

Zeitbereichs-Hybridmethoden zur Lösung komplexer transienter elektromagnetischer Feldprobleme

Kombination eines Integralgleichungsverfahrens mit der Vereinheitlichten
Geometrischen Beugungstheorie und der Finiten Differenzen Methode

vom Fachbereich Elektrotechnik, Informationstechnik und Medientechnik
der Bergischen Universität Wuppertal
angenommene

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor-Ingenieurs

von
Andreas Becker
aus Wuppertal

Wuppertal, 2006

Die Dissertation kann wie folgt zitiert werden:

urn:nbn:de:hbz:468-20060515

[<http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn%3Anbn%3Ade%3A468-20060515>]

Tag der mündlichen Prüfung: 30.6.2006

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Heinz Chaloupka

Danksagungen

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik der Bergischen Universität Wuppertal. Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen, der mir die Durchführung der Arbeit ermöglichte. Sein vielseitiges Engagement hat sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Chaloupka danke ich sehr für die Übernahme des Koreferates.

Außerdem bedanke ich mich bei allen Kollegen und Studenten, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt: Frau Tina Reinhardt und den Herren Dr. Andreas Bitz, Gregor Kotyrba, Christian Nunn, Dr. Mirco Pieper, Dr. Joachim Streckert sowie Herrn Yi Zhou und allen, die dazu beitragen, dass der Fachbereich Elektrotechnik, Informationstechnik und Medientechnik in seiner jetzigen Form existiert.

Besonderer Dank gebührt meinen Eltern und allen, die mein Leben in dieser Zeit begleitet haben. Eine Nennung Einzelner ist immer ungerecht und unvollständig, doch manche Menschen waren auf die eine oder andere Art besonders prägend für die Zeit zwischen Abitur und Fertigstellung der vorliegenden Arbeit. Ich möchte hiermit besonders den Herren Philipp Fröhlich, David Tibet, Enric Rabasseda, Daniel Japuncic, Reiner Hoppmann, Patrick Götz und Frau Monika Incani danken.

Nicht genug danken kann ich:

Mathias F. Markschat

Melanie Becker

Inhaltsverzeichnis

Häufig verwendete Formelzeichen und Abkürzungen	v
1 Einführung	1
1.1 Lokale, globale und asymptotische Feldberechnungsverfahren	2
1.1.1 Lokale Feldberechnungsverfahren	3
1.1.2 Globale Feldberechnungsverfahren	4
1.1.3 Asymptotische Feldberechnungsverfahren	6
1.2 Hybridverfahren	7
1.2.1 Hybridverfahren aus lokalen und asymptotischen Verfahren	8
1.2.2 Hybridverfahren aus globalen und lokalen Verfahren	8
1.2.3 Hybridverfahren aus globalen und asymptotischen Verfahren	9
1.2.4 Hybridverfahren aus lokalen, globalen und asymptotischen Verfahren	9
1.3 Ziel der Arbeit	9
1.4 Zum Inhalt und Aufbau der Arbeit	10
2 Integralgleichungsverfahren im Zeitbereich: Neuartige Formulierung der Momentenmethode unter Verwendung einer variablen Größe des Zeitschrittes	12
2.1 Klassische Formulierung der Momentenmethode im Zeitbereich: TD-MoM.	13
2.1.1 Integraldarstellung des elektrischen Feldes	13
2.1.2 Diskretisierung der Integraldarstellung unter Verwendung zunächst unbekannter Koeffizienten I_{n_q, n_z}	14
2.1.3 Aufstellen und Lösen eines linearen Gleichungssystems zur Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten I_{n_q, n_z}	17

2.2	Erweiterung der klassischen Momentenmethode im Zeitbereich zur Verwendung einer variablen Größe des Zeitschrittes: MTR-TD-MoM.	22
2.2.1	Interpolation der durch weit entfernte Basisfunktionen induzierten Spannungen	23
2.2.2	Variable Länge der zeitlichen Basisfunktion $\mathcal{T}(t)$	26
2.3	Spezialisierung für dünne Drahtantennen	27
2.4	Numerische Ergebnisse	30
2.4.1	Gruppenantenne, bestehend aus drei Rahmenantennen	30
2.4.2	Wellenleitung in Form einer aus 21 stark verkoppelten Dipolen bestehenden Yagi-Antenne	36
3	Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie in einer Zeitbereichsdarstellung	43
3.1	Geometrisch-optische Beschreibung von transienten elektromagnetischen Wellen	43
3.2	UTD-Beschreibung der von einer endlich großen Quelle in Anwesenheit eines ideal leitfähigen Schirms mit gerader Kante abgestrahlten Felder	45
4	Neuartige Hybridmethode aus TD-MoM und TD-UTD	53
4.1	Einfluss von UTD-Körpern auf die von MoM-Antennen abgestrahlten Felder	54
4.1.1	Konstruktion der von den MoM-Antennen ausgehenden Strahlen	54
4.1.2	Gruppierung der Quellelemente zur Rechenzeitreduktion	58
4.1.3	Stabilität	59
4.2	Einfluss von UTD-Körpern auf die Stromverteilung von Antennen	59
4.3	Volle Hybridisierung beider Methoden	61
4.3.1	Stabilität	62
4.4	Numerische Ergebnisse	63
4.4.1	Dipol über ideal leitfähiger Erde	63
4.4.2	Dipol-Gruppenantenne vor einem elektrisch ideal leitfähigen Schirm	63
4.4.3	Dipol-Gruppenantenne vor einer elektrisch ideal leitfähigen Platte	68
5	FDTD-Methode	70
5.1	Direkte Diskretisierung und Lösung der Maxwell'schen Gleichungen	70
5.2	Absorbierende Randbedingung	75
5.3	Einprägen einfallender Wellen in das FDTD-Volumen mittels der <i>Total-Field/Scattered-Field</i> -Formulierung	78
6	Hybridmethode aus TD-UTD und FDTD	84
6.1	Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder unter Berücksichtigung des Einflusses von UTD-Körpern.	85

6.1.1	Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder	85
6.1.2	Konstruktion der gebeugten und reflektierten Strahlen	90
6.2	Einprägen der von den UTD-Körpern gestreuten Felder in das FDTD-Volumen .	93
6.3	Volle Hybridisierung beider Methoden	94
7	Hybridmethode aus TD-MoM und FDTD	96
7.1	Mit der TD-MoM modellierte Antennen liegen außerhalb des FDTD-Volumens .	98
7.1.1	Berücksichtigung der FDTD-Streufelder im TD-MoM-Lösungsprozess . .	99
7.1.2	Einprägen der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD- Volumen	100
7.2	Mit der TD-MoM modellierte Antennen liegen innerhalb des FDTD-Volumens . .	102
7.2.1	Einprägen der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD- Volumen	103
7.2.2	Berücksichtigung der FDTD-Streufelder im TD-MoM-Lösungsprozess . .	106
7.3	Mit der TD-MoM modellierte Antennen liegen innerhalb und außerhalb des FDTD- Volumens	106
7.3.1	Berechnung der Verkopplung zwischen den MoM-Antennen und dem FDTD-Volumen	106
7.3.2	Berechnung der Feldstärken außerhalb des FDTD-Volumens	107
7.4	Numerische Ergebnisse	108
7.4.1	Dipol vor einer elektrisch ideal leitfähigen Wand	108
7.4.2	Dipol in einer zylindrischen Schichtstruktur	113
7.4.3	Dipol außerhalb eines mit Luft gefüllten FDTD-Volumens	115
8	Neuartige Hybridmethode aus TD-MoM, TD-UTD und FDTD	118
8.1	Berechnung der Felder in einem Aufpunkt r	119
8.2	Berechnung der Verkopplung zwischen den FDTD-Körpern und den MoM- Antennen unter Berücksichtigung der UTD-Körper	121
8.3	Volle Hybridisierung aller drei Methoden und sinnvolle Vereinfachungen	123
8.4	Validierungsbeispiel	125
9	Zusammenfassung	130
A	Frequenzbereichs-Momentenmethode für Dipole in zylindrischen Schichtstruk- turen	132
	Literaturverzeichnis	135

Häufig verwendete Formelzeichen und Abkürzungen

Naturkonstanten

c	Lichtgeschwindigkeit
μ	magnetische Permeabilität
ε	Dielektrizitätskonstante
π	Kreiszahl

Akronyme und Abkürzungen

FDTD	<i>Finite Difference Time Domain Method</i>
FD	<i>Frequency Domain</i>
FIT	Finite Integrationstechnik
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
LOS	<i>Line of Sight</i>
MoM	<i>Method of Moments</i>
MTR-TD-MoM	<i>Multi-Temporal Resolution Time Domain Method of Moments</i>
PML	<i>Perfectly Matched Layer</i>
TD	<i>Time Domain</i>
TD-MoM	<i>Time Domain Method of Moments</i>
TD-UTD	<i>Time Domain Uniform Theory of Diffraction</i>

Mathematische Symbole

\mathcal{O}	Landau-Symbol (Ordnung)
\mathbf{a}	Vektor
\mathcal{A}	Matrix
$\overleftrightarrow{\mathbf{A}}$	Tensor bzw. Dyade
\approx	ungefähr

Mathematische Operatoren

∇	Nabla-Operator, Gradient
$\nabla \cdot$	Divergenzoperator
$\nabla \times$	Rotationsoperator

\wedge	Tensorprodukt
\times	Vektorprodukt (Kreuzprodukt)
\cdot	Skalarprodukt (inneres Produkt)
$*$	Faltungsprodukt

Großbuchstaben

\mathbf{A}	magnetisches Vektorpotential
A_{n_a}	Definitionsbereich der Testfunktion $\hat{\beta}_{n_a}$ (TD-MoM)
A_{n_q}	Definitionsbereich der Basisfunktion β_{n_q} (TD-MoM)
\mathbf{E}	elektrische Feldstärke
\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}	vom FDTD-Volumen abgestrahltes elektrisches Feld
\mathbf{E}^{rad}	von den MoM-Antennen abgestrahltes elektrisches Feld
\mathbf{H}	magnetische Feldstärke
I_{n_q, n_z}	Entwicklungskoeffizient für die Reihenentwicklung der Stromdichte (TD-MoM)
\mathbf{J}	elektrische Stromdichte
L_{max}	maximale Kantenlänge aller Basisfunktionen β_{n_q} (TD-MoM)
N_q	Anzahl der für die Reihenentwicklung der Stromdichte verwendeten örtlichen Basisfunktionen β_{n_q} (TD-MoM)
N_z	Anzahl der für die Reihenentwicklung der Stromdichte verwendeten zeitlichen Basisfunktionen \mathcal{T}_{n_z} (TD-MoM)
N_{FDTD}	Anzahl der Zeitschritte (FDTD)
T	Größe des Zeitschrittes (TD-MoM)
T_l	für Gruppe l verwendeter Zeitschritt der MTR-TD-MoM
T_0	minimaler Zeitschritt, für den die TD-MoM stabil ist
V'_{n_a}	zeitliche Ableitung der am Testelement n_a induzierten Spannung (TD-MoM)
$Z_{n_q, n_z - n, n_a}$	diskrete Koppelimpedanz (TD-MoM)
$\mathbf{Z}_{n_z - n}^0$	Systemmatrix (TD-MoM)

Kleinbuchstaben

f_0	größte im Spektrum der Anregung vorkommende Frequenz
f	Frequenz
i	Laufindex (FDTD)
j	Laufindex (FDTD)
k	Laufindex (FDTD)

$l(n_a, n_q)$	Funktion zur Gruppierung der Kombinationen aus Basis- und Testfunktion aufgrund ihres Abstandes (MTR-TD-MoM)
n_q	Laufindex für die Reihenentwicklung des elektrischen Stromes (TD-MoM)
n_a	Laufindex für die Testfunktion (TD-MoM)
n_z	Laufindex für die Reihenentwicklung des elektrischen Stromes (TD-MoM)
n	Index des Zeitschrittes (TD-MoM)
n_f	Index des Zeitschrittes (FDTD)
\mathbf{r}	Ortsvektor (Aufpunkt)
\mathbf{r}'	Ortsvektor (Quellpunkt)
r	Abstand zwischen Quellpunkt und Aufpunkt
r_0	Radius
t	Zeitpunkt (Beobachtungszeit)
t'	Zeitpunkt (Quellzeit)

Griechische Buchstaben

$\hat{\beta}_{n_a}$	dem Testelement n_a zugeordnete vektorielle Testfunktion (TD-MoM)
β_{n_q}	dem Quellelement n_q zugeordnete vektorielle Basisfunktion (TD-MoM)
γ_{n_q}	Ansatzfunktion für die Flächenladungsdichte (TD-MoM)
Δ_t	Größe des Zeitschrittes (FDTD)
Δ_x	Kantenlänge des FDTD-Gitters
Δ_y	Kantenlänge des FDTD-Gitters
Δ_z	Kantenlänge des FDTD-Gitters
$\delta(t)$	Dirac-Impuls (Deltaimpuls)
ϵ_r	relative Dielektrizitätskonstante
λ	Wellenlänge
μ_r	relative magnetische Permeabilität
ρ	elektrische Ladungsdichte
\mathcal{T}_{n_z}	dem Zeitschritt n_z zugeordnete zeitliche Basisfunktion (TD-MoM)
σ	elektrische Leitfähigkeit
ϕ	elektrisches Skalarpotential

KAPITEL 1

Einführung

Die Maxwellschen Gleichungen beschreiben das Verhalten von elektrischen und magnetischen Feldern sowie ihre Wechselwirkung miteinander und mit Materie. Durch Lösen der Maxwellschen Gleichungen kann die Feldverteilung einer gegebenen Problemstellung berechnet werden.

Eine analytische Lösung der Maxwellschen Gleichungen ist jedoch nur für eine sehr begrenzte Anzahl an Problemstellungen möglich und basiert in der Regel auf Einschränkungen der Gültigkeit der Lösung (z.B. statische Lösungen und Lösungen für zeitharmonische Problemstellungen). Im Kontext von Antennen- und Streuproblemen sei dabei insbesondere die Feldverteilung einer mittig gespeisten Doppelkonusleitung erwähnt, die für den eingeschwungenen Zustand exakt angegeben werden kann [1] und aus der eine Näherung für die Stromverteilung auf dünnen Dipolen endlicher Länge hergeleitet werden kann.

Eine Berechnung komplizierterer Problemstellungen ist meist nur durch die Verwendung numerischer Verfahren möglich. Ein Großteil der numerischen Verfahren zur Lösung elektromagnetischer Randwertprobleme arbeitet im so genannten Frequenzbereich, d.h. es wird von einem eingeschwungenen (zeitharmonischen) Zustand ausgegangen, wodurch sich deutliche Vereinfachungen ergeben.

In letzter Zeit ist jedoch das Interesse an Zeitbereichsverfahren deutlich gestiegen, da z.B. Ultrabreitband-Technologien an Bedeutung gewinnen und sich bestimmte nicht-lineare Problemstellungen nicht oder nur eingeschränkt im Frequenzbereich modellieren lassen. Zusätzlich lassen sich zeitvariante Problemstellungen in der Regel im Zeitbereich einfacher modellieren als im Frequenzbereich; als ein Beispiel für eine zeitvariante Problemstellung sei ein idealisierter Schalter betrachtet, dessen Modellierung im Zeitbereich sehr einfach und im Frequenzbereich deutlich komplizierter ist. Zusätzlich ermöglichen es die gestiegenen Rechengeschwindigkeiten von Com-

putersystemen und die Fortschritte bei der Entwicklung numerischer Verfahren, immer kompliziertere Problemstellungen auch auf Personal Computern im Zeitbereich zu modellieren.

Die verschiedenen numerischen Verfahren haben spezifische Vor- und Nachteile. Insbesondere kann festgestellt werden, dass Verfahren, die für fein strukturierte Körper geeignet sind, für große und gleichzeitig grob strukturierte Körper in der Regel sehr ineffizient werden und einen sehr großen Rechenzeit- und/oder Speicherbedarf haben. Im Gegensatz dazu sind Verfahren, die speziell für große und gleichzeitig grob strukturierte Körper geeignet sind, in der Regel nicht oder nur sehr eingeschränkt für fein strukturierte Körper geeignet. Antennen- und Streuprobleme zeichnen sich jedoch oft gerade durch die Anwesenheit von Objekten mit Abmessungen in der Größenordnung weniger bis vieler Wellenlängen aus (z.B. eine auf einer Hauswand montierte Antenne), und die Grenzen des numerisch Modellierbaren sind mit einzelnen Verfahren – insbesondere bei einer Modellierung im Zeitbereich – schnell erreicht.

Für die Modellierung solcher Problemstellungen hat sich deshalb die Verwendung von Hybridverfahren als sehr vorteilhaft erwiesen. Das primäre Ziel einer Hybridisierung von verschiedenen Verfahren besteht dabei meist darin, auf jeden Teilkörper einer Problemstellung das am besten geeignete Verfahren anzuwenden, wodurch im Idealfall die Vorteile der einzelnen Verfahren genutzt und die Nachteile kompensiert werden können.

Zur Verdeutlichung der Vorteile einer Hybridisierung verschiedener Verfahren wird im Folgenden zunächst eine grobe Unterteilung von Feldberechnungsverfahren vorgenommen. Aus den Vor- und Nachteilen der einzelnen Verfahrensklassen wird dann direkt ersichtlich, warum eine Hybridisierung von Verfahren, die zu verschiedenen Verfahrensklassen gehören, besonders erfolgversprechend ist. Anschließend wird ein am Ziel dieser Arbeit orientierter und anhand der Verfahrensklassen gegliederter Überblick über den Stand der Technik bei der Hybridisierung von Feldberechnungsverfahren gegeben, und am Ende dieser Einführung wird dann auf das Ziel und den Aufbau dieser Arbeit eingegangen.

1.1 Lokale, globale und asymptotische Feldberechnungsverfahren

Eine mögliche Unterteilung von Feldberechnungsverfahren ist die in globale, lokale und asymptotische Verfahren. Wie im Folgenden ersichtlich wird, ist eine solche Unterteilung insbesondere deshalb zweckmäßig, da diese drei Verfahrensklassen unterschiedliche und zum großen Teil konträre Vor- und Nachteile besitzen. Bei der Darstellung der drei Verfahrensklassen wird der Schwerpunkt auf die drei im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Verfahren gelegt: die Methode der Finiten Differenzen (*engl.: Finite Difference Time Domain Method*, FDTD, siehe z.B. [2]), die Momentenmethode im Zeitbereich (*engl.: Time Domain Method of Moments*, TD-MoM, siehe

z.B. [3]) und die Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie in einer Zeitbereichsformulierung (engl.: *Time Domain Uniform Geometrical Theory of Diffraction, TD-UTD*, [4]).

1.1.1 Lokale Feldberechnungsverfahren

Lokale Lösungsverfahren zeichnen sich durch eine Diskretisierung des gesamten Lösungsraumes aus. Der einfachste Ansatz für die Formulierung eines lokalen Feldberechnungsverfahrens ist eine direkte Diskretisierung der Maxwellschen Gleichungen. Dabei kann von den Maxwellschen Gleichungen in integraler Form oder in differentieller Form ausgegangen werden. Zu den am weitesten verbreiteten Verfahren gehören die FDTD und die stark mit dieser verwandte Methode der Finiten Integration (FIT, [5]). Bei beiden wird das gesamte Lösungsgebiet mittels eines relativ homogenen Gitters diskretisiert, und jedem Punkt des Gitters werden Materialparameter sowie unbekannte Feldstärken zugeordnet.

Ein weiterer möglicher Ausgangspunkt für die Formulierung eines lokalen Verfahrens ist die Verwendung so genannter schwacher Ausdrücke, wie z.B. integraler Ausdrücke (Energie usw.), und das Ausnutzen gewisser Stationaritätseigenschaften dieser Ausdrücke. Ein sehr bekanntes Beispiel ist die Methode der Finiten Elemente (FEM) in einer Frequenzbereichsformulierung [6] unter Verwendung eines aus dem komplexwertigen Skalarprodukt der Wellengleichung für das elektrische Feld mit der Lösung des adjungierten Feldproblems entstehenden¹ Funktionals.

Lokale Verfahren besitzen für viele Feldprobleme, wie z.B. Antennenprobleme, den Nachteil, dass der Lösungsraum unendlich groß ist. Somit ist es für die Modellierung solcher Feldprobleme notwendig, das Lösungsgebiet durch Verwendung einer Randbedingung, wie der so genannten *Perfectly Matched Layer* [8], einzuschränken.

Bei der Anwendung eines lokalen Verfahrens wie der FDTD können die modellierten Körper in der Regel *beliebig* inhomogen sein. Unter *beliebig* ist in diesem Zusammenhang zu verstehen, dass der Grad der Inhomogenität nur durch den benötigten Rechenzeit- und Speicherbedarf sowie die Art der Diskretisierung begrenzt wird. Um bei der Anwendung der FDTD trotz des durch den Ansatz bedingten relativ homogenen Gitters auch sehr fein strukturierte Körper mit einem vertretbaren Bedarf an Rechenressourcen modellieren zu können, kann auf Techniken wie Untergitter [9, 10] und partiell mit Material gefüllte Zellen [11, 12] zurückgegriffen werden.

Der Rechenzeitbedarf der FDTD², bei der in jedem Gitterpunkt die Maxwellschen Gleichungen mittels zentraler Differenzenquotienten approximiert werden, ergibt sich zu

$$\mathcal{O}(N_z N_{FDTD}), \quad (1.1)$$

¹Der die Wellengleichung in einem verlustbehafteten, anisotropen Medium beschreibende Operator ist nicht selbst-adjungiert [7]. Durch Multiplikation mit der Lösung des adjungierten Feldproblems kann dennoch ein Funktional hergeleitet werden, dessen Stationaritätseigenschaften zur Lösung des Feldproblems verwendet werden können.

²Ähnliche Abschätzungen gelten auch für andere lokale Verfahren.

wobei N_{FDTD} die Anzahl der Unbekannten und N_z die Anzahl der Zeitschritte ist. Für ein würfelförmiges Lösungsgebiet ist der Rechenzeitbedarf also in erster Näherung proportional zur dritten Potenz der Kantenlänge des Würfels. Man kann erkennen, dass lokale Verfahren bei der Modellierung großer Lösungsgebiete schnell an ihre Grenzen stoßen: Zur Erzielung einer ausreichenden Genauigkeit sollte bei Anwendung der FDTD die Anzahl der Gitterpunkte pro Raumkoordinate größer als 10 pro Wellenlänge λ sein. Für einen Würfel mit den Dimensionen $10\lambda \cdot 10\lambda \cdot 10\lambda$ ergeben sich somit mehr als 10^6 Unbekannte. Bei einem Speicherbedarf von 8 Byte für eine Variable mit doppelter Genauigkeit³ und sechs unbekanntem Feldkomponenten pro Gitterpunkt ergibt sich ein Speicherbedarf von mehr als 45 MB.

1.1.2 Globale Feldberechnungsverfahren

Globale Lösungsverfahren zeichnen sich dadurch aus, dass die Wirkungen einzelner diskreter Quellen im gesamten Lösungsraum (global) berücksichtigt werden. Die wichtigsten Vertreter globaler Feldberechnungsverfahren gehören zu der Klasse der Oberflächenintegralgleichungsverfahren, die durch Anwendung des Huygensschen Prinzips und Verwendung der zur Problemstellung korrespondierenden Greenschen Funktion dreidimensionale Aufgabenstellungen auf zweidimensionale zurückführen: Elektrisch ideal leitfähige Körper werden durch äquivalente Ströme auf ihrer Oberfläche und abschnittsweise homogene Körper durch Ströme in den Materialgrenzflächen ersetzt. Ist die Greensche Funktion des Feldproblems bekannt, so können die von diesen Strömen abgestrahlten Felder durch Integration bestimmt werden. Durch Ausnutzen der Randbedingungen des elektrischen und/oder des magnetischen Feldes kann eine Integralgleichung zur Bestimmung der unbekanntem Ströme aufgestellt werden. In der Regel kann deren Lösung nicht analytisch ermittelt werden, so dass die Gleichung numerisch gelöst werden muss.

Die am weitesten verbreitete Lösungsmethode ist die Momentenmethode. Sie kann nicht nur auf Integralgleichungen angewendet werden⁴, jedoch wird in der Literatur der Ausdruck Momentenmethode oft als Synonym für Integralgleichungsverfahren verwendet.

Grundlage der Momentenmethode ist die Darstellung der unbekanntem Ströme durch einen Reihenansatz. Dieser besteht aus der Multiplikation von unbekanntem Koeffizienten mit bekannten Ansatzfunktionen (den so genannten Basisfunktionen). Das Feldproblem reduziert sich folglich darauf, die Koeffizienten so zu bestimmen, dass die Randbedingungen erfüllt werden.

Bei einer Frequenzbereichsformulierung der Momentenmethode (FD-MoM, siehe z.B. [13]) werden die unbekanntem Koeffizienten durch Lösen eines linearen Gleichungssystems bestimmt. Bei N_q Unbekanntem wird der Rechenzeitbedarf der FD-MoM bestimmt durch den Aufwand $\mathcal{O}(N_q^2)$ zum Aufstellen der Systemmatrix und $\mathcal{O}(N_q^3)$ für die Lösung des Gleichungssystems (Gauß-Algorithmus). Für eine Frequenzbereichs-Formulierung ergibt sich für eine große Anzahl N_z

³Laut der Norm IEEE 754.

⁴Die Momentenmethode wird z.B. in der Statistik für Parameter-Schätzungen verwendet.

von Basisfunktionen, d.h. wenn der Aufwand zur Inversion der Systemmatrix den Rechenzeitbedarf dominiert, ein Rechenaufwand von

$$\mathcal{O}(N_q^3). \quad (1.2)$$

Bei der Modellierung ideal leitfähiger Objekte muss nur die Oberfläche der Körper diskretisiert werden. Für eine würfelförmige Geometrie ist die Anzahl N_q der geometrischen Diskretisierungselemente somit proportional zum Quadrat der Kantenlänge, und der Rechenzeitbedarf ist in erster Näherung proportional zur sechsten Potenz der Kantenlänge. Da der Rechenzeitbedarf zur Berechnung eines Eintrages der Systemmatrix jedoch deutlich höher ist als eine der N_q^3 -Operationen zur Inversion dieser Matrix, gilt bei praktischen Anwendungen oft, dass der Rechenzeitbedarf der Frequenzbereichsformulierung der Momentenmethode proportional zur vierten Potenz der Kantenlänge des Würfels ist.

Bei der TD-MoM erfolgt eine zusätzliche Diskretisierung der zeitlichen Abhängigkeit der Stromdichte, und in der Mehrzahl aller Verfahren werden die unbekanntenen Koeffizienten sukzessive, Zeitschritt für Zeitschritt, berechnet. Folglich muss in jedem Zeitschritt ein lineares Gleichungssystem aufgestellt und gelöst werden. Bei N_z Zeitschritten und N_q örtlichen Basisfunktionen wird der Rechenzeitbedarf der TD-MoM bestimmt durch den Aufwand $\mathcal{O}(N_q^2)$ zum Aufstellen der Systemmatrizen und $\mathcal{O}(N_z N_q^2)$ zum Berechnen der Matrix-Vektorprodukte auf der rechten Seite des Gleichungssystems (siehe Gl. 2.34); der zeitliche Aufwand zur Lösung des Gleichungssystems kann in der Regel aufgrund der speziellen Besetzungssystematik der Systemmatrizen vernachlässigt werden. Der Rechenaufwand für einen Zeitbereichslöser ergibt sich dann zu:

$$\mathcal{O}(N_z N_q^2). \quad (1.3)$$

Durch Verwendung schneller Algorithmen konnte sowohl die FD-MoM als auch die TD-MoM deutlich beschleunigt werden. Bei Verwendung der schnellen Multipolmethode [14] ergibt sich der Rechenaufwand zu:

$$\mathcal{O}(N_q \log N_q). \quad (1.4)$$

Der Rechenaufwand der TD-MoM ergibt sich unter Verwendung eines *multilevel-plane-wave-time-domain*-Algorithmus [15] zu:

$$\mathcal{O}(N_z N_q \log^2 N_q). \quad (1.5)$$

Der Rechenzeitbedarf der Momentenmethode ist bei Verwendung schneller Algorithmen somit

proportional zum Quadrat der Kantenlänge des Würfels und folglich geringer als bei Anwendung der FDTD. Dies gilt insbesondere dann, wenn zwischen den modellierten Körpern große homogene Bereiche liegen, da diese bei Anwendung der (TD-)MoM nicht diskretisiert werden müssen. Als einfaches Beispiel seien zwei gleich lange Dipolantennen im sonst freien Raum betrachtet. Die Anzahl der Unbekannten ist bei der Anwendung der Momentenmethode nur von der Länge der Dipolantennen abhängig. Bei Anwendung der FDTD hängt die Anzahl der Unbekannten auch vom Abstand zwischen den beiden Antennen ab, da auch der Raum zwischen den Antennen diskretisiert werden muss.

Ein weiterer Vorteil der Momentenmethode gegenüber der FDTD ist, dass die Diskretisierung der Körper flexibler gestaltet werden kann, da die Basisfunktionen – insbesondere bei einer Frequenzbereichsformulierung der Momentenmethode – nahezu beliebig angeordnet werden können.

Allerdings sind Oberflächenintegralgleichungsverfahren durch den Ansatz nur sehr eingeschränkt zur Modellierung stark inhomogener Körper geeignet. Volumenintegralgleichungsverfahren [16], die für eine Modellierung inhomogener Körper geeignet sind, werden relativ selten verwendet, da der Rechenzeitbedarf in der Regel deutlich höher als bei lokalen Verfahren wie der FDTD ist.

Aufgrund der Vorteile der Momentenmethode und des generell gestiegenen Interesses an Zeitbereichslösungen elektromagnetischer Feldprobleme erfahren Zeitbereichsverfahren auf Grundlage von Integralgleichungen in den letzten Jahren vermehrte Aufmerksamkeit, woraus einige sehr interessante Weiterentwicklungen entstanden sind. Exemplarisch genannt seien Methoden zur Berechnung der für die Anwendung der Momentenmethode geeigneten Greenschen Funktionen für planare geschichtete Medien [17], die Verwendung von Zeit- und Frequenzbereichsdaten zur Extrapolation breitbandiger Daten unter Verwendung von Laguerre-Polynomen [18], die Verwendung von Wavelets für eine flexiblere und adaptive örtliche und zeitliche Diskretisierung [19, 20], der oben erwähnte *multilevel-plane-wave-time-domain-Algorithmus* [15], adaptive Integrations-techniken [21] zur Reduktion des Rechenzeitbedarfs und neuartige nicht-kausale Basisfunktionen, bei deren Verwendung Extrapolationsalgorithmen benutzt werden müssen [22]. In [23] findet sich eine Darstellung der Anwendung der TD-MoM im Rahmen von nicht-linearen Problemstellungen im Zusammenhang mit Fragestellungen der Elektromagnetischen Verträglichkeit.

1.1.3 Asymptotische Feldberechnungsverfahren

Sowohl die Momentenmethode als auch die FDTD werden bei der Berechnung der Streuung von Wellen an elektrisch großen Körpern, d.h. Körpern, die groß im Vergleich zur Wellenlänge sind, schnell ineffizient. Für die Berechnung der Streuung elektromagnetischer Wellen an elektrisch großen und gleichzeitig einfach strukturierten Körpern haben sich asymptotische Feldbeschreibungen auf Grundlage von Näherungen für hohe Frequenzen als sehr effizient und effektiv

erwiesen.

Asymptotische Verfahren können grob eingeteilt werden in Ersatzquellen verwendende Verfahren und in solche, die auf Grundlage von Strahlen und Lösungen für kanonische Feldprobleme arbeiten. Zu der ersten Kategorie gehört die Physikalische Optik (PO), bei der sich das Streufeld durch Integration über Ersatzquellen ergibt, die durch asymptotische Näherungen statt z.B. durch Lösen einer Integralgleichung bestimmt werden.

Bei endlich großen Körpern, wie z.B. einer Platte, ergeben sich aufgrund des Einflusses der Körperränder Fehler bei den berechneten Feldern, und insbesondere im Schattenbereich sind die mit der PO berechneten Feldstärken oft fehlerhaft (in [24] wird im Rahmen eines Vergleichs zweier Hybridmethoden auf diese Problematik eingegangen). Um diese Fehler zu korrigieren wurde die PO unter anderem durch die Verwendung von Kantenströmen erweitert; diese Weiterentwicklungen werden unter dem Begriff Physical Theory of Diffraction (PTD, siehe z.B. [25], [26], [27]) zusammengefasst.

Für bestimmte kanonische Geometrien kann gezeigt werden, dass die Streuung von Wellen an solchen Körpern mittels einer Lokalisation von einzelnen Streuphänomenen durch Streuzentren und Bereitstellung von kanonischen Lösungen für die einzelnen Streuphänomene beschrieben werden kann. Strahlenoptische Verfahren, wie die geometrische Beugungstheorie (GTD) und die vereinheitlichte geometrische Beugungstheorie (UTD, siehe z.B. [28]), die als Weiterentwicklung der GTD angesehen werden kann, beruhen auf der Darstellung elektromagnetischer Felder mittels geometrisch optischer Beschreibungen und der Bereitstellung von Lösungen für die Streuung von geometrisch optischen Feldern an Modellgeometrien, wie z.B. einem ideal leitfähigen Keil oder Zylinder.

Da die Zeitbereichsdarstellungen von asymptotischen Verfahren für hohe Frequenzen natürlicherweise aus den Frequenzbereichsdarstellungen hervorgehen, gibt es einen zeitlichen Rückstand bei der Entwicklung von asymptotischen Feldberechnungsverfahren in Zeitbereichsdarstellungen. Mit zunehmendem Interesse an Zeitbereichslösungen wurden ab Beginn der 90er Jahre Zeitbereichsdarstellungen der UTD [29] und der PO [30] entwickelt. Wird wiederum ein elektrisch ideal leitfähiger Würfel betrachtet, so ist bei der Anwendung der TD-PO der Rechenzeitbedarf in erster Näherung proportional zum Quadrat der Kantenlänge des Würfels (es muss über die Oberfläche des Würfels integriert werden). Der Rechenzeitbedarf der (TD-)UTD hängt nicht direkt von der Größe der mit der (TD-)UTD beschriebenen Körper ab. Eine besondere Bedeutung für die Rechenzeit hat dabei das verwendete Strahlsuchverfahren.

1.2 Hybridverfahren

Im Gegensatz zum Frequenzbereich existieren für den Zeitbereich bisher deutlich weniger Hybridverfahren. Zeitbereichsverfahren haben normalerweise, aufgrund der stets nötigen Modellierung

von Einschwingvorgängen, bei monofrequenten Problemstellungen von vornherein einen höheren Rechenzeitbedarf als Frequenzbereichsmethoden. Deshalb ist es auf der einen Seite besonders Erfolg versprechend, Zeitbereichsmethoden zu hybridisieren, um Rechenressourcen zu sparen. Auf der anderen Seite gibt es zum Teil – wie oben anhand der asymptotischen Verfahren geschildert wurde – einen zeitlichen Rückstand bei der Entwicklung von Zeitbereichsmethoden. Hinzu kommt, dass Zeitbereichshybridmethoden deutlich anfälliger für Stabilitätsprobleme sind als Frequenzbereichshybridmethoden. Aufgrund der Fülle an Arbeiten zum Thema Hybridmethoden kann in diesem Abschnitt nur ein unvollständiger und am Ziel dieser Arbeit orientierter Überblick über Hybridmethoden gegeben werden. Dieser ist wiederum anhand der oben dargestellten Einteilung von Berechnungsmethoden gegliedert, und es wird nur in wenigen Ausnahmen auf Hybridmethoden im Frequenzbereich eingegangen.

1.2.1 Hybridverfahren aus lokalen und asymptotischen Verfahren

Das mit Abstand am häufigsten eingesetzte lokale Zeitbereichsverfahren ist die FDTD. Deshalb wurden Hybridmethoden, die strahlenbasierte Zeitbereichsmethoden beinhalten, zunächst nur auf Basis der FDTD entwickelt [31–33]. Eine Kombination der mit der FDTD stark verwandten FIT mit der UTD wurde sowohl in einer Frequenzbereichs- als auch in einer Zeitbereichsformulierung vorgestellt [34–37].

1.2.2 Hybridverfahren aus globalen und lokalen Verfahren

Aufgrund ihrer Eignung für Abstrahlungsprobleme im unbegrenzten Raum wurden und werden globale Verfahren als Randbedingungen für lokale Verfahren verwendet. Eine besonders wichtige Rolle spielen dabei Hybridmethoden aus FEM und MoM, die sowohl im Frequenz- (z.B. [38]) als auch im Zeitbereich [39] realisiert wurden. Aufgrund des in der Regel sehr hohen Rechenzeitbedarfs sind solche Methoden allerdings meist nur dann sinnvoll, wenn zwei getrennte Volumen mit dem lokalen Verfahren behandelt werden oder wenn das globale Verfahren verwendet wird, um z.B. eine Schichtstruktur zu modellieren (siehe z.B. [40]). In [41] wurde eine Weiterentwicklung der FDTD, die sog. ADI-FDTD [42–45], mit der TD-MoM verknüpft, um eine Art Untergitter für die ADI-FDTD zu realisieren.

Verwandt mit Hybridverfahren sind Randbedingungen für die FDTD, bei deren Anwendung Feldstärken auf dem Rand des FDTD-Volumens mit einer Integralgleichung und nicht mit der FDTD berechnet werden [46–48].

1.2.3 Hybridverfahren aus globalen und asymptotischen Verfahren

Da asymptotische Verfahren in der Regel durch einen deutlich geringeren Rechenaufwand als globale Verfahren gekennzeichnet sind und letztere sehr gut für die Modellierung von Antennen im sonst freien Raum geeignet sind, liegt es nahe, strahlenoptische Methoden mit der Momentenmethode zu verknüpfen, um auch elektrisch große Körper effizient modellieren zu können. Konsequenterweise wurden bereits Mitte der siebziger Jahre Hybridmethoden aus Momentenmethode und Geometrischer Beugungstheorie vorgestellt [49, 50]. Mittels Fouriertransformation wurden aus den Frequenzbereichslösungen schon Ende der siebziger Jahre Zeitbereichslösungen gewonnen [51]. Ende der neunziger Jahre wurde dann die erste Hybridmethode aus TD-MoM und PO vorgestellt [52], und 2003 wurde von Michielssen et al. eine Hybridmethode entwickelt, die eine mittels des *plane-wave-time-domain*-Algorithmus beschleunigte TD-MoM mit der TD-PO verknüpft [53]. Erstaunlicherweise wurde allerdings bisher noch kein Zeitbereichs-Äquivalent zu den sehr populären Frequenzbereichs-Hybridmethoden aus Momentenmethode und Geometrischer Beugungstheorie geschaffen.

1.2.4 Hybridverfahren aus lokalen, globalen und asymptotischen Verfahren

Da mit jedem weiteren Hybridisierungsschritt der Aufwand für eine Hybridisierung steigt, wurden bisher nur sehr wenige Hybridmethoden realisiert, die sowohl lokale, globale als auch asymptotische Methoden zu einer Gesamtmethode vereinen. Exemplarisch genannt seien Frequenzbereichs-Hybridmethoden aus der Methode der FEM, MoM und der UTD [54] bzw. aus FEM, MoM und PO [55].

1.3 Ziel der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit bestand in der Entwicklung eines möglichst universell einsetzbaren Lösungsverfahrens zur Berechnung transienter elektromagnetischer Randwertprobleme. Dabei soll es möglich sein, fein strukturierte Drahtantennen, elektrisch große und einfach strukturierte Körper sowie inhomogene, relativ kleine Körper im Lösungsprozess zu berücksichtigen. Die Abstände zwischen den Körpern sollen dabei nahezu beliebig sein können. Wie bereits oben dargestellt wurde, ist es dafür sinnvoll, die elektrisch großen Körper mit asymptotischen Methoden, die inhomogenen Körper mit einer lokalen Methode und die Drahtantennen mit einem globalen Verfahren zu modellieren. Im Rahmen dieser Arbeit wurden dafür die TD-UTD, die FDTD und die TD-MoM gewählt. Damit der Abstand zwischen den inhomogenen Körpern und den Drahtantennen nahezu beliebig sein kann und dennoch der Rechenzeitbedarf der Methode nicht zu groß wird, ist es notwendig, dass die mit der TD-MoM modellierten Körper innerhalb und außerhalb des FDTD-Volumens

liegen können. Das aus diesen Überlegungen resultierende Konzept einer Hybridmethode ist in Abbildung 1.1 dargestellt.

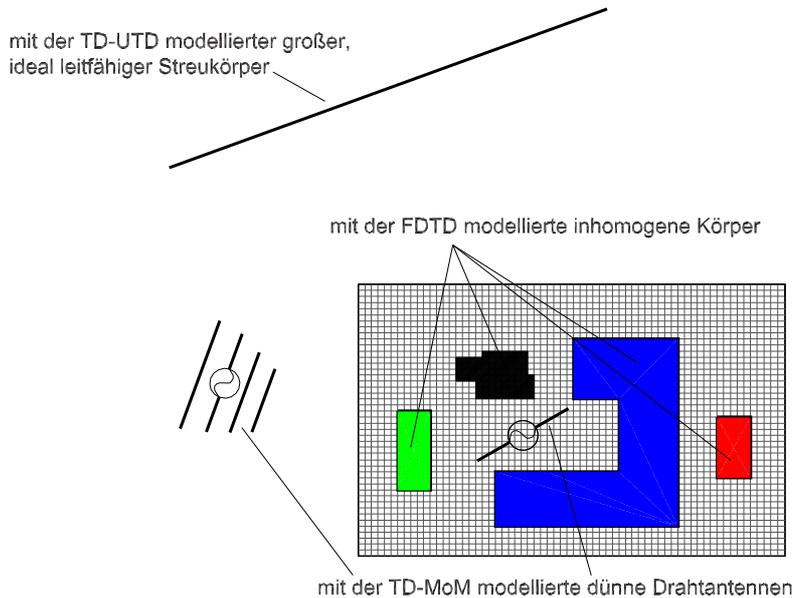


Abbildung 1.1: Konzept der Hybridmethode aus TD-MoM, TD-UTD und FDTD mit einer schematischen Darstellung des Gitters der FDTD.

1.4 Zum Inhalt und Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 wird zunächst auf die Grundlagen der TD-MoM eingegangen, mit deren Hilfe im Rahmen dieser Arbeit dünne Drahtantennen modelliert werden. Die TD-MoM wird durch eine neuartige Vorgehensweise so erweitert, dass die Größe des Zeitschrittes adaptiv an die Entfernung zwischen Quell- und Testelement angepasst werden kann. Die Methode wird anhand des Vergleichs der Ergebnisse numerischer Berechnungen mit den Ergebnissen, die mittels kommerzieller Programmpakete und eines eigenen – auf der FD-MoM basierenden – Programmpaketes berechnet wurden, verifiziert.

In Kapitel 3 wird die TD-UTD behandelt, wobei besonders die speziellen Eigenschaften der Beugungstensoren beschrieben werden, denen im Rahmen einer Hybridisierung der TD-UTD mit anderen Methoden eine besondere Bedeutung zukommt. In Kapitel 4 wird dann eine neuartige Hybridmethode aus TD-MoM und TD-UTD vorgestellt, mit der sich dünne Drahtantennen und elektrisch große, ideal leitfähige Körper modellieren lassen. Die Methode wird wiederum durch den Vergleich von eigenen Rechenergebnissen mit denen kommerzieller Programme überprüft.

In Kapitel 5 werden die Grundlagen der FDTD erläutert, wobei insbesondere auf einen Anknüpfungspunkt zur Hybridisierung der FDTD mit anderen Methoden eingegangen wird: die *total-field/scattered-field*-Formulierung. In Kapitel 6 wird eine Hybridmethode aus FDTD und TD-UTD

vorgelegt, und in Kapitel 7 wird dann eine Hybridmethode aus TD-MoM und FDTD präsentiert. Dabei wird auf zwei Fälle eingegangen: dünne Drahtantennen außerhalb und innerhalb des FDTD-Volumens. Durch einen Vergleich von Rechenergebnissen werden die TD-MoM-FDTD-Hybridmethode und die TD-MoM-TD-UTD-Hybridmethode gegenseitig überprüft. Ein zusätzlicher Vergleich der Rechenergebnisse der TD-MoM-FDTD-Hybridmethode erfolgt anhand von Rechenergebnissen, die mit einem eigenen, auf der FD-MoM für zylindrisch geschichtete Strukturen basierenden Verfahren und mit einem kommerziellen Programmpaket gewonnen wurden.

In Kapitel 8 werden dann alle drei Methoden zu einer neuartigen Hybridmethode kombiniert, und in Kapitel 9 findet sich eine Zusammenfassung.

Integralgleichungsverfahren im Zeitbereich: Neuartige Formulierung der Momentenmethode unter Verwendung einer variablen Größe des Zeitschrittes

Die numerische Umsetzung von Integralgleichungsverfahren erfolgt meist auf der Grundlage der Momentenmethode. In diesem Kapitel wird zunächst auf eine klassische Formulierung der Momentenmethode im Zeitbereich (*time domain method of moments*, TD-MoM) eingegangen (Abschnitt 2.1). In Abschnitt 2.2 wird dann eine Erweiterung vorgestellt, die es erlaubt, eine variable Größe des Zeitschrittes zu verwenden (*multi-temporal resolution time domain method of moments*, MTR-TD-MoM). Im Rahmen dieser Arbeit wird die MTR-TD-MoM zur Lösung einer Integralgleichung verwendet, mit deren Hilfe die transiente Stromverteilung auf dünnen Drahtantennen (siehe Abschnitt 2.3) berechnet werden kann; die vorgestellten Prinzipien können prinzipiell auch auf flächenförmige Antennen und Streukörper angewendet werden. In Abschnitt 2.4 werden numerische Ergebnisse vorgestellt und mit Ergebnissen verglichen, die mit anderen Verfahren berechnet wurden.

2.1 Klassische Formulierung der Momentenmethode im Zeitbereich: TD-MoM.

2.1.1 Integraldarstellung des elektrischen Feldes

Betrachtet werden im Folgenden elektrisch ideal leitfähige Körper im sonst freien Raum. Das von Strömen auf der Oberfläche A dieser Körper abgestrahlte Feld ergibt sich zu [56]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla\phi(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad (2.1)$$

mit

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_A \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t')}{r} da', \quad (2.2)$$

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_A \frac{\rho(\mathbf{r}', t')}{r} da', \quad (2.3)$$

$$r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \quad (2.4)$$

und

$$t' = t - \frac{r}{c}. \quad (2.5)$$

Somit lässt sich eine Integraldarstellung für das elektrische Feld angeben:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_A \frac{\rho(\mathbf{r}', t')}{r} da' - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \int_A \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t')}{r} da'. \quad (2.6)$$

Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Stromdichte \mathbf{J} und der elektrischen Ladungsdichte ρ ist durch den Kontinuitätssatz gegeben:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) + \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}', t) = 0, \quad (2.7)$$

wodurch sich eine Integraldarstellung der elektrischen Ladungsdichte ergibt:

$$\rho(\mathbf{r}', t) = - \int_{-\infty}^t \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) dt. \quad (2.8)$$

Mit Gl. 2.8 folgt aus Gl. 2.6 für ein kausales System ($\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 0$ für $t < 0$):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_A \frac{\int_0^t \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t') dt}{r} da' - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \int_A \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t')}{r} da'. \quad (2.9)$$

2.1.2 Diskretisierung der Integraldarstellung unter Verwendung zunächst unbekannter Koeffizienten I_{n_q, n_z}

Die Integraldarstellung 2.9 des elektrischen Feldes wird mit Hilfe eines Reihenansatzes diskretisiert, durch den die zunächst noch unbekannte Stromdichte $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ als eine Reihe aus unbekanntem Koeffizienten I_{n_q, n_z} , multipliziert mit örtlichen und zeitlichen Basisfunktionen, dargestellt wird. n_q und n_z sind dabei Laufindizes der Reihenentwicklung, wie weiter unten erläutert wird.

Örtliche Diskretisierung

Zur Approximation der örtlichen Verteilung der elektrischen Stromdichte wird die Oberfläche der betrachteten Körper in eine endliche Anzahl von Teilbereichen, so genannte Diskretisierungselemente, aufgeteilt, auf denen N_q Basisfunktionen definiert werden. Die Stromdichte $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$ wird durch Multiplikation dieser Basisfunktionen mit zunächst unbekanntem Entwicklungsfunktionen $J_{n_q}(t)$ dargestellt:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} J_{n_q}(t) \boldsymbol{\beta}_{n_q}(\mathbf{r}'). \quad (2.10)$$

Die Basisfunktionen $\boldsymbol{\beta}_{n_q}(\mathbf{r}')$ erstrecken sich jeweils über den zwei Diskretisierungselemente umfassenden Bereich A_{n_q} . Die Divergenz der diskretisierten Stromdichte berechnet sich zu:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} I_{n_q}(t) \nabla \cdot \boldsymbol{\beta}_{n_q}(\mathbf{r}') = \sum_{n_q=1}^{N_q} I_{n_q}(t) \gamma_{n_q}(\mathbf{r}'). \quad (2.11)$$

Zu den am häufigsten verwendeten Basisfunktionen gehören die Dreiecksfunktion [57], die zur Modellierung dünner Drahtantennen verwendet werden kann, und die damit verwandte so genannte *Rao-Wilton-Glisson*-Basisfunktionen (RWG) [13], die zur Modellierung allgemeiner Oberflächen eingeführt wurde; beide Basisfunktionen werden exemplarisch in Abbildung 2.1 dargestellt. Prinzipiell erfolgt die örtliche Diskretisierung von metallischen Körpern für eine Zeitbereichsformulierung der Momentenmethode in der gleichen Weise wie für eine Frequenzbereichsformulierung. Deshalb können die hier verwendeten Modelle, d.h. die diskretisierten Oberflächen-Modelle von Körpern, auch für einen Frequenzbereichslöser verwendet werden. Wie bei einer Frequenzbereichsformulierung, so können auch bei einer Zeitbereichsformulierung der Momentenmethode bei stark unterschiedlicher Diskretisierung der Körper, d.h. bei einer Diskretisierung, die sowohl sehr fein aufgelöste, als auch sehr grob aufgelöste Bereiche beinhaltet, Stabilitätsprobleme auftreten. Da eine Zeitbereichsformulierung der Momentenmethode aufgrund des Lösungsprozesses a priori für Stabilitätsprobleme anfälliger als eine Frequenzbereichsformulierung ist, wird im Rahmen dieser Arbeit in der Regel mit einer relativ homogenen Diskretisierung gearbeitet. Um eine ausreichende

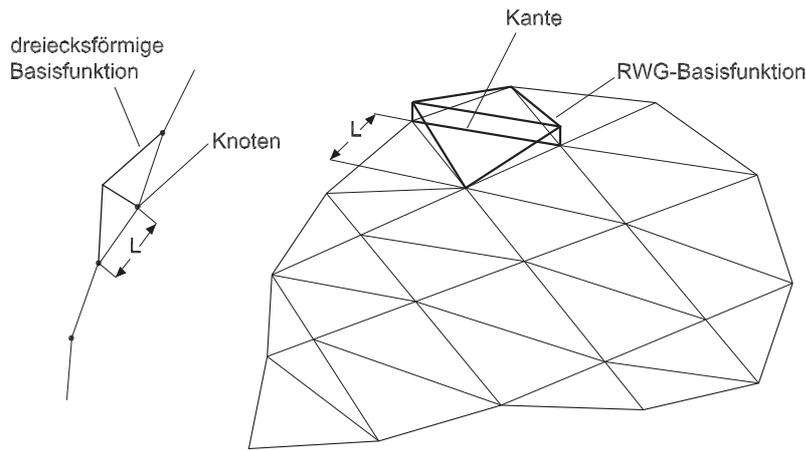


Abbildung 2.1: Dreiecksförmige Basisfunktion zur Modellierung dünner Drahtantennen und RWG-Basisfunktion zur Modellierung beliebiger Oberflächen.

Genauigkeit zu erreichen, sollte die größte örtliche Diskretisierung L_{max} kleiner als ein Zehntel der zur höchsten im anregenden Spektrum vorkommenden Frequenz f_0 gehörenden Wellenlänge λ_0 gewählt werden:

$$L_{max} \lesssim \frac{\lambda_0}{10}. \quad (2.12)$$

Setzt man Gl. 2.10 und Gl. 2.11 in Gl. 2.9 ein, so folgt:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \left[\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{A_{n_q}} \frac{\int_0^t I_{n_q}(t') \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') dt'}{r} da' - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \int_{A_{n_q}} \frac{I_{n_q}(t') \beta_{n_q}(\mathbf{r}')}{r} da' \right]. \quad (2.13)$$

Zeitliche Diskretisierung

Zur Approximation der zeitlichen Abhängigkeit der Stromdichte wird die Zeitachse in N_z Abschnitte mit der jeweiligen Dauer T aufgeteilt, und der zeitliche Verlauf der Stromdichte $J_{n_q}(t)$ wird durch eine Reihe aus unbekanntem Koeffizienten I_{n_q, n_z} , multipliziert mit Basisfunktionen $\mathcal{T}_{n_z}(t)$, dargestellt. Die Größe des Zeitschrittes T sollte dabei zur Erzielung einer ausreichenden Genauigkeit kleiner als ein Zehntel des durch das Nyquist-Kriterium [58] vorgegebenen Zeitschrittes gewählt werden:

$$T \lesssim \frac{1}{20f_0}. \quad (2.14)$$

Die Stromdichte $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ lässt sich also durch folgende Reihendarstellung approximieren:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} I_{n_q, n_z} \boldsymbol{\beta}_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{T}_{n_z}(t). \quad (2.15)$$

Durch Einsetzen von Gl. 2.15 in Gl. 2.13 erhält man die diskretisierte Integraldarstellung

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} \left[\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{A_{n_q}} \frac{\int_0^{t'} I_{n_q, n_z} \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{T}_{n_z}(t') dt da'}{r} - \frac{\partial \mu}{\partial t} \frac{1}{4\pi} \int_{A_{n_q}} \frac{I_{n_q, n_z} \boldsymbol{\beta}_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{T}_{n_z}(t') da'}{r} \right] \quad (2.16)$$

des elektrischen Feldes. Im Gegensatz zur örtlichen Diskretisierung, für die in der Mehrzahl aller Zeitbereichs-Momentenmethoden die RWG-Basisfunktion [13] verwendet wird, werden in der Literatur mehrere verschiedene zeitliche Basisfunktionen vorgeschlagen [22, 59, 60]. Im Rahmen dieser Arbeit wird die dreiecksförmige Basisfunktion (siehe Abbildung 2.2)

$$\mathcal{T}_{n_z}(t) = \begin{cases} \frac{t - (n_z - 1)T}{T} & \text{für } (n_z - 1)T < t < n_z T \\ \frac{(n_z + 1)T - t}{T} & \text{für } n_z T \leq t < (n_z + 1)T \end{cases} \quad (2.17)$$

verwendet, die durch ein relativ breites Frequenzspektrum

$$\mathcal{T}_{n_z}(f) = T \text{si} \left(\frac{2\pi f T}{2} \right) \quad (2.18)$$

gekennzeichnet ist. Die Verwendung von komplizierteren Basisfunktionen anstatt der einfachen

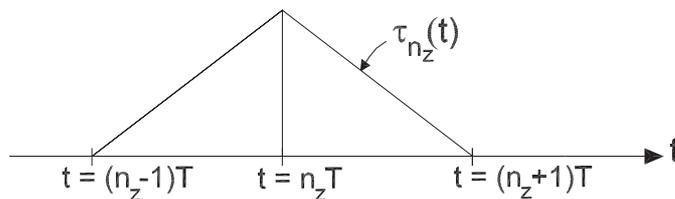


Abbildung 2.2: Zeitliche Basisfunktionen $\mathcal{T}_{n_z}(t)$

dreiecksförmigen Basisfunktion soll – z. B. durch Verwendung einer Basisfunktion mit einem schmalere Frequenzspektrum [59] – insbesondere die Stabilität der TD-MoM verbessern. In Abschnitt 2.2.2 wird gezeigt, wie die zeitliche Dauer $2T$ der Basisfunktion $\mathcal{T}_{n_z}(t)$ – und somit auch die Breite ihres Frequenzspektrums – als eine Funktion des Abstandes zwischen Basis- und Testfunktion variabel gestaltet werden kann, wodurch sowohl der Rechenzeit- als auch Speicher-

bedarf verringert und die Methode stabiler wird.

Ein weiterer Nachteil der dreiecksförmigen Basisfunktion ist die nicht-stetige erste Ableitung sowie die nicht-analytische zweite Ableitung. Zwar konnte durch Verwendung der in [59] und [60] vorgeschlagenen Basisfunktionen eine Verbesserung der Stabilität des Verfahrens erreicht werden, allerdings ergeben sich dadurch in Bezug auf den Rechenzeitbedarf und zum Teil in Bezug auf den Speicherbedarf und/oder die Rechengenauigkeit Nachteile gegenüber der dreiecksförmigen Basisfunktion. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb die dreiecksförmige Basisfunktion für alle numerischen Berechnungen verwendet, zumal die Stabilität des hier entwickelten Forschungscode auch unter Verwendung der dreiecksförmigen Basisfunktion ausreichend ist.

2.1.3 Aufstellen und Lösen eines linearen Gleichungssystems zur Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten I_{n_q, n_z}

Das elektrische Feld in einem beliebigen Aufpunkt kann als Überlagerung von einfallenden Feldern mit Strahlungsfeldern von Strömen, die auf der Oberfläche von elektrisch ideal leitfähigen Körpern fließen, dargestellt werden:

$$\mathbf{E}^{gesamt}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}^{einfallend}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (2.19)$$

Unter einfallenden Feldern werden dabei alle die Felder verstanden, die nicht durch solche Ströme erzeugt werden, die auf der Oberfläche von mit der Momentenmethode modellierten Körpern fließen. Die Möglichkeit, einfallende Felder in der Integralgleichung zu berücksichtigen, wird später ausgenutzt werden, um die Momentenmethode mit der Einheitlichen Geometrischen Beugungstheorie (siehe Kapitel 3 und 4) und mit der FDTD (siehe Kapitel 5 und 7) zu verknüpfen.

Auf der Oberfläche von ideal leitfähigen Körpern müssen die zur Oberfläche tangentialen Komponenten des elektrischen Feldes verschwinden, und folglich muss

$$\int_{A_{n_a}} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) da = B_{n_a}(t) \stackrel{!}{=} - \int_{A_{n_a}} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{einfallend}(\mathbf{r}, t) da \quad (2.20)$$

gelten. $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{n_a}(\mathbf{r})$ ist dabei die so genannte Testfunktion, die sich ebenfalls über jeweils zwei Diskretisierungselemente erstreckt und tangential zur Oberfläche A_{n_a} liegt; die Verwendung der Basisfunktion als Testfunktion ist unter dem Namen Galerkin-Methode bekannt [61]. Durch Einsetzen

von Gl. 2.16 in Gl. 2.20 folgt

$$B_{n_a}(t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} \int_{A_{n_a}} \int_{A_{n_q}} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} I_{n_q, n_z} \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \nabla \frac{\int_0^{t'} \mathcal{T}_{n_z}(t') dt}{r} - \frac{\mu}{4\pi} \frac{I_{n_q, n_z} \hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{T}_{n_z}(t')}{r} \right] da' da. \quad (2.21)$$

Durch Anwendung des Divergenztheorems [61] und unter Ausnutzung der Eigenschaften der Testfunktion $\hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r})$ kann der ∇ -Operator auf die Testfunktion transformiert werden:

$$B_{n_a}(t) = \sum_{i=1}^{N_q} \sum_{j=1}^{N_z} \int_{A_{n_a}} \int_{A_{n_q}} \left[-\frac{1}{4\pi\epsilon} I_{n_q, n_z} \hat{\gamma}_{n_a}(\mathbf{r}) \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \frac{\int_0^{t'} \mathcal{T}_{n_z}(t') dt}{r} - \frac{\mu}{4\pi} \frac{I_{n_q, n_z} \hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{T}_{n_z}(t')}{r} \right] da' da, \quad (2.22)$$

mit

$$\hat{\gamma}_{n_a} = \nabla \cdot \hat{\beta}_{n_a}. \quad (2.23)$$

Da Gl. 2.22 das Integral der elektrischen Ströme über die Zeit enthält, müssen für die Berechnung nicht nur die Koeffizienten I_{n_q, n_z} sondern auch deren Summe

$$\rho_{n_q, n_z} = \sum_{n'_z=0}^{n_z} I_{n_q, n'_z} \quad (2.24)$$

gespeichert, bzw. in jedem Zeitschritt neu berechnet werden. Durch Bilden der zeitlichen Ableitung

$$\frac{\partial}{\partial t} B_{n_a}(t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} \int_{A_{n_a}} \int_{A_{n_q}} \left[-\frac{1}{4\pi\epsilon} I_{n_q, n_z} \hat{\gamma}_{n_a}(\mathbf{r}) \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \frac{\mathcal{T}_{n_z}(t')}{r} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\mu}{4\pi} \frac{I_{n_q, n_z} \hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{T}_{n_z}(t')}{r} \right] da' da \quad (2.25)$$

wird die Berechnung von ρ_{n_q, n_z} unnötig, wodurch der benötigte Speicherbedarf sinkt. Der Hauptvorteil bei Verwendung von Gl. 2.25 an Stelle von Gl. 2.22 ist allerdings die deutlich erhöhte Stabilität des Verfahrens, was vermutlich an der Vermeidung von sich im Laufe der Rechnung akkumulierenden Fehlern bei der Berechnung von Gl. 2.24 liegt. Gl. 2.25 lässt sich in einer Kurz-

schreibweise wie folgt schreiben:

$$\frac{\partial}{\partial t} B_{n_a}(t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} I_{n_q, n_z} Z_{n_q, n_z, n_a}(t), \quad (2.26)$$

mit den Transferfunktionen

$$\begin{aligned} Z_{n_q, n_z, n_a}(t) = & - \int_{A_{n_a}} \int_{A_{n_q}} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \hat{\gamma}_{n_a}(\mathbf{r}) \mathcal{T}_{n_t}(t')}{r} \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\mu}{4\pi} \frac{\hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{T}_{n_z}(t')}{r} \right] da' da. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Bei Verwendung einer zeitlichen Basisfunktion gemäß Gl. 2.17 ist die zweite zeitliche Ableitung von $\tau_{n_z}(t)$ keine analytische Funktion. Deshalb wird Gl. 2.27 folgendermaßen unter Verwendung eines zentralen Differenzenquotienten approximiert:

$$\begin{aligned} Z_{n_q, n_z, n_a}(t) \cong & - \int_{A_{n_a}} \int_{A_{n_q}} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \hat{\gamma}_{n_a}(\mathbf{r}) \mathcal{T}_{n_t}(t')}{r} \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \frac{\hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \beta_{n_q}(\mathbf{r}') (\mathcal{T}_{n_z}(t' + \frac{T}{2}) - \mathcal{T}_{n_z}(t' - \frac{T}{2}))}{rT} \right] da' da. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Ein Vergleich mit den Matrixeinträgen

$$Z_{n_a, n_q}(\omega) = \int_{A_{n_a}} \int_{A_{n_q}} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon j\omega} \frac{\gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \hat{\gamma}_{n_a}(\mathbf{r})}{r} + j\omega \frac{\mu}{4\pi} \frac{\hat{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \beta_{n_q}(\mathbf{r}')}{r} \right] e^{-jkr} da' da \quad (2.29)$$

einer Frequenzbereichsformulierung der Momentenmethode [40] verdeutlicht die enge Verwandtschaft der beiden Methoden.

Wird Gl. 2.26 zum Zeitpunkt $t = nT - \frac{T}{2}$ erfüllt, so gilt:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} B_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) - \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^n I_{n_q, n_z} Z_{n_q, n_z, n_a, n}, \quad (2.30)$$

mit

$$Z_{n_q, n_z, n_a, n} = Z_{n_q, n_z, n_a}(nT - \frac{T}{2}). \quad (2.31)$$

Offensichtlich gilt in einem zeitinvarianten Szenario

$$Z_{n_q, n_z, n_a, n} = Z_{n_q, n_z-1, n_a, n-1} = \dots = Z_{n_q, n_z-n, n_a}^0 \quad (2.32)$$

und somit kann Gl. 2.30 folgendermaßen geschrieben werden:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} B_{n_a} \left(nT - \frac{T}{2} \right) - \underbrace{\sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^n I_{n_q, n_z} Z_{n_q, n_z-n, n_a}^0}_{\hat{V}_{n_a, n_q} \left(nT - \frac{T}{2} \right)} \quad (2.33)$$

$\hat{V}_{n_a, n_q} \left(nT - \frac{T}{2} \right)$ kann dabei als zeitliche Ableitung der durch den Stromimpuls I_{n_q, n_z} am Ort des Testelementes $\hat{\beta}_{n_a}$ induzierten und mit $\hat{\beta}_{n_a}$ gewichteten Spannung aufgefasst werden. Wird nun Gl. 2.33 für alle Testfunktionen $\hat{\beta}_{n_a}$ erfüllt und wird davon ausgegangen, dass zum Zeitpunkt $t = nT - \frac{T}{2}$ alle Koeffizienten I_{n_q, n_z} für $n_z < n$ bekannt sind, so können die unbekannt Koeffizienten $I_{n_q, n}$ durch Lösen eines linearen Gleichungssystems bestimmt werden [62]:

$$\mathcal{Z}_0^0 \mathbf{I}_n = \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{B} \left(nT - \frac{T}{2} \right) - \sum_{n_z=1}^{n-1} \mathcal{Z}_{n_z-n}^0 \mathbf{I}_{n_z} \quad (2.34)$$

In Gl. 2.34 ist \mathbf{I}_n ein Vektor, der alle Koeffizienten $I_{n_q, n}$ enthält, \mathcal{B} enthält die mit der Testfunktion $\hat{\beta}_{n_a}$ multiplizierten und über den Definitionsbereich der Testfunktion integrierten einfallenden Felder und $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ sind Matrizen, die die Koeffizienten Z_{n_q, n_z-n, n_a}^0 enthalten. Die unbekannt Stromdichten können somit rekursiv in einer Zeitschleife aus den jeweils vorausgegangenen Koeffizienten berechnet werden; diese Vorgehensweise ist im Englischen als *marching-on in-time-procedure* bekannt. Alle Elemente der Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ sind zeitunabhängig und müssen nur einmal am Anfang der Berechnung berechnet werden, um dann in jedem Zeitschritt neu benutzt zu werden.

Aufgrund der Tatsache, dass der zum Koeffizienten I_{n_q, n_z} gehörige Stromdichteimpuls

$$\mathbf{J}_{n_q, n_z}(\mathbf{r}, t) = I_{n_q, n_z} \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{T}_{n_z}(t) \quad (2.35)$$

nur in einer endlichen Zeitdauer von Null verschieden ist (bei der Verwendung der dreiecksförmigen Basisfunktion erstreckt sich die Funktion $\mathcal{T}_{n_z}(t)$ über die Zeitdauer $2T$ von zwei Zeitschritten), ist auch das durch diesen Impuls in einem Aufpunkt \mathbf{r} erzeugte Feld zeitlich begrenzt.

Folglich sind die meisten Elemente von Z_{n_q, n_z, n_a}^0 gleich Null und die von Null verschiedenen Elemente liegen auf der Zeitachse direkt nebeneinander (siehe Abbildung 2.3). Um die Anzahl der von Null verschiedenen Elemente abschätzen zu können, wird die in Abbildung 2.4 dargestellte Kombination aus Quell- und Testelement betrachtet. Mit einer maximalen örtlichen Diskretisie-

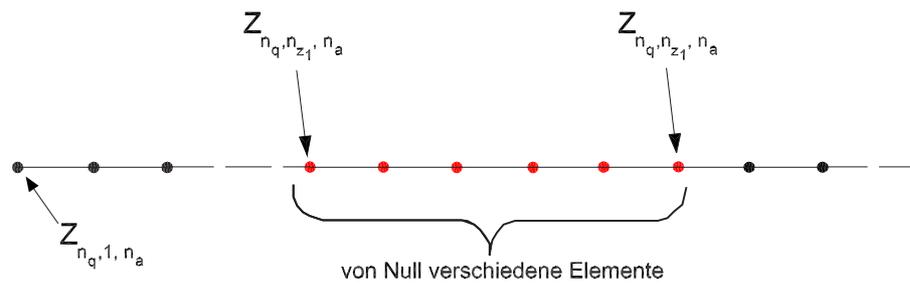


Abbildung 2.3: Von Null verschiedene Elemente von Z_{n_q, n_z, n_a}

rung von L_{max} kann die maximale Anzahl N_0 der von Null verschiedenen Elemente grob zu

$$N_0 < \frac{r_{max} - r_{min}}{cT} \approx \frac{2\sqrt{3}L_{max}}{cT} \quad (2.36)$$

abgeschätzt werden. Mit

$$T \lesssim \frac{1}{20f_0} \quad (2.37)$$

und

$$L_{max} \lesssim \frac{\lambda_0}{10} = \frac{c}{10f_0} \quad (2.38)$$

folgt bei Verwendung der in Gl. 2.17 definierten zeitlichen Basisfunktionen:

$$N_0 \lesssim \frac{2\sqrt{3}\frac{c}{10f_0}}{c\frac{1}{20f_0}} = 4\sqrt{3} \approx 7. \quad (2.39)$$

Aufgrund der dünnen Besetzung der Matrizen $Z_{n_z-n}^0$ und ihrer speziellen Besetzungssystematik

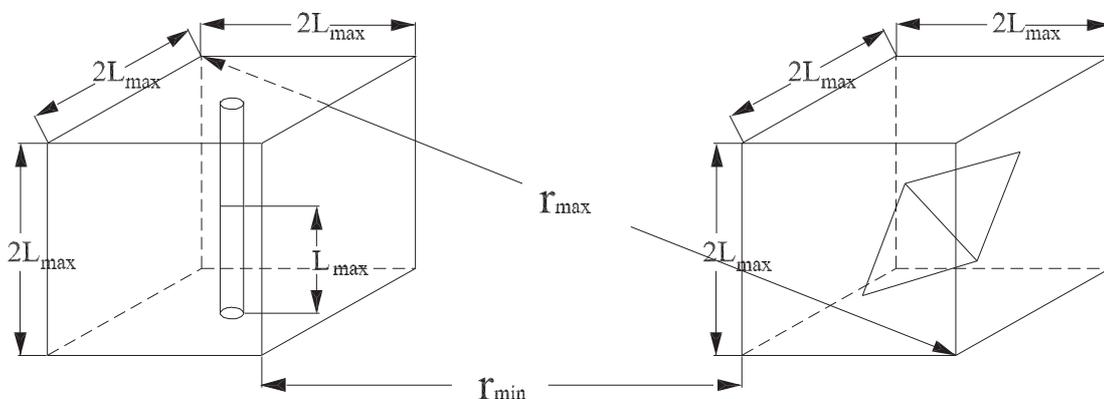


Abbildung 2.4: Quell- und Testelement.

(die von Null verschiedenen Werte der Matrixeinträge $Z_{n_q, n_z, n_a, n}$ liegen, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, nebeneinander) werden im umgesetzten Forschungscode nur die von Null verschiedenen Werte gespeichert, wodurch sich eine dramatische Speicherersparnis ergibt; die Größenordnung des Speicherbedarfs zur Speicherung der Koeffizienten kann dann zu

$$\mathcal{O}(N_q^2 N_0) \quad (2.40)$$

abgeschätzt werden. N_0 ist dabei für übliche Diskretisierungen, wie oben beschrieben, kleiner als 7. Die Größenordnung des Speicherbedarfs einer Frequenzbereichsformulierung der Momentenmethode ergibt sich aufgrund der komplexwertigen Matrixeinträge zu

$$\mathcal{O}((2N_q)^2) \quad (2.41)$$

und ist somit vergleichbar.

Die – für eine direkte Lösung des Gleichungssystems benötigte – Inverse der Systemmatrix \mathcal{Z}_0^0 wird im erstellten Forschungscode explizit berechnet. Zur Speicherung wird ein angepasstes *sparse*-Format [63] verwendet, da bei praktischen Problemstellungen oft eine Geometrie vorliegt, die aus mehreren räumlich getrennten Einzelantennen besteht. Bei einer Modellierung solcher Strukturen werden große Teile der Inversen zu Null, da aufgrund der Retardierung die zum Zeitpunkt n zugeordneten Ströme nicht miteinander verkoppelt sind, wenn sie auf räumlich voneinander getrennten Antennen fließen.

2.2 Erweiterung der klassischen Momentenmethode im Zeitbereich zur Verwendung einer variablen Größe des Zeitschrittes: MTR-TD-MoM.

Für eine große Anzahl von Zeitschritten N_z wird der Rechenzeitbedarf der TD-MoM durch die Matrix-Vektor-Multiplikationen auf der rechten Seite von Gl. 2.34 bestimmt und ist proportional zu $N_z N_q^2$ [62]. Offensichtlich steigt mit kleiner werdendem T der Rechenzeitbedarf aus zwei Gründen:

Zum einen müssen mehr Zeitschritte berechnet werden, um die gleiche Zeit $T_1 = N_z T$ zu simulieren, und zum anderen sind zunehmend mehr Elemente von $\mathcal{Z}_{n_z - n}^0$ ungleich Null, wodurch die Matrix-Vektor-Multiplikationen in Gl. 2.34 ebenfalls zunehmend aufwändiger werden. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte neuartige Formulierung der Momentenmethode mit variabler Größe des Zeitschrittes verwendet zwei Ansätze zur Verringerung des Rechenzeit- und Speicherbedarfs:

Als Erstes wird die zur Berechnung von Gl. 2.33 benötigte zeitliche Ableitung

$$\hat{V}_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}) \quad (2.42)$$

des am Testelement induzierten Spannungsimpulses in Teilspannungen zerlegt. Spannungen, die durch weit entfernte Quellelemente induziert werden, werden nicht mehr in jedem Zeitschritt neu berechnet, sondern nur noch z.B. in jedem zehnten Zeitschritt. Die benötigten Zwischenwerte können mit einem sehr geringen Genauigkeitsverlust durch Interpolation gewonnen werden.

Zum Zweiten wird bei der Berechnung der Koppelimpedanzen für Gl. 2.33 eine zeitliche Länge $2T$ der Basisfunktion \mathcal{T}_{n_z} in Abhängigkeit von der Entfernung zwischen Test- und Quellelement verwendet, wodurch die Anzahl der von null verschiedenen Elemente von $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ sinkt.

Für beide Ansätze ist es sinnvoll, für jedes Testelement die Quellelemente auf Grundlage ihres Abstandes zum Testelement zu gruppieren: Gruppe 1 enthält alle Quellelemente in einem geringen Abstand zum Testelement, Gruppe 2 enthält alle Quellelemente in einem mittleren Abstand zum Testelement, und Gruppe 3 enthält alle weit vom Testelement entfernten Quellelemente; die im Folgenden geschilderten Techniken können auch auf eine größere Anzahl von Gruppen angewendet werden. Die Zugehörigkeit zu den jeweiligen Gruppen wird mit Hilfe der Funktion $l(n_q, n_a)$ beschrieben, die sich bei einer Verwendung von 3 Gruppen zu

$$l(n_a, n_q) = \begin{cases} 1 & \text{für } |\mathbf{r}_{n_a} - \mathbf{r}_{n_q}| < r_1 \\ 2 & \text{für } r_1 \leq |\mathbf{r}_{n_a} - \mathbf{r}_{n_q}| < r_2 \\ 3 & \text{für } r_2 \leq |\mathbf{r}_{n_a} - \mathbf{r}_{n_q}| \end{cases} \quad (2.43)$$

ergibt. $|\mathbf{r}_{n_a} - \mathbf{r}_{n_q}|$ ist der maximale Abstand zwischen Punkten, die zum Definitionsbereich A_{n_a} der Testfunktion $\hat{\beta}_{n_a}$ gehören, und Punkten, die zum Definitionsbereich A_{n_q} der Quellfunktion β_{n_q} gehören. r_1 ist der maximale Abstand, für den Quellelemente der Gruppe 1 zugeordnet werden, und r_2 ist der minimale Abstand, für den die Quellelemente der Gruppe 3 zugeordnet werden.

2.2.1 Interpolation der durch weit entfernte Basisfunktionen induzierten Spannungen

Eine einfache Möglichkeit, bei der Berechnung der rechten Seite von Gl. 2.34 Rechenzeit zu sparen, ist es, die zeitliche Ableitung

$$\hat{V}_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) \Big|_{l=3} = \sum_{n_q}^{N_q} \hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}) G_{n_a, n_q}^3, \quad (2.44)$$

der am Testelement n_a durch weit entfernte Quellelemente induzierten Spannung nicht für jeden Zeitschritt zu berechnen, sondern nur noch zu den diskreten Zeitpunkten $t = \chi_3 T, t = 2\chi_3 T, \dots$ (mit $\chi_3 \in \mathbb{N}$, $\chi_3 > 1$ ist ein Parameter zur Beschreibung der Berechnungshäufigkeit von \hat{V}_{n_a, n_q}). In Gl. 2.44 gibt

$$G_{n_a, n_q}^3 = \begin{cases} 1 & \text{falls } l(n_a, n_q) = 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.45)$$

an, ob die Kombination aus Quellelement n_q und Testelement n_a zu Gruppe 3 gehört, d.h. ob das Quellelement weiter als der Abstand r_2 vom Testelement entfernt ist. In jedem Zeitschritt n wird eine Fallunterscheidung gemacht:

- a) Falls n ein ganzzahliges Vielfaches von χ_3 ist, so wird zum Zeitpunkt $nT - \frac{T}{2}$ der Wert von $\hat{V}_{n_a}(nT - \frac{T}{2} + \chi_3 N_{\text{Interpol}} T) \Big|_{l=3}$ berechnet und im Speicher abgelegt. $\chi_3 N_{\text{Interpol}}$ bestimmt, wie viele Zeitschritte im Voraus $\hat{V}_{n_a} \Big|_{l=3}$ berechnet wird. Diese Berechnung ist möglich, falls die Bedingung

$$r_2 > \chi_3 N_{\text{Interpol}} T c \quad (2.46)$$

erfüllt ist, d.h. falls die Retardierung zwischen Quell- und Testelement größer als $N_{\text{Interpol}} \chi_3 T$ ist. Im Rahmen dieser Arbeit wurde stets $N_{\text{Interpol}} = 2$ verwendet, und folglich muss dann

$$r_2 > \chi_3 2 T c \quad (2.47)$$

erfüllt sein. Der Wert von $\hat{V}_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) \Big|_{l=3}$ wurde zum Zeitpunkt $t = nT - \frac{T}{2} - \chi_3 2 T$ berechnet und kann dem Arbeitsspeicher entnommen werden.

- b) Falls n kein ganzzahliges Vielfaches von χ_3 ist, wird der Wert von $\hat{V}_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) \Big|_{l=3}$ aus $2N_{\text{Interpol}} + 1 = 5$ bereits berechneten Werten mittels einer so genannten Polynominterpolation [64] berechnet; in Abbildung 2.5 ist ein Beispiel für eine interpolierte Funktion $\hat{V}_{n_a}(t) \Big|_{l=3}$ dargestellt.

Die Größe des Parameters χ_3 kann im Verlauf der Berechnung verändert werden, wodurch es z.B. möglich ist, zu Beginn der Zeitschleife einen kleinen Wert für χ_3 – und somit eine hohe Abtastrate – und gegen Ende der Zeitschleife einen großen Wert für χ_3 zu verwenden.

Anzumerken ist, dass die Zwischenwerte zunächst aus den richtigen Spannungen $\hat{V}_{n_a}(m\chi_3 T - \frac{T}{2}) \Big|_{l=3}$ interpoliert werden, wodurch der Verlust an Genauigkeit sehr gering ist. Erst im Verlauf der Rechnung werden die Spannungen aus Werten interpoliert, die – aufgrund der Berücksichtigung interpolierter Spannungen in der *marching-on in-time-procedure* – selber aus

fehlerbehafteten Größen berechnet wurden. Insgesamt ist der Genauigkeitsverlust allerdings sehr gering (siehe Abschnitt 2.4.1). Für $\chi_3 < 10$ und $T \lesssim \frac{1}{20f_0}$ ist sichergestellt, dass die Abtastung

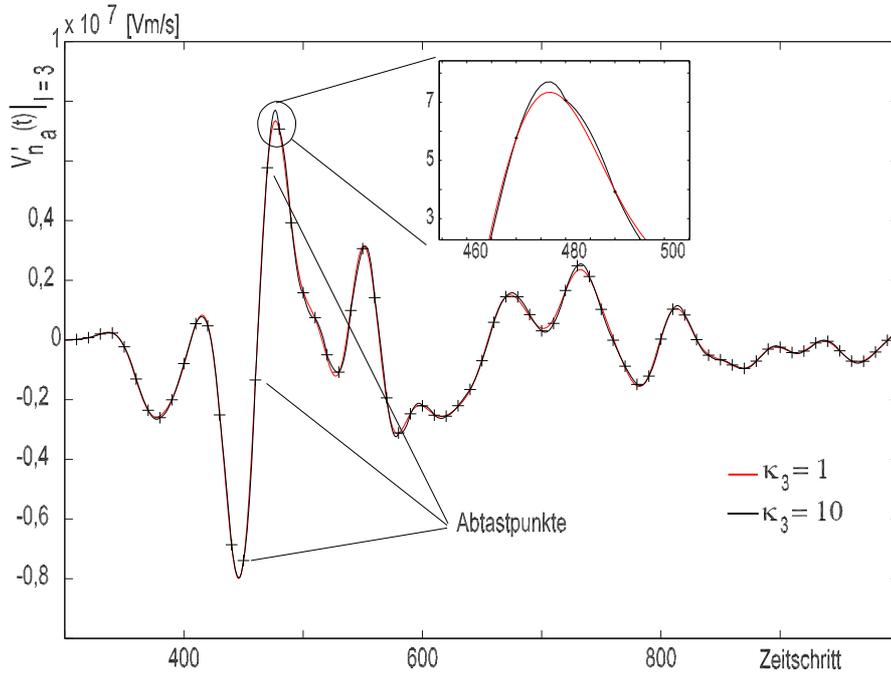


Abbildung 2.5: Interpolation einer Teilspannung unter Verwendung von Stützstellen mit einem jeweiligen Abstand von 10 Zeitschritten ($\chi_3 = 10$)

der Spannungen das Nyquist-Kriterium einhält.

Der benötigte zusätzliche Speicherbedarf hängt von der Anzahl der für die Interpolation verwendeten Werte von $\hat{V}_{n_a}(m\chi_3 T - \frac{T}{2})|_{l=3}$ ab, kann aber – im Vergleich zum gesamten Speicherbedarf der Methode – stets vernachlässigt werden, da nur durch Gruppen von Basisfunktionen induzierte Spannungen gespeichert werden. Durch Verwendung dieses Interpolations-Schemas sinkt der Rechenzeitbedarf der Methode von

$$\mathcal{O}(N_q^2 N_z) \quad (2.48)$$

auf

$$\mathcal{O}\left(\left(N_q^2(1-x) + \frac{N_q^2 x}{\chi_3}\right) N_z\right), \quad (2.49)$$

wobei x der Prozentsatz von Kombinationen aus Test- und Quellelementen ist, die zu Gruppe 3 gehören. Mit steigender Anzahl N_q von örtlichen Diskretisierungselementen nähert sich x eins, und somit wird der Term proportional zu $\frac{1}{\chi_3}$ dominant, wodurch sich ein Rechenzeitbedarf von

$$\mathcal{O}\left(N_q^2 \frac{N_z}{\chi_3}\right) \quad (2.50)$$

ergibt. Der sich dadurch ergebende effektive Zeitschritt $\frac{T}{\chi^3}$ muss nur unwesentlich kleiner als der durch das Nyquist-Kriterium bestimmte Zeitschritt $T_0 = \frac{1}{2f_0}$ sein. Anzumerken ist, dass die physikalische (simulierte) Zeit zwischen zwei Lösungen von Gl. 2.34 konstant bei T bleibt. Bei Verwendung der klassischen TD-MoM mit Vergrößerung von T ergibt sich eine ähnliche Einsparung an Rechenzeit, jedoch bei einer deutlich geringeren Genauigkeit.

2.2.2 Variable Länge der zeitlichen Basisfunktion $\mathcal{T}(t)$

Nach Gl. 2.33 wird die mit $\hat{\beta}_{n_a}$ gewichtete zeitliche Ableitung der durch das Quellelement n_q am Ort der Testfunktion n_a induzierten Spannung durch folgende Faltung berechnet:

$$\hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}) = \sum_{n_z=1}^n I_{n_q, n_z} Z_{n_q, n_z - n, n_a}^0. \quad (2.51)$$

Durch die Verwendung verschiedener Größen des Zeitschrittes $T_l = \psi_l T$ ($\psi_l \in \mathbb{N}$, $\psi_1 = 1$) für die drei Gruppen $l = 1, 2, 3$ folgt aus Gl. 2.51:

$$\hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}) = \sum_{n_z=1}^{\frac{n}{\psi_l}} I_{n_q, n_z \psi_l} Z_{n_q, n_z - \frac{n}{\psi_l}, n_a}^0. \quad (2.52)$$

$T_l = \psi_l T$ ist also die Größe des Zeitschrittes für eine Kombination aus Quell- und Testelement, die zu Gruppe l gehört. Die zeitliche Dauer der für die Verkopplung der Basisfunktion n_q mit der Testfunktion n_a verwendeten zeitlichen Basisfunktion $\mathcal{T}_{n_a, n_q, n_z}(t)$ ergibt sich bei Verwendung einer zeitlichen Basisfunktion gemäß Gl. (2.17) zu $2\psi_l T$. Durch $\psi_1 = 1$ ist sichergestellt, dass die Systemmatrix \mathcal{Z}_0^0 unverändert bleibt, falls die Bedingung

$$\frac{r_l}{c} > \psi_l T \Big|_{l=2,3} \quad (2.53)$$

erfüllt ist. Ist Gl. 2.53 erfüllt, so erzeugt aufgrund der Retardierung ein dem Zeitpunkt n zugeordneter Strom $I_{n_q, n}$ auf dem Quellelement n_q am Ort des Testelementes n_a zum Zeitpunkt nT kein Feld, falls $l(n_a, n_q) > 1$ gilt. Durch die Verwendung einer variablen Länge der Basisfunktion $\tau(t)$ wird implizit der Strom auf dem Quellelement mit einer variablen Schrittweite $\psi_l T$ abgetastet. Da T zur Erreichung einer ausreichenden Genauigkeit in der Regel deutlich kleiner sein muss (siehe Abschnitt 2.1.2) als der durch das Nyquist-Kriterium bestimmte Zeitschritt, wird gewährleistet, dass auch für große ψ_l der Genauigkeitsverlust durch die gröbere Abtastung sehr klein ist. Anzumerken ist wiederum, dass die physikalische (simulierte) Zeit zwischen zwei Lösungen von Gl. 2.34 für $\psi_1 = 1$ konstant bei T bleibt. Für große ψ_l sind – aufgrund der zweiten zeitlichen Ableitung von \mathbf{J} in Gl. 2.25 – nur 3 Elemente von $Z_{n_q, n_z - \frac{n}{\psi_l}, n_a}^0$ von null verschieden.

Zusätzlich wird für eine Kombination aus Test- und Quellelement, die zu Gruppe 3 gehört,

Gl. 2.33 wie folgt geschrieben:

$$\hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}) \Big|_{l=3} = \sum_{n_z=1}^m \hat{I}_{n_q, n_z} Z_{n_q, n_z}^0 - \frac{n}{\psi_l}, n_a, \quad (2.54)$$

wobei m das ganzzahlige Ergebnis von $\frac{n}{\psi_3}$ und $\hat{I}_{n_q, n_z} = I_{n_q, n_z} \psi_3$ ein zweiter Satz Koeffizienten zur Approximation der unbekanntenen Stromdichten ist. Durch Verwendung dieses zweiten Satzes Stromdichten wird der Speicherbedarf für die Koeffizienten I_{n_q, n_z} deutlich reduziert, weil die benötigte Anzahl N von Koeffizienten, die gespeichert werden müssen, proportional zu $\frac{r_{max}}{cT}$ ist. r_{max} ist die maximale Ausdehnung der modellierten Geometrie und I_{n_q, n_z} ist der Satz Stromdichten, der zum Speichern von Koeffizienten verwendet wird, die für Nahfeld-Interaktionen benötigt werden. Der benötigte Speicher für diese Koeffizienten ist proportional zu $\frac{r_0^2}{cT}$. Der Satz Stromdichten \hat{I}_{n_q, n_z} wird verwendet, um Koeffizienten zu speichern, die für Fernfeld-Interaktionen verwendet werden, und der benötigte Speicher für diese Koeffizienten ist proportional zu $\frac{r_{max}}{cT \psi_3}$. Durch den oben beschriebenen Ansatz lässt sich durch wenige Modifikationen der Momentenmethode die Anzahl der von null verschiedenen Elemente von $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ reduzieren, wodurch sowohl der Rechenzeit als auch der Speicherbedarf sinkt. Wie in Abschnitt 2.4.1 gezeigt wird, erhöht sich durch diesen Ansatz zusätzlich die Stabilität des Verfahrens, da Basisfunktionen mit längerer Zeitdauer ein Spektrum mit weniger hochfrequenten Anteilen besitzen (siehe Gl. 2.18).

2.3 Spezialisierung für dünne Drahtantennen

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Momentenmethode zur Modellierung von dünnen Drahtantennen verwendet. Die dabei angewandte so genannte Dünndrahttheorie erlaubt mehrere Näherungen [65] bei der Berechnung von Gl. 2.28. Die wichtigsten Näherungen sind, dass auf der Oberfläche des Drahtes die zur Oberfläche tangentialen Komponenten des elektrischen Feldes zu null werden und dass die Stromdichte auf der Oberfläche des Drahtes durch einen Strom auf der Achse des Drahtes ersetzt wird. Im Gegensatz zur Momentenmethode im Frequenzbereich, für die eine Fülle von Arbeiten die teilanalytische bzw. geschickte numerische Aufarbeitung der in Gl. 2.28 vorkommenden Singularitäten behandelt (siehe z.B. [66, 67]), existieren für Zeitbereichsformulierungen der Momentenmethode nur wenige Arbeiten [68]. Offensichtlich ist der Hauptvorteil der Dünndrahttheorie, dass bei der Auswertung der in Gl. 2.28 vorkommenden Integrale – aufgrund des Abstandes r_0 zwischen Drahtachse und Drahtoberfläche – keine Singularitäten auftreten können. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt eine Auswertung der in Gl. 2.28 vorkommenden Integrale rein numerisch mit Hilfe Gaußscher Quadraturformeln [64, 69] mit bis zu 40 Stützstellen

pro Teilbereich, wobei der Wert für $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ durch

$$r = \sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 + r_0^2} \quad (2.55)$$

ersetzt wird.

Wie in [70] gezeigt wird, gelten bei der geometrischen Diskretisierung für die Zeitbereichs-Momentenmethode ähnliche Bedingungen wie bei der Diskretisierung für eine Frequenzbereichs-Momentenmethode. Insbesondere muss, damit sinnvolle Lösungen berechnet werden, der Radius r_0 im Vergleich zur Segmentlänge klein sein; das Verhältnis Segmentlänge zu Radius sollte dabei größer als 10 sein, und die Segmentlänge sollte kleiner als ein Zehntel der zur höchsten im anregenden Spektrum vorkommenden Frequenz gehörenden Wellenlänge sein.

Für eine Zeitbereichsformulierung der Momentenmethode ergibt sich aus dem Abstand r_0 zwischen Drahtachse und Drahtoberfläche auch direkt der größte Nachteil der Dünndrahttheorie: Da die Laufzeit $t_0 = \frac{r_0}{c}$ einer Welle von der Drahtachse zur Drahtoberfläche die Eingangsimpedanz von dünnen Drahtantennen für hohe Frequenzen stark beeinflusst, muss der Zeitschritt T deutlich kleiner als der in Abschnitt 2.1.2 geforderte Zeitschritt sein. Zur Verdeutlichung wird ein Drahtsegment mit einer Länge von $L = 0,1\lambda_0$ betrachtet, für das man laut Abschnitt 2.1.2

$$T \approx \frac{1}{20f_0} = \frac{\lambda}{20c} = \frac{L}{2c} \quad (2.56)$$

als Größe des Zeitschrittes wählen würde. Für eine übliche Größe des Radius von $r_0 = \frac{L}{10}$ ergibt sich dann $t_0 = \frac{f_0}{20} = \frac{\lambda_0}{20c} = \frac{T}{5}$, und diese Laufzeit ist somit deutlich kleiner als die Größe des Zeitschrittes T . Konsequenterweise kann die Phasendifferenz zwischen Feldern in Beobachtungspunkten auf der Oberfläche des Drahtes und Quellpunkten auf der Achse des Drahtes nicht mehr mit ausreichender Genauigkeit aufgelöst werden. Um dies zu vermeiden, muss die Größe des Zeitschrittes T deutlich kleiner als $\frac{L}{2c}$ gewählt werden. Die in Abschnitt 2.4 vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass für hohe Frequenzen die mit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten TD-MoM berechneten Eingangsimpedanzen von dünnen Drahtantennen im Vergleich zur Referenzlösung (berechnet u.a. mit einem auf der Momentenmethode im Frequenzbereich basierendem Programmpaket [71, 72]) eine Art von Dispersionseffekt zeigen, was vermutlich an der gerade geschilderten Problematik liegt. Die untere Grenze für die Größe des Zeitschrittes ist zum Einen durch $\frac{r_0}{c}$ gegeben, da für kleinere Zeitschritte die Welle in einem Zeitschritt nicht mehr die Oberfläche des Drahtes erreicht und somit die *marching-on in-time-procedure* nicht mehr angewendet werden kann. Zum anderen ist die untere Grenze für die Größe des Zeitschrittes dadurch gegeben, dass für sehr kleine Zeitschritte Stabilitätsprobleme auftreten (siehe Abschnitt 2.4.1).

Als Basisfunktion wird im Rahmen dieser Arbeit die dreiecksförmige Basisfunktion

$$\beta_{n_q}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{r_{n_q+1}-r}{|r_{n_q+1}-r_{n_q}|} & \mathbf{r} \in L_{n_q}^+ \\ \frac{r-r_{n_q-1}}{|r_{n_q+1}-r_{n_q}|} & \mathbf{r} \in L_{n_q}^- \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.57)$$

und als Testfunktion die so genannte Pulstestfunktion

$$\hat{\beta}_{n_q}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{r_{n_q+1}-r_{n_q}}{|r_{n_q+1}-r_{n_q}|} & \mathbf{r} \in L_{n_q}^+ \text{ und } |r_{n_q+1}-r| > 0.5|r_{n_q+1}-r_{n_q}| \\ \frac{r_{n_q}-r_{n_q-1}}{|r_{n_q+1}-r_{n_q}|} & \mathbf{r} \in L_{n_q}^- \text{ und } |r-r_{n_q-1}| > 0.5|r_{n_q-1}-r_{n_q}| \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.58)$$

verwendet [73], die – wie sich im Rahmen der in dieser Arbeit vorgestellten numerischen Berechnungen gezeigt hat – zu einem im Vergleich zur Galerkin-Methode stabileren Algorithmus führt. Eventuell vorhandene Spannungsquellen werden als so genannte Δ -gap-Quellen modelliert, bei

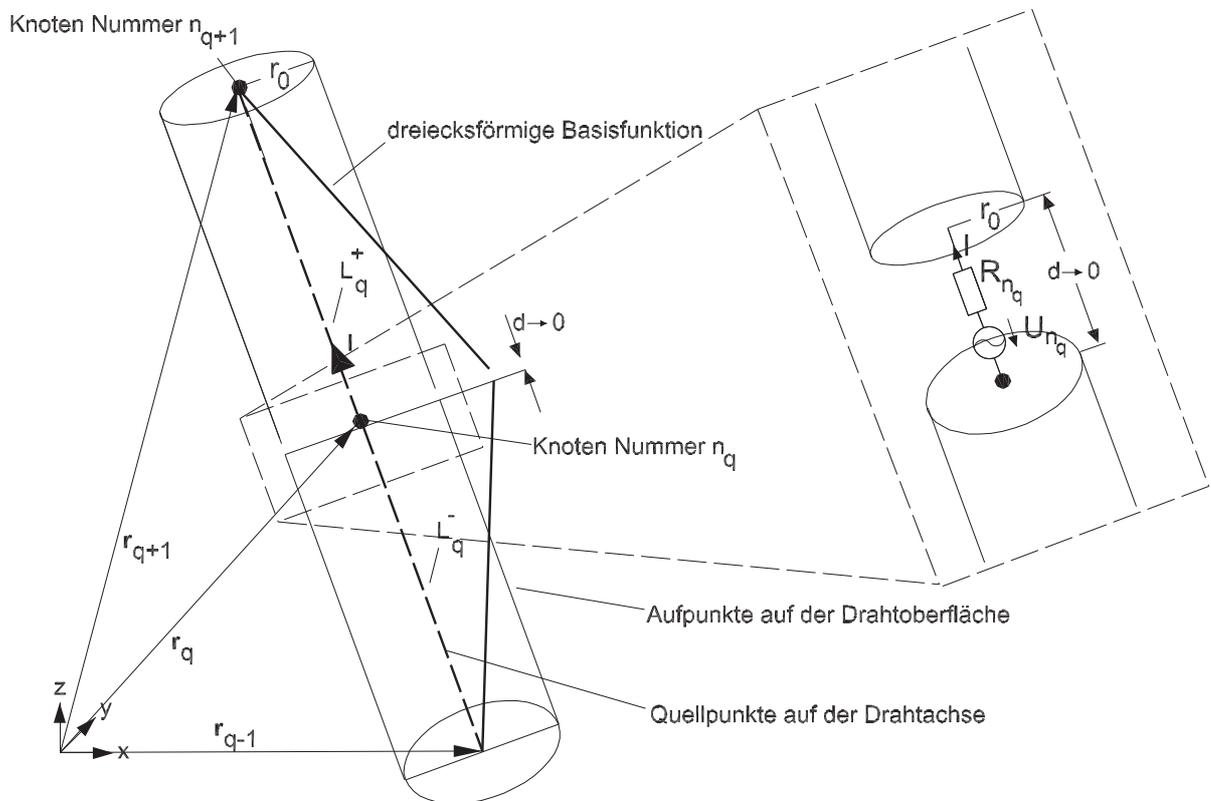


Abbildung 2.6: Quell- und Testelement

deren Modellierung davon ausgegangen wird, dass ein infinitesimal kleiner Spalt in der Drahtstruktur

tur (siehe Abbildung 2.6) den Stromfluss durch die Drahtstruktur nicht beeinflusst. Vorgegeben wird eine Spannung $U_{n_a}(t)$ quer zu diesem Spalt, wodurch sich eine δ -impulsförmige elektrische Feldstärke im Spalt ergibt. Durch die Multiplikation mit der Testfunktion und Integration über den Definitionsbereich der Testfunktion geht diese Spannung direkt in die in Gl. 2.33 verwendete Anregung $B_{n_a}(t)$ ein. Zur Verdeutlichung wird Gl. 2.33 hier noch einmal wiedergegeben:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} B_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) - \sum_{n_q=1}^{N_q} \hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}). \quad (2.59)$$

Zur Berücksichtigung der Spannung wird Gl. 2.59 nun folgendermaßen modifiziert:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} B_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) + \frac{\partial}{\partial t} U_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) - \sum_{n_q=1}^{N_q} \hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}). \quad (2.60)$$

Ein Innenwiderstand der Spannungsquelle kann berücksichtigt werden, indem der Spannungsabfall über dem Spalt modifiziert und berücksichtigt wird, dass der Strom durch den Knoten n_a zum Zeitpunkt nT durch $I_{n_a, n}$ gegeben ist:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} B_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) + \frac{\partial}{\partial t} U_{n_a}(nT - \frac{T}{2}) + R_{n_a} \frac{I_{n_a, n} - I_{n_a, n-1}}{T} - \sum_{n_q=1}^{N_q} \hat{V}_{n_a, n_q}(nT - \frac{T}{2}). \quad (2.61)$$

Da der Strom $I_{n_a, n}$ zum Zeitpunkt nT nicht bekannt ist, muss die Systemmatrix \mathcal{Z}_0^0 modifiziert werden, indem der durch $I_{n_a, n}$ erzeugte Anteil in Gl. 2.34 auf die linke Seite gebracht wird.

2.4 Numerische Ergebnisse

2.4.1 Gruppenantenne, bestehend aus drei Rahmenantennen

Zur Überprüfung der TD-MoM und insbesondere für eine Untersuchung der Eigenschaften der MTR-TD-MoM dient zunächst die Berechnung der Eingangsimpedanz der in Abbildung 2.7 und 2.8 dargestellten Gruppe von drei Rahmenantennen. Diese Anordnung wurde gewählt, da ihre Eingangsimpedanz sehr schmalbandige Resonanzen besitzt und somit die Berechnung der Eingangsimpedanz mittels eines Zeitbereichs-Verfahrens besondere Anforderungen an die Numerik stellt.

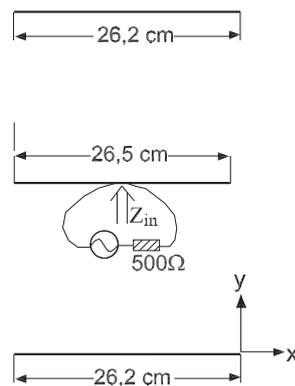


Abbildung 2.7: Geometrie einer Gruppenantenne, bestehend aus drei Rahmenantennen (Schnitt bei $z=0$).

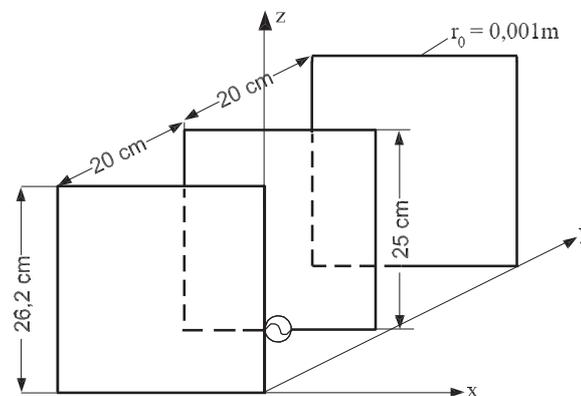


Abbildung 2.8: Geometrie einer Gruppenantenne, bestehend aus drei Rahmenantennen.

TD-MoM

In Abbildung 2.9 ist der Betrag der Eingangsimpedanz der Gruppenantenne, berechnet mit der TD-MoM und berechnet mit dem auf der FD-MoM basierenden Programmpaket MININEC [71], dargestellt. Die mit beiden Verfahren berechneten Ergebnisse stimmen sehr gut überein. Eine genaue Betrachtung der Eingangsimpedanz bei höheren Frequenzen und der prozentualen Abweichung der mit der TD-MoM berechneten Eingangsimpedanz von der mit MININEC berechneten Eingangsimpedanz (siehe Abbildung 2.10) zeigt jedoch, dass die TD-MoM einer Art von Dispersions-Effekt unterliegt: Bei Frequenzen größer als 2 GHz weist die mit der TD-MoM berechnete Eingangsimpedanz eine Frequenzverschiebung zu der mit MININEC berechneten Eingangsimpedanz auf. Diese Verschiebung beruht wahrscheinlich auf der Verwendung der Dünndrahttheorie (siehe Abschnitt 2.3). Im vorgestellten Rechenbeispiel wurde T zu $T = 9,5310^{-12} \text{ sec} = \frac{1}{20 \cdot 5,25 \text{ GHz}} = 2,9 \frac{r_0}{c}$ gewählt, und die anderen Parameter der Berechnung sind $N_z = 8000$ und $N_q = 312$. Der Rechenzeitbedarf für die TD-MoM beträgt $T_{TD} = 190 \text{ sec}$ (inklusive FFT) und für MININEC ($N_q = 312$ und $N_f = 1400$ nicht äquidistant angeordnete Fre-

quenzstützpunkte) $T_{FD} = 1450$ sec (jeweils auf einem AMD Athlon™ XP 2500+ unter Windows 2000).

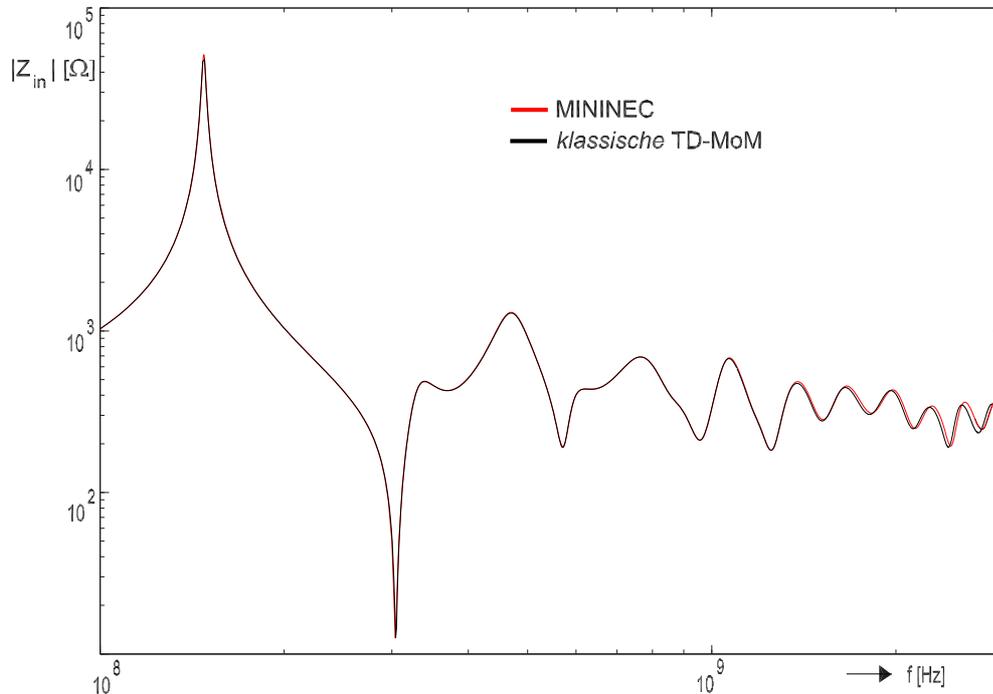


Abbildung 2.9: Vergleich des mit MININEC und der klassischen TD-MoM berechneten Betrages der Eingangsimpedanz der in Abbildung 2.7 und Abbildung 2.8 dargestellten Gruppenantenne.

MTR-TD-MoM

In Abbildung 2.11 wird die relative Abweichung der Eingangsimpedanz unter Verwendung verschiedener Parameter χ_3 von den Ergebnissen dargestellt, die mit der klassischen TD-MoM ($\chi_3 = \psi_2 = \psi_3 = 1$) berechnet wurden. Die Abstände r_1 und r_2 wurden zu $r_1 = 0,05$ m bzw. $r_2 = 0,2$ m gewählt, wodurch 82% aller Kombinationen aus Quell- und Testelement zu Gruppe 3 gehören und 15% zu Gruppe 2. In Tabelle 2.1 sind die zugehörigen relativen Rechenzeiten für die Berechnung der rechten Seite von Gl. 2.34 angegeben. Offensichtlich kann der Rechenzeitbedarf ohne einen signifikanten Genauigkeitsverlust drastisch gesenkt werden. In Abbildung 2.12 wird die relative Abweichung der Eingangsimpedanz unter Verwendung von verschiedenen Parametern χ_3, ψ_2 und ψ_3 zur Referenzlösung ($\chi_3 = \psi_2 = \psi_3 = 1$) dargestellt, und offensichtlich ist auch für von eins verschiedene Parameter ψ_2 und ψ_3 die Abweichung sehr gering. Wie Tabelle 2.2 zu entnehmen ist, wird der Rechenzeit- und Speicherbedarf für die Berechnung der rechten Seite von Gl. 2.34 und zur Speicherung der Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ deutlich gesenkt.

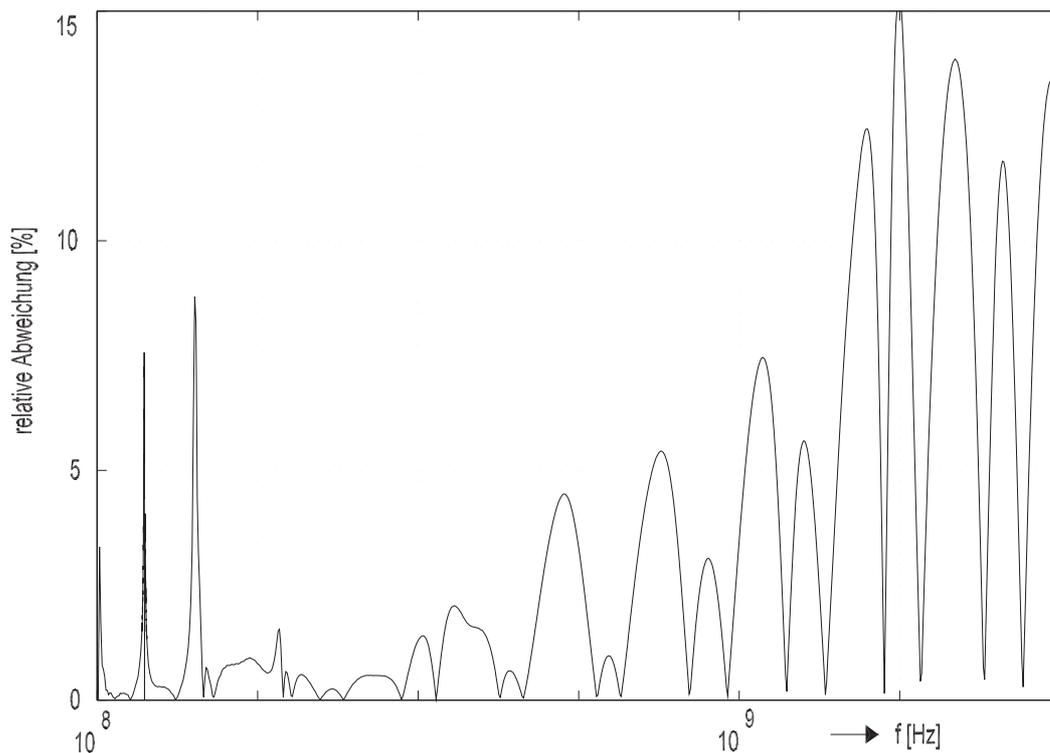


Abbildung 2.10: Relative Abweichung des mit der TD-MoM berechneten Betrages der Eingangsimpedanz der in Abbildung 2.7 und Abbildung 2.8 dargestellten Gruppenantenne zu dem mit MININEC berechneten Betrag der Eingangsimpedanz.

Stabilität des Verfahrens

Die mangelhafte Stabilität der Momentenmethode in einer Zeitbereichsformulierung galt lange als der Hauptnachteil der Methode. Bei den früher verwendeten so genannten expliziten Verfahren wurde die Systemmatrix \mathcal{Z}_0^0 in Gl. 2.34 durch eine Systemmatrix $\hat{\mathcal{Z}}_0^0$ ersetzt, bei der alle Einträge, die nicht auf der Hauptdiagonalen lagen, zu Null gesetzt wurden. Entgegen einiger in der Literatur zu findenden Aussagen [74] bestimmt die Größe des Zeitschrittes T dabei nicht, ob es sich um ein explizites oder um ein implizites Verfahren handelt. Bei einer örtlichen Diskretisierung, die räumlich überlappende Basisfunktionen verwendet, handelt es sich immer um ein implizites Verfahren, da automatisch Einträge von \mathcal{Z}_0^0 abseits der Hauptdiagonalen ungleich null werden [75]. Für eine Stabilitätsbetrachtung wird Gl. 2.34 wiederholt:

$$\mathcal{Z}_0^0 \mathbf{I}_n = \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{B}(nT - \frac{T}{2}) - \sum_{n_z=1}^{n-1} \mathcal{Z}_{n_z-n}^0 \mathbf{I}_{n_z}. \quad (2.62)$$

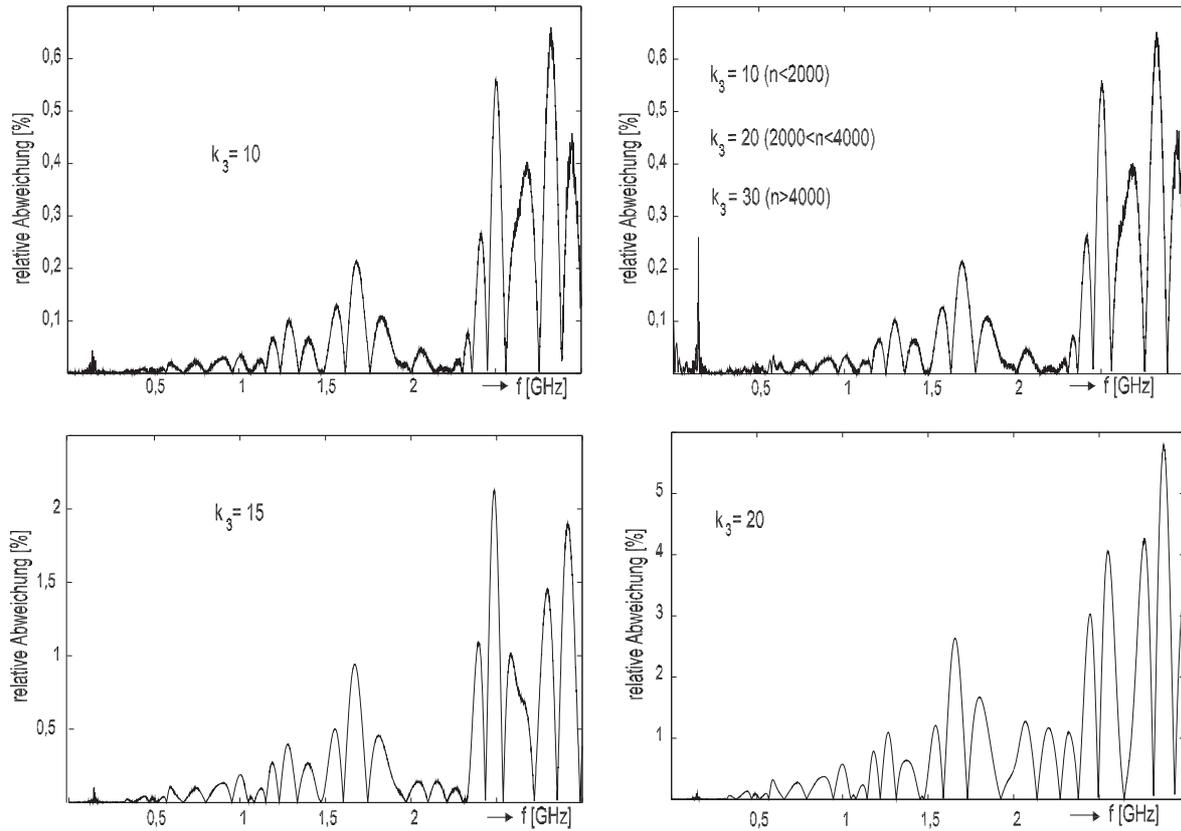


Abbildung 2.11: Relative Abweichung der Eingangsimpedanz unter Verwendung verschiedener Parameter χ_3 im Vergleich zur klassischen Momentenmethode im Zeitbereich ($\chi_3 = 1$).

Diese Gleichung kann folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$\mathbf{I}_n = (\mathbf{Z}_0^0)^{-1} \left[\mathbf{C}(nT - \frac{T}{2}) - \sum_{n_z=1}^{n-1} \mathbf{Z}_{n_z-n}^0 \mathbf{I}_{n_z} \right], \quad (2.63)$$

mit

$$\mathbf{C}(nT - \frac{T}{2}) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(nT - \frac{T}{2}) \quad (2.64)$$

Eine Aussage über die Stabilität kann getroffen werden, wenn mittels einer Z-Transformation eine Gleichung folgender Form abgeleitet wird [60]:

$$\mathbf{G}(z) \cdot \mathbf{I}(z) = \mathbf{C}(z), \quad (2.65)$$

mit

$$\mathbf{G}(z) = (\mathbf{Z}_0^0)^{-1} + \sum_{n_z=1}^{n-1} \mathbf{Z}_{n_z-n}^0 z^{-(n_z-n)}. \quad (2.66)$$

χ_3 ($n < 2000$)	χ_3	χ_3 ($n > 4000$)	ψ_2	ψ_3	Rechenzeitbedarf
1	1	1	1	1	100%
10	10	10	1	1	49%
15	15	15	1	1	45%
20	20	20	1	1	39%
10	20	30	1	1	45%

Tabelle 2.1: Relative Zeit zur Berechnung der rechten Seite von Gl. 2.34 unter Verwendung verschiedener Parameter χ_3 , bezogen auf die klassische Momentenmethode im Zeitbereich.

χ_3	ψ_2	ψ_3	Speicherbedarf	Speicherbedarf
1	1	1	100%	100%
5	2	5	45%	58%
10	2	5	44%	58%
10	5	10	39%	49%

Tabelle 2.2: Relative Berechnungszeit und Speicherbedarf zur Berechnung der rechten Seite von Gl. 2.34 unter Verwendung verschiedener Parameter χ_3 im Vergleich zur klassischen Momentenmethode im Zeitbereich ($\chi_3 = 1$).

Liegen die Polstellen von $\mathcal{G}^{-1}(z)$ innerhalb des Einheitskreises, so ist das Verfahren für die gewählte Diskretisierung und für die verwendete numerische Berechnung (d.h. z.B. die Anzahl der verwendeten Stützstellen) der Matrixeinträge von \mathcal{Z} im mathematischen Sinne stabil; die Stabilität hängt dabei nicht von der Anregung ab. Die Bestimmung der Polstellen von $\mathcal{G}^{-1}(z)$ ist numerisch sehr aufwändig, so dass das mathematische Stabilitätskriterium für praktische Problemstellungen nicht anwendbar ist. Hinzu kommt, dass für Polstellen nahe am Einheitskreis Stabilitätsprobleme erst nach sehr vielen Zeitschritten zu erwarten sind. Im Folgenden wird deshalb unter stabil immer eine Stabilität im praktischen Sinne verstanden, d.h., dass für die simulierte Anzahl von Zeitschritten keine Stabilitätsprobleme aufgetaucht sind. Wann Stabilitätsprobleme auftauchen, hängt von der Anregung ab, allerdings kann für die verwendeten Anregungen diese Abhängigkeit vernachlässigt werden, solange die Anregung gewissen – in praktischen Problemstellungen immer erfüllten – Kriterien, wie z.B. einer näherungsweise endlichen Bandbreite, genügt.

Für den implementierten Forschungscode kann festgestellt werden, dass das Verfahren für eine Größe des Zeitschrittes T größer als eine untere Grenze T_0 stets stabil ist. Der Wert von T_0 hängt dabei von der Genauigkeit der Auswertung der in Gl. 2.25 vorkommenden Integrale, der örtlichen Diskretisierung und dem Radius r_0 ab. Bei einer homogenen Diskretisierung mit $L \approx \frac{\lambda_0}{10}$ ist das Verfahren für Zeitschritte in der Größenordnung von $T \approx \frac{1}{20f_0}$ in allen berechneten Problemstellungen stets stabil, solange die Einträge der Matrix \mathcal{Z}_0^0 unter Verwendung der gleichen Anzahl an Stützstellen wie die Einträge der Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ berechnet werden. Wird letztere Forderung nicht eingehalten, so ist die Methode auch bei deutlich größeren Zeitschritten instabil.

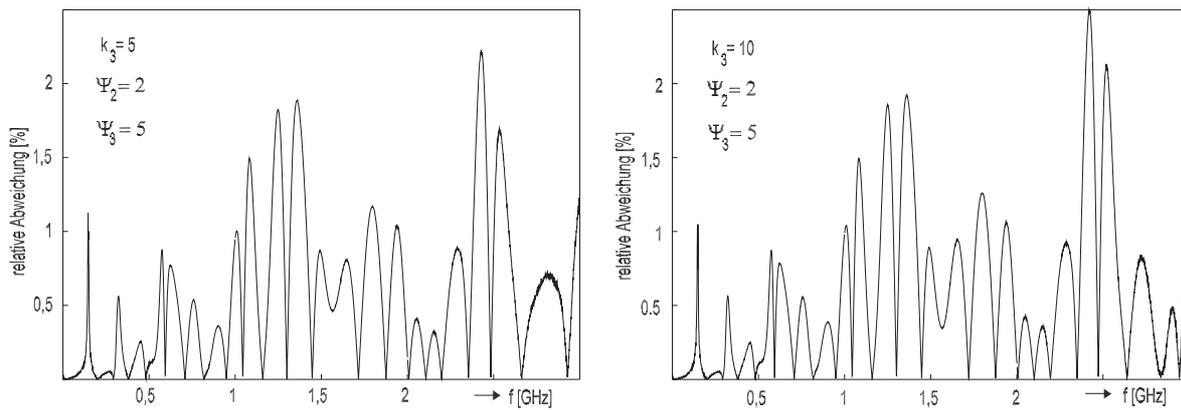


Abbildung 2.12: Relative Abweichung der Eingangsimpedanz unter Verwendung verschiedener Parameter χ_3 , ψ_2 und ψ_3 im Vergleich zur klassischen Momentenmethode im Zeitbereich ($\chi_3 = 1$, $\psi_2 = \psi_3 = 1$).

Um die Auswirkungen der Verwendung einer variablen Größe des Zeitschrittes gemäß Abschnitt 2.2 beurteilen zu können, ist in Abbildung 2.13 für die in Abbildung 2.7 und Abbildung 2.8 dargestellte Gruppenantenne und verschiedene Parameter χ_3 , ψ_2 und ψ_3 dargestellt, für welche Größe des Zeitschrittes T die Berechnung bei $N_z = 30000$ Zeitschritten stabil bzw. nicht stabil ist. Somit können für die Simulation der in diesem Abschnitt vorgestellten Anordnung folgende heuristischen Aussagen bezüglich der Stabilität der MTR-TD-MoM getroffen werden:

- mit größer werdendem Parameter χ_3 wird die Berechnung bei größerem T instabil
- mit größer werdenden Parametern ψ_2 und ψ_3 wird die Berechnung bei kleinerem T instabil.

Der zweite Sachverhalt stimmt mit der Argumentation in [59] überein, nach der hochfrequente Anteile der Basisfunktion $\mathcal{T}(t)$ für die Instabilitäten der TD-MoM verantwortlich sind. Mit $\psi_2 > 1$ und $\psi_3 > 1$ wird für nicht zu Gruppe 1 gehörige Kombinationen aus Quell- und Testelement der hochfrequente Anteil der Funktion $\mathcal{T}(t)$ deutlich verringert. Abschließend lässt sich sagen, dass die Mehrfachzeitschritts-Erweiterung die Stabilität der TD-MoM leicht verbessert, da die Verbesserung der Stabilität durch $\psi_2 > 1$ und $\psi_3 > 1$ einen größeren Einfluss als die Verschlechterung durch die Interpolation ($\chi_3 > 1$) von Spannungen hat.

Die Stabilität des Verfahrens kann durch Anwendung von Verfahren wie einer Filterung der Stromdichten [76] weiter erhöht werden, wodurch sich allerdings ein Genauigkeitsverlust ergibt.

2.4.2 Wellenleitung in Form einer aus 21 stark verkoppelten Dipolen bestehenden Yagi-Antenne

In diesem Abschnitt wird die in Abbildung 2.14 dargestellte Wellenleitung in Form einer aus 21 stark verkoppelten Dipolen bestehenden Yagi-Antenne betrachtet. Die Eigenschaften von unend-

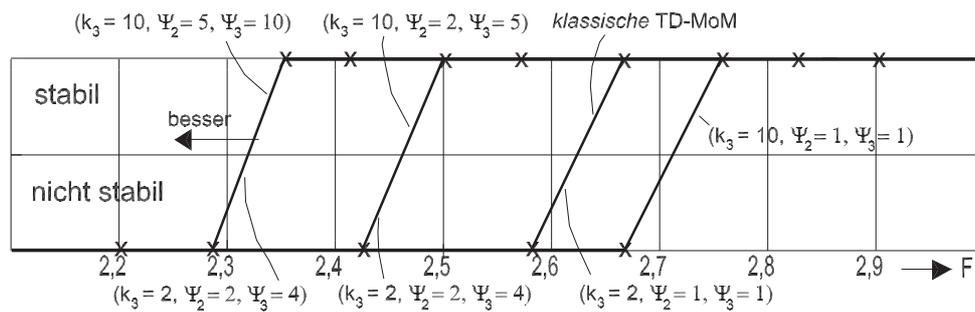


Abbildung 2.13: Stabilität der MTR-TD-MoM bei der Berechnung der Eingangsimpedanz der in Abbildung 2.7 und Abbildung 2.8 dargestellten Gruppenantenne für verschiedene Parameter ψ_2 , ψ_3 und χ_3 im Vergleich zur klassischen TD-MoM als Funktion von $F = T \frac{c}{r_0}$. Ist die Berechnung für die gewählten Parameter stabil, so wird dies durch ein Kreuz auf der oberen Achse symbolisiert. Ist die Berechnung für die gewählten Parameter nicht stabil, so wird dies durch ein Kreuz auf der unteren Achse symbolisiert.

lich langen bzw. endlich langen Yagi-Antennen aus äquidistant zueinander angeordneten Dipolen identischer Abmessungen wurden bereits Ende der fünfziger Jahre untersucht [77, 78], und Anordnungen dieser Art erlangten in den letzten Jahren zunehmend mehr Aufmerksamkeit, da man sie sowohl zur Energieübertragung als auch zur Modulation von HF-Signalen verwenden kann [79]. Eine Modellierung dieser Anordnung im Zeitbereich ist, insbesondere bei einer breitbandigen Anregung, aufgrund folgender Eigenschaften der Wellenleitung besonders anspruchsvoll:

- Die erste Resonanzfrequenz der einzelnen Dipole liegt näherungsweise bei $2h = \lambda_0$ (λ_0 ist die Freiraumwellenlänge), und folglich ergibt sich eine Resonanzfrequenz von $f_{g1} = \frac{c}{0,1125 \text{ m}} = 2,67 \text{ GHz}$.
- Die Struktur ist eine Wellenleitung für $\frac{h}{\lambda_0} < 0,5$. Für die gewählte Geometrie ergibt sich folglich eine näherungsweise Grenzfrequenz von $f_{g2} = \frac{c}{0,1125 \text{ m}} = 2,67 \text{ GHz}$.
- Für Frequenzen größer als f_{g2} können auf der Struktur stehende Wellen auftreten.
- Die im Folgenden vorgestellten numerischen Berechnungen zeigen, dass für die untersuchte Geometrie gilt: $f_{g2} \approx 2,47 \text{ GHz}$. Die zugehörige Freiraumwellenlänge beträgt $\lambda_{g2} \approx 0,121 \text{ m}$, und die Länge der Struktur beträgt also ungefähr $L = 4\lambda_{g2}$.

Der Radius der einzelnen Dipole beträgt jeweils $r_0 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, sie werden in jeweils 20 Segmente unterteilt, und die Parameter r_1 und r_2 der MTR-TD-MoM werden zu $r_1 = 0,014 \text{ m}$ (damit werden 2,41% aller Kombinationen aus Quell- und Testelement Gruppe 1 zugeordnet) und $r_2 = 0,056 \text{ m}$ (damit werden 17,89% aller Kombinationen aus Quell- und Testelement Gruppe 2 zugeordnet) gewählt. In Abbildung 2.15 ist zunächst der mittels der klassischen TD-MoM berechnete Strom im Quellpunkt für $T = 5,132 \cdot 10^{-12} \text{ sec}$ dargestellt. Man kann erkennen, dass die Berechnung instabil ist und sich das typische oszillierende Verhalten des Stromes zeigt. Wie

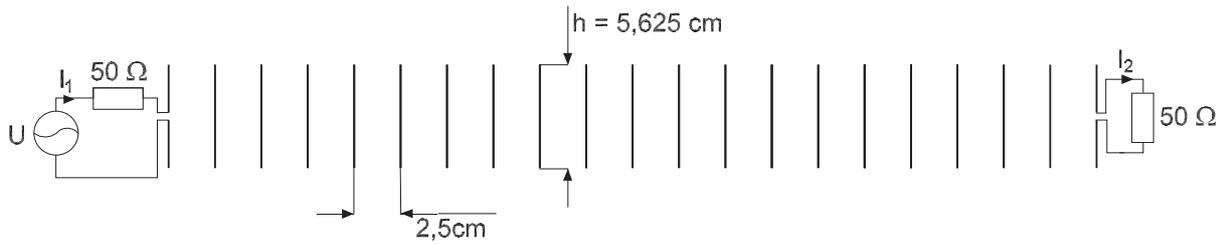


Abbildung 2.14: Geometrie einer Wellenleitung in Form einer Yagi-Antenne aus 21 stark verkoppelten Dipolen.

man Abbildung 2.16 entnehmen kann, zeigt der mit der MTR-TD-MoM berechnete Strom für $T = 5,132 \cdot 10^{-12}$ sec nicht das für Instabilitäten typische oszillierende Verhalten. Wie man allerdings in Abbildung 2.17 sehen kann, ist auch der mit der MTR-TD-MoM berechnete Strom nicht stabil: Der Strom im Speisepunkt wird für späte Zeitpunkte von einem sich aufschwingenden Signal überlagert, welches eine Frequenz von $f_s \approx 2,46$ GHz besitzt, die sehr nahe an der Grenzfrequenz f_{g2} liegt. Im Gegensatz zur oben beschriebenen Instabilität bei der Berechnung des Stromes mittels der klassischen TD-MoM verschwindet diese Instabilität nicht, wenn die Größe des Zeitschrittes verringert wird. Die klassische TD-MoM zeigt dieses Verhalten auch, allerdings verschwindet bei ihr diese Instabilität für kleinere T vollständig. In Abbildung 2.18 wird der Betrag der Koppelimpedanz $Z_{12} = \frac{U}{I_2}$, berechnet mit der klassischen TD-MoM unter Verwendung von $T = 6,67128 \cdot 10^{-12}$ sec und $N_z = 90000$, dargestellt. Das Ergebnis wird mit Referenzlösungen verglichen, die mit Hilfe von MININEC und eines eigenen FD-MoM-Codes berechnet wurden; der FD-MoM-Code verwendet dabei eine teilanalytische Berechnung der Koppelimpedanzen gemäß [73]. Wie man erkennen kann, stimmen die Ergebnisse sehr gut überein, und nur in der Nähe der Grenzfrequenz f_{g2} weichen die Ergebnisse stärker voneinander ab. Dabei ist insbesondere die Welligkeit der Koppelimpedanz in der Nähe von f_{g2} in der mit der TD-MoM berechneten Kurve nicht mehr vorhanden. Verkleinert man den Zeitschritt der TD-MoM auf $T = 5,559 \cdot 10^{-12}$ sec, so ist diese Welligkeit in dem mit der TD-MoM berechneten Ergebnis vorhanden (siehe Abbildung 2.19). Das mit der MTR-TD-MoM ($\chi_3 = 8$, $\psi_2 = \psi_3 = 1$) berechnete Ergebnis stimmt bei einer Halbierung der Rechenzeit auf unter 10 Minuten (AMD Athlon™ XP 2500+) noch besser mit der Referenzlösung überein. Wie man Abbildung 2.20 entnehmen kann, ist das Ergebnis für sehr große bzw. sehr kleine Frequenzen von einer Art Rauschen überlagert, welches für $T = 6,67 \cdot 10^{-12}$ sec verschwindet (nicht dargestellt). Anzumerken ist, dass die Ergebnisse der Berechnungen mit der kommerziellen, auf der FIT basierenden Software CST MICROWAVE STUDIO® [80] ein ähnliches Verhalten zeigen (siehe Abbildung 2.21); das Rauschen geht wahrscheinlich auf eine nicht ausreichend lange Berechnungszeit zurück und ist das Resultat des daraus resultierenden Abschaltvorganges. Die Berechnungsdauer für dieses Beispiel liegt bei Verwendung von CST MICROWAVE STUDIO® (unter Verwendung zweier Spiegele-

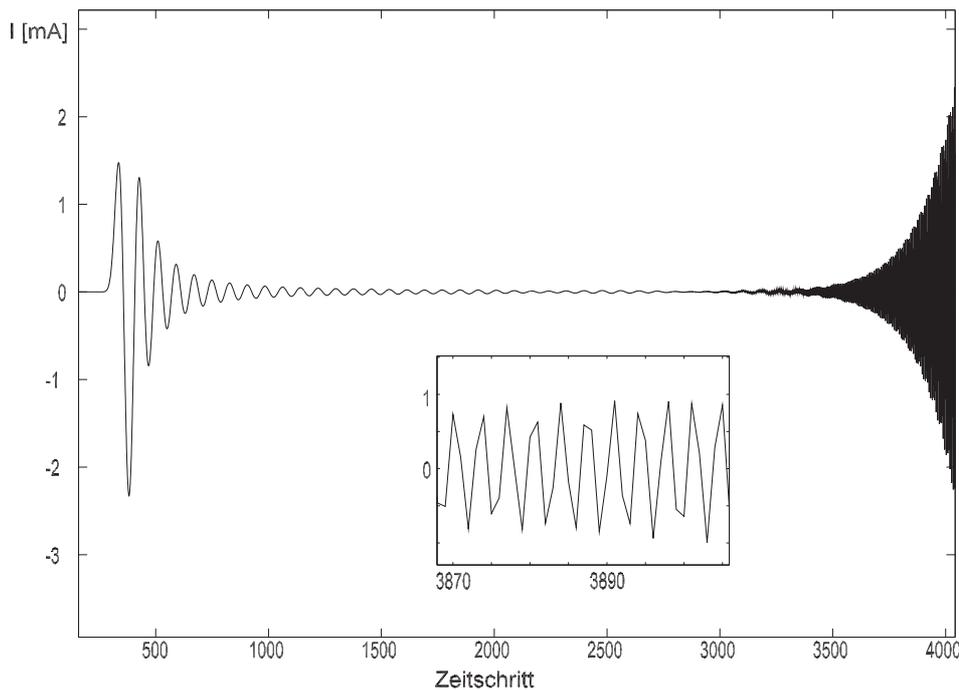


Abbildung 2.15: Strom im Speisepunkt der Wellenleitung, berechnet mit der klassischen TD-MoM ($T = 5,132 \cdot 10^{-12}$ sec).

benen, wodurch sich die Größe des Berechnungsvolumens auf ein Viertel reduziert) ca. um den Faktor 2 höher als mit der MTR-TD-MoM. Dabei wurde das Gitter der FDTD durch CST MICROWAVE STUDIO® automatisch erstellt, wodurch sich eine relativ grobe Diskretisierung von 12 Gitterzellen pro Dipol und ein Zeitschritt von $\Delta t = 7,410^{-2}$ sec ergibt. Dementsprechend weichen die mit CST MICROWAVE STUDIO® berechneten Ergebnisse deutlich von der Referenzlösung ab (siehe Abbildung 2.21). Wird eine feinere Diskretisierung verwendet, so steigt der Rechenzeitbedarf aufgrund der größeren Anzahl der Unbekannten und aufgrund des durch das Courant-Kriterium gegebenen kleineren Zeitschrittes (siehe Kapitel 5).

Abschließend lässt sich feststellen, dass für dieses Beispiel die variable zeitliche Dauer der Basisfunktion \mathcal{Z} problematisch ist. Die Interpolation der Spannungen beschleunigt allerdings wiederum die Berechnung bei einem vernachlässigbaren Verlust an Rechengenauigkeit; in diesem Fall stimmen die mit der MTR-TD-MoM berechneten Ergebnisse sogar besser mit der Referenzlösung überein.

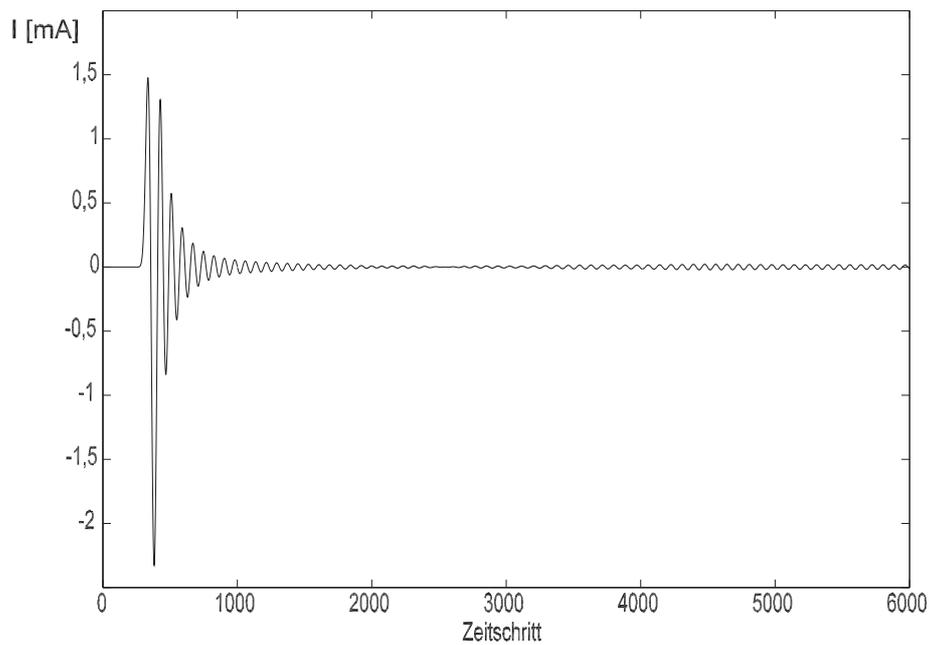


Abbildung 2.16: Strom im Speisepunkt der Wellenleitung, berechnet mit der MTR-TD-MoM ($\chi_3 = 1, \psi_2 = 2, \psi_3 = 4, T = 5,132 \cdot 10^{-12}$ sec).

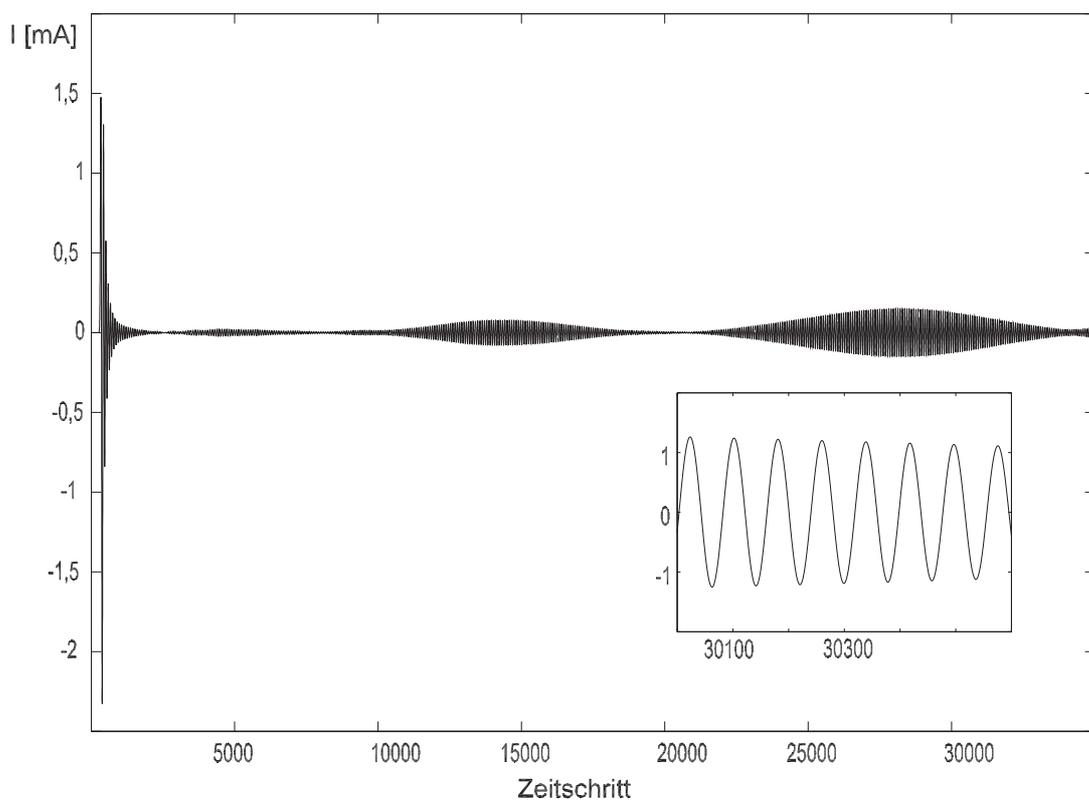


Abbildung 2.17: Strom im Speisepunkt der Wellenleitung, berechnet mit der MTR-TD-MoM ($\chi_3 = 1, \psi_2 = 2, \psi_3 = 4, T = 5,132 \cdot 10^{-12}$ sec).

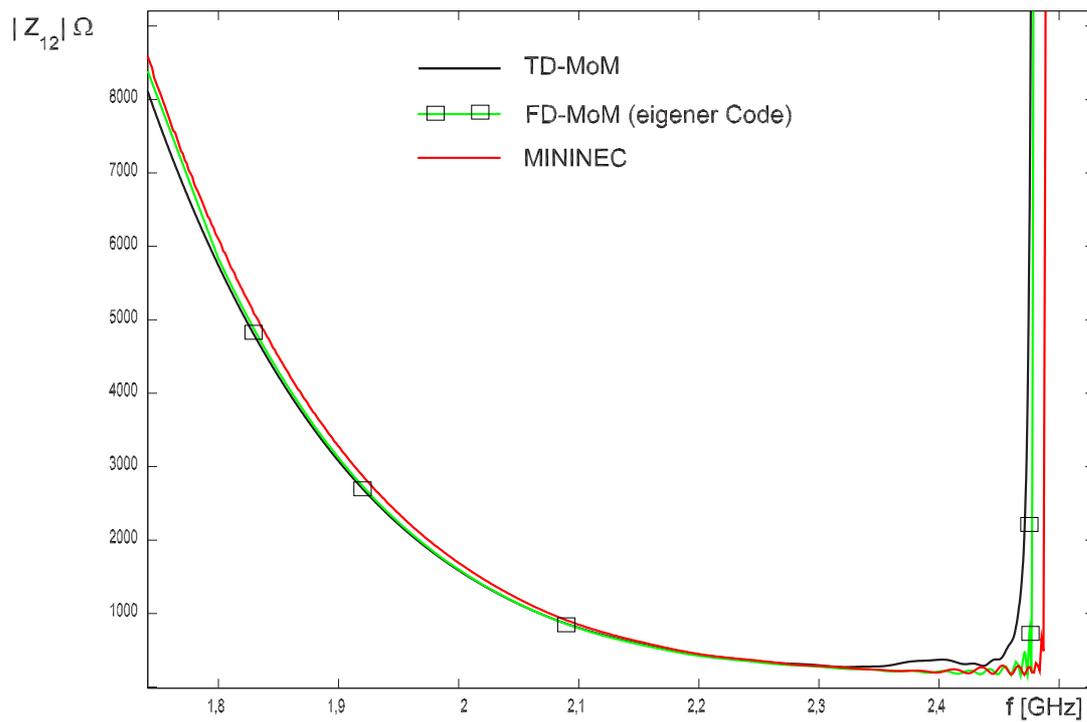


Abbildung 2.18: Betrag der Koppelimpedanz Z_{12} , berechnet mit der klassischen TD-MoM ($T = 6,67 \cdot 10^{-12}$ sec), mit dem eigenen FD-MoM-Code und mit MININEC.

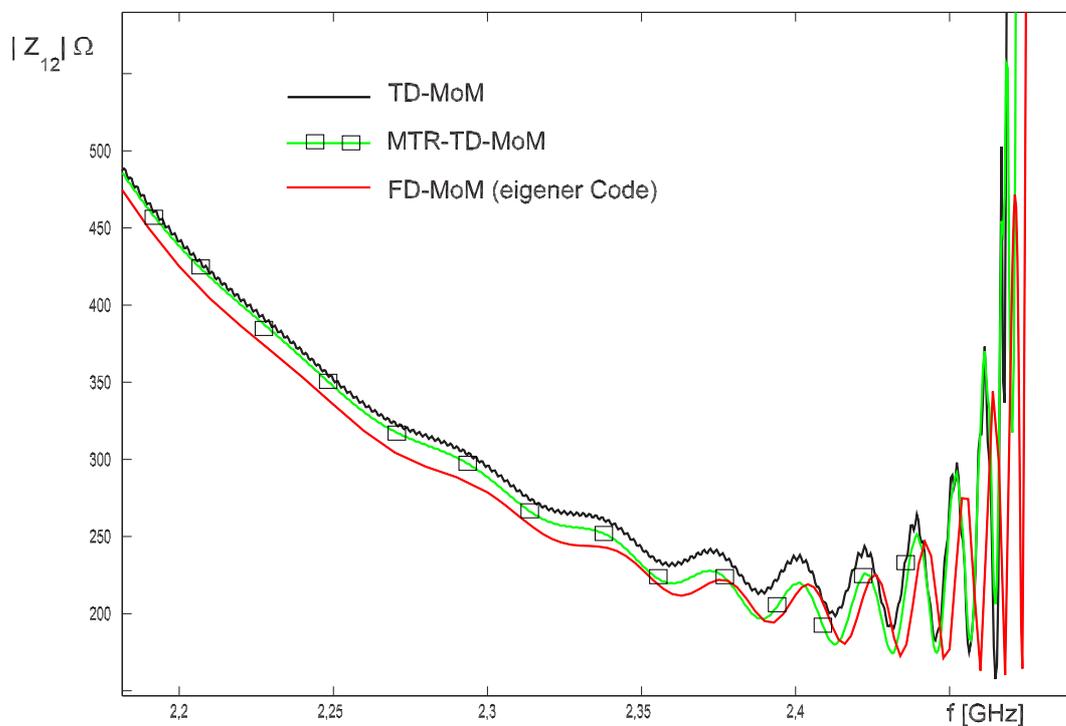


Abbildung 2.19: Betrag der Koppelimpedanz Z_{12} , berechnet mit der klassischen TD-MoM ($T = 5,559 \cdot 10^{-12}$ sec), der MTR-TD-MoM ($\chi_3 = 8$, $\psi_2 = \psi_3 = 1$, $T = 5,559 \cdot 10^{-12}$ sec) und mit dem eigenen FD-MoM-Code.

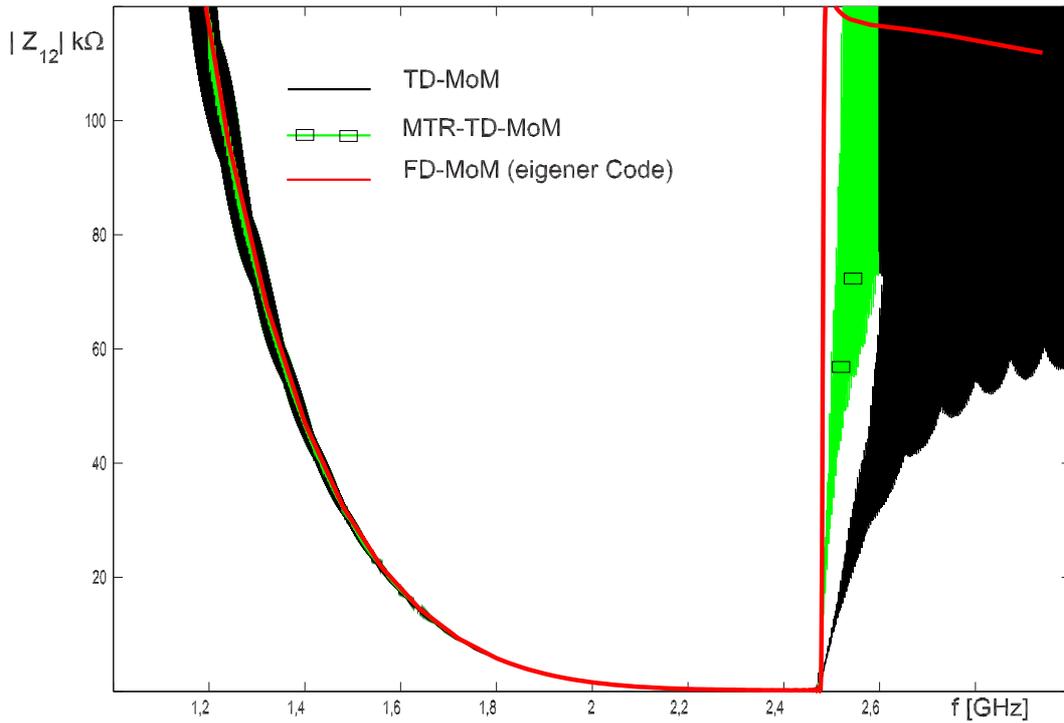


Abbildung 2.20: Betrag der Koppelimpedanz Z_{12} , berechnet mit der klassischen TD-MoM ($T = 5,559 \cdot 10^{-12}$ sec), der MTR-TD-MoM ($\chi_3 = 8, \psi_2 = \psi_3 = 1, T = 5,559 \cdot 10^{-12}$ sec) und der FD-MoM.

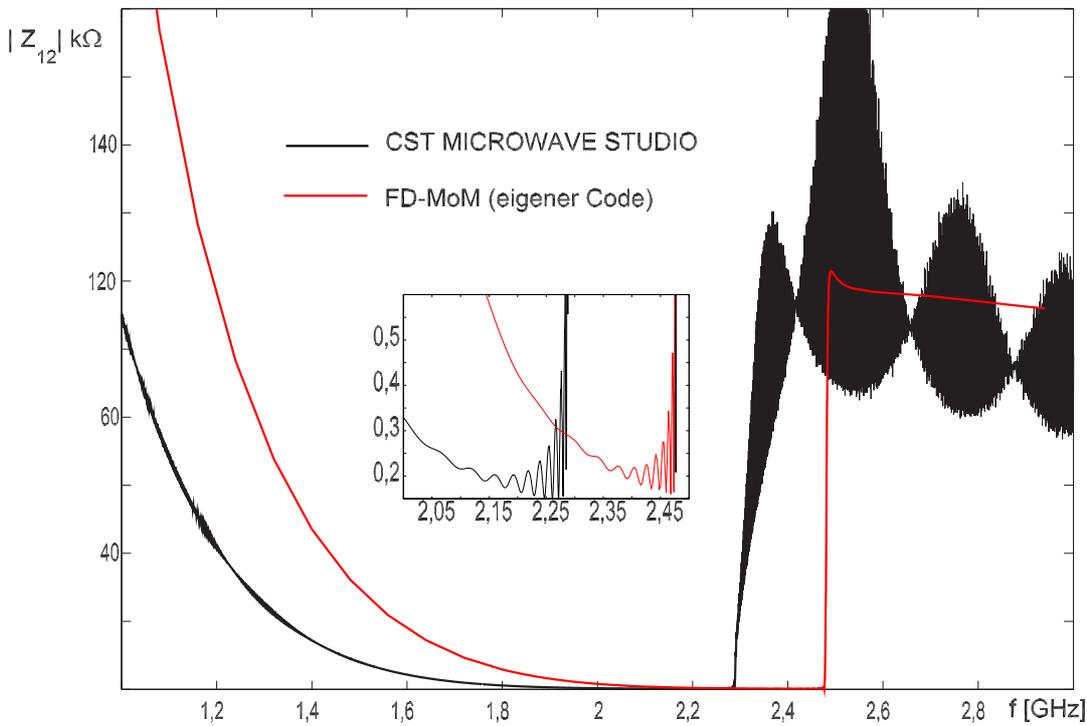


Abbildung 2.21: Betrag der Koppelimpedanz Z_{12} , berechnet mit der FD-MoM und mit CST MICROWAVE STUDIO® (unter Verwendung der Funktion Auto Mesh und zweier Spiegelebenen).

Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie in einer Zeitbereichsdarstellung

In diesem Kapitel wird ein kurzer Überblick über die Grundlagen einer Zeitbereichsformulierung der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie (TD-UTD, [4]) und ihrer Anwendung zur Berechnung der von elektrisch ideal leitfähigen Platten gestreuten transienten Felder gegeben. Die TD-UTD wird unter anderem in Kapitel 4 im Rahmen einer Hybridmethode aus TD-UTD und TD-MoM verwendet; die dort vorgestellten numerischen Ergebnisse dienen gleichzeitig zur Überprüfung der Implementierung der TD-UTD, weshalb sich in diesem Kapitel kein numerisches Beispiel findet.

3.1 Geometrisch-optische Beschreibung von transienten elektromagnetischen Wellen

Die geometrische Optik ist eine asymptotische Näherung für die Wellenausbreitung bei hohen Frequenzen auf der Basis einer geometrisch-optischen Darstellung von zeitharmonischen Wellen. Aus ihr kann eine Beschreibung transienter Wellen hergeleitet werden, die gültig ist, falls für die kleinste im Spektrum der Wellen vorkommende Frequenz eine zeitharmonische geometrisch-optische Darstellung der Welle eine gute Näherung darstellt.

Folgende Annahmen sind bei dieser asymptotischen Näherung grundlegend: Die Ausbreitung von Wellen bei hohen Frequenzen kann mittels so genannter Strahlröhren beschrieben werden, wie z.B. mittels der in Abbildung 3.1 dargestellten astigmatischen Strahlröhre, und ein Energietransport findet nur entlang dieser Strahlröhren statt. Die die Strahlröhre beschreibenden Strahlen

unterliegen dem erweiterten Fermatschen Prinzip, d.h. die Strahlen zwischen zwei Punkten folgen dem Weg, für den die optische Distanz zwischen den zwei Punkten minimal wird [81]; für homogene Medien ist dieser Weg eine gerade Linie. Mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes kann der

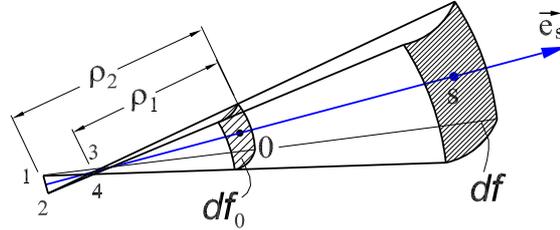


Abbildung 3.1: Astigmatische Strahlröhre, ρ_1 und ρ_2 sind die Krümmungsradien der Strahlröhre im Referenzpunkt $P_0(s = 0)$, der Aufpunkt $P(s)$ befindet sich auf der Fläche df .

Betrag des elektrischen Feldes direkt in Beziehung zur Querschnittsfläche der Strahlröhre gesetzt werden:

$$\frac{|\mathbf{E}(s)|}{|\mathbf{E}(s = 0)|} = \frac{df_0}{df}. \tag{3.1}$$

In Gl. 3.1 ist s ein Abstandsparameter (siehe auch Abbildung 3.1), und $\mathbf{E}(s = 0)$ ist das Feld im Referenzpunkt, in dem die Strahlröhre eine Querschnittsfläche von df_0 besitzt. Die in Abbildung 3.1 dargestellte astigmatische Strahlröhre, mit der sich Kugelwellen (Betrag der Feldstärke $\sim \frac{1}{s}$), Zylinderwellen (Betrag der Feldstärke $\sim \frac{1}{\sqrt{s}}$) und homogene Wellen (Betrag der Feldstärke ist konstant) durch eine entsprechende Wahl der so genannten prinzipiellen Krümmungsradien ρ_1 und ρ_2 darstellen lassen, ist eine der am häufigsten verwendeten Modellierungen von Strahlröhren. Unter Verwendung der astigmatischen Strahlröhre ergibt sich die geometrisch-optische Beschreibung einer Welle zu

$$|\mathbf{E}(s)| = |\mathbf{E}(s = 0)| \underbrace{\sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}}}_{\text{Aufweitungsfaktor}}. \tag{3.2}$$

Die Phasen- und Polarisationsinformationen erhält man durch die Darstellung des Feldes mittels der so genannten Luneburg-Kline-Reihe [82]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = e^{-jk\Psi(\mathbf{r})} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\mathbf{E}_m(\mathbf{r})}{(j\omega)^m}, \tag{3.3}$$

die in der Regel nach dem ersten Glied abgebrochen wird. Setzt man das erste Glied von Gl. 3.3 und Gl. 3.2 in die Wellengleichung

$$\Delta^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \tag{3.4}$$

ein, so kann die geometrisch-optische Beschreibung einer Welle hergeleitet werden, die sich zu

$$\mathbf{E}(s, \omega) = \mathbf{E}(s = 0, \omega) \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}} e^{-jks} \quad (3.5)$$

ergibt [28, 82]. Diese Beschreibung einer Welle besteht folglich aus dem Feld $\mathbf{E}(s = 0)$ im Referenzpunkt multipliziert mit dem Aufweitungsfaktor und dem Phasenfaktor e^{-jks} . Offensichtlich wird der Aufweitungsfaktor für $s = -\rho_1$ bzw. $s = -\rho_2$ singulär, so dass für diese Strecken bzw. Punkte (sogenannte Kaustiken) die asymptotische Beschreibung mittels Gl. 3.5 nicht gültig ist. Wenn eine Welle eine Kaustik durchquert, so tritt laut Gl. 3.5 ein Phasensprung auf, da einer der Terme im Nenner das Vorzeichen ändert. Gl. 3.5 kann also folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$\mathbf{E}(s, \omega) = \mathbf{E}(s = 0, \omega) \left| \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}} \right| j^n. \quad (3.6)$$

n ist dabei die Anzahl der Kaustiken, die die Welle nach Passieren des Referenzpunktes $s = 0$ durchlaufen hat. Bei der Anwendung der inversen Laplace-Transformation zur Berechnung der Zeitbereichsdarstellung der geometrisch-optischen Felder ist folglich eine separate Analyse in Abhängigkeit von der Anzahl der von der Welle passierten Kaustiken nötig; um dies zu vermeiden, kann die Darstellung des elektrischen Feldes als analytisches Signal verwendet werden [4, 58]:

$$\mathbf{E}^\dagger(s, t) = \mathbf{E}_0^\dagger\left(t - \frac{s}{c}\right) \left| \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}} \right| j^n. \quad (3.7)$$

Das zugehörige reelle Signal $\mathbf{E}(s, t)$ erhält man durch Realteilbildung:

$$\mathbf{E}(s, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}^\dagger(s, t)\}. \quad (3.8)$$

3.2 UTD-Beschreibung der von einer endlich großen Quelle in Anwesenheit eines ideal leitfähigen Schirms mit gerader Kante abgestrahlten Felder

Die (TD-)UTD dient der Beschreibung des Einflusses von elektrisch großen kanonischen Streukörpern auf elektromagnetische Wellen; diese Wellen werden im Folgenden als einfallende Wellen bezeichnet, da ihre Quellen nicht mit der (TD-)UTD modelliert werden können. Unter kanonischen Streukörpern werden in diesem Zusammenhang einfache Modellgeometrien, wie z.B. elektrisch ideal leitfähige Keile oder Zylinder, verstanden. Für diese Körper können Reflexions- und Beugungstensenoren in Abhängigkeit einiger weniger Parameter (wie z.B. dem Öffnungswinkel

eines Keils) angegeben werden, mit deren Hilfe dann die Auswirkungen dieser Körper auf einfallende Wellen berücksichtigt werden können. Diese Auswirkungen reduzieren sich folglich auf diskrete Mechanismen, die mit diskreten Punkten auf der Oberfläche der Körper verknüpft werden (Reflexion, Kantenbeugung, Eckenbeugung,... [81]). Im Rahmen dieser Arbeit sind folgende Feststellungen von besonderer Bedeutung:

1. Mit der (TD-)UTD können keine Quellen modelliert werden. Einfallende Wellen müssen folglich vorgegeben werden; im Rahmen dieser Arbeit werden die einfallenden Wellen mit der TD-MoM und der FDTD (siehe Kapitel 5) bestimmt.
2. Die von einer endlich großen Quelle abgestrahlten Felder können für einen im Vergleich zur Wellenlänge und Ausdehnung der Quelle großen Abstand zwischen Quelle und Aufpunkt als Kugelwellen dargestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden folglich nur Kugelwellen betrachtet.
3. Im Gegensatz zur TD-MoM (siehe Abschnitt 2.4.1) und insbesondere zur FDTD (siehe Abschnitt 5.1) gibt es bei der TD-UTD praktisch keine Stabilitätsprobleme, da es keine direkte Rückkoppelung innerhalb der Methode gibt. Die Ergebnisse der TD-UTD zu früheren Zeitpunkten beeinflussen also nicht direkt die Ergebnisse zu späteren Zeitpunkten. Zur Verdeutlichung dieser Aussage wird eine Quelle zwischen zwei unendlich ausgedehnten elektrisch ideal leitfähigen Platten betrachtet (der Raum zwischen den beiden Platten sei verlustlos). In diesem Fall gibt es zwar unendlich viele Reflexionen, allerdings nimmt die Amplitude der reflektierten Signale aufgrund des Aufweitungsfaktors mit $\frac{1}{s}$ ab, und das Gesamtfeld geht nicht gegen unendlich¹. Bei Effekten höherer Ordnung (wie z.B. Reflexion gefolgt von Reflexion) sind die Reflexions- und Beugungstensoren unabhängig von dem vorhergehenden Mechanismus.
4. Im Rahmen dieser Arbeit werden nur ideal leitfähige Platten betrachtet; um komplizierte Körper modellieren zu können, muss in den im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Hybridmethoden nur die TD-UTD entsprechend angepasst werden (s.u.: es müssen die entsprechenden Reflexions- und Beugungsfaktoren verwendet und der *ray-tracing*-Algorithmus angepasst werden).

Das von einer Quelle in Anwesenheit eines ideal leitfähigen Schirms abgestrahlte Feld kann durch die Überlagerung eines direkten Strahls (*line of sight*, LOS) mit reflektierten (*reflected*, R) und gebeugten (*diffracted*, D) Strahlen approximiert werden (siehe Abbildung 3.2):

$$\overset{+}{\mathbf{E}}(s, t) = \overset{+}{\mathbf{E}}_{LOS}(s, t)U_i + \overset{+}{\mathbf{E}}_R(s, t)U_R + \overset{+}{\mathbf{E}}_D(s, t). \quad (3.9)$$

¹Eine solche Argumentation ist für homogene ebene Wellen nicht gültig, und das Gesamtfeld kann bei Einfall einer homogenen ebenen Welle sehr wohl gegen unendlich gehen.

\mathbf{E}_{LOS} ist das Feld, das die Quelle bei Abwesenheit des Schirms abstrahlen würde; $U_i = 1$, falls Sichtverbindung zwischen Quell- und Aufpunkt existiert und $U_i = 0$, falls keine Sichtverbindung besteht. U_R ist 1, falls ein reflektiertes Feld den Aufpunkt erreicht, und 0, falls kein reflektiertes

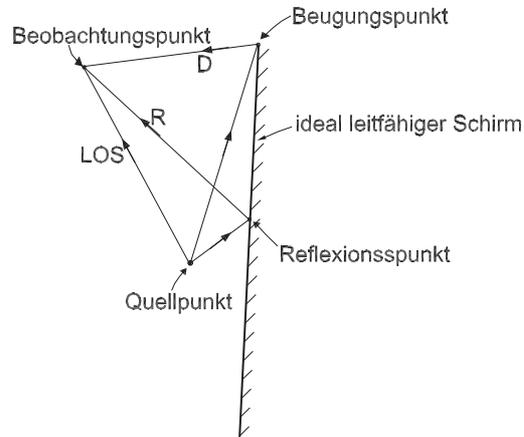


Abbildung 3.2: Darstellung des Feldes im Aufpunkt als Überlagerung aus einem direkten (LOS), reflektierten (R) und gebeugten (D) Feldanteil.

Feld den Aufpunkt erreicht. Sowohl U_i und U_R als auch mögliche Beugungs- und Reflexionspunkte werden mit Hilfe eines so genannten *ray-tracing*-Algorithmus gefunden. Dieser arbeitet auf der Grundlage der Tatsache, dass die Strahlen der UTD dem erweiterten Fermatschen Prinzip unterliegen [81]. Für den im Rahmen dieser Arbeit wichtigen Sonderfall ideal leitfähiger Streukörper im verlustlosen homogenen Raum ist der *ray-tracing*-Algorithmus für eine Zeit- und für eine Frequenzbereichsdarstellung der UTD identisch; in [83] wird auf die Vor- und Nachteile einzelner *ray-tracing*-Algorithmen eingegangen.

Bei Kenntnis des Reflexionspunktes kann das reflektierte Feld durch Multiplikation des Feldes $\mathbf{E}_{R_0}^+$ im Reflexionspunkt mit dem Reflexionstensor $\overleftrightarrow{\mathbf{R}}$, dem Aufweitungsfaktor sowie einem möglichen Phasensprung j^{n_r} berechnet werden:

$$\mathbf{E}_R^+(s_r, t) = \mathbf{E}_{R_0}^+(t - \frac{s_r}{c}) \underbrace{\left| \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s_r)(\rho_2 + s_r)}} \right|}_{\text{Aufweitungsfaktor}} \overleftrightarrow{\mathbf{R}} j^{n_r}. \quad (3.10)$$

n_r ist dabei die Anzahl an Kaustiken, die der Strahl nach Passieren des Reflexionspunktes durchlaufen hat. Für ideal leitfähige Körper können die Reflexionstensoren direkt aus einer Frequenzbereichsdarstellung der UTD übernommen werden, da die Reflexionstensoren für diesen Fall frequenzunabhängig sind. Für den im Rahmen dieser Arbeit wichtigen Sonderfall der Streuung von Kugelwellen ergibt sich das von einer ideal leitfähigen Platte reflektierte Feld zu:

$$\mathbf{E}_R(s_r, t) = \mathbf{E}_{R_0}^+(t - \frac{s_r}{c}) \cdot [\boldsymbol{\phi}' \wedge \boldsymbol{\phi}'' - \boldsymbol{\beta}' \wedge \boldsymbol{\beta}'] \frac{s'}{s_r + s'}. \quad (3.11)$$

Dabei ist β' der Einheitsvektor senkrecht zur Einfallsebene (aufgespannt durch den Einheitsvektor e_{inc} des einfallenden Strahls und einem Normalenvektor senkrecht auf der reflektierenden Ebene), ϕ' , ϕ'' sind Einheitsvektoren parallel zur Einfallsebene, s' ist der Abstand zwischen Quell- und Reflexionspunkt und s_r ist der Abstand zwischen Reflexions- und Aufpunkt (siehe Abbildung 3.3).

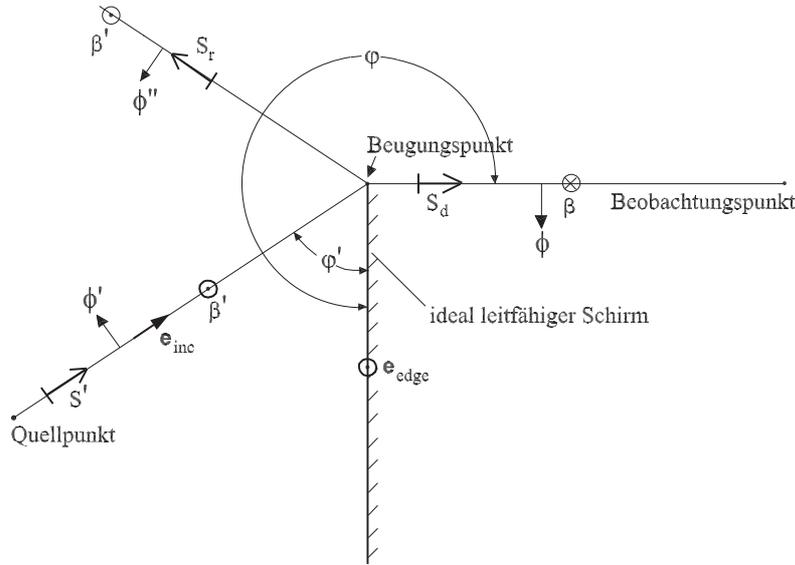


Abbildung 3.3: Beugung und Reflexion durch einen ideal leitfähigen Schirm (Schnitt senkrecht zur Kante).

Die Beugungstensoren der UTD sind frequenzabhängig, und somit ergibt sich das gebeugte Feld durch die Faltung des Feldes $\mathbf{E}_{D_0}^+$ im Beugungspunkt mit dem Beugungstensor $\vec{\mathbf{d}}(t)$ und Multiplikation mit dem Aufweitungsfaktor A_d sowie einem möglichen Phasensprung j^{n_d} :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_D^+(s_d, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{D_0}^+(t - \tau) \cdot \vec{\mathbf{d}}\left(\tau - \frac{s_d}{c}\right) A_d(s_d) j^{n_d} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{D_0}^+(t - \frac{s_d}{c} - \tau) \cdot \vec{\mathbf{d}}(\tau) A_d(s_d) j^{n_d} d\tau. \end{aligned} \quad (3.12)$$

s_d ist dabei der Abstand zwischen Beugungspunkt und Aufpunkt. Der Beugungstensor $\vec{\mathbf{d}}(t)$, der durch eine analytische inverse Laplace-Transformation aus den Frequenzbereichs-Beugungstensoren [28] hergeleitet wird, ist gegeben durch [4]:

$$\vec{\mathbf{d}}(t) = -\beta' \wedge \beta \vec{d}_s^+(t) - \phi' \wedge \phi \vec{d}_h^+(t). \quad (3.13)$$

β' ist ein Einheitsvektor senkrecht zur kantenorientierten Einfallsebene, die durch e_{inc} und einen Einheitsvektor e_{edge} tangential zur beugenden Kante aufgespannt wird (siehe Abbildung 3.4), β ist ein Einheitsvektor senkrecht zur kantenorientierten Beugungsebene (aufgespannt durch

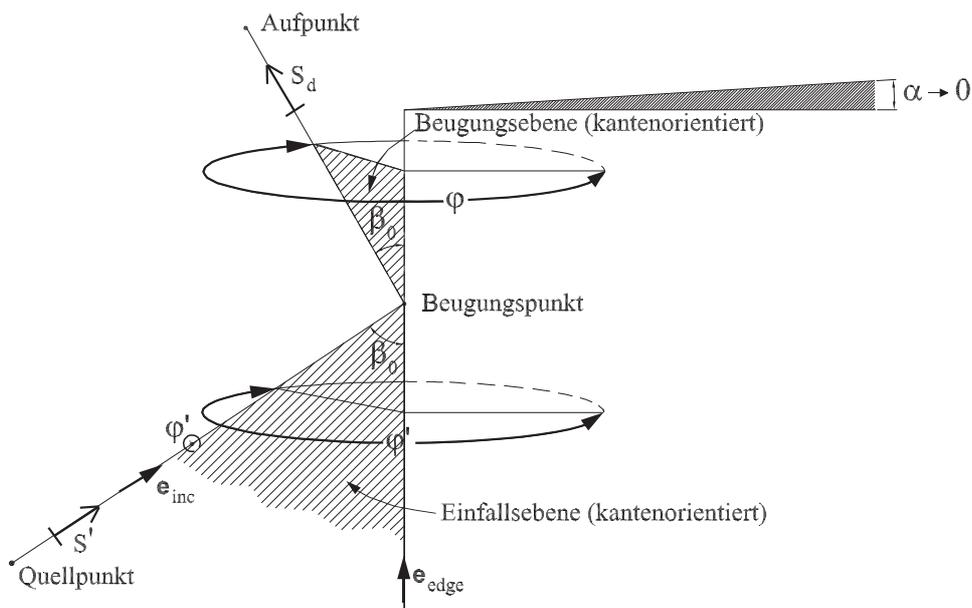


Abbildung 3.4: Beugung durch einen ideal leitfähigen Schirm. Der Schirm ist dargestellt als ein Keil mit einem gegen null gehenden Öffnungswinkel α .

den Einheitsvektor des gebeugten Strahls und e_{edge}), ϕ' ist ein Einheitsvektor senkrecht auf der kantensorientierten Einfallsebene, und ϕ ist ein Einheitsvektor senkrecht auf der kantensorientierten Beugungsebene. Die zugehörigen skalaren Beugungskoeffizienten $\overset{\pm}{d}_s(t)$ und $\overset{\pm}{d}_h(t)$ für die Beugung einer Kugelwelle an einem ideal leitfähigen Schirm (siehe Abbildung 3.3) sind gegeben zu:

$$\overset{\pm}{d}_{s,h}(t) = \frac{-1}{2n\sqrt{2\pi} \sin \beta_0} \left[\frac{\overset{\pm}{f}(x_A, t)}{\cos(\frac{\varphi - \varphi'}{2})} \mp \frac{\overset{\pm}{f}(x_B, t)}{\cos(\frac{\varphi + \varphi'}{2})} \right], \quad (3.14)$$

mit

$$x_A = 2L \cos^2 \left(\frac{\varphi - \varphi'}{2} \right), \quad (3.15)$$

$$x_B = 2L \cos^2 \left(\frac{\varphi + \varphi'}{2} \right) \quad (3.16)$$

und

$$L = \frac{s_d s'}{s_d + s'} \sin^2 \beta_0. \quad (3.17)$$

s' ist der Abstand zwischen Quellpunkt und beugender Kante, s_d ist der Abstand zwischen beugender Kante und Aufpunkt, und β_0 ist der Winkel zwischen einfallendem Strahl und der beugenden

Kante (siehe Abbildung 3.4). φ' ist der Winkel zwischen der Einfallsebene und dem Schirm, und φ ist der Winkel zwischen der Beugungsebene und dem Schirm (siehe Abbildung 3.3). Die Funktion $f^+(x_m, t)$ ist durch

$$f^+(x_m, t) = \frac{\sqrt{x_m/\pi}}{\sqrt{-jt}(\sqrt{-jt} + \sqrt{jx_m/c})} \quad (3.18)$$

gegeben [4]. Der Aufweitungsfaktor A_d ergibt sich für die Beugung von Kugelwellen an einem ideal leitfähigen Schirm zu:

$$A_d(s_d) = \sqrt{\frac{s'}{s_d(s_d + s')}}. \quad (3.19)$$

Falls das einfallende Feld keine Kaustik durchquert hat, ist es sinnvoller, mit einer Darstellung des elektrischen Feldes als reelles Signal und folglich mit der reellen Zeitfunktion

$$f(x_m, t) = \text{Re} \left\{ f^+(x_m, t) \right\} = \frac{x_m/\sqrt{\pi c}}{\sqrt{t}(t + x_m/c)} u(t) \quad (3.20)$$

zu arbeiten, wodurch sich sowohl Rechenzeit als auch Speicher sparen lässt.

Die Kombination von Gl. 3.14, Gl. 3.15, Gl. 3.16 und Gl. 3.20 führt zu:

$$\begin{aligned} d_{s,h}(t) &= \frac{-\sqrt{L}u(t)}{2n \sin \beta_0} \left[\frac{\cos\left(\frac{\varphi-\varphi'}{2}\right) \sqrt{\frac{2L}{c}}}{\pi\sqrt{t}\left(t + 2L \cos^2\left(\frac{\varphi-\varphi'}{2}\right)/c\right)} \mp \frac{\cos\left(\frac{\varphi+\varphi'}{2}\right) \sqrt{\frac{2L}{c}}}{\pi\sqrt{t}\left(t + 2L \cos^2\left(\frac{\varphi+\varphi'}{2}\right)/c\right)} \right] \\ &= \frac{-\sqrt{L}}{2n \sin \beta_0} [a(t, L, \varphi', \varphi) \mp b(t, L, \varphi', \varphi)]. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Die Funktion $f(x_m, t)$ kann als Impulsantwort der Kante angesehen werden; aufgrund von $x_m > 0$ und $L > 0$ ist die Funktion $f(x_m, t)$ für $t > 0$ eine monoton fallende Funktion, und sie wird singulär für $t = 0$ und mit kleiner werdendem x_m steiler. An Schatten- und Reflexionsgrenzen werden $a(t)$ bzw. $b(t)$ impulsförmige Funktionen, was analog zur Frequenzbereichs-UTD ist, für die die jeweils korrespondierenden Funktionen frequenzunabhängig werden. Zur Verdeutlichung wird in Abbildung 3.5 die Funktion

$$A(t, \varphi) = \int_0^t a(t, L = 5m, \varphi' = 0^\circ, \varphi) dt \quad (3.22)$$

exemplarisch für verschiedene Winkel φ dargestellt. Für die Darstellung wird dabei die Zeit t auf eine Zeit t_0 normiert, und diese Zeit t_0 wird zu $t_0 = \frac{1}{20 \cdot 1 \text{GHz}}$ gewählt, was einer typischen Größe des Zeitschrittes bei der Anwendung der FDTD und der TD-MoM entspricht, falls das anregende

Signal eine maximale Frequenz von 1 GHz besitzt. Man kann leicht erkennen, dass für Aufpunkte

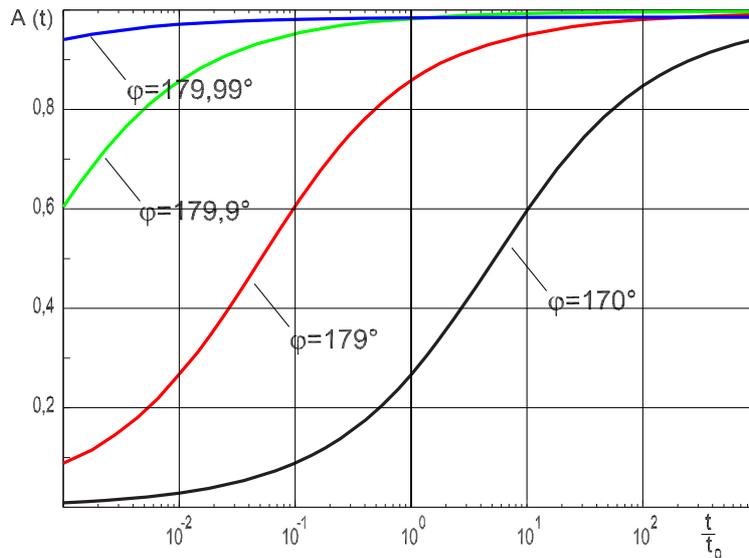


Abbildung 3.5: Numerisch berechnete Funktion $A(t)$ für verschiedene Winkel φ ($L = 5m$, $\varphi' = 0^\circ$). Die Abszisse ist normiert auf $t_0 = \frac{1}{20GHz}$, um die Zeit t in Relation zu einer bei der Anwendung der TD-MoM und der FDTD gebräuchlichen Größe des Zeitschrittes zu setzen.

in der Nähe der Schatten- und Reflexionsgrenzen eine numerische Integration nicht geeignet ist, um die Faltung in Gl. 3.12 effizient zu berechnen, da für solche Aufpunkte die Funktion $A(t, \varphi)$ in einem Bereich, der um Größenordnungen kleiner als die Zeit t_0 ist, sehr schnell ansteigt. Mit

$$\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t} \left(t + \frac{x_m}{c}\right)} dt = \pi \sqrt{\frac{c}{x_m}} \quad (3.23)$$

kann für die Schattengrenze

$$\begin{aligned} a(t) &= \delta(t) \frac{2L \cos\left(\frac{\phi - \phi'}{2}\right)}{\sqrt{\pi c}} \pi \sqrt{\frac{c}{2L \cos^2\left(\frac{\phi - \phi'}{2}\right)}} \\ &= \sqrt{2L\pi} \delta(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

hergeleitet werden. Für die Reflexionsgrenze folgt:

$$b(t) = \sqrt{2L\pi} \delta(t). \quad (3.25)$$

Die Verwendung von solchen analytischen Ausdrücken zur Berechnung von Gl. 3.12 ist insbesondere bei der Hybridisierung der TD-UTD mit anderen Methoden sehr wichtig, da dann die Felder in den Beugungspunkten nur zu diskreten Zeitpunkten bekannt sind, die i.d.R. durch die andere(n) Methode(n) bestimmt werden. Dabei reicht es nicht, die implementierte (numerische) Faltung

gemäß Gl. 3.12 anhand einiger weniger Aufpunkte zu überprüfen, sondern es muss vor allem der kritische Winkelbereich in der Nähe von Schatten- und Reflexionsgrenzen untersucht werden. Für Aufpunkte weit von den Schatten- bzw. Reflexionsgrenzen entfernt ist eine ausreichend genaue numerische Faltung deutlich einfacher zu realisieren.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die TD-UTD nur zur Beschreibung der an Platten gestreuten Felder eingesetzt; für eine Erweiterung zur Behandlung von Keilen, wodurch auch kompliziertere Körper mittels eines patch-Modells modelliert werden können, sind die entsprechenden Beugungsfaktoren in [4] gegeben.

Neuartige Hybridmethode aus TD-MoM und TD-UTD

In diesem Kapitel wird eine neuartige Hybridmethode vorgestellt, die aus einer Zeitbereichsdarstellung der Momentenmethode (TD-MoM) und einer Zeitbereichsdarstellung der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie (TD-UTD) entwickelt wird [84–86]. Eine Hybridisierung der MTR-TD-MoM mit der TD-UTD erfolgt auf die gleiche Weise wie die der TD-MoM mit der TD-UTD; im Folgenden wird deshalb der Einfachheit halber stets der Ausdruck TD-MoM benutzt. In allen numerischen Beispielen wird eine klassische Formulierung der TD-MoM verwendet, um die Ergebnisse besser mit Frequenzbereichslösungen vergleichen zu können.

Bei einer Hybridisierung der TD-MoM mit der TD-UTD werden elektrisch große, ideal leitfähige Körper – diese Körper werden im Folgenden als UTD-Körper bezeichnet – mit der TD-UTD und dünne Drahtantennen – diese werden im Folgenden als MoM-Antennen bezeichnet – mit der TD-MoM modelliert. Durch die Hybridisierung der TD-MoM mit der TD-UTD sollen zwei Auswirkungen von UTD-Körpern in der Umgebung von MoM-Antennen berücksichtigt werden:

1. Der Einfluss der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen.
2. Der Einfluss der UTD-Körper auf die von dieser Stromverteilung abgestrahlten Felder.

Zunächst wird in Abschnitt 4.1 gezeigt, wie der Einfluss von UTD-Körpern bei der Berechnung der von – bekannten – Strömen auf den MoM-Antennen abgestrahlten Felder berücksichtigt werden kann. In Abschnitt 4.2 wird dann gezeigt, wie der Einfluss der UTD-Körper auf die abgestrahlten Felder direkt genutzt werden kann, um den Einfluss der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen im TD-MoM-Lösungsalgorithmus zu berücksichtigen.

4.1 Einfluss von UTD-Körpern auf die von MoM-Antennen abgestrahlten Felder

4.1.1 Konstruktion der von den MoM-Antennen ausgehenden Strahlen

Wie in Kapitel 2 gezeigt wurde, werden die MoM-Antennen durch Ströme auf ihren Oberflächen ersetzt, die, falls die einfallenden Felder bekannt sind, durch Ausnutzen der Randbedingungen des elektrischen Feldes in einer rekursiven Zeitschleife berechnet werden. Nun wird zunächst davon ausgegangen, dass zum Zeitpunkt t alle diejenigen Ströme auf den MoM-Antennen bereits bekannt sind, die vor dem Zeitpunkt t geflossen sind¹; das von diesen Strömen abgestrahlte Feld kann dann mittels

$$\mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) = \int_0^t \int_A \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}_J(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) da' dt' \quad (4.1)$$

berechnet werden, wobei $\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}_J(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t')$ die Greensche Funktion des korrespondierenden Feldproblems ist, also den Zusammenhang zwischen einem Strom am Ort \mathbf{r}' und dem elektrischem Feld am Ort \mathbf{r} beschreibt, falls die MoM-Antennen nicht anwesend sind (die MoM-Antennen werden, wie bereits erwähnt, durch Ströme auf ihrer Oberfläche ersetzt). Die Auswirkungen der TD-UTD-Körper auf einfallende Felder können gemäß Kapitel 3 berücksichtigt werden, indem gemäß Gl. 3.9 das von einer Quelle in Anwesenheit eines UTD-Körpers abgestrahlte elektrische Feld als Überlagerung von direkten, reflektierten und gebeugten Feldern dargestellt wird:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{LOS}(\mathbf{r}, t)U_i + \mathbf{E}_R(\mathbf{r}, t)U_R + \mathbf{E}_D(\mathbf{r}, t). \quad (4.2)$$

U_i und U_R beschreiben, ob ein direkter bzw. ein reflektierter Strahl den Aufpunkt erreicht. Sie nehmen somit entweder den Wert 1 oder 0 an. Die reflektierten und gebeugten Felder ergeben sich aus den Gleichungen der TD-UTD (siehe Kapitel 3). Gl. 4.1 kann also folgendermaßen modifiziert werden, um die Auswirkungen der TD-UTD-Körper zu berücksichtigen:

$$\mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) = \underbrace{\int_0^t \int_A \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}_J(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t') U_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') da' dt'}_{\mathbf{E}_{LOS}(\mathbf{r}, t)} + \mathbf{E}_R(\mathbf{r}, t)U_R + \mathbf{E}_D(\mathbf{r}, t). \quad (4.3)$$

$U_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ gibt dabei an, ob zwischen dem Quellpunkt \mathbf{r}' und dem Aufpunkt \mathbf{r} Sichtverbindung herrscht.

Das von den MoM-Antennen abgestrahlte Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ kann als Summe der durch die einzel-

¹D.h. die *marching-on in-time*-Prozedur wurde bis zum (physikalischen) Zeitpunkt t ausgeführt.

nen Quellelemente n_q erzeugten Felder \mathbf{E}_{n_q} dargestellt werden:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \mathbf{E}_{n_q}(\mathbf{r}, t). \quad (4.4)$$

Unter dem Quellelement n_q wird dabei der Definitionsbereich der Basisfunktion β_{n_q} verstanden. Gl. 4.2 kann folglich in Teilfelder, jeweils erzeugt durch das einzelne Quellelement n_q , zerlegt werden:

$$\mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \mathbf{E}_{LOS, n_q}(\mathbf{r}, t) U_i(n_q, \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{R, n_q}(\mathbf{r}, t) U_R(n_q, \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{D, n_q}(\mathbf{r}, t). \quad (4.5)$$

$U_i(n_q, \mathbf{r})$ gibt an, ob zwischen dem Quellelement n_q und dem Aufpunkt \mathbf{r} Sichtverbindung herrscht, oder ob sich ein UTD-Körper zwischen Quellelement und Aufpunkt befindet. $U_R(n_q, \mathbf{r})$ gibt an, ob ein Strahl vom Quellelement n_q zum Aufpunkt \mathbf{r} läuft, der auf seinem Weg von einem UTD-Körper reflektiert wurde. Die Darstellung des elektrischen Feldes mittels Gl. 4.5 ist gültig, falls die jeweils zu den Quellelementen β_{n_q} nächstgelegenen Reflexions- bzw. Beugungspunkte im Fernfeld des Quellelementes β_{n_q} liegen. Für die geometrische Ausdehnung D der einzelnen Quellelemente gilt in der Regel (siehe Kapitel 2):

$$D < 2 \frac{\lambda}{10}. \quad (4.6)$$

Somit gelten nach einer üblichen Abschätzung Fernfeldapproximationen schon für Abstände

$$r > \frac{2(2\frac{\lambda}{10})^2}{\lambda} = \frac{8}{100} \lambda. \quad (4.7)$$

Der Abstand zum nächstgelegenen Reflexions- bzw. Beugungspunkt muss also für jedes Quellelement in erster Näherung größer als ein Zehntel der betrachteten Wellenlänge λ sein. Diese Bedingung darf nicht mit dem Abstand verwechselt werden, für den das von den MoM-Antennen abgestrahlte Feld durch Fernfeldapproximationen angenähert werden darf: Ein anschauliches Beispiel dafür ist ein im Verhältnis zur Wellenlänge λ langer Draht der Länge L , der sich in einem Abstand $d \ll L$ vor einer ideal leitfähigen Ebene befindet. Wird der Draht in so viele Segmente unterteilt, dass jedes Segment deutlich kleiner als λ und deutlich kleiner als d ist, so liegt die Ebene selbst dann im Fernfeld des einzelnen Quellelementes, wenn die Ebene nicht im Fernfeld des Drahtes liegt. Bei der Untersuchung der Eingangsimpedanz von Antennen vor ideal leitfähigen Halbebenen [83] hat sich gezeigt, dass eine Hybridmethode aus FD-MoM und FD-UTD selbst dann sehr gute Ergebnisse liefert, wenn die Halbebene nicht im Fernfeld der Antenne liegt. Bei einer Zeitbereichsmodellierung ist eine Abschätzung, ob die Fernfeldbedingungen erfüllt sind, auf-

grund der in der Regel breitbandigen Anregung schwieriger; pauschal kann jedoch gesagt werden, dass aufgrund der üblicherweise auf dem Spektrum der Anregung basierenden Diskretisierung der MoM-Antennen (siehe Abschnitt 2.1.2) ebenfalls schon für Abstände Fernfelder vorliegen, die in der Größenordnung der Ausdehnung weniger Diskretisierungselemente liegen.

Liegt ein Aufpunkt im Fernfeld eines Quellelementes, so kann das Feld, das durch das Quellelement abgestrahlt wird, für diesen Aufpunkt lokal sehr gut als Kugelwelle beschrieben werden, deren Ausgangspunkt im Schwerpunkt des Quellelementes liegt. Folglich kann für die Konstruktion eines vom Quellelement n_q zum Aufpunkt laufenden Strahls, und somit auch für die Bestimmung der Koeffizienten $U_i(n_q, \mathbf{r})$ und $U_R(n_q, \mathbf{r})$, jeweils ein äquivalenter Quellpunkt im Schwerpunkt der Basisfunktion β_{n_q} verwendet werden (siehe Abbildung 4.1). Die Kombination von Gl. 4.5, Gl.

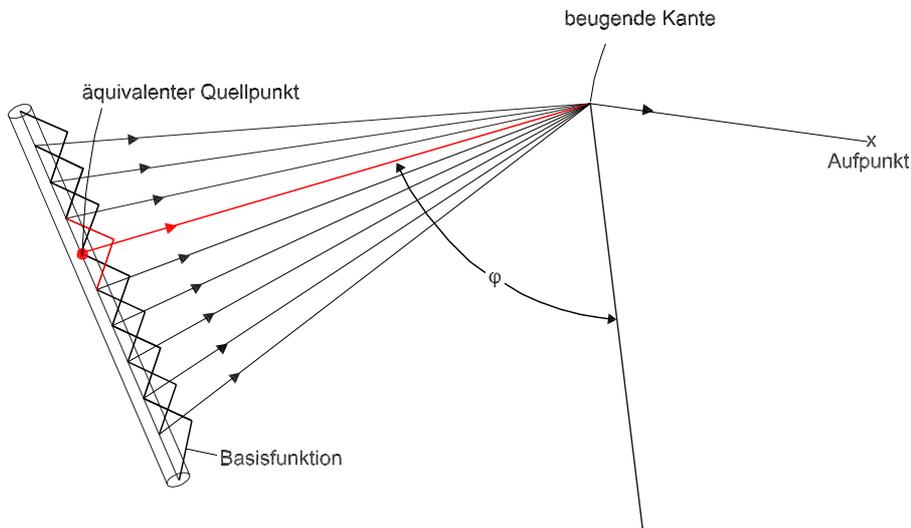


Abbildung 4.1: Dipol und beugende Kante mit einem Strahl pro Basisfunktion. Exemplarisch in Rot dargestellt: Eine Basisfunktion und der zugehörige Strahl zum Beugungspunkt. φ ist der Winkel, unter dem der Strahl auf die Kante trifft.

4.3 und Gl. 2.16 führt zu:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \left[U_i(n_q, \mathbf{r}) \sum_{n_z=1}^{N_z} \left[\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{A_{n_q}} \frac{\int_0^{t'} I_{n_q, n_z} \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} dt da' \right. \right. \quad (4.8)$$

$$\left. \left. - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \int_{A_{n_q}} \frac{I_{n_q, n_z} \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} da' \right] + \mathbf{E}_{R, n_q}(\mathbf{r}, t) U_R(n_q, \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{D, n_q}(\mathbf{r}, t).$$

Die zur Berechnung von \mathbf{E}_{R, n_q} bzw. \mathbf{E}_{D, n_q} benötigten Felder in den möglichen Reflexions- und Beugungspunkten werden mit der unmodifizierten Gl. 2.16 berechnet; bei möglichen Effekten höherer Ordnung, d.h. z.B. Reflexion, gefolgt von Reflexion oder Beugung, wird nur das elektrische Feld im jeweils ersten Reflexions- bzw. Beugungspunkt mit Gl. 2.16 berechnet. Die Felder in den folgenden Reflexions- bzw. Beugungspunkten werden dann mittels Gl. 3.9

berechnet. Die TD-MoM dient folglich als Anregung für die TD-UTD und die Felder in den Aufpunkten ergeben sich durch Überlagerung der direkten Felder mit den reflektierten und gebeugten Feldern. In Abbildung 4.2 ist ein Blockschaltbild des resultierenden Algorithmus dargestellt, das insbesondere für Stabilitätsbetrachtungen sehr hilfreich ist (siehe Abschnitt 4.1.3 und Abschnitt 4.3.1). Die Zeit t ist bei der Anwendung der TD-UTD und der TD-MoM identisch,

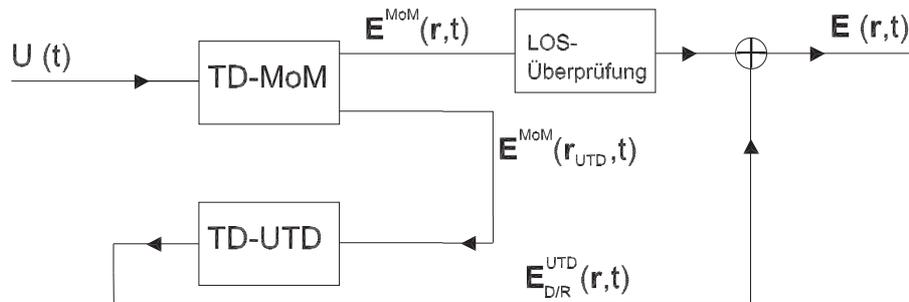


Abbildung 4.2: Blockschaltbild des Algorithmus zur Berechnung der von den MoM-Antennen abgestrahlten Feldern unter Berücksichtigung des Einflusses der UTD-Körper. $U(t)$ sind Spannungsquellen, die als Anregung für die TD-MoM dienen, r_{UTD} sind die Beugungs- und Reflexionspunkte, und r ist der Aufpunkt.

und die Felder in den Reflexions- und Beugungspunkten werden also in der gleichen *marching-on in-time*-Prozedur berechnet wie die Ströme auf den MoM-Antennen². Im Rahmen dieser Arbeit werden nur stationäre UTD-Körper betrachtet, allerdings kann die Methode so erweitert werden, dass sich die UTD-Körper im Laufe der Rechnung bewegen können (z.B. für Anwendungen in der Radartechnik), was mit Frequenzbereichsmethoden nur erheblich aufwändiger zu simulieren ist. Für den stationären Fall kann der zur Bestimmung der Reflexions- und Beugungspunkte benötigte *ray-tracing*-Algorithmus im ersten Zeitschritt der Berechnung ausgeführt werden, und die Daten (Aufpunkt, Quellpunkt, Reflexions- bzw. Beugungspunkt,...) der einzelnen Strahlen werden im Speicher abgelegt. Die Felder in den Beugungspunkten werden für eine spätere Verwendung ebenfalls zwischengespeichert, da bei der Anwendung von Gl. 3.12 die Feldstärken in den Beugungspunkten aufgrund der Faltung mehrfach benötigt werden und so Rechenzeit gespart werden kann. Wie man erkennen kann, können die Felder in den Reflexions- und Beugungspunkten r_{UTD} immer berechnet werden, da der Abstand zwischen Reflexions-/Beugungspunkten und Quellpunkten auf der Oberfläche der MoM-Antennen immer größer Null ist (s.o. für eine Abschätzung des Mindestabstandes) und somit nur Ströme zur Berechnung benötigt werden, die vor dem Zeitpunkt t , d.h. in einem früheren Zeitschritt, auf den MoM-Antennen geflossen sind.

²Es ist sehr wohl möglich, zunächst die Ströme auf den Antennen und dann die Felder in den Aufpunkten in einer zweiten Zeitschleife unter Verwendung der abgespeicherten Ströme zu berechnen. Eine weitere Vorgehensweise besteht darin, die Felder in den einzelnen Aufpunkten getrennt voneinander zu berechnen und quasi für jeden Aufpunkt eine neue Zeitschleife zu verwenden. Die beiden letztgenannten Vorgehensweisen können ggf. im Zusammenhang mit sich bewegenden Streukörpern sinnvoll sein.

4.1.2 Gruppierung der Quellelemente zur Rechenzeitreduktion

Um Rechenzeit einzusparen, kann die mit der TD-MoM modellierte Geometrie in größere Teilbereiche unterteilt werden. Das durch einen Teilbereich abgestrahlte elektrische Feld ergibt sich dann als Überlagerung aller Teilfelder, erzeugt durch die Quellelemente, die zum jeweiligen Teilbereich gehören. Für die Berechnung der Strahlen wird pro Teilbereich ein äquivalenter Quellpunkt definiert (siehe Abbildung 4.3), und die Zuordnung der Quellelemente n_q zu den jeweiligen Teilbereichen erfolgt auf Basis des Abstandes zwischen dem Schwerpunkt der Basisfunktion β_{n_q} und den jeweiligen äquivalenten Quellpunkten. Fasst man, wie oben beschrieben, mehrere Quellele-

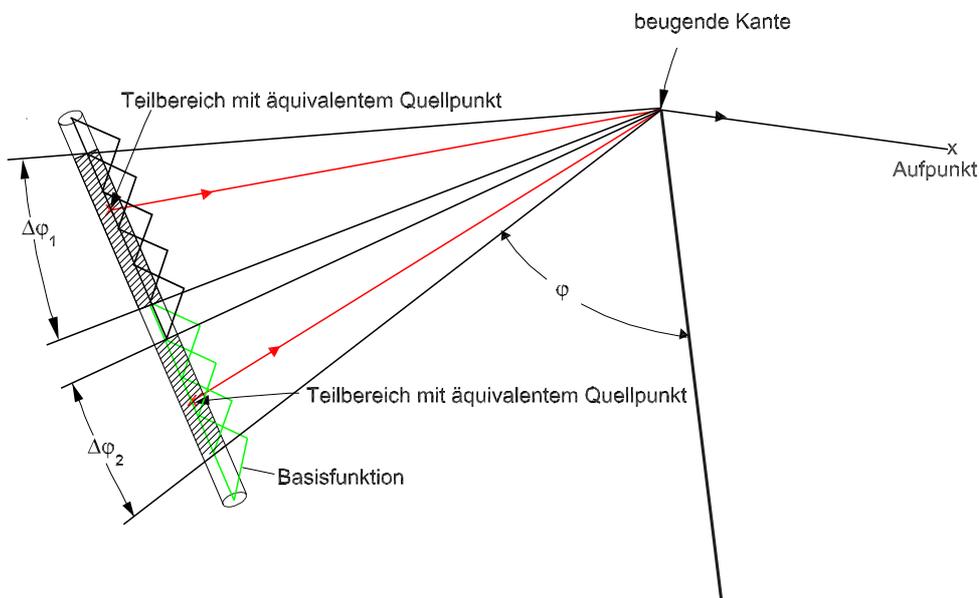


Abbildung 4.3: Dipol mit 2 äquivalenten Quellpunkten und beugende Kante. $\Delta\varphi$ ist die Differenz zwischen dem maximalen und minimalen Winkel φ für Quellpunkte, die zu einem äquivalenten Quellpunkt zusammengefasst werden.

mente zu einem Teilbereich zusammen, so existiert für jede Kombination aus Teilbereich und Aufpunkt ein maximaler Winkel φ_{max} und ein minimaler Winkel φ_{min} , wobei φ der Winkel zwischen dem Schwerpunkt eines zum Teilbereich gehörenden Quellelementes und beugender Kante ist. Da die Beugungskoeffizienten der (TD-)UTD sehr stark winkelabhängig sind (siehe Kapitel 3), sollte die Winkeldifferenz $\Delta\varphi = \varphi_{max} - \varphi_{min}$ dabei möglichst gering sein. Zusätzlich muss beachtet werden, dass die geometrisch-optische Beschreibung der von einer Gruppe abgestrahlten Wellen nur im Fernfeld der Gruppe gültig ist; diese beiden Bedingungen sind jedoch in der Regel gleichzeitig erfüllt. Offenbar können also umso mehr Quellelemente zu einer Gruppe zusammengefasst werden, je weiter der Beugungspunkt von den Antennen entfernt ist. Dadurch wird nicht nur Rechenzeit gespart, sondern es verringert sich auch die Fehleranfälligkeit der Methode, da

sich das Feld im Aufpunkt durch die Überlagerung von weniger Einzelfeldern ergibt, als wenn die Felder aller Quellelemente gesondert behandelt werden. Bei der Überlagerung vieler Einzelfelder können (ev. fehlerbehaftete) Laufzeitunterschiede und, bei Aufpunkten in der Nähe von Schatten- und Reflexionsgrenzen, stark unterschiedliche Beugungsfaktoren (siehe Kapitel 3 für eine Darstellung der Problematik der Berechnung der Beugungsfaktoren in der Nähe von Schatten- und Reflexionsgrenzen) für fehlerhafte Gesamtfelder sorgen. Insbesondere an Schatten- und Reflexionsgrenzen weisen deshalb die unter Verwendung weniger äquivalenter Quellpunkte berechneten Feldern einen stetigeren Verlauf als die auf, für deren Berechnung keine äquivalenten Quellpunkte verwendet wurden.

4.1.3 Stabilität

Wie man anhand von Abbildung 4.2 erkennen kann, gibt es keine Rückkoppelung zwischen der TD-MoM und der TD-UTD. Folglich ist für die Stabilität der Felder in den Beobachtungspunkten nur die Stabilität der TD-MoM entscheidend, wenn die Auswirkungen der TD-UTD-Körper auf die Ströme auf den MoM-Antennen nicht berücksichtigt werden (für eine Diskussion der Stabilität der TD-UTD siehe Abschnitt 3.2).

4.2 Einfluss von UTD-Körpern auf die Stromverteilung von Antennen

In der Hybridmethode werden die Ströme auf den Antennen sowie die Felder in den Beobachtungspunkten in derselben *marching-on in-time*-Prozedur berechnet, und die unbekannte Stromdichte wird, wie in Kapitel 2 beschrieben, mittels eines Reihenansatzes für den elektrischen Strom und durch Ausnutzen der Stetigkeitsbedingungen des elektrischen Feldes bestimmt. Zur Erfüllung der Stetigkeitsbedingung des elektrischen Feldes müssen die Ströme auf den MoM-Antennen so bestimmt werden, dass die von diesen Strömen abgestrahlten Felder die einfallenden Felder kompensieren, so dass das zur Oberfläche der MoM-Antennen tangential elektrische Feld auf der Oberfläche der MoM-Antennen zu null wird.

In Kapitel 2 wurde für die Herleitung einer Integraldarstellung für das elektrische Feld die Greensche Funktion des homogenen Raumes verwendet. Prinzipiell kann, falls sie bekannt ist, die Greensche Funktion einer jeden beliebigen Umgebung verwendet werden. Unter Kenntnis der Greenschen Funktion kann ein Gleichungssystem aufgestellt werden, mit dessen Hilfe die unbekanntes Stromdichten sukzessive berechnet werden können; die dabei vorkommenden Gleichungen werden mittels der Systemmatrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ zusammengefasst.

Wie anhand von Gl. 4.3 gezeigt wurde, kann das elektrische Feld am Ort \mathbf{r} als eine Überlagerung aus einem direkten Feld mit reflektierten und gebeugten Feldern dargestellt werden, um den

Einfluss von elektrischen großen Körpern auf die abgestrahlten Felder zu berücksichtigen. Zur Verdeutlichung wird Gl. 4.3 hier noch einmal wiedergegeben und folgendermaßen umgeschrieben:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) &= \underbrace{\int_0^t \int_A \overset{\leftrightarrow E}{\mathbf{G}}_J(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t') U_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') da' dt'}_{\mathbf{E}_{LOS}(\mathbf{r}, t)} + \mathbf{E}_R(\mathbf{r}, t) U_R + \mathbf{E}_D(\mathbf{r}, t) \\ &= \int_{-\infty}^t \int_A \overset{\leftrightarrow E, mod}{\mathbf{G}}_J(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t') da' dt'. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Unter $\overset{\leftrightarrow E, mod}{\mathbf{G}}_J$ wird die zur Berücksichtigung der UTD-Körper modifizierte Greensche Funktion verstanden. Zur Bestimmung der Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ kann folglich auch die modifizierte Greensche Funktion $\overset{\leftrightarrow E, mod}{\mathbf{G}}_J$ verwendet werden, die gemäß Gl. 4.9 den Einfluss der UTD-Körper auf die abgestrahlten Felder berücksichtigt. Eine Möglichkeit zur Berücksichtigung der UTD-Körper bei der Berechnung der Ströme ist es also, für die Berechnung der bei der Anwendung von Gl. 2.33 benötigten Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ die modifizierte Greensche Funktion $\overset{\leftrightarrow E, mod}{\mathbf{G}}_J$ einzusetzen. Diese Vorgehensweise wird schon seit vielen Jahren im Rahmen von Frequenzbereichs-Hybridverfahren angewendet (siehe z.B. [83] und die dort referenzierte Literatur). Da durch eine solche Vorgehensweise – insbesondere aufgrund der benötigten Faltung zur Berechnung der gebeugten Felder – allerdings der Speicherbedarf für die Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ stark ansteigt³, wird im Rahmen dieser Arbeit eine geringfügig andere Vorgehensweise verwendet:

Da die Laufzeit von Wellen, die von den MoM-Antennen abgestrahlt werden und nach einer Streuung an UTD-Körpern wieder die MoM-Antennen erreichen, stets größer als null ist, kann der Einfluss der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf Grundlage von Gl. 2.20 berücksichtigt werden, die hier noch einmal wiedergegeben wird:

$$\int_{A_{n_a}} \beta_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) da = - \int_{A_{n_a}} \beta_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{einfallend}(\mathbf{r}, t) da = B_{n_a}(t). \quad (4.10)$$

Die Superposition der durch die UTD-Körper gestreuten Felder mit möglichen einfallenden Feldern, wie z.B. homogenen ebenen Wellen oder Spannungsquellen auf den Antennen, führt zu:

$$\mathbf{E}_{mod}^{einfallend}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} (\mathbf{E}_{R, n_q}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_{D, n_q}(\mathbf{r}, t)) + \mathbf{E}^{einfallend}. \quad (4.11)$$

³Dies gilt nicht für eine Frequenzbereichs-Hybridmethode.

Die Kombination von Gl. 4.11 und Gl. 4.10 ergibt:

$$\int_{A_{n_a}} U_i(n_q, n_a) \boldsymbol{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) da = - \int_{A_{n_a}} \boldsymbol{\beta}_{n_a}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_{mod}^{einfallend}(\mathbf{r}, t) da = B_{n_a, mod}(t). \quad (4.12)$$

Die Auswirkung der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen kann also berücksichtigt werden, indem man entweder die von den Strömen abgestrahlten Felder – und somit die Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ – entsprechend modifiziert, oder man interpretiert die durch die UTD-Körper gestreuten Felder als einfallende Felder; beide Vorgehensweisen unterscheiden sich sehr stark in der Implementierung, obwohl die gleichen physikalischen Effekte modelliert werden.

Zur Berücksichtigung des Einflusses von UTD-Körpern auf die Stromverteilung sind also zwei Teilschritte nötig:

1. Gl. 2.33 wird durch folgende Gleichung ersetzt:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} B_{n_a}(nT) - \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^n I_{n_q, n_z} U_i(n_q, n_a) \mathcal{Z}_{n_q, n_z-n, n_a}^0, \quad (4.13)$$

wobei $U_i(n_q, n_a)$ angibt, ob zwischen dem Quellelement n_q und dem Testelement n_a Sichtverbindung herrscht oder ob sich ein UTD-Körper zwischen den beiden befindet.

2. In Gl. 4.13 wird $B_{n_a}(nT)$ durch $B_{n_a, mod}(nT)$ ersetzt, wodurch im TD-MoM-Lösungsprozess Felder berücksichtigt werden können, die von den UTD-Körpern zu den MoM-Antennen zurückgestreut werden.

Im realisierten Algorithmus spielt es keine Rolle, ob die modifizierten Felder $\mathbf{E}_{mod}^{einfallend}$ Felder enthalten, die durch Streuung an UTD-Körpern entstanden sind oder z.B. Felder, die von mit Hilfe der FDTD beschriebenen Körpern abgestrahlt werden; dieser Umstand wird ausgenutzt, um die TD-MoM zusätzlich mit der FDTD zu hybridisieren (siehe Kapitel 7).

4.3 Volle Hybridisierung beider Methoden

In Abbildung 4.4 ist das Blockschaltbild des Algorithmus dargestellt, der entsteht, wenn beide Methoden vollständig hybridisiert werden, d.h. wenn der Einfluss der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen und auf die von dieser Stromverteilung abgestrahlten Felder berücksichtigt wird. $\mathbf{E}^{einfallend}(\mathbf{r}_{MoM}, t)$ sind die einfallenden Felder am Ort der MoM-Antennen und $\mathbf{E}^{einfallend}(\mathbf{r}_{UTD}, t)$ sind die einfallenden Felder am Ort der UTD-Körper. Die einzige direkte Modifikation am TD-MoM-Algorithmus ist eine Sichtbarkeitsüberprüfung bei der Berechnung der Matrizen $\mathcal{Z}_{n_z-n}^0$ und eine Modifikation der einfallenden Felder. In dem im Rahmen dieser

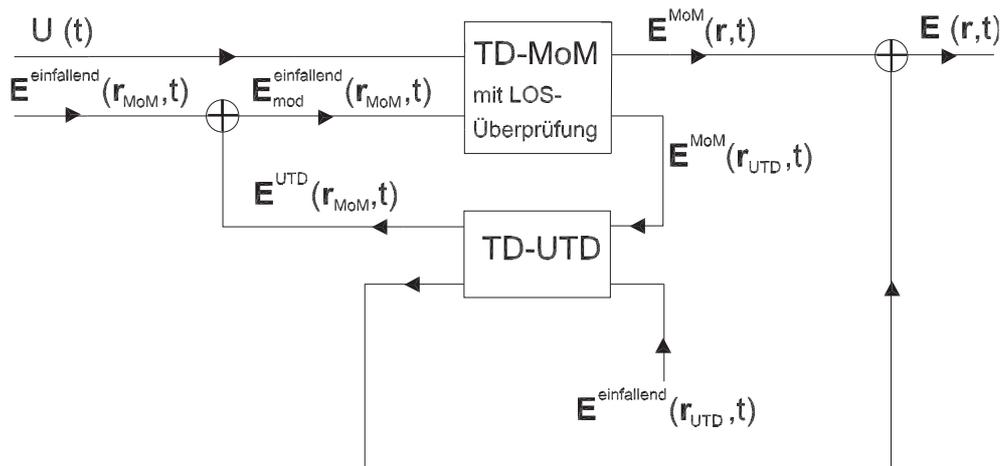


Abbildung 4.4: Berechnung der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder unter Berücksichtigung der UTD-Körper bei der Berechnung der Stromverteilung auf den Antennen.

Arbeit entstandenen Algorithmus wird eine Funktion benutzt, die $\mathbf{E}^{einfallend}(\mathbf{r}_{MoM}, t)$ berechnet, wodurch sich sehr einfach zusätzliche Felder (z.B. abgestrahlt durch ein FDTD-Volumen; siehe Kapitel 7) berücksichtigen lassen, indem in dieser Funktion die zusätzlichen Felder additiv hinzugefügt werden.

Eine solche *volle* Hybridisierung ist nicht mit einer Vorgehensweise zu verwechseln, bei der die Rückwirkung der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf den Antennen nicht berücksichtigt wird, d.h. $\mathbf{E}^{einfallend}(\mathbf{r}_{UTD}, t)$ zu null gesetzt wird; eine solche Vereinfachung kann aus Gründen der Rechenzeiterparnis allerdings sehr wohl sinnvoll sein, deshalb wird bei der Berechnung der in Abschnitt 4.4.2 und Abschnitt 4.4.3 vorgestellten numerischen Beispiele so vorgegangen.

4.3.1 Stabilität

Wie bereits in Abschnitt 2.4.1 dargestellt, sind Aussagen über die Stabilität (im mathematischen Sinne) der TD-MoM nur sehr schwer zu treffen. Folglich werden hier über die Stabilität der Hybridmethode auch nur heuristische Aussagen gemacht:

- Ohne Berücksichtigung der Rückwirkung der UTD-Körper auf die Stromverteilung gelten die Aussagen gemäß Abschnitt 2.4.1 und 4.1.3.
- Bei Berücksichtigung der Rückwirkung der UTD-Körper auf die Stromverteilung wird die Stabilität des Verfahrens maßgeblich durch die Stabilität der TD-MoM bestimmt, und die untere Grenze für die Größe des Zeitschrittes T_0 , für den die TD-MoM (und somit die Hybridmethode) stabil im praktischen Sinne ist, wird durch die Hybridisierung nicht wesentlich beeinflusst.

- Wird eine TD-MoM-Antenne modelliert, deren abgestrahlte Felder an Strukturen gestreut werden, die so weit von der Antenne entfernt sind, dass das Speisesignal schon lange zu null geworden ist, bevor eine gestreute Welle wieder die Antenne erreicht, so ist es sinnvoll, die TD-MoM-Berechnung nicht für die gesamte Zeit durchzuführen. Die Ströme auf den MoM-Antennen können dann mit guter Genauigkeit zu null gesetzt werden, wenn der durch das Speisesignal angeregte Strom zu null geworden ist. Die TD-MoM-Berechnung muss also erst dann wieder fortgesetzt werden, wenn die gestreute Welle an der Antenne eintrifft. Durch eine solche Vorgehensweise können sowohl Rechenzeit gespart als auch eventuell durch die Hybridisierung auftauchende Stabilitätsprobleme vermieden werden, da für die Stabilität dann wieder die Aussagen gemäß Abschnitt 2.4.1 und 4.1.3 gelten.

4.4 Numerische Ergebnisse

4.4.1 Dipol über ideal leitfähiger Erde

Um die Berücksichtigung der Auswirkungen von UTD-Körpern auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen mittels Gl. 4.13 und Gl. 4.12 zu überprüfen, wird der in Abbildung 4.5 dargestellte Dipol vor einer ideal leitfähigen Ebene betrachtet. In Abbildung 4.6 bzw. Abbildung 4.7 sind der Real- und der Imaginärteil der Eingangsimpedanz des Dipols dargestellt. Offensichtlich stimmen die mit der Hybridmethode berechneten Ergebnisse sehr gut mit der Referenzlösung überein, die mittels MININEC [71, 72] gewonnen wurde. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Reflexionspunkte mittels des Spiegelungsprinzips gefunden, indem der Quellpunkt an der reflektierenden Ebene gespiegelt wird; der Reflexionspunkt entspricht dann dem Schnittpunkt der Verbindungslinie Spiegelquelle-Aufpunkt mit der reflektierenden Ebene. Bei der Berücksichtigung des Einflusses von elektrisch ideal leitfähigen Platten auf die Ströme auf den MoM-Antennen werden einfache Reflexionen mittels des Spiegelungsprinzips behandelt, d.h. das Quellelement wird an der Ebene gespiegelt und das reflektierte Feld entspricht dem Feld der Spiegelquelle, wodurch der Rechenzeitbedarf stark verringert wird.

4.4.2 Dipol-Gruppenantenne vor einem elektrisch ideal leitfähigen Schirm

Der Rechenzeitbedarf zur Berücksichtigung der Auswirkungen von mit Hilfe der TD-UTD beschriebenen Körpern auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen ist in der Regel relativ groß, da die Anzahl der benötigten Strahlen proportional zum Quadrat der Anzahl N_q der Basisfunktion ist. Dies gilt insbesondere, falls auch gebeugte Strahlen berücksichtigt werden sollen, da Beugungseffekte aufgrund der benötigten Faltung einen besonders großen Rechenzeitbedarf ha-

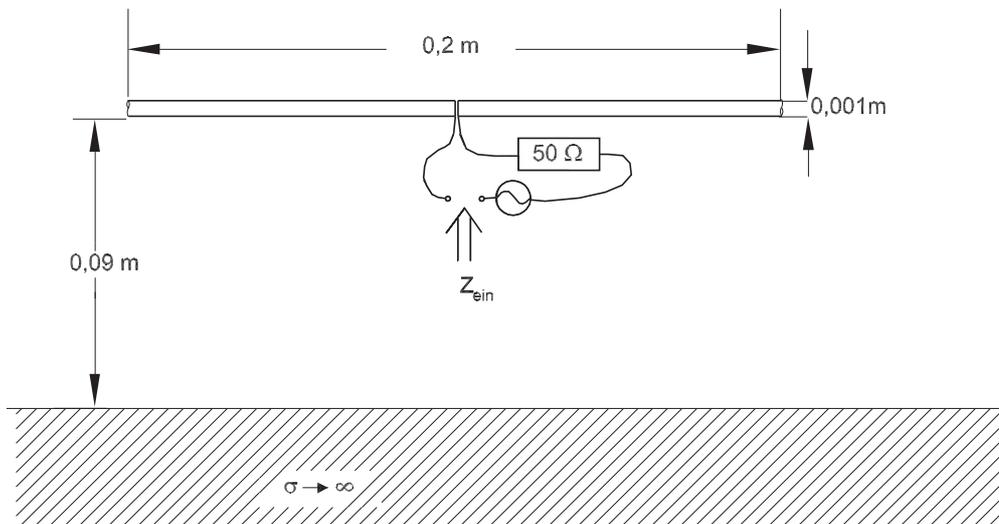


Abbildung 4.5: Geometrie des Dipols über ideal leitfähiger Erde.

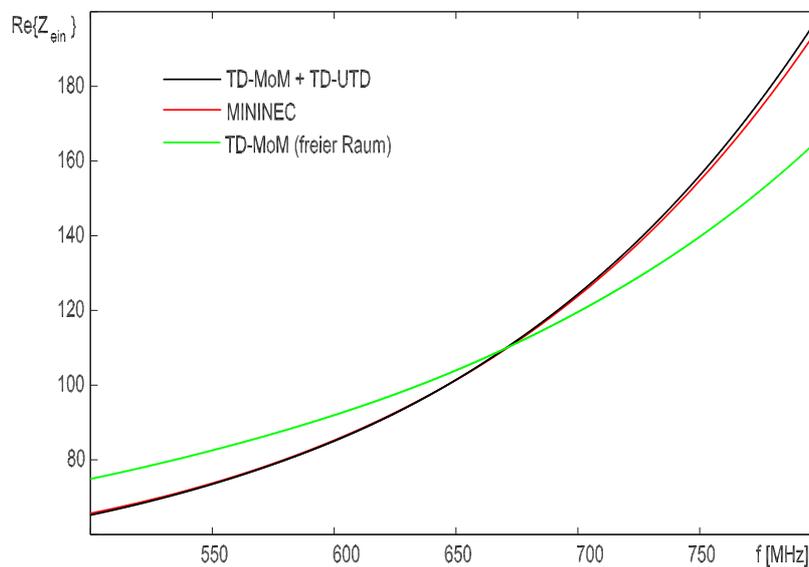


Abbildung 4.6: Mit der TD-MoM-TD-UTD Hybridmethode und mit Hilfe des Programmpaketes MININEC berechneter Realteil der Eingangsimpedanz des Dipols über ideal leitfähiger Erde. Zusätzlich dargestellt ist der Realteil der Eingangsimpedanz desselben Dipols im freien Raum.

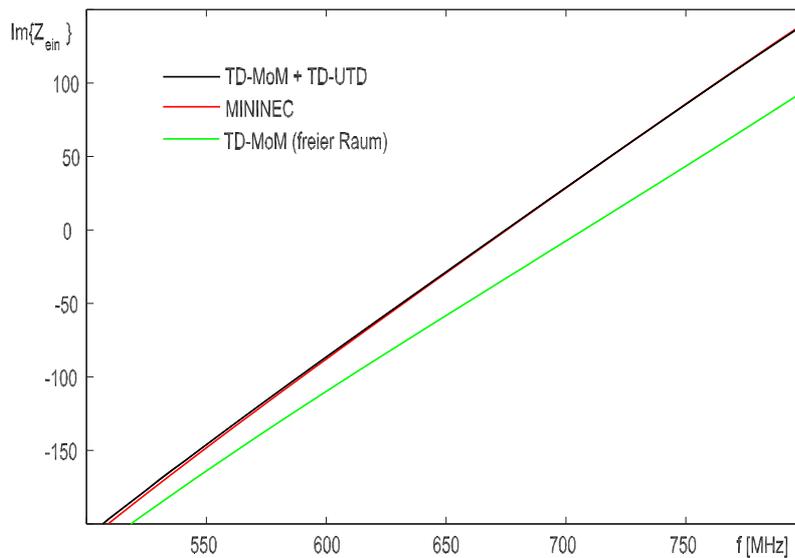


Abbildung 4.7: Mit der TD-MoM-TD-UTD Hybridmethode und mit Hilfe des Programmpaketes MININEC berechneter Imaginärteil der Eingangsimpedanz des Dipols über ideal leitfähiger Erde. Zusätzlich dargestellt ist der Imaginärteil der Eingangsimpedanz desselben Dipols im freien Raum.

ben. Für die folgenden Beispiele, bei denen die UTD-Körper weit von den Antennen entfernt sind, wird deshalb auf die Berücksichtigung des – aufgrund des großen Abstandes der MoM-Antennen zu den Streukörpern – kleinen Einflusses der Umgebung auf die Stromverteilung verzichtet. Für Körper in der Nähe der Antennen bietet es sich an, diese Körper mit Hilfe der FDTD zu beschreiben und die in Kapitel 7 vorgestellte Hybridmethode aus TD-MoM und FDTD zu verwenden; in [87] wird erläutert, wie mit Hilfe der FDTD die Beugung an unendlich ausgedehnten Kanten behandelt werden kann, und dort werden dann die mit der FDTD berechneten Ergebnisse mit solchen verglichen, die mit der FD-UTD berechnet wurden.

Sind sowohl Körper in der Nähe der MoM-Antennen als auch weit von diesen entfernt vorhanden, so bietet es sich an, die in Kapitel 8 vorgestellte Hybridmethode aus FDTD, TD-MoM und TD-UTD zu verwenden.

Betrachtet wird die in Abbildung 4.8 dargestellte Gruppenantenne aus zwei Dipolantennen vor einem elektrisch ideal leitfähigen Schirm. In Abbildung 4.9 und 4.10 sind die normierten Richtdiagramme des Betrages der elektrischen Feldstärke für $f = 753$ MHz bzw. $f = 1896$ MHz dargestellt. Aufgrund der in Abschnitt 3.2 geschilderten Eigenschaften der Beugungstensoren der TD-UTD ist nur ein solcher Vergleich der Felder über einen großen Winkelbereich aussagekräftig. Bei der Berechnung der gebeugten Felder kommt der Verwendung der teilanalytischen Ausdrücke gemäß Abschnitt 3.2 eine besondere Bedeutung zu, um an Schatten- und Reflexionsgrenzen für einen stetigen Verlauf der berechneten Feldstärke zu sorgen.

Die elektrischen Felder werden auf einem Kreis mit einem Radius von 10 m um den Ursprung

des Koordinatensystems und folglich in einem relativ geringen Abstand zur beugenden Kante⁴ berechnet. Um Rechenzeit zu sparen, wird zur Berechnung der an der Platte gestreuten Strahlen ein äquivalenter Quellpunkt im Zentrum des Koordinatensystems verwendet. Im Rahmen dieser Arbeit wird entweder ein automatisch berechneter geometrischer Schwerpunkt aller Basisfunktionen verwendet, oder es können einzelne Basisfunktionen Gruppen zugeordnet werden, für die der geometrische Gruppenschwerpunkt automatisch bestimmt wird. Die Zusammenfassung zu einem äquivalenten Quellpunkt im Ursprung des Koordinatensystems ist möglich, da der Abstand zwischen Quellpunkten auf der Oberfläche der Antenne und den Beugungspunkten auf der Kante sehr groß ist und somit die Dipol-Gruppenantenne als ein äquivalenter Punktstrahler betrachtet werden kann. Im konkreten Beispiel resultiert daraus die Tatsache, dass für alle Aufpunkte nur ein Beugungspunkt existiert, weshalb für alle gebeugten Strahlen nur ein (zeitlicher Verlauf des) Feld(es) im Beugungspunkt gespeichert werden muss. Eine Abschätzung, ob eine Antennenstruktur zu einem oder mehreren äquivalenten Quellpunkten zusammengefasst werden kann, erfolgt auf Grundlage der z.B. aus der Antennentechnik bekannten Fernfeldkriterien, d.h. auf Grundlage der Ausdehnung der Struktur und des Abstandes zum Aufpunkt. Die Richtdiagramme werden jeweils mit einer Referenzlösung, die mit Hilfe der kommerziellen FD-UTD+FD-MoM-Hybridmethode FEKO [88] berechnet wurde, verglichen. Offensichtlich stimmen die Ergebnisse sehr gut überein.

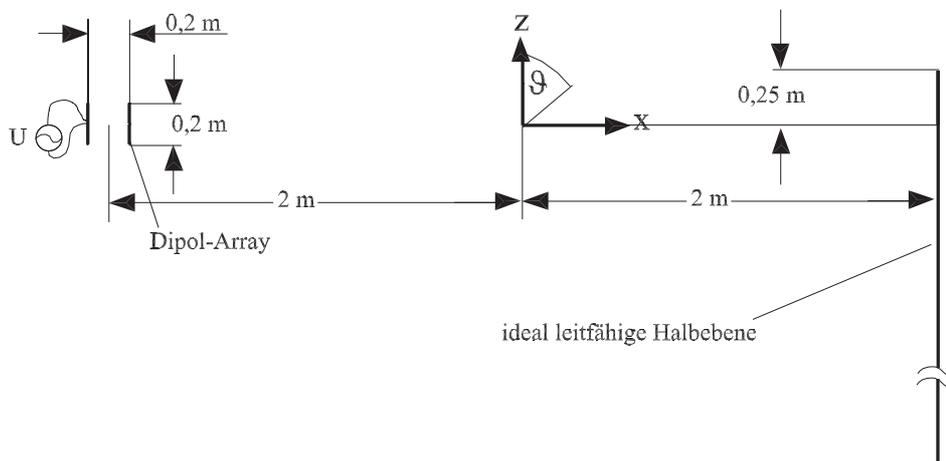


Abbildung 4.8: Geometrie der Dipol-Gruppenantenne vor einer ideal leitfähigen Halbebene $z \leq 0,25 \text{ m}$.

⁴In diesem Beispiel wird die TD-MoM-Berechnung abgebrochen, sobald der Strom auf den MoM-Antennen näherungsweise zu null wird. Der Abstand zu den Aufpunkten beeinflusst deshalb die Berechnungszeit nur unwesentlich.

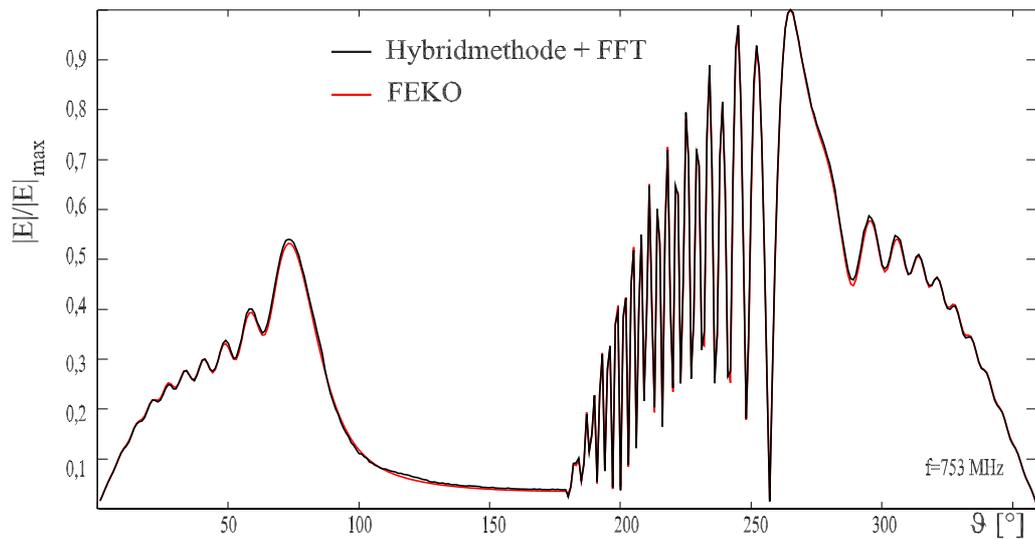


Abbildung 4.9: Mit der TD-MoM-TD-UTD Hybridmethode und mit Hilfe des Programmpaketes FEKO berechnetes normiertes Richtdiagramm der elektrischen Feldstärke für $f = 753$ MHz.

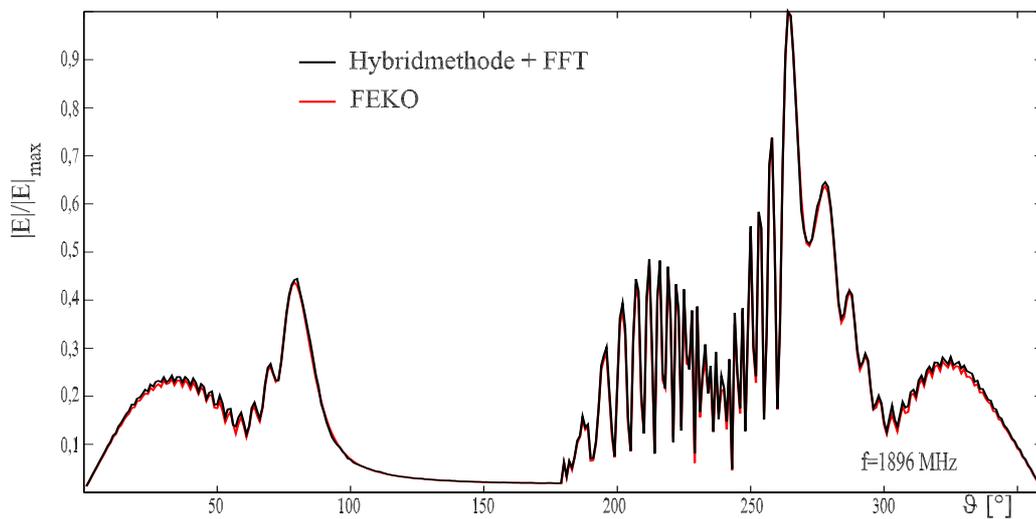


Abbildung 4.10: Mit der TD-MoM-TD-UTD Hybridmethode und mit Hilfe des Programmpaketes FEKO berechnetes normiertes Richtdiagramm der elektrischen Feldstärke für $f = 1896$ MHz.

4.4.3 Dipol-Gruppenantenne vor einer elektrisch ideal leitfähigen Platte

Als weiteres Beispiel ist in Abbildung 4.12 das normierte Richtdiagramm der elektrischen Feldstärke der in Abbildung 4.11 dargestellten Dipol-Gruppenantenne vor einer elektrisch ideal leitfähigen Platte dargestellt. Die elektrischen Feldstärken zur Berechnung des Richtdiagramms werden auf einem Kreis in der xz -Ebene mit dem Radius $r_0 = 10$ m berechnet. Im Gegensatz zu dem in Abschnitt 4.4.2 vorgestellten Beispiel gibt es in diesem Beispiel 4 beugende Kanten, und jeden Aufpunkt erreichen, zusätzlich zu eventuell vorhandenen reflektierten und direkten Strahlen, 4 gebeugte Strahlen. Wie in Abbildung 4.12 zu sehen ist, stimmen die Ergebnisse wiederum sehr gut mit der Referenzlösung überein. Zur Berechnung der an den Kanten gebeugten Felder wird, um Rechenzeit zu sparen, wiederum ein äquivalenter Quellpunkt im Zentrum des Koordinatensystems verwendet.

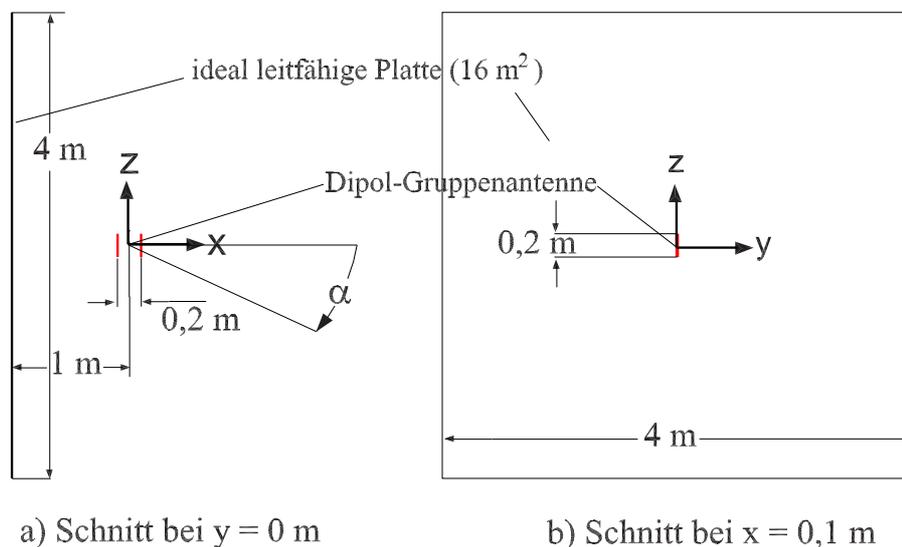


Abbildung 4.11: Geometrie der Dipol-Gruppenantenne vor einer ideal leitfähigen Platte (der linke Dipol wird mittig gespeist und die Spannungsquelle besitzt einen Innenwiderstand von $R = 50\Omega$).

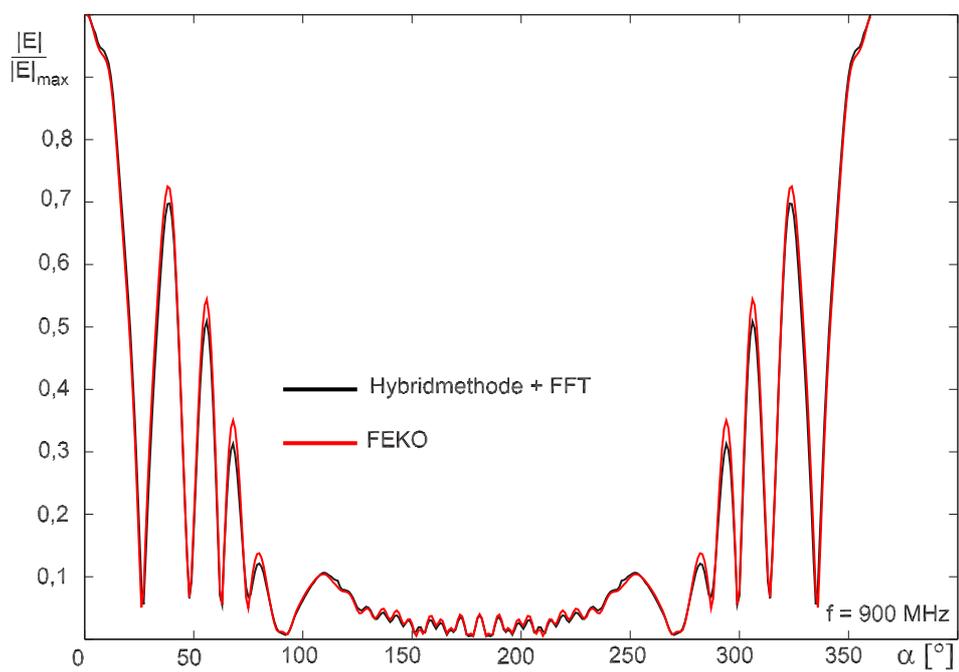


Abbildung 4.12: Mit der TD-MoM-TD-UTD Hybridmethode und mit Hilfe des Programmpaketes FEKO berechnetes normiertes Richtdiagramm der elektrischen Feldstärke für $f = 900$ MHz.

In diesem Kapitel wird ein kurzer Überblick über die Grundlagen der *Finite Difference Time Domain Method* (FDTD) gegeben. Für eine Hybridisierung der FDTD mit anderen Methoden ist es insbesondere notwendig, Felder, die durch Körper abgestrahlt werden, die mit anderen Methoden modelliert werden, im FDTD-Lösungsalgorithmus berücksichtigen zu können. Deshalb wird in diesem Kapitel eine einfache Möglichkeit vorgestellt, diese im Folgenden als einfallende Felder bezeichneten Felder, in das FDTD-Volumen einzuprägen: Die so genannte *total-field/scattered-field*-Formulierung [2, 89], die für eine Hybridisierung der FDTD mit der UTD (siehe Kapitel 6) und der TD-MoM (siehe Kapitel 7) verwendet wird.

5.1 Direkte Diskretisierung und Lösung der Maxwell'schen Gleichungen

Die FDTD beruht auf einer direkten Diskretisierung der Maxwell'schen Gleichungen, die in einer Zeitbereichsformulierung wie folgt lauten:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (5.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (5.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5.4)$$

mit

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (5.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (5.6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (5.7)$$

und

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (5.8)$$

Mit

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{x}) = 0 \quad (5.9)$$

für beliebige \mathbf{x} folgt aus Gl. 5.1:

$$0 = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{B} \Rightarrow \nabla \cdot \mathbf{B} = \textit{konstant} \quad (5.10)$$

und aus Gl. 5.2 mit Gl. 5.8:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{D} - \rho) \Rightarrow \nabla \cdot \mathbf{D} - \rho = \textit{konstant}. \quad (5.11)$$

Folglich sind Gl. 5.3 und Gl. 5.4 bei Erfüllung von Gl. 5.1 und Gl. 5.2 ebenfalls erfüllt, falls zum Zeitpunkt $t = 0$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5.12)$$

und

$$\nabla \cdot \mathbf{D} - \rho = 0 \quad (5.13)$$

gelten. Im Folgenden ist es also ausreichend, folgende Gleichungen zu betrachten, die aus Gl. 5.1 und Gl. 5.2 unter Verwendung von Gl. 5.5 bzw. Gl. 5.6 entstehen:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \quad (5.14)$$

und

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H}. \quad (5.15)$$

Die Ableitung $f'(x) = \frac{\partial}{\partial x} f(x)$ einer Funktion $f(x)$ kann mittels eines zentralen Differenzenquotienten und einem Fehler der Ordnung $\mathcal{O}((\Delta_x)^2)$ durch

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x) \approx \frac{f(x + 0.5\Delta_x) - f(x - 0.5\Delta_x)}{\Delta_x} \quad (5.16)$$

approximiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine homogene Diskretisierung des FDTD-Volumens

$$\mathbf{r}_{i,j,k} = i\Delta_x \mathbf{e}_x + j\Delta_y \mathbf{e}_y + k\Delta_z \mathbf{e}_z \quad (5.17)$$

und eine äquidistante Diskretisierung

$$t_{n_f} = n_f \Delta_t \quad (5.18)$$

der Zeit verwendet; ein Überblick über die Anwendung der FDTD unter Verwendung nicht homogener Diskretisierungen findet sich z.B. in [2]. Die einzelnen Komponenten der unbekanntenen Feldstärken werden wie folgt den Gitterpunkten $\mathbf{r}_{i,j,k}$ und den Zeitpunkten t_{n_f} zugeordnet (siehe auch Abbildung 5.1 und Abbildung 5.2):

$$E_x^{n_f,i,j,k} = E_x \left(t_{n_f}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_x \frac{\Delta_x}{2} \right), \quad (5.19)$$

$$E_y^{n_f,i,j,k} = E_y \left(t_{n_f}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_y \frac{\Delta_y}{2} \right), \quad (5.20)$$

$$E_z^{n_f,i,j,k} = E_z \left(t_{n_f}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_z \frac{\Delta_z}{2} \right), \quad (5.21)$$

$$H_x^{n_f,i,j,k} = H_x \left(t_{n_f} + \frac{\Delta_t}{2}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_y \frac{\Delta_y}{2} + \mathbf{e}_z \frac{\Delta_z}{2} \right), \quad (5.22)$$

$$H_y^{n_f,i,j,k} = H_y \left(t_{n_f} + \frac{\Delta_t}{2}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_x \frac{\Delta_x}{2} + \mathbf{e}_z \frac{\Delta_z}{2} \right) \quad (5.23)$$

und

$$H_z^{n_f,i,j,k} = H_z \left(t_{n_f} + \frac{\Delta_t}{2}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_x \frac{\Delta_x}{2} + \mathbf{e}_y \frac{\Delta_y}{2} \right). \quad (5.24)$$

Diese Anordnung ist auch als Yee-Schema bekannt [90, 91]. Unter Verwendung von Gl. 5.16 und

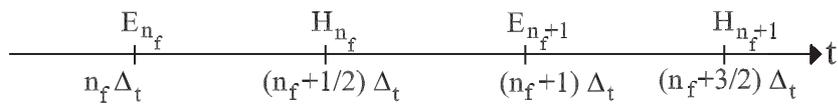


Abbildung 5.1: Zeitliche Anordnung der Unbekannten des FDTD-Algorithmus.

Gl. 5.19 bis 5.24 folgt aus Gl. 5.14 und 5.15:

$$\frac{H_x^{n_f,i,j,k} - H_x^{n_f-1,i,j,k}}{\Delta_t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{E_y^{n_f,i,j,k+1} - E_y^{n_f,i,j,k}}{\Delta_z} - \frac{E_z^{n_f,i,j+1,k} - E_z^{n_f,i,j,k}}{\Delta_y} \right), \quad (5.25)$$

$$\frac{H_y^{n_f,i,j,k} - H_y^{n_f-1,i,j,k}}{\Delta_t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{E_z^{n_f,i+1,j,k} - E_z^{n_f,i,j,k}}{\Delta_x} - \frac{E_x^{n_f,i,j,k+1} - E_x^{n_f,i,j,k}}{\Delta_z} \right), \quad (5.26)$$

$$\frac{H_z^{n_f,i,j,k} - H_z^{n_f-1,i,j,k}}{\Delta_t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{E_x^{n_f,i,j+1,k} - E_x^{n_f,i,j,k}}{\Delta_y} - \frac{E_y^{n_f,i+1,j,k} - E_y^{n_f,i,j,k}}{\Delta_x} \right), \quad (5.27)$$

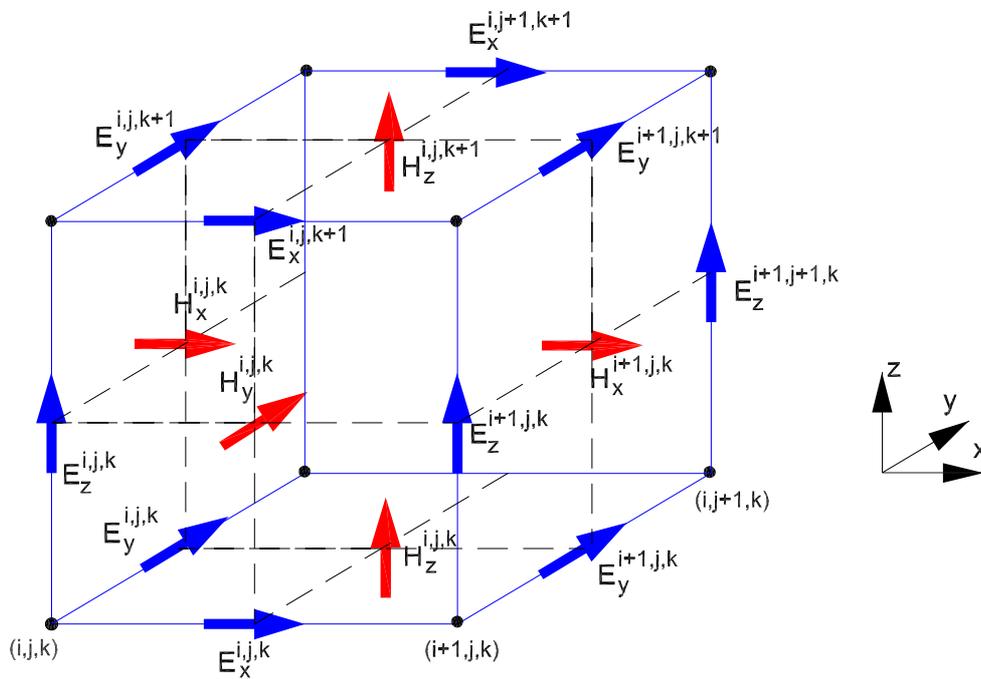


Abbildung 5.2: Örtliche Anordnung der Unbekannten des FDTD-Algorithmus.

$$\frac{E_x^{n_f+1,i,j,k} - E_x^{n_f,i,j,k}}{\Delta_t} = -\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{H_y^{n_f,i,j,k} - H_y^{n_f,i,j,k-1}}{\Delta_z} - \frac{H_z^{n_f,i,j,k} - H_z^{n_f,i,j-1,k}}{\Delta_y} \right) - \frac{\sigma E_x^{n_f+1,i,j,k} + E_x^{n_f,i,j,k}}{2}, \quad (5.28)$$

$$\frac{E_y^{n_f+1,i,j,k} - E_y^{n_f,i,j,k}}{\Delta_t} = -\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{H_z^{n_f,i,j,k} - H_z^{n_f,i-1,j,k}}{\Delta_x} - \frac{H_x^{n_f,i,j,k} - H_x^{n_f,i,j,k-1}}{\Delta_z} \right) - \frac{\sigma E_y^{n_f+1,i,j,k} + E_y^{n_f,i,j,k}}{2}, \quad (5.29)$$

und

$$\frac{E_z^{n_f+1,i,j,k} - E_z^{n_f,i,j,k}}{\Delta_t} = -\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{H_x^{n_f,i,j,k} - H_x^{n_f,i,j-1,k}}{\Delta_y} - \frac{H_y^{n_f,i,j,k} - H_y^{n_f,i-1,j,k}}{\Delta_x} \right) - \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{E_z^{n_f+1,i,j,k} + E_z^{n_f,i,j,k}}{2}. \quad (5.30)$$

Für Gl. 5.28 bis Gl. 5.30 wurde dabei die Näherung

$$f(x) \approx \frac{f(x + \Delta_x/2) + f(x - \Delta_x/2)}{2} \quad (5.31)$$

verwendet. Mit Hilfe von Gl. 5.25 bis Gl. 5.30 können explizite Bestimmungsgleichungen für die einzelnen Feldkomponenten hergeleitet werden. Exemplarisch werden die Bestimmungsgleichungen für H_z und E_x angegeben:

$$H_z^{n_f,i,j,k} = \underbrace{\frac{\Delta_t}{\mu} \left(\frac{E_x^{n_f,i,j+1,k} - E_x^{n_f,i,j,k}}{\Delta_y} - \frac{E_y^{n_f,i+1,j,k} - E_y^{n_f,i,j,k}}{\Delta_x} \right)}_{\text{zum Zeitpunkt } t = n_f \Delta_t \text{ als bekannt vorausgesetzt}} + H_z^{n_f-1,i,j,k} \quad (5.32)$$

und

$$E_x^{n_f+1,i,j,k} = -\frac{2\Delta_t}{2\varepsilon + \sigma\Delta_t} \underbrace{\left(\frac{H_y^{n_f,i,j,k} - H_y^{n_f,i,j,k-1}}{\Delta_z} - \frac{H_z^{n_f,i,j,k} - H_z^{n_f,i,j-1,k}}{\Delta_y} \right)}_{\text{zum Zeitpunkt } t = (n_f + \frac{1}{2})\Delta_t \text{ als bekannt vorausgesetzt}} + \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta_t}{2\varepsilon + \sigma\Delta_t} E_x^{n_f,i,j,k}. \quad (5.33)$$

Durch zyklisches Vertauschen der Indizes können die Gleichungen für die anderen Komponenten angegeben werden. Wie man erkennen kann, werden die einzelnen Feldkomponenten durch Verwendung von bekannten Feldkomponenten, die in der direkten Umgebung der zu bestimmenden Feldkomponente liegen, bestimmt. Dies ist möglich, falls die elektrischen und magnetischen Feldstärken abwechselnd bestimmt werden und somit bei der Berechnung von Gl. 5.32 und Gl. 5.33 die jeweiligen rechten Seiten als bekannt vorausgesetzt werden können. Der daraus resultierende Algorithmus ist stabil, falls das so genannte Courant-Kriterium [90] eingehalten wird:

$$\Delta_t < \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_z}\right)^2}}. \quad (5.34)$$

Durch Verwendung der so genannten ADI-FDTD [42–45] kann diese Einschränkung für die Größe

des Zeitschrittes umgangen werden. Der Rechenzeitbedarf der FDTD ergibt sich zu

$$\mathcal{O}(N_{FDTD}N), \quad (5.35)$$

wobei N die Anzahl der Gitterpunkte ist und N_{FDTD} die Anzahl der Zeitschritte; für ein quaderförmiges Volumen ist, bei Verwendung einer homogenen Diskretisierung, der Rechenzeitbedarf also annähernd proportional zur dritten Potenz der Kantenlänge.

5.2 Absorbierende Randbedingung

Bei der Anwendung der FDTD müssen entweder die elektrischen oder die magnetischen Feldstärken auf dem Rand des Berechnungsvolumens bekannt sein, um die Feldstärken im Inneren des FDTD-Volumens berechnen zu können. Die einfachste Möglichkeit, dies zu realisieren, besteht darin, alle elektrischen Felder auf dem Rand des Lösungsgebietes zu null zu setzen, d.h. das Lösungsvolumen durch eine ideal leitfähige Berandung zu begrenzen. Diese Vorgehensweise ist jedoch z.B. für Abstrahlungsprobleme nur sehr eingeschränkt geeignet, da dadurch Wellen, die den Rand des Berechnungsvolumens erreichen, vollständig in das Volumen reflektiert werden. Eine Möglichkeit, dieses Problem zu umgehen, besteht darin, die Berechnung zu stoppen, bevor die reflektierten Wellen die zu berechnenden Werte beeinflussen. Für praktische Problemstellungen ist diese Vorgehensweise allerdings ebenfalls nur sehr eingeschränkt tauglich¹. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung von so genannten absorbierenden Randbedingungen, bei deren Verwendung Wellen, die den Rand des Lösungsgebietes erreichen, nach Möglichkeit nicht oder nur sehr stark gedämpft reflektiert werden. Die auf der Wellengleichung für das elektrische Feld basierende Randbedingung nach Mur [94] war bis zur Einführung der sogenannten *Perfectly Matched Layer*-Randbedingung (PML, [2, 8]) eine der am weitesten verbreiteten Randbedingungen. Die PML beruht darauf, das Lösungsgebiet mit absorbierenden Materialien zu umschließen und diese Materialien im Rahmen der FDTD zu modellieren. Eine beliebige Beschränkung des Lösungsgebietes ist dann möglich, falls die Felder im Absorber stark genug abklingen. Die grundlegende Funktionsweise einer PML wird anhand der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten so genannten *UPML* (*uniaxial* PML) erläutert:

Es kann gezeigt werden [2], dass eine beliebig polarisierte homogene ebene Welle, die aus dem isotropen Medium 1 kommend auf eine ebene, parallel zur yz-Ebene liegende Grenzfläche

¹Bei der messtechnischen Bestimmung der Strahlungseigenschaften von Antennen in endlich großen Räumen kann mittels eines sog. *time-gatings* eine ähnliche Vorgehensweise verwendet werden, um Echos an den Wänden zu eliminieren [92, 93]; eine solche Vorgehensweise kann insbesondere im Zusammenhang mit Ultrabreitband-Technologien sehr gute Ergebnisse liefern.

zwischen zwei Medien trifft, nicht reflektiert wird, falls für Medium 2 gilt:

$$\vec{\epsilon}_2 = \epsilon_1 \vec{s}, \quad (5.36)$$

$$\vec{\mu}_1 = \mu_1 \vec{s} \quad (5.37)$$

und

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} s_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{pmatrix}. \quad (5.38)$$

ϵ_1 und μ_1 sind dabei die Materialkonstanten des ersten Mediums. Die Reflexionsfreiheit ist unabhängig vom Einfallswinkel der HEW und vom Parameter s_x gegeben. Dieses Konzept kann für allgemeine dreidimensionale Probleme erweitert werden, und es gilt dann:

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} s_x^{-1} s_y s_z & 0 & 0 \\ 0 & s_x s_y^{-1} s_z & 0 \\ 0 & 0 & s_x s_y s_z^{-1} \end{pmatrix}. \quad (5.39)$$

Durch Verwendung von

$$s_x = \kappa_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\epsilon_1}, \quad (5.40)$$

$$s_y = \kappa_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\epsilon_1} \quad (5.41)$$

und

$$s_z = \kappa_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\epsilon_1} \quad (5.42)$$

können die Wellen im Medium 2 durch eine von null verschiedene Leitfähigkeit σ gedämpft werden; κ ist eine beliebige Konstante, die den Realteil von ϵ_r beschreibt.

Nun wird ein dreidimensionales Lösungsgebiet betrachtet, das durch eine PML abgeschlossen wird. Für jeden Punkt innerhalb des Lösungsgebietes soll

$$x_{min} < x < x_{max}, \quad (5.43)$$

$$y_{min} < y < y_{max} \quad (5.44)$$

und

$$z_{min} < z < z_{max} \quad (5.45)$$

gelten. Die Wahl der Materialkonstanten wird anhand einzelner Beispiele erläutert (siehe auch Abbildung 5.3):

- Im Inneren des Lösungsvolumens muss $s_x = s_y = s_z = 1$ gelten, was durch $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ sowie $\kappa_x = \kappa_y = \kappa_z = 1$ erreicht wird.
- In dem nicht-überlappenden Bereich $x > x_{max}$, $y_{min} < y < y_{max}$ und $z_{min} < z < z_{max}$ muss $s_y = s_z = 1$ gelten, was durch $\sigma_y = \sigma_z = 0$ und $\kappa_y = \kappa_z = 1$ erreicht wird.
- In dem überlappenden Bereich $x > x_{max}$, $y > y_{max}$ und $z_{min} < z < z_{max}$ muss $s_z = 1$ gelten, was durch $\sigma_z = 0$, $\kappa_z = 1$ erreicht werden kann.
- Die Konstanten für die anderen Bereiche ergeben sich entsprechend.

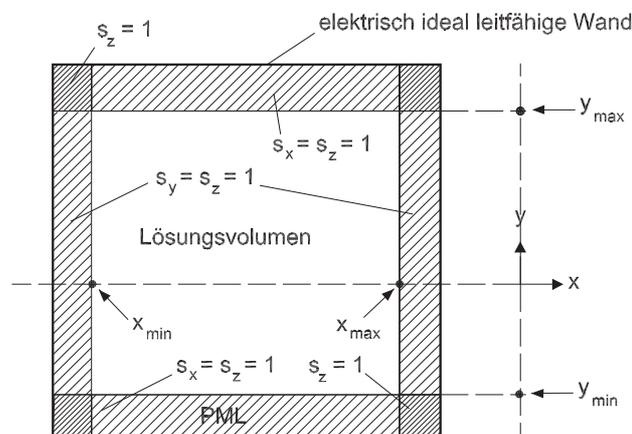


Abbildung 5.3: Schematischer Schnitt durch ein FDTD-Volumen mit PML zur Dämpfung von aus dem Volumen heraus laufenden Wellen.

Die Maxwell'schen Gleichungen für Aufpunkte in der PML lauten in einer Frequenzbereichsformulierung:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{E}, \quad (5.46)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{H}, \quad (5.47)$$

mit $\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{s}}$ gemäß Gl. 5.39 bis 5.42. Da eine direkte Transformation von Gl. 5.46 und 5.47 in den Zeitbereich eine Faltung der Felder mit den Tensoren $\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{s}}$ nötig machen würde, ist es sinnvoll, die Größen

$$\check{D}_x = \epsilon \frac{s_z}{s_x} E_x, \quad (5.48)$$

$$\check{D}_y = \epsilon \frac{s_x}{s_y} E_y, \quad (5.49)$$

und

$$\check{D}_z = \varepsilon \frac{s_y}{s_z} E_z \quad (5.50)$$

einzuführen, durch deren Verwendung wiederum ein expliziter Algorithmus zur Bestimmung der Komponenten \check{D}_x , \check{D}_y und \check{D}_z hergeleitet werden kann [2]. Mittels Gl. 5.48, 5.49 und 5.50 können dann die elektrischen Feldstärken E_x , E_y und E_z aus den Größen \check{D}_x , \check{D}_y und \check{D}_z bestimmt werden. Zur Bestimmung der magnetischen Feldstärken kann ähnlich vorgegangen werden. Bei einer Implementierung der PML im Rahmen eines lokalen numerischen Verfahrens wie der FDTD treten aufgrund der Diskretisierung des Lösungsvolumens (und somit auch der PML) sehr wohl Reflexionen an den Grenzschichten auf. Um diese Reflexionen möglichst gering zu halten, ist es sinnvoll, die Leitfähigkeit und den Realteil der Dielektrizitätskonstante in der PML langsam ansteigen zu lassen; im Rahmen dieser Arbeit wird das so genannte *polynomial grading* verwendet, bei der beide Werte proportional zu einer Potenz der betreffenden Koordinate steigen. Anzumerken ist, dass die Berechnung bei Einhaltung des Courant-Kriteriums stabil ist und alle bei der Berechnung nötigen Konstanten (wie z.B. die Einträge von \vec{s}) zeitunabhängig sind und folglich nur einmal berechnet werden müssen.

5.3 Einprägen einfallender Wellen in das FDTD-Volumen mittels der Total-Field/Scattered-Field-Formulierung

Um einen Verknüpfungspunkt der FDTD zu anderen Verfahren zu schaffen, müssen einfallende Wellen im FDTD-Algorithmus berücksichtigt werden können; die Unbekannten der FDTD-Formulierung müssen also am Ort der durch die FDTD modellierten Körper auch die einfallenden Wellen beinhalten. Um dies zu ermöglichen, wird das elektrische Feld \mathbf{E}_{total} zunächst in ein Streufeld \mathbf{E}_{scatt} und in ein einfallendes Feld \mathbf{E}_{inc} unterteilt (eine Unterteilung der magnetischen Felder \mathbf{H} erfolgt sinngemäß). Unter \mathbf{E}_{scatt} wird dabei ein vom FDTD-Volumen abgestrahltes bzw. gestreutes Feld verstanden, und \mathbf{E}_{inc} können einfallende homogene ebene Wellen, aber auch von außerhalb des FDTD-Volumens liegenden Körpern abgestrahlte bzw. gestreute Felder sein. Das Gesamtfeld \mathbf{E}_{total} ergibt sich dann durch die Superposition dieser beiden Teilfelder:

$$\mathbf{E}|_{total} = \mathbf{E}|_{scatt} + \mathbf{E}|_{inc}. \quad (5.51)$$

Für ein lineares Medium folgt aus Gl. 5.14 und Gl. 5.15:

$$\frac{\partial \mathbf{H}|_{scatt}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{H}|_{inc}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}|_{scatt} - \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}|_{inc} \quad (5.52)$$

und

$$\frac{\partial \mathbf{E}|_{scatt}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}|_{inc}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E}|_{scatt} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E}|_{inc} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H}|_{scatt} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H}|_{inc}. \quad (5.53)$$

Die Randbedingungen des elektrischen und magnetischen Feldes werden in der Regel nur durch das Gesamtfeld \mathbf{E}_{total} bzw. \mathbf{H}_{total} erfüllt, d.h. Gl. 5.52 und Gl. 5.53 können somit normalerweise nicht nach Streufeld und einfallendem Feld in 4 Gleichungen separiert werden.

Das ursprüngliche Lösungsvolumen wird nun um eine homogene Region erweitert, in der im Folgenden die einfallenden Felder als bekannt vorausgesetzt werden. Betrachtet wird dann ein Lösungsvolumen, das in zwei Teilvolumen unterteilt wird (siehe Abbildung 5.4): Ein homogenes Volumen V_1 , in dem die Unbekannten der FDTD-Formulierung nur das vom ursprünglichen Lösungsvolumen gestreute bzw. abgestrahlte Feld beschreiben, und ein Teilvolumen V_2 (das ursprüngliche Lösungsvolumen), in dem die Unbekannten der FDTD das Gesamtfeld beschreiben. Eine solche Unterteilung ist nur dann möglich, falls im Inneren des Volumens V_1 das einfallende

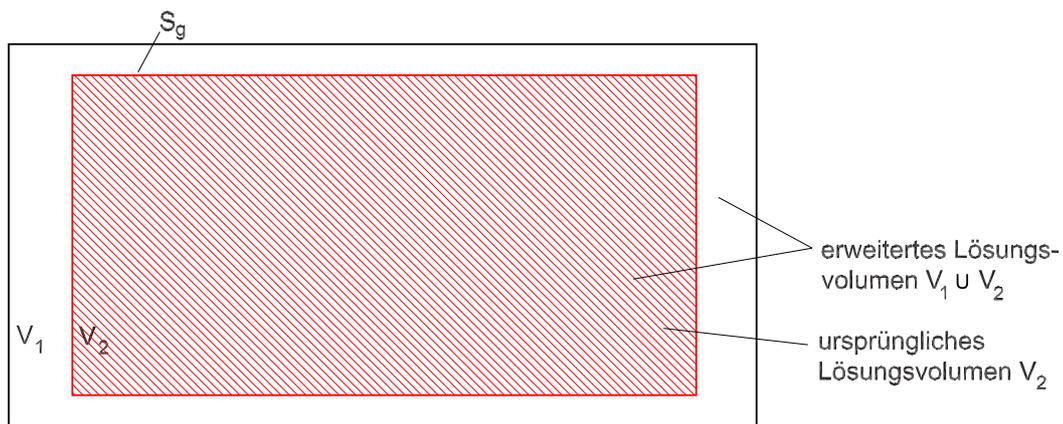


Abbildung 5.4: Erweiterung des ursprünglichen FDTD-Lösungsvolumens V_2 um ein homogenes äußeres Volumen V_1 .

Feld und das Streufeld getrennt voneinander die Maxwell'schen Gleichungen erfüllen², was in der Regel nur gegeben ist, falls, wie vorausgesetzt, das Volumen V_1 homogen ist. Somit muss das Streufeld im Inneren des Volumens V_1

$$\frac{\partial \mathbf{H}|_{scatt}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}|_{scatt} \quad (5.54)$$

sowie

$$\frac{\partial \mathbf{E}|_{scatt}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E}|_{scatt} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H}|_{scatt} \quad (5.55)$$

²Somit können in Gl. 5.52 und Gl. 5.53 die einfallenden Felder subtrahiert werden.

erfüllen. Aus Gl. 5.54 und Gl. 5.55 folgen dann gemäß Abschnitt 5.1 explizite Bestimmungsgleichungen für \mathbf{E}_{scatt} und \mathbf{H}_{scatt} , die keine Komponenten des einfallenden Feldes enthalten (siehe unten). Ist das Volumen V_2 nicht homogen, so erfüllt in der Regel nur das Gesamtfeld die Maxwell'schen Gleichungen. Im FDTD-Algorithmus muss deshalb im Inneren von V_2 das Gesamtfeld verwendet werden, für das ebenfalls gemäß Abschnitt 5.1 entsprechende Bestimmungsgleichungen angegeben werden können.

Im Folgenden wird nun angenommen, dass in dem Teilvolumen V_2 des Lösungsvolumens die Komponenten der FDTD-Formulierung das Gesamtfeld beschreiben und in dem restlichen Teilvolumen V_1 die Komponenten der FDTD nur das Streufeld beschreiben. Das so formulierte Problem ist in der Regel nicht konsistent mit der Feldtheorie, da dann an der Grenzfläche S_g die elektrischen und die magnetischen Feldstärken der FDTD-Formulierung springen und die tangentialen Komponenten folglich nicht stetig sind. Ein Ausweg ergibt sich dadurch, dass man für das Teilfeld $\mathbf{E}|_{inc}$ das Huygenssche Prinzip anwendet und in der Grenzfläche S_g Huygensströme gemäß

$$\mathbf{J}_{Huygens} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}|_{inc} \quad (5.56)$$

und

$$\mathbf{M}_{Huygens} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}|_{inc} \quad (5.57)$$

eingepägt (siehe Abbildung 5.5); \mathbf{n} ist dabei der Normalenvektor auf der Grenzfläche zwischen V_1 und V_2 , der von V_2 nach V_1 zeigt. Der Sprung der elektrischen Felder \mathbf{E} und der magnetischen

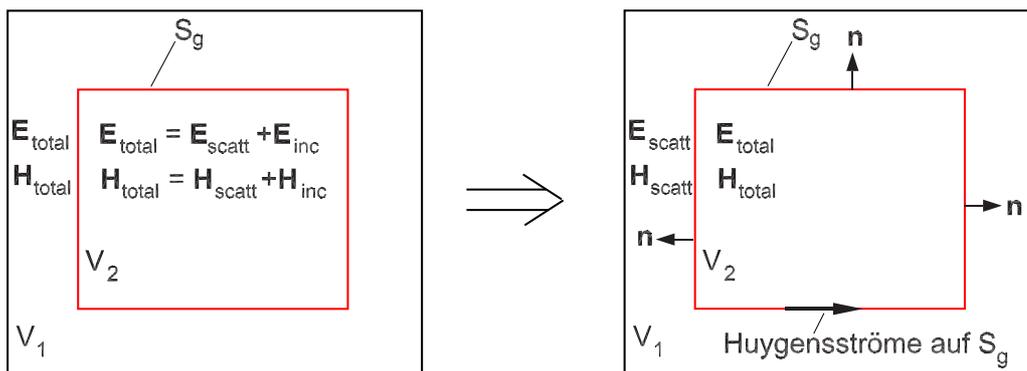


Abbildung 5.5: Anwendung des Huygensschen Prinzips zur Unterteilung des FDTD-Lösungsvolumens in eine innere Region, in der die Unbekannten der FDTD das Gesamtfeld beschreiben, und in eine äußere Region, in der die Unbekannten der FDTD nur das Streufeld beschreiben.

Felder \mathbf{H} in der Grenzfläche S_g in der FDTD-Formulierung wird also durch die eingepägte

Stromdichte ermöglicht.

Da es aufgrund der Anordnung der elektrischen und magnetischen Felder gemäß des Yee-Schemas nicht möglich ist, elektrische und magnetische Ströme in einer gemeinsamen Ebene einzuprägen, wird im Rahmen dieser Arbeit eine andere Vorgehensweise gewählt. Für eine Erläuterung wird exemplarisch die Bestimmungsgleichung für H_z im Inneren der beiden Teilbereiche und in der Umgebung der Grenzfläche S_g angegeben. Anhand dieser Gleichung wird gezeigt, wie die FDTD-Gleichungen modifiziert werden müssen, um eine diskrete Anwendung des Huygensschen Prinzips zu ermöglichen und dafür zu sorgen, dass die diskretisierten Maxwell'schen Gleichungen Gl. 5.25 bis Gl. 5.30 auch für Aufpunkte in der unmittelbaren Umgebung der Grenzfläche erfüllt werden.

Die Bestimmungsgleichung für $H_z^{n_f, i, j, k} \Big|_{scatt}$ lautet für Punkte im Inneren von V_1

$$H_z^{n_f, i, j, k} \Big|_{scatt} = \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_x^{n_f, i, j+1, k} \Big|_{scatt} - E_x^{n_f, i, j, k} \Big|_{scatt}}{\Delta y} - \frac{E_y^{n_f, i+1, j, k} \Big|_{scatt} - E_y^{n_f, i, j, k} \Big|_{scatt}}{\Delta x} \right) + H_z^{n_f-1, i, j, k} \Big|_{scatt} \quad (5.58)$$

und für einen Punkt im Inneren von V_2 :

$$H_z^{n_f, i, j, k} \Big|_{total} = \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_x^{n_f, i, j+1, k} \Big|_{total} - E_x^{n_f, i, j, k} \Big|_{total}}{\Delta y} - \frac{E_y^{n_f, i+1, j, k} \Big|_{total} - E_y^{n_f, i, j, k} \Big|_{total}}{\Delta x} \right) + H_z^{n_f-1, i, j, k} \Big|_{total} \quad (5.59)$$

Nun wird ein Punkt $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i, j, k}$ betrachtet, wobei für diesen Punkt und für die ihn umgebenden Punkte gilt: Alle Punkte $\mathbf{r}_{i', j', k'}$ liegen in V_1 für $i' \leq i$ und in V_2 für $i' > i$ (siehe Abbildung 5.6). Um die Bestimmungsgleichung der FDTD für die Komponente $H_z^{n_f, i, j, k} \Big|_{total}$ für einen solchen Punkt angeben zu können, wird zunächst die zweite Maxwell'sche Gleichung, angewendet auf eine Fläche A in der xy -Ebene, in integraler Form und zum Zeitpunkt $n_f \Delta t$ betrachtet:

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{E}(\mathbf{r}, n_f \Delta t) \cdot d\mathbf{s} &= \iint_A \left(-\frac{\mu \partial}{\partial t} \mathbf{H}(\mathbf{r}, n_f \Delta t) + \mathbf{M}_{Huygens}(\mathbf{r}, n_f \Delta t) \right) \cdot \mathbf{e}_z da' \\ &= - \iint_A \left(\frac{\mu \partial}{\partial t} H_z(\mathbf{r}, n_f \Delta t) + \mathbf{e}_z \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, n_f \Delta t)|_{inc}) \right) da' \\ &= - \iint_A \left(\frac{\mu \partial}{\partial t} H_z(\mathbf{r}, n_f \Delta t) - \mathbf{e}_z \cdot (\mathbf{e}_x \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, n_f \Delta t)|_{inc}) \right) da' \\ &= - \iint_A \left(\frac{\mu \partial}{\partial t} H_z(\mathbf{r}, n_f \Delta t) - E_y(\mathbf{r}, n_f \Delta t)|_{inc} \right) da'. \end{aligned} \quad (5.60)$$

Sind die Unbekannten der FDTD gemäß Abschnitt 5.1 angeordnet und wird davon ausgegangen, dass alle Materialdaten innerhalb der Fläche A konstant sind, so kann Gl. 5.60 wie folgt approximiert werden:

$$\begin{aligned} & \left(-E_y^{n_f, i, j, k} \Big|_{scatt} + E_y^{n_f, i+1, j, k} \Big|_{total} \right) \Delta_y + \left(E_x^{n_f, i, j, k} \Big|_{total} - E_x^{n_f, i, j+1, k} \Big|_{total} \right) \Delta_x \\ = & -\frac{\mu}{\Delta_t} \left(H_z^{n_f, i, j, k} \Big|_{total} - H_z^{n_f-1, i, j, k} \Big|_{total} \right) \Delta_x \Delta_y + \iint_A E_y|_{inc} da'. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Wird die Approximation [2]

$$\iint_A E_y(\mathbf{r}, n_f \Delta_t)|_{inc} da' \approx E_y(n_f \Delta_t, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_y \frac{\Delta_y}{2}) \Big|_{inc} \Delta_x \Delta_y \quad (5.62)$$

verwendet, so kann die Bestimmungsgleichung für $H_z^{n_f, i, j, k}$ hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} H_z^{n_f, i, j, k} \Big|_{total} = & \frac{\Delta_t}{\mu} \left(\frac{E_x^{n_f, i, j+1, k} \Big|_{total} - E_x^{n_f, i, j, k} \Big|_{total}}{\Delta_y} - \frac{E_y^{n_f, i+1, j, k} \Big|_{total} - E_y^{n_f, i, j, k} \Big|_{scatt}}{\Delta_x} \right) \\ & + \frac{\Delta_t}{\mu} E_y \left(n_f \Delta_t, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_y \frac{\Delta_y}{2} \right) \Big|_{inc} \\ & + H_z^{n_f-1, i, j, k} \Big|_{total}. \end{aligned} \quad (5.63)$$

Die Notwendigkeit, magnetische Huygensströme in Gl. 5.63 zu berücksichtigen, kann anschaulich auch folgendermaßen erklärt werden: Mittels Gl. 5.63 wird eine magnetische Komponente der FDTD-Formulierung bestimmt, die das Gesamtfeld $\mathbf{H}|_{total}$ beschreibt. Damit die rechte Seite von Gl. 5.63 ebenfalls nur das Gesamtfeld enthält, ist eine passende Addition des einfallenden Feldes nötig, um zu berücksichtigen, dass die Komponente $E_y^{n_f, i, j, k} \Big|_{scatt}$ nur das Streufeld beschreibt. Eine entsprechende Modifizierung ist für alle Gleichungen notwendig, die sowohl Komponenten enthalten, die das Gesamtfeld, als auch solche, die nur das Streufeld beschreiben. Werden die – als bekannt vorausgesetzten – einfallenden Felder \mathbf{E}_{inc} und \mathbf{H}_{inc} also passend im Lösungsalgorithmus der FDTD addiert bzw. subtrahiert, so ist es möglich, einfallende Wellen im FDTD-Algorithmus zu berücksichtigen; dafür muss, wie dargestellt, das eigentliche Berechnungsvolumen V_2 immer erweitert werden, um in einer homogenen Region V_1 außerhalb von V_2 die einfallenden Wellen einprägen zu können. In [95] ist dargestellt, wie es möglich ist, die Grenzfläche S_g zwischen den beiden Bereichen zum Teil in den Bereich der PML zu legen, um unendlich ausgedehnte Streukörper im Rahmen einer FDTD-Berechnung zu modellieren.

Aufgrund der von der Lichtgeschwindigkeit verschiedenen Phasengeschwindigkeit von Wellen im FDTD-Gitter kann es bei der Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung zu

Fehlern kommen; eine Diskussion dieses Sachverhaltes findet sich in [96].

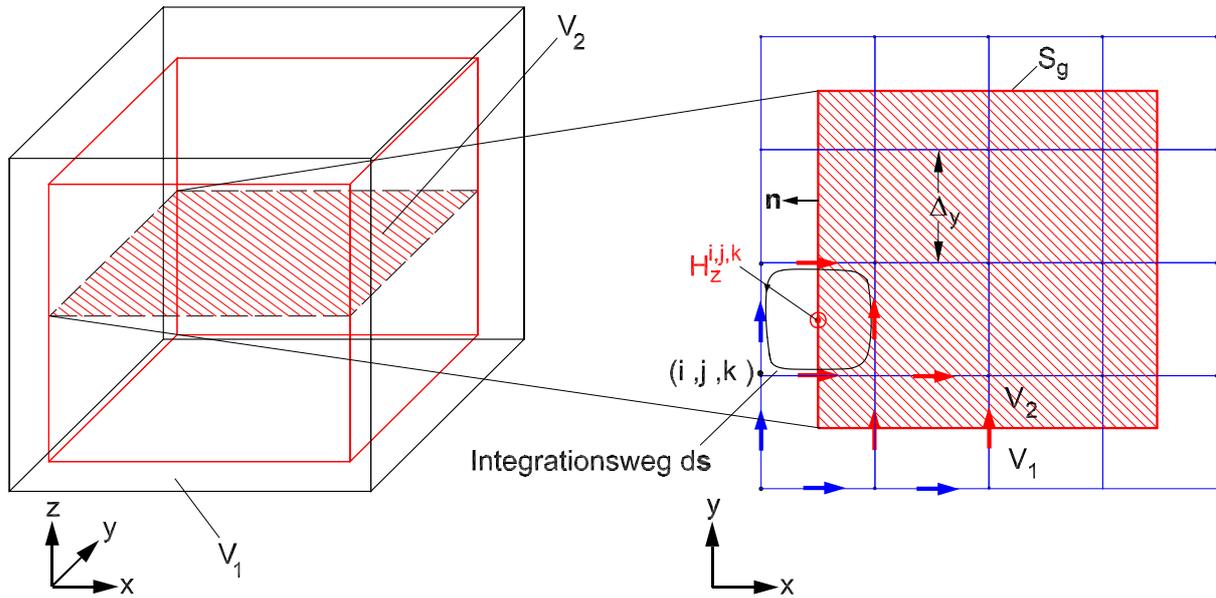


Abbildung 5.6: Unterteilung des FDTD-Lösungsvolumens in eine innere Region, in der die Unbekannten der FDTD das Gesamtfeld beschreiben, und in eine äußere Region, in der die Unbekannten der FDTD nur das Streufeld beschreiben. Rot dargestellt sind Komponenten, die das Gesamtfeld beschreiben, und blau dargestellt sind Komponenten, die das Streufeld beschreiben.

Hybridmethode aus TD-UTD und FDTD

In diesem Kapitel wird eine Hybridmethode vorgestellt, die durch eine Verknüpfung der TD-UTD mit der FDTD entsteht; das grundlegende Konzept dieser Hybridmethode ist in Abbildung 6.1

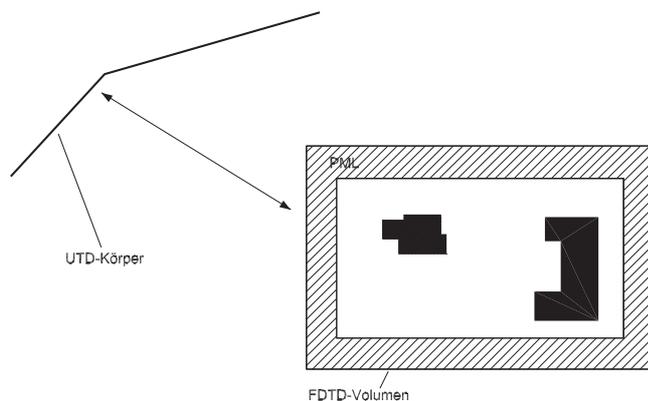


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung des Konzeptes einer Hybridmethode aus FDTD und TD-UTD.

dargestellt. Diese Methode erlaubt es, große, einfach strukturierte Streukörper, die außerhalb eines FDTD-Volumens liegen, zu modellieren. Diese Streukörper werden im Folgenden gemäß Kapitel 4 wiederum als UTD-Körper bezeichnet. Dadurch ist es möglich, im FDTD-Lösungsalgorithmus Körper zu berücksichtigen, deren Modellierung mit der FDTD aufgrund ihrer Größe sehr ineffizient ist. Eine Kombination der mit der FDTD stark verwandten Finiten Integrationstechnik [5] mit der UTD wird in [34–37] sowohl in einer Frequenzbereichs- als auch in einer Zeitbereichsformulierung vorgestellt.

Für eine Hybridisierung sind zwei Teilschritte nötig: Als erstes müssen die vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder aus den Feldstärken der FDTD berechnet werden (siehe Abschnitt 6.1.1).

Diese werden dann verwendet, um Strahlen zu konstruieren (siehe Abschnitt 6.1.2), deren Streuung an UTD-Körpern mittels der in Abschnitt 3 vorgestellten Vorgehensweise beschrieben wird. Felder, die zum FDTD-Volumen zurückgestreut werden, werden dann in einem zweiten Schritt mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung (siehe Abschnitt 5.3) im FDTD-Lösungsalgorithmus berücksichtigt (siehe Abschnitt 6.2). Da die Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung im Wesentlichen einer Addition bzw. Subtraktion der von den UTD-Körpern gestreuten Felder entspricht, können die meisten Erweiterungen der FDTD, wie z.B. Untergitter [97], im Rahmen der Hybridmethode verwendet werden.

6.1 Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder unter Berücksichtigung des Einflusses von UTD-Körpern.

In diesem Abschnitt wird vorgestellt, wie aus den Feldwerten der FDTD die abgestrahlten Felder berechnet und aus diesen Feldern Strahlen konstruiert werden, deren Streuung dann mittels der TD-UTD beschrieben wird.

6.1.1 Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder

Die vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder werden mittels des Huygensschen Prinzips berechnet, wobei eine Huygensfläche SH_1 verwendet wird, die innerhalb der PML liegt (siehe Abbildung 6.2). Das vom FDTD-Volumen abgestrahlte Feld \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} ergibt sich zu:

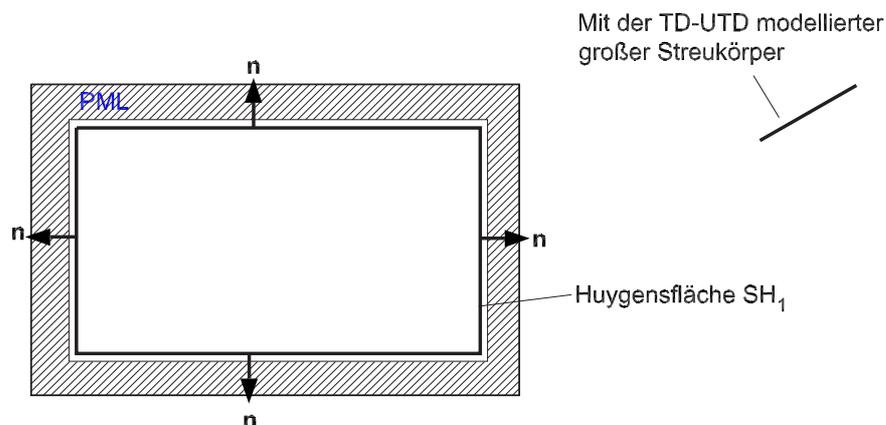


Abbildung 6.2: Huygensfläche SH_1 innerhalb der PML zur Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder. \mathbf{n} sind die Normalenvektoren zur Berechnung der Huygensströme \mathbf{J} bzw. \mathbf{M} .

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} = & - \int_{SH_1} \nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} da' - \frac{\partial}{\partial t} \int_{SH_1} \frac{\mu}{4\pi} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} da' \\ & - \int_{SH_1} \frac{1}{4\pi} \nabla \times \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} da', \end{aligned} \quad (6.1)$$

mit

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{FDTD}(\mathbf{r}, t), \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}, t) &= \epsilon \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^{FDTD}(\mathbf{r}, t) \\ &= \int_{-\infty}^t \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{FDTD}(\mathbf{r}, t) \quad (6.4)$$

und

$$\nabla \times \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{r^2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times \mathbf{M}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c}). \quad (6.5)$$

\mathbf{E}^{FDTD} und \mathbf{H}^{FDTD} sind dabei die mittels der FDTD berechneten Feldstärken auf der Huygensfläche SH_1 , und \mathbf{n} ist der in Richtung PML zeigende Normalenvektor auf SH_1 . Da aus den Komponenten der FDTD aufgrund ihrer speziellen örtlichen und räumlichen Anordnung gemäß des Yee-Gitters (siehe Kapitel 5) elektrische und magnetische Huygensströme nicht direkt in einer gemeinsamen Ebene gewonnen werden können, müssen für die Berechnung der Huygensströme entweder die elektrischen oder die magnetischen Feldstärken der FDTD interpoliert werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die benötigten magnetischen Feldstärken mittels einer einfachen Interpolation berechnet:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_x^{n,i,j,k} &= H_x \left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_x \frac{\Delta x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{8} \left(H_x^{n,i,j,k} + H_x^{n,i+1,j,k} + H_x^{n,i,j-1,k} + H_x^{n,i+1,j-1,k} + H_x^{n,i,j,k-1} \right. \\ &\quad \left. + H_x^{n,i+1,j,k-1} + H_x^{n,i,j-1,k-1} + H_x^{n,i+1,j-1,k-1} \right) \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_y^{n,i,j,k} &= H_y \left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_y \frac{\Delta y}{2} \right) \\ &= \frac{1}{8} \left(H_y^{n,i,j,k} + H_y^{n,i,j+1,k} + H_y^{n,i-1,j,k} + H_y^{n,i-1,j+1,k} + H_y^{n,i,j,k-1} \right. \\ &\quad \left. + H_y^{n,i,j+1,k-1} + H_y^{n,i-1,j,k-1} + H_y^{n,i-1,j+1,k-1} \right) \end{aligned} \quad (6.7)$$

und

$$\begin{aligned}\tilde{H}_z^{n,i,j,k} &= H_z \left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{r}_{i,j,k} + \mathbf{e}_z \frac{\Delta z}{2} \right) \\ &= \frac{1}{8} \left(H_z^{n,i,j,k} + H_z^{n,i,j,k+1} + H_z^{n,i-1,j,k} + H_z^{n,i-1,j,k+1} + H_z^{n,i,j-1,k} \right. \\ &\quad \left. + H_z^{n,i,j-1,k+1} + H_z^{n,i-1,j-1,k} + H_z^{n,i-1,j-1,k+1} \right).\end{aligned}\quad (6.8)$$

$\tilde{H}_z^{n,i,j,k}$ ist also die z -Komponente des magnetischen Feldes am Ort der Komponente $E_z^{n,i,j,k}$ der FDTD-Formulierung. Durch die Diskretisierung der FDTD ergibt sich eine Diskretisierung der Huygensfläche SH_1 in N_ξ rechteckige Basisflächen (siehe Abbildung 6.3); jeder dieser Teilbereiche wird durch vier Gitterpunkte der FDTD begrenzt, und das elektrische Feld \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} im Aufpunkt \mathbf{r} wird als eine Überlagerung der von diesen Teilbereichen abstrahlten Teilfelder \mathbf{E}_ξ dargestellt:

$$\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\xi=1}^{N_\xi} \mathbf{E}_\xi(\mathbf{r}, t).\quad (6.9)$$

Im Folgenden wird exemplarisch der Beitrag \mathbf{E}_ξ eines dem Punkt (i, j, k) zugeordneten Teilbe-

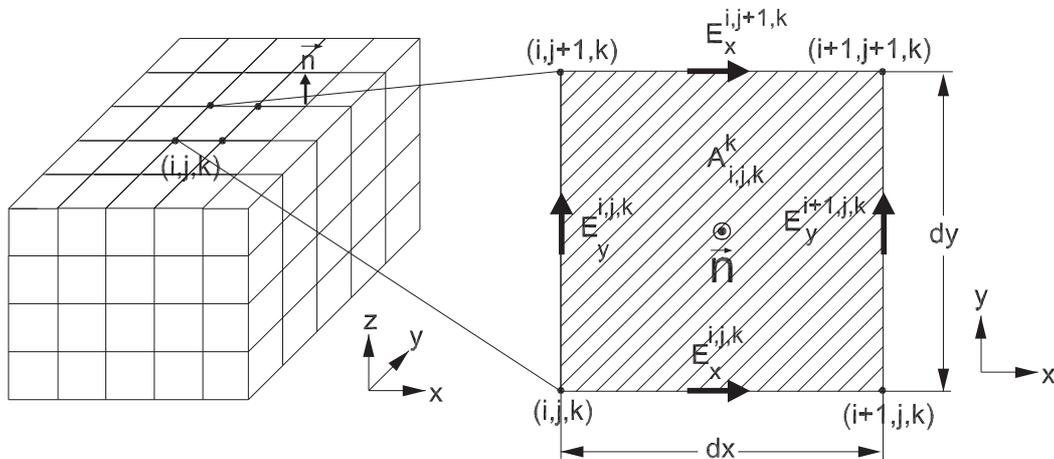


Abbildung 6.3: Basisfläche auf der Huygensfläche SH_1 .

reichs mit $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z$ (siehe Abbildung 6.3) berechnet. \mathbf{E}_ξ wird approximiert durch:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_\xi(\mathbf{r}, t) &= -\frac{A_\xi}{4\pi} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_{i,j,k}}{4\pi\epsilon r^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t) + \frac{\rho(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t)}{r} dt \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial t} \mu \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t)}{r} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_{i,j,k}}{r^2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times \mathbf{M}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t - \frac{r}{c}) \right],\end{aligned}\quad (6.10)$$

mit

$$r = |\mathbf{r}'_{i,j,k} - \mathbf{r}|. \quad (6.11)$$

Dabei ist

$$\mathbf{r}'_{i,j,k} = \mathbf{r}_{i,j,k} + \frac{\Delta_x}{2} \mathbf{e}_x + \frac{\Delta_y}{2} \mathbf{e}_y \quad (6.12)$$

der Vektor zum Mittelpunkt des Teilbereichs, und

$$A_\xi = \Delta_x \Delta_y \quad (6.13)$$

ist die Fläche des Teilbereichs. Für $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z$ ergeben sich die Ströme und Ladungsdichten zu den Zeitpunkten $t_0 = n_f \Delta_t$ bzw. $t'_0 = (n_f + \frac{1}{2}) \Delta_t$ zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t'_0) &= \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}^{FDTD}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t'_0) \\ &= -\mathbf{e}_x H_y^{FDTD}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t'_0) + \mathbf{e}_y H_x^{FDTD}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t'_0) \\ &\approx -\mathbf{e}_x \frac{\tilde{H}_y^{n,i,j,k} + \tilde{H}_y^{n,i+1,j,k}}{2} + \mathbf{e}_y \frac{\tilde{H}_x^{n,i,j,k} + \tilde{H}_x^{n,i,j+1,k}}{2}, \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t_0) &= -\mathbf{e}_z \times \mathbf{E}^{FDTD}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t_0) \\ &= \mathbf{e}_x E_y^{FDTD}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t_0) - \mathbf{e}_y E_x^{FDTD}(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t_0) \\ &\approx \mathbf{e}_x \frac{E_y^{n,i,j,k} + E_y^{n,i+1,j,k}}{2} - \mathbf{e}_y \frac{E_x^{n,i,j,k} + E_x^{n,i,j+1,k}}{2} \end{aligned} \quad (6.15)$$

und

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t'_0) &= \varepsilon \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^{FDTD}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \\ &= \int_{-\infty}^t \left[\frac{\partial}{\partial x} J_x(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t'_0) + \frac{\partial}{\partial y} J_y(\mathbf{r}'_{i,j,k}, t'_0) \right] dt \\ &\approx \int_{-\infty}^t -\frac{\tilde{H}_y^{n,i+1,j,k} - \tilde{H}_y^{n,i,j,k}}{\Delta_x} + \frac{\tilde{H}_x^{n,i,j+1,k} - \tilde{H}_x^{n,i,j,k}}{\Delta_y} dt. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Für Basisflächen mit anderen Normalenvektoren \mathbf{n} ergeben sich die Ströme und Ladungsdichten sinngemäß.

Werden (z.B. aufgrund der Retardierung) Ströme zu Zeitpunkten benötigt, die kein ganzzahliges Vielfaches von Δ_t bzw. $(\Delta_t + 0.5\Delta_t)$ sind, so können die benötigten Zwischenwerte mit guter Genauigkeit durch eine lineare Interpolation gewonnen werden. Eine Untersuchung des Einflusses verschiedener Verfahren zur Interpolation der Oberflächenströme findet sich z.B. in [98], wo auch auf eine sphärische Multipolentwicklung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder

eingegangen wird, mit der es möglich ist, die Berechnung der abgestrahlten Felder zu beschleunigen [99]. Die oben geschilderte doppelte Interpolation der magnetischen Feldstärken (zuerst auf die Orte der elektrischen Feldstärken und dann auf die Mittelpunkte der Basisflächen) wurde hauptsächlich aufgrund der sich dadurch ergebenden Vereinfachungen des Algorithmus gewählt¹.

Für eine direkte Anwendung von Gl. 6.1 müssen aufgrund der Retardierung $t' = t - \frac{r}{c}$ die Stromdichten \mathbf{J} und \mathbf{M} sowie die Ladungsdichte ρ für alle Zeitschritte gespeichert werden. Dieses führt wegen der meist großen Anzahl N_ξ von Teilbereichen auf der Huygensfläche SH_1 zu einem sehr großen Speicherbedarf. Da N_ξ häufig größer ist als die Anzahl der Aufpunkte, in denen mittels Gl. 6.1 die elektrischen Felder \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} berechnet werden, wird im Rahmen dieser Arbeit eine andere, an [100] angelehnte Vorgehensweise gewählt: Im Speicher wird ein Satz Feldstärken

$$\mathbf{E}_r^{n_f} = \mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta_t) \quad (6.17)$$

abgelegt, und im n_f -ten Zeitschritt wird nicht $\mathbf{E}_\xi(\mathbf{r}, n_f \Delta_t)$, sondern

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_\xi(\mathbf{r}, n_f \Delta_t + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_{i,j,k}|}{c}) = \mathbf{E}_\xi(\mathbf{r}, \hat{t}) \quad (6.18)$$

berechnet. Der Wert \mathbf{E}_0 wird passend zu den gespeicherten Werten \mathbf{E}_r^ν addiert [101]:

$$\mathbf{E}_r^{n_0}|_{neu} = \mathbf{E}_r^{n_0} + \mathbf{E}_0, \quad (6.19)$$

mit

$$n_0 = \frac{\hat{t}}{\Delta_t}. \quad (6.20)$$

Die Feldstärken in den Aufpunkten werden also im Voraus berechnet, und es werden nicht die zeitlichen Verläufe aller Komponenten der FDTD-Formulierung gespeichert, die auf der Huygensfläche SH_1 liegen, sondern nur der zeitliche Verlauf der Feldstärken in den Aufpunkten. Da der Abstand zwischen der Huygensfläche SH_1 und Aufpunkten \mathbf{r} aufgrund der geometrischen Ausdehnung der PML immer größer als eine Gitterzelle der FDTD ist, ist bei Einhaltung des Courant-Kriteriums

$$\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_{i,j,k}|}{c} > \Delta_t \quad (6.21)$$

immer erfüllt, und zum Zeitpunkt $n_f \Delta_t$ kann der Wert $\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta_t)$ dem Speicher entnom-

¹Aufgrund der Dualität der Maxwell'schen Gleichungen können nahezu alle Algorithmen durch einfaches Vertauschen von μ und ε sowie Vorzeichenänderungen mehrfach verwendet werden.

men werden:

$$\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta_t) = \mathbf{E}_{\mathbf{r}}^{n_f}. \quad (6.22)$$

6.1.2 Konstruktion der gebeugten und reflektierten Strahlen

Bei einer Hybridisierung der TD-UTD mit der FDTD kommt der Konstruktion der Strahlen, die das vom FDTD-Volumen abgestrahlte Feld beschreiben, eine entscheidende Bedeutung zu. In Abschnitt 4.1 wurden zur Konstruktion der Strahlen, die die von den TD-MoM-Antennen abgestrahlten Felder beschreiben, zunächst die Mittelpunkte der einzelnen Quellelemente verwendet. Da durch eine solche Vorgehensweise jedoch in der Regel unnötig viele Strahlen benötigt werden, werden bei der Anwendung der TD-MoM-TD-UTD-Hybridmethode jeweils mehrere Quellelemente zu Gruppen zusammengefasst. Wird das vom FDTD-Volumen abgestrahlte Feld betrachtet, so ist, falls das von den N_ξ Basisflächen abgestrahlte Feld getrennt betrachtet wird, die Anzahl der Strahlen ebenfalls sehr groß (siehe auch Abbildung 6.4). Um den Rechenzeitbedarf zu sen-

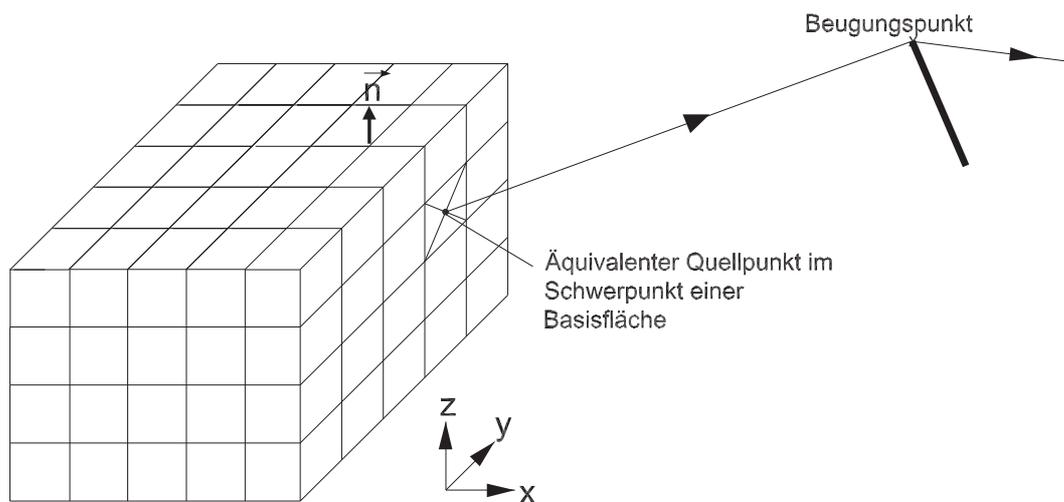


Abbildung 6.4: Verwendung der Schwerpunkte der Basisflächen zur Konstruktion der Strahlen, die das vom FDTD-Volumen abgestrahlte Feld beschreiben. Exemplarisch dargestellt: Ein äquivalenter Quellpunkt und der zugehörige Strahl.

ken, wurde in [34] vorgeschlagen, den geometrischen Schwerpunkt des FIT/FDTD-Volumens zur Konstruktion eines äquivalenten Strahls zu verwenden. Für den Fall, dass der Strahlungsschwerpunkt des Volumens dem geometrischen Schwerpunkt entspricht (bzw. Beugungs-, Reflexions- und Aufpunkte sehr weit von dem FDTD-Volumen entfernt sind), liefert dieser Ansatz sehr gute Ergebnisse. Dass das nicht immer der Fall sein kann, wird anschaulich anhand von Abbildung 6.5 erläutert: Betrachtet wird ein kurzer Dipol innerhalb eines großen, luftgefüllten FDTD-Volumens, in dessen näherer Umgebung ein UTD-Körper positioniert ist. Da der Strahlungsschwerpunkt der

Speisestelle des Dipols entspricht, hängt auch der Winkel φ , unter dem ein vom Dipol ausgehender Strahl auf die beugende Kante trifft und von dem die Beugungsfaktoren abhängen, sehr stark von der Position der Speisestelle des Dipols ab. Zusätzlich ergibt sich aufgrund unterschiedlicher Distanzen zum Beugungspunkt ein Laufzeitfehler, falls der geometrische Schwerpunkt des FDTD-Volumens nicht dem Strahlungsschwerpunkt entspricht. In dieser Arbeit wird deshalb eine

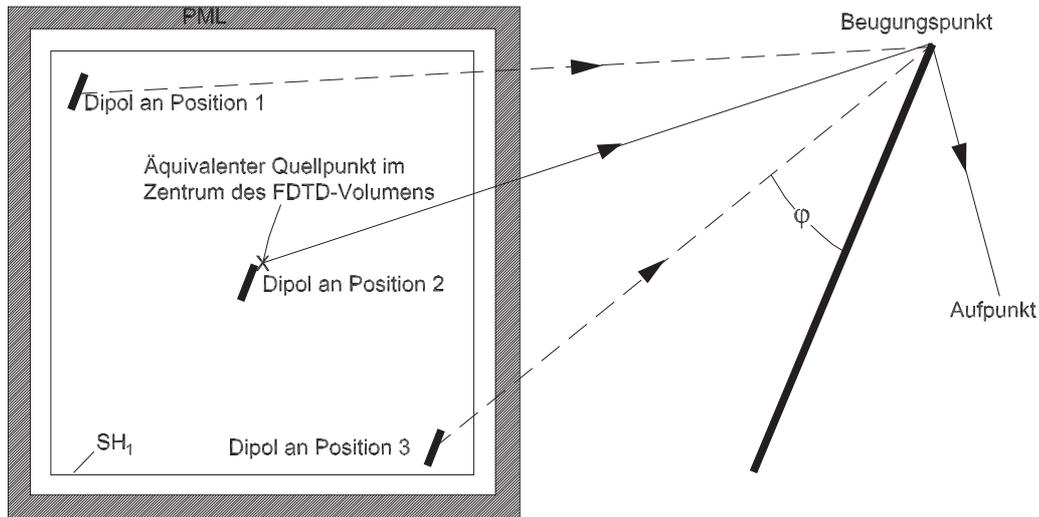


Abbildung 6.5: Dipol an verschiedenen Positionen innerhalb des FDTD-Volumens und Strahlen vom Zentrum des FDTD-Volumens bzw. vom Mittelpunkt des Dipols zu einer beugenden Kante.

andere Vorgehensweise gewählt: Die Huygensfläche SH_1 , auf der die äquivalenten Quellströme fließen, wird in N_χ Teilbereiche unterteilt (siehe Abbildung 6.6), und das Feld im Aufpunkt \mathbf{r} wird als Überlagerung der durch die einzelnen Teilbereiche abgestrahlten Felder dargestellt; Gl. 6.22 wird also zunächst folgendermaßen modifiziert:

$$\mathbf{E}_{FDTD,LOS}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta t) = \sum_{n_\chi=0}^{N_\chi} \mathbf{E}_{\mathbf{r},n_\chi}^{n_f} U_i(n_\chi, \mathbf{r}). \quad (6.23)$$

\mathbf{r}_{n_χ} ist der geometrische Schwerpunkt des Teilbereiches n_χ und $U_i(n_\chi, \mathbf{r})$ gibt an, ob zwischen dem Teilbereich n_χ und dem Aufpunkt \mathbf{r} Sichtverbindung herrscht oder ob sich ein UTD-Körper zwischen dem Teilbereich und dem Aufpunkt befindet; der Index *LOS* bedeutet folglich, dass eine Sichtbarkeits-Überprüfung (LOS) angewendet wird, für die die jeweiligen geometrischen Schwerpunkte \mathbf{r}_{n_χ} der Teilbereiche verwendet werden. Dann werden unter Verwendung der von den einzelnen Teilbereichen abgestrahlten Felder Strahlen konstruiert, deren Ausgangspunkt jeweils \mathbf{r}_{n_χ} entspricht (siehe Abbildung 6.6). Werden die Teilbereiche klein genug gewählt, so sind der Winkel- und der Phasenfehler sehr gering; für den Grenzübergang $N_\chi \rightarrow N_\xi$ sind der Winkel- und der Phasenfehler (unabhängig vom Strahlungsschwerpunkt des FDTD-Volumens) aufgrund der

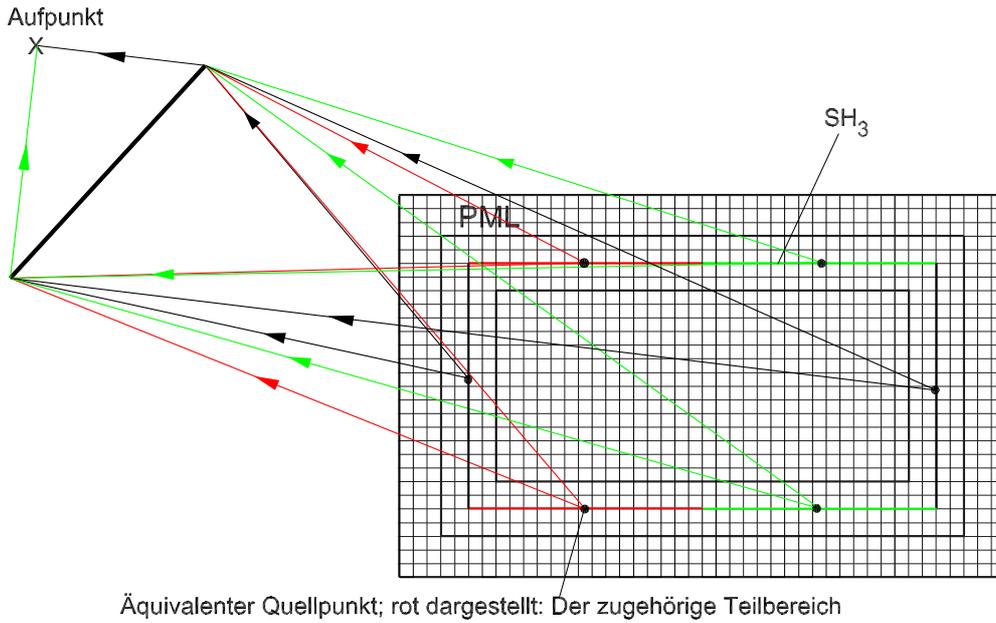


Abbildung 6.6: Unterteilung der Huygensfläche SH_1 in mehrere Teilbereiche mit den jeweiligen äquivalenten Quellpunkten.

in der Regel sehr feinen Diskretisierung des FDTD-Volumens vernachlässigbar klein². Die Felder in den Aufpunkten ergeben sich dann gemäß der Gleichungen der TD-UTD (siehe Kapitel 3) durch Multiplikation bzw. Faltung der Felder in den Reflexions- und Beugungspunkten mit den Reflexions- und Beugungstensoren. Das Gesamtfeld im Aufpunkt \mathbf{r} ergibt sich zu:

$$\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta t) = \mathbf{E}_{FDTD,LOS}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta t) + \sum_{n_\chi=0}^{N_\chi} \mathbf{E}_{\mathbf{r},n_\chi,R}^{n_f} U_R(n_\chi, \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\mathbf{r},n_\chi,D}^{n_f} U_D(n_\chi, \mathbf{r}). \quad (6.24)$$

$U_R(n_\chi, \mathbf{r})$ gibt an, ob ein Strahl vom Teilbereich n_χ zum Aufpunkt \mathbf{r} läuft, der auf seinem Weg von einem UTD-Körper reflektiert wurde, und $U_D(n_\chi, \mathbf{r})$ gibt an, ob ein Strahl vom Teilbereich n_χ zum Aufpunkt \mathbf{r} läuft, der auf seinem Weg von einem UTD-Körper gebeugt wurde. $\mathbf{E}_{\mathbf{r},\chi,R}^{n_f}$ bzw. $\mathbf{E}_{\mathbf{r},\chi,D}^{n_f}$ sind die vom Teilbereich n_χ abgestrahlten und an UTD-Körpern reflektierten/gebeugten Felder, die zum Zeitpunkt $n_f \Delta t$ den Aufpunkt \mathbf{r} erreichen. Teilfelder durch Effekte höherer Ordnung (z.B. Reflexion gefolgt von Beugung) ergeben sich sinngemäß.

²Zusätzliche Phasenfehler können sich aufgrund der Gitterdispersion ergeben [102].

6.2 Einprägen der von den UTD-Körpern gestreuten Felder in das FDTD-Volumen

Einfallende Felder können mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung im FDTD-Lösungsalgorithmus berücksichtigt werden; die dafür notwendigen Modifizierungen des FDTD-Algorithmus wurden in Abschnitt 5.3 dargestellt. Verwendet wird dafür eine weitere Grenzfläche SH_2 innerhalb der PML, die das FDTD-Volumen in zwei Teilbereiche unterteilt: Einen, in dem die Unbekannten der FDTD-Formulierung das Gesamtfeld, d.h. vom FDTD-Volumen abgestrahlte bzw. gestreute Felder und einfallende Felder (in diesem Fall von UTD-Körpern zum FDTD-Volumen zurückgestreute Felder), beschreiben und einen zweiten Teilbereich, in dem die Unbekannten der FDTD-Formulierung nur die vom FDTD-Volumen abgestrahlten bzw. gestreuten Felder beschreiben. Eine solche Unterteilung ist exemplarisch in Abbildung 6.7 dargestellt. Im Rahmen dieser Arbeit werden zum FDTD-Volumen zurückgestreute Felder nicht im FDTD-

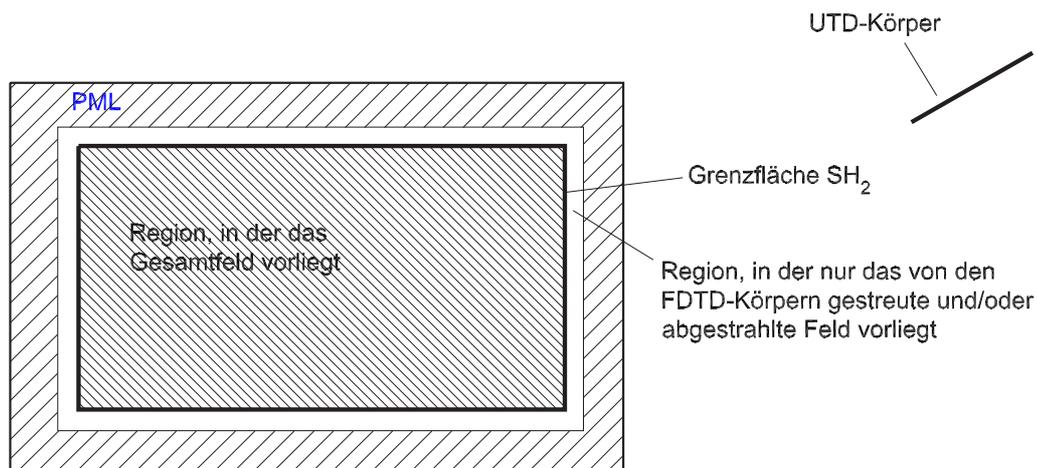


Abbildung 6.7: Grenzfläche SH_2 zur Anwendung der total-field/scattered-field-Formulierung zum Einprägen der von den UTD-Körpern gestreuten Felder in das FDTD-Volumen.

Algorithmus berücksichtigt, da der Rechenzeitbedarf der Hybridmethode dadurch stark ansteigt und die zurückgestreuten Felder in der Regel sehr klein sind. Der Algorithmus zum Einprägen von einfallenden Felder wird im Rahmen der in Kapitel 7 vorgestellten Hybridmethode aus FDTD und TD-MoM ebenfalls verwendet und durch die dort vorgestellten numerischen Beispiele überprüft; in Abschnitt 8.3 wird ein Ausblick auf Möglichkeiten gegeben, die Hybridmethode an dieser Stelle deutlich zu beschleunigen.

6.3 Volle Hybridisierung beider Methoden

Eine volle Hybridisierung beider Methoden kann unter Verwendung beider Flächen SH_1 und SH_2 realisiert werden. Die Grenzfläche SH_2 liegt dabei innerhalb der Huygensfläche SH_1 (siehe Abbildung 6.8), und die Unbekannten der FDTD-Formulierung beschreiben am Ort der Grenzfläche SH_1 folglich nur die vom FDTD-Volumen abgestrahlten bzw. gestreuten Felder. Das Blockschaltbild der Hybridmethode ist in Abbildung 6.9 dargestellt.

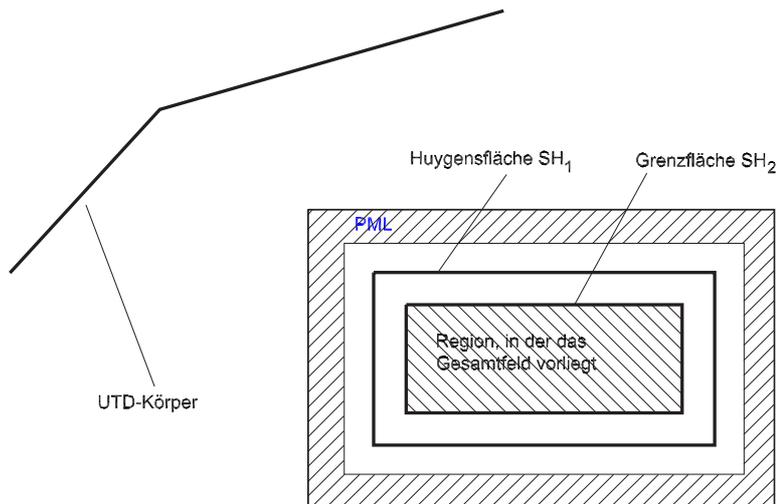


Abbildung 6.8: Huygensfläche SH_1 und Grenzfläche SH_2 zur vollständigen Hybridisierung der FDTD mit der TD-UTD.

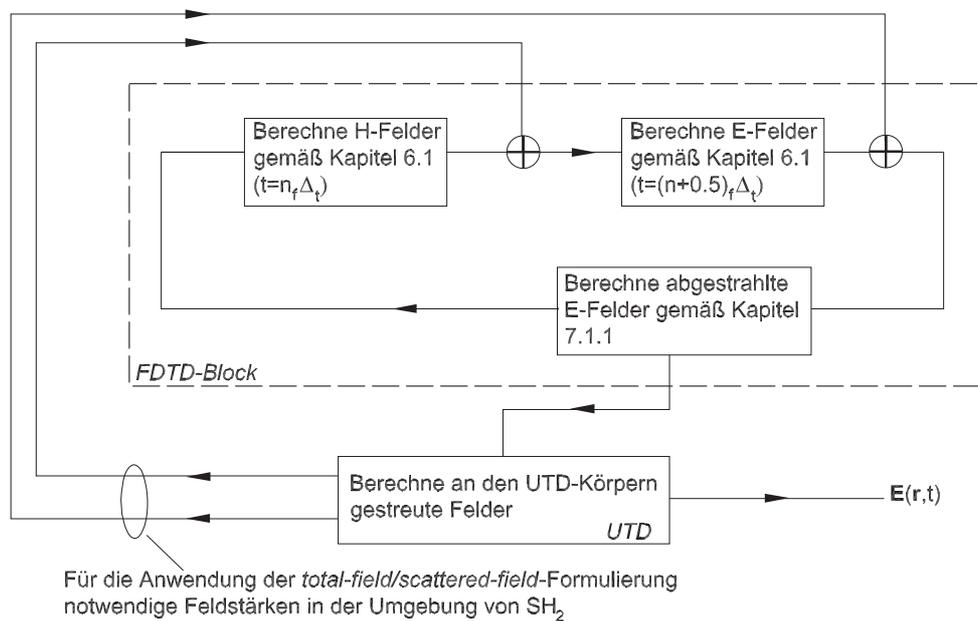


Abbildung 6.9: Blockschaltbild der Hybridmethode aus FDTD und TD-UTD. Zur Vereinfachung der Darstellung wird davon ausgegangen, dass die zur Anwendung der total-field/scattered-field-Formulierung notwendigen Feldstärken ($\mathbf{H}(t = (n_f + 1)\Delta_t)$ und $\mathbf{E}(t = (n_f + 1)\Delta_t) + \frac{1}{2}\Delta_t$) zum Zeitpunkt $t = (n_f + \frac{1}{2})\Delta_t$ berechnet und für eine spätere Verwendung zwischengespeichert werden.

Hybridmethode aus TD-MoM und FDTD

In diesem Kapitel wird eine Hybridmethode vorgestellt, die durch eine Verknüpfung der TD-MoM mit der FDTD entsteht. Bei der Anwendung dieser Hybridmethode werden dünne Drahtantennen mit der TD-MoM modelliert und relativ kleine Körper, die nahezu beliebig strukturiert sein können¹, werden mit der FDTD modelliert.

Bei der Anwendung dieser Hybridmethode, deren schematisches Konzept in Abbildung 7.1 dargestellt ist, können die MoM-Antennen außerhalb oder innerhalb des FDTD-Volumens positioniert werden. Für den ersten Fall wird die Verkopplung zwischen den MoM-Antennen und dem FDTD-Volumen mittels Pfeil (1) und für den zweiten Fall mittels der Pfeile (2a) und (2b) verdeutlicht. Durch eine Hybridisierung beider Methoden ist es also möglich, im TD-MoM-Lösungsalgorithmus inhomogene Körper zu berücksichtigen, die mit der TD-MoM selber nicht oder nur sehr eingeschränkt behandelt werden können. Des Weiteren bietet diese Hybridmethode gegenüber einer reinen Modellierung aller Körper mittels der FDTD Vorteile bei der Diskretisierung dünner Drahtantennen und deren Umgebung: so muss der Raum zwischen dem FDTD-Volumen und einer MoM-Antenne nicht diskretisiert werden, falls die MoM-Antennen außerhalb des FDTD-Volumens liegen. Deshalb hängt für einen solchen Fall der Rechenzeit- und Speicherbedarf der Hybridmethode weniger stark vom Abstand zwischen einer Drahtantenne und inhomogenen Körpern ab als bei einer reinen FDTD-Modellierung. Liegen die MoM-Antennen innerhalb des FDTD-Volumens, so müssen diese nicht konform zum FDTD-Gitter diskretisiert werden, wodurch sich eine höhere Flexibilität bei der Diskretisierung dünner Drahtantennen ergibt; diese Hybridmethode kann somit als eine Art Untergitter für die FDTD verwendet werden.

¹Wie fein die mit der FDTD modellierten Körper strukturiert sein können, hängt im Wesentlichen von dem tolerierbaren Rechenzeit- und Speicherbedarf der FDTD ab.

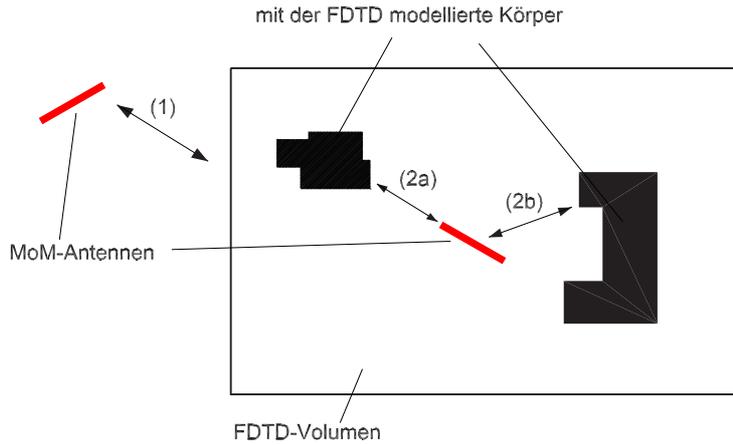


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung des Konzeptes einer Hybridmethode aus FDTD und TD-MoM.

Zusätzlich erlaubt eine solche Hybridmethode eine flexiblere Modellierung von Spannungsquellen auf dünnen Drahtantennen, da deren Modellierung mit der TD-MoM einfacher als eine Modellierung mit der FDTD [103–106] ist.

Grundlage für die Hybridisierung der beiden Methoden ist die Darstellung des elektrischen Feldes in einem Aufpunkt als Überlagerung von Feldern \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} , die durch das FDTD-Volumen abgestrahlt und/oder gestreut werden, mit Feldern \mathbf{E}^{rad} , die von den MoM-Antennen abgestrahlt werden:

$$\mathbf{E}^{gesamt}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t). \quad (7.1)$$

Eine solche Vorgehensweise findet sich z.B. auch in [107] zur Hybridisierung der FDTD mit der TD-MoM und der Finiten Elemente Methode im Zeitbereich.

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass sich die simulierte Zeit zu

$$t = n_f \Delta_t = nT \quad (7.2)$$

ergibt. In Gl. 7.2 ist n_f der Zeitschritt der FDTD, n ist der Zeitschritt der TD-MoM und Δ_t und T sind die Größen des Zeitschrittes der FDTD bzw. der TD-MoM. Die Größen der Zeitschritte T und Δ_t müssen also nicht übereinstimmen.

Für eine Formulierung der Hybridmethode aus TD-MoM und FDTD ist eine Fallunterscheidung bezüglich der Lage der MoM-Antennen gemäß Abbildung 7.2 sinnvoll; in Abschnitt 7.1 wird zunächst der Fall behandelt, dass die MoM-Antennen außerhalb des FDTD-Volumens liegen, und in Abschnitt 7.2 folgt dann der Fall, dass die MoM-Antennen innerhalb des FDTD-Volumens liegen. Der allgemeine Fall, dass MoM-Antennen innerhalb und außerhalb des FDTD-Volumens liegen, wird schließlich in Abschnitt 7.3 behandelt.

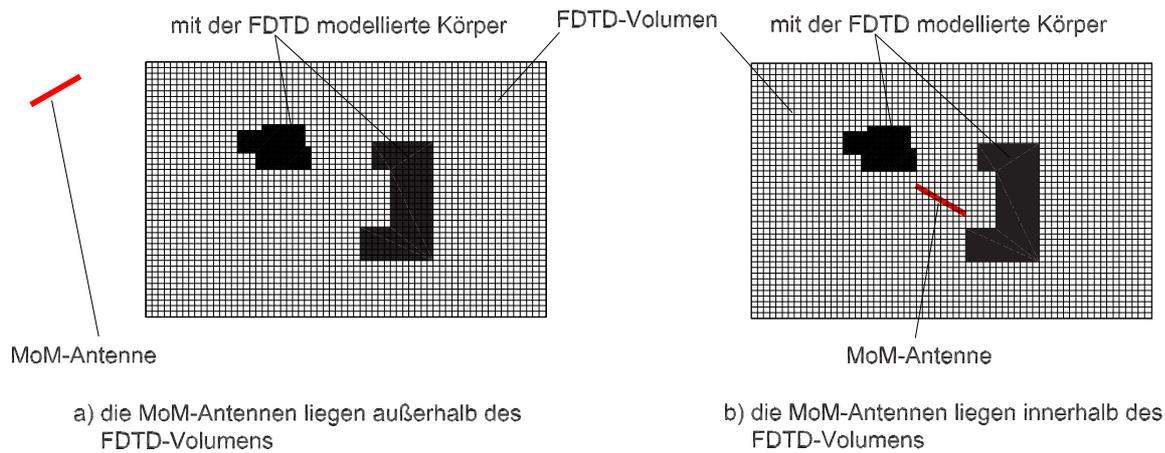


Abbildung 7.2: Schematische Darstellung des Konzeptes einer Hybridmethode aus FDTD und TD-MoM mit einer Fallunterscheidung bezüglich der Lage der MoM-Antennen und einer schematischen Darstellung des Gitters der FDTD.

7.1 Mit der TD-MoM modellierte Antennen liegen außerhalb des FDTD-Volumens

Betrachtet wird zunächst der Fall, dass die MoM-Antennen außerhalb des FDTD-Volumens liegen; in Abbildung 7.3 ist das schematische Konzept der Hybridmethode für diesen Fall dargestellt. Die

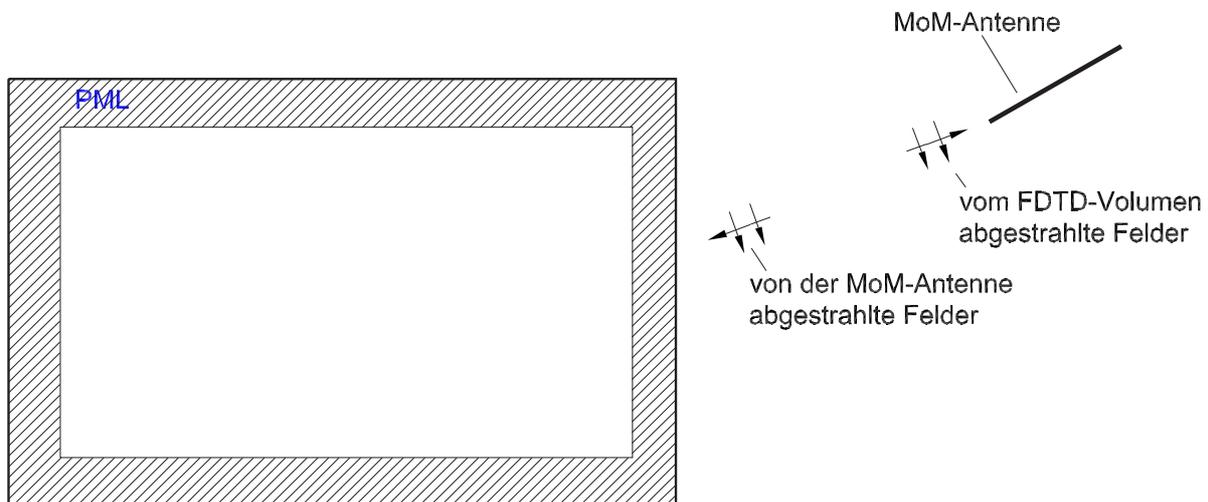


Abbildung 7.3: Schematische Darstellung des Konzeptes einer Hybridmethode aus FDTD und TD-MoM für den Fall, dass eine MoM-Antenne außerhalb des FDTD-Volumens liegt.

Hybridisierung beider Methoden geschieht für diesen Fall weitgehend analog zu der in Kapitel 6 vorgestellten Hybridmethode aus FDTD und TD-UTD. Wiederum sind zwei Teilschritte nötig:

- Als Erstes müssen die vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder berechnet und im TD-MoM-Lösungsprozess als einfallendes Feld berücksichtigt werden. Die Berechnung der ab-

gestrahlten Felder erfolgt analog zu Abschnitt 6.1.1, und die Berücksichtigung dieser Felder im TD-MoM-Lösungsalgorithmus entspricht weitgehend der in Abschnitt 4.2 vorgestellten Vorgehensweise, nur das in diesem Fall statt der von den UTD-Körpern gestreuten Felder die vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder im TD-MoM-Lösungsalgorithmus berücksichtigt werden.

- Als Zweites muss das von den MoM-Antennen abgestrahlte Feld in das FDTD-Volumen eingepreßt werden; die hierzu verwendete Vorgehensweise zum Einprägen einfallender Wellen in das FDTD-Volumen wurde schon in Abschnitt 6.2 für die Hybridisierung der FDTD mit der TD-UTD verwendet.

7.1.1 Berücksichtigung der FDTD-Streufelder im TD-MoM-Lösungsprozess

Die vom FDTD-Volumen abgestrahlten bzw. gestreuten Felder \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} werden wiederum – analog zu den an UTD-Körpern gestreuten Feldern (siehe Abschnitt 4.2) – im TD-MoM-Lösungsprozess berücksichtigt, indem sie als einfallende Felder behandelt werden; gemäß Gl. 2.20 muss nun also gelten:

$$\int_{S_{na}} \boldsymbol{\beta}_{na}(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) da = - \int_{S_{na}} \boldsymbol{\beta}_{na}(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t) da. \quad (7.3)$$

Die vom FDTD-Volumen abgestrahlten/gestreuten Felder \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} können mittels des Huygenschen Prinzips berechnet werden (siehe Abschnitt 6.1.1), wobei eine Huygensfläche SH_1 verwendet wird, die innerhalb der PML liegt (siehe Abbildung 7.4). Zur Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder können die gleichen Algorithmen und dieselbe Huygensfläche SH_1 verwendet werden, die auch für die Hybridisierung der FDTD mit der TD-UTD benutzt werden. Das vom FDTD-Volumen abgestrahlte Feld ergibt sich gemäß Abschnitt 6.1 zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} = & - \int_{SH_1} \nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} da' - \frac{\partial}{\partial t} \int_{SH_1} \frac{\mu}{4\pi} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} da' \\ & - \int_{SH_1} \frac{1}{4\pi} \nabla \times \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} da', \end{aligned} \quad (7.4)$$

mit

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{FDTD}(\mathbf{r}, t), \quad (7.5)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t),$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{FDTD}(\mathbf{r}, t) \quad (7.6)$$

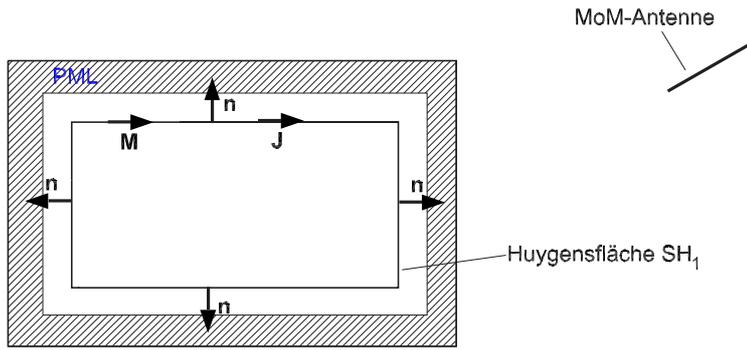


Abbildung 7.4: Anwendung des Huygensschen Prinzips zur Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder mit einer schematischen Darstellung der Ersatzstromdichten \mathbf{J} und \mathbf{M} .

und

$$\nabla \times \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c})}{r} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{r^2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times \mathbf{M}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c}). \quad (7.7)$$

\mathbf{E}^{FDTD} und \mathbf{H}^{FDTD} sind dabei die mittels der FDTD berechneten Feldstärken auf der Huygensfläche SH_1 , und \mathbf{n} ist der in Richtung PML zeigende Normalenvektor auf SH_1 ; eine detaillierte Darstellung der Berechnung von \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} findet sich in Abschnitt 6.1.

7.1.2 Einprägen der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD-Volumen

Die von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder werden wiederum mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung (siehe Abschnitt 5.3) in das FDTD-Volumen eingepreßt. Dabei wird dieselbe, innerhalb der PML und innerhalb der Huygensfläche SH_1 liegende Grenzfläche SH_2 zwischen dem Gesamtfeld-Bereich und dem Streufeld-Bereich verwendet (siehe Abbildung 7.5), die bereits in Abschnitt 6.2 zum Einprägen der von UTD-Körpern gestreuten Felder in das FDTD-Volumen verwendet wurde. Die zur Modifikation der Bestimmungsgleichungen der FDTD benötigten elektrischen Feldstärken in der Umgebung der Grenzfläche SH_2 können mittels

$$\mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{A_{n_q}} \int_0^\infty I_{n_q, n_z} \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \nabla \frac{\mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} dt da' - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \int_{A_{n_q}} \frac{I_{n_q, n_z} \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} da' \right] \quad (7.8)$$

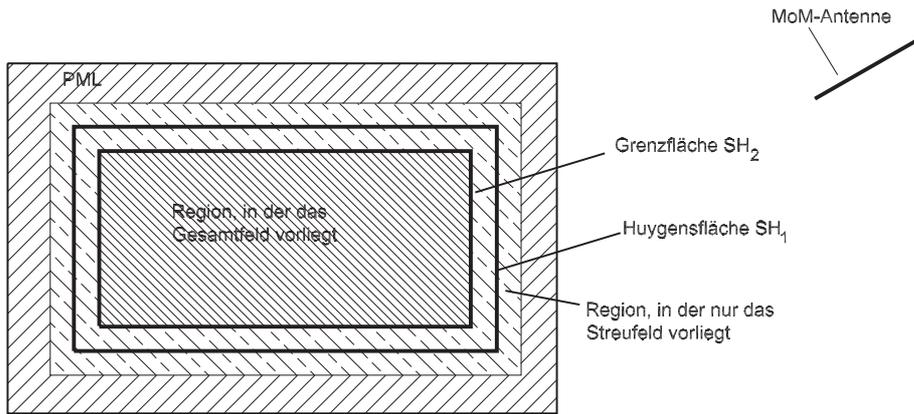


Abbildung 7.5: Verwendung der Huygensfläche SH_1 und der Grenzfläche SH_2 für die Berechnung der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder (SH_1) und zum Einprägen der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD-Volumen (SH_2).

berechnet werden. Dabei ist $\nabla \frac{\mathcal{I}_{n_z}(t')}{r}$ durch

$$\nabla \frac{\mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} = -\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{r^2} \left(\frac{\partial \mathcal{I}_{n_z}(t')}{\partial t} \frac{1}{c} + \frac{\mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} \right) \quad (7.9)$$

gegeben und somit folgt:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) = & - \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} I_{n_q, n_z} \int_{A_{n_q}} \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{4\pi\epsilon r^2} \gamma_{n_q}(\mathbf{r}') \left(\frac{\mathcal{I}_{n_z}(t')}{c} + \int_0^\infty \frac{\mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} dt \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{4\pi} \int_{A_{n_q}} \frac{\beta_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} da' \right] da'. \end{aligned} \quad (7.10)$$

Die magnetischen Felder in der Umgebung der Grenzfläche SH_2 ergeben sich in einer ähnlichen Art und Weise durch Verwendung der korrespondierenden Greenschen Funktion:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{rad}(\mathbf{r}, t) = & \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} \nabla \times \frac{1}{4\pi} \int_{A_{n_q}} \frac{I_{n_q, n_z} \beta_{n_q}(\mathbf{r}') \mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} dt da' \\ = & \sum_{n_q=1}^{N_q} \sum_{n_z=1}^{N_z} \frac{1}{4\pi} \int_{A_{n_q}} I_{n_q, n_z} \left(\nabla \frac{\mathcal{I}_{n_z}(t')}{r} \right) \times \beta_{n_q}(\mathbf{r}') dt da'. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Eine Abschätzung des minimal benötigten Abstandes zwischen einer Huygensfläche und den MoM-Antennen findet sich weiter unten in Abschnitt 7.2.1. Dort wird offensichtlich, dass die zum Einprägen der von (außerhalb des FDTD-Volumens befindlichen) MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD-Volumen notwendige Berechnung der Feldkomponenten \mathbf{E}^{rad} und \mathbf{H}^{rad} in

der Umgebung der Grenzfläche SH_2 normalerweise immer möglich ist, da zwischen SH_2 und den MoM-Antennen immer die PML liegt und somit mehrere Gitterzellen der FDTD liegen. Es werden deshalb für die Berechnung nur Ströme auf den MoM-Antennen benötigt, die in der Zeitschleife der TD-MoM bereits berechnet wurden.

7.2 Mit der TD-MoM modellierte Antennen liegen innerhalb des FDTD-Volumens

Das Konzept einer Hybridisierung der TD-MoM mit der FDTD für den Fall, dass die MoM-Antennen innerhalb des FDTD-Volumens liegen [41, 108], ist in Abbildung 7.6 dargestellt. Im Folgenden gilt folgende Sprachregelung: Es wird davon ausgegangen, dass das FDTD-Volumen mit einem homogenen Material M_1 gefüllt ist, in das einzelne Körper, die so genannten FDTD-Körper, eingefügt werden. Der Raum zwischen diesen Körpern sei also weiterhin mit dem ursprünglichen Material M_1 gefüllt (siehe Abbildung 7.6). Für eine Hybridisierung sind wiederum zwei Teilschritte

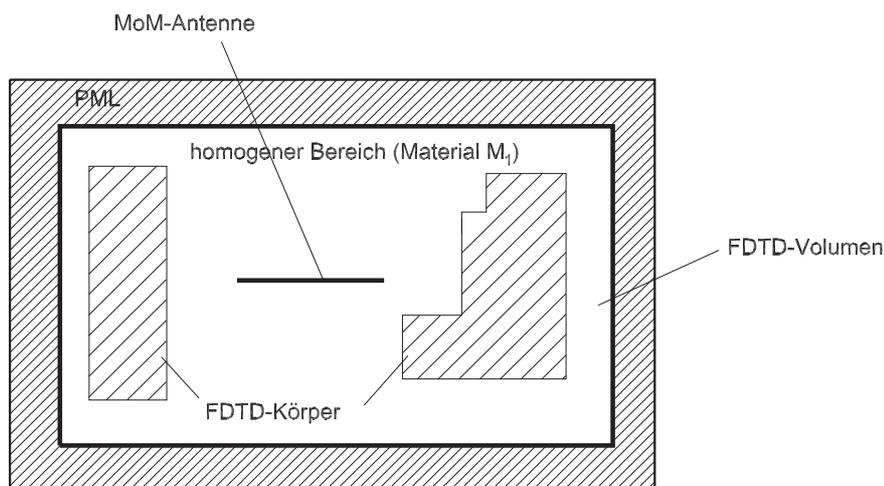


Abbildung 7.6: Schematische Darstellung des Konzeptes einer Hybridmethode aus FDTD und TD-MoM für den Fall, dass eine mit der TD-MoM modellierte Antenne innerhalb des FDTD-Volumens liegt.

notwendig:

- Zum Einen müssen die von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD-Volumen eingepreßt werden, was wiederum durch die Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung erreicht wird (siehe Abschnitt 7.2.1).
- Zum Anderen müssen die von den FDTD-Körpern abgestrahlten bzw. gestreuten Felder in der TD-MoM-Lösungsprozedur berücksichtigt werden, was analog zu Abschnitt 7.1.1

dadurch erreicht wird, dass die Streufelder \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} der FDTD in der TD-MoM-Lösungsprozedur als einfallendes Feld behandelt werden (siehe Abschnitt 7.2.2); im Gegensatz zum oben geschilderten Fall werden die Feldstärken \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} am Ort der MoM-Antennen bereits durch die Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung bereitgestellt und müssen nicht mittels eines Oberflächenintegrals berechnet werden.

7.2.1 Einprägen der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD-Volumen

Eine Möglichkeit, die von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder \mathbf{E}^{rad} in das FDTD-Volumen einzuprägen, ist eine Unterteilung des FDTD-Volumens mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung (siehe Abschnitt 5.3) in einen Bereich V_1 , in dem die Komponenten der FDTD das Gesamtfeld beschreiben, und in einen Bereich V_2 , in dem die Komponenten der FDTD nur das vom FDTD-Volumen abgestrahlte bzw. gestreute Feld \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} beschreiben. Eine solche Unterteilung ist exemplarisch in Abbildung 7.7 dargestellt. Im Rahmen dieser Unterteilung beschreiben die Unbekannten der FDTD-Formulierung am Ort der FDTD-Körper das Gesamtfeld \mathbf{E}^{gesamt} und am Ort der MoM-Antennen das Streufeld \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} ; der Bereich V_2 ist mit dem Material M_1 gefüllt und wird von dem Bereich V_1 durch die geschlossene Grenzfläche SH_3 abgetrennt. Das Feld im Bereich V_2 wird im Rahmen der in Abschnitt 7.2.2 vorgestellten Vorgehensweise als Anregung für die TD-MoM verwendet. Die Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung

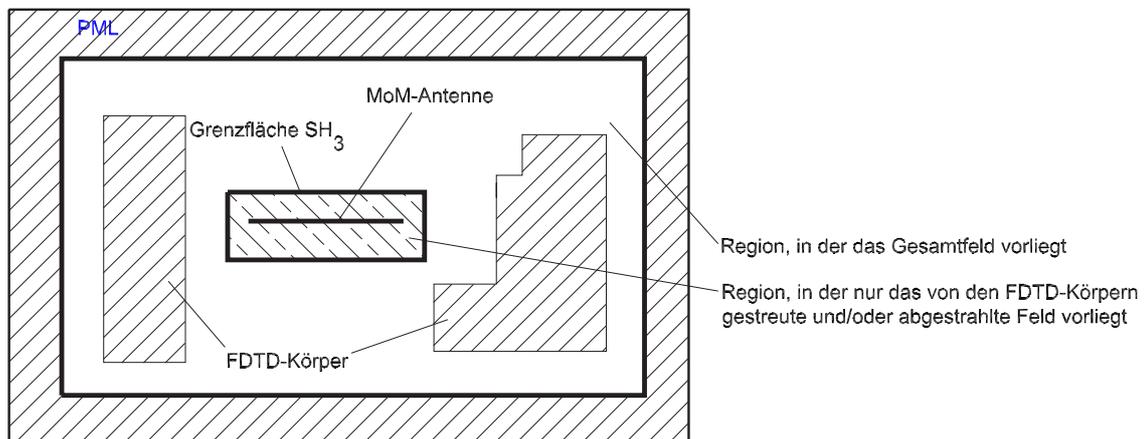


Abbildung 7.7: Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung zum Einprägen der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD-Volumen.

zum Einprägen einfallender Felder entspricht im Wesentlichen der in Abschnitt 6.2 und Abschnitt 7.1.2 vorgestellten Vorgehensweise². Anzumerken ist, dass im Rahmen der Ausführung des FDTD-

²Im Wesentlichen handelt es sich um Vorzeichenänderungen aufgrund der verschiedenen Lagen der einzelnen Teilbereiche.

Algorithmus der Streufeldbereich (in dem sich die MoM-Antennen befinden) mit dem homogenen Material M_1 gefüllt ist und die MoM-Antennen als nicht vorhanden betrachtet werden können, da sie gemäß dem Huygensschen Prinzip durch Ströme auf der Grenzfläche SH_3 ersetzt werden können. Für eine Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung müssen die von den MoM-Antennen abgestrahlten elektrischen und magnetischen Feldstärken in der direkten Umgebung der Grenzfläche SH_3 mit Gl. 7.10 und Gl. 7.11 berechnet werden. Eine solche Unterteilung des FDTD-Volumens ist also nur dann möglich, wenn die korrespondierenden Greenschen Funktionen bekannt sind (in Gl. 7.10 und Gl. 7.11 werden die Greenschen Funktionen für einen homogenen isotropen und verlustlosen Raum verwendet). Die Tatsache, dass das FDTD-Volumen außerhalb des Streufeldbereiches nicht homogen sein muss, hat für die Anwendung von Gl. 7.10 und Gl. 7.11 keine Bedeutung, da es sich bei der *total-field/scattered-field*-Formulierung um eine diskrete Anwendung des Huygensschen Prinzips handelt und folglich der Gesamtfeld-Bereich für die Berechnung der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder mit dem Material M_1 gefüllt werden kann; für die sinngemäße Anwendung von Gl. 7.10 und Gl. 7.11 zum Einprägen der von innerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen abgestrahlten Felder wird der Streufeldbereich also quasi ins Unendliche vergrößert. Somit können wiederum die Greenschen Funktionen für ein homogenes isotropes und verlustloses Gebiet (in diesem Fall gefüllt mit dem Material M_1) verwendet werden.

Um eine Abschätzung des minimal möglichen Abstandes d_{min} zwischen der Grenzfläche SH_3 und den MoM-Antennen (siehe Abbildung 7.8) zu erhalten, wird im Folgenden der Zeitschritt n_f , mit $t_0 = n_f \Delta_t$, des FDTD-Lösungsalgorithmus betrachtet. Aufgrund der zeitlichen und örtlichen

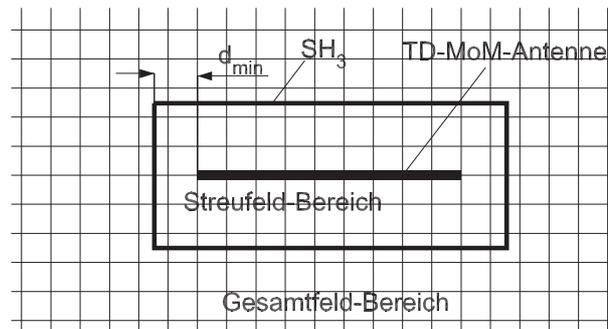


Abbildung 7.8: Ausschnitt aus Abbildung 7.7 zur Bestimmung des minimalen Abstandes zwischen MoM-Antennen und der Grenzfläche SH_3

Anordnung der zu berechnenden Feldkomponenten (die zu berechnenden elektrischen Felder liegen außerhalb von SH_3 und die magnetischen Feldstärken auf SH_3 müssen zum Zeitpunkt $t_0 + \frac{1}{2}\Delta_t$ berechnet werden) kann für eine *worst case*-Abschätzung die Berechenbarkeit von $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)$ bzw. $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t_0)$ auf der Grenzfläche SH_3 zum Zeitpunkt t_0 herangezogen werden; die Berechnung dieser Felder mittels Gl. 7.10 und Gl. 7.11 ist dann möglich, falls zum Zeitpunkt t_0 alle benötigten Koeffizienten I_{n_q, n_z} bekannt sind. Für den Zeitpunkt t_0 ergibt sich der Zeitschritt der TD-MoM

zu dem ganzzahligen Ergebnis von

$$n = \frac{t_0}{T}, \quad (7.12)$$

und folglich sind zum Zeitpunkt t_0 alle Koeffizienten von I_{n_q, n_z} für $n_z < n$ bereits berechnet. Für die retardierte Zeit

$$t' = t_0 - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c} \quad (7.13)$$

muss folglich

$$t' < nT \quad (7.14)$$

gelten, damit alle benötigten Koeffizienten I_{n_q, n_z} bekannt sind. In Gl. 7.13 sind \mathbf{r}' Quellpunkte auf der Oberfläche der MoM-Antenne, und \mathbf{r} sind Aufpunkte in der Umgebung von SH_3 . Offensichtlich ist der maximale Abstand zwischen nT und t_0 kleiner als T . Zum Zeitpunkt t_0 ist folglich die Berechnung von Feldern auf SH_3 möglich, falls für den minimalen Abstand d_{min} gilt

$$d_{min} > Tc \quad (7.15)$$

und somit, da für die retardierte Zeit t' stets

$$t' < t_0 - \frac{d_{min}}{c} < t_0 - T < nT \quad (7.16)$$

gilt, ebenfalls $n_z < n$ erfüllt ist; c ist dabei die Lichtgeschwindigkeit im Medium M_1 . Ist das Courant-Kriterium erfüllt, so gilt:

$$\Delta_x c > \Delta_t, \quad (7.17)$$

$$\Delta_y c > \Delta_t, \quad (7.18)$$

und

$$\Delta_z c > \Delta_t. \quad (7.19)$$

Somit ist für den wichtigen Sonderfall $\Delta_t \geq T$, d.h. die Größe des Zeitschrittes der FDTD ist größer als die Größe des Zeitschrittes der TD-MoM, der minimal benötigte Abstand d_{min} zwischen den MoM-Antennen und der Grenzfläche SH_3 kleiner als die Kantenlänge einer Gitterzelle der FDTD.

7.2.2 Berücksichtigung der FDTD-Streufelder im TD-MoM-Lösungsprozess

Auf der Oberfläche der MoM-Antennen muss wiederum

$$0 = \mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t)|_{tan} \quad (7.20)$$

gelten. Die vom FDTD-Volumen abgestrahlten und/oder gestreuten Felder können folglich in der TD-MoM-Lösungsprozedur berücksichtigt werden, indem sie wie einfallende Felder behandelt werden. Nach Anwendung einer Testprozedur gemäß Gl. 2.20 folgt wiederum:

$$\int_{S_{na}} \beta_{na}(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}^{rad}(\mathbf{r}, t) da = - \int_{S_{na}} \beta_{na}(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t) da. \quad (7.21)$$

Diese Vorgehensweise entspricht der bei der Berücksichtigung der Auswirkung von UTD-Körpern auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen (siehe Abschnitt 4.2) sowie der oben vorgestellten Vorgehensweise für MoM-Antennen außerhalb des FDTD-Volumens. Um das Streufeld $\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t)$ zu berechnen, wird die bereits in Abschnitt 7.2.1 und weiter oben dargestellte Unterteilung des FDTD-Volumens mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung verwendet, durch die nicht nur das von den MoM-Antennen abgestrahlte Feld in das FDTD-Volumen eingepreßt wird, sondern gleichzeitig sichergestellt wird, dass im Streufeldbereich V_2 (siehe Abbildung 7.8) die Komponenten der FDTD nur die Streufelder \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} beschreiben. Sind die MoM-Antennen konform zum FDTD-Gitter diskretisiert, so können die Unbekannten der FDTD-Formulierung, d.h. die Gitterfeldstärken, direkt im TD-MoM-Lösungsalgorithmus als einfallendes Feld verwendet werden. Liegen die MoM-Antennen nicht konform zum Gitter der FDTD, so können die benötigten Werte mittels Interpolation gewonnen werden, was einer Projektion der Gitterfeldstärken auf Aufpunkte auf der Oberfläche der Antennen entspricht.

7.3 Mit der TD-MoM modellierte Antennen liegen innerhalb und außerhalb des FDTD-Volumens

7.3.1 Berechnung der Verkopplung zwischen den MoM-Antennen und dem FDTD-Volumen

Liegen MoM-Antennen außerhalb des FDTD-Volumens, so wird innerhalb der Grenzfläche SH_2 eine Standard-FDTD verwendet. Damit können durch eine einfache Superposition der beiden oben geschilderten Fälle gleichzeitig MoM-Antennen innerhalb und außerhalb des FDTD-Volumens modelliert werden. Dabei werden dann, wie in Abbildung 7.9 dargestellt, alle drei Flächen SH_1 , SH_2

und SH_3 verwendet. Der realisierte Algorithmus erkennt dabei automatisch anhand der Positionen

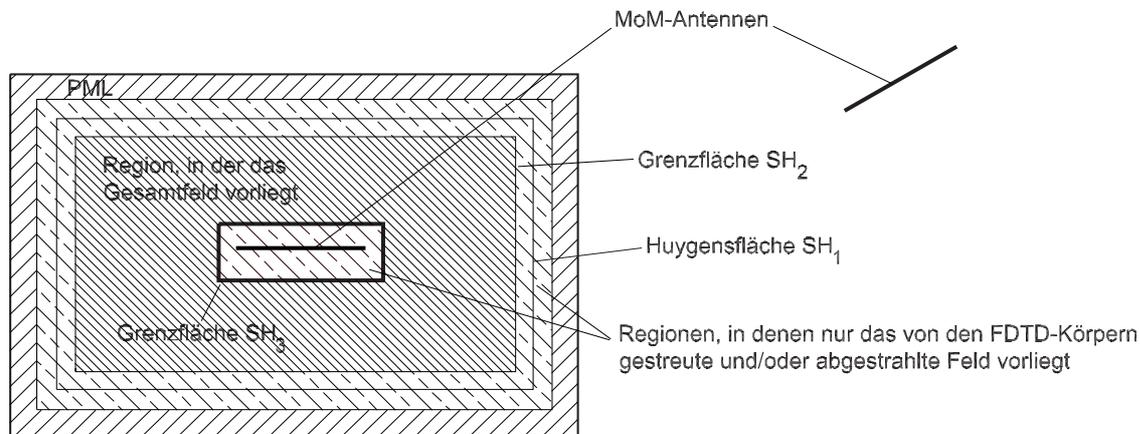


Abbildung 7.9: Darstellung aller benötigten Flächen bei der Hybridisierung der TD-MoM mit der FDTD.

der MoM-Antennen, ob sich diese innerhalb oder außerhalb des FDTD-Volumens befinden. Bei der Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung werden dann dementsprechend die von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder passend zu den FDTD-Feldstärken addiert bzw. subtrahiert. Das Blockschaltbild der Hybridmethode ist in Abbildung 7.10 dargestellt.

7.3.2 Berechnung der Feldstärken außerhalb des FDTD-Volumens

Werden Aufpunkte \mathbf{r} außerhalb des FDTD-Volumens betrachtet, so ergibt sich das Feld in diesen Punkten durch eine Superposition der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder \mathbf{E}_{rad} und den vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{MoM}^{rad}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t). \quad (7.22)$$

Die von innerhalb des FDTD-Volumens liegenden Antennen abgestrahlten Felder werden mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung in das FDTD-Volumen eingepreßt und somit implizit in den vom FDTD-Volumen abgestrahlten Feldern berücksichtigt. Die FDTD-Körper werden durch Ströme auf der Huygensfläche SH_1 ersetzt, und für die Berechnung der Felder in einem Aufpunkt \mathbf{r} ergibt sich die in Abbildung 7.11 dargestellte Ersatzanordnung. Die vom FDTD-Volumen abgestrahlten bzw. gestreuten Felder \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} werden unter Verwendung der äquivalenten Ströme auf SH_1 berechnet, und dabei, ebenso wie bei der Berechnung der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder, können die korrespondierenden Greenschen Funktionen des freien Raumes verwendet werden. Die Berechnung der Felder außerhalb des FDTD-Volumens reduziert sich folglich auf der Berechnung der von elektrischen und magnetischen Strömen im sonst freien Raum

abgestrahlten Felder.

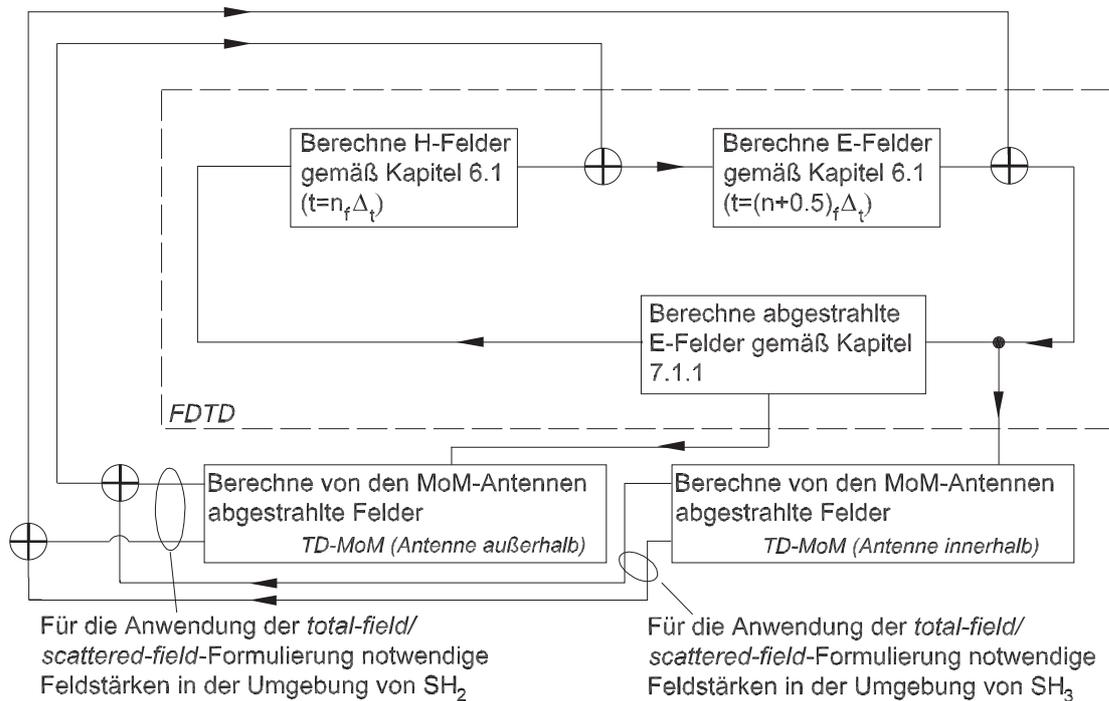


Abbildung 7.10: Blockschaltbild der Hybridmethode aus TD-MoM und FDTD. Zur Vereinfachung der Darstellung wird davon ausgegangen, dass die zur Anwendung der *total-field/scattered-field*-Formulierung notwendigen Feldstärken $\mathbf{H}(t = (n_f + 1)\Delta_t)$ und $\mathbf{E}(t = (n_f + 1)\Delta_t) + \frac{1}{2}\Delta_t$ zum Zeitpunkt $t = (n_f + \frac{1}{2})\Delta_t$ berechnet und für eine spätere Verwendung zwischengespeichert werden.

7.4 Numerische Ergebnisse

7.4.1 Dipol vor einer elektrisch ideal leitfähigen Wand

Für eine Überprüfung der Hybridmethode aus FDTD und TD-MoM wird zunächst der Quellstrom des in Abbildung 7.13 und Abbildung 7.12 dargestellten Dipols vor einer ideal leitfähigen Platte betrachtet. Die Referenzlösung wird mit Hilfe der TD-MoM+TD-UTD-Hybridmethode berechnet, wodurch eine gegenseitige Überprüfung beider Hybridmethoden möglich ist. Da die Platte relativ groß und der Abstand zwischen dem Dipol und der Platte verhältnismäßig gering ist, wird bei der Berechnung des Quellstromes mittels der TD-MoM+TD-UTD-Hybridmethode auf eine Berücksichtigung der Beugung an den Kanten verzichtet. Die simulierte Geometrie entspricht somit im Wesentlichen der in Abschnitt 4.4 vorgestellten Geometrie, anhand derer die Hybridmethode aus TD-MoM und TD-UTD überprüft wurde.

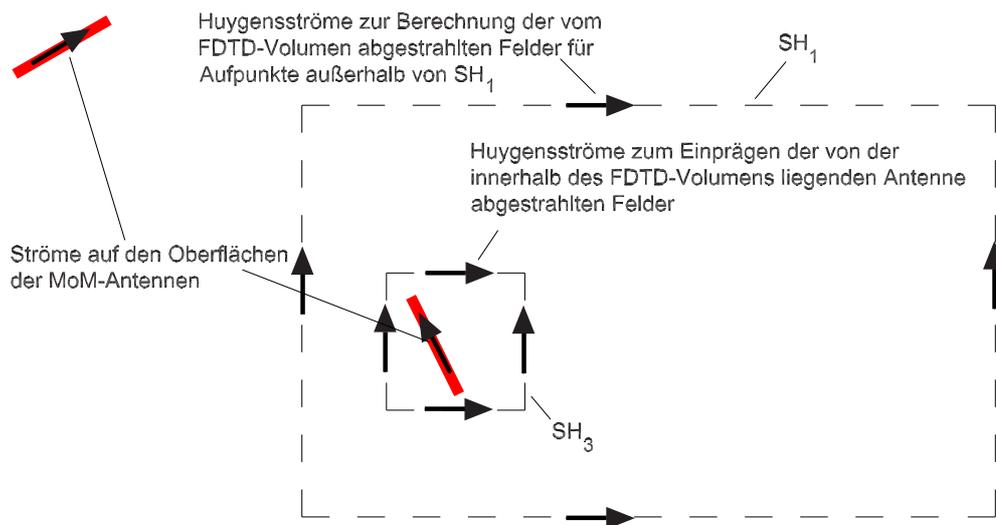


Abbildung 7.11: Ersatzanordnung zur Berechnung der Felder außerhalb des FDTD-Volumens.

Das FDTD-Volumen wird mit $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,02$ m diskretisiert und der Dipol wird in

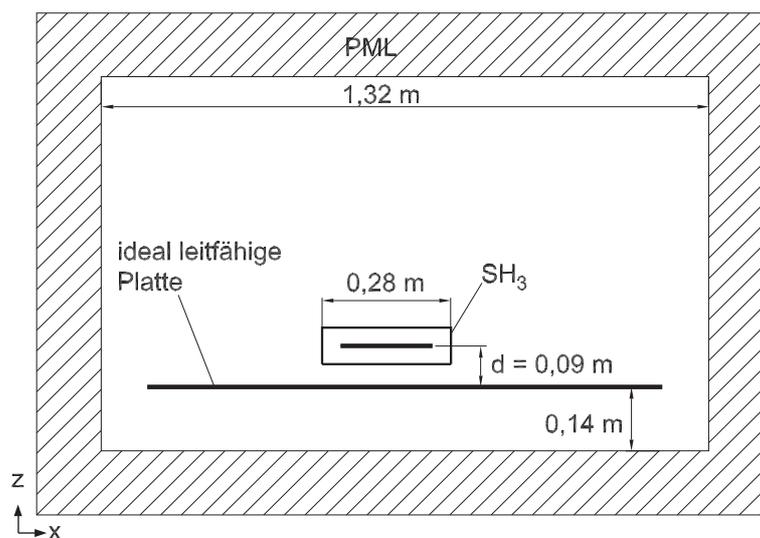


Abbildung 7.12: In e_x -Richtung orientierter Dipol vor einer ideal leitfähigen Platte (Schnitt durch den Dipol).

20 Segmente unterteilt, wodurch sich eine Segmentlänge von $\Delta_L = 0,01$ m ergibt. Der Radius der Antenne beträgt $r_0 = 0,001$ m, und es wird $\Delta_t = T = 7,4125 \cdot 10^{-12}$ sec verwendet. Das Spektrum der mittig an den Dipol angelegten Speisespannung ist in Abbildung 7.14 dargestellt. Offenbar enthält das Spektrum dieser Spannung Frequenzen, für die die gewählte Diskretisierung der FDTD sehr grob ist; z.B. beträgt für eine Frequenz von $f = 2$ GHz das Verhältnis $\frac{\lambda}{\Delta_x} = 7,5$. In Abbildung 7.15 wird das Ergebnis für den Quellstrom auf dem Dipol dargestellt. Offensichtlich stimmen die Ergebnisse, die mit den beiden Hybridmethoden berechnet wurden, sehr gut überein.

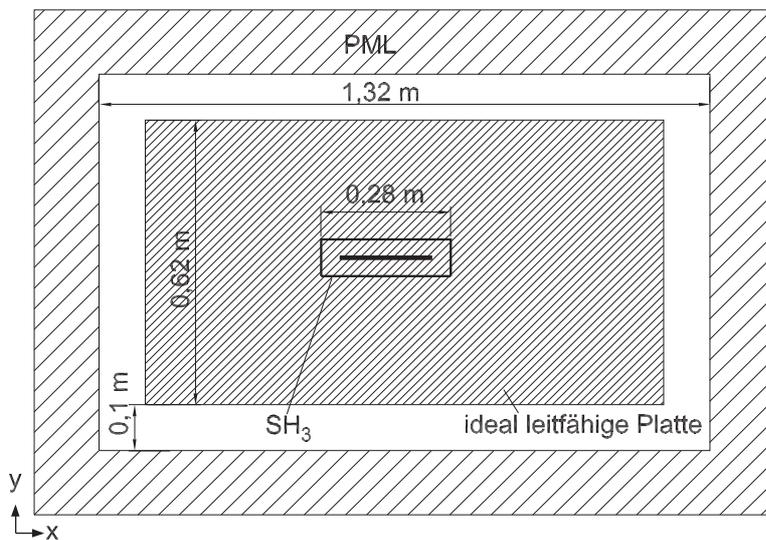


Abbildung 7.13: In e_x -Richtung orientierter Dipol vor einer ideal leitfähigen Platte (Draufsicht).

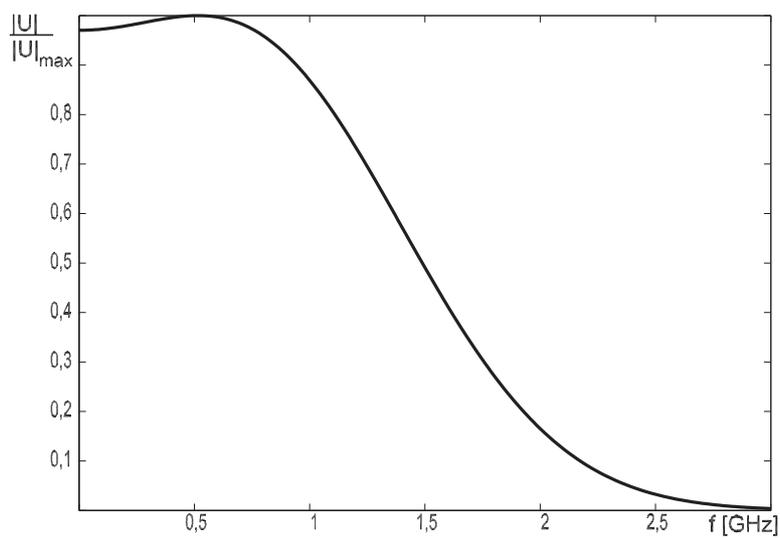


Abbildung 7.14: Normierter Betrag des Spektrum $U(f)$ der angelegten Speisespannung.

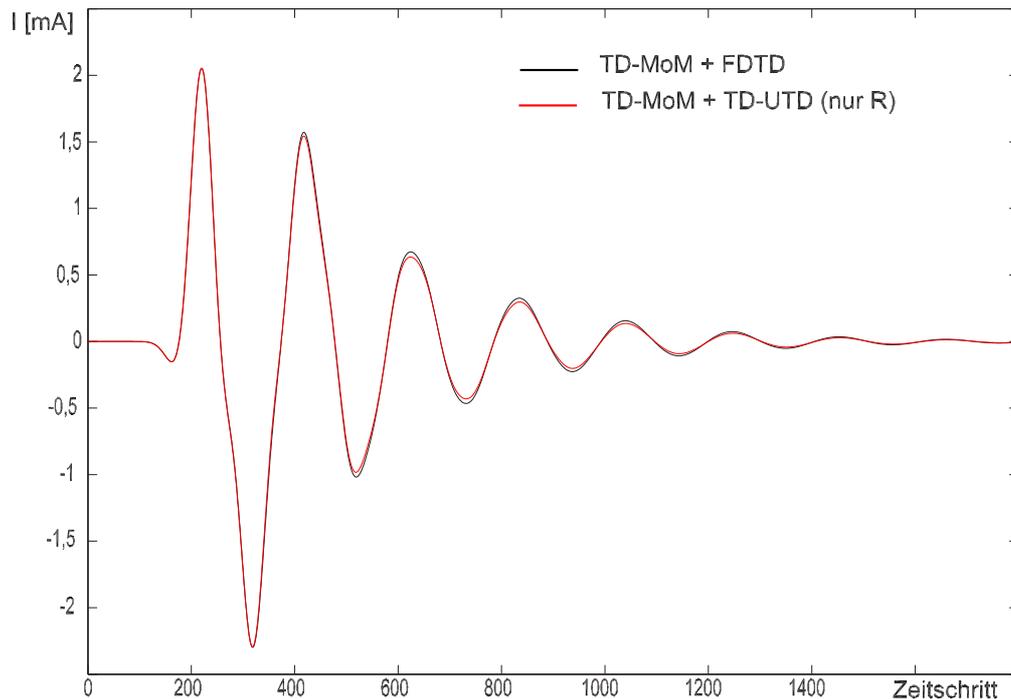


Abbildung 7.15: Quellstrom des Dipols vor einer elektrisch ideal leitfähigen Platte, berechnet mit der TD-MoM-UTD-Hybridmethode und der TD-MoM-FDTD-Hybridmethode.

Die gewählte Größe des Zeitschrittes Δ_t ist deutlich kleiner als die durch das Courant-Kriterium gegebene ($\Delta_{tc} = 3,85167 \cdot 10^{-11}$ sec), wodurch sich für den FDTD-Teil der Hybridmethode ein unnötig großer Rechenzeitbedarf ergibt. Um unterschiedliche Größen des Zeitschrittes zu ermöglichen und damit Rechenzeit zu sparen, ist der realisierte Algorithmus so ausgelegt, dass für die FDTD eine Größe des Zeitschrittes verwendet werden kann, die ein ganzzahliges Vielfaches der Größe des Zeitschrittes der TD-MoM entspricht. In Abbildung 7.16 ist der Quellstrom für den Fall dargestellt, dass $\Delta_t = \frac{1}{4}T = 1,8531 \cdot 10^{-12}$ sec verwendet wird. Offensichtlich ist die Abweichung zu den in Abbildung 7.15 dargestellten Rechenergebnissen minimal. Da die Felder im FDTD-Volumen nur jeden vierten Zeitschritt berechnet werden, sinkt der Rechenzeitbedarf für den FDTD-Teil der Hybridmethode um den Faktor 4. Da im vorgestellten Beispiel der Rechenzeitbedarf des FDTD-Teils deutlich größer ist als der des TD-MoM-Teils, verringert sich auch die gesamte Berechnungsdauer bei Verwendung der Hybridmethode für dieses Beispiel etwa um den Faktor 4. Anzumerken ist, dass die Größe des Zeitschrittes der TD-MoM aufgrund der Dünndrahtnäherung (siehe Abschnitt 2.1) ausreichend klein gewählt werden muss; dies gilt nicht, wenn die TD-MoM auf flächenförmige Antennen angewendet wird. Dann kann es sinnvoll sein, die Größe des Zeitschrittes der TD-MoM größer als die der FDTD zu wählen, was im Rahmen der hier vorgestellten Hybridmethode ebenfalls möglich ist.

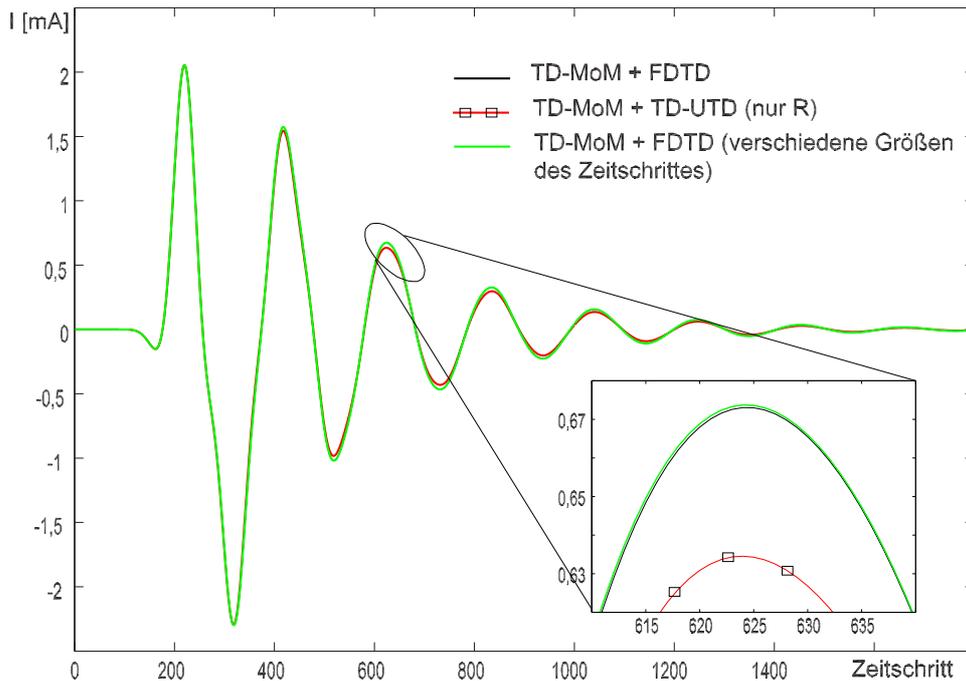


Abbildung 7.16: Quellstrom des Dipols vor einer elektrisch ideal leitfähigen Platte, berechnet mit der TD-MoM-UTD-Hybridmethode und der TD-MoM-FDTD-Hybridmethode unter Verwendung verschiedener Größen des Zeitschrittes ($\Delta_t = 1,8531 \cdot 10^{-12}$ sec und $T = 7,4125 \cdot 10^{-12}$ sec). Bei der TD-MoM+TD-UTD-Hybridmethode werden nur reflektierte und keine gebeugten Strahlen berücksichtigt.

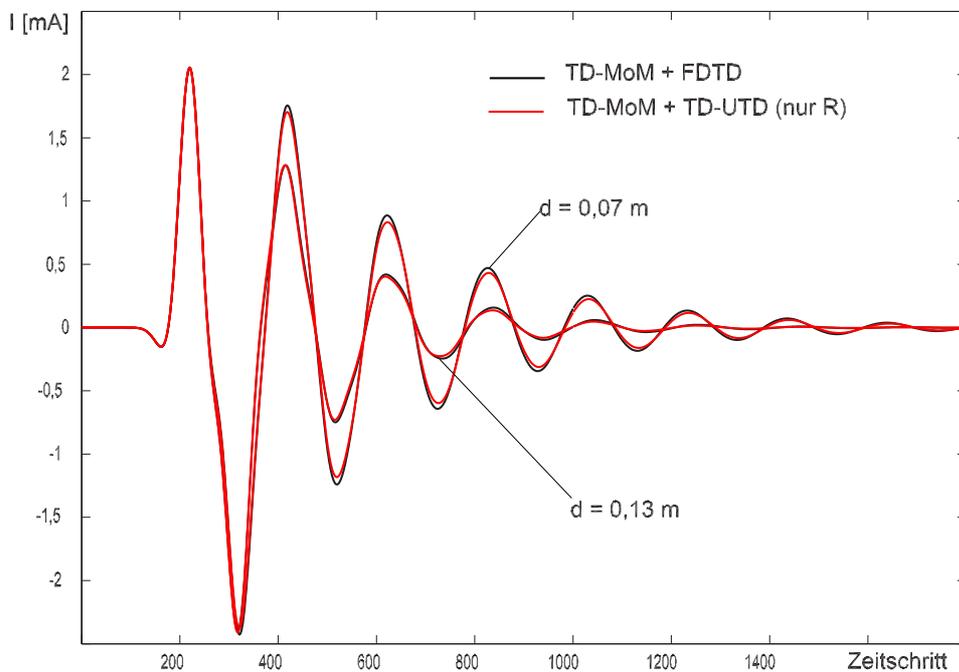


Abbildung 7.17: Quellstrom des Dipols vor einer elektrisch ideal leitfähigen Platte, berechnet mit der TD-MoM-UTD-Hybridmethode und der TD-MoM-FDTD-Hybridmethode für verschiedene Abstände zwischen Platte und Antenne. Bei der TD-MoM+TD-UTD-Hybridmethode werden nur reflektierte und keine gebeugten Strahlen berücksichtigt.

Um die Auswirkung des Abstandes zwischen Platte und Antenne auf die Stromverteilung abschätzen zu können, ist in Abbildung 7.17 der Quellstrom für verschiedene Abstände zwischen Platte und Dipol dargestellt. Offensichtlich entspricht die Anordnung der von 2 eng benachbarten Dipolantennen. Der Einfluss des Abstandes ist folglich sehr groß und wird von beiden Hybridmethoden mit einer sehr guten Übereinstimmung erfasst. Da bei der Anwendung der TD-MoM+TD-UTD-Hybridmethode keine Diskretisierung der Platte nötig ist, ist der Rechenzeit und Speicherbedarf dieser Methode für das vorgestellte Beispiel deutlich geringer als bei der Verwendung der FDTD-TD-MoM-Hybridmethode: Auf einem handelsüblichen PC (AMD Athlon™ XP 2500+ unter Windows 2000) dauert die Berechnung mittels der TD-MoM+TD-UTD-Hybridmethode ca. 2 Minuten, und der Speicherbedarf beträgt ca. 16 MB; bei einer Berechnung mittels der FDTD-TD-MoM-Hybridmethode ergibt sich eine Rechenzeit von ca. 40 Minuten und ein Speicherbedarf von ca. 300 MB. Anzumerken ist, dass die UTD-Körper allerdings sehr einfach strukturiert sein müssen (im Rahmen dieser Arbeit werden nur Platten behandelt) und dass bei der Berechnung auf die Berücksichtigung der Beugung verzichtet wurde. Die Berechnungsdauer der FDTD-TD-MoM-Hybridmethode verlängert sich nicht, falls sich zwischen Antenne und Platte (dielektrische) Körper befinden; solche Geometrien sind mit der TD-MoM+TD-UTD-Hybridmethode nicht modellierbar.

Abschließend lässt sich feststellen, dass die beiden Hybridmethoden zu einem großen Teil konträre Vor- und Nachteile besitzen: Die FDTD+MoM-Hybridmethode ist nicht gut geeignet, um Geometrien zu modellieren, die sehr große Streukörper beinhalten. Die TD-MoM-TD+UTD-Hybridmethode ist andererseits sehr gut für solche Geometrien geeignet, allerdings ist sie nicht für Problemstellungen geeignet, die dielektrische Körper beinhalten; es liegt deshalb nahe, alle drei Methoden zu einer Hybridmethode zu kombinieren; eine solche Hybridmethode aus FDTD, TD-MoM und TD-UTD wird in Kapitel 8 vorgestellt.

7.4.2 Dipol in einer zylindrischen Schichtstruktur

Als weiteres Beispiel dient ein in e_z -Richtung orientierter 0,2 m langer Dipol innerhalb einer zylindrischen 2-Schichtstruktur (siehe Abbildung 7.18 und Abbildung 7.19). Das FDTD-Volumen ist 0,4 m \times 0,4 m \times 2 m groß, und als Größe der Diskretisierung für die FDTD wurde $\Delta_x = \Delta_y = 0,005$ m und $\Delta_z = 0,02$ m gewählt. Der Dipol wird in 20 Segmente diskretisiert, und die Größe des Zeitschrittes beträgt $\Delta_t = T = 7,41254 \cdot 10^{-12}$ sec. Die Referenzlösung wird mit Hilfe eines auf der Frequenzbereichs-Momentenmethode basierenden Programms bestimmt, welches die Greensche Funktion einer in e_z -Richtung unendlich ausgedehnten und rotationssymmetrischen Schichtstruktur verwendet (eigener Code; siehe Anhang A). In Abbildung 7.20 werden die mit den beiden Methoden berechneten Beträge der Eingangsimpedanz verglichen. Zusätzlich ist in Abbildung 7.20 das mit CST MICROWAVE STUDIO® berechnete Ergebnis dargestellt.

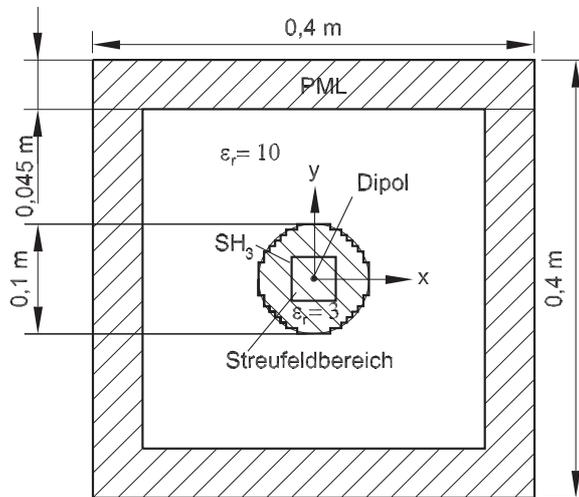


Abbildung 7.18: Dipol in einer zylindrischen Schichtstruktur (Schnitt bei $z = 1$ m). Die Grenzfläche zwischen den beiden Medien ist entsprechend der kartesischen Diskretisierung der FDTD dargestellt.

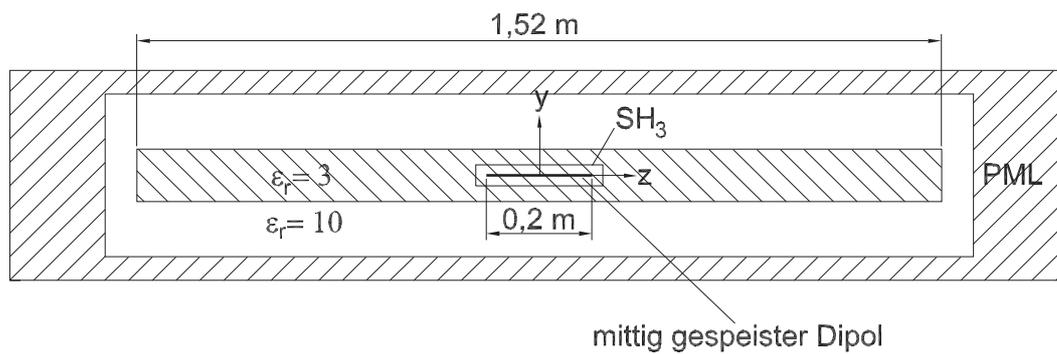


Abbildung 7.19: Dipol in zylindrischer Schichtstruktur (Schnitt bei $x = 0$).

Um eine qualitative Aussage über die Größe des Einflusses der Schicht mit $\varepsilon_r = 10$ auf die Ein-

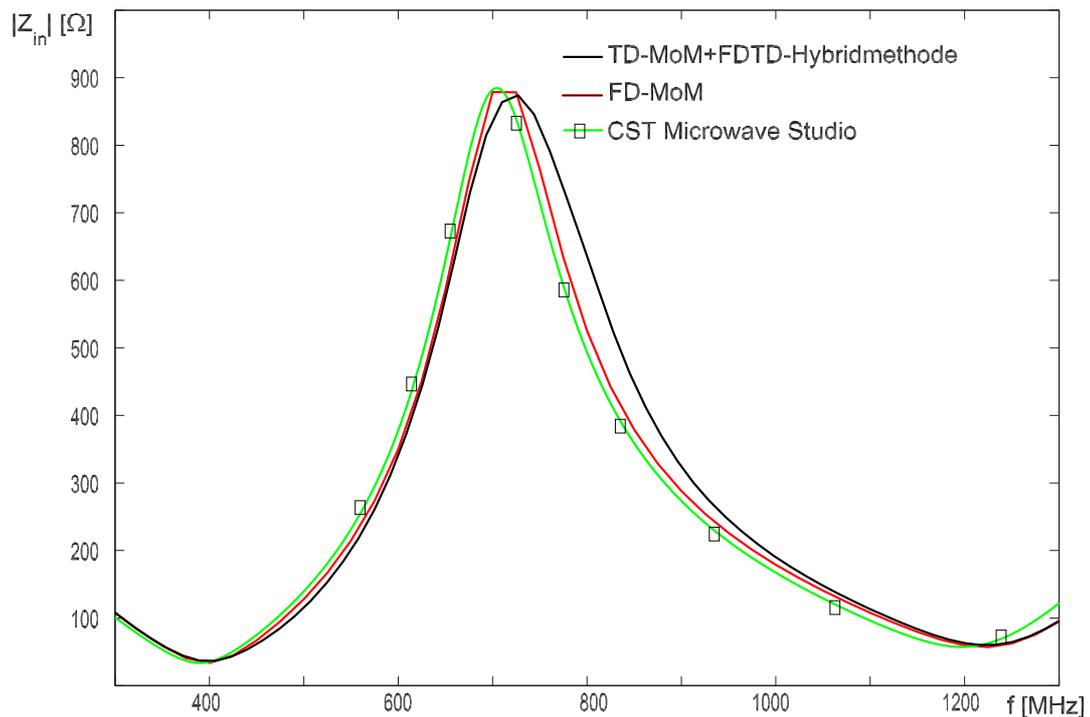


Abbildung 7.20: Betrag der Eingangsimpedanz des Dipols in zylindrischer Schichtstruktur. Verglichen wird das mit der TD-MoM+FDTD-Hybridmethode berechnete Ergebnis mit der Eingangsimpedanz, die mit einer FD-MoM (unter Verwendung der korrespondierenden Greenschen Funktion für einen elektrischen Strom in einer unendlich ausgedehnten Schichtstruktur) berechnet wurde. Zusätzlich zum Vergleich: der mit CST MICROWAVE STUDIO® berechnete Betrag der Eingangsimpedanz.

gangsimpedanz treffen zu können, wird in Abbildung 7.21 der Betrag der Eingangsimpedanz des Dipols in der Schichtstruktur mit der Eingangsimpedanz des gleichen Dipols in einer homogenen Umgebung ($\varepsilon_r = 3$) verglichen. Es wird deutlich, dass der Einfluss der äußeren Schicht ($\varepsilon_r = 10$) – also des Bereiches, der mit der FDTD modelliert wird – sehr gut von der Hybridmethode erfasst wird.

7.4.3 Dipol außerhalb eines mit Luft gefüllten FDTD-Volumens

Betrachtet wird nun ein luftgefülltes FDTD-Volumen gemäß Abbildung 7.22. Außerhalb des FDTD-Volumens liegt ein mittig gespeister und mit der TD-MoM modellierter Dipol mit dem Mittelpunkt $\mathbf{r}_0 = (0,5\mathbf{e}_x + 0,5\mathbf{e}_y - 0,2\mathbf{e}_z)$ m. Das FDTD-Volumen ist diskretisiert mit $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,02$ m, die Größe des Zeitschrittes der FDTD beträgt $\Delta_t = 2,965 \cdot 10^{-11}$ sec, und die Größe des Zeitschrittes der TD-MoM beträgt $T = 7,4125 \cdot 10^{-12}$ sec. Um den Algorithmus zum Einprägen der von Quellen außerhalb des FDTD-Volumens abgestrahlten Felder (in diesem Fall von der MoM-Antenne) zu testen, wird die x-Komponente des elektrischen Feldes im Punkt

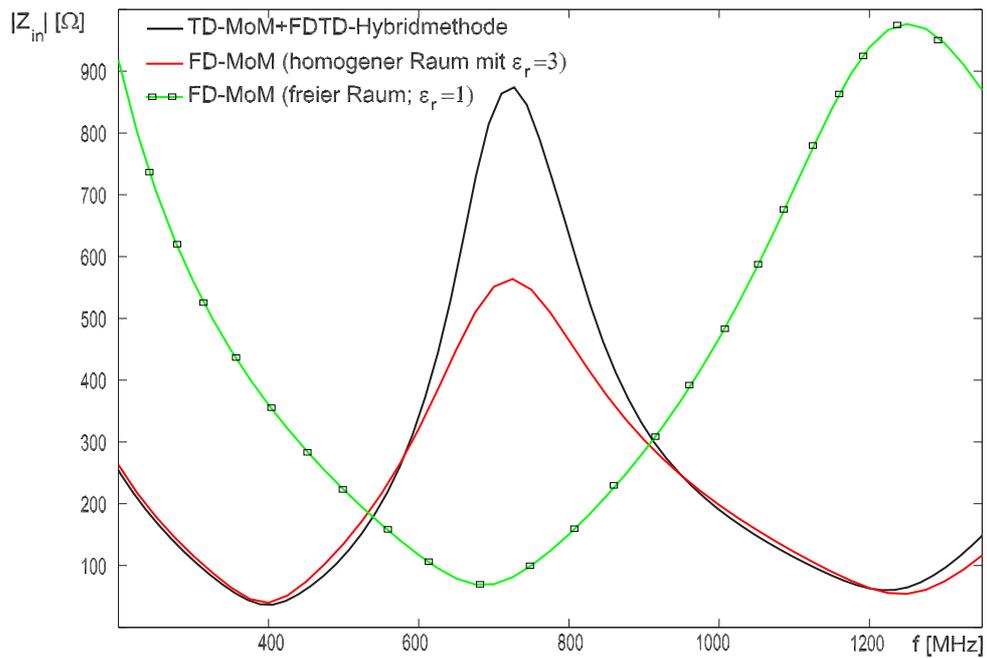


Abbildung 7.21: Betrag der Eingangsimpedanz des Dipols in der zylindrischen Schichtstruktur im Vergleich zur Eingangsimpedanz des gleichen Dipols in einer homogenen Umgebung.

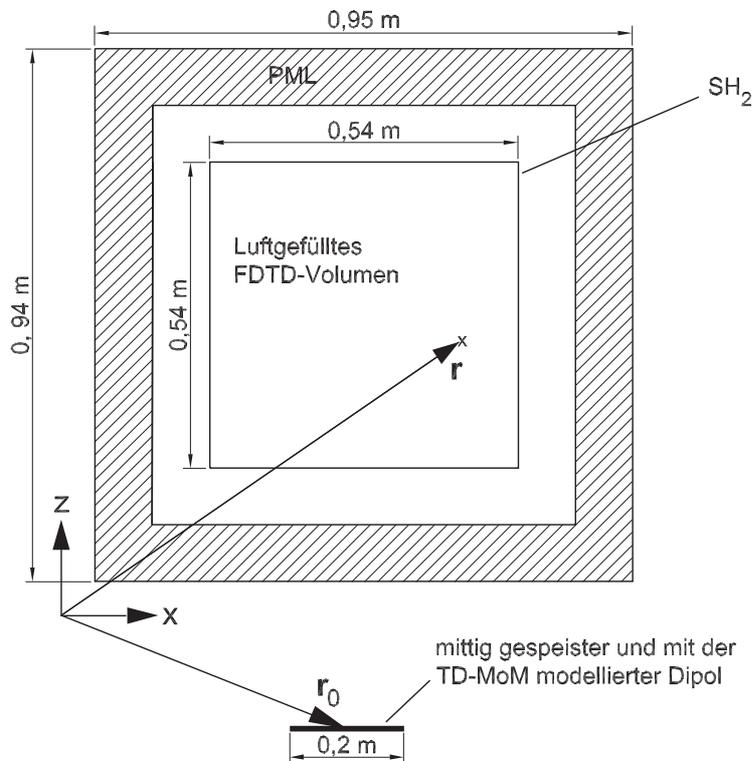


Abbildung 7.22: Mittig gespeister Dipol außerhalb eines luftgefüllten FDTD-Volumens (Schnitt bei $y = 0.5 \text{ m}$).

$\mathbf{r} = (0,71\mathbf{e}_x + 0,42\mathbf{e}_y + 0,48\mathbf{e}_z)$ m betrachtet. In Abbildung 7.23 sind die Ergebnisse berechnet mit der TD-MoM für den freien Raum und mit der TD-MoM-FDTD-Hybridmethode dargestellt. Offensichtlich ist die Übereinstimmung sehr gut. Da der Zeitschritt der FDTD viermal so groß ist wie der Zeitschritt der TD-MoM, ist die x-Komponente des elektrischen Feldes im FDTD-Gitter jeweils für 4 Zeitschritte konstant.

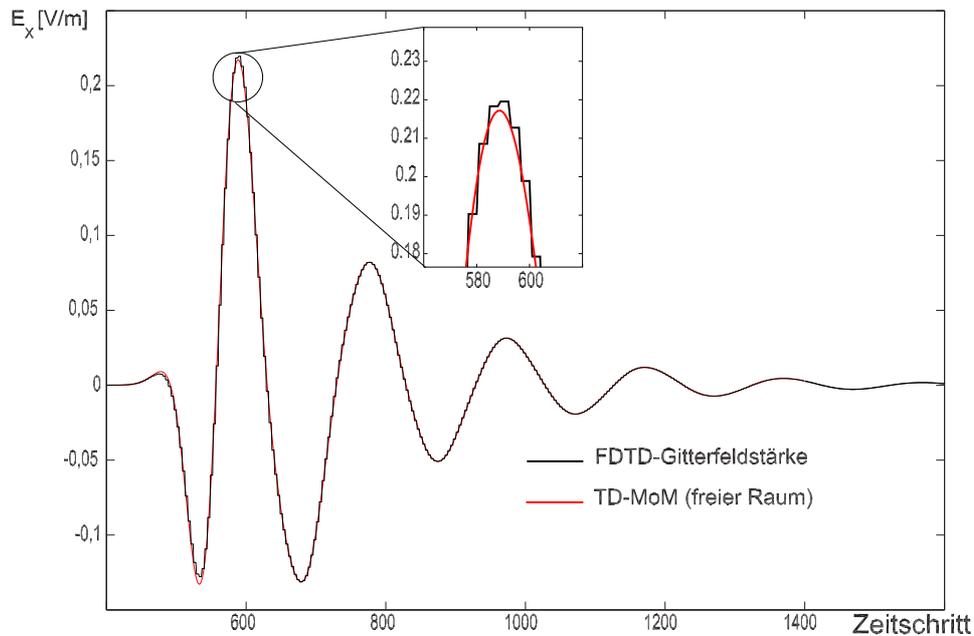


Abbildung 7.23: x -Komponente des elektrischen Feldes im Punkt $\mathbf{r} = (0,71\mathbf{e}_x + 0,42\mathbf{e}_y + 0,48\mathbf{e}_z)$ m, berechnet mit der TD-MoM (freier Raum) und mit der Hybridmethode aus FDTD und TD-MoM.

Neuartige Hybridmethode aus TD-MoM, TD-UTD und FDTD

In diesem Kapitel wird eine neuartige Hybridmethode [109] vorgestellt, die durch eine Verknüpfung aller drei im Rahmen dieser Arbeit verwendeten numerischen Verfahren entsteht. Bei der Anwendung dieser Hybridmethode werden dünne Drahtantennen mit der TD-MoM (siehe Kapitel 2), elektrisch große, aber einfach strukturierte Streukörper mit der TD-UTD (siehe Kapitel 3) und inhomogene Körper werden mit der FDTD (siehe Kapitel 5) behandelt. Die MoM-Antennen können bei der Anwendung dieser Hybridmethode wiederum innerhalb oder außerhalb des FDTD-Volumens liegen.

Das schematische Konzept dieser Hybridmethode ist in Abbildung 8.1 dargestellt. Die Hybridisierung aller 3 Methoden erfolgt durch die Anwendung des Superpositionsprinzips und die Verwendung der drei in Kapitel 4, 6 und 7 vorgestellten Hybridmethoden, wodurch die Vorteile der drei Hybridmethoden kombiniert werden. Zur Verdeutlichung wird in Abschnitt 8.1 zunächst geschildert, wie das elektrische Feld in einem Aufpunkt \mathbf{r} außerhalb des FDTD-Volumens berechnet werden kann. In Abschnitt 8.2 wird dann dargestellt, wie durch eine Verwendung des Feldes in einem Aufpunkt \mathbf{r} eine volle Verkopplung aller drei Methoden erreicht wird.

Für eine volle Hybridisierung aller drei Methoden müssen folgende Verkopplungen zwischen den mit den verschiedenen Methoden modellierten Körpern berücksichtigt werden:

- Der Einfluss der UTD-Körper auf die von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder und – falls Wellen zu den MoM-Antennen zurückgestreut werden – die Rückwirkung der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen; diese Verkopplung ist in Abbildung 8.1 mittels Pfeil (1) verdeutlicht und wird analog zu Kapitel 4 behandelt.
- Pfeil (2) verdeutlicht den Einfluss der UTD-Körper auf die von den FDTD-Körpern ab-

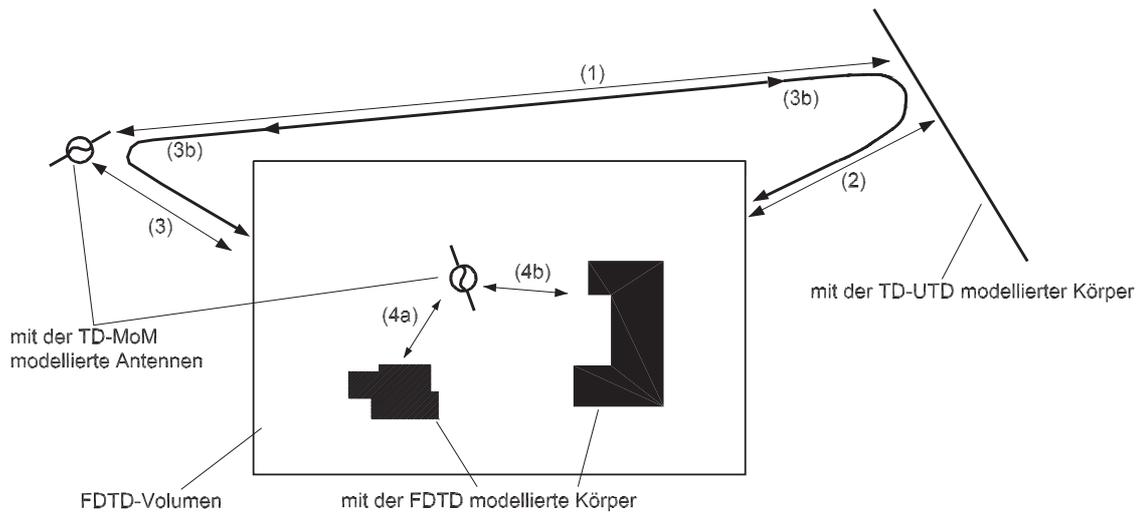


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung des Konzeptes einer Hybridmethode aus TD-MoM, TD-UTD und FDTD.

gestrahlten Felder und – falls Wellen zu den FDTD-Körpern zurückgestreut werden – die Rückwirkung der UTD-Körper auf die Feldverteilung im FDTD-Volumen. Diese Verkopplung wird wie in Kapitel 6 beschrieben behandelt.

- Der Einfluss der mit der FDTD modellierten Körper auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen und der Einfluss der von diesen Strömen abgestrahlten Felder auf die Feldverteilung im FDTD-Volumen; diese Verkopplung zwischen den FDTD-Körpern und den MoM-Antennen wird mittels Pfeil (3) und durch die Pfeile (4a) und (4b) verdeutlicht und analog zu Kapitel 7 behandelt.
- Zusätzlich muss es jedoch auch möglich sein, bei der Berechnung der Verkopplung zwischen den FDTD-Körpern und den MoM-Antennen den Einfluss der UTD-Körper zu berücksichtigen. Diese zusätzliche Verkopplung zwischen den MoM-Antennen und den FDTD-Körpern ist in Abbildung 8.1 durch den Pfeil (3b) dargestellt und muss nur für MoM-Antennen berücksichtigt werden, die außerhalb des FDTD-Volumens liegen.

8.1 Berechnung der Felder in einem Aufpunkt r

Bei Anwendung der FDTD-MoM-Hybridmethode (siehe Kapitel 7) ergibt sich die in Abbildung 7.11 dargestellte Ersatzanordnung zur Berechnung der Felder außerhalb des FDTD-Volumens. Wie in Abschnitt 7.3.2 gezeigt wurde, reduziert sich also die Berechnung der Felder in einem Aufpunkt außerhalb des FDTD-Volumens auf die Berechnung der Abstrahlung von elektrischen Strömen auf der Oberfläche der außerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen und auf die Berechnung der Abstrahlung von elektrischen und magnetischen Stromdichten auf der

Huygensfläche SH_1 . Unter Verwendung dieser Ersatzanordnung wird nun gezeigt, wie bei der Berechnung der Felder in einem Aufpunkt \mathbf{r} auch die Auswirkungen der UTD-Körper berücksichtigt werden können.

Das Feld im Aufpunkt \mathbf{r} wird zunächst gemäß Gl. 7.22 durch eine Superposition der vom FDTD-Volumen abgestrahlten bzw. gestreuten Felder $\mathbf{E}_{FDTD, Freiraum}^{rad}$ und der von außerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen abgestrahlten Feldern $\mathbf{E}_{MoM, Freiraum}^{rad}$ dargestellt:

$$\mathbf{E}_{Freiraum}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{MoM, Freiraum}^{rad}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_{FDTD, Freiraum}^{rad}(\mathbf{r}, t). \quad (8.1)$$

In Gl. 8.1 sind noch nicht die Auswirkungen der UTD-Körper auf die abgestrahlten Felder berücksichtigt, und der Index *Freiraum* deutet an, dass für die Berechnung der abgestrahlten Felder folglich die Greenschen Funktionen des freien Raums verwendet werden. Sollen nun die Auswirkungen

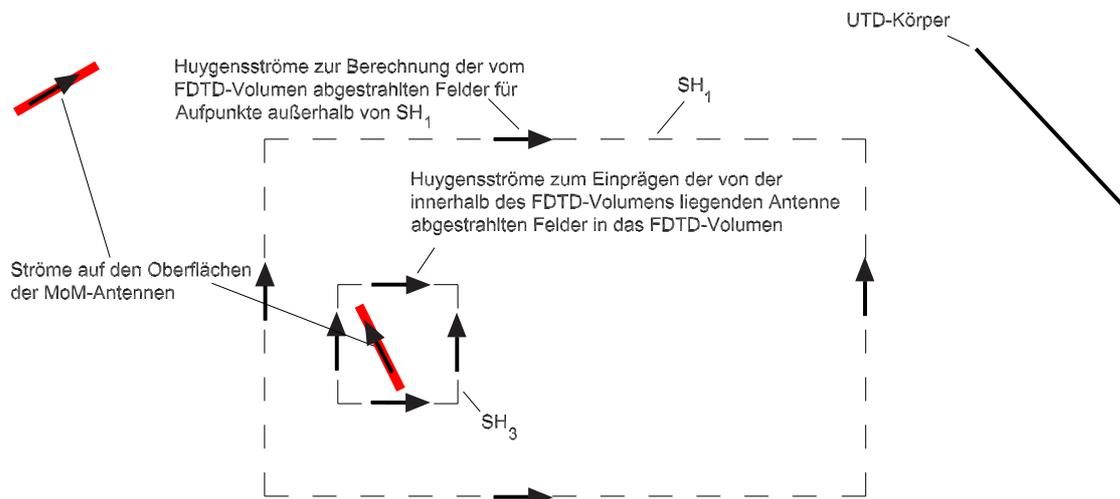


Abbildung 8.2: Ersatzanordnung zur Berechnung der Felder außerhalb des FDTD-Volumens.

der UTD-Körper auf die abgestrahlten Felder berücksichtigt werden, so kann zunächst davon ausgegangen werden, dass die Ströme auf den MoM-Antennen bzw. die Ersatzquellen auf der Huygensfläche SH_1 bekannt sind. Es ergibt sich die in Abbildung 8.2 dargestellte Ersatzanordnung zur Berechnung der Felder, die aus der in Abschnitt 7.3.2 dargestellten Ersatzanordnung durch Hinzufügen der UTD-Körper entsteht. Durch Ausnutzen des Superpositionsprinzips können dann die Auswirkungen der UTD-Körper auf die von den MoM-Antennen und vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder getrennt voneinander berücksichtigt werden.

Zur Berechnung der von den außerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen abgestrahlten Felder kann exakt so vorgegangen werden, wie in Abschnitt 4.1 geschildert wird. Unter Berücksichtigung der Auswirkungen der UTD-Körper ergibt sich das Feld $\mathbf{E}_{MoM}^{rad}(\mathbf{r}, t)$ am Ort \mathbf{r}

gemäß Gl. 4.5 zu

$$\mathbf{E}_{MoM}^{rad}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n_q=1}^{N_q} \mathbf{E}_{LOS, n_q}(\mathbf{r}, t) U_i(n_q, \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{R, n_q}(\mathbf{r}, t) U_R(n_q, \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{D, n_q}(\mathbf{r}, t), \quad (8.2)$$

wobei $\mathbf{E}_{R, n_q}(\mathbf{r}, t)$ an UTD-Körpern reflektierte und $\mathbf{E}_{D, n_q}(\mathbf{r}, t)$ an UTD-Körpern gebeugte Feldbeiträge sind.

Das vom FDTD-Volumen abgestrahlte Feld $\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t_0 = n_f \Delta_t)$ ergibt sich unter Berücksichtigung der Auswirkungen der UTD-Körper gemäß Gl. 6.24 zu

$$\mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta_t) = \mathbf{E}_{FDTD, LOS}^{rad}(\mathbf{r}, n_f \Delta_t) + \sum_{n_x=0}^{N_x} \mathbf{E}_{\mathbf{r}, \chi, R}^{n_f} U_R(n_x, \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\mathbf{r}, \chi, D}^{n_f} U_D(n_x, \mathbf{r}). \quad (8.3)$$

In Gl. 8.3 sind $\mathbf{E}_{\mathbf{r}, \chi, R}$ bzw. $\mathbf{E}_{\mathbf{r}, \chi, D}$ Feldbeiträge, die vom FDTD-Volumen abgestrahlt werden und nach einer Reflexion bzw. einer Beugung an UTD-Körpern den Aufpunkt erreichen. Wie in Abschnitt 6.1.1 dargestellt wurde, werden die vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder nur zu den diskreten Zeitpunkten $n_f \Delta_t$ berechnet. Werden Felder zu anderen Zeitpunkten benötigt, so werden diese durch eine einfache lineare Interpolation bestimmt.

Das Gesamtfeld im Aufpunkt \mathbf{r} wird dann wiederum durch Superposition bestimmt:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{MoM}^{rad}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_{FDTD}^{rad}(\mathbf{r}, t). \quad (8.4)$$

Das Feld im Aufpunkt \mathbf{r} ergibt sich also durch die Überlagerung der direkten Feldbeiträge, die bereits in der FDTD-TD-MoM-Hybridmethode berücksichtigt werden, mit den an den UTD-Körpern gestreuten Feldbeiträgen. Eine solche Überlagerung ist exemplarisch in Abbildung 8.3 dargestellt, wobei zur Vereinfachung der Darstellung für die Konstruktion der Strahlen, die das vom FDTD-Volumen abgestrahlte Feld beschreiben, ein äquivalenter Quellpunkt im Mittelpunkt des FDTD-Volumens verwendet wird (eine Beschreibung der Konstruktion der gebeugten und reflektierten Strahlen findet sich in Abschnitt 6.1.2).

8.2 Berechnung der Verkopplung zwischen den FDTD-Körpern und den MoM-Antennen unter Berücksichtigung der UTD-Körper

Wie oben dargestellt wurde, muss, um eine volle Hybridisierung aller drei Methoden zu erreichen, der Einfluss der UTD-Körper auf die Verkopplung zwischen den FDTD-Körpern und den MoM-Antennen berücksichtigt werden. Die Berechnung der Verkopplung zwischen den FDTD-Körpern

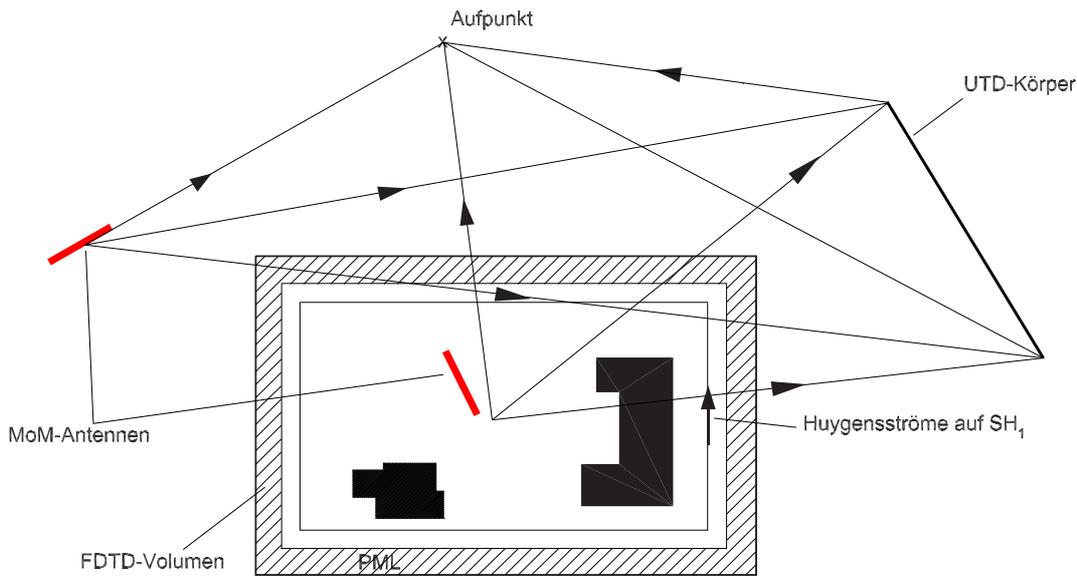


Abbildung 8.3: Darstellung des elektrischen Feldes im Aufpunkt r als Überlagerung von direkten Feldern mit den an den UTD-Körpern gestreuten Feldern. Zur Vereinfachung der Darstellung wird für die Konstruktion der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Strahlen ein äquivalenter Quellpunkt im Zentrum des FDTD-Volumens verwendet.

und den MoM-Antennen unter Berücksichtigung der UTD-Körper erfolgt, ausgehend von der FDTD-TD-MoM-Hybridmethode, in zwei Teilschritten:

- In Gl. 7.3 wird $\mathbf{E}_{FDTD, Freiraum}^{rad}$ durch \mathbf{E}_{FDTD}^{rad} gemäß Gl. 8.3 ersetzt. Dadurch wird berücksichtigt, dass die vom FDTD-Volumen abgestrahlten Wellen, bevor sie die MoM-Antennen erreichen und dort Ströme induzieren, an UTD-Körpern gestreut werden können.
- In der *total-field/scattered-field*-Formulierung (Grenzfläche SH_2), durch die solche Felder in das FDTD-Volumen eingepreßt werden, die von außerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen abgestrahlt werden, wird Gl. 7.10 durch Gl. 8.2 ersetzt. D.h. an Stelle von $\mathbf{H}_{MoM, Freiraum}^{rad}$ und $\mathbf{E}_{MoM, Freiraum}^{rad}$ werden \mathbf{H}_{MoM}^{rad} und \mathbf{E}_{MoM}^{rad} verwendet, bei deren Berechnung die Auswirkungen der UTD-Körper berücksichtigt werden. \mathbf{H}_{MoM}^{rad} kann, da es sich bei geometrisch optischen Feldern lokal um homogene ebene Wellen handelt, mittels

$$\mathbf{H}_{MoM}^{rad} = \frac{1}{Z_f} \mathbf{n} \times \mathbf{E}_{MoM}^{rad} \quad (8.5)$$

berechnet werden.

8.3 Volle Hybridisierung aller drei Methoden und sinnvolle Vereinfachungen

Ein volle Hybridisierung aller drei Methoden wird dadurch erreicht, dass bei der Berechnung der Felder in den Aufpunkten gemäß Abschnitt 8.1 und bei der Berechnung der Verkopplung zwischen den FDTD-Körpern und den MoM-Antennen gemäß Abschnitt 8.2 vorgegangen wird. In Abbildung 8.4 sind die drei dafür notwendigen Flächen SH_1 , SH_2 und SH_3 dargestellt. SH_1 wird zum Berechnen der vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder verwendet. Unter Verwendung von SH_2 werden die Felder in das FDTD-Volumen eingepreßt, die von außerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen abgestrahlt werden (sowohl direkte Felder als auch an UTD-Körpern gestreute Felder). Zusätzlich werden unter Verwendung von SH_2 vom FDTD-Volumen abgestrahlte und von UTD-Körpern zurückgestreute Felder in das FDTD-Volumen eingepreßt. SH_3 wird zum Einprägen der von innerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen abgestrahlten Felder in das FDTD-Volumen verwendet. Das Blockschaltbild der Hybridmethode ist

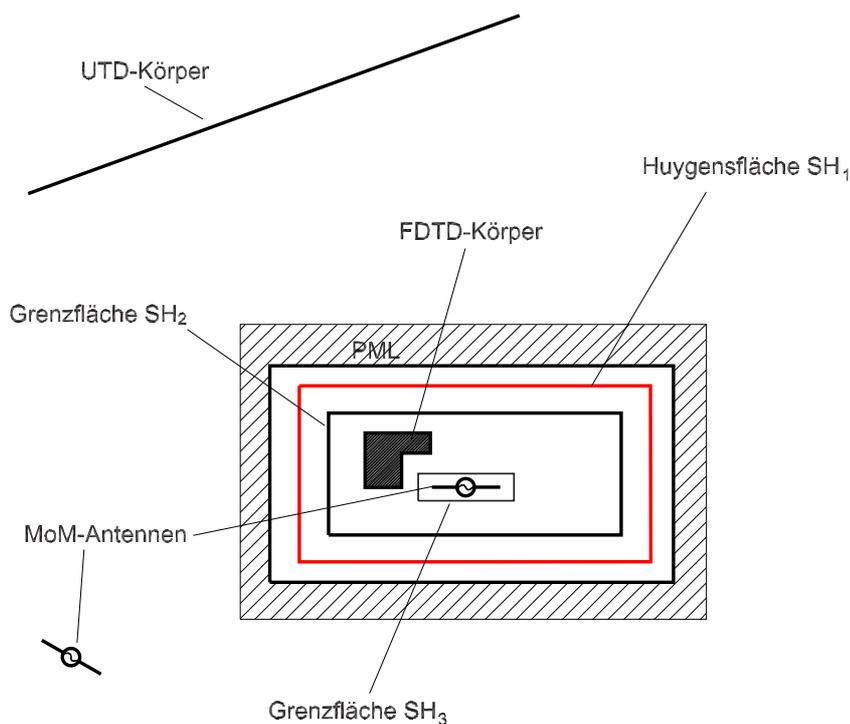


Abbildung 8.4: Darstellung aller notwendigen Flächen SH_1 , SH_2 und SH_3 im FDTD-Volumen zur Hybridisierung aller drei Methoden.

in Abbildung 8.5 dargestellt.

Wird das von den UTD-Körpern gestreute Feld mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung (Grenzfläche SH_2) in das FDTD-Volumen eingepreßt, so müssen für jede zu modifizierende Feldkomponente (siehe Abschnitt 5.3) die durch die UTD-Körper gestreuten Feldbeiträge berechnet werden, was in der Regel die Konstruktion von sehr vielen Strahlen verlangt. Die

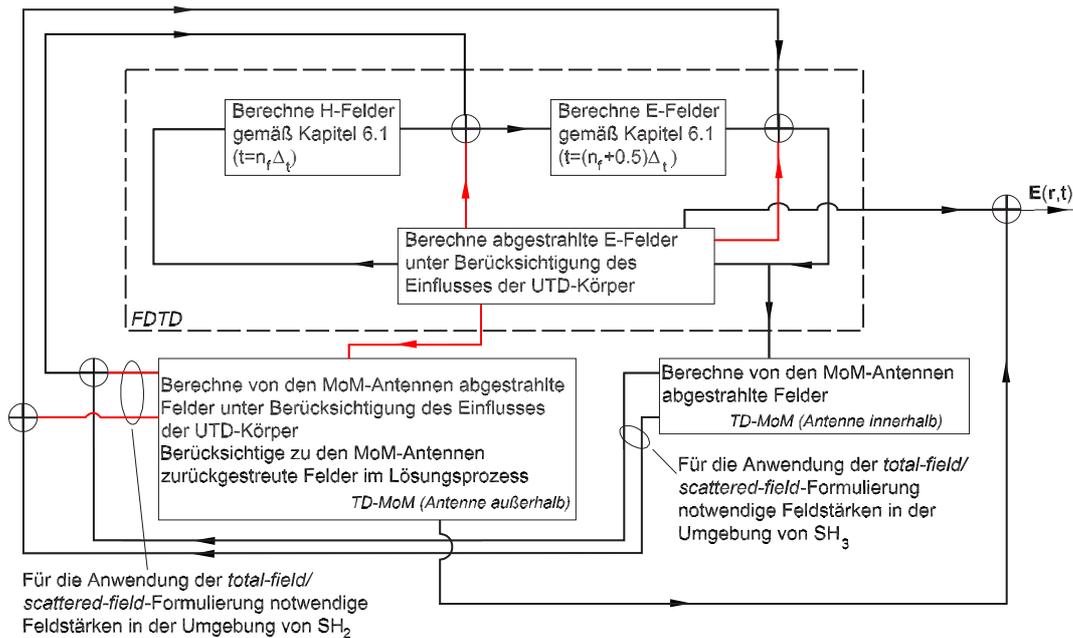


Abbildung 8.5: Blockschaltbild der Hybridmethode aus TD-MoM, TD-UTD und FDTD. Zur Vereinfachung der Darstellung wird davon ausgegangen, dass die zur Anwendung der total-field/scattered-field-Formulierung notwendigen Feldstärken $\mathbf{H}(t = (n_f + 1)\Delta_t)$ und $\mathbf{E}(t = (n_f + \frac{3}{2})\Delta_t)$ zum Zeitpunkt $t = (n_f + \frac{1}{2})\Delta_t$ berechnet und für eine spätere Verwendung zwischengespeichert werden.

Berücksichtigung der Auswirkungen der UTD-Körper auf die Feldverteilung im FDTD-Volumen ist deshalb häufig sehr aufwändig, was insbesondere dann gilt, wenn gebeugte Felder berücksichtigt werden sollen; dies gilt sinngemäß ebenfalls für die Rückwirkung der UTD-Körper auf die Ströme auf den MoM-Antennen. Sind die Abstände zwischen den MoM-Antennen und den UTD-Körpern bzw. zwischen dem FDTD-Volumen und den UTD-Körpern groß, so sind diese Auswirkungen der UTD-Körper sehr gering, und es ist oft sinnvoll, sie zu vernachlässigen. Ähnlich verhält es sich mit der Verkopplung von außerhalb des FDTD-Volumens liegenden Antennen mit dem FDTD-Volumen, und diese kann ebenfalls oft vernachlässigt werden. In Abbildung 8.6 ist das sich dann ergebende schematische Konzept der Hybridmethode dargestellt: Pfeil (1) verdeutlicht die Auswirkungen der UTD-Körper auf die von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder, Pfeil (2) die Auswirkungen der UTD-Körper auf die von den FDTD-Körpern abgestrahlten Felder, und die Pfeile (3a) und (3b) deuten die Verkopplung zwischen den innerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen und den FDTD-Körpern an. Das Blockschaltbild der vereinfachten Hybridmethode ist in Abbildung 8.7 dargestellt.

Eine deutliche Beschleunigung der Berechnung der Rückwirkung der UTD-Körper auf die Ströme auf den MoM-Antennen und auf die Feldverteilung im FDTD-Volumen kann vermutlich dadurch erreicht werden, dass die von den UTD-Körpern gestreuten Felder nicht mehr für jeden Aufpunkt bestimmt werden, sondern dass durch Konstruktion von äquivalenten homogenen

ebenen Wellen bzw. einer stärkeren Ausnutzung der Eigenschaften der verwendeten Kugelwellen (siehe Kapitel 3) und Interpolation die nötige Anzahl an zu konstruierenden Strahlen deutlich gesenkt wird.

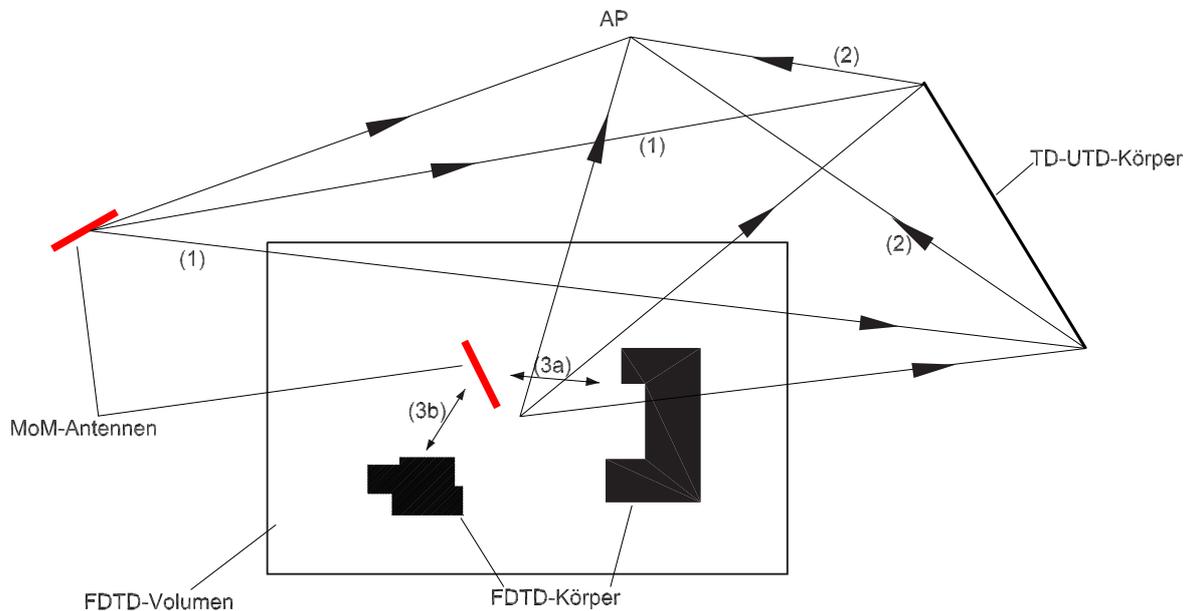


Abbildung 8.6: Darstellung des elektrischen Feldes im Aufpunkt r bei Anwendung der vereinfachten Hybridmethode.

8.4 Validierungsbeispiel

Als Validierungsbeispiel dient das von zwei gleichphasig angeregten Dipolantennen in Anwesenheit eines ideal leitfähigen, in e_z -Richtung unendlich ausgedehnten Schirms abgestrahlte Feld. Einer der beiden Dipole liegt dabei in einem FDTD-Volumen, und der andere Dipol befindet sich im freien Raum (siehe Abbildung 8.8 und 8.9). Das FDTD-Volumen wird mit Luft gefüllt, da die sich dann ergebende Problemstellung auch mit der TD-MoM-TD-UTD-Hybridmethode modelliert werden kann und somit beide Hybridmethoden gegenseitig überprüft werden können. Im Gegensatz zur TD-MoM-TD-UTD-Hybridmethode kann bei der Anwendung der *TD-MoM-TD-UTD+FDTD*-Hybridmethode das FDTD-Volumen mit jedem beliebigen Material gefüllt werden, und somit können auch Problemstellungen behandelt werden, die inhomogene Körper beinhalten.

Bei einer Hybridisierung der drei Methoden kommt der Überlagerung der von den MoM-Antennen abgestrahlten Felder mit den vom FDTD-Volumen abgestrahlten Feldern eine besondere Bedeutung zu (siehe Abschnitt 8.1); in dem vorgestellten Beispiel wird deshalb das elektrische Feld außerhalb des FDTD-Volumens betrachtet. Bei beiden Hybridmethoden wird auf die Berücksichtigung des Einflusses der UTD-Körper auf die Stromverteilung auf den MoM-Antennen ver-

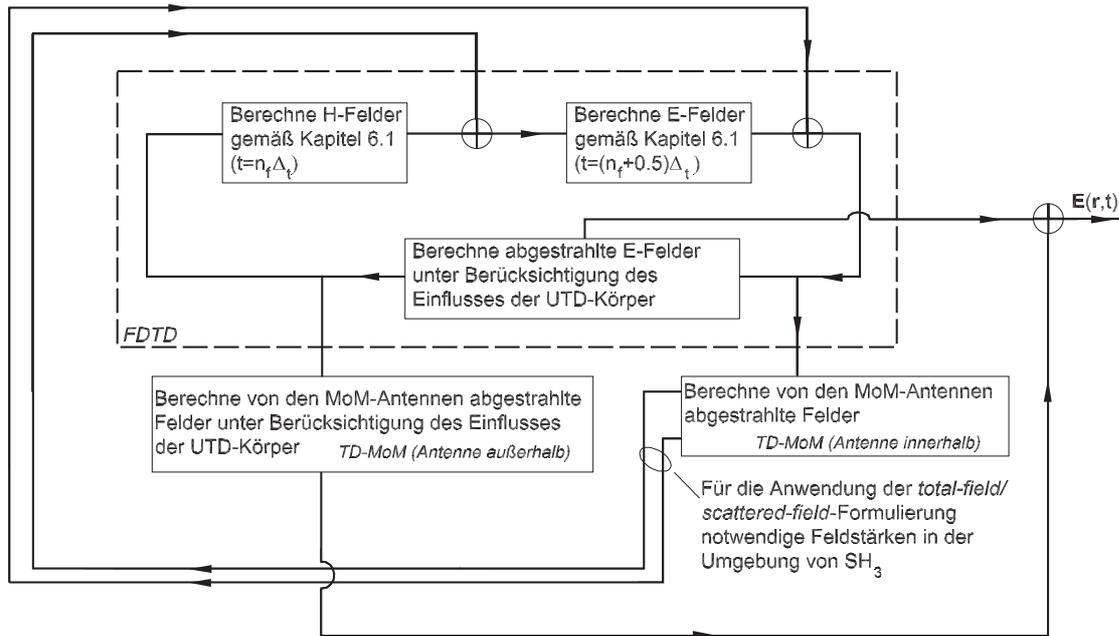


Abbildung 8.7: Blockschaltbild der Hybridmethode aus TD-MoM, TD-UTD und FDTD. Zur Vereinfachung der Darstellung wird davon ausgegangen, dass die zur Anwendung der total-field/scattered-field-Formulierung notwendigen Feldstärken $\mathbf{H}(t = (n_f + 1)\Delta_t)$ und $\mathbf{E}(t = (n_f + \frac{3}{2})\Delta_t)$ zum Zeitpunkt $t = (n_f + \frac{1}{2})\Delta_t$ berechnet und für eine spätere Verwendung zwischengespeichert werden.

zichtet. Bei der Anwendung der TD-MoM-TD-UTD+FDTD-Hybridmethode wird zusätzlich auf die Berücksichtigung des Einflusses der UTD-Körper auf die Feldverteilung im FDTD-Volumen verzichtet. Ebenso vernachlässigt wird der Einfluss der außerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antennen auf die Feldverteilung im FDTD-Volumen; in Abschnitt 7.4.3 findet sich ein Beispiel, bei dem das von einer außerhalb des FDTD-Volumens liegenden Antenne abgestrahlte Feld in das FDTD-Volumen eingepreßt wird.

Das FDTD-Volumen wird mit $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,02$ m diskretisiert und besitzt die Abmessungen $1,4 \text{ m} \times 0,9 \text{ m} \times 0,7 \text{ m}$. Die Antenne wird in 20 Segmente unterteilt, wodurch sich eine Segmentlänge von $\Delta_L = 0,01$ m ergibt. Der Radius der Antenne beträgt $r_0 = 0,001$ m, und es wird $\Delta_t = T = 7.4125 \cdot 10^{-12}$ sec verwendet. Der normierte Betrag des Spektrums der an den Dipol angelegten Spannung ist in Abbildung 8.11 dargestellt; für die Mittenfrequenz $f_0 = 0,75$ GHz beträgt das Verhältnis $\frac{\lambda_0}{\Delta_x} = \frac{0,4}{\Delta_x} \text{ m} = 20$. Für die Konstruktion der zur Berechnung des Feldes im Aufpunkt $\mathbf{r} = 2 \text{ m} \mathbf{e}_y$ verwendeten Strahlen werden sechs äquivalente Quellpunkte auf der Oberfläche SH_1 und ein äquivalenter Quellpunkt auf der Oberfläche der außerhalb des FDTD-Volumens liegenden MoM-Antenne verwendet. Da es im Beispiel zwei Beugungskanten gibt, resultiert dies in insgesamt 14 gebeugten Strahlen, die den Aufpunkt erreichen. Der minimale Abstand d_{min} des FDTD-Volumens zu einer beugenden Kante beträgt $d_{min} = 1,5\lambda_0$, und die Winkel zwischen den einfallenden Strahlen und den beugenden Kanten variieren je nach Position des

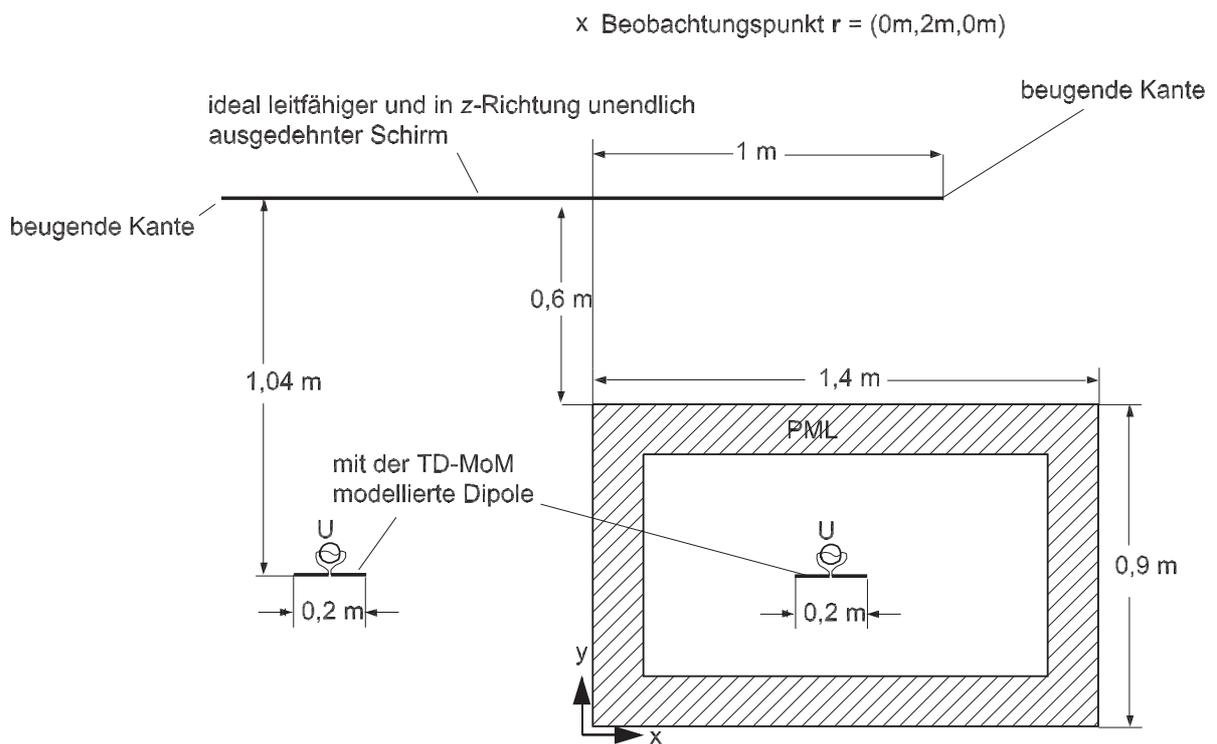


Abbildung 8.8: Ein Dipol innerhalb und ein Dipol außerhalb des FDTD-Volumens und ein ideal leitfähiger Schirm mit zwei beugenden Kanten (Schnitt bei $z = 0,4$ m).

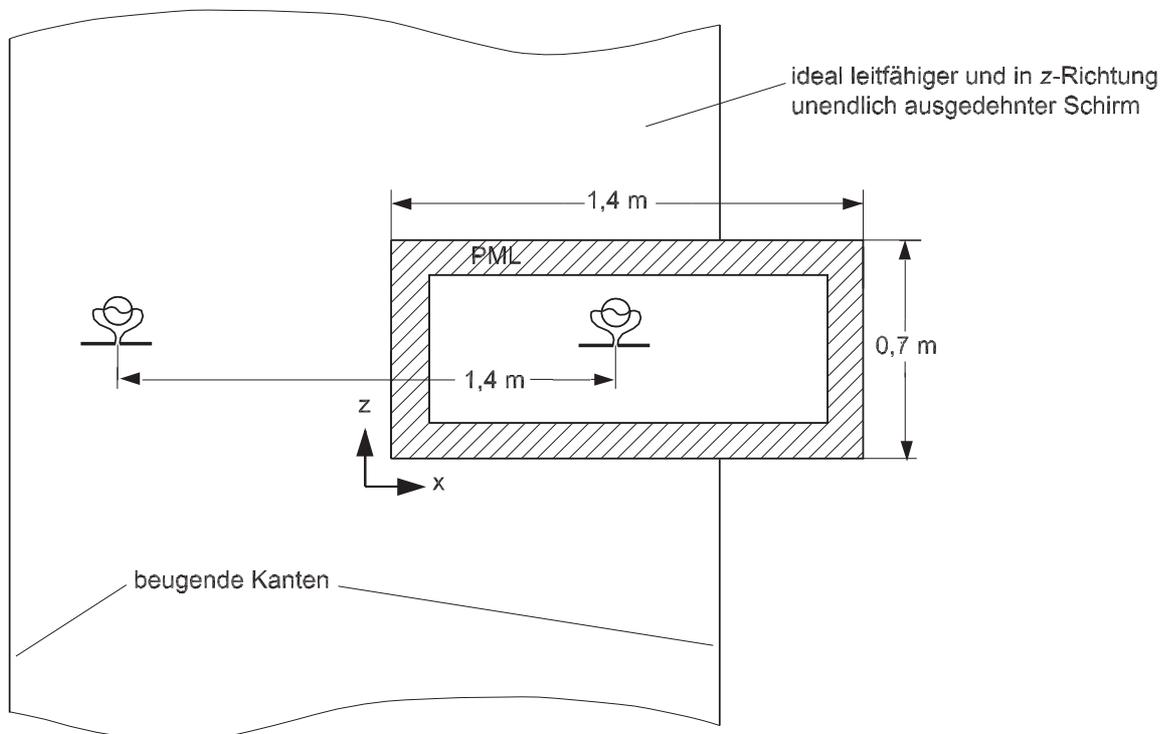


Abbildung 8.9: Ein Dipol innerhalb und ein Dipol außerhalb des FDTD-Volumens und ein ideal leitfähiger Schirm mit zwei beugenden Kanten (Schnitt bei $y = 0,46$ m).

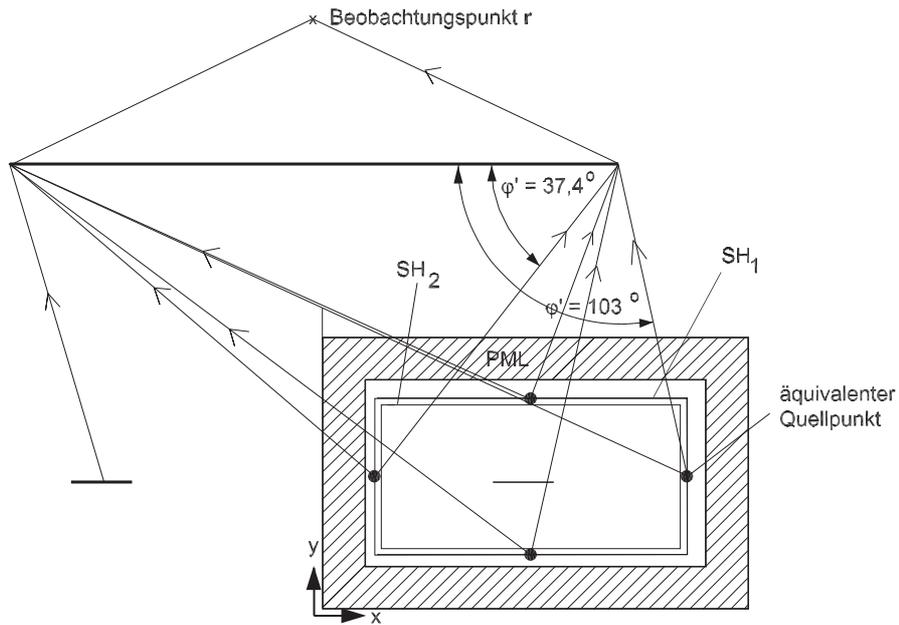


Abbildung 8.10: Darstellung der äquivalenten Quellpunkte zur Konstruktion der vom FDTD-Volumen ausgehenden Strahlen (Schnitt bei $z = 0,4$ m; nicht dargestellt: Zwei äquivalente Quellpunkte auf den Flächen $z = 0,22$ m und $z = 0,54$ m).

äquivalenten Quellpunktes folglich sehr stark. Das von der innerhalb des FDTD-Volumens liegenden Antenne abgestrahlte Feld wird zunächst mittels der *total-field/scattered-field*-Formulierung in das FDTD-Volumen eingepreßt (Grenzfläche SH_3), und aus den FDTD-Feldstärken werden dann unter Verwendung der Huygensfläche SH_1 die vom FDTD-Volumen abgestrahlten Felder berechnet. In Abbildung 8.12 ist die x -Komponente des elektrischen Feldes im Aufpunkt dar-

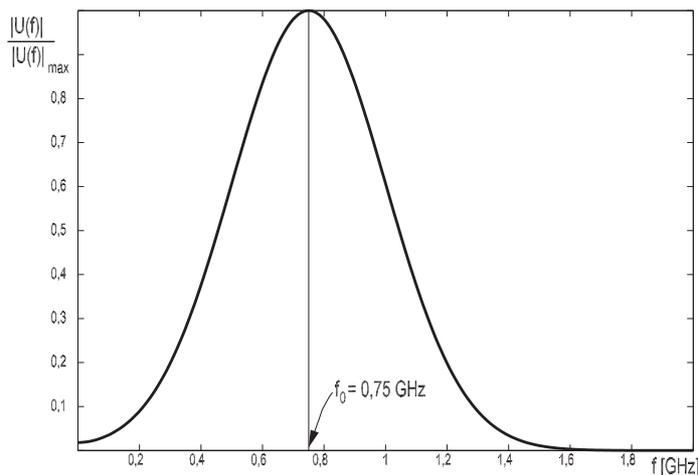


Abbildung 8.11: Spektrum der an die beiden Dipole angelegten Spannung.

gestellt, und das mit der *TD-MoM-TD-UTD+FDTD*-Hybridmethode berechnete Ergebnis wird mit dem Ergebnis verglichen, das mit der *TD-MoM-TD-UTD*-Hybridmethode berechnet wurde;

offensichtlich stimmen die Ergebnisse sehr gut überein.

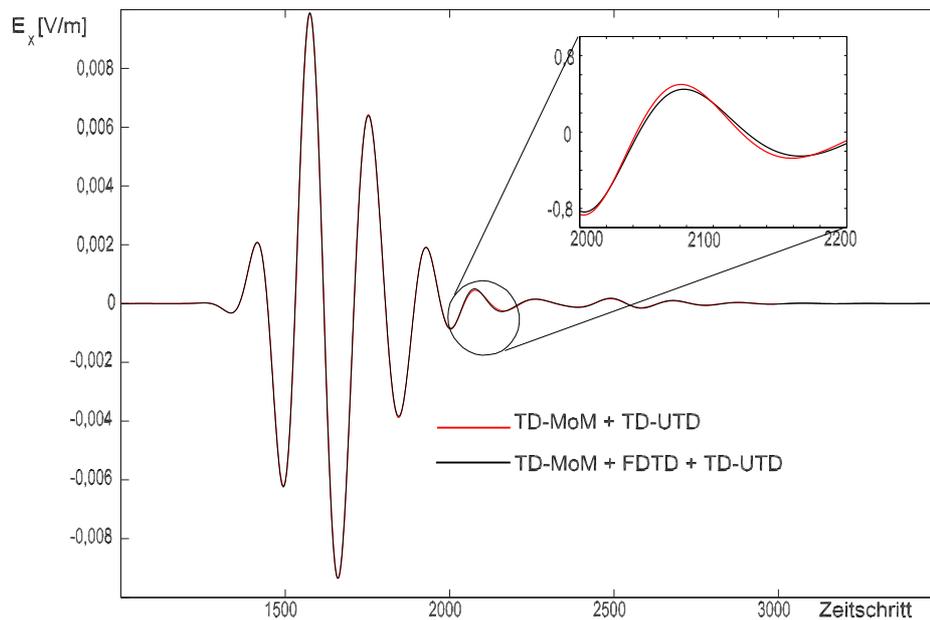


Abbildung 8.12: x -Komponente des elektrischen Feldes im Punkt $\mathbf{r} = 2 m \mathbf{e}_y$.

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit bestand in der Entwicklung eines innovativen, universell einsetzbaren Lösungsverfahrens zur Berechnung transienter elektromagnetischer Randwertprobleme unter Berücksichtigung von fein strukturierten Drahtantennen, elektrisch großen, einfach strukturierten Körpern und relativ kleinen, inhomogenen Körpern.

Da auf Grund der benötigten Rechenressourcen mit den bisher vorhandenen Verfahren solche Problemstellungen nicht oder nur sehr eingeschränkt modellierbar sind, wurde durch die Verknüpfung mehrerer Verfahren ein so genanntes Hybridverfahren entwickelt, das die Vorteile der einzelnen Verfahren nutzt und deren Nachteile kompensiert.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zu diesem Zweck drei zu unterschiedlichen Verfahrensklassen gehörende Methoden – mit zum Teil sehr konträren Vor- und Nachteilen – zu einer neuartigen Hybridmethode verknüpft: die Momentenmethode im Zeitbereich (TD-MoM), eine Zeitbereichsformulierung der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie (TD-UTD) und die Methode der Finiten Differenzen in einer Zeitbereichsformulierung (FDTD).

Ausgangspunkt für die Hybridisierung aller drei Methoden war eine ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit entstandene neuartige Formulierung der TD-MoM, welche die Verwendung einer variablen Größe des Zeitschrittes erlaubt. Hierdurch wird der Rechenzeit- und Speicherbedarf der TD-MoM gesenkt, was anhand von Beispielrechnungen für konkrete technische Problemstellungen belegt wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird die TD-MoM zur Modellierung von dünnen Drahtantennen im freien Raum verwendet. Diese ist besonders gut für die Modellierung solcher Problemstellungen geeignet, da nicht der Raum zwischen den Antennen, sondern nur deren Oberflächen diskretisiert werden müssen.

Aufgrund der benötigten Rechenressourcen ist die TD-MoM allerdings nur sehr eingeschränkt

für die Modellierung elektrisch großer Körper geeignet. Um dennoch auch elektrisch große Körper modellieren zu können, wurde die TD-MoM zunächst mit der TD-UTD zu einer neuartigen Hybridmethode verknüpft, die das Zeitbereichs-Äquivalent zu den seit den 70er Jahren des letzten Jahrhunderts verwendeten Hybridmethoden aus Frequenzbereichs-Momentenmethode (FD-MoM) und Frequenzbereichsformulierungen der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie (FD-UTD) darstellt. Die Leistungsfähigkeit dieser Hybridmethode wird durch den Vergleich von Rechenergebnissen für Problemstellungen aus dem Mobilfunk, wie Strahlungselemente in Anwesenheit großer Streukörper, mit Referenzlösungen belegt.

Um zusätzlich auch inhomogene Körper im Lösungsprozess berücksichtigen zu können, wurde in einem zweiten Schritt zunächst die TD-MoM mit der FDTD hybridisiert, da die FDTD besonders gut für die Modellierung von relativ kleinen inhomogenen Körpern geeignet ist. Bei der Anwendung der FDTD muss der gesamte Lösungsraum unter Verwendung eines dreidimensionalen, relativ einfach strukturierten Gitters diskretisiert werden. Die FDTD wird deshalb bei der Modellierung von sehr unterschiedlich fein strukturierten Körpern, bei großen Abständen zwischen einzelnen Körpern und bei sehr großen Körpern ineffizient. Bei Anwendung dieser Hybridmethode aus TD-MoM und FDTD können die mit der TD-MoM modellierten Antennen innerhalb oder außerhalb des FDTD-Volumens liegen. Im erstgenannten Fall ergibt sich der Vorteil, dass die MoM-Antennen nicht konform zum FDTD-Gitter diskretisiert sein müssen, was einer Art von Untergitter für die FDTD entspricht. Im zweiten genannten Fall ergibt sich der Vorteil, dass der Raum zwischen dem FDTD-Volumen und den MoM-Antennen nicht diskretisiert werden muss, was dazu führt, dass der Rechenzeit- und Speicherbedarf gegenüber einer reinen Modellierung aller Körper mit der FDTD gesenkt wird. Die Kombination beider Verfahren bietet also gegenüber den beiden Einzelverfahren deutliche Vorteile. Die Leistungsfähigkeit dieser Hybridmethode wurde wiederum durch den Vergleich mit Referenzlösungen – in diesem Fall u.a. für Antennen in inhomogenen Umgebungen – belegt.

In einem dritten Schritt wurde schließlich die TD-MoM mit der FDTD und der TD-UTD zu einer innovativen Hybridmethode verknüpft, bei deren Anwendung für jeden Körper die jeweils am besten geeignete Methode verwendet werden kann: für dünne Drahtantennen die TD-MoM, für elektrisch große Körper die TD-UTD und für inhomogene Körper die FDTD. Dadurch wird es möglich, bei einer gegebenen Problemstellung unter optimaler Ausnutzung der Rechnerressourcen für jeden einzelnen Körper das jeweils am besten geeignete Verfahren anzuwenden.

Frequenzbereichs-Momentenmethode für Dipole in zylindrischen
Schichtstrukturen

Betrachtet wird der in Abb. A.1 dargestellte Dipol in einer zylindrischen Schichtstruktur. Für

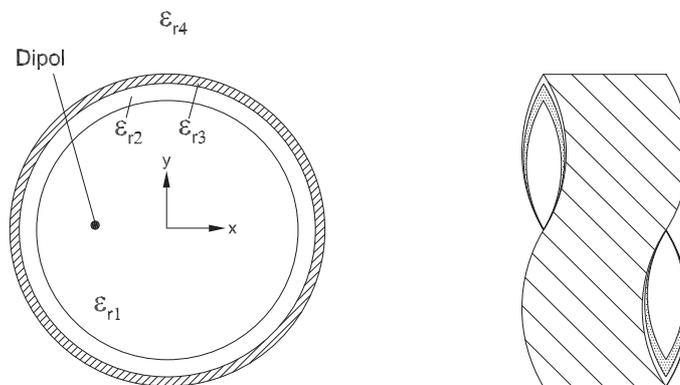


Abbildung A.1: Zylindrische Schichtstruktur mit in e_z -Richtung orientiertem Dipol.

lineare, in e_z -Richtung orientierte Dipole ist es ausreichend, eine skalare Basisfunktion $\beta_n(\mathbf{r})$ und eine skalare Testfunktion β_m zu verwenden. Die Stromdichte $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ ergibt sich dann zu:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N I_n \mathbf{e}_z \beta_n(\mathbf{r}). \quad (\text{A.1})$$

Durch Anwendung der Momentenmethode [13] kann die Integralgleichung

$$\int_{A_m} E_z^{inc}(\mathbf{r}) \beta_m(z) dz = - \sum_{n=1}^N Z_{m,n} I_n \quad (\text{A.2})$$

aufgestellt werden, wobei $E_z^{inc}(\mathbf{r})$ die z -Komponente des einfallenden Feldes und

$$Z_{m,n} = \int_{A_m} \int_{A_n} j\omega\mu G_{J,zz}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \beta_n(z') \beta_m(z) dz' dz \quad (\text{A.3})$$

die Koppelimpedanz zwischen Quellelement n und Testelement m ist. $G_{J,zz}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ist die Komponente der Greenschen Funktion im betrachteten Medium, die den Zusammenhang zwischen einem Strom in e_z -Richtung und dem elektrischen Feld in e_z -Richtung beschreibt. Für das betrachtete Medium ist $G_{J,zz}^E$ bei einer Zeitabhängigkeit gemäß $e^{-j\omega t}$ gegeben durch [7, 110]:

$$G_{J,zz}^E = \underbrace{\frac{j}{8\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_n(k_{1\rho}\rho') J_n(k_{1\rho}\rho)}{(k_1 k_{1\rho})^2} e^{jn(\varphi-\varphi')} e^{jk_z(z-z')} [k_{1\rho}^2, 0] \cdot \tilde{\mathcal{R}}_{1,2} \cdot \begin{pmatrix} k_{1,\rho}^2 \\ 0 \end{pmatrix} dk_z}_{\text{an den Schichtgrenzen reflektiertes Feld}} + \underbrace{\left(1 + \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial}{\partial z^2}\right) \frac{e^{jk_1|r-r'|}}{4\pi |r-r'|}}_{\text{direktes Feld}}. \quad (\text{A.4})$$

In (A.4) ist $k_{1\rho} = \sqrt{k_1^2 - k_z^2}$, wobei k_1 die Wellenzahl der innersten Schicht ist. $\tilde{\mathcal{R}}_{i,i+1}$ ist der Reflexionsfaktor für Reflexionen zwischen Schicht i und Schicht $i+1$. $\tilde{\mathcal{R}}_{i,i+1}$ ist gegeben durch:

$$\tilde{\mathcal{R}}_{i,i+1} = \mathcal{R}_{i,i+1} + \mathcal{T}_{i+1,i} \cdot \tilde{\mathcal{R}}_{i+1,i+2} \cdot (\mathcal{I} - \mathcal{R}_{i+1,i} \tilde{\mathcal{R}}_{i+1,i+2})^{-1} \cdot \mathcal{T}_{i,i+1}, \quad (\text{A.5})$$

mit

$$\mathcal{R}_{i+1,i} = (\mathcal{D}_{i,i+1})^{-1} \cdot [J_n(k_{i\rho} a_i) \mathcal{J}_n(k_{(i+1)\rho} a_i) - J_n(k_{(i+1)\rho} a_i) \mathcal{J}_n(k_{i\rho} a_i)], \quad (\text{A.6})$$

$$\mathcal{R}_{i,i+1} = (\mathcal{D}_{i,i+1})^{-1} \cdot [H_n^{(1)}(k_{i\rho} a_i) \mathcal{H}_n^{(1)}(k_{(i+1)\rho} a_i) - H_n^{(1)}(k_{(i+1)\rho} a_i) \mathcal{H}_n^{(1)}(k_{i\rho} a_i)], \quad (\text{A.7})$$

$$\mathcal{T}_{i,i+1} = \frac{2\omega}{\pi k_{i\rho}^2 a_i} (\mathcal{D}_{i,i+1})^{-1} \begin{bmatrix} \epsilon_i & 0 \\ 0 & -\mu_i \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

und

$$\mathcal{T}_{i+1,i} = \frac{2\omega}{\pi k_{(i+1)\rho}^2 a_i} (\mathcal{D}_{i,i+1})^{-1} \begin{bmatrix} \epsilon_{i+1} & 0 \\ 0 & -\mu_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Dabei ist

$$\mathcal{J}_n(k_{i\rho}\rho) = \frac{1}{k_{i\rho}^2\rho} \begin{bmatrix} j\omega\epsilon_i k_{i\rho}\rho J'_n(k_{i\rho}\rho) & -nk_z J_n(k_{i\rho}\rho) \\ -nk_z J_n(k_{i\rho}\rho) & -j\omega\mu_i k_{i\rho}\rho J'_n(k_{i\rho}\rho) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

$$\mathcal{H}_n^{(1)}(k_{i\rho}\rho) = \frac{1}{k_{i\rho}^2\rho} \begin{bmatrix} j\omega\epsilon_i k_{i\rho}\rho H_n^{(1)\prime}(k_{i\rho}\rho) & -nk_z H_n^{(1)}(k_{i\rho}\rho) \\ -nk_z H_n^{(1)}(k_{i\rho}\rho) & -j\omega\mu_i k_{i\rho}\rho H_n^{(1)\prime}(k_{i\rho}\rho) \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

sowie

$$\mathcal{D}_{i,i+1} = \left[\mathcal{J}_n(k_{i\rho}a_\rho) H_n^{(1)}(k_{(i+1)\rho}a_i) - \mathcal{H}_n^{(1)}(k_{(i+1)\rho}a_i) J_n(k_{i\rho}a_i) \right]. \quad (\text{A.12})$$

Für die innerste bzw. äußerste Schicht gilt:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{R}}_{0,1} &= 0, \\ \tilde{\mathcal{R}}_{N,N+1} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$(\text{A.14})$$

Analog zu Kapitel 2.1.3 kann durch Erfüllen von Gl. A.3 für alle Testfunktionen ein lineares Gleichungssystem aufgestellt werden, durch dessen Lösung die unbekanntenen Koeffizienten I_n berechnet werden können.

Literaturverzeichnis

- [1] SIMONYI, K.: *Theoretische Elektrotechnik*. Leipzig : Barth Verlagsgesellschaft, 1993. – ISBN 3335003756
- [2] TAFLOVE, A. ; HAGNESS, S.: *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Third Edition*. Boston : Artech House, 2005. – ISBN 1580538320
- [3] RAO, S. M. ; WILTON, D. R.: Transient Scattering by Conducting Surfaces of Arbitrary Shape. In: *IEEE Trans. AP* 39 (1991), Nr. 1, S. 56–61
- [4] ROUSSEAU, P. R. ; PATHAK, P. H.: Time-Domain Uniform Geometrical Theory of Diffraction for a Curved Wedge. In: *IEEE Trans. AP* 43 (1995), Nr. 12, S. 1375– 1382
- [5] WEILAND, T.: Time Domain Electromagnetic Field Computation with Finite Difference Methods. In: *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields* 9 (1996), S. 259–319
- [6] JIN, J.: *The Finite Element Method in Electromagnetics*. New York : John Wiley & Sons, 1993. – ISBN 0471586277
- [7] CHEW, W. C.: *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*. New York : IEEE Press Series on Electromagnetic Waves, 1995. – ISBN 0780311167
- [8] BERENGER, J. P.: Three-Dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. In: *Journal of Computational Physics* 127 (1996), S. 363–379
- [9] MAYER, F. ; SCHUHMAN, R. ; WEILAND, T.: Flexible Subgrids in FDTD Calculations. In: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* Bd. 3. San Antonio, Texas, 2002, S. 252–255

- [10] DONDERICI, B. ; TEIXEIRA, F. L.: Improved FDTD Subgridding Algorithms Via Digital Filtering and Domain Overriding. In: *IEEE Trans. AP* 53 (2005), Nr. 9, S. 2938–2951
- [11] RAILTON, C. J. ; SCHNEIDER, J. B.: An Analytical and Numerical Analysis of Several Locally Conformal FDTD Schemes. In: *IEEE Trans. MTT* 47 (1999), Nr. 1, S. 56–66
- [12] MARROCCO, G. ; SABBADINI, M. ; BARDATI, F.: FDTD Improvement by Dielectric Subgrid Resolution. In: *IEEE Trans. MTT* 46 (1998), Nr. 1, S. 2166–2169
- [13] RAO, S. M. ; WILTON, R. D. ; GLISSON, A. W.: Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape. In: *IEEE Trans. AP* 30 (1982), Nr. 3, S. 409–418
- [14] SONG, J. M. ; CHEW, W. C.: Multilevel fast-multipole algorithm for solving the combined field integral equations of electromagnetic scattering. In: *Microwave Opt. Tech. Lett.* 10 (1995), Nr. 1, S. 14–19
- [15] SHANKER, B. ; ERGIN, A. A. ; LU, M. ; MICHIELSSEN, E.: Fast Analysis of Transient Electromagnetic Scattering Phenomena Using the Multilevel Plane Wave Time Domain Algorithm. In: *IEEE Trans. AP* 51 (2003), Nr. 3, S. 628–641
- [16] SCHAUBERT, D. H. ; WILTON, D. R. ; GLISSON, A. W.: A Tetrahedral Modeling Method for Electromagnetic Scattering by Arbitrarily Shaped Inhomogeneous Dielectric Bodies. In: *IEEE Trans. AP* 32 (1984), Nr. 1, S. 77–85
- [17] TSANG, L. ; C.-J. ONG, C.-C. H. ; JANDHYALA, V.: Evaluation of the Green's Function for the Mixed Potential Integral Equation (MPIE) Method in the Time Domain for Layered Media. In: *IEEE Trans. AP* 51 (2003), Nr. 7, S. 1559–1571
- [18] YUAN, M. ; SARKAR, T. K. ; JUNG, B. H. ; JI, Z. ; SALAZAR-PALMA, M.: Use of Discrete Laguerre Sequences to Extrapolate Wide-Band Response From Early-Time and Low-Frequency Data. In: *IEEE Trans. AP* 52 (2004), Nr. 7, S. 1740–1750
- [19] SHIFMAN, Y. ; LEVIATAN, Y.: Analysis of Transient Interaction of Electromagnetic Pulse with an Air Layer in a Dielectric Medium Using Wavelet-Based Implicit TDIE Formulation. In: *IEEE Trans. MTT* 50 (2002), Nr. 8, S. 2018–2022
- [20] ZHOU, Z. ; TYO, J. S.: Adaptive and Implicit Haar-Wavelet-Based Time-Domain Integral Equation Analysis of Straight Thin Wire Scatterer. In: *Proceedings of the URSI Int. Symposium on Electromagnetic Theory* Bd. 1. Pisa, Italy, 2004, S. 474–476
- [21] YILMAZ, A. E. ; JIN, J. M. ; MICHIELSSEN, E.: Time Domain Adaptive Integral Method for Surface Integral Equations. In: *IEEE Trans. AP* 52 (2004), Nr. 10, S. 2692–2708

- [22] WEILE, D. S. ; PISHARODY, G. ; CHEN, N. W. ; SHANKER, B. ; MICHELSEN, E.: A Novel Scheme for the Solution of the Time-Domain Integral Equations of Electromagnetics. In: *IEEE Trans. AP* 52 (2004), Nr. 1, S. 283–295
- [23] SCHUNN, F.: *Berechnung elektromagnetischer Felder mit der Momentenmethode im Zeitbereich (Dissertation)*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2003. – ISBN 3183338211
- [24] BECKER, A. ; ALAYDRUS, M. ; HANSEN, V. ; STRECKERT, J.: Untersuchung komplexer Antennenanordnungen unter Verwendung von Hybridmethoden aus Integralgleichungsverfahren, Finite-Elementemethode und Asymptotischen Verfahren. In: *Kleinheubacher Berichte* 45 (2002), S. 52–56
- [25] KNOTT, E. F. ; SENIOR, T. B. A.: Comparison of Three High-Frequency Diffraction Techniques. In: *Proc. of the IEEE* 62 (1974), S. 1468–1474
- [26] JAKOBUS, U. ; LANDSTORFER, F. M.: Improvement of the PO-MoM Hybrid Method by Accounting for Effects of Perfectly Conducting Wedges. In: *IEEE Trans. AP* 43 (1995), Nr. 10, S. 1123–1129
- [27] SHIJO, T. ; ANDO, M.: Novel Interpretation of Physical Optics Errors, Fictitious Penetrating Rays and Corrections by Hybrid Use of PO and AFIM. In: *IEEE Topical Conference on Wireless Communication Technology*. Hawaii, USA, 2003, S. 422–423
- [28] KOUYOUMJIAN, R. G. ; PATHAK, P. H.: A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conducting Surface. In: *Proc. of the IEEE* 62 (1974), Nr. 11, S. 1448–1461
- [29] VERUTTIPONG, T. W.: Time Domain Version of the Uniform GTD. In: *IEEE Trans. AP* 38 (1990), Nr. 11, S. 1757– 1763
- [30] SUN, En-Yuan ; RUSCH, W. V. T.: Time-Domain Physical-Optics. In: *IEEE Trans. AP* 42 (1994), Nr. 1, S. 9– 15
- [31] RANDHAWA, B. S. ; MARVIN, A. C. ; PAPATSORIS, A. D.: Hybrid Uniform Theory of Diffraction Finite-Difference Time-Domain Method for Scattered Waves. In: *Electronic Letters* 35 (1999), Nr. 6, S. 459–460
- [32] LEE, R. ; CHIA, Tse-Tsong: Analysis of Electromagnetic Scattering from a Cavity with a Complex Termination by Means of a Hybrid Ray-FDTD Method. In: *IEEE Trans. AP* 41 (1993), Nr. 11, S. 1560–1569

- [33] WANG, Y. ; CHAUDHURI, S. K. ; SAFAVI-NAEINI, S.: An FDTD/Ray-Tracing Analysis Method for Wave Penetration Through Inhomogeneous Walls. In: *IEEE Trans. AP* 50 (2002), Nr. 11, S. 1598–1604
- [34] SKARLATOS, A. ; SCHUHMANN, R. ; WEILAND, T.: A Hybrid Technique combining the FDTD Method and the Time Domain UTD. In: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* Bd. 3. Texas, USA, 2002, S. 274 – 277
- [35] SKARLATOS, A. ; SCHUHMANN, R. ; WEILAND, T.: Simulation of Scattering Problems in Time Domain Using a Hybrid FDTD - UTD Formulation. In: *Proceedings of the ACES 2003*. Monterey, USA, , S. 377 – 382
- [36] SKARLATOS, A. ; R. SCHUHMANN, T. W.: Solution of Radiation and Scattering Problems in Complex Environments Using a Hybrid Finite Integration Technique – Uniform Theory of Diffraction Approach. In: *Trans. AP* 53 (2005), Nr. 10, S. 3347–3357
- [37] SKARLATOS, N.: *Coupling the Finite Integration Technique with the Uniform Geometrical Theory of Diffraction (Dissertation)*. Aachen : Shaker Verlag, 2004. – ISBN 3832226532
- [38] JIN, J. M. ; VOLAKIS, J. L. ; COLLINS, J. D.: A Finite-Element–Boundary-Integral Method for Scattering and Radiation by Two- and Three-Dimensional Structures. In: *IEEE AP Magazine* 33 (1991), Nr. 3, S. 22–32
- [39] BARKESHLI, S. ; SABBAGH, H. A. ; RADECKI, D. J. ; MELTON, M.: A Novel Implicit Time-Domain Boundary-Integral/Finite-Element Algorithm for Computing Transient Electromagnetic Field Coupling to a Metallic Enclosure. In: *IEEE Trans. AP* 40 (1992), Nr. 10, S. 1155–1164
- [40] EIBERT, T. F.: *Verknüpfung der Methode der Finiten Elemente mit einem Integralgleichungsverfahren für ebene geschichtete Strukturen*. Bergische Universität Wuppertal, Diss., 1997
- [41] MARTIN, R. G. ; RUBIO, R. G. ; GARCIA, S. G. ; PANTOJA, M. F. ; BRETONES, A. R.: Simulation of Ground Penetrating Radar Using an ADI-FDTD/MoMTD Hybrid Method. In: *URSI Int. Symp. on Electromagnetic Theory* Bd. 1. Pisa, Italy, 2004, S. 202–205
- [42] NAMIKI, T.: A New FDTD Algorithm Based on Alternating-Direction Implicit Method. In: *IEEE Trans. MTT* 47 (1999), Nr. 10, S. 2003–2007
- [43] ZHENG, H-X ; LEUNG, K. W.: An Efficient Method to Reduce the Numerical Dispersion in the ADI-FDTD. In: *IEEE Trans. MTT* 53 (2005), Nr. 7, S. 2295–2301

- [44] NAMIKI, T.: 3-D ADI-FDTD Method – Unconditionally Stable Time-Domain Algorithm for Solving Full Vector Maxwell’s Equations. In: *IEEE Trans. MTT* 48 (2000), Nr. 10, S. 1743–1748
- [45] ZHENG, F. ; CHEN, Z. ; ZHANG, J.: A Finite-Difference Time-Domain Method Without the Courant Stability Condition. In: *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* 9 (1999), Nr. 11, S. 441–443
- [46] MOERLOOSE, J. de ; ZUTTER, D. de: Surface Integral Representation Radiation Boundary Condition for the FDTD Method. In: *IEEE Trans. AP* 41 (1993), Nr. 7, S. 890–896
- [47] LU, M. ; SHANKER, B. ; MICHELSEN, E.: Elimination of Spurious Solutions Associated With Exact Transparent Bound Conditions in FDTD Solvers. In: *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters* 3 (2004), Nr. 3, S. 59–62
- [48] ERGIN, A. A. ; SHANKER, B. ; MICHELSEN, E.: Accuracy and Efficiency of PWTB Enhanced Exact Radiation Boundary Conditions in FDTD Simulations. In: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* Bd. 3. Salt Lake City, USA, 2000, S. 1354–1357
- [49] THIELE, G. A. ; NEWHOUSE, T.H.: A Hybrid Technique for Combining Moment Methods with the Geometrical Theory of Diffraction. In: *IEEE Trans. AP* 23 (1975), Nr. 1, S. 62–69
- [50] BURNSIDE, W. D. ; YU, C. L. ; MARHEFKA, R. J.: A Technique to Combine the Geometrical Theory of Diffraction and the Moment Method. In: *IEEE Trans. AP* 23 (1975), Nr. 7, S. 551–558
- [51] THIELE, G. ; CHAN, G.: Application of the Hybrid Technique to Time Domain Problems. In: *IEEE Trans. AP* 26 (1978), Nr. 1, S. 151–155
- [52] WALKER, S. P. ; VARTAINEN, M. J.: Hybridization of Curvilinear Time-Domain Integral Equation and Time-Domain Optical Methods for Electromagnetic Scattering Analysis. In: *IEEE Trans. AP* 46 (1998), Nr. 3, S. 318–324
- [53] KOBIDZE, G. ; SHANKER, B. ; MICHELSEN, E.: Hybrid PO-PWTB Scheme for Analyzing of Scattering from Electrically Large PEC Objects. In: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* Bd. 3. Columbus, USA, 2003, S. 547–550
- [54] ALAYDRUS, M. ; HANSEN, V. ; EIBERT, T. F.: Hybrid²: Combining the Three-Dimensional Hybrid Finite Element-Boundary Integral Technique for Planar Multilayered Media with the Uniform Geometrical Theory of Diffraction. In: *IEEE Trans. AP* 50 (2002), Nr. 1, S. 67–74

- [55] ALAYDRUS, M. ; BECKER, A. ; HANSEN, V. ; STRECKERT, J.: Analysis of scattering and antenna problems involving complex composite radiating structures using combination of FE/BE hybrid method and PO. In: *URSI Int. Symp. on Electromagnetic Theory*. Victoria, Canada, 2001, S. 4–6
- [56] BLUME, S.: *Theorie elektromagnetischer Felder*. Heidelberg : Hüthig Verlag, 1994. – ISBN 3778523376
- [57] WILTON, D. R. ; BUTLER, C. M.: Effective Methods for Solving Integral and Integro-Differential Equations. In: *Electromagnetics* 1 (1981), S. 289–308
- [58] FETTWEIS, A.: *Elemente Nachrichtentechnischer Systeme*. Wiesbaden : Teubner Studienbücher, 1996. – ISBN 3519161311
- [59] HU, J. L. ; CHAN, C. H. ; XU, Y.: A New Temporal Basis Function for the Time-Domain Integral Equation Method. In: *IEEE Microwave and Wireless Component Letters* 11 (2001), Nr. 11, S. 465–466
- [60] MANARA, G. ; MONORCHIO, A.: A Space-Time Discretization Criterion for a Stable Time-Marching Solution of the Electric Field Integral Equation. In: *IEEE Trans. AP* 45 (1997), Nr. 3, S. 527–532
- [61] BLADEL, J. van: *Electromagnetic Fields*. New York : McGraw-Hill Book Company, 1964
- [62] SHANKER, B. ; ERGIN, A. ; AYGÜN, K. ; MICHIELSSEN, E.: Analysis of Transient Electromagnetic Scattering Phenomena Using a Two-Level Plane Wave Time-Domain Algorithm. In: *IEEE Trans. AP* 48 (2000), Nr. 4, S. 510–523
- [63] ZLATEV, Z.: *Computational methods for general sparse matrices*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1991. – ISBN 079231154X
- [64] PRESS, W. H. ; FLANNERY, B. P. ; TEUKOLSKY, S. A. ; VETTERLING, W. T.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge : Cambridge University Press, 1992. – ISBN 0–521–43108–5
- [65] GÓMEZ, R. ; MARTIN, A. ; BRETONES, A. R.: Time-domain integral equation methods for transient analysis. In: *IEEE AP magazine* 34 (1992), Nr. 3, S. 15–23
- [66] TZOULIS, A. ; EIBERT, T. F.: Review of singular potential integrals for method of moments solutions of surface integral equations. In: *2004 Advances in Radio Science*, S. 93–99
- [67] KHAYAT, M. A. ; WILTON, D. R.: Numerical Evaluation of Singular and Near-Singular Potential Integrals. In: *Trans. AP* 53 (2005), Nr. 10, S. 3180–3190

- [68] LU, M. ; MICHELSEN, E.: Closed Form Evaluation of Time Domain Fields Due to Rao-Wilton-Glisson Sources for Use in Marching-on-in-Time Based EFIE Solvers
- [69] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K. A. ; MUSIOL, H. M.: *Taschenbuch der Mathematik*. Thun : Verlag Harri Deutsch, 2003
- [70] DAVIES, P. J. ; RYNNE, B. P. ; ZUBIK-KOWAL, B.: The Time Domain Integral Equation for a Straight Thin-Wire Antenna with the Reduced Kernel Is not Well-Posed. In: *IEEE Trans. AP* 50 (2002), Nr. 8, S. 1165–1166
- [71] *Expert MININEC Classic, Users Manual, EM Scientific, Inc.* Carson City, 2005
- [72] ROCKWAY, J. ; LOGAN, J.: Advances in MININEC. In: *IEEE AP magazine* 37 (1995), Nr. 4, S. 7–12
- [73] KLEIN, C. A. ; MITTRA, R.: The Effect of Different Testing Functions in the Moment Method Solution of Thin-Wire Antenna Problems. In: *IEEE Trans. AP* 23 (1975), Nr. 2, S. 258– 261
- [74] VECHINSKI, D. A. ; RAO, S. M.: A Stable Procedure to Calculate the Transient Scattering by Conducting Surfaces of Arbitrary Shape. In: *IEEE Trans. AP* 40 (1992), Nr. 6, S. 661–665
- [75] RYNNE, B. P.: Comments on: A Stable Procedure to Calculate the Transient Scattering by Conducting Surfaces of Arbitrary Shape. In: *IEEE Trans. AP* 41 (1993), Nr. 4, S. 517–520
- [76] POCKOCK, M. D. ; BLUCK, M. J. ; WALKER, S. P.: Electromagnetic Scattering from 3-D Curved Dielectric Bodies Using Time-Domain Integral Equations. In: *IEEE Trans. AP* 46 (1998), Nr. 8, S. 1212–1219
- [77] SENGUPTA, D. L.: On the Phase Velocity of Wave Propagation along an Infinite Yagi Structure. In: *IRE Transactions on Antennas and Propagation* 7 (1959), S. 234–239
- [78] SERRACCHIOLI, F. ; LEVIS, C. A.: The Calculated Phase Velocity of Long End-Fire Uniform Dipole Arrays. In: *IRE Transactions on Antennas and Propagation* 7 (1959), S. 424–434
- [79] S. A. MAIER, H. A. A.: Electromagnetic Energy Transport Along Yagi Arrays. In: *Mat. Res. Soc. Symp. Proc.* 637 (2001)
- [80] COMPUTER SIMULATION TECHNOLOGY: CST MICROWAVE STUDIO® *Version 5.x, Users Manual*. Darmstadt, 2003

- [81] HANSEN, R. C.: *Geometric Theory of Diffraction*. New York : IEEE Press Selected Reprint Series, 1981. – ISBN 0879421495
- [82] *Advanced Engineering Electromagnetics*. New York : John Wiley & Sons, 1989
- [83] ALAYDRUS, M.: *Hybridmethode zur Lösung komplexer elektromagnetischer Feldprobleme: Kombination der Finite-Elemente-Methode, eines Integralgleichungsverfahrens und der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie*. Bergische Universität Wuppertal, Diss., 2001
- [84] BECKER, A. ; HANSEN, V.: Development of a Hybrid Method Based on a Boundary-Integral Equation Marching-on-in-Time Algorithm. In: *ITG-Fachbericht 178 zur 2003 International ITG-Conference on Antennas*. Berlin, 2003, S. 161–164
- [85] BECKER, A. ; HANSEN, V.: A Hybrid Method Combining an Efficient TD-MoM with the TD-UTD. In: *Proceedings of the URSI International Symposium on Electromagnetic Theory*. Pisa, Italy, 2004, S. 1245–1247
- [86] BECKER, A. ; HANSEN, V.: A Hybrid Method Combining the Multi-Temporal Resolution Time-Domain Method of Moments with the Time-Domain Geometrical Theory of Diffraction for Thin-Wire Antenna Problems. In: *IEEE Trans. AP* 54 (2006), Nr. 3, S. 953–960
- [87] ROUVIERE, J.-F. ; DOUCHIN, N. ; COMBES, P. F.: Diffraction by Lossy Dielectric Wedges Using Both Heuristic UTD Formulations and FDTD. In: *IEEE Trans. AP* 47 (1999), Nr. 11, S. 1702–1708
- [88] EM SOFTWARE & SYSTEMS: *FEKO, Users Manual*. Stellenbosch, South Africa, 2005
- [89] MEREWETHER, D. E. ; FISHER, R. ; SMITH, F.W.: On implementing a numeric Huygens's source scheme in a finite difference program to illuminate scattering bodies. In: *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 27 (1980), Nr. 6, S. 1829–1833
- [90] KUNZ, K. S. ; LUEBBERS, R. J.: *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*. Boca Raton : CRC Press, 1993. – ISBN 0849386578
- [91] YEE, K. S.: Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. In: *IEEE Trans. AP* 14 (1966), Nr. 3, S. 302–307
- [92] BÁRTÍK, H.: Application of Gating Function of PNA Analyser to Antenna Radiation Pattern Measurement. In: *Proceedings of Radioelektronika 2004, Bratislava 1* (2004), S. 285–286

- [93] BÁRTÍK, H.: Antenna Gain Measurement Using the Mirror Method in Time Domain. In: *WSEAS Transaction on Computers. Piraeus: Military Institutions of University Education, Hellenic Naval Academy* 3 (2004), S. 1882–1883
- [94] MUR, G.: Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time domain electromagnetic field equations. In: *IEEE Trans. EMC* 23 (1981), Nr. 4, S. 377–382
- [95] ANANTHA, V. ; TAFLOVE, A.: Efficient Modelling of Infinite Scatterers Using a Generalized Total-Field/Scattered-Field FDTD. In: *IEEE Trans. AP* 50 (2002), Nr. 10, S. 1337–1349
- [96] SCHNEIDER, J. B.: Plane waves in FDTD simulations and a nearly perfect total-field/scattered-field boundary. In: *IEEE Trans. AP* 52 (2004), Nr. 12, S. 3280–3287
- [97] S. CHAILLOU, J. W. ; TABBARA, W.: A Subgridding Scheme Based on Mesh Nesting for the FDTD Method. In: *IEEE Microwave and Optical Technology Letters* 22 (1999), Nr. 3, S. 211–214
- [98] EHMANN, R.: *Fernfeldberechnung und Gewinnung zeitharmonischer Felddaten aus Zeitbereichssimulationen (Dissertation)*. Aachen : Shaker Verlag GmbH, 1999. – ISBN 3826566777
- [99] OETTING, C-C. ; KLINKENBUSCH, L.: Near-to-Far-Field Transformation by a Time-Domain Spherical-Multipole Analysis. In: *Trans. AP* 53 (2005), Nr. 6, S. 2054–2063
- [100] RAMAHI, O. M.: Near- and Far-Field Calculations in FDTD Simulations Using Kirchhoff Surface Integral Representation. In: *IEEE Trans. AP* 45 (1997), Nr. 5, S. 753–759
- [101] LUEBBERS, R. J. ; KUNZ, K. S. ; SCHNEIDER, M. ; HUNSBERGER, F.: A Finite-Difference Time-Domain Near Zone to Far Zone Transformation. In: *IEEE Trans. AP* 39 (1991), Nr. 4, S. 429–433
- [102] SHLAGER, K. L. ; SCHNEIDER, J. B.: Comparison of the dispersion properties of several low-dispersion finite-difference time-domain algorithms. In: *Trans. AP* 51 (2003), Nr. 3, S. 642 – 653
- [103] MÄKINEN, R. M. ; JUNTUNEN, J. S. ; KIVIKOSKI, M. A.: An Improved Thin-Wire Model for the FDTD. In: *IEEE Trans. AP* 50 (2002), Nr. 5, S. 1245–1255
- [104] MÄKINEN, R. M. ; KIVIKOSKI, M. A.: A Stabilized Resistive Voltage Source for FDTD Thin-Wire Models. In: *IEEE Trans. AP* 51 (2003), Nr. 7, S. 1615–1622

- [105] HERTEL, T. W. ; SMITH, G. S.: On the Convergence of Common FDTD Feed Models for Antennas. In: *IEEE Trans. AP* 51 (2003), Nr. 8, S. 1771–1779
- [106] RAILTON, C. J. ; KOH, Boon P. ; CRADDOCK, Ian J.: The Treatment of Thin Wires in the FDTD Method Using a Weighted Residuals Approach. In: *IEEE Trans. AP* 52 (2004), Nr. 11, S. 2941–2949
- [107] MONORCHIO, A. ; BRETONES, A. R. ; MITTRA, R. ; MANARA, G. ; MARTIN, R. G.: A Hybrid Time-Domain Technique that Combines the Finite Element, Finite Difference and Method of Moment Technique to Solve Complex Electromagnetic Problems. In: *IEEE Trans. AP* 52 (2004), Nr. 10, S. 2666–2674
- [108] BRETONES, A. R. ; MITTRA, R. ; MARTIN, R. G.: A Hybrid Method Combining the Method of Moments in the Time Domain and FDTD. In: *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* 8 (1998), S. 281–283
- [109] BECKER, A. ; HANSEN, V.: Hybrid⁽³⁾: Combining the Time-Domain Method of Moments, the Time-Domain Geometrical Theory of Diffraction and the FDTD. In: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*. Washington D.C., USA, 2005
- [110] EBIHARA, S. ; CHEW, W. C.: Calculation of Sommerfeld Integrals for Modeling Vertical Dipole Array Antenna for Borehole Radar. In: *IEICE Trans. Elektron.* E86.C (2003), S. 2085–2096