

Anwendung feldtheoretischer Verfahren zur Bestimmung der Kanalkapazität von MIMO-Systemen

Vom Fachbereich Elektrotechnik, Informationstechnik, Medientechnik
der Bergischen Universität Wuppertal
genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor-Ingenieurs

von
Dipl.-Ing. Hervé Ndoumbè Mbonjo Mbonjo
aus
Douala

Dissertation eingereicht am : 30.04.2007
Tag der mündlichen Prüfung : 13.07.2007
Referent : Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen
Korreferent : Prof. Dr.-Ing. Heinz Chaloupka

Die Dissertation kann wie folgt zitiert werden:

urn:nbn:de:hbz:468-20070816

[<http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn%3Anbn%3Ade%3Ahbz%3A468-20070816>]

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Tabellenverzeichnis	ix
Abkürzungs- und Symbolverzeichnis	x
1 Einleitung	1
2 MIMO-Systeme	5
2.1 Einleitung	5
2.2 Funktionsprinzip von MIMO-Systemen	5
2.3 MIMO-Systemgleichung, Kanalübertragungsmatrix	7
2.4 Singulärwertzerlegung der Kanalübertragungsmatrix	9
2.5 Stochastische Modellierung der MIMO-Kanalübertragungsmatrix	10
2.6 MIMO-Kanalkapazität	11
2.6.1 Allgemeine Gleichung	11

INHALTSVERZEICHNIS

2.6.2	Kanalkapazität bei nicht vorhandener Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite	12
2.6.3	Kanalkapazität bei vorhandener Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite: Optimierung der Kanalkapazität, Waterfilling-Algorithmus	13
2.6.4	Stochastische Beschreibung der MIMO-Kanalkapazität	14
2.6.5	Kanalkapazität und Normierung der Kanalübertragungsmatrix	15
2.6.6	Numerisches Beispiel	15
3	Netzwerktheoretische Beschreibung von MIMO-Systemen	18
3.1	Einleitung	18
3.2	Das Netzwerk-Ersatzschaltbild eines MIMO-Systems	19
3.3	Bestimmung der MIMO-Kanalübertragungsmatrix	22
3.4	MIMO-Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix	23
3.5	MIMO-Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix ohne Berücksichtigung der Nahfeldverkopplung	24
3.6	Kanalmodell zur Beurteilung des Einflusses der Nahfeldverkopplungen auf die Übertragungsstrecke	25
3.7	Leistungsbetrachtungen in MIMO-Systemen	29
3.7.1	Definitionsgleichungen für die verfügbare Generatorleistung und für die Verbraucherleistung	30
3.7.2	Zusammenhang zwischen Generator- und Sendeantennenspannungen	31
3.7.3	Bestimmung der Verbraucherleistung eines SISO-Systems	32
3.7.4	Bestimmung der Verbraucherleistung eines 2×2 MIMO-Systems	34
3.7.5	Allgemeiner Fall: Verbraucherleistung eines $M \times N$ -MIMO-Systems	39
3.7.6	Mittlere Verbraucherleistung eines $M \times N$ -MIMO-Systems	41
3.8	Z-Matrix-Formulierung der MIMO-Kanalkapazität	41

3.9	Numerische Beispiele: Auswirkung der Z-Parameter auf die Kanalkapazität	43
4	Numerische Lösung des Feldproblems: Auswirkung des verwendeten feldtheoretischen Verfahrens auf das Ergebnis für die Kanalkapazität	50
4.1	Einleitung	50
4.2	Theoretische Grundlagen	50
4.3	Reziprozitätstheorem/Reziprozitätssatz	54
4.4	Bestimmung der Koppelimpedanzen von (Antennen)-Mehrtoren durch Anwendung des Reziprozitätssatzes	56
4.5	Numerische Bestimmung der Koppelimpedanzen	57
4.5.1	Numerische Lösung mit dem MOM-Verfahren	57
4.5.2	Numerische Lösung mit dem FDTD-Verfahren	60
4.5.3	Numerische Lösung, verknüpft mit strahlenoptischen Verfahren	62
4.6	Numerische Ergebnisse: 2×2 -MIMO-System aus Dipolantennen im Freiraum	71
5	Anwendungsbeispiele der entwickelten Verfahren	89
5.1	Einleitung	89
5.2	Einfluss der Anordnung von Streukörpern in der Umgebung der Antennengruppen auf die Kanalkapazität von MIMO-Systemen aus $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen	90
5.2.1	Anordnung von Streukörpern quer zur Sichtverbindung zwischen Sende- und Empfangsantennen	90
5.2.2	Ringförmige Anordnung der Streukörper um die Empfangsantennengruppe	101
5.3	Berechnung der Kanalkapazität in einer komplexen Umgebung	104
5.4	Berechnungen der Kanalkapazität mit komplex aufgebauten Antennengruppen in einer komplexen Umgebung	110

6 Zusammenfassung

116

Abbildungsverzeichnis

2.1	Übertragungsschema eines $M \times N$ -MIMO-Systems	6
2.2	Aufbau der Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} eines 2×2 MIMO-Systems.	8
2.3	Ergodische Kanalkapazität eines 2×2 -, 3×3 - und 4×4 - MIMO-Systems	16
2.4	Kanalkapazitätsgewinn der Waterfilling-Lösung	17
3.1	Ersatzschaltbild eines MIMO-Systems	19
3.2	Schematische Darstellung des Einflusses der Nahfeldverkopplung . .	28
3.3	Anordnung zur Definition der verfügbaren Generatorleistung	30
3.4	Anordnung zur Definition der Verbraucherleistung	31
3.5	Ersatzschaltbild eines SISO-Systems	32
3.6	Ersatzschaltbild eines 2×2 -MIMO-Systems	34
3.7	Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von Φ	46
3.8	Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von Φ	49
4.1	Dünndraht- und Flachdraht Modelle einer Dipolantenne mit Teilberei- chen (TB)	58

4.2	Örtliche Anordnung der Feldkomponenten in einer Gitterzelle eines FDTD-Lösungsgebiets	61
4.3	Konzept zur Berechnung der Koppelimpedanzen eines MIMO-Systems	62
4.4	Zur Bestimmung der Fernfeldkoppelimpedanzen: Definition der Ortsvektoren $\mathbf{r}_{T,0}$, $\mathbf{r}_{R,0}$, \mathbf{r}_i und \mathbf{r}_j	64
4.5	Konfiguration A: Geometrische Anordnung der Struktur	72
4.6	Konfiguration B: Geometrische Anordnung der Struktur	72
4.7	Konfiguration C: Geometrische Anordnung der Struktur	73
4.8	Verlauf von $(Z_{11} - Z_{12})$ und $(Z_{11} + Z_{12})$ für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung	75
4.9	Verlauf von (Z_{14}/Z_{13}) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung . .	76
4.10	Verlauf der Kanalkapazität ($\mathbf{Z}_g = \mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung	77
4.11	Verlauf von $(Z_{11} - Z_{12})$ und $(Z_{11} + Z_{12})$ für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung	78
4.12	Verlauf von (Z_{14}/Z_{13}) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung . .	78
4.13	Verlauf der Kanalkapazität ($\mathbf{Z}_g = \mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung	79
4.14	Verlauf von $(Z_{11} - Z_{12})$ und $(Z_{11} + Z_{12})$ für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung	80
4.15	Verlauf von (Z_{14}/Z_{13}) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung . .	82
4.16	Verlauf der Kanalkapazität ($\mathbf{Z}_g = \mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung	83
4.17	Verläufe der Beträge (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.6 dargestellte Anordnung	84
4.18	Verläufe der Phasenunterschiede (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.6 dargestellte Anordnung	85
4.19	Verlauf der Kanalkapazität ($\mathbf{Z}_g = \mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.6 dargestellte Anordnung	86

4.20	Verläufe der Beträge (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.7 dargestellte Anordnung	87
4.21	Verläufe der Phasenunterschiede (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.7 dargestellte Anordnung	87
4.22	Verlauf der Kanalkapazität ($Z_g = Z_L = 50\Omega I_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.7 dargestellte Anordnung	88
5.1	Verwendete Antennengruppen für die untersuchten MIMO-Systeme .	91
5.2	Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 1 Streukörper. $f = 2$ GHz	93
5.3	Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 2 Streukörpern. $f = 2$ GHz	93
5.4	Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 4 Streukörpern. $f = 2$ GHz	94
5.5	Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 6 Streukörpern. $f = 2$ GHz	94
5.6	Ausbreitungspfade für das Szenario aus Abb. 5.3	95
5.7	Kanalkapazität der MIMO-Systeme in Abhängigkeit von d	99
5.8	Phasenunterschied zwischen den Fernfeldkoppelimpedanzen des 2×2 -MIMO-Systems in Abhängigkeit von d	100
5.9	Modell zur Untersuchung des Einflusses von ringförmig um die Empfangsantennengruppe	102
5.10	Gemittelte Kanalkapazität in Abhängigkeit vom Radius R	103
5.11	Modell eines 9-räumigen Geschosses eines Gebäudes, Schnitt durch die Ebene $z = 2$ m. $f = 2,45$ GHz	104
5.12	Aufbau der Zwischenwände	105
5.13	Reflexionfaktor und Transmissionsfaktor der Zwischenwand	106
5.14	Ausbreitungspfade für eine Empfangsposition im Raum 1	107
5.15	Verteilung des Betrages der elektrischen Feldstärke	108

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

5.16	Abbildung einer PCMCIA-Steckkarte	110
5.17	Rechenmodell einer Computer-Steckkarte	111
5.18	Strahlungsdiagramm der in Abb. 5.17 dargestellten Antennenstruktur .	112
5.19	Ausbreitungsszenario	113
5.20	Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von D_y	115

Tabellenverzeichnis

5.1	Kanalkapazität des 2×2 -, des 3×3 - und des 4×4 -MIMO-Systems für den LOS-Ausbreitungspfad	96
5.2	Kanalkapazität des 2×2 -, des 3×3 - und des 4×4 -MIMO-Systems für die Szenarien aus Abb. 5.2 bis Abb. 5.5	96
5.3	Die berechneten Kanalkapazitäten des 4×4 MIMO-Systems für die Szenarien aus Abb. 5.2 bis Abb. 5.5	98
5.4	Materialparameter der Zwischenwände ($f = 2,45$ GHz)	105
5.5	Gemittelte Kanalkapazität des 2×2 -MIMO-Systems für Empfangspositionen im Raum 1	109
5.6	Kanalkapazität des 2×2 -MIMO-Systems für das in Abb. 5.19 dargestellte Szenario	114

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

$\arg(\)$	Argument einer komplexen Zahl
b	MOM-Flachdraht-Breite
bps	bit/s
C	Kanalkapazität
d	Einzelantennenabstand
det	Determinante
\mathbf{E}	Vektor der elektrischen Feldstärke
$E[\]$	Erwartungswert
f	Frequenz
FDTD	Finite Difference Time Domain
$\vec{\vec{G}}_J^E$	dyadische Green'sche Funktion des elektrischen Feldes elektrischer Stromdichteverteilungen
h	Kanalübertragungskoeffizient
\mathbf{H}	Kanalübertragungsmatrix
i	Zählindex der Antennentore
\mathbf{i}_r	Vektor der Ströme an den N Empfangsantennentoren
\mathbf{i}_t	Vektor der Ströme an den M Sendeantennentoren

ABKÜRZUNGS- UND SYMBOLVERZEICHNIS

$\text{Im}(\)$	Imaginärteil
\mathbf{I}_N	Einheitsmatrix der Dimension N
j	Zählindex der Antennenore
\mathbf{J}	Vektor der elektrischen Stromdichte
\hat{J}	Entwicklungskoeffizient der Basisfunktionen
k	Wellenzahl
\log_2	Logarithmus Dualis
m	Zählindex der Sendeantennentore
\max	Maximum
\min	Minimum
M	Anzahl der Sendeantennentore
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MOM	Momentenmethode (<i>engl.</i> Method of Moments)
n	Zählindex der Empfangsantennentore
\mathbf{n}	Rauschsignalvektor
N	Anzahl der Empfangsantennentore
p	Zählindex der Basisfunktionen
P	Anzahl der Basisfunktionen
P_0	verfügbare Generatorleistung
$\overline{P_0}$	mittlere verfügbare Generatorleistung
$P_{0,i}$	verfügbare Generatorleistung am Tor i
P_L	Verbraucherleistung
$P_{L,i}$	Verbraucherleistung am Tor i
P_n	Rauschleistung
P_T	gesamte Sendeleistung
q	Zählindex der Testfunktionen
Q	Anzahl der Testfunktionen
r	MOM-Dünndraht-Radius
\mathbf{r}	Ortsvektor

ABKÜRZUNGS- UND SYMBOLVERZEICHNIS

$\mathbf{r}_{R,0}$	Ursprung des lokalen Koordinatensystems zur Beschreibung der Empfangsantenne
$\mathbf{r}_{T,0}$	Ursprung des lokalen Koordinatensystems zur Beschreibung der Sendeantenne
$\text{Re}(\)$	Realteil
SISO	Single Input Single Output
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis (<i>engl.</i> Signal-to-Noise-Ratio)
t	Zeit
$\text{Tr}(\)$	Spur einer Matrix (<i>engl.</i> trace)
\mathbf{u}_g	Spannungsvektor an den M Generatoren
\mathbf{u}_r	Spannungsvektor an den N Empfangsantennentoren
\mathbf{u}_t	Spannungsvektor an den M Sendeantennentoren
V	Volumen
\mathbf{x}	Sendesignalvektor
\mathbf{y}	Empfangssignalvektor
\mathbf{Z}	Impedanzmatrix
\mathbf{Z}_r	Koppelimpedanzmatrix der Empfangsantennengruppe
\mathbf{Z}_t	Koppelimpedanzmatrix der Sendeantennengruppe
\mathbf{Z}_g	Matrix der Generatorinnenwiderstände auf der Sendeseite
\mathbf{Z}_L	Matrix der Abschlusswiderstände auf der Empfangsseite
\mathbf{Z}_{rt}	Koppelimpedanzmatrix zwischen Empfangs- und Sendeantennentoren
\mathbf{Z}_{tr}	Koppelimpedanzmatrix zwischen Sende- und Empfangsantennentoren
$\tilde{\mathbf{Z}}$	MOM-Koppelimpedanzmatrix
Z_F	Feldwellenwiderstand
Z_{ji}	Koppelimpedanz zwischen Tor i und Tor j
α	vektorielle Testfunktion
β	vektorielle Basisfunktion
δ	Dirac'sche δ -Funktion
ε	Dielektrizitätskonstante
Φ	Phasenunterschied

ABKÜRZUNGS- UND SYMBOLVERZEICHNIS

φ_R	Einfallswinkel der Ausbreitungspfade am Ort der Empfangsantenne
ϑ^e	Einfallswinkel gegen die lokale Flächennormale
λ	Wellenlänge
μ	Permeabilitätskonstante
ω	Kreisfrequenz $2\pi f$
∇	Nabla, Gradient
$\nabla \cdot$	Divergenz
$\nabla \times$	Rotation
$()^T$	transponiert
$()^*$	konjugiert komplex
$()^H$	konjugiert komplex transponiert

KAPITEL 1

Einleitung

Der stetig steigende Bedarf an drahtlosen Multimedia-Diensten erfordert zur Bewältigung der dadurch zustandekommenden hohen Datenmengen immer größere Übertragungsraten. Deren Steigerung durch Vergrößerung der Frequenzbandbreite ist aufgrund des knappen und deshalb teuren verfügbaren Frequenzspektrums nur begrenzt möglich. Eine prinzipiell ebenfalls mögliche Erhöhung der Übertragungsraten durch Erhöhung der Sendeleistung ist u.a. aus Gründen elektromagnetischer Verträglichkeit kaum realisierbar. Es wird daher seit Jahren an Verfahren bzw. Technologien zur effizienteren Ausnutzung der knappen verfügbaren Ressourcen (Bandbreite, Sendeleistung) gearbeitet.

Der Einsatz von Mehrantennen [1–3] hat sich dabei als vorteilhaft herausgestellt. Sie können beispielweise in den Basisstationen von Mobilfunksystemen zur Vermeidung von Mehrfachzugriffs-Interferenzen und/oder Gleichkanal-Interferenzen eingesetzt werden [4–8, 11]. Dabei werden durch eine gezielte Beeinflussung ihrer Richtcharakteristik, meist in digitaler Form, Störsignale ausgeblendet oder verschiedene Hauptstrahl- und Hauptempfangsrichtungen parallel und unabhängig voneinander zur

Verfügung gestellt. Diese Vorgehensweise ist auch unter dem Begriff digitale Keulenformung (*engl.* digital beam forming) bekannt [9, 10]. Mehrtorantennen werden auch zur Verbesserung der Übertragungsqualität in Empfangs-Diversity-Verfahren eingesetzt [5, 7]. Diese Verbesserung beruht auf der Überwindung der durch Fading-Effekte im Ausbreitungskanal verursachten Einbrüche von Empfangssignalpegeln. Winters [12] belegt, dass durch den Einsatz von Mehrtorantennen auf jeder Seite der Übertragungstrecke höhere Kanalkapazitäten als bei Übertragungssystemen mit je einer Antenne erreicht werden können. In [13, 14] wird gezeigt, dass dieser Kanalkapazitätsgewinn unter bestimmten Voraussetzungen linear mit der Anzahl der verwendeten Antennen ansteigen kann, was bei unveränderten Bandbreite-Anforderungen zu einer wesentlichen Steigerung der Kanalkapazität gegenüber Übertragungssystemen mit je einer Antenne führen kann. Dies hat ein großes wissenschaftliches Interesse geweckt, das sich in einer sehr großen Anzahl von Beiträgen zu dieser Thematik widerspiegelt. Die Mehrzahl dieser Veröffentlichungen beruht auf informationstheoretischen Untersuchungen zur Charakterisierung der Kanalkapazität solcher als Multiple Input Multiple Output (MIMO)-Systeme bezeichneten Übertragungssysteme, z.B. [15–20]. In diesen Arbeiten wird der Einfluss der elektromagnetischen Eigenschaften der Mehrtorantennen (Strahlungsverhalten, Strahlungskopplung, Anpassung) und der physikalischen Gegebenheiten des Ausbreitungskanals meist nicht berücksichtigt. Diese stellen jedoch offensichtlich eine wichtige Grundlage zum Verständnis der Leistungsfähigkeit von MIMO-Systemen dar, da dadurch Kenntnisse des Zusammenhangs zwischen der erzielbaren Kanalkapazität und den die Übertragung wesentlich mitbestimmenden Eigenschaften der Antennen und des Ausbreitungskanals gewonnen werden können. Diese Aspekte werden in der gegenwärtigen wissenschaftlichen Diskussion untersucht. Einige Teilaspekte des Einflusses der Antenneneigenschaften auf die Kanalkapazität, insbesondere der der Strahlungskopplung, werden beispielweise in [21–24, 41] untersucht. Weiterhin werden in [25–27] die Möglichkeiten der Steigerung der Übertragungsrate durch Verwendung verschiedener Polarisierungen der Strahlungsfelder der Antennen erörtert. In [40, 43] sind Konzepte für so genannte Multimodeantennen für

den MIMO-Betrieb vorgeschlagen.

Die Untersuchung dieser Gesichtspunkte ist Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit, wobei insbesondere auf die Anwendung feldtheoretischer Verfahren bei der Bestimmung der Kanalkapazität näher eingegangen wird. Dazu werden, ausgehend von einem auf Z-Parametern basierenden netzwerktheoretischen Modell, zunächst MIMO-Übertragungstrecken beschrieben. Anschließend werden verschiedene feldtheoretische Berechnungsverfahren auf ihre Eignung zur Bestimmung der Z-Parameter und demzufolge der Kanalkapazität für einige Klassen von Szenarien untersucht.

Im Kapitel 2 findet sich eine kurze Übersicht über MIMO-Systeme. Zunächst wird deren Funktionsprinzip erläutert. Anschließend werden die für die vorliegende Arbeit relevanten informationstheoretischen Grundlagen aufgeführt. Insbesondere wird auf die Bestimmung der Kanalkapazität nach Shannon [28] als Bewertungsmaß für die Leistungsfähigkeit von MIMO-Systemen eingegangen.

Das Kapitel 3 beinhaltet das zugrundegelegte netzwerktheoretische Modell zur Beschreibung der Übertragungstrecke. Das MIMO-System wird als ein eingangs- und ausgangsseitig beschaltetes Mehrtor modelliert, dessen Verhalten durch seine Z-Parameter und die vorgegebene Beschaltung beschrieben wird. Darauf aufbauend wird die Leistungsbilanz der gesamten Übertragungstrecke aufgestellt. Anschließend wird die Auswirkung einzelner oder in Gruppen zusammengefasster Z-Parameter des Mehrtors auf die Kanalkapazität untersucht.

Im Kapitel 4 wird die feldtheoretische Bestimmung der Z-Parameter behandelt. Dazu werden die folgenden Berechnungsverfahren vorgestellt: Das FDTD-, das MOM-, das MOM-Strahlenoptik- und das FDTD-Strahlenoptik-Verfahren. Insbesondere wird herausgearbeitet, welche Konfigurationen mit diesen Verfahren berechnet werden können. Aufgrund der unterschiedlichen Modellierung des vorliegenden Feldproblems können diese Verfahren zu unterschiedlichen Ergebnissen für die Z-Parameter und demzufolge für die Kanalkapazität führen. Ein besonderes Augenmerk wird deshalb auf die Auswirkung solcher eventuell auftretenden Unterschiede auf die Lösung für die Kanalkapazität gelegt.

KAPITEL 1. EINLEITUNG

Im Kapitel 5 werden exemplarisch Berechnungsergebnisse einiger Konfigurationen gezeigt.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung im Kapitel 6 ab.

KAPITEL 2

MIMO-Systeme

2.1 Einleitung

In diesem Kapitel der Arbeit werden die grundlegenden Prinzipien von MIMO-Systemen, auf denen diese Arbeit basiert, erläutert. Es wird zunächst ein Überblick über das Funktionsprinzip von MIMO-Systemen vermittelt. Anschließend werden, im Wesentlichen auf der Basis von [29], die für die vorliegende Arbeit relevanten informations- und systemtheoretischen Grundlagen und Zusammenhänge von MIMO-Systemen dargestellt.

2.2 Funktionsprinzip von MIMO-Systemen

Ein MIMO-System ist ein Nachrichten-Übertragungssystem, das über $M(M > 1)$ Tore (Eingangsklemmenpaare) auf der Sende- und $N(N > 1)$ Tore (Ausgangsklemmenpaare) auf der Empfangsseite für die Nachrichtenübertragung verfügt. Ein solches System wird als $M \times N$ -MIMO-System bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit wer-

den MIMO-Systeme betrachtet, bei denen die Übertragung drahtlos erfolgt. Es werden deshalb $M(M > 1)$ Antennen auf der Sende- und $N(N > 1)$ Antennen auf der Empfangsseite eingesetzt, die nicht zwingend als Einzelantennen realisiert sein müssen [2]. In der folgenden Darstellung wird die Terminologie der klassischen Vorgehensweise mit $M \times N$ Einzelantennen verwendet, wobei die Ausführungen auch für nicht voneinander getrennte Einzelantennen gültig sind. Das Übertragungsschema eines solchen Systems ist in Abb. 2.1 dargestellt.

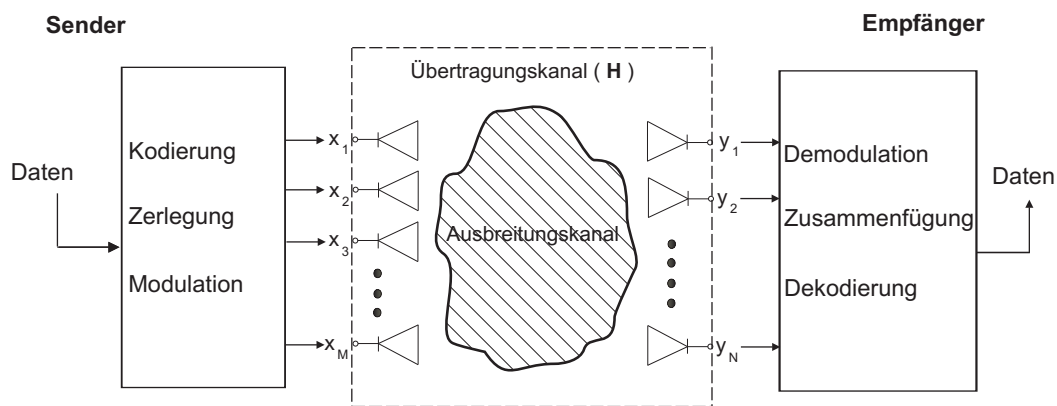


Abbildung 2.1: Übertragungsschema eines $M \times N$ -MIMO-Systems

In Abb. 2.1 bezeichnet der Ausbreitungskanal das physikalische Medium für die Übertragung. Der Übertragungskanal schließt zusätzlich zum Ausbreitungskanal die Antennen auf der Sende- und auf der Empfangsseite mit ein. Die MIMO-Übertragung findet wie folgt [1, 30] statt: Auf der Sendeseite wird der Eingangsdatenstrom zunächst kodiert und anschließend in M parallele Signale zerlegt. Diese M Signale werden dann nach der Modulation über die M Sendeantennen gleichzeitig über den Ausbreitungskanal gesendet. Auf der Empfangsseite werden die N parallel empfangenen Signale zunächst demoduliert und zu einem seriellen Datenstrom zusammengefügt, woraus anschließend nach entsprechender Dekodierung der Ausgangsdatenstrom zurückgewonnen wird. Charakteristisch für ein $M \times N$ -MIMO-System ist die Zuordnung der

M Sende- und N Empfangssignale zu den M Toren auf der Sende- und N Toren auf der Empfangsseite.

2.3 MIMO-Systemgleichung, Kanalübertragungsmatrix

Der Ausbreitungskanal sei linear und zeitvariant. Ein $M \times N$ -MIMO-System kann dann als ein lineares zeitvariantes System mit $M \times N$ zeitvarianten Übertragungsfunktionen $h_{nm}(f, t)$ ($n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M$) zwischen den M -Sende- und den N -Empfangssignalen modelliert werden. Fasst man diese Übertragungsfunktionen in einer Matrix $\mathbf{H}(f, t)$

$$\mathbf{H}(f, t) = \begin{pmatrix} h_{11}(f, t) & h_{12}(f, t) & \cdots & h_{1M}(f, t) \\ h_{21}(f, t) & h_{22}(f, t) & \cdots & h_{2M}(f, t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N1}(f, t) & h_{N2}(f, t) & \cdots & h_{NM}(f, t) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

zusammen, so erhält man zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens eines $M \times N$ -MIMO-Systems die folgende Gleichung

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{H}(f, t)\mathbf{x}(f) + \mathbf{n}(f). \quad (2.2)$$

In (2.2) bezeichnen:

- $\mathbf{H}(f, t)$ die zeitvariante MIMO-Kanalübertragungsmatrix,
- $\mathbf{x}(f) = [x_1(f), x_2(f), \dots, x_M(f)]^T$ den $M \times 1$ Sendesignalvektor,
- $\mathbf{y}(f) = [y_1(f), y_2(f), \dots, y_N(f)]^T$ den $N \times 1$ Empfangssignalvektor und
- $\mathbf{n}(f) = [n_1(f), n_2(f), \dots, n_N(f)]^T$ den $N \times 1$ additiven Rauschsignalvektor an den Empfangsantennen.

Der Rauschsignalvektor $\mathbf{n}(f)$ setzt sich aus der Überlagerung von Signalen unterschiedlicher Rauschquellen (z.B. Rauschen im Ausbreitungskanal, Interferenzsignale

oder Rauschen an den Antennen) zusammen. Unter der Voraussetzung, dass die betrachtete Systembandbreite sehr viel kleiner als die Kohärenzbandbreite des vorliegenden Ausbreitungskanals und die Symbolperiode sehr viel kleiner als die Kohärenzzeit des Ausbreitungskanals ist, kann der Ausbreitungskanal als nahezu frequenz- und zeitunabhängig angenommen werden. Die $N \times M$ zeit- und frequenzabhängigen Übertragungsfunktionen $h_{nm}(f, t)$ gehen dann in $N \times M$ Kanalübertragungskoeffizienten h_{nm} über, d.h:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1M} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N1} & h_{N2} & \cdots & h_{NM} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

(2.2) spezialisiert sich für diesen Fall zu

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (2.4)$$

Der Eintrag h_{nm} ($n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M$) der Matrix \mathbf{H} in (2.3) beschreibt die Verbindung zwischen der m -ten Sende- und der n -ten Empfangsantenne. In Abb. 2.2

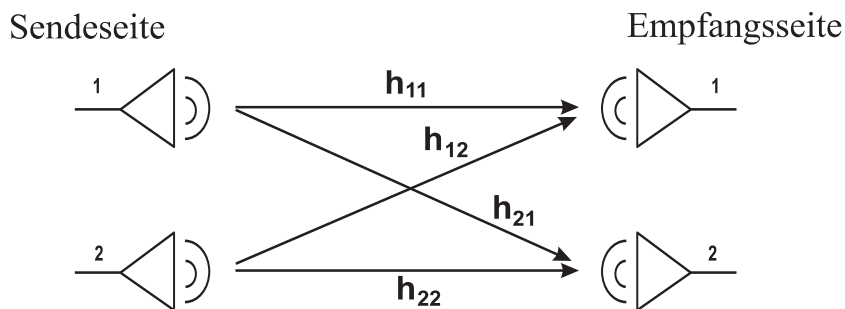


Abbildung 2.2: Aufbau der Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} eines 2×2 MIMO-Systems.

ist der Aufbau der Kanalübertragungsmatrix eines 2×2 -MIMO-Systems schematisch dargestellt.

2.4 Singulärwertzerlegung der Kanalübertragungsmatrix

Die Kanalübertragungsmatrix kann entsprechend

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^H \quad (2.5)$$

zerlegt werden [29], wobei \mathbf{U} und \mathbf{V} unitäre $N \times N$ - bzw. $M \times M$ -Matrizen sind. Es gilt somit:

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^H = \mathbf{I} \quad (2.6)$$

und

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^H = \mathbf{I}. \quad (2.7)$$

$\mathbf{\Sigma}$ in (2.5) ist eine $N \times M$ Diagonalmatrix, deren Eintragungen die Singulärwerte von \mathbf{H} sind, wobei

$$\text{diag}\{\mathbf{\Sigma}\} = \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_r, \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > \dots > \sigma_r > 0 \quad (2.8)$$

mit $r = \min(N, M)$ gilt. Falls die Matrix \mathbf{H} quadratisch ist, können ihre Singulärwerte mittels Eigenwertzerlegung (*engl.* eigenvalue decomposition) berechnet werden. Es gilt

$$\mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\Sigma}^H = \mathbf{\Psi}, \quad (2.9)$$

wobei die Diagonalmatrix $\mathbf{\Psi}$ die Eigenwerte der Matrix $\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^H$ enthält. Durch Auflösen von (2.5) erhält man

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{U}^H \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{V}. \quad (2.10)$$

Aus (2.10) ergibt sich, dass durch die Multiplikation der Unitärmatrizen \mathbf{U}^H und \mathbf{V} mit der Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} eine Diagonalmatrix $\mathbf{\Sigma}$ erzeugt werden kann. Die Anzahl r ($r = \min(M, N)$) der Einträge der Diagonalmatrix $\mathbf{\Sigma}$, die ungleich Null sind, ist gleich der Anzahl der Subkanäle. Dadurch wird der MIMO-Übertragungskanal in $r = \min(M, N)$ parallele SISO-Subkanäle zerlegt.

2.5 Stochastische Modellierung der MIMO-Kanalübertragungsmatrix

Eine große Anzahl von veröffentlichten informations- und systemtheoretischen Untersuchungen zur Charakterisierung der Leistungsfähigkeit von MIMO-Systemen, insbesondere ihrer Kanalkapazität, wie beispielweise [13, 14], beruht auf einer stochastischen Modellierung der Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} , da dadurch eine globalere Beurteilung der Leistungsfähigkeit eines MIMO-Systems erreicht wird. Das identically independent distributed (i.i.d.)- Kanalmodell [29] stellt dabei das einfachste Modell dar. Bei diesem Modell werden die Einträge der Kanalübertragungsmatrix als unkorreliert und unabhängig voneinander Gauß-verteilte Zufallsvariablen gleicher Varianz modelliert. Als notwendige Bedingungen für die Gültigkeit dieses Modells werden eine Ausbreitungsumgebung mit einer Vielzahl an Ausbreitungspfaden (so genanntes rich scattering) sowie große Antennenabstände vorausgesetzt [29]. Die Antenneneigenschaften (z.B. Strahlungsdiagramme, Eingangsimpedanzen) bleiben hierbei unberücksichtigt. Anhand des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Kanalmodells wird im Kapitel 3 gezeigt, dass die Antenneneigenschaften die Kanalübertragungsmatrix wesentlich mitbestimmen.

Fortgeschrittene stochastische Kanalmodelle berücksichtigen hingegen die Korrelationseigenschaften der Kanalübertragungsmatrix, die Kanalkorrelationen. Diese Korrelationseigenschaften geben die Ähnlichkeit zwischen den Eintragungen der Kanalübertragungsmatrix an. Als Bewertungsmaß für diese Korrelationseigenschaften werden die komplexen Korrelationskoeffizienten [33]

$$\rho_{ij,kl} = \frac{E[h_{ij}h_{kl}^*]}{\sqrt{E[|h_{ij}|^2]E[|h_{kl}|^2]}} \quad (2.11)$$

mit $i = 1..M$, $j = 1..N$, $k = 1..M$, $l = 1..N$ zwischen allen Kanalübertragungskoeffizienten verwendet, die in der Matrix

$$\mathbf{R}_H = E[\text{vec}(\mathbf{H})\text{vec}(\mathbf{H})^H] \quad (2.12)$$

zusammengefasst werden [29]. In (2.12) bezeichnen $\text{vec}(\cdot)$ den Spalten-Stapelungs- und E den Erwartungswert-Operator. Die Matrix \mathbf{R}_H hat die Dimension $(MN \times MN)$.

Die Korrelationsmatrix \mathbf{R}_H des i.i.d. Kanalmodells besitzt eine Diagonalform.

Bei dem so genannten Kronecker-Kanalmodell [29, 31, 32] werden die Kanalkorrelationen berücksichtigt, indem die Kanalübertragungsmatrix wie folgt modifiziert wird:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_t^{1/2}. \quad (2.13)$$

Die Matrizen $\mathbf{R}_r^{1/2}$ und $\mathbf{R}_t^{1/2}$ in (2.13) beinhalten die Korrelationskoeffizienten für den Empfangs- und für den Sendefall, und \mathbf{H}_w bezeichnet die i.i.d.- Kanalübertragungsmatrix. Die Korrelationsmatrix \mathbf{R}_H dieses Kanalmodells ergibt sich mit

$$\mathbf{R}_H = \mathbf{R}_t^T \otimes \mathbf{R}_r \quad (2.14)$$

aus dem Kronecker-Produkt [34] der Matrizen \mathbf{R}_r und \mathbf{R}_t .

2.6 MIMO-Kanalkapazität

2.6.1 Allgemeine Gleichung

Ausgehend von (2.4) ist die Kanalkapazität eines MIMO-Systems nach [29] unter der Annahme, dass keine Interferenz im Ausbreitungskanal auftritt, gegeben durch:

$$C = \max_{\text{Tr}(\mathbf{R}_{xx})=P_T} \log_2 \left(\frac{\det \left(\overbrace{\mathbf{H}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}^H + P_n\mathbf{I}_N}^{\mathbf{R}_{yy}} \right)}{\det(P_n\mathbf{I}_N)} \right). \quad (2.15)$$

Gleichung (2.15) lässt sich in

$$C = \max_{\text{Tr}(\mathbf{R}_{xx})=P_T} \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\mathbf{H}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}^H}{P_n} \right) \quad (2.16)$$

umschreiben. In (2.15) und (2.16) bezeichnen:

- $\text{Tr}(\cdot)$ den *trace*-Operator, der die Summe der Diagonalelemente einer Matrix angibt (oft auch als Spur einer Matrix bezeichnet)

- $\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$ die Kovarianzmatrix der Sendesignale \mathbf{x} , die als unabhängig voneinander Gauß-verteilt angenommen sind
- $\mathbf{R}_{yy} = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H]$ die Kovarianzmatrix der Empfangssignale \mathbf{y}
- \mathbf{I}_N eine Einheitsmatrix der Dimension N
- P_T die gesamte (Sende)-Leistung auf der Senderseite
- P_n die Rauschleistung an den Empfangsantennen auf der Empfangsseite

Nach (2.16) ist die für einen vorgegebenen Ausbreitungskanal maximal erzielbare Kanalkapazität durch die Verteilung der gesamten Sendeleistung auf die Sendeantennen bestimmt. Diese Verteilung ist durch die Kovarianzmatrix \mathbf{R}_{xx} des Sendesignalvektors \mathbf{x} gegeben. Die Wahl der Kovarianzmatrix \mathbf{R}_{xx} hängt im Wesentlichen von der Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite ab.

2.6.2 Kanalkapazität bei nicht vorhandener Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite

Bei nicht vorhandener Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite wird die gesamte Sendeleistung gleichmäßig auf alle Sendeantennen verteilt, d.h. $\mathbf{R}_{xx} = \frac{P_T}{M} \mathbf{I}_M$. (2.16) ergibt sich für diesen Fall zu [29]

$$C = \log_2 \left(\det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\rho}{M} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^H \right) \right) \quad (2.17)$$

mit

$$\rho = \frac{P_T}{P_n} \quad (2.18)$$

als SNR.

2.6.3 Kanalkapazität bei vorhandener Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite: Optimierung der Kanalkapazität, Waterfilling-Algorithmus

Sind jedoch die Kanaleigenschaften auf der Sendeseite bekannt, dann kann die Kanalkapazität durch Aufteilung des Kanals in mehrere orthogonale Subkanäle mit anschließender Verbesserung des SNR der einzelnen Subkanäle durch Anwendung des Waterfilling-Algorithmus [29] erhöht werden. Diese Aufteilung des Übertragungskanals kann durch die Diagonalisierung der Kanalübertragungsmatrix mit der im Abschnitt 2.4 erläuterten Singulärwertzerlegung charakterisiert werden.

Der Waterfilling-Algorithmus dient der optimalen Verteilung der gesamten Sendeleistung auf die einzelnen Subkanäle. Durch die damit erzielte Verbesserung des SNR kann die Kanalkapazität erhöht werden. Die Verbesserung des SNR lässt sich durch die Multiplikation der Sendeleistung der einzelnen Subkanäle mit den Leistungsverstärkungsfaktoren γ_i bestimmen. Diese können wie folgt berechnet werden [29]:

$$\gamma_i = \left[\mu - \frac{M}{\rho} \cdot \frac{1}{\sigma_i^2} \right]^+, i = 1, 2, \dots, r - p + 1, \quad (2.19)$$

wobei

$$\mu = \frac{M}{r - p + 1} \cdot \left[1 + \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^{r-p+1} \frac{1}{\sigma_i^2} \right] \quad (2.20)$$

mit

$$\sum_{i=1}^r \gamma_i = M \quad (2.21)$$

gilt. Das hochgestellte “+“ -Zeichen in (2.19) deutet an, dass nur positive Werte der γ_i erlaubt sind, d.h. $\gamma_i > 0$. Andernfalls werden die γ_i zu Null gesetzt. (2.20) nennt man Waterfilling-Algorithmus. (2.19) und (2.20) sind iterativ zu lösen, wobei p der Iterationsschritt ist mit dem Anfangswert $p = 1$. $\frac{1}{\sigma_i}$ bedeutet physikalisch die Übertragungsdämpfung des i -ten Subkanals. Für diesen Fall spezialisiert sich (2.17) mit Hilfe

von (2.19) und (2.20) unter Berücksichtigung von (2.21) zu

$$C_{wf} = \sum_{i=1}^r \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M} \cdot \sigma_i^2 \cdot \gamma_i \right). \quad (2.22)$$

Bei Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite ergibt sich die Kanalkapazität aus der Summation der Kanalkapazitäten der einzelnen Subkanäle. Der Leistungsverstärkungsfaktor γ_i des i -ten Subkanals lässt sich aus dem Waterfilling-Algorithmus berechnen. Der Subkanal mit schwächerer Dämpfung bzw. größerem Singulärwert erhält einen größeren Leistungsverstärkungsfaktor als ein Subkanal mit stärkerer Dämpfung bzw. kleinerem Singulärwert. Dadurch wird für einen Subkanal mit geringer Dämpfung die Sendeleistung erhöht, wodurch sich der Signal-Rausch-Abstand für diesen Subkanal verbessert. Im Gegensatz dazu werden Subkanäle mit stärkerer Dämpfung nicht bevorzugt für die Übertragung der Informationen verwendet.

2.6.4 Stochastische Beschreibung der MIMO-Kanalkapazität

Wie im Abschnitt 2.5 erläutert, werden zur Charakterisierung der Leistungsfähigkeit von MIMO-Systemen stochastische Modelle der Kanalübertragungsmatrix herangezogen. Die Kanalkapazität ist folglich bei dieser Modellierung ebenfalls eine stochastische Größe, deren Kennwerte häufig angegeben werden. Als Beispiel für einen solchen Kennwert wird an dieser Stelle die ergodische Kanalkapazität [29] \bar{C} genannt,

$$\bar{C} = E[C(\mathbf{H})] = E[\log_2 \left(\det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\rho}{M} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^H \right) \right)], \quad (2.23)$$

die den Erwartungswert der Kanalkapazität bei sich zeitlich schnell ändernden Ausbreitungskanälen (*engl.* fast fading) angibt. Die Abhängigkeit dieses stochastischen Kennwerts von der Kanalübertragungsmatrix ist in (2.23) kenntlich gemacht. Zeitlich sich ändernde Ausbreitungskanäle werden in Berechnungen mit dem Monte-Carlo-Prinzip nachgebildet, indem eine große Anzahl an Kanalübertragungsmatrizen zufällig generiert wird. Für den Erwartungswert der Kanalkapazität wird dann der Mittelwert angegeben.

2.6.5 Kanalkapazität und Normierung der Kanalübertragungsmatrix

Der Betrag des h_{nm} -Eintrags der Kanalübertragungsmatrix gibt die Übertragungsdämpfung für die Verbindung zwischen n -ter Empfangsantenne und m -ter Sendeantenne an. Die Normierung der Kanalübertragungsmatrix auf eine mittlere Dämpfung sorgt dafür, dass der Einfluss des Übertragungskanals getrennt vom Einfluss des SNR auf die Kanalkapazität betrachtet werden kann. Eine solche Normierung auf eine mittlere Übertragungsdämpfung ist als Frobenius-Norm bekannt [29]. Sie ist durch die folgende Gleichung gegeben:

$$\|\mathbf{H}\|_F = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |h_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.24)$$

Die normierte Kanalübertragungsmatrix wird durch

$$\mathbf{H}_{norm} = \frac{\sqrt{M \cdot N}}{\|\mathbf{H}\|_F} \cdot \mathbf{H}. \quad (2.25)$$

beschrieben. Anhand dieser Normierung können die Kanalkapazitäten verschiedener MIMO-Übertragungsstrecken bei sonst gleichem SNR miteinander verglichen werden.

2.6.6 Numerisches Beispiel

In Abb. 2.3 ist die ergodische Kanalkapazität für eine Kanalübertragungsmatrix mit Gauß-verteiltern Einträgen in Abhängigkeit vom SNR für ein 2×2 -, 3×3 - und 4×4 -MIMO-System dargestellt, und zwar zum einen bei Kenntnis und zum anderen bei nicht vorhandener Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite. Für die Berechnungen sind für jedes der 3 MIMO-Systeme jeweils 300 Kanalübertragungsmatrizen zufällig generiert worden. Aus Abb. 2.3 ist ersichtlich, dass die Kanalkapazität mit steigendem SNR und zunehmender Anzahl der Tore ansteigt. Der Vergleich der Waterfilling-Lösung der Kanalkapazität mit der Lösung ohne Kenntnis der Eigenschaften der Übertragungsstrecke auf der Sendeseite zeigt, wie Abb. 2.4 zu entnehmen ist, dass bei hohem SNR keine wesentlichen Unterschiede zwischen beiden Lösungen

auftreten. Eine merkliche Erhöhung der Kanalkapazität ist bei Kenntnis der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite nur für niedrige Signal-Rausch-Abstände festzustellen.

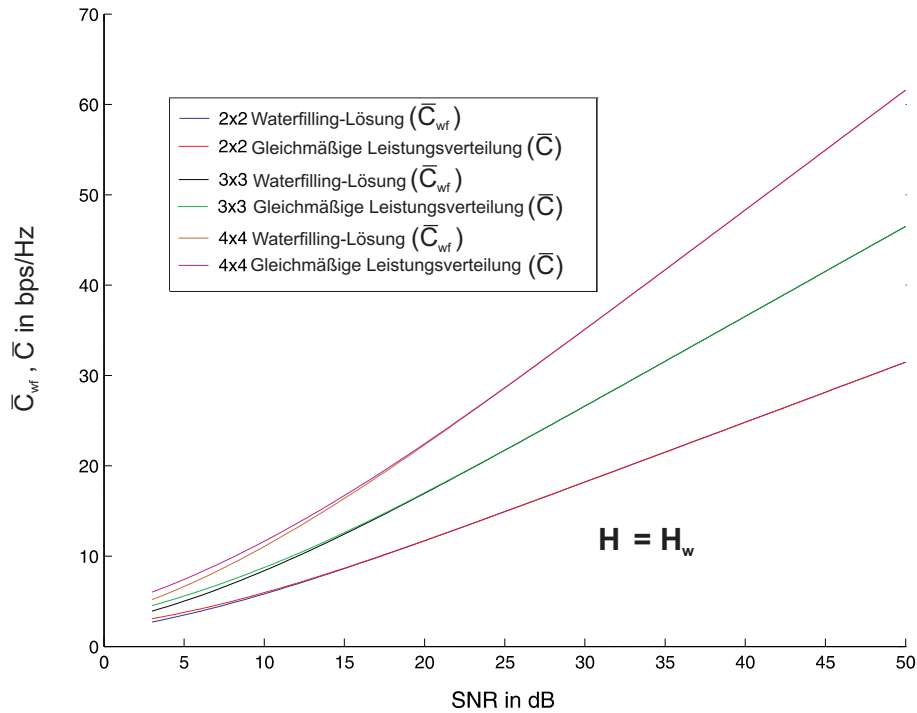


Abbildung 2.3: Ergodische Kanalkapazität eines 2×2 -, 3×3 - und 4×4 - MIMO-Systems mit i.i.d-Kanalübertragungsmatrizen H_w (s. Abschnitt 2.6) mit (\bar{C}_{wf}) und ohne Kenntnis (\bar{C}) der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite in Abhängigkeit vom SNR

Abb. 2.4 zeigt auch, dass der Gewinn durch den Waterfilling-Algorithmus bei niedrigeren SNR-Werten mit zunehmender Anzahl der Antennen steigt. So ergibt sich z.B. für $SNR = 5$ dB, dass sich die Kanalkapazität um 0,3 bps/Hz für ein 2×2 -MIMO-System, um 0,57 bps/Hz für ein 3×3 -MIMO-System und um 0,79 bps/Hz für ein 4×4 -MIMO-System erhöht gegenüber der MIMO-Kanalkapazität bei gleichverteilter Sendeleistung an allen Sendeantennen.

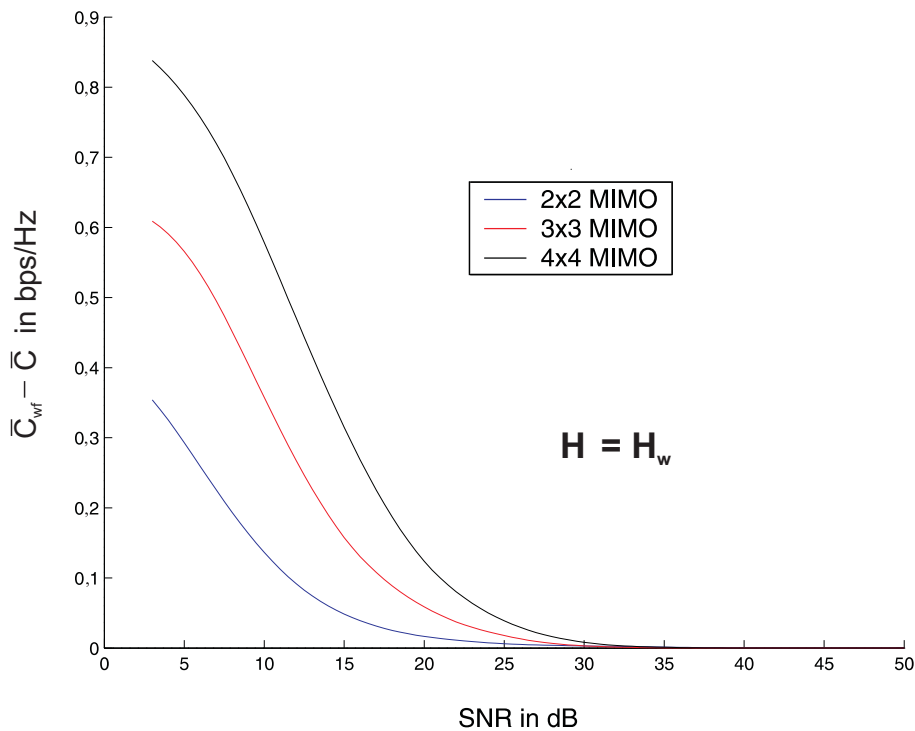


Abbildung 2.4: Kanalkapazitätsgewinn der Waterfilling-Lösung gegenüber der Kanalkapazität bei gleichverteilter Leistung auf der Sendeseite eines 2×2 -, 3×3 - und 4×4 - MIMO-Systems mit i.i.d-Kanalübertragungsmatrizen H_w in Abhängigkeit vom SNR

Der durch Anwendung des Waterfilling-Algorithmus erzielte Kanalkapazitätsgewinn ist stark abhängig vom Grad der Kenntnis der Eigenschaften der Übertragungsstrecke auf der Sendeseite. Diese Kenntnis ist jedoch z.B. bei Anwendungen mit mobilen Endgeräten aufgrund der zeitlichen Änderungen der Übertragungsstrecke oft nur unvollständig zu gewinnen. Aus diesem Grund stellt der im Abschnitt 2.6.2 behandelte Fall für die Kanalkapazität den für die Praxis relevanten Fall dar und wird daher für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit zugrundegelegt.

Netzwerktheoretische Beschreibung von MIMO-Systemen

3.1 Einleitung

In diesem Kapitel werden, ausgehend von einem vollständigen Ersatzschaltbild, MIMO-Systeme netzwerktheoretisch behandelt. Ein $M \times N$ -MIMO-System kann - wie im Abschnitt 2.2 erläutert - als ein Mehrtor mit $M + N$ -Toren bzw. $M + N$ -Klemmenpaaren betrachtet werden. Mehr Tore werden in der Netzwerktheorie häufig anhand ihrer Z- oder S-Parameter beschrieben, wobei sich die S- und Z-Parameter ineinander umrechnen lassen [35, 36]. Die Wahl der das Mehrtor beschreibenden Parameter (hier S- oder Z-Parameter) ist daher zunächst freigestellt. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Beschreibung des Mehrtors mit Z-Parametern verwendet, da für die feldtheoretische Lösung meist die Momentenmethode (*engl.* Method of Moments, abgekürzt MOM) [37] angewendet wird (s. Kapitel 4) und diese auf einer Beschreibung mit Hilfe von Koppelimpedanzen basiert. Netzwerktheoretische Beschreibungen von MIMO-Systemen auf

der Basis von S-Parametern sind beispielweise in [38, 39] zu finden.

Im Folgenden wird die Terminologie der Beschreibung von (drahtlosen) $M \times N$ - MIMO-Systemen mit $M \times N$ Einzelantennen verwendet. Folglich wird jeder Antenne des $M \times N$ -MIMO-Systems ein Tor bzw. ein Klemmenpaar zugewiesen, wobei den M Sendeantennen (Sendeantennengruppe) die M -Eingangsklemmenpaare und den N Empfangsantennen (Empfangsantennengruppe) die N -Ausgangsklemmenpaare zugeordnet werden.

3.2 Das Netzwerk-Ersatzschaltbild eines MIMO-Systems

Das MIMO-System kann dann durch das in Abb. 3.1 dargestellte vollständige Ersatzschaltbild beschrieben werden.

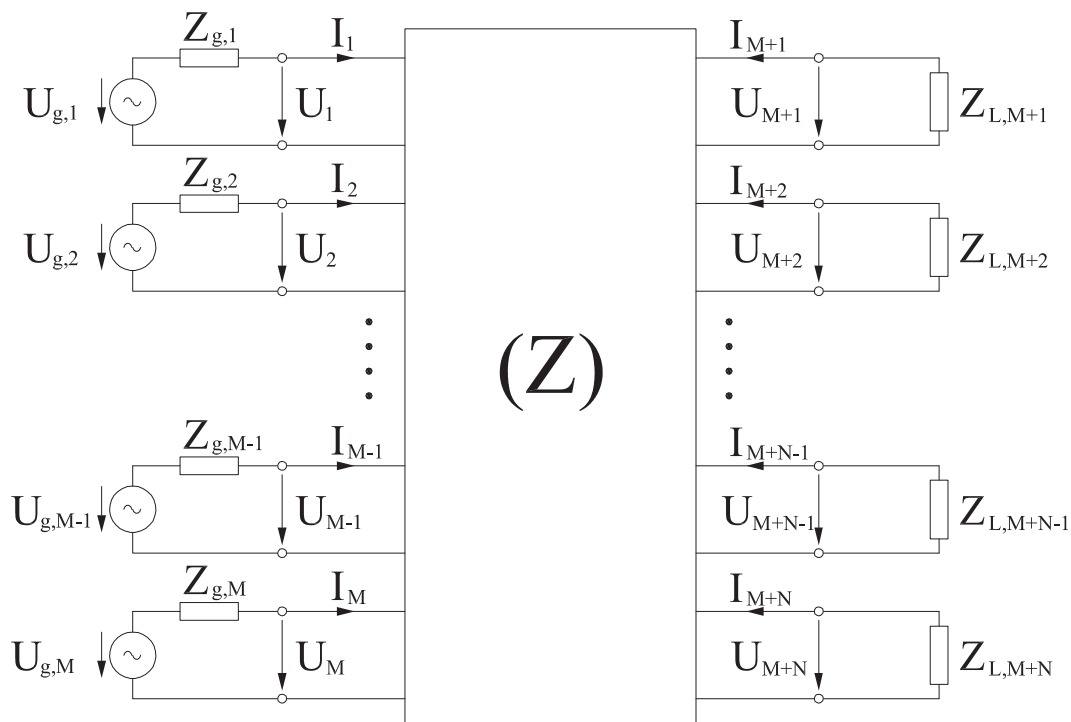


Abbildung 3.1: Ersatzschaltbild eines MIMO-Systems

In Abb. 3.1 gilt Folgendes:

KAPITEL 3. NETZWERKTHEORETISCHE BESCHREIBUNG VON MIMO-SYSTEMEN

- $U_{g,1}, \dots, U_{g,M}$ bezeichnen die Generatorspannungen. Diese werden als Signalquellen des $M + N$ Mehrtors betrachtet.
- $Z_{g,1}, \dots, Z_{g,M}$ bezeichnen die Innenwiderstände der Generatoren.
- U_1, \dots, U_M bezeichnen die Spannungen an den M Sendeantennen.
- I_1, \dots, I_M bezeichnen die Ströme auf den M Sendeantennen.
- U_{M+1}, \dots, U_{M+N} bezeichnen die Spannungen an den N Empfangsantennen.
- I_{M+1}, \dots, I_{M+N} bezeichnen die Ströme auf den N Empfangsantennen.
- $Z_{L,M+1}, \dots, Z_{L,M+N}$ bezeichnen die Abschlusswiderstände an den N Empfangsantennen.

Die Verknüpfung zwischen den Spannungen und Strömen an den Antennenklemmen wird durch die Impedanzmatrix \mathbf{Z} wiedergegeben. Es gilt:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_t \\ \mathbf{u}_r \end{pmatrix} = (\mathbf{Z}) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{i}_t \\ \mathbf{i}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_t & \mathbf{Z}_{tr} \\ \mathbf{Z}_{rt} & \mathbf{Z}_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{i}_t \\ \mathbf{i}_r \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

In (3.1) gilt Folgendes:

- $\mathbf{u}_t = [U_1, U_2, \dots, U_M]^T$ ist der $M \times 1$ Spannungsvektor an den M Sendeantennen.
- $\mathbf{u}_r = [U_{M+1}, U_{M+2}, \dots, U_{M+N}]^T$ ist der $N \times 1$ Spannungsvektor an den N Empfangsantennen.
- $\mathbf{i}_t = [I_1, I_2, \dots, I_M]^T$ ist der $M \times 1$ Vektor der Ströme auf den M Sendeantennen.
- $\mathbf{i}_r = [I_{M+1}, I_{M+2}, \dots, I_{M+N}]^T$ ist der $N \times 1$ Vektor der Ströme auf den Empfangsantennen.

- \mathbf{Z}_t ist eine $M \times M$ Matrix. Das Element $Z_{i,j}^t, i = 1 \cdots M, j = 1 \cdots M$ mit $i \neq j$ beschreibt die Koppelimpedanz zwischen der i -ten Sendeantenne und der j -ten Sendeantenne. Die Diagonaleinträge, $Z_{i,j}^t, i = 1 \cdots M, j = 1 \cdots M$ mit $i = j$, dieser Matrix beschreiben die Eigenimpedanzen der Sendeantennen.
- \mathbf{Z}_{tr} ist eine $M \times N$ Matrix. Das Element $Z_{i,j}^{tr}, i = 1 \cdots M, j = M + 1 \cdots M + N$ dieser Matrix beschreibt die Koppelimpedanz zwischen der i -ten Sendeantenne und der j -ten Empfangsantenne.
- \mathbf{Z}_{rt} ist eine $N \times M$ Matrix. Das Element $Z_{i,j}^{rt}, i = M + 1 \cdots M + N, j = 1 \cdots M$ beschreibt die Koppelimpedanz zwischen der j -ten Sendeantenne und der i -ten Empfangsantenne.
- \mathbf{Z}_r ist eine $N \times N$ Matrix. Das Element $Z_{i,j}^r, i = M + 1 \cdots M + N, j = M + 1 \cdots M + N$ mit $i \neq j$ beschreibt die Koppelimpedanz zwischen der i -ten Empfangsantenne und der j -ten Empfangsantenne. Die Diagonaleinträge, $Z_{i,j}^r, i = M + 1 \cdots M + N, j = M + 1 \cdots M + N$ mit $i = j$, dieser Matrix beschreiben die Eigenimpedanzen der Empfangsantennen.

Die Koppelimpedanzen sind durch die Eigenschaften der Antennen und ihrer Umgebung bestimmt. Die Impedanzmatrizen \mathbf{Z}_t und \mathbf{Z}_r beschreiben die Nahfeldverkopplungen jeweils der Sendeantennen bzw. der Empfangsantennen untereinander. Die Impedanzmatrizen \mathbf{Z}_{tr} und \mathbf{Z}_{rt} beschreiben das Übertragungsverhalten zwischen dem Sender und dem Empfänger bzw. dem Empfänger und dem Sender. Es gilt aufgrund der Reziprozität [42, 45]:

$$\mathbf{Z}_{rt} = \mathbf{Z}_{tr}^T. \quad (3.2)$$

Die Einträge der Impedanz-Matrix \mathbf{Z} des $M + N$ -Mehrtors erfassen folglich alle Verkopplungen zwischen den Antennen des MIMO-Systems einschließlich des Einflusses ihrer Umgebung. Auf die feldtheoretische Bestimmung der Koppelimpedanzen wird im Kapitel 4 der Arbeit eingegangen.

3.3 Bestimmung der MIMO-Kanalübertragungsmatrix

Die Übertragungsfunktion beschreibt in der Systemtheorie den Zusammenhang zwischen den Eingangs- und den Ausgangssignalen eines Systems. Für die Herleitung der Kanalübertragungsmatrix müssen deshalb zunächst die Eingangs- und Ausgangsgrößen des MIMO-Systems anhand des Mehrtor-Modells festgelegt werden. Die M Spannungen an den Sendeantennen, die in dem $M \times 1$ Spannungsvektor \mathbf{u}_t zusammengefasst sind, werden hier als Eingangsgrößen des MIMO-Systems betrachtet. Analog dazu entsprechen die in dem $N \times 1$ Spannungsvektor \mathbf{u}_r zusammengefassten N Spannungen an den Empfangsantennen den Ausgangsgrößen des MIMO-Systems. Die Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} in (2.1) ist in dieser Formulierung demzufolge durch den Zusammenhang zwischen dem Spannungsvektor \mathbf{u}_r an den Empfangsantennen und dem Spannungsvektor \mathbf{u}_t an den Sendeantennen bestimmt, d.h.

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{H}\mathbf{u}_t. \quad (3.3)$$

Um \mathbf{H} als Funktion der (Z)-Parameter zu erhalten, wird zunächst (3.1) in

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{Z}_t \mathbf{i}_t + \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{i}_r \quad (3.4)$$

und

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{Z}_{rt} \mathbf{i}_t + \mathbf{Z}_r \mathbf{i}_r \quad (3.5)$$

zerlegt. Durch Umstellen von (3.4) erhält man

$$\mathbf{i}_t = \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{u}_t - \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{i}_r \quad (3.6)$$

und dann durch Einsetzen von (3.6) in (3.5) unter Berücksichtigung von (3.2)

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{u}_t - \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{i}_r + \mathbf{Z}_r \mathbf{i}_r. \quad (3.7)$$

In dem Netzwerk-Ersatzschaltbild des MIMO-Systems sind die N Empfangsantennen mit Lastimpedanzen $Z_{L,i}$, $i = M + 1, \dots, (M + N)$ abgeschlossen. Die Ströme \mathbf{i}_r und Spannungen \mathbf{u}_r an den Empfangsantennen sind daher durch

$$\mathbf{u}_r = -\mathbf{Z}_L \mathbf{i}_r \quad (3.8)$$

miteinander verknüpft. In der $N \times N$ Diagonalmatrix \mathbf{Z}_L in (3.8) sind die Abschlusswiderstände an den N Empfangsantennen zusammengefasst. Schreibt man (3.8) als

$$\mathbf{i}_r = -\mathbf{Z}_L^{-1}\mathbf{u}_r \quad (3.9)$$

und setzt dieses in (3.7) ein, dann erhält man

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{u}_t + \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{Z}_L^{-1} \mathbf{u}_r - \mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_L^{-1} \mathbf{u}_r \quad (3.10)$$

und, nach nochmaligem Umstellen

$$(\mathbf{I}_N + \mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_L^{-1} - \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{Z}_L^{-1}) \mathbf{u}_r = \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{u}_t. \quad (3.11)$$

In (3.11) bezeichnet \mathbf{I}_N eine $N \times N$ Einheitsmatrix. (3.11) lässt sich nach Lösen nach \mathbf{u}_r weiterhin wie folgt umschreiben:

$$\mathbf{u}_r = (\mathbf{I}_N + \mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_L^{-1} - \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{Z}_L^{-1})^{-1} \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{u}_t. \quad (3.12)$$

Der Vergleich von (3.12) mit (3.3) führt dann zu der folgenden Gleichung für die Kanalübertragungsmatrix:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{I}_N + \mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_L^{-1} - \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{Z}_L^{-1})^{-1} \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1}. \quad (3.13)$$

Aus (3.13) ist ersichtlich, dass in der so bestimmten Kanalübertragungsmatrix der Einfluss aller Verkopplungen zwischen den Antennen des MIMO-Systems einschließlich des Einflusses ihrer Umgebung auf der MIMO-Übertragungsstrecke erfasst wird. Der Gl. (3.13) ist ebenfalls zu entnehmen, dass die Übertragung zwischen den Eingangs- und Ausgangstoren von den angeschlossenen Lastimpedanzen an den Empfangsantennen abhängt.

3.4 MIMO-Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix

Die Sende- und die Empfangsantennengruppe befinden sich in der Regel im Fernfeld voneinander. Die folglich geltenden Fernfeldbedingungen werden im Kapitel 4 erläutert. Die Koppelimpedanz-Matrizen \mathbf{Z}_{tr} und \mathbf{Z}_{rt} beschreiben jetzt die Fernfeldverkopplungen zwischen dem Sender und dem Empfänger bzw. zwischen dem Empfänger

und dem Sender. Es kann dann angenommen werden, dass die Beträge der Eintragungen der Koppelimpedanzmatrizen \mathbf{Z}_t und \mathbf{Z}_r viel größer als die der Eintragungen der Koppelimpedanzmatrizen \mathbf{Z}_{tr} und \mathbf{Z}_{tr}^T sind. Daraus folgt, dass

$$\mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{Z}_L^{-1} \ll \mathbf{I}_N + \mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_L^{-1}. \quad (3.14)$$

Dies bedeutet, dass jedes Element der Matrix auf der linken Seite in (3.14) betragsmäßig sehr viel kleiner als das entsprechende Element der Matrix auf der rechten Seite in (3.14) ist. Der letzte Ausdruck in der Klammer von (3.13) kann deshalb in diesem Fall vernachlässigt und die Kanalübertragungsmatrix (Gl. (3.13)) nach einigen Umformungen wie folgt vereinfacht werden:

$$\mathbf{H} = \mathbf{Z}_L (\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_r)^{-1} \mathbf{Z}_{tr}^T \mathbf{Z}_t^{-1}. \quad (3.15)$$

Die in (3.15) angegebene Matrix wird als Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix bezeichnet, sie ist also eine Spezialisierung der Gl.(3.13) und sollte deshalb eigentlich mit einem anderen Symbol bezeichnet werden. Da jedoch in der vorliegenden Arbeit im Folgenden immer die Übertragung zwischen den Antennengruppen im Fernfeld betrachtet wird, wird für eine bessere Lesbarkeit des Manuskripts auf eine neue Bezeichnung dieser Matrix verzichtet.

3.5 MIMO-Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix ohne Berücksichtigung der Nahfeldverkopplung

Um die Auswirkungen der Nahfeldverkopplungen zwischen den Einzelantennen jeweils der Sende- und Empfangsantennengruppen untereinander auf eine MIMO-Übertragungsstrecke quantifizieren zu können, wird die folgende Matrix definiert:

$$\mathbf{H}_{nc} = \mathbf{Z}_L (\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_{r,nc})^{-1} \mathbf{Z}_{tr,nc}^T \mathbf{Z}_{t,nc}^{-1}. \quad (3.16)$$

In dieser Gleichung bezeichnet $\mathbf{Z}_{r,nc}$ eine $N \times N$ Diagonalmatrix, deren Einträge die Eigenimpedanzen der N Einzelantennen der Empfangsantennengruppe sind, wobei der Einfluss der Verkopplung der Empfangsantennen untereinander vernachlässigt

wird, d.h. die Eigenimpedanz wird für jede Einzelantenne so bestimmt, als befände sie sich alleine im freien Raum. Analog dazu ist $\mathbf{Z}_{t,nc}$ in (3.16) eine $M \times M$ Diagonalmatrix, deren Einträge die Eigenimpedanzen der M Einzelantennen der Sendeantennengruppe bei Vernachlässigung der Verkopplung der Sendeantennen untereinander sind. Entsprechend bezeichnet $\mathbf{Z}_{tr,nc}$ die $M \times N$ Koppelimpedanzmatrix zwischen den Sende- und Empfangsantennen ohne Berücksichtigung der Verkopplung auf der Sende- bzw. Empfangsseite. \mathbf{H}_{nc} in (3.16) ist also die Fernfeldkanalübertragungsmatrix ohne Berücksichtigung der Nahfeldverkopplung der Einzelantennen jeweils auf der Sende- und auf der Empfangsseite. Das $M \times N$ -MIMO System entspricht dann $M \times N$ isolierten SISO-Verbindungen.

3.6 Kanalmodell zur Beurteilung des Einflusses der Nahfeldverkopplungen auf die Übertragungsstrecke

Das Ziel in diesem Unterabschnitt ist es, einen Zusammenhang zwischen der Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix mit Berücksichtigung aller Verkopplungen zwischen den Antennen, \mathbf{H} , und der im vorangegangenen Abschnitt eingeführten Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix ohne Berücksichtigung dieser Nahfeldverkopplungen, \mathbf{H}_{nc} , herzuleiten. Dadurch wird es möglich, den Einfluss der Nahfeldverkopplungen zwischen den Einzelantennen der Sende- und Empfangsantennengruppe auf die Übertragungsstrecke eines MIMO-Systems zu charakterisieren. Ein allgemein gültiger, analytisch abgeleiteter Zusammenhang zwischen den Matrizen \mathbf{H} und \mathbf{H}_{nc} ist nicht immer angebar. Unter den Annahmen, dass

- die Eigenimpedanzen der Antennen in der Gruppe unverändert bleiben, d.h. die Diagonal-Einträge der Koppelimpedanz-Matrizen der Gruppenantennen mit und ohne Berücksichtigung der Strahlungskopplung identisch sind,
- die Einträge der Koppelimpedanzmatrizen \mathbf{Z}_t und \mathbf{Z}_r als unabhängig von den

Einträgen der Koppelimpedanzmatrix \mathbf{Z}_{tr} betrachtet werden können, d.h. dass die Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen untereinander unabhängig von den Fernfeldverkopplungen sind und

- die Einträge der Koppelimpedanzmatrizen, die die Übertragung zwischen den beiden Torgruppen beschreiben, mit und ohne Berücksichtigung der Strahlungskopplung zwischen den Einzelantennen in den Sende- und den Empfangsantennengruppen untereinander identisch sind, d.h.

$$\mathbf{Z}_{tr} = \mathbf{Z}_{tr,nc} \quad (3.17)$$

lässt sich jedoch, wie nachfolgend gezeigt, ein Zusammenhang zwischen den Matrizen \mathbf{H} und \mathbf{H}_{nc} herleiten.

Zunächst werden die folgenden Matrizen eingeführt:

$$\mathbf{C}_{RX} = \mathbf{Z}_L(\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_r)^{-1}, \quad (3.18)$$

$$\mathbf{C}_{RX,nc} = \mathbf{Z}_L(\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_{r,nc})^{-1}, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{C}_{TX} = \mathbf{Z}_t^{-1} \quad (3.20)$$

und

$$\mathbf{C}_{TX,nc} = \mathbf{Z}_{t,nc}^{-1}. \quad (3.21)$$

In einem nächsten Schritt werden die Matrizen \mathbf{C}_{RX} und \mathbf{C}_{TX} wie folgt zerlegt:

$$\mathbf{C}_{RX} = \mathbf{C}_{RX,nc} + \mathbf{C}_{RX,12} \quad (3.22)$$

und

$$\mathbf{C}_{TX} = \mathbf{C}_{TX,nc} + \mathbf{C}_{TX,12}, \quad (3.23)$$

wobei die Matrizen $\mathbf{C}_{RX,12}$ und $\mathbf{C}_{TX,12}$ in (3.22) und in (3.23) den Einfluss der Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen der Sendeantennen- und der Empfangsantennengruppe beinhalten. Durch Einsetzen von (3.22) und (3.23) in (3.15) spezialisiert sich unter Berücksichtigung von (3.18), (3.20) und (3.17) die Kanalübertragungsmatrix zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} = & \mathbf{C}_{RX,11} \mathbf{Z}_{tr,nc}^T \mathbf{C}_{TX,11} + \mathbf{C}_{RX,11} \mathbf{Z}_{tr,nc}^T \mathbf{C}_{TX,12} + \mathbf{C}_{RX,12} \mathbf{Z}_{tr,nc}^T \mathbf{C}_{TX,11} \\ & + \mathbf{C}_{RX,12} \mathbf{Z}_{tr,nc}^T \mathbf{C}_{TX,12}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Werden die Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen der Sendeantennen- und der Empfangsantennengruppe untereinander nicht berücksichtigt, so sind $\mathbf{C}_{RX,12}$ und $\mathbf{C}_{TX,12}$ Nullmatrizen. Gl. (3.24) gibt dann in diesem Fall die Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H}_{nc} an, nämlich

$$\mathbf{H}_{nc} = \mathbf{C}_{RX,11} \mathbf{Z}_{tr,nc}^T \mathbf{C}_{TX,11}. \quad (3.25)$$

Mit Hilfe von (3.25) kann (3.24) wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} = & \mathbf{H}_{nc} + \mathbf{H}_{nc} (\mathbf{C}_{TX,11})^{-1} \mathbf{C}_{TX,12} + \mathbf{C}_{RX,12} (\mathbf{C}_{RX,11})^{-1} \mathbf{H}_{nc} \\ & + \mathbf{C}_{RX,12} (\mathbf{C}_{RX,11})^{-1} \mathbf{H}_{nc} (\mathbf{C}_{TX,11})^{-1} \mathbf{C}_{TX,12}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Durch Einführung der Matrizen \mathbf{K}_{TX} und \mathbf{K}_{RX}

$$\mathbf{K}_{TX} = (\mathbf{C}_{TX,11})^{-1} \mathbf{C}_{TX,12} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{K}_{RX} = \mathbf{C}_{RX,12} (\mathbf{C}_{RX,11})^{-1} \quad (3.28)$$

lässt sich dann (3.26) weiterhin zu

$$\mathbf{H} = (\mathbf{I}_N + \mathbf{K}_{RX}) \mathbf{H}_{nc} (\mathbf{I}_M + \mathbf{K}_{TX}) \quad (3.29)$$

umformen. Die in (3.27) und (3.28) definierten Matrizen \mathbf{K}_{RX} und \mathbf{K}_{TX} beschreiben die Nahfeldverkopplung zwischen den Antennen in der Empfangs- und Sendegruppe untereinander, wobei die Koppelimpedanzen auf die Eigenimpedanzen der nicht verkoppelten Einzelantennen normiert sind. Gl.(3.29) kann wie folgt interpretiert werden. Durch Ausmultiplizieren der Matrizen in (3.29) bekommt man die vier Summanden

1. $\mathbf{I}_N \mathbf{H}_{nc} \mathbf{I}_M$,
2. $\mathbf{K}_{RX} \mathbf{H}_{nc}$,
3. $\mathbf{H}_{nc} \mathbf{K}_{TX}$ und
4. $\mathbf{K}_{RX} \mathbf{H}_{nc} \mathbf{K}_{TX}$.

Der erste Summand zeigt, dass der „ungekoppelte“ Übertragungskanal \mathbf{H}_{nc} vollständig in dem „gekoppelten“ Übertragungskanal \mathbf{H} vorhanden ist. Der zweite und der dritte Summand spiegeln die Fälle wider, bei denen die Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen untereinander jeweils nur auf einer Seite, der Empfangs- oder Sendeseite, der MIMO-Übertragungstrecke berücksichtigt werden. Der vierte Summand beschreibt den sende- und empfangsseitig „gekoppelten“ Übertragungsweg. Zur Veranschaulichung ist diese Interpretation von (3.29) in Abb. 3.2 am Beispiel eines 2×2 -MIMO-Systems für den Eintrag h_{11} der Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} schematisch dargestellt.

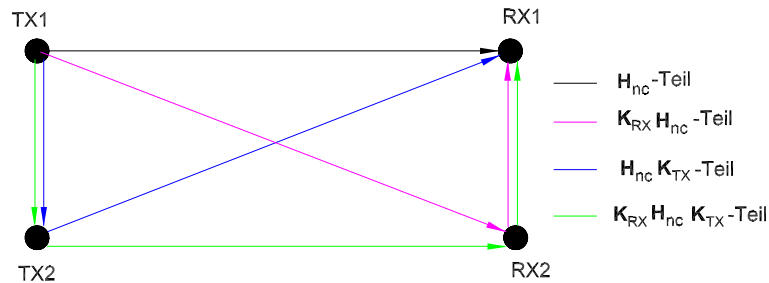


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Einflusses der Nahfeldverkopplung auf den Eintrag h_{11} der Kanalübertragungsmatrix eines 2×2 -MIMO-Systems.

Auf der Basis von (3.29) wird in [44] der Einfluss der Nahfeldverkopplungen der Sende- und Empfangsantennen untereinander auf die im Abschnitt 2.5 erwähnten Kanal Korrelationen eines MIMO-Systems untersucht.

3.7 Leistungsbetrachtungen in MIMO-Systemen

Wie bereits im Abschnitt 2.6 erläutert, ist die erzielbare Kanalkapazität eines MIMO-Systems durch das SNR auf der Empfängerseite bestimmt. Das SNR wird durch die von den Abschlussimpedanzen der Empfangsantennengruppe aufgenommene Leistung (im Folgenden Verbraucherleistung genannt) und durch die Rauschleistung an den Empfangsantennen bestimmt. In diesem Abschnitt der Arbeit wird, ausgehend von dem im Abschnitt 3.2 eingeführten allgemeinen Mehrtor-Modell, ein Zusammenhang zwischen der Verbraucherleistung, d.h. der von den N -Toren auf der Empfängerseite aufgenommenen Leistung, und der an den M -Toren auf der Senderseite des MIMO-Systems verfügbaren Leistung hergeleitet.

Im Abschnitt 3.7.1 werden zunächst die Definitionsgleichungen für die verfügbare Generatorleistung und für die Verbraucherleistung angegeben. Um die Signalquellen in die Leistungsbilanz der MIMO-Übertragungsstrecke einzubeziehen, ist es notwendig, einen Zusammenhang zwischen den Spannungen an den Sendeantennen und den Generatorspannungen anzugeben. Dieser wird anhand des allgemeinen Mehrtor-Modells eines MIMO-Systems im Abschnitt 3.7.2 hergeleitet. Im Abschnitt 3.7.3 erfolgt dann eine Herleitung der Verbraucherleistung für ein SISO ($M=N=1$)-System, um die die Leistungsbilanz der Übertragungsstrecke bestimmenden Größen herauszuarbeiten. Anschließend wird im Abschnitt 3.7.4 die Verbraucherleistung eines 2×2 -MIMO-Systems bei Berücksichtigung und bei Nichtberücksichtigung der Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen jeweils der Sende- und Empfangsantennengruppen untereinander bestimmt, wodurch der Einfluss dieser Nahfeldverkopplungen auf die Leistungsbilanz einer MIMO-Übertragungsstrecke demonstriert wird. Darauf aufbauend findet sich dann im Abschnitt 3.7.5 eine verallgemeinerte Darstellung der Vorgehensweise zur Bestimmung der Verbraucherleistung eines $M \times N$ -MIMO-Systems in Abhängigkeit seiner verfügbaren Generatorleistung.

3.7.1 Definitionsgleichungen für die verfügbare Generatorleistung und für die Verbraucherleistung

Betrachtet wird die in Abb. 3.3 dargestellte Spannungsquelle mit der Spannung U_0 und dem Innenwiderstand Z_0 . Diese Spannungsquelle sei an ihrem Klemmenpaar $o-o'$ mit einer beliebigen Impedanz $Z_{o-o'}$ abgeschlossen. Die verfügbare Generatorleistung P_0

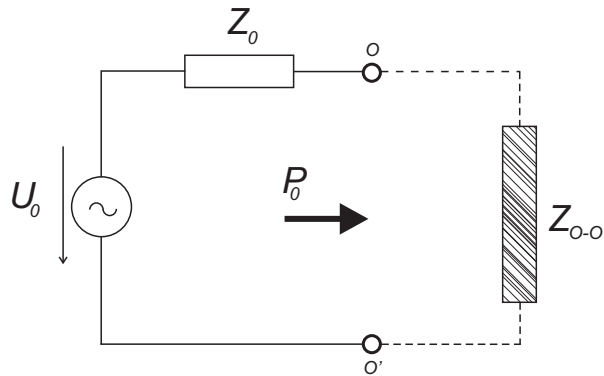


Abbildung 3.3: Anordnung zur Definition der verfügbaren Generatorleistung

am Klemmenpaar $o-o'$ gibt die Leistung an, die von der Spannungsquelle an eine an diesem Tor angeschlossene Impedanz maximal abgegeben werden kann, und ist wie folgt bestimmt:

$$P_0 = \frac{1}{2} \frac{|U_0|^2}{4\text{Re}(Z_0)} \quad (3.30)$$

Sinngemäß wird in dieser Arbeit mit

$$P_{0,i} = \frac{1}{2} \frac{|U_{g,i}|^2}{4\text{Re}(Z_{g,i})} \quad (3.31)$$

die verfügbare Generatorleistung am Tor i ($i = 1, \dots, M$) des $M \times N$ -MIMO-Systems bezeichnet.

Betrachtet wird nun das in Abb. 3.4 dargestellte Klemmenpaar $a-a'$. An diesem Klemmenpaar herrsche die Klemmenspannung $U_{a-a'}$, und eine Impedanz $Z_{L,a-a'}$ sei angeschlossen.

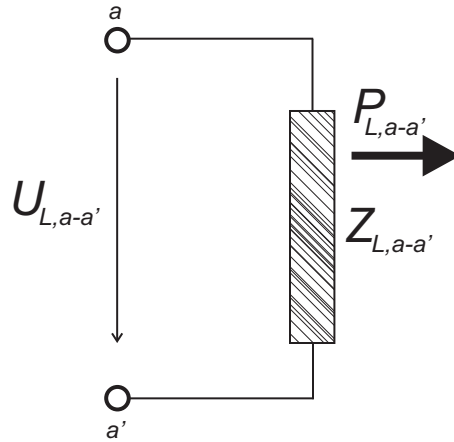


Abbildung 3.4: Anordnung zur Definition der Verbraucherleistung

Die von der Abschlussimpedanz $Z_{L,a-a'}$ aufgenommene Leistung $P_{L,a-a'}$ ist durch

$$P_{L,a-a'} = \frac{1}{2} \frac{|U_{L,a-a'}|^2}{|Z_{L,a-a'}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,a-a'}) \quad (3.32)$$

gegeben. $P_{L,a-a'}$ wird im Rahmen dieser Arbeit als Verbraucherleistung bezeichnet. Entsprechend bezeichnet

$$P_{L,i} = \frac{1}{2} \frac{|U_i|^2}{|Z_{L,i}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,i}) \quad (3.33)$$

die Verbraucherleistung am Tor i ($i = M + 1, \dots, M + N$) des $M \times N$ -MIMO-Systems.

3.7.2 Zusammenhang zwischen Generator- und Sendeantennenspannungen

Um einen Zusammenhang zwischen den Generator- und den Sendeantennenspannungen herzuleiten, wendet man zunächst die Maschenregel auf der Sendeseite in Abb. 3.1 an und erhält

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_g - \mathbf{Z}_g \mathbf{i}_t. \quad (3.34)$$

In (3.34) bezeichnet \mathbf{Z}_g die $M \times M$ Diagonalmatrix der Generatorinnenwiderstände $Z_{g,i}$, $i = 1, \dots, M$ der M Generatoren auf der Senderseite. Da die Sende- und Empfangsantennengruppen sich im Fernfeld voneinander befinden, kann der zweite Summand in (3.4) vernachlässigt werden, so dass näherungsweise

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{Z}_t \mathbf{i}_t \quad (3.35)$$

gilt. Löst man (3.35) nach \mathbf{i}_t auf und setzt dieses Ergebnis in (3.34) ein, erhält man

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_g - \mathbf{Z}_g \mathbf{Z}_t^{-1} \mathbf{u}_t \quad (3.36)$$

und durch nochmaliges Umstellen nach \mathbf{u}_t

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}^{-1} \mathbf{u}_g, \quad (3.37)$$

wobei

$$\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g} = \mathbf{I}_M + \mathbf{Z}_g \mathbf{Z}_t^{-1} \quad (3.38)$$

gilt.

3.7.3 Bestimmung der Verbraucherleistung eines SISO-Systems

Das in Abb. 3.1 dargestellte Ersatzschaltbild eines $M \times N$ MIMO-Systems spezialisiert sich für ein vorliegendes SISO-System ($M = N = 1$), wie in Abb. 3.5 gezeigt:

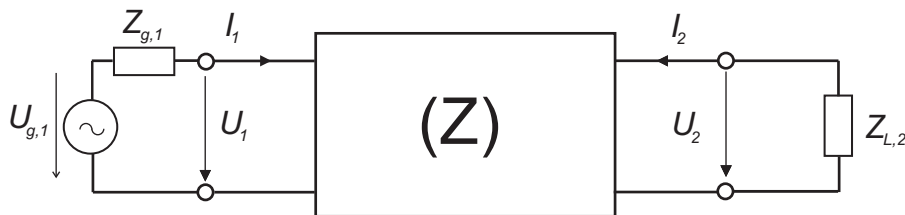


Abbildung 3.5: Ersatzschaltbild eines SISO-Systems

Die Impedanzmatrix des Systems ist in diesem Fall gegeben durch

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

KAPITEL 3. NETZWERKTHEORETISCHE BESCHREIBUNG VON MIMO-SYSTEMEN

wodurch sich der Übertragungskoeffizient $h_{11} = \frac{U_2}{U_1}$ zwischen den beiden Toren des SISO-Systems unter Berücksichtigung von (3.15) zu

$$U_2 = \underbrace{\frac{Z_{L,2}}{Z_{L,2} + Z_{22}} \frac{Z_{21}}{Z_{11}}}_{h_{11}} U_1 \quad (3.40)$$

ergibt. Die Verbraucherleistung $P_{L,2}$ des SISO-Systems ist durch

$$P_{L,2} = \frac{1}{2} \frac{|U_2|^2}{|Z_{L,2}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,2}) \quad (3.41)$$

bestimmt. Setzt man (3.40) in (3.41) ein, dann erhält man

$$P_{L,2} = \frac{1}{2} \frac{|U_1|^2}{|Z_{11}|^2} \frac{|Z_{21}|^2}{|Z_{L,2} + Z_{22}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,2}). \quad (3.42)$$

Berücksichtigt man (3.37) und (3.38), so kann

$$U_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{g,1} + Z_{11}} U_{g,1} \quad (3.43)$$

in Abhängigkeit der Generatorspannung $U_{g,1}$ geschrieben werden. Setzt man anschließend (3.43) in (3.42) ein, so ergibt sich für $P_{L,2}$

$$P_{L,2} = \frac{1}{2} |U_{g,1}|^2 \frac{1}{|Z_{11} + Z_{g,1}|^2} |Z_{21}|^2 \frac{1}{|Z_{22} + Z_{L,2}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,2}) \quad (3.44)$$

und nach nochmaligem Umschreiben

$$P_{L,2} = P_{0,1} \underbrace{\frac{4\operatorname{Re}(Z_{g,1})\operatorname{Re}(Z_{11})}{|Z_{11} + Z_{g,1}|^2}}_{(1-|r_{TX}|^2)} \underbrace{\frac{|Z_{21}|^2}{4\operatorname{Re}(Z_{22})\operatorname{Re}(Z_{11})}}_L \underbrace{\frac{4\operatorname{Re}(Z_{L,2})\operatorname{Re}(Z_{22})}{|Z_{22} + Z_{L,2}|^2}}_{(1-|r_{RX}|^2)}, \quad (3.45)$$

wobei

- $P_{0,1} = \frac{1}{2} \frac{|U_{g,1}|^2}{4\operatorname{Re}(Z_{g,1})}$ die verfügbare Generatorleistung des SISO-Systems
- $(1 - |r_{TX}|^2)$ der Anpassungsfaktor auf der Sendeseite
- $(1 - |r_{RX}|^2)$ der Anpassungsfaktor auf der Empfangsseite
- L die Übertragungsdämpfung des SISO-Systems

bezeichnen.

3.7.4 Bestimmung der Verbraucherleistung eines 2×2 MIMO-Systems

Betrachtet wird nun ein 2×2 -MIMO-System. Das Ersatzschaltbild dieses Systems ist in Abb. 3.6 dargestellt. Zunächst werden die Nahfeldverkopplungen zwischen den

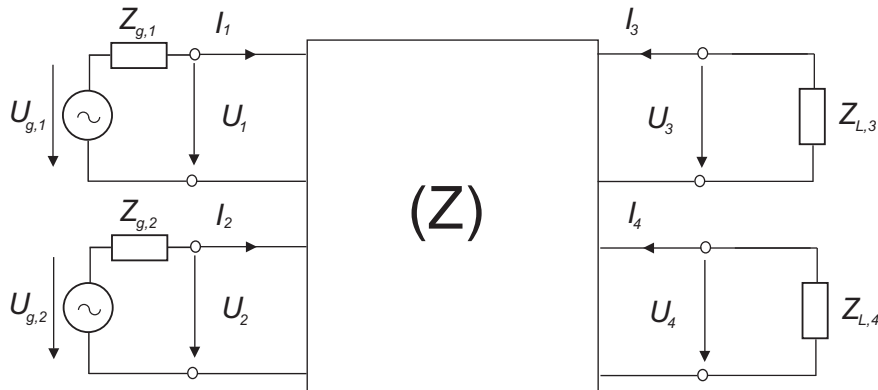


Abbildung 3.6: Ersatzschaltbild eines 2×2 -MIMO-Systems

Antennen jeweils der Sende- und Empfangsantennengruppen untereinander vernachlässigt. Die in diesem Fall mit \mathbf{Z}_{nc} bezeichnete Impedanz-Matrix des Systems ist durch

$$\mathbf{Z}_{nc} = \begin{pmatrix} Z_{11} & 0 & Z_{13} & Z_{14} \\ 0 & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{13} & Z_{23} & Z_{33} & 0 \\ Z_{14} & Z_{24} & 0 & Z_{44} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

gegeben. Die verfügbare Generatorleistung ist am Tor 1 durch

$$P_{0,1} = \frac{1}{2} \frac{|U_{g,1}|^2}{4\text{Re}(Z_{g,1})} \quad (3.47)$$

und am Tor 2 durch

$$P_{0,2} = \frac{1}{2} \frac{|U_{g,2}|^2}{4\text{Re}(Z_{g,2})} \quad (3.48)$$

gegeben. Die gesamte Verbraucherleistung P_L dieses Systems ergibt sich zu

$$P_L = P_{L,3} + P_{L,4}, \quad (3.49)$$

wobei

$$P_{L,3} = \frac{1}{2} \frac{|U_3|^2}{|Z_{L,3}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,3}) \quad (3.50)$$

die Verbraucherleistung am Tor 3 und

$$P_{L,4} = \frac{1}{2} \frac{|U_4|^2}{|Z_{L,4}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,4}) \quad (3.51)$$

die Verbraucherleistung am Tor 4 bezeichnen. Unter Verwendung von (3.16) gilt für U_3

$$U_3 = \frac{Z_{L,3}Z_{13}}{Z_{11}(Z_{L,3} + Z_{33})}U_1 + \frac{Z_{L,3}Z_{23}}{Z_{22}(Z_{L,3} + Z_{33})}U_2. \quad (3.52)$$

Setzt man (3.52) in (3.50) ein und berücksichtigt, dass gemäß (3.37) und (3.38)

$$U_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{11} + Z_{g,1}}U_{g,1} \quad (3.53)$$

und

$$U_2 = \frac{Z_{22}}{Z_{22} + Z_{g,2}}U_{g,2} \quad (3.54)$$

gelten, erhält man für $P_{L,3}$

$$\begin{aligned} P_{L,3} &= \underbrace{\frac{1}{2}|U_{g,1}|^2 \frac{1}{|Z_{11} + Z_{g,1}|^2} |Z_{13}|^2 \frac{1}{|Z_{33} + Z_{L,3}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,3})}_{P_{L,3,1}} \\ &\quad + \underbrace{\frac{1}{2}|U_{g,2}|^2 \frac{1}{|Z_{22} + Z_{g,2}|^2} |Z_{23}|^2 \frac{1}{|Z_{33} + Z_{L,3}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,3})}_{P_{L,3,2}} \\ &\quad + \underbrace{|U_{g,1}|^2 |U_{g,2}|^2 \operatorname{Re}\left(\frac{1}{U_{g,1}^* U_{g,2}} \left(\frac{Z_{13}}{Z_{g,1} + Z_{11}}\right) \left(\frac{Z_{23}}{Z_{g,2} + Z_{22}}\right)^*\right)}_{P_{L,3,1,2}} \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{33} + Z_{L,3}|^2}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Aus (3.55) ist zu sehen, dass sich die Verbraucherleistung am Tor 3 des Systems aus drei gewichteten Beiträgen zusammensetzt,

- dem Beitrag $P_{L,3,1}$ des Tors 1
- dem Beitrag $P_{L,3,2}$ des Tors 2

- dem „Mischbeitrag“ $P_{L,3,1,2}$ dieser beiden Eingangstore des Systems,

d.h.

$$\begin{aligned} P_{L,3} &= P_{L,3,1} + P_{L,3,2} + P_{L,3,1,2} \\ &= \alpha_{3,1}P_{0,1} + \alpha_{3,2}P_{0,2} + \alpha_{3,1,2}P_{0,1}P_{0,2}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Vergleicht man (3.56) mit (3.55) unter Berücksichtigung von (3.47) und (3.48), so ist festzustellen, dass die Gewichtungskoeffizienten $\alpha_{3,1}$, $\alpha_{3,2}$ und $\alpha_{3,1,2}$ der einzelnen Beiträge dabei durch die Einträge der Impedanzmatrix des Systems, die Generatorinnenwiderstände $Z_{g,1}$ und $Z_{g,2}$ und den Abschlusswiderstand $Z_{L,3}$ am Tor 3 bestimmt sind.

Analog dazu bekommt man für die Verbraucherleistung am Tor 4

$$\begin{aligned} P_{L,4} &= \underbrace{\frac{1}{2}|U_{g,1}|^2 \frac{1}{|Z_{11} + Z_{g,1}|^2} |Z_{14}|^2 \frac{1}{|Z_{44} + Z_{L,4}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,4})}_{P_{L,4,1}} \\ &\quad + \underbrace{\frac{1}{2}|U_{g,2}|^2 \frac{1}{|Z_{22} + Z_{g,2}|^2} |Z_{24}|^2 \frac{1}{|Z_{44} + Z_{L,4}|^2} \operatorname{Re}(Z_{L,4})}_{P_{L,4,2}} \\ &\quad + \underbrace{|U_{g,1}|^2 |U_{g,2}|^2 \operatorname{Re}\left(\frac{1}{U_{g,1}^* U_{g,2}} \left(\frac{Z_{14}}{Z_{g,1} + Z_{11}}\right) \left(\frac{Z_{24}}{Z_{g,2} + Z_{22}}\right)^*\right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,4})}{|Z_{44} + Z_{L,4}|^2}}_{P_{L,4,1,2}}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Gleichung (3.57) lässt sich ebenfalls gemäß

$$\begin{aligned} P_{L,4} &= P_{L,4,1} + P_{L,4,2} + P_{L,4,1,2} \\ &= \alpha_{4,1}P_{0,1} + \alpha_{4,2}P_{0,2} + \alpha_{4,1,2}P_{0,1}P_{0,2} \end{aligned} \quad (3.58)$$

umschreiben, wobei, wie in (3.56), $\alpha_{4,1}$, $\alpha_{4,2}$ und $\alpha_{4,1,2}$ Gewichtungskoeffizienten der einzelnen Beiträge darstellen. Die gesamte Verbraucherleistung P_L des betrachteten MIMO-Systems ergibt sich dann zu

$$P_L = (\alpha_{3,1} + \alpha_{4,1})P_{0,1} + (\alpha_{3,2} + \alpha_{4,2})P_{0,2} + (\alpha_{3,1,2} + \alpha_{4,1,2})P_{0,1}P_{0,2} \quad (3.59)$$

In P_L ist der Einfluss der Fehlanpassung an den Toren und der der Übertragungsdämpfungen vollständig berücksichtigt.

Berücksichtigt man nun das 2×2 -System einschließlich der Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen jeweils der Sende- und Empfangsantennengruppen untereinander, so ist dessen Impedanzmatrix nach der Definition der \mathbf{Z} -Matrix in (3.1) explizit durch

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{13} & Z_{23} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{14} & Z_{24} & Z_{34} & Z_{44} \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

gegeben. Unter Berücksichtigung der Fernfeldbedingungen gilt mit (3.15) für die Spannung U_3 am Tor 3 in diesem Fall

$$U_3 = \underbrace{\frac{Z_{L,3}(Z_{L,4} + Z_{44})(Z_{13}Z_{22} - Z_{23}Z_{12}) - Z_{L,3}Z_{34}(Z_{14}Z_{22} - Z_{24}Z_{12})}{[(Z_{L,3} + Z_{33})(Z_{L,4} + Z_{44}) - Z_{34}^2]}_{h_{11}} U_1 + \underbrace{\frac{Z_{L,3}(Z_{L,4} + Z_{44})(Z_{23}Z_{11} - Z_{13}Z_{12}) - Z_{L,3}Z_{34}(Z_{24}Z_{11} - Z_{14}Z_{12})}{[(Z_{L,3} + Z_{33})(Z_{L,4} + Z_{44}) - Z_{34}^2]}_{h_{12}} U_2. \quad (3.61)$$

Setzt man (3.61) in (3.50) ein und berücksichtigt, dass jetzt gemäß (3.37) und (3.38)

$$U_1 = \frac{Z_{11}(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} U_{g,1} + \frac{Z_{12}Z_{g,1}}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} U_{g,2} \quad (3.62)$$

und

$$U_2 = \frac{Z_{12}Z_{g,2}}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} U_{g,1} + \frac{Z_{22}(Z_{11} + Z_{g,1}) - Z_{12}^2}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} U_{g,2} \quad (3.63)$$

gelten, so lässt sich die Verbraucherleistung $P_{L,3}$ am Tor 3 des Systems, mit h_{11} und h_{12} aus (3.61), ähnlich wie im vorherigen Fall aus der Zusammensetzung von drei gewichteten Beiträgen, nämlich

$$\begin{aligned} P_{L,3} &= P_{L,3,1,c} + P_{L,3,2,c} + P_{L,3,1,2,c} \\ &= \alpha_{3,1,c} P_{0,1} + \alpha_{3,2,c} P_{0,2} + \alpha_{3,1,2,c} P_{0,1} P_{0,2} \end{aligned} \quad (3.64)$$

darstellen, wobei

$$\begin{aligned}
 P_{L,3,1,c} &= \frac{1}{2}|h_{11}|^2 \left(\left| \frac{Z_{11}(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} \right|^2 |U_{g,1}|^2 \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \\
 &\quad + \frac{1}{2}|h_{11}|^2 \left(\left| \frac{Z_{12}Z_{g,1}}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} \right|^2 |U_{g,2}|^2 \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \\
 &+ |h_{11}|^2 |U_{g,1}|^2 |U_{g,2}|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{1}{U_{g,1}^* U_{g,2}} \frac{(Z_{11}(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2)^* (Z_{12}Z_{g,1})}{|(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2|^2} \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2}, \quad (3.65)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{L,3,2,c} &= \frac{1}{2}|h_{12}|^2 \left(\left| \frac{Z_{12}Z_{g,2}}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} \right|^2 |U_{g,1}|^2 \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \\
 &\quad + \frac{1}{2}|h_{12}|^2 \left(\left| \frac{Z_{22}(Z_{11} + Z_{g,1}) - Z_{12}^2}{(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2} \right|^2 |U_{g,2}|^2 \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \\
 &+ |h_{12}|^2 |U_{g,1}|^2 |U_{g,2}|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{1}{U_{g,1}^* U_{g,2}} \frac{(Z_{22}(Z_{11} + Z_{g,1}) - Z_{12}^2)(Z_{12}Z_{g,2})^*}{|(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2|^2} \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \quad (3.66)
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 P_{L,3,1,2,c} &= |U_{g,1}|^2 \operatorname{Re} \left(h_{11} h_{12}^* \frac{(Z_{11}(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2)(Z_{12}Z_{g,2})^*}{|(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2|^2} \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \\
 &\quad + |U_{g,2}|^2 \operatorname{Re} \left(h_{11} h_{12}^* \frac{(Z_{22}(Z_{11} + Z_{g,1}) - Z_{12}^2)^* (Z_{12}Z_{g,1})}{|(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2|^2} \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \\
 &+ |U_{g,1}|^2 |U_{g,2}|^2 \operatorname{Re} \left(h_{11} h_{12}^* \frac{1}{U_{g,1}^* U_{g,2}} \frac{(Z_{11}(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2)(Z_{22}(Z_{11} + Z_{g,1}) - Z_{12}^2)^*}{|(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2|^2} \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \\
 &+ |U_{g,1}|^2 |U_{g,2}|^2 \operatorname{Re} \left(h_{11} h_{12}^* \frac{1}{U_{g,1}^* U_{g,2}} \frac{(Z_{12}Z_{g,1})(Z_{12}Z_{g,2})^*}{|(Z_{11} + Z_{g,1})(Z_{22} + Z_{g,2}) - Z_{12}^2|^2} \right) \frac{\operatorname{Re}(Z_{L,3})}{|Z_{L,3}|^2} \quad (3.67)
 \end{aligned}$$

gelten. Der Unterschied zum Fall ohne Berücksichtigung der Nahfeldverkopplungen der Antennen untereinander besteht in den veränderten Gewichtungskoeffizienten der einzelnen Beiträge. Diese sind jetzt nicht nur eine Funktion der Einträge der Impedanzmatrix, sondern auch der Generatorinnenwiderstände $Z_{g,1}$ und $Z_{g,2}$ und der Abschlusswiderstände $Z_{L,3}$ am Tor 3 und $Z_{L,4}$ am Tor 4. Dieses folgt unmittelbar aus dem Vergleich

von (3.64) mit (3.65)-(3.67) unter Berücksichtigung von (3.47), (3.48) und (3.61). Deshalb sind die Gewichtungskoeffizienten durch den zusätzlichen Index 'c' bezeichnet, was den Einfluss der Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen der Gruppen untereinander auf die Leistungsbilanz der Übertragungsstrecke verdeutlichen soll. Diese Nahfeldverkopplungen wirken sich folglich sowohl auf die Fehlanpassung an den Toren als auch auf die Übertragungsdämpfungen zwischen den Toren auf der Sende- und auf der Empfangsseite aus.

Analog dazu bekommt man für die Verbraucherleistung am Tor 4

$$\begin{aligned} P_{L,4} &= P_{L,4,1} + P_{L,4,2} + P_{L,4,1,2} \\ &= \alpha_{4,1,c}P_{0,1} + \alpha_{4,2,c}P_{0,2} + \alpha_{4,1,2,c}P_{0,1}P_{0,2}, \end{aligned} \quad (3.68)$$

wobei $\alpha_{4,1,c}$, $\alpha_{4,2,c}$ und $\alpha_{4,1,2,c}$ die entsprechenden Gewichtungskoeffizienten der einzelnen Beiträge bezeichnen. Die gesamte Verbraucherleistung P_L des betrachteten MIMO-Systems ergibt sich in diesem Fall zu

$$P_L = (\alpha_{3,1,c} + \alpha_{4,1,c})P_{0,1} + (\alpha_{3,2,c} + \alpha_{4,2,c})P_{0,2} + (\alpha_{3,1,2,c} + \alpha_{4,1,2,c})P_{0,1}P_{0,2} \quad (3.69)$$

3.7.5 Allgemeiner Fall: Verbraucherleistung eines $M \times N$ -MIMO-Systems

In diesem Abschnitt soll nun die in den Abschnitten 3.7.3 und 3.7.4 vorgestellte Vorgehensweise zur Bestimmung der Verbraucherleistung auf ein $M \times N$ -MIMO-System verallgemeinert werden. Zu diesem Zweck wird zuerst die Matrix

$$\mathbf{P}_0 = \frac{1}{2} \mathbf{u}_g \mathbf{u}_g^H \left(\frac{1}{4} \text{Re}(\mathbf{Z}_g^{-1}) \right) \quad (3.70)$$

eingeführt. Die Diagonal-Einträge der Matrix \mathbf{P}_0 entsprechen den jeweils verfügbaren Generatorleistungen $P_{0,i}$, $i = 1 \dots M$ an den Toren auf der Sendeseite, so dass für die gesamte verfügbare Generatorleistung des $M \times N$ -MIMO-Systems

$$P_0 = \sum_{i=1}^M P_{0,i} = \text{Tr}(\mathbf{P}_0) \quad (3.71)$$

gilt. Die Matrix \mathbf{P}_0 spiegelt demzufolge die Verteilung der gesamten verfügbaren Generatorleistung des Systems auf die Eingangstore $i = 1 \cdots M$ wider. Mit

$$\mathbf{P}_L = \frac{1}{2} \mathbf{u}_r \mathbf{u}_r^H (\operatorname{Re}(\mathbf{Z}_L) \mathbf{Z}_L^{-*} \mathbf{Z}_L^{-1}) \quad (3.72)$$

wird eine weitere Matrix definiert. Die Diagonal-Elemente von \mathbf{P}_L entsprechen den Verbraucherleistungen $P_{L,i}$, $i = M+1 \cdots M+N$ an den Toren auf der Empfangsseite. Setzt man (3.15) in (3.72) ein, ergibt sich

$$\mathbf{P}_L = \frac{1}{2} (\mathbf{H} \mathbf{u}_t \mathbf{u}_t^H \mathbf{H}^H) (\operatorname{Re}(\mathbf{Z}_L) \mathbf{Z}_L^{-*} \mathbf{Z}_L^{-1}), \quad (3.73)$$

woraus man mit (3.37) anschließend

$$\mathbf{P}_L = \frac{1}{2} \left((\mathbf{H} \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}^{-1}) \mathbf{u}_g \mathbf{u}_g^H (\mathbf{H} \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}^{-1})^H (\operatorname{Re}(\mathbf{Z}_L) \mathbf{Z}_L^{-*} \mathbf{Z}_L^{-1}) \right) \quad (3.74)$$

erhält. Stellt man nun (3.70) nach $\mathbf{u}_g \mathbf{u}_g^H$ um, nämlich

$$\mathbf{u}_g \mathbf{u}_g^H = 2 \mathbf{P}_0 (4 \operatorname{Re}(\mathbf{Z}_g)) \quad (3.75)$$

und setzt dieses Ergebnis in (3.74) ein, so spezialisiert sich \mathbf{P}_L zu

$$\mathbf{P}_L = (\mathbf{H} \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}^{-1}) (\mathbf{P}_0 \cdot 4 \operatorname{Re}(\mathbf{Z}_g)) (\mathbf{H} \mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}^{-1})^H (\operatorname{Re}(\mathbf{Z}_L) \mathbf{Z}_L^{-*} \mathbf{Z}_L^{-1}). \quad (3.76)$$

Aus (3.76) ist unter Berücksichtigung von (3.15) und (3.37) zu sehen, dass \mathbf{P}_L durch die Impedanz-Matrix \mathbf{Z} , die in \mathbf{Z}_g zusammengefassten Generatorinnenwiderstände, die in \mathbf{Z}_L zusammengefassten Abschlusswiderstände und durch die verfügbare Generatorleistung-Verteilungsmatrix \mathbf{P}_0 auf die Eingangstore des $M \times N$ -MIMO-Systems bestimmt ist. Folglich ist auch die gesamte Verbraucherleistung P_L des Systems

$$P_L = \sum_{i=M+1}^{M+N} P_{L,i} = \operatorname{Tr}(\mathbf{P}_L) \quad (3.77)$$

durch diese genannten Größen bestimmt. Dadurch ist der Einfluss aller Verkopplungen zwischen den Antennen des MIMO-Systems einschließlich des Einflusses ihrer Umgebung auf die Leistungsbilanz der MIMO-Übertragungsstrecke erfasst.

3.7.6 Mittlere Verbraucherleistung eines $M \times N$ -MIMO-Systems

Aus (3.76) und (3.77) wird die Verbraucherleistung eines $M \times N$ -MIMO-Systems für deterministische Generatorspannungen bestimmt, d.h. der Generatorspannungsvektor \mathbf{u}_g enthält vorgegebene Werte. Die Kanalkapazität eines MIMO-Systems nach Shannon ist jedoch durch die Verteilungsfunktion des Eingangssignalvektors bestimmt. In [13] wird bewiesen, dass ein Gauß-verteilter komplexer Eingangssignalvektor die Kanalkapazität eines MIMO-Systems im Sinne von Shannon maximiert. Die Verteilungseigenschaften eines solchen Eingangssignalvektors sind dann vollständig durch die Angabe seiner zugehörigen Korrelationsmatrix bestimmt. Dies bedeutet für die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Z-Matrix-Formulierung eines MIMO-Systems, dass der komplexe Vektor \mathbf{u}_g der Generatorspannungen als ein Gauß-verteilter komplexer Vektor modelliert wird, da dieser Vektor die primäre Anregung des Systems darstellt. Dadurch sind die stochastischen Eigenschaften des komplexen Vektors \mathbf{u}_g mit

$$\mathbf{R}_{\mathbf{u}_g \mathbf{u}_g} = E(\mathbf{u}_g \mathbf{u}_g^H) = E(\mathbf{P}_0)(8\text{Re}(\mathbf{Z}_g)) \quad (3.78)$$

bestimmt. $\mathbf{R}_{\mathbf{u}_g \mathbf{u}_g}$ in (3.78) bezeichnet die Korrelationsmatrix von \mathbf{u}_g und E den Erwartungswert-Operator. Demzufolge wird mit

$$\overline{P_L} = \text{Tr}(E(\mathbf{P}_L)) \quad (3.79)$$

die mittlere Verbraucherleistung bestimmt, wobei

$$E(\mathbf{P}_L) = (\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}^{-1})E(\mathbf{P}_0)(4\text{Re}(\mathbf{Z}_g))(\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}^{-1})^H(\text{Re}(\mathbf{Z}_L)\mathbf{Z}_L^{-*}\mathbf{Z}_L^{-1}) \quad (3.80)$$

gilt.

3.8 Z-Matrix-Formulierung der MIMO-Kanalkapazität

Werden die Rauschsignale an den N Toren auf der Empfangsseite des MIMO-Systems als unabhängig voneinander, Gauß-verteilte Signale mit der Varianz P_n (Rauschleistung)

angenommen, so entspricht

$$\mathbf{R}_{LL} = E[\mathbf{P}_L] + \mathbf{I}_N P_n \quad (3.81)$$

der in (2.15) eingeführten, die MIMO-Kanalkapazität bestimmenden Korrelationsmatrix der Empfangssignale. Folglich ist die MIMO-Kanalkapazität in der Z-Matrix Formulierung des $M + N$ -Tor-Modells des Systems durch

$$C = \max_{\text{Tr}(E[\mathbf{P}_0])=P_T} \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\overline{P}_0}{P_n} \frac{E[\mathbf{P}_L]}{\overline{P}_0} \right) \quad (3.82)$$

bestimmt. In (3.82) bezeichnet

$$\overline{P}_0 = \text{Tr}(E[\mathbf{P}_0]) \quad (3.83)$$

die gesamte verfügbare mittlere Generatorleistung und entspricht in dieser Formulierung der gesamten (Sende)-Leistung P_T in (2.15). Setzt man (3.80) in (3.82) ein, so spezialisiert sich (3.82) weiter zu

$$C = \max_{\text{Tr}(E[\mathbf{P}_0])=P_T} \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + (\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t\mathbf{u}_g}^{-1}) \frac{\overline{P}_0}{P_n} \frac{E[\mathbf{P}_0]}{\overline{P}_0} (4\text{Re}(\mathbf{Z}_g)) (\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t\mathbf{u}_g}^{-1})^H (\text{Re}(\mathbf{Z}_L)\mathbf{Z}_L^*\mathbf{Z}_L^{-1}) \right) \quad (3.84)$$

Aus (3.84) folgt, dass die maximal erzielbare Kanalkapazität einer vorgegebenen MIMO-Übertragungsstrecke, die durch ihre \mathbf{Z} -, die Generatorinnenwiderstands- und die Abschlussimpedanz-Matrix \mathbf{Z}_g und \mathbf{Z}_L beschrieben wird, durch die Wahl der Matrix $E[\mathbf{P}_0]$ des Systems bestimmt ist. Diese Matrix spiegelt die Verteilung der gesamten verfügbaren Generatorleistung auf die M Toren auf der Senderseite des Systems wider und entspricht der in (2.15) angegebenen Korrelationsmatrix der Eingangssignale. Für die optimale Wahl der Matrix $E[\mathbf{P}_0]$ ist dann, wie bereits im Abschnitt 2.6.1 erläutert, die Kenntnis der durch die Matrizen \mathbf{Z} , \mathbf{Z}_g und \mathbf{Z}_L bestimmten Eigenschaften der MIMO-Übertragungsstrecke auf der Sendeseite notwendig. Die Lösungen für die Wahl der Matrix $E[\mathbf{P}_0]$ werden dann, wie im Kapitel 2 erläutert, entsprechend den Fällen

- (a) Kenntnis der Eigenschaften der Übertragungsstrecke ist auf der Sendeseite nicht vorhanden
- (b) Kenntnis der Eigenschaften der Übertragungsstrecke ist auf der Sendeseite vorhanden

bestimmt, wobei für Gründe, die ebenfalls im Abschnitt 2.6.6 erläutert wurden, der oben genannte Fall (a) den für die Praxis relevanten Fall darstellt. Daher wird, wenn nichts anders angegeben, für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Kanalkapazitäts-Berechnungen angenommen, dass die Kenntnis der Eigenschaften der Übertragungsstrecke auf der Sendeseite nicht vorhanden ist, woraus

$$E[\mathbf{P}_0] = \frac{\overline{P}_0}{M} \mathbf{I}_M \quad (3.85)$$

gilt und die Kanalkapazität nach (3.84) sich mit

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\overline{P}_0}{MP_n} (\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t\mathbf{u}_g}^{-1}) (4\text{Re}(\mathbf{Z}_g)) (\mathbf{H}\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t\mathbf{u}_g}^{-1})^H (\text{Re}(\mathbf{Z}_L)\mathbf{Z}_L^{-*}\mathbf{Z}_L^{-1}) \right) \quad (3.86)$$

bestimmen lässt. $\frac{\overline{P}_0}{P_n}$ in (3.86) bezeichnet das SNR.

3.9 Numerische Beispiele: Auswirkung der \mathbf{Z} -Parameter auf die Kanalkapazität

Wie im folgenden Kapitel 4 gezeigt wird, stehen verschiedene feldtheoretische Verfahren zur Verfügung, um die Einträge der \mathbf{Z} -Matrix für ein konkretes Szenario zu berechnen. Solche Berechnungen sind immer nur mit einer begrenzten Genauigkeit durchzuführen. Es ist deshalb von großem Interesse vorab abschätzen zu können, wie sich Fehler in der Berechnung der \mathbf{Z} -Matrix-Einträge auf die Kanalkapazität auswirken. Eine solche Abschätzung muss meist an dem jeweiligen konkreten Szenario durchgeführt

werden. Es ist jedoch möglich einige Aussagen zu erarbeiten, indem man die Auswirkung einzelner oder in Gruppen zusammengefasster Einträge der Impedanz-Matrix auf die Kanalkapazität unter technisch plausiblen Bedingungen untersucht.

Bei dem ersten in diesem Zusammenhang untersuchten Beispiel handelt es sich um ein 2×2 -MIMO-System (s. Abb. 3.6) mit den nachfolgend aufgelisteten Eigenschaften.

- Die Einzelantennen in der Sende- und in der Empfangsantennengruppe sind identisch, woraus

$$Z_{11} = Z_{22} \tag{3.87}$$

$$Z_{33} = Z_{44} \tag{3.88}$$

folgt.

- Die Sende- und die Empfangsantennengruppe sind identisch aufgebaut. Folglich gelten

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z_{44} \tag{3.89}$$

und

$$Z_{12} = Z_{34}. \tag{3.90}$$

- Die Nahfeldverkopplungen zwischen den Einzelantennen der Antennengruppen sind vernachlässigbar. Es gilt dann

$$Z_{12} = Z_{34} = 0 \tag{3.91}$$

- Das 2×2 -MIMO-System ist übertragungssymmetrisch aufgebaut. Dies bedeutet, dass

$$Z_{24} = Z_{13} \tag{3.92}$$

und

$$Z_{23} = Z_{14}. \tag{3.93}$$

KAPITEL 3. NETZWERKTHEORETISCHE BESCHREIBUNG VON MIMO-SYSTEMEN

- Die Generatorinnenwiderstände $Z_{g,1}$ und $Z_{g,2}$ auf der Sendeseite sind identisch, d.h.

$$Z_{g,1} = Z_{g,2} = Z_g. \quad (3.94)$$

- Die Abschlusswiderstände $Z_{L,3}$ und $Z_{L,3}$ auf der Empfängerseite sind ebenfalls identisch, woraus

$$Z_{L,3} = Z_{L,3} = Z_L \quad (3.95)$$

resultiert.

- Für den Generatorinnenwiderstand Z_g und für den Abschlusswiderstand Z_L gilt zusätzlich

$$Z_g = Z_L = Z_{11}^*. \quad (3.96)$$

Die Impedanz-Matrix des Systems ist unter diesen Annahmen (3.87)-(3.93) eine Spezialisierung von (3.60) und durch

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{11} & 0 & Z_{13} & Z_{14} \\ 0 & Z_{11} & Z_{14} & Z_{13} \\ Z_{13} & Z_{14} & Z_{11} & 0 \\ Z_{14} & Z_{13} & 0 & Z_{11} \end{pmatrix} \quad (3.97)$$

gegeben. Es wird weiterhin angenommen, dass

$$Z_{14} = Z_{13}e^{j\Phi} \quad (3.98)$$

gilt, wobei Φ den Phasenunterschied zwischen Z_{14} und Z_{13} bezeichnet. Die Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} und die Matrix $\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}$ des betrachteten Systems sind dann gemäß (3.15) und (3.38) unter Berücksichtigung von (3.96) durch

$$\mathbf{H} = \frac{Z_{11}^*}{2\text{Re}(Z_{11})} \frac{Z_{13}}{Z_{11}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & e^{j\Phi} \\ e^{j\Phi} & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \quad (3.99)$$

und

$$\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g} = \frac{2\text{Re}(Z_{11})}{Z_{11}} \mathbf{I}_2, \quad (3.100)$$

gegeben. Daraus ergibt sich mit (3.86) die Kanalkapazität C dieses Systems zu

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_2 + \frac{\overline{P_0} L}{2P_n} (\mathbf{A} \mathbf{A}^H) \right), \quad (3.101)$$

wobei

$$L = \frac{|Z_{13}|^2}{(2\text{Re}(Z_{11}))^2}. \quad (3.102)$$

In Abb. 3.7 ist der Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von Φ für $\frac{\overline{P_0} L}{P_n}$ als Parameter dargestellt. Es ist zu sehen, dass die Kanalkapazität periodisch mit Φ verläuft. Dabei erreicht sie ihren Maximalwert bei dem Phasenunterschied $\Phi = 90^\circ$. Dies bedeutet, dass die Koppelimpedanzen Z_{13} und Z_{14} orthogonal zueinander sind. Sind jedoch diese Impedanzen gleich- oder gegenphasig, so besitzt die Kanalkapazität ihren Minimalwert. Abb. 3.7 ist erwartungsgemäß zu entnehmen, dass die Kanalkapazität mit wachsendem SNR ansteigt.

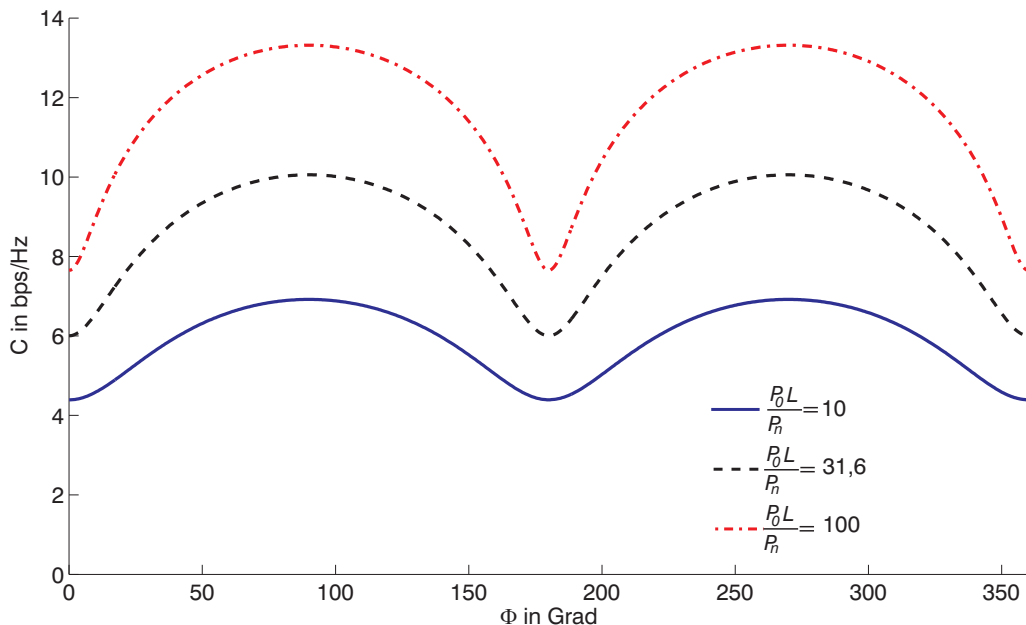


Abbildung 3.7: Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von Φ mit $(\frac{\overline{P_0} L}{P_n})$ als Parameter

Als nächstes Beispiel wird ein 2×2 -MIMO-System bei Berücksichtigung der Strahlungskopplung zwischen den Antennen der jeweiligen Gruppen untereinander untersucht, um den Einfluss dieser Strahlungskopplungen auf die Kanalkapazität beurteilen zu können. Es wird dabei angenommen, dass (3.87)-(3.90), (3.92)-(3.96) sowie (3.98) ebenfalls für dieses System gelten. Lediglich (3.91) ist in diesem Fall nicht mehr gültig. Die Impedanz-Matrix des Systems ergibt sich dann zu

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{13}e^{j\Phi} \\ Z_{12} & Z_{11} & Z_{13}e^{j\Phi} & Z_{13} \\ Z_{13} & Z_{13}e^{j\Phi} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{13}e^{j\Phi} & Z_{13} & Z_{12} & Z_{11} \end{pmatrix} \quad (3.103)$$

als eine weitere Spezialisierung von (3.60). Führt man

$$k = \frac{Z_{12}}{Z_{11}} \quad (3.104)$$

und

$$\tilde{k} = \frac{\operatorname{Re}(Z_{11})}{Z_{11}} \quad (3.105)$$

ein, so lassen sich die Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} und die Matrix $\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}$ gemäß (3.15) und (3.38) unter Berücksichtigung von (3.96) als

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \frac{Z_{13}Z_{11}^*}{Z_{11}^2} \begin{pmatrix} E(k, \tilde{k}) - e^{j\Phi}F(k, \tilde{k}) & e^{j\Phi}E(k, \tilde{k}) - F(k, \tilde{k}) \\ e^{j\Phi}E(k, \tilde{k}) - F(k, \tilde{k}) & E(k, \tilde{k}) - e^{j\Phi}F(k, \tilde{k}) \end{pmatrix} \quad (3.106)$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g} = \frac{1}{1 - k^2} \begin{pmatrix} 2\tilde{k} - k^2 & -k(2\tilde{k} - 1) \\ -k(2\tilde{k} - 1) & 2\tilde{k} - k^2 \end{pmatrix} \quad (3.107)$$

darstellen, wobei

$$E(k, \tilde{k}) = \frac{1}{(1 - k)(2\tilde{k} - k)} + \frac{1}{(1 + k)(2\tilde{k} + k)} \quad (3.108)$$

und

$$F(k, \tilde{k}) = \frac{1}{(1 - k)(2\tilde{k} - k)} - \frac{1}{(1 + k)(2\tilde{k} + k)} \quad (3.109)$$

gelten. Da mit (3.104)

$$(1 - k) = \frac{Z_{11} - Z_{12}}{Z_{11}} \quad (3.110)$$

und

$$(1 + k) = \frac{Z_{11} + Z_{12}}{Z_{11}} \quad (3.111)$$

gelten, folgt aus (3.106)-(3.109), dass die Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} und die Matrix $\mathbf{C}_{\mathbf{u}_t \mathbf{u}_g}$ und demzufolge die Kanalkapazität durch die Summe $Z_{11} + Z_{12}$ und die Differenz $Z_{11} - Z_{12}$ von der Selbstimpedanz Z_{11} der Antennen und der Koppelimpedanz Z_{12} zwischen den Antennen in den Gruppen untereinander bestimmt ist. Die Kanalkapazität ergibt sich dann entsprechend (3.86) mit (3.106) und (3.107) zu

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_2 + \frac{\overline{P_0 L}}{2P_n} |\tilde{k}|^4 (\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{A}}^H) \right), \quad (3.112)$$

wobei

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{k}(\tilde{k} - ke^{j\Phi}) + (\frac{k}{2})^2}{(\tilde{k}^2 - (\frac{k}{2})^2)^2} & \frac{\tilde{k}(\tilde{k}e^{j\Phi} - k) + (\frac{k}{2})^2 e^{j\Phi}}{(\tilde{k}^2 - (\frac{k}{2})^2)^2} \\ \frac{\tilde{k}(\tilde{k}e^{j\Phi} - k) + (\frac{k}{2})^2 e^{j\Phi}}{(\tilde{k}^2 - (\frac{k}{2})^2)^2} & \frac{\tilde{k}(\tilde{k} - ke^{j\Phi}) + (\frac{k}{2})^2}{(\tilde{k}^2 - (\frac{k}{2})^2)^2} \end{pmatrix} \quad (3.113)$$

gilt und L durch (3.102) gegeben ist.

Es muss angemerkt werden, dass sich in der Regel die Eigenimpedanzen der Antennen bei vorhandenen Nahfeldverkopplungen gegenüber dem Fall ohne Nahfeldverkopplungen verändern, so dass die Grössen k und \tilde{k} nicht “unabhängig“ voneinander betrachtet werden können, da beide auf die Eigenimpedanz der Antennen normiert sind. Weiterhin verändern sich ebenfalls die Fernfeldkoppelimpedanzen mit der Verkopplung. Dadurch ist eine verallgemeinerte Auswertung von (3.112) nicht möglich. Um dennoch zu einer weiteren Aussage kommen zu können, werden k und \tilde{k} für eine konkrete Antennenanordnung (zwei parallel zueinander auf gleicher Höhe angeordnete $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen im Abstand $\frac{\lambda}{4}$) bestimmt und in (3.112) eingesetzt. In Abb. 3.8 ist der Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von Φ für die so bestimmten Werte von k und \tilde{k} für $\frac{\overline{P_0 L}}{P_n} = 10$ dargestellt.

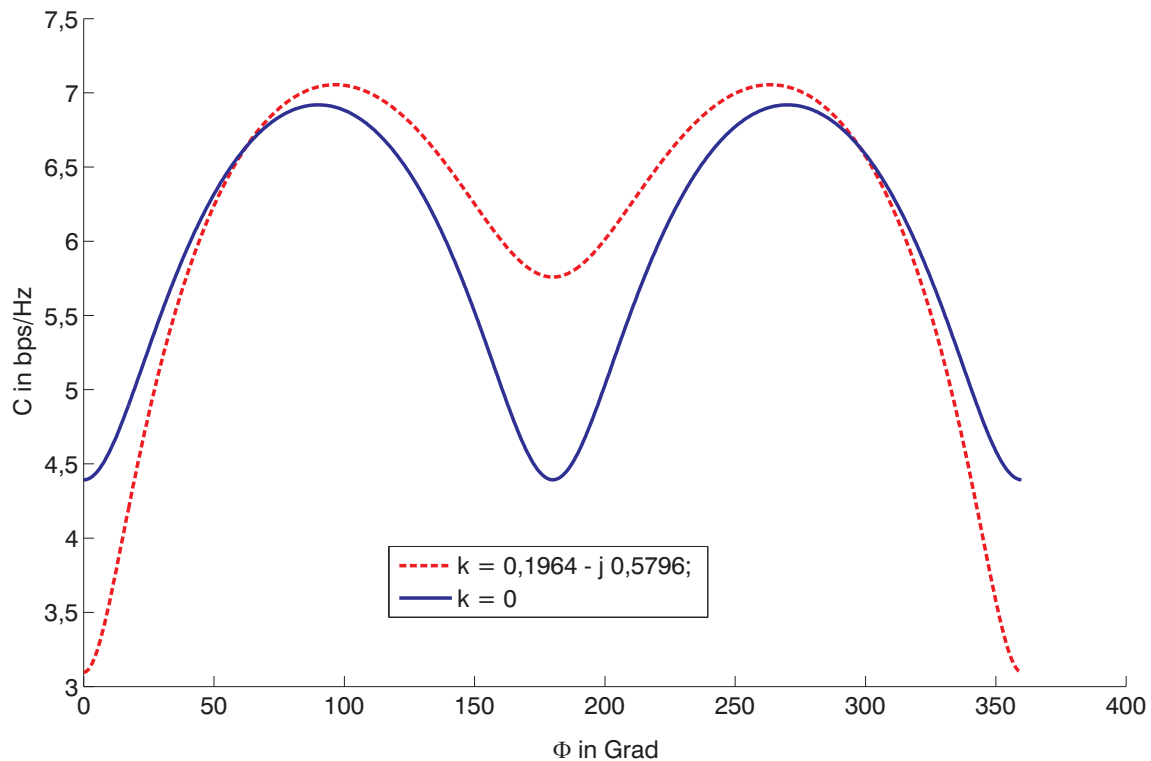


Abbildung 3.8: Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von Φ mit $\frac{\bar{P}_0 L}{P_n} = 10$ und $\tilde{k} = 0,7769 - j0,4163$

Zum Vergleich ist der Verlauf der Kanalkapazität für $k = 0$, d.h. bei Vernachlässigung der Strahlungskopplung zwischen den Antennen der jeweiligen Gruppen untereinander, ebenfalls dargestellt. Der Abb. 3.8 ist zu entnehmen, dass die Kanalkapazität unter Berücksichtigung der Nahfeldverkopplungen einen ähnlichen Verlauf mit Φ wie im Fall ohne Berücksichtigung dieser Nahfeldverkopplungen aufweist. Sie besitzt wiederum Minima bei Gleichphasigkeit der Fernfeldkoppelimpedanzen, d.h. $\Phi = 0^\circ$ und $\Phi = 360^\circ$, und ein Nebenminimum bei Gegenphasigkeit der Fernfeldkoppelimpedanzen ($\Phi = 180^\circ$). Das Hauptmaximum der Kanalkapazität findet sich - wie im Fall ohne Berücksichtigung der Nahfeldverkopplungen - bei $\Phi = 90^\circ$. Es soll an dieser Stelle nochmals erwähnt werden, dass diese Interpretation nur unter den getroffenen Annahmen gültig ist.

KAPITEL 4

Numerische Lösung des Feldproblems: Auswirkung des verwendeten feldtheoretischen Verfahrens auf das Ergebnis für die Kanalkapazität

4.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird auf die feldtheoretische Bestimmung der die Kanalkapazität mitbestimmenden und im Kapitel 3 eingeführten Impedanzmatrix \mathbf{Z} eines MIMO-Systems eingegangen.

4.2 Theoretische Grundlagen

Die Grundlage zur Lösung aller elektromagnetischen Feldprobleme bilden die Maxwell'schen Gleichungen. Diese können für zeitharmonische elektromagnetische Felder ($e^{j\omega t}$) angegeben werden zu

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}(\mathbf{r}), \quad (4.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mathbf{M}(\mathbf{r}), \quad (4.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho_J(\mathbf{r}) \quad (4.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \rho_M(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

In (4.1) bis (4.4) bezeichnen

- \mathbf{H} die magnetische Feldstärke,
- \mathbf{E} die elektrische Feldstärke,
- \mathbf{J} die elektrische Stromdichte,
- \mathbf{M} die magnetische Stromdichte,
- \mathbf{B} die magnetische Flussdichte,
- \mathbf{D} die dielektrische Verschiebungsdichte,
- ρ_J die zu \mathbf{J} gehörige elektrische Raumladungsdichte,
- ρ_M die zu \mathbf{M} gehörige magnetische Raumladungsdichte.

Für die Lösung eines konkreten Feldproblems müssen die Maxwell-Gleichungen durch Materialbeziehungen ergänzt werden, die unter der Annahme eines vorliegenden linearen und isotropen Mediums in der Form

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (4.6)$$

angegeben werden können, wobei $\varepsilon(\mathbf{r})$ die ortsabhängige Dielektrizitätskonstante und $\mu(\mathbf{r})$ die ortsabhängige Permeabilitätskonstante bezeichnen. Die Maxwell-Gleichungen stellen ein System von gekoppelten Differentialgleichungen dar. Zur Lösung dieser

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Gleichungen, d.h. zur Bestimmung der elektrischen und der magnetischen Feldstärke bei einer eingepprägten Stromverteilung, ist es oft zweckmäßig, das System von gekoppelten in ein System von ungekoppelten Differentialgleichungen zurückzuführen. Dies kann z.B. durch Rotationsbildung von (4.1) und (4.2) mit anschließendem Eliminieren von jeweils einer Unbekannten (**E** oder **H**) geschehen, woraus man unter Berücksichtigung von (4.5) und (4.6)

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{E}_J(\mathbf{r}) - \omega^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}_J(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{J}(\mathbf{r}), \quad (4.7)$$

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{E}_M(\mathbf{r}) - \omega^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}_M(\mathbf{r}) = -\nabla \times \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r})}{\mu(\mathbf{r})} \quad (4.8)$$

erhält. (4.7) und (4.8) sind die inhomogenen Wellengleichungen für die elektrische Feldstärke **E**, wobei $\mathbf{E}_J(\mathbf{r})$ die von der elektrischen Stromdichte **J** erzeugte elektrische Feldstärke und $\mathbf{E}_M(\mathbf{r})$ die von der magnetischen Stromdichte **M** erzeugte elektrische Feldstärke bezeichnen. Die (gesamte) elektrische Feldstärke ergibt sich aus der Summe der beiden Teilfelder $\mathbf{E}_J(\mathbf{r})$ und $\mathbf{E}_M(\mathbf{r})$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_J(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_M(\mathbf{r}). \quad (4.9)$$

Unter Zuhilfenahme des Konzepts der Green'schen Funktionen können mit $\vec{G}_J^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ und $\vec{G}_M^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ Lösungen der inhomogenen Wellengleichungen (4.7) und (4.8) für am Ort \mathbf{r}' befindliche elektrische und magnetische punktförmige Stromverteilungen bestimmt werden, wobei

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\mathbf{r})} \nabla \times \vec{G}_J^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \omega^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \vec{G}_J^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -j\omega \vec{I} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (4.10)$$

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\mathbf{r})} \nabla \times \vec{G}_M^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \omega^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \vec{G}_M^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\nabla \times \frac{1}{\mu(\mathbf{r})} \vec{I} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (4.11)$$

gelten. In (4.10) und (4.11) bezeichnet \vec{I} die Einheitsdyade. Die elektrische Feldstärke in einem beliebigen Aufpunkt **E**(**r**) für beliebige elektrische und magnetische Stromverteilungen im Lösungsgebiet *V* lässt sich dann bei bekannten Green'schen Funktionen für die elektrische Feldstärke $\vec{G}_J^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ und $\vec{G}_M^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ gemäß

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \underbrace{\iiint_V \vec{G}_J^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dv'}_{\mathbf{E}_J(\mathbf{r})} + \underbrace{\iiint_V \vec{G}_M^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}') dv'}_{\mathbf{E}_M(\mathbf{r})} \quad (4.12)$$

berechnen.

Unter Ausnutzung der Dualität zwischen elektrischen und magnetischen Größen lassen sich analoge Gleichungen zu (4.7) bis (4.11) für die magnetische Feldstärke \mathbf{H} herleiten. Die (gesamte) magnetische Feldstärke ergibt sich dementsprechend zu

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \underbrace{\iiint_V \vec{G}_J^H(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dv'}_{\mathbf{H}_J(\mathbf{r})} + \underbrace{\iiint_V \vec{G}_M^H(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}') dv'}_{\mathbf{H}_M(\mathbf{r})} \quad (4.13)$$

In (4.13) sind $\vec{G}_J^H(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ und $\vec{G}_M^H(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ die Green'schen Funktionen für die magnetische Feldstärke, \mathbf{H}_J bezeichnet die von der elektrischen Stromdichte erzeugte und \mathbf{H}_M die von der magnetischen Stromdichte erzeugte magnetische Feldstärke.

Alternativ zu den in (4.12) und in (4.13) angegebenen Gleichungen können die elektrische und die magnetische Feldstärke auch mit Hilfe von elektrodynamischen Potentialen berechnet [45] werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = & -j\omega \iiint_V \vec{G}_J^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dv' + \frac{1}{j\omega} \nabla \cdot \iiint_V \vec{G}_J^\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dv' \\ & + \iiint_V \vec{G}_M^F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}') dv' \end{aligned} \quad (4.14)$$

In (4.14) bezeichnen $\vec{G}_J^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $\vec{G}_J^\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ und $\vec{G}_M^F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ die Green'schen Funktionen für das magnetische Vektorpotential \mathbf{A} , das elektrische skalare Potential ϕ und das elektrische Vektorpotential \mathbf{F} . Unter Berücksichtigung der Dualität lässt sich eine analoge Gleichung zu (4.14) für die magnetische Feldstärke mit Hilfe von elektrodynamischen Potentialen herleiten [45], auf deren Angabe für eine bessere Lesbarkeit an dieser Stelle verzichtet wird. Werden nur eingeprägte elektrische Ströme betrachtet ($\mathbf{M} = 0$ und $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$), so spezialisiert sich (4.14) zu

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \iiint_V \vec{G}_J^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dv' \quad (4.15)$$

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Befinden sich die elektrischen Quellströme im Freiraum, so gilt [46]

$$\vec{G}_J^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\mu}{4\pi} \vec{I} \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \quad (4.16)$$

In (4.16) bezeichnet $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ die Entfernung zwischen dem Quellpunkt \mathbf{r}' und dem Aufpunkt \mathbf{r} . Setzt man (4.16) in (4.15) ein, erhält man für die elektrische Feldstärke $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ im Aufpunkt \mathbf{r}

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv'. \quad (4.17)$$

Liegt der Aufpunkt \mathbf{r} im Fernfeld der Stromdichteverteilung $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$, so kann (4.17) zu

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk|\mathbf{r}|}}{|\mathbf{r}|} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{jk\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{r}'} dv' \quad (4.18)$$

vereinfacht werden. In (4.18) bezeichnet \mathbf{e}_r den Einheitsvektor in Richtung \mathbf{r} , d.h. $\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$.

4.3 Reziprozitätstheorem/Reziprozitätssatz

In einem linearen und isotropen Medium ($\varepsilon(\mathbf{r}), \mu(\mathbf{r})$) befinden sich am Ort \mathbf{r}_a die Quellen $\mathbf{J}_a, \mathbf{M}_a$ und am Ort \mathbf{r}_b die Quellen $\mathbf{J}_b, \mathbf{M}_b$. Die Quellen $\mathbf{J}_a, \mathbf{M}_a$ und die Quellen $\mathbf{J}_b, \mathbf{M}_b$ seien gleichfrequent. Die von den Quellen $\mathbf{J}_a, \mathbf{M}_a$ erzeugten elektromagnetischen Felder sind mit $\mathbf{E}_a, \mathbf{H}_a$ und die von den Quellen $\mathbf{J}_b, \mathbf{M}_b$ erzeugten elektromagnetischen Felder mit $\mathbf{E}_b, \mathbf{H}_b$ bezeichnet. Die Felder $\mathbf{E}_a, \mathbf{H}_a$ und $\mathbf{E}_b, \mathbf{H}_b$ erfüllen jeweils die Gleichungen (4.1) bis (4.4) mit den dazugehörigen Materialbeziehungen (4.5) und (4.6). Es kann gezeigt werden, dass dann

$$-\oint_{F(V)} (\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_b - \mathbf{E}_b \times \mathbf{H}_a) \cdot \mathbf{d}f' = \iiint_V (\mathbf{E}_a \cdot \mathbf{J}_b + \mathbf{M}_a \cdot \mathbf{H}_b - \mathbf{J}_a \cdot \mathbf{E}_b - \mathbf{M}_b \cdot \mathbf{H}_a) dv' \quad (4.19)$$

gilt [45, 47]. In (4.19) bezeichnet V das Volumen des betrachteten, die Quellen einschließenden Gebietes und $F(V)$ dessen geschlossene Oberfläche. Gleichung (4.19)

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

wird als allgemeiner Reziprozitätssatz für lineare Medien oder als Reziprozitätstheorem von Lorentz [42, 45] bezeichnet.

Gilt

$$\oint_{F(V)} (\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_b - \mathbf{E}_b \times \mathbf{H}_a) \cdot \mathbf{d}f' = 0, \quad (4.20)$$

so spezialisiert sich (4.19) zu

$$\iiint_V \mathbf{E}_a \cdot \mathbf{J}_b - \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{M}_b \, dv' = \iiint_V \mathbf{E}_b \cdot \mathbf{J}_a - \mathbf{H}_b \cdot \mathbf{M}_a \, dv'. \quad (4.21)$$

Die Integrale auf der linken und auf der rechten Seite von (4.21) werden als Reaktionen oder Reaktionsintegrale bezeichnet [42, 45]. Sie beschreiben jeweils die Wirkung der Felder $\mathbf{E}_a, \mathbf{H}_a$ der Quellen $\mathbf{J}_a, \mathbf{M}_a$ auf die Quellen $\mathbf{J}_b, \mathbf{M}_b$ bzw. die Wirkung der Felder $\mathbf{E}_b, \mathbf{H}_b$ der Quellen $\mathbf{J}_b, \mathbf{M}_b$ auf die Quellen $\mathbf{J}_a, \mathbf{M}_a$ und werden mit $\langle a, b \rangle$ bzw. $\langle b, a \rangle$, d.h.

$$\langle a, b \rangle = \iiint_V \mathbf{E}_a \cdot \mathbf{J}_b - \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{M}_b \, dv \quad (4.22)$$

$$\langle b, a \rangle = \iiint_V \mathbf{E}_b \cdot \mathbf{J}_a - \mathbf{H}_b \cdot \mathbf{M}_a \, dv \quad (4.23)$$

gekennzeichnet. Die für die Gültigkeit von (4.21) in (4.20) angegebene notwendige Bedingung ist z.B. erfüllt, wenn

- die in V eingeschlossenen Quellverteilungen endlich ausgedehnt sind und das betrachtete Gebiet V unendlich ausgedehnt ist (z.B. mit V als Freiraum ist $F(V)$ die Oberfläche der Fernkugel),
- auf der Oberfläche $F(V)$ eine der tangentialen Komponenten $E_{a,tan}, H_{a,tan}$ und $E_{b,tan}, H_{b,tan}$ der Felder $(\mathbf{E}_a, \mathbf{H}_a)$ und $(\mathbf{E}_b, \mathbf{H}_b)$ verschwindet.

4.4 Bestimmung der Koppelimpedanzen von (Antennen)-Mehrtoren durch Anwendung des Re- ziprozitätssatzes

Die Einträge Z_{ij} ($i = 1 \cdots M + N, j = 1 \cdots M + N$) der in Abb. 3.1 eingeführten Impedanzmatrix \mathbf{Z} eines Mehrtors, im Folgenden als Koppelimpedanzen bezeichnet, lassen sich als Reaktionen zwischen an seinen Toren eingepägten Stromquellen darstellen [42, 48]. Bezeichnet man mit

- I_i den eingepägten Strom der Stromquelle am Tor i , wobei alle anderen Tore ($i \neq j$) leerlaufen,
- I_j den eingepägten Strom der Stromquelle am Tor j , wobei alle anderen Tore ($j \neq i$) leerlaufen,
- \mathbf{J}_j die durch den Strom I_j erzeugte Stromdichteverteilung auf der gesamten Antennenstruktur,
- \mathbf{J}_i die durch den Strom I_i erzeugte Stromdichteverteilung auf der gesamten Antennenstruktur,
- \mathbf{E}_{ji} die durch die Stromdichteverteilung \mathbf{J}_i erzeugte elektrische Feldstärke am Ort von \mathbf{J}_j

so ergibt sich unter Berücksichtigung von (4.22) für die Koppelimpedanz Z_{ji} [42, 48]

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \int_{V_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}'_j) \mathbf{J}_j(\mathbf{r}'_j) dv'_j. \quad (4.24)$$

\mathbf{E}_{ji} lässt sich gemäß (4.12) ($\mathbf{M} = 0$) aus

$$\mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_j) = \int_{V_i} \vec{G}_J^E(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}'_i) \mathbf{J}_i(\mathbf{r}'_i) dv'_i. \quad (4.25)$$

berechnen. Die Integrationen in (4.24) und (4.25) werden über die die Stromdichteverteilungen \mathbf{J}_j und \mathbf{J}_i einschliessenden Gebiete V_j und V_i durchgeführt, d.h. über die

gesamte Antennenstruktur einschliesslich ihrer Umgebung. Setzt man anschließend (4.25) in (4.24) ein, so erhält man

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \int_{V_j} \int_{V_i} \vec{G}_J^E(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}'_i) \mathbf{J}_i(\mathbf{r}'_i) \mathbf{J}_j(\mathbf{r}_j) dv'_i dv_j \quad (4.26)$$

Aus (4.26) ist ersichtlich, dass die Koppelimpedanzen Z_{ji} ($i = 1 \cdots M + N, j = 1 \cdots M + N$) durch die von den Klemmenströmen I_i und I_j erzeugten Stromdichteverteilungen \mathbf{J}_i und \mathbf{J}_j auf den Antennen und durch die Green'sche Funktion $\vec{G}_J^E(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}'_i)$ bestimmt sind. Gleichung (4.26) kann nur für spezielle Konfigurationen (z.B. Dipolantennen im Freiraum) näherungsweise analytisch ausgewertet werden. Die Koppelimpedanzen werden daher im Allgemeinen mit numerischen Verfahren bestimmt. Auf die numerische Auswertung von (4.26) wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

4.5 Numerische Bestimmung der Koppelimpedanzen

4.5.1 Numerische Lösung mit dem MOM-Verfahren

In der MOM werden die Stromdichteverteilungen \mathbf{J}_i und \mathbf{J}_j in Reihen von vektoriellen Basisfunktionen β_{p_i} und β_{p_j} mit unbekanntem Koeffizienten \hat{J}_{p_i} und \hat{J}_{p_j} entwickelt:

$$\mathbf{J}_i(\mathbf{r}_i) = \sum_{p_i=1}^{P_i} \hat{J}_{p_i} \beta_{p_i}(\mathbf{r}_i) \quad (4.27)$$

und

$$\mathbf{J}_j(\mathbf{r}_j) = \sum_{p_j=1}^{P_j} \hat{J}_{p_j} \beta_{p_j}(\mathbf{r}_j). \quad (4.28)$$

P_i in (4.27) und P_j in (4.28) bezeichnen die Anzahl der verwendeten Basisfunktionen für \mathbf{J}_i und \mathbf{J}_j . Man unterscheidet dabei zwischen Teilbereichs- und Ganzbereichs-Basisfunktionen. Letztere sind über die gesamte Antennenstruktur definiert. Teilbereichs-Basisfunktionen hingegen sind lediglich über Teilbereiche der Antennenstruktur definiert. Dies erfordert eine Diskretisierung der Antennenstruktur, mit der die Teilbereiche (TB) festgelegt werden. Zur Verdeutlichung ist dies in Abb. 4.1 am Beispiel eines Dünndraht- und eines Flachdraht-Modells einer Dipolantenne dargestellt.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

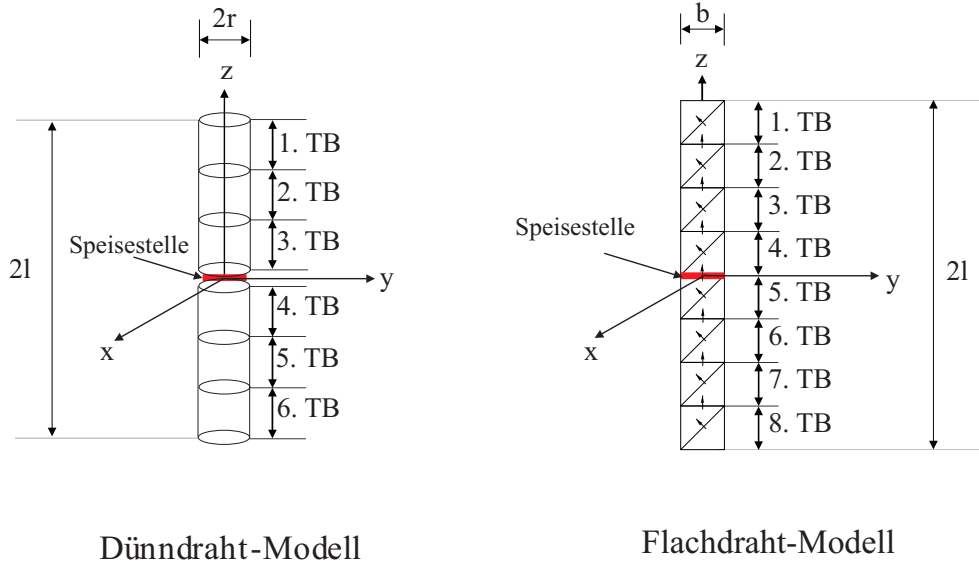


Abbildung 4.1: Dünndraht- und Flachdraht Modelle einer Dipolantenne mit Teilbereichen (TB)

Die Entwicklungskoeffizienten \hat{J}_{p_i} und \hat{J}_{p_j} werden dann durch Anwendung von Integralgleichungsverfahren bestimmt, deren Prinzip im Folgenden am Beispiel der Bestimmung von \mathbf{J}_i kurz erläutert wird. Der Ansatz (4.27) für \mathbf{J}_i wird dabei in eine Integral-Darstellung des elektrischen Feldes (z.B. (4.25)) eingesetzt, und die elektrische Feldstärke wird unter Berücksichtigung der Randbedingungen des vorliegenden Feldproblems in Teilbereichen mit anschließender Gewichtung des Ergebnisses mit vektoriellen Testfunktionen α_{q_i} , $q_i = 1 \cdots Q_i$ bewertet. Daraus resultiert eine der Gl. (3.1) ähnliche Impedanz-Matrix-Darstellung für die unbekanntenen Entwicklungskoeffizienten \hat{J}_{p_i} , wobei die Einträge

$$\tilde{Z}_{q_i p_i} = \int_{V_{q_i}} \int_{V_{p_i}} \vec{G}_J^E(\mathbf{r}_{q_i}, \mathbf{r}'_{p_i}) \beta_{p_i}(\mathbf{r}'_{p_i}) \alpha_{q_i}(\mathbf{r}_{q_i}) dv'_{p_i} dv_{q_i}, \quad (4.29)$$

mit $q_i = 1 \cdots Q_i$, $p_i = 1 \cdots P_i$, dieser Impedanz-Matrix (im folgenden MOM-Impedanz-Matrix $\tilde{\mathbf{Z}}$ genannt) die Verkopplung zwischen der p_i -ten Basisfunktion und der q_i -ten Testfunktion beschreiben. Die Kennzeichnung dieser neuen Impedanzen mit dem aufgesetzten Symbol „ $\tilde{}$ “ soll den Unterschied zu den Einträgen der \mathbf{Z} -Matrix des $M + N$ -

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Mehrtors hervorheben. Die Koeffizienten \hat{J}_{p_i} werden dann durch Lösen des so erstellten linearen algebraischen Gleichungssystems bestimmt.

Sind die Entwicklungskoeffizienten \hat{J}_{p_i} und \hat{J}_{p_j} wie oben beschrieben und damit die von den Klemmenströmen I_i und I_j erzeugten Stromverteilungen \mathbf{J}_i und \mathbf{J}_j auf der Antennenstruktur bekannt, dann können (4.27) und (4.28) in (4.26) eingesetzt werden, woraus sich die Einträge der \mathbf{Z} -Matrix

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \sum_{p_i=1}^{P_i} \sum_{p_j=1}^{P_j} \hat{J}_{p_i} \hat{J}_{p_j} \int_{V_{p_j}} \int_{V_{p_i}} \vec{G}_J^E(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}'_i) \beta_{p_i}(\mathbf{r}'_i) \beta_{p_j}(\mathbf{r}_j), dv'_{p_i} dv_{p_j} \quad (4.30)$$

ergeben. Werden die Q_i -Testfunktionen nach der Galerkin-Methode [49] gewählt, d.h. wenn für α_{q_i} in (4.29)

$$\alpha_{q_i} = \beta_{q_i} \quad (4.31)$$

gilt, dann spezialisiert sich (4.30) für $Q_i = P_j$ unter Berücksichtigung von (4.29) weiter zu

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \sum_{p_i=1}^{P_i} \sum_{p_j=1}^{P_j} \hat{J}_{p_i} \hat{J}_{p_j} \tilde{Z}_{p_j p_i}. \quad (4.32)$$

Die Einträge der \mathbf{Z} -Matrix des $M + N$ -Mehrtors lassen sich also unmittelbar aus den Einträgen der MOM-Impedanzmatrix und den Entwicklungskoeffizienten berechnen. Das MOM-Verfahren eignet sich für die Berechnung von beliebig geformten, ideal leitfähigen Strukturen, die weitgehend beliebig im Raum verteilt werden können, woraus sehr große Abstände zwischen den einzelnen Objekten behandelbar sind. Dabei sind lediglich diese Objekte zu diskretisieren. Der Zwischenraum zwischen den Objekten wird nicht diskretisiert. Die Größe des zu lösenden Problems ist dann lediglich durch die noch zu verarbeitende Diskretisierung aller Objekte begrenzt.

Für die MOM-Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit werden zwei Programmcodes eingesetzt: Das auf einer Dünndraht-Modellierung der Antennenstruktur basierende kommerzielle Programmpaket *Expert MININEC Classic 6.2* [50] und ein auf einer Flachdraht-Modellierung der Antennenstruktur basierender Programmcode, welcher

zum Teil am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik entwickelt wurde [51]. Die Eignung dieses Programmcodes unterschiedliche Feldprobleme effizient zu behandeln wurde in zahlreichen Veröffentlichungen, wie [52–54], exemplarisch belegt. Die für die MOM-Flachdraht-Berechnungen vorab benötigten Rechenmodelle der Antennenstruktur werden mit dem kommerziellen Netzgenerator *HYPERMESH* [55] erstellt.

4.5.2 Numerische Lösung mit dem FDTD-Verfahren

Das FDTD-Verfahren ist ein Verfahren zur Lösung dreidimensionaler elektromagnetischer Randwertprobleme im Zeitbereich. Dabei werden die in den Maxwell-Gleichungen auftretenden räumlichen und zeitlichen Ableitungen durch Differenzenquotienten approximiert. Dazu wird das gesamte Volumen des Lösungsbereiches, welches aus Materialien mit unterschiedlichen Leitfähigkeiten, Permittivitäten und Permeabilitäten bestehen kann, diskretisiert. Es entsteht daraus ein rechtwinkliges Gitter aus quaderförmigen Gitterzellen, wobei in jeder Gitterzelle die Materialparameter als konstant angenommen werden. Durch eine geschickte örtliche und zeitliche Anordnung der unbekannteren Feldkomponenten E_x, E_y, E_z, H_x, H_y und H_z innerhalb dieser orthogonalen Gitterstruktur (meist nach dem Yee [56]-Schema (s. Abb. 4.2)), erhält man schließlich ein System von sogenannten Gitter-Maxwell-Gleichungen, die numerisch gelöst werden, wobei die für das vorliegende Problem am Rand des Berechnungsvolumens gültigen Randbedingungen von den elektrischen und magnetischen Feldern erfüllt werden müssen. Die Stabilität der erhaltenen numerischen FDTD-Lösung des vorliegenden Feldproblems ist gewährleistet, wenn bei der Lösung der Gitter-Maxwell-Gleichungen die sogenannte Courant-Bedingung [57] eingehalten wird. Die in der vorliegenden Arbeit benötigten Koppelimpedanzen $Z_{ij}(i = 1 \dots M + N, j = 1 \dots M + N)$ werden dann anschließend aus der FDTD-Lösung des Feldproblems durch Auswertung der Klemmengrößen des (Antennen)-Mehrtors bestimmt.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

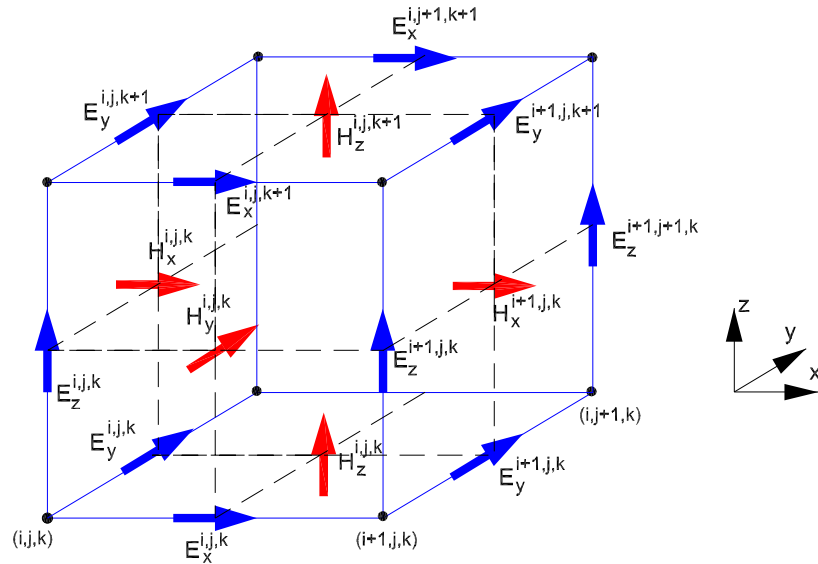


Abbildung 4.2: Örtliche Anordnung der Feldkomponenten in einer Gitterzelle eines FDTD-Lösungsgebiets nach dem YEE-Schema [56]: Die unbekannt elektrischen Feldstärken $\mathbf{E}(i, j, k)$ werden den Kanten der quaderförmigen Gitterzellen zugeordnet. Die dazu gehörigen unbekannt magnetischen Feldstärken $\mathbf{H}(i, j, k)$ stehen senkrecht auf den Seitenflächen der Gitterzelle. Indizes (i, j, k) bezeichnen die Koordinaten der Gitterpunkte

Im Gegensatz zum MOM-Verfahren ist bei dem FDTD-Verfahren das gesamte Lösungsbereich zu diskretisieren. Dadurch ist es möglich, sehr komplex aufgebaute Strukturen mit beliebiger Materialverteilung zu behandeln. Das gesamte Lösungsvolumen darf jedoch dabei nicht beliebig groß werden. Die Größe des zu lösenden Feldproblems ist durch die Größe des dem Feldproblem zugrundegelegten FDTD-Lösungsbereichs begrenzt.

Für die FDTD-Berechnungen in der vorliegenden Arbeit wird ein am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik entwickelter Programmcode eingesetzt [58]. In diesem Code sind elektrische, magnetische und offene Randbedingungen realisiert.

4.5.3 Numerische Lösung, verknüpft mit strahlenoptischen Ver- fahren

In den Abschnitten 4.5.1 und 4.5.2 wurde bereits dargestellt, dass mit dem MOM- und dem FDTD-Verfahren nur bestimmte Klassen von Strukturen berechnet werden können. Nicht berechnet werden können mit beiden Verfahren komplex aufgebaute Antennenkonfigurationen, bei denen gleichzeitig die Sende- und Empfangsantennen weit voneinander entfernt positioniert sind. Ebenfalls nicht analysierbar sind Konfigurationen wie in Abb. 4.3, bei denen sich zusätzlich zu den Sende- und Empfangsantennengruppen mit großer Entfernung zueinander große Objekte im Lösungsraum befinden.

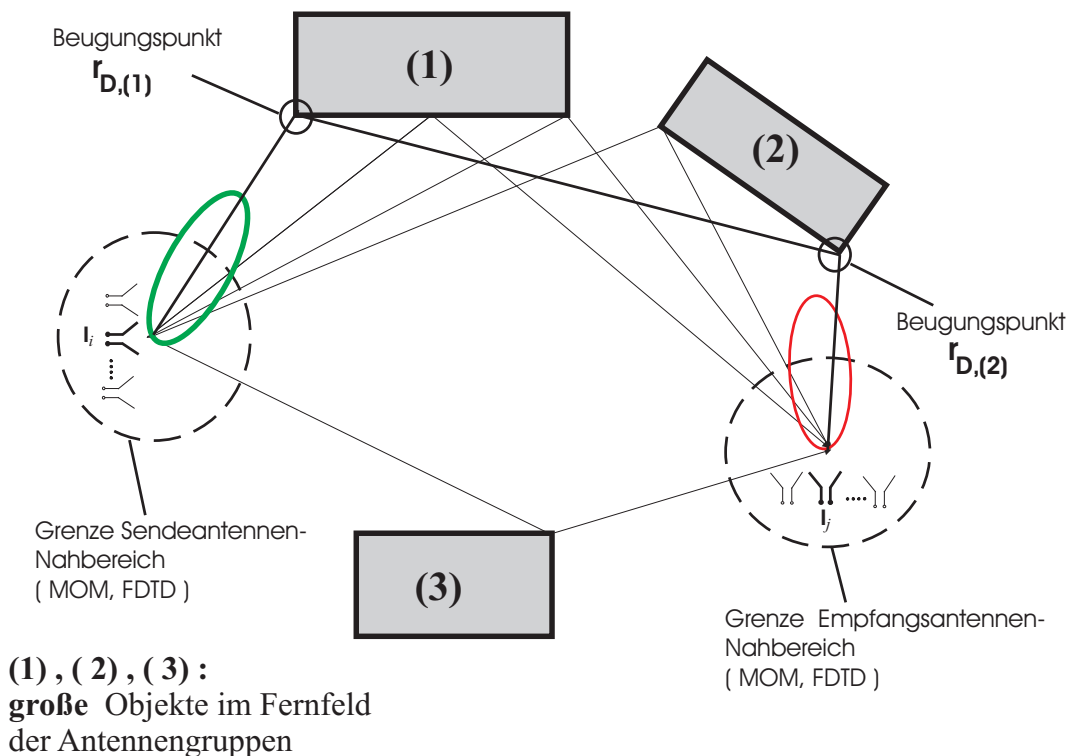


Abbildung 4.3: Konzept zur Berechnung der Koppelimpedanzen eines MIMO-
Systems mit den MOM- und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Um auch solche Konfigurationen bearbeiten zu können, ist es naheliegend, einen Teil der Berechnungen mit Hilfe asymptotischer, d.h. geometrisch-optischer Verfahren durchzuführen. Dazu wurde folgendes Konzept entwickelt: Die Selbst- und die Koppelimpedanzen der Antennen, jeweils auf der Sende- ($Z_{ij}, i = 1 \cdots M, j = 1 \cdots M$) und Empfangsseite ($Z_{ij}, i = M + 1 \cdots M + N, j = 1 \cdots M + N$), werden entweder mit dem MOM- oder dem FDTD-Verfahren berechnet. Bei dieser Berechnung werden Objekte, die maximal einige Wellenlängen von der Sende- oder der Empfangsantennengruppe entfernt sind, ebenfalls in die Rechnung einbezogen. Der so erfasste Bereich wird im Folgenden als Nahbereich der jeweiligen Antennengruppe bezeichnet. Um eine Gleichung zur Bestimmung der Koppelimpedanzen $Z_{ji}, i = 1 \cdots M, j = M + 1 \cdots M + N$, zwischen dem i -ten Tor der Sendeantennen- und dem j -ten Tor der Empfangsantennengruppe (im Folgenden Fernfeldkoppelimpedanzen genannt) zu entwickeln, wird von den Gleichungen (4.24) und (4.25) ausgegangen, die zur besseren Lesbarkeit an dieser Stelle nochmal angegeben werden:

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \int_{V_R} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}'_j) \mathbf{J}_j(\mathbf{r}'_j) dv'_R \quad (4.24)$$

$$\mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_j) = \int_{V_T} \vec{G}_J^E(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}'_i) \mathbf{J}_i(\mathbf{r}'_i) dv'_T \quad (4.25),$$

V_T beschreibt den Nahbereich der Sende- und V_R den Nahbereich der Empfangsantennengruppe. Für die nachfolgenden Herleitungen wird zunächst angenommen, dass sich die Sende- und die Empfangsantennengruppe im Freiraum befinden. Weiterhin wird das in Abb. 4.4 dargestellte Koordinatensystem zur Beschreibung der Antennenanordnung zugrundegelegt. In Abb. 4.4 bezeichnen:

- $\mathbf{r}_{T,0}$ den Ursprung des lokalen Koordinatensystems zur Beschreibung der Sendeantennengruppe,
- $\mathbf{r}_{R,0}$ den Ursprung des lokalen Koordinatensystems zur Beschreibung der Empfangsantennengruppe,
- \mathbf{r}_i einen Ortsvektor im Nahbereich der Sendeantennengruppe/ auf der Sendeantennengruppe,

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

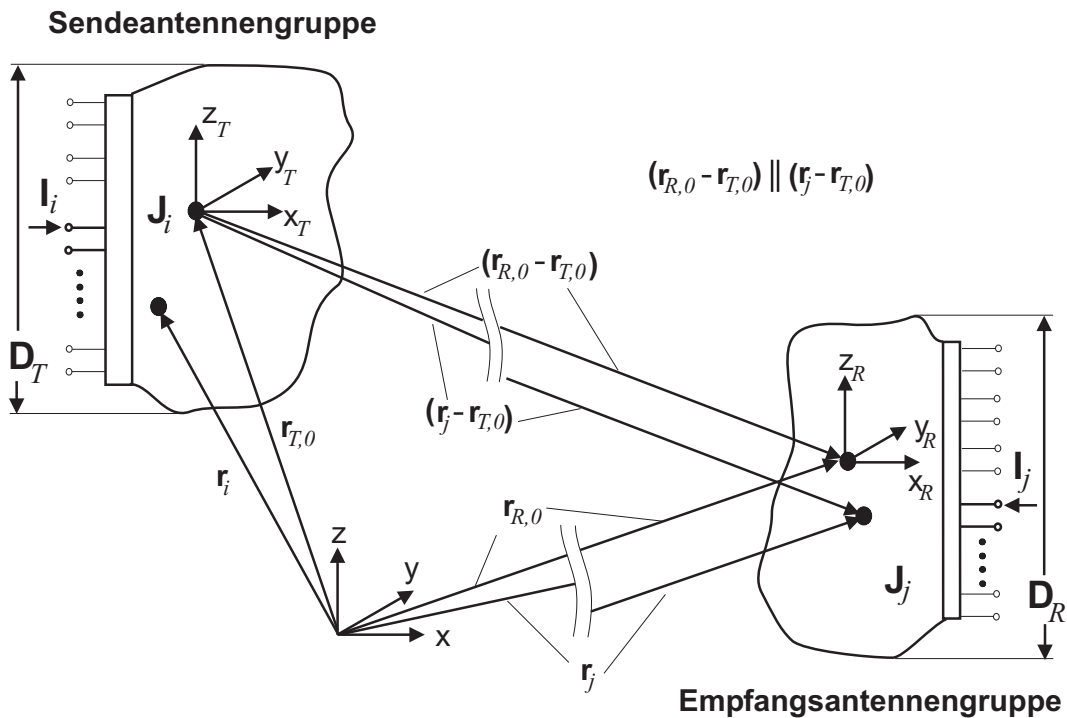


Abbildung 4.4: Zur Bestimmung der Fernfeldkoppelimpedanzen: Definition der Ortsvektoren $\mathbf{r}_{T,0}$, $\mathbf{r}_{R,0}$, \mathbf{r}_i und \mathbf{r}_j .

- \mathbf{r}_j einen Ortsvektor im Nahbereich der Empfangsantennengruppe/ auf der Empfangsantennengruppe,
- $(\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0})$ den Abstandsvektor zwischen der Sende- und der Empfangsantennengruppe,
- D_T die größte Abmessung der Sendeantennengruppe und
- D_R die größte Abmessung der Empfangsantennengruppe.

D_R und D_T schließen die Nahbereiche der Sende- und der Empfangsantennengruppe mit ein. Mit den so definierten Größen spezialisieren sich jetzt die in Kapitel 3 (Ab-

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

schnitt 3.4) erwähnten Fernfeldbedingungen wie folgt [45, 59]

$$|\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}| \gg \frac{\lambda}{2\pi}, \quad (4.33)$$

$$|\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}| \geq \frac{2D_T^2}{\lambda}, \quad (4.34)$$

$$|\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}| \geq \frac{2D_R^2}{\lambda}, \quad (4.35)$$

wobei λ die Wellenlänge bezeichnet. Da die Fernfeldbedingungen (4.33)-(4.35) erfüllt sein sollen, kann die durch die Stromdichteverteilung \mathbf{J}_i erzeugte elektrische Feldstärke $\mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_j)$ am Ort von \mathbf{J}_j als

$$\mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_j) = \frac{|\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}|}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{T,0}|} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{T,0})} \quad (4.36)$$

geschrieben werden, wobei $\mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0})$ mit (4.18) das Fernfeld der Stromdichteverteilung \mathbf{J}_i am Ort $\mathbf{r}_{R,0}$ bei Abwesenheit der dem Tor j zugehörigen Antennengruppe und

$$\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}} = \frac{\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}}{|\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}|} \quad (4.37)$$

der Einheitsvektor in Richtung $(\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0})$ sind. Berücksichtigt man weiterhin, dass im Fernfeld näherungsweise

$$\frac{|\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}|}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{T,0}|} = 1 \quad (4.38)$$

gilt, so lässt sich (4.36) zu

$$\mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{T,0})} \quad (4.39)$$

vereinfachen. Setzt man (4.39) in (4.24) ein, so spezialisiert sich letztere Gleichung zu

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \int_{V_R} \mathbf{J}_j(\mathbf{r}'_j) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_{T,0})} dv'_{R,j}. \quad (4.40)$$

Besteht die dem Tor j zugehörige Antennengruppe aus N diskreten Strahlerelementen, so lässt sich die Stromdichteverteilung \mathbf{J}_j gemäß

$$\mathbf{J}_j(\mathbf{r}_j) = \sum_{l=M+1}^{M+N} \mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l}), \quad (4.41)$$

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

mit $l = M + 1 \cdots M + N, j = M + 1 \cdots M + N$, darstellen, woraus sich (4.40) in diesem Fall zu

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \sum_{l=M+1}^{M+N} \int_{V_{R,l}} \mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}'_{j,l}) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}'_{j,l}-\mathbf{r}_{T,0})} dv'_{R,l} \quad (4.42)$$

ergibt. Wird weiterhin der Einfluss der Strahlungskopplung zwischen den einzelnen Strahlerelementen vernachlässigt, gilt

$$\mathbf{J}_j(\mathbf{r}_j) = \begin{cases} \mathbf{J}_{j,j}(\mathbf{r}_{j,j}) & l = j \\ 0 & l \neq j \end{cases} \quad (4.43)$$

($l = M + 1 \cdots M + N, j = M + 1 \cdots M + N$) für die Stromdichteverteilung \mathbf{J}_j , und (4.42) ergibt sich dann zu

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \int_{V_{R,l}} \mathbf{J}_{j,j}(\mathbf{r}'_{j,j}) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}'_{j,j}-\mathbf{r}_{T,0})} dv'_{R,l} \quad (4.44)$$

Handelt es sich bei den Strahlerelementen um Dipolantennen, so gilt näherungsweise [45]

$$\mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l}) = \begin{cases} \mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0}) \sin(k|\mathbf{r}_{j,l,1} - \mathbf{r}_{j,l}|) & \text{für } 0 \leq (\mathbf{r}_{j,l,0} - \mathbf{r}_{j,l}) \mathbf{e}_{\mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0})} \leq \frac{|\mathbf{r}_{j,l,2} - \mathbf{r}_{j,l,1}|}{2} \\ \mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0}) \sin(k|\mathbf{r}_{j,l} - \mathbf{r}_{j,l,2}|) & \text{für } -\frac{|\mathbf{r}_{j,l,2} - \mathbf{r}_{j,l,1}|}{2} \leq (\mathbf{r}_{j,l,0} - \mathbf{r}_{j,l}) \mathbf{e}_{\mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0})} \leq 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

für die Stromdichteverteilung $\mathbf{J}_{j,l}$ auf der l -ten Dipolantenne, wobei $\mathbf{r}_{j,l,0}$ den Mittelpunkt der Dipolantenne, $\mathbf{r}_{j,l,1}$ und $\mathbf{r}_{j,l,2}$ die beiden Endpunkte der Dipolantenne und $\mathbf{e}_{\mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0})}$ den Einheitsvektor in Richtung $\mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0})$ bezeichnen. (4.42) und (4.44) spezialisieren sich für diesen Fall mit (4.45) dann zu

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

$$Z_{ji} = \begin{cases} -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \sum_{l=M+1}^{M+N} \mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0}) \int_{r_{j,l,1}}^{r_{j,l,0}} \sin(k|\mathbf{r}_{j,l,1} - \mathbf{r}'_{j,l}|) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}'_{j,l} - \mathbf{r}_{T,0})} dr'_{j,l} \\ \text{für } 0 \leq (\mathbf{r}_{j,l,0} - \mathbf{r}_{j,l}) \mathbf{e}_{\mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0})} \leq \frac{|\mathbf{r}_{j,l,2} - \mathbf{r}_{j,l,1}|}{2} \\ -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \sum_{l=M+1}^{M+N} \mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0}) \int_{r_{j,l,0}}^{r_{j,l,2}} \sin(k|\mathbf{r}'_{j,l} - \mathbf{r}_{j,l,2}|) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}'_{j,l} - \mathbf{r}_{T,0})} dr'_{j,l} \\ \text{für } -\frac{|\mathbf{r}_{j,l,2} - \mathbf{r}_{j,l,1}|}{2} \leq (\mathbf{r}_{j,l,0} - \mathbf{r}_{j,l}) \mathbf{e}_{\mathbf{J}_{j,l}(\mathbf{r}_{j,l,0})} \leq 0 \end{cases} \quad (4.46)$$

und

$$Z_{ji} = \begin{cases} -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \mathbf{J}_{j,j}(\mathbf{r}_{j,j,0}) \int_{r_{j,j,1}}^{r_{j,j,0}} \sin(k|\mathbf{r}_{j,j,1} - \mathbf{r}'_{j,j}|) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}'_{j,j} - \mathbf{r}_{T,0})} dr'_{j,j} \\ \text{für } 0 \leq (\mathbf{r}_{j,j,0} - \mathbf{r}_{j,j}) \mathbf{e}_{\mathbf{J}_{j,j}(\mathbf{r}_{j,j,0})} \leq \frac{|\mathbf{r}_{j,j,2} - \mathbf{r}_{j,j,1}|}{2} \\ -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \mathbf{J}_{j,j}(\mathbf{r}_{j,j,0}) \int_{r_{j,j,0}}^{r_{j,j,2}} \sin(k|\mathbf{r}'_{j,j} - \mathbf{r}_{j,j,2}|) e^{-jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}}(\mathbf{r}'_{j,j} - \mathbf{r}_{T,0})} dr'_{j,j} \\ \text{für } -\frac{|\mathbf{r}_{j,j,2} - \mathbf{r}_{j,j,1}|}{2} \leq (\mathbf{r}_{j,j,0} - \mathbf{r}_{j,j}) \mathbf{e}_{\mathbf{J}_{j,j}(\mathbf{r}_{j,j,0})} \leq 0 \end{cases} \quad (4.47)$$

Analytische Auswertungen von (4.46) und (4.47) für einige Konfigurationen von Dipolantennen sind in [45, 59] zu finden.

Antennen werden häufig mit Hilfe ihrer Fernfeldrichtcharakteristika beschrieben, aus denen sich mit (4.18) unmittelbar das Fernfeld in einem Aufpunkt bei Speisung mit einem Strom angeben lässt. Es ist deshalb für die praktische Handhabung der Gl. (4.40) zweckmäßig, diese weiter umzuformen. Dazu führt man zunächst mit

$$\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{T,0}} = \frac{(\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0})}{|\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|} \quad (4.48)$$

den Einheitsvektor in Richtung $(\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0})$ ein. Damit gilt mit (4.37)

$$\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{R,0}} = -\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{T,0}}. \quad (4.49)$$

Setzt man (4.49) in (4.40) ein, erhält man

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \int_{V_R} \mathbf{J}_j(\mathbf{r}'_j) e^{jk\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{T,0}}(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_{T,0})} dv'_R. \quad (4.50)$$

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Da

$$(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{T,0}) = (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{R,0}) + (\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}) \quad (4.51)$$

gilt, kann (4.50) in

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \int_{V_R} \mathbf{J}_j(\mathbf{r}'_j) e^{jk\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_{R,0})} e^{jk\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0})} dv'_R \quad (4.52)$$

umgeschrieben werden. Die Integration in (4.52) wird über den Bereich der Quellen \mathbf{J}_j vollzogen. Der Term $e^{jk\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0})}$ im Integrand in (4.52) ist deshalb unabhängig von der den Quellbereich beschreibenden Integrationsvariable \mathbf{r}'_j und kann folglich vor das Integral gezogen werden, woraus sich

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) e^{jk\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0})} \int_{V_R} \mathbf{J}_j(\mathbf{r}_j) e^{jk\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_{R,0})} dv'_R \quad (4.53)$$

für die Fernfeldkoppelimpedanz Z_{ji} ergibt. Unter Berücksichtigung von (4.48) gilt weiterhin

$$\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}_{R,0} - \mathbf{r}_{T,0}) = -|\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|. \quad (4.54)$$

Setzt man (4.54) in (4.53) ein, erhält man

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) e^{-jk|\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|} \int_{V_R} \mathbf{J}_j(\mathbf{r}_j) e^{jk\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_{R,0})} dv'_R \quad (4.55)$$

für die Fernfeldkoppelimpedanz Z_{ji} . Durch Erweitern des Vorfaktors im Integral von (4.55) erhält man

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \frac{4\pi|\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|}{(-j\omega\mu)} \frac{(-j\omega\mu)}{4\pi} \frac{e^{-jk|\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|}}{|\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|} \int_{V_R} \mathbf{J}_j(\mathbf{r}_j) e^{jk\mathbf{e}_{r_{T,0}}(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_{R,0})} dv'_R, \quad (4.56)$$

woraus sich anschließend unter Berücksichtigung von (4.18)

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \frac{j4\pi|\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|}{\omega\mu} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \mathbf{E}_{ij}(\mathbf{r}_{T,0}) \quad (4.57)$$

für die Fernfeldkoppelimpedanz Z_{ji} ergibt. Mit

$$\frac{1}{\omega\mu} = \frac{1}{kZ_F} \quad (4.58)$$

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

lässt sich (4.57) weiterhin als

$$Z_{ji} = -\frac{1}{I_i I_j} \frac{j4\pi |\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0}|}{kZ_F} \mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0}) \mathbf{E}_{ij}(\mathbf{r}_{T,0}) \quad (4.59)$$

umschreiben. $\mathbf{E}_{ij}(\mathbf{r}_{T,0})$ in (4.59) ist analog zu $\mathbf{E}_{ji}(\mathbf{r}_{R,0})$ das Fernfeld der Stromdichteverteilung \mathbf{J}_j , erzeugt durch Speisung des Tors j der Empfangsantennengruppe mit I_j am Ort $\mathbf{r}_{T,0}$ bei Abwesenheit der dem Tor i zugehörigen Antennengruppe. Unter den getroffenen Voraussetzungen lassen sich also die Fernfeldkoppelimpedanzen dadurch bestimmen, dass man die Fernfelder der Sende- und Empfangsantennengruppen bei Speisung der einzelnen Tore getrennt berechnet und die so erhaltenen Ergebnisse gemäß (4.59) miteinander verknüpft. Es ist somit nicht mehr notwendig, das gesamte Randwertproblem, bestehend aus Sende- und Empfangsantennengruppe im Lösungsvolumen, in einem Schritt zu lösen.

Es wird jetzt angenommen, dass sich zusätzlich elektrisch große Objekte, d.h. Objekte, deren Abmessungen viel größer als die Wellenlänge sind, im Fernfeld der dem Tor i und der dem Tor j zugehörigen Antennengruppen befinden. Aus den dann an diesen Körpern eventuell stattfindenden Streuprozessen resultieren zusätzliche Ausbreitungspfade für die „Übertragung“ zwischen Tor i und Tor j . Die feldtheoretische Behandlung dieses als Mehrwegeausbreitung bezeichneten Phänomens bei der Bestimmung der Fernfeldkoppelimpedanz Z_{ji} kann analog zu den obigen Ausführungen für den freien Raum erfolgen. Der Unterschied zu einer „Übertragung“ bei Abwesenheit der Streukörper besteht darin, dass für die Berechnung von Z_{ji}

- das Fernfeld der dem Tor i zugehörigen Antennengruppe im ersten Streupunkt jedes Ausbreitungspfades,
- das Fernfeld der dem Tor j zugehörigen Antennengruppe im letzten Streupunkt jedes Ausbreitungspfades sowie
- die Aufweitungsfaktoren und die tensoriellen Streufaktoren der Streumechanismen [60] an den jeweiligen Streupunkten jedes Ausbreitungspfades

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

benötigt werden. Die resultierende Fernfeldkoppelimpedanz ergibt sich aus der phasenrichtigen Aufsummierung der Beiträge aller Ausbreitungspfade

$$Z_{ji} = \sum_{s=1}^{\Gamma_{ji}} Z_{ji,s}, \quad (4.60)$$

wobei $Z_{ji,s}$ den Beitrag des s -ten Ausbreitungspfades und Γ_{ji} die Anzahl der Ausbreitungspfade bezeichnen.

Für die Aufweitungsfaktoren und die tensoriellen Streufaktoren bestimmter Streumechanismen an einigen kanonischen Strukturen, z.B. Reflexion an einer ebenen Fläche, Beugung an einer geraden Kante, Reflexion und Transmission an mehrfach planaren geschichteten Strukturen als Modell für Wände, stehen in der Literatur [60] geometrisch-optische Lösungen zur Verfügung. Diese Vorgehensweise wird nun am Beispiel des in Abb. 4.3 hervorgehobenen Ausbreitungspfades erläutert. Für diesen Ausbreitungspfad finden zwei Beugungen statt: Eine Beugung an einer der Kanten des Körpers 1 und eine an einer der Kanten des Körpers 2. Für die Bestimmung des Beitrages dieses Pfades werden das Fernfeld der dem Tor i zugehörigen Antennengruppe im Beugungspunkt $r_{D,(1)}$ und das Fernfeld der dem Tor j zugehörigen Antennengruppe im Beugungspunkt $r_{D,(2)}$ sowie die tensoriellen Beugungsfaktoren an diesen Beugungspunkten und deren Aufweitungsfaktoren benötigt.

In der vorliegenden Arbeit werden zur Bestimmung der Ausbreitungspfade sowie deren Streumechanismen in einem vorgegebenen Szenario zwei am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik im Rahmen von [61] entwickelte Programmcodes eingesetzt: ein auf der Variationsrechnung (nach dem Fermat'schen Prinzip) und ein auf dem Strahlabschussverfahren (*engl.* Shooting and Bouncing Rays, abgekürzt SBR) basierender Code. Eine ausführliche Beschreibung dieser beiden Strahlsuchverfahren findet sich in [61, 62]. Diese Codes sind zweckmäßig weiterentwickelt worden, um Strahlungsfelder von beliebigen Quellstrom-Verteilungen bei der Strahlsuche zu berücksichtigen.

Es soll an dieser Stelle erwähnt werden, dass mit dem in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahren die Koppelimpedanzen des Mehrtors näherungsweise bestimmt werden,

da - wie für die Bestimmung der MIMO-Kanalübertragungsmatrix (s. Abschnitt 3.4 Gl. (3.15)) - die Rückwirkung der Empfangs- auf die Sendeantennen vernachlässigt wird. Diese Annahme ist jedoch für die im Rahmen dieser Arbeit festgelegte Fernfeld-Betrachtungen gültig.

4.6 Numerische Ergebnisse: 2×2 -MIMO-System aus Dipolantennen im Freiraum

In diesem Abschnitt werden zur Validierung der im Abschnitt 4.5 vorgestellten Verfahren zur Bestimmung der Impedanzmatrix \mathbf{Z} eines MIMO-Systems numerische Ergebnisse gezeigt. Der Schwerpunkt wird dabei auf die Auswirkung dieser Verfahren auf das Ergebnis für die Kanalkapazität gelegt. Wie im Abschnitt 4.5 bereits dargelegt wurde, kann mit jedem der vorgestellten Verfahren eine bestimmte Klasse von Szenarien besonders effizient behandelt werden. Um jedoch die mit den jeweiligen Verfahren erzielten Ergebnisse für die die Kanalkapazität mitbestimmenden Impedanzmatrix \mathbf{Z} und folglich deren Auswirkungen auf die Kanalkapazität miteinander vergleichen zu können, ist es sinnvoll, Konfigurationen (einschließlich deren Dimensionierung) so zu wählen, dass sie mit allen diesen Verfahren berechenbar sind, wobei in diesem Abschnitt zunächst einfache Konfigurationen berücksichtigt werden. Komplexere Konfigurationen werden im nachfolgenden Kapitel 5 behandelt. Es wird deshalb ein 2×2 -MIMO-System mit vier Dipolantennen im Freiraum für die Untersuchungen in diesem Abschnitt zugrundegelegt, da die Modellierung einer solchen Antennenstruktur mit den jeweiligen Verfahren relativ unproblematisch ist.

Bei den in diesem Abschnitt untersuchten Beispielen sind die Sende- und die Empfangsantennengruppe identisch aufgebaut. Sie bestehen aus 2 sich im Freiraum befindenden, in $+z$ -Richtung orientierten Dipolantennen der Länge 0,06 m, die parallel zueinander auf gleicher Höhe im Abstand 0,03 m angeordnet sind. Es werden drei verschiedene Anordnungen der Sende- und Empfangsantennengruppe zueinander un-

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

tersucht, die als Konfiguration A, B und C bezeichnet und in Abb. 4.5 bis Abb. 4.7 dargestellt sind.

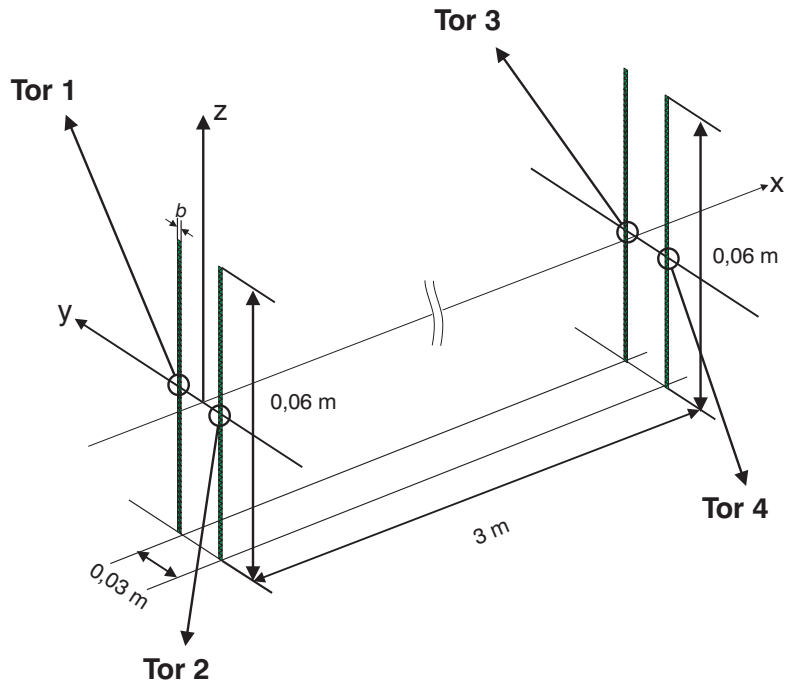


Abbildung 4.5: Konfiguration A: Geometrische Anordnung der Struktur: Vier Dipolantennen im Freiraum (MOM-Flachdraht-Rechenmodell)

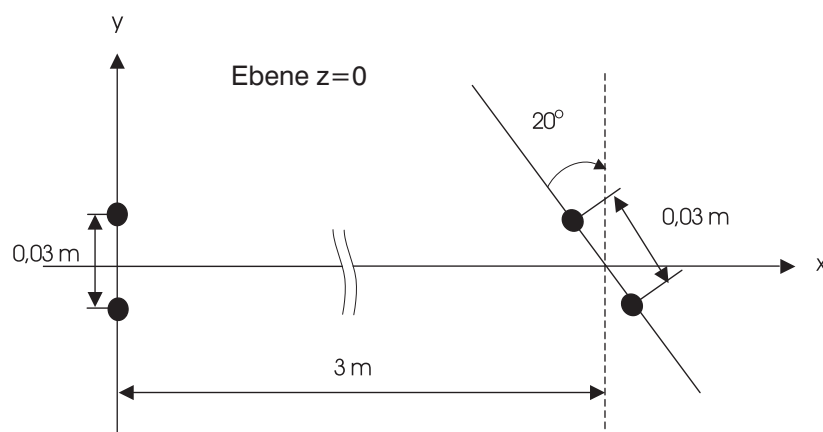


Abbildung 4.6: Konfiguration B: Geometrische Anordnung der Struktur: Vier Dipolantennen im Freiraum, Empfangsantennengruppe um 20° gegen Uhrzeigersinn gedreht

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG
DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS
ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

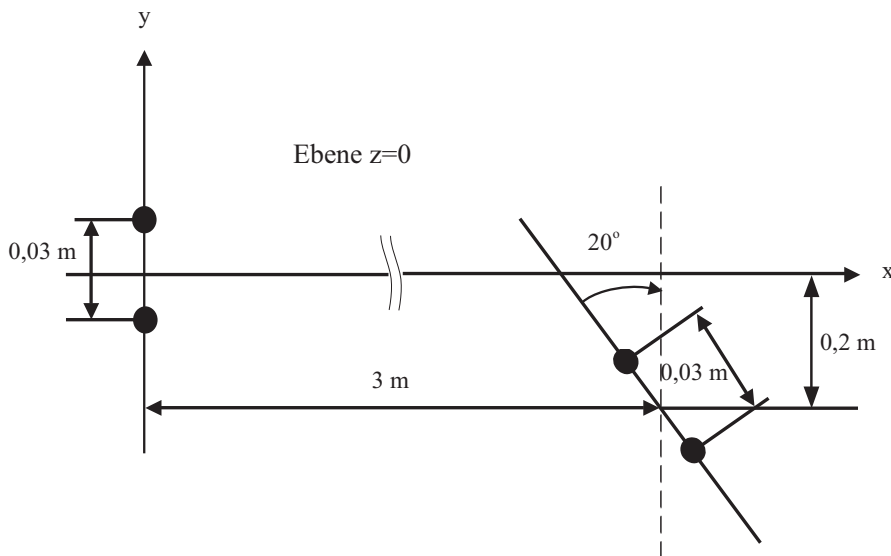


Abbildung 4.7: Konfiguration C: Geometrische Anordnung der Struktur: Vier Dipolantennen im Freiraum, Empfangsantennengruppe um 20° gegen Uhrzeigersinn gedreht und Mittelpunkt um $0,2\text{ m}$ gegenüber Mittelpunkt der Sendeantennengruppe in $-y$ -Richtung versetzt

In der Konfiguration A (Abb. 4.5) befindet sich die Empfangsantennengruppe auf gleicher Höhe gegenüber der Sendeantennengruppe, wobei die Entfernung zwischen den Mittelpunkten der Antennengruppen 3 m beträgt. In der Konfiguration B (Abb. 4.6) wird die Empfangsantennengruppe um 20° gegen den Uhrzeigersinn gedreht. Bei der Konfiguration C (Abb. 4.7) ist ebenfalls die Empfangsantennengruppe um 20° gegen den Uhrzeigersinn gedreht, außerdem ist der Mittelpunkt der Empfangsantennengruppe um $0,2\text{ m}$ gegenüber dem Mittelpunkt der Sendeantennengruppe in $-y$ -Richtung versetzt. Durch diese Dimensionierung der Antennenstrukturen ist gewährleistet, dass die Fernfeldbedingungen erfüllt sind. Bei den Untersuchungen sind die Generatorwiderstände $Z_{g,1}$ und $Z_{g,2}$ auf der Sende- sowie die Abschlusswiderstände $Z_{L,3}$ und $Z_{L,4}$ auf der Empfangsseite des das 2×2 -MIMO-System beschreibenden 4-Tors (s. Abb. 3.6) identisch und betragen hierbei 50Ω , d.h. $\mathbf{Z}_g = \mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Die Impedanz-Matrix \mathbf{Z} des 2×2 -MIMO-Systems wird zunächst mit den im Abschnitt 4.5 vorgestellten Verfahren (MOM, FDTD, MOM-Strahlenoptik und FDTD-Strahlenoptik) bestimmt, woraus anschließend gemäß (3.86) die Kanalkapazität des Systems ermittelt wird. Dabei werden der Frequenzbereich 2 – 3 GHz und ein SendesNR von 65 dB (Verhältnis verfügbare Leistung am Sender zu Rauschleistung am Empfänger) - was einem Empfangs-SNR von etwa 20 dB entspricht - zugrundegelegt. Bei dem MOM-Verfahren werden für die Dipolantennen das Dünndraht- und das Flachdrahtmodell (s. Abb. 4.1) verwendet, um den Einfluss einer unterschiedlichen Modellierung der Antennen auf das Ergebnis für die Kanalkapazität zu erfassen. Dabei beträgt die Diskretisierungsweite in +z-Richtung für jede Antenne 1 mm, woraus sich 59 Basisfunktionen pro Antenne ergeben, womit eine ausreichende Genauigkeit der MOM-Ergebnisse im untersuchten Frequenzbereich sichergestellt ist. Bei dem FDTD-Verfahren wird ein Berechnungsvolumen von $3,032 \text{ m} \times 0,04 \text{ m} \times 0,08 \text{ m}$ mit einem äquidistanten rechtwinkligen Gitter einer Gitterweite von 1 mm in x-, y- und z-Richtung zugrundegelegt. Dies entspricht $3032 \times 40 \times 80$ Gitterpunkte, so dass die Lösung noch auf einem gängigen PC (2,4 GHz Taktfrequenz mit 1 GB Arbeitsspeicher) erstellt werden kann.

Wegen ihres symmetrischen Aufbaus besitzt die Impedanzmatrix \mathbf{Z} des zugehörigen 4-Tors der Konfiguration A die Struktur des im Abschnitt 3.9 behandelten übertragungssymmetrischen 4-Tors (s. Gl. (3.103)). Für ein solches 4-Tor wurde dort gezeigt, dass sich die Einträge seiner Impedanzmatrix nicht “einzeln“, sondern “gruppenweise“ auf die Kanalkapazität auswirken (s. Gl. (3.99)-(3.101),(3.106)-(3.113)). Aus diesen Gleichungen ergibt sich, dass vor allem das Verhältnis der Fernfeldkoppelimpedanzen und die Summe und die Differenz der Nahfeldkoppelimpedanzen die Kanalkapazität bestimmen. Aus diesem Grund werden diese Größen vorab untersucht. In Abb. 4.8 sind die Verläufe der Summe ($Z_{11} + Z_{12}$) und der Differenz ($Z_{11} - Z_{12}$) der mit dem MOM-Dünndraht-Verfahren bestimmten Nahfeldkoppelimpedanzen Z_{11} und Z_{12} der Antennenstruktur im Frequenzbereich 2-3 GHz für drei verschiedene Dünndraht-Radien, $r = 0,0025 \text{ mm}$, $r = 0,05 \text{ mm}$ und $r = 0,1 \text{ mm}$ dargestellt.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

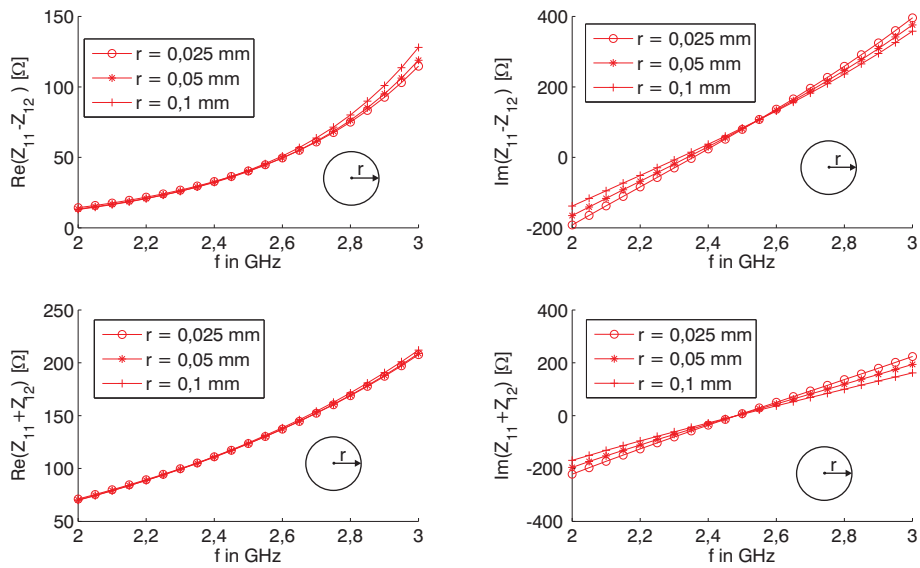


Abbildung 4.8: Verlauf von $(Z_{11} - Z_{12})$ und $(Z_{11} + Z_{12})$ für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösung mit MOM-Dünndraht-Verfahren für verschiedene Drahradien r

Aus Abb. 4.8 ist zu sehen, dass - wie zu erwarten - $(Z_{11} - Z_{12})$ und $(Z_{11} + Z_{12})$ im Bereich um die $\lambda/2$ -Resonanz (2,4 – 2,6 GHz) des betrachteten Frequenzbereichs nahezu unabhängig vom verwendeten Dünndraht-Radius sind. Bei der unteren Frequenz 2 GHz und bei der oberen Frequenz 3 GHz sind jedoch ausgeprägtere Abweichungen vor allem beim Imaginärteil feststellbar. Diese betragen bis zu 20Ω . In Abb. 4.9 ist der Verlauf des Verhältnisses (Z_{14}/Z_{13}) der Fernfeldkoppelimpedanzen (in Form von Betrags-Verhältnis und Phasendifferenz) dargestellt.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

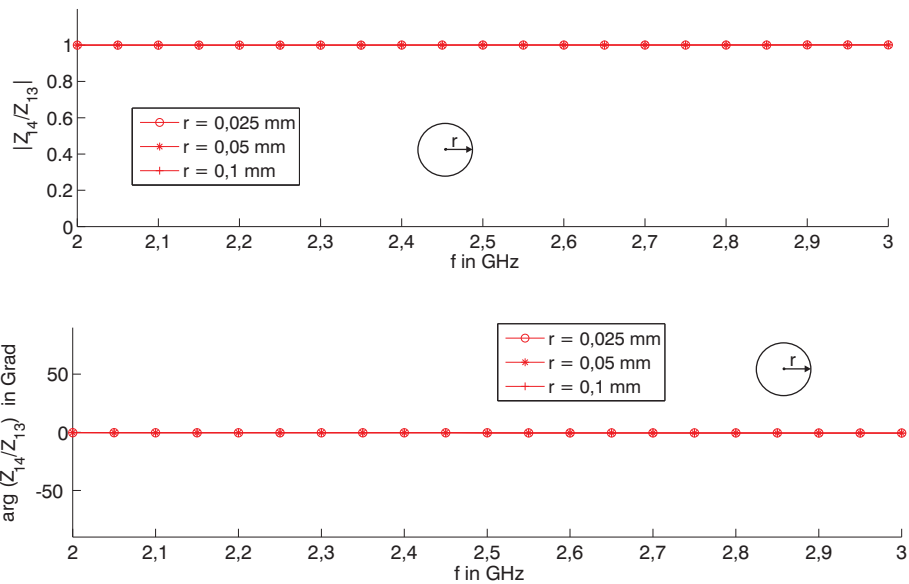


Abbildung 4.9: Verlauf von (Z_{14}/Z_{13}) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: numerische Lösung mit MOM-Dünndraht-Verfahren für verschiedene Drahtradien r

Man sieht, dass die Beträge der Fernfeldkoppelimpedanzen für alle untersuchten Dünndraht-Radien im betrachteten Frequenzbereich identisch sind (Abweichung 0,15 %). Ein ähnliches Verhalten ist auch für den Phasenunterschied zu sehen. Dieser nimmt sehr kleine Werte (Wertebereich um 0°) mit Variationen von $-0,4^\circ$ bis $-0,7^\circ$ an, wie es sich ebenfalls aus einer einfachen Auswertung der zugrundegelegten Geometrie ergibt (Wegunterschiede von Dipolantenne 1 zur Dipolantenne 3 und von Dipolantenne 1 zur Dipolantenne 4 bezogen auf die Wellenlänge). In Abb. 4.10 ist der Verlauf der resultierenden Kanalkapazität für die Konfiguration A in Abhängigkeit von der Frequenz für die drei verwendeten Dünndraht-Radien dargestellt.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

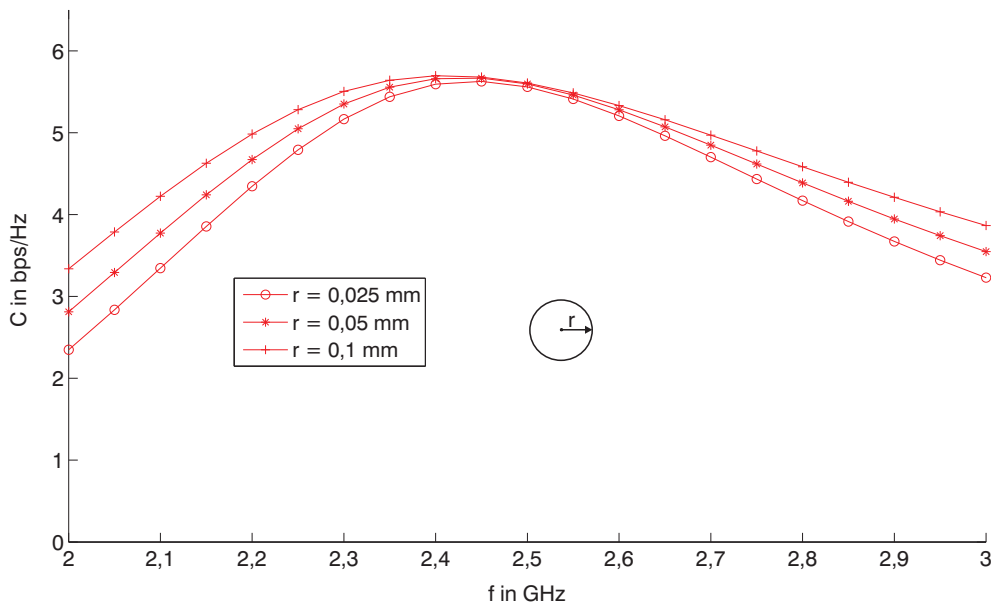


Abbildung 4.10: Verlauf der Kanalkapazität ($\mathbf{Z}_g = \mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösung mit MOM-Dünndraht-Verfahren für verschiedene Drahradien r

Die maximale Kanalkapazität wird nahezu unabhängig vom verwendeten Dünndraht-Radius - aufgrund der besseren Anpassungsverhältnisse der Antennen - im Bereich um die $\lambda/2$ -Resonanz (2,4 – 2,6 GHz) erreicht. Sie beträgt etwa 5,5 bps/Hz.

Um die MOM-Dünndraht- und MOM-Flachdraht-Lösungen miteinander vergleichen zu können, wird die Antennenstruktur in der Konfiguration A zusätzlich mit dem MOM-Flachdraht-Verfahren berechnet. Die Breite b des Flachdraht-Modells wird dabei gemäß der in [45] angegebenen Äquivalenz-Formel $b = 4r$ gewählt. Daraus ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung beider Lösungen für die drei entsprechenden Breiten des Flachdraht-Modells $b = 0,1$ mm, $b = 0,2$ mm und $b = 0,4$ mm. Für $b = 0,4$ mm und $r = 0,1$ mm sind exemplarisch die MOM-Dünndraht- und MOM-Flachdraht-Lösungen der betrachteten Konfiguration A in Abb. 4.11, Abb. 4.12 und Abb. 4.13 dargestellt, woraus die sehr gute Übereinstimmung beider Lösungen zu sehen ist.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

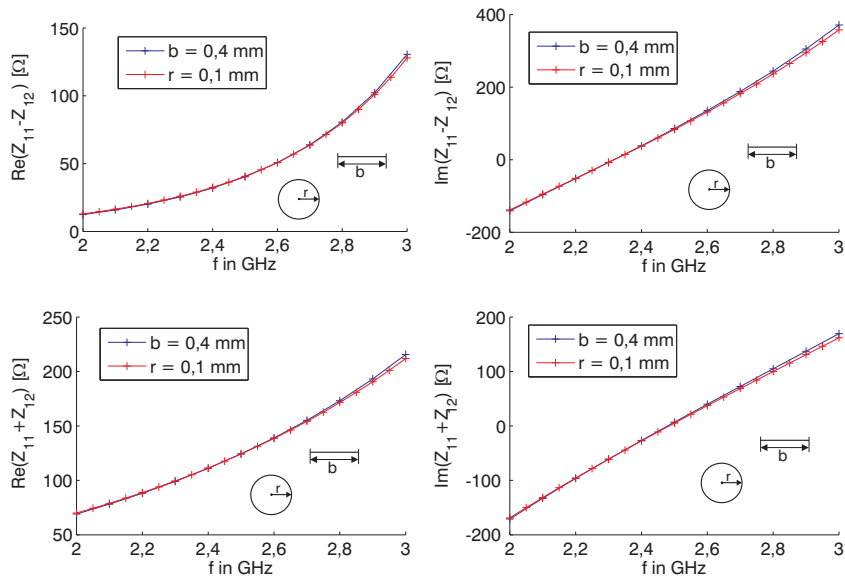


Abbildung 4.11: Verlauf von $(Z_{11} - Z_{12})$ und $(Z_{11} + Z_{12})$ für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösung mit MOM-Dünndraht- ($r = 0,1$ mm)- und MOM-Flachdrahtverfahren ($b = 0,4$ mm)

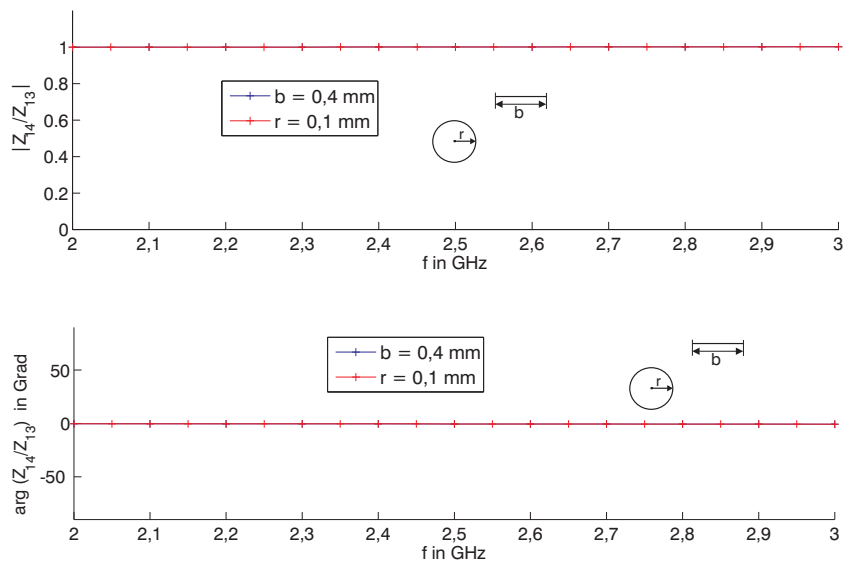


Abbildung 4.12: Verlauf von (Z_{14}/Z_{13}) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösung mit MOM-Dünndraht- ($r = 0,1$ mm)- und MOM-Flachdrahtverfahren ($b = 0,4$ mm)

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

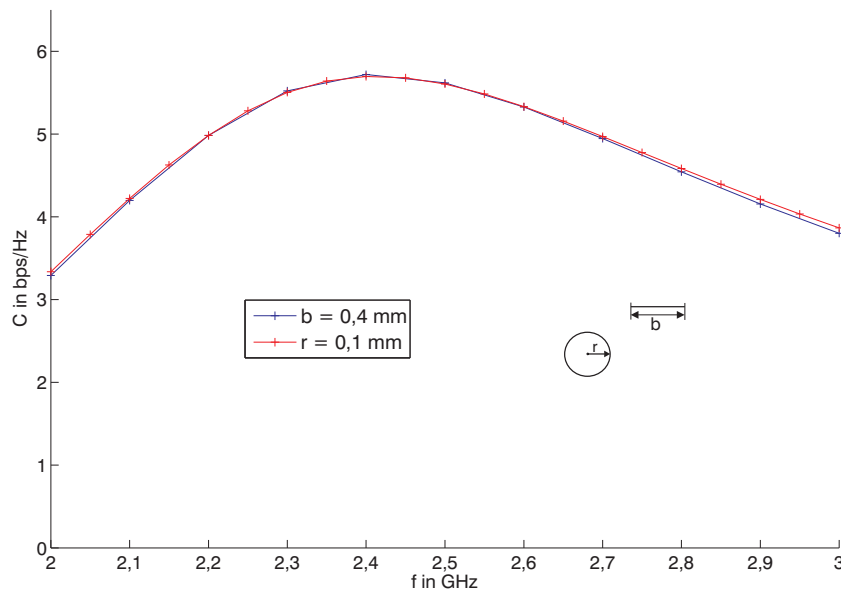


Abbildung 4.13: Verlauf der Kanalkapazität ($Z_g = Z_L = 50\Omega I_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0,1\text{mm}$)- und MOM-Flachdrahtverfahren ($b = 0,4\text{mm}$)

Mit dem FDTD-Verfahren kann, trotz der relativ geringen Größe des Lösungsvolumens ($3032 \times 40 \times 80$ Gitterpunkte) bei einer Auflösung von 1 mm, jedoch kein ausreichend genaues Ergebnis für die Impedanz-Matrix des der Konfiguration A zugehörigen 2×2 -MIMO-Systems erzielt werden. So ergibt sich für die Koppelimpedanzen Z_{13} und Z_{14} im Rahmen der Rechengenauigkeit eine exakt identische Phase, was zu einem unsinnigen Ergebnis für die Kanalkapazität führt. Als nächstes wird die Impedanzmatrix \mathbf{Z} und die Kanalkapazität C des der Konfiguration A zugehörigen 2×2 -MIMO-Systems - wie oben erläutert - gemäß den im Abschnitt 4.5.3 vorgestellten FDTD-Strahlenoptik- und MOM-Strahlenoptik-Verfahren bestimmt, die auf einer strahlenoptischen Verknüpfung der Nahbereich- MOM- oder FDTD-Lösungen der Sende- und Empfangsantennengruppe beruhen. Dabei werden - wie dargestellt - die Nahbereichs-Berechnungen auf der Sende- und auf der Empfangsseite mit dem MOM-Dünndraht-Verfahren und dem FDTD-Verfahren durchgeführt. Bei dem FDTD-

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Verfahren wird für die Berechnung der Nahfeldkoppelimpedanzen der Antennen ein Berechnungsvolumen von $0,032 \text{ m} \times 0,04 \text{ m} \times 0,08 \text{ m}$ mit einer Gitterweite von 1 mm in x -, y - und z -Richtung zugrundegelegt. Der gewählte MOM-Dünndraht-Radius der Dipolantennen für die entsprechenden Nahbereichs-Berechnungen der Antennen beträgt hier $r = 0,1 \text{ mm}$. Eine Nahbereichs-Berechnung der Antennengruppen mit dem MOM-Flachdraht-Verfahren wird hier aufgrund der bereits gezeigten Äquivalenz der Lösungen beider MOM-Verfahren nicht mehr durchgeführt. In Abb. 4.14 sind die Verläufe der Summe ($Z_{11} + Z_{12}$) und der Differenz ($Z_{11} - Z_{12}$) der mit den MOM-Strahlenoptik- und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren berechneten Nahfeldkoppelimpedanzen Z_{11} und Z_{12} für die Konfiguration A im betrachteten Frequenzbereich von 2-3 GHz dargestellt.

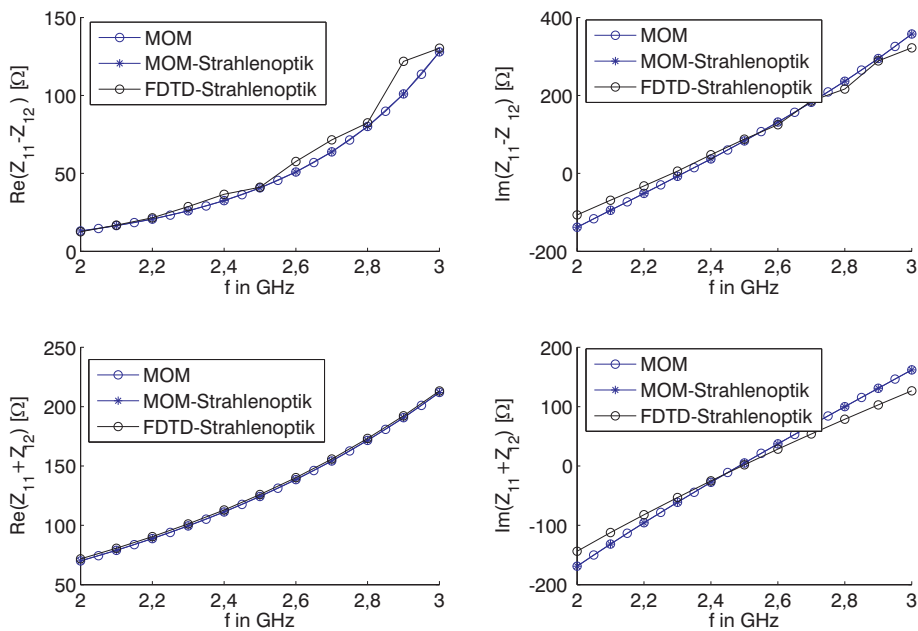


Abbildung 4.14: Verlauf von $(Z_{11} - Z_{12})$ und $(Z_{11} + Z_{12})$ für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0,1 \text{ mm}$), MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0,1 \text{ mm}$) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

Zum Vergleich sind die entsprechenden Verläufe aus der exakten MOM-Dünndraht-Lösung ebenfalls dargestellt. Aus Abb. 4.14 ist zu sehen, dass die MOM- und die MOM-Strahlenoptik-Verläufe sehr gut übereinstimmen. Diese Übereinstimmung zeigt, dass die Nahfeldkoppelimpedanzen wesentlich von dem Aufbau der Antennengruppen bestimmt werden und bestätigt dadurch die Richtigkeit der im Abschnitt 3.6 angenommenen Unabhängigkeit der Einträge der Nahfeldkoppelimpedanz-Matrizen von denen der Fernfeldkoppelimpedanz-Matrizen. Die FDTD-Strahlenoptik-Lösung stimmt im Bereich der $\lambda/2$ -Resonanz mit den MOM-Lösungen gut überein. Bewegt man sich von diesem Frequenzbereich aus in Richtung der Ränder des betrachteten gesamten Frequenzbereichs, so weicht die FDTD-Strahlenoptik-Lösung vor allem beim Imaginärteil von den beiden MOM-Lösungen ab, wobei diese Abweichungen bei der unteren Frequenz 2 GHz und bei der oberen Frequenz 3 GHz am ausgeprägtesten ausfallen. Dies ist auf die unterschiedliche Modellierung der Dipolantennen bei den MOM- und den FDTD-Verfahren zurückzuführen.

In Abb. 4.15 ist der Verlauf des Verhältnisses (Z_{14}/Z_{13}) der mit dem MOM-Strahlenoptik- und dem FDTD-Strahlenoptik-Verfahren ermittelten Fernfeldkoppelimpedanzen Z_{14} und Z_{13} der Antennenstruktur in Konfiguration A dargestellt.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

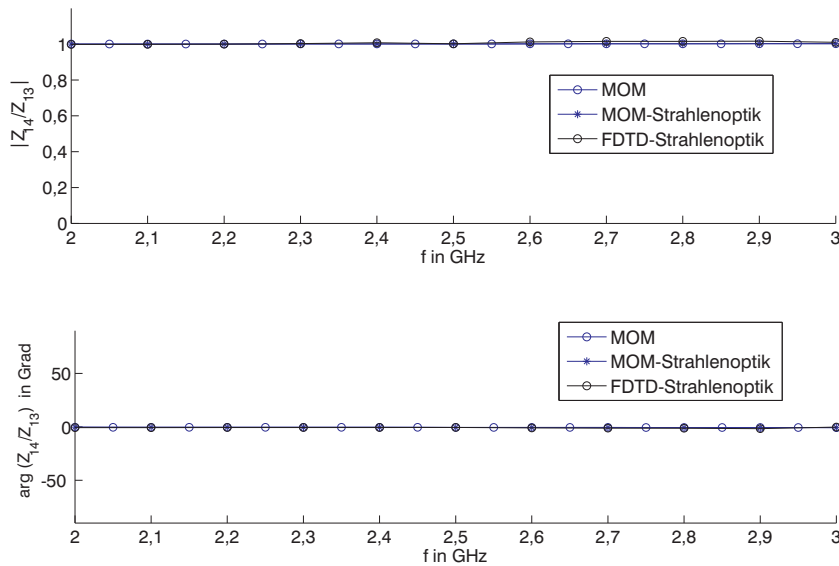


Abbildung 4.15: Verlauf von (Z_{14}/Z_{13}) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0, 1$ mm), MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0, 1$ mm) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren.

Ebenfalls in dem Diagramm dargestellt ist der entsprechende Verlauf der MOM-Dünndraht-Lösung. Es ist ersichtlich, dass die Verläufe von $|Z_{14}/Z_{13}|$ der Fernfeldkoppelimpedanzen bei allen Verfahren sehr gut übereinstimmen. Der mit dem MOM-Strahlenoptik-Verfahren bestimmten Phasenunterschied zwischen Z_{14} und Z_{13} stimmt mit der Lösung des MOM-Verfahrens sehr gut überein. Der mit dem FDTD-Strahlenoptik-Verfahren berechnete Phasenunterschied zwischen den Fernfeldkoppelimpedanzen weicht im gesamten Frequenzbereich um maximal ca. 1° (Frequenz 2,9 GHz) von der MOM- und der MOM-Strahlenoptik-Lösung ab. Folglich stellt sich, wie man Abb. 4.16 entnehmen kann und wie im Abschnitt 3.9 bereits erwähnt wurde, eine maximale Abweichung von ca. 0,6 bps/Hz zwischen den mit dem MOM- und MOM-Strahlenoptik-Verfahren und den mit dem FDTD-Strahlenoptik-Verfahren ermittelten Kanalkapazitäten für das untersuchte Szenario heraus.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

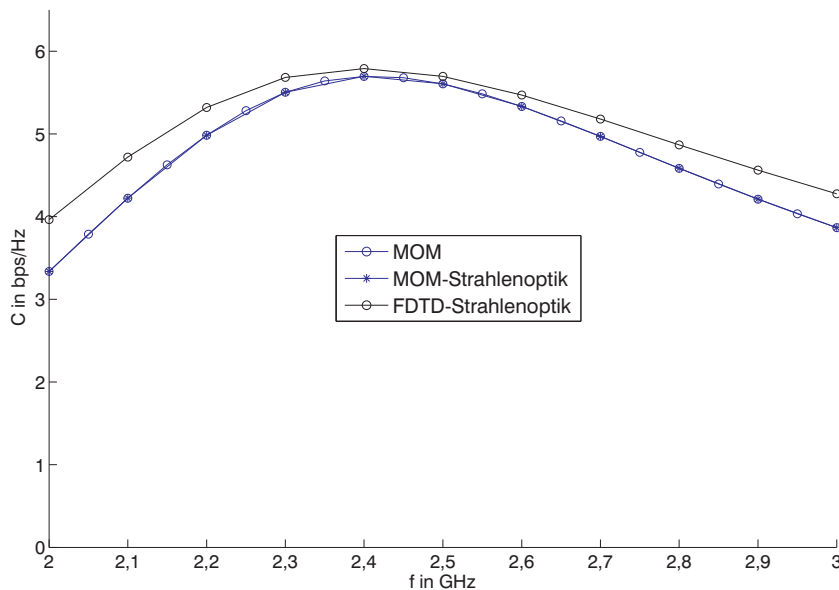


Abbildung 4.16: Verlauf der Kanalkapazität ($Z_g = Z_L = 50\Omega I_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.5 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0,1\text{mm}$), MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0,1\text{mm}$) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

Im Bereich der $\lambda/2$ -Resonanz (2,4 – 2,6 GHz) fällt diese Abweichung mit ca. 0,1 bps/Hz noch geringer aus.

Die Konfigurationen B und C (s. Abb. 4.6 und Abb. 4.7) stellen (geometrische) Modifikationen der Konfiguration A dar. Aus geometrisch-optischen Gründen wirken sich diese Modifikationen, wie nachfolgend gezeigt wird, vor allem auf die Fernfeldkoppelimpedanzen des untersuchten 2×2 -MIMO-Systems aus, da dadurch die Übertragungssymmetrie des 4-Tors nicht mehr gegeben ist. Aufgrund des unveränderten Aufbaus der Antennengruppen selbst ist es naheliegend, dass die Nahfeldkoppelimpedanzen unverändert bleiben. Diese werden deshalb an dieser Stelle nicht weiter betrachtet. In Abb. 4.17 sind die Verläufe von $|Z_{14}/Z_{13}|$, $|Z_{23}/Z_{13}|$ und $|Z_{24}/Z_{13}|$ der mit dem MOM-Dünndraht, MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- und dem FDTD-Strahlenoptik-Verfahren ermittelten Fernfeldkoppelimpedanzen für die Antennenstruktur in der Konfiguration B dargestellt.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

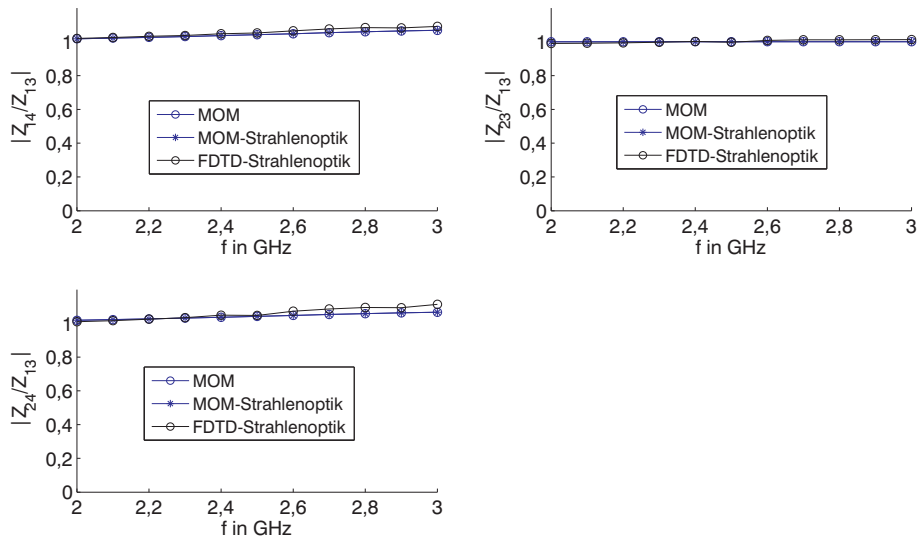


Abbildung 4.17: Verläufe der Beträge (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.6 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0, 1$ mm), MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0, 1$ mm) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

Aus Abb. 4.17 ist der Einfluss der durch die Drehung der Empfangsantennengruppe verursachten Unsymmetrie der untersuchten Antennenstruktur erkennbar. Im Gegensatz zu der Konfiguration A weichen die Beträge der Fernfeldkoppelimpedanzen leicht voneinander ab. Somit ergeben sich für $|Z_{14}/Z_{13}|$ und $|Z_{24}/Z_{13}|$ Abweichungen in der Größenordnung von bis zu 1% gegenüber einem konstanten Verlauf der Fernfeldkoppelimpedanzen. $|Z_{23}/Z_{13}|$ bleibt jedoch für alle betrachteten Frequenzen konstant. Ein ähnliches Verhalten ist in den in Abb. 4.18 dargestellten Verläufen der entsprechenden Phasenunterschiede dieser Fernfeldkoppelimpedanzen festzustellen.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

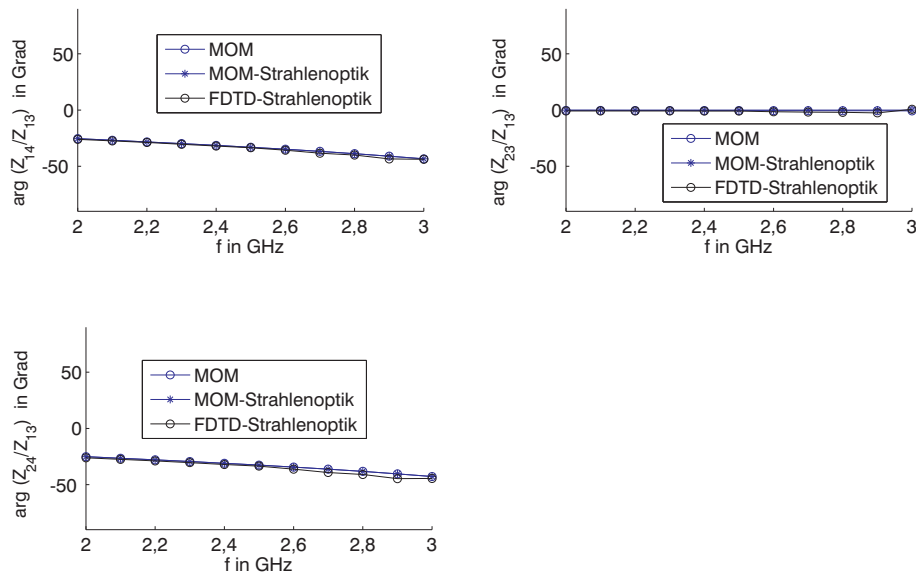


Abbildung 4.18: Verläufe der Phasenunterschiede (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.6 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0, 1 \text{ mm}$)-, MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0, 1 \text{ mm}$) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

Dabei liegt der Phasenunterschied (Z_{23}/Z_{13}) wiederum im Bereich von 0° mit Variationen von $-0,35^\circ$ bis $-0,72^\circ$. Für (Z_{14}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) ergeben sich hingegen jetzt deutlich größere Phasenunterschiede. Diese liegen in einem Bereich von -25° bis ca. -45° . Der Verlauf der resultierenden, in Abb. 4.19 dargestellten Kanalkapazität für die Konfiguration B zeigt jedoch, dass diese Veränderungen der Phasenunterschiede der Fernfeldkoppelimpedanzen gegenüber der Konfiguration A keinen wesentlichen Einfluss auf die Kanalkapazität haben, wie unmittelbar aus einem Vergleich von Abb. 4.19 und Abb. 4.16 folgt. Dies liegt vor allem an die nahezu unveränderten Betragsverhältnisse der Fernfeldkoppelimpedanzen.

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

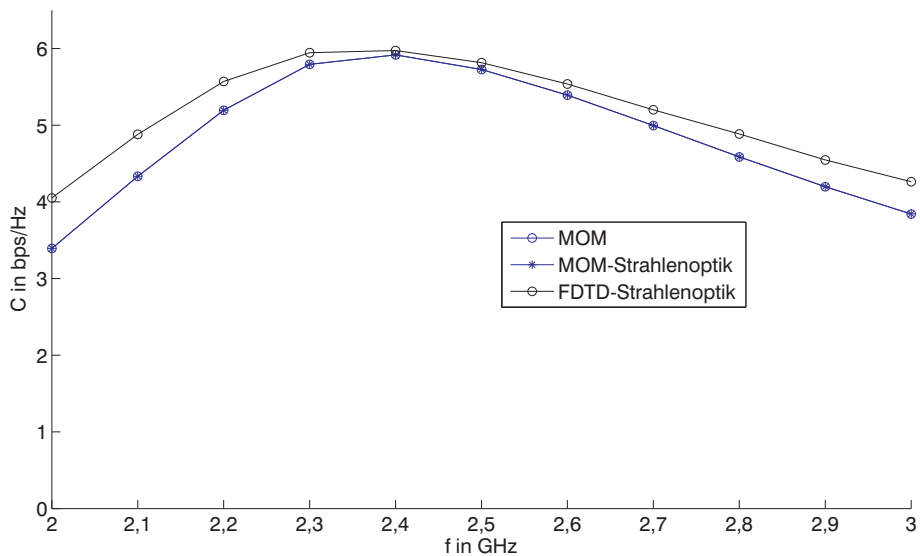


Abbildung 4.19: Verlauf der Kanalkapazität ($Z_g = Z_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.6 dargestellte Anordnung: numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- (Drahtradius $r = 0,1$ mm)-, MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- (Drahtradius $r = 0,1$ mm) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

Für die Konfiguration C ergeben sich ähnliche Ergebnisse wie für die Konfiguration B (Abb. 4.20 bis Abb. 4.22).

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

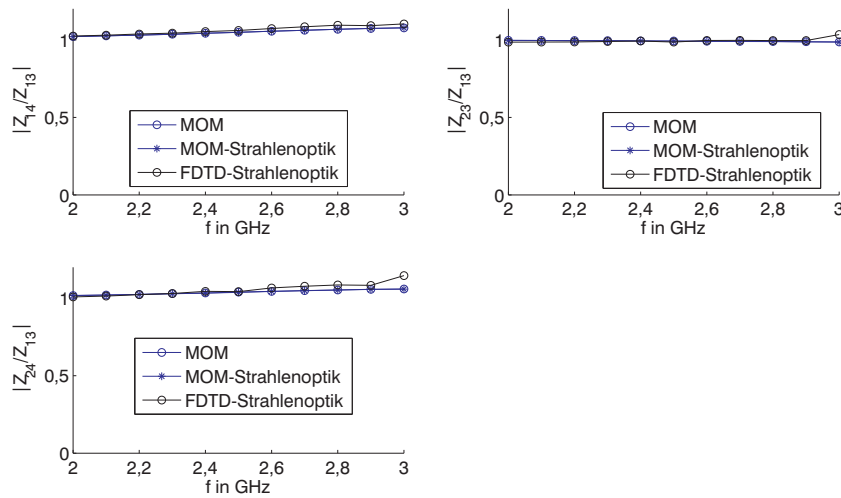


Abbildung 4.20: Verläufe der Beträge (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.7 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0, 1$ mm), MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0, 1$ mm) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

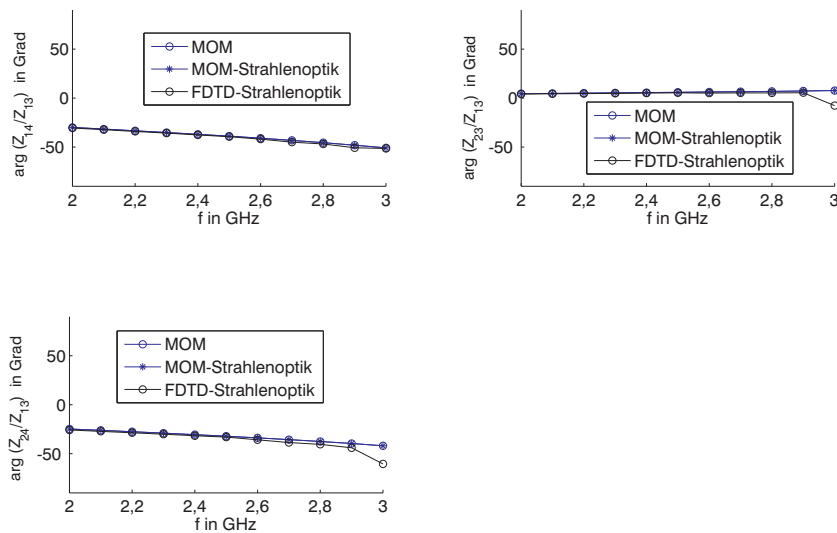


Abbildung 4.21: Verläufe der Phasenunterschiede (Z_{14}/Z_{13}) , (Z_{23}/Z_{13}) und (Z_{24}/Z_{13}) für die in Abb. 4.7 dargestellte Anordnung: numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0, 1$ mm), MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0, 1$ mm) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

KAPITEL 4. NUMERISCHE LÖSUNG DES FELDPROBLEMS: AUSWIRKUNG DES VERWENDETEN FELDTHEORETISCHEN VERFAHRENS AUF DAS ERGEBNIS FÜR DIE KANALKAPAZITÄT

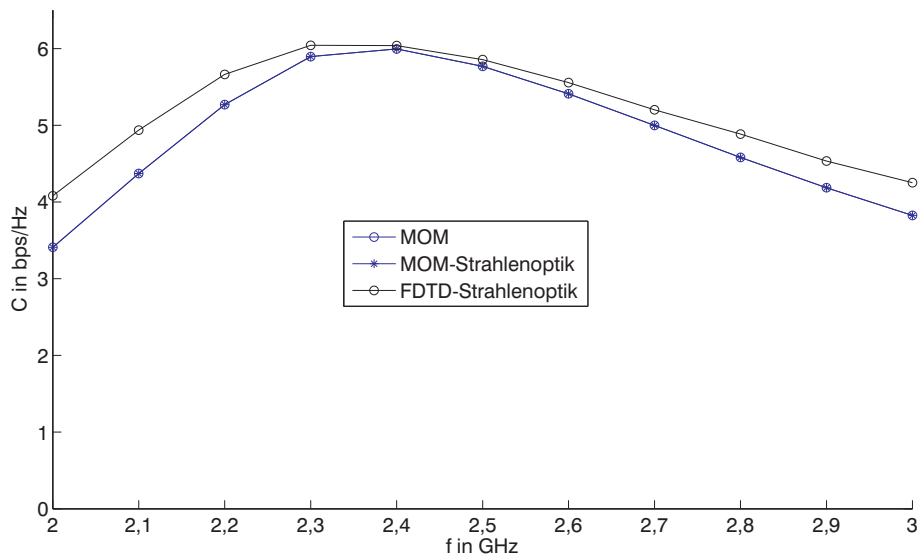


Abbildung 4.22: Verlauf der Kanalkapazität ($\mathbf{Z}_g = \mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_2$; SNR = 20 dB) für die in Abb. 4.7 dargestellte Anordnung: Numerische Lösungen mit MOM-Dünndraht- ($r = 0, 1$ mm), MOM-Dünndraht-Strahlenoptik- ($r = 0, 1$ mm) und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren

Anwendungsbeispiele der entwickelten Verfahren

5.1 Einleitung

Mit den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahren sind die Kanalkapazitäten verschiedener MIMO-Systeme berechnet worden. In diesem Kapitel der Arbeit werden exemplarisch einige Ergebnisse gezeigt. Es wird davon ausgegangen, dass die Sende- und Empfangsantennen weit voneinander entfernt sind, so dass zur Bestimmung der beschreibenden Impedanzmatrizen \mathbf{Z} die im Abschnitt 4.5.3 vorgestellten MOM- und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren verwendet werden können. Es wird weiterhin angenommen, dass die in \mathbf{Z}_g zusammengefassten Generatorwiderstände auf der Sendeseite identisch sind und 50Ω betragen, d.h. $\mathbf{Z}_g = 50\Omega \mathbf{I}_M$. Für die in \mathbf{Z}_L zusammengefassten Abschlusswiderstände auf der Empfangsseite wird ebenfalls angenommen, dass $\mathbf{Z}_L = 50\Omega \mathbf{I}_N$ gilt. Die Kanalkapazität wird dann mit (3.86) berechnet. Dabei wird die Kanalübertragungsmatrix auf die Summe der Beträge der Kanalübertragungskoeffizienten normiert, so dass der Einfluss der absoluten Entfernung zwischen Sende- und Empfangsantennengruppe herausfällt.

5.2 Einfluss der Anordnung von Streukörpern in der Umgebung der Antennengruppen auf die Kanalkapazität von MIMO-Systemen aus $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen

In diesem Abschnitt sind einige Beispiele zum Einfluss der Anordnung von Streukörpern in der Umgebung der Antennengruppen auf die Kanalkapazität zusammengestellt. Es werden insbesondere Konfigurationen betrachtet, bei denen Streukörper

- quer zur Sichtverbindung zwischen der Sende- und Empfangsantennengruppe sowie
- ringförmig um die Empfangsantennengruppe angeordnet sind.

Für die Untersuchungen in diesem Abschnitt werden MIMO-Systeme mit identisch aufgebauten Antennengruppen, bestehend aus 2, 3 und 4 einzelnen, in $+z$ -Richtung orientierten $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen, die in $+x$ -Richtung äquidistant mit dem Abstand d und in $+z$ -Richtung auf gleicher Höhe angeordnet sind, zugrundegelegt (s. Abb. 5.1).

Alle Berechnungen in diesem Abschnitt werden mit dem im Abschnitt 4.5.3 beschriebenen MOM-Strahlenoptik-Verfahren durchgeführt, wobei die Antennen als MOM-Flachdrähte (s. Abb. 4.1) modelliert sind. Bei der Arbeitsfrequenz von 2 GHz (Freiraum-Wellenlänge $\lambda = 0,15$ m) beträgt die Diskretisierungsweite $\frac{\lambda}{40}$ in $+z$ -Richtung, woraus sich 39 Basisfunktionen pro Antenne ergeben, so dass ein ausreichend genaues Ergebnis erzielt wird. Die Breite des Flachdrahtes beträgt $b = 1$ mm.

5.2.1 Anordnung von Streukörpern quer zur Sichtverbindung zwischen Sende- und Empfangsantennen

Bei den Konfigurationen in diesem Abschnitt fällt der Ursprung des lokalen Koordinatensystems am Ort der Sendeantennengruppe mit dem Ursprung des globalen Koordinatensystems zusammen, d.h. $\mathbf{r}_{T,0} = (0, 0, 0)$ (s. Abb. 4.4). Der Ursprung des lokalen

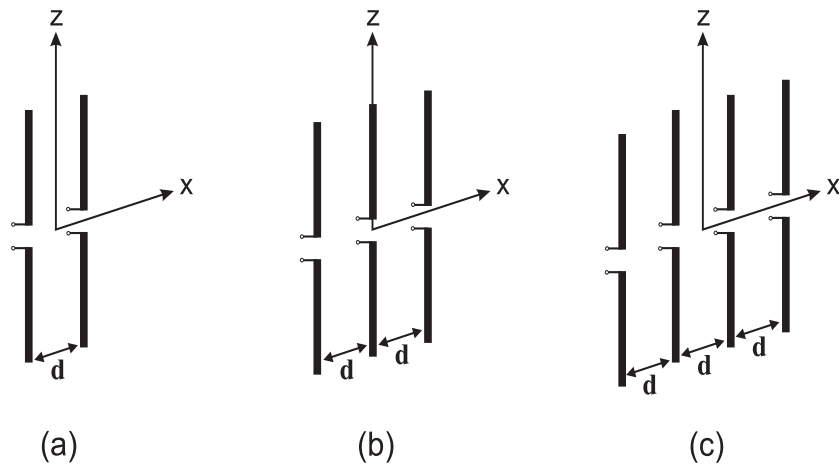


Abbildung 5.1: Verwendete Antennengruppen für die untersuchten MIMO-Systeme:

- (a) $2 \frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen für das 2×2 MIMO-System.
- (b) $3 \frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen für das 3×3 MIMO-System.
- (c) $4 \frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen für das 4×4 MIMO-System.

Koordinatensystems zur Beschreibung der Empfangsantennengruppe befindet sich am Ort $\mathbf{r}_{R,0} = (0, 15 \text{ m}, 0)$ (s. Abb. 4.4). Die als metallische Quader (mit den Abmessungen $1,5 \text{ m} \times 3,0 \text{ m} \times 2,0 \text{ m}$) modellierten Streukörper sind symmetrisch zur Ebene $z = 0$ und zur Ebene $y = 7,5 \text{ m}$ auf der Senkrechten der durch $(\mathbf{r}_{T,0} - \mathbf{r}_{R,0})$ definierten Gerade angeordnet. Es werden dabei vier verschiedene Konfigurationen betrachtet, die in den Abbildungen 5.2 bis 5.5 dargestellt sind. Sie unterscheiden sich in Anzahl und Lage der Streukörper voneinander. Für diese Konfigurationen werden die Impedanzmatrizen \mathbf{Z} der beschreibenden Mehrfore der untersuchten MIMO-Systeme (2×2 -, 3×3 - und 4×4 -MIMO-System) berechnet. Dabei werden aus den geometrisch-optisch bestimmten Ausbreitungspfaden, die

- die direkte Sichtverbindung (LOS),
- die Reflexionen an den den Antennen zugewandten Seiten der Streukörper (R),
- die Beugung an den vorderen Kanten der Streukörper (D) und
- die zweifachen Beugungen an den vorderen Kanten der Streukörper (DD)

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

enthalten, die Kombinationen

- LOS,
- R,
- LOS+R,
- R+D
- LOS+R+D
- LOS+R+D+DD

untersucht. In den Abbildungen 5.2 bis 5.5 sind als Beispiele die Ausbreitungspfade eingezeichnet, die sich aus dem (LOS+R)-Fall ergeben. Die Lage der dazugehörigen Reflexionspunkte ist ebenfalls eingezeichnet. Um diese Ausbreitungspfade voneinander unterscheiden zu können, sind sie zusätzlich mit den Indizes (1)-(4) gekennzeichnet. In Abb. 5.6 sind die (LOS+R+D)-Ausbreitungspfade für das Szenario aus Abb. 5.3 dargestellt.

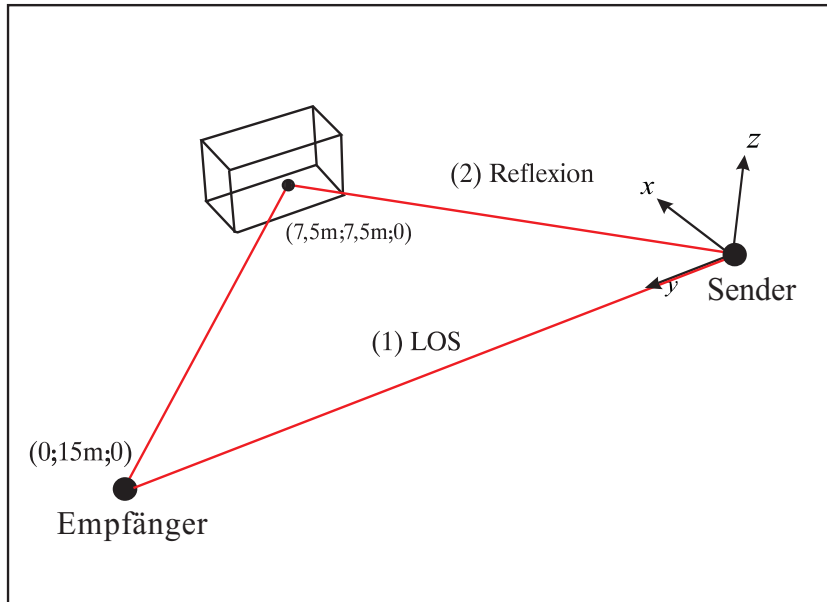


Abbildung 5.2: Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 1 Streukörper. $f = 2 \text{ GHz}$

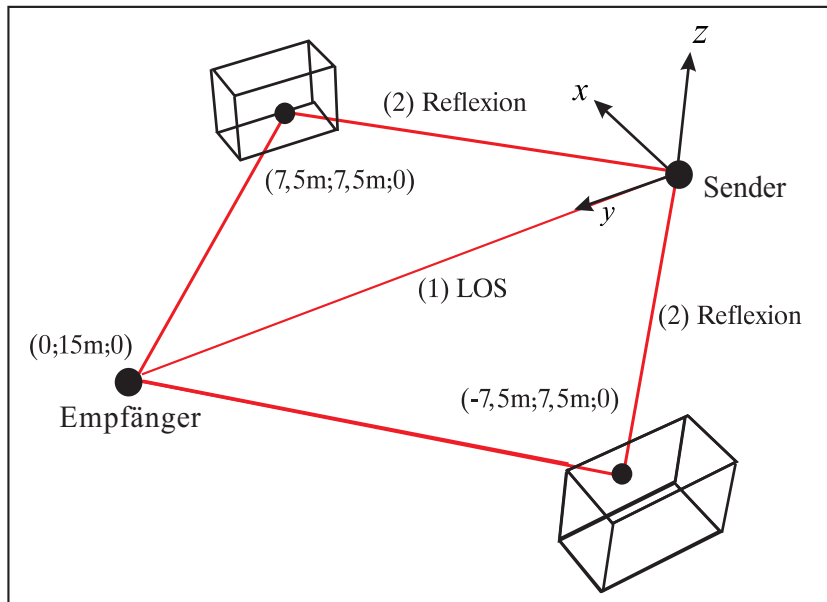


Abbildung 5.3: Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 2 Streukörpern. $f = 2 \text{ GHz}$

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

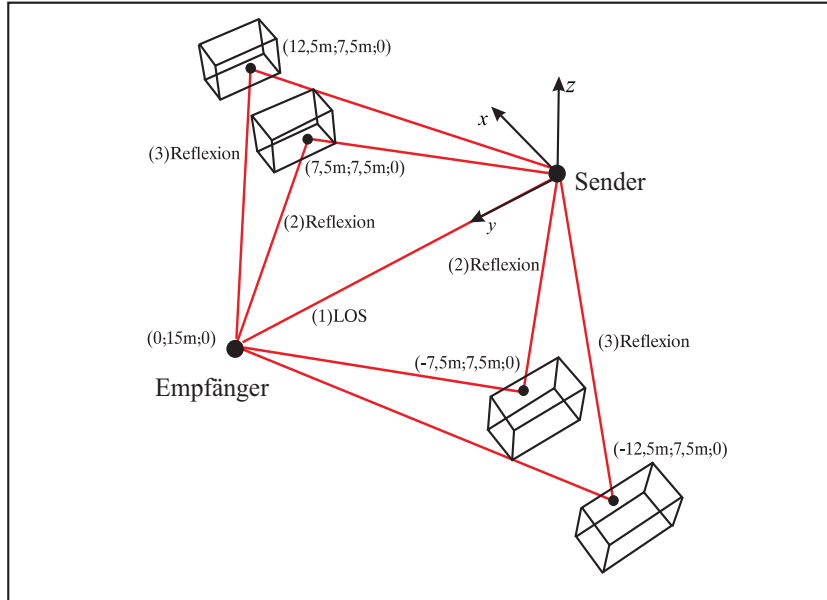


Abbildung 5.4: Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 4 Streukörpern. $f = 2$ GHz

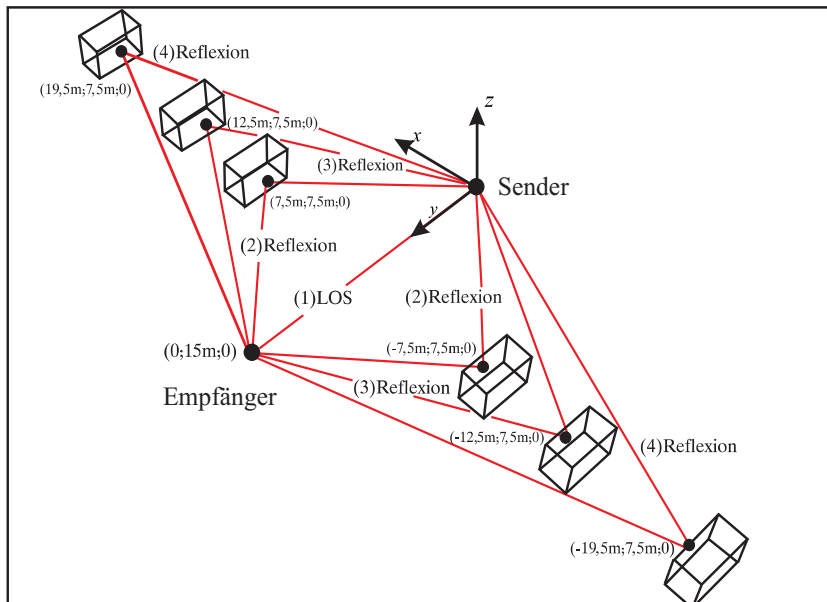


Abbildung 5.5: Szenario für einen deterministischen Ausbreitungskanal mit 6 Streukörpern. $f = 2$ GHz

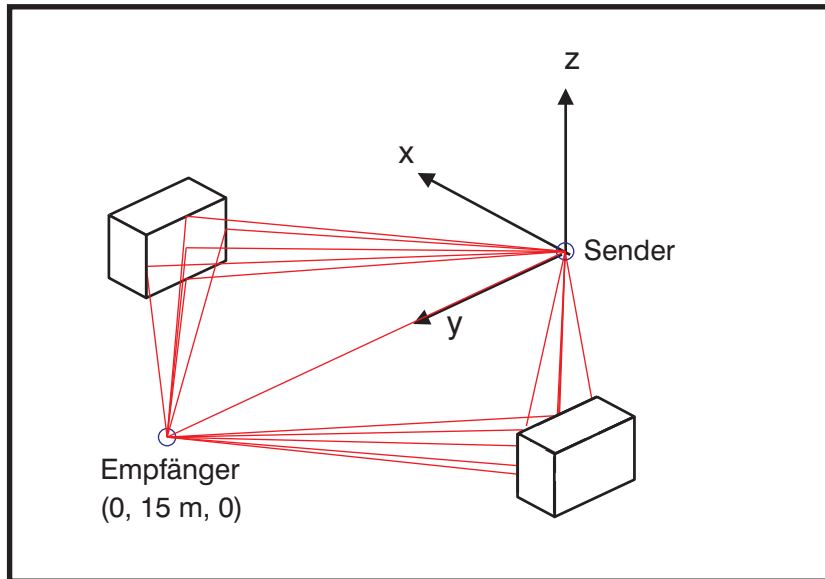


Abbildung 5.6: Ausbreitungspfade für das Szenario aus Abb. 5.3 für den LOS+R+D-Fall. $f = 2$ GHz

Die sich aus den Impedanzmatrizen ergebenden Kanalkapazitäten der MIMO-Systeme werden mit (3.86) für den Abstand $d = \frac{\lambda}{2}$ zwischen den Antennen berechnet, wobei die im Abschnitt 5.1 dargelegte Normierung durchgeführt wird.

In Tabelle 5.1 sind die berechneten Kanalkapazitäten des 2×2 -, 3×3 - und 4×4 -MIMO-Systems für den LOS-Ausbreitungspfad eingetragen. Daraus ist zu sehen, dass - wie zu erwarten - die Kanalkapazität mit zunehmender Anzahl der Tore leicht ansteigt. Der Kanalkapazitätsgewinn des 3×3 -MIMO-Systems gegenüber dem 2×2 -MIMO-System beträgt dabei ca. 0,6 bps/Hz, der des 4×4 -MIMO-Systems gegenüber dem 3×3 -MIMO-System liegt bei ca. 0,5 bps/Hz.

In Tabelle 5.2 sind die Kanalkapazitäten für die Szenarien aus Abb. 5.2 bis Abb. 5.5 für den (LOS+R)-Fall zusammengefasst.

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

Tabelle 5.1: Kanalkapazität des 2×2 -, des 3×3 - und des 4×4 -MIMO-Systems für den LOS-Ausbreitungspfad; SNR = 20 dB; $d = \frac{\lambda}{2}$; $f = 2$ GHz

Szenario	MIMO-System	Kanalkapazität (C) in bps/Hz
LOS-Ausbreitungspfad	2×2	7,6523
	3×3	8,2522
	4×4	8,75444

Tabelle 5.2: Kanalkapazität des 2×2 -, des 3×3 - und des 4×4 -MIMO-Systems für die Szenarien aus Abb. 5.2 bis Abb. 5.5 für den (LOS+R)-Fall; SNR = 20 dB; $d = \frac{\lambda}{2}$; $f = 2$ GHz

Szenario	MIMO-System	Kanalkapazität (C) in bps/Hz
1 Streukörper (Abb. 5.2) LOS+R	2×2	9,6644
	3×3	12,5721
	4×4	13,174
2 Streukörper (Abb. 5.3) LOS+R	2×2	11,3877
	3×3	16,2458
	4×4	16,9168
4 Streukörper (Abb. 5.4) LOS+R	2×2	12,6138
	3×3	18,1622
	4×4	19,9824
6 Streukörper (Abb. 5.5) LOS+R	2×2	12,7024
	3×3	18,2936
	4×4	21,2276

Es ist ersichtlich, dass die Kanalkapazität ebenfalls mit der Anzahl der verwendeten Tore ansteigt. Der Kanalkapazitätsgewinn des 3×3 -MIMO-Systems gegenüber dem

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

2×2 -MIMO-Systems und der des 4×4 -MIMO-Systems gegenüber dem 3×3 -MIMO-Systems sind hier jedoch höher als die entsprechenden Gewinne bei alleiniger Berücksichtigung des LOS-Ausbreitungspfades. Für das 3×3 -MIMO-Systems fällt dieser Gewinn gegenüber dem 2×2 -MIMO-Systems mit bis zu 5,6 bps/Hz höher aus als der entsprechende Gewinn des 4×4 -MIMO-Systems gegenüber dem 3×3 -MIMO-System, der bei ca. 3 bps/Hz liegt. Es ist ebenfalls aus Tabelle 5.2 erkennbar, dass die Kanalkapazität bei gleicher Anzahl von Toren durch Erhöhung der Anzahl von Ausbreitungspfaden vom Szenario 1 (Abb. 5.2) zum Szenario 6 (Abb. 5.5) für das 2×2 -MIMO-System um bis zu 3 bps/Hz, für das 3×3 -MIMO-System um bis zu ca. 5,7 bps/Hz und für das 4×4 -MIMO-System um bis zu ca. 8 bps/Hz ansteigt.

Diese Anstiege der Kanalkapazität mit der Anzahl der Tore und insbesondere mit der Anzahl der Ausbreitungspfade im Vergleich zum LOS-Ausbreitungspfad liegen im Rahmen der bei Voruntersuchungen ermittelten Größenordnungen: So konnte gezeigt werden, dass durch einen zusätzlichen Ausbreitungspfad unter speziellen Voraussetzungen die Kanalkapazität eines 2×2 -MIMO-Systems bereits um bis zu 4 bps/Hz (SNR = 20 dB) erhöht werden kann. Die Gewinne für ein 3×3 -MIMO- und ein 4×4 -MIMO-System fallen unter den gleichen Voraussetzungen noch höher aus. Dieser Anstieg der Kanalkapazität mit der Anzahl von Ausbreitungspfaden ist auch für das 4×4 -MIMO-System für den R-(Szenario 2 bis Szenario 6), den R+D- und für den LOS+R+D-Fall bestätigt worden, wie aus Tabelle 5.3 zu sehen ist. Die DD-Ausbreitungspfade tragen dabei aufgrund der sehr kleinen Amplituden der Beugungskoeffizienten (Maximalwert der Beugungskoeffizienten ca. 0,06) praktisch nicht zur Kanalkapazität bei. Demzufolge ergeben sich kaum Unterschiede zwischen den Kanalkapazitäten des LOS+R+D+DD- und des LOS+R+D-Falls.

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

Tabelle 5.3: Die berechneten Kanalkapazitäten des 4×4 MIMO-Systems für die Szenarien aus Abb. 5.2 bis Abb. 5.5; SNR = 20 dB; $d = \frac{\lambda}{2}$; $f = 2$ GHz

Anzahl der Streukörper	Streumechanismus	Kanalkapazität C in bps/Hz
1 Streukörper (Abb. 5.2)	LOS	8,75444
	R	8,67416
	R + D	9,18189
	LOS+R + D	13,4284
	LOS+R + D + DD	13,4273
2 Streukörper (Abb. 5.3)	LOS	8,7544
	R	14,4365
	R + D	15,1060
	LOS + R + D	17,4913
	LOS + R + D + DD	17,4951
4 Streukörper (Abb. 5.4)	LOS	8,7544
	R	16,6673
	R + D	17,4202
	LOS + R + D	19,9824
	LOS + R + D + DD	19,8296
6 Streukörper (Abb. 5.5)	LOS	8,7544
	R	17,4138
	R + D	18,1380
	LOS + R + D	21,2276
	LOS + R + D + DD	20,8655

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

Die Kanalkapazität eines MIMO-Systems ist - wie im Abschnitt 3.9 ((3.101) mit (3.99)) gezeigt - vor allem von den Phasenunterschieden zwischen den Fernfeldkoppelimpedanzen bestimmt. Diese Phasen der Fernfeldkoppelimpedanzen ergeben sich - wie im Abschnitt 4.5.3 erwähnt - aus der phasenrichtigen Aufsummierung der Beiträge des LOS-Pfades, sofern dieser vorhanden ist, und der jeweiligen Streumechanismen am Ort der Sende- und Empfangsantennen. Offensichtlich können sich die resultierenden Phasenlagen dieser Fernfeldkoppelimpedanzen, abhängig vom vorliegenden Szenario, günstig (kanalkapazitätssteigernd) - wie in den vorherigen Beispielen - oder ungünstig (kanalkapazitätsmindernd) auswirken. Um diesen Effekt zu verdeutlichen, wird der Abstand d zwischen den $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen im Bereich von $0,03\lambda$ bis $3,0\lambda$ variiert und die Kanalkapazität berechnet. In Abb. 5.7 ist der Verlauf der Kanalkapazität unter alleiniger Berücksichtigung der Sichtverbindung (LOS) in Abhängigkeit von d für das 2×2 -, 3×3 - und 4×4 -MIMO-System dargestellt.

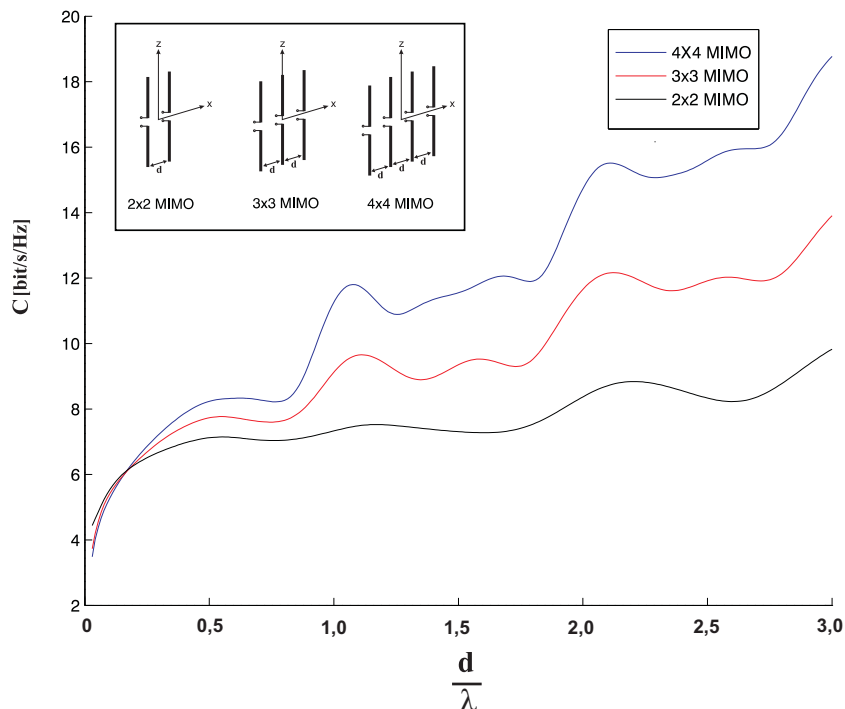


Abbildung 5.7: Kanalkapazität der MIMO-Systeme in Abhängigkeit von d unter alleiniger Berücksichtigung der Sichtverbindung (LOS). SNR = 20 dB

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

Es ist zu erkennen, dass die Kanalkapazität mit der Anzahl der verwendeten Einzelantennen und mit größer werdendem Abstand d zwischen diesen ansteigt. Dieses ist mit dem dadurch bewirkten Anstieg des Gewinns der Antennengruppe zu erklären. Für Abstände bis ca. $d < 0,9\lambda$ sind die Phasenunterschiede zwischen den Einträgen der Fernfeldkoppelimpedanzen praktisch Null. Aus diesem Grund steigt die Kanalkapazität in diesem Bereich etwa logarithmisch mit dem Gewinn der jeweiligen Antennengruppen an. Für die hier betrachteten Antennengruppen bestehend aus 2, 3 und 4 Einzelantennen, sind diese Gewinne etwa gleich groß [63]. Die Kanalkapazitätsgewinne mit der Anzahl der Antennen fallen daher in diesem Bereich moderat aus. Dieses Verhalten ist auch bereits für die in Tabelle 5.1 angegebenen Kanalkapazitätswerte festgestellt worden. Von $d = 0,9\lambda$ bis $d = 3,0\lambda$ steigen zusätzlich die Phasenunterschiede zwischen den Fernfeldkoppelimpedanzen mit größer werdendem Abstand an. Für das 2×2 -MIMO-System ergibt sich ein Zuwachs der Phase von ca. 20° in diesem Bereich (s. Abb. 5.8).

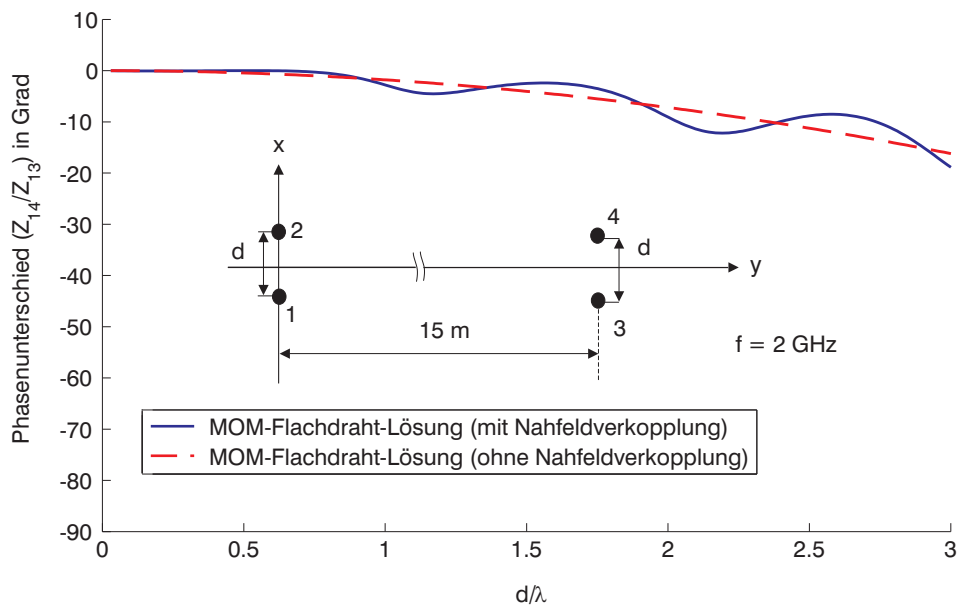


Abbildung 5.8: Phasenunterschied zwischen den Fernfeldkoppelimpedanzen des 2×2 -MIMO-Systems in Abhängigkeit von d unter alleiniger Berücksichtigung der Sichtverbindung (LOS)

Die Kanalkapazität steigt dann erwartungsgemäß - wie im Abschnitt 3.9 (Abb. 3.7) gezeigt - um bis zu ca. 3 bps/Hz nahezu linear an. Für das 3×3 -MIMO-System und das 4×4 -MIMO-System ergeben sich deutlich größere Phasenunterschiede. Folglich fallen die Kanalkapazitäts-Anstiege, wie man Abb. 5.7 entnehmen kann, dementsprechend höher aus. Ähnliche Ergebnisse sind auch in [64] dokumentiert.

5.2.2 Ringförmige Anordnung der Streukörper um die Empfangsantennengruppe

In diesem Abschnitt wird in Anlehnung an das Modell in [65, 66] der Einfluss von Streukörpern untersucht, die auf einem Kreis mit dem Radius R um die Empfangsantennengruppe angeordnet sind. Dazu wird das 4×4 -MIMO-System mit einem Antennenabstand $d = \frac{\lambda}{2}$ innerhalb seiner Antennengruppen zugrundegelegt (s. Abb. 5.1(c)). Die Antennengruppen sind ähnlich wie im Abschnitt 5.2.1 positioniert: Der Ursprung des Koordinatensystems zur Beschreibung der Sendeantennengruppe fällt mit dem des Koordinatensystems zusammen, d.h. $\mathbf{r}_{T,0} = (0, 0, 0)$. Die Empfangsantennengruppe befindet sich am Ort $\mathbf{r}_{R,0} = (0, 15 \text{ m}, 0)$. Es werden 15 Streukörper auf dem Kreis angeordnet, wobei die Mindest-Kreissegmentlänge zwischen den Streukörpern $d_{s,min} = \frac{\lambda}{2}$ beträgt (s. Abb. 5.9).

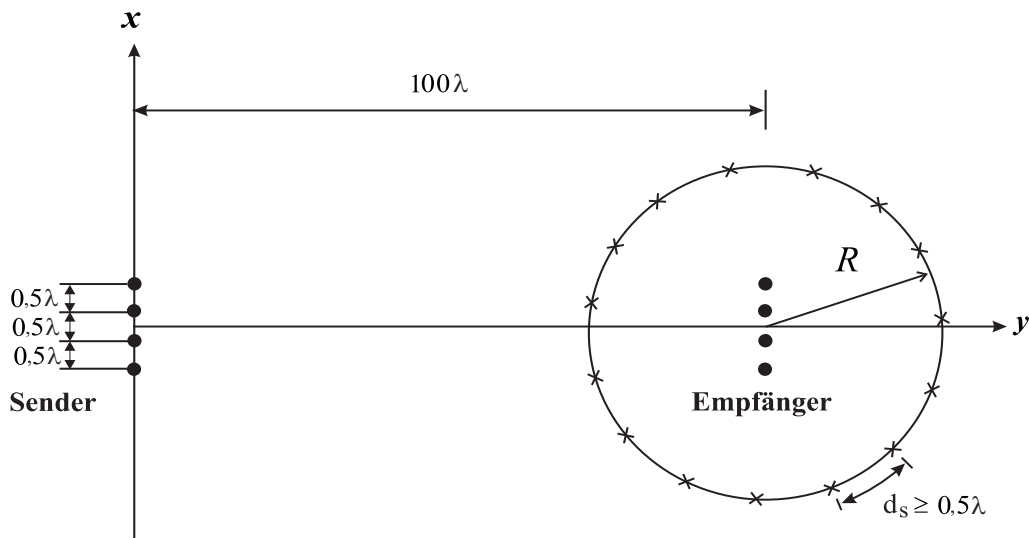


Abbildung 5.9: Modell zur Untersuchung des Einflusses von ringförmig um die Empfangsantennengruppe angeordnete Streukörper auf die Kanalkapazität

Die Berechnung der Kanalkapazität erfolgt nach dem Monte-Carlo-Prinzip. Die Positionen der Streukörper werden - unter Einhaltung der oben festgelegten Mindest-Kreis-segmentlänge 100 Mal zufällig gleich verteilt generiert. Dann werden jeweils die zugehörigen Impedanzmatrizen des MIMO-Systems berechnet. Dabei wird angenommen, dass die Streukörper isotropes Streuverhalten mit einem tensoriellen Streufaktor gleich Eins besitzen. Der Radius R des Kreises wird in einem Intervall $1,2\lambda \leq R \leq 60\lambda$ mit einer Schrittweite von ca. $0,238\lambda$ verändert. In Abb. 5.10 ist der Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit vom Radius R dargestellt.

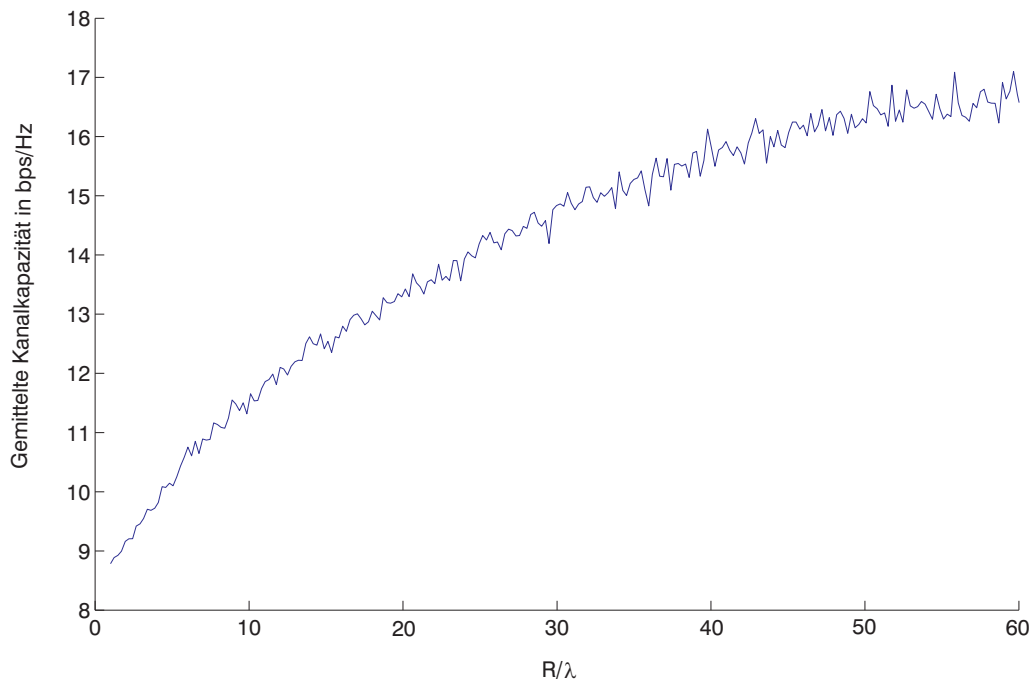


Abbildung 5.10: Gemittelte Kanalkapazität in Abhängigkeit vom Radius R ;
SNR = 20 dB

Es ist zu erkennen, dass die Kanalkapazität mit größer werdendem Radius monoton ansteigt. Dieser Anstieg fällt von $R = 1,2\lambda$ bis $R = 10\lambda$ mit ca. 2,5 bps/Hz am Anfang des betrachteten Radius-Intervalls am höchsten und mit ca. 0,5 bps/Hz am Ende des Intervalls von $R = 50\lambda$ bis $R = 60\lambda$ am kleinsten aus. Dieses Verhalten lässt sich wie folgt erklären: Die Streukörper werden von der Sendeantennengruppe mit der Hauptkeule ausgeleuchtet. Mit zunehmendem Radius vergrößern sich die Phasenunterschiede zwischen den Fernfeldkoppelimpedanzen, wodurch die Kanalkapazität erwartungsgemäß insgesamt ansteigt. Der Fall $R = 1,2\lambda$ entspricht quasi der LOS-Ausbreitung. Folglich entspricht die Kanalkapazität mit ca. 9 bps/Hz in etwa der LOS-Kanalkapazität (8,754 bps/Hz, s. Tabelle 5.3).

5.3 Berechnung der Kanalkapazität in einer komplexen Umgebung

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse zur Berechnung der Kanalkapazität in einer komplexen Umgebung gezeigt. Hierfür wird das in Abb. 5.11 dargestellte Modell eines 9-räumigen Geschosses eines Gebäudes zugrundegelegt.

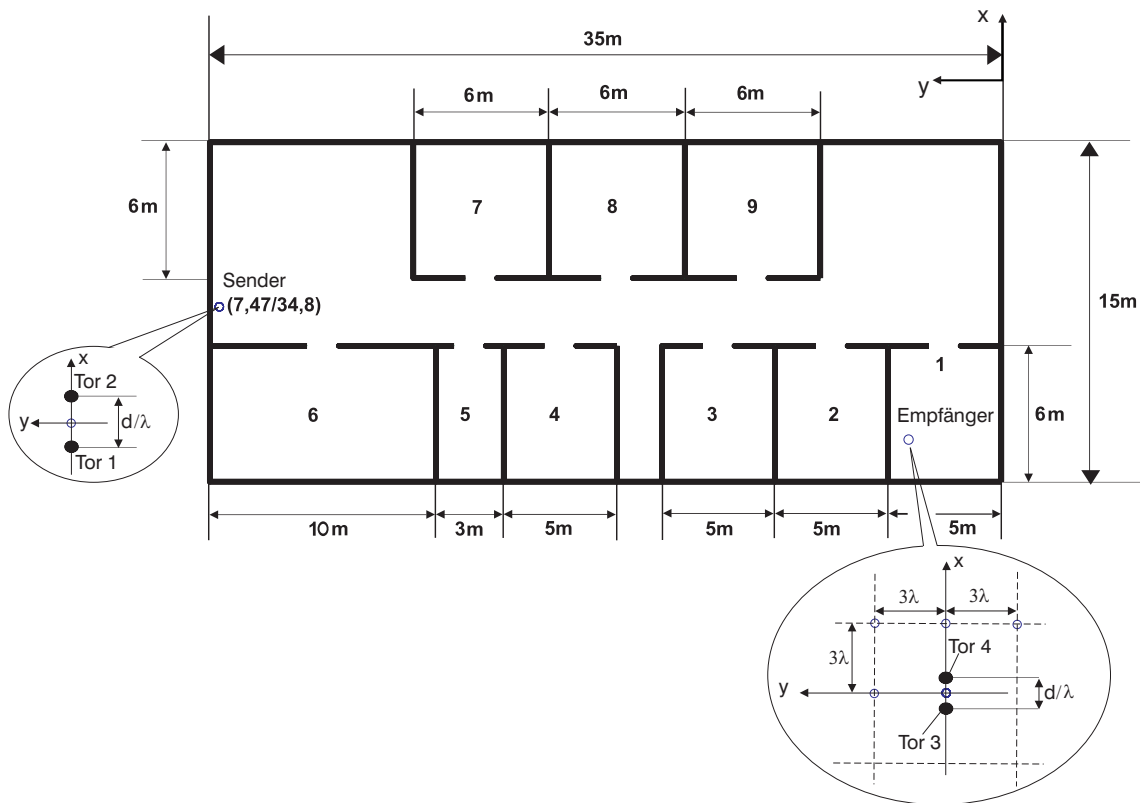


Abbildung 5.11: Modell eines 9-räumigen Geschosses eines Gebäudes, Schnitt durch die Ebene $z = 2$ m. $f = 2,45$ GHz

Jeder dieser 9 durchnummerierten Räume besitzt eine Türöffnung. Alle Wände besitzen den in Abb. 5.12 skizzierten Aufbau aus Gipskarton und Mineralwolle. Bei der für die Berechnungen zugrundegelegten Frequenz von 2,45 GHz gelten für diese Wandmaterialien die Materialparameter aus Tabelle 5.4 [67].

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

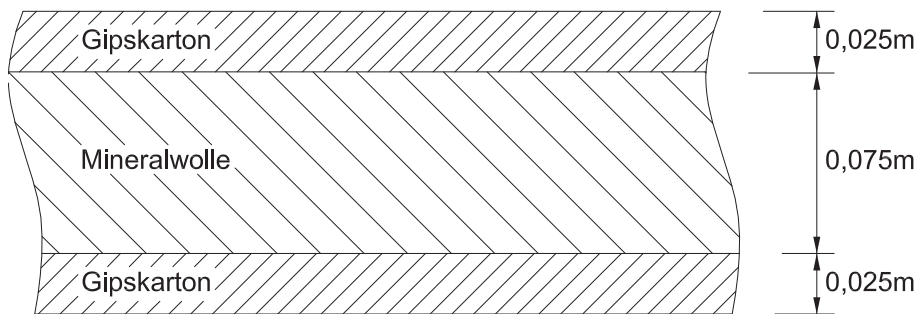


Abbildung 5.12: Aufbau der Zwischenwände

Tabelle 5.4: Materialparameter der Zwischenwände ($f = 2,45 \text{ GHz}$)

	Gipskarton	Mineralwolle
Permeabilität μ	1	1
Permittivität ε	$2,4-0,01j$	$1,2-0,02j$

Die Verläufe des Reflexionsfaktors und des Transmissionsfaktors in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ^e für senkrechte (TE) und parallele (TM) Polarisation sind in Abb. 5.13 dargestellt.

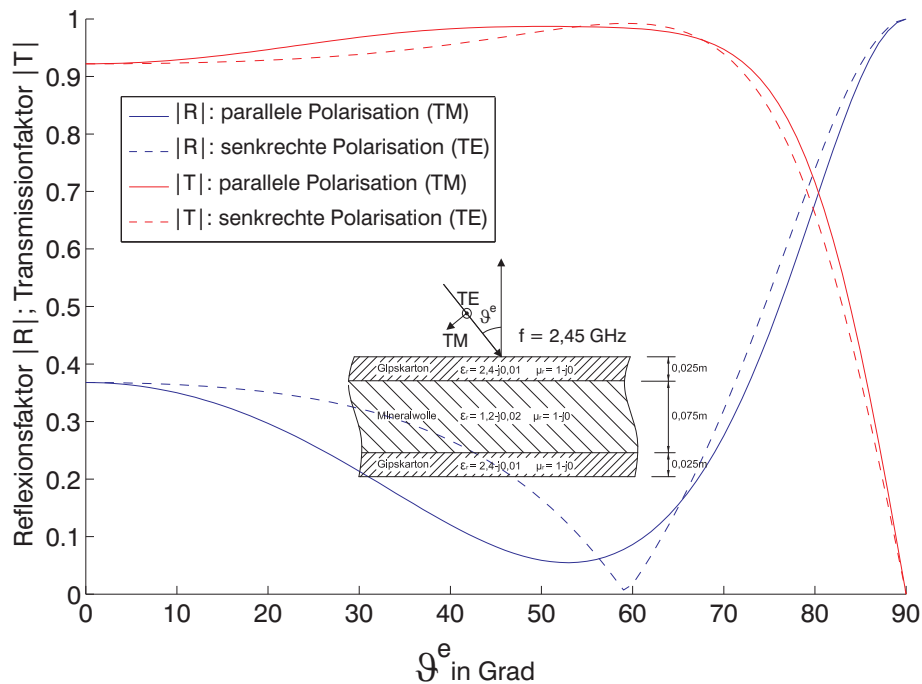


Abbildung 5.13: Reflexionfaktor und Transmissionsfaktor der Zwischenwand in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ^e für den Fall senkrechter (TE) und paralleler (TM) Polarisation. $f = 2,45$ GHz

Für Einfallswinkel unter etwa 70° ist der Betrag des Transmissionsfaktors größer als 0,9, d.h. die Wände können als weitgehend transparent angesehen werden. Die Kanal­kapazität eines 2×2 -MIMO-Systems wird in der so beschriebenen Umgebung berechnet. Dabei sind die aus jeweils 2 in $+z$ -Richtung orientierten $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen bestehende Sende- und Empfangsantennengruppe entsprechend Abb. 5.1(a) angeordnet. Der Abstand d zwischen den Antennen der Sendeantennengruppe beträgt $d = 0,5\lambda$. Für die Empfangsantennen wird hingegen der Abstand zwischen den Einzelantennen von $d = 0,1\lambda$ in $0,2\lambda$ -Schritten bis $d = 0,9\lambda$ variiert. Die Antennen werden mit dem MOM-Flachdraht-Verfahren (Breite des Drahtes 1 mm) modelliert. Die Diskretisierungsweite in $+z$ -Richtung beträgt wieder $\frac{\lambda}{40}$, woraus sich 39 Basisfunktionen pro Antenne ergeben (s. Abschnitt 5.2). Für die Berechnungen wird angenommen, dass die Sendeantennengruppe sich im Korridor des Geschosses am Ort $\mathbf{r}_{T,0} = (7,47 \text{ m}, 34,8 \text{ m}, 2 \text{ m})$ befindet. Die Position der Empfangsantennengruppe wird im Raum 1 auf

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

gleicher Höhe (Ebene $z = 2$ m) in einem äquidistanten, rechtwinkligen Gitter mit 3λ -Schrittweite in x - und y -Richtung variiert, woraus sich 1110 Positionen ergeben. Die Impedanzmatrizen \mathbf{Z} des 4-Tors und die sich daraus ergebenden Kanalkapazitäten werden für jede dieser Positionen bestimmt. Der Einfluss der komplexen Umgebung wird dabei geometrisch-optisch nach dem SBR-Verfahren mit einer Auflösung von $0,1^\circ$ für die "geschossenen" Strahlen (s. Abschnitt 4.5.3) in die Berechnungen einbezogen, wobei an den Wänden bis zu 7 Reflexionen und Transmissionen durch die Wände pro Ausbreitungspfad berücksichtigt werden. Als Abbruchkriterium für die Strahlsuche wird der Schwellenwert des Betrages der elektrischen Feldstärke der Ausbreitungspfade am Ort des Empfängers auf -50 dB in Bezug auf den LOS-Ausbreitungspfad festgelegt. Die so ermittelten Ausbreitungspfade sind exemplarisch für eine der 1110 Empfangspositionen im Raum 1 in Abb. 5.14 dargestellt.

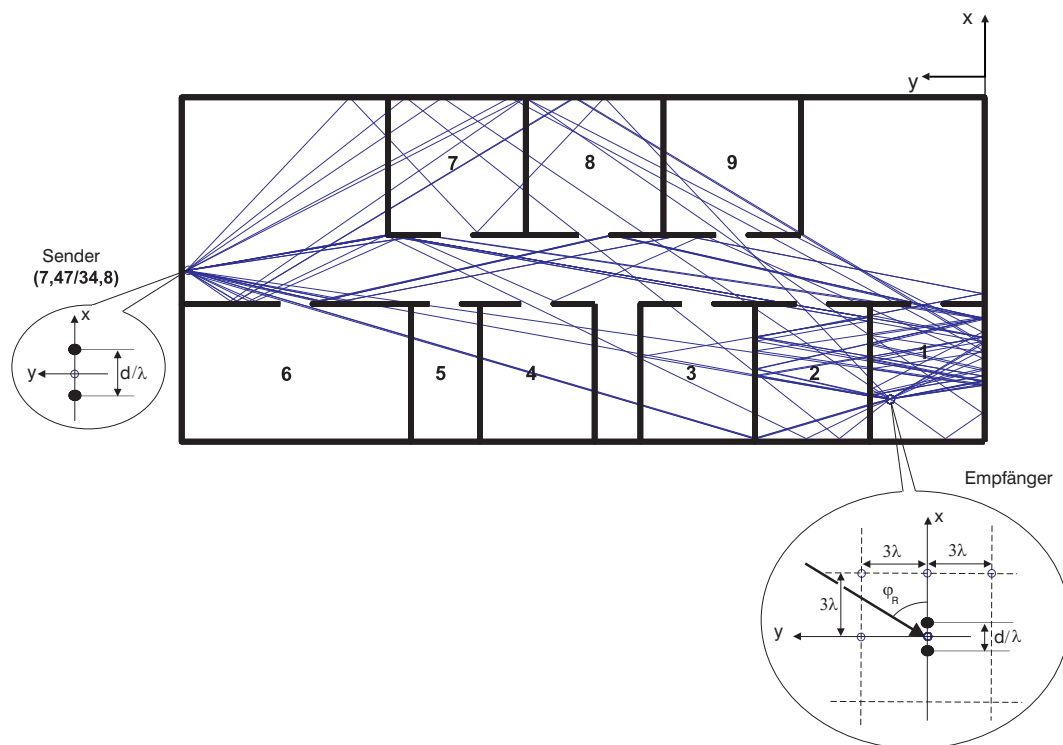


Abbildung 5.14: Ausbreitungspfade für eine Empfangsposition im Raum 1. Die Abmessungen des Geschosses sind in Abb. 5.11 angegeben. φ_R : Einfallswinkel der Ausbreitungspfade am Ort des Empfängers

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

Mit den beschriebenen Einstellungen erhält man ca. 90 Ausbreitungspfade. Für alle anderen Empfangspositionen ergeben sich ähnliche Strahlenbilder. In Abb. 5.15 ist die über alle 1110 Empfangspositionen im Raum 1 ermittelte Verteilung des Betrages der elektrischen Feldstärke in Abhängigkeit von den Einfallsrichtungen der Ausbreitungspfade am Ort der Empfangsantennengruppe dargestellt. Ausbreitungspfade, deren Feldamplituden kleiner als 0,1 der maximalen Feldstärke sind, sind nicht dargestellt.

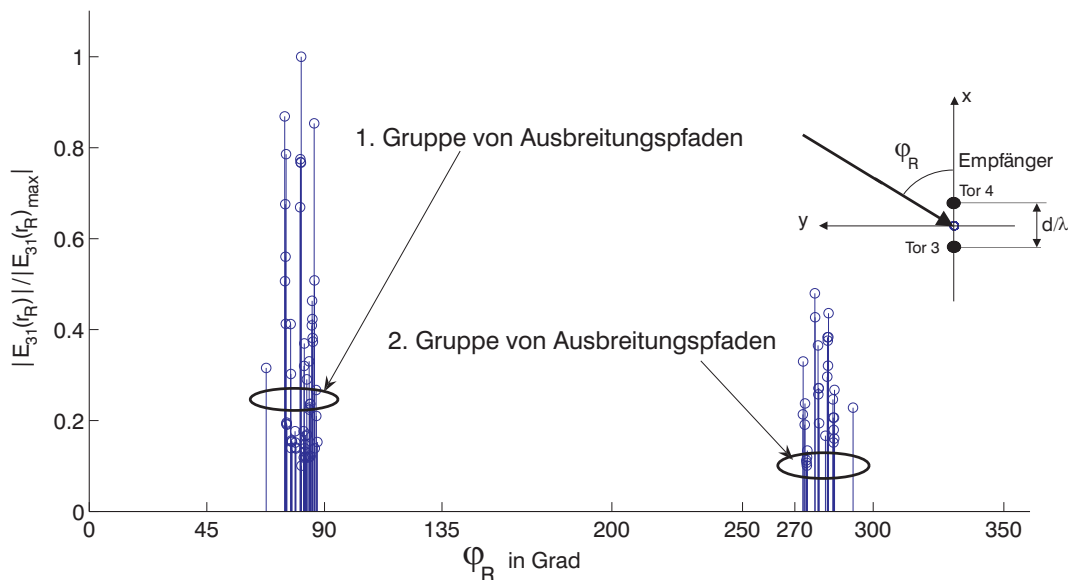


Abbildung 5.15: Verteilung des Betrages der elektrischen Feldstärke in Abhängigkeit von den Einfallsrichtungen φ_R der Ausbreitungspfade am Ort des Empfängers im Raum 1 für das Szenario aus Abb. 5.11 (Abstand zwischen den Sendeantennen $0,5\lambda$). Ausbreitungspfade, deren Feldamplituden kleiner als 0,1 der maximalen Feldstärke sind, sind nicht dargestellt.

Daraus ist ersichtlich, dass sich die Ausbreitungspfade im Wesentlichen zwei Gruppen zuordnen lassen: Eine Gruppe von Pfaden, die unter einem Winkel in dem Bereich $67^\circ \leq \varphi \leq 89^\circ$, und eine Gruppe, die unter den Winkeln $271^\circ \leq \varphi \leq 290^\circ$ einfallen. Solche Gruppierungen von Ausbreitungspfaden in einem bestimmten Winkelintervall

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

werden häufig in der Literatur [68] als Cluster bezeichnet. In beiden Fällen empfängt die Empfangsantenne über ihre Hauptkeulen (Maxima bei $\varphi = 90^\circ$ und $\varphi = 270^\circ$), während Strahlen, ausgehend von der Hauptkeule der Sendeantenne, die Empfangsantenne kaum erreichen. Insgesamt ergibt sich, dass die über alle 1110 Empfangspositionen im Raum 1 gemittelte Kanalkapazität des MIMO-Systems - wie der Tabelle 5.5 zu entnehmen ist - erwartungsgemäß (ähnlich wie in Abb. 5.7 für den Bereich $0,03\lambda \leq d \leq 0,9\lambda$) mit größer werdendem Abstand d zwischen den Empfangsantennen leicht ansteigt.

Tabelle 5.5: Gemittelte Kanalkapazität des 2×2 -MIMO-Systems für Empfangspositionen im Raum 1 in Abhängigkeit des Abstands d zwischen den Empfangsantennen; Abstand zwischen den Antennen der Sendeantennengruppe = $0,5 \lambda$; SNR = 20 dB; $f = 2,45$ GHz

Abstand d/λ zwischen den Empfangsantennen	Kanalkapazität (C) in bps/Hz
0,1	7,985
0,3	9,298
0,5	10,268
0,7	10,240
0,9	10,516

Offensichtlich begünstigt durch das Vorhandensein des “zweiten“ Ausbreitungspfades sind jedoch die Kanalkapazitäten etwas grösser als die Freiraum-Kanalkapazitäten (s. Abb. 5.7).

5.4 Berechnungen der Kanalkapazität mit komplex aufgebauten Antennengruppen in einer komplexen Umgebung

Für den praktikablen Einsatz in drahtlosen Netzwerken (z.B. UMTS, WLAN) ist es häufig üblich, die Antennen auf Steckkarten anzubringen. Dies wird beispielweise bei so genannten PCMCIA¹-Steckkarten (s. Abb. 5.16) angewendet, die an der Seite eines Laptop-Computers angebracht werden.



Abbildung 5.16: Abbildung einer PCMCIA-Steckkarte

Die Inverted-F-Antenne sowie Modifikationen davon zählen aufgrund ihrer guten Integrierbarkeit zu den für diesen Zweck am häufigsten eingesetzten Antennentypen [69]. In diesem Abschnitt werden Berechnungsbeispiele für ein 2×2 -MIMO-System, bei dem eine solche “integrierbare“ Antennenstruktur verwendet wird, gezeigt. Für die Sendeantennengruppe wird das in Abb. 5.17 dargestellte Modell des “strahlenden“ Teils einer PCMCIA-Steckkarte mit 2 identischen Inverted-F-Antenne verwendet. Dieses Modell ist angelehnt an das in [70] vorgeschlagene Modell einer PCMCIA-Steckkarte mit einer Inverted-F-Antenne.

¹PCMCIA (Personal Computer Memory Card International Association) bezeichnet einen Standard für Erweiterungskarten mobiler Computer.

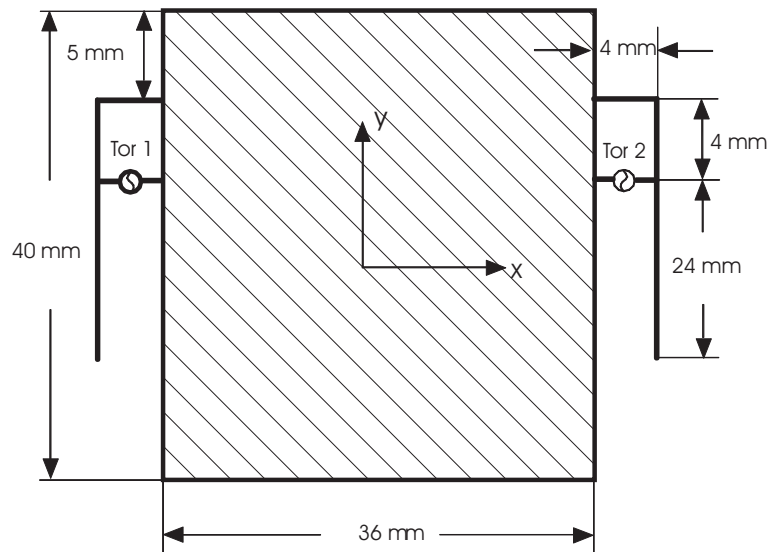


Abbildung 5.17: Rechenmodell einer Computer-Steckkarte mit zwei Inverted-F-Antennen. $f = 2,45$ GHz

Die beiden Inverted-F-Antennen, deren Abmessungen für den Betrieb bei 2,45 GHz (WLAN-Anwendungen) optimiert sind, sind symmetrisch zur x-Achse an einer sehr flachen metallischen Grundplatte mit den Abmessungen 40 mm x 36 mm angeordnet. Die Berechnungen der Nahfeldkoppelimpedanzen und der zur Bestimmung der Fernfeldkoppelimpedanzen benötigten Fernfeldrichtcharakteristika der beschriebenen Inverted-F-Antennenstruktur werden mit dem MOM-Flachdraht und dem FDTD-Verfahren durchgeführt. Bei dem MOM-Flachdraht-Verfahren wird die Inverted-F-Antennenstruktur mit unendlich dünnen Flachdrähten (Flachdrahtbreite 1 mm, Flachdrahtdicke 0 mm) modelliert, wobei eine Diskretisierungsweite von 1 mm ($\frac{\lambda}{120}$) in x- und in y-Richtung zugrundegelegt wird. Daraus ergeben sich 1504 Basisfunktionen. Bei der FDTD-Berechnung wird die Sendeantennenstruktur durch metallische Randbedingungen berücksichtigt. Es wird ein Berechnungsvolumen von 0,06 m \times 0,06 m \times 0,02 m mit einer äquidistanten Diskretisierungsweite von 1 mm in x-, y- und z-Richtung verwendet, woraus sich 60 \times 60 \times 20 Gitterpunkte ergeben. In Abb. 5.18 sind die MOM- und FDTD-Lösungen für den Betrag der normierten Fernfeldrichtcharakteristik der Sendeantennenstruktur in der Ebene $z = 0$ bei Speisung von Tor 1 dargestellt.

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

Die entsprechende Fernfeldrichtcharakteristik bei Speisung von Tor 2 ist aufgrund des symmetrischen Aufbaus der Antennenstruktur gleich der in Abb. 5.18 gezeigten, wenn man φ durch $(180^\circ - \varphi)$ ersetzt.

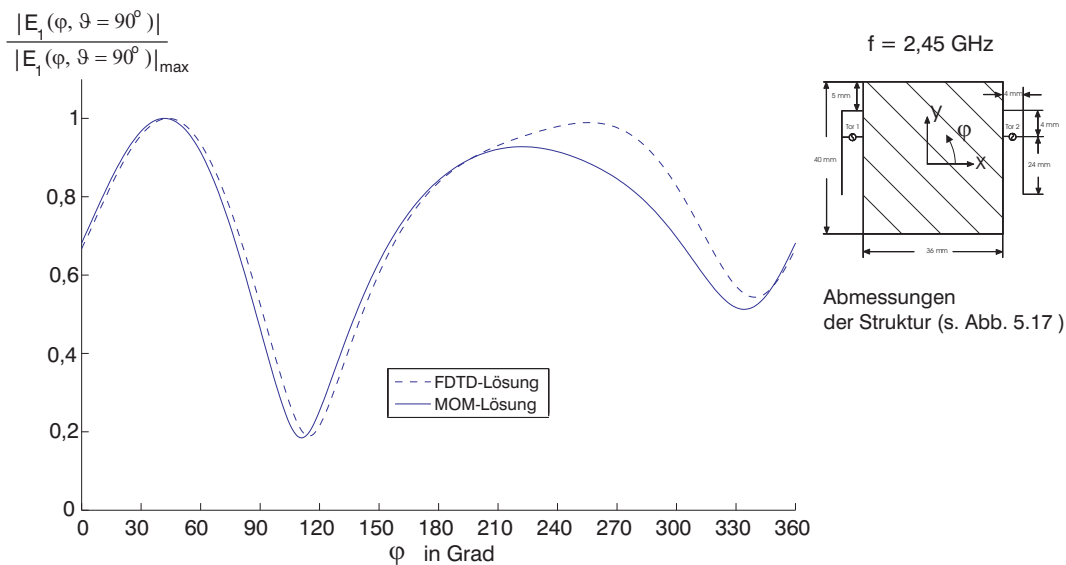


Abbildung 5.18: Strahlungsdiagramm der in Abb. 5.17 dargestellten Antennenstruktur bei Speisung von Tor 1

Es ist aus Abb. 5.18 ersichtlich, dass die MOM- und die FDTD-Lösungen vor allem im Bereich $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ sehr gut übereinstimmen. In dem übrigen Winkelbereich sind leichte Abweichungen zwischen den beiden Lösungen feststellbar, die offensichtlich an den unterschiedlichen Modellierungen in beiden Verfahren liegen. Die Empfangsantennengruppe des in diesem Abschnitt untersuchten MIMO-Systems besteht wieder aus $2 \frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen, die entsprechend Abb. 5.1(a) mit einem Abstand von $d = \lambda$ angeordnet sind. Sie wird wieder mit dem MOM-Flachdraht-Verfahren (Flachdraht-Breite 1 mm, $\frac{\lambda}{40}$ -Diskretisierungsweite in +z-Richtung) modelliert. Aufgrund der im Abschnitt 4.6 (s. Abb. 4.14) bereits dargelegten Übereinstimmung im Bereich der $\frac{\lambda}{2}$ -Resonanz der MOM- und der FDTD-Lösung für diese Antennenstruktur, wird keine Berechnung mit dem FDTD-Verfahren durchgeführt.

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

Bei der strahlenoptischen Bestimmung der Ausbreitungspfade zwischen der Sende- und der Empfangsantennengruppe werden bis zu 3 Reflexionen und 2 Beugungen pro Ausbreitungspfad berücksichtigt. Für die in Abb. 5.19 gekennzeichneten Positionen der Sende- und Empfangsantennen ergeben sich daraus 64 Ausbreitungspfade pro Verbindung. In Tabelle 5.6 sind die mit dem MOM- und mit dem FDTD-Strahlenoptik-Verfahren berechneten Kanalkapazitäten dieser Konfiguration angegeben.

Tabelle 5.6: Kanalkapazität des 2×2 -MIMO-Systems für das in Abb. 5.19 dargestellte Szenario; SNR = 20 dB; $f = 2,45$ GHz

	Kanalkapazität (C) in bps/Hz
MOM-Strahlenoptik	9,138
FDTD-Strahlenoptik	8,914

Daraus ist ersichtlich, dass beide Lösungen sehr gut übereinstimmen. Offensichtlich überlagert sich eine ausreichende Anzahl von Ausbreitungspfaden insgesamt “günstig“, so dass die resultierenden Kanalkapazitäten um etwa 1,5 bps/Hz höher als die Freiraum-Kanalkapazität dieser Konfiguration sind. In Abb. 5.20 ist der Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von der Abstandsänderung ($D_{y,0} - D_y$) zwischen der Wand (6) und der Wand (1) dargestellt, wobei D_y von $D_{y,0} = 1,8$ m (s. Abb. 5.19) auf etwa 0,6 m in 0,02 m-Schritten verringert wird.

KAPITEL 5. ANWENDUNGSBEISPIELE DER ENTWICKELTEN VERFAHREN

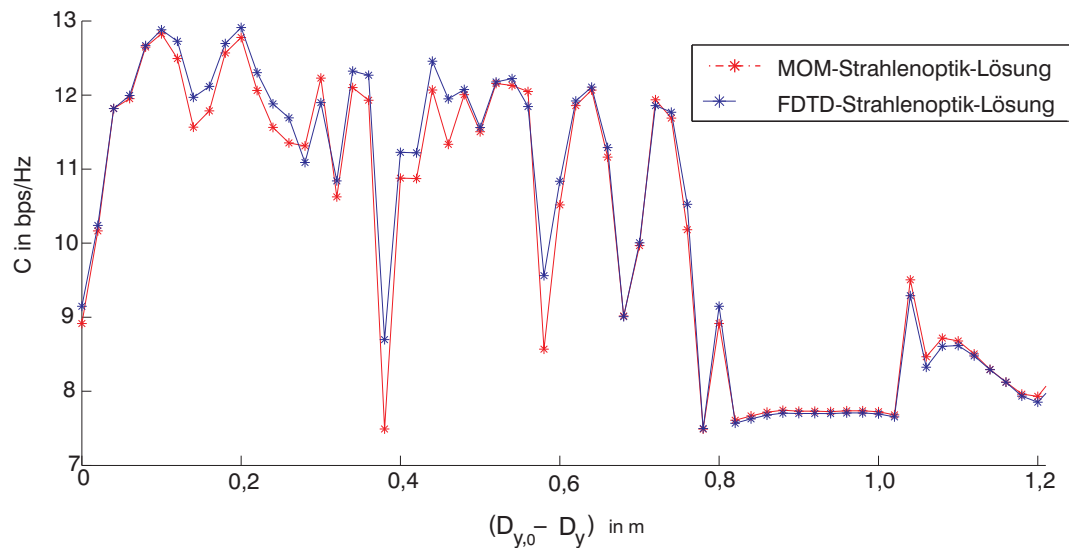


Abbildung 5.20: Verlauf der Kanalkapazität in Abhängigkeit von D_y (Abb. 5.19):
MOM-Strahlenoptik und FDTD-Strahlenoptik Lösungen; SNR = 20
dB; $f = 2,45$ GHz

Aus Abb. 5.20 ist zunächst zu erkennen, dass die MOM-Strahlenoptik und die FDTD-Strahlenoptik-Lösungen vor allem in den Bereichen $0 \text{ m} \leq D_{y,0} - D_y \leq 0,1 \text{ m}$ und $0,6 \text{ m} \leq D_{y,0} - D_y \leq 1,2 \text{ m}$ sehr gut übereinstimmen. Für den übrigen Bereich sind Abweichungen von bis zu 1,1 bps/Hz zwischen den beiden Lösungen feststellbar. Die Kanalkapazität variiert in Abhängigkeit von $D_{y,0} - D_y$ zwischen ca. 7,5 bps/Hz und 13 bps/Hz und weist insgesamt einen sehr unregelmäßigen Verlauf auf. Dies verdeutlicht die Auswirkung der Veränderung der Ausbreitungssituation. Insbesondere im Bereich $0,8 \text{ m} \leq D_{y,0} - D_y \leq 1,0 \text{ m}$ liegt die Kanalkapazität bei ca. 7,7 bps/Hz bis 7,9 bps/Hz und entspricht damit in etwa nur noch der Freiraum-Kanalkapazität.

KAPITEL 6

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Anwendung feldtheoretischer Verfahren zur Bestimmung der Kanalkapazität von drahtlosen Multiple Input Multiple Output (MIMO)-Systemen, d.h. von Nachrichten-Übertragungssystemen, die über M ($M > 1$)-Tore auf der Sende- und N ($N > 1$)-Tore auf der Empfangsseite verfügen. Insbesondere liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Untersuchung der Auswirkungen modellierungsbedingter Unterschiede verschiedener feldtheoretischer Verfahren auf die Kanalkapazität.

Dazu wird zu Beginn eine kurze system- und informationstheoretische Beschreibung von MIMO-Systemen vorgenommen, wobei als erstes deren Funktionsprinzip erläutert wird. Es folgt die Einführung der MIMO-Systemgleichung, die die Eingangs- und Ausgangssignale über die Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} des Systems unter Berücksichtigung des Rauschens verknüpft. Anschließend wird die Singulärwert-Zerlegung der Kanalübertragungsmatrix vorgestellt, womit eine MIMO-Übertragungsstrecke als $r = \min(M, N)$ parallele SISO-Übertragungsstrecken interpretiert werden kann, deren Übertragungsdämpfungen durch die Singulärwerte der Kanalübertragungsmatrix

bestimmt sind. Desweiteren werden einige Aspekte der stochastischen Modellierung der Kanalübertragungsmatrix diskutiert. Im letzten Abschnitt des Kapitels 2 sind informationstheoretische Ergebnisse für die Kanalkapazität zusammengestellt. Dazu werden zwei Lösungen betrachtet, die sich dadurch unterscheiden, ob Kenntnisse der Kanaleigenschaften auf der Sendeseite vorhanden sind oder nicht. Es ergibt sich, dass im ersten Fall durch Anwendung des auf der Singulärwert-Zerlegung der Kanalübertragungsmatrix aufbauenden Waterfilling-Algorithmus eine Verbesserung des SNR erzielt wird, wodurch die Kanalkapazität gegenüber dem zweiten Fall stets höher ausfällt. Da diese Kenntnis der Eigenschaften der Übertragungsstrecke in der Praxis nur schwer zu erlangen ist, wird in der vorliegenden Arbeit die Lösung ohne ihre Kenntnis für die Untersuchungen zugrundegelegt.

Das Kapitel 3 behandelt die auf Z -Parametern basierende netzwerktheoretische Beschreibung von MIMO-Systemen. Dazu wird zunächst ein vollständiges Ersatzschaltbild eines MIMO-Systems entwickelt. Es beinhaltet M beschaltete Tore auf der Sendeseite und N beschaltete Tore auf der Empfangsseite, die über die Impedanzmatrix \mathbf{Z} verknüpft sind. Den nächsten Schwerpunkt bildet die Herleitung der Kanalübertragungsmatrix \mathbf{H} aus der \mathbf{Z} -Matrix des Mehrtors zur Beschreibung der MIMO-Übertragungsstrecke. In der so bestimmten \mathbf{H} -Matrix ist der Einfluss aller Verkopplungen zwischen den Antennen und der Umgebung erfasst. Die Spezialisierung dieser Kanalübertragungsmatrix wird für eine Fernfeld-Übertragung durchgeführt. Um speziell den Einfluss der Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen auf der Sendeseite bzw. der Empfangsseite untereinander auf die Übertragungsstrecke zu quantifizieren, wird die Fernfeld-Kanalübertragungsmatrix weiter spezialisiert. Daraus ergibt sich, dass die Nahfeldverkopplungen den Signalfluss verändern, indem zusätzliche "gekoppelte" Übertragungswege gebildet werden. Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Bestimmung der von den N Empfangstoren aufgenommenen Leistung (Verbraucherleistung) eines MIMO-Systems bei vorgegebener maximal verfügbarer Leistung an den M Sendetoren. Zunächst werden die dazu notwendigen Größen und Zusammenhänge aus dem Mehrtor-Modell des MIMO-Systems zusammengestellt. Es folgt die Angabe der Lö-

sung für ein SISO-System. Die Lösungen für ein 2×2 -MIMO-System mit und ohne Berücksichtigung der Nahfeldverkopplungen zwischen den Antennen auf der Sende- bzw. der Empfangsseite untereinander werden anschließend explizit entwickelt. Der Vergleich beider Lösungen verdeutlicht, wie die Nahfeldverkopplungen die Leistungsbilanz verändern. Darauf aufbauend wird die Bestimmung der Verbraucherleistung für ein $M \times N$ -MIMO-System verallgemeinert, worauf die Formulierung der Kanalkapazität als Funktion der Einträge der \mathbf{Z} -Matrix folgt. Die Berechnung der Kanalkapazität eines 2×2 -MIMO-Systems unter plausiblen Bedingungen zeigt, dass sich die Einträge der \mathbf{Z} -Matrix “gruppenweise“ auf die Kanalkapazität auswirken und dass vor allem der Phasenunterschied zwischen den Fernfeldkoppelimpedanzen die Kanalkapazität bestimmt.

Das Kapitel 4 ist der feldtheoretischen Bestimmung der \mathbf{Z} -Parameter des das MIMO-System beschreibenden Mehrtors gewidmet. Sie beruht auf der Anwendung des Reziprozitätssatzes auf Antennen-Mehrtore. Die Gleichungen für die Koppelimpedanzen des Mehrtors werden als Funktionen der Stromdichteverteilungen auf den Antennen, die durch eingeprägte Stromquellen an den Klemmen des Mehrtors erzeugt werden, und der Green'schen Funktion der Umgebung formuliert. Deren Lösung mit feldtheoretischen Verfahren stellt einen weiteren Schwerpunkt des Kapitels dar. Die Lösungsschritte für die MOM werden unter Verwendung von Teilbereichsentwicklungsfunktionen, die über diskrete Teilbereiche der Antennenkonfigurationen definiert sind, aufgezeigt. Die entsprechende Vorgehensweise zur Bestimmung der Koppelimpedanzen mit dem FDTD-Verfahren wird erläutert. Mit diesen beiden Verfahren können jedoch nur bestimmte Klassen von Konfigurationen berechnet werden. Um das Anwendungsspektrum zu erweitern, werden sowohl die MOM als auch das FDTD-Verfahren mit einer strahlenoptischen Vorgehensweise verknüpft. Die Bestimmung der \mathbf{Z} -Matrix des Mehrtors mit diesen beiden Verfahren wird erläutert. Anhand von Berechnungsbeispielen eines 2×2 -MIMO-Systems aus Dipolantennen im Freiraum kann gezeigt werden, dass die Unterschiede in den mit den MOM-, MOM-Strahlenoptik- und FDTD-Strahlenoptik-Verfahren erzielten Ergebnissen für die Kanalkapazität nur gering sind.

Das FDTD-Verfahren liefert bei diesen Beispielen wegen des sehr großen zu behandelnden Lösungsraums ein unsinniges Ergebnis für die Kanalkapazität.

Im Kapitel 5 werden exemplarisch Berechnungsergebnisse für einige Konfigurationen präsentiert. Es werden 2×2 -, 3×3 - und 4×4 -MIMO-Systeme mit Antennengruppen, bestehend aus 2, 3, und 4 einzelnen, in $+z$ -Richtung orientierten, äquidistant zueinander auf gleicher Höhe angeordneten $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen, betrachtet. Unter Verwendung des MOM-Strahlenoptik-Verfahrens werden Berechnungsergebnisse für die Kanalkapazität bei alleiniger Berücksichtigung des LOS-Ausbreitungspfad es gezeigt. In weiteren Berechnungen wird wiederum mit dem MOM-Strahlenoptik-Verfahren der Einfluss von Streukörpern untersucht, die in der Umgebung der Sende- und der Empfangsantennengruppe angeordnet sind. Für das 2×2 -MIMO-System werden zusätzlich Berechnungsergebnisse für ein 9-räumiges Geschoss eines Gebäudes gezeigt. Abschließend wird mit dem MOM-Strahlenoptik- und dem FDTD-Strahlenoptik-Verfahren die Kanalkapazität eines 2×2 -MIMO-Systems mit 2 Inverted-F-Antennen auf der Sende-seite und 2 $\frac{\lambda}{2}$ -Dipolantennen auf der Empfangsseite in einer komplexen Umgebung berechnet.

Literaturverzeichnis

- [1] A. Hottinen, O. Tirkkonen and R. Wichman: *Multi-Antenna Transceiver Techniques for 3G and Beyond*, John Wiley & Sons Ltd., 2003.
- [2] D. Esser: *Kompakte Multimodeantennen für Kommunikationsanwendungen*, Dissertation, Universität Wuppertal, September 2006.
- [3] Xin Wang: *Kompakte Mehrtorantennen für die adaptive Keulenformung*, Dissertation, Bergische Universität Wuppertal, 2004.
- [4] R. L. Cupo, G. D. Golden, C. C. Martin, N. R. Sollenberger, J. H. Winters, P. W. Wolniansky: A Four-Element Adaptive Antenna Array for IS-136 PCS Base Stations, *Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference*, pp. 1577-1581, Phoenix, AZ, May 1997.
- [5] J. S. Thompson, P. M. Grant, B. Mulgrew: Smart Antennas Arrays for CDMA Systems, *IEEE Personal Communications*, Vol. 3, No. 5, pp. 16-25, October 1996.
- [6] K. Sheikh, D. Gesbert, D. Gore, A. Paulraj: Smart Antennas for Broadband Wireless Access Networks, *IEEE Communications Magazine*, pp. 101-105, November 1999.

LITERATURVERZEICHNIS

- [7] J. H. Winters: Smart Antennas for Wireless Systems, *IEEE Personal Communications*, pp. 23-27, February 1998.
- [8] S. Bellofiore, C. A. Balanis, J. Foutz, A. S. Spanias: Smart-Antenna Systems for Mobile Communication Networks, Part 1: Overview and Antenna Design, *IEEE Antenna's and Propagation Magazine*, Vol. 44, No. 3, pp. 145-154, June 2002.
- [9] J. Litva, T. K. Y. Lo: Digital Beamforming in Wireless Communications, *Artech House*, Norwood, 1996
- [10] S. Bellofiore, C. A. Balanis, J. Foutz, A. S. Spanias: Smart-Antenna System for Mobile Communication Networks, Part 2: Beamforming and Network Throughput, *IEEE Antenna's and Propagation Magazine*, Vol. 44, No. 4, pp. 106-114, August 2002.
- [11] S. Barbarossa: *Multiantenna Wireless Communication Systems*, Artech House, 2005.
- [12] J. H. Winters: On the Capacity of Radio Communication Systems with Diversity in a Rayleigh Fading Environment, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* Vol. 5, No. 5, pp. 871-878, June 1987.
- [13] Telatar, I. E.: Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels, *European Transactions on Communications* Vol. 10, No. 6, pp. 585-595, November 1999.
- [14] G.J. Foschini and M.J. Gans: On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas, *Wireless Personal Communications* Vol. 6, pp 311-335, 1998.
- [15] F.R. Farrokhi, G. J. Foschini, A. Lozano, R. A. Valenzuela: Link-Optimal Space-Time Processing with Multiple Transmit and Receive Antennas, *IEEE Communications Letters*, Vol. 5, No. 3, pp. 85-87, March 2001.

LITERATURVERZEICHNIS

- [16] A. Lozano, A. M. Tulino, S. Verdú: Multiple-Antenna Capacity in the Low-Power Regime, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 49, No. 10, pp. 2527-2544, October 2003.
- [17] A. Goldsmith, S. A. Jafar, N. Jindal und S. Vishwanath: Capacity Limits of MIMO Channels, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 21, No. 5, June 2003.
- [18] T. L. Marzetta and B. M. Hochwald: Capacity of a Mobile Multiple-Antenna Communication Link in Rayleigh Flat Fading, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 45, No. 1, January 1999
- [19] R. Lai-U Choi, K. B. Letaief and R. D. Murch: MIMO CDMA Antenna Systems, *Proceedings of IEEE International Conference on Communications, 2000*, Vol. 2, pp. 990-994, 2000.
- [20] S. A. Jafar and A. Goldsmith: Multiple-Antenna Capacity in Correlated Rayleigh Fading With Channel Covariance Information, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 4, No. 3, pp. 990-997, May 2005.
- [21] T. Svantesson and A. Ranheim: Mutual Coupling Effects on the Capacity of Multielement Antenna Systems, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Salt Lake City, USA, May 2001.
- [22] V. Jungnickel, V. Pohl and C. von Helmolt: Capacity of MIMO Systems With Closely Spaced Antennas, *IEEE Communications Letters*, Vol. 7, No. 8, pp. 361-363, Aug. 2003.
- [23] B. Clerckx, L. Vandendorpe, D. Vanhoenacker-Janvier and C. Oestges: Mutual Coupling Effects on the Channel Capacity and the Space-Time Processing of MIMO Communication Systems, *IEEE 2003 International Conference on Communications, ICC '03*, Anchorage, (AK), May 2003.

LITERATURVERZEICHNIS

- [24] H. N. M. Mbonjo, V. Hansen: A Channel Model for MIMO Systems Including Mutual Coupling Effects: A Field-Theoretical Approach, *ITG-Fachberichte*, No. 178, pp. 323-326, VDE Verlag Berlin, 2003.
- [25] T. Svantesson, M. A. Jensen and J. W. Wallace: Analysis of Electromagnetic Field Polarizations in Multiantenna Systems, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 3, No. 2, pp. 641-646, March 2004.
- [26] M. R. Andrews, P. P. Mitra und R. deCarvalho: Tripling the Capacity of Wireless Communication Using Electromagnetic Polarization, *Nature*, Vol. 409, pp. 316-318, January 2001.
- [27] B. Negash Getu and J. Bach Andersen: The MIMO Cube- A Compact MIMO Antenna, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 4, No. 3, pp. 1136-1141, May 2005.
- [28] C. E. Shannon: A Mathematical Theory of Communication, *The Bell System Technical Journal* Vol. 27, pp. 379–423, 623–656, July, October, 1948.
- [29] A. Paulraj, R. Nabar and D. Gore: Introduction to Space-Time Wireless Communications, *Cambridge University Press*, Cambridge, 2003.
- [30] J. G. Proakis: *Digital Communications*, McGraw-Hill, 2001.
- [31] D. S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans and J. M. Kahn: Fading Correlation and Its Effect on the Capacity of Multielement Antenna Systems, *IEEE Transactions On Communications*, Vol. 48, No. 3, pp. 502-513, March 2000.
- [32] C. Chuah, D. Tse, J. Kahn and R. Valenzuela: Capacity Scaling in MIMO Wireless Systems under Correlated Fading, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 48, No. 3, pp. 637-650, March 2002.
- [33] W. C. Y. Lee: *Mobile Communications Engineering*, John Wiley & Sons Ltd., 1982.

LITERATURVERZEICHNIS

- [34] A. Graham: *Kronecker Products and Matrix Calculus With Applications*, Ellis Horwood Ltd., 1981
- [35] W. Klein: *Grundlagen der Theorie elektrischer Schaltungen: Teil 1 Mehrorttheorie*, Akademie-Verlag, 2. Auflage, 1970.
- [36] K. Simonyi: *Theoretische Elektrotechnik*, Barth Verlagsgesellschaft, 10. Auflage, 1993.
- [37] R. F. Harrington: *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, 1968.
- [38] C. Waldschmidt, S. Schulteis and W. Wiesebeck: Complete RF System Model for Analysis of Compact MIMO-Arrays, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 53, No. 3, pp. 579-586, May 2004.
- [39] J. Wallace and M. Jensen: Capacity of MIMO Wireless Systems With Mutual Coupling, *Proceedings of the VTC, 2002*, Vol. 2, pp. 696-700, Fall 2002.
- [40] Svantesson, T.: An Antenna Solution for MIMO Channels: The Multimode Antenna, *Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2000*, Vol. 2, pp. 1617-1621, 2000.
- [41] R. Janaswamy: Effect of Mutual Coupling on the Capacity of Fixed Length Linear Arrays, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol. 1, pp. 157-160, 2002.
- [42] H.G. Unger: *Elektromagnetische Wellen II*, Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig, 1967.
- [43] C. Waldschmidt, W. Wiesebeck: Compact Wide-Band Multimode Antennas, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* Vol. 52, No. 8, pp. 1963-1969, August 2004.

LITERATURVERZEICHNIS

- [44] H. N. M. Mbonjo, J. Hansen and V. Hansen: MIMO Capacity and Antenna Array Design, *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'04)*, 2004, Vol. 5, pp.3155-3159, 29 Nov.-3 Dec. 2004
- [45] C. A. Balanis: *Antenna Theory: Analysis and Design*, John Wiley & Sons Ltd., 1982.
- [46] J.A. Kong: *Electromagnetic Wave Theory*, 2nd. Edition, John Wiley & Sons Ltd., 1990.
- [47] V. Hansen: *Antennen und Wellenausbreitung*, Skriptum zur Vorlesung, Universität Wuppertal.
- [48] R. F. Harrington: *Time Harmonic Electromagnetic Fields*, 1961.
- [49] M. N. O. Sadiku: *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, 2001.
- [50] Expert MININEC Classic, EM Scientific, <http://www.emsci.com>
- [51] T. F. Eibert: *Verknüpfung der Methode der Finiten Elemente mit einem Integralgleichungsverfahren für ebene geschichtete Strukturen*, Dissertation, Universität Wuppertal, 1997.
- [52] T. F. Eibert, V. Hansen, N. Hansen : Full-Wave 3D-Modeling of Ground-Penetrating Radars by a Finite Element/Boundary Element-Hybrid Technique, Intern. Geoscience Remote Sensing Symposium (IGARSS), Singapore, August 1997.
- [53] T. F. Eibert: Modelling of Integrated Antenna - Scatterer Configurations by Hybrid Finite Element - Boundary Integral - Multilevel Fast Multipole Methods (Invited), *Progress in Electromagnetics Research Symposium, Pisa*, 2004.
- [54] T. F. Eibert, Y. E. Erdemli, J. L. Volakis: Hybrid Finite Element-Fast Spectral Domain Multilayer Boundary Integral Modeling of Doubly Periodic Structures,

LITERATURVERZEICHNIS

- IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 9, pp. 2517-2520, 2003.
- [55] Altair Hypermesh v6.0 (Altair HyperWorks), <http://www.altair.com>
- [56] K. S. Yee: Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 14, No. 3, pp. 302-307, 1966.
- [57] K. S. Kunz and R. J. Luebbers: *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, 1993
- [58] A. Bitz: *Numerische Feldberechnung im biologischen Gewebe: Exposition von Personen, Tieren und isolierten biologischen Systemen in elektromagnetischen Feldern*, Dissertation, Universität Wuppertal, 2004.
- [59] J. D. Kraus and R. J. Marhefka: *Antennas*, McGraw-Hill, 3rd. Edition, November 2001.
- [60] C. A. Balanis: *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons Ltd., 1989.
- [61] M. Alaydrus: *Hybridmethode zur Lösung komplexer elektromagnetischer Feldprobleme : Kombination der Finite-Elemente-Methode, eines Integralgleichungsverfahrens und der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie*, Dissertation, Bergische Universität Wuppertal, 2001.
- [62] T. Schöberl: *Polarimetrische Modellierung der elektromagnetischen Wellenausbreitung in pikozellularen Funknetzen*, Dissertation, RWTH Aachen, Shaker Verlag, 1997.
- [63] R. Kühn: *Mikrowellenantennen*, VEB Verlag Technik, 1964.

LITERATURVERZEICHNIS

- [64] P. F. Driessen and G. J. Foschini: On the Capacity Formula for Multiple Input–Multiple Output Wireless Channels: A Geometric Interpretation, *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 47, No. 2, pp. 173-176, 1999.
- [65] W. C. Y. Lee: Effects on Correlation Between Two Mobile Radio Base-Station Antennas, *IEEE Transactions on Communications* Vol.21, No. 11, pp. 1214-1224, 1973.
- [66] W. C. Jakes and D. C. Cox: *Microwave Mobile Communications*, Wiley-IEEE Press, 1994.
- [67] A. von Hippel: *Dielectric Materials and Applications*, Artech House, 1995.
- [68] A. S. Y. Poon, R. W. Brodersen and D. N. C. Tse: Degrees of Freedom in Multiple-Antenna Channels: A Signal Space Approach, *IEEE Transaction on Information Theory*, Vol. 51, No. 2, pp. 523-536, 2005.
- [69] R. G. Vaughan and J. B. Andersen: *Channels, Propagation and Antennas for Mobile Communications*, The IEE Electromagnetic Waves Series, No. 50, 2003.
- [70] A. Christ, A. Klingeböck, T. Samaras, E. Neufeld und N. Kuster: Exposition durch körpernahe Sender im Rumpfbereich, Abschlussbericht 2006, *Schriftenreihe Reaktorsicherheit und Strahlenschutz*, http://www.bmu.de/files/pdfs/allgemein/application/pdf/schriftenreihe_rs689.pdf

DANKSAGUNG

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik im Fachbereich Elektrotechnik, Informationstechnik, Medientechnik der Bergischen Universität Wuppertal.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen, der mir die Durchführung der Arbeit ermöglichte. Sein vielseitiges persönliches Engagement und seine ständige Bereitschaft zu Diskussionen haben sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Chaloupka danke ich ebenfalls sehr für die Übernahme des Korreferates.

Außerdem bedanke ich mich bei allen Kollegen und Studenten, die in vielfältiger Form zum Fortgang der Arbeit beigetragen haben.

Nicht zuletzt danke ich meiner Frau und meiner Tochter Olivia, die durch Ihre Unterstützung wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.