtigt werden. Für kurze Zeiträume ist zudem der Einfluss einer durch Elektro-Osmoseeffekte sich verändernden elektrischen

8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick in die Weiterführende Forschung

Leitfähigkeit des Bodens um die Elektrode herum auf Feld- bzw. Schrittspannungsgrenzen vernachlässigbar.

8.2 Ausblick

Die gewonnenen Ergebnisse in dieser Arbeit können genutzt werden, um weiter auf dem Gebiet von Isolierstoffen unter Gleichspannungsbelastung zu arbeiten. So wird beispielsweise Polyethylen häufig mit Nanofüllstoffen versehen, was einen Einfluss auf die Temperatur- und Feldstärkeabhängigkeit der Leitfähigkeit hat [Lagrotteria *et al.*, 2019]. Ergebnisse z.B. aus [Su *et al.*, 2020] zeigen, dass auch hier weiterhin das Hopping-Modell (2.27) genutzt werden kann, jedoch verändert sich die Ladungsverteilung innerhalb der Isolation und an Grenzschichten (s. z.B. [Du *et al.*, 2020]). Dies hat neben veränderten elektrischen Feldverteilungen in Kabelmuffen und -endverschlüssen auch einen Einfluss auf die thermische Stabilität ($\kappa|\bar{E}|^2$). Des Weiteren wird neben Polyethylen auch an anderen polymeren Isolierstoffen, wie Polypropylen (PP), mit Blick auf Nanofüllstoffe geforscht. Ergebnisse aus [Zhou *et al.*, 2019] zeigen neben dem geänderten Ladungsverhalten auch eine Vergrößerung der Durchschlagsfeldstärke, was mit zusätzlichen tiefen Störstellen zwischen den Nanofüllstoffen und der PP-Matrix erklärt wird.

Neben den hier betrachteten festen Isolierstoffen ist auch das Ladungsverhalten in flüssigen Isolierstoffen, wie Transformatoröl, unter Gleichspannungsbeanspruchung derzeitiger Forschungsgegenstand (siehe z.B. [Nakane *et al.*, 2019]). Auch hier besitzt die elektrische Leitfähigkeit eine starke nichtlineare Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke [Lavesson *et al.*, 2014]. Durch die zusätzliche Berücksichtigung der Diffusion, kann die Ladungsbewegung nicht allein durch eine elektrische Leitfähigkeit ausgedrückt werden [Gäfvert *et al.*, 1992]. Die Ergebnisse der Arbeit können jedoch als Ansatz für eine Erweiterung der elektrischen Leitfähigkeit genutzt werden.

Literatur

- [Abdel-Salam *et al.*, 1983] M. Abdel-Salam, M. Farghally und S. Abdel-Sattar, „Finite Element Solution of Monopolar Corona Equation“, IEEE Trans. Electr. Insul., Vol. EI-18, No. 2, S. 110-119, 1983, DOI: 10.1109/TEI.1983.298654.
- [Adamec und Calderwood, 1975] V. Adamec und J.H. Calderwood, „Electrical Conduction in Dielectrics at High Fields“, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 8, No. 5, S. 551-560, 1975, DOI: 10.1088/0022-3727/8/5/015.
- [Alison und Hill, 1994] J.M. Alison und R.M. Hill, „A Model for Bipolar Charge Transport, Trapping and Recombination in Degassed Crosslinked Polyethylene“, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 27, No. 6, S. 1291-1299, 1994, DOI: 10.1088/0022-3727/27/6/029.
- [Allam und McKean, 1980] E.M. Allam und A.L. McKean, „Design of an Optimized ± 600 kV DC Cable System“, IEEE Trans. Power Appar. Syst., Vol. PAS-99, No. 5, S. 1713-1721, 1980, DOI: 10.1109/TPAS.1980.319864.
- [Andritsch *et al.*, 2017] T. Andritsch, A. Vaughan und G. Stevens, „Novel Insulation Materials for High Voltage Cable Systems“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 33, No. 4, S. 27-33, 2017, DOI: 10.1109/MEI.2017.7956630.
- [Artuzi, 2003] W.A. Artuzi, „Finite Element Time Domain Method Using Piecewise Constant Basis Functions“, SBMO/IEEE MTT-S International Conference on Microwave and Optoelectronics (IMOC), Foz do Iguaçu, Brasilien, S. 1029-1032, 2003, DOI: 10.1109/IMOC.2003.1242863.
- [Bahrman und Johnson, 2007] M.P. Bahrman und B.K. Johnson, „The ABCs of HVDC Transmission Technologies – An Overview of High Voltage Direct Current Systems and Applications“, IEEE Power Energy Mag., Vol. 5, No. 2, S. 32-44, 2007, DOI: 10.1109/MPAE.2007.329194.
- [Bai *et al.*, 2013] W. Bai, L. Kong und A. Guo, „Effects of Physical Properties on Electrical Conductivity of Compacted Lateritic Soil“, J. Rock Mech. Geotech. Eng., Vol. 5, No. 5, S. 406-411, 2013, DOI: 10.1016/j.jrmge.2013.07.003.
- [Bambery *et al.*, 2001] K.R. Bambery, R.J. Fleming, J.T. Holbøll, „Space Charge Profiles in Low Density Polyethylene Samples Containing a Permittivity/Conductivity Gradient“, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 34, No. 20, S. 3071-3077, 2001, DOI: 10.1088/0022-3727/34/20/311.

- [Bambery und Fleming, 1998] K.R. Bambery und R.J. Fleming, „Space Charge Accumulation in Two Power Cable Grades of XLPE“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 5, No. 1, S. 103-109, 1998, DOI: 10.1109/94.660780.
- [Baudoin, 2020] F. Baudoin, „Activities of the DEIS Technical Committee on Numerical Methods Applied to Dielectrics“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 36, No. 1, S. 44-45, 2020.
- [Baudoin *et al.*, 2008] F. Baudoin, S. Le Roy, G. Teyssède und C. Laurent, „Bipolar Charge Transport Model with Trapping and Recombination: an Analysis of the Current versus Applied Electric Field Characteristic in Steady State Conditions“, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 41, S. 1-10, 2008, DOI: 10.1088/0022-3727/41/2/025306.
- [Bauer und Nease, 1957] C.A. Bauer und R.J. Nease, „A Study of the Superposition of Heat Fields and the Kennelly Formula as Applied to Underground Cable Systems“, IEEE Trans. Power Appar. Syst., Vol. 76, No. 3, S. 1330-1333, 1957, DOI: 10.1109/AIEEPAS.1957.4499787.
- [Bergelin *et al.*, 2017] P. Bergelin, M.J.P. Jeroense, T. Quist und H. Rapp „640 kV Extruded HVDC Cable System - World's most Powerful Extruded Cable System“, NKT, Technischer Bericht, 2017.
- [Bernasconi *et al.*, 1976] J. Bernasconi, H.P. Klein, B. Knecht und S. Strässler, „Investigation of Various Models for Metal Oxide Varistors“, J. Electron. Mater., Vol. 5, No. 5, S. 473-495, 1976, DOI: 10.1007/BF02654339.
- [Beyer, 2002] J. Beyer, „Space Charges and Partial Discharge Phenomena in High Voltage DC Devices“, Dissertation, Technische Universität Delft, S. 21-45, 2002.
- [Beyer *et al.*, 1986] M. Beyer, W. Boeck, K. Möller und W. Zaengl, *Hochspannungstechnik: Theoretische und praktische Grundlagen für die Praxis*, 1. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, S. 167-173, S. 217-218, S. 254-255, 1986 (Nachdruck 1992), DOI 10.1007/978-3-642-61633-4.
- [Bezille *et al.*, 1992] J. Bezille, H. Janah, J. Chan und M.D. Hartley „Influence of Diffusion on some Electrical Properties of Synthetic Cables“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Victoria, BC, Kanada, S. 1-6, 1992, DOI: 10.1109/CEIDP.1992.283155
- [Blatt und Hinrichsen, 2015] S. Blatt und V. Hinrichsen, „Mathematical Model for Numerical Simulation of Current Density in Microvaristor Filled Insulation Materials“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 22, No. 2, S. 1161-1170, 2015, DOI: 10.1109/TDEI.2015.7076818.

- [BMUNNS, 2021] Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit, „Klima- und Energiepolitik der Europäischen Union“, 2021, <https://www.bmu.de/themen/klima-energie/klimaschutz/eu-klimapolitik/> (aufgerufen am 24.09.2021).
- [BMWi, 2018] Bundesministerium für Wirtschaft und Energie, „7. Energieforschungsprogramm – Innovationen für die Energiewende der Bundesregierung“, S. 6-13, 2018, https://www.bmwi.de/Redaktion/DE/Publikationen/Energie/7-energieforschungsprogramm-der-bundesregierung.pdf?__blob=publicationFile&v=14 (aufgerufen am 24.09.2021).
- [BMWi, 2021] Bundesministerium für Wirtschaft und Energie, „Europäischer Klima- und Energierahmen 2030“, 2021, https://www.erneuerbare-energien.de/EE/Navigation/DE/Recht-Politik/EU_Klima_Energierahmen/eu_klima_und_energierahmen.html (aufgerufen am 24.09.2021).
- [BNA, 2015] Pressemitteilung Bundesnetzagentur, „Bundesnetzagentur begrüßt Erdkabelvorrang für neue Gleichstromtrassen“, 2015, https://www.bundesnetzagentur.de/SharedDocs/Downloads/DE/Allgemeines/Presse/Pressemitteilungen/2015/151203_erdkabelgesetz.pdf;jsessionid=8ECB72BCDB2041E3E41E945B18813AA8?__blob=publicationFile&v=7 (aufgerufen am 24.09.2021).
- [Bodega, 2006] R. Bodega, “Space Charge Accumulation in Polymeric High Voltage DC Cable Systems”, Dissertation, Technische Universität Delft, S. 1, S. 27-30, S. 48, S. 56, S. 75-96, S. 105-110, S. 114, S. 129-145, S. 155-163, 2006.
- [Bodega *et al.*, 2005] R. Bodega, G. Perego, P.H.F. Morshuis, U.H. Nilsson und J.J. Smit, „Space Charge and Electric Field Characteristics of Polymeric-type MV-size DC Cable Joint Models“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Nashville, TN, USA, S. 507-510, 2005, DOI: 10.1109/CEIDP.2005.1560731.
- [Bodega *et al.*, 2006] R. Bodega, P.H.F. Morshuis, E.J.D. Straathof, U.H. Nilsson, und G. Perego, „Characterization of XLPE MV-size DC Cables by Means of Space Charge Measurements“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Kansas City, MO, USA, 2006, S. 11-14, DOI: 10.1109/CEIDP.2006.312050.

- [Boogs, 1994] S.A. Boggs, „Theory of a Field-Limiting Dielectric“, IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 9, No. 3, S. 1391-1397, 1994, DOI: 10.1109/61.311167.
- [Boggs, 1995] S.A. Boggs, „Semi-empirical High-field Conduction Model for Polyethylene and Implications thereof“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 2, No. 1, S. 97-106, 1995, DOI: 10.1109/94.368684.
- [Boggs, 2004] S.A. Boggs, „A Rational Consideration of Space Charge“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 20, No. 4, S. 22-27, 2004, DOI: 10.1109/MEI.2004.1318836.
- [Boggs *et al.*, 2001] S.A. Boggs, D.H. Damon, J. Hjerrild, J. Holboll und M. Henriksen, „Effect of Insulation Properties on the Field Grading of Solid Dielectric DC Cable“, IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 16, No. 4, S. 456-461, 2001, DOI: 10.1109/61.956720.
- [Bossavit, 1988] A. Bossavit, „Whitney forms: a class of finite elements for three-dimensional computations in electromagnetism“, IEE Proceedings A (Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education, Reviews), Vol. 135, No. 8, S. 493-500, 1988, DOI: 10.1049/ip-a-1.1988.0077.
- [Boudou und Guastavino, 2002] L. Boudou und J. Guastavino, „Influence of Temperature on Low-Density Polyethylene Films Through Conduction Measurement“, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 35, No. 13, S. 1555-1561, 2002.
- [Boufayed *et al.*, 2006] F. Boufayed, G. Teyssèdre, C. Laurent, S. Le Roy, L.A. Dissado, P. Ségur und G.C. Montanari, „Models of Bipolar Charge Transport in Polyethylene“, J. Appl. Phys. 104105, Vol. 100, S. 1-10, 2006, DOI: 10.1063/1.2375010.
- [Brevik *et al.*, 2006] E.C. Brevik, T.E. Fenton und A. Lazari, „Soil Electrical Conductivity as a Function of Soil Water Content and Implications for Soil Mapping“, Precis. Agric., Vol. 7, No. 6, S. 393-404, 2006, DOI 1372 10.1007/s11119-006-9021-x.
- [Brinkmann, 1975] C. Brinkmann, *Die Isolierstoffe der Elektrotechnik*, 1. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, S. 157-162, S. 201, S. 403, 1975, DOI: 10.1007/978-3-642-80922-4.
- [Buchner und Schichler, 2019] A. Buchner und U. Schichler, „Review of Cigré TB 496 regarding Prequalification Test on Extruded MVDC Cables“, 26th Nordic Insulation Symposium (NORD-IS), 2019, DOI: 10.5324/nordis.v0i26.3286.
- [Byggeth *et al.*, 1999] M. Byggeth, K. Johannesson, C. Liljegren, L. Palmqvist, U. Axelsson, J. Jonsson, und C. Tornkvist, „The Development of an Extruded HVDC Cable System and its First Application in the Gotland HVDC Light Project“, 5th International Conference on Insulated Power Cables (JICABLE), Paris, Frankreich, S. 538-542, 1999.

- [Bücking und Kaltschmitt, 2018] L.M. Bücking und M. Kaltschmitt, „Verlustwärme von Offshore-Gleichstrom-Seekabelsystemen – Entstehung und Übertragung“, Zeitschrift für Energiewirtschaft (ZfE), Vol. 42, No. 4, S. 299-314, 2018, DOI: 10.1007/s12398-018-0238-y.
- [Castellanos *et al.*, 1998] A. Castellanos *et al.*, *Electrohydrodynamics*, Wien: Springer Verlag, S. 5-12, S. 20-39, S. 81-82, 1998, DOI: 10.1007/978-3-7091-2522-9.
- [Chen *et al.*, 2011] F. Chen, J. He und B. Zhang, „Reducing Grounding Electrode Step Voltage by Installing Underground Insulating Layers“, IEEE Power Engineering and Automation Conference, Wuhan, China, S. 233-236, 2011, DOI: 10.1109/PEAM.2011.6134945.
- [Chen *et al.*, 2015] G. Chen, M. Hao, Z. Xu, A. Vaughan, J. Cao und H. Wang, „Review of High Voltage Direct Current Cables“, CSEE J. Power Energy Syst., Vol. 1, No. 2, S. 9-21, 2015, DOI: 10.17775/CSEEJPES.2015.00015.
- [Christen, 2013] T. Christen, „Characterization and Robustness of HVDC Insulation“, 13th International Conference on Solid Dielectrics (ICSD), Bologna, Italien, S. 238-241, 2013, DOI: 10.1109/ICSD.2013.6619804.
- [Christen *et al.*, 2010] T. Christen, L. Donzel und F. Greuter, „Nonlinear Resistive Electric Field Grading Part 1: Theory and Simulation“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 26, No. 6, S. 47-59, 2010, DOI: 10.1109/MEI.2010.5599979.
- [Cigré, 2002] Cigré Joint Task Force 21/15 (B1.D1), „Interfaces in Accessories for Extruded HV and EHV Cables“, Cigré Technical Brochure 210, S. 3-13, 2002.
- [Cigré, 2015] Cigré Working Group B1.35, „A Guide for Rating Calculations of Insulated Cables“, Cigré Technical 640, S. 9-10, S. 30-45, 2015, ISBN: 978-2-85873-343-9.
- [Cigré, 2017] Cigré Working Group B4.61, „General Guidelines for HVDC Electrode Design“, Cigré Technical Brochure 675, S. 17-18, S. 38-42, S. 61-67, S. 69, S. 79, 2017, ISBN: 978-2-85873-378-1.
- [Clemens *et al.*, 2004] M. Clemens, M. Wilke, G. Benderskaya, H. DeGersem, W. Koch und T. Weiland, „Transient Electro-Quasistatic Adaptive Simulation Schemes“, IEEE Trans. Magn., Vol. 40, No. 2, S. 1294-1297, 2004, DOI: 10.1109/TMAG.2004.824582.
- [Coelho, 1997] C. Coelho, „Charges in non-homogeneous Dielectrics“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Minneapolis, MN, USA, S. 1-10, 1997, DOI: 10.1109/CEIDP.1997.634546.

- [Coelho *et al.*, 1996] C. Coelho, B. Aladenize und P. Mirebeau, "On the Intrinsic Space Charge in a DC Power Cable", IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Millbrae, CA, USA, S. 278-282, 1996, DOI: 10.1109/CEIDP.1996.564681.
- [Coelho und Goffaux, 1981] R. Coelho und R. Goffaux, „Dissipation et Claquage Thermique dans les Solides non Métalliques Soumis à un Champ Électrique Intense". Rev. Phys. Appl., Vol. 16, No. 3, S. 67-75, 1981, DOI: 10.1051/rphysap:0198100160306700.
- [Crastan, 2012] V. Crastan, *Elektrische Energieversorgung: Netzelemente, Modellierung, stationäres Verhalten, Bemessung, Schalt- und Schutztechnik*, 3. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, S. 3, 2012, DOI 10.1007/978-3-642-22346-4.
- [Das-Gupta, 1997] D.K. Das-Gupta, „Conduction Mechanisms and High-field Effects in Synthetic Insulating Polymers“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 4, No. 2, S. 149-156, 1997, DOI: 10.1109/94.595237.
- [Dehner *et al.*, 2015] U. Dehner, N. Feldwisch, U. Heimann, K. Madena, M. Sabel, S. Trinks und G. Wessolek, *Boden und Energiewende - Trassenbau, Erdverkabelung und Erdwärme*, 1. Aufl., Wiesbaden: Springer Fachmedien, S. 40-42, S. 75-80, 2015, DOI 10.1007/978-3-658-12167-9.
- [Delpino *et al.*, 2008] S. Delpino, D. Fabiani, G.C. Montanari, C. Laurent, G. Teyssède, P.H.F. Morshuis, R. Bodega und L.A. Dissado, „Polymeric HVDC Cable Design and Space Charge Accumulation. Part 2: Insulation Interfaces“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 24, No. 1, S. 14-24, 2008, DOI: 10.1109/MEI.2008.4455499.
- [Delfino *et al.*, 2009] F. Delfino, R. Procopio, M. Rossi und F. Rachidi, „Influence of Frequency-dependent Soil Electrical Parameters on the Evaluation of Lightning Electromagnetic Fields in Air and Underground“, J. Geophys. Res., Vol. 114, D11113, 2009, DOI: 10.1029/2008JD011127.
- [De Wild *et al.*, 2019] F. De Wild, G.J. Anders, E.C. Bascom III., S. Cray, J. Joo, W. Kamara, T. Kwarts, F. Lesur, A. Lotfi, W. Moutassem, K. Pinkert, J. Pilgrim, V. Rizou, J. van Rossum und O. Thyrvin, „Overview of Cigré WG B1.56 regarding the Verification of Cable Current Ratings“, 10th International Conference on Insulated Power Cables (JICABLE), Paris, Frankreich, 2019.
- [Dissado, 2010] L.A. Dissado, „The Origin and Nature of ‘Charge Packets’: A Short Review“, 10th International Conference on Solid Dielectrics (ICSD), Potsdam, Deutschland, S. 1-6, 2010, DOI: 10.1109/ICSD.2010.5568209.

- [Dissado *et al.*, 2011] L.A. Dissado, G.C. Montanari und D. Fabiani, „Fast Soliton-like Charge Pulses in Insulating Polymers“, J. Appl. Phys. 064104, Vol. 109, No. 6, S. 1-9, 2011, DOI: 10.1063/1.3554694.
- [Dissado und Fothergill, 1992] L.A. Dissado und J.C. Fothergill, *Electrical Degradation and Breakdown in Polymers*, London: Peter Peregrinus Ltd., S. 3-23, S. 27-48, S. 207-241, 1992, ISBN: 0-86341-196-7.
- [Doedens *et al.*, 2020a] E. Doedens, E.M. Jarvid, R. Guffond und Y.V. Serdyuk, „Space Charge Accumulation at Material Interfaces in HVDC Cable Insulation Part I - Experimental Study and Charge Injection Hypothesis“, *Energies*, Vol. 13, No. 8, 2005, 2020, DOI: 10.3390/en13082005.
- [Doedens *et al.*, 2020b] E. Doedens, E.M. Jarvid, R. Guffond und Y.V. Serdyuk, „Space Charge Accumulation at Material Interfaces in HVDC Cable Insulation Part II - Simulations of Charge Transport“, *Energies*, Vol. 13, No. 7, 1750, 2020, DOI: 10.3390/en13071750.
- [Donzel *et al.*, 2011] L. Donzel, F. Greuter und T. Christen „Nonlinear Resistive Electric Field Grading Part 2: Materials and Applications“, *IEEE Electr. Insul. Mag.*, Vol. 27, No. 2, S. 18-29, 2011, DOI: 10.1109/MEI.2011.5739419.
- [Du *et al.*, 2020] B. Du, C. Han, J. Li und Z. Li, „Temperature-dependent DC Conductivity and Space Charge Distribution of XLPE/GO Nanocomposites for HVDC Cable Insulation“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 27, No. 2, S. 418-426, 2020, DOI: 10.1109/TDEI.2019.008428.
- [Ebert *et al.*, 2016] S. Ebert, F. Sill und J. Diederichs, „Extrudierte VPE DC Erdkabeltechnologie sowie Erfahrungen bis 525kV – ein wichtiger Baustein für die deutsche Energiewende“, *VDE-Fachtagung Hochspannungstechnik*, Berlin, Deutschland, S. 8-13, 2016.
- [Eda, 1978] K. Eda, „Conduction Mechanism of non-ohmic Zinc Oxide Varistors“, *J. Appl. Phys.*, Vol. 49, No. 5, S. 2964-2972, 1978, DOI: 10.1063/1.325139.
- [Egiziano *et al.*, 1999] L. Egiziano, V. Tucci, C. Petrarca und M. Vitelli, „A Galerkin model to study the field distribution in electrical components employing nonlinear stress grading materials“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 6, No. 6, S. 765-773, 1999, DOI: 10.1109/94.822012.
- [Eichhorn, 1981] R.M. Eichhorn, „A Critical Comparison of XLPE and EPR for use as Electrical Insulation on Underground Power Cables“, *IEEE Trans. Electr. Insul.*, Vol. EI-16, No. 6, S. 469-482, 1981, DOI: 10.1109/TEI.1981.298377.

Literatur

- [Eigner und Semino, 2013] A. Eigner und S. Semino, „50 Years of Electrical-Stress Control in Cable Accessories“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 29, No. 5, S. 47-55, 2013, DOI: 10.1109/MEI.2013.6585856.
- [Einzinger, 1987] R. Einzinger, „Metal Oxide Varistors“, Ann. Rev. Mater. Sci., Vol. 17, No. 1, S. 299-321, 1987, DOI: 10.1146/annurev.ms.17.080187.001503.
- [Emtage, 1977] P.R. Emtage, „The Physics of Zinc Oxide Varistors“, J. Appl. Phys., Vol. 48, No. 10, S. 4372-4384, 1977, DOI: 10.1063/1.323391.
- [Eoll, 1975] C.K. Eoll, “Theory of Stress Distribution in Insulation of High-Voltage DC Cables: Part I”, IEEE Trans. Electr. Insul., Vol. EI-10, No. 1, S. 27-35, 1975, DOI: 10.1109/TEI.1975.297853.
- [Fabiani *et al.*, 2007] D. Fabiani, G.C. Montanari, C. Laurent, G. Teyssèdre, P.H.F. Morshuis, R. Bodega, L.A. Dissado, A. Campus und U.H. Nilsson, „Polymeric HVDC Cable Design and Space Charge Accumulation. Part 1: Insulation/Semicon Interface“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 23, No. 6, S. 11-19, 2007, DOI: 1155 10.1109/MEI.2007.4389975.
- [Fabiani *et al.*, 2009] D. Fabiani, G.C. Montanari, L.A. Dissado, C. Laurent und G. Teyssèdre, „Fast and Slow Charge Packets in Polymeric Materials under DC Stress“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 16, No. 1, S. 241-250, 2009, DOI: 10.1109/TDEI.2009.4784573.
- [Fabiani *et al.*, 2015] D. Fabiani, G.C. Montanari und L.A. Dissado, „Measuring a Possible HVDC Insulation Killer: Fast Charge Pulses“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 22, No. 1, S. 45-51, 2015, DOI: 10.1109/TDEI.2014.004597.
- [Fleming *et al.*, 2000] R.J. Fleming, M. Henriksen und J.T. Holboll, „The Influence of Electrodes and Conditioning on Space Charge Accumulation in XLPE“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 7, No. 4, S. 561-571, 2000, DOI: 10.1109/94.868078.
- [Freye, 2020] C. Freye, „Methoden und Aspekte zur Leitfähigkeitsanalyse von Isolationsmaterialien der Kabeltechnologie und zur Isolationskoordination für Systeme der Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ)“, Dissertation, Technische Universität Dortmund, S. 33, S. 52-53, S. 58, S. 61-67, 2020.
- [fricktal24, 2016] fricktal24.ch - Wie störanfällig sind Gleichspannungs-Übertragungsleitungen?, 2016
<https://www.fricktal24.ch/Aufgefallen.248+M549fd487ba5.0.html>
(aufgerufen am 24.09.2021).

- [Frobin *et al.*, 2018] S.J. Frobin, C.F. Niedik, C. Freye, F. Jenau, D. Häring und G. Schröder, „A Generic Approach for HVDC Cable Accessories Modelling“, IEEE International Conference on Dielectrics (ICD), Budapest, Ungarn, 2018, DOI: 10.1109/ICD.2018.8514703.
- [Fu *et al.*, 2008] M. Fu, L.A. Dissado, G. Chen und J.C. Fothergill, „Space Charge Formation and its Modified Electric Field under Applied Voltage Reversal and Temperature Gradient in XLPE Cable“. IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 15, No. 3, S. 851-860, 2008, DOI: 10.1109/TDEI.2008.4543123.
- [Fuchs *et al.*, 2015] K. Fuchs, W. Büntig, H. Töpfer und F. Berger, „Modellierung des Einflusses von Raumladungen auf die elektrische Feldstärke in VPE-Kabeln unter Hochspannungsgleichstrombeanspruchung“, RCC Fachtagung, Berlin, Deutschland, S. 233-244, 2015.
- [Fukuma *et al.*, 2014] M. Fukuma, H. Tomita und T. Maeno, „Space charge measurement for 27mm thick XLPE sample in PEA method“, IEEE International Symposium on Electrical Insulating Materials (ISEIM), Niigata, Japan, 2014, DOI: 10.1109/ISEIM.2014.6870727.
- [Ghorbani *et al.*, 2014] H. Ghorbani, M.J.P. Jeroense, C.O. Olsson und M. Saltzer, „HVDC Cable Systems – Highlighting Extruded Technology“, IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 29, No. 1, S. 414-421, 2014, DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2278717.
- [Gray und Mitchell, 1967] D.H. Gray und J.K. Mitchell, „Fundamental Aspects of Electro-Osmosis in Soil“, J. Soil Mech. Found. Div., Vol. 93, No. 6, S. 209-236, 1967.
- [Guo und Guo, 1983] T.C. Guo und W.W. Guo, „A transient-state theory of dielectric relaxation and the Curie-von Schweidler law“, J. Phys. C: Solid State Phys., Vol. 16, No. 10, S. 1955-1960, 1983, DOI: 10.1088/0022-3719/16/10/024.
- [Gupta, 1990] T.K. Gupta, „Application of Zinc Oxide Varistors“, J. Am. Cerum. Soc., Vol. 73 No. 7, S. 1817-1840, 1990, DOI: 10.1111/j.1151-2916.1990.tb05232.x.
- [Gustafsson *et al.*, 2008] A. Gustafsson, M.J.P. Jeroense und J. Karlstrand, „Light, Safe and Effective - HVDC Light® Cable Systems are the Future of Power Transmission“, ABB Review 2, S. 52-55, 2008.
- [Gustafsson *et al.*, 2015] A. Gustafsson, M.J.P. Jeroense, H. Ghorbani, T. Quist, M. Saltzer, A. Farkas, F. Axelsson und V. Mondiet, „Qualification of an Extruded HVDC Cable System at 525 kV“, 9th International Conference on Insulated Power Cables (JICABLE), Paris, Frankreich, 2015.

- [Gutiérrez *et al.*, 2009] S. Gutiérrez, I. Sancho und L. Fontán, „2D and 3D Finite Elements Analysis to Identify the Influence of Cylindrical Voids in Power Cables“, IEEE AFRICON, Nairobi, Kenya, 2009, DOI: 10.1109/AFRCON.2009.5308315.
- [Gutiérrez *et al.*, 2011] S. Gutiérrez, I. Sancho, L. Fontán und J. Malumbres, „Influence of Voids within Electric Fields in HVDC Power Cables“, 8th International Conference on Insulated Power Cables (JICABLE), Paris, Frankreich, 2011.
- [Gäfvert *et al.*, 1992] U. Gäfvert, A. Jaksts, C.Törnkvist und L. Walfridsson, „Electrical Field Distribution in Transformer Oil“, IEEE Trans. Electr. Insul., Vol. 27, No. 3, S. 647-660, 1992, DOI: 10.1109/14.142730.
- [Hamzehbahmani *et al.*, 2015] H. Hamzehbahmani, H Griffiths, A. Haddad und D. Guo, „Earthing Requirements for HVDC Systems“, 50th International Universities Power Engineering Conference (UPEC), Stoke on Trent, UK, 2015, DOI: 10.1109/UPEC.2015.7339768.
- [Han *et al.*, 2017a] P. Han, J.W. Zha, S.J. Wang und Z.M. Dang, „Theoretical Analysis and Application of Polymer-Matrix Field Grading Materials in HVDC Cable Terminals“, IET High Volt., Vol. 2, No. 1, S. 39-46, 2017, DOI: 10.1049/hve.2016.0067.
- [Han *et al.*, 2017b] P. Han, J.W. Zha, M.S. Zheng, Y.Q. Wen und Z.M. Dang, „Nonlinear electric conductivity and thermal conductivity of WS₂/EPDM field grading materials“, J. Appl. Phys., Vol. 122, 195106, 2017, DOI: 10.1063/1.4996261.
- [Hanley *et al.*, 2003] T.L. Hanley, R.P. Burford, R.J. Fleming und K.W. Barber, „A General Review of Polymeric Insulation for use in HVDC Cables“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 19, No. 1, S. 14-24, 2003, DOI: 10.1109/MEI.2003.1178104.
- [Hansbo, 2008] S. Hansbo, „Soil Improvements by Means of Electro-Osmosis“, International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Arlington, Virginia, USA, 2008, <http://scholarsmine.mst.edu/icchge/6icchge/session07/41> (aufgerufen am 24.09.2021).
- [Häring und Jenau, 2020] D. Häring und F. Jenau, „Einfluss der Vernetzungstemperatur auf die scheinbare Leitfähigkeit von Silikonelastomeren, Experimentelle Untersuchungen und Modellierung“, Tagungsband: VDE-Fachtagung Hochspannungstechnik, Berlin, Deutschland, November 2020, VDE Verlag, Berlin, Offenbach, S. 145-150, ISBN 978-3-8007-5353-6.
- [Haus und Melcher, 1989] H. Haus und J. R. Melcher, *Electromagnetic Fields and Energy*, New Jersey: Prentice Hall, Kapitel 3, Kapitel 4, Kapitel 11, 1989, ISBN: 9780132490207.

- [Hecht, 2012] F. Hecht, „New Development in FreeFem++“, J. Numer. Math., Vol. 20, No. 3-4, S. 251-266, 2012, DOI: 10.1515/jnum-2012-0013.
- [Heinhold und Stubbe, 1999] L. Heinhold und R. Stubbe, *Kabel und Leitungen für Starkstrom*, 5. Aufl., Erlangen: Publics MCD Verlag, S. 271-295, S. 306-318, 1999, ISBN: 3-89578-088-X.
- [Heinrich *et al.*, 2000] R. Heinrich, S. Bonisch, D. Pommerenke, R. Jobava und W. Kalkner, „Broadband Measurements of the Conductivity and the Permittivity of Semiconducting Materials in High Voltage XLPE Cables“, 8th International Conference on Dielectric Materials, Measurements and Applications (IEE Conf. Publ. No. 473), Edinburgh, UK, S. 212-217, 2000, DOI: 10.1049/cp:20000507.
- [Hering *et al.*, 2012] E. Hering, R. Martin und M. Stohrer, *Physik für Ingenieure*, 11. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, S. 277-278, 2012, DOI 10.1007/978-3-642-22569-7.
- [Herwig und Moschallski, 2014] H. Herwig und A. Moschallski, *Wärmeübertragung*, 3. Aufl., Wiesbaden: Springer Verlag, S. 4-6, S. 15-17, S. 21-32, S. 63-82, S. 257, 2014, DOI: 10.1007/978-3-658-06208-8.
- [Hestad *et al.*, 2012] O.L. Hestad, F. Mauseth und R.H. Kyte, „Electrical Conductivity of Medium Voltage XLPE Insulated Cables“, IEEE International Symposium on Electrical Insulation (ISEIM), San Juan, PR, USA, S. 376-380, 2012, DOI: 10.1109/ELINSL.2012.6251493.
- [Heuck *et al.*, 2013] K. Heuck, K.D. Dettmann und D. Schulz, *Elektrische Energieversorgung: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis*, 9. Aufl., Wiesbaden: Springer Verlag, S. 1-6, 2013, DOI 10.1007/978-3-8348-2174-4.
- [Hinrichsen, 2011] V. Hinrichsen, „Metal-Oxide Surge Arresters in High-Voltage Power Systems – Fundamentals“, 3rd Edition, Siemens AG, S. 5-9, 2011.
- [Hjerrild *et al.*, 2002] J. Hjerrild, J. Holboll, M. Henriksen und S.A. Boggs, „Effect of Semicon-Dielectric Interface on Conductivity and Electric Field Distribution“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 9, No. 4, S. 596-603, 2002, DOI: 10.1109/TDEI.2002.1024438.
- [Holt *et al.*, 1997] R.J. Holt, J. Dabkowski und R.L. Hauth, „HVDC Power Transmission Electrode Siting and Design“, Oak Ridge National Laboratory Report, S. 39-45, 1997.
- [Holyk und Anders, 2015] C. Holyk und G.J. Anders, „Power Cable Rating Calculations - A Historical Perspective“, IEEE Ind. Appl. Mag., Vol. 21, No. 4, S. 6-64, 2015, DOI: 10.1109/MIAS.2015.2417094.

- [van der Houwen und Sommeijer, 1980] P. J. van der Houwen und B. P. Sommeijer, „On the Internal Stability of Explicit, m-Stage Runge-Kutta Methods for Large-Values“, ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 60, Nr. 10, S. 479–485, 1980.
- [Hozumi *et al.*, 1994] N. Hozumi, H. Suzuki, T. Okamoto, K. Watanabe und A. Watanabe, „Direct Observation of Time-dependent Space Charge Profiles in XLPE Cable under High Electric Fields“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 1, No. 6, S. 1068-1076, 1994, DOI: 10.1109/94.368656.
- [Huang *et al.*, 2011] X. Huang, P. Jiang und T. Tanaka, „A Review of Dielectric Polymer Composites with High Thermal Conductivity“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 27, No. 4, S. 8-16, 2011, DOI: 10.1109/MEI.2011.5954064.
- [Huang, 2014] Z. Huang, „Rating Methodology of High Voltage Mass Impregnated DC Cable Circuits“, Dissertation, Universität von Southampton, S. 33-47, 2014.
- [Huang *et al.*, 2019] X. Huang, J. Zhang, P. Jiang und T. Tanaka, „Material Progress Toward Recyclable Insulation of Power Cables. Part 1: Polyethylene-based Thermoplastic Materials: Dedicated to the 80th Birthday of Professor Toshikatsu Tanaka“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 35, No. 5, S. 7-19, 2019, DOI: 10.1109/MEI.2019.8804330.
- [Hussain und Hinrichsen, 2017] R. Hussain und V. Hinrichsen, „Simulation of Thermal Behavior of a 320 kV HVDC Cable Joint with Nonlinear Resistive Field Grading under Impulse Voltage Stress“, Cigré Colloquium, Winnipeg, Kanada, S. 1-8, 2017.
- [Imburgia *et al.*, 2015] A. Imburgia, R. Miceli, E.R. Sanseverino, P. Romano und F. Viola, „Review of Space Charge Measurement Systems: Acoustic, Thermal and Optical Methods“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 23, No. 5, S. 3126-3142, 2015, DOI: 10.1109/TDEI.2016.005748.
- [Ivers-Tiffée und von Münch, 2007] E. Ivers-Tiffée und W. von Münch, *Werkstoffe der Elektrotechnik*, 10. Aufl., Wiesbaden: Teubner Verlag, S. 68, 2007, ISBN 978-3-8351-0052-7.
- [Jackson, 2014] J.D. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, 5. Aufl., Berlin/Boston: De Gruyter Verlag, S. 3-6, S. 180-185, 2014, ISBN: 978-3-11-033446-3.
- [Jeroense, 1997] M.J.P. Jeroense, „Charges and Discharges in HVDC Cables – in particular in mass-impregnated HVDC Cables“, Dissertation, Technische Universität Delft, S. 25-50, S. 115-132, 1997.
- [Jeroense, 2010] M.J.P. Jeroense, „HVDC, the next Generation of Transmission: Highlights with Focus on Extruded Cable Systems“, IEEJ Trans. Electr. Electron. Eng., Vol. 5, No. 4, S. 400-404, 2010, DOI: 10.1002/tee.20551.

- [Jeroense und Kreuger, 1995] M.J.P. Jeroense und F.H. Kreuger, „Electrical Conduction in HVDC Mass-impregnated Paper Cable“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 2, No. 5, S. 718-723, 1995, DOI: 10.1109/94.469968.
- [Jeroense und Morshuis, 1998] M.J.P. Jeroense und P.H.F. Morshuis, „Electric Fields in HVDC Paper-Insulated Cables“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 5, No. 2, S. 225-236, 1998, DOI: 10.1109/94.671940.
- [Jörgens und Clemens, 2018a] C. Jörgens und M. Clemens, „Formulierung einer thermischen Durchschlagbedingung für Kabel der Hochspannungsgleichstromübertragung“, 1. VDE Fachtagung für polymere Isolierstoffe und ihre Grenzflächen, Zittau, Deutschland, S. 17-22, 2018, ISBN: 978-3-00-059755-8.
- [Jörgens und Clemens, 2018b] C. Jörgens und M. Clemens, „Thermal Breakdown in High Voltage Direct Current Cable Insulations due to Space Charges“, COMPEL, Vol. 37, No. 5, S. 1689-1697, 2018, DOI: 10.1108/COMPEL-12-2017-0531.
- [Jörgens *et al.*, 2019] C. Jörgens, F. Kasolis und M. Clemens, „Numerical Simulations of Temperature Stability Limits in High Voltage Direct Current Cable Insulations“, IEEE Trans. Magn., Vol. 55, No. 6, 2019, DOI: 10.1109/TMAG.2019.2894023.
- [Jörgens und Clemens, 2019a] C. Jörgens und M. Clemens, „Comparison of Two Electro-Quasistatic Field Formulations for the Computation of Electric Field and Space Charges in HVDC Cable Systems“. 22nd International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG), Paris, Frankreich, 2019, DOI: 10.1109/COMPUMAG45669.2019.9032818.
- [Jörgens und Clemens, 2019b] C. Jörgens und M. Clemens, „Empirical Conductivity Equation for the Simulation of the Stationary Space Charge Distribution in Polymeric HVDC Cable Insulations“, Energies, Vol. 12, No. 15, 3018, S. 1-14, 2019, DOI: 10.3390/en12153018.
- [Jörgens und Clemens, 2019c] C. Jörgens und M. Clemens, „Conductivity-based Model for the Simulation of Homocharges and Heterocharges in XLPE High-Voltage Direct Current Cable Insulation“, IET Sci. Meas. Technol., Vol. 13, No. 7, S. 975-983, 2019, DOI: 10.1049/iet-smt.2018.5452.
- [Jörgens und Clemens, 2019d] C. Jörgens und M. Clemens, „Simulation of the Electric Field in High Voltage Direct Current Cables Considering the Environment“, 10th International Conference on Computational Electromagnetics (CEM), Edinburgh, UK, S. 1-5, 2019, DOI: 10.1049/cp.2019.0112.

- [Jörgens und Clemens, 2020a] C. Jörgens und M. Clemens, „Modeling the Electric Field at Interfaces and Surfaces in High Voltage Cable Systems“, The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering (COMPEL), Vol. 39, No. 5, S. 1099-1111, 2020, DOI: 10.1108/COMPEL-01-2020-0041.
- [Jörgens und Clemens, 2020b] C. Jörgens und M. Clemens, „Fast Calculation of Steady-State Charge Distribution in High Voltage Power Cables“, Int. J. Numer. Model. El., 2020, DOI: 10.1002/jnm.2713.
- [Jörgens und Clemens, 2020c] C. Jörgens und M. Clemens, „Thermo-elektroquasistationäres Modell zur umgebungsabhängigen Berechnung von Feldbelastungen in Hochspannungs-Gleichstromkabeln“, Tagungsband: VDE-Fachtagung Hochspannungstechnik, Berlin, Deutschland, November 2020, VDE Verlag, Berlin, Offenbach, S. 71-76, ISBN 978-3-8007-5353-6.
- [Jörgens und Clemens, 2020d] C. Jörgens und M. Clemens, „Modeling the Electro-Quasistatic Field of Ground Electrodes under the Influence of Electro-Osmosis“, IEEE International Conference on Dielectrics (ICD), Valencia, Spanien, S. 513-516, 2020, DOI: 10.1109/ICD46958.2020.9341881.
- [Jörgens und Clemens, 2020e] C. Jörgens und M. Clemens, „A Review about the Modeling and Simulation of Electro-Quasistatic Fields in HVDC Cable Systems“, Energies, Special Issue: *Design and Testing of Power Cable System*, Vol. 13, No. 19, 5189, 2020, DOI: 10.3390/en13195189.
- [Jörgens und Clemens, 2021] C. Jörgens und M. Clemens, „Electric Field and Temperature Simulations of High Voltage Direct Current Cables Considering the Soil Environment“, Energies, Special Issue: *Modelling and Numerical Simulation of HVDC Cable Systems*, Vol. 14, No. 16, 4910, 2021, DOI: 10.3390/en14164910.
- [Karlsson *et al.*, 2017] M. Karlsson, X. Xu, K. Gaska, H. Hillborg, S.M. Gubanski und U.W. Gedde, „DC Conductivity Measurements of LDPE: Influence of Specimen Preparation Method and Polymer Morphology“, 25th Nordic Insulation Symposium (NORD-IS), 2017, DOI: 10.5324/nordis.v0i25.2378.
- [Kasolis und Clemens, 2021] F. Kasolis und M. Clemens, „An Iterative Charge-Update Scheme for Time-Harmonic Electro-Quasistatic Field Problems“, Entwurf, 2021.
- [Kimbark, 1971] E.W. Kimbark, *Direct Current Transmission*, 1. Aufl., New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., S. 391-483, 1971, ISBN: 0-471-47580-7.
- [Kone *et al.*, 2017] G. Kone, C. Volat und H. Ezzaidi, „Numerical Investigation of Electric Field Distortion Induced by Internal Defects in Composite Insulators“, IET High Volt., Vol. 2, No. 4, S. 253-260, 2017, DOI: 10.1049/hve.2016.0096.

- [Kraus, 2015] J. Kraus, „Raumladungen, Ladungsträgerbeweglichkeit und dielektrische Relaxationsvorgänge in polymeren Werkstoffen“, RCC Fachtagung, Berlin, Deutschland, S. 113-126, 2015.
- [Kreuger, 1995] F.H. Kreuger, *Industrial High DC Voltage*, Delft: Delft University Press, S. 8-22, S. 179-182, 1995, ISBN: 90-407-1110-0.
- [Kumara *et al.*, 2016] J.R.S.S. Kumara, Y.V. Serdyuk und S.M. Gubanski, „Surface Potential Decay on LDPE and LDPE/Al₂O₃ Nano-Composites: Measurements and Modeling“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 23, No. 6, S. 3466-3475, 2016, DOI: 10.1109/TDEI.2016.005663.
- [Kumara *et al.*, 2020] S. Kumara, X. Xu, T. Hammarström, A.M. Pourrahimi, C. Müller, Y.V. Serdyuk, „Comparison of Different Methods for Characterization of DC Conductivity of Insulating Polymers“, IEEE International Conference on Dielectrics (ICD), Valencia, Spanien, S. 435-438, 2020, DOI: 10.1109/ICD46958.2020.9342018.
- [Küchler, 2017] A. Küchler, *Hochspannungstechnik: Grundlagen – Technologie – Anwendungen*, 4. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, S. 1-25, S. 111-113, S. 119-124, S. 242-251, S. 270, S. 309-331, S. 390-396, S. 560, S. 502-511, S. 580-591, 2017, DOI 10.1007/978-3-662-54700-7.
- [Lagace *et al.*, 1988] P.J. Lagace, J.L. Houle, Y. Gervais und D. Mukhedkar, „Evaluation of the Voltage Distribution around Toroidal HVDC Ground Electrodes in N-layer Soils“, IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 3, No. 4, S. 1573-1579, 1988, DOI: 10.1109/61.193957.
- [Lagrotteria *et al.*, 2019] G. Lagrotteria, D. Pietribiasi und M. Marelli, „HVDC Cables – The Technology Boost“, AEIT HVDC International Conference (AEIT HVDC), Florenz, Italien, 2019, DOI: 10.1109/AEIT-HVDC.2019.8740645.
- [Lau, 1970] H. Lau, „Aufbau der Raumladung in einem betriebswarmen Gleichspannungskabel“, Archiv f. Elektrotechnik, Band 53, Heft 5, S. 265-275, 1970, DOI: 10.1007/BF01575039.
- [Lavesson *et al.*, 2014] N. Lavesson, L. Walfridsson, O. Hjortstam und J. Schiessling, „Modelling and Measurement of Field Dependent Resistivity of Transformer Oil“, 18th International Conference on Dielectric Liquids (ICDL), Bled, Slovenien, 2014, DOI: 10.1109/ICDL.2014.6893082.
- [Lee, 1994] J.F. Lee, „WETD - a finite element time-domain approach for solving Maxwell's equations“, IEEE Microw. Guid. Wave Lett., Vol. 4, No. 1, S. 11-13, 1994, DOI: 10.1109/75.267679.

- [LeRoy *et al.*, 2003] S. LeRoy, P. Segur, G. Teyssède und C. Laurent, „Description of Bipolar Charge Transport in Polyethylene using a Fluid Model with Constant Mobility: Model Predictions”, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 37, No. 2, S. 298-305, 2003, DOI: 10.1088/0022-3727/37/2/020.
- [LeRoy *et al.*, 2006] S. LeRoy, G. Teyssède und C. Laurent, „Numerical Methods in the Simulation of Charge Transport in Solid Dielectrics“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 13, No. 2, S. 239-246, 2006, DOI: 10.1109/TDEI.2006.1624268.
- [LeRoy *et al.*, 2007] S. LeRoy, F. Boufayed, F. Baudoin, G. Teyssède und C. Laurent, „A User-friendly Tool for Simulating the Time-Dependent Field Distribution in PE Insulation on the Basis of a Physical Approach“, 7th International Conference on Power Insulated Cables (JICABLE), Paris, Frankreich, 2007, http://www.jicable.org/2007/Actes/Session_C71/JIC07_C711.pdf (aufgerufen am 24.09.2021).
- [LeRoy *et al.*, 2016] S. LeRoy, G. Teyssède und C. Laurent, „Modelling Space Charge in a Cable Geometry“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 23, No. 4, S. 2361-2367, 2016, DOI: 10.1109/TDEI.2016.005805.
- [Levinson und Philipp, 1975] L.M. Levinson und H.R. Philipp, „The Physics of Metal Oxide Varistors“, *J. Appl. Phys.*, Vol. 46, No. 3, S. 1332-1341, 1975, DOI: 10.1063/1.321701.
- [Lewis, 1984] T.J. Lewis, „The Role of Electrodes and Breakdown Phenomena in Solid Dielectrics“, *IEEE Trans. Electr. Insul.*, Vol. EI-19, No. 3, S. 210-216, 1984, DOI: 10.1109/TEI.1984.298749.
- [Lewis, 1986] T.J. Lewis, „Electrical Effects at Interfaces and Surfaces“, *IEEE Trans. Electr. Insul.*, Vol. EI-21, No. 3, S. 289-295, 1986, DOI: 10.1109/TEI.1986.349063.
- [Lewis, 2002] T.J. Lewis, „Polyethylene under Electrical Stress“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 9, No. 5, S. 717-729, 2002, DOI: 10.1109/TDEI.2002.1038659.
- [Li *et al.*, 1994] Ying Li, M. Yasuda und T. Takada, „Pulsed electroacoustic method for measurement of charge accumulation in solid dielectrics“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 1, No. 2, S. 188-195, 1994, DOI: 10.1109/94.300251.
- [Liu *et al.*, 2018] Y. Liu, S. Zhang, X. Cao, C. Zhang und W. Li, „Simulation of Electric Field Distribution in the XLPE Insulation of a 320 kV DC Cable under Steady and Time-Varying States“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 25, No. 3, S. 954-964, 2018, DOI: 10.1109/TDEI.2018.006973.

- [Lim *et al.*, 1999] F.N. Lim, R.J. Fleming und R.D. Naybour, „Space Charge Accumulation in Power Cable XLPE Insulation“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 6, No. 3, S. 273-281, 1999, DOI: 10.1109/94.775611.
- [Longmire und Smith, 1975] C.L. Longmire und K.S. Smith, „A Universal Impedance for Soil“, Topical Report for Period 1 July - 30 September 1975, Accession Number: ADA025759, S. 3-23, 1975, DOI: 10.21236/ada025759, <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a025759.pdf> (aufgerufen am 24.09.2021).
- [Lutz, 2011] B. Lutz, „Einflussfaktoren auf die elektrische Feldverteilung in Isoliersystemen mit polymeren Isolierstoffen bei Gleichspannungsbelastung“, Dissertation, Technische Universität München, S. 31-33, S. 44-49, S. 70, 2011.
- [Lv *et al.*, 2015] Z. Lv, J. Cao, X. Wang, H. Wang, K. Wu und L.A. Dissado, „Mechanism of Space Charge Formation in Cross Linked Polyethylene (XLPE) under Temperature Gradient“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 22, No. 6, S. 3186-3196, 2015, DOI: 10.1109/TDEI.2015.005278.
- [Lv *et al.*, 2017] Z. Lv, S.M. Rowland und K. Wu, „Simulation of Fast Charge Packets Transport in Polymers“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Fort Worth, TX, USA, S. 98-101, 2017, DOI: 10.1109/CEIDP.2017.8257542.
- [Lv *et al.*, 2020] Z. Lv, C. Zhang, Y. Ma, K. Wu und Y. Cheng, „Analysis of the Charge Transport in LDPE with Combined Measurement of Space Charge and Current“, IEEE International Conference on Dielectrics (ICD), Valencia, Spanien, S. 367-370, 2020, DOI: 10.1109/ICD46958.2020.9341927.
- [Lösch, 2015] S. Lösch, „Herstellung und Beurteilung funktionalisierter Cellulose-Tiefenfilterschichten“, Dissertation, Technischen Universität Bergakademie Freiberg, S. 19-21, 2015.
- [Maeno *et al.*, 2005] Y. Maeno, N. Hirai, Y. Ohki, T. Tanaka, M. Okashita und T. Maeno, „Effects of Crosslinking Byproducts on Space Charge Formation in Crosslinked Polyethylene“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 12, No. 1, S. 90-97, 2005, DOI: 10.1109/TDEI.2005.1394019.
- [Mahan *et al.*, 1979] G.D. Mahan, L.M. Levinson und H.R. Philipp, „Theory of Conduction in ZnO Varistors“, J. Appl. Phys., Vol. 50, No. 4, S. 2799-2812, 1979, DOI: 10.1063/1.326191.

- [Mair, 1999] H.J. Mair, *Kunststoffe in der Kabeltechnik: Entwicklung, Prüfung, Erfahrungen, Tendenzen*, 3. Aufl., expert Verlag, S. 254-255, 1999, ISBN-13: 978-3816915119.
- [Marzinotto *et al.*, 2018] M. Marzinotto, G. Mazzanti und M. Nervi, „Ground/Sea Return with Electrode Systems for HVDC Transmission“, *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, Vol. 100, S. 222-230, 2018, DOI: 10.1016/j.ijepes.2018.02.011.
- [Mauseth und Haugdal, 2017] F. Mauseth und H. Haugdal, „Electric Field Simulations of High Voltage DC Extruded Cable Systems“, *IEEE Electr. Insul. Mag.*, Vol. 33, No. 4, S. 16-21, 2017, DOI: 10.1109/MEI.2017.7956628.
- [Maxwell, 1865] J.C. Maxwell, „A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field“, *Philos. Trans. R. Soc. Lond.*, Vol. 155, S. 459-512, 1865.
- [Mazzanti und Marzinotto, 2013] G. Mazzanti und M. Marzinotto, *Extruded Cables for High Voltage Direct Current Transmission – Advances in Research and Development*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., S. 1-98, S. 112-116, S. 239-243, 2013, ISBN: 978-1-118-09666-6.
- [McAllister *et al.*, 1994] I.W. McAllister, G.C. Crichton und A. Pedersen, „Charge Accumulation in DC Cables: A Macroscopic Approach“, *IEEE International Symposium on Electrical Insulation (ISEI)*, Pittsburgh, PA, USA, S. 212-216, 1994, DOI: 10.1109/ELINSL.1994.401528.
- [McAllister *et al.*, 1996] I.W. McAllister, G.C. Crichton und A. Pedersen, „Space Charge Fields in DC Cables“, *IEEE International Symposium on Electrical Insulation (ISEI)*, Montreal, QC, Kanada, S. 661-665, 1996, DOI: 10.1109/ELINSL.1996.549432
- [McBratney *et al.*, 2011] A.B. McBratney, B.M. Whelan und B. Minasny, „Comparing Temperature Correction Models for Soil Electric Conductivity Measurements“, *Precis. Agric.*, 2011, DOI: 10.1007/s11119-009-9156-7.
- [Meunier und Quirke, 2000] M. Meunier und N. Quirke, „Molecular modeling of Electron Trapping in Polymer Insulators“, *J. Chem. Phys.*, Vol. 113, No. 1, S. 369-376, 2000, DOI: 10.1063/1.481802.
- [Mitchell und Abdel-hadi, 1979] J.K. Mitchell und O.N. Abdel-hadi, „Temperature Distributions around Buried Cables“, *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, Vol. PAS-98, No. 4, S. 1158-1166, 1979, DOI: 10.1109/TPAS.1979.319306.
- [Mitchell und Soga, 2005] J.K. Mitchell und K. Soga, *Fundamentals of Soil Behavior*, 3. Aufl., New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., S. 251-320, 2005, ISBN-13: 978-0-471-46302-7.

- [Mizutani, 1994] T. Mizutani, „Space Charge Measurement Techniques and Space Charge in Polyethylene“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 1, No. 5, S. 923-933, 1994, DOI: 10.1109/94.326659.
- [Montanari, 2011] G.C. Montanari, „Bringing an Insulation to Failure: the Role of Space Charge“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 18, No. 2, S. 339-364, 2011, DOI: 10.1109/TDEI.2011.5739438.
- [Montanari und Morshuis, 2005] G.C. Montanari und P.H.F. Morshuis, „Space Charge Phenomenology in Polymeric Insulating Materials“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 12, No. 4, S. 754-767, 2005, DOI: 10.1109/TDEI.2005.1511101.
- [Moore, 1997] G.F. Moore, *Electric Cables Handbook*, 3. Aufl., BICC Cables, Blackwell Science Ltd, S. 574-580, 1997, ISBN-13:978-0-632-04075-9.
- [Morshuis *et al.*, 2015] P.F.H. Morshuis, A. Cavallini, D. Fabiani, G.C. Montanari und C. Azcarraga, „Stress Conditions in HVDC Equipment and Routes to in Service Failure“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 22, No. 1, S. 81-91, 2015, DOI: 10.1109/TDEI.2014.004815.
- [Nakane *et al.*, 2019] R. Nakane, H. Okubo und K. Kato, „HVDC Electrical Insulation Performance Based on Charge Activity in Oil-Pressboard Composite Insulation Structures“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 26, No. 2, S. 576-583, 2019, DOI: 10.1109/TDEI.2019.007682.
- [Neher, 1949] J.H. Neher, „The Temperature Rise of Buried Cables and Pipes“, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Vol. 68, No. 1, S. 9-21, 1949, DOI: 10.1109/T-AIEE.1949.5059897.
- [Nikolaev *et al.*, 2013] I.V. Nikolaev, W.H. Leong und M.A. Rosen, „Experimental Investigation of Soil Thermal Conductivity Over a Wide Temperature Range“, Int. J. Thermophys., Vol. 34, No. 6, S. 1110-1129, 2013, DOI: 10.1007/s10765-013-1456-5.
- [Noborio *et al.*, 1994] K. Noborio, K.J. McInnes und J.L. Heilman, „Field Measurements of Soil Electrical Conductivity and Water Content by Time-Domain Reflectometry“, Comput. Electron. Agric., Vol. 11, No. 2-3, S. 131-142, 1994, DOI: 10.1016/0168-1699(94)90003-5.
- [Occhini und Maschio, 1967] E. Occhini und G. Maschio, „Electrical Characteristics of oil-Impregnated Paper as Insulation for HVDC Cables“, IEEE Trans. Power Appar. Syst., Vol. PAS-86, No. 3, S. 312-326, 1967, DOI: 10.1109/TPAS.1967.291959.
- [O'Dwyer, 1973] J.J. O'Dwyer, *The Theory of Electrical Conduction and Breakdown in Solid Dielectrics*, Oxford: Clarendon Press, S. 183-205, 1973, ISBN 10: 0198513321, ISBN 13: 9780198513322.

- [Olsson *et al.*, 2014] C.O. Olsson, B. Källstrand und H. Ghorbani, „Conductivity of Crosslinked Polyethylene Influenced by Water“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Des Moines, IA, USA, S. 832-835, 2014, DOI: 10.1109/CEIDP.2014.6995789.
- [Onsager, 1934] L. Onsager, „Deviations from Ohm's Law in Weak Electrolytes“, J. Chem. Phys., Vol. 2, S. 599-615, 1934, DOI: 10.1063/1.1749541.
- [Oudin *et al.*, 1967] J.M. Oudin, M. Fallou und H. Thévenon, „Design and Development of DC Cables“, IEEE Trans. Power Appar. Syst., Vol. PAS-86, No. 3, S. 304-311, 1967, DOI: 10.1109/TPAS.1967.291957.
- [Padiyar, 2011] K.R. Padiyar, *HVDC Power Transmission Systems: Technology and System Interactions*, 2. Aufl., Kent (U.K.): New Academic Science Ltd., S. 127, 2011, ISBN: 9781906574772.
- [Peschke und Olshausen, 1997] E. Peschke und R. v. Olshausen, *Kabelanlagen für Hoch- und Höchstspannung*, 1. Aufl., München: Publicis MCD Verlag, S. 42, S. 53, S. 68, S. 72-83, S. 106, S. 197-215, 1997, ISBN: 3-89578-057-X.
- [Phillips, 1978] P.J. Phillips, „Morphology - Electrical Property Relations in Polymers“, IEEE Trans. Electr. Insul., Vol. EI-13, No. 2, S. 69-81, 1978, DOI: 10.1109/TEI.1978.298053.
- [Pradhan *et al.*, 2016] M. Pradhan, H. Greijer, G. Eriksson und Mikael Unge, „Functional Behaviors of Electric Field Grading Composite Materials“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 23, No. 2, S. 768-778, 2016, DOI: 10.1109/TDEI.2015.005288.
- [Qin und Boggs, 2012] S. Qin und S.A. Boggs, „Design Considerations for High Voltage DC Components“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 28, No. 6, S. 36-44, 2012, DOI: 10.1109/MEI.2012.6340523.
- [Qi und Boggs, 2006] X. Qi und S.A. Boggs, „Thermal and Mechanical Properties of EPR and XLPE Cable Components“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 22, No. 3, S. 19-24, 2006, DOI: 10.1109/MEI.2006.1639026.
- [Qi *et al.*, 2004] X. Qi, Z. Zheng und S.A. Boggs, „Engineering with Nonlinear Dielectrics“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 20, No. 6, S. 27-34, 2004, DOI: 10.1109/MEI.2004.1367508.
- [Reddy und Ramu, 2006] C.C. Reddy und T.S. Ramu, „On the Computation of Electric Field and Temperature Distribution in HVDC Cable Insulation“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 13, No. 6, S. 1236-1244, 2006, DOI: 10.1109/TDEI.2006.258195.

- [Reddy und Ramu, 2007a] C.C. Reddy und T.S. Ramu, „On the Intrinsic Thermal Stability in HVDC Cables“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 14, No. 6, S. 1509-1515, 2007, DOI: 10.1109/TDEI.2007.4401235.
- [Reddy und Ramu, 2007b] C.C. Reddy und T.S. Ramu, „Estimation of Thermal Breakdown Voltage of HVDC Cables - A Theoretical Framework“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 14, No. 2, S. 400-408, 2007, DOI: 10.1109/TDEI.2007.344620.
- [Rengel, 1996] R. Rengel, „Messung des Raumladungsverhaltens in Polyethylen beim Einsatz als Isolierstoff in Hochspannungskabeln“, Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, S. 5-31, 1996.
- [Richards, 1931] L.A. Richards, „Capillary Conduction of Liquids through Porous Mediums“, Physics, Vol. 1, S. 318-333, 1931, DOI: 10.1063/1.1745010.
- [Richter, 2019] C.F. Richter, „Beiträge zur Beschleunigung numerischer Simulationen von elektroquasistatischen Feldverteilungen“, Dissertation, Bergische Universität Wuppertal, S. 18-29, S. 53-98, 2019.
- [Richter *et al.*, 2017] C. Richter S. Schöps und M. Clemens, „GPU Accelerated Explicit Time Integration Methods for Electro-Quasistatic Fields“, IEEE Trans. Magn., Vol. 53, No. 6, 2017, DOI: 10.1109/TMAG.2017.2662234.
- [Riechert, 2001] U. Riechert, „Eignung von Polyethylen für Gleichspannungs-Energiekabel“, Dissertation, Technische Universität Dresden, S. 106, 2001.
- [van Rienen *et al.*, 2003] U. van Rienen, J. Flehr, U. Schreiber und V. Motrescu, „Modeling and Simulation of Electro-Quasistatic Fields“, International Series of Numerical Mathematics (ISNM), Vol. 146, Basel: Birkhäuser Verlag, S. 17-31, 2003, DOI: 10.1007/978-3-0348-8065-7.
- [Rogti *et al.*, 2008] F. Rogti, A. Mekhaldi und C. Laurent, „Space Charge Behavior at Physical Interfaces in Cross-linked Polyethylene under DC Field“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 15, No. 5, S. 1478-1485, 2008, DOI: 10.1109/TDEI.2008.4656259.
- [Roth, 1959] A. Roth, *Hochspannungstechnik*, 4. Aufl., Wien: Springer Verlag, S. 52-70, 1959, DOI: 10.1007/978-3-7091-3903-5.
- [Runde *et al.*, 2014] M. Runde, R. Hegerberg, N. Magnusson, E. Ildstad und T. Ytrehus, „Cavity Formation in Mass-Impregnated HVDC Subsea Cables – Mechanisms and Critical Parameters“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 30, No. 2, S. 22-33, 2014, DOI: 10.1109/MEI.2014.6749570.

- [Salah Khalil und Gastli, 1997] M. Salah Khalil und A. Gastli, „Dependence of DC Insulation Resistivity of Polyethylene on Temperature and Electric Field“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Minneapolis, MN, USA, S. 296-299, 1997, DOI: 10.1109/CEIDP.1997.634617.
- [Saltzer *et al.*, 2011] M. Saltzer, T. Christen, T. Sörqvist, und M.J.P. Jeroense, „Electro-thermal Simulations of HVDC Cable Joints,“ ETG Workshop, Darmstadt, Deutschland, 2011.
- [Samouëlian *et al.*, 2005] A. Samouëlian, I. Cousin, A. Tabbagh, A. Bruand und G. Richard, „Electrical Resistivity Survey in Soil Science: a Review“, Soil Till. Res., Vol. 83, No. 2, S. 173-193, 2005, DOI: 10.1016/j.still.2004.10.004. 1375.
- [Sarma und Janischewskyj, 1969] M.P. Sarma und W. Janischewskyj, „Analysis of Corona Losses on DC Transmission Lines: 1-Unipolar Lines“, IEEE Trans. Power Appar. Syst., Vol. Pas-88, No. 5, S. 718-731, 1969, DOI: 10.1109/TPAS.1969.292362.
- [Schichler und Buchner, 2018] U. Schichler und A. Buchner, „Realisierung einer Mittelspannungs-Gleichstromübertragung mit extrudierten AC-Kabeln“, Elektrotechnik und Informationstechnik (e&i) 135/8, S. 520-526, 2018, DOI: 10.1007/s00502-018-0658-8.
- [Schmidt *et al.*, 1996] G. Schmidt, B. Fiegl und S. Kolbeck, „HVDC Transmission and the Environment“, Power Eng. J., Vol. 10, No. 5, S. 204-210, 1996, DOI: 10.1049/pe:19960503.
- [Schwab, 2012] A.J. Schwab, *Elektroenergiesysteme: Erzeugung, Transport, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie*, 3. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, S. 1-5, 2012, DOI 10.1007/978-3-642-21958-0.
- [von Schweidler, 1907] E.R. von Schweidler, „Studien über die Anomalien im Verhalten der Dielektrika“, Ann. Phys., Vol. 329, No. 14, S. 711-770, 1907, DOI: 10.1002/andp.19073291407].
- [Scott, 1983] J.H. Scott, „Electrical and Magnetic Properties of Rock and Soil“, U.S. Geological Survey, Technical Letter, No. 83-915, S. 2-21, 1983, DOI: 10.3133/ofr83915.
- [Secklehner *et al.*, 2017] M. Secklehner, M. Hering und V. Hinrichsen, „Characterization of Fillers for HVDC Field Grading Materials“, Cigré Colloquium, Winnipeg, Kanada, S. 1-8, 2017.
- [Segall und Bruell, 1992] B.A. Segall und C.J. Bruell, „Electroosmotic Contaminant-Removal Processes“, J. Environ. Eng., Vol. 118, No. 1, S. 84-100, 1992, DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9372(1992)118:1(84).

- [Skvortsov, 2011] L.M. Skvortsov, „Explicit Stabilized Runge-Kutta Methods“, *Comput. Math. Math. Phys.*, Vol. 51, No. 7, pp. 1153–1166, 2011, DOI: 10.1134/S0965542511070165.
- [Sommeijer *et al.*, 1998] B.P. Sommeijer, L.F. Shampine und J.G. Verweer, „RKC: An explicit solver for parabolic PDEs“, *J. Comp. Appl. Math.*, Vol. 88, No. 2, S. 315-326, 1998, DOI: 10.1016/S0377-0427(97)00219-7.
- [Späck-Leigsnering, 2019] Y. Späck-Leigsnering, „Electrothermal Modeling, Simulation and Optimization of Surge Arresters“, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, S. 83-86, 2019.
- [Späck-Leigsnering *et al.*, 2021] Y. Späck-Leigsnering, G. Ruppert, E. Gjonaj, H. De Gersem und M. Koch, „Towards Electrothermal Optimization of a HVDC Cable Joint Based on Field Simulation“, *Energies*, Special Issue: *Modelling and Numerical Simulation of HVDC Cable Systems*, Vol. 14, No. 10, 2848, 2021, DOI: 10.3390/en14102848
- [Spitzner *et al.*, 2013] M.H. Spitzner, P. Stephan, W. Wagner, H.J. Kretzschmar, R. Span, C. Ullrich, T. Bodmer, C. Hübner, P.B. Kempa, A. Thess und H. Klan, *VDI Wärmeatlas*, 11. Aufl., Berlin: Springer Verlag, S. 19-34, S. 176-177, S. 196-198, S. 629, S. 648, S. 686-687, S. 753-759, 2013, DOI: 10.1007/978-3-642-19981-3.
- [Stefanini *et al.*, 2010] D. Stefanini, M. Clemens, J. Seifert, „Three Dimensional FEM Electric Field Calculations for EHV Composite Insulator Strings“, *International Power Modulators and High Voltage Conference (IPMHVC)*, 23.-27.05.2010, Atlanta, GA, USA, S. 238-242, 2010, DOI: 10.1109/IPMHVC.2010.5958337
- [Steinmetz *et al.*, 2006] T. Steinmetz, M. Helias, G. Wimmer, L.O. Fichte, und M. Clemens, „Electro-Quasistatic Field Simulations Based on a Discrete Electromagnetism Formulation“, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, No. 4, S. 755-758, 2006, DOI: 10.1109/TMAG.2006.872488.
- [Steinmetz *et al.*, 2009] T. Steinmetz, S. Kurz, und M. Clemens, „Domains of Validity of Quasistatic and Quasistationary Field Approximations“, *VXV International Symposium on Theoretical Engineering (ISTET)*, Lübeck, Deutschland, S. 271-275, 2009.
- [Steven *et al.*, 2014] J.Y. Steven, T.T.N. Vu, G. Teyssède und N.I. Sinisuka, „Conductivity Measurements and Space Charge Inference in Polymeric-insulated HVDC Model Cables“, *International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE)*, Poznan, Polen, 2014, DOI: 10.1109/ICHVE.2014.7035386.

- [Stewart, 2014] I. Stewart, *Weltformeln – 17 mathematische Gleichungen, die Geschichte machten*, 7. Aufl., Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag, S. 291-297, 2014, ISBN-13: 978-3499630293.
- [Su *et al.*, 2020] R. Su, K. Wu, C. Cheng, Y. Wu, Y. He, Z. Lv und L.A. Dissado, „Carrier Transport in LDPE and its Nanocomposites“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 27, No. 2, S. 368-376, 2020, DOI: 10.1109/TDEI.2019.008319.
- [Takeda *et al.*, 1999] T. Takeda, N. Hozumi, H. Suzuki und T. Okamoto, „Factors of Hetero Space Charge Generation in XLPE under DC Electric Field of 20 kV/mm“, Electr. Eng. Jpn., Vol. 129, No. 2, S. 13-21, 1999, DOI: 10.1002/(SICI)1520-6416(19991115)129:2<13::AID-EEJ2>3.0.CO;2-V. (übersetzt von D.G. Ronbunshi, Vol. 117-A, No. 9, S. 915-921, September 1997).
- [Telepolis, 2016] Telepolis - Offshore-Wind: Probleme mit der Übertragung, 2016
<https://www.heise.de/tp/news/Offshore-Wind-Probleme-mit-der-Uebertragung-3454964.html>
(aufgerufen am 24.09.2021)
- [Teyssèdre und Laurent, 2005] G. Teyssèdre und C. Laurent, „Charge Transport Modeling in Insulating Polymers: From Molecular to Macroscopic Scale“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 12, No. 5, S. 857-875, 2005, DOI: 10.1109/TDEI.2005.1522182.
- [Teyssèdre und Laurent, 2013] G. Teyssèdre und C. Laurent, „Advances in High-Field Insulating Polymeric Materials Over the Past 50 Years“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 29, No. 5, S. 26-36, 2013, DOI: 10.1109/MEI.2013.6585854.
- [Thue *et al.*, 2012] W. Thue *et al.*, *Electrical Power Cable Engineering*, 3. Aufl., Boca Raton (FL, USA): CRC Press, Taylor & Francis Group, S. 404-408, 2012, ISBN: 978-1-4398-5645-1.
- [Trinks, 2010] S. Trinks, „Einfluss des Wasser- und Wärmehaushaltes von Böden auf den Betrieb erdverlegter Energiekabel“, Dissertation, Technische Universität Berlin, S. 34, 2010.
- [UB, 2019] Umweltbundesamt, „Europäische Energie- und Klimaziele“, 2019,
<https://www.umweltbundesamt.de/daten/klima/europaeische-energie-klimaziele>
(aufgerufen am 24.09.2021).
- [Unge *et al.*, 2013] M. Unge, C. Törnkvist, und T. Christen, „Space Charge and Deep Traps in Polyethylene – ab initio Simulations of Chemical Impurities and Defects“, 13th International Conference on Solid Dielectrics (ICSD), Bologna, Italien, S. 935-939, 2013, DOI: 10.1109/ICSD.2013.6619874.

- [Vahedy, 2006] V. Vahedy, „Polymer Insulated High Voltage Cables“, IEEE Electr. Insul. Mag., Vol. 22, No. 3, S. 13-18, 2006, DOI: 10.1109/MEI.2006.1639025.
- [VDE, 2020] Forum Netztechnik/Netzbetrieb im VDE (VDE FNN), „Karte Deutsches Höchstspannungsnetz“, 2020,
<https://www.vde.com/de/fnn/dokumente/karte-deutsches-hoechstspannungsnetz>
(aufgerufen am 24.09.2021).
- [Ve *et al.*, 2012] T.A. Ve, F. Mauseth und E. Ildstad, „Effect of Water Content on the Conductivity of XLPE Insulation“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Montreal, QC, Kanada, 2012, S. 649-653, 2012, DOI: 10.1109/CEIDP.2012.6378864.
- [Villas und Portela, 2003] J.E.T. Villas und C.M. Portela, „Soil Heating Around the Ground Electrode of an HVDC System by Interaction of Electrical, Thermal, and Electroosmotic Phenomena“, IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 18, No. 3, S. 874-881, 2003, DOI: 10.1109/TPWRD.2003.809734.
- [Vu *et al.*, 2015] T.T.N. Vu, G. Teyssède, B. Vissouvanadin und S. Le Roy, „Correlating Conductivity and Space Charge Measurements in Multi-Dielectrics under Various Electrical and Thermal Stresses“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 22, No. 1, S. 117-127, 2015, DOI: 10.1109/TDEI.2014.004507.
- [Wagner, 1922] K.W. Wagner, „The Physical Nature of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics“, Journal of the American Institute of Electrical Engineers, Vol. 41, No. 12, 1922, S. 1034-1044, DOI: 10.1109/JoAIEE.1922.6593245.
- [Wagner, 1978] H. Wagner, „Pseudo-Spherulite Structures in Cross-Linked Low-Density Polyethylene“, IEEE Trans. Electr. Insul., Vol. EI-13, No. 2, S. 81-86, 1978, DOI: 10.1109/TEI.1978.298054.
- [Wang *et al.*, 1998] X. Wang, N. Yoshimura, K. Murata, Y. Tanaka und T. Takada, „Space-Charge Characteristics in Polyethylene“, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 84, No. 3, S. 1546-1550, 1998, DOI: 10.1063/1.368221.
- [Weida, 2011] D. Weida, „Optimierung von Applikationen aus der Hochspannungstechnik mit dünnen Schichten aus mikrovaristorgefüllten Polymeren mithilfe von nichtlinearen transienten 3D Simulationen“, Dissertation, Bergische Universität Wuppertal, S. 17-20, S. 31-40, 2011.
- [Weida *et al.*, 2011] D. Weida, C. Richter und M. Clemens, „Design of ZnO Microvaristor Material Stress-Cone for Cable Accessories“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 18, No. 4, S. 1262-1267, 2011, DOI: 10.1109/TDEI.2011.5976125.

- [Weiland, 1996] T. Weiland, „Time Domain Electromagnetic Field Computation with Finite Difference Methods“, *Int. J. Numer. Model. El.*, Vol. 9, No. 4, S. 295-319, 1996, DOI: 10.1002/(SICI)1099-1204(199607)9:4<295::AID-JNM240>3.0.CO;2-8.
- [Wintle, 1999] H.J. Wintle, „Charge Motion and Trapping in Insulators – Surface and Bulk Effects“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 6, No. 1, S. 1-10, 1999, DOI: 10.1109/94.752003.
- [Wintle 2003] H.J. Wintle, „Charge Motion in Technical Insulators: Facts, Fancies and Simulations“, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, Vol. 10, No. 5, S. 826-841, 2003, DOI: 10.1109/TDEI.2003.1237332.
- [Worzyk, 2009] T. Worzyk, *Submarine Power Cables: Design, Installation, Repair, Environmental Aspects*, 1. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, S. 23-28, S. 40, S. 54, S. 96-101, S. 105-120, S. 253, 2009, DOI 10.1007/978-3-642-01270-9.
- [Wu *et al.*, 2014] J. Wu, L. Lan, Z. Li und Y. Yin, „Simulation of Space Charge Behavior in LDPE with a Modified of Bipolar Charge Transport Model“, *IEEE International Symposium on Electrical Insulating Materials (ISEIM)*, Nigata, Japan, S. 65-68, 2014, DOI: 10.1109/ISEIM.2014.6870721.
- [Xu *et al.*, 2018] X. Xu, K. Gaska, M. Karlsson, H. Hillborg und U.W. Gedde, „Precision Electric Characterization of LDPE Specimens made by Different Manufacturing Processes“, *IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE)*, Athen, Griechenland, 2018, DOI: 10.1109/ICHVE.2018.8641846.
- [Yan *et al.*, 2021] S. Yan, J. Liu, X. Fan, Y. Zhang, M. Shi und H. Zhang, „Effect of multi-factors on heterocharges for oil-impregnated paper in converter transformer using modified charge transport model“, *IET Gener. Transm. Distrib.*, S. 1-10, 2021, DOI: 10.1049/gtd2.12240.
- [Yang *et al.*, 2018] X. Yang, X. Zhao, J. Hu und J. He, „Grading Electric Field in High Voltage Insulation Using Composite Materials“, *IEEE Electr. Insul. Mag.*, Vol. 34, No. 1, S. 15-25, 2018, DOI: 10.1109/MEI.2018.8246118.
- [Ye, 2015] H. Ye, „Application of Non-Linear Microvaristor-Filled Materials in High-Voltage Devices and Algorithmic Optimization of High-Voltage Simulations Based on Surrogate Models“, *Dissertation*, Bergische Universität Wuppertal, S. 23, 2015.
- [Ye *et al.*, 2013] H. Ye, M. Clemens, J. Seifert, „Electro-Quasistatic Field Simulation for the Layout Optimization of Outdoor Insulation Using Microvaristor Material“, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 49, No. 5, S. 1709-1712, 2013, DOI: 10.1109/TMAG.2013.2243423

- [Ye *et al.*, 2018] H. Ye, T. Fechner, X. Lei, Yi Luo, M. Zhou, Z. Han, H. Wang, Q. Zhuang, R. Xu und D. Li, „Review on HVDC Cable Terminations“, IET High Volt., Vol. 3, No. 2, S. 79-89, 2018, DOI: 10.1049/hve.2017.0144.
- [Zagorscak *et al.*, 2017] R. Zagorscak, M. Sedighi und H.R. Thomas, „Effects of Thermo-Osmosis on Hydraulic Behavior of Saturated Clays“, Int. J. Geomech., Vol. 17, No. 3, 04016068-1, 2017, DOI: 1389 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000742.
- [Zhang *et al.*, 2016] B. Zhang, J. He, R. Zeng und J. Wu, „Effect of Coke Bed on the Electrical Performance of HVDC Ground Electrode“, IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 52, No. 6, S. 4594-4600, 2016, DOI: 10.1109/TIA.2016.2600659.
- [Zhao *et al.*, 2009] J. Zhao, Z. Xu, G. Chen und P.L. Lewin, „Effect of Field-dependent Mobility on Current Density and Dynamics of Space Charge in Polyethylene“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), Virginia Beach, VA, USA, S. 120-123, 2009, DOI: 10.1109/CEIDP.2009.5377874.
- [Zhou *et al.*, 2017] Y. Zhou, S. Peng, J. Hu und J. He, „Polymeric Insulation Materials for HVDC Cables: Development, Challenges and Future Perspective“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 24, No. 3, S. 1308-1318, 2017, DOI: 10.1109/TDEI.2017.006205.
- [Zhou *et al.*, 2019] Y. Zhou, C. Yuan, C. Li, P. Meng, J. Hu, Q. Li und J. He, „Temperature Dependent Electrical Properties of Thermoplastic Polypropylene Nanocomposites for HVDC Cable Insulation“, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 26, No. 5, S. 1596-1604, 2019, DOI: 10.1109/TDEI.2019.008198.

Liste eigener Veröffentlichungen

2016

C. Jörgens und M. Clemens, „Numerische Simulation von elektrischen Feldverteilungen in Hochspannungsgleichstrom-Übertragungskabeln unter Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten durch Temperatur- und Raumladungsverteilungen“, URSI e.V. Deutschland, Kleinheubacher Tagung (KHB), Miltenberg, Deutschland, September 2016.

2017

J. Dutiné, C. Richter, **C. Jörgens**, S. Schöps und M. Clemens, „Explicit Time Integration Techniques for Electro-and Magneto-Quasistatic Field Simulations“, International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), Verona, Italien, September 2017, S. 1482-1485,
DOI: 10.1109/ICEAA.2017.8065562.

C. Jörgens und M. Clemens, „Breakdown voltage in high voltage direct current cable insulations considering space charges“, 18th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF), Lodz, Polen, September 2017,
DOI: 10.1109/ISEF.2017.8090737.

C. Jörgens und M. Clemens, „Modelling the Electric Field in Polymeric Insulation Including Nonlinear Effects due to Temperature and Space Charge Distributions“, IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomenon (CEIDP), Fort Worth, TX, USA, Oktober 2017, S. 10-13,
DOI: 10.1109/CEIDP.2017.8257455.

Liste eigener Veröffentlichungen

2018

C. Jörgens und M. Clemens, „Formulierung einer thermischen Durchschlagbedingung für Kabel der Hochspannungsgleichstromübertragung“, 1. VDE Fachtagung für polymere Isolierstoffe und ihre Grenzflächen, Zittau, Deutschland, Mai 2018, S. 17-22, ISBN: 978-3-00-059755-8.

C. Jörgens und M. Clemens, „Thermal breakdown in high voltage direct current cable insulations due to space charges“, The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering (COMPEL), Vol. 37, No. 5, S. 1689-1697, 2018,

DOI: 10.1108/COMPEL-12-2017-0531.

Vorgestellt auf: 18th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF), Lodz, Polen, September 2017.

C. Jörgens und M. Clemens, „Empirical Conductivity Equation for the Simulation of Space Charges in Polymeric HVDC Cable Insulations“, IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE), Athen, Griechenland, September 2018,

DOI: 10.1109/ICHVE.2018.8641940.

C. Jörgens und M. Clemens, „Elektrische und thermische Feldverteilung in Hochspannungskabelverbindungen unter Berücksichtigung von Raumladungen“, URSI e.V. Deutschland, Kleinheubacher Tagung (KHB), Miltenberg, Deutschland, September 2018.

C. Jörgens und M. Clemens, „Numerische Simulationen von Hochspannungsisolierungen, unter Berücksichtigung von Raumladungsakkumulationen“, Sitzung des Fachausschusses Polymerwerkstoffe der Deutschen Gesellschaft für Materialkunde (DGM), Kassel, Deutschland, November 2018.

2019

C. Jörgens, F. Kasolis und M. Clemens, „Numerical Simulations of Temperature Stability Limits in High Voltage Direct Current Cable Insulations“, IEEE Trans. Magn. Vol. 55, No. 6, 2019,

DOI: 10.1109/TMAG.2019.2894023.

Vorgestellt auf: IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC), Hangzhou, China, Oktober 2018.

- C. Jörgens** und M. Clemens, „Empirical Conductivity Equation for the Simulation of the Stationary Space Charge Distribution in Polymeric HVDC Cable Insulations“, *Energies*, Vol. 12, No. 15, 3018, S. 1-14, 2019,
DOI: 10.3390/en12153018.
Vorgestellt auf: IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE), Athen, Griechenland, September 2018.
Auch zu finden in: I. Fofana und I.F. Gonos, „Selected Papers from 2018 IEEE International Conference on High Voltage Engineering (ICHVE 2018)“, MDPI AG (Herausgeber), *Energies*, S. 167-180, 2021, ISBN: 978-3-03943-625-5.
- C. Jörgens** und M. Clemens, „Conductivity-based model for the simulation of homocharges and heterocharges in XLPE high-voltage direct current cable insulation“, *The Institution of Engineering and Technology (IET) - Science, Measurement & Technology*, Vol. 13, No. 7, S. 975-983, 2019,
DOI: 10.1049/iet-smt.2018.5452.
- C. Jörgens** und M. Clemens, „Simulation of the Electric Field in High Voltage Direct Current Cables considering the Environment“, 10th International Conference on Computational Electromagnetics (CEM), Edinburgh, UK, Juni 2019, S. 1-5,
DOI: 10.1049/cp.2019.0112.
- C. Jörgens** und M. Clemens, „Comparison of Two Electro-Quasistatic Field Formulations for the Computation of Electric Field and Space Charges in HVDC Cable Systems“, 22nd International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG), Paris, Frankreich, Juli 2019,
DOI: 10.1109/COMPUMAG45669.2019.9032818.
- C. Jörgens** und M. Clemens, „Electric Field Model at Interfaces in High Voltage Cable Systems“, 19th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF), Nancy, Frankreich, August 2019,
DOI: 10.1109/ISEF45929.2019.9097007.

2020

C. Jörgens und M. Clemens, „Fast calculation of steady-state charge distribution in high voltage power cables“, International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Special Issue: The 11th International Symposium on Electric and Magnetic Fields (EMF 2018), September/Okttober 2020, Volume 33, Issue 5, 2020,

DOI: 10.1002/jnm.2713.

Vorgestellt auf: 11th International Symposium on Electric and Magnetic Fields (EMF), Darmstadt, Deutschland, April 2018.

C. Jörgens und M. Clemens, „Modeling the Electric Field at Interfaces and Surfaces in High Voltage Cable Systems“, The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering (COMPEL), Vol. 39, No. 5, S. 1099-1111, 2020,

DOI: 10.1108/COMPEL-01-2020-0041.

Vorgestellt auf: 19th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF), Nancy, Frankreich, August 2019.

C. Jörgens und M. Clemens, „Modeling the Electro-Quasistatic Field of Ground Electrodes under the Influence of Electro-Osmosis“, IEEE International Conference on Dielectrics (ICD), Valencia, Spanien, Juli 2020, S. 513-516,

DOI: 10.1109/ICD46958.2020.9341881.

C. Jörgens und M. Clemens, „Thermo-elektroquasistationäres Modell zur umgebungsabhängigen Berechnung von Feldbelastungen in Hochspannungs-Gleichstromkabeln“, Tagungsband: VDE-Fachtagung Hochspannungstechnik, Berlin, Deutschland, November 2020, VDE Verlag, Berlin, Offenbach, S. 71-76,

ISBN 978-3-8007-5353-6.

C. Jörgens und M. Clemens, „A Review about the Modeling and Simulation of Electro-Quasistatic Fields in HVDC Cable Systems“, Energies, Special Issue „Design and Testing of Power Cable System“, Vol. 13, No. 19, 5189, 2020,

DOI: 10.3390/en13195189.

2021

D. Zhang, F. Kasolis, **C. Jörgens** und M. Clemens, „Kernel-Based Regression in Transient Nonlinear Electro-Quasistatic Field Simulations“, IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC), Pisa, Italien, November 2020,
DOI: 10.1109/CEFC46938.2020.9451356..

C. Jörgens und M. Clemens, „Electric Field and Temperature Simulations of High Voltage Direct Current Cables Considering the Soil Environment“, Energies, Special Issue „Modelling and Numerical Simulation of HVDC Cable Systems“, Vol. 14, No. 16, 4910, 2021,

DOI: 10.3390/en14164910.

Vorgelegt auf: 10th International Conference on Computational Electromagnetics (CEM), Edinburgh, UK, Juni 2019.

Anhang

A. Newton-Raphson-Verfahren zur Lösung der nichtlinearen elektro-quasistatischen Feldgleichung mit implizitem Zeitintegrationsverfahren

Die nichtlineare EQS-Gleichung (2.12) lässt sich nach Überführung in eine Variationsformulierung in die Matrixform (3.10) bringen. Mittels Vorwärtsdifferenzenquotient in der Zeit folgt für die Potentialfreiheitsgerade, mit der Notation $\Phi^{m+1} = \Phi(t^{m+1})$,

$$\mathbf{0} = \Delta t \cdot \mathbf{A}_\kappa(\mathbf{u}_T, \Phi^{m+1}) \Phi^{m+1} + \mathbf{B}_\varepsilon \Phi^{m+1} - \mathbf{B}_\varepsilon \Phi^m. \quad (\text{A.1})$$

Die Temperatur soll hier im Beispiel ohne Zeitabhängigkeit modelliert werden. Durch Umstellen von (A.1) folgt

$$[\Delta t \cdot \mathbf{A}_\kappa(\mathbf{u}_T, \Phi^{m+1}) + \mathbf{B}_\varepsilon] \Phi^{m+1} = \mathbf{B}_\varepsilon \Phi^m. \quad (\text{A.2})$$

Die rechte Seite mit dem Potential zum Zeitpunkt t^m ist bekannt und kann dadurch als Lösungsvektor angesehen werden. Es wird nun das Potential Φ^{m+1} gesucht, sodass

$$[\Delta t \cdot \mathbf{A}_\kappa(\mathbf{u}_T, \Phi^{m+1}) + \mathbf{B}_\varepsilon] \Phi^{m+1} - \mathbf{B}_\varepsilon \Phi^m = \mathcal{R}(\Phi^{m+1}) \quad (\text{A.3})$$

gilt. Die Funktion $\mathcal{R}(\Phi^{m+1})$, welche ein Vektor mit n_{ges} Einträgen ist, verschwindet im Idealfall. Das Abbruchkriterium der Newton-Iteration ist somit $\|\Phi_{m_N+1}^{m+1} - \Phi_{m_N}^{m+1}\| / \|\Phi_{m_N}^{m+1}\| < \eta_N$, wobei $\eta_N \ll 1$ die Stoppbedingung des Newton-Verfahrens ist. Die Potentialfreiheitsgerade $\Phi_{m_N}^{m+1}$ sind gegeben bei der m_N -ten Newton-Iteration, zum Zeitschritt $m+1$. Ist die Stoppbedingung erfüllt, ist auch $\mathcal{R}(\Phi^{m+1})$ nahe Null. Mittels einer Taylor-Reihe folgt eine Linearisierung der Funktion $\mathcal{R}(\Phi_{m_N}^{m+1})$ an der Stelle $\Phi_{m_N}^{m+1}$. Diese ist gegeben durch

$$\mathcal{R}(\Phi_{m_N+1}^{m+1}) = \mathcal{R}(\Phi_{m_N}^{m+1}) + \mathcal{R}'(\Phi_{m_N}^{m+1}) \cdot (\Phi_{m_N+1}^{m+1} - \Phi_{m_N}^{m+1}), \quad (\text{A.4})$$

wobei $\mathcal{R}'(\Phi_{m_N}^{m+1})$ die Jacobi-Matrix von $\mathcal{R}(\Phi_{m_N}^{m+1})$ ist. Diese berechnet sich zu

$$\mathcal{R}'(\Phi_{m_N}^{m+1}) = J_{\mathcal{R}}(\Phi_{m_N}^{m+1}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{R}_1}{\partial \Phi_{m_N,1}^{m+1}} & \cdots & \frac{\partial \mathcal{R}_1}{\partial \Phi_{m_N,n_{ges}}^{m+1}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{R}_{n_{ges}}}{\partial \Phi_{m_N,1}^{m+1}} & \cdots & \frac{\partial \mathcal{R}_{n_{ges}}}{\partial \Phi_{m_N,n_{ges}}^{m+1}} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Da nach (A.3) gefordert wird, dass $\mathcal{R}(\Phi^{m+1})$ verschwinden soll, kann durch Umstellen von (A.4) der Knotenpotentialvektor $\Phi_{m_N+1}^{m+1}$ ermittelt werden durch

$$\Phi_{m_N+1}^{m+1} = \Phi_{m_N}^{m+1} - \mathcal{R}'(\Phi_{m_N}^{m+1})^{-1} \mathcal{R}(\Phi_{m_N}^{m+1}). \quad (\text{A.6})$$

Da große Änderungen $(\Phi_{m_N+1}^{m+1} - \Phi_{m_N}^{m+1})$ zu Instabilitäten während der Newton-Iteration führen können, wird ein Dämpfungsparameter ω_N , mit $\omega_N \in \{0,1\}$, eingeführt, sodass $\Phi_{m_N+1}^{m+1}$ ermittelt wird durch

$$\Phi_{m_N+1}^{m+1} = \Phi_{m_N}^{m+1} + \omega_N (\Phi_{m_N+1}^{m+1} - \Phi_{m_N}^{m+1}), \quad (\text{A.7})$$

Mit $\Phi_{m_N+1}^{m+1}$ wird anschließend (A.3) neu bestimmt, um die Stoppbedingung $\|\Phi_{m_N+1}^{m+1} - \Phi_{m_N}^{m+1}\| / \|\Phi_{m_N}^{m+1}\| < \eta_N$ zu prüfen.

Da zum Start der Newton-Iteration der Vektor Φ_0^{m+1} bekannt sein muss, kann theoretisch ein beliebiger Vektor (z.B. Φ^m) verwendet werden.

Ein möglicher Pseudocode der Newton-Iteration zur Berechnung des Potentials Φ zum Zeitschritt $m+1$ ist in Abbildung A.1 zu sehen.

1	Initialwert bei der Iteration $m_N = 0$: $\Phi_{m_N}^{m+1} = \Phi^m$
2	$\mathcal{R}(\Phi_{m_N}^{m+1}) := [\Delta t \cdot \mathbf{A}_\kappa(\mathbf{u}_T, \Phi_{m_N}^{m+1}) + \mathbf{B}_\varepsilon] \Phi_{m_N}^{m+1} - \mathbf{B}_\varepsilon \Phi^m$
3	while $\ \Phi_{m_N+1}^{m+1} - \Phi_{m_N}^{m+1}\ / \ \Phi_{m_N}^{m+1}\ > \eta_N$
4	$\mathcal{R}'(\Phi_{m_N}^{m+1}) := J_{\mathcal{R}}(\Phi_{m_N}^{m+1})$
5	$\Phi_{m_N+1}^{m+1} := \Phi_{m_N}^{m+1} - \mathcal{R}'(\Phi_{m_N}^{m+1})^{-1} \cdot \mathcal{R}(\Phi_{m_N}^{m+1})$
6	$\Phi_{m_N+1}^{m+1} := \Phi_{m_N}^{m+1} + \omega_N (\Phi_{m_N+1}^{m+1} - \Phi_{m_N}^{m+1})$
7	$\mathcal{R}(\Phi_{m_N+1}^{m+1}) := [\Delta t \cdot \mathbf{A}_\kappa(\mathbf{u}_T, \Phi_{m_N+1}^{m+1}) + \mathbf{B}_\varepsilon] \Phi_{m_N+1}^{m+1} - \mathbf{B}_\varepsilon \Phi^m$
8	erhöhe Zeitschritt: $m_N = m_N + 1$
9	end

Abbildung A.1: Pseudocode des Newton-Raphson-Verfahrens zur iterativen Berechnung des Potentials Φ^{m+1} , zum Zeitschritt $m+1$.

B. Elektrische und thermische Zeitkonstante

1. Zeitkonstante des elektrischen Problems

Mittels der Zeitkonstanten τ_e des elektrischen Problems kann der Aufbau bzw. der Abbau von Raumladungen innerhalb eines Isolierstoffes qualitativ ausgedrückt werden. Dabei gibt diese nicht den Zeitpunkt an wann ein statischer Endwert erreicht wird, sondern wie lange es dauert bis sich ein Vorgang auf einen Wert von $\exp(-1) \approx 37\%$ bzgl. eines Relativkriteriums auf bzw. abgebaut hat. Der Endwert wird nach [Mazzanti und Marzinotto, 2013] nach $t_{\text{stat}} \cong 10\tau_e$ erreicht. Zur Berechnung der Zeitkonstanten wird die Stromdichte in der Kontinuitätsgleichung (2.11) mittels (2.5) und (2.7) umgeschrieben zu

$$\vec{J} = \frac{\kappa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \vec{D}. \quad (\text{B.1})$$

Eingesetzt in die Kontinuitätsgleichung, unter Anwendung der Kettenregel, folgt

$$0 = \frac{\kappa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \text{div}(\vec{D}) + \vec{D} \text{grad} \left(\frac{\kappa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \rho. \quad (\text{B.2})$$

Mit dem Gauß'schen Gesetz (2.4) und (B.1), wird (B.2) umgeschrieben zu

$$0 = \frac{\kappa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \rho + \vec{J} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \text{grad} \left(\frac{\kappa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \rho. \quad (\text{B.3})$$

Eine weitere Umformulierung von (B.3), mit dem Zusammenhang

$$\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \right)^2 \text{grad} \left(\frac{\kappa}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \right) = -\text{grad} \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \right), \quad (\text{B.4})$$

führt schließlich [Ye *et al.*, 2018] zu

$$0 = \rho - \vec{J} \text{grad} \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \right) + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} \rho. \quad (\text{B.5})$$

Unter der Annahme, dass lediglich die Raumladungsdichte ρ von der Zeit t abhängt, lautet die Lösung von (B.5)

$$\rho(t) = C_1 \exp \left(-\frac{t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r / \kappa} \right) + \vec{J} \text{grad} \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \right), \quad (\text{B.6})$$

wobei C_1 eine Konstante ist. Die Zeitkonstante ist in der Exponentialfunktion gegeben [Castellanos *et al.*, 1998], [Morshuis *et al.*, 2015] durch

$$\tau_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\kappa}. \quad (\text{B.7})$$

2. Zeitkonstante des thermischen Problems

Die Zeitkonstante τ_{th} des thermischen Problems kann auf unterschiedliche Arten hergeleitet werden. So finden sich in [Bodega, 2006] und [Herwig und Moschallski, 2014] unterschiedliche Darstellungen. Eine statische Verteilung im Anschluß an einen Einschaltprozess liegt nach [Bodega, 2006], nach der Zeit $t_{\text{stat}} \cong 5\tau_{\text{th}}$ vor.

Nach [Herwig und Moschallski, 2014] wird für die Ermittlung von τ_{th} die Energiebilanz eines Körpers mit dem Volumen V und der Fläche A aufgestellt. Diese besagt, dass der Wärmestrom über die Körperoberfläche A gleich der zeitlichen Änderung der Temperatur (inneren Energie) ist. Vereinfacht gilt daher

$$\delta V c_p \frac{dT}{dt} = -q_{\text{th}} A. \quad (\text{B.8})$$

Wird der Wärmestrom q_{th} durch (2.15) beschrieben, dann folgt die DGL

$$\delta V c_p \frac{dT}{dt} = -\alpha_{\text{th}} \cdot (T_0 - T_{\infty, \text{F}}) A, \quad (\text{B.9})$$

mit der Lösung

$$T(t) = T_{\infty, \text{F}} + (T_0 - T_{\infty, \text{F}}) \cdot \exp\left(-\frac{\alpha_{\text{th}} A}{\delta V c_p} t\right). \quad (\text{B.10})$$

Dabei hat der Körper zur Zeit $t = 0$ die Anfangstemperatur T_0 und nimmt mit der Zeit die Temperatur der Wärmequelle $T_{\infty, \text{F}}$ an. Die Zeitkonstante ist nach (B.10)

$$\tau_{\text{th}} = \frac{\delta V c_p}{\alpha_{\text{th}} A}. \quad (\text{B.11})$$

Nach [Bodega, 2006] wird die Zeitkonstante über ein thermisches Ersatzschaltbild eines RC-Kreises bestimmt. Dieses ist analog zu dem einer elektrischen RC-Reihenschaltung aufgebaut und in Abbildung B.1 dargestellt.

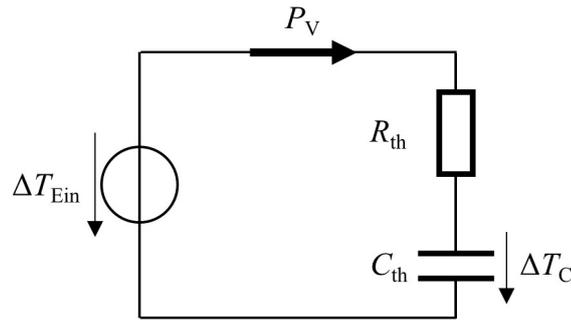


Abbildung B.1: Thermisches Ersatzschaltbild einer RC-Reihenschaltung, analog zum elektrischen Ersatzschaltbild.

Analog zum Ohm'schen Gesetz $R = U / I$ lautet das *Ohm'sche Gesetz der Wärmeleitung*

$$R_{th} = \Delta T / P_V, \quad (\text{B.12})$$

mit dem thermischen Widerstand R_{th} , dem Temperaturgefälle über dem Widerstand ΔT und der Verlustleistung P_V [Peschke und Olshausen, 1997]. Wie beim elektrischen Ersatzschaltbild kann ein Maschenumlauf formuliert werden

$$-\Delta T_{Ein} + R_{th} C_{th} \frac{d\Delta T_C(t)}{dt} + \Delta T_C(t) = 0, \quad (\text{B.13})$$

wobei ΔT_{Ein} ein vorgegebenes Eingangstemperaturgefälle und ΔT_C das Temperaturgefälle über einer thermischen Kapazität C_{th} darstellen. Die Lösung von (B.13) ist dann

$$\Delta T_C(t) = C_2 \exp\left(-\frac{t}{R_{th} C_{th}}\right) + \Delta T_{Ein}, \quad (\text{B.14})$$

mit einer Konstanten C_2 . Die Zeitkonstante ist in diesem Fall

$$\tau_{th} = R_{th} \cdot C_{th}. \quad (\text{B.15})$$

Im Fall einer Kabelisolation mit konstanter Wärmeleitfähigkeit λ , Wärmekapazität c_p und Dichte δ , folgt für den Widerstand R_{th} bzw. die Kapazität C_{th}

$$R_{th} = \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right), \quad (\text{B.16})$$

$$C_{th} = L \delta c_p \pi (r_a^2 - r_i^2),$$

mit der Länge der Kabelisolation L .

C. Konstanten für die Simulation der Raumladungsmessungen in Abschnitt 4.6.3.2

Tabelle C.1: Konstanten für die Simulation der Raumladungsmessung in [Mizutani, 1994].

Parameter	Wert
D_x	2 mm
$T_i = T_a$	26,85°C
$K_{H,2}$ (VPE)	$1 \cdot 10^{14}$ A/m ²
$E_{A,H,2}$ (VPE)	1,4 eV
$\gamma_{H,2}$ (VPE)	$2 \cdot 10^{-7}$ m/V
ϵ_r	2,3
U	40 kV
t_{END}	28.800 s

Tabelle C.2: Konstanten für die Simulation der Raumladungsmessung in [Wang *et al.*, 1998].

Parameter	Wert
r_i	10,5 mm
r_a	14 mm
D_x	2 mm
$T_i = T_a$	26,85°C
$K_{H,2}$ (VPE)	$1 \cdot 10^{14}$ A/m ²
$E_{A,H,2}$ (VPE)	1,26 eV
$\gamma_{H,2}$ (VPE)	$2 \cdot 10^{-7}$ m/V
$K_{H,2}$ (LDPE)	$4 \cdot 10^{13}$ A/m ²
$E_{A,H,2}$ (LDPE)	1,18 eV
$\gamma_{H,2}$ (LDPE)	$0,6 \cdot 10^{-7}$ m/V
ϵ_r (VPE)	2,3
ϵ_r (LDPE)	2,9
U (Kabelisolation)	40 kV
U (Planare Isolation)	20 kV
t_{END}	3.600 s

Tabelle C.3: Konstanten für die Simulation der Raumladungsmessung in [Bodega *et al.*, 2006].

Parameter	Wert
r_i	5 mm
r_a	9,5 mm
T_i	65°C
T_a	50°C
$K_{H,2}$ (VPE)	$1 \cdot 10^{14}$ A/m ²
$E_{A,H,2}$ (VPE)	1,48 eV
$\gamma_{H,2}$ (VPE)	$2 \cdot 10^{-7}$ m/V
ϵ_r	2,3
U	90 kV
t_{END}	20.000 s

Tabelle C.4: Konstanten für die Simulation der Raumladungsmessung in [Wu *et al.*, 2014].

Parameter	Wert
D_x	300 μ m
$T_i = T_a$	26,85°C
$K_{H,2}$ (LDPE)	0.0422 A/m ²
$E_{A,H,2}$ (LDPE)	0,84 eV
$\gamma_{H,2}$ (LDPE)	$4,2070 \cdot 10^{-7}$ m/V
ϵ_r	2,9
U	15 kV
t_{END}	3.600 s

D. Wärmeübergangskoeffizient bei konvektivem Wärmetransport

Konvektionsvorgänge werden betrachtet, wenn ein gasförmiges oder flüssiges Fluid vorhanden ist. Unterschieden wird dabei zwischen natürlicher und erzwungener Konvektion und zwischen laminarer und turbulenter Strömung. Erzwungene Konvektion kommt bei externen Strömungen zustande, wohingegen ohne externe Strömung eine natürliche Konvektion vorliegt. Kommt es bei dem Fluid zu einer Wirbelbildung, dann vergrößert sich der Wärmeübergang und es liegt eine turbulente Strömung vor. Ohne Wirbelbildung, bei einer gleichmäßigen Strömung, ist diese laminar. Der Wärmeübergangskoeffizient wird aus der *Nußelt-Zahl* bestimmt und kann für eine planare Oberfläche mittels der Gleichungen und Tabellen in [Spitzner *et al.*, 2013] und [Herwig und Moschallski, 2014] bestimmt werden. Für die betrachtete ebene Erdschicht soll vereinfacht nur eine laminare Strömung angenommen werden (laminare Plattenströmung).

Der Wärmeübergangskoeffizient α_{th} zwischen Erde und Luft ist bei erzwungener Konvektion in Abbildung D.1 zu sehen. Für Wasser als Fluidmedium ist der Koeffizient bei erzwungener Konvektion in Abbildung D.2 zu finden. Als Geometrie wurde dabei das erdverlegte Kabel nach Abbildung 5.2, mit einer Oberfläche von $5,15 \times 5,15 \text{ m}^2$ betrachtet.

Bei erzwungener Konvektion hängt α_{th} nicht nur von der Fluidtemperatur (T_{Fluid}) oder der Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Fluid ($\Delta T_{Oberfläche-Fluid}$) ab, sondern auch vom Ort (x) und der Fluidgeschwindigkeit v_{Fluid} . Vereinfacht wurde daher nur der Ort über dem Kabel ($x = 5,15 \text{ m}$) betrachtet. Weitere Untersuchungen zeigen, dass der Wärmeübergangskoeffizient α_{th} nur eine geringe Abhängigkeit von $\Delta T_{Oberfläche-Fluid}$ aufweist, weshalb im Beispiel $\Delta T_{Oberfläche-Fluid} = 5^\circ\text{C}$ gewählt wurde.

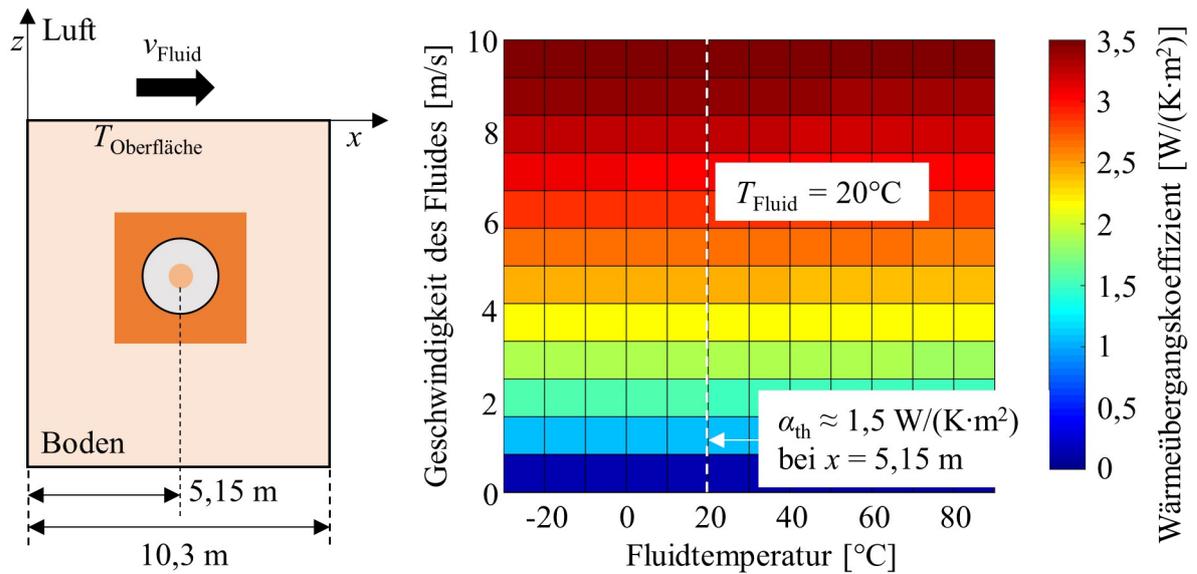


Abbildung D.1: Wärmeübergangskoeffizient α_{th} bei erzwungener laminarer Plattenströmung, in Abhängigkeit der Fluidtemperatur und -geschwindigkeit, bei $x = 5,15$ m (Luft) [Herwig und Moschallski, 2014].

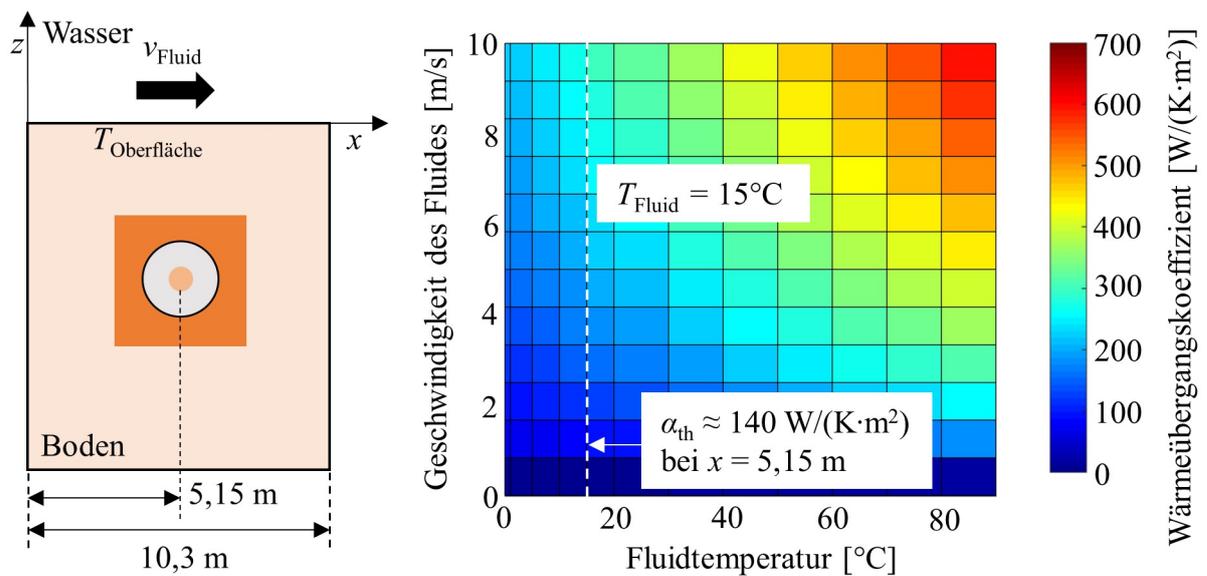


Abbildung D.2: Wärmeübergangskoeffizient α_{th} bei erzwungener laminarer Plattenströmung, in Abhängigkeit der Fluidtemperatur und -geschwindigkeit, bei $x = 5,15$ m (Wasser) [Herwig und Moschallski, 2014].