Grundlagen der elementaren Algebra eigenverantwortlich erlernen

Entwicklung und Erprobung einer multimedialen Lernumgebung

Ulrich Schwebinghaus

Die Dissertation kann wie folgt zitiert werden:

urn:nbn:de:hbz:468-20080305
[http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn%3Anbn%3Ade%3Ahbz%3A468-20080305]

Grundlagen der elementaren Algebra eigenverantwortlich erlernen

Entwicklung und Erprobung einer multimedialen Lernumgebung

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
doctor paedagogiae
(Dr. paed.)
im Fach Mathematik

eingereicht im
Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften,
Fachgruppe Didaktik der Mathematik,
Universität Wuppertal

von

OStR Ulrich Schwebinghaus
geboren am 13.2.1952 in Wuppertal

Dekan: Prof. Dr. P. Wiesen
Gutachter:

1. Prof. Dr. Detlef Lind
2. Prof. Dr. Martin Stein

Tag der mündlichen Prüfung: 30. Juni 2008

Man kann niemanden etwas lehren, man kann ihm nur helfen, es in sich selbst zu finden.

Galileo Galilei (1564 – 1642),
ital. Mathematiker, Physiker
und Astronom

Inhaltsverzeichnis

Einleitung **1**

1 Ziele des Mathematikunterrichts **6**
1.1 Das Fach Mathematik polarisiert 6
1.2 Mathematische Bildung 7
1.3 Der Stellenwert der elementaren Algebra 10
1.4 Die Rolle der Neuen Medien 12
1.5 Curriculare Rahmenbedingungen 15

2 Der Leistungsstand deutscher Schüler in elementarer Algebra **20**
2.1 Einzeluntersuchungen 20
2.2 Internationale Studien 23
2.2.1 TIMSS 23
2.2.2 PISA 30
2.3 Erfahrungen aus Unterricht und Kursentwicklung 37

3 Ansätze für einen erfolgversprechenden Algebraunterricht **44**
3.1 Parameter eines Algebra-Lernarrangements 44
3.2 Basisüberlegungen zu den Inhalten 47
3.3 Konzepte für das Lehren und Lernen von Mathematik 51
3.4 Ein Weg zu mehr „Lernen durch Entdeckenlassen" 56
3.5 Selbstständiges Lernen in der Sekundarstufe I 59
3.6 Weitere Folgerungen für das Algebraprojekt 62

4 Algebra lernen mit den Neuen Medien **64**
4.1 Die Diskussion um Computer im Unterricht 64
4.2 Beziehungen der Mediendidaktik zur Lerntheorie 67
4.3 Lernen mit Hypermedia und Interaktivität 69
4.3.1 Von Multimedia zu Hypermedia 69
4.3.2 Hypermedia und Interaktivität 72
4.3.3 Lernprobleme und Gefahren 74
4.4 Visualisieren von mathematischen Begriffen und Zusammenhängen . . 75

4.5 Der Einsatz von CAS und Tabellenkalkulationen 78
4.6 Anforderungen an ein hybrides Lernarrangement 80

5 Stärken und Schwächen existierender Hypermedia-Lernangebote 83
5.1 Zielsetzung und Eingrenzung 83
5.2 Vorhandene Lernangebote, die Neue Medien einbeziehen 84
5.2.1 Sinus 84
5.2.2 Mathe Online 87
5.2.3 MathePrisma 91
5.2.4 SelMa 94
5.2.5 Lernen in Laptop-Klassen - ein Beispiel 97
5.3 Konsequenzen für die Gestaltung des Algebra-Lernarrangements 100

6 Struktur und Inhalte eines Algebra-Selbstlernkurses 103
6.1 Rückschau auf die gewonnenen Planungsparameter 103
6.2 Konkretisierung der Kursstruktur 107
6.3 Konkretisierung der Inhalte 110
6.4 Überlegungen zu Beispielen, Aufgaben und Projekten 118

7 Design der Computer-Lernumgebung und der Hypertext-Lernsequenzen 121
7.1 Voraussetzungen und technische Realisierung 121
7.1.1 AlgebraLU-Distributionen 124
7.1.2 AlgebraLU installieren, starten und beenden 124
7.2 Erscheinungsbild und Navigation 127
7.3 Der Aufbau der Lerneinheiten 130
7.3.1 Das Layout der Lerneinheiten 130
7.3.2 Die Zusammensetzung der Lerneinheiten 131
7.4 Instrumente zur Selbststeuerung des Lernprozesses 132
7.4.1 Den Lernstand erkennen und festhalten 133
7.4.2 Das System der Lerntagebuchnotizen 134
7.5 Die Formate der Elemente in den Lerneinheiten 139

8 Einsatz und Erprobung der Algebra-Lernumgebung 146
8.1 Forschungsfragen zum Einsatz der AlgebraLU 146
8.1.1 Fragen ableiten 147
8.1.2 Zu untersuchende Fragestellungen 150
8.2 Entwicklung eines Untersuchungsdesigns 151
8.3 Verlauf des Einsatzes und der Untersuchung 154
8.3.1 Erprobungsverlauf in den einzelnen Klassen 155
8.3.2 Beobachtungsschwerpunkte 156
8.4 Analyse der erhobenen Daten 157
8.4.1 Unterrichtsbeobachtungen in K1 (Zusammenfassung) 158
8.4.2 Lernstand und Lerntagebuch-Notizen in K1 163

8.4.3 Klassenarbeit in K1 168
8.4.4 Schülerleistungen beim Mathematisieren in K1 173
8.4.5 Befragung in K1 nach Abschluss des Unterrichtsversuchs . . . 174
8.4.6 Unterrichtsbeobachtungen in K2 (Zusammenfassung) 185
8.4.7 Lernstand und Lerntagebuch-Notizen in K2 187
8.4.8 Lernstand und Lerntagebuch-Notizen in K3 188
8.5 Antworten auf die Forschungsfragen 189
8.5.1 Bedingungen beim Einsatz der AlgebraLU 189
8.5.2 Eignung der AlgebraLU und ihrer Bestandteile 190
8.5.3 Grad des Erreichens der grundlegenden Zielsetzungen 193

9 Konsequenzen aus der Erprobung **195**
9.1 Modifikation der Darstellungsformen 195
9.2 Konzeptgemäßen Kursverlauf sicherstellen 199
9.3 Weitere Untersuchungen und Modifikationen 200

Literatur **207**

A Digitale Fassung der AlgebraLU **208**
A.1 Inhalt des Datenträgers 208
A.2 Installations-Anleitung für Windows-Systeme 209
A.2.1 AlgebraLU testen und Grundprogramme nachinstallieren 209
A.3 Die Lernumgebung benutzen 210

Abbildungsverzeichnis

1.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen 18

2.1 Struktur der Rahmenkonzeption der Testentwicklung bei TIMSS II . . . 24
2.2 Die Algebra-Items S1, T1 und Q2 von TIMSS II 28
2.3 PISA 2000 - Aufgabenblock ÄPFEL 33
2.4 PISA 2000 - Weitere freigegebene Aufgaben 36

3.1 Der Prozess des Mathematisierens 47
3.2 Standort – Lernen zwischen Belehren und Entdeckenlassen 56
3.3 Singuläre und reguläre Welt des Denkens und ihre Verknüpfungen . . . 57
3.4 Lehrerrolle und selbstständiges Lernen 61

4.1 Aufgaben für den Computer in Lehr- und Lernprozessen 65
4.2 Mediendidaktische Analyse- und Entscheidungsfelder 69
4.3 Beispiel einer Hypertextstruktur 71
4.4 Der Treppeneffekt und mögliche Trugschlüsse 76

5.1 Visualisierung von Termstrukturen, SINUS-Modul 5 86
5.2 Benutzerdefinierter Lernpfad in *mathe online* 90
5.3 Diashow-Applet in *MathePrisma* 92
5.4 Navigationsleiste in einem Modul von *MathePrisma* 93

6.1 Visualisierung eines Terms 106
6.2 Typische Lerneinheit 109
6.3 Geplante Kursstruktur 110
6.4 Beispiel für den Einsetzungsaspekt, Situation 114
6.5 Beispiel für den Einsetzungsaspekt, Aufgabenstellung 115
6.6 Veränderlichenaspekt 117

7.1 Kontrollprogramm der AlgebraLU 125
7.2 Startbildschirm der Lernumgebung 128
7.3 Aufbau der Navigationsleiste 129
7.4 Interaktiver Bereich einer Lerneinheit 131
7.5 Die Lernstandsübersicht 134

7.6 Neue Notiz erstellen 136
7.7 Kontext-Notizen ansehen 137
7.8 Alle Notizen ansehen 138
7.9 Das Löschen einer Notiz 139
7.10 Applet vom Typ Aufgabe 140
7.11 Bereich mit Zusatzinformationen 141
7.12 Interaktiver Bereich 142
7.13 Schriftliche Übung 143
7.14 Lösungsseite 144
7.15 Projektaufgabe 145

8.1 Übungsapplet zur Formelumstellung 162
8.2 Klassenarbeit für K1 169
8.3 Notenspiegel der Klassenarbeit 171

9.1 Vertiefungsbereich 197
9.2 Modifizierte Lerneinheit 198

Tabellenverzeichnis

1.1 Allgemeine Lernziele des Mathematikunterrichts nach Winter 9

2.1 Mathematische Testaufgaben bei TIMSS II 25
2.2 Einzelergebnisse von TIMSS II aus dem Bereich der Algebra 27
2.3 PISA 2000: Verteilung deutscher Schüler auf die Kompetenzstufen . . . 34
2.4 Ergebnisse einiger Algebra-Items von PISA 2000 36

3.1 Gegenüberstellung: Lernen durch Entdeckenlassen und durch Belehrung 52

8.1 Untersuchungsinstrumente-Zuordnung 153
8.2 Fokus bei Unterrichts-Beobachtung 157
8.3 Ergebnisse der Klassenarbeit in K1 171
8.4 Notenabweichungen im Vergleich 172
8.5 Punktwertungen Aufgabe 5, Klassenarbeit in K1 173
8.6 Befragung K1 zum Kursende 180

Einleitung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit Problemen des schulischen Algebraunterrichts und mit dem Entwurf einer multimedialen computerunterstützten Lernumgebung zum selbstständigen Erlernen von Grundlagen der Algebra.

Mathematiker verstehen unter dem Begriff Algebra die Theorie der algebraischen Strukturen. In der Schule geht es im Algebraunterricht bis zur Oberstufe um elementare Kenntnisse und Fertigkeiten im Umgang mit Variablen, Termen und Gleichungen. Deshalb ist zur besseren Abgrenzung in der didaktischen und mathematischen Literatur im Zusammenhang mit dem Mathematikunterricht in der Schule von *elementarer Algebra* die Rede.

Lehrer[1] stellen bei Klausuren, Vergleichsarbeiten und folgenschwer bei Prüfungen fest, dass zu viele Schüler[2] nicht die erwarteten Fähigkeiten beim Umgang mit mathematischen Termen und Funktionen besitzen. Es gibt Schüler, die bereits Defizite bei elementaren Umformungen aufweisen und auch gut geübte mathematische Standardverfahren insbesondere in einer Prüfungssituation, bei der mehrere mathematische Gebiete zugleich präsent sein müssen, nicht in ausreichender Weise beherrschen. Größer noch ist die Zahl derjenigen, die mit Aufgabenstellungen, in denen vorhandenes mathematisches Wissen auf eine neue Situation angewandt werden soll, nichts anfangen können.

Dass diese Feststellungen, von rühmlichen Ausnahmen einmal abgesehen, in deutschen Schulen allgemeine Gültigkeit besitzen, haben zuletzt die internationalen Vergleichsuntersuchungen TIMSS[3] und PISA[4] gezeigt. Während TIMSS allenfalls Fachleute bewegt hat, sind die Probleme des Mathematikunterrichts in deutschen Schulen seit PISA in aller Munde und von allgemeinem Interesse. Die öffentliche Diskussion

---

[1] Gemeint sind natürlich Lehrerinnen und Lehrer. Es wird hier stets das Wort *Lehrer* als nicht-markierte Form verwendet.

[2] Was über die Verwendung des Wortes *Lehrer* ausgesagt wurde, gilt sinngemäß auch für die Form *Schüler*.

[3] TIMSS = Third International Mathematics and Science Study

[4] PISA = Programme for International Student Assessment.

hat bewirkt, dass es schulpolitische Entscheidungen von großer Tragweite gegeben hat, die die Bedingungen in den Schulen stark verändert haben und weiter verändern werden. Dazu gehören die Verkürzung der Schulzeit bis zum Abitur um ein Jahr, die Einführung des Zentralabiturs bei ebenfalls erfolgter Verlängerung von Lehrerarbeitszeiten.

Vor und nach PISA hat sich die didaktische Forschung mit grundlegenden Problemen des Mathematikunterrichts auseinandergesetzt. Von zentraler Bedeutung für tragfähige mathematische Fähigkeiten der Schüler ist der Unterricht in elementarer Algebra, in dem es um die Einführung von Variablen und Funktionen, die Aufstellung und Umformung von Termen und um die Anwendung dieser Konzepte auf reale Situationen geht.

Im ersten Kapitel der Arbeit werden in der Mathematikdidaktik weitgehend anerkannte Ziele des Mathematikunterrichts aufgegriffen und es wird genauer untersucht, welchen Stellenwert die Grundkenntnisse in elementarer Algebra dabei haben. Ein Teil der fortdauernden Diskussion über den gerade für die Algebra interessanten Einsatz von Computern im Mathematikunterricht wird dabei dargestellt. Ein zu entwickelndes Unterrichtsprojekt hat sich auch an curricularen Vorgaben zu orientieren und daher ist es bedeutsam, welche Vorstellungen aus der Mathematikdidaktik in die aktuellen Lehrpläne und Richtlinien eingeflossen sind. Aus der Klärung aller dieser Fragen ergeben sich Rückschlüsse auf die allgemeinen Ziele und äußere Bedingungen meines Vorhabens.

Neben Ergebnissen der didaktischen Forschung, die auf Einzeluntersuchungen zum Mathematikunterricht zurückgehen, werden auch in dieser Arbeit TIMSS und PISA ihre Spuren hinterlassen: Aussagen zum Stand der mathematischen Fähigkeiten deutscher Schüler bleiben dem 2. Kapitel vorbehalten. Die Darstellung eigener Erfahrungen aus Unterricht und Kursentwicklung schließen sich an.

Um die Effizienz und die Qualität des Unterrichts bei der Vermittlung dieser Fähigkeiten zu verbessern, verfolgt man unterschiedliche Ansätze und Konzepte. Manchmal werden bestimmte Unterrichtsmethoden in den Vordergrund gestellt, in anderen Untersuchungen wird eher die Einstellung der Lernenden zum Lernprozess wahrgenommen und wiederum andere versprechen sich Erfolge vom Einsatz hilfreicher Medien. So gab es z.B. eine didaktische Diskussion um den Einsatz von CAS[5] im Mathematikunterricht, noch bevor Personalcomputer und solche Programme für die Schulen leicht zu beschaffen waren. Inzwischen sind Computer quasi zum Haushaltsgegenstand geworden und Computeralgebra-Systeme sind bei Auswahl entsprechender Modelle bereits Bestandteil moderner Taschenrechner. In den Richtlinien (z.B. des Gymnasium in NRW) werden CAS, sei es in computergestützter Form oder im Taschenrechner, explizit als *Werkzeuge des Mathematikunterrichts* (MSWWF, 1999, S. 47) aufgeführt.

[5] CAS = Computer Algebra Systeme

Das 3. Kapitel greift die Diskussion um Ansätze für einen erfolgreichen Mathematikunterricht auf und versucht daraus Schlussfolgerungen für den Unterricht in elementarer Algebra abzuleiten. Zuerst werden aus der zusammenfassenden Rückschau auf die vorher festgestellte Diskrepanz zwischen Soll- und Istzustand des Mathematikunterrichts und aus der Beschreibung der allgemeinen Lernziele grundlegende Planungsparameter gewonnen. Der Fokus richtet sich dann auf die Auswahl der Inhalte der elementaren Algebra, die in besonderer Weise zum Erreichen eines zentralen Lernziel des Mathematikunterrichts, nämlich die Fähigkeit, Mathematik auf Alltagsprobleme anzuwenden, beitragen können. Die Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Sichtweisen des Lernens und Lehrens führt zu der Bestimmung der eigenen Position und zur Festlegung von Bedingungen für einen Unterrichtsansatz, bei dem großer Wert auf die eigene Wahrnehmung des Lernprozesses durch die Lernenden und auf die Stärkung der Selbstverantwortung für das Lernen in Mathematik gelegt wird. Weitere Planungsparameter ergeben sich aus der Betrachtung von Unterrichtsansätzen, die in diese Richtung führen.

Im 4. Kapitel werden die spezifischen Bedingungen für ein zu entwickelndes Unterrichtsprojekt zum Selbstlernen der Grundlagen elementarer Algebra in der Sekundarstufe I abgeleitet, bei dem - wie in den ersten Kapiteln der Arbeit begründet wird - als Hilfsmittel die so genannten *Neuen Medien* zum Einsatz kommen sollen. Es werden die mediendidaktischen Voraussetzungen zur Entwicklung einer teils elektronischen *Lernumgebung*[6] untersucht und die Vor- und Nachteile von Hypermedia-Strukturen erörtert. Daraus resultieren Anforderungen an Inhalts- und Strukturelemente einer Hypermedia-Plattform, die ausgewählte Lerninhalte der elementaren Algebra anbietet und dabei versucht, die Vorteile des Computers z.B. bei der benutzergesteuerten Präsentation auszunutzen. Dabei soll die Gesamtstruktur des Kurses möglichst so konzipiert werden, dass die bekannten Nachteile des Mediums minimiert werden können.

Kapitel 5 befasst sich mit Schulversuchen, Unterrichtsprojekten und anderen Lernangeboten, die im Gefolge von TIMSS und PISA den Unterricht in den beteiligten Schulen, im Besonderen den Mathematikunterricht verändert haben. Die Angebote dienen in der Regel dem Ziel, die Unterrichtsqualität hinsichtlich der festgestellten Schwächen deutscher Schüler zu verbessern. Einige ausgewählte Beispiele werden untersucht und auch die Untersuchungsergebnisse der wissenschaftlichen Begleitung herangezogen, um zu weiteren Anhaltspunkten für das eigene Projekt zu kommen. Dabei spielen sowohl der konkrete Aufbau von hypermedialen Lernmodulen als auch didaktisch-methodische Umstände der Modellansätze eine Rolle.

[6] Heute wird der Begriff *Lernumgebung* oft als Kennzeichnung für die Benutzeroberfläche einer Lernplattform verwendet, auf der Lern- und Kommunikationsprozesse ablaufen. Aus pädagogischer Sicht zielt „der Begriff der Lernumgebung [...] in erster Linie auf die äußeren Bedingungen ab. Im besonderen geht es um Lernmaterialien und Lernaufgaben sowie um deren Gestaltung, wodurch erwünschte Lernprozesse ausgelöst werden sollen." (Dörr/Strittmatter, 1995, S. 30) Noch weiter gefasst, gehören auch die Lernräume, die Lehrenden und die Lernenden, die Lehr- und Lernmaterialien einschließlich der Medien mit dazu.

Die Beschreibung des Entwicklungsprozesses des geplanten Lehrgangs bildet die Inhalte der Kapitel 6 und 7. Das 6. Kapitel dient zunächst dazu die gewonnenen Planungsparameter zusammenzufassen und zu Entscheidungen über Inhalte und Struktur des Algebrakurses zu kommen. Die Überlegungen orientieren sich an der entwickelten Zielsetzung, den betrachteten didaktischen Ansätzen insbesondere von Winter, Gallin/Ruf und Malle und an Erkenntnissen über die Entwicklung hypermedialer Lernumgebungen. Während im 6. Kapitel erste konkrete Überlegungen zum Aufbau von Lerneinheiten, Aufgaben und Projekten angestellt werden, ist das 7. Kapitel der technischen Realisierung der Computer-Lernumgebung gewidmet. Dabei kommen Opensource- und freie Software zum Einsatz, die problemlos weiter verteilt werden können. Es werden eigenständig entwickelte Elemente für Lernmodule präsentiert, wobei Ideen aus den im 5. Kapitel betrachteten Projekten aufgegriffen werden. Das gilt vor allem für den Typ "Interaktive Übung", der in Technik und Erscheinungsform eng an ein entsprechendes Element von *MathePrisma*[7] angelehnt ist.

Die aufgebaute Lernumgebung[8] soll es den Schülern zugleich ermöglichen, mehr Selbstverantwortung für das Lernen zu übernehmen und den eigenen Lernprozess im Blick zu halten. Zu diesem Zweck sind Instrumente zur Selbstbeobachtung und Selbstbewertung in der Lernumgebung enthalten. Die Einträge der Lernenden und aus interaktiven Übungen gewonnene Daten können dabei in einer Datenbank gespeichert und nach Abschluss eines Kursdurchlaufs oder zwischenzeitlich ausgewertet werden.

Das Lernangebot wurde in einem Unterrichtsprojekt erprobt und bewertet. Die Lernmodule im Computer gehörten zu einem umfassenderen Lernarrangement. Die Bezeichnung *Lernarrangement* oder *Lernangebot* wird übrigens von manchen Didaktikern als ein Begriff angesehen, der eine gesteigerte Form des Lernens durch Entdeckenlassen kennzeichnet. In dieser Weise möchte ich den Ausdruck nicht verstehen sondern als einen Begriff für die von mir bereitgestellten Komponenten des Unterrichtsprojekts. Mit dazu gehörten schulischer Mathematikunterricht in einer Gruppe der am Projekt beteiligten Schüler, durch den die individuellen Lernphasen in computergestützten Kursteilen durch Lernphasen in der sozialen Gruppe komplettiert und begleitet wurden. Aus der Beobachtung dieses Unterrichts wurden - neben den Ergebnissen aus den Notizen der Schüler - weitere Erkenntnisse über das Lernergebnis gewonnen. Die in beiden Phasen erzielten Ergebnisse werden im 8. Kapitel dargestellt. Im neunten und letzten Kapitel werden schließlich Maßnahmen zur Verbesserung der Lernumgebung - die Software und den Begleitunterricht betreffend - überlegt und entsprechende Planungen angestellt.

[7] im Netz: www.matheprisma.uni-wuppertal.de/

[8] bestehend aus Lernsoftware und gemeinsamem Unterricht

Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand im Zeitraum von Oktober 2003 bis Dezember 2007 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik im Fachbereich C der Bergischen Universität Wuppertal. Bedanken möchte ich mich bei allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe, die mich von Beginn an freundlich aufgenommen, stets unterstützt und mir durch viele gemeinsame Gespräche Anregungen für die Fortführung der Arbeit verschafft haben. Mein besonderer Dank geht an Herrn Prof. Dr. Detlef Lind, der die Arbeit betreut hat, immer zu einem Gespräch bereit war und sich stets auf meine Fragen eingelassen hat. Nicht zuletzt möchte ich mich auch bei den Schülern und Lehrkräften des Carl-Fuhlrott-Gymnasiums in Wuppertal bedanken, die es ermöglicht haben, Teile meiner Algebra-Lernumgebung im Schulbetrieb zu erproben.

Kapitel 1

Ziele des Mathematikunterrichts

1.1 Das Fach Mathematik polarisiert

Wie nur wenige andere[1] Unterrichtsfächer hat das Fach Mathematik auf Schüler eine polarisierende Wirkung. Die einen fühlen sich ganz erfolgreich und mögen die Mathematik. Andere, die nicht so gut zurecht kommen, behaupten: „Mathe ist nicht mein Fach!" und führen diese Haltung letztlich auf die abstrakte Sprache oder auf den mangelnden praktischen Nutzen zurück. Im Gegensatz zu anderen Bereichen macht man seine Haltung zum Fach Mathematik meistens öffentlich bekannt. Damit befindet man sich - auch im Ablehnungsfall - in Deutschland im Einklang mit Personen des öffentlichen Lebens in Vergangenheit und Gegenwart, die ihre kritische Einstellung zur Mathematik und den Misserfolg offen zugegeben oder gar damit kokettiert haben und die durch ihre Erfolge im Leben zeigen, dass man es dennoch ganz weit bringen kann. Neben den Aussagen zeitgenössischer Politiker wird immer wieder gerne ein Satz von Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832) präsentiert:

„Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: redet man mit ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas anders."[2]

Nun gehört Mathematik wie Deutsch und die erste Fremdsprache[3] aber zu den Kernfächern und hat damit schulisch einen mindestens ebenso hohen Stellenwert. Das steht im Gegensatz zu dem weit verbreiteten Eindruck, dass man auch ohne die Anwendung

[1] Hier könnte man z.B. noch das Fach Physik nennen, das allerdings einen zunehmend geringeren Stellenwert bekommen hat.

[2] Wörtliche Zitate werden in der gesamten Arbeit nicht orthografisch verändert. Zitat aus Goethe (1941, S. 204)

[3] im Allgemeinen das Fach Englisch

schulischer Mathematikkenntnisse in vielen Berufen erfolgreich sein kann. In den Bereichen, in denen man nicht ganz auf Berechnungen verzichten kann, scheint es zu genügen, wenn man über elementare Kenntnisse in den Grundrechenarten sowie in Prozent- und Dreisatzrechnung verfügt. In vielen Fällen sind die Vorgänge so eingespielt und die Anforderungen so standardisiert, dass alle auftretenden Rechnungen von Computern oder Rechenmaschinen auf Knopfdruck ausgeführt werden.

In Wirklichkeit ist unsere Gesellschaft so stark von Mathematik durchsetzt, dass diese zu den unverzichtbaren Kulturtechniken gehört und den zuerkannten Stellenwert zu Recht innehat. Kaum ein Studiengang kann ohne mathematische Kenntnisse absolviert werden und auch ohne ein Studium werden Anforderungen gestellt, die nur mit einem Mindestmaß an Fähigkeiten zur Mathematisierung eines Sachverhalts zu erfüllen sind. Nicht nur, dass die Rechenmaschinen und andere technische Geräte von Menschen mit Programmen zu versehen sind, sondern auch, dass man seine Strom-, Gas- oder Gehaltsabrechnung verstehen will und zumindest im Ansatz in der Lage ist, die Berechnung der Einkommensteuer, des Darlehens oder der Rente nachzuvollziehen. Anders als Heymann (1996, S. 153) in seiner Habilitationsschrift gehe ich nicht davon aus, dass man alle typischen Anforderungen des Alltagslebens bereits mit den im Mathematikunterricht bis zur 7. Klasse erworbenen Inhalten erfüllen könnte, denn um z.B. komplexere Darstellungen zu wirtschaftlichen oder gesellschaftlichen Sachverhalten in der Tageszeitung, die auf nichtlinearen Funktionsgraphen beruhen, richtig interpretieren zu können, muss auf Wissen zurückgegriffen werden, das zu den Inhalten jenseits der 7. Klasse gehört.

Das Wissen um die Bedeutung der Mathematik ist in einer globalisierten Gesellschaft mehr denn je vertreten und es besteht weltweit der Konsens, dass die mathematische Bildung Bestandteil der Allgemeinbildung sein soll. Daher ist es nicht verwunderlich, wenn der Stand der mathematischen Bildung auch zum Gegenstand internationaler Tests wird, in denen die Qualität des Mathematikunterrichts anhand der mathematischen Fähigkeiten der Schüler überprüft und international verglichen werden soll.

1.2 Mathematische Bildung

Der gesellschaftliche Konsens und die bildungspolitischen Entscheidungen darüber, was zur Allgemeinbildung gehören soll, die Ziele, die deshalb in Curricula einfließen und die Vorstellungen zum Mathematikunterricht aus der universitären Forschung zur Didaktik der Mathematik stimmen nicht unbedingt überein. Die Gestaltung des Mathematikunterrichts in der Schulwirklichkeit hängt von den institutionellen Bedingungen und vom persönlichen Engagement der Lehrer ab und kann sich in ungünstigen Fällen erheblich von den Vorgaben unterscheiden.

Die Schwierigkeit der Auswahl von bestimmten Unterrichtsinhalten und -zielen lässt sich mit Heymann (1996, S. 131-132) so ausdrücken:

„Weder aus der Idee der Allgemeinbildung noch aus einem Allgemeinbildungskonzept läßt sich für sich genommen ableiten, was an Schulen gelehrt werden soll. Bezogen auf den Mathematikunterricht heißt das: Das hier [im Buch von Heymann] entwickelte Allgemeinbildungskonzept bringt selbst keine Inhalte hervor, sondern setzt Mathematik als kulturelle Errungenschaft, als gesellschaftliches Faktum, als akademische Wissenschaft und als lehrbares Wissensgebiet voraus.

Doch es ist weder möglich, den Gesamtkomplex der Mathematik zum Gegenstand schulischen Unterrichts zu machen, noch ist es sinnvoll, willkürlich herausgegriffene Teilkomplexe zu unterrichten. [...] Begründete Auswahl tut not. Die Kriterien für eine solche Auswahl können nicht aus der Mathematik abgeleitet werden, weil das Problem nicht mathematischer Natur ist.”

Um später für mein Unterrichtsprojekt in elementarer Algebra didaktisch sinnvolle und mit den curricularen Vorgaben zu vereinbarende Lernziele und Inhalte festzulegen, konzentriere ich mich zunächst auf den in vielen didaktischen Arbeiten zitierten Artikel *Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht?* von Heinrich Winter (1975) und auf dessen herausgearbeiteten Katalog von allgemeinen Lernzielen für den Mathematikunterricht, der in der Mathematikdidaktik breite Zustimmung gefunden hat. Winter verknüpft grundlegende Wesenszüge des Menschen und daraus abgeleitete allgemeine Lernziele für die Schule mit den passenden Eigenschaften der Wissenschaft Mathematik und entwickelt aus diesem genetischen Ansatz zugehörige Lernziele[4] für den Mathematikunterricht (siehe Tabelle 1.1 auf der nächsten Seite). Er stellt daher vier grundlegende Anforderungen[5] an den Mathematikunterricht heraus:

(L1) Der Unterricht soll dem Schüler die Möglichkeit geben, schöpferisch tätig zu sein.

(L2) Der Unterricht soll dem Schüler Möglichkeiten geben, rationale Argumentation zu üben.

(L3) Der Unterricht soll dem Schüler Möglichkeiten geben, die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren.

(L4) Der Mathematikunterricht soll dem Schüler Möglichkeiten geben, formale Fertigkeiten zu erwerben.

[4] Winter betont, dass die Aufzählung der Lernziele nur den Versuch einer Bündelung und des Freilegens ihrer genetischen Wurzeln darstelle und dass man sie nicht auf der Höhe der derzeitigen [1975] Curriculum-Theorie diskutieren könne.

[5] Bezeichnungen L_i stammen von Winter

Die Anforderungen L1 - L4 werden in Winters Artikel durch detaillierte Beschreibungen der Konsequenzen für die Inhalte und Methoden des Mathematikunterricht und durch die Darstellung von Unterrichtsbeispielen weiter konkretisiert. Auf diese Konkretisierungen werde ich im folgenden Abschnitt Bezug nehmen und in einem späteren Kapitel wieder darauf zurückgreifen.

		allgemeines Lernziel	
Mensch	**Mathematik**	**der Schule**	**des Mathematikunterrichts**
als schöpferisches, erfindendes, spielendes Wesen	als schöpferische Wissenschaft	Entfaltung schöpferischer Kräfte	heuristische Strategien lernen
als nachdenkendes, nach Gründen, Einsicht suchendes Wesen	als beweisende, deduzierende Wissenschaft	Förderung des rationalen Denkens	Beweisen lernen
als gestaltendes, wirtschaftendes, Technik nutzendes Wesen	als anwendbare Wissenschaft	Förderung des Verständnisses für Wirklichkeit und ihre Nutzung	Mathematisieren lernen
als sprechendes Wesen	als formale Wissenschaft	Förderung der Sprachfähigkeit	Formalisieren lernen, Fertigkeiten lernen

Tabelle 1.1: Allgemeine Lernziele des Mathematikunterrichts nach Winter (1975)

Freudenthal (1973, S. 76)[6] drückt in seinem Buch *Mathematik als pädagogische Aufgabe* eine zentrale Anforderung an den Mathematikunterricht so aus :

„Ich möchte, daß der Schüler nicht angewandte Mathematik lernt, sondern lernt, wie man Mathematik anwendet."

Wie dieses Ziel zu erreichen ist, deckt sich mit Winters konkreten Überlegungen zur Anforderung L1. Freudenthal führt aus, dass den Mathematiker ein „frei schwebendes System der Mathematik interessieren möge" jedoch „für den Nichtmathematiker die Beziehungen zur erlebten Wirklichkeit unvergleichlich wichtiger seien". Beziehungslos Gelerntes ist - nach der Erfahrung eines jeden - schnell vergessen. Deshalb stellt er fest:

[6] Hans Freudenthal (1905 - 1990), anerkannter deutsch-holländischer Mathematiker und Mathematikdidaktiker

„Will man zusammenhängende Mathematik unterrichten, so muß man in erster Linie die Zusammenhänge nicht direkt suchen; man muß sie längs der Ansatzpunkte verstehen, wo die Mathematik mit der erlebten Wirklichkeit des Lernenden verknüpft ist."

Das ist eine Argumentation, die man in ähnlicher Form bei Bruner (1970)[7] vorfindet, der dafür plädiert, *allgemeine Begriffe*[8] zu lehren und grundlegendes Wissen auf die Interessen und Begabungen von Kindern zuzuschneiden. Er bezieht sich auch auf Ergebnisse der Forschungen über das menschliche Gedächtnis und geht davon aus, dass Einzelheiten nur dann nicht schnell vergessen werden, wenn sie in eine „strukturierte Form" gebracht werden.

Die strukturierte Form kann eine Fachsystematik[9] oder etwas ganz Persönliches sein. An Dinge, die mit den eigenen Erfahrungen und Interessen verknüpft sind, erinnert man sich in den meisten Fällen leicht. Also kann man Freudenthals These zustimmen: „Die Beziehungshaltigkeit sollte garantieren, daß die Mathematik, die man lernt, nicht vergessen wird."

1.3 Der Stellenwert der elementaren Algebra

Der Unterricht in elementarer Algebra ist eines der Fundamente des Mathematikunterrichts. Hier sind die Grundlagen zu vermitteln, damit Schüler langfristig in der Lage sind, später angestrebte Lernziele zu erreichen. Der Algebraunterricht setzt etwa ab der 6. Klasse ein; dann werden Variable benutzt und in der 7. Klasse beginnt man systematisch mit Termen und Gleichungen zu rechnen. Die elementare Algebra unterscheidet sich von der Arithmetik und von der Geometrie durch einen für Schüler noch ungewohnten höheren Abstraktionsgrad. Es treten Variable, Terme und Funktionen auf. Anders als im ersten Geometrieunterricht der Unterstufe[10] werden Buchstaben nicht nur als Namen für geometrische Objekte (z.B. die Gerade g, der Punkt P, die Seite c), nicht nur als Bezeichnungen für bestimmte Größen geometrischer Figuren (z.B. die Kantenlänge c, der Flächeninhalt A) verwendet sondern als die Namen von Variablen. Das vielschichtige Konzept, Variable stellvertretend einmal für jede beliebige Zahl, ein anderes Mal für eine bestimmte aber zunächst unbekannte Zahl zu verwenden, das Rechnen mit Termen nach festgelegten Regeln - oft losgelöst von erkennbaren Bedeutungen - stellt eine

[7] vgl. Kapitel II – von Bruner (1970, S. 44) stammt die Hypothese: „Jedes Kind kann auf jeder Entwicklungsstufe jeder Lehrgegenstand in einer intellektuell ehrlichen Form erfolgreich gelehrt werden." oder im engl. Original: „We begin with the hypothesis that any subject can be taught effectively in some intellectually honest form to any child at any stage of development."

[8] im Original treffender *general ideas*

[9] wenn sie denn dem Lernenden etwas bedeutet

[10] vor der Einbeziehung algebraischer Gleichungen in den Geometrieunterricht

große Hürde dar. Wenn hier wesentliche Aspekte unverstanden bleiben oder die Einsicht gänzlich auf der Strecke bleibt, haben Schüler im weiteren Verlauf des Mathematikunterrichts bis zum Ende der Schulausbildung große Schwierigkeiten mit dem Fach. Meine These ist, dass der Grad des Erfolgs in elementarer Algebra die Haltung zum Fach Mathematik entscheidend mitprägt.

Schüler haben - leider oft zu Recht - den Eindruck, dass die Algebra nicht geeignet ist, die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren (Anforderung L3, siehe S. 8). Das liegt daran, dass oft über längere Phasen versucht wird, ihnen den Formalismus und Fertigkeiten (z.B. das Lösen von linearen Gleichungen) näher zu bringen, also den Unterricht in Richtung auf die Unterrichtsanforderung L4 auszurichten und entsprechende Anwendungen erst im Anschluss zu besprechen. Es kommt auch vor, dass ein reines Lernen auf Vorrat stattfindet („Die Termumformungen brauchen wir im nächsten Schuljahr.“). Obwohl viel Zeit für das Üben formaler Rechnungen aufgewandt wird und obwohl auch die Klassenarbeiten das erwartete Ergebnis bringen, darf man in einem solchen Fall in kommenden Schuljahren nicht damit rechnen, dass das Erlernte präsent ist und vor allem nicht damit, dass es angewandt werden kann. Unterrichtsanforderungen, die sich durch L1 - L4 beschreiben lassen, zu befürworten, aber in epochale Unterrichtsabschnitte zu verteilen, macht keinen Sinn, denn die hinter den Anforderungen an den Mathematikunterricht stehenden Lernziele sind nicht disjunkt. Man kann nicht eines der Ziele (siehe Tabelle 1.1 auf Seite 9) erreichen, ohne auch in zeitlicher Nähe für das Erreichen der anderen Lernziele genügend zu tun.

Auf den ersten Blick scheint die Kluft zu dem Ziel heuristische Strategien zu erlernen, und demzufolge schöpferischen Umgang mit der elementaren Algebra zu ermöglichen (L1), besonders groß zu sein. Winter sieht als Konsequenz der Anforderung L1 generell die Auswahl problemhaltiger Ausgangssituationen, also tragfähiger Einstiege und das Angebot entsprechenden Lernmaterials. Auch wenn man sich solche Situationen und Materialien in der Geometrie und sogar in der Analysis leichter vorstellen kann als bei dem Einstieg in die elementare Algebra, ist dies meines Erachtens ein unbedingt erforderliches Vorgehen. Wenn das gelingt, bieten sich zugleich zahlreiche Verknüpfungen zu Anwendungen und damit Erfüllungsmöglichkeiten zu dem Anspruch, im Unterricht die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren. Solche Einstiege würden es auch erleichtern, beim Herleiten von Zusammenhängen und beim Beweisen die rationale Argumentation zu üben (L2). Der Sprung gegenüber den Argumentationen und den elementaren Beweisen in der Geometrie, die wegen der anschaulichen Objekte und Situationen einen weniger abstrakten Zugang zu diesem mathematischen Feld geboten haben, wäre dann nicht so groß wie er bei einem reinen formalen Zugang erscheinen würde.

Historische Wurzeln der Algebra

Auch die historischen Wurzeln der Algebra sprechen dafür, problemhaltige Ausgangssituationen zu wählen:

Von den historischen Ursprüngen her ist die Algebra, mit der sich die Menschen seit etwa 4000 Jahren beschäftigen, gar nicht die formale abstrakte Disziplin, als die sie von manchen Schülern gesehen wird. Probleme aus Handel, der Feldvermessung und andere geometrische Probleme haben zu der Entwicklung von linearen und quadratischen Gleichungen geführt, die es zu lösen galt. Vor diesem Hintergrund haben sich erst die Formalismen entwickelt. Dies wird im Buch *4000 Jahre Algebra* von Alten et al. (2005) thematisiert.

Es erscheint angebracht, dass man sich im Unterricht die historische Entwicklung vor Augen führt und derartige Aspekte einfließen lässt. Das kann einerseits direkt geschehen, indem man Fakten aus der Geschichte der Algebra oder interessante historische Problemstellungen aufgreift, andererseits indirekt dadurch, dass man das Vorgehen wiederholt, nämlich von den Problemstellungen auf die Abstraktionen zu kommen und nicht umgekehrt.

1.4 Die Rolle der Neuen Medien

Die Diskussion um den Einsatz des Computers im Mathematikunterricht hat in Deutschland bereits mit der Verfügbarkeit der ersten Personalcomputer begonnen. Ein Spiegelbild dieser Diskussion liefern die Berichte von den Jahrestagungen des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Informatik in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM). Im Jahr 1981 werden Stellungnahmen zur Einbeziehung von Inhalten und Methoden der Informatik in den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I formuliert. In erster Linie sieht man das Algorithmieren, das Experimentieren und Simulieren und die Ausführung numerischer Verfahren in Verbindung mit Taschenrechner- und Computereinsatz als neue Aspekte für Inhalte und Methoden des Mathematikunterrichts. Die *Neuen Technologien* dringen über den Informatikunterricht in die Schulen vor und die BLK sieht ab 1984 eine Grundlegung der informationstechnischen Bildung für alle Schüler vor.

Die Entwicklung wird von der GDM kritisch begleitet und man weist auf die Problematik eines konzeptionslosen Computereinsatzes hin. Thematisiert wird die didaktische Rechtfertigung des Nutzens einer informationstechnischen Bildung, die Veränderung von Inhalten des Mathematikunterrichts und die Veränderung des Lernens bei Computernutzung. Gefordert wird eine wissenschaftliche Untersuchung der Wirkung von Lernsituationen mit dem Computer auch unter dem Aspekt der Effekte für lernschwächere

Schüler. Es geht weiter um eine pädagogisch und didaktisch sinnvolle Gestaltung von Lehr-Lern-Situationen mit dem Computer. Ein zusätzliches Thema ist die Situation der Lehrerfortbildung, da sich zwar ein Teil der Lehrerschaft sehr stark auf diesem Gebiet engagiert, während sich aber der größere Teil abwartend oder ablehnend verhält.

Mit dem Beginn der 90er Jahre kommt die Entwicklung erneut in Schwung, auch wenn die Gefahr der „Trivialisierung mathematischer Gebiete durch Hard- und Software”[11] ein stets präsentes Thema bleibt. Die Entwicklung und Verbreitung von Computeralgebra-Systemen[12] hinterlässt m.E. den größten Eindruck unter den mit Mathematikunterricht befassten Menschen, da es mit solchen Programmen zum ersten Mal möglich ist, dass ein Computer symbolische Rechnungen und Termumformungen ausführt. Auch die ersten DGS[13] sind zugleich verfügbar geworden und beeindrucken durch einfach am Computerbildschirm herzustellende dynamische geometrische Konstruktionen.

So steht die 10. Jahrestagung der GDM im Jahre 1992 unter dem provokanten Motto *Wieviel Termumformung braucht der Mensch?*[14] und es werden sowohl die mathematikdidaktische Grundsatzdiskussion um den Computereinsatz fortgeführt als auch konkrete Unterrichtsbeispiele mit CAS und DGS vorgestellt und gewürdigt. In den folgenden Jahren konzentriert sich die Diskussion auf die Zielsetzungen des Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit von Computeralgebra-Systemen und anderen Programmen, die die Mathematik „trivialisieren” und es wird hinterfragt, ob die Verfügbarkeit des Computers zu neuen Zielen geführt habe oder ob er „neue Wege zu alten Zielen” (Hischer, 1994) ermögliche. Dabei geht es auch um die Frage, ob der Computer mit Recht selbst zum Gegenstand des Unterrichts werden solle.

Seit dem Jahr 1995 ist auch die Verbreitung von Informationen über das Internet in den Blick gekommen, wovon einige Beiträge im Tagungsband der 13. Arbeitstagung des *Arbeitskreises Mathematikunterricht und Informatik* (Hischer/Weiß, 1996) zeugen.

Die Situation in den Schulen

Während die didaktische Diskussion um *Neue Technologien*[15] im Jahr 1995 bereits seit etwa 10 Jahren im Gange ist, ergeben sich erst im nachfolgenden Zeitraum weit reichende Konsequenzen für eine größere Anzahl von Schulen. Bis dato blieb der Einsatz

[11] Leitthema der GDM-Herbsttagung 1991

[12] *Mathematica* und *Derive* erscheinen 1988

[13] ebenfalls 1988 gibt es eine erste Fassung von Cabri-géomètre für den Apple-Computer

[14] Dieses von Wilfried Herget im Eingangsvortrag der Tagung eingeführte Motto entwickelte sich nach Hischer (1992, S. 8.) „zur wohl am häufigsten gebrauchten Redewendung”

[15] In den letzten Jahren sind daraus die *Neuen Medien* geworden.

der *Neuen Medien* den Schulen vorbehalten, die es durch eine besondere Situation, sei es durch großzügige Sponsoren oder durch den Einsatz engagierter Lehrkräfte geschafft hatten, an besondere Fördermittel für eine hinreichende Computerausstattung zu gelangen. Ein Grund für eine bis dahin allgemein geringe Computernutzung im Unterricht ist auch darin zu sehen, dass viele Lehrende während Ihrer Ausbildung kaum mit den neuen Instrumenten und nicht mit den *Neuen Medien* in Berührung gekommen sind. So hat sich die Computernutzung in Lehrerkreisen später durchgesetzt als in der industriellen Arbeitswelt.

Die Verbreitung des Internets ab 1995 und die Durchsetzung der Arbeitswelt mit den *Neuen Technologien* hat zu einer Entwicklung beigetragen, die dazu geführt hat, dass heute praktisch alle allgemeinbildenden Schulen über prinzipiell geeignete Computer und dazu über einen Zugang zum WWW[16] verfügen. Bei diesem Prozess haben sicherlich Initiativen wie *Schulen ans Netz*[17] in den letzten Jahren erheblichen Vorschub geleistet. Die seither erarbeiteten und erprobten Konzepte, Algebra und Analysis mit CAS-Unterstützung zu erlernen, konnten flächendeckend erst deutlich nach dem Jahr 1995 in Erwägung gezogen werden. Die Computer sind in begrenzter Stückzahl „vor Ort" verfügbar. Schulen, die entsprechende Geräte jedem Schüler zum persönlichen Gebrauch zur Verfügung stellen können, bleiben trotz gegenteiliger Absichtserklärungen der Politiker nur eine Randerscheinung und abhängig von Drittmittelförderung[18].

Es gibt inzwischen landes- und bundesweite Unterrichtsprojekte, zum Teil in den Schulen selbst initiiert, die sich der *Neuen Medien* bedienen. Hier sind als einige Beispiele die Projekte SelMa[19], SINUS[20], Abitur-Online[21] und SelGO[22] zu nennen, auf manche dieser Projekte wird in späteren Kapiteln noch einzugehen sein. In allen Beispielen benutzt man das Internet als Träger eines Austauschforums oder einer Lernplattform. Zum Teil sind in diesen Projekten auch die in der didaktischen Diskussion besonders beachteten Programme vom Typ CAS oder DGS von Bedeutung. Insbesondere im Fach Mathematik verspricht man sich von der Nutzung des Computers einige Vorteile durch dynamische Darstellungen und interaktive Lernmodule, die den individuellen Lernprozess unterstützen sollen. Dabei können z.B. CAS von langwierigen Routinerechnungen entlasten[23] und Zeiträume schaffen, die man für die Mathematisierung von

[16] WWW = World Wide Web

[17] eine Initiative des Bundesministeriums für Bildung und Forschung und der Deutschen Telekom AG

[18] z.B. Laptopklassen im Stiftischen Gymnasium in Gütersloh, gefördert von der Bertelsmann-Stiftung

[19] Selbstlernen Mathematik

[20] Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

[21] Abiturlehrgang in Präsenz- und Distanzphasen in NRW

[22] Selbstlernen Gymnasiale Oberstufe

[23] ganz im Sinne der Diskussion *Wieviel Termumformung braucht der Mensch?*

offenen Problemstellungen benötigt. Die Gefahr, dabei grundlegende Kenntnisse der Termumformung zu verschütten oder gar nicht erst zu erlernen, ist m. E. ungleich geringer als die berechtigte Befürchtung, durch den verfrühten Einsatz des Taschenrechners die Grundrechenarten nicht richtig zu erlernen. Wer nämlich bereits einmal mit einem CAS gearbeitet hat, der weiß, dass man nur dann ein Programm wie *Derive* erfolgreich einsetzen kann[24], wenn man überhaupt mathematisieren und Ansätze formulieren kann und wenn man überblickt, welche Umformungsschritte sinnvoll und möglich sind - dazu gehören eigene Fähigkeiten bei der Termumformung. Das Ziel bei Anwendung eines CAS ist dann nicht mehr die Umformung eines Terms sondern die Lösung eines Problems.

Eine ähnliche Bedeutung haben graphische Taschenrechner. Da sie den Graphen einer Funktion und prinzipiell eine ganze Kurvendiskussion liefern, kann es nicht (mehr) das alleinige Unterrichtsziel sein, Kurvendiskussionen zu erstellen. Es bleibt Zeit für die Untersuchung eines Problems, das erst zu einer zu untersuchenden Funktion führt, wobei die dabei erzielten Ergebnisse zuletzt im Sinne des Ausgangsproblems zu interpretieren sind. Das sollte sicher auch die Zielsetzung sein, wenn man den Mathematikunterricht ohne CAS vollzieht, doch mit CAS darf man sich auch an realistischere, „unhandlichere" Funktionsterme heranwagen und man benötigt weniger Zeit für stupide Rechenvorgänge.

1.5 Curriculare Rahmenbedingungen

Ein Unterrichtsprojekt zum Selbstlernen der Grundlagen elementarer Algebra in der Sekundarstufe I hat sich natürlich auch an den Lehrplänen und Richtlinien des Bundeslandes, im vorliegenden Fall ist das Nordrhein-Westfalen, zu orientieren. Da sich die Gelegenheit bietet, das Lernarrangement in einem Gymnasium zu erproben, orientiere ich mich in Einzelheiten an den Vorgaben für das Gymnasium, obwohl die Projektkonzeption prinzipiell auch für die Schulformen Gesamt- und Realschule tauglich werden soll.

Bei den Lehrplänen vollzieht sich - nicht nur in Nordrhein-Westfalen - gerade ein Wandel. Unter dem Eindruck des unerwartet schlechten Abschneidens bei der PISA-Studie[25] hat man beschlossen, in Deutschland das Zentralabitur einzuführen. Ein solcher Beschluss konnte nur einhergehen mit einer weiteren Vereinheitlichung der Richtlinien und Lehrpläne in den einzelnen Bundesländern. Die Grundvoraussetzungen dazu betreffen zuerst die Sekundarstufe I. Die Kultusministerkonferenz (KMK) hat also im

[24] Zumindest bis in aktuelle Versionen gibt es noch keine „Mathematik auf Knopfdruck".

[25] In diesem Fall ist PISA 2000 gemeint.

Dezember 2003 folgerichtig - für alle Bundesländer verbindlich - beschlossen[26], „Standards für den Mittleren Schulabschluss" zunächst für die Fächer Deutsch, Mathematik und die erste Fremdsprache (Englisch / Französisch) zu erarbeiten. In der Vereinbarung der KMK über Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss werden diese Standards wie folgt erläutert:

„Die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss werden als abschlussbezogene Regelstandards definiert. Sie

- greifen die Grundprinzipien des jeweiligen Unterrichtsfaches auf;
- beschreiben die fachbezogenen Kompetenzen einschließlich zugrunde liegender Wissensbestände, die Schülerinnen und Schüler bis zu einem bestimmten Zeitpunkt ihres Bildungsganges erreicht haben sollen;
- zielen auf systematisches und vernetztes Lernen und folgen so dem Prinzip des kumulativen Kompetenzerwerbs;
- beschreiben erwartete Leistungen im Rahmen von Anforderungsbereichen;
- beziehen sich auf den Kernbereich des jeweiligen Faches und geben den Schulen Gestaltungsräume für ihre pädagogische Arbeit;
- weisen ein mittleres Anforderungsniveau aus;
- werden durch Aufgabenbeispiele veranschaulicht."[27]

Der Beschluss der KMK für das Fach Mathematik umfasst u.a.

- Aussagen über den Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung,
- die Beschreibung allgemeiner mathematischer Kompetenzen,
- die Beschreibung der Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen,
- die Darstellung mathematischer Leitideen,
- kommentierte Aufgabenbeispiele, die Anregungen zur Erstellung eigener Aufgaben geben und Kriterien vermitteln sollen.

[26] Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 4.12.2003

[27] Auszug aus (KMK, 2003, S. 3-4)

Bezüglich des Beitrags des Mathematikunterrichts zur Bildung ist von in einem engen Zusammenhang stehenden Grunderfahrungen die Rede, die man mit Winters allgemeinen Lernzielen des Mathematikunterrichts bzw. mit den daraus resultierenden Anforderungen an den Mathematikunterricht vergleichen kann. Schüler sollen „technische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen" und „Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln in der Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik kennen und begreifen" (KMK, 2003, S. 9). Diese Grunderfahrungen sind in Winters Anforderungen an den Mathematikunterricht in (L3) auf Seite 8 „[...] die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren" und in (L4) „[...] Möglichkeiten geben, formale Fertigkeiten zu erwerben" ebenfalls gemeint.

Aber auch Winters Anforderung (L1) „[...] Möglichkeit geben, schöpferisch tätig zu sein" und seine Konkretisierung durch die Forderung nach für die Schüler interessanten problemhaltigen Ausgangssituationen wird als Anforderung gesehen, denn es wird im KMK-Dokument[28] gefordert, dass sich die Gestaltung des Mathematikunterrichts „an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler orientiert". Weiterhin sollen Schüler „Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben, in dem auch Hilfsmittel, insbesondere elektronische Medien entsprechend sinnvoll eingesetzt werden". Interessanterweise wurde damit ein Hinweis über die Nutzbarkeit der *Neuen Medien* verknüpft.

Ein weiteres Bildungsziel deckt sich mit Winters Aufstellung von allgemeinen Lernzielen für den Mathematikunterricht: Die Schüler sollen „in der Bearbeitung von Fragen und Problemen mit mathematischen Mitteln allgemeine Problemlösefähigkeit erwerben", also heuristische Strategien erlernen (vgl. Tabelle auf Seite 9).

Mathematische Kompetenzen

Im KMK-Beschluss wird eine Liste von sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen präsentiert, im Einzelnen erläutert und in Beziehung zu den mathematischen Leitideen gesetzt, die wie in den bisherigen Richtlinien den Orientierungsrahmen eines am Spiralprinzip orientierten Curriculums bilden. Geordnet nach den Leitideen werden dann inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen beschrieben, die die Schüler am Ende der Klasse 10 erworben haben sollen. Anstatt sie hier einzeln aufzulisten, macht die aus dem KMK-Dokument entnommene Grafik 1.1 auf der nächsten Seite deutlich, welche Kompetenzen bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten angesprochen werden. Durch die Anordnung soll ausgedrückt werden, dass diese Kompetenzen zusammenhängen und stets im Verbund auftreten.

[28] Falls nicht anders gekennzeichnet, entstammen die Folgezitate ebenfalls aus KMK (2003).

Insbesondere die Kompetenzen „mathematisch modellieren” und „mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen” sind eng mit der elementaren Algebra verknüpft und bilden Grundvoraussetzungen für die Kompetenz „Probleme mathematisch lösen”.

Auf die Ausführungen im KMK-Dokument, in denen mathematische Inhalte in direkte Beziehung zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen gebracht werden, kann später bei der Projektentwicklung, insbesondere bei der Erstellung von Aufgaben und Tests Bezug genommen werden, zumal auch Aufgabenbeispiele enthalten sind.

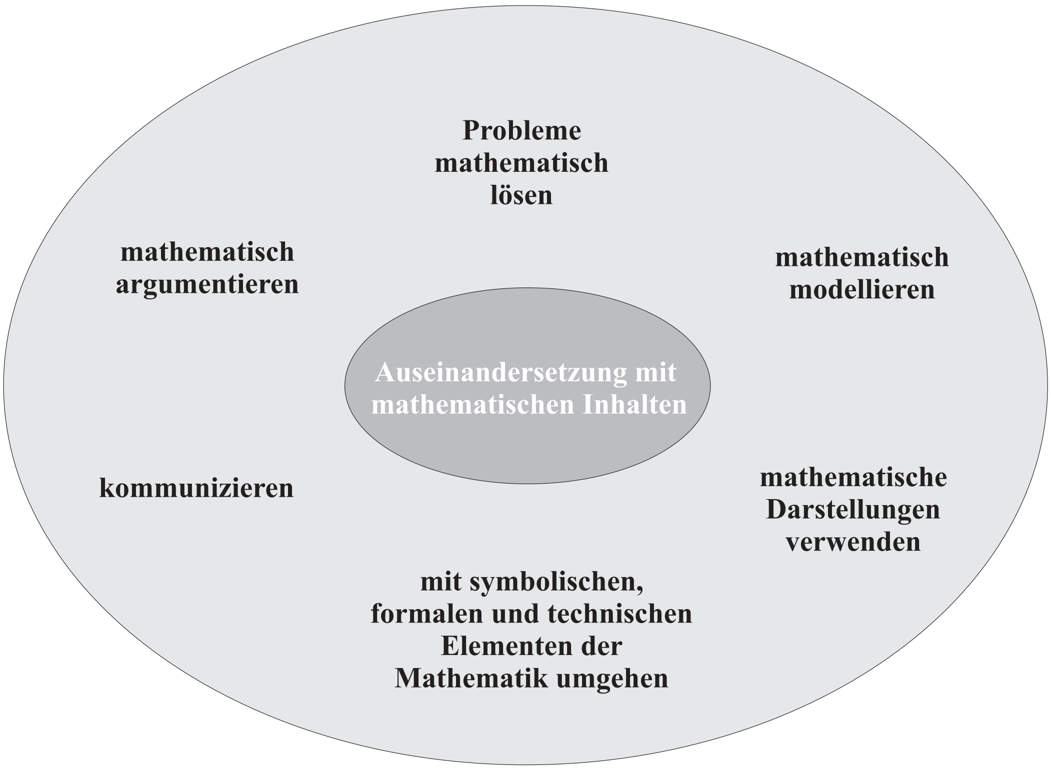


Abbildung 1.1: Allgemeine mathematische Kompetenzen (KMK, 2003, S. 11)

Seit dem 1. August 2005 sind in Nordrhein-Westfalen Kernlehrpläne für die Klassen 5, 7 und 9[29] in Kraft getreten. Die bisherigen Lehrpläne der Sekundarstufe I werden durch sie ersetzt, während die bestehenden Richtlinien weiterhin gültig bleiben. Die Kernlehrpläne für Deutsch, Mathematik und die erste Fremdsprache, die es für die einzelnen Schulformen gibt, stellen die Umsetzungen der vereinbarten Bildungsstandards für Nordrhein-Westfalen dar. Sie beschreiben die zu erwarteten Lernergebnisse

[29] Von August 2006 gültig für alle Klassen der Sekundarstufe I.

für den mittleren Schulabschluss (Fachoberschulreife) und für Zwischenstufen am Ende der Klassen 6 und 8.

Die Kernlehrpläne, z.B. der Kernlehrplan für das Gymnasium (MSJK, 2004a, S. 3-9)[30], fordern eine Unterrichtsgestaltung, die mehr als bisher auf eine eigenständige Auseinandersetzung der Schüler mit dem Fach Mathematik ausgerichtet ist. Es soll „eine breite Palette unterschiedlichster Unterrichtsformen” geben, „die von einer lehrerbezogenen Wissensvermittlung bis hin zu einer selbstständigen Erarbeitung neuer Inhalte reicht. Zudem darf er sich nicht auf die nachvollziehende Anwendung von Verfahren und Kalkülen beschränken, sondern muss in komplexen Problemkontexten entdeckendes und nacherfindendes Lernen ermöglichen”.

Damit gibt es nach den zu beachteten Vorgaben einen hinreichenden Spielraum für die Entwicklung neuer Unterrichtsprojekte, zumal auch in den Kernlehrplänen darauf hingewiesen wird, dass darin Kernkompetenzen auf einem mittleren Niveau beschrieben werden und „dass der Auftrag der Schule über die Sicherung solcher Kernkompetenzen hinausgeht”.

[30] Die in diesem Abschnitt noch folgenden Zitate entstammen dieser Quelle.

Kapitel 2

Der Leistungsstand deutscher Schüler in elementarer Algebra

„Man hat mir gesagt, daß jede Gleichung im Buch die Verkaufszahlen halbiert. Ich beschloß also, auf mathematische Formeln ganz zu verzichten. Schließlich habe ich doch eine Ausnahme gemacht: Es handelt sich um die berühmte Einsteinsche Formel $E = mc^2$. Ich hoffe, dies wird nicht die Hälfte meiner potentiellen Leser verschrecken."

Stephen Hawking (1988, S. 7) in *Eine kurze Geschichte der Zeit*.

2.1 Einzeluntersuchungen

Günther Malle (1993) beginnt sein Buch *Didaktische Probleme der elementaren Algebra* mit der Fragestellung: „Was leistet der derzeitige Unterricht aus elementarer Algebra?" Er führt Interviews mit Akademikerinnen und Akademikern an, zitiert etliche empirische Untersuchungen aus den Jahren 1982 bis 1991 und kommt zum Schluss, dass der Unterricht in elementarer Algebra beträchtliche Mängel aufweise.

Denn unabhängig davon, ob Erwachsene oder ob Schülerinnen und Schüler befragt wurden, zeigten sich bei mindestens der Hälfte aller Personen große Schwierigkeiten beim Umgang mit Variablen. Die Aufgaben, die den Versuchspersonen vorgelegt worden waren, beruhten nicht auf komplexen Problemstellungen und erforderten zur Lösung keine Terme mit komplizierten Strukturen. Vielmehr ging es um einfache Texte, die durch mathematische Terme und Gleichungen ausgedrückt werden sollten, wie die folgenden Beispiele aus der Untersuchung von Rosnick/Clement (1980) illustrieren. Die sehr bekannt gewordene Professoren-Studenten-Aufgabe lautet:

„An einer Universität sind P Professoren und S Studenten. Auf einen Professor kommen 6 Studenten. Drücken Sie die Beziehung zwischen S und P durch eine Gleichung aus."[1]

Eine zweite den Probanden vorgelegte Aufgabe hatte den Text:

„Drücken Sie die folgende Aussage durch eine Gleichung mit den Variablen K und S aus: ‚In Mindys Restaurant kommen auf vier Personen, die Käsekuchen bestellt haben, fünf Personen, die Strudel bestellt haben.' Benutze K für die Anzahl der bestellten Käsekuchen und S für die Anzahl der bestellten Strudel."[2]

Beide Aufgaben wurden einer Gruppe von 150 Ingenieursstudenten im ersten Studienjahr gestellt. Nur 63% dieser Personen konnten die Studenten-Professor-Gleichung richtig angeben und im Falle der Käsekuchen-Strudel-Gleichung kam nur bei 27% der Studenten die richtige Gleichung zustande. Bei zwei Dritteln aller falschen Lösungen trat der Umkehrfehler $6S = P$ bzw $4K = 5S$ auf. Die Ergebnisse bei Voruntersuchungen mit Studenten der Sozialwissenschaften hatten zu noch schlechteren Ergebnissen geführt: Hier konnten nur 43% der Befragten die Studenten-Professoren-Gleichung korrekt formulieren.

Man dachte zuerst daran, dass der Umkehrfehler auf eine nachlässige Fehlinterpretation zurückzuführen sei, der von der Textanordnung abhinge, aber er trat auch bei Aufgabenstellungen auf, in denen Tabellen oder Bilder vorlagen. In Interviews mit den teilnehmenden Studenten mit dem Versuch der Interviewer, solche Irrtümer aufzuklären, blieb das Fehlermuster bei erneuten Versuchen mit ähnlichen nachträglich gestellten Aufgaben in vielen Fällen erhalten. Bei einigen Studenten zeigte sich als Ursache eine direkte Übersetzungsstrategie von Wortfolge in Symbolfolge. Andere machten den gleichen Fehler, obwohl sie Textverständnis zeigten und konstatierten, dass es mehr Studenten als Professoren gebe. Sie ordneten aber den Faktor 6 in räumlicher Nähe zu der Variablen an, die die größere Zahl repräsentieren sollte[3]. Es mangelte bei vielen an einem Grundverständnis dafür, dass die Variablen für die möglichen Anzahlen von Professoren und Studenten zu benutzen waren und nicht als Abkürzung für die Personenbezeichnungen.

Die bei Rosnick und Clement dargestellten Interviewausschnitte verdeutlichen die unter den Befragten weit verbreitete Unfähigkeit, leicht verständliche Zusammenhänge

[1] Im Original: „Write an equation using the variables S and P to represent the following statement: 'There are six times as many students as professors at this university.' Use S for the number of students and P for the number of professors."

[2] Im Original ging es um „cheesecake" und „strudel" und dementsprechend sollten für die Variablen die Anfangsbuchstaben C und S benutzt werden.

[3] „what we call a figurative concept of equation"

mit algebraischen Ausdrücken darzustellen, wobei der Umkehrfehler noch die harmloseste Variante der falschen Antworten war. Insbesondere wird auch deutlich, dass es bei den Versuchspersonen an Strategien mangelte, ihren vielleicht nur voreilig gewonnenen und nicht genau durchdachten ersten Lösungsansatz auf Korrektheit zu prüfen, was ja durch Einsetzen von wenigen Zahlen schnell zu leisten wäre.

Dabei liegt kein echtes mathematisches Problem vor, es gibt keine schwer zu verstehenden Texte und es muss in diesen Aufgaben keine eigentliche Mathematisierung vorgenommen werden; sogar die Variablenbezeichnungen und ihre Bedeutungen sind bereits angegeben. Man kann daraus folgern, dass sich allgemeine Lernziele des Mathematikunterrichts wie das sinnvolle Anwenden mathematischer Methoden auf Alltagsprobleme nur dann erreichen lassen, wenn der Unterricht in elementarer Algebra erfolgreich ist. Ohne ein grundlegendes Verständnis von Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen kann das nicht gelingen. Das heißt nicht, dass zuerst das eine und dann das andere gelernt werden soll. Auch Malle führt nämlich diese und andere nicht zufrieden stellende Ergebnisse empirischer Untersuchungen auf grundlegende Fehler bei der Konzeption des Unterrichts in elementarer Algebra zurück, die sowohl die Inhalte wie auch die Methoden betreffen. Als entscheidenden Fehler sieht er eine festgestellte Trennung von Inhalt und Form an. Auf der einen Seite gehe es im Arithmetikunterricht im 5. und 6. Schuljahr gezielt um das Sachrechnen, während man im Algebraunterricht häufig nur den Kalkül erlerne, ohne diese Tätigkeit mit Inhalten zu verbinden.

Ein solches beziehungsloses Lernen[4] hat nicht nur den Effekt, dass man algebraische Kenntnisse nicht anwenden kann, es führt auch dazu, dass selbst der Kalkül mangels Gebrauch nach kurzer Zeit nicht mehr beherrscht wird. Zwei oft zu beobachtende Versuche von Mathematiklehrern und Lehrbuchautoren, dem entgegenzuwirken, von Malle als „Ideologie des stereotypen Übens” und die „Ideologie des sauberen Erklärens” benannt, sind zur Lösung der didaktischen Grundprobleme des Mathematikunterrichts ungeeignet. Die erste Ideologie geht davon aus, dass die Probleme auf mangelnde Übung zurückzuführen sind und darum werden z.B. weitere (sinnlose) Termumformungen trainiert. Die zweite Ideologie besagt, dass es darauf ankäme, einen Sachverhalt einmal in geeigneter Weise darzustellen und zu erklären. Wenn es Verständnisprobleme gebe, dann läge es an einer unzureichenden Aufbereitung und Darstellung.

Malle untersucht die Entwicklung des Variablenbegriffs und die Verwendung von Termen, Funktionen und Formeln bei den Schülern unter Beachtung des Wandels der Sichtweisen, die sich beim Übergang von der Arithmetik zur Algebra durch den Aspektereichtum des Variablenbegriffs ergeben. Dabei werden Schülerfehler beim Umgang mit Termen und Formeln besonders in den Blick genommen. Als Konsequenz entstehen Unterrichtsvorschläge, die auf einen beziehungshaltigen Algebraunterricht setzen. Auf diese Vorschläge werde ich in späteren Kapiteln eingehen und sie zum Teil nutzen.

[4] „Learning without understanding” (Rosnick/Clement, 1980)

Gut zehn Jahre später stellt sich die Situation in Deutschland nicht wesentlich günstiger dar. Die Ergebnisse der Untersuchungen TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) und insbesondere PISA 2000 haben die deutsche Bildungslandschaft erschüttert und einige Initiativen mit dem Ziel der Verbesserung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts ausgelöst oder beflügelt.

2.2 Internationale Studien

2.2.1 TIMSS

Mit TIMSS wurden die Mathematik- und Naturwissenschaftsleistungen von Schlüsseljahrgängen in der Grundschule (TIMSS / Population I), in der Sekundarstufe I (TIMSS / Population II) und Sekundarstufe II (TIMSS / Population III) untersucht. Deutschland hat nach 15 Jahren Enthaltsamkeit bei internationalen Schulleistungsstudien an TIMSS II und TIMSS III teilgenommen.

Für den Bereich des Unterrichts in elementarer Algebra ist die Mittelstufenuntersuchung TIMSS II (1996) relevant; an dieser Vergleichsstudie haben sich insgesamt 45 Staaten beteiligt. Der Fachleistungstest der Hauptuntersuchung enthielt 286 Aufgaben, verteilt auf acht Testhefte[5], davon gehörten 151 Aufgaben zum mathematischen Teil. Von den mathematischen waren 29 Testaufgaben als dem Bereich Algebra zugehörig ausgewiesen. Die Aufgabenformen waren sehr unterschiedlich; es gab viele Multiple-Choice-Aufgaben, dazu andere, bei denen eine Tabelle auszufüllen war, Aufgaben, bei denen die Lösung angegeben werden sollte und auch welche, in denen der Lösungsweg frei zu formulieren war. Den insgesamt mehr als einer halben Million Schülern aus ca. 15000 Schulen[6] wurde zufällig eines der acht Testhefte mit etwa 70 Aufgaben vorgelegt; die Bearbeitungszeit betrug zweimal 45 Minuten. Die getesteten Schüler gehörten in der Regel der 7. oder 8. Jahrgangsstufe an.

Die Konzeption der Testentwicklung zielte auf curriculare Validität und beruhte im mathematischen Teil auf einer Matrix mit den drei Dimensionen *Stoffgebiete*, *Anforderungsarten* und *Allgemeine Unterrichtsziele*, dargestellt in der Abbildung 2.1 auf der nächsten Seite. Die entwickelten mathematischen Testaufgaben weisen nach Experten-

[5] miteinander durch Anker-Items verbunden und so zusammengestellt, dass eine hinreichend genaue Schätzung über die gesamte Population möglich war

[6] davon in Deutschland etwa 7000 Schüler aus ca. 150 repräsentativ ausgewählten Schulen

urteil weitgehende Lehrplangültigkeit[7] auf und lassen sich klassifizieren, wie es die Tabelle 2.1 auf der nächsten Seite zeigt[8].

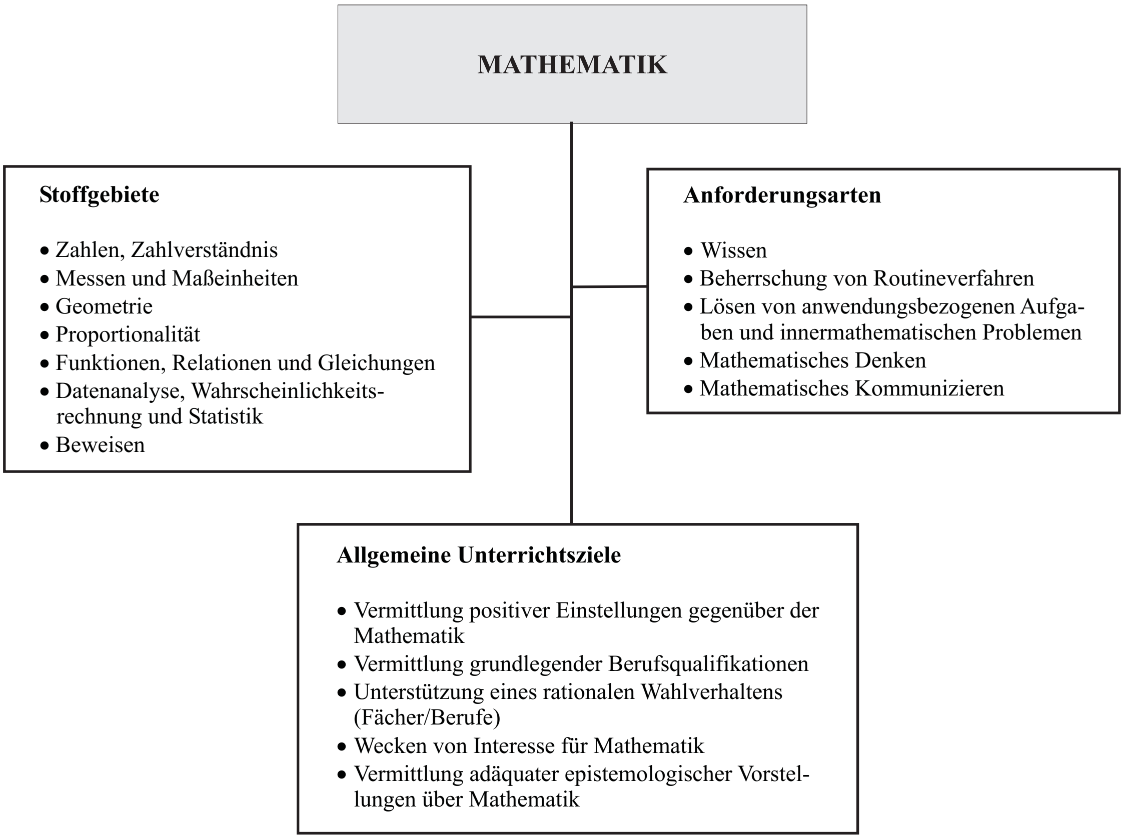


Abbildung 2.1: Struktur der theoretischen Rahmenkonzeption der Testentwicklung bei TIMSS II für die mathematischen Sachgebiete aus Baumert et al. (1998, S. 8)

Die Ergebnisse von TIMSS II

Nach den Ergebnissen von TIMSS II (vgl. Baumert, 1997) liegen die Mathematikleistungen am Ende der 8. Jahrgangsstufe in Deutschland nahe am internationalen Mittelwert. Demnach sind deutsche Schüler wie ihre Partner aus 11 anderen Teilnehmerländern mehrheitlich in der Lage, mathematische Routineverfahren aus dem Unterricht der 6. bis

---

[7] für mindestens 60% der deutschen Schüler einer Jahrgangsstufe zu 80% bzw. 95% (7. bzw. 8. Klasse) (Baumert et al., 1998)

[8] Die Spaltenüberschrift *Anwendungsprobleme* lautet im Original „Anwendungsbezogene und mathematische Probleme“. Die Verkürzung *Datenanalyse* steht für „Darstellung und Analyse von Daten, Wahrscheinlichkeitsrechnung“.

Sachgebiet	**Anforderungsart**				
	Wissen	Beherrschung von Routineverfahren	Beherrschung von komplexen Verfahren	Anwendungsprobleme	Gesamt
Zahlen und Zahlenverständnis	10	13	12	17	52
Messen und Maßeinheiten	6	2	5	8	21
Algebra	8	10	1	10	29
Geometrie	5	6	6	6	23
Proportionalität	0	5	0	7	12
Datenanalyse	3	2	8	8	21
Gesamt	32	38	32	56	158

Tabelle 2.1: Mathematische Testaufgaben bei TIMSS II nach Sachgebiet und Anforderungsart nach Baumert et al. (1998, S. 10)

8. Jahrgangsstufe einigermaßen sicher auszuführen. Allerdings werden diese Leistungen erst in einem vergleichsweise höheren Lebensalter erreicht[9] und die Leistungsfortschritte von der 7. bis zur 8. Jahrgangsstufe fallen im internationalen Vergleich geringer aus. Die Mathematikleistungen der internationalen Spitzengruppe aus den asiatischen Ländern liegen in unerreichbarer Ferne und außerdem sind die deutschen Schülerinnen und Schüler im Bereich der mathematischen Spitzenleistungen im internationalen Vergleich stark unterrepräsentiert. Das Leistungsgefälle im Vergleich zu den Ländern, die besser abgeschnitten haben, betrifft vor allem die mathematischen Kernbereiche Algebra und Geometrie.

Von Klieme/Baumert (2001b) dargestellte differenziertere Befunde[10], die unter Einbeziehung weiterer Untersuchungen erzielt worden sind, besagen „zu Wissensstrukturen und Kompetenzen deutscher Schüler in Mathematik und den Naturwissenschaften: Etwa ein Fünftel der deutschen Schüler beherrschen am Ende des 8. Schuljahres die Grundkenntnisse nicht, bewegen sich also noch auf Grundschulniveau. Generell wird das Wissen nicht in ausreichender Weise vernetzt, das heißt, innerhalb der Schulfächer kumulativ aufgebaut und für die Bearbeitung von komplexeren Problemstellungen genutzt. Die Lernzuwächse sind entsprechend gering, und ein besonderes Leistungstief besteht bei alltagsnahen Anwendungsproblemen."

[9] verglichen mit den anderen Ländern im mittleren Leistungsbereich

[10] Die Befunde differieren nach Schulform und Bundesland.

Weiter heißt es „zu Gestaltung und Wirkung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts: Der Unterricht ist im Alltag keineswegs so variabel, wie es pädagogisch sinnvoll und von Vertretern alternativer Lernformen gewünscht ist. Typisch für den deutschen Mathematik-, aber in weiten Teilen auch Physikunterricht ist das eng geführte fragend-entwickelnde Gespräch, das den Schülern nur begrenzt verständnisintensives Lernen ermöglicht."

Blum und Wiegand nutzen stoffdidaktische Analysen, um das international nur durchschnittliche deutsche Testergebnis zu interpretieren. Deutschen Schülern seien relative Stärken beim Lösen einfacher Aufgaben, die auf Kalkül beruhen, zu bescheinigen, auf der anderen Seite seien relative Schwächen (mit Ergebnissen deutlich unter dem internationalen Durchschnitt) beim Lösen schwierigerer Anwendungsaufgaben festzustellen. Die Konsequenz müsse es sein, mehr als bisher Wert „auf das Übersetzen zwischen Realität und Mathematik" zu legen. Sie warnen aber vor der Hoffnung, dass die bloße Behandlung solcher Aufgaben bereits zu Transferleistungen führe. Das könne nur erreicht werden, wenn man auch Lösungsschritte und Lösungsstrategien selbst thematisiere (vgl. LSW, 1999, S. 24-33).

Ergebnisse für Testaufgaben mit Bezug zur Algebra

Neben der zu Beginn des Kapitels erfolgten Zusammenfassung der veröffentlichten Ergebnisse sehe ich genauer auf die zur Veröffentlichung freigegebenen Testaufgaben, in erster Linie auf die Aufgaben aus dem Bereich Algebra. Die Lösungsquoten für diese Aufgaben zeigt meine Zusammenstellung in der Tabelle 2.2 auf der nächsten Seite.[11]. Die Schwierigkeiten der Aufgaben sind auf einer international definierten Metrik bestimmt. (Mittelwert = 500, Standardabweichung = 100). Dabei ist als sogenannte „Lokation der Aufgabe[12]" auf einer eindimensionalen Skala derjenige Wert definiert, bei dem Schüler mit diesem Fähigkeitswert eine Lösungsquote von 65% besitzen (Baumert et al., 1998).

Beim Vergleich der deutschen Lösungsquoten der Algebraaufgaben in der 8. Jahrgangsstufe[13] mit den internationalen Lösungsquoten fällt auf, dass die deutschen Werte für die Aufgaben L13, S1a, O7 und P15 - die Aufgaben bis zum Schwierigkeitsgrad[14] 500,3 - höher liegen. Für alle anderen Aufgaben mit höherer Lokation liegen die Lösungsquoten in Deutschland immer unter dem internationalen Durchschnitt. Es

[11] Die Einzelergebnisse der freigegebenen Aufgaben sind Baumert et al. (1998) entnommen.

[12] im zitierten Dokument gleichgesetzt mit „Schwierigkeit der Aufgabe"

[13] Solange nichts anderes ausgesagt wird, beziehen sich die folgenden Aussagen auf diese Jahrgangsstufe.

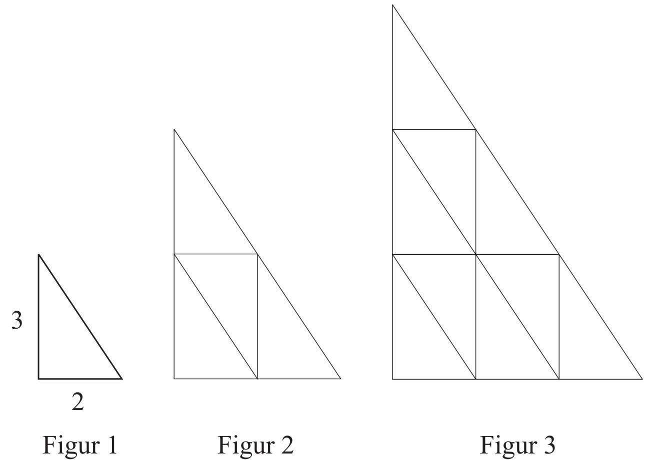
[14] Schwierigkeit(sgrad) oder Lokation werden im Folgenden synonym verwendet und es ist stets der internationale Wert gemeint.

werden einige Beispiele herausgegriffen, zusammengefasst in Abbildung 2.2 auf der nächsten Seite.

		Lösungsquoten			
Item	**Lokation**	**Int. 7. Jhg.**	**Int. 8. Jhg.**	**Dt. 7. Jhg.**	**Dt. 8. Jhg.**
L13	325,7	0,87	0,90	0,86	0,92
S1a	421,5	0,72	0,75	0,79	0,81
O7	473,8	0,62	0,72	0,62	0,79
P15	500,3	0,55	0,66	0,60	0,73
Q7	518,6	0,49	0,63	0,40	0,57
P10	539,9	0,47	0,58	0,43	0,57
Q2	568,4	0,40	0,51	0,33	0,38
N13	576,1	0,37	0,53	0,30	0,50
R11	584,4	0,43	0,47	0,37	0,40
I4	590,5	0,37	0,45	0,42	0,40
J18	593,6	0,37	0,42	0,33	0,35
Q1	595,4	0,37	0,47	0,27	0,41
R9	602,9	0,35	0,40	0,30	0,32
K4	606,3	0,36	0,44	0,25	0,41
L16	614,9	0,28	0,45	0,17	0,43
T1/1	627,3	0,23	0,31	0,16	0,25
I1	627,7	0,31	0,37	0,21	0,27
T1/2	631,2	0,25	0,33	0,17	0,26
L11	640,1	0,31	0,34	0,26	0,32
S1b	692,2	0,18	0,26	0,16	0,18

Tabelle 2.2: Einzelergebnisse der freigegebenen Mathematikaufgaben von TIMSS II aus dem Bereich der Algebra (Baumert et al., 1998)

S1. Hier sieht man eine Folge von drei ähnlichen Dreiecken. Alle kleinen Dreiecke sind kongruent (deckungsgleich).



a. Vervollständige die Tabelle, indem Du herausfindest, wie viele kleine Dreiecke eine große Figur bilden.

Figur	Anzahl kleiner Dreiecke
1	1
2	
3	

b. Die Folge ähnlicher Dreiecke wird fortgesetzt bis zur 8-ten Figur. Wie viele kleine Dreiecke würde man für Figur 8 benötigen?

T1. In zwei Kisten befinden sich 54 kg Äpfel. Die zweite Kiste Äpfel wiegt 12 kg mehr als die erste Kiste. Wieviele Kilogramm Äpfel sind in jeder Kiste?[a] Schreibe Deine Lösungsschritte auf.[b]

Q2.[c] Subtrahiere: $\frac{2x}{9} - \frac{x}{9} =$

A. $\frac{1}{9}$ B. 2 C. x D. $\frac{x}{9}$ E. $\frac{x}{81}$

[a] Teilaufgabe T1/1

[b] Teilaufgabe T1/2

[c] Im Original sind die vorgegebenen Antwortmöglichkeiten vertikal angeordnet.

Abbildung 2.2: Die Algebra-Items S1, T1 und Q2 von TIMSS II nach Baumert et al. (1998)

Interessant ist z.B. die Aufgabe S1, die aus zwei Teilaufgaben a) und b) besteht. S1a ist von geringer Schwierigkeit, da hier nur kongruente Dreiecke gezählt werden und die Tabelle danach richtig auszufüllen ist. Hier zählen die deutschen Schüler im Durchschnitt offenbar etwas konzentrierter. In S1b geht es um die logische Fortsetzung der Folge der kongruenten Dreiecke nach dem vorgestellten Bauprinzip. Dieser Aufgabenteil ist als die Algebraaufgabe mit dem höchsten Schwierigkeitsgrad ausgewiesen (692,2). Da es um die achte Folgefigur geht, ist die Aufgabe nicht in angemessener Zeit durch Zeichnen und Zählen zu erledigen, sondern es muss das Grundprinzip erkannt und zur Berechnung genutzt werden. Für deutsche Schüler beträgt die Lösungsquote (8. Jahrgangsstufe) nur 0,18 und liegt damit deutlich unter dem internationalen Mittelwert von 0,26. Die Aufgabe T1/2, bei der es um das Notieren der Lösungsansätze und um das eigenständige Aufstellen einer Gleichung mit passenden Variablen geht[15], hat bei deutschen Schülern nur eine Lösungsquote von 0,26, obwohl man als Mathematiklehrer nicht den Eindruck hat, dass es sich hier um eine für die 8. Klasse sehr anspruchsvolle Aufgabe handelt. International liegt die Lösungsquote bei 0,33. Selbst dieses Ergebnis dürfte angesichts der für den Mathematikunterricht formulierten allgemeinen Bildungsziele (vgl. 1. Kapitel) nicht zufrieden stellen. Sogar auf dem Sektor rein formaler Rechnungen, der durch eine einfache Bruchrechnung mit Variablen durch die Aufgabe Q2 vertreten ist, und von der die meisten Mathematiklehrer vermutlich aussagen würden, dass es sich um eine gut geübte Standardaufgabe handele, beträgt die Quote deutscher Schüler nur 0,38, wobei auch der internationale Mittelwert von 0,51 eher unter den Erwartungen bei einer üblichen Klassenarbeit liegen dürfte.

Ergebnisse aus Testaufgaben, die nicht ausdrücklich zur Algebra gehören, sind ebenfalls für den Algebraunterricht aufschlussreich. Das gilt insbesondere für die Aufgaben aus dem Bereich „Darstellung und Analyse von Daten", in denen es um die Interpretation von Graphen geht, weil die Ausbildung dieser Fähigkeiten m. E. auch zu einer Unterrichtssequenz in anwendungsbezogener elementarer Algebra gehört. Auf diesem Gebiet besteht nicht der Trend, dass die deutschen Werte mit wachsender Schwierigkeit geringer werden als der internationale Durchschnitt, obgleich manche Ergebnisse bei Ansicht der Aufgabe enttäuschen, z.B. die Aufgabe V2, in der es um den Vergleich von Mietkosten für Büroräume geht. Wenn der Mathematikunterricht bei einer solchen praktisch relevanten Frage nur zu einer Lösungsquote von 0,14 führt, dann darf bezweifelt werden, dass ein allgemeines Lernziel der Schule wie „Förderung des Verständnisses für Wirklichkeit und ihre Nutzung" vom Mathematikunterricht zufriedenstellend erreicht worden ist.

[15] wobei man sich vorstellen könnte, dies zu vermeiden und den Lösungsweg dennoch festzuhalten

2.2.2 PISA

„*Mathematische Grundbildung* ist die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht."

So lautet die Definition *mathematischer Grundbildung*[16] des deutschen PISA-Konsortiums in der Rahmenkonzeption zu PISA 2000 (Baumert et al., 2000), die auf der internationalen Definition von *mathematical literacy* aufbaut.

PISA steht für „Programme for International Student Assessment" und ist die bisher mit größter internationaler Beteiligung durchgeführte Schulleistungsstudie mit dem Ziel, den OECD[17]-Mitgliedsstaaten vergleichende Daten über die Pflichtschulbildungssysteme in ihren Ländern zur Verfügung zu stellen. Es haben 32 Staaten an der Studie PISA 2000 teilgenommen, darunter auch vier Staaten, die nicht zur OECD gehören[18]. Erfasst werden sollen die Schulleistungen am Ende der Pflichtschulzeit; daher werden Schüler im Alter von 15 Jahren getestet. Die Studie soll alle drei Jahre wiederholt werden.[19]

Es wird weniger nach Faktenwissen gefragt, sondern es geht um die Fähigkeit mathematische Kenntnisse nutzbringend anzuwenden. Anders als bei TIMSS sind die internationalen Testaufgaben nicht an den Lehrplänen der beteiligten Länder orientiert; im Mittelpunkt stehen normativ definierte Basiskompetenzen, die für eine erfolgreiche Teilnahme am gesellschaftlichen, wirtschaftlichen und politischen Leben in den Mitgliedsstaaten notwendig sind. Alle drei Phasen der Untersuchung umfassen die Kompetenzbereiche Lesekompetenz (*reading literacy*), mathematische Grundbildung (*mathematical literacy*) und naturwissenschaftliche Grundbildung (*scientific literacy*) mit wechselnden Schwerpunkten. Die Lesekompetenz bildete den Schwerpunkt der ersten Untersuchung (PISA 2000), im zweiten Zyklus (PISA 2003) war es die *mathematical literacy* gefolgt vom dritten Bereich (PISA 2006).[20]

Im Bereich Mathematik wurde PISA 2000 in Deutschland um einen „nationalen Ergänzungstest" und die Kompetenz *mathematical literacy* zur *mathematischen Grund-*

[16] Vgl. mit den allgemeinen Zielen des Mathematikunterrichts nach Winter in Kapitel 1, Abschnitt 1.2 auf Seite 7.

[17] OECD = Organisation for Economic Cooperation and Development, zu deutsch Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung

[18] Brasilien, Lettland, Liechtenstein und die Russische Föderation

[19] Informationen aus Artelt et al. (2001)

[20] vgl. PISA-Rahmenkonzeption http://www.mpib-berlin.mpg.de/pisa/Rahmenkonzeptiondt.pdf

bildung erweitert, um auch auf Bundesländerebene und lehrplanbezogen zu Analysen und Vergleichen zu kommen. Dazu wurde der Pool der 32 internationalen Items um 86 nationale Items[21] erweitert. Die nationalen Items waren im Gegensatz zu den internationalen Items an den herkömmlichen schulischen Stoffgebieten orientiert (Algebra, Arithmetik, Funktionen, Umgang mit Daten, Proportionalität, Geometrie und Stochastik) und bezogen sich vermehrt auch auf innermathematische Fragestellungen und technische Fertigkeiten.

Die Struktur des Mathematiktests

Eine Erläuterung wird hier nur soweit vorgenommen, wie es für die Ansicht später dargestellter Tabellen und Ergebnisse notwendig erscheint. Eine vertiefte Darstellung findet sich in Knoche/Lind (2004) und darin weitere Verweise. Alle Aufgaben des internationalen Tests wurden drei *Kompetenzklassen* zugeordnet, die sich aus unterschiedlichen kognitiven Anforderungen beim Lösen mathematischer Aufgaben ergeben:

Klasse 1 Aufgaben, deren Lösung durch Faktenkenntnisse und einfache Berechnungen erzielt werden kann („Reproduction")

Klasse 2 Aufgaben, die nur gelöst werden, wenn man unterschiedliche mathematische Gebiete oder die Mathematik mit der Realität verbindet („Connection")

Klasse 3 Aufgaben, die zur Lösung einsichtsvolles mathematisches Denken und strukturelles Verallgemeinern benötigen („Reflection")

Dagegen galt für die Aufgaben des nationalen Tests die folgenden Zuordnung:

[21] zu einem kleinen Teil von höherem Schwierigkeitsgrad als die internationalen Items (Knoche/Lind, 2004)

Klasse 1A Aufgaben, deren Lösung durch Faktenkenntnisse oder technische Fertigkeiten erzielt werden kann

Klasse 1B Aufgaben, die durch eine einschrittige Modellierung gelöst werden, oft durch einen Algorithmus

Klasse 2A Aufgaben, die überwiegend durch einen einzigen begrifflichen Schritt gelöst werden

Klasse 2B Aufgaben, deren Lösung eine mehrschrittige Modellierung erfordern, was entweder durch Verbinden unterschiedlicher mathematischer Gebiete oder durch mehrfach auszuführende gleichartige Schritte geschieht

Klasse 3 Aufgaben, die zur Lösung einsichtsvolles mathematisches Denken, Begründen und/oder strukturelles Verallgemeinern benötigen[22]

Zur Beurteilung der Testergebnisse entschied man sich für eine simultane Festlegung von 5 *Kompetenzstufen*[23] für das Spektrum der Aufgabenschwierigkeiten und der Fähigkeitswerte der Testpersonen auf der PISA-Index-Skala. Die Stufen wurden dadurch definiert, „dass Probanden am unteren Ende einer Stufe die leichtesten Aufgaben der Stufe und Probanden am oberen Ende einer Stufe die schwersten Aufgaben der Stufe mit der Wahrscheinlichkeit 0,62 lösen können" (Knoche/Lind, 2004, S. 13). Die Beziehung des internationalen Aufgabenblocks *Äpfel* (3 Items) zu der Kompetenzstufenskala mit Angabe der Kompetenzklassen und der internationalen und deutschen Ergebnisse wird anschaulich durch die Abbildung 2.3 auf der nächsten Seite vermittelt.

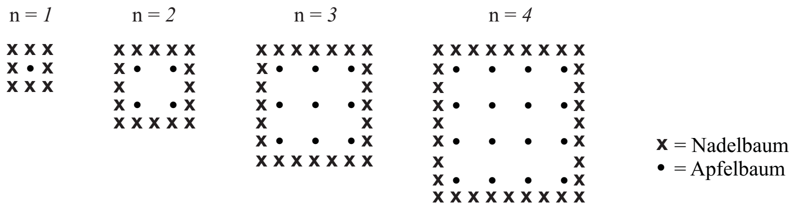
[22] nahezu identisch mit der internationalen Kompetenzklasse 3

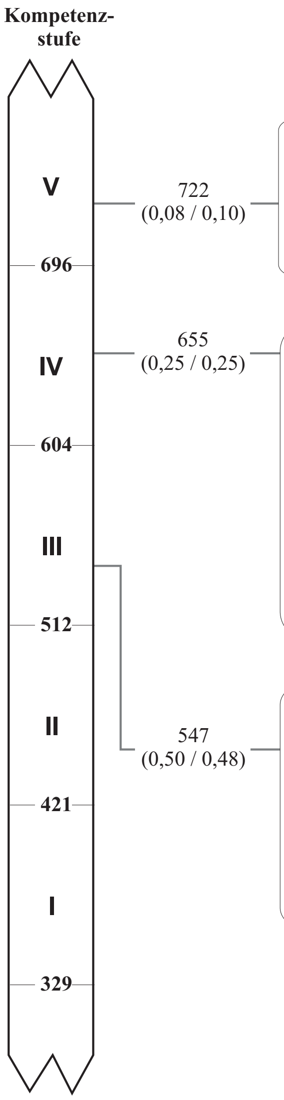
[23] Näheres zum Begriff in Knoche/Lind (2004)

ÄPFEL:

Ein Bauer pflanzt Apfelbäume an, die er in einem quadratischen Muster anordnet. Um diese Bäume vor dem Wind zu schützen, pflanzt er Nadelbäume um den Obstgarten herum.

Im folgenden Diagramm siehst du das Muster, nach dem Apfelbäume und Nadelbäume für eine beliebige Anzahl (n) von Apfelbaumreihen gepflanzt werden:





[2 - 2A]

Äpfel 3
Angenommen, der Bauer möchte einen viel größeren Obstgarten mit vielen Reihen von Bäumen anlegen. Was wird schneller zunehmen, wenn der Bauer den Obstgarten vergrößert: die Anzahl der Apfelbäume oder die Anzahl der Nadelbäume? Erkläre, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

[1 - 1B]

Äpfel 2
Es gibt zwei Formeln, die man verwenden kann, um die Anzahl der Apfelbäume und die Anzahl der Nadelbäume für das oben beschriebene Muster zu berechnen:

Anzahl der Apfelbäume = n^2

Anzahl der Nadelbäume = $8\,n$

wobei n die Anzahl der Apfelbaumreihen bezeichnet.

Es gibt einen Wert für n, bei dem die Anzahl der Apfelbäume gleich groß ist wie die Anzahl der Nadelbäume. Bestimme diesen Wert und gib an, wie du ihn berechnet hast.

[2 - 2A]

Äpfel 1
Vervollständige die Tabelle:

n	Anzahl Apfelbäume	Anzahl Nadelbäume
1	**1**	**8**
2	**4**	
3		
4		
5		

Abbildung 2.3: PISA 2000 - Aufgabenblock ÄPFEL und die Zuordnung der Teilaufgaben zu Kompetenzstufen, Lösungsquoten (intern. / dt.) und Kompetenzklassen [intern. – dt.] nach Baumert et al. (2001, S. 148)

Ergebnisse von PISA 2000

Im internationalen Vergleich sehen die Leistungen der deutschen Schülerinnen und Schüler noch schlechter als bei TIMSS aus. Diesmal liegen die Lösungshäufigkeiten der internationalen Items unter dem Durchschnitt und die Leistungen bei vielen nationalen Items fallen enttäuschend schlecht aus. Es ist nicht nur der Mittelwert ungünstig; auch die Verteilung der deutschen Probanden[24] auf die gebildeten Kompetenzstufen liefert ein alarmierendes Bild:

Kompetenzstufe	< I	I	II	III	IV	V
Anteil der Schüler	7%	17%	32%	31%	12%	1%

Tabelle 2.3: PISA 2000: Verteilung der 15jährigen deutschen Schüler auf die Kompetenzstufen nach Klieme/Neubrand/Lüdtke (2001, S. 169)

7% der Schüler liegen noch unterhalb der Kompetenzstufe I und weitere 17% folgen in der Kompetenzstufe I, die praktisch dem Grundschulniveau entspricht. Dieses knappe Viertel der Jugendlichen wird als Risikogruppe angesehen, da ihre mathematische Grundbildung eine erfolgreiche Berufsausbildung in Frage stellt. Auf der anderen Seite erreichen nur 1% der deutschen Probanden die höchste Kompetenzstufe. Da die Kompetenzstufe III als das Standardniveau mathematischer Grundbildung angesehen wird, muss leider festgestellt werden, dass 56% deutscher Schüler das Standardniveau nicht erreicht haben. Die Aufgaben des internationalen Mathematiktests, die den internationalen Kompetenzklassen 2 und 3 zugeordnet waren, erforderten Begriffsverständnis und ein- oder mehrschrittiges Modellieren und waren oft mit einem zu erfassenden Text verknüpft. Zu den Befunden in Mathematik passt, dass auch die Lesekompetenzen deutscher Schüler unter dem OECD-Durchschnitt liegen und dass die Verteilung auf die zum Lesetest gebildeten Kompetenzstufen ebenfalls nicht zufriedenstellend ausfällt.

Während aus den internationalen Aufgaben nur wenige direkte Rückschlüsse auf algebraische Fähigkeiten möglich sind, sieht das bei den nationalen Items wegen der Zuordnung zu den mathematischen Themengebieten anders aus. Zum Bereich der Algebra gehören nach dieser Einteilung 12 Items, gekennzeichnet durch Variablennamen[25] und dazugehörigen aussagekräftigeren Titeln. Darüber hinaus sind einige Items dem für die Algebra bedeutsamen Bereich Variable, Terme, Gleichungen und Formeln zuzuordnen. Dazu gehört beispielsweise das Item „Rechnung"[26], bei dem der Wert eines

[24] Es wird nicht nach Schulform differenziert.

[25] mas04p, mas10, mbs06p, mbs09ar, mbs09br, mbs23r, mbs55r, mbs30, mbs40ar, mbs40br, mbs47 und mbs48

[26] wie die beiden folgenden Aufgaben in Abbildung 2.4 auf Seite 36 zu sehen

Terms, der nur Zahlen und keine Variablen enthält, berechnet werden soll. Das korrekte Ergebnis, abgesehen von zufällig richtigem Raten bei diesem Multiple-Choice-Item, erhält man nur, wenn man Termstrukturen erkennt und alle Vereinbarungen zur Rechenhierarchie richtig anwendet. Die möglichen falschen Antworten passen zu fehlerhaften Auffassungen der Termstruktur. Die Lösungshäufigkeit beträgt in Deutschland über alle Schulformen 60,7%; es gibt also auf der anderen Seite eine große Anzahl von Schülern, die eine elementare zusammengesetzte Rechnung nicht richtig ausführen können.

Die Lösungsquote zum variablenhaltigen Item „Multiplikation" liegt an deutschen Gymnasien bei 66%, jedoch über alle Schulformen betrachtet nur etwa auf halbem Niveau (35%). Das auf den ersten Blick erschreckende Ergebnis beim Item „Quadratische Gleichung" - die Lösungshäufigkeit beträgt insgesamt nur 6% und in Gymnasien nur 17% - muss vor dem Hintergrund gesehen werden, dass quadratische Gleichungen nach den Richtlinien verbindliche Inhalte der Klassen 9 und 10 darstellen, die eventuell bei vielen der 15jährigen Testpersonen vor dem Test (noch) nicht behandelt worden sind. Das Item ist dementsprechend vom Schwierigkeitsgrad hoch angesiedelt (Kompetenzstufe 5). Der internationale Aufgabenblock ÄPFEL (siehe Abbildung 2.3 auf Seite 33) zeugt insbesondere im Aufgabenteil *Äpfel 3* von der mangelhaften Fähigkeit deutscher Schüler[27] auch bei einer vorgegebenen Mathematisierung eines Problems zu einer begründeten Vermutung über die Entwicklung von Termwerten zu kommen und die Begründung darzustellen. Aber auch das Item *Äpfel 2*, in dem eine sehr einfache quadratische Gleichung[28] gelöst werden soll, gelingt national wie international nur ca. 25% der getesteten Schüler.

Die drei zuvor angesprochenen Aufgaben sind im Bild 2.4 auf der nächsten Seite zu sehen. Eine Übersicht über diese und einige weitere ausgewählte internationale und nationale Items zeigt die Tabelle 2.4 auf der nächsten Seite.

[27] Die Lösungshäufigkeit beträgt nur knapp 10%.

[28] Es genügt zur Lösung ein schnell auszuführendes Probierverfahren.

RECHNUNG

Berechne und kreuze die richtige Lösung an!

$4 + 3 \cdot (2 + 1) =$ ☐ 11 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 21

MULTIPLIKATION

Multipliziere aus und kreuze die richtige Antwort an: $(2x - 3y)^2 =$

☐ $4x^2 - 9y^2$ ☐ $4x^2 + 6xy + 9y^2$ ☐ $4x^2 - 6xy + 9y^2$
☐ $4x^2 - 12xy + 9y^2$ ☐ $4x^2 - 12xy - 9y^2$

QUADRATISCHE GLEICHUNG

Löse die Gleichung $4x + 4 = 3x^2$.

Abbildung 2.4: PISA 2000 - Die freigegebenen Aufgaben „Rechnung”, „Multiplikation” und „Quadratische Gleichung” aus Knoche/Lind (2004)

	Kompetenz-klasse intern. / dt.	**PISA-Index**	**Kompetenz-stufe**	**Lösungshäufigkeiten OECD**	**Lösungshäufigkeiten Deutschland**
Internationale Items					
Äpfel 1	2 / 2A	547	3	0,498	0,484
Äpfel 2	1 / 1B	655	4	0,249	0,247
Äpfel 3	2 / 2A	722	5	0,08	0,10
Deutsche Items					
Fkt., Fkts.wert	- / 1A	583	3		0,400
Rechnung	- / 1A	504	2		0,607
Gleichung xy=1	- / 2A	641	4		0,248
Quadr. Gleichg.	- / 1A	798	5		0,060
31 Pfennig	- / 3	798	5		0,029

Tabelle 2.4: Einordnung und Ergebnisse einiger Items von PISA 2000 mit Bezug zur Algebra, Ergebnisse aus Hußmann et al. (2003), für Äpfel 3 die gerundeten Werte aus Baumert et al. (2001)

2.3 Erfahrungen aus Unterricht und Kursentwicklung

Kritiker der großen Studien gehen davon aus, dass deutsche Schüler in Wirklichkeit besser sind und nur die Tests nicht ernst genug genommen haben oder dass es überhaupt nicht gut möglich sei, die unterschiedlichen Schulsysteme der Teilnehmerstaaten durch einen solchen Test miteinander zu vergleichen[29]. Der Annahme, das schlechte Abschneiden sei auf mangelnde Anstrengung der Schüler beim Test zurückzuführen, widersprachen die Schulkoordinatoren des PISA-Tests vehement[30], die zum diesbezüglichen Verhalten der Schüler nach Abschluss der Erhebungen befragt worden sind. Es hatten sogar 28% den Eindruck, dass sich die Probanden mehr angestrengt hätten als bei einer üblichen Klassenarbeit.

Das durch die dargestellten Untersuchungen vermittelte Leistungsbild deckt sich mit meinen persönlichen Erfahrungen. Dazu tragen die eigenen Beobachtungen in zahlreichen Abiturprüfungen im Fach Mathematik wie auch im Fach Physik, außerdem in Prüfungen zur Fachoberschulreife der Abendrealschule[31] bei. Es gibt eine große Zahl von Schülern, die in diesen Prüfungen deutlich nach unten von ihren bisherigen Leistungen abweichen; in der umgekehrten Richtung ist das seltener der Fall. Bei Schülern, die bereits mit dem Mittelstufenstoff im unteren Leistungsbereich gelegen haben, zeigen sich so starke Probleme beim Ausführen elementarer Algorithmen, z.B. beim Lösen einfacher linearer und quadratischer Gleichungen und beim Umformen von Termen, wie sie so massiv bei diesen Schülern zuvor nicht in Erscheinung getreten waren[32].

Dafür sehe ich - abgesehen von besonderem Stress durch die Prüfungssituation oder von Fällen der Prüfungsangst - die folgenden möglichen Gründe, die vordergründig in Beziehung mit den Prüfungsumständen stehen:

– Es wurde punktuell für anstehende und meist gut vorbereitete[33] Klausuren bzw. Klassenarbeiten gelernt und die Schüler haben danach große Teile des „Gelernten" mangels weiterer Nutzung schnell wieder vergessen,

[29] Bekannt geworden ist die Kritik des Erziehungswissenschaftlers Peter Struck, dessen Artikel mit dem Titel „Wie man Äpfel mit Birnen vergleicht und das Ergebnis auspresst" im Dezember 2001 in der Frankfurter Rundschau viel Aufmerksamkeit hervorrief. Im Artikel ging es um die mangelnde Vergleichbarkeit der Schulsysteme unterschiedlicher Länder. Die Unterschiede bei den Schülerleistungen in internationalen Vergleichstests zwischen dem ersten und letzten Platz seien in Wirklichkeit nur marginal. Es sei so, dass mal der eine und beim nächsten Mal der andere oben stünde.

[30] zu mehr als 90%

[31] Das Prüfungsverfahren gleicht dem Abitur: Es sind mehrere Klausurvorschläge einzureichen, aus denen von der externen Kommission einer ausgewählt wird.

[32] nicht nur bei Abendrealschülern, sondern auch bei Abiturienten

[33] oft mit ähnlichen Übungsaufgaben kurz vor der Klausur

– die in den Abiturprüfungen gestellten Aufgaben umfassen mehrere mathematische Teilgebiete, die miteinander verknüpft werden müssen,

– die Prüfungsaufgaben sind nicht so eng an die Aufgaben der Prüfungsvorbereitung angelehnt, wie das eventuell sonst der Fall ist, u. U. gibt es gänzlich zuvor unbekannte Anwendungssituationen, die über einen Text erschlossen werden müssen,

– besonders in mündlichen Prüfungen zeigte sich, dass grundlegende Begriffe wie z.B. der Funktionsbegriff unverstanden geblieben waren.

Ein PISA-Test ist in einigen Aspekten mit einer schulischen Abschlussprüfungssituation vergleichbar[34]:

– Die Aufgaben orientieren sich nicht am zuletzt behandelten Unterrichtsstoff,

– die Anzahl der Items bzw. der Umfang der Prüfungsaufgaben, die in der vorgegebenen Zeit bearbeitet werden sollen, erzeugen einen relativ starken Zeitdruck

– einige Items (in der Prüfung einige Aufgabenteile) haben Problemlösecharakter.

Wenn in Abschlussprüfungen die Leistungen nur etwas unter das übliche Niveau sinken, ist das kein großes Problem und die Abweichung kann im Abitur oder bei der Fachoberschulreifeprüfung in den schriftlichen Fächern oft noch durch eine weitere mündliche Prüfung ausgeglichen werden. Die eigentlichen Ursachen von in großer Breite auftretenden Defiziten hinsichtlich der allgemeinen Lernziele des Mathematikunterrichts sind jedoch nicht in der Prüfungssituation sondern in den dauerhaften Unterrichtsumständen zu sehen. Das, was als mathematische Grundbildung (international: *mathematical literacy*) verstanden und bei Pisa 2000 getestet wird, kommt im klassischen Mathematikunterricht zu kurz.

Der Takt des Unterrichts ist weitgehend durch ein 45-Minuten-Raster bestimmt. Unter dieser Voraussetzung ist es schwierig, alternative Lern- und Unterrichtsformen wie *entdeckendes Lernen* oder *selbstgesteuertes Lernen* ungestört zu verfolgen. Die Taktung gibt auch kaum Freiräume für individuelle Lernprozesse, die sich nicht immer zu bestimmten Zeiten und in engen Zeitvorgaben entfalten können. In Schulen, in denen andere Bedingungen z.B. durch viele Doppelstunden, durch einen Wochenarbeitsplan oder durch Epochalunterricht bestehen, werden die vorhandenen Spielräume oft nicht durch andere Unterrichtsformen oder durch andere Inhalte genutzt.

Die Unterrichtsräume mit Tafel und Lehrertisch sind vielfach so gestaltet, dass sie den Frontalunterricht begünstigen und andere Sozialformen behindern. Ein Umstellen

[34] wobei Stressfaktor und Erfolgsdruck bei vielen Probanden weitgehend entfallen

der Tische für eine bestimmte Unterrichtsstunde kostet Zeit und schafft noch keine angemessene Atmosphäre für einen Gruppenunterricht.

Über eine lange Zeit waren die fachlichen Inhalte des Mathematikunterrichts durch die Richtlinien in engen Grenzen vorgegeben und das manifestiert sich in den Schulbüchern mit festgelegten Inhalten für bestimmte Klassen. Fachkonferenzen, die an die Situation der Parallelklassen und an spätere Zusammenlegungen denken, tendieren dazu, nicht die zu erreichenden Kompetenzen sondern die durchzunehmenden Inhalte zeitlich stark zu parallelisieren. Auch wenn es bei den curricularen Vorgaben Erneuerungen gegeben hat, bestehen oder wirken die alten Bedingungen noch fort. Es gibt bislang nur wenige alternative Unterrichtsarrangements und die wenigen vorhandenen erfordern ein besonderes persönliches Engagement, das durch die äußeren Bedingungen (Räumlichkeiten, Ausstattung, enge Zeitraster) nicht immer begünstigt wird.

Bei den Vorgaben hat sich der Wandel vollzogen; mathematische Leitideen werden in den Vordergrund gestellt und statt Faktenwissen werden methodische Kompetenzen und die Befähigung zum *mathematischen Modellieren* (siehe Abbildung 1.1 auf Seite 18) eingefordert. Auf der anderen Seite besteht in Lehrerkreisen die Befürchtung, dass eine Veränderung hin zu offeneren Aufgaben durch das gerade eingeführte Zentralabitur aktuell nicht gerade unterstützt, wenn nicht gar behindert wird, zumal gleichzeitig die Schulzeit um ein Jahr verkürzt wird. Der Effekt könnte sein, dass man, anstatt Kompetenzen auszubilden, eher Beispielaufgabenkataloge „pauken" wird, damit das Prüfungsergebnis besonders gut wird.

In der Schulwirklichkeit gibt es bisher im Bereich des Modellierens nach wie vor erkennbare Defizite. Auf dem Gebiet der elementaren Algebra tritt dies besonders deutlich zutage; hier zeigen sich in den Schulbüchern weniger Veränderungen gegenüber den Vorgängerreihen als in anderen Bereichen. Es scheint vor allem so, als sei die „Ideologie des stereotypen Übens", wie sie von Malle beschrieben wird, nach wie vor die Grundausrichtung in den Algebraabschnitten vieler Lehrbücher. Zwar sind die Seiten, auf denen Zeile um Zeile bestimmte Umformungen an Termen vorzunehmen oder Gleichungen zu lösen sind - und das ohne jeden erkennbaren Anwendungshintergrund - schon deutlich zusammengeschmolzen, aber es finden sich kaum Anreize und Aufgaben für eigene Modellierungen. Manchen Lehrern reichen sogar die Übungsanteile nicht mehr aus und sie vergrößern von sich aus diese Art von Aufgaben, oft durch Anforderungen von Schülern darin bestärkt.

Abitur-Online

Als Glücksfall empfinde ich die Tatsache, dass es in Nordrhein-Westfalen im Zweiten Bildungsweg (ZBW) die Initiative gegeben hat, für Abendgymnasien und Kollegs eine Kursform zu entwickeln[35], der es Studierenden[36] ermöglicht, das Abitur in einer Form weitgehend selbstbestimmten Lernens zu erreichen. Als wichtigstes Vorbild kann man das computerunterstützte Fernstudium ansehen, das die Abendgymnasien Salzburg und Innsbruck in Österreich seit 1996 eingerichtet haben. Als ersten Versuch in Deutschland gibt es seit September 2002 an 8 Abendgymnasien ebenfalls ein solches Angebot mit dem Titel „abitur-online.nrw". Inzwischen ist die Pilotphase beendet und nach drei Jahren Dauer hat der erste Durchgang das Ziel Abitur erreicht. Die Teilnehmer dieses Kurses suchen dabei nur an zwei Abenden in der Woche die Schule auf; der Rest des „Unterrichts" wird über eine Lernplattform abgewickelt, die zusammen mit den Schulbuchverlagen Cornelsen und Klett eingerichtet wurde. Man unterscheidet die Kursteile nach Präsenz- und Distanzphasen des Unterrichts.

Während der Distanzphasen arbeiten die Studierenden individuell mit Lernmodulen, die zu diesem Zweck auf der Lernplattform bereit liegen. Ergänzend werden auch handelsübliche Lehrbücher eingesetzt. In ihrer Distanzphasenarbeit bleiben sie aber nicht isoliert: Über Fach- und allgemeine Foren auf der Plattform tauschen sie sich untereinander und mit den Kurslehrern aus, besprechen fachliche und andere Probleme im Zusammenhang mit den Lernmodulen bzw. mit der Kurssituation in schriftlicher Form, seltener akustisch im *Virtuellen Klassenzimmer*, das ebenfalls zu den Einrichtungen der Plattform gehört. Auch das Medium Email wird zur Kommunikation genutzt.

Vorgegebene Lernzeiten gibt es während der Distanzphasen nicht; die Studierenden können sich die Zeiten und Orte nach ihren Gegebenheiten aussuchen - wegen der parallelen Welten von Beruf und Familie ist das dennoch eine anstrengende Lebensphase, die nur mit viel Selbstdisziplin und einer effektiven Zeitplanung durchzustehen ist. Es gibt aber einen äußeren Zeittakt, der dafür sorgt, dass die Gruppe einen gemeinsamen Lernprozess vollzieht: In gewissen Intervallen sind Einsendeaufgaben abzugeben oder Arbeitsergebnisse in die Fachforen einzustellen.

Der Präsenzunterricht an zwei bestimmten Abenden in der Woche umfasst genau die Hälfte des sonst üblichen Umfangs von 20 - 22 Wochenstunden. Im Fach Mathematik stehen demnach beispielsweise in der Einführungsphase zwei Unterrichtsstunden

[35] An der Entwicklung waren von Beginn an Lehrer der Abendgymnasien und Kollegs maßgeblich beteiligt.

[36] Der Kurszugang wird allen Studierenden - so heißen die Schüler an Abendgymnasien und Kollegs - angeboten, die die Zugangsvoraussetzungen zum Besuch des Abendgymnasiums erfüllen, denen es aber aufgrund ihrer beruflichen oder familiären Situation nicht möglich ist, die Schule an 5 Abenden in der Woche zu besuchen.

pro Woche (statt 4) zur Verfügung und wenn man in der Kursphase das Fach als Grundkurs weiterführt, beträgt das Kontingent noch 1,5 Wochenstunden, im Leistungskurs 2,5 Wochenstunden. Der Präsenzunterricht kann also nicht nach gewohnten Mustern ablaufen; es ist davon auszugehen, dass die Studierenden mindestens die andere Hälfte der Sollzeit mit der eigenständigen Erarbeitung mathematischer Inhalte verbringen. Die Präsenzstunden bekommen einen anderen Charakter: Es werden offene Fragen geklärt, es werden Aufgaben und Projekte besprochen, man führt persönliche Gespräche. Soweit es die Zeit noch zulässt, werden anspruchsvollere Inhalte aus den Lerneinheiten unterrichtlich bearbeitet. Ein großer Teil der Arbeit des Lehrers besteht auch in der Betreuung der Foren auf der Plattform und in der Beantwortung individueller Fragen in Emails; der Lehrer wird zum persönlichen Lernberater.

Ich hatte die Gelegenheit, das Projekt vom Beginn der Planung im Januar 2000 an bis heute in unterschiedlichen Rollen zu begleiten. Seit dieser Zeit gehöre ich zur Arbeitsgruppe Mathematik[37], die die Kursinhalte zusammengestellt hat. Ich war in der Planungsphase an den Überlegungen zur Benutzung einer Lernplattform und den zu verwendenden Medienformaten beteiligt und ich habe bei der Planung und Durchführung der Lehrerfortbildung im Vorlauf des Projekts mitgewirkt. Ich habe danach im ersten Kursjahr als Mathematiklehrer und als Schuladministrator den Projektstart begleitet und bis zum Abschluss der dreijährigen Pilotphase gehörte ich zur Gruppe der internen Evaluatoren, die das Projekt in fünf Phasen evaluiert hat. Dabei habe ich die Daten ausgewertet, die von den Studierenden[38] durch Online-Befragungen erhoben worden sind, und ich habe die Evaluationsberichte für alle Befragungsgruppen zusammengestellt.

In diesen Funktionen konnte ich einige Erkenntnisse über diese andere Form des Lernens gewinnen. Das Ergebnis ist, wenn man die Befragungsergebnisse betrachtet, insgesamt sehr positiv ausgefallen. Eine Problematik bei solchen Befragungen ist, dass am Ende natürlich die Erfolgreichen übrig bleiben und die Kursabbrecher[39] in der Regel nicht mehr erfasst werden können.

Es gibt bislang keine vergleichende wissenschaftliche Untersuchung darüber, ob nun die Absolventen, die ihr Abitur auf diesem Wege erreicht haben, in irgend einer Weise über mehr oder über andere Qualifikationen verfügen; aus den Abiturergebnissen lässt sich jedenfalls kein Unterschied erkennen. Aus der Sicht der Studierenden und der beteiligten Lehrer selbst geht eine große Mehrheit davon aus, dass man durch die Art des Kurses Vorteile für zukünftige Lernprozesse vor allem beim Grad der Selbstständigkeit und beim Zeitmanagement errungen hat. Ich möchte aber weniger die Befragungsergebnisse als Grundlagen meiner weiteren Aussagen nutzen sondern vielmehr einen kri-

[37] zu Beginn 5, später 4 Mathematiklehrer

[38] Es gab zeitgleiche Befragungen der beteiligten Lehrer und der Schuladministratoren.

[39] Die Zahl zeigt keinen signifikanten Unterschied zu den sonst an den Abendgymnasien üblichen Abbrecherquoten.

tischen Blick auf die besonderen Bedingungen und Schwierigkeiten werfen, die für das Fach Mathematik in einem solchen Kursformat kennzeichnend sind.

Studierende eines Abendgymnasiums kommen nicht als „unbeschriebenes Blatt" zur Schule; sie bringen vielfältige Erfahrungen und Einstellungen mit, die auch genutzt werden sollen. So stecken sie anders als Schüler im Jugendalter in der Regel bereits mitten in einer beruflichen Karriere, sie haben ein Ziel vor Augen und sind motiviert zu lernen. Auf der anderen Seite bringen sie bereits fest geprägte Einstellungen zu den Schulfächern mit und leider gehört die Mathematik bei vielen zu den „Horrorfächern", war bei manchen sogar die Ursache für einen vorzeitigen Schulabbruch im ersten Bildungsgang. Im Prinzip sind sie in den meisten Fällen zur Änderung ihrer Haltung bereit, aber einschränkende Bedingungen wirken fort und müssen überwunden werden. Bei Abitur-Online habe ich erfahren, dass diese Vorbedingungen besonders im Fach Mathematik das selbstständige Lernen erschweren.

Das Kurskonzept sieht vor, dass die *Neuen Medien* beim selbstständigen Lernen eine tragende Rolle spielen sollen. Dem Kurs stehen für das Fach Mathematik einige digitale Module zur Erschließung eines bestimmten Themas[40] zum Selbstlernen zur Verfügung. Die Module stammen aus unterschiedlichen Quellen und sie sind zum selbstständigen Lernen, wenn auch nicht für das Projekt selbst, entwickelt worden. Andere Kursteile sind im Grunde digitale Lehrbücher, die um einige interaktive Elemente angereichert wurden, so z.B. das Angebot *mathe online*[41] aus Österreich, das von Franz Embacher[42] und von Petra Oberhuemer[43] für die Erwachsenenbildung[44] in Österreich entwickelt worden ist.

Interaktives Material für einen solchen Kurs lässt sich leider nicht in angemessener Zeit vollständig selbst entwickeln. Lehrer sind in der Regel keine Softwareentwickler, die Animationen und dergleichen programmieren können, derartige Leistungen müssten also teuer[45] eingekauft werden, falls man nicht auf kostenlose öffentlich zugängliche Angebote zurückgreifen könnte. Bei Abitur-Online wird zum großen Teil auch auf Printmaterialien zurückgegriffen. Dass auch Bücher zum Einsatz kommen, ist nicht etwa aus

---

[40] Beispielsweise werden auch die Module „Geradengleichungen" und „Ableitung" aus der Reihe *MathePrisma* der Universität Wuppertal herangezogen.

[41] www.mathe-online.at

[42] theoretischer Physiker an der Universität Wien

[43] hat theoretische Physik und praxisorientierte Informatik studiert, ist Mitarbeiterin der Lehrentwicklung an der Universität Wien und hält Lehrveranstaltungen an der Universität Krems

[44] Beide sind in der Erwachsenenbildung engagiert und Mitarbeiter bei future media, Verein zur Förderung multimedialer Qualitätsprodukte und beim NetScience-Projekt an der Universität Wien.

[45] Professionelle Entwickler von CBT-Einheiten (**C**omputer **B**ased **T**raining) rechnen mit Kosten von 50000 - 150000 € (gestaffelt nach didaktischer Qualität) pro Stunde Lerneinheit [Quelle: IbisAcam].

der Not geboren, sondern Ergebnis der ersten Evaluationsphasen, in denen sich die Studierenden dafür ausgesprochen hatten, zusätzlich Bücher anzuschaffen.

Die Vorerfahrungen sehen nun so aus, dass man durchaus über ein hinreichendes Textverständnis verfügt und dass es den Studierenden in den meisten Fächern gelingt, die angebotenen Texte ohne Hilfen zu erschließen, zumal sich der Schwierigkeitsgrad der Texte erst mit zuvor erzielten Fortschritten steigert. Anders steht es mit mathematischen Texten: Die meisten Vorerfahrungen schließen das eigenständige Erarbeiten - zum Teil leider auch bei einfachen mathematischen Texten - nicht ein und das Lernen auf diesem Gebiet fällt vielen besonders schwer. Das führt bei manchen zu dem Gedanken, dass es an den Texten selbst liegen könnte, was zum Teil sicher auch zu bedenken ist. Aber sogar das Selbstlernen mit Materialien, die mit Didaktikpreisen[46] bedacht worden sind, fällt manchen schwer. Kontraproduktiv ist m. E. hier die Reaktion einiger am Projekt beteiligten Lehrer, die glauben, dass sie die Situation durch Bereitstellung von zusätzlichen selbst geschriebenen Erläuterungstexten verbessern könnten; ein solches Vorgehen macht auf mich den Eindruck, der „Ideologie des sauberen Erklärens" anzuhängen. Ich folgere eher, dass es ein Anliegen sein muss, die Lernenden dazu anzuregen und anzuleiten selbst mathematische Texte zu den Lerneinheiten zu verfassen und dass sich auf diesem Wege für sie durch ihr Bemühen die Inhalte besser erschließen, als dies durch vorgelegte Zusammenfassungen der Fall wäre. Die Aufgabe der Lehrenden ist es, ihnen bei diesem Prozess des eigenständigen Lernens durch Diskussion ihrer Ergebnisse und durch Beantwortung ihrer Fragen Hilfestellung zu geben.

Das Durchschnittsalter der Studierenden bei Abitur-Online liegt zwischen 25 und 30 Jahren und ihre Motivationen und Haltungen zu den Lernprozessen stimmen nicht mit den entsprechenden Voraussetzungen bei Schülern im Jugendalter überein. So sind Beobachtungen bei Abitur-Online nicht direkt auf Projekte der Sekundarstufe I im ersten Bildungsweg übertragbar. Es ist aber festzuhalten, dass beobachtete Schwierigkeiten mit dem selbstständigen Lernen in Mathematik m. E. vor allem darauf zurückzuführen sind, dass die Studierenden das selbstständige Erarbeiten mathematischer Inhalte, vor allem das Lesen mathematischer Texte, nicht gewohnt sind. In dieser Hinsicht sehe ich bereits im Mathematikunterricht des ersten Bildungsweges einen Veränderungsbedarf.

[46] Es ging der mediendidaktische Hochschulpreis Medida-Prix 2001 an *MathePrisma* und *mathe online* gehörte 2002 im selben Wettbewerb zu den 8 Finalisten.

Kapitel 3

Ansätze für einen erfolgversprechenden Algebraunterricht

3.1 Parameter eines Algebra-Lernarrangements

Zusammengefasst ergibt sich nach den in den ersten beiden Kapiteln dargestellten Überlegungen und Untersuchungsergebnissen das folgende Bild:

Durch Einzeluntersuchungen und umfassende internationale Schulleistungsstudien kann man zu dem Schluss kommen, dass der Mathematikunterricht in Deutschland Schwächen hinsichtlich des Ziels aufweist, bei den Schülern eine wenigstens dem Standard entsprechende mathematische Grundbildung zu erreichen.[1] Es muss aufgrund der Ergebnisse von TIMSS und der nationalen Ergänzungstests von PISA trotz leichter Verbesserungen bei PISA 2003 weiterhin davon ausgegangen werden, dass auch die mathematischen Inhaltsziele der Lehrpläne, zumindest für die mittleren Schulabschlüsse, nicht in zufrieden stellender Weise erfüllt werden. Die Ergebnisse von PISA 2003 zeigen einen Aufwärtstrend, der auf die in den vergangenen Jahren eingeleiteten Anstrengungen zurückgeführt wird, aber lassen immer noch eine auffällig große Streuung der Leistungen in Mathematik erkennen.

Persönliche Erfahrungen sprechen nicht dafür, dass Zweifel an der Gültigkeit der durch TIMSS und PISA gewonnenen Erkenntnisse, die von einigen Bildungswissenschaftlern geäußert werden, berechtigt sind und dass daher das Bild wesentlich korrigiert werden muss.

---

[1] Die angeführten Untersuchungen beziehen sich auf einen Zeitraum von 1982 bis heute. Die ersten Auswertungen von PISA 2003 zeigen im Bereich der Mathematik leichte Verbesserungen im Bereich des Problemlösens. Im Bereich Mathematik bleibt Deutschland allgemein im OECD-Durchschnittsbereich (503 Punkte). (PISA-Konsortium Deutschland, 2004)

Winters Lernziele des Mathematikunterrichts und die daraus abgeleiteten Anforderungen an die Unterrichtsgestaltung, den Schülern zu ermöglichen schöpferisch tätig zu sein, rationale Argumentation zu üben, die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren und formale Fertigkeiten zu erwerben, können in Einklang gebracht werden mit der Definition der mathematischen Grundbildung, so wie sie bei PISA verstanden und getestet wird (vgl. Definition auf Seite 30). Wer die Mathematik nutzen will, um „fundierte mathematische Urteile abzugeben", muss zuerst in der Lage sein Probleme mathematisch zu lösen. Das geht nur unter der Voraussetzung, dass die Fähigkeit vorhanden ist, von einem realen Problem zu einem mathematischen Modell und unter Einbeziehung der auf der Modellebene gewonnenen Ergebnisse wieder zurück zur realen Situation zu kommen, also das Mathematisieren zu beherrschen. Die Ergebnisse sind anderen mitzuteilen, demnach müssen alle Beteiligten auch mathematisch argumentieren und kommunizieren und sich dabei mathematischer Darstellungen, sei es auf formaler oder auf graphischer Ebene, bedienen können. Damit ist die Verbindung zu den aktuellen Kernlehrplänen für die mittleren Schulabschlüsse aufgezeigt (vgl. Abbildung 1.1 auf Seite 18).

Die Anerkennung dieser Ziele erfordert es also, nach Veränderungen des Mathematikunterrichts zu streben, die es mehr Schülern als bisher ermöglicht, eine solche mathematische Grundbildung zu erreichen. Da es um die Herausbildung grundlegender Fähigkeiten geht, die nicht isoliert von mathematischen Inhalten betrieben werden können, sollten solche Bestrebungen allgemein den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I betreffen. Der Arithmetikunterricht beschränkt sich nicht auf das Erlernen der Rechenarten und ihrer Gesetzmäßigkeiten sondern ist eng mit Anwendungssituationen verbunden, die über Textaufgaben erschlossen werden. Verbesserungen ließen sich m.E. durch das Zulassen von mehr Kreativität, z.B. durch eine größere Offenheit der Aufgaben oder durch selbst gestellte Fragen erreichen. Im Geometrieunterricht[2] wird viel für das Erlernen des Beweisens und des mathematischen Argumentierens getan, wobei der visuelle Zugang zu den Konstruktionen und die Vertrautheit mit den geometrischen Grundfiguren[3] dafür sorgt, dass der an sich abstrakte Vorgang durch die anschauliche Darstellung einen altersgemäßen Zugang ermöglicht.

Neben den in diesen Disziplinen erworbenen Kompetenzen erfordert Mathematisieren eines realen Problems vor allem das Grundverständnis für Variable und Funktionen, den korrekten Umgang mit Termen und Gleichungen und die Kompetenz, diese mathematischen Objekte auf das Problem anzuwenden. Wie die Untersuchungen zeigen, gibt es sowohl auf der Ebene formaler algebraischer Umformungen als auch auf der Anwendungsebene bei zu vielen Schülern größere Defizite verglichen mit den angestrebten Zielen. Als Ursache dafür können, wie in Kapitel 2.1 dargestellt, vor allem die beob-

[2] sofern er nicht zu kurz kommt und schulische Ausfallzeiten zu Lasten der Geometrie gehen

[3] bereits in der Grundschule

achtete Trennung von Inhalt und Form sowie grundlegende Fehler bei der Entwicklung des Variablenkonzepts ausgemacht werden. Auch wenn zumindest die Schulbücher und einige Unterrichtsprojekte in den letzten Jahren eine Wendung zu mehr Anwendung zeigen, hat sich anscheinend der Algebraunterricht zu weit von seinen historischen Wurzeln entfernt und die Algebra nicht in erster Linie als ein Mittel zur Lösung von mathematikhaltigen Alltagsproblemen gesehen. In der Schule dient die Algebra natürlich auch zur Vorbereitung der Beschäftigung mit anderen mathematischen Gebieten wie der Analysis, doch kann ein über lange Zeiträume beziehungsloses Lernen auf Vorrat nicht gelingen.

Freudenthal, der die Analogie[4] als ein „wirksames Mittel" ansieht, „um inner- und außermathematische Beziehungen herzustellen", macht deutlich, das nur „beziehungshaltige Mathematik" nicht vergessen wird (vgl. Freudenthal, 1973, S. 78-79). Allzuoft habe ich selbst in übergreifenden Prüfungssituationen[5] erlebt, dass Schüler sich mit Anwendungsaufgaben und bei der Erläuterung von mathematischen Grundbegriffen überfordert zeigten und sogar auf „gut geübte" formale Fertigkeiten nicht zurückgreifen konnten. Aus meiner Sicht sind daher die Bemühungen vor allem im Algebraunterricht vordringlich.

Planungsparameter

Winters Anforderungen an den Mathematikunterricht und Freudenthals Überlegungen zur Bedeutung der Beziehungshaltigkeit von Mathematik stellen meines Erachtens eine gute Grundlage dar, um allgemeine Anhaltspunkte für die Entwicklung und Gestaltung einer Lernumgebung zum möglichst selbstständigen Erlernen von Grundlagen der elementaren Algebra zu gewinnen. Ich möchte daher ein Lernarrangement für die elementare Algebra in der Sekundarstufe I entwerfen, ausarbeiten und testen, das

- Materialien für die grundlegende Einführung des Variablenkonzepts und des Funktionsbegriffs enthält,
- dem Prinzip der Beziehungshaltigkeit folgt und von Anwendungssituationen ausgeht,
- den Schülern einen kreativen Umgang mit den Themen ermöglicht,
- den Schülern ein gewisses Maß an Eigenverantwortung für den Lernprozess auferlegt und daher auf selbstständiges Lernen angelegt ist,

[4] als Vorstufe des strengen mathematischen Begriffs der Isomorphie

[5] wenn mehrere mathematische Teilgebiete zugleich angesprochen werden

– einige grundlegende Lerneinheiten der Algebra umfasst und im Prinzip erweiterbar ist,

– mit den institutionellen und curricularen Bedingungen gewöhnlicher Schulen der Sekundarstufe I verträglich ist.

Das Angebot soll für die Sekundarstufe I im ersten Bildungsweg konzipiert werden. Durch Änderung der Ansprache in den Materialien und durch eine z.T. veränderte Auswahl der Beispiele in den Lerneinheiten sollte es aber auch möglich sein, die Anwendbarkeit auf Studierende der Einführungsphase im ZBW auszudehnen.

3.2 Basisüberlegungen zu den Inhalten

Das zentrale Anliegen bei dem Ziel, eine mathematische Grundbildung zu erreichen, ist es, die Kompetenz des Mathematisierens zu vermitteln, also nach Freudenthal zu lehren „wie man Mathematik anwendet". Wie man sich den Prozess des Mathematisierens vorstellen kann, illustriert Abbildung 3.1.

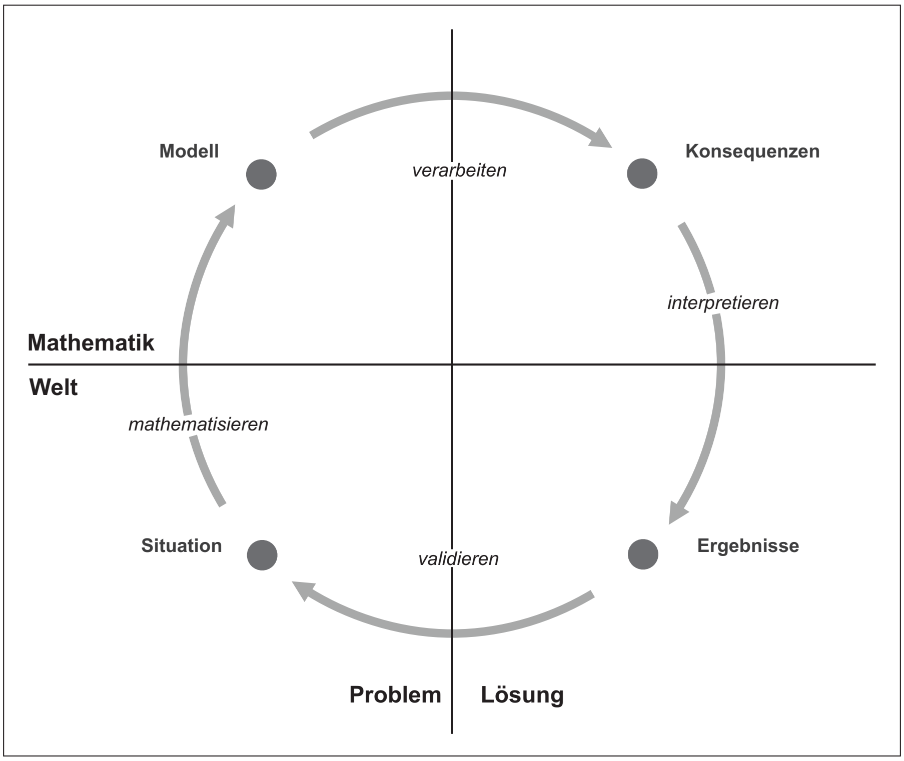


Abbildung 3.1: Der Prozess des Mathematisierens nach Baumert et al. (2001, S. 144) – Der Prozess beginnt bei „Situation" unten links und verläuft im Uhrzeigersinn

Ausgangspunkt ist eine reale Situation in der Welt[6], die ein komplexes „Problem" darstellt. Die Situation wird mathematisiert: Die für das Problem als relevant erachteten Aspekte werden herausgefiltert und in ein mathematisches Modell übersetzt. Dabei bedient man sich der Sprache und der Symbole der Mathematik. Auf der Modellebene ist es nun möglich die Aspekte mit passenden mathematischen Methoden zu bearbeiten und die übersetzte Form des Problems zu lösen. Die Konsequenzen der Bearbeitung des Modells liegen nun vor, die sich jedoch nicht auf die Realität sondern auf die Modellannahmen beziehen. Die mathematisch gefundenen Konsequenzen müssen also bezüglich der Realsituation interpretiert werden und erst damit kommt man zu Ergebnissen. Solche Ergebnisse können aber auch falsch oder unbrauchbar sein, falls die Übersetzung von der Realsituation in das Modell zu stark vereinfacht hat oder wenn die gewählten Aspekte das Problem nicht hinreichend genau getroffen haben. Die Ergebnisse müssen also noch hinsichtlich der Realsituation validiert werden. Sollte die Überprüfung negativ ausfallen, beginnt der Kreisprozess erneut mit Veränderungen beim ersten Schritt.

Welche mathematischen Methoden einzusetzen sind, hängt von der Realsituation ab. Die Auswahl von geeigneten Realsituationen richtet sich nach dem mathematischen Gebiet, das behandelt werden soll. Es gibt Problemstellungen, die sich im Rahmen der Arithmetik mathematisieren lassen, komplexere Mathematisierungen erfordern Methoden der Algebra und darauf aufbauende Methoden aus anderen mathematischen Gebieten wie z.B. der Analysis oder der Stochastik. Die Verwendung von Variablen, der Umgang mit Termen und das Lösen von Gleichungen ist grundlegend für alle komplexeren Situationen. „Echte Probleme" sind oft dadurch gekennzeichnet, dass sich die Mathematisierung nicht allein durch die Anwendung von Elementen und Methoden eines eng begrenzten Teilgebiets der Mathematik erzielen lässt. Wenn der Mathematikunterricht geeignet sein soll „die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren", ist es also erforderlich, dass die Aufgabenstellungen im Laufe der Zeit komplexer werden und dass aus vorhergehenden Lernabschnitten vorhandenes Wissen aktiviert werden muss, um die Lösung zu finden.

Es ist nicht immer sinnvoll und möglich, auf Realsituationen in ihrer Reinform zurückzugreifen, denn viele der altersgemäßen und für Schule interessanten Probleme sind ungefiltert zu komplex, als dass sie direkt eingesetzt werden könnten; es ist eine didaktische Aufbereitung notwendig. Der Grat zwischen Wirklichkeit und Scheinwirklichkeit ist schmal, Freudenthals Warnung[7] sollte beachtet werden: „Wenn ich über beziehungshaltige Mathematik spreche, so lege ich den Nachdruck auf Beziehungen zu erlebter Wirklichkeit, nicht zu einer eigens zu diesem Zwecke konstruierten toten Scheinwirklichkeit, wie sie etwa im Rechenunterricht häufig heraufbeschworen wird." Denkbar ist auch der Einsatz von mathematikhaltigen Spielen, die für Schüler oft sehr

[6] im Idealfall aus der Lebenswelt des Schülers, in Abbildung 3.1 auf der vorherigen Seite unten links

[7] Die beiden folgenden Zitate entstammen Freudenthal (1973, S. 79).

motivierend sind. Freudenthals Kritik an einer Spielewelt: „Man verlasse sich aber auf das Spiel nicht. Eintagsspiele können erlebte Wirklichkeit nicht ersetzen", ist zwar richtig, sollte aber nicht als Ausschlussprinzip verstanden werden, denn es ist auch sehr wichtig, eine positive Haltung zum Fach Mathematik zu fördern.

In dieser Hinsicht sind gerade Rätselsituationen einer innermathematischen oder einer fiktiven Welt von großem Interesse. Davon zeugen ansprechende Aufgaben aus nationalen und internationalen Wettbewerben wie der Mathematik-Olympiade[8], z.B. Aufgabe 1 der ersten Runde 1999:

„Auf 100 Affen werden 1600 Kokosnüsse verteilt, wobei einige Affen auch leer ausgehen können. Man beweise, dass es – ganz gleich, wie die Verteilung erfolgt – stets mindestens vier Affen mit derselben Anzahl von Kokosnüssen gibt."

Obwohl niemand daran denkt, wirklich eine Affenbande mit Kokosnüssen zu versorgen, übt diese Aufgabe auf viele Schüler einen starken Reiz aus, das Problem zu lösen und sich darum mit mathematischen Fragen zu beschäftigen. Die fiktive Situation veranlasst zu einigen Anstrengungen, führt bei den Lösungsversuchen[9] zu mathematischen und methodischen Erkenntnissen und verschafft den Bearbeitern bei erfolgreicher Lösung ein Gefühl der Befriedigung.

Zugleich wird damit eine Brücke geschlagen zur historischen Entwicklung der Algebra, denn seit Beginn der Beschäftigung mit diesem Zweig der Mathematik hat es solche Aufgaben zu Übungszwecken gegeben. Aufgaben mit erfundenen Affenherden finden sich bereits in indischen Algebraaufgaben des 9. Jahrhunderts (vgl. Alten et al., 2005, S. 143). Als historisches Beispiel mit einer anderen Tiergattung führe ich die erste Aufgabe des arabischen Mathematikers Abū Kāmil[10] aus dem Buch *Kitâb aṭ Ṭarā'if fi l-ḥisāb*[11] an – das Buch enthält nur Vogelaufgaben, die mit Hilfe von Gleichungssystemen gelöst werden können:

„Für 100 Drachmen sollen 100 Vögel von drei Arten gekauft werden: Enten, Hühner und Sperlinge. Davon kostet eine Ente 5 Drachmen, ein Huhn 1 Drachme und je 20 Sperlinge kosten 1 Drachme. Wie viel Vögel jeder Art sind es?" (Alten et al., 2005, S. 166)

Die Verfasser von Alten et al. (2005) meinen, Abū Kāmil „habe das Werk nur deshalb geschrieben, um den Nichtmathematikern und Mathematikern seiner Zeit zu zeigen, daß Gleichungen genau eine Lösung, mehrere Lösungen oder auch keine Lösung haben können" (Alten et al., 2005, S. 165). Man kann auch zur Zeit ihrer Erfindung

[8] siehe www.bundeswettbewerb-mathematik.de

[9] mit entsprechender Anleitung und gemeinsamer Reflexion in der Lerngruppe

[10] Abū Kāmil (ca. 850 – 930)

[11] das Buch der Seltenheiten der Rechenkunst

diese Aufgaben nicht mit Recht als echte Anwendungen werten, aber sie sprechen die menschliche Freude am Lösen von Aufgaben mit Rätselcharakter an und sind dabei geeignet, mathematische Erkenntnisse und Methoden zu vermitteln.

Das Grundgerüst der Inhalte

Als die wichtigsten Inhalte für ein Lernarrangement in elementarer Algebra sehe ich die Elemente an, die das Grundgerüst für erfolgreiche Mathematisierungen bilden:

- Das Konzept der Variablen,
- die Bedeutung von Termen und Formeln,
- das Erkennen von Termstrukturen,
- Techniken der Termumformung,
- Aufstellen und Lösen von Gleichungen und Ungleichungen,
- der Umgang mit und das Verständnis von Tabellen und Graphen
- und der Begriff der Zuordnung.

Auf diese Elemente ist während eines Mathematisierungsprozesses sowohl beim Übersetzen in das Modell und beim Verarbeiten der Ansätze, als auch beim Interpretieren und Validieren zurückzugreifen. Wie oben bereits ausgeführt, sind diese Themen nicht für sich selbst sondern eingebettet in Kontexte aus der Lebenswelt der Schüler und miteinander verknüpft zu behandeln. Mit dazu gehört es auch, methodische Kompetenzen für Mathematisierungen zu vermitteln und den Vorgang der Mathematisierung selbst zu thematisieren. Die Stufen eines solchen Prozesses sollen in schülergerechter Sprache dargestellt werden.

Die Favorisierung von Realsituationen, die mit den grundlegenden Inhalten verknüpft werden sollen, bedeutet übrigens nicht, dass der Umgang mit innermathematischen Problemen nun völlig zu vermeiden sei. Denn oftmals sind Techniken und Methoden zu entwickeln, die es erleichtern oder erst ermöglichen bei der Mathematisierung auf der Modellebene angemessen zu arbeiten. Solche innermathematischen Entwicklungen immer im Rahmen eines realen Problems zu behandeln, würde manchmal bedeuten, dass sich die Bearbeitung des Problems zu sehr in die Länge ziehen würde. Es ist jedoch maßvoll mit innermathematischen Phasen umzugehen und es sind diese nicht auf zu große Zeitabschnitte auszudehnen, so dass die Beziehungen der Mathematik zur realen Welt stets präsent bleiben. Die Motivation, die durch einen Zugriff auf interessante Probleme einer fiktiven Welt oder durch Rätsel- und Knobelaufgaben gewonnen werden kann, soll ebenfalls nicht von vornherein ausgeschlossen werden.

3.3 Konzepte für das Lehren und Lernen von Mathematik

Das Buch *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht* von Heinrich Winter (1991) wird als das Standardwerk für diese Lern- und Unterrichtsmethode angesehen. Winter, dessen Arbeit großen Einfluss auf die Mathematiklehrpläne der Grundschule in Nordrhein-Westfalen hatte[12], vermittelt in seinem Buch Einblicke in die Ideengeschichte dieser Methode. Winter plädiert für die Anwendung des entdeckenden Lernens auf den Mathematikunterricht und möchte dies folgerichtig nicht durch Belehren sondern durch die Anregung erreichen, über das Mathematiklernen, orientiert an der Geschichte der Pädagogik und Didaktik, nachzudenken. Dabei bleibt es nicht bei theoretischen Betrachtungen; es werden wichtige Themen und Beispiele aus der Geschichte der Mathematik aufgegriffen und daran gezeigt, was entdeckendes Lernen bedeutet.

Wenn man sich auf die Entdeckungsreise begibt, stößt man gleich zu Beginn des Buches auf eine sehr aussagekräftige Tabelle, über die sich das Nachdenken lohnt. In dieser Tabelle werden zwei Arten des Mathematiklernens, nämlich das *Lernen durch Entdeckenlassen* und das *Lernen durch Belehren* gegenübergestellt und miteinander verglichen. Zu diesem Zweck sind vergleichbare Merkmale, die der einen oder anderen Art des Lernens zugeschrieben werden, zeilenweise in den äußeren Spalten angeordnet. Tabelle 3.1 ist die originalgetreue Wiedergabe dieser Gegenüberstellung, nur ergänzt durch die mittlere Spalte mit einer eingeführten Bezeichnung der Merkmale.

Lernen durch Entdeckenlassen		**Lernen durch Belehren**
Lehrer setzt auf die Neugier und den Wissensdrang.	M1	Lehrer setzt stärker auf die Methoden seiner Vermittlung.
Lehrer betrachtet die Schüler als Mitverantwortliche am Lernprozeß.	M2	Lehrer neigt stärker dazu, die Schüler als zu formende Objekte anzusehen.
Lehrer versteht sich als erzieherische Persönlichkeit und fühlt sich für die Gesamtentwicklung mitverantwortlich.	M3	Lehrer versteht sich in erster Linie als Instrukteur, als Vermittler von Lerninhalten.
Lehrer ist sich der Begrenztheit didaktischer Einflußnahme bewußt; er weiß insbesondere, daß er auch zur Verdunklung beitragen kann.	M4	Lehrer tendiert zu einem ausgeprägten Glauben an pädagogische Machbarkeit.

[12] Informationen von der Universität Dortmund, Archiv Medieninformationen, anlässlich der Verleihung der Ehrendoktorwürde im Mai 2005

Lernen durch Entdeckenlassen		**Lernen durch Belehren**
Lehrer versucht, die allgemeine Bedeutung des Lernstoffs zu erhellen.	M5	Lehrer beschränkt sich hauptsächlich auf die innermathematische Einordnung des Stoffes.
Lehrer versucht, zentrale Ideen deutlich werden zu lassen.	M6	Lehrer legt größeren Wert auf lokale Abgrenzung des Inhalts.
Lehrer versucht, den Beziehungsreichtum der Lerninhalte sichtbar werden zu lassen.	M7	Lehrer hält Separationen und Isolationen für lernwirksamer.
Lehrer bietet herausfordernde, lebensnahe und nicht so arm strukturierte Situationen an.	M8	Lehrer gibt das Lernziel - möglichst im engen Stoffkontext - an.
Lehrer ermuntert zum Beobachten, Erkunden, Probieren, Fragen.	M9	Lehrer erarbeitet den neuen Stoff durch Darbieten oder durch gelenktes Unterrichtsgespräch.
Lehrer gibt Hilfen als Hilfen zum Selbstfinden	M10	Lehrer gibt Hilfen als Hilfen zur Produktion der gewünschten Antwort.
Lehrer fördert und schätzt auch intuitives Handeln hoch.	M11	Lehrer tendiert zum möglichst raschen Gebrauch der Fachsprache.
Lehrer gibt der Eigendynamik von Lernprozessen, die sprunghaft und unsystematisch erscheinen, Raum.	M12	Lehrer setzt auf kleinschrittiges und schwierigkeitsgradig gestuftes Vorgehen.
Lehrer hält die Schüler an, ihre Lösungsansätze selbst zu kontrollieren.	M13	Lehrer fühlt sich verpflichtet, i.w. selbst Schülerbeiträge zu beurteilen.
Lehrer versucht, Schülerfehler (oder vermeintliche Schülerfehler) mit den Schülern zu analysieren.	M14	Lehrer versucht nach Kräften, das Auftreten von Schülerfehlern zu unterbinden.
Lehrer thematisiert das Lernen und Verstehen. Insbesondere legt er Wert auf das Bewußtwerden heuristischer Strategien (Heurismen[13]).	M15	Lehrer vermeidet eher Reflexionen über das Lernen und über das Lösen von Problemen. Problemlösen vollzieht sich naiv.

Tabelle 3.1: Gegenüberstellung: Lernen durch Entdeckenlassen – Lernen durch Belehrung nach Winter (1991, S. 4-5)

[13] griech.: *heuriskein* = finden, entdecken

Mit der Absicht Erkenntnisse über angemessene Unterrichtsmethoden für das Algebraprojekt zu gewinnen, gehe ich der Frage nach, welche herausgestellten Merkmale des Lernens nach beiden Ausprägungen in Einklang mit den gesetzten allgemeinen Zielen stehen bzw. damit verträglich sind. Es wird außerdem zu betrachten sein, welche Merkmale mit den äußeren Bedingungen[14] harmonieren, also welche Merkmale Chancen haben, dass sie in der Praxis Anwendung finden können.

Manche der nebeneinander angeordneten Merkmale, die als Gegensätze verstanden werden können, sind in ihrer Ausschließlichkeit nicht immer geeignet, um eine reale Haltung zum Mathematiklernen zu beschreiben; oft möchte man auch eine Position einnehmen, die vielleicht in der Mitte oder auch mit einer Tendenz in eine der Richtungen verortet werden kann. Beispielsweise spielt ein gewisser Glaube an pädagogische Machbarkeit mit, wenn man über Arten des Lernens und in der Konsequenz über angemessene Methoden des Mathematikunterrichts überhaupt nachdenkt (M4). Auf der anderen Seite sind sich Lehrer ihrer Grenzen bei der didaktischen Einflussnahme durchaus bewusst, weil sie diese Grenzen täglich erfahren. Wenn also die Merkmale als Gegensätze fungieren, könnte man sie, in einigen Fällen noch etwas extremer formuliert, als Endpunkte einer linearen Skala sehen, die einige Zwischenstufen umfasst. So wäre es möglich, die eigene Position zum Mathematiklernen bezüglich dieses Kriteriums als Wert auf dieser Skala anzugeben.

Ein Beispiel für eine noch stärkere Polarisierung wäre das Umformulieren des ersten Merkmalspaares in: „Lehrer setzt ausschließlich auf die Neugier und den Wissensdrang." im Gegensatz zu „Lehrer verlässt sich nur auf die Methoden seiner Vermittlung." Die Extremposition auf der Seite des entdeckenden Lernens wäre gefährlich angesichts der Tatsache, dass die Lernziel- oder Kompetenzvorgaben nicht unbedingt mit dem Wissensdrang eines jeden Schülers zusammenfallen und dass auch an Schülerinteressen ausgerichtete Inhalte in der Regel nicht in jeder Phase die Interessen aller Schüler repräsentieren. Die Gegenposition kann auch nicht schadlos angenommen werden, denn auch die beste Vermittlungsmethode kann auf Dauer nicht gegen Desinteresse zum Lernerfolg führen. Anstrebenswert wäre hier schon eine Position links von der Mitte, also nach Möglichkeit auf Neugier und Wissensdrang der Schüler zu setzen, aber den Vermittlungsmethoden auch zutrauen, Neugier und Wissensdrang positiv zu beeinflussen. Ein echtes Gegensatzpaar erhält man auch mit diesen Verschärfungen: „Die Schüler sollen ihre Lösungsansätze weitgehend selbst kontrollieren" im Gegensatz zu „Lehrer fühlt sich verpflichtet, fast alle Schülerbeiträge zu beurteilen" (M13). Im Idealfall würde man sich lieber in die Richtung positionieren, dass die Schüler ihre Lösungsansätze selbst kontrollieren, aber die äußeren Bedingungen scheinen nach einer permanenten Bewertung von schriftlichen und sonstigen Schülerleistungen zu verlangen und es wäre unfair, wenn die Schüler nichts von den Kriterien dieser Bewertungen erfahren würden.

[14] z.B. institutionelle Bedingungen, curriculare Vorgaben

Bei anderen Aspekten möchte ich keine der Extrempositionen aufsuchen, weil eigentlich beide Positionen phasenweise angenommen werden können. Es ist für mich kein direkter Gegensatz, wenn Lehrer intuitives Handeln fördern und hoch schätzen und nach intuitiven Phasen auch rasch zum Gebrauch der Fachsprache kommen möchten (M11), allerdings nicht in der Weise, dass andersartige Äußerungen unterdrückt werden.

Einige Merkmale des Lernens durch Entdeckenlassen scheinen direkt zu den akzeptierten allgemeinen Lernzielen und zu den curricularen Rahmenbedingungen zu passen, ja geradezu unabdingbar zu sein und zudem genau das anzusprechen, was nach den Ergebnissen von TIMSS und PISA in Deutschland als defizitär einzustufen ist:

– Wenn Mathematikunterricht darauf angelegt sein soll, „die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren” (Anforderung L3 auf Seite 8) muss man versuchen, „die allgemeine Bedeutung des Lernstoffs zu erhellen” und kann sich nicht „hauptsächlich auf die innermathematische Einordnung des Stoffes” beschränken (M5).

– Die Richtlinien und Kernlehrpläne orientieren sich ausdrücklich an *zentralen Ideen* und am *Spiralprinzip*, daher sind Lehrer angehalten „zentrale Ideen deutlich werden zu lassen” anstatt „größeren Wert auf lokale Abgrenzung” zu legen (M6) und „den Beziehungsreichtum der Lerninhalte sichtbar werden zu lassen” anstatt Lerninhalte zu separieren und zu isolieren (M7).

– Wenn man Freudenthals Vorstellung anerkennt, dass „der Schüler nicht angewandte Mathematik lernt, sondern lernt, wie man Mathematik anwendet”, muss man auch „herausfordernde, lebensnahe und nicht so arm strukturierte Situationen” anbieten, damit man nicht mit engen Stoffkontexten sondern mit dem Mathematisieren an sich vertraut wird (M8). Dazu gehört es auch „zum Beobachten, Erkunden, Probieren, Fragen” zu ermuntern und neuen Stoff seltener nur durch ein „gelenktes Unterrichtsgespräch” zu erschließen (M9).

– Die Kompetenz des Mathematisieren baut darauf auf, dass Lehrer „das Lernen und Verstehen” thematisieren und „Wert auf das Bewußtwerden heuristischer Strategien” legen, anstatt solche Reflexionen eher zu vermeiden (M15).

Es scheint demnach mit großer Deutlichkeit konsensfähig zu sein, dass sich die Lernziele des Mathematikunterrichts, wie sie von anerkannten Mathematikdidaktikern gefordert, in curricularen Vorgaben verankert sind und in internationalen Vergleichstests überprüft werden, am ehesten dann erreichen lassen, wenn man wesentliche Aspekte des entdeckenden Lernens in den Mathematikunterricht einbringt. Auch wenn es in den letzten Jahren in den Schulen Bestrebungen in diese Richtung gibt, die vor allem auf persönlichem Engagement der Lehrer beruhen, ist die ganze Situation keineswegs einfach und frei von Widersprüchen. Zum einen kann man aus Lehrersicht bestätigen, wenn Heymann bemerkt: "Eine gesellschaftlich etablierte, traditionsreiche und im Alltag eingespielte Praxis wie der Mathematikunterricht zeigt gegenüber Veränderungsversuchen starke Beharrungstendenzen." (Heymann, 1996, S. 131-132), zum anderen gibt es auf der Vorgabeseite nicht nur neue Kernlehrpläne, sondern mit Zentralabitur und Schulzeitverkürzung auch Bedingungen, die das Festhalten an „Bewährtem" provozieren aus der Sorge, dass ein entdeckenlassender Mathematikunterricht zeitaufwändiger als ein lehrerzentrierter Unterricht sei und dass dann die Gefahr bestünde, beim Abitur „schlecht dazustehen".[15]

Man kann den stattfindenden Mathematikunterricht in der Regel zwischen den beiden dargestellten Extrempositionen wiederfinden. Diese Klassifizierung stimmt im Prinzip mit der Einordnung des Unterrichts zwischen dem so genannten traditionellen Lehr-Lern-Modell, das auf Instruktion beruht und dem so genannten konstruktivistischen Lehr-Lern-Modell überein, das von konstruktiven Aktivitäten der Lernenden ausgeht. Zur Zeit wird übereinstimmend festgestellt, dass ein Paradigmenwechsel von einer behavioristischen Lerntheorie, die davon ausgeht, dass Menschen rezeptiv lernen und in der das Lehren im Vordergrund der Betrachtung steht, hin zu einer mehr konstruktivistischen Lerntheorie stattfindet, die Lernen als einen aktiven Prozess des Lerners ansieht, der sein Bild der Welt selbst konstruiert und in der darum mehr das Lernen als das Lehren in den Mittelpunkt gerückt ist (vgl. Hess, 2003, 2. Kapitel).

Obwohl viele Erkenntnisse für die konstruktivistische Position sprechen, sollte man im Einzelnen überlegen und prüfen, welche Aspekte des Lernens durch Belehrung oder des Lernens durch Entdeckenlassen im Hinblick auf die Zielsetzungen sinnvoll und im Hinblick auf die Bedingungen praktisch einsetzbar sind. Da ich ein Lernarrangement konstruiere, in dem Schüler phasenweise eigenständig individuell arbeiten können, ist es möglich, nicht in jeder Hinsicht den sonst bestehenden einschränkenden Bedingungen[16] zu unterliegen und sich mehr an den Zielen zu orientieren.

Ich möchte, wie oben dargelegt, meine Haltung zu den Merkmalen durch eine Reihe von Skalenwerten darstellen. Zu diesem Zweck greife ich auf die in Kurzform[17] benannten Merkmale der Tabelle 3.1 auf Seite 52 zurück, die ich als Gegensätze mit möglichen unterschiedlichen Ausprägungen auffasse. Damit auch eine Mittenposition angenommen werden kann, richte ich eine ganzzahlige Werteskala von 1 (volle Ausprägung *Belehren*) bis 5 (volle Ausprägung *Entdeckenlassen*) ein. Der Wert 3 repräsentiert die Mittelposition. Auf dieser Skala gebe ich meinen Ort an. Die Begründungen für die

[15] Das Zeitargument ist nicht neu und wird schon in Bruner (1970) thematisiert.

[16] es gibt z.B. kein ganz enges Zeitraster

[17] M1 – M15

getroffenen Entscheidungen sind zum großen Teil dem obigen Text zu entnehmen, die Bedeutungen der Parameter[18] sind in Winters Tabelle zu erkennen. Abbildung 3.2 veranschaulicht meine Position.

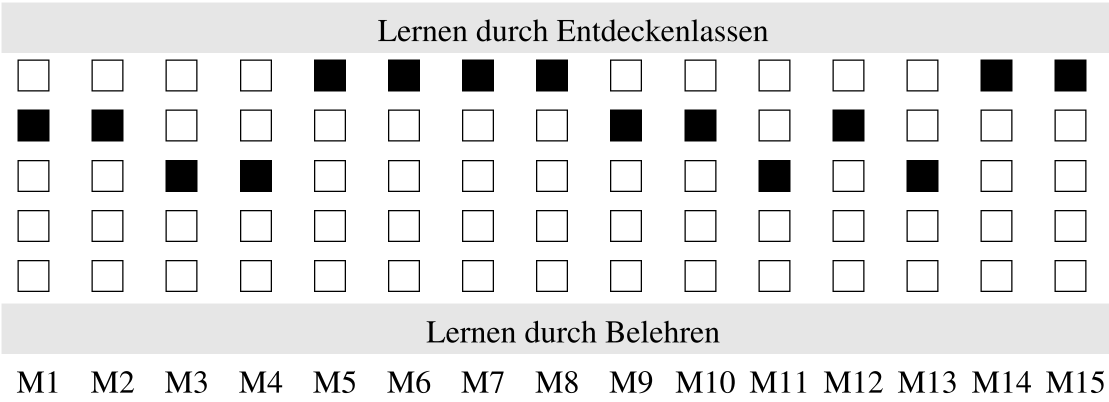


Abbildung 3.2: Standort – Lernen im Spannungsfeld zwischen Belehren und Entdeckenlassen

3.4 Ein Weg zu mehr „Lernen durch Entdeckenlassen”

Der Mathematiker Peter Gallin und der Germanist Urs Ruf, von 1980 bis 1999 gemeinsam in der Weiterbildung der Gymnasial- und Volksschullehrer an der Universität Zürich tätig, haben Unterrichtskonzepte entwickelt, die auf einen großen Anteil der Eigentätigkeit der Lernenden im Lernprozess setzen. Die im Buch *Sprache und Mathematik in der Schule: Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz* von Gallin/Ruf (1998)[19] dargestellten Vorschläge für eine so genannte relativistische Pädagogik wurden in Zürich in Schulklassen aller Altersstufen erprobt. Die Auswertung der gewonnenen Ergebnisse ist in die Weiterentwicklung ihres pädagogisches Ansatzes eingeflossen, veröffentlicht 1998 in *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik*.

Zentrale Aussagen sind, dass sich die Haltung der Lehrenden verändern soll, nämlich weg von einem absoluten Standort des Lehrers, der den Unterricht der ganzen Klasse zentral steuert und nicht den Bedürfnissen der einzelnen Schüler gerecht wird. Der Lehrer müsse nicht länger davon ausgehen, dass alle Erwartungen nur an die Lehrperson

[18] es werden die eingeführten Benennungen verwendet

[19] die Originalausgabe erschien 1990

gerichtet sind sondern auch dem Stoff und den Schülern etwas zutrauen. Durch die veränderte Grundhaltung des Lehrers erfolge auch eine Veränderung bei der Grundhaltung der Schüler hin zu einer aktiven Rolle bei der Erarbeitung des Stoffes. Vertreten wird ein als *relativistisch* bezeichnetes Konzept, bei dem jeder Schüler seine eigenen Lernwege geht. Die Schule müsse zwischen zwei Welten vermitteln: Zwischen der „singulären Welt der Schüler” – eine ganz private Welt – und der „regulären Welt des Stoffs”. Abbildung 3.3 veranschaulicht die Grundvorstellung der Autoren.

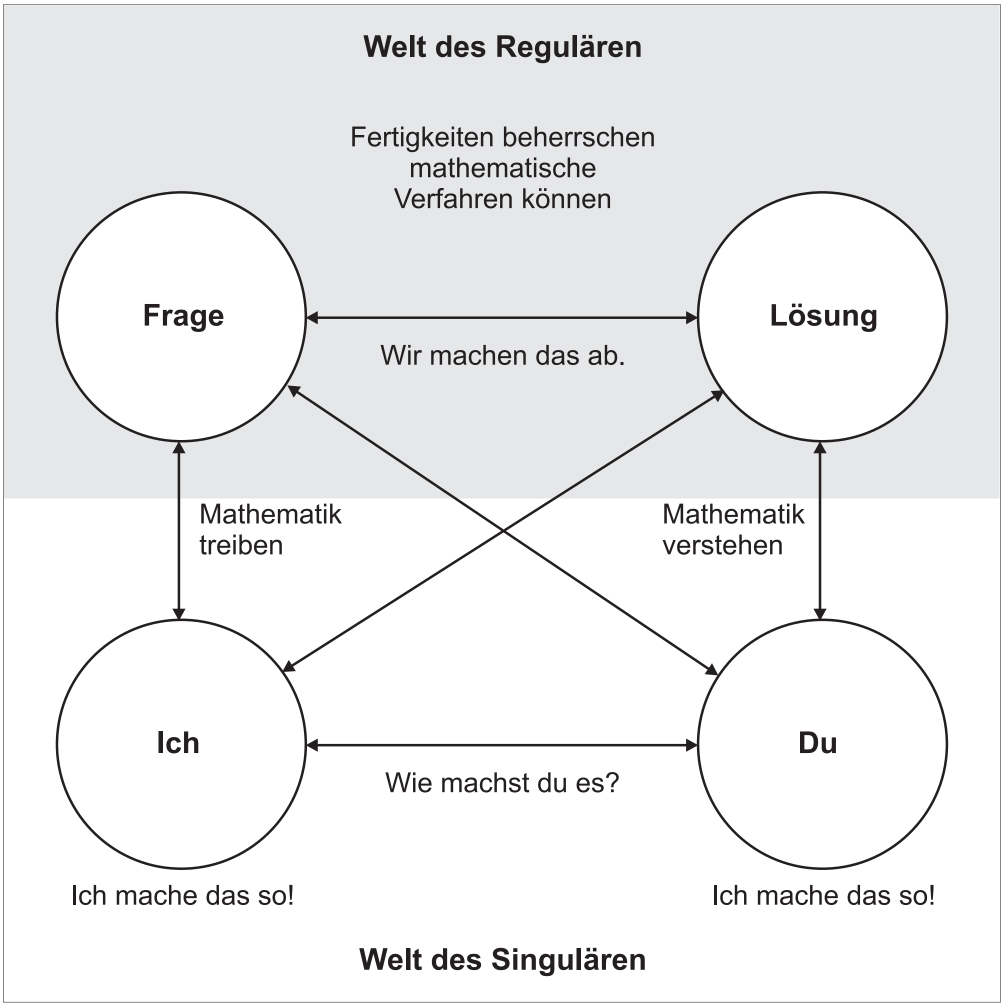


Abbildung 3.3: Singuläre und reguläre Welt des Denkens und ihre Verknüpfungen nach Hess (2003, S. 67), basierend auf zwei Abbildungen von Gallin/Ruf, die Hess zusammengeführt und ergänzt hat

Damit wird eine Position zum Lernprozess bezogen, die konstruktivistische Elemente enthält. Das Lernen findet nach Ansicht der Autoren in einem endlosen Kreislauf lebenslangen Lernens statt, gekennzeichnet durch drei Phasen. In der „singulären Phase” geht es um die eigenen Vorstellungen zu einem Thema, es folgt eine „divergierende Phase”, in der die Vorstellungen der Außenwelt wahrgenommen werden. Die dritte verallgemeinernde Phase ist die „reguläre Phase”. Vom *Regulären* müsse stets ein Weg zurück zum *Singulären* gefunden werden, damit Wissenschaft nicht inhuman wird. In Abbildung 3.3 auf der vorherigen Seite werden die Prozessphasen und die beschriebenen Beziehungen ersichtlich. Die Aufgabe der Schule sei es, „diese Kreisbewegung zu beschleunigen und zu kultivieren” (Gallin/Ruf, 1998, S. 25).

Bei dieser Aufgabe helfen *Kernideen*[20], die so beschaffen sein müssen, „dass sie in der singulären Welt der Schülerin oder des Schülers Fragen wecken, welche die Aufmerksamkeit auf ein bestimmtes Sachgebiet des Unterrichts lenken” (Gallin/Ruf, 1998, S. 32). Um die Schüler zum Lernen zu motivieren, soll der Lehrer Einblick in seine eigenen Motive geben, „die ihm persönlich die Energie liefern, sich mit dem Schulstoff zu befassen”. Seine Kernidee müsse authentisch sein, wenn sie die Schüler ansprechen soll. Die Wirkung einer Kernidee sei aber sehr individuell und die Wirksamkeit könne nur in der Rückschau beurteilt werden. Für die Initialisierung der individuellen Kernideen gibt es nach Gallin und Ruf keine Patentrezepte. Kernideen seien z.B. Produkte von Gesprächen, in denen sich die singuläre Welt der Schüler und die reguläre Welt des Stoffes als gleichberechtigte Pole gegenüber stehen. In ihrem Buch finden sich in zahlreichen beschriebenen Lernszenen viele konkrete Beispiele für solche Kernideen, z.B. die Kernidee eines Schülers, sich die Multiplikation einer Zahl als das Aufeinanderschichten von gleichartigen Paketen vorzustellen. Die Szene zeigt auch, dass sich diese Kernidee im Lernprozess bewährt und sich durch Impulse und die Konfrontation mit dem *Regulären* langsam und schrittweise verändert.

Gallin und Ruf setzen auf interdisziplinäre Verknüpfungen und sehen Sprache und Mathematik in einem engen Zusammenhang. Das Verfassen eines Textes sei wie das Gespräch Ausdruck eines „divergierenden Verhaltens”. Wie beim Gespräch stelle der Schreibende eine Verbindung her zwischen seiner eigenen und der singulären Welt der anderen. Beim Schreiben werde der Prozessablauf aber stark verlangsamt und trete deutlicher ins Bewusstsein. Die schriftliche Fassung erfordere, sich ein deutliches Bild zu machen und auch den Verstehensprozess des Lesers zu planen. Das habe positive Rückwirkungen auf sein eigenes Verständnis (vgl. Kapitel „Vorschau. Didaktik der Kernideen” in Gallin/Ruf, 1998).

Die beiden Autoren gehen also von ganz individuellen, nicht zu verallgemeinernden Lernprozessen aus und vertreten das Axiom: „Jeder Lernende soll die Chance haben, die vorgegebenen Stoffgebiete auf seinen eigenen Wegen zu erkunden.” Die eigenen Wege sollen die Schüler als Text festhalten, „jeder schreibt sein eigenes Reisetagebuch” (Gallin/Ruf, 1998, S. 139, 143).

[20] nicht zu verwechseln mit den mathematischen Leitideen

Einen solchen positiven Effekt der Verschriftlichung konnte ich bei Abitur-Online[21] beobachten. Die Studierenden kommunizieren nämlich während der Distanzphasen überwiegend in schriftlicher Form sowohl mit den Mitgliedern der Lerngruppe als auch mit den Lehrern. Also müssen sie beim Verfassen der Emails und Forenbeiträge ihre Fragen und Probleme, ihre Ergebnisse und Erkenntnisse in eine mitteilungsfähige Form bringen. Das hat vielen bei der Erarbeitung bereits weitergeholfen, bevor sie Antworten erhalten haben. Die Beiträge haben die Bedürfnisse der Studierenden deutlich gemacht und konnten zur Planung des Präsenzunterrichts genutzt werden.

Stephan Hußmann greift die Arbeiten von Gallin und Ruf auf, entwickelt sie weiter und konzipiert auf dieser Basis ein Lernarrangement für die Sekundarstufe II. Als „Tore zu neuen mathematischen Gebieten" setzt er *intentionale Probleme* ein. Ein Auszug aus der Beschreibung derartiger Einstiegsprobleme macht deren Grundzüge deutlich:

„*Intentionale Probleme* umfassen die Intentionen der Lehrperson. Das bedeutet einerseits, dass sie die curricularen Anforderungen [...] repräsentieren. *Intentionale Probleme* sind Tore zu abgegrenzten mathematischen Themengebieten wie Integralrechnung oder Statistik. Insofern tragen sie die zentralen Begriffe und zugehörigen Grundvorstellungen einer Wissensdomäne in sich. In ihnen lassen sich auch die Leitideen des Faches Mathematik und typische mathematische Denkweisen wieder finden. [...] Ebenso spezifisch sind die Einstellungen auf Seiten der Schüler/innen. Insofern muss es ebenfalls in der Intention der Lehrperson liegen, die Interessen, Einstellungen, Vorerfahrungen und Fähigkeiten der Schüler/innen einzubeziehen. Die Probleme müssen sich aus der Perspektive der Schüler/innen als real erweisen." (Hußmann, 2003, S. 23-24)

Hußmann (2003) legt mit dem Buch *Mathematik entdecken und erforschen* Vorschläge für solche intentionalen Probleme zu fünf Themengebieten der Sekundarstufe II vor. Der Aufbau dieser „Tore" zu mathematischen Themengebieten kann eventuell Anregungen für entsprechende Einstiege zu Themen der Sekundarstufe I geben.

Für die Dokumentation der individuellen Lernwege sieht Hußmann Forschungshefte vor, in der Schüler die „singulären Spuren" aufzeichnen. Es werden Kriterien zum Aufbau dieser Forschungshefte formuliert, die in einem der folgenden Kapitel beachtet und diskutiert werden sollen.

3.5 Selbstständiges Lernen in der Sekundarstufe I

Es wurde bisher vielfach betont, dass die Kompetenz Mathematik auf Alltagssituationen anzuwenden, durch mehr selbstständiges Lernen erreicht werden soll, weil man nach Forschungsergebnissen darauf hoffen darf, damit den Lernerfolg zu vergrößern.

[21] siehe Abschnitt 2.3 auf Seite 37

Nach Fichtner-Gade/Moegling/Stamm (2004) baut die Fähigkeit des selbstständigen Lernens auf Formen des selbstaktiven, selbsterfahrungsorientierten und selbstgesteuerten Lernens auf. Wenn Lernen ausschließlich durch „lehrerdominante Belehrung bei gleichzeitig vorwiegend rezeptivem Lernverhalten" erfolge, werde selbstständiges Lernen behindert. Selbstständiges Lernen erfordere

- Phasen der Eigenaktivität, in denen man sich Wissen z.B. durch Lesen, Recherchieren, Sammeln und Archivieren aneignet und in vorhandene Wissensbestände integriert,
- selbsterfahrungsorientierte Elemente, die an die „Ich-Identität" anknüpfen, wie z.B. der Besuch außerschulischer Gelegenheiten, die mit dem Lerngegenstand zu tun haben mit anschließender Aufbereitung und Präsentation des Erlebten,
- Elemente der Selbststeuerung, wie Reflexion des Lernprozesses, Mitbestimmung bei der Auswahl der Inhalte und Methoden und Auswertung des Unterrichts.

Zu der Frage, was den Schülern zugemutet werden könne, angestellte entwicklungspsychologische Überlegungen fasst das Autorenteam in folgendem Statement zusammen:

„Insbesondere für die in der Pubertät befindlichen Schüler der Sekundarstufe I ist das Konzept selbstständigen Lernens das Idealkonzept zur Bereitstellung der psychosozialen Erfahrungsbasis zur Identitätsentwicklung und ist besonders in diesem Alter auch für die meisten Schüler der einzig gangbare Weg zu einem effizienten Lernprozess."

Die Autoren betonen ebenso, untermauert durch angeführte Arbeiten von Gudjons, Neber, Wagner und Einsiedler, dass aber eine Kombination von Lehr- und Schüleraktivitäten effektiver sei als eine reine auf Selbststeuerung ausgerichtete Unterrichtsstruktur. Sie plädieren ebenfalls dafür, „lebensweltliche und biografische" sowie fächerübergreifende Aspekte in das Unterrichtsgeschehen einzubeziehen. In einer solchen Unterrichtsstruktur, die sowohl Instruktions- als auch Selbstlernphasen einbezieht, ist die Lehrerrolle mit reichhaltigen Aufgaben versehen; Lehrer sind auch in Phasen der Eigenaktivität nicht überflüssig; sie behalten zu jeder Zeit eine wichtige Schlüsselposition im Unterrichtsprozess, dargestellt durch Abbildung 3.4 auf der nächsten Seite.

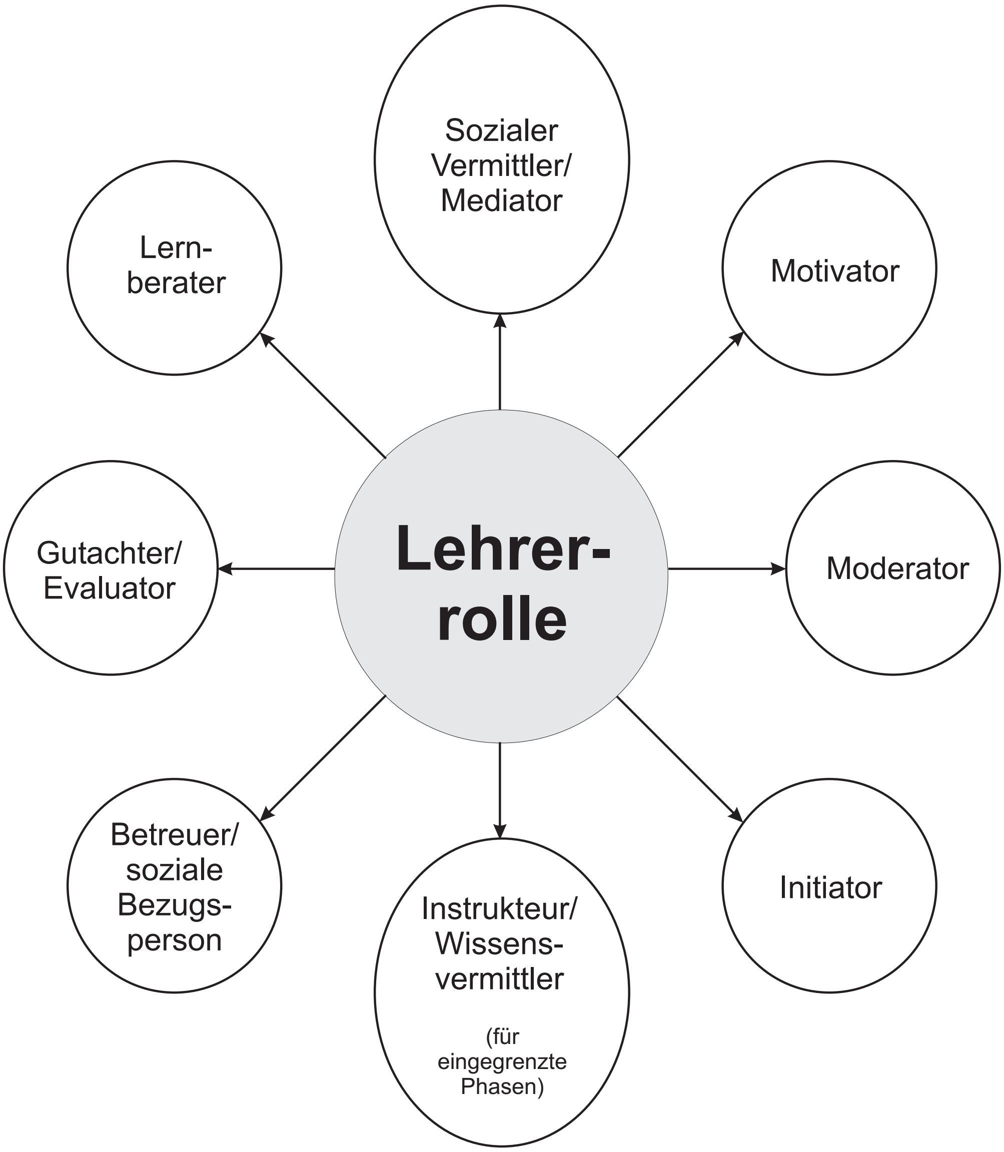


Abbildung 3.4: Lehrerrolle und selbstständiges Lernen nach Fichtner-Gade/Moegling/Stamm (2004, S. 56)

Man sollte die Darstellung nicht so verstehen, dass es den Lehrern alleine obliegt, Motivation „zu liefern" und stets Initiator von Lernprozessen zu sein, vielmehr bedeutet die Existenz schüleraktiver und selbstgesteuerter Phasen für die Schüler, dass diese Funktionen auch Bestandteile ihrer Rolle sein müssen.

3.6 Weitere Folgerungen für das Algebraprojekt

Aus den dargestellten Haltungen und Unterrichtskonzepten kann man eine Vorstellung gewinnen, wie das Algebraprojekt didaktisch und methodisch anzulegen ist, damit einige Positionen des Lernens durch Entdeckenlassen eine Chance zur Realisierung bekommen. Es geht um die Merkmale wie: Der „Lehrer betrachtet die Schüler als Mitverantwortliche am Lernprozeß" (M2), „ermuntert zum Beobachten, Erkunden, Probieren, Fragen (M9) und „versucht, Schülerfehler (oder vermeintliche Schülerfehler) mit den Schülern zu analysieren (M14). Er „thematisiert das Lernen und Verstehen. Insbesondere legt er Wert auf das Bewußtwerden heuristischer Strategien" (M15). Das Projekt soll Gelegenheiten bieten, selbstständiges Lernen zu vollziehen, denn lebenslanges, nicht stets in Schulform organisiertes Lernen setzt die Fähigkeit zu selbstständigem Lernen voraus.

Da das Lernen in der singulären Welt der Schüler stattfindet, soll es ihnen möglich sein, eigene Weg zu finden und zu gehen. Es sollten demnach in einem Lernarrangement genügend Spielräume vorhanden sein, die solche eigenen Wege zulassen und zum Verfolgen dieser Wege ermuntern. Dazu gehören nach meiner Vorstellung auch Spielräume für freie Entscheidungen innerhalb eines vorgegebenen Themengebiets. Denn nicht jedes vom Lehrer ausgewählte Problem, wie gut es auch immer an den zentralen Ideen des Faches ausgerichtet ist, entspricht den Interessen jedes Schülers. Das gilt genauso für Themen, die einzelne Schüler oder eine Schülergruppe initiiert haben. Auf der anderen Seite gehört man einer Lerngruppe an und verfolgt gemeinsame Ziele. Die Zugehörigkeit zur Welt des Regulären erfordert es auch, gemeinsam an Inhalten und Themen zu arbeiten und Kompetenzen zu erwerben, die im gesellschaftlichen Konsens als erstrebenswert angesehen werden.

Nicht allein der Lehrer kann für den Lernprozess in die Verantwortung genommen werden sondern jeder Lernende trägt eigene Verantwortung. Wenn es um die Reflexion der individuellen Lernprozesse geht, muss das zwar begleitet und angeleitet werden, aber nur der Lernende selbst kennt seine singuläre Welt und kann den individuellen Lernprozess dokumentieren. Dazu gehört es auch, Irrtümer und Sackgassen als solche zu erkennen und festzuhalten. Wenn man ein Lerntagebuch führt, ist man gezwungen, sich über seinen Lernweg Gedanken zu machen und diese Gedanken so zu formulieren, dass andere den Text verstehen können. Damit gewinnt man selbst Klarheit und kann die Erkenntnisse – dazu gehört auch ein bewusster Umgang mit Fehlern – für weiteres Lernen nutzen. Es spricht also viel für eine Verschriftlichung der Reflexionen über den Lernprozess.

Das Schreiben eigener Texte und das Herstellen von Präsentationen gewonnener Kenntnisse sind darüber hinaus für die viele Schüler Tätigkeiten, die zum Lernen motivieren. Dafür und für die Reflexion des eigenen Lernwegs sollte es in einem Arrangement zum Erlernen von Grundlagen der Algebra geeignete Instrumente geben und zwar in der Form, dass Konzeptionen und Systeme existieren,

- die sowohl Phasen der Eigenaktivität als auch Phasen des Lernens durch Instruktion vorsehen,
- mit denen Schüler gewonnene Kenntnisse und Kompetenzen selbst überprüfen können,
- mit denen Schüler ihre Lernfortschritte beobachten und selbst festhalten können,
- mit denen Schüler ihre Lernwege dokumentieren können,
- die Schüler ermuntern ihre Erkenntnisse zu präsentieren
- und den Schülern phasenweise individuelle Themenauswahl innerhalb eines Themengebietes und darin selbstbestimmtes Arbeiten ermöglichen.

Es wird unter Beachtung der vorhandenen Rahmenbedingungen nicht einfach sein, ein solches Lernarrangement einzurichten. In traditionellen Unterrichtsformen mit üblichem Zeitraster ist es kaum möglich, in einer Klasse ca. 30 Schülern genügend Spielräume für Eigenaktivitäten und selbstgesteuertes Lernen zu bieten und dem Einzelnen immer die volle Aufmerksamkeit zu widmen. Es wird daher im folgenden Kapitel untersucht, in welcher Weise die *Neuen Medien* zur Verwirklichung der Ansätze beitragen können.

Kapitel 4

Algebra lernen mit den Neuen Medien

4.1 Die Diskussion um Computer im Unterricht

Weltweit getroffene bildungspolitische Entscheidungen haben dafür gesorgt, dass das Lernen mit Computer und Internet in allen Unterrichtsfächern möglich geworden ist und gefördert wird. Es wird argumentiert, dass selbstständiges Lernen und die Informationsbeschaffung mithilfe der *Neuen Medien*[1] selbst zu den Kompetenzen gehöre[2], die es den Menschen ermögliche, mit der gesellschaftlichen und technischen Entwicklung Schritt zu halten. Es genüge nicht mehr, einfach nur einen Beruf zu lernen, sondern man müsse sich an Veränderungen in der Berufswelt anpassen und sich darum auf lebenslanges Lernen einstellen. Diese Anforderungen seien mit Computer- und Internetnutzung am einfachsten zu erfüllen.

Abbildung 4.1 auf der nächsten Seite verdeutlicht die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten eines Computers in einem Lehr- und Lernprozess. Die Darstellung basiert auf einer Grafik von Egon Dick, enthält aber Erweiterungen im Hinblick auf das Erfassen individueller Lernwege und sieht die Lernenden auch als Autoren. Als Vermittler zwischen den Lernenden kann der Computer nur bei einer vorhandenen Netzwerkanbindung fungieren und das wäre auch für die Verteilung von Produkten, die die Lernenden mithilfe des Computers[3] eventuell selbst hergestellt haben, von Vorteil.

---

[1] Es scheint nicht viel Sinn zu machen, den Begriff *Neue Medien* hier zu diskutieren. Er tritt etwa seit den 1980er Jahren verstärkt in der Fachliteratur auf, ist heute wieder sehr aktuell aber vermutlich nur ein temporärer Begriff. Die aktuelle Auffassung des Begriffs geht in Richtung eines vernetzten Systems miteinander verknüpfter Informationen in multimedialer Form, deren Verbreitung und Austausch der Computer über Datenträger oder ein Netzwerk in kurzer Zeit ermöglicht. Dabei ist der Bildschirm das zentrale Vermittlungsinstrument (vgl. Klimsa, 1993, S. 31-40).

[2] die so genannte Medienkompetenz

[3] der in diesem Fall als Autorenwerkzeug nützt

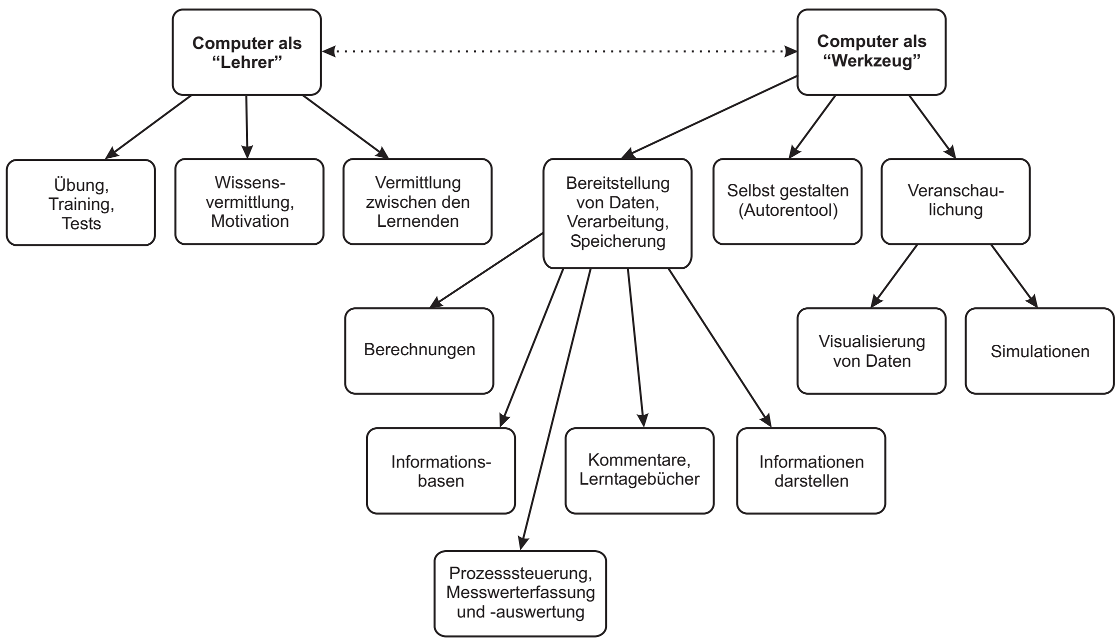


Abbildung 4.1: Aufgaben für den Computer in Lehr- und Lernprozessen nach Dick (2000, S. 19) mit Veränderungen im Hinblick auf Vernetzung, Erfassen individueller Lernwege und Lernende als Autoren

Die kritischen Stimmen gegen die allzu euphorische Sicht des Computereinsatzes im Unterricht sind nicht zu überhören und die vorgebrachten Argumente sollten bedacht werden. Beachtung fand z.B. das im Jahre 2001 erschienene Buch von Clifford Stoll mit dem Titel *LogOut – Warum Computer nichts im Klassenzimmer zu suchen haben und andere High-Tech-Ketzereien*, das einseitig Stellung bezieht. Als wichtig in dieser Diskussion bewertet Hischer (2002) das Buch des Pädagogen Hartmut von Hentig aus dem Jahr 2002, das den Titel trägt: *Der technischen Zivilisation gewachsen bleiben – Nachdenken über die Neuen Medien und das gar nicht mehr allmähliche Verschwinden der Wirklichkeit*. Der Titel ist ein Bezug auf das 1984 veröffentlichte Werk von Hentigs *Das allmähliche Verschwinden der Wirklichkeit – Ein Pädagoge ermutigt zum Nachdenken über die Neuen Medien*, dessen Thema mit dem neuen Buch wieder aufgegriffen und vertieft wird.

Sowohl Stoll als auch von Hentig sehen den „Verlust an Unmittelbarkeit" als eine zentrale Gefahr der *Neuen Medien* an, die sich beispielsweise darin zeigt, dass eine Computersimulation an die Stelle eines echten materiellen Experiments tritt. Von Hentig fordert dazu auf, den Verlust an direkter Kommunikation, der u.a. durch Email- und Internetnutzung entsteht, durch echte Begegnung und echte Anschauung bewusst auszugleichen. Solche Befürchtungen treffen zu, wenn die Einrichtungen von Computerräumen in der Schule dazu führen, dass Finanzmittel für diesen Zweck gebunden und dafür in den Naturwissenschaften reale Experimente eingespart werden oder wenn „Gespräche” über Email und SMS geführt werden, statt unmittelbar über eine Sache zu reden.

Im Falle der Mathematik stellt sich in Situation in vielen Bereichen etwas anders dar: Die Unmittelbarkeit nimmt tatsächlich ab, wenn man etwa ein stochastisches Experiment statt mit Würfeln mit einem Computerprogramm ausführt, aber sie verändert sich prinzipiell nicht, wenn man eine Funktion mit dem Computer untersucht, statt sie mit elementaren Rechnungen auf Papier zu erfassen. Denn die mathematischen Objekte bleiben in jeder Form abstrakt und sind keine eigentliche Realität sondern Produkte des menschlichen Geistes. Wenn man Probleme der Lebenswelt aufgreift, in ein mathematisches Modell übersetzt und dann mit mathematischen Methoden behandelt, ändert sich nichts am Grad der Unmittelbarkeit, nur weil technische Instrumente als Hilfsmittel eingesetzt werden. Schließlich sind die Ergebnisse ja wieder auf die reale Situation anzuwenden.

Nutzt man den Computer als Träger von Informationen in Form von Texten, Bildern, Tabellen und Zahlen, besteht kein prinzipieller Unterschied zu einem Buch, das auch eine technische Erfindung darstellt. Bücher haben es ermöglicht, Ideen, Gedanken, wissenschaftliche Arbeiten, Geschichten und vieles mehr zu transportieren und zu verbreiten; die Vernetzung der Computer bietet die selben Möglichkeiten und setzt dabei weniger Beschränkungen, denn man kann viel leichter selbst zum Autor werden und seine eigenen Darstellungen mehr Menschen zugänglich machen. Computer als Informationsträger sind noch mehr als ein gedrucktes Buch: Die Informationen können durch Hypertexte miteinander verknüpft und aufeinander bezogen werden, bildliche Darstellungen bleiben nicht länger statisch sondern können auf Aktivitäten des Betrachters reagieren.

Es folgt erst aus den didaktischen Entscheidungen bei der Entwicklung eines Lernarrangements, ob man eine künstliche Welt schafft oder ob man das Potenzial der *Neuen Medien* nutzt, um sich in der realen Welt besser zurechtzufinden.

Eine andere Sorge, dass nämlich der falsche Eindruck erweckt würde, Lernen geriete mit dem Computer zu einem Kinderspiel und bedürfe nicht mehr der Anstrengung[4], ist beim Mathematikunterricht mit multimedialen Komponenten sehr ernst zu nehmen. Die Hoffnung, durch bessere Darstellung einen Sachverhalt mühelos zu verstehen, wird von Softwareherstellern oft geschürt, von vielen geteilt und fast immer enttäuscht. Wer solche Erwartungshaltungen fördert und nicht auf die unverminderte

[4] bekannt als die didaktische Utopie vom mühelosen Lernen

Anstrengung hinweist[5], verspielt die Chancen, dass Vorteile des Mediums sinnvoll genutzt werden können. Auch in diesem Bereich funktioniert die „Ideologie des sauberen Erklärens” nicht. Als Vorteile des Mediums aus didaktischer Sicht sind nicht die Vermeidung von Mühe und Unterhaltungsqualitäten[6] zu sehen, sondern das Potenzial, auf den „Benutzer” interaktiv zu reagieren, unterschiedliche Kanäle und unterschiedliche Auffassungsmöglichkeiten anzusprechen und so mehr Eigenaktivitäten anzuregen. Zudem kann man lernen, mit dem vernetzten Computer die eigenen Produkte darzustellen und anderen in kurzer Zeit zugänglich zu machen.

4.2 Beziehungen der Mediendidaktik zur Lerntheorie

Nach Michael Kerres (1998) lassen sich in der Mediendidaktik vier lerntheoretische Ansätze unterscheiden. Wendet man die behavioristische Lerntheorie[7] auf ein technisches Medium an, entwickelt man Lernmodule als *Programmierte Instruktion*. Dabei wird der Lernstoff in aufeinander aufbauende Informationseinheiten[8] segmentiert und dem Lerner sequentiell präsentiert. Nach jeder Präsentation werden Fragen gestellt, die mit hoher Wahrscheinlichkeit[9] von den Lernenden richtig beantwortet werden können. Bei einer richtigen Antwort erfolgt die Verstärkung durch Lob und es wird die nächste Einheit präsentiert. Bei einer falschen Antwort erfolgt kein Fortschritt; man kann es erneut versuchen oder die Einheit wiederholen. Kybernetische Ansätze unterscheiden sich in der Informationsaufbereitung nicht auffällig von den behavioristischen. Es wird aber die Rückmeldung nicht nur in ihrer Funktion als Verstärkung des Verhaltens gesehen, sondern als eine Information im Lernprozess, die zu einer Verhaltensänderung führt. Darum liegt der Fokus auf der Optimierung des Informationsaustausches zwischen Lernenden und dem System. Die Grenzen der genannten Ansätze werden schnell offensichtlich, sobald es darum geht, komplexere intellektuelle Fähigkeiten zu erlernen. Zwar sind sie an die Geschwindigkeiten der jeweiligen Lernenden angepasst, verlieren nie die Geduld, vergessen kein Lob und präsentieren Informationseinheiten beliebig oft, aber komplexe Kompetenzen lernt man nicht durch das Aufspalten in *Lehrstoffatome*. Es fällt zudem auch sofort die Parallelität mit einem lehrerzentrierten, kleinschrittig organisierten

[5] Bei Abitur-Online habe ich erfahren, dass man dies sogar sehr eindringlich tun muss, weil es sonst niemand glaubt.

[6] Lernsoftware wird manchmal als *Edutainment* angeboten, ein Kunstwort aus *education* und *entertainment*.

[7] der erste weit verbreitete Computereinsatz zum Lehren und Lernen in den 50er und 60er Jahren in den USA geht auf B.F. Skinner zurück

[8] so genannte *Lehrstoffatome*

[9] >90%

Unterricht ins Auge, der zum Erreichen der allgemeinen Lernziele des Mathematikunterrichts als wenig geeignet eingestuft werden kann. In vielerlei Hinsicht ist der durch eine Person durchgeführte lehrerzentrierte Unterricht dennoch besser als der Lernautomat: Es läuft kein fest programmiertes Frage-Antwort-Verhalten ab; es gibt individuelle Reaktionen auch auf nicht vorgesehene Fragen, und Unterrichtsabläufe werden an die Reaktionen angepasst.

Kognitive Ansätze versuchen einer komplexeren Situation dadurch gerecht zu werden, dass der Lerninhalt analysiert und klassifiziert wird. Man unterscheidet zwischen deklarativem Wissen (Kenntnisse), prozeduralem Wissen (Fertigkeiten) und situativem (fallbezogenem) Wissen. Es werden auch Untersuchungen darüber angestellt und berücksichtigt, wie Lernprozesse beim Menschen ablaufen, welche Faktoren den Prozess positiv beeinflussen, wie die Darstellungen beschaffen sein müssen und wie man die Rekonstruktion von Wissen unterstützen kann. Diese Überlegungen führten u.a. zur Entwicklung adaptiver Systeme, die interaktiv auf die Handlungen und Antworten der Lernenden reagieren können.

Situierte Ansätze des Lernens kann man mit dem Konstruktivismus in Verbindung bringen. Menschliches Lernen findet demnach eingebettet in den sozialen Kontext und abhängig vom Individuum statt und kann nicht stark generalisiert werden. Wenn diese Vorstellung richtig ist, muss auch bei Nutzung der *Neuen Medien* komplexe, soziale Realität dargestellt werden und die Lernenden müssen Raum für eigene Aktivitäten haben. Das hat beispielsweise zu Programmen geführt, bei denen zu lösende Probleme in eine komplexe Spielhandlung eingebettet sind. Eine andere Ausprägung besteht im Angebot von ganzheitlichen Projekten, bei deren Bearbeitung man Fähigkeiten anwendet und erweitert. Die Informationsbeschaffung, -verarbeitung und -verbreitung und die Kommunikation in der Lerngruppe kann dabei die vorhandenen Medien anwenden (vgl. Kerres, 1998, *Lerntheoretische Ansätze der Mediendidaktik*, S. 45ff.).

Die Analyse- und Entscheidungsfelder für den zu planenden Medieneinsatz visualisiert Abbildung 4.2 auf der nächsten Seite. Für das Algebraprojekt soll eine hybride Lernumgebung konzipiert und entwickelt werden, die sowohl klassische Unterrichtssituationen als auch Lernsituationen am Computer beinhalten soll. Für den Computerteil kommen nach der vorgenommenen Unterscheidung und der Feststellung ihrer Merkmale i.W. kognitive und in geringerem Maße situierte Ansätze in Frage. Das ergibt sich aus dem Vergleich der Merkmale mit den Unterrichtszielen, die komplexer Natur und auf selbstständiges Lernen ausgerichtet sind.

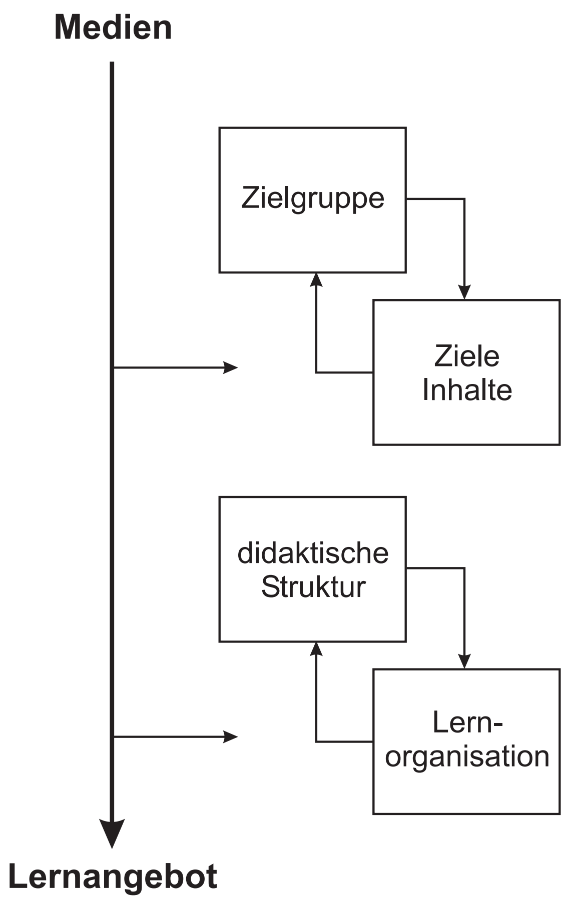


Abbildung 4.2: Mediendidaktische Analyse- und Entscheidungsfelder nach Kerres (2000, S. 35)

4.3 Lernen mit Hypermedia und Interaktivität

4.3.1 Von Multimedia zu Hypermedia

Der Begriff *Multimedia* ist in aller Munde. Er wird in der Werbung für neue Softwareprodukte, insbesondere bei Lernsoftware, als Qualitätsmerkmal verstanden und das wird ausgenutzt, um den Verkauf des Produkts zu fördern. Ziel des Einsatzes von *Multimedia* ist es, schneller und leichter zu lernen. Nüchtern betrachtet, werden mit dem Begriff die Eigenschaften von Lernmedien beschrieben und er ist nicht unbedingt mit den *Neuen Medien* in Verbindung zu bringen. Medien sind Mittel zur Kommunikation und werden in Lernprozessen eingesetzt, um Inhalte zu transportieren. *Multimedia* beschreibt zunächst die Eigenschaft, dass dargestellte Inhalte auf unterschiedliche Präsentationstechnologien verteilt sind, z.B. auf Tafel und auf Tageslichtschreiber.

Nach Gerdamarie Schmitz werden mit dem Begriff *Multimedia* aber eigentlich außer der Dimension *Medium* zwei weitere Dimensionen, nämlich *Codierung* und *Modalität* angesprochen. Ein *multicodaler* Inhalt ist aus mehreren Symbolsystemen zusammengesetzt wie z.B. ein Text mit Bildern. Die *Modalität* schließlich kennzeichnet die Art, wie ein Mensch angesprochen wird. Ein *multimodales* Angebot ist eines, das unterschiedliche Sinneskanäle des Menschen anspricht, z.B. ein Tonfilm. Ein Angebot wird meist dann als *Multimedia* bezeichnet, wenn es zugleich *multimedial*, *multicodal* und *multimodal* ist. Die Eigenschaften sind, für sich genommen, für viele klassische Medien gegeben, der Computer ist aber das Gerät, in dem sich alle Attribute am leichtesten vereinen lassen (vgl. Schmitz, 1998). Inhalte multimedial zu präsentieren ist von Vorteil, da mit unterschiedlichen Medien und Codierungen die Vielschichtigkeit komplexer Zusammenhänge besser erfasst werden kann und weil die multimodale Darstellung nicht nur einen Sinneskanal des Menschen anspricht und damit auch den unterschiedlichen Lernertypen gerecht wird.

In aktuellen Computerlernmodulen werden die Inhalte multimedial aufbereitet und in einen *Hypertext* eingebettet, in dieser Kombination spricht man auch von *Hypermedia*. Das Hypertext-Prinzip geht auf Vannevar Bush zurück. Er beschrieb im Jahre 1945 eine theoretische Maschine mit Namen „Memex", die es möglich machen sollte, Informationen nicht linear sondern angelehnt an die Datenspeicherung in einem menschlichen Gehirn, verknüpft durch Assoziationen zu speichern und ebenso wieder abzurufen. Weiterentwicklungen der Hypertext-Idee stammen von Theodor Nelson[10] und die Arbeiten von Douglas C. Engelbart[11] ermöglichten den praktischen Einsatz von Hypertext auf dem Computer (vgl. Münz/Nefzger, 1999).

Ein kritischer Vergleich mit den Ideen von Bush zeigt aber, dass reale Hypertexte weniger können als die ursprünglichen Ideen von Bush ausmachen, denn die Verknüpfungen in Hypertexten beruhen nicht auf Assoziationen sondern auf willkürlich eingesetzten „Hyperlinks"[12] und die Informationen sind auch nicht assoziativ gespeichert. Dennoch bieten Hypertexte durch die Hyperlinks die Möglichkeit, die Inhalte nicht nur auf einem festgelegten linearen Weg zu durchlaufen, sondern alternative Pfade zu verfolgen. Das wird erreicht durch eine Gliederung des Lerninhalts in separate Informationseinheiten, so genannte Knoten, und Verknüpfungen, die eine Verbindung zwischen den Knoten darstellen. Die können eine „Einbahnstraße" anlegen; es ist aber ebenso denkbar, dass eine wechselseitige Verbindung besteht. Daraus wird eine Informationsstruktur aufgebaut, die Lernende auf selbstbestimmten Pfaden bearbeiten können, soweit es die Verknüpfungen zulassen. Es lassen sich beliebige Organisationsstrukturen aufbauen, von einfachen Sternformen über Stränge und Ringe bis hin

[10] er prägte die Begriffe Hypertext und Hypermedia

[11] ab dem Jahr 1963 entwickelte er das System „Augment" am SRI International in Stanford

[12] die Verknüpfungen oder Sprungstellen zu anderen Stellen im Verbund der Inhalte

zu kompletten wechselseitigen Verbindungen oder auch Mischformen daraus. In organisierten Strukturen gibt es ein eigenes Navigations- und Suchsystem, mit dem man gezielt nach Inhalten suchen und bestimmte Knoten erreichen kann (vgl. Tergan, 1997, S. 123 - 128).[13]

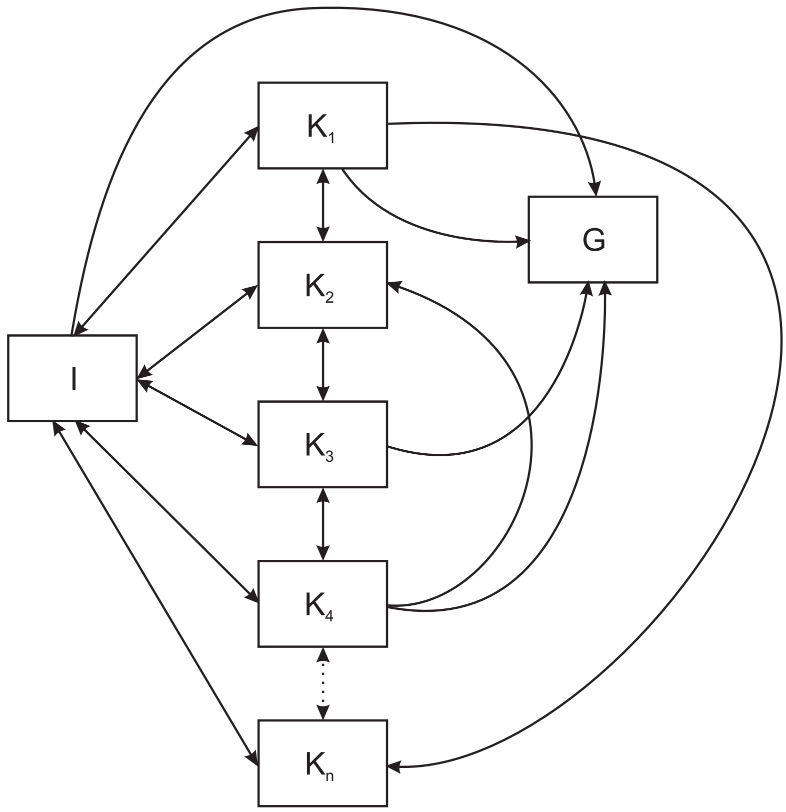


Abbildung 4.3: Beispiel einer Hypertextstruktur mit Verknüpfungen unterschiedlicher Art

Einfache Formen haben noch prinzipielle Ähnlichkeiten mit einem gewöhnlichen Lehrbuch. Ein Buch präsentiert in der Regel multicodale Inhalte, die in Einheiten von Seiten, Unterkapiteln, Kapiteln, usw. gegliedert sind. Als Navigationssystem gibt es das Inhaltsverzeichnis, Seitenzahlen, Stichwortverzeichnisse u.ä. und sogar Querverweise[14]. In Lehrbüchern kann man ebenfalls den linearen Weg verlassen und die Kapitel in einer anderen Reihenfolge bearbeiten[15].

[13] Das Internet könnte man ebenfalls als ein solches Informationssystem ansehen, das chaotisch strukturiert ist, nicht immer verlässliche Inhalte präsentiert, unkontrolliert wächst und in dem man Suchmaschinen zur Navigation nutzt. Gelangt man zu einer gesuchten Substruktur, kann man deren Navigationssystem einsetzen.

[14] z.B. Fußnoten, Seiten- und Literaturverweise

[15] manchmal ist das sogar sinnvoll und von den Autoren beabsichtigt

Der Unterschied besteht darin, dass man mit dem Computer schneller „navigiert” und eventuell mehrere Knoten zu gleicher Zeit geöffnet hält[16], so als besäße man mehrere Exemplare eines Buches und hätte unterschiedliche Kapitel zur gleichen Zeit geöffnet, um z.B. eine offene Frage parallel zu der aktuellen Bearbeitung einer Lerneinheit zu klären. Man kann einen Knoten zu jeder Zeit nach dem Auftreten gesuchter Begriffe durchsuchen, ohne dass die Autoren des Lehrtextes dafür eine Vorkehrung getroffen haben; dieses Prinzip ist in aktuelle Leseprogramme für Hypertexte[17] fest integriert. Man kann Querverweisen folgen und automatisch wieder zurückspringen. Man kann integrierte Glossare parallel geöffnet halten. Abbildung 4.3 auf der vorherigen Seite zeigt ein Beispiel: Die Knoten K_i sind gewöhnliche Informationseinheiten, der Knoten I ist eine Inhaltsübersicht und der Knoten G ist ein Glossar. Es gibt einen linearen Hauptpfad in der Reihenfolge der Informationseinheiten, immer eine Verbindung zum Inhaltsverzeichnis und zurück aber auch einige Verknüpfungen der Einheiten untereinander sowie zum Glossar. Die gebogenen Verknüpfungspfade sollen bedeuten, dass der Ausgangsknoten geöffnet bleibt, bewegt man sich längs der gerade gezeichneten Verbindungen, wird der verlassene Knoten geschlossen.

Die Vergleichbarkeit mit einem Buch wird vollends aufgelöst, sobald man die *multimodalen* Eigenschaften von Hypermedia mit einbezieht, denn innerhalb eines Hypertextes lassen sich animierte Bilder, Klänge, Filme, dynamische Simulationen und vieles mehr an passender Position einbinden und betrachten.

4.3.2 Hypermedia und Interaktivität

Nach Johannes Haack „lassen sich multimediales und hypermediales Lernen eher dem Typus des aktiven selbstgesteuerten Lernens zuordnen als dem des passiven systemgesteuerten Lernens, wie es seinen Ursprung in älteren Formen des behavioristisch basierten CBT[18] hat.” (Haack, 1997, S. 151), denn mit Hypermedia wird der Begriff der *Interaktivität* verbunden, wenn nicht sogar als Kennzeichen von Hypermedia angesehen. Ähnlich wie multimedial wird die Eigenschaft *interaktiv* gerne als Softwareattribut für Werbezwecke verwendet. Dabei wird dieser Begriff manchmal selbst als Merkmal einfacher Hypertexte herausgestellt, obwohl nur implizite Steuerungsmöglichkeiten bestehen, die bereits der Browser mitbringt. Aus mediendidaktischer Sicht gehören aber wesentlich komplexere Formen dazu.

[16] manchmal als *Multitasking* bezeichnet

[17] die so genannten Browser

[18] CBT = Computer Based Training

Interaktivität geht zurück auf den Begriff Interaktion[19], der in den Sozialwissenschaften gebraucht wird, um die Aktivitäten zu beschreiben, mit der eine Einzelperson in Verbindung mit einer sozialen Gruppe tritt und umgekehrt. In der Form *Interaktivität* wird der Begriff hauptsächlich zur Beschreibung der Interaktion zwischen Mensch und Computer verwendet. Es lassen sich folgende Grundformen mit einem zunehmenden Grad an Interaktivität auflisten[20]:

- Zugreifen auf festgelegte Informationen, navigieren in der angebotenen Struktur,
- Verzweigen auf Zusatzinformationen, die sich über Hyperlinks aufsuchen lassen oder gebunden an eingabeabhängige Ereignisse erscheinen,
- kontextabhängiges Eingeben, Speichern und Abrufen der vom Lernenden erzeugten Informationen,
- Aktivierung von Zusatzinformationen, die sich durch Markieren, Auswahl oder als Folge von Mausereignissen[21] ergeben,
- Simple/Multiple-Choice- oder einfache Zeichenketten-Antwortmöglichkeiten auf Fragen mit Richtig-Falsch- oder Punktebewertung,
- Beeinflussungen bzw. Veränderungen von Darstellungen, Simulationen oder Aufgaben durch die Lernenden,
- freier Eintrag komplexer Antworten auf komplexe Fragestellungen mit intelligentem tutoriellem Feedback (Sokratischer Dialog),
- und freier ungebundener Dialog innerhalb des Systems mit Tutoren oder mit Lernpartnern.

Mit dem Einsatz solcher Interaktivitätsformen lässt sich das Lernen mit einem Hypermedia-System verstärkt individualisieren. Dadurch, dass die Lernenden aktiv und selbststeuernd in das Lerngeschehen eingebunden sind, sie die Geschwindigkeit der Bearbeitung selbst bestimmen und Rückmeldungen über ihren Lernfortschritt erhalten, soll sich die Motivation für das Lernen verstärken. Der hohe Anteil an Eigenaktivität soll zu mehr Transfer auf Alltagssituationen führen, was natürlich voraussetzt, dass auch die Inhalte entsprechend ausgewählt wurden. Tergan (1997, S. 128) führt aus: „Eine sinnvolle

[19] lat.: inter = zwischen, agere = handeln

[20] Es handelt sich um eine von mir veränderte und erweiterte Liste nach Haack (1997)

[21] z.B. der MouseOver-Effekt: Ein Informationselement verändert sich beim Überstreichen mit dem Mauszeiger

Verwendung entsprechender Systeme wird dort gesehen, wo Lernende mit entsprechenden Lernvoraussetzungen sich selbständig in komplexe, häufig interdisziplinäre Sachgebiete einarbeiten [...] und flexibel auf Informationen einer umfangreichen Datenbasis zurückgreifen sollen.”

4.3.3 Lernprobleme und Gefahren

Als Lehrer, der mit Schülergruppen jeglichen Alters einen Computerraum aufsucht, kennt man den Effekt: Nicht alle Schüler bleiben lange konzentriert beim Arbeits- oder Rechercheauftrag mit Computer und Internet. Auch ohne Netzwerkanbindung verlieren manche bereits in der lokalen Hypertextstruktur den Überblick, anderen passiert das im unorganisierten Internet, einige wandern gezielt in den nächsten Chatroom; die Ablenkung liegt höchstens zwei Mausklicks entfernt.

Dieses Problem der Desorientierung wurde von Jeff Conklin als „lost in hyperspace” bezeichnet. Es passiert häufig, dass die logische Struktur der Lerneinheiten nicht durchschaut wird und dass Navigationsprobleme auftreten, so dass Lernende am Ende nicht wissen, in welchem Teil der Struktur sie sich gerade befinden. Das tritt gerade dann auf, wenn sie assoziative Strategien beim Bearbeiten des Materials zum Navigieren benutzen[22]. Eine mögliche weitere Schwierigkeit wird von Conklin *Kognitive Überlast* genannt. Damit ist gemeint, dass eine zusätzliche Gedächtniskapazität bereitgestellt werden muss, um sich zu merken, welche Informationseinheiten bereits aufgesucht worden sind (vgl. Tergan, 1997, S. 133).

Es gibt noch eine weitere Erscheinung, die direkt auf die Situation des individuellen Lernens am Computer zurückzuführen ist, insbesondere dann, wenn das Gerät nicht an einem gemeinsamen Lernort steht: Es fehlt die Rücksprache und Bestätigung durch Lerngruppe und Lehrer, die der Computer nicht ersetzen kann[23]. Da die Schule die Aufgabe hat, soziale Kompetenz zu fördern, muss Lernen auch in kooperativen Formen stattfinden. Der reine traditionelle Frontalunterricht ist dazu ebenso wenig geeignet, wie es das Lernen allein am Computer wäre. Deshalb hat es z.B. auch einen Wandel in der betrieblichen Schulung und Weiterbildung gegeben. Nach einer euphorischen Phase mit reinen Online-Schulungen ist man auf Mischformen[24] gekommen, um Vorteile dieser Medien zu nutzen und die Nachteile zu vermeiden (vgl. Kerres, *Online- und Präsenzelemente in hybriden Lernarrangements kombinieren*). Ohne die Rücksprache in der Gruppe werden die eigenen Lernfortschritte und Erfolge nicht richtig gewürdigt,

[22] das ist bei Lernen durch Entdeckenlassen evtl. auch ein erwünschtes Vorgehen

[23] und auch nicht ersetzen soll

[24] das so genannte *Blended Learning*, im deutschsprachigen Raum hat sich die Bezeichnung *Hybrides Lernen* verbreitet

der Grad der Anstrengung und des Verständnisses sind nicht hinreichend einzuordnen. Im Austausch mit der Lerngruppe erhält man Impulse, wie man mit den Lerneinheiten in den individuellen Lernphasen besser zurecht kommt.

Besonders in der Algebra könnte es auch sein, dass man trotz ausführlicher Erläuterung einen wesentlichen Umformungsschritt trotz großen Bemühens nicht versteht. Einfach darüber hinweg zu gehen, ist manchmal nicht möglich[25] und die Lerneinheit ist vielleicht nur auf diese eine Darstellungsweise eingerichtet; dabei genügte eventuell ein einziger Hinweis eines anderen Schülers oder des Lehrers um weiter zu kommen.

4.4 Visualisieren von mathematischen Begriffen und Zusammenhängen

Die Redensart „*Ein Bild sagt mehr als tausend Worte*" geht zwar „nur" auf den Werbefachmann Fred R. Barnard zurück[26], ist aber ein anerkanntes Paradigma in einer Welt der visuellen Medien. Darauf stützen sich auch moderne Darstellungs- und Mnemonik-Verfahren[27] wie das *Mindmapping*. Die Bedeutung der Visualisierung wird in besonderem Maße für die Geisteswissenschaft Mathematik gesehen, mal mit einer mehr und mal mit einer weniger kritischen Haltung. Nach Hischer (2002, S. 284ff.) führten die Bestrebungen im 19. Jahrhundert, die Analysis und die Geometrie zu formalisieren[28], in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts dazu, dass es Vorlesungen und Lehrbücher über Analytische Geometrie einschließlich der Kegelschnitte ganz ohne grafische Abbildungen gab. Daran ist zu erkennen, dass der Gedanke der Exaktheit über alle Anschaulichkeit gestellt wurde und praktische Anwendung daher in den Hintergrund treten musste. Aus der heutigen Sicht geht man im Mathematikunterricht eher davon aus, dass die Anschauung eine wichtige Rolle im Lernprozess und für das Behalten spielt. Darüber hinaus sollen problemorientierte Zugänge dafür sorgen, dass aktives, anwendbares Wissen vermittelt wird.

Die Vorteile der *Neuen Medien* in diesem Zusammenhang sehen Heinz Mandl und Gabi Reinmann-Rothmeier so: „Die Potentiale der neuen Medien zur Visualisierung

[25] wenn es z.B. in dem Lernabschnitt um ein grundlegendes Rechenverfahren geht

[26] „A Picture is Worth a Thousand Words" wurde als Reklametextzeile, übrigens ganz ohne Bild, am 8. Dezember 1921 in der Zeitschrift *Printer's Ink* gedruckt und 6 Jahre später von Barnard selbst noch einmal in abgewandelter Form in chinesischen Schriftzeichen unter einem Werbebild für Backpulver wiederholt, vgl. Mieder (1989)

[27] griech.: Mnemonik, "Gedächtniskunst", die Erleichterung des Erinnerns durch Assoziationen in Form von Bildern, Versen, u.a.

[28] für die Weiterentwicklung der Mathematik war das richtig und notwendig

und Simulation von Zusammenhängen und Abläufen sowie Möglichkeiten der hypermedialen Aufbereitung von Lehr-Lerninhalten eignen sich nicht nur zur Erhöhung der Authentizität, sondern steigern auch die didaktische Qualität der systematischen Wissensvermittlung. Darüber hinaus kommen die mittels der neuen Medien möglich gewordenen unterschiedlichen Darstellungsformen und Kodierungen verschiedenen Lerntypen entgegen [...]"[29]

Die Faktoren, die zu bestimmten Zeiten in mathematischen Bereichen zu einer Ablehnung der Veranschaulichung geführt haben, bestehen nach wie vor. Wenn sie nicht hinreichend Beachtung finden, könnte das Pendel schnell wieder zur anderen Seite ausschlagen. Unkritisch gehandhabte Visualisierungen können schnell zu falschen Schlussfolgerungen führen. Das ist aus der schulischen Praxis in der Geometrie bekannt, wo immer die Gefahr besteht, dass Beweisschritte der Beweisskizze entnommen werden, anstatt sie mit den Definitionen und Sätzen zu begründen (vgl. Holland, 1996, S. 37-38).

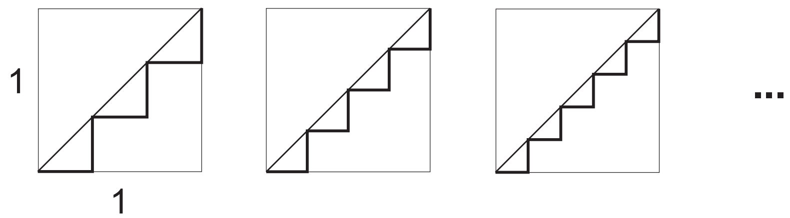


Abbildung 4.4: Der Treppeneffekt und mögliche Trugschlüsse. Die Bilderfolge könnte zu der Schlussfolgerung $2 = \sqrt{2}$ führen (aus Hischer, 2002, S. 284).

Das von Hischer dargestellte Beispiel aus der Analysis warnt ebenfalls sehr eindringlich davor, die Darstellung mit dem Sachverhalt zu identifizieren (siehe Abbildung 4.4, die Problematik des *Aliasing*[30] ist ein Grundphänomen bei Darstellungen am Bildschirm). Solche Effekte sollten im Unterricht thematisiert werden; es gibt dazu auch im Internet sehr schöne Beispiele mathematischer Trugschlüsse, z.B. eines, das mit der Zusammensetzung von Flächen den Trugschluss $99 = 100$ anbietet[31], präsentiert als Java-Applet[32].

[29] Lernen mit *Neuen Medien*, Pädagogische Grundlegung in http://computerphilologie.uni-muenchen.de/

[30] Treppeneffekt der Computergrafik wegen der endlichen Auflösung des Bildschirms

[31] aus der interaktiven „Eye-Opener-Series" von „Cut-the-knot", http://www.cut-the-knot.org/

[32] mehr zu Java-Applets in späteren Kapiteln

Das Prinzip der adäquaten Visualisierung

Mathematische Visualisierungen zeigen zwar keine realen Objekte aber sie erleichtern es, mit anderen über eine Vorstellung zu kommunizieren. Jerome Bruner unterscheidet drei Darstellungsweisen „des Wissens und Könnens" und zwar die Darstellung durch Handlungen (*enaktive Form*), durch bildliche Mittel (*ikonische Form*) und die Darstellung durch Symbole und Zeichen (*symbolische Form*).[33] Jede Darstellung kann immer nur gewisse Aspekte des Begriffs oder des Zusammenhangs erfassen und es hängt von der Problemstellung ab, was als eine adäquate Form angesehen werden kann.

Computer bieten sehr viele Möglichkeiten der Darstellung. Es lassen sich unterschiedliche Visualisierungen miteinander in Beziehung setzen, man kann zwischen ihnen wechseln oder sie gleichzeitig geöffnet halten. Die bildlichen Darstellungen können auch auf vielfältige Weise dynamisch sein. Sie könnten z.B. erst im Moment der Anforderung aufgrund einer aktuellen Situation neu erzeugt werden oder es könnte sein, dass in der Darstellung gewisse Elemente hervorgehoben werden, wenn man sie mit dem Mauszeiger berührt. Auch das Problem einer zu komplexen Darstellung kann durch Überlagerung von Teilbildern[34] gelöst werden; anders als beim Diavortrag in der Klasse in der Geschwindigkeit durch den Betrachter selbst geregelt (vgl. Weigand/Weth, 2002, S. 36 - 37).

Es können sogar die Texte durch Hervorhebungen auf Benutzersignale dynamisch reagieren und in Beziehung zu einer Grafik treten. Diese Eigenschaften eröffnen insbesondere in der Algebra neue Möglichkeiten für das Verständnis von Termen und in Trainingsprogrammen zum Erkennen von Termstrukturen.

Mitgebrachte Fertigkeiten bei der Computernavigation

Die Steuerungsmechanismen mit Tastatur, Maus und Cursor waren bei ihrem ersten Auftreten so neuartig, dass man ganz zu Beginn beispielsweise im Informatikunterricht darauf eingehen und sogar die „Mausmotorik" trainieren musste. Das ist nach den eigenen Erfahrungen seit der großen Verbreitung des Internets und der Computerspiele zunehmend unnötiger geworden und heute gehören - zumindest ab der Mittelstufe - Grundfähigkeiten der Navigation mit Maus und Tastatur zum mitgebrachten Repertoire der Schüler. Entsprechende Fertigkeiten sind sogar bei Personen vorhanden, die sich bisher kaum mit einem PC beschäftigt haben. Dazu trägt sicher die Existenz von Automaten bei, die als öffentliche Informations- oder Ticketverkaufssysteme[35] zunehmend zum Einsatz kommen.

---

[33] Das Brunersche „E-I-S-Modell"

[34] Overlays

[35] z.B. Fahrkartenautomaten der Deutschen Bahn

4.5 Der Einsatz von Computeralgebra-Systemen und Tabellenkalkulationen

Die allen zugänglichen Hilfsmittel bei der Beantwortung mathematischer Fragen beeinflussen die Auffassung darüber, wie zeitgemäßer Mathematikunterricht auszusehen habe. Davon ist nicht nur die Methodik, sondern mit Einschränkungen auch der Inhalt betroffen. Das Auftreten des Taschenrechners hat beispielsweise dazu geführt, dass der Algorithmus zur Bestimmung der Quadratwurzel einer Zahl in der Schule in der Regel nicht mehr thematisiert wird. Das macht schließlich der Taschenrechner nach einem einzigen Tastendruck. Neben den beabsichtigten Effekten des Taschenrechnereinsatzes, z.B. von langweiliger Routine zu befreien oder in kurzer Zeit sehr viele Rechnungen durchführen zu können, gibt es immer auch unerwünschte Nebenwirkungen. Wenn Schüler jede triviale Rechnung unreflektiert mit dem Taschenrechner ausführen, dadurch vielleicht sogar die elementaren Rechenfertigkeiten verlieren oder gar nicht erst entwickeln und nicht fähig sind, ganz offensichtlich falsche Ergebnisse als solche zu erkennen, dann sind das schwerwiegende Nachteile. Die Hoffnung, die durch den Taschenrechner eingesparte Zeit für die Beschäftigung mit gehaltvollen mathematischen Fragen einsetzen zu können, wird oft leider nicht im gewünschten Umfang erfüllt.

In der Algebra geht es nicht um numerische sondern um symbolische Rechnungen. Gewöhnliche Taschenrechner helfen dabei nicht, wohl aber Computeralgebra-Systeme (CAS), die in Taschenrechnern fest verdrahtet oder als Computerprogramm vorkommen. Ein Teil der didaktischen Diskussion zu diesem Thema wurde in Abschnitt 1.4 dargestellt. In einigen Länder werden heute Computeralgebra-Systeme flächendeckend genutzt. In Österreich gibt es beispielsweise eine landesweite Lizenz für das CAS *Derive*[36]. Für die Integration eines CAS in einen grafikfähigen Taschenrechner spricht der im Vergleich zu Computern günstige Preis und die hohe Mobilität, dagegen spricht die mangelnde Auflösung aller Taschenrechner-Displays. Zwar kann man sich dank des eingebauten Funktionsplotters schnell einen Überblick über einen Graphen verschaffen, aber eine kleinere Termumformung führt bereits zu einer umbruchreichen und daher schwer lesbaren Darstellung.

Der Einsatz von CAS im Algebraunterricht - wegen der obigen Argumente am besten als Computerprogramm - ist m.E. zwar prinzipiell zu befürworten[37], wird aber für das zu entwickelnde Projekt aus den folgenden Gründen nicht in Erwägung gezogen:

Es wäre keine gute Idee, Schülern einen Taschenrechner in die Hand zu geben, wenn sie das kleine Einmaleins lernen sollen. Man wird im Unterricht kein DGS einsetzen, bevor nicht sichergestellt ist, dass die Schüler Elementarkonstruktionen und den Umgang mit

[36] überwiegend in Taschenrechner integriert

[37] siehe Argumentation in Abschnitt 1.4

Zirkel, Lineal und Geodreieck oft genug geübt haben. Genauso wenig ist es angebracht, mit einem CAS zu arbeiten, wenn man eine Einführung in die Algebra beabsichtigt. Denn es geht zunächst darum, ein Grundverständnis für Variable, Terme, Gleichungen und elementare Umformungen auszubilden; dabei hilft ein CAS nicht. Außerdem besteht ein wesentliches Ziel darin, die Kompetenz des Mathematisierens zu erlernen und Anwendungen in den Vordergrund zu stellen. Zwar kann ein CAS bei schwierigen echten Anwendungsproblemen helfen, auch ohne einschränkende Vereinfachungen mit unhandlichen Termen und Gleichungen zu realistischen Ergebnissen zu kommen, aber von einem derartig hohen Schwierigkeitsgrad sollten die Probleme zu Beginn nicht sein. Die Situation der Einführung des aspektreichen Variablenbegriffs, die die Schüler beim Übergang von der Arithmetik zur Algebra mit einem neuen Abstraktionsniveau stark fordert, lässt es nicht zugleich zu, dass man komplizierte Anwendungen behandelt, die den CAS-Einsatz rechtfertigen würden.

Auch das Erstellen von Graphen ist zunächst eine eher handwerkliche Tätigkeit, die hinreichend geübt werden muss. Dass die Graphen eine Zuordnung repräsentieren, lernt man dadurch, dass man Zuordnungspaare Punkt für Punkt zusammenstellt und das anfangs nicht einem Automaten überlässt. Erst wenn das Prinzip fest verankert ist, macht es Sinn, z.B. die Graphen von Funktionenscharen mit CAS-Unterstützung zu behandeln und damit Zeit einzusparen. Auch ähnliche Instrumente wie einen Funktionsplotter, der nach Eingabe einer Funktionsgleichung den zugehörigen Graphen ausgibt, möchte ich aus den genannten Gründen für mein Lernarrangement nicht vorsehen.

Tabellenkalkulationen

Ebenso wie CAS werden Tabellenkalkulationen gerne im Mathematikunterricht eingesetzt. Sie bieten wie CAS oder Funktionsplotter den Vorteil, dass man sehr schnell eine Vielzahl von Rechnungen ausführen lassen kann. Das gelingt in übersichtlicher Weise und man bekommt darüber hinaus auf Knopfdruck grafische Veranschaulichungen der Tabellen in sehr unterschiedlichen Darstellungsvarianten. Außerdem betont die Arbeit mit Tabellen den Zuordnungscharakter. Diese Programme sind außerdem authentische Werkzeuge aus der Arbeitswelt; Tabellenkalkulationen eignen sich demnach besonders für die Darstellung und Untersuchung von Zuordnungen aller Art in Verbindung mit realen Anwendungen.

Auf der anderen Seite ist die Handhabung eines Tabellenkalkulationsprogramms nicht in jedem Fall einfach und die Notationen der in Tabellenzellen einzubringenden Terme unterscheiden sich deutlich von den üblichen mathematischen Notationen. Um damit selbstständig umzugehen, ist bereits im Vorfeld eine Schulung notwendig. Das Instrument ist außerdem in der Algebra nicht universell anwendbar; man wird zwar an einigen Stellen auf Tabellen zurückgreifen, aber in einem elementaren Kurs ist auch hier noch eher die Handarbeit und nicht die Automatik gefragt. Daher sollen Tabellenkalkulationen in meinem Lernarrangement ebenfalls keine Verwendung finden.

4.6 Anforderungen an ein hybrides Lernarrangement für elementare Algebra

Lernen mit den *Neuen Medien* ist für Schüler im Jugendalter nicht erfolgversprechend, wenn sie dauerhaft ohne die Unterstützung von Lerngruppe und Lehrer auskommen müssen. Wollte man Unterricht ersetzen, könnten Computer allenfalls einfache Unterrichtsformen simulieren, die auf instruktionsbasiertes Lernen[38] ausgerichtet sind. Wie in vorangehenden Kapiteln festgestellt wurde, passen solche Formen simulierten Unterrichts nicht zu den gesetzten Zielen.

Ein Computer kann also Lehrer nicht ersetzen; er ist aber ein nützliches Werkzeug, das in einem hybriden Lernarrangement in den Phasen des selbstgesteuerten Lernens mehr als nur die Rolle eines Lehrbuches übernehmen kann. Lerninhalte können in ansprechender Weise präsentiert werden und dabei kann Raum für Eigenaktivitäten der Lernenden eingeplant werden. Die Aktivitäten wirken sich auf Inhalte und Darstellungen aus und steuern den Ablauf des Lernens. Wenn die Aufbereitung angemessen ist und auch die Inhalte treffend ausgewählt werden, darf man auf eine hohe Lernmotivation hoffen. In einem vernetzten System müssen die Lernenden auch während der Individualphasen nicht isoliert bleiben und können miteinander kommunizieren, zusammenarbeiten und Produkte austauschen. Motivierend kann es auch sein, dass die Schüler über Werkzeuge verfügen, die es erlauben, eigene Produkte zu präsentieren und zu verteilen.

Für diese Zwecke ist am besten eine offene erweiterbare Struktur geeignet, mit der man in der Lage ist, unterschiedliche Elemente in integrierter Form vorzuhalten. Diese Eigenschaft ist eher Hypermedia-Systemen zuzuschreiben als spezifischen Lernprogrammen. Ein solches Hypermedia-System möchte ich nutzen, um den Schülern Algebra-Lerneinheiten zu präsentieren.

Damit müsste es möglich sein, die selbst zu erarbeitenden Inhalte[39] in Lerneinheiten zu gliedern, die sich mit einem aktuellen Standardbrowser[40] aufrufen und bearbeiten lassen. Integrierte interaktive Abbildungen unterschiedlichen Medientyps, Simulationen, maussensitive Textbereiche und automatisch kontrollierte Übungen mit Auswahl- und Eingabefeldern erweitern das Steuerungspotenzial der Lernenden. Hypertexte lassen in Verbindung mit einer Datenbank auch Erweiterungen zu, mit denen man eigene Texte und andere Daten in das System eingeben und bestimmten Lerneinheiten zuordnen kann. Solche Erweiterungen plane ich ein, um es den Schülern zu ermöglichen, den

[38] mit mehr „Geduld” aber weniger „Verständnis” als ein menschlicher Lehrer

[39] siehe „Grundgerüst der Inhalte” in 3.2 auf Seite 50

[40] im Prinzip unabhängig von der Version des Betriebssystems

eigenen Lernweg zu kommentieren und zu einer eigenen Einschätzung des Lernfortschritts zu kommen.

Da die Absicht besteht, das System in einer 7. Klasse einzusetzen, muss davon ausgegangen werden, dass die Schüler im Allgemeinen keine geübten Computeranwender sind. In der Regel werden die Schüler aber nicht lange brauchen, um die Grundprinzipien der Ablaufsteuerung mit Maus und Tastatur zu beherrschen. Die Gesamtstruktur der Lerneinheiten sollte klar erkennbar und gut gegliedert und mit einer einfachen einheitlichen Navigation ausgestattet sein, so dass zu jeder Zeit klar ist, in welchem Kursteil man sich befindet und wie man einen gewünschten Teil erreichen kann. Abbildung 4.3 auf Seite 71 zeigt ein prinzipiell geeignetes Netz aus Informationsknoten und Verknüpfungen.

Bei der Gestaltung der Lerneinheiten ist ein einheitliches Layout von großer Bedeutung. Man sollte z.B. auch an der Aufmachung und Farbgebung erkennen, ob man eine interaktive Übung mit automatischer Auswertung, eine Aufgabe zur schriftlichen Bearbeitung oder einen gewöhnlichen Text vor sich hat. Hyperlinks sind in Browsern immer durch Farb- und Textattribute als solche erkennbar. Durch unterschiedliche Darstellungen ließen sich Hyperlinks mit unterschiedlichen Funktionen besser auseinanderhalten. Man könnte beispielsweise eine Unterscheidung zwischen internen[41] und externen[42] Hyperlinks vorsehen.

Es ist nur konsequent, bereits bei der Einführung der Arbeit mit dem System auf das Selbstlernen zu setzen. Eine erste Lerneinheit soll also den Einsatz des Systems und auch den Lernprozess als solchen thematisieren. Dabei könnte ein einfacher Hypertext Verwendung finden, der bereits interaktive Elemente und Navigationsprinzipien vorstellt und einen Leitfaden zum selbstgesteuerten Lernen mit dem System vermittelt.

Da ein Teil des Lernarrangements auf Software basiert, muss eine Installationsphase vorausgehen. Falls Schulcomputer eingesetzt werden sollen, kann man vor dem Kursbeginn die Installation vor Ort vornehmen. Sofern das System für Schüler eingesetzt wird, die ihren eigenen Computer zu Hause nutzen, ist dafür Sorge zu tragen, dass die erfolgreiche Einrichtung sichergestellt werden kann. Das kann nur gelingen, wenn die Installation[43] leicht und automatisch nach standardisierten Verfahren abläuft und alle nötigen Hilfsmittel bereitstellt. In Problemfällen muss eine persönliche Betreuung gewährleistet sein, wobei man auch die Hilfestellung derjenigen Schüler organisieren kann, die sich mit Softwareinstallationen auskennen und zuvor auf ihrem eigenen Computer erfolgreich waren.

[41] Hyperlinks, die zu Lerneinheiten innerhalb der Struktur führen

[42] Hyperlinks, die zu Informationseinheiten außerhalb der Struktur führen, z.B. Internet oder Intranet

[43] z.B. von CD-ROM

Zu dem Lernarrangement sollen andererseits gemeinsame Unterrichtsphasen in der Lerngruppe gehören. Über die Gestaltung dieser Phasen wird in einem späteren Kapitel genauer nachzudenken sein. Bisher ist nur klar, dass sich Formen und Inhalte von traditionellem Unterricht unterscheiden müssen, da es in erster Linie um die Nachbereitung und Zusammenführung von selbstständig gewonnenen Ergebnissen der Schüler und um die Reflexion des Lernprozesses geht. Mehr als sonst sollte es dazu kommen, dass Schüler Ergebnisse präsentieren und diskutieren und dass der Lehrer dabei häufiger in seiner Rolle als Vermittler und Moderator auftritt. Falls es sich herausgestellt hat, dass mit einem bestimmten Lernstoff auf breiter Front Verständnisschwierigkeiten aufgetreten sind, kann man gemeinsam über Maßnahmen nachdenken und eventuell auch instruktionsbasierte Unterrichtssituationen vorsehen.

Kapitel 5

Stärken und Schwächen existierender Hypermedia-Lernangebote

5.1 Zielsetzung und Eingrenzung

Bevor konkrete Schritte zur Entwicklung von Lerneinheiten und Arbeitsformen dargestellt werden, lohnt es sich, existierende Lernangebote und Unterrichtsprojekte mit Hypermediaanteilen zu untersuchen und ihre Stärken und Schwächen festzustellen. Es geht auch darum, die Zusammenhänge mit der Einführung innovativer Unterrichtsmethoden zu erkennen. Daraus ergeben sich sicher Anhaltspunkte für das Algebraprojekt, um erkannte Fehler nicht zu wiederholen, Schwächen abzumildern oder zu vermeiden und gelungene Ansätze aufzugreifen, sofern sie auf das Vorhaben passen oder sich anpassen lassen. Ebenfalls bedeutsame Fragen sind, welche äußeren Bedingungen vorlagen und mit welchem Erfolg die Angebote in den Schulalltag eingegliedert werden konnten.

Es kann hier nicht um eine lückenlose Aufstellung und Untersuchung aller vorhandenen Angebote gehen; eine exemplarische Betrachtung wichtiger Projekte erscheint sinnvoller. Dabei sollen einerseits Projekte aufgenommen werden, die einen relativ hohen Verbreitungsgrad oder hohe Aufmerksamkeit erreicht haben, andererseits solche, die vielleicht weniger verbreitet sind oder kaum beachtet werden, dafür möglicherweise in Bezug auf mein Algebraprojekt besondere Hinweise geben können.

Im Prinzip geht es hier auch nicht um die Untersuchung spezifischer Lernsoftware, mathematischer Computerprogramme oder sonstiger Instrumente, die nicht im Zusammenhang mit einem umfassenden Lernarrangement stehen. Auf diesem Gebiet bieten die Bildungsserver der Bundesländer umfassende Informationen. Seit 1991 gibt es einen gemeinsamen Modellversuch mit Namen SODIS[1], das Rezensionen zu bildungsrelevanten Softwareprodukten in einer Datenbank zur Verfügung stellt. Soweit allgemeine mathematische Unterrichtsmittel[2] eine prinzipielle Bedeutung für den Algebraunterricht haben, wurden sie bereits angesprochen und diskutiert.

5.2 Vorhandene Lernangebote, die Neue Medien einbeziehen

Einige Angebote, die selbstgesteuertes Lernen mithilfe von Hypermedia-Elementen realisieren, wurden in den vorangehenden Kapiteln bereits erwähnt, eventuell sogar im Kapitelzusammenhang genauer vorgestellt. Ein Abschnitt war dem Abitur-Online-Schulversuch gewidmet (siehe Abschnitt 2.3 auf Seite 40). Die Aussagen dazu müssen hier nicht wiederholt werden, zumal am Ende des Kapitels eine Zusammenfassung von Schlussfolgerungen und Ansätzen zur Übertragung auf das Algebra-Lernarrangement zu finden ist. Andere Darstellungen, wie die Bemerkungen zu *mathe online* bedürfen der Vertiefung.

5.2.1 Sinus

Der BLK-Modellversuch *SINUS*[3] kann als eine erste Konsequenz auf die Ergebnisse von TIMSS angesehen werden. Wie im Abschnitt 2.2.1 auf Seite 23 dargelegt, wurden deutschen Schülern im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich besondere Schwierigkeiten mit anspruchsvolleren Aufgaben und Problemstellungen bescheinigt.

Im Auftrag des Bundesministeriums für „Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie" ist für die Projektgruppe „Innovationen im Bildungswesen" der Bund-Länder-Kommission (BLK) eine Expertise (BLK, 1997) zur Vorbereitung des Förderprogramms *SINUS* erstellt worden. In dieser Expertise wurden Problemzonen des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts analysiert und 11 Entwicklungsschwerpunkte (Module) genannt, an denen eine Weiterentwicklung dieses Unterrichts erfolgen soll. Diese Module betreffen die folgenden Bereiche:

---

[1] Softwaredokumentations- und Informationssystem, siehe www.sodis.de und das Kapitel „Neue Medien im Mathematikunterricht" in Frerich et al. (2000)

[2] Taschenrechner, CAS und Tabellenkalkulationen

[3] Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, siehe http://blk.mat.uni-bayreuth.de

Modul 1: Weiterentwicklung der Aufgabenkultur

Modul 2: Naturwissenschaftliches Arbeiten

Modul 3: Aus Fehlern lernen

Modul 4: Sicherung von Basiswissen - verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus

Modul 5: Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen: Kumulatives Lernen

Modul 6: Fächergrenzen erfahrbar machen - fachübergreifendes und fächerverbindendes Arbeiten

Modul 7: Förderung von Mädchen und Jungen

Modul 8: Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation von Schülern

Modul 9: Verantwortung für das eigene Lernen stärken

Modul 10: Prüfen: Erfassen und Rückmelden von Kompetenzzuwachs

Modul 11: Qualitätssicherung innerhalb der Schule und Entwicklung schulübergreifender Standards

Der Modellversuch lief zwischen 1998 und 2003 mit der Beteiligung von 15 Bundesländern. Insgesamt waren 180 Schulen eingebunden. Jeweils sechs Schulen arbeiteten in einem lokalen Netzwerk (einem Schulset) zusammen, wobei jeweils eine der Schulen eine hervorgehobene Position als Pilotschule übernahm. Im Durchschnitt waren pro Schule etwa fünf Lehrkräfte aktiv am Programm beteiligt.

Getragen wurde das Programm vom Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften (IPN) an der Universität Kiel und vom Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung (ISB) in München. Das ISB kooperierte im Bereich der mathematikdidaktischen Betreuung mit dem Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik an der Universität Bayreuth.

Es ging u.a. darum, die Motivation der Lernenden durch Eigenverantwortung für den Lernprozess zu stärken. Als Ansatzpunkt wurden die Lehrkräfte in den Blick genommen und Maßnahmen zur Stärkung der Professionalität überlegt. In der Vorbereitungsstudie BLK (1997, S. 8-24) heißt es:

„Tendenziell werden von Lehrkräften in der Schule die Bedeutung des Vorwissens unterschätzt und Umfang und Qualität des verfügbaren Wissens von Schülern überschätzt. Die in unseren Schulen vorherrschende Praxis der Leistungsüberprüfung durch Klassen(Schul)arbeiten, die überwiegend kürzlich behandelte Stoffe berücksichtigen, ist wahrscheinlich für diese Fehleinschätzung mitverantwortlich."

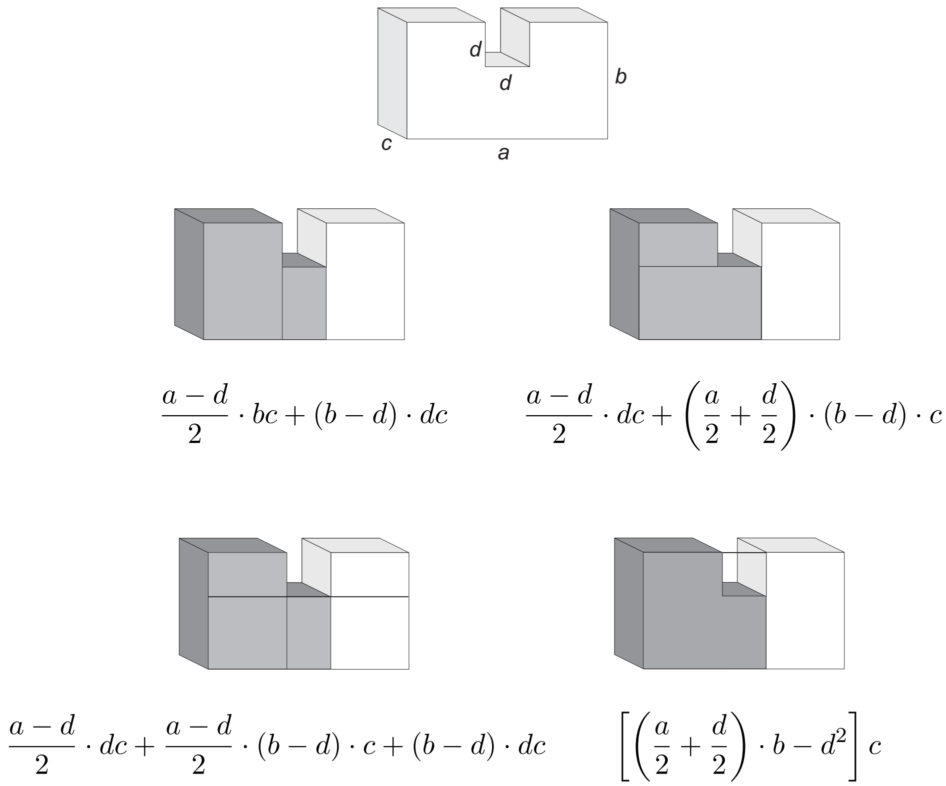


Abbildung 5.1: Visualisierung von Termstrukturen nach Hertrampf (1999), Fragment aus einem Unterrichtsbeispiel zu *SINUS*-Modul 5

Man weist auf Ergebnisse der Motivations- und Interessenforschung hin und formuliert den Zusammenhang zu den Motiven der Lehrkräfte, sich mit dem Stoff zu beschäftigen (vgl. 3.4): „Schülerinnen und Schüler interessieren sich dann leichter für den Lehrstoff, wenn sie wahrnehmen können, daß auch die Lehrkraft das Thema interessant, spannend und wichtig findet. Allerdings ist dies nicht so oft der Fall, wie es sein könnte.” Der Praxis der Lehrerausbildung wird eine gute fachliche Qualität bescheinigt, aber für eine „professionelle Handlungskompetenz” sei „berufsbezogene Kooperation zwischen Lehrkräften in unterschiedlichen Stadien ihrer beruflichen Entwicklung von zentraler Bedeutung”. In dieser Hinsicht wird in Deutschland ein Mangel gesehen. Hier setzte SINUS auch an, neue Unterrichtsmaterialien und -methoden wurden gemeinsam erprobt und weiter entwickelt und die Erfahrungen damit ausgetauscht. Zu diesem Zweck standen ein zentraler Projektserver und Austauschforen zur Verfügung.[4]

[4] Beim Unterricht selbst standen die Neuen Medien nicht wie bei anderen Projekten an zentraler Stelle; das Internet diente hauptsächlich zur Kommunikation und zum Datenaustausch der Teilnehmer untereinander.

Zur didaktisch-methodischen Unterstützung der beteiligten Lehrkräfte wurden zu allen Modulen Erläuterungen und Handreichungen zur Verfügung gestellt und insgesamt 10 zentrale Fortbildungen angeboten. Die Materialien stehen nach wie vor bereit und sind weitgehend öffentlich über das Internet zugänglich; sie dürfen für Unterrichtszwecke frei eingesetzt werden.

Projektbilanz

Im Mai 2003 fand die zentrale Abschlusstagung in Berlin statt, auf der die Schulsets die wichtigsten Ergebnisse ihrer Programmarbeit präsentierten. Nach dem Abschlussbericht (Hertrampf, 2003) ist man zu folgenden Einschätzungen und Ergebnissen gekommen: Die beteiligten Schulen bestätigen die Entwicklung einer Arbeitsatmosphäre, die durch mehr „Aufgeschlossenheit gegenüber neuen Wegen, Bereitschaft zur Selbstkritik, gewachsenes Problembewusstsein, aber auch positive Kooperationserfahrungen (Gruppengefühl statt Einzelkämpfertum)" gekennzeichnet ist. Bei der „kooperativen Modulbearbeitung wurden zahlreiche didaktische Materialien erstellt", von denen auch andere Lehrkräften profitieren konnten. Insgesamt wertet man das Modellversuchsprogramm als „überaus erfolgreich" und hat mit dem Nachfolgeprojekt SINUS-Transfer[5] die Arbeit mit dem Ziel fortgesetzt, eine größere und nachhaltige Verbreitung[6] der Innovationen zu erreichen.

5.2.2 Mathe Online

Das österreichische Projekt *mathe online* läuft seit März 1998 als Mathematik-Lehr- und Lernangebot im Internet. Die Hauptautoren sind Franz Embacher und Petra Oberhuemer, die im Abschnitt 2.3 bereits kurz vorgestellt worden sind. Das Projekt basiert auf der Nutzung der *Neuen Medien*. Das Ziel ist es, einen kompletten Lehrgang[7] für die Schulmathematik einzurichten, der sich an Lernende in Österreich aus Schule (AHS und BHS[8]), einzelnen Universitätsstudien und aus der Erwachsenenbildung richtet. In der Selbstdarstellung des Projekts heißt es:

„Der gesamte während der Aufbauphase bearbeitete Stoffumfang wird von der Fördersituation abhängen. Im günstigsten Fall werden alle für den AHS-Oberstufenunterricht

[5] http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de

[6] man spricht von Dissemination

[7] Der Aufbau der einzelnen Kapitel schreitet seit 1998 leider sehr langsam voran und ist bis 2005 noch nicht abgeschlossen, da die Fördersituation nicht gut ist.

[8] AHS ist die Abkürzung für „Allgemeinbildende Höhere Schule", BHS steht für „Berufsbildende Höhere Schule"; in beiden Schulformen lässt sich das Abitur (Matura) erwerben.

wesentlichen Stationen sowie Erweiterungen für BHS und einzelne Universitätsstudien einbezogen werden.”

Didaktisches Design des Angebots

Für den Zugriff auf die Hypermedia-Lerneinheiten ist ein javafähiger Browser[9] notwendig. Der Haupttext der einzelnen Lektionen, genannt die *Mathematischen Hintergründe*, gleicht auf den ersten Blick einem traditionellen Lehrbuch, das digitalisiert worden ist. Die Lerneinheiten enthalten aber viele vorwiegend am rechten Seitenrand angeordnete Verknüpfungen zu interaktiven Elementen. Diese werden in der so genannten „Galerie” vorgehalten, in der hauptsächlich Java-Applets zum Einsatz kommen. Das System wird ergänzt durch ein mathematisches Lexikon, das die Hauptbegriffe noch einmal kompakt darstellt.

Die Konzeption der Lerneinheiten wird durch Embacher wie folgt dargestellt:[10]

„Die *Mathematischen Hintergründe* stellen die wichtigsten Teilbereiche des Mathematikstoffs in einer knappen, aber mehr oder weniger zusammenhängenden Form dar. Sie sollen Lernende an die zentralen Gedankengänge und Techniken des jeweiligen Gebiets heranführen, Zusammenhänge zwischen Abschnitten verdeutlichen und ein tieferes Verständnis ermöglichen als das bloße Anwenden von Regeln. [...]

Viele der in der mathe online Galerie enthaltenen Lernhilfen (hauptsächlich Java-Applets) sind dynamische Diagramme, d.h. interaktive Einheiten, die von den BenützerInnen Tätigkeiten wie die Betätigung eines Schiebereglers oder Zahleneingaben verlangen und darauf reagieren. Im Unterschied zu vielen, auf den ersten Blick ähnlichen Einheiten am Web oder auf CD-ROMs verfolgt mathe online das Ziel, zu der notwendigen Anstrengung hin- statt von ihr wegzuführen: Bei den meisten Lerneinheiten sind Aufgaben zu lösen, die ein bestimmtes Vorwissen erfordern und zu einem bestimmten Verständnisziel hinführen sollen. So wird etwa manchmal ein geometrisch einleuchtender Sachverhalt mit einem Anzeigefeld gekoppelt, das dieselbe Situation in der schwerer zugänglichen formalen Symbolsprache der Mathematik darstellt. Zur Lösung einer Aufgabe wird es dann notwendig sein, die geometrisch-anschauliche Situation und die abstrakt-symbolische Sprache ‚zusammenzudenken’ (z.B. Zeichenebene und Koordinatensystem).

[9] Der Browser sollte auch ein Flash-Plugin besitzen, da bereits einige Einschlüsse in diesem Format vorliegen. Flash ist wie Java eine Sprache, mit der interaktive dynamische Elemente gestaltet werden können.

[10] Zitate aus der Einführung im Web-Angebot, z.T. mit Auslassungen und absatzweise umgestellt, kursive Hervorhebung nicht im Original

Manche dieser Applets eignen sich dazu, Begriffe anschaulich kennenzulernen, lange bevor das Rechnen mit ihnen eingeübt wird[11]. Als zusätzlicher hilfreicher Umstand kommt hinzu, dass bewegliche Teile einer Graphik die Aufmerksamkeit auf sich ziehen. Damit wird es leichter als im traditionellen Printmedium, zwischen wichtigen und unwichtigen Dingen zu unterscheiden.

Ein weiteres wichtiges didaktisches Prinzip ist das der Rückmeldung und Fehleranalyse. Ein ,Fehler' ist meistens eine Art Mißverständnis, aus dessen ,wahrem Kern' sich lernen läßt. Die Analyse solcher Mißverständnisse kann natürlich ein Mensch besser als ein Computerprogramm. Dennoch sollte eine elektronische Lernhilfe, so gut es geht, Rückmeldungen erstatten und zumindest bei manchen Fragestellungen ,typische' Fehler erkennen und die BenützerInnen über ihren Lernerfolg informieren."

Applets und Autorenwerkzeuge

Einige der angesprochenen Applets sind interaktiv gesteuerte Diagramme, die auf Eingaben mit der Maus reagieren. Es gibt auch viele Lernzieltests; einige sind Multiple-Choice-Tests, die durch Anklicken bearbeitet werden und viele sind so genannte Applet-Puzzles, bei denen durch Klicken und Ziehen mit der Maus eine richtige Zuordnung vorgenommen werden muss. Die zugeordneten Elemente können Bilder oder Texte sein. Es ist für Lehrer und Schüler von Interesse, dass zu vielen Übungsformen entsprechende Autorenwerkzeuge existieren, mit denen in einem unkomplizierten Verfahren eigene Tests erstellt und gespeichert werden können. Es gibt auch einen Puzzle-Workshop, in dem Puzzles für konkrete Unterrichtssituationen erstellt und ins Netz übertragen werden können.

Darüber hinaus gibt es Online-Werkzeuge, die als numerische Rechenmaschine arbeiten, zwei- und dreidimensionale Graphen zeichnen können, und auch solche, die komplexe mathematische Operationen von algebraischen Umformungen bis hin zum Differenzieren und Integrieren beherrschen. Ein Teil von ihnen beruht auf einer Online-Version des CAS *Mathematica*.

Mathe Online als eine Lernumgebung

Die *Mathematischen Hintergründe* bilden zusammen mit der Galerie und den Online-Werkzeugen ein interaktives Lernsystem. Das System wird durch zahlreiche weiterführende Hyperlinks in großer Breite geöffnet. Diese Hyperlinks sind meist sorgfältig recherchiert, so dass damit Vertiefungen der Themen und andere Blickwinkel ermöglicht

[11] z.B. die Begriffe der Differentialrechnung und Kurvendiskussion im Applet zur Definition der Ableitung

werden. Ohne Beratung durch Lehrer besteht jedoch die Gefahr, den Faden zu verlieren.[12]

In gewisser Weise ist *mathe online* ein offenes System. Es wird nämlich den Lehrenden ermöglicht, eigene Lernpfade und Übersichten für ihre Lerngruppen auf der Plattform anzulegen. Auch Benutzer können Notizen und eigene Materialien auf den Server überspielen und präsentieren. Die Teilnehmer können Gruppen bilden und in einem eigenen Forum gemeinsame Belange besprechen. Abbildung 5.2 zeigt das Beispiel eines angelegten Lernpfads. Es lassen sich beliebige Kapitel aus *mathe online* und aus anderen Quellen zu einer Lerneinheit bündeln. Die Pfadseite ist die Start- und Navigationsseite; die Angebote werden in eigenen Fenstern geöffnet.

Mit der Download-Fassung kann man auch ohne Internetzugang die Lerneinheiten einschließlich der Java-Applets lokal nutzen, lediglich die CAS-Werkzeuge und Kommunikationsstrukturen sind dann nicht verfügbar.

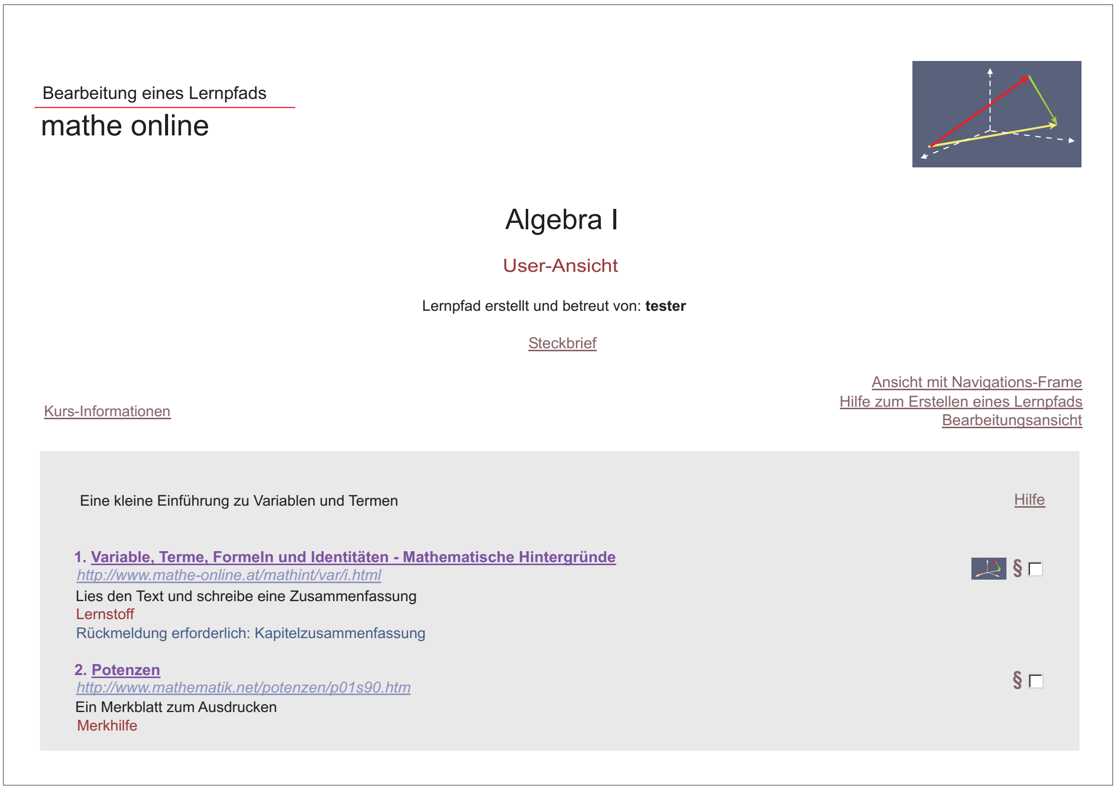


Abbildung 5.2: Benutzerdefinierter Lernpfad in *mathe online*, Bildschirmausschnitt

[12] siehe „lost in hyperspace" in Abschnitt 4.3.3

Stärken und Schwächen

Mehrere auch internationale Auszeichnungen bescheinigen dem bisherigen Angebot eine gute Qualität. Die Vorteile der *Neuen Medien* auf dem Gebiet der Interaktivität werden gut genutzt und die offene Form mit eigenen Lernpfaden, interaktiven Übungen, Dateiablage und Kommunikationsforum kommt „geübten Selbstlernern" entgegen. Ansonsten obliegt es den Betreuern, durch erteilte Aufträge für eine angemessene Mischung aus Lernen und Üben zu sorgen. Die Autorenwerkzeuge zum Herstellen von interaktiven Tests wie die Applet-Puzzles lassen sich sehr gut für eigene Arbeiten - auch unabhängig von *mathe online* - nutzen und mit etwas Anleitung könnten damit auch Schüler umgehen und den Mitschülern eigene Aufgaben vorlegen.

Die Inhalte sind innermathematisch ausgerichtet, Anwendungsaufgaben kommen selten vor und bilden nie den Ausgangspunkt, so dass man allein mit den enthaltenen Lerneinheiten kaum das Mathematisieren lernen kann. Allerdings ließen sich Problembezüge als eigene Texte oder aus anderen Internetquellen integrieren. Notizen können zwar angelegt werden, der Zugang wird aber kaum intuitiv gefunden, da die Dateiablage über einen Hyperlink mit der Bezeichnung *Ibyco* aufgerufen wird und sich die Notizen nicht mit den Lerneinheiten verknüpfen lassen. Die Navigation ist nicht unkompliziert, da schnell der Überblick verlorengeht, weil viele zusätzliche Seiten geöffnet werden. Für manche Applets wird ein Fenster mit einer einzigen großen Schaltfläche geöffnet und erst nach einem Mausklick auf diese Schaltfläche öffnet sich ein weiteres Fenster mit dem Applet. Wenn das Appletfenster in den Hintergrund gerät, bekommt es durch die Schaltfläche den Fokus nicht automatisch zurück. Mit solchen Eigenarten kommen nur sehr geübte und disziplinierte Internetnutzer zurecht.

5.2.3 MathePrisma

MathePrisma[13] ist ein gemeinsames interaktives Multimedia-Projekt der Arbeitsgruppen *Didaktik der Mathematik* und *Angewandte Informatik* im Fachbereich C der Bergischen Universität Wuppertal. Die Lernmodule behandeln mathematische Fragestellungen und solche aus der Angewandten Informatik, die mit aktuellen Anwendungen oder mit Ideen und Problemen aus der Geschichte der Mathematik verknüpft sind.

Das Projekt richtet sich in erster Linie an Schüler und Schülerinnen ab der Jahrgangsstufe 11, einige Module sind aber bereits für die Mittelstufe geeignet. Die stetig wachsende Modulsammlung deckt kein Curriculum ab. Die Auswahl und Aufbereitung der Themen dient dem Ziel, die Schüler für die Mathematik zu begeistern. In den Lerneinheiten werden auch Methoden und Arbeitsformen der Mathematik erläutert.

[13] *MathePrisma* ist unter http://www.MathePrisma.uni-wuppertal.de erreichbar.

Beispielthemen sind das „Königsberger Brückenproblem” und „Primzahlgeheimnisse”, die bekannte historische Probleme aus der Mathematik aufgreifen. Mit „Genetik” und „Fraktale und das Chaosspiel” werden aktuelle Anwendungen der Mathematik einbezogen. Schulmathematische Standardthemen wie „Geradengleichungen” und „Ableitung” werden auch nicht ausgeschlossen, aber stets ist der Einstieg an Anwendungen gekoppelt. Durch interaktive Elemente bieten die Module die Möglichkeit, sich spielerisch mit den Problemstellungen und Lösungswegen vertraut zu machen sowie Lernerfolge selbst zu überprüfen. Viele graphische Darstellungen, amüsante Randbemerkungen und historische Notizen lockern den Hauptstrang eines Moduls auf. Die meisten Module enthalten alternative Lernpfade, vor allem mathematische Vertiefungen, die je nach Interesse verfolgt werden können.

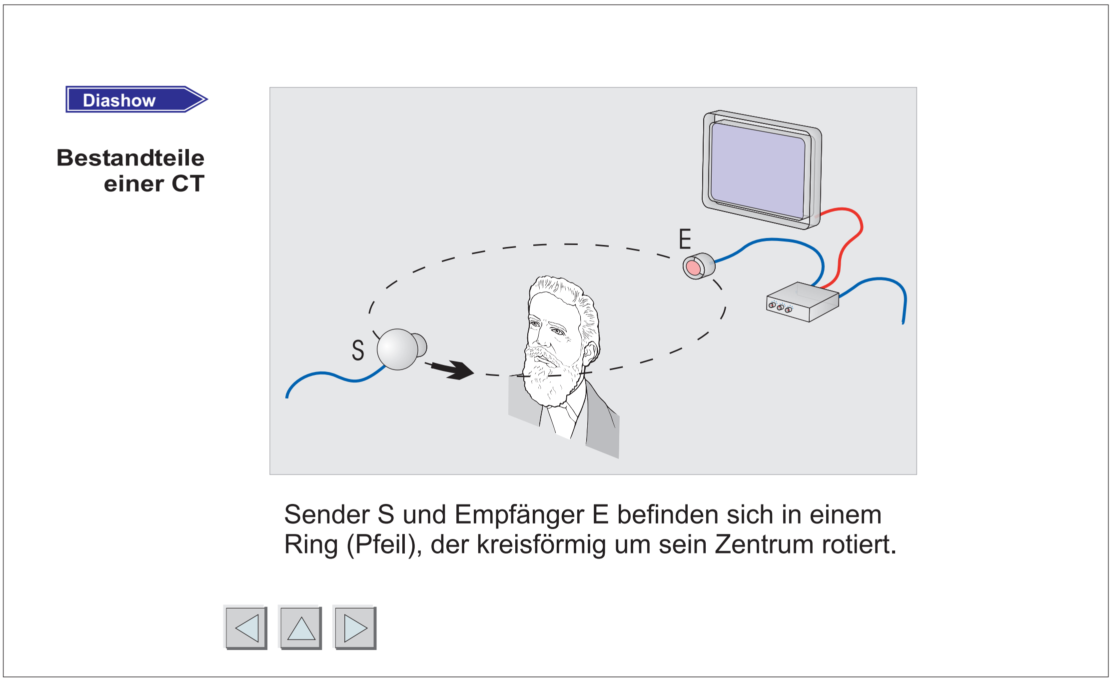


Abbildung 5.3: Diashow-Applet, angewandt im Modul „Computertomographie”[14] in *MathePrisma*

MathePrisma als Teil einer betreuten Lernumgebung

MathePrisma bietet keine Möglichkeiten der Benutzerkommunikation und man kann auch keine Benutzerdaten ablegen und verwalten, insofern handelt es sich bei dem An-

[14] Loch/Schwebinghaus 2005

gebot nicht um eine Lernplattform im eigentlichen Sinne. Prinzipiell eignen sich alle Module zum Selbststudium, für viele Schüler ist aber die Einbeziehung in eine betreute Lerngruppe von Vorteil, die das Modul zum Bestandteil einer umfassenderen Lernumgebung werden lässt. Auf einen ständigen Internetzugang ist man nicht angewiesen, da die einzelnen Module zum freien Download zur Verfügung stehen. Sie funktionieren mit aktuellen javafähigen Browsern. Jedes Modul enthält nicht nur die integrierten interaktiven Aufgaben, sondern auch zur abschließenden Lernzielkontrolle ein ausdruckbares Arbeits- und Aufgabenblatt.

Seit dem Erscheinen des Angebots haben viele Schulklassen davon Gebrauch gemacht und es sind manche Ideen für die Erstellung neuer Module aus den Rückmeldungen entstanden. Wie in Schulklassen durchgeführte Befragungen zeigen, erzielten die zum Test eingesetzten Module „Bruchgleichungen" und „Hyperbeln" eine hohe Akzeptanz (vgl. Krivsky (2003, S. 147-160)).

Design, Stärken und Schwächen

Das Projekt hat den hochrangigen *Mediendidaktischen Hochschulpreis 2001* mit einem Preisgeld von 100.000 € erhalten. Die Module sind einheitlich nach dem didaktischen Prinzip gestaltet, mit einem spielerischen und anwendungsbezogenen Zugang in ein mathematisches[15] Gebiet einzusteigen und von interaktiven Experimenten langsam zu mathematischen Abstraktionen zu gelangen. Damit wird versucht, eine starke Motivation zur Beschäftigung mit dem Thema zu wecken. Eigenaktivitäten stehen bei jedem Lernschritt im Vordergrund.

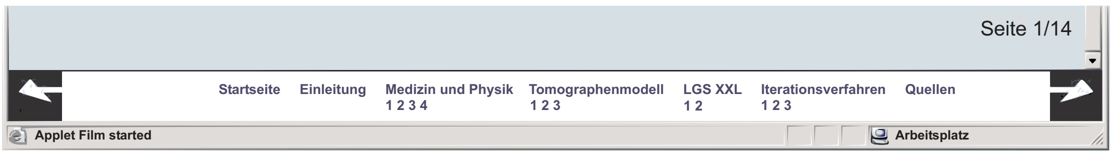


Abbildung 5.4: Navigationsleiste in einem Modul von *MathePrisma*, Bildschirmausschnitt

Die Navigation ist sehr klar strukturiert, die Navigationsleiste am unteren Bildschirmrand bleibt immer im Blick. Das verwendete Autorensystem sorgt dafür, dass es nur bestimmte, einheitlich definierte Interaktions- und Darstellungselemente gibt, so dass den Benutzern der Umgang damit leicht fällt. Die Seiten wirken immer sehr

[15] oder in ein Thema aus der Angewandten Informatik

übersichtlich und niemals überladen. Das Autorenwerkzeug *teachTool*[16] bietet prinzipiell die Möglichkeit, ein *MathePrisma*-Modul fast vollständig ohne Programmierkenntnisse zu gestalten. Es müssen dann nur Applets für Experimente oder für interaktive Darstellungen zusätzlich einbezogen werden[17]. Anderen Autoren kommt eher die Variante entgegen, ein Modul[18] komplett in LaTeX[19] zu formulieren. Für potenzielle Autoren werden Tutorien und Vorlagen bereitgestellt, die man durchaus auch im Rahmen eines Projektunterrichts in der Oberstufe einsetzen könnte. Auch wenn man nicht in Java programmieren kann, lassen sich dennoch einige Basiselemente von *MathePrisma* über die Anpassung von Skripten nutzen. Es gibt beispielsweise über Parameter konfigurierbare Applets, mit denen sich Diashows und Filme aus Einzelbildern oder aus illustrierten Formeln zusammenstellen lassen. Auch interaktive Tests mit automatischer Erfolgskontrolle lassen sich relativ einfach generieren.

Der „Patchworkcharakter" des Angebots lässt den Schuleinsatz nur zu, wenn gerade ein zum Thema passendes Modul gefunden werden kann. Die Selbststeuerung der Lernenden beschränkt sich auf die vorgefertigten Elemente und vorgegebene Lernpfade, die Einbeziehung externer Quellen wird eher vermieden. Die Navigationsleiste ließe sich wegen des begrenzten Platzes für die Kapitelüberschriften in dieser Form nicht auf größere Lerneinheiten anwenden; *MathePrisma*-Module sollen ganz bewusst nicht zu umfangreich sein.

5.2.4 SelMa

Das BLK-Programm *SEMIK*[20] wurde angesichts der ungünstigen Ergebnisse der TIMS-Studie ins Leben gerufen und verfolgte ebenso wie *SINUS* das Ziel, die Unterrichtsqualität zu verbessern. Wie in Mandl/Hense/Kruppa (2003, S. 3) ausgeführt, hat[21] „SEMIK das Ziel verfolgt, die notwendigen technischen Innovationen mit nicht weniger notwendigen pädagogisch-didaktischen Innovationen zu verknüpfen" und drei zentrale Bildungsziele formuliert:

[16] Das GUI-Werkzeug *teachTool* basiert auf dem Tool *latex2MathePrisma* (kurz *latex2mp* genannt), das an der Universität Freiburg von M. Peter geschrieben wurde. Die Skripte und Programme werden von Karsten Blankenagel an der Universität Wuppertal weiter entwickelt.

[17] evtl. auch als „Wiederverwertung" oder von anderen Autoren bereit gestellt

[18] abgesehen von den Java-Applets

[19] falls neben LaTeX noch Perl, latex2html, netpbm und das speziell angefertigte Erweiterungspaket *latex2mp* installiert wurden

[20] „Systematische Einbeziehung von Medien, Informations- und Kommunikationstechnologien in Lehr- und Lernprozesse"

[21] im Unterschied zu *SINUS*

1. „Das Erlernen der elementaren Kulturtechniken Lesen, Schreiben, Rechnen, die heute um eine vierte, den Umgang mit den neuen Informations- und Kommunikationstechnologien zu ergänzen sind."
2. „Der Erwerb von anschlussfähigem Orientierungswissen in zentralen Domänen unserer Kultur in organisierter und vernetzter Form."
3. „Der Aufbau von überfachlichen Kompetenzen in den Bereichen Selbststeuerung, Kooperation, Kommunikation und allgemeinem Problemlösen, die nicht zuletzt Voraussetzung für das lebenslange Lernen sind."

Der NRW-Modellversuch *SelMa* ist einer von insgesamt 25 BLK-Modellversuchen im Rahmen von *SEMIK*, begleitet vom Landesinstitut für Schule in Soest, der von 1999 bis 2003 an Schulen des ersten Bildungswegs durchgeführt wurde. Die Abkürzung *SelMa* steht für „Selbstlernen in der gymnasialen Oberstufe - Mathematik". Das selbstständige Lernen soll im Mathematikunterricht nach den Vorgaben von *SEMIK* durch den Einsatz der *Neuen Medien* unterstützt werden. Fünf der teilnehmenden Schulen, die so genannten Autorenschulen, haben eigenständige Computer-Selbstlernmodule[22] in Hypertextumgebungen entwickelt und ins Netz gestellt. Jede Autorenschule setzte einen eigenen didaktisch-methodischen Entwicklungsschwerpunkt und konzentrierte sich auf einen der Bereiche *Aufgabensammlung*, *Gruppenpuzzle*, *Lernen an Stationen* oder *Selbstlernzentrum*. Bei der Entwicklung der Aufgaben orientierte man sich am Leitprinzip des problemorientierten Lernens nach Mandl, Reinmann-Rothmeier und Gräsel.

Zehn Schulen übernahmen die Rolle der Erproberschulen, die die Module systematisch getestet haben. An allen zehn Schulen gibt es Selbstlernzentren, in denen Schüler diese Module am Computer nutzen können. Alle Lernmaterialien sind über das Internet herunterzuladen und für jede Schule oder privat nutzbar.[23] Die Lernmodule für die Selbstlernzentren behandeln ausgewählte Themen aus unterschiedlichen mathematischen Teilgebieten. Es gibt Module zur Analysis, zur Linearen Algebra und Geometrie sowie zur Statistik und Stochastik. Einige Module beinhalten auch Themen der Sekundarstufe I, die zur Wiederholung oder zur Vertiefung angeboten werden, beispielsweise das Modul „Koordinatengeometrie – Lineare Funktionen und ihre Graphen."[24]

Bei der selbstständigen Arbeit wird auch aktuelle Mathematiksoftware genutzt, favorisiert wird das CAS *Derive*. In einem Modul wird der Einsatz von *MathCad* vorgeführt. Andere Module setzen auf die Tabellenkalkulation *Excel* - insbesondere in der

[22] bis zu 6 Module pro Schule, angereichert mit mathematischen CAS-Plugins und Java-Applets zur interaktiven Darstellung von mathematischen Zusammenhängen

[23] Download und Online-Nutzung sind nach wie vor möglich (September 2005).

[24] siehe http://www.mathe-selma.de

Stochastik. Alternativ kann ein grafikfähiger Taschenrechner benutzt werden. Neben den neuen Instrumenten erprobt man auch neue Unterrichts- und Lernmethoden, die auf das problemorientierte, selbstgesteuerte und kooperative Lernen ausgerichtet sind. Mit den Modulen und der Reflexion von Unterrichtsprozessen soll weitgehend selbstgesteuertes Lernen möglich sein. Man regt dazu an, Mindmaps anzulegen und Lerntagebücher zu führen (für den gesamten Abschnitt vgl. Preussler/Schulz-Zander (2004) und Weber (2004)).

Integration von Computer-Lernmodulen in den Mathematikunterricht

Man merkt den Modulen an, dass es getrennte Entwicklungsteams gab, die Gestaltungsmerkmale nur zum Teil vereinheitlicht haben. So vielfältig wie die didaktischen Ansätze, Themen und Einsatzzwecke sind auch die Layouts und die nicht immer optimal gestalteten Navigationssysteme[25]. Inhaltlich wird in vielen Modulen die problemorientierte Zielsetzung verwirklicht, von den Anwendungen zu mathematischen Abstraktionen zu kommen.

Der Modellversuch kann Anhaltspunkte dafür liefern, wie man Selbstlernangebote am Computer in Schulen integrieren kann und mit welchen Schwierigkeiten man rechnen muss. Die Aussagen der Autoren- und Erproberschulen, deren Erfahrungsberichte man auf der SelMa-Site findet, sind zwiespältig. Eine Erprobungsschule ist z.B. wegen unzureichender Computerausstattung nicht in der Lage, die Angebote für alle Schüler vor Ort anzubieten und man weicht auf CD-ROMs aus. Es werden auch technische Probleme mit manchen interaktiven Einschlüssen innerhalb der HTML-Seiten beklagt. Bei den Aussagen zu den Lernergebnissen gibt es ein breites Spektrum. Die Materialien werden überwiegend als geeignet beurteilt; Verbesserungsmöglichkeiten werden gesehen und formuliert. Es wird übereinstimmend deutlich, dass vor allem stärkere Schüler mit dem Selbstlernkonzept besser zurecht kommen und dass die Schwierigkeit, manche Schüler mit den Themen anzusprechen, zunächst bestehen bleibt.

Die wissenschaftliche Begleituntersuchung (vgl. Büchter/Preussler/Schulz-Zander, 2002) kommt diesbezüglich zu folgenden Schlüssen:

„Wenn nach den SelMa-Prinzipien unterrichtet werden soll, ist es erforderlich, auf den Umgang mit neuen Lernmethoden und die Nutzung Neuer Medien als Werkzeuge bei der Problembearbeitung vorzubereiten sowie Strategien zur Bearbeitung offener Aufgaben und authentischer Probleme und Methoden zur Reflexion des Lernprozesses zu vermitteln. Dies sollte günstiger Weise schon in früheren Jahrgängen begonnen

[25] Das Beispiel Algebraische Kurven/Ellipsen (Bielefeldprojekt 2) macht diesen Eindruck besonders deutlich; die anderen Module sind allerdings besser gestaltet

werden. Für die notwendige Reflexion von stärker selbstregulierten Lernprozessen bieten Lerntagebücher ein großes Potenzial. Dies gilt besonders für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler. Dieses vorhandene Potenzial wurde in den untersuchten Erproberschulen noch nicht ausgeschöpft."

Schwierigkeiten mit den Angeboten werden auch darauf zurückgeführt, dass „Materialien in Erproberschulen teilweise nicht dem darin geronnenen didaktischen Konzept entsprechend eingesetzt" wurden und „konzipierte Materialien nicht immer adaptionsoffen angelegt" waren. Soweit es um die Technik geht, setzt man auf eine „Normierung von Systemvoraussetzungen oder die Einbettung der Materialien in eine virtuelle Umgebung".

5.2.5 Lernen in Laptop-Klassen - ein Beispiel

Neben landes- und bundesweiten Schulversuchen und Unterrichtsprojekten, gibt es auch Initiativen in einzelnen Schulen, die gegebene besondere Voraussetzungen nutzen oder selbst schaffen, um die *Neuen Medien* in einem größeren Rahmen zum Lernen zu verwenden. Eine Variante dieser Verwendung ist die Einrichtung von *Laptop-Klassen*. Sehr bekannt geworden ist das Medienprojekt am Evangelisch Stiftischen Gymnasium (ESG) Gütersloh, das u.a. das Ziel verfolgt, eine alle Medien umfassende Erziehung zur Medienkompetenz zum festen Bestandteil von Unterricht zu machen.

In dem mehrjährigen Modellversuch „Laptop-Klassen - Lernen für die Zukunft" wurden seit 1999 mehr als 400 Schülerinnen und Schüler mit tragbaren Computern ausgestattet, damit sie in der Schule und zu Hause multimedial lernen konnten. Ermöglicht wurde dieses Projekt durch ein neues Finanzierungsmodell, das Sponsoring beteiligter Computer- und Softwarefirmen, gemeinnützige Zuwendung durch die Bertelsmann Stiftung und finanzielle Beteiligung der Eltern miteinander verband.

Die Verwendung des Computers blieb in dieser Schule nicht auf die *Laptop-Klassen* beschränkt; im so genannten „elektronischen Klassenzimmer" hatten ganze Lerngruppen pädagogisch betreuten Zugang zum Internet. Die Schüler wurden in Nutzen und Grenzen internationaler Datennetze eingeführt und die aktuellen Informationen flossen in den Unterricht ein. Man versuchte einen kritischen Umgang mit der Informationsfülle zu üben, um den Effekt des „lost in hyperspace" zu vermeiden. Man förderte auch Projekte mit einem internationalen Ideen- und Gedankenaustausch via Email. Davon versprach man sich Verbesserungen der Sprachkompetenz, die Erweiterung des kulturellen Horizonts und die Förderung von Toleranz.

Forschungsergebnisse

Das Projekt wurde wissenschaftlich begleitet. Die Begleitforschung des „Center for Media Research der Freien Universität Berlin" im Auftrag der Bertelsmann Stiftung legte eine Studie zur empirischen Auswertung von Notebook-gestütztem Unterricht über vier Jahre vor. Es wurden die Auswirkungen der Laptopnutzung auf die Lernkultur, auf den Erwerb von Computerkompetenz und Schlüsselqualifikationen wie kooperativem Arbeitsverhalten und lernstrategischem Wissen, sowie auf Fachleistungen in Mathematik und Deutsch untersucht.

In Schaumburg/Issing (2002) sind die Ergebnisse der Untersuchung zusammengefasst:

„In der Studie wird in vielen Bereichen der Lehr- und Lernqualität eine Verbesserung der Laptop-Klassen gegenüber den Nicht-Laptop-Klassen festgestellt. Augenfälligstes Ergebnis ist die gestiegene Kompetenz im Umgang mit Computern. Es gelang, Mädchen verstärkt an die Nutzung von Internet und Multimedia heranzuführen: Während die Tests in den Nicht-Laptop-Klassen eine deutliche Überlegenheit der Jungen in allen Bereichen des Computerwissens zeigen, ist dieser Unterschied in den Laptop-Klassen nicht mehr vorhanden oder zumindest deutlich reduziert. Es konnte auch nachgewiesen werden, dass Laptops zu einem eher schülerzentrierten Unterricht führen. Sie ermöglichen eine stärkere Individualisierung des Unterrichts und regen die Eigentätigkeit der Schüler an. Schüler und Lehrer berichten übereinstimmend, dass das Lernen mit dem eigenen Laptop interessanter und anschaulicher geworden ist. Die Kommunikationsmöglichkeiten im Netz haben sich zudem positiv auf die Zusammenarbeit ausgewirkt. Am Evangelisch Stiftischen Gymnasium in Gütersloh machen Computer nicht einsam, vielmehr kooperieren die ‚Laptop-Schüler' mehr als andere.Untersucht wurde auch, wie sich die Nutzung der Laptops auf die Fachleistungen auswirkt. Die Evaluationsergebnisse zeigen, dass die anfänglichen Bedenken mancher Lehrer, fachliche Inhalte müssten gegenüber der Vermittlung von Computerkompetenz zurückstehen, unbegründet waren. Lehrer loben vor allem den intensiveren Umgang ihrer Schüler mit Texten und Informationen. Bei Tests in Deutsch und Mathematik erzielten die Schüler der Laptop-Klassen im Vergleich zu denen der Nicht-Laptop-Klassen signifikant bessere Ergebnisse. Möglicherweise ist dies auch darauf zurückzuführen, dass in den Laptop-Klassen häufiger mit authentischen und komplexeren Aufgabenstellungen gelernt werden konnte als im traditionellen Unterricht.Die Ergebnisse der Evaluationsstudie gewinnen deshalb eine besondere Aussagekraft, weil ein ganzes Set unterschiedlicher Forschungsmethoden eingesetzt wurde. Dazu zählten quantitative und qualitative Schülerbefragungen, Unterrichtsbeobachtungen, Videoaufzeichnungen und Tests im Kontrollgruppendesign zu Schlüsselqualifikationen und zu fachlichen Leistungen."

Unterrichtserfahrungen eines Mathematiklehrers am ESG

Da ich an Erfahrungen aus dem Mathematikunterricht interessiert war, habe ich eine entsprechende Anfrage an die Leitung des ESG gestellt. Zum Einsatz von Dynamischen Geometrie Systemen (DGS) im Mathematik- und Physikunterricht schreibt Herr Pelkmann, einer der verantwortlichen Lehrer:

„Seit Beginn des Projekts setzen wir das Programm *DynaGeo*[26] ein. Der Beginn ist in der Regel in der 7. Klasse, vereinzelt haben Kollegen auch in Klasse 6 damit gearbeitet. Hauptschwerpunkt der Anwendungen sind die Beispiele, wo die Möglichkeiten der dynamischen Veränderung genutzt werden können. Das bedeutet zum Beispiel, dass einfache Dreieckskonstruktionen weniger mit dem Programm erstellt werden. Dafür wird es häufig eingesetzt im Vorfeld von geometrischen Sätzen, hier können allgemeine Aussagen von den Schülerinnen und Schülern durch gezieltes Experimentieren vermutet werden. (Beispiele: Winkelsumme im Dreieck, Ortslinien, Umkreis, Inkreis, Umfangswinkel - Mittelpunktswinkel, Satz des Thales, Strahlensätze, Flächensätze). Der Umfang des Einsatzes ist sicher schwer zu quantifizieren, in den Laptop-Klassen, wo die Schülerinnen und Schüler das Gerät immer dabei haben, ist der Einsatz während der Geometrie-Phasen kontinuierlich, d.h. fast täglich. Die Motivation ist in der Regel sehr gut, da das Programm leicht einsetzbar ist und gute Veranschaulichungen liefert.

Neben diesen klassischen Anwendungen ist das Programm bei uns noch in zwei weiteren Bereichen von Nutzen: In der Physik kann in der Klasse 8 die so genannte Strahlenoptik sehr gut mit dem Programm ergänzt werden. Die Bildentstehung von konvexen und konkaven Linsen etwa lässt sich mit der Dynamik sehr gut visualisieren. Der Einfluss von Brennweite, Gegenstandsweite und Gegenstandsgröße etwa kann variiert werden und die Veränderung des Bildes beobachtet werden. So kann die Situation eines Fotoapparates simuliert werden mit all seinen Aspekten (Weitwinkel, Tele, etc.). Weiterhin sind natürlich auch alle vektoriellen Diagramme (z.B. Kraftkomponenten in Klasse 9) mit *DynaGeo* sehr schön zu veranschaulichen. Im Bereich der Mathematik ist die seit einiger Zeit verfügbare Funktion der Ortskurve im Bereich der Veranschaulichung von Funktionen nutzbar. Mit den Zahlobjekten lassen sich auch Funktionen mit Parametern darstellen und die Abhängigkeit dieser Graphen von unterschiedlichen Parametern verdeutlichen. Diese Form des Programmeinsatzes zieht sich von Klasse 7 (Geradengleichungen) über Klasse 9 (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen) bis zur Klasse 10 (Exponential- und Logarithmus-Funktion, Trigonometrische Funktionen (hier besonders die Entstehung des Graphen aus der Projektion am Einheitskreis). Insgesamt ist es also unser Ziel, durch den Einsatzes eines vielseitigen Programms in unterschiedlichen Situationen die Schülerinnen und Schüler so sicher im Umgang zu machen, dass der Einsatz im Unterricht selbstverständlich wird und die Bedienung nicht

[26] der Nachfolger des DGS *Euklid*

als Problem auftritt. Damit kann der eigentliche mathematische Kern schnell in den Mittelpunkt rücken."

Bei einem Besuch zweier *Laptop-Klassen*[27] am ESG ist mir vor allem aufgefallen, mit welcher Freude die Schülerinnen und Schüler ihre selbst erstellten Produkte präsentiert haben. Es wurden Standardprogramme ganz selbstverständlich genutzt, um Berichte und Aufsätze zu schreiben. Zeichnungen und Grafiken, ob selbst gezeichnet oder z.B. aus dem DGS übernommen wurden gekonnt eingebunden. Da die Laptops über ein Funknetz miteinander in Kontakt standen, konnten alle Mitschüler auf die Darstellungen der anderen zugreifen. Spontan von mir gestellte Fragen zu geometrischen Zusammenhängen konnten befragte Schüler umgehend beantworten. Zur Erläuterung setzten sie wie selbstverständlich das DGS ein.

5.3 Konsequenzen für die Gestaltung des Algebra-Lernarrangements

Die untersuchten Modellversuche und Projekte lassen ein paar allgemeine Schlussfolgerungen zu:

- Es genügt nicht, den Schülern einige Lernmodule auf CD-ROM in die Hand zu geben oder sie vor den Computer zu setzen und darauf zu hoffen, dass damit selbstgesteuertes Lernen vollzogen wird. Wenn solche Dinge additiv angeboten werden, kann man davon ausgehen, dass man damit allenfalls stärkere Schüler fördert und vielleicht sogar die Kluft zu lernschwächeren Schülern vergrößert. Nur in Verbindung mit einem umfassenden Lernarrangement mit geeigneten Strukturen und Methoden kann selbstständiges Lernen bei allen Schülern in Gang kommen.
- Nicht jedes Angebot passt auf jede Gruppe und jede Situation. Zu der Gestaltung des Angebots gehört eine prinzipielle Analyse der Gruppenvoraussetzungen. Beispielsweise wird das *Virtuelle Klassenzimmer* auf der Lernplattform von *Abitur-Online* von mehr als 90% der Studierenden nicht genutzt, weil es ein Instrument des synchronen Lernens darstellt und die Teilnehmer gerade deshalb im Online-Kurs sind, weil sie wegen ihrer beruflichen und familiären Situation auf das asynchrone Lernen angewiesen sind. Mehr als die zwei Tage des Präsenzunterrichts lassen sich für sie nicht in synchroner Form vollziehen. Die Bedingungen eines Angebots müssen also ganz genau zur Lerngruppe passen oder sie müssen sich leicht adaptieren lassen. Das Beispiel *mathe online* zeigt, dass es möglich ist, ein offenes System auf einem Server einzurichten, das die Einrichtung von kommentierten eigenen Lernpfaden erlaubt.

[27] eine 7. und eine 8. Klasse

– Die Lehrenden, die auf ein Hypermedia-Angebot zurückgreifen, müssen hinreichend über die didaktisch-methodischen Hintergründe des Angebots informiert sein und auch die Bereitschaft zeigen, sich auf diese Ansätze einzulassen. Dabei darf es nicht sein, dass die Lehrer über die Maßen belastet werden, denn sonst kann sich die Motivation der Lehrenden nicht verstärkend auf die Lernmotive der Schüler auswirken.

Aus der spezifischen Betrachtung ergeben sich eine Reihe von weiteren Anregungen und Parametern:

– Der BLK-Modellversuch *SINUS* kann mit seinen Unterrichtsmethoden dazu beitragen, Gestaltungsmöglichkeiten des Unterrichts zu finden, die zu den Phasen des selbstgesteuerten Lernens passende Situationen im gemeinsamen Unterricht schaffen. Neben Situationen des Lernens durch Instruktion sollen verstärkt Lernformen auftreten, die schülerzentriert sind wie z.B. das Gruppenpuzzle. Auch die Materialien selbst sind beachtenswert.

– *SelMa* steht ebenfalls im Kontext mit Unterrichtsmethoden, die Alternativen zum fragend-entwickelnden Unterrichtsstil aufzeigen sollen. Die Aufgaben geben Beispiele, wie man von Anfang an Anwendungen als Anlass zur Erschließung eines mathematischen Themas nimmt und die Methode des Lernens an Stationen zeigt, wie man ein Lerngebiet modularisieren kann.

– Bei *mathe online* und *SelMa* fällt auch auf, dass besonderes Augenmerk auf das Layout und auf die Navigation zu legen ist und dass einfache wie komplexe Navigationsstrukturen übersichtlich bleiben müssen und sich nicht nur den ganz erfahrenen Computernutzern problemlos erschließen dürfen. In dieser Hinsicht präsentiert *MathePrisma* ein sehr durchdachtes Konzept. Für Navigation und Layout sollten gängige und benutzerfreundliche Standards beachtet werden.

– Die gelungene Einbindung interaktiver Darstellungen von mathematischen Sachverhalten und variantenreichen Übungen ist bei einer ganzen Reihe der Angebote zu beobachten. Aufgetretene technische Schwierigkeiten machen deutlich, dass man den Benutzern und den Geräten nicht zu viel abverlangen darf. Die Installation einer Java-Umgebung für Applets ist Minimalvoraussetzung aller Hypermedia-Angebote und lässt sich auch einfach bewerkstelligen, aber mit weniger gängigen Plugins[28] wie sie z.B. für eine CAS-Integration[29] in eine HTML-Seite gebraucht wird, kommt nicht jeder Lehrer und jeder Schüler zurecht. Es muss u.U. Personen geben, die Lehrern und Schülern bei technischen Fragen zur Seite stehen.

[28] Erweiterungsprogramme für die Darstellungsoptionen von Browsern

[29] das LiveMath-Plugin lässt sich nicht immer problemlos installieren

– Die Anpassung und Erweiterung bestehender Angebote ist nicht immer ganz leicht und kann nicht einfach den Lehrkräften zugemutet werden. In der Regel finden sich aber an den Schulen „Entwicklerteams", die Freude daran haben, eigene Lerneinheiten zu produzieren. Dazu gehören oft auch Schüler, die gerne selbst kreativ sind und durch eine Autorentätigkeit nicht nur technische Fertigkeiten, sondern auch inhaltlich lernen. *Mathe online* und *MathePrisma* bringen hervorragende „Autorentools" mit, die gut zur Entwicklung von interaktiven Lerneinheiten genutzt werden können.

Kapitel 6

Struktur und Inhalte eines Algebra-Selbstlernkurses

6.1 Rückschau auf die gewonnenen Planungsparameter

Die in den bisherigen Kapiteln betrachteten Arbeiten und Forschungsergebnisse und die dazu angestellten Überlegungen haben zu einer Reihe von Planungsparametern für das eigene Vorhaben, einen Selbstlernkurs zur Einführung in die elementare Algebra zu installieren, geführt. Diese Bedingungen werden hier kurz zusammengefasst und strukturiert, anschließend sollen daraus das Konzept und die Struktur des Kurses entwickelt werden.

Für die Planung der Lerneinheiten, der konkreten Inhalte und der Darstellungsmethoden sollen insbesondere die Arbeiten von Fischer und Malle zur elementaren Algebra berücksichtigt werden, da darin der Aspektereichtum des Variablenbegriffs bewusst aufgegriffen und eine eingeschränkte Behandlung vermieden wird. Winters Konkretisierungen zu seiner grundlegenden Liste von Anforderungen an den Mathematikunterricht sollen ebenfalls Beachtung finden.

Als mediendidaktische Analyse- und Entscheidungsfelder wurden Zielgruppe (1), Ziele und Inhalte (2), didaktische Struktur (3) sowie die Lernorganisation (4) ausgemacht (siehe 4.2 auf Seite 69). Die gewonnenen Parameter lassen sich diesen Feldern zuordnen:

(1) Als Zielgruppen sehe ich - sofern die Einführung in die elementare Algebra erstmalig erfolgt - die 7. Klassen weiterführender Schulen an. Das Angebot kann für Schüler aus höheren Klassen geöffnet werden, falls diese selbstständig und außerhalb ihres Klassenverbandes, dann allerdings in Lerngruppen organisiert, die

elementare Algebra wiederholend erarbeiten wollen. Die Erprobungsphase soll in einem Gymnasium stattfinden. Durch Änderung der Ansprache und Auswahl zugeschnittener Anwendungsbeispiele in den Lerneinheiten wäre auch ein Einsatz in der Einführungsphase von Abendgymnasien und Weiterbildungskollegs denkbar.

(2) Die vordringlichen Ziele haben sich aus der Analyse der Fähigkeiten deutscher Schüler bezüglich des Mathematisierens ergeben, wie sie sich nach Untersuchungen und internationalen Tests darstellen. Dazu habe ich die engen Verbindungen dieser Fähigkeiten mit den Fähigkeiten in elementarer Algebra dargestellt. Demzufolge möchte ich Schülerkompetenzen auf diesem Gebiet verbessern helfen und zu diesem Zweck ein Lernarrangement entwickeln, das (Zusammenfassung von 3.1 auf Seite 46 und 3.2 auf Seite 50)

- das Rüstzeug für erfolgreiches Mathematisieren vermittelt, inhaltlich geknüpft an
    - das Variablenkonzept,
    - die Bedeutung von Termen und Formeln,
    - das Erkennen von Termstrukturen,
    - Techniken der Termumformung,
    - Aufstellen und Lösen von Gleichungen und Ungleichungen,
    - den Umgang mit und das Verständnis von Tabellen und Graphen
    - den Begriff der Zuordnung.
- dem Prinzip der Beziehungshaltigkeit folgt und den kreativen Umgang mit Anwendungssituationen ermöglicht,
- auf weitgehend selbstständiges Lernen angelegt ist,
- mit den curricularen Bedingungen der Sekundarstufe I verträglich ist.

(3) Das didaktische Design des Angebots soll zu dem Hauptziel, das erfolgreiche Mathematisieren zu fördern sowie zu akzeptierten allgemeinen Lernzielen und zu aktuellen curricularen Bedingungen passen. Die in 3.3 auf Seite 54 vorgebrachten Argumente lassen den Schluss zu, dass dazu Merkmale des Lernens durch Entdeckenlassen gehören und Angebotskomponenten, die

- die praktische Nutzbarkeit der Mathematik vermitteln,
- zentrale Ideen deutlich werden lassen,
- auch herausfordernde, lebensnahe Aufgaben anbieten, die nicht durch ein gelenktes Unterrichtsgespräch erschlossen werden,
- das Thema „Lernen und Verstehen” thematisieren und heuristische Strategien reflektieren.

(4) Wie in 3.6 auf Seite 63 dargelegt, halte ich dazu eine Lernorganisationsform für geeignet, die

- sowohl Phasen der Eigenaktivität als auch Phasen des Lernens durch Instruktion vorsieht,
- Schüler dazu anhält, gewonnene Kenntnisse und Kompetenzen selbst zu überprüfen,
- Schülern die Beobachtung und Dokumentation ihrer Lernwege und Lernfortschritte ermöglicht,
- die Schüler zum Schreiben eigener Texte veranlasst und die Präsentation gewonnener Ergebnisse vorsieht,
- phasenweise Spielraum für individuelle Themenauswahl gibt.

Für die dabei vorgesehenen Phasen des individuellen Lernens soll ein auf Hypertext und Java-Applets basierendes Hypermedia-System entwickelt werden, dessen Eigenschaften über die eines gewöhnlichen Lehrbuchs hinausgehen und das die oben genannten Funktionen zu einem großen Teil mit einschließt. Abbildung 6.1 auf der nächsten Seite zeigt die Visualisierungsmöglichkeiten von Java-Applets am Beispiel der interaktiven Interpretation von mathematischen Termen als Füllhöhen in einem Behälter.

Gemeinsame Unterrichtsphasen in der Lerngruppe bilden die zweite Säule des Lernarrangements, in denen gewonnene Kompetenzen dargestellt, verifiziert und erweitert werden und der Lernprozess reflektiert wird.

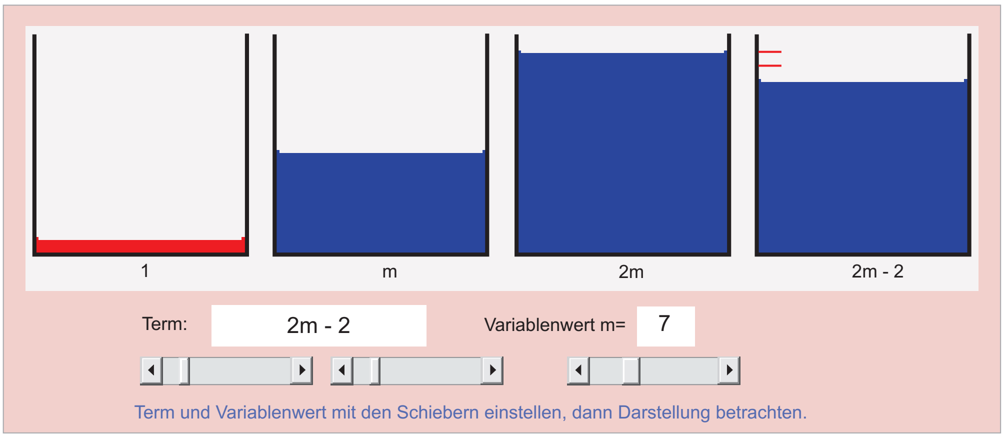


Abbildung 6.1: Interaktive Visualisierung eines mathematischen Terms - Interpretation als Füllhöhe

Mit diesem Applet können Schüler Terme der Form $a \cdot x + b$ als Füllhöhen in einem Behälter darstellen (für die Schüler tritt nur eine Variable x auf). Die Variablen a, b und x können mit Hilfe von Schiebereglern[a] in vorgegebenen Grenzen auf unterschiedliche ganzzahlige Werte gesetzt werden. Die Variablen a und b fungieren dabei als Parameter, die die Füllhöhendarstellung entscheidend beeinflussen. Der Wert von x spielt dagegen für den Bildaufbau kaum eine Rolle, da das Applet das Bild automatisch so skaliert, dass die zur Verfügung stehende Bildhöhe optimal ausgenutzt wird. Die vier Behälter zeigen von links nach rechts den Aufbau des Terms; unterhalb des jeweiligen Behälters ist der Teilterm notiert. Der Behälter ganz rechts visualisiert den vollständigen Term. In der hier vorliegenden Abbildung können Schülers beispielsweise erkennen, dass $2m-2$ im Allgemeinen nicht mit m gleichgesetzt werden kann: Zu diesem Zweck wird links mit roter Farbe die Füllhöhe einer Einheit gezeigt, gefolgt von den Füllhöhen m und $2m$ (blau gefärbt). Der rechte Behälter zeigt dann die Verminderung um 2 Einheiten, erkennbar an den beiden roten Skalenmarken im Abstand der Einheitshöhe.
Die Dynamik der Darstellung erlaubt es den Schülern mit unterschiedlichen Termen zu experimentieren. Damit es nicht bei einem unverstandenen "Schiebespiel" bleibt, sind eine genaue Anleitung und eine Auseinandersetzung mit dem Hintergrund in Form von konkreten Darstellungsaufgaben unverzichtbar. Im Übrigen sorgt das Applet bei einem Neuaufruf der Trägerseite dafür, dass der Name der sichtbaren Variable aus einem vorhandenen Vorrat zufällig ausgewählt wird, um prinzipiell zu vermeiden, dass bestimmte Variablennamen mit bestimmten Deutungen verbunden werden.
Die Füllhöheninterpretation ist nur eine von mehreren Darstellungsmöglichkeiten; die Schüler sollten noch weitere kennen lernen.

[a] auch Scrollbar oder Slider genannt (Bildlaufleiste zur Auswahl von Werten)

Eine Auseinandersetzung mit dem in dieser Arbeit dargelegten didaktischen Konzept muss für die nach diesem System unterrichtenden Lehrkräfte Bestandteil des Arrangements sein, damit nicht der "Selma-Effekt" auftritt.[1] Wenn das Kurskonzept nicht nur den Lehrenden, sondern auch den Schülern gleich zu Beginn bewusst gemacht wird, ist die Wahrscheinlichkeit größer, dass alle konzipierten Elemente eingesetzt werden und zusammenwirken können.

6.2 Konkretisierung der Kursstruktur

Nach den bisherigen Überlegungen soll der Kurs also aus Hypermedia-Lerneinheiten bestehen, die zum selbstständigen Lernen angelegt sind und durch gemeinsame Unterrichtsstunden ihre Fortführung und ihren Abschluss finden. Das System sollte die Flexibilität mitbringen, je nach zeitlichem Ansatz für Individual- und Gruppenphasen auch einmal mehrere Lerneinheiten hintereinander für eine Selbstlernphase vorsehen zu können. Bei der Einteilung dieser Phasen erfolgt eine Anpassung an die Lerngruppe und daher sollten insbesondere die Rückmeldungen der Lernenden beachtet werden.

Solche Rückmeldungen gibt es nicht nur während der gemeinsamen Unterrichtsstunden, sondern auch in der Zeit des Selbstlernens. Im Idealfall sind die Computer, auf denen die Lerneinheiten installiert sind, an das Internet angebunden, so dass über Email oder ein eigens eingerichtetes Internetforum[2] unmittelbar ein Kontakt zu anderen Kursteilnehmern und zum betreuenden Lehrer hergestellt werden kann. Dieses Szenario geht von einer Computernutzung zu Hause aus. Falls sich die Computer in ausreichender Stückzahl in einem Selbstlernzentrum[3] in der Schule befinden, könnten sich die Lernenden stattdessen unmittelbar gegenseitig unterstützen oder sich im Falle seiner Anwesenheit an den betreuenden Lehrer wenden. Es spricht aber auch vieles dafür, die Verschriftlichung der Rückfragen und Antworten als ein Element des Lernprozesses vorzusehen, da sich die Lernenden beim Formulieren der Fragen und Antworten um klare und verständliche Darstellungen bemühen müssen, was oft bereits mehr Klarheit über den Sachverhalt verschafft.

Bei der Computernutzung sollte man auch Mischformen, also zum einen die Arbeit im Selbstlernzentrum und zum anderen zu Hause, nicht ausschließen. An sich wäre es ganz praktisch, wenn den Schülern die Dokumentation ihrer Lernwege und Lernfortschritte unmittelbar beim Lernen innerhalb des Hypermediasystems möglich wäre. Das

---

[1] Schwierigkeiten mit den SelMa-Angeboten basierten zum Teil darauf, dass die didaktischen Konzepte nicht hinreichend beachtet wurden, siehe 5.2.4 auf Seite 96.

[2] z.B. über das Lehrer-Online Netzwerk (*lo-net*), ein Projekt von *Schulen ans Netz e.V.*, das allen Lehrern für diese Zwecke offen steht

[3] oder in Form einer mobilen Laptopausrüstung

hätte auch den Vorteil, dass man bereits notierte Formulierungen für die Kontakte mit anderen Lernenden verwenden könnte. Falls die Arbeit während der individuellen Phasen ausschließlich auf dem eigenen Computer zu Hause stattfindet, könnten dafür ein in das System integriertes Lerntagebuch und eine Lernstandsübersicht mit Selbstbewertung des Lernerfolgs genutzt werden. Für Mischformen oder für die Arbeit im Selbstlernzentrum wäre es dagegen eher angebracht, Lerntagebuch und Lernstandsübersicht in Papierform in einer Mappe mitzuführen, so dass die Schüler jederzeit auf ihre Aufzeichnungen zum Lernprozess zurückgreifen können.

Will man die aufgestellten Bedingungen erfüllen, beginnen die Lerneinheiten (siehe Abb. 6.2 auf der nächsten Seite) mit der Darstellung eines mathematischen Problems oder Sachverhalts, und sollten dabei so oft wie möglich mit Anwendungen verknüpft sein. Damit auch ein einfacher Austausch in der Lerngruppe möglich ist, gibt es zunächst keine individuelle Auswahl zwischen verschiedenen Beispielen. Die Darstellung kann interaktive Elemente und Visualisierungen enthalten, die beim Verständnis des Sachverhalts helfen sollen und durch Schüleraktivitäten gesteuert werden. In die Lerneinheiten lassen sich auch Vertiefungen, Ergänzungen und kleinschrittigere Darstellungen integrieren, die bei Bedarf aufgerufen werden können.

Nach dem Bearbeiten dieses Materials könnte es sinnvoll sein, eine Lernerfolgskontrolle durchzuführen. Wenig komplexe Aufgaben lassen sich in Formularform präsentieren und automatisch auswerten. Für den Fall, dass Schüler die richtigen Lösungen auch in mehreren Anläufen nicht finden, sollte das System weitere Hilfen vorhalten.

Die interaktive Übung reicht nicht immer aus, um sich des Lernerfolgs sicher zu sein. Soweit es um komplexere Leistungen und anspruchsvolle Sachverhalte geht, sollten schriftliche Übungen eingesetzt werden, die zum Teil offene Aufgaben enthalten und eine individuelle Auseinandersetzung mit dem Thema erlauben. Die Kontrolle solcher Aufgaben kann nur im Austausch mit anderen Kursteilnehmern und dem Kurslehrer erfolgen, worauf dann im Aufgabenbereich hinzuweisen ist. Für manche Übungen und Aufgaben lassen sich Lösungshinweise oder komplette Lösungen integrieren, die dann bei Bedarf von den Lernenden aufgerufen werden können. Das setzt bei den Schülern ein gewisses Maß an Eigenverantwortung für das Lernen voraus; andernfalls bestünde die Gefahr, dass Schüler nicht selbst über Lösungswege nachdenken sondern sich gleich der bereitgestellten Dokumente bedienen.

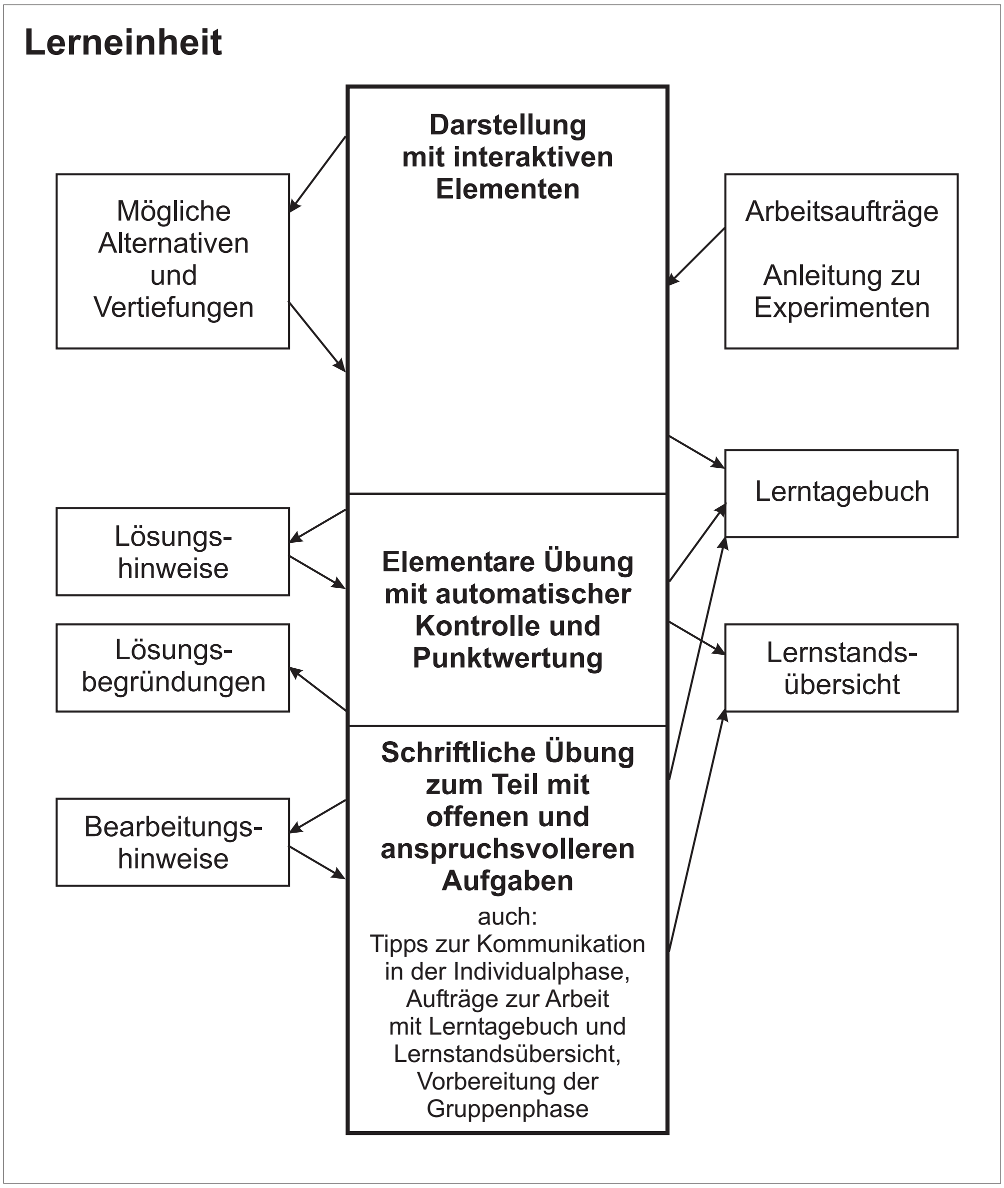


Abbildung 6.2: Aufbau einer typischen Hypermedia-Lerneinheit als Teil eines Kapitels

Mehrere Lerneinheiten mit einem gemeinsamen Grundthema bilden zusammen ein Kapitel (siehe Abb. 6.3 auf der nächsten Seite). Die Kapitel mit mathematischem Inhalt sollen durch ein offenes Projekt abgeschlossen werden, in dem die in den Lerneinheiten erworbenen Kompetenzen eingesetzt werden. Die Projekte sollten die individuelle Auswahl mathematischer Anwendungen gestatten, soweit sie mit dem Kapitelthema vereinbar sind. Schüler und Lehrer sollten die bereits auf den Projektseiten genannten Vorschläge in Absprache erweitern und ergänzen. Die Projekte sind auch die Stellen des Kurses, an denen eine gemeinsame Unterrichtsphase folgen muss, damit allen die Gelegenheit geboten wird, die geleistete Arbeit zu präsentieren.

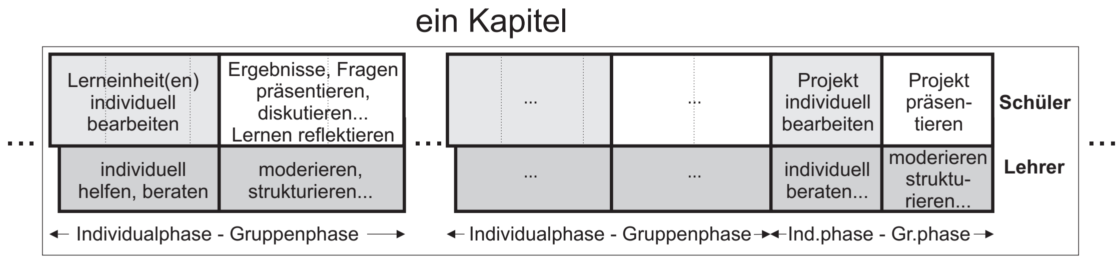


Abbildung 6.3: Geplante Struktur des aus Kapiteln zusammengesetzten Algebra-Kurses

Über Randbedingungen der gemeinsamen Unterrichtsphasen in der Lerngruppe wurde bereits in 4.6 auf Seite 80 nachgedacht und festgestellt, dass sich Formen und Inhalte von traditionellem Unterricht unterscheiden müssen. Für die Unterrichtsgestaltung bleiben natürlich die Lehrkräfte verantwortlich. Wichtig ist, dass den Beteiligten die Veränderung ihrer Rolle in einem solchen Lernarrangement bewusst wird und dass den Schüleraktivitäten ein möglichst großer Spielraum bleibt. Dabei könnten selbst als schwierig empfundene Lerneinheiten unter didaktischer Mithilfe des Lehrers von solchen Schülern dargestellt und erläutert werden, die sich in dieser Einheit als erfolgreich eingestuft haben. Fragen zum Lernstoff, die während der Selbstlernphasen nicht durch Rücksprache mit Lerngruppe und Lehrer geklärt werden konnten, werden im Unterricht behandelt. Dazu sind angemessene Zeitabschnitte einzuplanen.

Ein Teil des gemeinsamen Unterrichts sollte den Lernprozess selbst thematisieren. Dazu wird das Lerntagebuch und die Lernstandsübersicht herangezogen und die Schüler berichten über ihre Erfahrungen beim Lernen, teilen mit, welche Lernmethoden sie verwendet haben, was beim Lernen hilfreich war und was sie behindert hat. Nach den Forschungsergebnissen von Gallin/Ruf (1998) ist ein solches Vorgehen hilfreich für das aktuelle Lernen und für zukünftige Lernprozesse. So können Verbindungen zwischen der *Singulären Welt* der Schüler und der *Regulären Welt* des Stoffes entstehen (vgl. 3.3 auf Seite 57).

6.3 Konkretisierung der Inhalte

Es sollen Lerneinheiten bereit gestellt werden, die die Basis für erfolgreiches Mathematisieren bilden können. Daher sind Variable, Terme und Formeln zu thematisieren und es ist Wert darauf zu legen, dass der Aspektereichtum des Variablenbegriffs in die Lerneinheiten, insbesondere in Visualisierungen und Aufgaben Einzug hält. Weiterhin muss es um das Aufstellen, Lösen und Anwenden von Gleichungen (evtl. mit einer Ausweitung auf Ungleichungen) gehen. Eine Einführung zum Zuordnungsbegriff und eine Betrachtung spezieller Zuordnungen[4] sollte die Anwendungsbreite noch einmal deutlich erweitern.

Wie im Abschnitt 4.6 dargestellt, gehört ein Kapitel zur Einführung der Arbeit mit dem System und zur Thematisierung des selbstständigen Lernens ganz an den Anfang. Dieses Kapitel soll in das Hypermedia-System eingebettet sein, interaktive Elemente und Navigationsprinzipien vorstellen und einen Leitfaden zum selbstgesteuerten Lernen darstellen. Die Schüler des Kurses sollten gemäß der im vorigen Abschnitt dargestellten Kursstruktur diese Einführung zunächst möglichst selbstständig bearbeiten und die dargelegten Prinzipien gleich auf das Kapitel selbst anwenden. Es ist wichtig, dass nach dieser Individualphase eine erste Unterrichtseinheit mit der gesamten Lerngruppe folgt, um die weitere Arbeit nach diesem System auf ein sicheres Fundament zu gründen.

Die Dauer dieser ersten gemeinsamen Unterrichtseinheit hängt davon ab, welche Vorerfahrungen mit dem selbstständigen und mit dem computerunterstützten Lernen in der Lerngruppe bereits vorhanden sind. Es könnte sein, dass es im Vorfeld bereits Projekte wie "Das Lernen lernen" gegeben hat und die Schüler mit einigen Ansätzen bereits vertraut sind. Entsprechend könnte es mit Computererfahrungen sein. Ich gehe in jedem Fall davon aus, dass diese erste gemeinsame Sitzung mindestens eine Doppelstunde umfassen müsste, sofern die erste Lerneinheit komplett in einem Zug selbstständig erarbeitet worden ist. Falls auf keinem der beiden Gebiete Vorerfahrungen der Schüler erwartet werden dürfen, erscheint eine Aufteilung des Kapitels in mehrere separate Lerneinheiten ratsam. Es wird darum auch das Einführungskapitel in Lerneinheiten gegliedert, um eine auf den Kurs und die Lernenden angepasste Vorgehensweise zu ermöglichen.

Für den Erprobungsdurchgang werden Lerneinheiten zu den folgenden Kapiteln bereit gestellt:

1. Einführung
2. Variable, Terme und Formeln
3. Gleichungen und Ungleichungen
4. Von der Formel zur Zuordnung
5. Ausklang

[4] wie proportionale und antiproportionale Zuordnungen

Der Inhalt des Einführungskapitels wurde bereits dargestellt. Das Kapitel "Ausklang" soll dazu dienen, die Erfahrungen mit dem Selbstlernkurs zu thematisieren und den Lernprozess in der Gesamtschau zu reflektieren. Schüler, die den Kurs komplett genutzt haben, sollen zur Abfassung eines Schlussberichts angeleitet werden.

Die ausgewählten mathematischen Inhalte sind grundlegend für das Mathematisieren, weisen eine breite Palette von Aspekten, Zugängen und Deutungen auf und entsprechen damit Winters Kriterien an sinnvolle mathematische Lerninhalte. Im Kapitel "Variable, Terme und Formeln" geht es zunächst um die Einführung von Variablen und um das Verständnis von Formeln und Termen. Der Einstieg in die Thematik sollte aber auch die Begriffe *Arithmetik* und *Algebra* aufgreifen und historische Fakten in schülergerechter Form präsentieren. Gemäß den zuletzt in Abschnitt 6.1 auf Seite 103 formulierten Zielen gehören zur Arbeit mit Termen und Formeln problemhaltige Ausgangssituationen (tragfähige Einstiege), das Angebot von fruchtbarem Lernmaterial[5] und dazu Schüleraktivitäten, bei denen Anwendungen möglichst selbstständig mit mathematischen Darstellungen verknüpft werden. Das kann in einer angeleiteten Form beispielsweise durch das vorgeführte Formalisieren von Zahlentricks[6] und dann durch das Erfinden eigener Zahlentricks geschehen. In einer offenen Form können solche Aktivitäten durch das Ausdenken ganzer Geschichten, die zu einer Formel führen, ausgeweitet werden.

Nach Malle (1993, S. 46) kann man zumindest die drei folgenden Aspekte des Variablenbegriffs unterscheiden:

(1) Gegenstandsaspekt: Variable als unbekannte oder nicht näher bestimmte Zahl.

(2) Einsetzungsaspekt: Variable als Platzhalter für einzusetzende Zahlen.

(3) Kalkülaspekt: Variable als bedeutungsloses Zeichen, mit dem nach bestimmten Regeln operiert werden darf.

Ich stimme mit Malle überein, der sich gegen Reduktionen des Variablenbegriffs ausspricht, ausgemacht im "traditionellen Weg" (Betonung des Gegenstandsaspekts) und nach der Reform in den sechziger Jahren (Betonung des Einsetzungsaspekts). In der Zeit nach der Abwendung von der so genannten "neuen Mathematik" ist in Deutschland mehr der Kalkülaspekt in den Vordergrund geraten; dafür sprechen u.a. die Ergebnisse von TIMSS, wenn festgestellt wird, dass deutsche Schüler im internationalen Vergleich relative Stärken beim kalkülbetonten Rechnen, auf der anderen Seite aber

[5] vgl. Winter (1975, S. 108)

[6] Rechnungen, die ausgehend von einer beliebigen Zahl immer zum gleichen Ergebnis oder zu einem Ergebnis führen, das mit der Ausgangszahl in einem einfachen Zusammenhang steht

relative Schwächen beim Lösen von Anwendungsaufgaben aufweisen.[7] Daher möchte ich Situationen vorsehen, in denen alle drei genannten Variablenaspekte von Bedeutung sind und diskutiert werden. Hilfreich bei diesem Unterfangen sind auch Malles konkrete Unterrichtsvorschläge, die für meine Kursentwicklung aufgegriffen werden sollen.

Das in den Abbildungen 6.4 auf der nächsten Seite und 6.5 auf Seite 115 dargestellte Beispiel ist eine selbst konstruierte Situation, die den Einsetzungsaspekt der Variablen in den Vordergrund stellt. Bei der dabei vorgestellten Formel geht es in erster Linie darum, den Schülern zu zeigen, dass auch kompliziert erscheinende Systeme wie das gestaffelte Rabattsystem eines Reiseveranstalters mithilfe einer relativ einfachen Formel dargestellt werden können. Die Formel im Beispiel ersetzt eine umfangreiche Tabelle, wenn die Umsetzung und die Handhabung beherrscht werden. Auch wenn die Herkunft dieser Formel zunächst im Dunkeln bleibt[8], wird in der Aufgabenstellung dazu aufgefordert, die Übereinstimmung von Tabelle und Formel durch Einsetzen geeigneter Werte zu überprüfen. So können Sinn und Nutzen der Formel handelnd erfasst werden. Im Anschluss daran sollen sich die Schüler auch Gedanken über die Vor- und Nachteile der beiden Darstellungen machen. Das soll dazu beitragen, dass sie über Kriterien verfügen, wenn sie sich bei eigenen Mathematisierungen für geeignete Darstellungsformen entscheiden müssen. Die gleiche Formel könnte auch in einem Zusammenhang verwendet werden, in dem z.B. bei gegebenem Gesamtpreis und bekanntem Reiseziel auf die Personenzahl p zurückgeschlossen werden soll. In diesem Fall träte der Gegenstandsaspekt in den Blick.

[7] TIMSS II: Siehe auch differenzierte Befunde von Klieme und Baumert, in 2.2.1 auf Seite 24. PISA 2000: Bei Algebraaufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad liegen die Ergebnisse deutscher Schüler unter dem internationalen Durchschnitt, siehe 2.2.1 auf Seite 26.

[8] zur Vertiefung wird ein Hyperlink angeboten, der den daran interessierten Schülern eine detailliertere Erklärung bietet

Ein Kleinbus-Unternehmen hat sich folgendes Rabattsystem überlegt:

In den Bussen haben bis zu 11 Fahrgäste Platz. Wenn man einen Einzelplatz bucht, zahlt man den vollen Fahrpreis V. Bei Gruppenbuchungen bekommt man ab der zweiten Person Rabatt. Die zweite Person zahlt nur 90% von V, also $0,9 \cdot V$. Die dritte Person zahlt nur noch 80% von V, also $0,8 \cdot V$. Dieses Prinzip wird bis zur 11. Person fortgesetzt, die dann praktisch umsonst mitfährt. Natürlich werden die Teilnehmer einer Gruppenbuchung den Gesamtpreis gerecht aufteilen, was den Kleinbus-Unternehmer aber nicht interessiert. Da das Unternehmen von Hannover aus mehrere Reiseziele anfährt, gibt es auch unterschiedliche volle Fahrpreise V. Das führt zu der folgenden Tabelle für Gruppenbuchungen, die immer den Gesamtpreis für die Gruppe zeigt:

Personenzahl	**Berlin**	**Hamburg**	**Paris**	**Prag**	**München**
1	75,00 €	60,00 €	90,00 €	99,00 €	95,00 €
2	142,50 €	114,00 €	171,00 €	188,10 €	180,50 €
3	202,50 €	162,00 €	243,00 €	267,30 €	256,50 €
4	255,00 €	204,00 €	306,00 €	336,60 €	323,00 €
5	300,00 €	240,00 €	360,00 €	396,00 €	380,00 €
6	337,50 €	270,00 €	405,00 €	443,50 €	427,50 €
7	367,50 €	294,00 €	441,00 €	485,10 €	465,50 €
8	390,00 €	312,00 €	468,00 €	514,80 €	494,00 €
9	405,00 €	324,00 €	486,00 €	534,60 €	513,00 €
10	412,50 €	330,00 €	495,00 €	544,50 €	522,50 €
11	412,50 €	330,00 €	495,00 €	544,50 €	522,50 €

Während des Schulpraktikums behauptet eine Schülerin, dass man die ganze Tabelle durch eine einzige Formel ersetzen könne. Sie gibt die Formel für den Gesamtpreis G für p Personen so an:

$$G = \frac{p \cdot (21 - p)}{20} \cdot V$$

V ist dabei der volle Preis für eine Person zu einem der fünf Reiseziele.

Abbildung 6.4: Ein Beispiel für die Betonung des Einsetzungsaspekts, Darstellung einer Situation

Aufgaben

Dein Auftrag ist es, die aufgestellten Behauptungen zu prüfen.

– Stimmt die Tabelle mit den Vorgaben des Reiseunternehmers überein?

– Zum Beispiel gilt für die Reise nach Hamburg, dass sich der Preis für zwei Personen aus dem vollen Preis $V = 60$ € und aus dem um 10% reduzierten Preis $0,9 \cdot V = 54$ € zusammensetzt und sich demnach zu $G = 114$ € summiert. Dieser Eintrag ist also richtig.

– Prüfe mindestens die Zeilen für 3 und für 6 Personen. Hinweis: Die Tabelle enthält einen Fehler.

– Passt die Formel der Schülerin zur Tabelle des Unternehmers? Führt man beispielsweise die Rechnung für 5 Personen zum Reiseziel München durch, erhält man in Übereinstimmung mit der Tabelle $G = (5 \cdot (21 - 5) : 20) \cdot 95 = 380$ €. Prüfe wenigstens die Zeilen für eine, vier und zehn Personen.

– Was spricht für oder gegen die Verwendung der Formel bzw. der Tabelle? Formuliere Vor- und Nachteile.

Abbildung 6.5: Ein Beispiel für die Betonung des Einsetzungsaspekts, Aufgabenstellung

Weiter zu den Inhalten: Über die Betrachtung von Anwendungssituationen und damit verbundenen sinnhaften Formeln, die mehrere Veränderliche enthalten, kann man die Frage nach den Formelvarianten stellen, die es erlauben einen jeweils fehlenden Wert auszurechnen. Den Schülern werden Techniken zum Umstellen von Formeln und damit auch formale Fertigkeiten vermittelt, die es in Verbindung mit einem Grundverständnis der Anwendungssituation überflüssig machen, mehrere Formelvarianten auswendig zu lernen. Die Sinnhaftigkeit einer solchen Vorgehensweise sollte ebenfalls Gegenstand der Betrachtungen im Unterricht sein und dem oftmals entstehenden Eindruck entgegenwirken, dass algebraische Umformungen nur Teil eines mathematischen Glasperlenspiels seien.

Im Kapitel "Gleichungen und Ungleichungen" stehen Mathematisierungen und eine Betrachtung der zugehörigen Arbeitsschritte mathematisieren[9], verarbeiten, interpretieren und validieren im Vordergrund. Auf der formalen Ebene sollen Schüler lernen, Gleichungen durch Äquivalenzumformungen zu lösen. Dabei sind die Rechengesetze

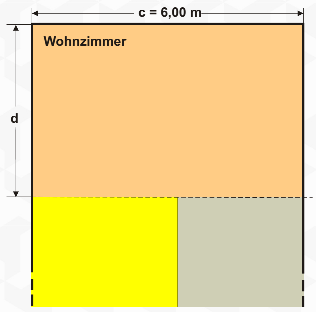
[9] gemeint ist der erste Schritt von der Situation zum mathematischen Modell, siehe Abbildung 3.1 auf Seite 47

zu thematisieren und anzuwenden. Eine korrekte Anwendung der Rechengesetze setzt das Erkennen von Termstrukturen voraus, was den Schülern erfahrungsgemäß größere Schwierigkeiten bereitet. Dem entsprechend ist ein Trainingsprogramm zur Termstrukturerkennung einzuplanen.

Das Kapitel "Von der Formel zur Zuordnung" dient der Erweiterung der Schülerfähigkeiten, Visualisierungen von Termen und Gleichungen zu verstehen und zu verwenden; dabei wird der funktionale Aspekt von Formeln aufgegriffen. In diesem Zusammenhang tragen mit dem Einzelzahlaspekt und dem Bereichsaspekt (vgl. Malle, 1993, S. 80) weitere Variablenaspekte dazu bei, die mathematische Reichhaltigkeit des Variablenkonzepts zu betonen. Die Schüler sollen lernen, Abhängigkeiten zwischen den in Formeln enthaltenen Variablen aus der Formel, aus Tabellen und aus Graphen zu erkennen, die unterschiedlichen Darstellungen in Verbindung zu bringen und selbst zu nutzen. Damit sollen die Fähigkeiten des Verständnisses und der Schaffung von mathematischen Modellen im Zuge der Mathematisierung einer Realsituation verstärkt werden. Soll beispielsweise in einer Einheit des geplanten Lernmoduls der Veränderlichenaspekt hervorgehoben werden, könnte dazu ein interaktives Formular, wie in Abbildung 6.6 auf der nächsten Seite dargestellt, eingesetzt werden.

Lehrplangemäß sollen - neben dem Zuordnungsbegriff im Allgemeinen - die proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen als spezielle Arten hervorgehoben und besonders herausgestellt werden. Das ist zu rechtfertigen, da es viele Anwendungen gibt, die bereits durch solche einfache Zuordnungen modellierbar sind. Da dies jedoch eine starke Reduzierung des Zuordnungsbegriffs darstellt, sollte die Beschränkung nicht zu schnell erfolgen.

Bei der Planung der Raumverteilung eines Hauses könnte es nun sein, dass ein Maß c des Wohnzimmers, nennen wir es Länge, durch die Lage im Haus unveränderlich festgelegt ist. Bei der Breite d gebe es dagegen einen Spielraum, der theoretisch von 0 (kein Wohnzimmer!) bis zur maximalen Hausgröße ginge. Dem nebenstehenden Grundriss kann man entnehmen, dass die Länge mit c = 6,00 m unveränderlich feststeht.



In diesem Fall kann man sagen, dass eine **Zuordnung** besteht, bei der der **Flächeninhalt A** des Wohnzimmers von der gewählten **Breite d** abhängt.

Diese Zuordnung mit der Formel A = cd = 6d wird zunächst durch eine Tabelle dargestellt. Fülle sie vollständig aus und überprüfe danach deine Eintragungen:

Breite d in m	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50
Flächeninahlt A in m²							

Prüfen — Fehler

Abbildung 6.6: Teil einer interaktiven Lerneinheit des Kapitels "Von der Formel zur Zuordnung", die den Veränderlichenaspekt betont

Der Veränderlichenaspekt[a] ist eine der beiden Formen des Bereichsaspekts der Variablen. Er ist wesentlich für das Verständnis von Funktionen und wird hier im Teil einer Lerneinheit aus dem Kapitel "Von der Formel zur Zuordnung" aufgegriffen. Ausgangspunkt der Überlegungen ist die den Schülern bereits bekannte anschauliche Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks. Durch die dargestellten Planungsüberlegungen beim Entwurf eines Hauses wird jetzt aber die Abhängigkeit des Flächeninhalts eines Zimmers von der veränderlichen Raumbreite verdeutlicht. Diesen Zusammenhang sollen die Schüler zunächst in Tabellenform erfassen und anschließend auch einen Graphen dazu erstellen. Die Formulareingaben werden auf Knopfdruck überprüft; eventuell vorhandene Fehler werden gezählt.

[a] alle Zahlen eines Bereichs werden in zeitlicher Aufeinanderfolge repräsentiert (Malle, 1993, S. 80)

6.4 Überlegungen zu Beispielen, Aufgaben und Projekten

Nach dem dargelegten Konzept beginnt das Lernen mathematischer Inhalte, die in Kapitel gegliedert sind, mit der individuellen selbstständigen Bearbeitung einer Lerneinheit. Beim Lernen in einer Gruppe gibt es nach kurzer Zeit Rückmeldungen von einer Lehrperson oder von anderen Gruppenmitgliedern, die im günstigen Fall erkennen lassen, ob man die dargestellten Inhalte richtig verstanden hat. Hier muss die elektronische Lernumgebung diese Rolle zum Teil übernehmen. An die Darstellung der Inhalte schließen sich daher zunächst einfache Übungsaufgaben an, die vom System auf Mausklick automatisch ausgewertet werden. Die Aufgaben sollten vom Einfachen zum Komplexen gehen und sich also während der Übung im Schwierigkeitsgrad steigern. Unabhängig von der Aufgabenschwierigkeit bedingt der Computereinsatz, dass die Antworten in Formularfelder eingetragen und vom System sicher ausgewertet werden müssen. Für die Eintragungen gibt es die folgenden Möglichkeiten:

- Die Antworten sind vorgegeben und die Schüler wählen eine oder mehrere richtige Antworten aus (Single- oder Multiple-Choice-Aufgaben).
- Es wird eine Ergebniszahl erwartet, die in ein Formularfeld einzutragen ist.
- Es ist eine Tabelle mit Zahlen auszufüllen.
- In ein oder mehrere Formularfelder sind mathematische Terme oder Gleichungen einzutragen, die in der Regel keine Sonderzeichen wie griechische Buchstaben oder mathematische Symbole enthalten dürfen.

Bereits bei den einfachen Antworttypen mit Formularfeld muss das System in der Lage sein, individuelle Abweichungen zu berücksichtigen. Beispielsweise sollte bei Dezimalbrüchen die Schreibweise mit Komma und mit Dezimalpunkt gleichermaßen akzeptiert werden, da insbesondere Internetnutzer[10] nie sicher sein können, welche Eingabeform für Zahlen erwartet wird. Bei Termen und Gleichungen ist die Sachlage noch komplizierter, da Vereinbarungen[11] und Rechengesetze genutzt werden können, die das Aussehen der Terme verändern. Das System sollte im Idealfall alle richtigen Varianten als solche erkennen können. In den meisten Fällen kann man sich auf wenige alternative Formen beschränken und die Eintragungsform durch Hinweise in der Aufgabenstellung

[10] im amerikanischen Sprachraum wird der Dezimalpunkt verwendet, in Deutschland das Komma

[11] beispielsweise darf man manche Multiplikationszeichen einsparen

beeinflussen.[12] Eine etwas sicherere Methode ist die Verwendung eines so genannten *Parsers*, der mathematisch gleichwertige Terme erkennt, sofern die selben Variablennamen verwendet werden.

Eine erste Lernerfolgskontrolle ist mit solchen Formularübungen sicher möglich und gibt den Lernenden eine sinnvolle Rückmeldung; für die formulierten Ziele ist dieses Verfahren jedoch nicht hinreichend. Erfolgreiches Mathematisieren erfordert nämlich eine größere Offenheit: Man muss Variablennamen frei wählen können, Ideen notieren, mathematische Texte verfassen, Schlussfolgerungen formulieren. Dazu kann ein Computersystem keine treffenden Bewertungen abgeben; die Arbeit eines Lehrers ist notwendig. Auf die einfacher gehaltenen Übungsformulare kann sich daher – eventuell nach mehreren Lerneinheiten – eine schriftliche Übung anschließen, die der Lehrer zur Auswertung erhält. Für die Übermittlung der schriftlichen Übungen sind mehrere Verfahren denkbar: Die Lernenden könnten die Texte am Computer verfassen und per Email übermitteln oder die Dateien auf eine Lernplattform im Internet stellen. Es lässt sich damit auch ein Austausch in der Lerngruppe initiieren, wenn man gelegentlich Aufgaben stellt, die an andere Schüler der Gruppe zur Begutachtung gegeben werden sollen, sei es per Email oder über das Internetforum. Schließlich können die schriftlichen Übungen auch klassisch auf Papier verfasst werden und zum nächsten Gruppentreffen mitgebracht werden.

Die Lerneinheiten orientieren sich konzeptgemäß an Anwendungszusammenhängen, die für die mathematischen Inhalte von Bedeutung sind. Bei der Auswahl dieser Beispiele sollen die Interessen der Zielgruppe besondere Berücksichtigung finden, damit die Chance besteht, dass sich möglichst viele Schüler gerne mit den Inhalten beschäftigen und dies auch als sinnvoll ansehen. Dabei gründen sich einführende Beispiele und die angesprochenen Aufgaben oft auf konstruierte Sachverhalte, sie sind prinzipiell mit vereinfachten Kontexten ausgestattet und an festgelegten engen Lernzielen orientiert. Strukturiertes Lernen mit an Inhalten festgemachten Lernzielen erfordert auch solche gebundenen Situationen. Zum Aufbau von Kompetenzen, die erfolgreiches Mathematisieren ermöglichen, gehören aber auch offenere Aufgaben, die im Rahmen der schriftlichen Übungen eingebracht werden können. Dazu ein Beispiel: Hat man im Kapitel ”Von der Formel zur Zuordnung” eine Reihe von Anwendungssituationen mit realem Hintergrund präsentiert, in denen die Zusammenhänge durch Graphen oder Tabellen dargestellt werden, könnte dazu in der schriftlichen Übung eine offene Aufgabe wie die folgende gestellt werden:

”Suche ein nicht zu kompliziertes Beispiel aus einer Zeitung, Zeitschrift oder aus dem Internet (jedoch nicht von einer Mathematikseite!), in dem eine Zuordnung mit ei-

[12] Beispiele: ”Verwende beim Eintrag keine Leerzeichen” oder ”Verwende die Variablennamen K, p und Z”

nem Graphen oder mit einer Tabelle dargestellt wird. Erläutere den Sinn der Darstellung des gefundenen Beispiels."

Neben der Variante, dass sich Schüler dieser Aufgabe durch eine ungezielte Auswahl möglichst schnell entledigen, besteht auch die Möglichkeit, dass etwas ausgewählt wird, was der eigenen Interessenlage entspricht. Auf jeden Fall ist die Anwendung dann nicht konstruiert sondern real.

Während das Einbringen eigener Interessen bei offenen Aufgaben unter Umständen nur ein Nebeneffekt ist, kann man bei den Projekten, die jeweils den Abschluss der mathematischen Kapitel bilden sollen, eher davon ausgehen, dass problemhaltige Realsituationen aus der Lebenswelt der Schüler zum Tragen kommen. Auch wenn die Einstiegsbeispiele zu den mathematischen Inhalten die Schülerinteressen berücksichtigen sollten, könnte man sich selbst bei einer auf eine bestimmte Lerngruppe zugeschnittenen Auswahl niemals sicher sein, damit wirklich die Interessen aller Schüler anzusprechen. In dieser Hinsicht erlauben die Projekte von Schülern, die sich in Neigungsgruppen organisieren, die Wahl einer individuell interessanten Situation. Darüber hinaus lassen sich die Projektaufgaben so offen formulieren, dass zwar der Rahmen der mathematischen Inhalte gewahrt bleibt, aber durchaus unterschiedliche mathematische Aktivitäten initiiert werden können.

Eine Projektaufgabe zum Kapitel "Von der Formel zur Zuordnung" könnte im Kern beispielsweise so aussehen:

"Dokumentiere einen Preis- oder Angebotsvergleich mehrerer Anbieter.[13] Wähle einen Bereich, informiere dich über mindestens zwei Angebote zum selben Gegenstand. Stelle die Angebote auf möglichst viele unterschiedliche Arten dar. Denkbar sind Formeln, Graphen und Tabellen. Überlege bei der Ausführung der Darstellungen, wie sie von Betrachtern möglichst schnell verstanden werden können. Gesichtspunkte sind Lesbarkeit, Übersichtlichkeit, gut gewählte Bezeichnungen, usw."

Die Auswahl des konkreten Gegenstands ist den Schülern hier völlig freigestellt und kann daher einem Bereich entstammen, für den man sich wirklich interessiert und über den man sich informieren will. Dennoch wird der Fokus auf eine bestimmte mathematische Tätigkeit, nämlich den wertenden Vergleich von Angeboten, gerichtet und es werden Mittel genannt, die zur Dokumentation verwendet werden sollen. Bei stärkeren Schülern könnte die Arbeit auch über die behandelten Inhalte hinaus gehen und zur selbstständigen Vertiefung führen, da es je nach Wahl des Gegenstands nicht sicher ist, dass die Vergleiche allein auf der Basis von linearen Funktionen auszuführen sind.

[13] hier könnte man evtl. Beispiele nennen oder bewusst darauf verzichten

Kapitel 7

Design der Computer-Lernumgebung und der Hypertext-Lernsequenzen

In diesem Kapitel wird dargestellt, wie die zuvor erörterten Kriterien zu den Inhalten und der Struktur des Algebrakurses bei der Gestaltung der Computer-Lernumgebung als Teil des Lernarrangements technisch realisiert wurden. Zunächst geht es um die Festlegung der geeigneten Mittel im Zusammenhang mit Hard- und Software und dann um den Aufbau des Systems der Lerneinheiten, die in eine verbindende Struktur einzubetten waren. Im Anschluss werden die Elemente besonders betrachtet, die der Selbststeuerung des Lernprozesses dienen sollen und schließlich wird das Design einzelner typischer Elemente der Lerneinheiten thematisiert.

7.1 Voraussetzungen und technische Realisierung

Wenn die Absicht besteht, ein computergestütztes Lernsystem zu schaffen, das sich leicht und kostengünstig verteilen und verbreiten lässt, muss man auf Software und Hardware zurückgreifen, die in Schulen und bei Schülern bereits einen hohen Verbreitungsgrad besitzen. Bei der Hardware kann man davon ausgehen, dass alle infrage kommenden Schulen über eine Grundausstattung von geeigneten Computern verfügen und in den meisten Fällen haben die Schüler auch zu Hause Zugriff auf ein entsprechendes Gerät. Diese Computer laufen in der Regel mit einem der drei populären Betriebssystemtypen, nämlich mit einem Windows-, Linux- oder Mac-Betriebssystem[1]. Während die Heimanwender bisher mehrheitlich Windows-Betriebssysteme bevorzugen, setzen

[1] Windows und das Mac-OS stammen von den Firmen Microsoft bzw. Apple, bei Linux gibt es zahlreiche Distributionen von freien Entwicklergruppen oder von Firmen wie Novell oder Red Hat

einige Schulnetzwerke auf Linux-Distributionen wie das verbreitete SuSE-Linux. Wenn man darüber hinaus daran denkt, dass möglicherweise Schüler in der Schule mit Linux-Rechnern umgehen und dann ihre Arbeit ohne Umgewöhnung auf dem eigenen Rechner zu Hause fortsetzen wollen, stellt das schon strikte Anforderungen an die Gestaltung und die technische Realisierung einer Computer-Lernumgebung.

Die Voraussetzungen dazu sind jedoch günstig: Durch die weltweite Verbreitung und Nutzung des Internets ist es zu der Entwicklung von Anwendungsprogrammen gekommen, die die gleichen Funktionalitäten auf allen genannten Betriebssystemen bereit stellen und die darüber hinaus in der gleichen Weise zu bedienen sind und gleich oder zumindest sehr ähnlich aussehen. Diese Gegebenheiten nutzt man, wenn man die Lernumgebung[2] auf der Basis eines Geflechts von HTML-Dateien[3] konstruiert und Darstellungsformate mittels CSS-Anweisungen[4] festlegt. Damit lassen sich unabhängig vom Betriebssystem bereits Text- und Grafikelemente in einem Browser zur Anzeige bringen. Die Browser mit der höchsten Verbreitung sind z. Zt. der Internet Explorer[5] gefolgt von den Browsern der Netscape/Mozilla-Familie[6]. Zu beachten ist, dass die Browser sich bei der Interpretation der Seitenbeschreibungssprache HTML und den CSS-Formatangaben leicht unterschiedlich verhalten, dass es aber einen gemeinsamen Kern gibt[7]. Soll die Lernumgebung browserunabhängig reagieren, hat man sich bei der Entwicklung auf den gemeinsamen Kern zu beschränken.

Zur Herstellung von interaktiven Lerneinheiten reichen HTML und CSS alleine noch nicht aus. Zwar gehört die Darstellung von Formularen, in die die Anwender Daten eintragen können, mit zum Sprachumfang, aber die Auswertung solcher Formulare wird in der Regel im Internet auf einem Server vorgenommen, der dazu eine Skriptsprache verwendet. Soll eine HTML-Seite ohne Internetanbindung auf Eingaben reagieren können, ist zumindest die Verwendung einer Programmiersprache notwendig. Ohne größeren Aufwand kann man hier auf Javascript zurückgreifen, da sich Javascript in HTML einbetten lässt und von den genannten Browsern bereits standardmäßig unterstützt wird.[8] Sollen Multimedia-Elemente wie Filme oder Tondokumente verwendet

[2] falls nicht anders vermerkt, ist in diesem Kapitel mit dieser Kurzform immer der computergestützte Teil des Lernarrangements zu verstehen

[3] HyperText Markup Language (HTML) in der aktuellen Spezifikation 4.01 der Organisation W3C

[4] Cascading Style Sheets

[5] Variante: IE 6.0 in Windows XP oder Windows 2000 mit Servicepack 4

[6] in den Varianten: Netscape, Mozilla-Suite oder Firefox jeweils für Windows und Linux

[7] der in etwa den Spezifikationen HTML 4.0 bzw. CSS 1 entspricht

[8] Hier ist besondere Vorsicht geboten: Wenn man nicht gezwungen werden will, im Code "Browserweichen" zu programmieren, muss man sich stark einschränken. Eine gute Information über den unterstützten Befehlsumfang der jeweiligen Browser liefert Münz/Nefzger (1999), mit Aktualisierungen im Netz unter http://de.selfhtml.org/.

werden, ist dafür zu sorgen, dass für die verwendeten Browser passende Plugins[9] eingespielt werden können. Da die gängigen Plugins kostenfrei zur Verfügung stehen, ist es aber kein Problem, diese allen zugänglich zu machen. Es ist außerdem üblich, eventuell benötigte Zusatzdokumente in einem Dateiformat zur Verfügung zu stellen, das am Bildschirm ohne Qualitätsverlust frei skalierbar ist und wie betrachtet 1:1 ausgedruckt werden kann. Dafür hat sich das Portable Document Format (PDF) international durchgesetzt. Ein PDF-Reader-Programm und zugleich PDF-Plugin bezieht man z.B. kostenlos von der Firma Adobe.

Die Interaktivität der Multimedia-Elemente beschränkt sich oft darauf, dass man das Abspielen der Multimediainhalte ähnlich wie bei einem CD-Abspieler steuern kann. Echte Interaktivität im Sinne einer inhaltlichen oder formalen Beeinflussung der Darstellung lässt sich dagegen am besten mit einem eingebetteten Programm erreichen. Hier sind es die Java-Applets, die von allen Browsern dargestellt werden können, sofern auf dem Computer ein so genanntes Java-Runtime-Environment (JRE) installiert ist. Man erhält sowohl JRE als auch Java-Development-Kits (JDKs) zur Programmierung von Java-Applets kostenlos von der Firma Sun.[10]

Die genannten Voraussetzungen reichen also für eine weitgehend einheitliche Darstellung der Lerneinheiten auch auf unterschiedlichen Computern und Betriebssystemen aus. Die darüber hinaus gehende Absicht, auch Funktionen wie ein Lerntagebuch und eine Lernstandsübersicht in die Lernumgebung zu integrieren, erfordert die Einbeziehung weiterer Systemkomponenten. Die Speicherung und Verwaltung von Daten der Lernenden setzt bei Verzicht auf eine Netzanbindung die Existenz einer lokalen Datenbank voraus. Zum Betrieb dieser Datenbank in Verbindung mit den HTML-Lerneinheiten benötigt man einen lokalen Datenbankserver und dazu eine Skriptsprache, die mit einer solchen Datenbank umgehen kann und sich darüber hinaus in die HTML-Dokumente einbetten lässt. Die Situation ist dafür wiederum günstig; man kann in diesem Fall sogar Opensource-Software verwenden. Die Realisation der Datenbank und des dazu nötigen lokalen Webservers kann mithilfe des XAMPP-Projekts[11] erfolgen. Die Distributionen von XAMPP für Windows oder Linux enthalten unter anderem: Apache, MySQL, PHP, Perl, phpMyAdmin, Mercury Mail und den FileZilla FTP Server.

Das Paket XAMPP Lite ist eine reduzierte Version des XAMPP ohne Mercury Mail und den FTP Server. Für die Lernumgebung reicht die Ausstattung mit XAMPP Lite völlig aus und bietet den Vorteil des geringeren Speicherbedarfs.

---

[9] Module, die dem Browser zusätzliche Darstellungsfunktionen verleihen

[10] java.sun.com, Versionen für Windows, Linux und Solaris

[11] Das XAMPP-Projekt von der Organisation *Apache Friends* bietet sowohl für Linux, als auch für Windows einfach installierbare, vorkonfigurierte Versionen von Apache, Perl, PHP und MySQL. Das "A" steht dabei für den Apache-Server, das "M" für MySQL, die beiden Buchstaben "P" für Perl und für PHP. Das führende "X" ist stellvertretend für das Betriebssystem, unter dem XAMPP läuft. Bezug: www.apachefriends.org

7.1.1 AlgebraLU-Distributionen

Mit den genannten Hard- und Software-Voraussetzungen wurden je eine Windows- und Linux-Version hergestellt. Bei den Schülern, die das System zu Hause nutzen wollen, wird in der Regel ein Windows-Betriebssystem laufen; in manchen Schulen wird auch ein Linux-Betriebssystem zum Einsatz kommen. Weil Windows-Benutzer meistens eine einfache Installation erwarten, sollen die Bestandteile der Algebra-Lernumgebung (AlgebraLU) durch ein möglichst einfaches Setup-Programm automatisch auf den Computer kopiert und eingerichtet werden. Da hier auf eine sehr hybride Softwarezusammenstellung zurückgegriffen werden soll, musste eine solche Installationsroutine selbst entwickelt werden. Für die Linux-Version konnte auf dieses Hilfsmittel verzichtet werden (die Inhalte werden durch Kopieren auf die Festplatte übertragen), da in der Schule eher zu erwarten ist, dass die Einrichtung des Systems von einem Systemadministrator vorgenommen wird und dass Server- und Datenbankpakete Teil der vorhandenen Linux-Distribution sind und bei Bedarf nachinstalliert werden können. Außerdem würde fast jede Linux-Variante ein darauf besonders zugeschnittenes Installationsprogramm erfordern. In Einzelfällen kann Schülern, die mit Linux arbeiten, neben der Installationsanleitung[12] auch eine weiter gehende Hilfe angeboten werden.

In der ersten Ausbaustufe der AlgebraLU wird zunächst von einer Einzelplatznutzung ausgegangen und auf die Vergabe von Nutzerkennungen verzichtet. Bei einer späteren Überarbeitung soll auch eine Mehrbenutzer-Netzwerkversion entstehen; die eingesetzten Software-Pakete unterstützen prinzipiell einen Mehrbenutzerbetrieb. Im Zusammenhang mit dem Betrieb eines lokalen Servers und einer Datenbank sind auch Fragen der Datensicherheit angesprochen. Die ersten Distributionen der AlgebraLU werden in dieser Hinsicht keine besonderen Mechanismen einsetzen; Windows- und Linuxbenutzer können ihre Daten dadurch absichern, dass sie auf ihrem Computer einen passwortgeschützten persönlichen Zugang einrichten und die AlgebraLU ausschließlich für diesen Zugang installieren.

Der Gesamtumfang der AlgebraLU beträgt einschließlich der Zusatzpakete nur ca. 120 MB, kann also auf einer einfachen CD-R verteilt werden.

7.1.2 AlgebraLU installieren, starten und beenden

In der Windows-Distribution[13] der AlgebraLU ist also ein Setup-Programm[14] vorhanden, das die HTML-Struktur, den Server und die Datenbank und zusätzliche Steuer-

[12] die Installation wurde auf einer aktuellen SuSE-Linux Distribution getestet

[13] getestet mit Windows 98, 2000 und XP

[14] programmiert in Delphi

programme installiert und einrichtet. Der Start der AlgebraLU ist nicht mit dem eines üblichen Windowsprogramms zu vergleichen, da neben dem Öffnen der HTML-Struktur im Browser auch der Apache-Server mit Datenbankanbindung in Betrieb zu nehmen ist. Die von XAMPP mitgelieferten Startmechanismen sind für normale Windowsbenutzer sehr ungewohnt und müssten zudem zusätzlich vor dem Start der HTML-Struktur aufgerufen werden. Daher wird ein so genannter Launcher[15] bereit gestellt, der für den Benutzer als Eingang zur AlgebraLU auftritt und mit dem alle Anwendungen automatisch in der richtigen Reihenfolge gestartet werden. Zu diesem Launcher wird bei der Installation automatisch im Startmenü eine Verknüpfung eingerichtet. Der Launcher (siehe Abbildung 7.1) enthält nicht nur einen Start- sondern auch einen Stoppschalter. Wird der Stoppschalter benutzt, werden alle Fenster der AlgebraLU geschlossen und der Datenbankserver ausgeschaltet. Schließt der Benutzer einfach nur alle Fenster, bleibt der lokale Server in Betrieb, bis der Computer heruntergefahren wird, was aber auch kein Problem darstellt. Bei der Einrichtung der AlgebraLU auf einem Linuxsystem wird man die Einrichtung eher so vornehmen, dass Server und Datenbank stets mit dem Betriebssystem hochgefahren bzw. abgeschaltet werden. In diesem Fall ist nur eine Verknüpfung zu der Startdatei der HTML-Struktur einzurichten.

Abbildung 7.1: Das AlgebraLU-Kontrollprogramm startet die Lernumgebung einschließlich des Datenbankservers und hält am Ende alle Anwendungen wieder an (Windows-Distribution)

[15] ein Startprogramm, ebenfalls in Delphi programmiert

Irritationen könnten bei den Benutzern im Zusammenhang mit dem Betrieb einer Firewall auf dem Rechner und Popup-Blockern im Browser auftreten. Eine Firewall muss beim ersten Einsatz der AlgebraLU auf diese trainiert werden und die angeforderten Aktionen wie Start des Servers und Betrieb der Datenbank zulassen. Es muss deshalb jedoch keine Besorgnis entstehen, denn auch bei einer aktiven Internetverbindung werden von der AlgebraLU in keinem Fall Daten nach außen gesandt.

Zusammenfassende und ergänzende Bemerkungen

Die AlgebraLU ist in der ersten Ausbaustufe für Windows und Linux und damit für die am meisten verbreiteten Betriebssysteme verfügbar. Bis auf den Internet Explorer, der Bestandteil eines aktuellen Windows-Betriebssystem ist und deshalb nicht verteilt werden muss, handelt es sich bei den Darstellungs- und Umgebungsprogrammen um freie Software, die man an Schüler weitergeben kann (bzw. die sie sich selbst aus dem Internet herunterladen können).

Es wird auf der Benutzerseite vorausgesetzt, dass auf dem Computer einer der Browser Internet Explorer, Mozilla, Firefox oder Netscape in einer aktuellen Fassung installiert ist. In jedem Fall muss ein Java-Runtime-Environment (JRE) und ein Anzeigeprogramm für PDF-Dateien (PDF-Reader) installiert sein. In der Ausbaustufe mit Datenbankanbindung müssen Popup-Fenster der Lernumgebung akzeptiert werden (Popup-Blocker sind entsprechend zu konfigurieren). Eine Firewall muss darauf eingerichtet sein, alle Aktivitäten der AlgebraLU zuzulassen. Im Browser müssen Frames, Grafiken, Javascript und Java (für die Applets) zugelassen werden.[16]

Das System umfasst zwei Bereiche:

1. Darstellung von interaktiven Lerneinheiten mittels HTML, Javascript und Java.
2. Erfassung des Lernstands und der Lerntagebuch-Notizen mittels MySQL-Datenbank und PHP-Skripten.

Demzufolge lässt sich der Betrieb der AlgebraLU in zwei Ausprägungen vornehmen und zwar im Idealfall vollständig, alternativ aber auch in der einfachen Form, dass nur die Lerneinheiten, nicht aber die Datenbank benutzt werden können. In der vollständigen Form ist die Lernstandsseite mit den Lerneinheiten verknüpft. In der eingeschränkten Form können Lernstand und Lerntagebuch in Papierform geführt werden, was bei einem Mischbetrieb (Schüler arbeiten in der Schule und auch zu Hause mit der AlgebraLU) sogar sinnvoller erscheint.

[16] in der Regel ist das die Standardeinstellung

Für die Erprobung der AlgebraLU kann es wichtig sein, dass Benutzerdaten transportiert und ausgewertet werden können. In der Datenbankversion ist es deshalb möglich, dass Schüler den Inhalt ihrer Datenbank auf einen Datenträger exportieren und zur Auswertung zur Verfügung stellen.

7.2 Erscheinungsbild und Navigation

Die Computer-Lernumgebung erscheint auf dem Bildschirm immer als eine Anordnung von zwei Rahmen.[17] Der obere Rahmen ist eine schmale horizontale, fixierte Navigationsleiste, die immer die gleiche Anordnung der Bedienelemente zeigt. Der Rest des Bildschirms wird vom Hauptrahmen eingenommen, in dem wechselnde Inhalte dargestellt werden, siehe Abbildung 7.2 auf der nächsten Seite. Durch die Benutzung mancher Schaltflächen und Hyperlinks öffnen sich zusätzliche Inhaltsfenster, die in der Voreinstellung kleiner als die Bildschirmfläche sind. Diese Zusatzfenster können nach Gebrauch wieder geschlossen werden; der Nutzer sieht dann wieder die ursprüngliche Rahmenanordnung.

Es gibt mehrere Argumente, die dafür sprechen, eine schmale fixierte Navigationsleiste am oberen Rand anzuordnen: Die Navigationsleiste ist immer im Blick, sie beansprucht nicht zu viel Raum und schränkt den Darstellungsbereich kaum ein. Sie bildet keine optische Barriere gegen das Rollen des Hauptrahmens nach unten und gibt dem Fenster auch im Vollbildmodus des Browsers immer seinen kennzeichnenden Titel.

Der Kurs ist prinzipiell als eine Sequenz von Lerneinheiten konzipiert, die in der vorgesehenen Reihenfolge bearbeitet werden sollen. Die Lerneinheiten gehören zu einem der fünf Kapitel bzw. deren Unterkapiteln. Demzufolge eignet sich die Vorstellung von einem Buch am ehesten als Darstellungsmetapher. Jede Lerneinheit wird auf einer einzigen Seite im Hauptfenster präsentiert, die mit einer vertikalen Standardbildlaufleiste gerollt wird. Das Auftreten einer horizontalen Bildlaufleiste wird vermieden[18], denn eine solche würde das Lesen stark behindern. Die Navigationsleiste bleibt immer fest am oberen Bildrand stehen. Die Lernumgebung zeigt nach dem Start immer die Übersichtsseite und erlaubt von dort einen Sprung in die aktuell zu bearbeitende Lerneinheit. Eine solche Navigationsstruktur bezeichnen Mediengestalter als eine "jumplineare Struktur" (vgl. Böhringer et al., 2003, S. 155).

[17] technisch gesehen handelt es sich um ein so genanntes Frameset mit zwei Frames

[18] sofern man die Fensterbreite nicht absichtlich so stark staucht, dass sie kleiner wird als eingebettete Grafiken

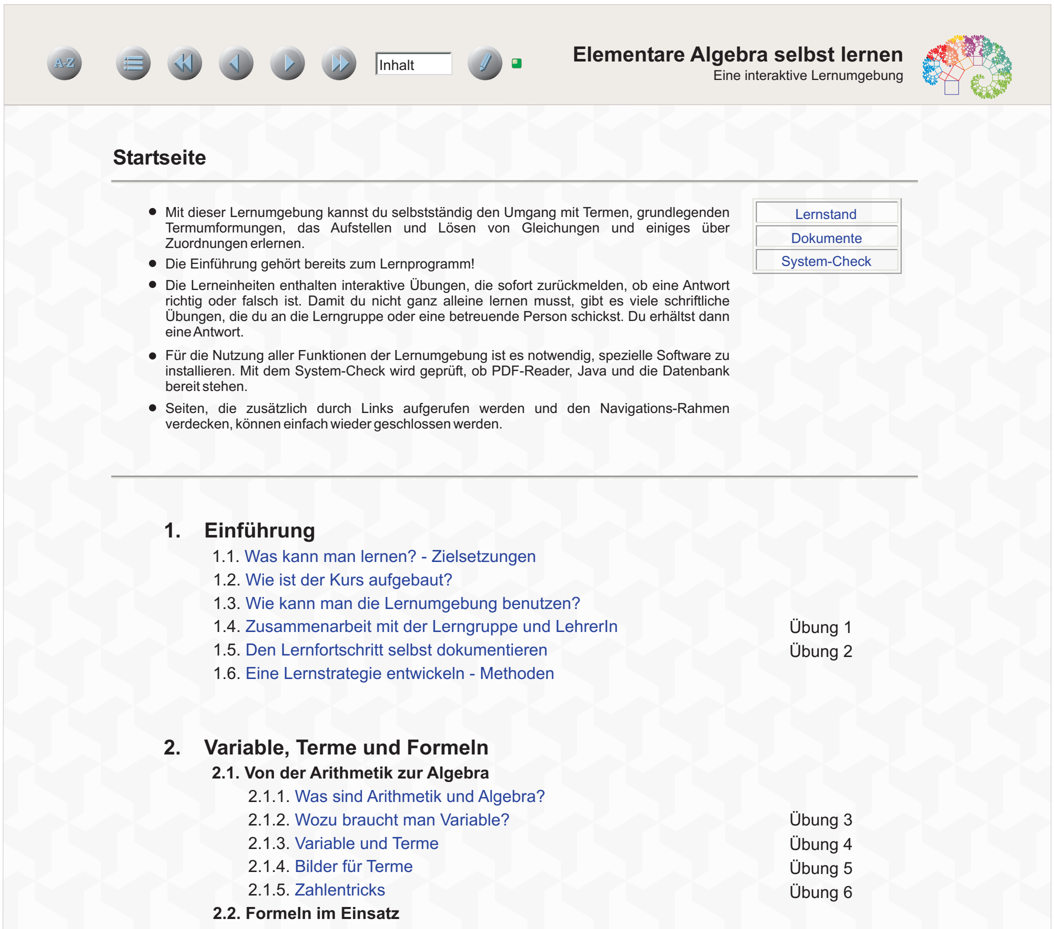


Abbildung 7.2: Die Lernumgebung zeigt nach dem Start unterhalb der fixierten Navigationsleiste immer die Übersichtsseite an. Im oberen Teil des Hauptrahmens werden einige Hinweise zum Gebrauch des Systems gegeben und rechts daneben finden sich Hyperlinks zur Lernstandsseite, zu ausdruckbaren Dokumenten und zum System-Check. Darunter sind die Kapitel aufgeführt und die zugehörigen Lerneinheiten mittels Hyperlinks verknüpft.

Das Aufrufen der Buchseiten, also der Lerneinheiten, erfolgt ansonsten mit Hilfe der Navigationsleiste, die bewusst einfach aufgebaut ist und sich an üblichen Standards orientiert. Es gibt die zu erwartenden Schaltflächen zum Vor- und Rückwärtsblättern um je eine Seite sowie Schalter zum schnellen Rücksprung auf den Beginn des aktuellen Kapitels und zum Vorrücken auf den Beginn des Folgekapitels (siehe Abbildung 7.3 auf der nächsten Seite). Ein Schalter ruft direkt die Übersichtsseite auf. Die genannten Aktionen führen in jedem Fall dazu, dass sich der Hauptfensterinhalt verändert und dass im Textfeld in der Mitte der Navigationsleiste die zugehörige Seitennummer angezeigt wird (z.B. ”Seite 21”). Für die Übersichtsseite wird in diesem Feld das Wort ”Inhalt” angezeigt. Die Benutzer können das Textfeld alternativ für die schnelle Navigation nutzen, indem sie dort die gewünschte Seitennummer eintragen (mit oder ohne das Wort ”Seite”).

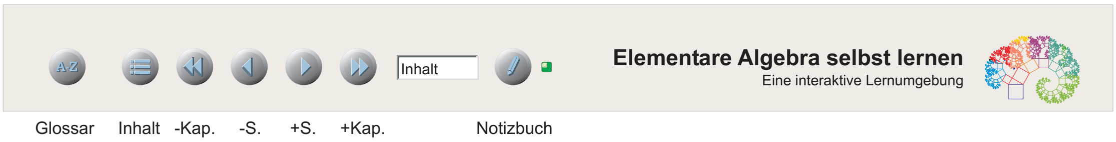


Abbildung 7.3: Die Navigationsleiste präsentiert rechts stets den Titel- und den Pythagorasbaum als Logo der AlgebraLU. Neben den beschriebenen Standardschaltflächen sieht man ganz links noch einen Schalter, der ein eingebautes Glossar als Popup-Fenster aufruft. Darin werden wichtige im Kurs vorkommende Begriffe erklärt. Die Reihe der Schaltflächen wird rechts durch einen Knopf zum Aufruf der Notizen des Lerntagebuchs abgeschlossen. Dazu gehört auch die angedeutete Signalleuchte, die mit rot oder grün den Betriebszustand der Datenbank signalisiert. Zu dieser Funktion folgen nähere Erläuterungen im nächsten Abschnitt dieses Kapitels.

Lernstand, Dokumente und System-Check

Auf der Übersichtsseite finden sich auch die drei bereits erwähnten Titel ”Lernstand”, ”Dokumente” und ”System-Check”. Sie sind mit Seiten verknüpft, die sich zusätzlich öffnen und über die Grundrahmen legen. Die Lernstandsseite kann in der integrierten Fassung nur dann genutzt werden, wenn die Datenbank auf dem verwendeten Computer läuft. Dazu folgen Erläuterungen im nächsten Abschnitt dieses Kapitels. Für den im ersten Abschnitt des Kapitels erwähnten Fall, dass auf die Nutzung der Datenbank verzichtet werden soll oder muss, gibt es die Möglichkeit Lernstand und Lerntagebuch in Papierform zu führen. Der Hyperlink mit dem Titel ”Dokumente” führt zu der Seite, auf der sich solche Ersatzformulare ausdrucken lassen.

Der Status der Datenbank lässt sich genauer mit dem System-Check ermitteln. Das Fenster zum System-Check sollte unmittelbar nach der Installation beim ersten Gebrauch der Lernumgebung einmal geöffnet werden. Im ersten Teil zeigt ein Java-Applet, das den Titel ”JAVA” als typographisches Fraktal[19] darstellt, durch seine Existenz an, dass das JRE erfolgreich installiert wurde und betriebsbereit ist. Ohne einen Erfolg bei

[19] Ein typographisches Fraktal ist ein selbstähnliches Gebilde, bei dem die Buchstaben eines dargestellten Wortes wiederum aus dem Wort bestehen; dieser Aufbau setzt sich iterativ so fort.

diesem Test ist die Lernumgebung nicht zu benutzen. Ein zwei- bis dreistufiger Datenbanktest wird im Anschluss daran durch einen Hyperlink aufgerufen. Hierbei wird festgestellt, ob der Datenbankserver läuft und ob die Datenbank zur Lernumgebung eingerichtet worden ist. Notfalls lässt sich durch Verfolgen der Hinweise und entsprechende Reaktionen des Lesers die Datenbank noch nachträglich einrichten, wenn wenigstens der Server läuft.

7.3 Der Aufbau der Lerneinheiten

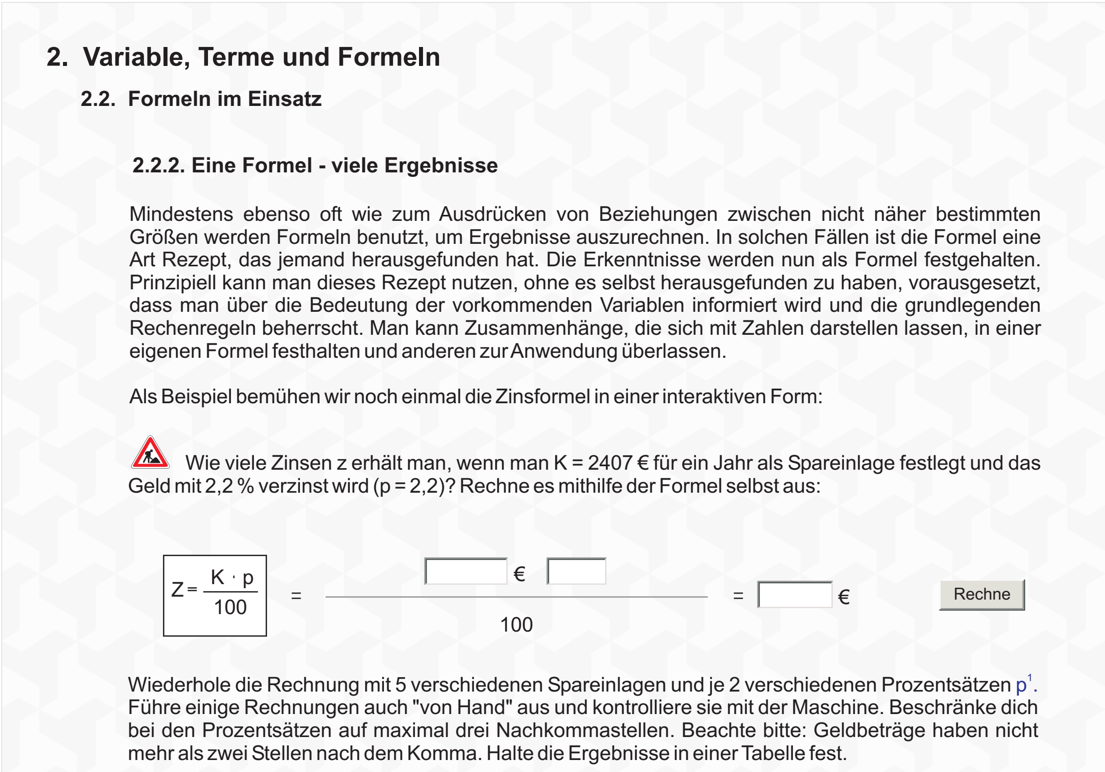
In diesem Abschnitt wird der prinzipielle Aufbau der Lerneinheiten beschrieben und getroffene Entscheidungen werden begründet. Es fließen Aspekte ein, die vor allem in Kapitel 6 untersucht worden sind.

7.3.1 Das Layout der Lerneinheiten

Für die Aufteilung von Computer-Lerneinheiten in Hypermedia-Umgebungen gibt es zwei prinzipielle Möglichkeiten. Manche Designer von Computer-Lernumgebungen vertreten die Ansicht, dass die Inhalte in solche "Portionen" zu gliedern seien, dass sie in einen fixierten Bildschirmbereich passen. Jegliches Rollen ist verpönt. Ein solches Design lehnt sich eng an die Metapher "Buchseite" an, hat aber den Nachteil, dass man die Positionen einzelner Elemente und die Schriftgrößen sehr genau vorgeben muss. Anpassungen an die Benutzerumgebung gestalten sich sehr kompliziert und werden manchmal gar nicht zugelassen. Ist beispielsweise einem Leser die Schriftgröße zu klein, versucht er diese über die normalen Browsereinstellungen an seine Bedürfnisse anzupassen. Ein starres Layout erlaubt solche Anpassungen nicht oder wird durch die Anpassungen zerstört. Da es eine Vielzahl von möglichen Bildschirmformaten, Monitorgrößen und benutzerdefinierte Fenstergrößen gibt, erscheint hier die Nutzung der typischen Eigenschaften von HTML-Seiten als die angemessenere Auffassung. Das Layout ist demnach flexibel zu gestalten; es gestattet benutzerdefinierte Schrift- und Fenstergrößen, die die Gefälligkeit des Layouts nur bei extremen Einstellungen beeinträchtigen. Richtig ist, dass die Seite in der Horizontalen nicht vollständig gefüllt sein soll, weil das das Lesen erschweren würde. Es sind also links und rechts angemessene Randbereiche vorzusehen. Es ist üblich, den linken Rand mit Marginalien oder Navigationshilfen für Sprünge innerhalb der HTML-Seite zu versehen. Die Lerneinheiten der AlgebraLU sind nach diesen Prinzipien gestaltet und umfassen also im Kern jeweils eine einzige rollbare HTML-Seite.

Eine Lerneinheit setzt sich aus gestalteten Texten, Bildern und Formularkomponenten und einer Auswahl von speziellen Elementen zusammen, die ein jeweils typisches Erscheinungsbild haben. Die Zusammensetzung der Lerneinheiten wird im folgenden

Abschnitt dargelegt; nähere Beschreibungen der definierten Elemente schließen sich daran an.



2. Variable, Terme und Formeln

2.2. Formeln im Einsatz

2.2.2. Eine Formel - viele Ergebnisse

Mindestens ebenso oft wie zum Ausdrücken von Beziehungen zwischen nicht näher bestimmten Größen werden Formeln benutzt, um Ergebnisse auszurechnen. In solchen Fällen ist die Formel eine Art Rezept, das jemand herausgefunden hat. Die Erkenntnisse werden nun als Formel festgehalten. Prinzipiell kann man dieses Rezept nutzen, ohne es selbst herausgefunden zu haben, vorausgesetzt, dass man über die Bedeutung der vorkommenden Variablen informiert wird und die grundlegenden Rechenregeln beherrscht. Man kann Zusammenhänge, die sich mit Zahlen darstellen lassen, in einer eigenen Formel festhalten und anderen zur Anwendung überlassen.

Als Beispiel bemühen wir uns noch einmal die Zinsformel in einer interaktiven Form:

Wie viele Zinsen z erhält man, wenn man K = 2407 € für ein Jahr als Spareinlage festlegt und das Geld mit 2,2 % verzinst wird (p = 2,2)? Rechne es mithilfe der Formel selbst aus:

$$Z = \frac{K \cdot p}{100} = \frac{\square\,€\ \square}{100} = \square\,€$$

Rechne

Wiederhole die Rechnung mit 5 verschiedenen Spareinlagen und je 2 verschiedenen Prozentsätzen p[1]. Führe einige Rechnungen auch "von Hand" aus und kontrolliere sie mit der Maschine. Beschränke dich bei den Prozentsätzen auf maximal drei Nachkommastellen. Beachte bitte: Geldbeträge haben nicht mehr als zwei Stellen nach dem Komma. Halte die Ergebnisse in einer Tabelle fest.

Abbildung 7.4: Interaktiver Bereich einer Lerneinheit. Das Baustellenschild wird als Hinweis darauf verwendet, dass an dieser Stelle eine Aktivität des Lernenden erwartet wird.

7.3.2 Die Zusammensetzung der Lerneinheiten

Der inhaltliche Aufbau der Lerneinheiten folgt dem in Abbildung 6.2 auf Seite 109 dargestellten Schema. Demnach beginnt eine Lerneinheit mit der Darstellung eines Lerninhalts. Diese Darstellung unterscheidet sich von einer Buchseite dadurch, dass es bei Bedarf interaktive Bereiche gibt, die dazu beitragen, dass sich der Lernende den Inhalt durch eigene Aktivitäten selbstständig erarbeitet. Die Abbildung 7.4 zeigt einen Informationstext, in dessen Verlauf der Benutzer aufgefordert wird, die angegebene Formel zur Beantwortung einer Frage zu benutzen. Im betrachteten Beispiel führen die Schülereingaben zu einer Berechnung durch den Computer. In anderen Fällen ist eine Unterstützung durch eine eingebaute Fehlerkontrolle gegeben, ein Beispiel dazu ist in Abbildung 6.6 auf Seite 117 zu sehen. zu einer Berechnung durch den Computer. In anderen Fällen ist eine Unterstützung durch eine eingebaute Fehlerkontrolle gegeben, ein Beispiel dazu ist in Abbildung 6.6 auf Seite 117 zu sehen.

An anderen Stellen wurden interaktive Programme in Form von Applets in die Darstellungen eingebettet. Diese werden für animierte benutzergesteuerte Grafiken oder für angeleitete Experimente genutzt, können aber auch interaktive Aufgaben mit Lösungskontrolle anbieten. Das Applet in Abbildung 6.1 auf Seite 106 ist vom Typ "benutzergesteuerte Grafik", das Applet in Abbildung 7.10 auf Seite 140 demonstriert im Gegensatz dazu den Aufgabentyp.

Innerhalb eines Darstellungsbereichs werden manchmal Erweiterungen angeboten, die in Form von Fußnotenmarkierungen erscheinen und bei Bedarf verfolgt werden können. Beim Anklicken dieser Marken gelangt der Leser zu einem Bereich mit Zusatzinformationen (siehe Abb. 7.11 auf Seite 141). Solche Bereiche werden später noch genauer beschrieben. Die Fußnotenmarkierungen gehören zu einem von drei Hyperlinktypen, die innerhalb der Lernumgebung durch Farb- und Unterstreichungsattribute voneinander unterschieden werden. In der Regel sind Zusatzinformationen, Lösungen und Lösungshinweise sowie Rückgriffe auf andere Lerneinheiten durch den internen Hyperlinktyp (blau, ohne Unterstreichung) verbunden. Hyperlinks zu nachschlagbaren Begriffserklärungen, die so genannten Glossarlinks (braunrot, ohne Unterstreichung), öffnen das Glossar als eigenständige Seite, die anschließend wieder geschlossen werden kann. In seltenen Fällen insbesondere als weitere Vertiefung aus Bereichen mit Zusatzinformationen heraus, gibt es externe Hyperlinks (blau, unterstrichen) ins Internet. Wird ein solcher Hyperlink bei einem mit dem Internet verbundenen Rechner verfolgt, öffnet sich ebenfalls ein neues Darstellungsfenster des Browsers.

Auf die Darstellung eines Lerninhalts folgt meistens eine Übung, mitunter auch zwei unterschiedlichen Typs. Hier wird zwischen interaktiven Übungen (siehe Abb. 7.12 auf Seite 142), die das System automatisch auswertet, und schriftlichen Übungen (siehe Abb. 7.13 auf Seite 143) unterschieden. Die Übungen sind manchmal mit Lösungen oder Lösungshinweisen verknüpft (siehe Abb. 7.14 auf Seite 144). Eine genauere Beschreibung liefern die folgenden Abschnitte.

7.4 Instrumente zur Selbststeuerung des Lernprozesses

Die AlgebraLU verfügt über eine Reihe von Instrumenten um den Lernprozess selbst zu kontrollieren und zu steuern. Das sind zum einen die interaktiven Übungen, die so gestaltet sind, dass der Computer die Antworten auf Anforderung kontrollieren und bewerten kann. Richtige und falsche Antworten und die Bewertungspunkte werden bei der Auswertung angezeigt und bei laufender Datenbank[20] im Lernstand gespeichert.

[20] andernfalls sollen Schüler die Punkte auf dem ausgedruckten Lernstandsbogen eintragen

Die Schüler müssen wissen[21], dass sie einen interaktiven Test nach eigenem Ermessen wiederholen können. Sofern die Lerneinheit inzwischen nicht verlassen wurde, werden zwar nachgebesserte Antworten kontrolliert; die ursprüngliche Punktwertung wird jedoch nicht revidiert. Das soll ein einfaches "Versuch- und Irrtum"-Verhalten etwas behindern. Bekannt ist aber auch, dass man die Bewertung einer interaktiven Übung auch vollständig zurücksetzen kann, wenn man die Lerneinheit verlässt und nach einem erneuten Aufsuchen die Übung von Grund auf wiederholt. Bei der Besprechung solcher Lerneinheiten in der Lerngruppe sollte auch der Umgang mit dem Selbstlernen thematisiert werden, um die Schüler dazu zu bringen, bei aufgetretenen Fehlern nicht einfach alternative Antworten zu probieren, sondern dass sie nach den Ursachen suchen und eventuell die Inhalte der Lerneinheit erneut gezielter bearbeiten. Hilfreich ist es, wenn sich die Schüler daran gewöhnen, offene Fragen, die gerade im Zusammenhang mit angezeigten Fehlern deutlich werden, im Lerntagebuch festzuhalten. Diese Notizen können bei Gruppentreffen zur Klärung von Problemen ebenso wie bei einer selbstständigen Aufarbeitung von offenen Fragen zum Ausgangspunkt werden. Das sollte auch regelmäßig so gehandhabt werden, damit der Wert des Lerntagebuchs offenkundig wird.

Die schriftlichen Übungen sind so angelegt, dass komplexe Aufgaben bearbeitet und ausführliche mathematische Texte produziert werden sollen. Obwohl der Computer derartige Produkte nicht auswerten kann, bleiben die Schüler bei der Auswertung nicht auf sich alleine gestellt. Bei einigen schriftlichen Übungen gibt es angefügte Dokumente, die Anhaltspunkte für die Selbstbewertung vermitteln. Häufiger wird durch Aufforderung zum Austausch der Produkte die Lerngruppe oder der betreuende Lehrer in diesen Prozess einbezogen.

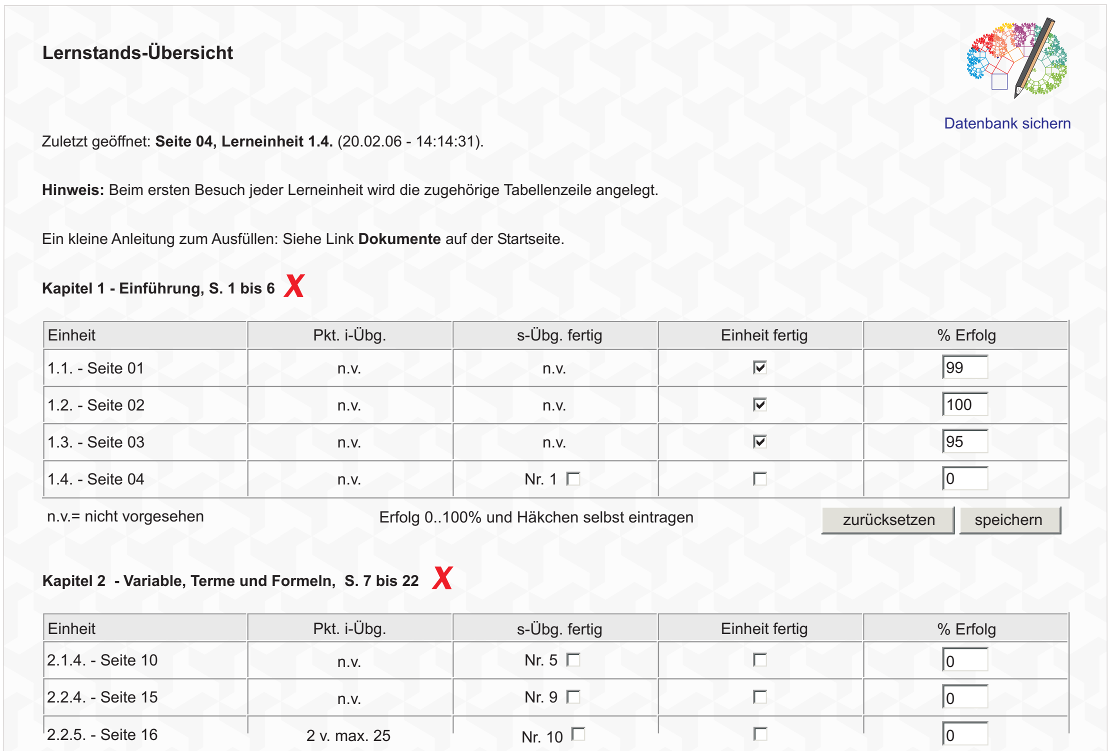
7.4.1 Den Lernstand erkennen und festhalten

Dieses Szenario soll dazu führen, dass sich die Lernenden ein Bild über ihren Lernstand verschaffen. Ein weiteres Instrument dazu ist die in das System integrierte Lernstandsseite[22]. Es handelt sich dabei um eine Übersicht (einen Ausschnitt zeigt Abbildung 7.5 auf der nächsten Seite) über die Lerneinheiten, erzielte Punkte in interaktiven Übungen und selbst eingetragenen Einschätzungen des in der jeweiligen Einheit erzielten Erfolgs. Die Schüler sollen auch abgeschlossene Einheiten durch Abhaken als solche kennzeichnen. So können sie in übersichtlicher Form erkennen, wo eventuell noch Defizite und Bearbeitungsbedarf bestehen. Für den Fall, dass auf die Datenbank verzichtet worden ist, soll die Lernstandsseite auf zwei ausgedruckten Formularen handschriftlich geführt

[21] sie werden im ersten Kapitel mit solchen Informationen versorgt

[22] eine laufende Datenbank vorausgesetzt

werden. Die integrierte Lernstandsseite lässt sich natürlich auch ausdrucken und so kann man seinen Stand auch in den Gruppenunterricht mitbringen.



Lernstands-Übersicht

Datenbank sichern

Zuletzt geöffnet: **Seite 04, Lerneinheit 1.4.** (20.02.06 - 14:14:31).

Hinweis: Beim ersten Besuch jeder Lerneinheit wird die zugehörige Tabellenzeile angelegt.

Ein kleine Anleitung zum Ausfüllen: Siehe Link **Dokumente** auf der Startseite.

Kapitel 1 - Einführung, S. 1 bis 6 X

Einheit	Pkt. i-Übg.	s-Übg. fertig	Einheit fertig	% Erfolg
1.1. - Seite 01	n.v.	n.v.	☑	99
1.2. - Seite 02	n.v.	n.v.	☑	100
1.3. - Seite 03	n.v.	n.v.	☑	95
1.4. - Seite 04	n.v.	Nr. 1 ☐	☐	0

n.v.= nicht vorgesehen Erfolg 0..100% und Häkchen selbst eintragen zurücksetzen speichern

Kapitel 2 - Variable, Terme und Formeln, S. 7 bis 22 X

Einheit	Pkt. i-Übg.	s-Übg. fertig	Einheit fertig	% Erfolg
2.1.4. - Seite 10	n.v.	Nr. 5 ☐	☐	0
2.2.4. - Seite 15	n.v.	Nr. 9 ☐	☐	0
2.2.5. - Seite 16	2 v. max. 25	Nr. 10 ☐	☐	0

Abbildung 7.5: Die Lernstandsübersicht wird in der integrierten Form vom System teilweise automatisch geführt, beispielsweise erscheinen Einträge nur zu den bisher besuchten Lerneinheiten. Einige Daten werden von den Schülern durch Selbsteinschätzung ergänzt. Die Datenbank (Lernstand und Notizen) kann auf Wunsch auf Datenträger exportiert werden.

7.4.2 Das System der Lerntagebuchnotizen

Die Notizen zum Lerntagebuch wurden schon mehrfach erwähnt. Unabhängig von der Nutzung der Datenbank sollten die Schüler auf jeden Fall ein Heft führen[23], das neben der Bearbeitung von schriftlichen Aufgaben auch Zusammenfassungen, Skizzen und Anmerkungen enthält. Darüber hinaus unterstützt die AlgebraLU eine organisierte Form von Notizen zum Lerntagebuch. Zu diesem Zweck lässt sich das "Notizbuch"

[23] leider wird freies Schreiben mathematischer Notizen und Skizzen von Computern noch nicht hinreichend einfach handhabbar unterstützt

jederzeit über den erwähnten Schalter der Navigationsleiste aufrufen. Der Vorteil des integrierten Systems liegt darin, dass die Notizen kontextabhängig gespeichert werden. Man muss sich also nicht um zeitliche Sortierung und die Zuordnung zu einer Lerneinheit kümmern; diese Informationen integriert das System von selbst. Umgekehrt trifft man beim Aufruf der Notizen aus einer bestimmten Lerneinheit heraus auch nur auf die bisherigen in diesem Kontext eingefügten Anmerkungen. Es soll jedoch auch möglich sein, alle Notizen im Zusammenhang zu sehen. Dieser Zustand ist dann gegeben, wenn man das Notizbuch von der Eingangsseite her aufruft, also genau von der Seite aus, auf der man sich auch mit der Führung der Lernstandsübersicht beschäftigt. Notizen, die im Kontext ”Eingangsseite” formuliert werden, verbleiben dann ebenfalls in diesem Zusammenhang und sind nur auf der Eingangsseite sichtbar. Fehlt die Datenbank, gibt es als Ersatz ausdruckbare Formulare. Datum und Uhrzeit sind dann zusätzlich manuell einzutragen und die organisierte Ablage der Blätter wird zur Schüleraufgabe.

Weitere Einzelheiten zum System der integrierten kontextabhängigen Notizen werden im Folgenden anhand von Abbildungen des Notizbuchfensters in Situationsbeispielen vermittelt. Es beginnt mit dem Dialog zum Erstellen einer neuen Notiz, dargestellt in Bild 7.6 auf der nächsten Seite.

Abbildung 7.6: Neue Notiz erstellen: Wenn man die Notizfunktion aus der Navigationsleiste heraus aufruft, öffnet sich ein Fenster, in dem auch eine Verknüpfung mit dem Titel ”neue Notiz” angeboten wird. Klickt man diesen Hyperlink an, erscheint der abgebildete Dialog zum Anlegen einer neuen Notiz. Der Kontext wird automatisch vermerkt (hier Seite 8). Die Felder Titel und Notiz dürfen nicht leer bleiben, damit die Notiz akzeptiert und in der Datenbank eingetragen wird.

Notizen im Kontext einer Lerneinheit

Wenn man die Notizfunktion aus der Navigationsleiste heraus aufruft, öffnet sich ein Fenster, in dem nur die vorher eingetragenen Notizen erscheinen, die zu der aktuellen Lerneinheit gehören (im Beispiel zur Lerneinheit auf Seite 9 der AlgebraLU, siehe Abbildung 7.7 auf der nächsten Seite). Die jüngsten Eintragungen stehen ganz oben. Falls mehr als zwei Notizen vorhanden wären, könnte man in den Notizen blättern.

Es besteht zusätzlich die Möglichkeit die Notizen zu bearbeiten; dazu muss man nur den Text überschreiben oder ergänzen und den Schalter mit der Aufschrift ”Speichern” benutzen. Bei einer Änderung werden Datum und Uhrzeit automatisch aktualisiert und die Notiz gelangt an die erste Listenposition. Im Sinne des Lerntagebuchkonzepts sollte man auf die Schüler einwirken, dass sie von dieser Funktion nur dann Gebrauch machen, wenn sie Fehler in einer Notiz korrigieren wollen oder wenn ihnen unmittelbar nach dem Ersteintrag noch Ergänzungen einfallen. Ansonsten sollten sie besser eine neue Notiz anlegen, damit der Lernprozess anhand der Notizen nachvollziehbar und auch die Dokumentation von Fehlern und Missverständnissen erhalten bleibt.

Abbildung 7.7: Kontext-Notizen zu einer bestimmten Lerneinheit

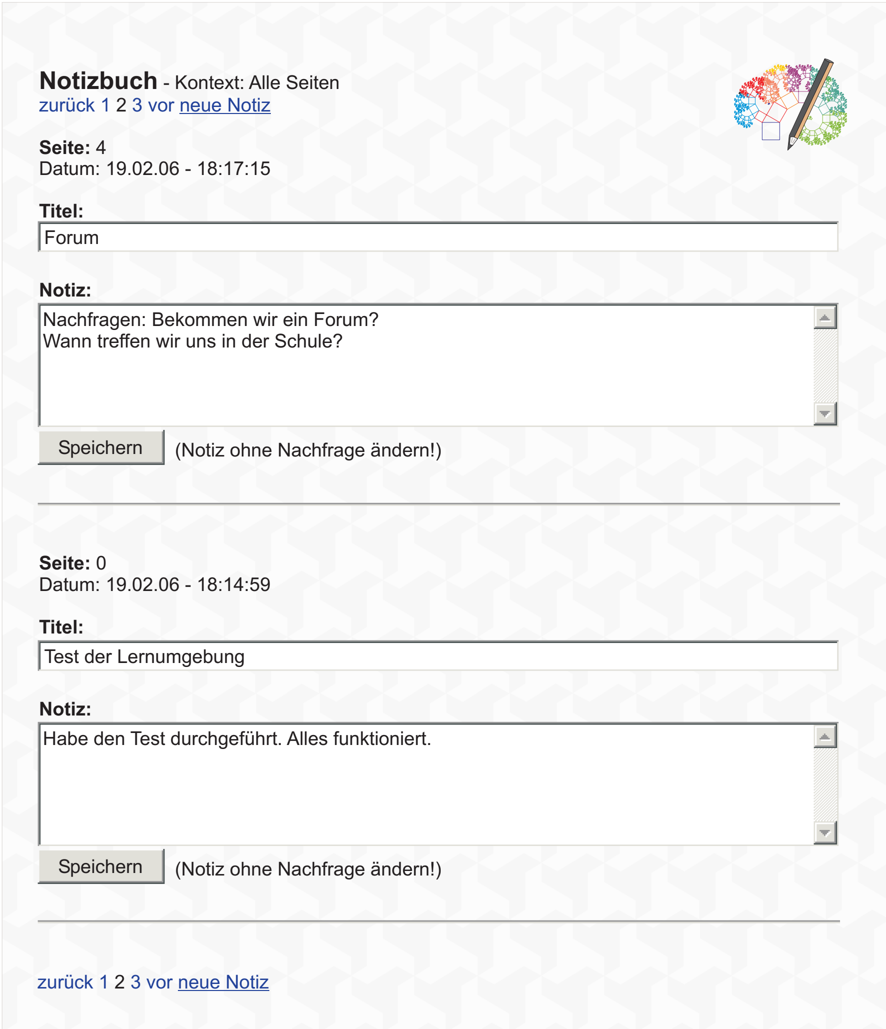


Abbildung 7.8: Alle Notizen ansehen: Das Notizbuch verhält sich ausschließlich dann anders, wenn man es von der Übersichtsseite (an anderer Stelle auch Eingangsseite genannt) aus öffnet. In diesem Zusammenhang werden alle Notizen im Kontext sämtlicher Lerneinheiten angezeigt. Ansonsten gelten die Aussagen zur Abbildung 7.7 auf der vorherigen Seite. Die Abbildung lässt auch die Funktion des Blätterns erkennen: Im Beispiel gibt es drei Notizbuchblätter, die über die Verknüpfungen ”zurück 1 2 3 vor” angesteuert werden können. Man sieht auch den Hyperlink zur Erstellung neuer Notizen, die dann hier im allgemeinen Kontext der Übersichtsseite angelegt werden.

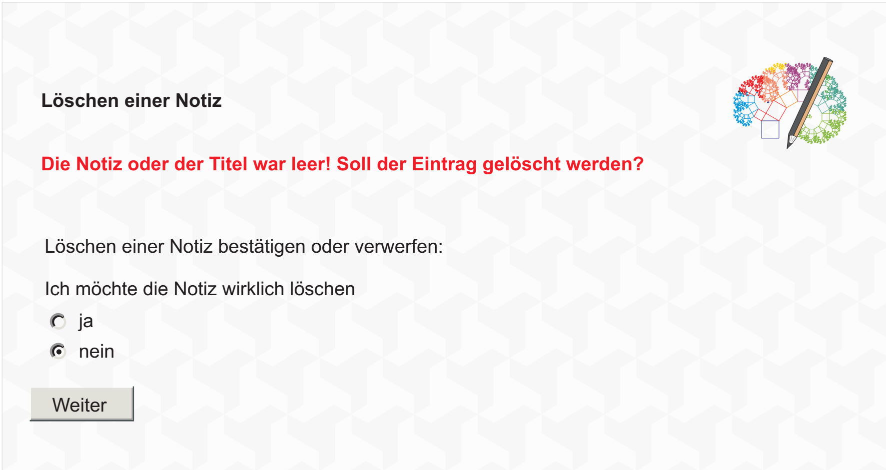


Abbildung 7.9: Eine Notiz löschen: Es gibt bewusst keine einfache Löschfunktion, die man beispielsweise mit einem derart beschrifteten Schalter aufrufen könnte (siehe Anmerkungen zur Abbildung 7.7 auf Seite 137). Daher kann eine Notiz beim Bearbeiten nur dadurch gelöscht werden, dass man ihren Titel oder den Notiztext vollständig entfernt. Das System geht bei einem solchen Vorgehen davon aus, dass die Absicht des Löschens bestehen könnte und bietet daraufhin das Löschen an, das erst nach der Bestätigung durch den Nutzer ausgeführt wird.

7.5 Die Formate der Elemente in den Lerneinheiten

Die Lerneinheiten lassen sich jeweils grob in zwei Bereiche einteilen: Eine Lerneinheit beginnt mit der Darstellung eines Sachverhalts, meistens folgt darauf ein Abschnitt mit Übungen und Lernzielkontrollen. Der Darstellungsbereich enthält Texte, Bilder und interaktive Bereiche, die variabel gestaltet sind und kein fest definiertes Format aufweisen. Beispiele dazu wurden mit den Abbildungen 6.6 auf Seite 117 und 7.4 auf Seite 131 bereits gezeigt. Im Darstellungsbereich finden sich ebenfalls die angesprochenen speziellen Elemente, die bereits anhand des Layouts als solche identifiziert werden können. Zum einen sind das die Java-Applets in den Ausprägungen Experimente-, Darstellungs- und Aufgaben-Applets. Ein Darstellungs-Applet wurde durch Abbildung 6.1 auf Seite 106 repräsentiert, die Variante Aufgaben-Applet veranschaulicht das folgende Bild des Graphenapplets, das in den für Applets stets verwendeten Grundfarben rosa und weiß gehalten ist:

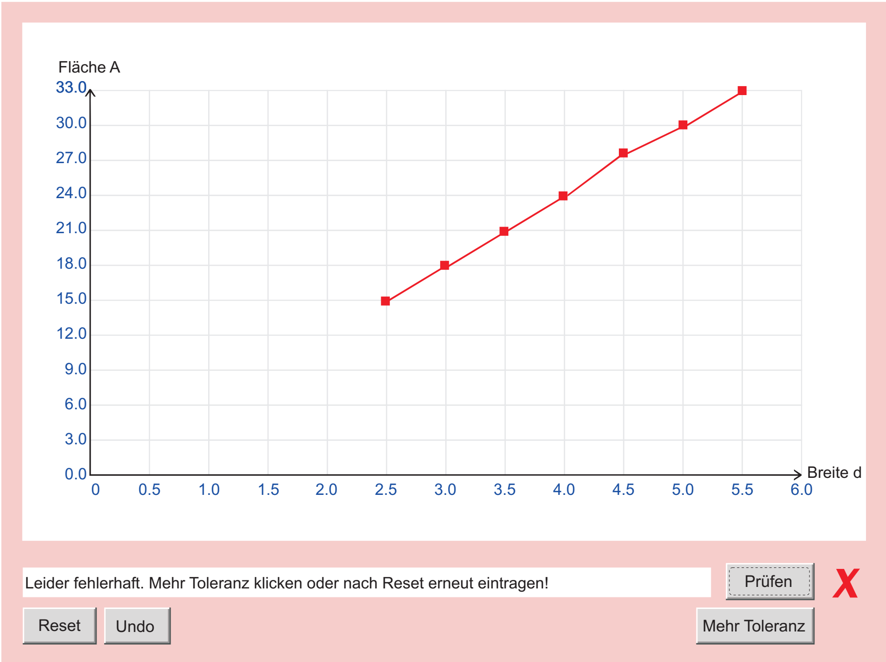


Abbildung 7.10: Das Graphenapplet ist vom Typ ”Aufgabe”. Es wird eingesetzt, um eine durch Informationen aus der Lerneinheit definierte Punktemenge einzugeben. Die Punkte, die die Schüler durch Anklicken mit der Maus gesetzt haben, werden automatisch durch Linienzüge verbunden, sobald die festgelegte Anzahl an Punkten vorhanden ist. Das Betätigen des Kontrollschalters veranlasst dann die Überprüfung der Eingaben. Wenn Schüler vermuten, dass die Bewertung ”falsch” (rotes Kreuz) nur wegen leichter Ungenauigkeiten zustande gekommen ist, sollten sie den Schalter ”Mehr Toleranz” betätigen.

Gemeinsames Merkmal aller entwickelten Applets ist eine möglichst eindeutige, weitgehend selbsterklärende Bedienung mit beschrifteten Schaltflächen, Schiebereglern, Markierungs- und Editierfeldern, die überwiegend im unteren Teil des Applets angeordnet sind. Es sind immer nur die Bedienelemente aktiv, die gerade bedeutsam sind; in der Regel sind sogar nur diese sichtbar. Am Zustand der Elemente und an den variablen Hinweisen in den Informationsfeldern soll der Benutzer immer erkennen können, was als nächstes von ihm erwartet wird. Wo sich eine kompliziertere Bedienung nicht vermeiden ließ, sind zusätzliche Texte bzw. Anleitungen zu sinnvollen Experimenten mit dem Applet in unmittelbarer Nähe zu finden. In Aufgaben-Applets werden die Bewertungen richtig oder falsch stets mit dem grünen Haken bzw. mit dem roten Kreuz gekennzeichnet, die in der Lernumgebung einheitlich Verwendung finden.

Ein weiteres festes Darstellungsformat ist durch die in Abschnitt 7.3.2 auf Seite 131 erwähnten Bereiche mit Zusatzinformationen definiert. Diese weiß hinterlegten Bereiche finden sich bei Bedarf immer am Ende einer Lerneinheit. Sie werden an die Lerneinheiten in Form von Fußnotenmarkierungen angebunden. Am Rande eines Zusatzbereichs wiederum gibt es Marken zum Rücksprung an die aufrufende Stelle im Text der Lerneinheit. Existieren mehrere voneinander unabhängige Zusatzinformationen, werden diese - durch horizontale Linien voneinander abgegrenzt - nacheinander aufgeführt, geordnet nach der Reihenfolge des Vorkommens der Fußnotenverweise im Text.

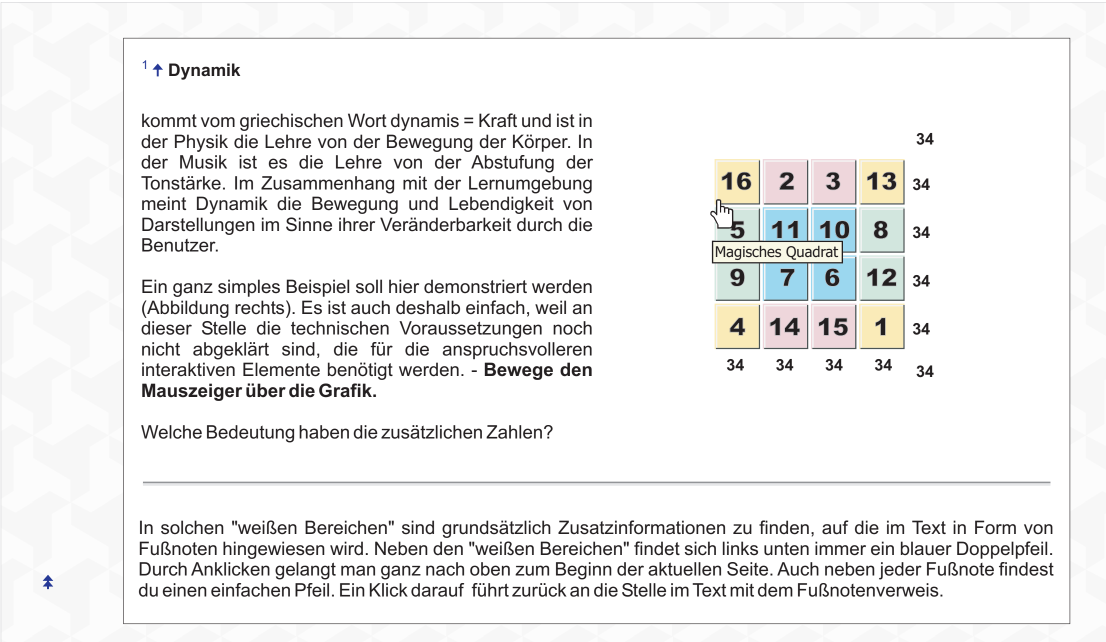
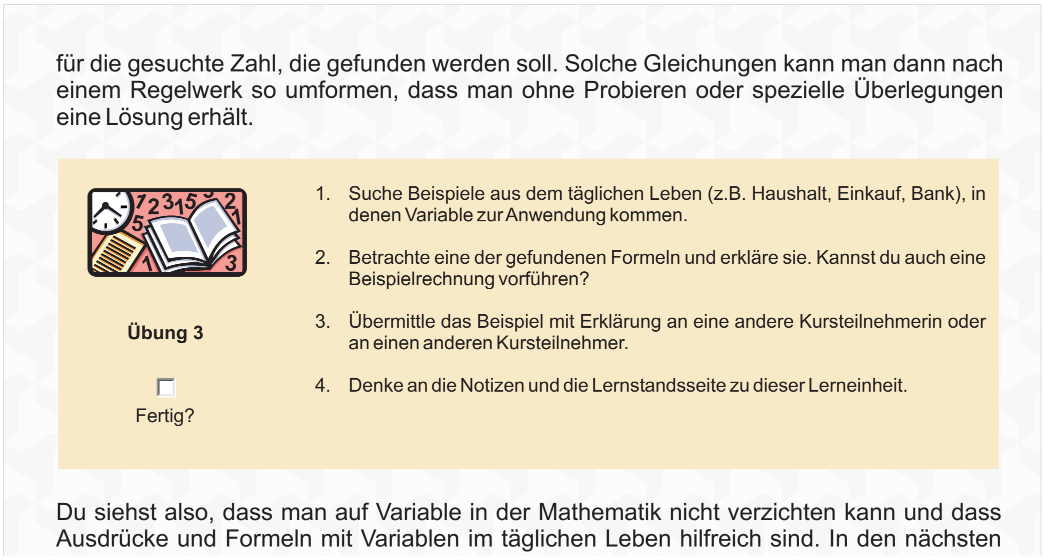


Abbildung 7.11: Bereich mit Zusatzinformationen, hier ein Beispiel aus dem Einführungskapitel u.a. mit einer Selbsterklärung solcher Bereiche.

Gelegentlich wird als weiteres am Layout erkennbares Element ein Zusammenfassungsbereich innerhalb des Darstellungsbereichs der Lerneinheit eingesetzt. Zusammenfassungen sind gerahmt und mit einem Grünton hinterlegt.

Im Abschnitt mit Übungen und Lernzielkontrollen, die auf die Darstellungsbereiche folgen, gibt es die interaktiven Übungen, die schriftlichen Übungen und Dokumente mit Hilfen. Über die Funktion und den Nutzen der Übungsformen, Lösungen und Lösungshilfen wurden zuletzt im Abschnitt 7.4 auf Seite 132 detaillierte Aussagen gemacht. Die folgenden Beispielbilder zeigen jeweils das festgelegte Layout und typische Erscheinungsformen. Die Bildunterschriften teilen weitere Details mit.

Abbildung 7.12: Beispiel eines interaktiven Bereichs mit Punktewertung (eine Speicherung der Punkte erfolgt bei Datenbankanbindung automatisch). Es werden sowohl die einzelnen Schritte mit richtig oder falsch bewertet, als auch die Gesamtlösung mit einer Ampelfarbe. Die Wertung "grüne Ampel" gibt es nur bei einer vollständig richtigen Bearbeitung. Für richtige Teillösungen gibt es Punkte. Hinsichtlich der technischen Ausführung und der Verwendung von Bildsymbolen sind sie stark an entsprechenden Bereichen aus MathePrisma-Modulen orientiert.
Das Beispiel unterscheidet sich von den so genannten "interaktiven Übungen" nur dadurch, dass hier eine enge Verzahnung mit dem umgebenden Darstellungstext besteht, so dass eine erfolgreiche Bearbeitung nur in Bezug zu diesem Text gelingen kann. Die "reinen" interaktiven Übungen setzen zwar den Erwerb von Kenntnissen aus der zugehörigen Lerneinheit voraus, enthalten jedoch den vollständigen Aufgabentext.



für die gesuchte Zahl, die gefunden werden soll. Solche Gleichungen kann man dann nach einem Regelwerk so umformen, dass man ohne Probieren oder spezielle Überlegungen eine Lösung erhält.

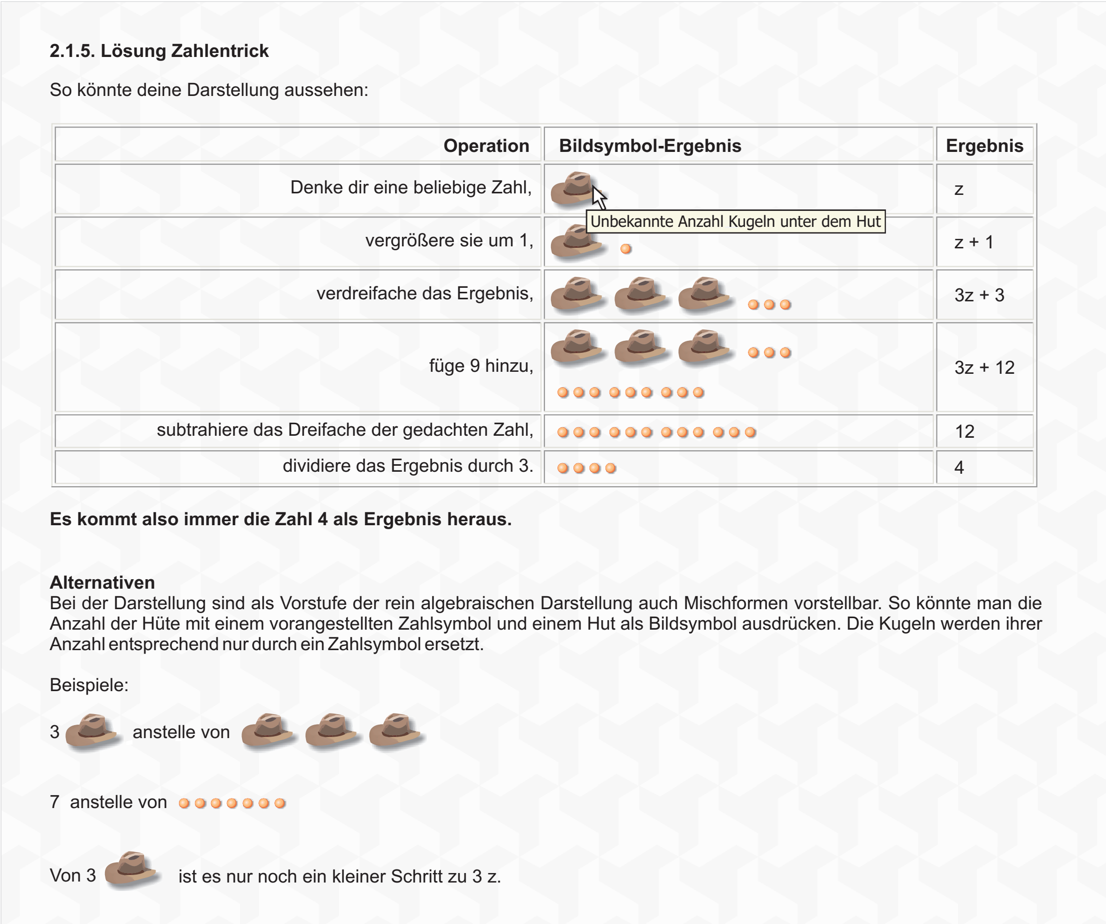
Übung 3

☐ Fertig?

1. Suche Beispiele aus dem täglichen Leben (z.B. Haushalt, Einkauf, Bank), in denen Variable zur Anwendung kommen.
2. Betrachte eine der gefundenen Formeln und erkläre sie. Kannst du auch eine Beispielrechnung vorführen?
3. Übermittle das Beispiel mit Erklärung an eine andere Kursteilnehmerin oder an einen anderen Kursteilnehmer.
4. Denke an die Notizen und die Lernstandsseite zu dieser Lerneinheit.

Du siehst also, dass man auf Variable in der Mathematik nicht verzichten kann und dass Ausdrücke und Formeln mit Variablen im täglichen Leben hilfreich sind. In den nächsten

Abbildung 7.13: Ausschnitt einer schriftlichen Übung, immer erkennbar an den typischen Farben und Symbolen. Im dargestellten Beispiel handelt es sich um eine offene Aufgabenstellung mit Recherchecharakter, die es Schülern ermöglichen soll, eigenen Interessen nachzugehen. Darüber hinaus sollen durch die Aufforderung zur Darstellung von Ergebnissen und Weitergabe an andere Lerngruppenmitglieder die Herausbildung allgemeiner mathematischer Kompetenzen gefördert werden, in diesem Fall hauptsächlich die Verwendung von mathematischen Darstellungen und das Kommunizieren mathematischer Sachverhalte (vgl. Abbildung 1.1 auf Seite 18). Weiterhin besteht der letzte Aufgabenteil aus einer Erinnerung an prinzipielle Konzepte des selbstständigen Erwerbs von mathematischem Wissen, die im ersten Kapitel des Algebrakurses vermittelt werden sollen.
Durch einen Haken in der Auswahlbox ”Fertig?” kann der Schüler die Fertigstellung der schriftlichen Übung signalisieren. Diese Information wird bei laufender Datenbank direkt in die Lernstandsübersicht eingetragen.



2.1.5. Lösung Zahlentrick

So könnte deine Darstellung aussehen:

Operation	Bildsymbol-Ergebnis	Ergebnis
Denke dir eine beliebige Zahl,	Unbekannte Anzahl Kugeln unter dem Hut	z
vergrößere sie um 1,		z + 1
verdreifache das Ergebnis,		3z + 3
füge 9 hinzu,		3z + 12
subtrahiere das Dreifache der gedachten Zahl,		12
dividiere das Ergebnis durch 3.		4

Es kommt also immer die Zahl 4 als Ergebnis heraus.

Alternativen
Bei der Darstellung sind als Vorstufe der rein algebraischen Darstellung auch Mischformen vorstellbar. So könnte man die Anzahl der Hüte mit einem vorangestellten Zahlsymbol und einem Hut als Bildsymbol ausdrücken. Die Kugeln werden ihrer Anzahl entsprechend nur durch ein Zahlsymbol ersetzt.

Beispiele:

3 anstelle von

7 anstelle von

Von 3 ist es nur noch ein kleiner Schritt zu 3 z.

Abbildung 7.14: Eine Seite mit Lösungen oder Lösungshinweisen öffnet sich bei Anforderung über eine Verknüpfung in einem eigenständigen Fenster. Das vorliegende Beispiel zeigt die vollständige Lösung zu einer Zahlentrickaufgabe im Layout einer Lerneinheit. In anderen Fällen gibt es auch angehängte Dokumente im PDF-Format, die sich dann einfach ausdrucken und mit den Schülerlösungen vergleichen lassen.

Zum Abschluss wird noch das Sonderformat einer Projektaufgabe dargestellt, die am Ende eines jeden mathematischen Kapitels steht:

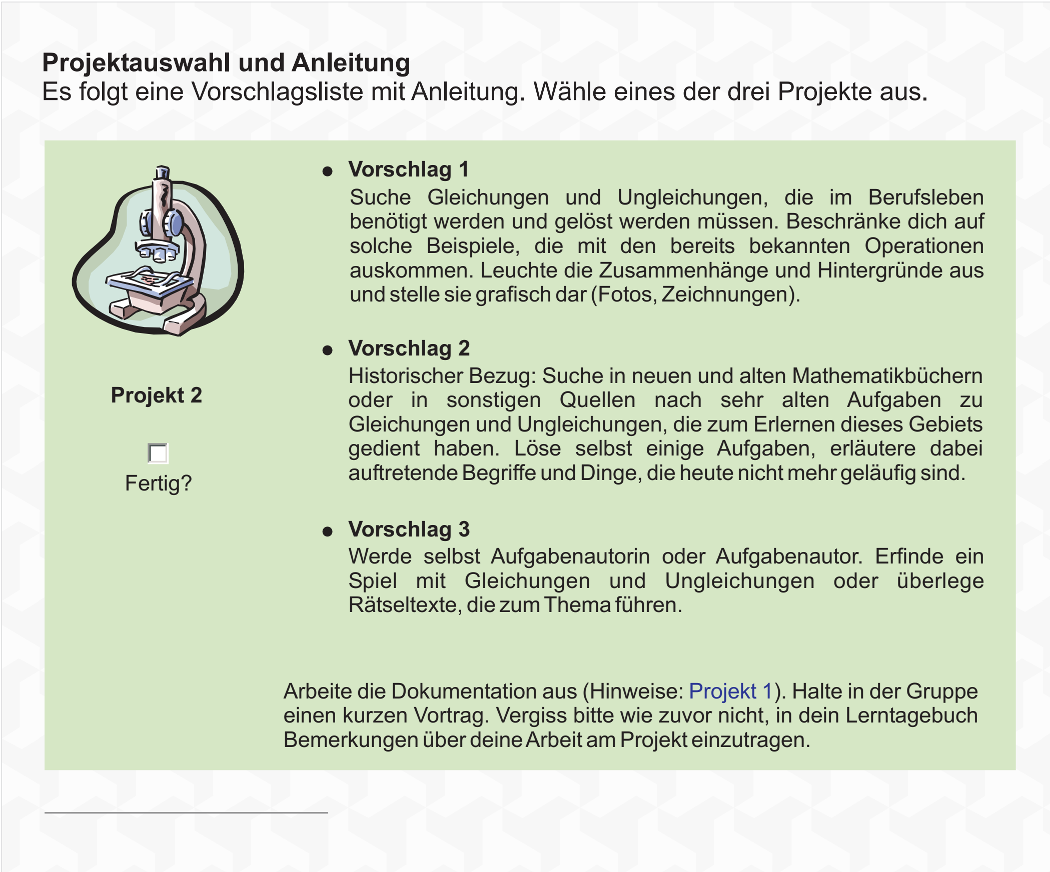


Abbildung 7.15: Die Projektaufgabe am Ende eines mathematischen Kapitels erscheint abgesehen von Farbe und Symbol im Format einer schriftlichen Übung. Technisch wird sie auch ebenso behandelt, die Fertigstellung kann also wieder durch die Auswahlbox an die Lernstandsseite gemeldet werden. Inhaltlich sind die Projektaufgaben sehr offen gestellt oder es gibt mehrere Vorschläge, aus denen die Schüler einen auswählen können. Gegenüber eigenen Ideen der Schüler sollte man sehr aufgeschlossen reagieren, sofern es eine angemessene Kopplung zum Kapitelthema gibt. Die Projektarbeiten sollten auf jeden Fall mit einer oder mehreren Unterrichtsstunden der Lerngruppe in Verbindung stehen. Konzeptgemäß liegt der Schwerpunkt dieser Stunde(n) bei Schülerpräsentationen der Ergebnisse und Diskussionen in der Gruppe.

Weitere Einzelheiten liefert die Lernumgebung selbst, die einen Teil dieser Arbeit darstellt und als elektronischer Anhang gesehen werden kann. Darüber hinaus wird im Rahmen der Darstellung von Untersuchungsergebnissen der Erprobung des konzipierten Algebrakurses in einem Gymnasium sicher auf Bestandteile der Lernumgebung zurückzukommen sein.

Kapitel 8

Einsatz und Erprobung der Algebra-Lernumgebung

Eine langfristige und mit hinreichender Stichprobengröße angelegte empirisch-analytische Untersuchung über den Nutzen der AlgebraLU würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen und soll daher zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen. Andererseits gehörte eine erste unterrichtliche Erprobung in einem begrenzten Rahmen sicherlich dazu, um die Praxistauglichkeit des Systems zu untersuchen und Antworten auf einige Forschungsfragen zu erhalten. Es konnten dazu drei Lehrerinnen bzw. Lehrer eines Gymnasiums mit ihren Klassen dafür gewonnen werden, mittels Inhalten und Konzepten der AlgebraLU den Mathematikunterricht zu gestalten. Dabei wurde eine Beschränkung auf die Bearbeitung von jeweils zwei Kapiteln der AlgebraLU verabredet (das Einführungs- und ein zum Unterrichtsstand der Klasse passendes Fachkapitel).

In diesem Kapitel werden die Entwicklung der Forschungsfragen und des Untersuchungsdesigns dargestellt und die Durchführung des Einsatzes der AlgebraLU und der Untersuchung beschrieben. Aus den gewonnenen Daten werden soweit möglich Antworten auf die Forschungsfragen formuliert, die zu im Folgekapitel beschriebenen ersten Konsequenzen führen werden, die sich auf Änderungen an der Gestaltung, an den Inhalten und des Einsatzes der Lernumgebung beziehen.

8.1 Forschungsfragen zum Einsatz der AlgebraLU

Es erscheint sinnvoll die Fragestellungen an den Bedingungen und Zielen zu orientieren, die in den voran gegangenen Kapiteln erarbeitet wurden. Daraus ergeben sich Forschungsfragen, die bei der Erprobung der AlgebraLU untersucht werden sollen. Es ist zu unterscheiden zwischen Fragen, die sich kurzfristig beantworten lassen, wie etwa die Akzeptanz eines bestimmten Elements der Lernumgebung und solchen Fragen, die nur Gegenstand einer langfristig angelegten Untersuchung sein können. Die in der Einleitung dargelegte Einschränkung macht deutlich, dass sich der Fokus in dieser Arbeit auf die erste Art konzentrieren muss, auch wenn die Erprobung eventuell bereits Anhaltspunkte für Antworten auf die Fragen zweiter Art liefern kann. Als übergreifende Grundfragen bieten sich folgende an:

– Ermöglicht die Lernumgebung selbst gesteuertes selbst verantwortetes Lernen?

– Können Schüler mit der Lernumgebung erfolgreich Grundlagen der elementaren Algebra erlernen?

Für die konkreteren Fragestellungen gilt: Die Orientierung an den voran gegangenen Kapiteln geschieht hier in chronologischer Weise, d.h. es werden die akzeptierten Bedingungen und gesetzten Ziele nacheinander betrachtet und daraus Forschungsfragen abgeleitet. Dabei werden Aspekte in den Vordergrund gerückt, für die ein Untersuchungs- und Interpretationsbedarf besteht. Man muss z.B. untersuchen, ob die Schüler konzeptgemäß mit den Elementen der Lernumgebung umgehen können; dagegen wird die Übereinstimmung mit curricularen Vorgaben durch eine entsprechende Auswahl der Inhalte und Kompetenzerwartungen sichergestellt.

8.1.1 Fragen ableiten

Als wegweisend für die gesamte Entwicklung der AlgebraLU können Winters grundlegende Anforderungen an den Mathematikunterricht (siehe. 1.2 auf Seite 7) und seine später dargestellten Konkretisierungen gesehen werden:

(L1) Der Unterricht soll dem Schüler die Möglichkeit geben, schöpferisch tätig zu sein.

(L2) Der Unterricht soll dem Schüler Möglichkeiten geben, rationale Argumentation zu üben.

(L3) Der Unterricht soll dem Schüler Möglichkeiten geben, die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren.

(L4) Der Mathematikunterricht soll dem Schüler Möglichkeiten geben, formale Fertigkeiten zu erwerben.

Herausgestellt wurden die besonderen Diskrepanzen dieser Anforderungen insbesondere mit Algebrakursen, die in zeitlich getrennte Abschnitte für das Erlernen von Formalismen und für das Anwenden zerfallen und zeitweise als reines Lernen auf Vorrat erscheinen. Da die Zielsetzung bestand, die Konzepte für einen Algebrakurs zu entwickeln, der diesen Anforderungen besser als in herkömmlichen Kursformen gerecht wird, ist zu prüfen, inwieweit dies gelungen ist.

Das Überprüfen der Umsetzung der Anforderungen L1 - L4 bzw. der daraus abgeleiteten allgemeinen Lernziele des Mathematikunterrichts erfordert höchst unterschiedliche Ansätze bei einem Untersuchungsdesign: Während sich die Erfüllung von L4 bezogen auf einen Abschnitt des Algebrakurses durch einen Test oder eine Klassenarbeit überprüfen ließe, wäre eine Einschätzung zu L2 eher bei der Beobachtung des Unterrichtsgesprächs denkbar. Um zu Aussagen über L1 zu kommen, müsste man über entsprechende Schülerprodukte in Verbindung mit Aufgaben und Materialien aus der AlgebraLU verfügen und diese begutachten. Eine kurzfristige Aussage zur Einlösung der Anforderung L3 erscheint dagegen nicht möglich zu sein, da eine Haltung der Schüler zur Mathematik Untersuchungsgegenstand sein müsste, die sich erst langfristig bei entsprechend angelegtem Unterricht aufbauen kann. Ansatzweise ließen sich aber Rückschlüsse aus Beispielen für erfolgreiches Mathematisieren[1] in der Unterrichtsbeobachtung gewinnen. Ob das Lernen der Formalismen (L4) bei im Test erfolgreichen Schülern auch nachhaltig erfolgreich war, erschließt sich ebenfalls nicht aus einer kurz angelegten Untersuchung.

Mit den allgemeinen Lernzielen des Mathematikunterrichts und angesichts der in internationalen Tests zutage getretenen und in dieser Arbeit auf den Algebraunterricht bezogenen Probleme ergaben sich weitere zentrale Anforderungen an ein Kurskonzept. Das System soll (siehe 3.1 auf Seite 46 und 3.6 auf Seite 63):

– in seinen Inhalten dem Prinzip der Beziehungshaltigkeit folgen und von Anwendungssituationen ausgehen,

– den Schülern ein gewisses Maß an Eigenverantwortung für den Lernprozess auferlegen und auf selbstständiges Lernen angelegt sein,

– es den Schülern ermöglichen gewonnene Kenntnisse und Kompetenzen selbst zu überprüfen,

– es den Schülern ermöglichen ihre Lernfortschritte zu beobachten und festzuhalten,

– es den Schülern ermöglichen ihre Lernwege zu dokumentieren,

[1] Allgemeines, von Winter aus L3 abgeleitetes Lernziel des Mathematikunterrichts

– die Schüler ermuntern ihre Erkenntnisse zu präsentieren.

Außerdem soll das System mit den institutionellen (und curricularen Bedingungen) gewöhnlicher Schulen der Sekundarstufe I verträglich sein,

Die Liste der Anforderungen kann nicht allein durch vorgesehene Inhalte und Instrumente des Kurses sichergestellt werden; hier ist zu prüfen, ob Schüler die vorhandenen Instrumente mit den vorgesehenen Funktionen nutzen und entsprechenden Gewinn daraus ziehen. Auch muss gefragt werden, ob die ausgewählten Anwendungsbeispiele die Schüler hinreichend ansprechen und für ihre Lebenssituation beziehungshaltig sind.

Zur Verträglichkeit des Systems mit den institutionellen Bedingungen lässt die Untersuchung an nur einer Schule keine allgemeingültige Aussage zu; dagegen kann man aus eventuell aufgetretenen Problemen auf den Einsatz an anderen Schulen schließen, für die ähnliche Bedingungen gelten.

Die Verbindung der Lernumgebung mit Computer und Hypertexten wirft weitere Fragen auf:

– Nutzen die Schüler interaktive Elemente (siehe 4.3.2 auf Seite 72) der Lernumgebung konzeptgemäß und gewinnbringend?
– Treten die bekannten Lernprobleme auf (siehe 4.3.3 auf Seite 74), erliegen die Schüler bekannten Gefahren?
– Kommen die Schüler mit der Navigation und der Struktur der Lerneinheiten zurecht?
– Spricht das Layout und die Gestaltung der Lerneinheiten die Schüler an?
– Hilft das interaktive Visualisieren von mathematischen Zusammenhängen (siehe 4.4 auf Seite 75) den Schülern beim Verständnis dieser Zusammenhänge?

Hier sind auch Aussagen der Schüler und Beobachtungen beim Umgang mit einzelnen Darstellungs- und Übungsapplets von Bedeutung.

Weiterhin ist das Verhältnis der Schüler zu den Phasen des Lernarrangements von Interesse. Wie werden die Inhalte der Lerneinheiten verstanden und wahrgenommen, wie gehen die Schüler mit den unterschiedlichen Übungs- und Arbeitsformaten um?

Auch der erfolgreiche Umgang mit der Technik kann von entscheidender Bedeutung für die Akzeptanz eines hypermediagestützten Systems sein, denn Schüler sollen nicht nur in der Schule sondern auch zu Hause mit dem System lernen. Wie schwer also fällt Schülern die Installation des Systems der Lerneinheiten auf dem heimischen Computer? Nutzen die Schüler auch außerschulische Kommunikationsmöglichkeiten, die das System für diesen Zweck vorsieht?

8.1.2 Zu untersuchende Fragestellungen

Aus der Darstellung im vorigen Abschnitt ergeben sich die im Folgenden aufgeführten Fragen. Bei den Fragen zu allgemeinen oder längerfristig zu erreichenden Zielen (wie etwa zu L3) wurden jeweils Formulierungen gesucht, die auch bei einer Erprobung in einem engen Zeitrahmen erste Rückschlüsse ermöglichen.

Fragenkatalog, zu jeder Frage eine Kurzbezeichnung in eckigen Klammern:

1. Verwenden die Schüler sinnvolle Strategien beim Lösen der Aufgaben, gelingt ihnen ein kreativer Umgang mit den offenen Aufgaben? [Heuristik]
2. Können Schüler ihre Ergebnisse sprachlich und formal angemessen darstellen und ihre Erkenntnisse rational begründen? [Argumentieren]
3. Gibt es im Unterricht erkennbare Beispiele für gelungenes Mathematisieren einer durch eine Aufgabe gegebenen Situation? [Mathematisieren]
4. Beherrschen die Schüler die formalen Inhalte der bearbeiteten Kapitel, welchen Erfolg haben Sie bei einer entsprechenden Klassenarbeit? [Lernerfolg]
5. Sprechen die ausgewählten Anwendungsbeispiele die Schüler an, stellen sie beziehungshaltige Situationen dar? [Beziehungshaltigkeit]
6. Wie gehen die Schüler mit der Situation um, dass nicht der Lehrer Inhalte vorträgt und entwickelt, sondern dass sie selbstständig und eigenverantwortlich an den Materialien arbeiten? [Eigenverantwortung]
7. Wie nutzen Schüler die vorhandenen Instrumente zur Überprüfung des Lernerfolgs? [Kontrollinstrumente]
8. Welche Rolle spielt die Lernstandsübersicht für die Schüler? [Lernstandsübersicht]
9. Verwenden die Schüler das Lerntagebuch, um ihre Probleme und Lernwege zu dokumentieren; ziehen sie einen Nutzen daraus? [Lerntagebuch]
10. Wie gehen Schüler mit den interaktiven Darstellungen und interaktiven Übungen um? [Interaktivität]
11. Welche Schwierigkeiten sind beim Umgang mit dem Hypermedia-System festzustellen? [Hypermedia-Probleme]
12. Kommen die Schüler mit der Navigation und der Struktur der Lerneinheiten zurecht, gibt es Irritationen? [Navigationsstruktur]

13. Verstehen Schüler mathematische Inhalte, die durch Darstellungs-Applets vermittelt werden sollen? [Darstellungs-Applets]

14. Können Schüler die Applets, die zum Üben formaler Fähigkeiten ausgelegt sind, erfolgreich nutzen? [Übungs-Applets]

15. Nutzen Schüler Elemente der AlgebraLU, um Erkenntnisse und Ergebnisse zu präsentieren? [Präsentation]

16. Wie werden insgesamt die Inhalte der Lerneinheiten verstanden und wahrgenommen? [Inhalte]

17. Wie gehen die Schüler mit den unterschiedlichen Übungs- und Arbeitsformaten um? [Formate]

18. Spricht das Layout und die Gestaltung der Lerneinheiten die Schüler an? [Gestaltung]

19. Welche institutionellen Voraussetzungen, Bedingungen und Schwierigkeiten treten beim Einsatz der AlgebraLU in der Versuchsschule zutage? [Schulbedingungen]

20. Gelingt den Schülern die Nutzung des Systems auf dem heimischen Computer? [Heimcomputer]

21. Welche Rolle spielen die außerschulischen Kommunikationsmöglichkeiten? [Kommunikationsinstrumente]

Antworten zu diesen Einzelfragen sollen es ermöglichen, ein erstes Fazit zum Einsatz der AlgebraLU zu ziehen und die beiden Grundfragen zu beantworten. Weitere Forschungsfragen könnten sich während der Erprobung entwickeln.

8.2 Entwicklung eines Untersuchungsdesigns

Aus der in der Einleitung zu diesem Kapitel kurz erwähnten Erprobungssituation und angesichts der in die Lernumgebung integrierten Instrumente zur Datenerhebung lässt sich bereits eine Zuordnung von Untersuchungsmethoden bzw. Untersuchungsinstrumenten zu den aufgelisteten Fragestellungen vornehmen. Anschließend sollen detaillierte Überlegungen zu den einzelnen Fragen und Methoden zu einer Feinplanung der Untersuchung während des Erprobungsdurchgangs führen.

In der Soziologie ist die wissenschaftliche Beobachtung ein bedeutsames Forschungsinstrument. Man klassifiziert wissenschaftliche Beobachtungen durch ein dreistufiges

Schema mit den Ebenen *Teilnahme des Beobachters*, *Strukturierung der Beobachtung* und *Offenheit*[2] *der Beobachtungssituation* (vgl. Grümer, 1974, S. 31-53). Eine wichtige Forschungsmethode bei der Erprobung der AlgebraLU wird eine strukturierte, offene Beobachtung der Unterrichtssituation (BU) sowie die Beobachtung des Umgangs mit den Instrumenten und Bestandteilen der Lernumgebung (BI) sein.

Man unterscheidet bei der Beobachtung prinzipiell künstlich hergestellte Situationen, die für ein bestimmtes Forschungsprojekt hergestellt wurden, von natürlichen Situationen, die in üblicher Weise ablaufen und nur unter gewissen Gesichtspunkten betrachtet werden. Im vorliegenden Fall kann man zwar durch die einbezogenen Konzepte und Materialien von einem speziellen Arrangement ausgehen, andererseits sollte der Einsatz die üblichen institutionellen Bedingungen wie Unterrichtsdauer und -verteilung, Lehrereinsatz und Gruppenzugehörigkeiten nicht aufheben. Das Arrangement sollte sich also an der Praxis orientieren und in einzelnen Klassen erprobt werden können, ohne dafür übergreifende Umstrukturierungen des sonstigen Unterrichts vorzunehmen. Aus dem gleichen Grund ist auch eine nicht-teilnehmende Beobachtung vorzuziehen; der Beobachter sollte also mit Ausnahme einer Reflexion am Ende des Versuchs nicht in den Unterricht eingreifen. Daher kann auch analysiert werden, ob der Unterricht auf der Basis der Informationen, die den Teilnehmenden (Schülern wie Lehrern) zur Verfügung gestellt wird, konzeptgemäß abläuft.

Weitere Untersuchungsinstrumente sind: Lernstandsübersicht (LÜ), Lerntagebuch (LT), Schriftliche Übungen (SÜ), Befragung bzw. Abschlussbericht (BF), Ergebnisse interaktiver Tests (IT) und Auswertung einer Klassenarbeit (KL). Die von den Schüler angefertigten Produkte (LT, SÜ, KL) lassen sich inhaltlich analysieren. Die angefügten Abkürzungen dienen dazu, die folgende tabellarische Zuordnung der Untersuchungsinstrumente zu den Forschungsfragen (mit Kurzbezeichnungen wie in 8.1.2 auf Seite 150 definiert) übersichtlich zu halten.

[2] offene oder verdeckte Beobachtung

Frage	**Kurzbezeichnung**	**Instrumente** (geordnet nach Wichtigkeit)
1	Heuristik	BU, SÜ, KL, LT
2	Argumentieren	BU, SÜ, KL
3	Mathematisieren	BU
4	Lernerfolg	KL, LÜ, IT, LT
5	Beziehungshaltigkeit	BF, BU
6	Eigenverantwortung	BF, BU, LT
7	Kontrollinstrumente	BI, BF, BU
8	Lernstandsübersicht	BF, BI
9	Lerntagebuch	LT, BF, BI
10	Präsentation	BU, SÜ
11	Interaktivität	BI, IT, LT
12	Hypermedia-Probleme	BI, BF, LT
13	Navigationsstruktur	BI, BF, LT
14	Darstellungs-Applets	BU, BI, BF, LT, IT
15	Übungs-Applets	BI, BF, LT, IT
16	Inhalte	BU, KL, BF, LÜ
17	Formate	BI, BF, LT
18	Gestaltung	BF, LT
19	Schulbedingungen	BU
20	Heimcomputer	BF
21	Kommunikationsinstrumente	BF, LT

Tabelle 8.1: Zuordnung der Untersuchungsinstrumente zu den Forschungsfragen

Wie die einzelnen Untersuchungsinstrumente heranzuziehen sind, hängt von der jeweils zu untersuchenden Fragestellung ab. Beispielsweise lassen sich die Lerntagebuch-Notizen (LT) gezielt nach Aussagen über eventuell aufgetretene Probleme mit Darstellungs-Applets, nach Aussagen über Irritationen bei der Navigation oder auch nach der Haltung zu einzelnen Lerneinheiten durchsuchen (Inhaltsanalysen). Eine ähnlich flexible Nutzung erlauben die Instrumente Lernstandsübersicht, Schriftliche Übungen und die Ergebnisse der Klassenarbeit. Die Beobachtungen während des Unterrichts und während der individuellen Arbeit an den Unterrichtseinheiten sind dagegen schwieriger zu handhaben, da man nicht zeitgleich alle Aspekte des Unterrichts bzw. den Umgang aller Schüler mit bestimmten Lerneinheiten oder einzelnen Elementen beobachten kann. Daher muss der Fokus in den Unterrichtsstunden gewechselt werden und zu den einzelnen Fragen sind Beobachtungskategorien zu definieren. Die Frage beeinflusst auch den Zeitpunkt der Beobachtung: Zu Beginn des Einsatzes wird man eher nach Irritationen beim Umgang mit Navigation und Kursstruktur Ausschau halten, inmitten des Versuchszeitraumes kann man sich z.B. auf den Umgang mit den interaktiven Darstellungen und Übungen konzentrieren und gegen Ende den Schüleraktivitäten beim Darstellen und Argumentieren mehr Aufmerksamkeit widmen. Dies wird im nächsten Abschnitt konkretisiert.

8.3 Verlauf des Einsatzes und der Untersuchung

Die Erprobung fand in drei parallelen 7. Klassen eines Gymnasiums nach den Herbstferien 2005 statt. Die Klassen werden im Folgenden kurz mit K1, K2 bzw. K3 bezeichnet. Als gemeinsame Bedingung gab es drei Mathematikstunden pro Woche zu je 45 Minuten und die Absicht, mittels AlgebraLU ein mathematisches Fachkapitel vollständig zu bearbeiten. Dazu sollte zu Kursbeginn jeweils auch das Einführungskapitel, das die Arbeit mit dem System thematisiert, von den Schülern gelesen und mit der Klasse besprochen werden.

Als gemeinsam zu nutzende Ressource stand den drei Klassen ein fahrbarer abschließbarer Schrank, bestückt mit 16 modernen Laptops mit Windows-Betriebssystem inklusive WLAN-Karten[3] sowie einem Server-Laptop, zur Verfügung. Das bedeutete, dass in der Schule jeweils zwei Schüler einen Laptop zusammen nutzen mussten.

Ein als Netzwerkadministrator beauftragter Lehrer hatte die Software für die AlgebraLU auf allen Laptops dauerhaft installiert. Der Laptop-Schrank wurde auf der gleichen Etage in einem Computerraum in der Nähe aller drei Klassenräume unter Verschluss gehalten. Eine Überschneidung der Mathematikunterrichtszeiten in den drei Klassen gab es nicht; jedoch war es wegen des Unterrichtsablaufs im 45-Minuten-Raster notwendig, die Rechner kurz vor Beginn einer Unterrichtsstunde im Wagen heranzufahren, zu verteilen, zu starten und am Netzwerkserver anzumelden. Nach der Nutzung mussten die Rechner heruntergefahren, wieder in den Schrank gepackt und der Schrank wieder im Computerraum eingeschlossen werden. Diese Prozedur, die im günstigsten Fall[4] insgesamt ca. 6 Minuten an Unterrichtszeit verbrauchte, war für alle Stunden notwendig, für die eine zumindest teilweise Nutzung der Computer-Lernumgebung geplant wurde. Gelegentlich genügte auch der Einsatz eines Laptops mit Beamer, um Elemente

[3] WLAN, Abkürzung für **w**ireless **l**ocal **a**rea **n**etwork

[4] Nach einer kurzen Eingewöhnungsphase wurde in den Klassen K1 und K2 ein derart flüssiger Ablauf beobachtet.

der Computer-Lernumgebung vorzuführen und Fragen zu klären. Die Schüler konnten die AlgebraLU für individuelle Arbeit auch zu Hause nutzen, da zu Kursbeginn Datenträger (CD-R) mit der Software verteilt wurden und nach gut einer Woche[5] die teilnehmenden Schüler auf eine Heim-Installation zugreifen konnten.

Die sonstigen Einsatzvoraussetzungen und mehr noch die Einsatzabläufe können dagegen als höchst unterschiedlich eingestuft werden. In K1 bestand die Absicht neben der Einführung (1. Kapitel) das Fachkapitel "Variable, Terme und Formeln" (2. Kapitel) zu behandeln, in K2 und K3 sollte das Kapitel "Von der Formel zur Zuordnung" (4. Kapitel) den fachlichen Teil ausmachen. Obwohl die Kapitel aufeinander aufbauen, ist ein separater Einsatz eines späteren Kapitels wie für die Gruppen K2 und K3 geplant dann denkbar, wenn die Inhalte der übersprungenen Lerneinheiten bereits vollständig unterrichtlich behandelt worden sind. Inwieweit eine andere Konzeption beim Unterricht dieser Inhalte und u.U. fehlende Kompetenzen oder Wissenslücken den Einsatz der AlgebraLU beeinflussen, kann die Erprobung eventuell zeigen. Es sollte ebenfalls untersucht werden, ob der Einsatz der AlgebraLU mit diesen einschränkenden Bedingungen der Schulpraxis verträglich ist.

Da nach den genannten Voraussetzungen am ehesten in K1 von einem konzeptgemäßen Einsatz der AlgebraLU auszugehen war, sollte sich die Beobachtung und die Erhebung der übrigen Daten möglichst lückenlos auf diese Gruppe konzentrieren. Zum Vergleich wurden auch für K2 Beobachtungen angesetzt und darüber hinaus wurden für die Gruppen K2 und K3 Daten aus Lernstand und Lerntagebuch erfasst. Die jeweiligen Unterrichtsplanungen und -abläufe wurde in allen Fällen immer von den Mathematiklehrern geplant bzw. gesteuert, ein direktes Eingreifen seitens des Beobachtenden sollte vermieden werden. Hilfestellungen bei Installationsfragen und kurze Antworten auf technische Fragen werden dabei nicht als Beeinflussung des Unterrichtsgeschehens angesehen. Damit der Unterricht konzeptgemäß ablaufen konnte, wurden die beteiligten Lehrer vor Beginn des Kurses über das zugrunde liegende Konzept informiert. Wichtige Bedingungen für den Verlauf des Unterrichts konnten darüber hinaus aus dem ersten Kapitel der AlgebraLU erschlossen werden, auch wenn darin in erster Linie die Schüler angesprochen werden.

8.3.1 Erprobungsverlauf in den einzelnen Klassen

Verlauf in K1

Der Einsatz der AlgebraLU erstreckte sich ohne Unterbrechung über gut vier Wochen und schloss 15 Unterrichtsstunden ein, in denen die Klasse mit den ersten beiden Kapiteln arbeitete. Davon wurden 10 Unterrichtsstunden beobachtet. Als Hausaufgaben

[5] in Einzelfällen bis zwei Wochen

erhielten die Schüler Arbeitsaufträge, bei denen sie ab der 2. Woche auf die Heiminstallationen der AlgebraLU zurückgreifen mussten. Zum Abschluss wurde eine Klassenarbeit geschrieben und eine Befragung durchgeführt. Nach der Auswertung der Befragung erfolgte eine Schlussreflexion[6] mit der Klasse.

Verlauf in K2

Die AlgebraLU wurde während 7 Unterrichtsstunden (gut 2 Wochen) genutzt; in dieser Zeit wurden die ersten beiden Lerneinheiten aus dem ersten Abschnitt des 4. Kapitels bearbeitet. Dabei fanden 5 Stunden mit Beobachtung statt. Danach wurde der Unterricht auf Wunsch des Lehrers wieder konventionell abgehalten, um die Schüler auf eine Klassenarbeit vorzubereiten. Nach dem Jahreswechsel wurden die Schüler noch einmal beauftragt, die weiteren Lerneinheiten des 4. Kapitels individuell zu bearbeiten. Den Lerntagebuchaufzeichnungen ist zu entnehmen, dass sich diese zweite Bearbeitungsphase über ca. eine Woche erstreckte.

Verlauf in K3

Der nach den Herbstferien geplante Einsatz der AlgebraLU scheiterte zu Beginn aufgrund technischer Schwierigkeiten, die Laptops am WLAN-Server anzumelden. Nach dem Jahreswechsel wurden die Schüler beauftragt, mit Lerneinheiten des Systems individuell zu arbeiten. Einige Themen waren den Schülern bis dahin bereits aus dem konventionellen Unterricht bekannt, so dass die Arbeit zum Teil wiederholenden Charakter hatte. Das gilt in etwas geringerem Maße übrigens auch für die Lerngruppe K2. Die Lerntagebuchaufzeichnungen zeigen, dass während einer Periode von 10 Tagen zeitgleich unterschiedliche Lerneinheiten aller Kapitel (sogar aus Kapitel 2 und 3) von den Schülern bearbeitet wurden; aus dem begleitenden Unterricht liegen keine Beobachtungen vor.

8.3.2 Beobachtungsschwerpunkte

Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht der beobachteten Stunden in den Lerngruppen K1 und K2 und den angesetzten Beobachtungsfokus, der sich jeweils zeitnah aus dem Stand der Bearbeitung und dem geplanten Charakter der Stunde ergeben hat. Unabhängig davon sollten jeweils auch die Struktur der Stunde und die Arbeits- und Sozialformen festgehalten werden. Das Festlegen eines Schwerpunkts bedeutet außerdem

[6] im Umfang einer Unterrichtsstunde

nicht, dass andere Auffälligkeiten, etwa im Verhalten von Schülern oder beim Unterrichtsablauf, unbeachtet bleiben sollten. In der Gruppe K3 wurden keine Stunden gezielt beobachtet; es gab lediglich eine Betreuung, als beim Einsatz des Laptopwagens technische Probleme auftraten.

Datum	Klasse	Std.-Nr.	Beobachtungsfokus
19.10.05	K2	1.	Laptop-Einsatz, Umgang mit System und Navigation
19.10.05	K1	1.	Laptop-Einsatz, Umgang mit System und Navigation
21.10.05	K2	2.	Partnerarbeit, Konzeptverständnis
21.10.05	K1	3.	Partnerarbeit, Konzeptverständnis
26.10.05	K2	4.	Ergebnisse einer schriftlichen Übung
26.10.05	K1	4.	Umgang mit einer interaktiven Übung
28.10.05	K2	5.	Kommunikationsmittel, Benutzung des Lerntagebuchs
02.11.05	K2	7.	Arbeit mit dem Graphen-Applet
02.11.05	K1	7.	Individuelle Bearbeitungsstände
03.11.05	K1	8.	Bearbeitung einer schriftlichen Übung
04.11.05	K1	9.	Lernergebnisse (Texte und Terme)
10.11.05	K1	11.	Lernergebnisse (Texte und Terme)
11.11.05	K1	12.	Arbeit mit dem Übungsapplet zur Formelumstellung
16.11.05	K1	13.	Schülerfragen
18.11.05	K1	15.	Rückgabe der Klassenarbeit
01.12.05	K1	16.	Projektreflexion mit der Klasse

Tabelle 8.2: Jeweiliger Fokus während der beobachteten Stunden

8.4 Analyse der erhobenen Daten

Da sich die Untersuchung aus den genannten Gründen auf die Gruppe K1 konzentrierte, werden zunächst die Daten für diese Gruppe betrachtet und analysiert; danach folgen die anderen beiden Gruppen. Während für die Gruppe K1 alle geplanten Untersuchungsinstrumente angewandt werden konnten, gibt es aus den anderen beiden Gruppen nur eingeschränkte Erkenntnisse. Insbesondere aus der Gruppe K3 liegen nur die Einträge aus Lernstand und Lerntagebuch vor. Diese Einträge sind zwar wegen der Abweichungen zum geplanten Unterrichtskonzept weniger aussagekräftig, lassen aber andererseits Rückschlüsse darauf zu, wie Schüler unter vom Konzept abweichenden Voraussetzungen mit dem System arbeiten. Unabhängig davon können direkte Anmerkungen der Schüler zu einzelnen Komponenten wertvolle Hinweise liefern, wie erkannte Schwächen dieser Bestandteile der Lernumgebung zu minimieren sind.

8.4.1 Unterrichtsbeobachtungen in K1 (Zusammenfassung)

1. Unterrichtsstunde: Erster Laptop-Einsatz, Umgang mit der Technik, dem System und der Navigation

Nachdem der Lehrer, der als Administrator und Betreuer der Laptops fungiert[7], den Rechnerstart und die Anmeldung am Funknetzwerk erklärt hat, werden die Geräte verteilt. Der Fachlehrer gibt einen ersten Überblick über den Unterrichtsversuch mit der AlgebraLU. Die genauen Umstände des Konzepts sollen die Schüler dadurch erfahren, dass sie das Einleitungskapitel lesen. Nach ca. 15 Minuten sitzen alle Schüler (je 2 pro Laptop) vor dem geöffneten Browserfenster mit der Startseite der Lernumgebung. Die Schüler lesen im ersten Kapitel.

Die Schüler haben abgesehen von korrigierbaren Fehleingaben keine Schwierigkeiten mit der Netzwerk-Anmeldeprozedur und mit dem Start des bereits installierten und über ein Symbol im Startmenü zu erreichenden Launchers für die AlgebraLU. Die Navigation mit der feststehenden Kopfleiste, das Aufrufen von Seiten über Verknüpfungen im Inhaltsverzeichnis und das vertikale Rollen innerhalb der Seite einer Lerneinheit gelingt ohne Nachfrage. Zumindest die Schüler, die in den Zweiergruppen die Initiative ergriffen haben, scheinen mit der Benutzung eines Browsers vertraut zu sein.

Nach 20 Minuten wird über die bisher gelesenen Inhalte gesprochen. Ein Schüler beschwert sich darüber, dass so viel Text zu lesen sei. Die meisten Schüler haben die ersten drei Einheiten gelesen und fassen die Aussagen der Einheiten in kurzen Thesen zusammen. Dabei treten keine Verständnisschwierigkeiten zutage. Das Thema Dynamik wird von einem Schüler angesprochen und man versucht, das in der ersten Lerneinheit dazu integrierte Beispiel eines magischen Quadrats auch inhaltlich zu verstehen. Dies gelingt mit Hilfe von anderen Schülerbeiträgen und Hilfen des Lehrers. Zum Schluss wird das Lerntagebuch angesprochen und man vereinbart, es in Papierform zu führen. Entsprechende Ausdrucke werden an alle verteilt.

3. Unterrichtsstunde: Partnerarbeit, Konzeptverständnis

Der Hauptteil der Stunde (30 Minuten) wird für die individuelle Arbeit an den Lerneinheiten (Laptopeinsatz) verwendet. Es wird im ersten mathematischen Kapitel gearbeitet.

[7] wird bei Erstbenutzung des Laptopwagens durch eine Klasse in der Regel hinzu gezogen

Problematisch bei der durch Sitznachbarn gebildeten Paare ist, dass sie gemeinsam am Bildschirm lesen und ggf. interaktive Elemente nutzen sollen. Mehrfach wird beobachtet, das ein Partner auf der Seite weiterrollen oder zur nächsten Lerneinheit übergehen möchte, der andere jedoch zum Warten auffordert. Bei ca. zwei Dritteln der Paare sind bei beiden Schülern verteilte Aktivitäten zu sehen, während ansonsten einer der beiden eindeutig eine führende Rolle bei der Handhabung des Laptops eingenommen hat.

Nach Abschluss dieser Phase werden die dargelegten Konzepte für das Lernen aus der zweiten Hälfte des Einführungskapitels (Lerneinheiten 1.4 bis 1.6) gemeinsam besprochen, im Kern geht es um die Verwendung der Lernstandsübersicht und des Lerntagebuchs. Die Redebeiträge von 12 Schülern fassen Aussagen aus den Lerneinheiten zusammen und illustrieren dies durch eigene Beispiele. Die Aussagen sind offensichtlich verstanden worden; kritische Anmerkungen wegen der ungewohnten Instrumente werden nicht laut.

4. Unterrichtsstunde: Umgang mit einer interaktiven Übung

Inzwischen sind alle Schüler mit der Lerneinheit 2.1.3. "Variable und Terme" beschäftigt und auf die erste interaktive Übung gestoßen. Es handelt sich im ersten Teil um Multiple-Choice-Aufgaben, in denen gegebenen Termen richtige sprachliche Konstrukte zuzuordnen sind, im zweiten Teil sind sprachliche Ausdrücke gegeben und es müssen die Terme selbst in Felder geschrieben werden. Es wird kein Schüler gefunden, der sofort die volle Punktzahl erhalten hat. Bei den beobachteten Schülern kann man im ersten Übungsteil folgende gemeinsame Strategie erkennen: Es wird überlegt und den Termen die sprachliche Fassung zugeordnet, die jeweils am plausibelsten erscheint. Das Problem ist, dass es Items mit mehr als einer richtigen Lösung gibt und im Text nicht darauf hingewiesen wird. Bei der Auswertung werden Items mit nicht vollständiger Zuordnung aller richtigen Antworten als falsch gekennzeichnet. Daraufhin löschen die Schüler zunächst ihre getroffene Zuordnung im beanstandeten Item und treffen eine andere (in der Regel nehmen sie die andere richtige Auswahl) und kommen so zu der nächsten Fehlervariante. Die weiteren Vorgehensweisen sind unterschiedlich: Gut die Hälfte der Schüler geht zu einem Versuch- und Irrtumverfahren über, bis sie vom Lehrer individuell informiert werden, dass mehr als eine richtige Lösung möglich ist. Wenige kommen von sich aus auf diese Idee (ein solches Paar wird gesehen), wenige Schüler entdecken unterhalb der schriftlichen Übung die Hinweise für den Fall, dass es Probleme bei der Lösung gibt und verfolgen den Hyperlink zu den kommentierten Lösungen. Der Rest vermutet einen Fehler im Programm und gibt sich zunächst mit dem Teilerfolg zufrieden. In lokalen Gesprächen verbreiten sich Tipps zu Lösungen und Strategien, erreichen auf diesem Wege aber nicht alle Schüler. Einigen Schülern wird jetzt deutlicher als beim Lesen im Einleitungskapitel die Tatsache bewusst, dass die interaktiven Übungen bei nachträglichen Änderungen zwar die Korrekturvermerke, nicht jedoch die Punkte anpassen. Dazu gibt es kritische Äußerungen bei individuellen Gesprächen mit dem betreuenden Lehrer.

Inhaltliche Schwierigkeiten gibt es mit der Aufgabe 1d); den Schülern fällt es am schwersten die richtigen sprachlichen Ausdrücke für einen Bruchterm zu erkennen. Im zweiten Teil kommt es bei den Aufgabenteilen c) und d) zu den meisten Fehlern, da es manchen Schülern zu Beginn schwer fällt, in sprachlich ähnlich klingenden Konstrukten[8] die unterschiedliche Termstruktur zu erkennen.

Nach der Hälfte der Arbeitszeit fällt auf, das sich ein Schülerpaar nicht nur mit einer bestimmten Lerneinheit beschäftigt sondern durch mehrere Seiten blättert und nach dem Zufallsprinzip Elemente anzuklicken scheint. Auf Nachfrage des Lehrers geben die Schüler an, sich heute nicht konzentrieren zu können und die Einheit lieber zu Hause bearbeiten zu wollen. Die anderen Schüler vermitteln dagegen den Eindruck, sich intensiv mit den Inhalten einer einzigen Einheit zu beschäftigen.

7. Unterrichtsstunde: Individuelle Bearbeitungsstände

Die unterschiedlichen Bearbeitungsstände der Schüler werden festgehalten; die Schwankungsbreite beträgt insgesamt vier Unterrichtseinheiten zwischen 2.2.1 und 2.2.4. Die Auszählung ergibt die folgende Verteilung (Anzahl der Schülerpaare jeweils dahinter in Klammern): Zusammenhänge ausdrücken (1), Eine Formel - viele Ergebnisse (2), Formelgeschichten (11), Formelbilder - Bilderformeln (2).

8. Unterrichtsstunde: Bearbeitung einer schriftlichen Übung

Die Lerneinheit "Formelgeschichten" wird im Unterrichtsgespräch behandelt. Die meisten Schüler haben die durch die Geschichte dargestellte Formel herausfinden können und danach mit der Lösung verglichen, die über einen Hyperlink erreichbar ist. Die Übung der Einheit wird gemeinsam bearbeitet. Fünf Schüler tragen kurze eigene Formelgeschichten vor, die gemeinsam analysiert und mit einer treffenden Formel beschrieben werden. Die wenigen Fehler im ersten Ansatz werden von der Gruppe selbst gefunden und korrigiert.

Eine Teilaufgabe der schriftlichen Übung lautet:

> Eine kurzfristig zustande gekommene größere Reisegruppe will vom Verbundtarif profitieren. Die Verbundtickets zum Preis V sind immer für 5 Erwachsene gültig. Die Zahl Z der Gruppenmitglieder ist aber nicht genau durch 5 teilbar. Für Teilnehmer, die nicht einer Fünfergruppe zugeordnet werden können, sollen Einzeltickets zum Preis E gekauft werden.
> Stelle eine Formel für die Gesamtkosten G auf, die von der Zahl Z der Gruppenmitglieder abhängen.

[8] Beispiel: Das Dreifache der um zwei verminderten Zahl z - Das Dreifache der Zahl z vermindert um 2

Diese Aufgabe fällt den Schülern schwer, da sie zunächst nicht wissen, wie die Anzahl der 5er-Gruppen und der restlichen Teilnehmer ausgedrückt werden kann. Man hilft sich mit konkreten Beispielen für die Zahl Z der Gruppenmitglieder und kann dafür jeweils eine Gesamtpreisformel angeben (Beispiel: $Z = 17$, $G = 3 \cdot V + 2 \cdot E$). Es ist also klar, dass die Personenzahl durch 5 dividiert werden muss und es wird nach entsprechenden Versuchen auch deutlich, dass man nicht einfach $\frac{Z}{5} \cdot V$ schreiben kann, weil nur der ganzzahlige Teil gebraucht wird. Der Lehrer erinnert an das Dividieren mit Rest.[9] Von weiteren Zahlenbeispielen für Z wird die Formel $Z = k \cdot 5 + r$ abstrahiert und damit eine zweistufige Lösung aufgestellt.

9. und 11. Unterrichtsstunde: Lernergebnisse (Texte und Terme)

Neben der weiteren individuellen Arbeit an den Lerneinheiten aus dem zweiten bzw. dritten Abschnitt des 2. Kapitels führt der Lehrer mit der Klasse auch ein längeres Unterrichtsgespräch durch, das zur Übung der Verbindung von Texten und mathematischen Termen dient. Es werden einfache Aufgaben zur Übersetzung in die eine oder andere Richtung gestellt. Darüber hinaus gibt es auch kleine Textaufgaben, zu denen eine Formel aufgestellt werden muss, ähnlich den selbst ausgedachten Formelgeschichten aus der 8. Unterrichtsstunde. Bei den Aufgaben und Übersetzungen gibt es eine hohe Beteiligung und es treten kaum Fehler auf. Einige Male stellen Schüler fest, dass sie eine abweichende Lösung haben und fordern auch zu ihrer Lösung eine Bewertung an. Die unterschiedlichen Terme werden gegenübergestellt und verglichen und fast immer kann bestätigt werden, dass es sich um andere Formen des richtigen Ergebnisses handelt. So kann beispielsweise ein Schüler zu der Geschichte "Drei Freunde gehen zum Essen, der zweite zahlt 5 € mehr, der dritte 10 € mehr als der erste" unmittelbar den Term $3t + 15$ angeben, während eine andere Formulierung $x + 0 + x + 5 + x + 10$ lautet. Durch Überlegungen, dass man Gleichartiges zusammenfassen könne, und dass die Bezeichnung der Variable in diesem Fall unwichtig sei, kommt man zu der Ansicht, dass beide Lösungen richtig seien.

Ähnliche Übungen sind auch Gegenstand der übernächsten Mathematikstunde. Diesmal werden Ausdrücke aus dem eingeführten Schulbuch Lambacher Schweizer (Schmid/ Weidig, 1994) bearbeitet, z.B. in Aufgabe 2g) auf S. 167: "Multipliziere eine Zahl mit der um 1 größeren Zahl" und in Aufgabe 3i): $(n + 2) : 3$. Dabei erweisen sich die beteiligten Schüler als sehr erfolgreich sowohl beim Aufstellen der Terme zu den gegebenen Texten als auch in der Umkehrung. Es gelingt ebenfalls das Aufstellen von Flächen- und Volumenformeln nach gegebenen Zeichnungen aus dem Buch (S. 169). Dabei bereitet es den Schülern noch Schwierigkeiten, die gefundenen Termsummen geeignet zusammenzufassen, insbesondere da Potenzen nötig wären und derartige Termumformungen in den bisher bearbeiteten Lerneinheiten nicht thematisiert wurden. Des Weiteren bringt

[9] evtl. hätte man an dieser Stelle die Gaußklammer einführen können

der Lehrer die bekannte Definition zum ”Body-Mass-Index” in einer sprachlichen Fassung ein. Eine Formel dazu wird erfolgreich gemeinsam erarbeitet und an Beispielen ausprobiert.

12. Unterrichtsstunde: Arbeit mit dem Übungsapplet zur Formelumstellung

Der ”Übungsautomat zur Formelumstellung” in der Lerneinheit 2.3.5 ”Erst die Methode, dann der Term” kann auch nach dem Lesen der kurzen Anleitung nicht von allen Schülern angewandt werden. Es ist zu beobachten, dass die Kombination, die richtige Operation mit dem Listenelement auszuwählen und dann per Knopfdruck anzuwenden, die betreffenden Schülern irritiert. Das liegt möglicherweise auch daran, dass die Liste so lang ist, dass sie gerollt werden muss. Die Situation ändert sich sehr schnell, nachdem man ein einziges Aufgabenbeispiel in der Beamerprojektion gemeinsam durchgeführt hat. Danach können alle Schüler mit dem Applet arbeiten und erzielen nach kurzer Übungszeit überwiegend richtige Ergebnisse. In einer gemeinsamen Arbeitsphase bedient jeweils ein Schüler den Übungsautomaten und aus der Gruppe kommen die Anweisungen zur Auswahl der nächsten anzuwendenden Operation zur Formelumstellung.

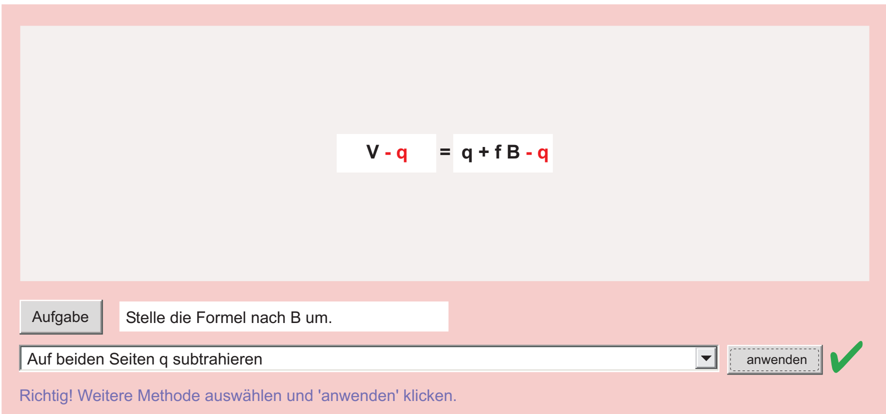


Abbildung 8.1: Das Aufgabenapplet zur Übung von Formelumstellungen

Als Konsequenz ergibt sich, dass es hilfreich sein könnte, ein Ausführungsbeispiel bildlich darzustellen oder in einem Demonstrationsmodus automatisch vorführen zu lassen. Als weitere Verdeutlichung der durchgeführten Operationen ließen sich die Zusatzterme in roter Farbe darstellen, wie in der Abbildung bereits vorgenommen.

13. Unterrichtsstunde: Schülerfragen

In der letzten Stunde vor der Klassenarbeit erhalten die Schüler noch einmal die Gelegenheit, Fragen zu stellen und Unsicherheiten zu überwinden. Da wieder ein Beamer und ein Laptop mit der AlgebraLU zur Verfügung stehen, werden auf Wunsch ein paar Formelumstellungen mit den interaktiven Übungswerkzeugen von Schülern vorgeführt. Inhaltlich werden einige behandelte Anwendungen aufgegriffen, insbesondere die als schwierig empfundene Formel zur Berechnung von Fahrradkettenlängen und die Zinsformel aus der Lerneinheit 2.2.2. "Eine Formel - viele Ergebnisse", außerdem die selbst aufgestellte Ticketformel aus der 8. Unterrichtsstunde. Aus der Beobachtung wird der Eindruck gewonnen, dass die Fragen im Unterrichtsgespräch zur Zufriedenheit der Schüler geklärt werden können.

15. Unterrichtsstunde: Rückgabe der Klassenarbeit

Das Unterrichtsgespräch ergibt, dass die meisten Schüler die Aufgabenstellungen als angemessen empfanden. Bei der Besprechung der Aufgaben gelingen fast alle Übersetzungen zwischen mathematischen Termen und sprachlichen Fassungen auf Anhieb. Auch die Aufgaben, in denen Flächenberechnungen und Termdarstellungen verbunden sind, werden richtig vorgetragen. Daran sind im geringen Umfang auch Schüler beteiligt, die nach eigener Aussage entsprechende Teilaufgaben in der Arbeit nicht richtig gelöst haben, aber inzwischen wissen, was sie falsch gemacht haben.
Die Aufgabenstellungen und Ergebnisse der Arbeit werden im Abschnitt 8.4.3 auf Seite 168 detailliert behandelt.

16. Unterrichtsstunde: Projektreflexion mit der Klasse

Die Ergebnisse der nach dem Abschluss der Unterrichtssequenz durchgeführten Befragung werden den Schülern im Rahmen einer Abschlussbesprechung präsentiert. Die Schüler nutzen die Gelegenheit, noch einmal über ihre Erfahrungen mit der erprobten anderen Art des Lernens zu sprechen. Bei gezielt angesprochenen kritischen Punkten, wie beim verbreiteten Eindruck zu langer Textpassagen kommen auch die Vertreter der Gegenposition zu Wort. Diese Schüler weisen darauf hin, dass längere Texte Teile enthalten, die im üblichen Unterricht nicht in lesbarer Form erscheinen und mündlichen Lehrererklärungen entsprechen.

Die Aussagen sind ansonsten mit den freien Äußerungen in der Befragung deckungsgleich, so dass auf die Ausführungen zur durchgeführten Befragung am Ende dieses Abschnittes verwiesen werden kann.

8.4.2 Lernstand und Lerntagebuch-Notizen in K1

24 Schüler haben ihre Notizen zum Lerntagebuch, bis auf zwei einschließlich der Lernstandsübersicht, zur Verfügung gestellt. Da die Schüler in der Schule und zu Hause mit der AlgebraLU am Computer arbeiten sollten, wurde von Anfang an die Papierform mit ausgedruckten Notiz- und Lernstandsbögen verwendet, um den Schülern zusätzliche

Dateioperationen und den fehleranfälligen Abgleich der Notizen mittels Datenträgern zu ersparen. Anders als in der elektronischen Form enthalten die Lernstandsbögen Gedanken leitende Abschnitte, die mit "Eindrücke, Gefühle", "Offene Fragestellungen und Probleme", "Gefundene Antworten, welche Probleme wurden gelöst?" betitelt sind. Ein Nachteil der Papierform war es, dass Schüler die Felder Zeit, Lerneinheit und Notiz-Titel versehentlich oder absichtlich freilassen konnten und dass sich in solchen Fällen die Zuordnungen zu den Lerneinheiten erst aus dem Text oder manchmal überhaupt nicht erschließen ließen. In der elektronischen Form werden dagegen die Kopfdaten kontextabhängig automatisch gesetzt und eine Eintragung ohne Notiztitel wird vom System nicht akzeptiert.

21 Schüler haben die Lernstandsübersichten vollständig ausgefüllt und dabei nach Abschluss einer Lerneinheit ihren Lernerfolg selbst eingeschätzt. Es bestand bei einigen Schülern die Neigung einen Wert nahe bei 100% einzutragen, wenn sie die Arbeit an einer Lerneinheit als abgeschlossen betrachtet haben. Das ist daran zu erkennen, dass sie zu dieser Einschätzung auch dann gekommen sind, wenn die festgehaltenen Punkte einer in der Lerneinheit vorhandenen interaktiven Übung deutlich unter dem Maximalwert lagen oder wenn sie im Eintragstext von nachhaltig nicht gelösten Problemen gesprochen haben. In Lerneinheiten ohne Übungen mit automatischer Punktevergabe wurden - wenn nicht 100% - auffällig oft Werte knapp darunter vergeben (typisch ist 99%), ohne dass die Gründe dafür den vorhandenen Eintragungen zu entnehmen sind. Das ist möglicherweise ein Hinweis auf verbliebene Unsicherheiten, die aber von den Schülern nicht als schwerwiegend erachtet wurden. Bei 15 Schülern gibt es dagegen einen deutlichen Zusammenhang zwischen den Ergebnissen der interaktiven Übungen, der Selbsteinschätzungen und dem Inhalt der Notizen. Auch zu den anderen Lerneinheiten wurden bei diesen Schülern zu einigen Lerneinheiten geringere Erfolgswerte eingetragen (wenige auch unter 70%). Manchmal gibt es entsprechende Lerntagebuchseiten, aus denen sich die angenommenen Lücken erschließen, denn in diesen wird auf nicht vollkommen gelöste Verständnisprobleme hingewiesen.

Das Lerntagebuch wurde nicht ausgiebig genutzt; das zeigt sich schon an dem geringen Durchschnittswert von ca. 3,5 Eintragsseiten pro Schüler. Bei intensiver Nutzung dürfte man allein für das bearbeitete Fachkapitel mit insgesamt 16 Lerneinheiten durchschnittlich eher mit einem Blatt pro Lerneinheit rechnen. Einige Schüler merken ohne Aufforderung dazu schriftlich an, dass sie nur Einträge machen wollten, wo etwas zu kritisieren sei. Bei 10 Schülern finden sich auch Notizseiten zum Einleitungskapitel (meist jeweils eine, selten zwei), die anderen haben dazu keine Einträge angelegt. Der Nutzungsgrad schwankt merklich, dies äußert sich in Umfängen von einem bis zu fünf Notizblättern und darin, dass die Anmerkungen nur aus einzelnen Stichworten bis hin zu ausformulierten Texten bestehen. Aber auch bei den Schülern, die das Lerntagebuch etwas mehr nutzen, kann man nicht von einem Gebrauch in der intendierten Weise sprechen.

Dennoch lassen sich die vorhandenen Notizen verwenden, um etwas über die Haltungen und Gefühle der Schüler, ihre Schwierigkeiten und ihre Erfolge bei der Arbeit mit einzelnen Lerneinheiten und deren Elementen und beim Umgang mit der AlgebraLU insgesamt zu erfahren. Zu diesem Zweck werden gleichartige Eintragungen zu bestimmten Lerneinheiten zusammengefasst und die Anzahl der Nennungen in Klammern angefügt. Die vorher genannten Kategorien, hier kurz mit "Eindrücke", "Probleme" und "Lösungen" betitelt, werden beibehalten, wenn mehrere Einträge vorliegen. Es folgen tabellarische Übersichten bzw. Auflistungen und Kommentare zu allen Lerneinheiten oder ganzen Kapiteln, zu denen mindestens eine Eintragung vorgenommen wurde. Da fast alle Schüler die Anmerkungen zum Einleitungskapitel nicht nach Lerneinheiten untergliedert haben, wird diese Form für das Einleitungskapitel übernommen:

	Einführungskapitel
Eindrücke	Die Texte sind verständlich (3). Es gibt zu viele Wiederholungen; die Texte sind zu lang (10). Das verursacht Langeweile oder bereits Vergessen während des Lesens (3). Freude beim Lesen der Einführungstexte (2).
Probleme	In den langen Texten kann man die Übersicht verlieren (1).
Lösungen	Man sollte den Text weniger intensiv lesen, dann geht es schneller (1).

Es wird nur einmal ein Verständnisproblem angedeutet, die Schüler sind sich aber bis auf wenige Ausnahmen darin einig, dass es keinen Spaß macht, längere Texte zum Hintergrund der AlgebraLU selbst zu lesen. Sie erwarten dazu eher kürzere Lehrererklärungen und einen schnelleren Übergang zu mathematischen Aufgabenstellungen.

Die Notizen zum Kapitel "Variable, Terme und Formeln" sind wie die Folge der Lerneinheiten in den Abschnitten des 2. Kapitels gegliedert. Es folgen zunächst die Lerneinheiten des Abschnitts "Von der Arithmetik zur Algebra":

	Lerneinheit 2.1.1 Was sind Arithmetik und Algebra?
Eindrücke	Kein Interesse am geschichtlichen Hintergrund (1). Texte sind zu lang, bzw. enthalten Wiederholungen (3).
Probleme	Es gibt Verständnisprobleme (2).
Lösungen	Die Verständnisprobleme haben sich nach dreimaligem Lesen erledigt (2).

	Lerneinheit 2.1.2 Wozu braucht man Variable?
Eindrücke	Anhand der vorhandenen Beispiele ist es nicht schwer, die Lerneinheit zu verstehen (5). Die Übungen sind ansprechend (1).
Probleme	Ein Bedürfnis nach Kommunikation wurde nicht erfüllt, weil die anderen mit der Lerneinheit beschäftigt waren (3).

	Lerneinheit 2.1.3 Variable und Terme
Eindrücke	Unsicherheit bei der interaktiven Übung (1). Die richtige Lösung sollte aufrufbar sein (1). Gute Selbstkontrolle durch interaktive Übung (1).
Probleme	Eindruck, dass die interaktive Übung fehlerhaft bewertet hat (1). Im Text hätte stehen sollen, dass manchmal mehr als nur eine richtige Antwort ausgewählt werden musste (2).
Lösungen	Am Ende alles verstanden (2). Es wurde selbst entdeckt, dass mehr als eine richtige Antwort auszuwählen war (1).

	Lerneinheit 2.1.4 Bilder für Terme
Eindrücke	Füllhöhen- und Streckenapplet gefielen gut (1).
Probleme	Die Applets wurden alleine nicht verstanden (1). Die Übungsaufgaben wurden nicht verstanden (1).
Lösungen	Das Füllhöhenapplet war erst schwer zu verstehen, danach trat aber Erfolg ein (1). Den Anleitungstext zum Applet genau zu lesen, hat geholfen (1). Der Partner hat beim Verstehen geholfen (2).

	Lerneinheit 2.1.5 Zahlentricks
Eindrücke	Die Zahlentricks haben am besten gefallen (3).
Probleme	Zahlentrick hat mit der Zahl 97 nicht funktioniert, weil eine negative Zahl herauskam (1). Die Aufgaben 1 und 4 der schriftlichen Übung wurden nicht verstanden (1).
Lösungen	Aufgaben am Ende vollständig gelöst (1).

Bei der Bemerkung zum Versagen des Zahlentricks mit der Zahl 97 hat sich der Schüler geirrt, vermutlich liegt ein einfacher Rechenfehler vor.

Der zweite Abschnitt ”Formeln im Einsatz” beginnt mit der Lerneinheit 2.2.1. ”Zusammenhänge ausdrücken”, für die es nur eine Notiz gibt. Diese drückt aus, dass die Einheit einen guten Eindruck mache.

	Lerneinheit 2.2.2 Eine Formel - viele Ergebnisse
Eindrücke	Gut, dass in der Einheit ein Taschenrechner eingebunden ist (1). Die Aufgabe zur Fahrradkette war schwer (1).
Probleme	Inhalt nicht verstanden (2). Die Aufgabe zur Fahrradkettenlänge nicht ganz verstanden (1). Die Aufgabenteile IIc und IId der interaktiven Übung nicht verstanden (1). Aufgabenteil IId nicht verstanden (1). Aufgabenteile IIa und IIc nicht verstanden (1).
Lösungen	Aufgaben nach Unterricht verstanden (2).

Zur Lerneinheit 2.2.3 ”Formelgeschichten” gibt es keine Notizen.

	Lerneinheit 2.2.4 Formelbilder - Bilderformeln
Eindrücke	Das Arbeiten mit der Einheit hat Spaß gemacht (5).
Probleme	Zunächst gab es Bedienungsprobleme bei der Wohnungsgrundrissmaschine (1).
Lösungen	Grundrissapplet gut verstanden (2). Fläche und Umfang sonst verwechselt, nach der Lerneinheit endlich verstanden (1).

	Lerneinheit 2.2.5 Formeln und Tabellen
Eindrücke	Hektik, zu wenig Zeit (2)
Probleme	Die Tabelle nicht verstanden (7). Die interaktive Übung war nicht hinreichend erklärt (1), bzw. nicht verstanden (1).
Lösungen	Beim Verstehen hat ein Blatt mit eigenen Notizen geholfen (2). Der Unterricht hat beim Verstehen geholfen (4). Verstanden, nachdem der Text mehrfach gelesen wurde (1). Später verstanden, hat dann Spaß gemacht (2). Eine Erklärung der Formel fand sich am Seitenende (1).

Die Aussagen zur Zeitnot können nur auf einem äußeren Umstand beruhen, etwa weil vom Lehrer ein Termin gesetzt worden ist, bis zu dem diese Einheit fertig bearbeitet sein sollte.

Der dritte Abschnitt ”Formeln umstellen” beginnt mit einer Reihe von Lerneinheiten, zu denen nur eine geringe Anzahl von Notizen vorliegt:
Zur Lerneinheit 2.3.1. ”Wie viele Formeln braucht der Mensch?” gab es nur die Anmerkung, dass der Text unverständlich gewesen sei. Die beiden Schüler mit dieser Aussage haben sich bei der Selbsteinschätzung die Wertungen 100% bzw. 50% gegeben. Für die folgende Lerneinheit 2.3.2. ”Spezielle Regeln für Variable?” wiederholten beide Schüler die Aussage und stuften sich diesmal bei 98% bzw. wieder 50% Erfolg ein. Ein anderer Schüler äußerte sich in ähnlicher Weise zur Lerneinheit 2.3.3. ”Noch ein einfacher Formeltyp” und wies zusätzlich darauf hin, es nach dem gemeinsamen Unterricht immer noch nicht vollständig verstanden zu haben. Ebenso spärlich sind die Notizen zur Lerneinheit 2.3.4. ”Immer wieder: Vorfahrt achten!”. Von zwei anderen Schülern gibt es einen Hinweis auf einen zu langen Text bzw. eine Aussage zu mangelndem Verständnis bei der schriftlichen Übung. Zur letzten Einheit des Abschnitts liegen wieder mehr Aussagen vor:

	Lerneinheit 2.3.5 Erst die Methode, dann der Term
Eindrücke	Das Arbeiten mit der Einheit hat Spaß gemacht (3). Umstellungsmaschinen und Einheit waren gut (2).
Probleme	Die Umstellungsmaschine wurde alleine nicht verstanden (3).
Lösungen	Im Unterricht das Benutzen der Maschine gelernt (2).

Zur abschließenden Lerneinheit 2.4 ”Ein Formelprojekt” wurden insgesamt drei Anmerkungen verfasst. Zwei Schüler ärgerten sich über die Länge. Die Textlänge kann angesichts des eher geringen Umfangs eigentlich nicht gemeint gewesen sein, eher wurde damit der erforderliche Zeitaufwand angesprochen. Ein anderer Beitrag lobt die Einheit als guten Abschluss.

Einige Schüler schrieben Anmerkungen, ohne sie bestimmten Einheiten zuzuordnen. So wurde um kürzere Texte (3), weniger schwierige Aufgaben (1) und um mehr persönliche Hilfe gebeten (1) sowie ausgesagt, dass der Unterricht allein mit dem Lehrer mehr zusage (1), andererseits auch Partnererklärungen hilfreich seien (1). Lästig sei, dass man eine Seite mit interaktiven Aussagen aktualisieren müsse, um die Punktwertung zu verbessern. Gelobt wurden die interaktiven Übungen (2), die schriftlichen Aufgaben (1), die Applets (1) und der Kurs im Rückblick insgesamt (4).

8.4.3 Klassenarbeit in K1

Für die Gruppe K1 wurde eine reguläre Klassenarbeit von 45 Minuten Dauer geplant, mit der der Lernerfolg des auf der AlgebraLU basierenden Unterrichtsabschnitts festgestellt werden sollte. Wie auch sonst üblich, gab es die Varianten A und B, um die unerwünschte Zusammenarbeit von Sitznachbarn zu erschweren. Im Folgenden werden die Aufgaben der Gruppe A abgebildet.

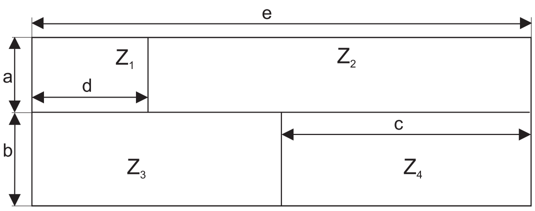
Klassenarbeit vom 17.11.2005, Gruppe A

1. Aufgabe (mündlich vorgetragen):
   a. Formuliere als Term: Das Doppelte einer Zahl z vermindert um 3.
   b. Formuliere als Text: $3x + 2$

2. Formuliere die folgenden Terme mit Worten:
   a. $8p - 15$
   b. $x^2 + 5$

3. Gib als Term an:
   a. Das Doppelte der Summe einer Zahl z und 5.
   b. Das Sechsfache der Differenz von 18 und dem Vierfachen einer Zahl u.

4. Gegeben ist der folgende Grundriss:



   a. Wie groß ist der Umfang von Z_1?
   b. Wie groß ist die Fläche von Z_2 und Z_4 zusammen?

5. Ein Taxiunternehmen berechnet die Preise P für Fahrten auf folgende Weise: Zu einem Grundpreis G von 3,60 € für die Anfahrt kommen noch 1,80 € pro Minute für die Zeit t, die die Fahrgäste im Taxi verbringen.
   a. Ist diese Preisgestaltung sinnvoll?
   b. Wie teuer ist eine Taxifahrt von 15 Minuten Länge?
   c. Gib eine Formel an, mit der sich der Preis für eine Taxifahrt der Dauer t Minuten berechnen lässt.
   d. Ergänze die folgende Preistabelle, die ein anderes Unternehmen herausgibt:

Dauer der Taxifahrt:	5 Minuten	10 Minuten	20 Minuten	Minuten
Preis der Taxifahrt:	10,80 €	18,80 €		50,80 €

6. Vereinfache: $3,7x + 2,8x =$

7. Forme um:
   a. $y = uw + x \Rightarrow u =$
   b. $m = \frac{kl}{n} \Rightarrow k =$

Abbildung 8.2: Klassenarbeit vom 17.11.2005, K1, Variante Gruppe A

Die Variante für die Gruppe B unterschied sich in den Aufgabenstellungen (die mündliche Aufgabe 1 stimmte überein) praktisch nicht; es wurden lediglich Terme und Zahlen verändert, ohne den Schwierigkeitsgrad zu verändern.

Mit der Abgabe der Klassenarbeit sollten die Schüler über ihre Zufriedenheit mit den Aufgabenstellungen urteilen[10]. Dafür vorgesehen waren die drei Kategorien "zufrieden", "neutral" und "unzufrieden", jeweils zu symbolisieren durch entsprechend vereinbarte "Smilie"-Symbole. Dabei ergab sich bei 21 von 33 Schülern die Wertung "zufrieden", 11 Schüler urteilten neutral und ein Schüler war unzufrieden.

Die Ergebnisse der Klassenarbeit werden in der folgenden Tabelle dargestellt. Für alle Schüler (S-Nr.) und für jede Aufgabe A*i* sind darin die erzielten Punkte aufgelistet. Außerdem sind Punktsumme und die Note der Arbeit aufgeführt. Die Spaltenüberschriften zeigen in Klammern die jeweils erreichbare Maximalpunktzahl an.

S-Nr.	**A1(2)**	**A2(2)**	**A3(3)**	**A4(3)**	**A5(6)**	**A6(1)**	**A7(3)**	**Σ(20)**	**Note**
1	2	2	3	3	6	0	1	17	2+
2	2	2	3	3	4	1	1,5	16,5	2
3	1	2	3	3	6	1	3	19	1
4	2	2	3	1	4	1	1,5	14,5	3+
5	2	2	3	3	6	1	0	17	2+
6	1	2	1,5	1	2,5	–	1,5	9,5	4-
7	2	2	3	3	6	1	2,5	19,5	1
8	2	2	3	1	6	1	0,5	15,5	2-
9	2	2	1,5	2	5	1	2	15,5	2-
10	2	2	0	1	5	0	0	10	4-
11	2	2	1,5	3	4	1	3	16,5	2
12	1	2	3	3	4	1	2	16	2
13	2	2	3	3	6	1	1,5	18,5	1-
14	2	2	1,5	0	4	1	1,5	12	4+
15	2	2	1,5	1	4	0	1,5	12	4+
16	2	2	2	3	4	0	1,5	14,5	3+
17	1	2	3	3	5,5	1	0	15,5	2-
18	2	2	3	3	6	1	3	20	1+
19	2	2	1,5	1	6	1	0	13,5	3
20	2	2	1,5	1	4	1	3	14,5	3+

[10] eine Standardmaßnahme des Kurslehrers

S-Nr.	A1(2)	A2(2)	A3(3)	A4(3)	A5(6)	A6(1)	A7(3)	Σ(20)	Note
21	2	2	3	2	4	1	1,5	15,5	2-
22	2	2	0,5	3	5	0	1,5	14	3
23	2	2	2	2	6	0	3	17	2+
24	2	2	3	2	6	1	0	16	2
25	2	2	2	1	4	0,5	0	11,5	4
26	2	2	1,5	1	3,5	0	3	13	3-
27	2	2	3	3	6	1	3	20	1+
28	2	2	3	3	4,5	1	1,5	17	2+
29	2	2	1,5	1	5	1	0	12,5	3-
30	1	2	1,5	1,5	5	0	0	11	4
31	2	1,5	3	3	4	1	2	16,5	2
32	1	2	3	0,5	5,5	0	0,5	12,5	3-
33	2	2	3	3	6	1	3	20	1+
Ø	91%	99%	76%	69%	82%	68%	50%	76%	2-3

Tabelle 8.3: Ergebnisse der Klassenarbeit in K1 einschließlich der Punkte für die einzelnen Aufgaben. Die letzte Zeile der Tabelle zeigt die durchschnittlich erzielten Anteile an der jeweiligen Höchstpunktzahl; das Feld ganz rechts enthält die Durchschnittsbenotung.

Zur besseren Übersicht folgt der Notenspiegel:

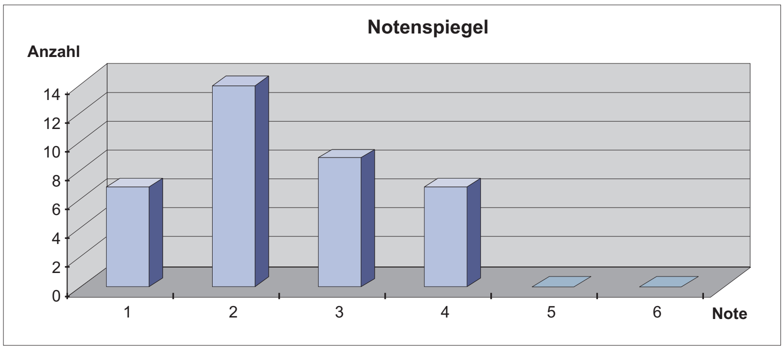


Abbildung 8.3: Notenspiegel der Klassenarbeit in K1

Zu jeder ganzen Schulnote, in diesem Fall also zu den Noten 1 bis 4, wurde eine als typisch eingestufte Arbeit herausgegriffen und analysiert. Alle Arbeiten zeigen ein Grundverständnis der Schüler für den Zusammenhang zwischen Termen und sprachlichen Formulierungen und auch die schwächeren Schüler können die Anwendungsaufgaben zu einem nennenswerten Teil bearbeiten. Unterschiede zeigen sich hauptsächlich bei den Aufgaben zur Termumformung und beim selbstständigen Aufstellen komplexerer Terme.

Insgesamt zeigt das Ergebnis dieser Lernerfolgsüberprüfung, dass es den meisten Schülern gelungen ist, in einem auf selbstständiges Lernen ausgerichteten Unterrichtsarrangement die angestrebten Lernziele größtenteils zu erreichen. Als Besonderheit ist festzustellen, dass kein Schüler mit der Note "mangelhaft" oder schlechter bewertet werden musste.

Der durchschnittlich geringere Erfolg bei den Formelumstellungen in Aufgabe 7 (50%, der schlechteste Wert aller Aufgaben) lässt nicht unbedingt den Schluss zu, dass hier auch der geringste Unterrichtserfolg vorliegt. Da viele Schüler die Aufgaben sequentiell nach der gegebenen Reihenfolge abarbeiten, kann es auch sein, dass die langsamer arbeitenden Schüler nicht mehr genügend Zeit hatten, um die Umstellung in Ruhe vorzunehmen. Die Befragung hat außerdem ergeben, dass gerade die Lerneinheiten zur Formelumstellung bei den Schülern im Vergleich die höchste Akzeptanz erzielt haben (siehe 8.4.5 auf Seite 174).

Die erreichten Noten werden mit den Noten der letzten Arbeit vor dem Unterrichtsversuch verglichen, in der es um die Prozentrechnung ging. Drei der fünf Aufgaben dieser Arbeit waren in Textform gestellt; es war also erforderlich die im Text vorkommenden Zahlenangaben den Bestandteilen der Zinsformel richtig zuzuordnen. Der Ergebnisvergleich erlaubt zwar keine direkte Aussage über Vor- oder Nachteile des erprobten Unterrichtsarrangements, könnte aber zumindest zeigen, ob und wie sich die selbstständigere Form des Lernens auf die Noten der einzelnen Schüler auswirkt. Die nächste Tabelle listet daher auf, wie viele Schüler jeweils eine bestimmte Notendifferenz aufweisen. Beispielsweise bedeutet die Abweichung +3, dass das Ergebnis in der aktuellen Klassenarbeit um drei Noten besser ausgefallen ist. Eine Abweichung -2 sagt aus, dass das Ergebnis um zwei Noten schlechter ist als vorher, beispielsweise Note 3 statt Note 1. Die Abstufungen der Schulnoten, gekennzeichnet durch Plus oder Minus, werden dabei nicht berücksichtigt.

Abweichung, ganze Noten	+4	+3	+2	+1	0	-1	-2	Σ
Schüleranzahl	1	1	8	9	8	5	1	33

Tabelle 8.4: Abweichungen der Noten im Vergleich zur vorhergehenden Klassenarbeit

Man erkennt, dass insgesamt 6 Schüler schlechter als in der vorhergehenden Klassenarbeit abgeschnitten haben, 19 Schüler ein besseres Ergebnis erzielten und 8 Schüler wie vorher bewertet wurden. Auch wenn man bedenkt, dass individuelle Schwankungen normal sind, zeigt das Gesamtergebnis dennoch einen positiven Trend.

8.4.4 Schülerleistungen beim Mathematisieren in K1

Da die Planung des Unterrichtsarrangements einen Schwerpunkt auf die Entwicklung von Kompetenzen beim Prozess des Mathematisierens gesetzt hat, werden diesbezügliche Fähigkeiten der Schüler besonders betrachtet. Einige Erkenntnisse dazu haben sich insbesondere aus den Beobachtungen der 8., 9. und 11. Unterrichtsstunde ergeben (siehe Beginn des Abschnitts 8.4.1).

Die sieben Aufgaben der Klassenarbeit lehnen sich an die Inhalte der bearbeiteten Lerneinheiten an und lassen sich in der folgenden Weise klassifizieren: Die ersten drei Aufgaben bringen Sprache und mathematische Terme in Verbindung; hier sind Übersetzungen in der einen oder anderen Richtung zu leisten. In den letzten beiden Aufgaben werden formale Fertigkeiten mit Termen und Gleichungen abgerufen, denn es sind Terme zu vereinfachen und Gleichungen nach bestimmten Variablen aufzulösen. Die vierte Aufgabe hat eine etwas komplexere Gestalt, da weder sprachliche Ausdrücke noch mathematische Terme vorgegeben sind und anhand eines Grundrisses Terme bzw. Gleichungen für Umfänge und Flächeninhalte aufzustellen sind. Eine Mathematisierungssituation im Sinne der Darstellungen in Abschnitt 3.1 auf Seite 47 liegt damit aber noch nicht vor, da bereits ein Modell einschließlich der Bezeichnungen für die Variablen vorgegeben ist.

Die verbleibende Aufgabe 5 erfordert zur Lösung zumindest in Ansätzen einen Mathematisierungsprozess. Davon ist deshalb auszugehen, weil das Thema der mathematischen Funktionen oder gar der linearen Funktionen in der Klasse bis zur Klassenarbeit nicht behandelt worden sind; die AlgebraLU greift diese Inhalte erst im vierten Kapitel auf. Die Schüler müssen also die im Text beschriebene Preisgestaltung des Taxiunternehmens zuerst verstehen und eine geeignete Modellierung finden; sie können sich dabei nicht auf ein erlerntes Standardmodell stützen. Es handelt sich aber nicht um ein offene Aufgabe; die Teilaufgaben leiten die Modellierung und es wird die Aufstellung einer prinzipiellen Formel zur Preisberechnung verlangt. Damit lassen sich dann bequem die offenen Felder in einer gegebenen Tabelle zu Fahrtdauern und Preisen eines anderen Taxiunternehmens ausfüllen, was einigen Schülern möglicherweise auch ohne Rückgriff auf die Formel gelingt. Anhand der Abgabe eines begründeten Werturteils über die Preisgestaltung des Taxiunternehmens sollen die Schüler ebenfalls Hintergrundverständnis für die Situation demonstrieren.

Die Auswertung der Schülerleistungen zur Aufgabe 5 (nur tatsächlich aufgetretene Punktzahlen werden gelistet) zeigen ein ermutigendes Ergebnis:

Punkte (max. 6)	6	5,5	5	4,5	4	3,5	2,5	Σ
Schüleranzahl	12	2	5	1	11	1	1	33

Tabelle 8.5: Punktwertungen zur Aufgabe 5 der Klassenarbeit in K1

Es gibt nur zwei Schüler, die der Kurslehrer mit weniger als vier Punkten bewerten musste und die die Aufgabe zu einem Anteil von weniger als zwei Drittel gelöst haben. Zwölf Schüler haben die Maximalpunktzahl erreicht und insgesamt 19 von 33 Schülern erhielten wenigstens 5 von 6 Punkten in dieser Aufgabe. Der durchschnittlich erzielte Anteil der Maximalpunktzahl lag bei 82%.

8.4.5 Befragung in K1 nach Abschluss des Unterrichtsversuchs

Unterrichtsbeobachtungen und Schülernotizen ergeben wertvolle Erkenntnisse über den Umgang mit den Systemkomponenten der AlgebraLU, ermöglichen allgemeine Aussagen über den Verlauf des Kurses und liefern Einblicke in die Haltungen und Empfindungen einzelner Schüler beim Arbeiten mit dem System. Mit diesen Instrumenten werden jedoch nicht alle Schüler gleichermaßen erfasst, weil z.B. bestimmte Schüler während einer Stunde nach außen weniger aktiv werden als andere bzw. weil sie zu einer Lerneinheit keine Notizen im Lerntagebuch verfassen. Darum ist eine Befragung mittels Fragebogen ein ergänzendes Instrument, mit dem man im Prinzip alle Schüler erfasst und u.a. individuelle Voraussetzungen und Vorerfahrungen, ihre Einschätzungen, Haltungen und Kritiken zur Arbeit mit der AlgebraLU im Allgemeinen oder zu einzelnen Elementen des Systems gezielt erfragen kann.

Bei der Konstruktion des Fragebogens wurden Hinweise aus der sozialwissenschaftlichen Fachliteratur aufgegriffen (vgl. Bortz/Döring, 2002, S. 253-262). Demgemäß sind den meisten Fragen oder Statements abgestufte Antwortvorgaben angefügt. Die meisten Items bieten eine fünfstufige Vorgabe von Zustimmung bis Ablehnung mit einer eindeutigen Mittelposition; in wenigen Fällen erschien eine dreistufige Vorgabe sinnvoller. Darüber hinaus gibt es 6 Items, die nur eine zweiwertige Entscheidung vorsehen; bei diesen handelt es sich entweder um Informationsfragen (z.B. männlich - weiblich) oder um Statements, bei denen sich die Schüler für eine von zwei Alternativen entscheiden sollten (z.B. mehr schriftliche Übungen werden gewünscht, ja oder nein). Es gibt unter den insgesamt 61 Fragen auch 8 offene Fragen, die zwar die Auswertung erschweren können, dafür aber auch zusätzliche Möglichkeiten bieten.

Die offenen Fragen dienten insbesondere dazu, von den Schülern Hinweise zu einzelnen Lerneinheiten oder Elementen der Lernumgebung zu erhalten. Mit einem Teil der offenen Fragen sollten Begründungen zu vorher abgegebenen Statements ermittelt werden, bei denen eine Vorstrukturierung möglicherweise nicht auf alle denkbaren Erklärungsmuster gepasst hätte. Außerdem sollten die auf den ganzen Bogen verteilten freien Texte die Bearbeitung für die Schüler auflockern. Auf wünschenswerte weitere Fragen wurde verzichtet und Redundanzen wurden weitgehend vermieden, um den Bogen nicht über die Konzentrationsdauer der Schüler hinaus zu verlängern.

Neben dem mehrseitigen Fragebogen erhielten die Schüler gemeinsam mündliche Instruktionen und jeder eine kleine schriftliche Anleitung, die zur besseren Erinnerung auch Abbildungen der in einigen Items angesprochenen interaktiven Elemente zeigte.

Zur Herstellung des maschinenlesbaren Fragebogens und zu seiner Auswertung wurde das Instrument *Eleva*[11] eingesetzt. Die folgende Tabelle zeigt die Items des Fragebogens und die Auswertungen der Schülerantworten als Prozentwerte zu den Abstufungsvorgaben, illustriert mit Kreisflächen entsprechender Größe. Das graue Dreieck markiert in den Items mit 5 Abstufungen jeweils die Lage des Mittelwertes. Den 3 bzw. 5 vorgegebenen Skalenmarken werden von links nach rechts die Werte 1-3 bzw. 1-5 zugeordnet. Die Angabe von Prozentwerten bietet den Vorteil

[11] Das Evaluationssystem mit Namen "Eleva" wird an der Universität Wuppertal i.W. zur Evaluation von universitären Lehrveranstaltungen benutzt.

der besseren Vergleichbarkeit der Werte untereinander, auch wenn nicht alle Schüler jedes Item bearbeiten. Insgesamt wurden nur wenige Items mit Skalierung ausgelassen, abgesehen von Item Nr. 4, das sich nur an Schüler mit einer bestimmten Voraussetzung richtete, gab es ein einziges Mal nur 27, ansonsten 28-30 Antworten.

Der Fragebogen für die Schüler enthält Felder zum Ankreuzen und größere Bereiche für die freien Antworten. Im Original sind die Extrempositionen der Antworten, in der Tabelle mit E1 bzw. E2 bezeichnet, ausführlicher beschriftet. Statt der Kurzformen "+" bzw. "−" heißt es dort "trifft völlig zu" bzw. "trifft gar nicht zu". Die Spalten ganz rechts enthalten die Mittelwerte $\overline{x}$ und die Standardabweichungen σ der erhobenen Daten.

Nr.	Frage	E1	Ergebnis	E2	$\overline{x}$	σ
1.	Mein Geschlecht ist:	w	59 41	m		
2.	Ich habe zu Hause einen eigenen Computer.	ja	72 28	nein		
3.	Ich beschäftige mich mit Computerspielen.	sehr oft	17 20 23 33 7	nie	2,93	1,22
4.	Falls zutreffend, welche anderen Programme (außer Spielen) verwendest du?		Freier Text			
5.	Falls schon vorher einmal mit dem Computer gelernt: Dabei war ich erfolgreich.	+	23 54 5 18 0	−	2,18	0,99
6.	Das Lernen mit dem Kurs hat mir gefallen.	+	7 34 41 17 0	−	2,69	0,84
7.	Ich hätte mir mehr Zeit für gemeinsamen Unterricht bzw. Gedankenaustausch gewünscht.	+	26 30 41 4 0	−	2,22	0,88
8.	Ich hätte mir mehr Zeit für selbstständiges Lernen gewünscht.	+	0 16 26 26 32	−	3,74	1,08
9.	Ich habe auch Emails genutzt, um mich mit Klassenkameraden oder Betreuern über Algebra auszutauschen.	sehr oft	0 4 4 11 82	nie	4,71	0,73

Nr.	Frage	E1	Ergebnis	E2	$\overline{x}$	σ
10.	Kontakte mit anderen außerhalb der Schulzeit waren für das Lernen hilfreich.	+	29 11 32 7 21	–	2,82	1,47
11.	Das Lernen, bei dem der Lehrer die Inhalte erklärt, gefällt mir besser.	+	37 30 27 3 3	–	2,07	1,02
12.	Falls zutreffend, kannst du begründen, warum dir Lehrererklärungen eher zusagen?		Freier Text			
13.	Ich habe die angebotenen Inhalte erfolgreich gelernt.	+	13 37 37 13 0	–	2,50	0,88
14.	Ich war in der Klassenarbeit erfolgreich.	+	34 38 17 7 3	–	2,07	1,04
15.	Mein Ergebnis bei der Klassenarbeit war im Vergleich zu sonst (Mitte bedeutet: wie immer):	besser	30 53 17	schl.	1,87	0,68
16.	Der Aufbau der Lerneinheiten hat mir im Allgemeinen gefallen.	+	3 37 37 20 3	–	2,83	0,89
17.	Die Texte waren im Allgemeinen verständlich.	+	7 30 20 43 0	–	3,00	1,01
18.	Die Texte waren mir häufig zu lang.	+	81 10 0 3 6	–	1,45	1,08
19.	Die bildlichen Darstellungen waren gut geeignet.	+	54 25 14 7 0	–	1,75	0,95
20.	Ich hätte mir mehr Bilder gewünscht.	+	17 20 30 17 17	–	2,97	1,31
21.	Die in den Texten verwendeten Beispiele und Anwendungen fand ich interessant.	+	10 45 24 21 0	–	2,55	0,94
22.	Die Applets konnte ich sofort bedienen.	+	17 23 40 17 3	–	2,67	1,05

Nr.	**Frage**	**E1**	**Ergebnis**	**E2**	$\overline{x}$	σ
23.	Ich konnte die Applets spätestens dann bedienen, nachdem ich die Anleitung gelesen hatte.	+	30 23 17 30 0	–	2,47	1,21
24.	Die Applets mit beeinflussbaren Darstellungen (Beispiel: Füllhöhen-Applet) waren beim Lernen besonders hilfreich.	+	18 21 39 4 18	–	2,82	1,30
25.	Die Applets und Formulare, mit denen man ein Verfahren trainieren konnte (Beispiel: Formelumstellungs-Applet), waren beim Lernen besonders hilfreich.	+	31 31 24 10 3	–	2,24	1,09
26.	Die interaktiven Übungen (blaue Bereiche) haben mir geholfen, meinen Lernstand zu erkennen.	+	52 21 17 3 7	–	1,93	1,20
27.	Die Aufgaben der interaktiven Übungen (blaue Bereiche) waren angemessen.	+	45 28 14 14 0	–	1,97	1,07
28.	Ich hätte mir noch mehr interaktive Übungen (blaue Bereiche) gewünscht.	ja	73 27	nein		
29.	Die schriftlichen Übungen haben mir gut gefallen.	+	3 17 27 27 27	–	3,57	1,14
30.	Die Aufgaben der schriftlichen Übungen waren (Mitte heißt: gut so):	zu schw.	13 87 0	zu leicht	1,87	0,34
31.	Die schriftlichen Übungen haben mir geholfen, mich intensiv mit den Inhalten auseinanderzusetzen.	+	13 20 30 27 10	–	3,00	1,18
32.	Ich hätte mir noch mehr schriftliche Übungen gewünscht.	ja	7 93	nein		
33.	Die Zusatzinformationen (Fußnoten mit Sprung zu weißen Bereichen) habe ich genutzt.	sehr oft	14 18 36 18 14	nie	3,00	1,22

Nr.	Frage	E1	Ergebnis	E2	$\overline{x}$	σ
34.	Ich hätte mir mehr zusätzliche Informationen gewünscht.	ja	13 87	nein		
35.	Die angefügten Lösungshinweise und Lösungen haben mir beim Lernen geholfen.	+	24 45 21 3 7	–	2,24	1,07
36.	Die angefügten Lösungshinweise und Lösungen haben verhindert, dass ich selbst über offene Fragen nachdenke.	+	7 7 38 21 28	–	3,55	1,17
37.	Die Navigation in den Lerneinheiten fand ich einfach und übersichtlich.	+	21 31 28 17 3	–	2,52	1,10
38.	Die verwendeten Farben haben mir gefallen.	+	34 28 31 7 0	–	2,10	0,96
39.	Die verwendeten Schriftarten und Schriftgrößen fand ich geeignet.	+	30 40 17 10 3	–	2,17	1,06
40.	Die Installation des Programms ist mir leicht gefallen.	+	62 14 10 10 3	–	1,79	1,17
41.	Ich konnte mein Lerntempo selbst bestimmen.	+	55 6 26 0 13	–	2,10	1,41
42.	Falls du dein Lerntempo nicht selbst bestimmen konntest, worauf ist das zurückzuführen?		Freier Text			
43.	Ich habe mich intensiver als sonst mit den Inhalten beschäftigt.	ja	50 50	nein		
44.	Die Lernstandsübersicht war für mich ein nützliches Instrument.	+	17 27 33 13 10	–	2,73	1,19
45.	Das Lerntagebuch hat mir beim selbstständigen Lernen geholfen.	+	3 0 20 30 47	–	4,17	0,96
46.	Ich konnte meinen Lernstand jederzeit beurteilen.	+	13 30 30 17 10	–	2,80	1,17

Nr.	Frage	E1	Ergebnis	E2	$\overline{x}$	σ
47.	Zu Lernstandsübersicht und Lerntagebuch habe ich die folgenden Anmerkungen:		Freier Text			
48.	Das Kapitel "Einführung" hat mir gefallen.	+	3 10 21 34 31	–	3,79	1,09
49.	Mit dem Kapitel "Einführung" habe ich mir wichtige Informationen zum selbstständigen Lernen mit dem System verschafft.	+	3 23 20 20 33	–	3,57	1,25
50.	Ich habe folgende Anmerkungen zum Einführungskapitel:		Freier Text			
51.	Der Abschnitt "Von der Arithmetik zur Algebra" hat mir gefallen.	+	7 32 32 14 14	–	2,96	1,15
52.	Füllhöhen- und Streckengrafik-Applet haben mir geholfen, die Bedeutung von Termen selbstständig zu verstehen.	+	23 37 20 10 10	–	2,47	1,23
53.	Mit den Zahlentricks habe ich mich gerne beschäftigt.	+	38 21 21 10 10	–	2,34	1,34
54.	Ich habe folgende Anmerkungen zum Abschnitt 2.1:		Freier Text			
55.	Der Abschnitt "Formeln im Einsatz" hat mir gefallen.	+	10 45 34 10 0	–	2,45	0,81
56.	Das Formelautomaten-Applet hat mir geholfen zu erlernen, wie man Zusammenhänge als Gleichung und durch Sprache ausdrückt.	+	34 24 28 7 7	–	2,28	1,21
57.	Ich habe folgende Anmerkungen zum Abschnitt 2.2:		Freier Text			
58.	Der Abschnitt "Formeln umstellen" hat mir gefallen.	+	48 34 7 10 0	–	1,79	0,96

Nr.	Frage	E1	Ergebnis	E2	$\overline{x}$	σ
59.	Die beiden Selbsttests "Formeln vom Typ C = AB bzw. A=B+C umstellen" haben mir geholfen, das Umstellen dieser Arten von Formeln zu erlernen.	+	53 33 7 7 0	−	1,67	0,89
60.	Das Formelumstellungs-Applet hat mir geholfen zu erlernen, wie man die verwendeten Formeltypen umstellen kann.	+	57 20 13 7 3	−	1,80	1,10
61.	Was ich sonst noch sagen möchte:		Freier Text			

Tabelle 8.6: Befragung K1 zum Kursende, Fragebogen mit Ergebnissen

Anmerkungen zu den Befragungsergebnissen

Alle Angaben in der Spalte "Ergebnis" sind auf ganze Zahlen gerundete Prozentwerte.[12] Bei der Durchsicht und Bewertung der Ergebnisse werden 6 Bereiche unterschieden:

1. Persönliche Daten und Voraussetzungen (Items 1-5)

   Die Fragen nach dem Geschlecht und nach Vorerfahrungen mit dem Computer sind nicht nur interessant; es könnten auch Korrelationen mit anderen Items wie Lernerfolg und Haltung zur Lernform bestimmt werden. Wegen der kleinen Datenbasis lassen sich aus den Ergebnissen keine allgemeinen Schlussfolgerungen ziehen; allerdings könnte festgestellt werden, ob in der untersuchten Gruppe z.B. ein Zusammenhang zwischen dem Geschlecht und dem Lernerfolg bei computerunterstütztem Lernen vermutet werden darf. Aus der Berechnung der Korrelationskoeffizienten von interessierenden Merkmalspaaren dieser Art ergaben sich jedoch keinerlei Auffälligkeiten. Obwohl alle Schüler einen Computer zu Hause haben, ist dies für 28% nicht der eigene. Auch in dieser Gruppe stellt das Spielen für mehr als die Hälfte der Schüler ein Motiv dar, sich mit einem Computer zu beschäftigen, 40% geben an, selten oder nie mit dem Computer zu spielen. Fast 80% derjenigen Schüler, die bereits einmal mit Hilfe des Computers gelernt haben (22 von 30 Schülern), waren dabei nach eigener Einschätzung eher erfolgreich. Von 27 Schülern wurden Angaben zu anderen benutzten Programmen notiert. Im Einzelnen wurden die folgenden Anwendungen aufgeführt (in Klammern die Häufigkeit der Nennungen):

   – Textverarbeitungsprogramme (19)

[12] Die Summe ergibt daher nicht immer genau 100%. Außerdem ist zu bedenken, dass bei 30 abgegebenen Fragebögen ein Wert von 10% genau drei und ein Wert von 3% einem Schüler entspricht.

- Internet bzw. Browser (11)
- Zeichenprogramme (10)
- Spezifische Lernprogramme, meistens Sprachen angegeben (9)
- Präsentations- oder Tabellenkalkulationsprogramme (7)
- Kommunikationsinstrumente, Chat oder Email (5)
- Programmierwerkzeuge (4)
- Ton- oder Filmprogramme (3)

Auch wenn das Fach Mathematik bei den Lernprogrammen nicht genannt wird, darf man also bei fast allen Schülern bereits eine gewisse Vertrautheit mit dem Computer voraussetzen, die über die Nutzung als Spielzeug deutlich hinausgeht.

2. Haltungen und Wertungen zur Lernform (Items 6, 11, 12, 41-43, 61)

   41% der Schüler hat das Lernen mit dem Kurs eher gefallen, 41% setzen sich auf die neutrale Position und den übrigen 18% hat diese Lernform weniger gefallen; die extrem ablehnende Position wurde nicht besetzt. Vorbehalte von Schülern gegen die untersuchte Lernform passen zum Ergebnis, dass sich 67% neue Inhalte lieber vom Lehrer erklären lassen. Dazu haben 21 Schüler Begründungen angegeben. Einige Schüler werteten die Frage als Entscheidung zwischen Computer und Lehrer, anderen Schülern war bewusst, dass in der untersuchten Lernform beide eine Rolle spielen. Die Begründungen[13] sind:

   - Beim Lehrer kann man (direkt) persönlich nachfragen, wenn man etwas nicht verstanden hat (12)
   - Lehrererklärungen sind kürzer und präziser, verständlicher, persönlicher (4)
   - Lehrer machen öfter Witze, Computer nicht (3)
   - Es ist spannender beides zu machen bzw. beides hat seine Vorteile (3)
   - Falls man etwas nicht versteht, kann ein Lehrer es auf eine andere Weise erklären (1)

   Was zu einer positiven Wertung beigetragen haben könnte[14], ist der Eindruck von mehr als 60% der Schüler, dass sie ihr Lerntempo weitgehend selbst bestimmen konnten. 26% der Schüler besetzen bei dieser Frage die neutrale Position und 13% sehen das Lerntempo eindeutig als fremdbestimmt an. Genauere Hintergründe zu diesem Eindruck lieferten 8 Schüler. In sechs Fällen wurde sinngemäß ausgesagt, dass der Lehrer immer Termine genannt hat, bis zu denen bestimmte Lerneinheiten oder Aufgaben zu bearbeiten waren. Ein Schüler meinte, dass das Lerntempo bei Verständnisschwierigkeiten nicht selbstbestimmt war und ein anderer Schüler stellte nur fest: ”Ich hatte Zeitdruck und war aufgeregt.”

[13] sinngemäß gleiche Begründungen wurden zusammengefasst, eine zugehörige Äußerung aus Item 61 wurde einbezogen

[14] der Korrelationskoeffizient spricht auch dafür

3. Umgang mit Systembestandteilen und diesbezügliche Anforderungen und Wertungen (Items 7-10, 16-36, 44-47)[15]

   Zur Verteilung der Phasen selbstständiger und gemeinsamer Arbeit ist gut die Hälfte der Gruppe eher geneigt, die Phasen gemeinsamen Arbeitens zu verlängern, während sich nur wenige für die Verlängerung der Phasen selbstständiger Arbeit aussprechen.

   Dass das Medium Email für das gemeinsame Lernen in der Klasse keine große Bedeutung hat, ist nicht weiter erstaunlich, da man sich ohnehin an 5 Tagen der Woche in der Klasse trifft und Emails keine sehr schnelle Kommunikation erlauben. Die Bedeutung von Kontakten anderer Art für das Lernen außerhalb der Schulzeit ist offensichtlich eine sehr individuelle Angelegenheit: Auch die extremen Abstufungen wurden bei diesem Item von einer nennenswerten Schülerzahl ausgewählt; für viele Schüler sind solche Kontakte wichtig, andere legen darauf gar keinen Wert. Während der Dauer des Kurses gab es auch eine Emailadresse, über die Fragen an den Betreuer gestellt werden konnten. Von dieser Möglichkeit machten insgesamt nur vier Schüler je ein- bis zweimal Gebrauch.

   Bei der Bewertung des Aufbaus der Lerneinheiten wurden die Extrempositionen kaum angenommen, der Mittelwert liegt leicht im positiven Bereich. Auffällig groß ist der Anteil der Schüler (81%), die die Texte der Lerneinheiten als zu lang empfinden, während fast ebenso viele Schüler die grafischen Darstellungen eher als gut geeignet einstufen. Im Mittel wird die Verständlichkeit der Texte neutral bewertet, jedoch liegen 43% der Schüler um eine Stufe rechts von der Mitte im ungünstigen Bereich. Eine höhere Zustimmung kommt bei den dargestellten Beispielen und Anwendungen zustande, 55% der Schüler finden diese eher interessant, 24% bewerten sie neutral und 21% der Schüler sind weniger an diesen interessiert.

   So wurden die Applets angenommen: In allen allgemeinen Fragen zu ihrer Nutzung (22-25) liegen die Mittelwerte mehr oder weniger deutlich im Zustimmungsbereich. Es gibt allerdings bei der Einschätzung des Nutzens für das Lernen auch in der extremen Ablehnungsposition eine Gruppe von 18%, die offensichtlich nicht mit allen Applets sofort erfolgreich umgehen konnten. Wie die Beobachtung der 12. Unterrichtsstunde und Notizen des Lerntagebuchs gezeigt haben, ist vielen Schülern die Benutzung des Übungsapplets zur Formelumstellung ohne persönliche Anleitung besonders schwer gefallen.

   Die interaktiven Übungen erreichten eine hohe Akzeptanz; 73% der Schüler hätten sich noch mehr davon gewünscht. Die anspruchsvolleren schriftlichen Übungen werden von der Mehrheit eher negativ bewertet, obwohl 87% sie vom Schwierigkeitsgrad als angemessen einordnen. 33% der Schüler geben an, dass die schriftlichen Übungen dabei geholfen haben, sich intensiver als sonst mit den Lerninhalten auseinander zu setzen. Für 37% der Lernenden war das nicht der Fall. Die übrigen blieben in dieser Frage neutral. Nur 7% hätten sich mehr schriftliche Übungen gewünscht, die übrigen halten die Gegenposition. Die Frage nach der Nutzung der optionalen Zusatzinformationen in den Lerneinheiten ergibt ein sehr verteiltes Bild; es ist anzunehmen, dass der Einsatz vom jeweiligen Interesse an den angebotenen Themen abhängt. Die angebotenen Lösungshinweise und Lösungen werden beim Lernen im Mittel als hilfreich angesehen; entsprechend wenige

[15] darin enthalten sind die Items 22-28, die sich speziell mit den interaktiven Elementen befassen

glauben daran, dass die vorhandenen Lösungen das eigene Nachdenken über die Problemstellungen behindern.

Die Lernstandsübersicht war für 44% der Schüler eher nützlich (23% halten Ablehnungspositionen) und entsprechend hoch ist die Zahl derjenigen, die meinen, dass sie ihren Lernstand jederzeit überblicken konnten. Die Mittelwerte liegen bei diesen Fragen im positiven Bereich. Ein Nutzen des Lerntagebuchs wird von den meisten nicht gesehen; 77% verorten sich in negativen Positionen. Die Gründe dafür lassen sich aus den freien Texten in Item 47 (gleichartige Antworten zusammen erfasst) erschließen:

- Manchmal wusste ich nicht, was ich in das Lerntagebuch eintragen sollte (3)
- Das Lerntagebuch hat wenig gebracht, war eher eine Last (2)
- Das Lerntagebuch war nicht so gut aber auch nicht so schlecht (1)
- Ich fand das Lerntagebuch zusätzlich ganz gut (1)

4. Allgemeine Aussagen zum Lernerfolg (Items 13-15)[16]

   Als eher erfolgreich beim Lernen mit der AlgebraLU stufen sich 50% der Schüler ein, 37% antworten neutral und 13% sehen sich als weniger erfolgreich an; die negative Extremposition kommt nicht vor. 72% sehen das Abschneiden der Klassenarbeit als Erfolg, 17% werten neutral. Insgesamt 10% der Schüler haben die Klassenarbeit nicht als Erfolg verbucht. Diese Einschätzungen haben gemäß den festgestellten Ergebnissen der Arbeit einen realistischen Hintergrund. Dass die Schüler ihren Erfolg im ”Vergleich zu sonst” nicht nur an den Noten der beiden letzten Klassenarbeit festmachen, zeigt die Tatsache, dass sich nur 30% im Vergleich als erfolgreicher einstufen, obwohl 58% eine bessere Note als in der Arbeit zuvor hatten.

   Die gezielten Fragen nach dem Lernerfolg mit bestimmten interaktiven Elementen der Lernumgebung, nämlich mit den Applets der bearbeiteten Kapitel und mit den interaktiven Übungen zur Formelumstellung (Items 52, 56 und 60 bzw. Item 59), ergeben ebenfalls mehrheitlich Einschätzungen im positiven Bereich. Dabei schneiden die interaktiven Übungen mit einem Mittelwert von 1,67[17] am besten ab.

5. Wertungen und Aussagen zu Layout, Navigation und Installation des Systems (Items 37-40)

   52% der Schüler finden die Navigation eher einfach und übersichtlich, 28% beantworten dieses Item neutral, 20% sind weniger oder nicht zufrieden. Die verwendete Farben und Schriften werden im Mittel gut akzeptiert. Aus den freien Antworten oder Notizen des Lerntagebuchs ergeben sich hierzu keine weiteren Erkenntnisse.

   Die Installation des Systems zu Hause ist 76% der Schüler eher leicht gefallen, auf der anderen Seite haben 13% der Schüler dabei Schwierigkeiten gehabt, die übrigen urteilen neutral.

[16] in Verbindung mit spezifischen Lerneinheiten auch detaillierte Aussagen in den Items 52, 56, 59, 60

[17] die neutrale Position läge beim Wert 3

6. Anforderungen und Wertungen zu spezifischen Lerneinheiten oder deren Elementen (Items 48-60).

   Hier haben die fachlichen Lerneinheiten die Schüler eher angesprochen als die Einheiten des Einführungskapitels. Den Schüleräußerungen in den freien Texten ist zu entnehmen, dass man eher Lehrererklärungen zum System erwartet. Es sahen 18 Schüler das Einführungskapitel als zu lang und zu textlastig an. Darunter waren drei Schüler, denen es zu viele Informationen über das System enthielt und ein Schüler, der den Eindruck hatte, dass sich aus den Gesprächen bereits alles Wissenswerte ergeben hätte.

   Alle mathematischen Lerneinheiten liegen im Mittel bei einer positiven Wertung. Auffällig ist, dass Einheiten zur formalen Tätigkeit ”Formeln umstellen” von den Schüler mehr akzeptiert wurde als der Abschnitt mit Hintergrundinformationen ”Von der Arithmetik zur Algebra”. Der Abschnitt ”Formeln im Einsatz”, der sich auf Anwendungen konzentriert, liegt mit einem Mittelwert von 2,45 in der Akzeptanz dazwischen. Es gibt in den freien Texten entsprechend wenige Schüleräußerungen zu den Fachkapiteln. Eine Anmerkung besagt, dass die Texte ”simpler” verfasst sein sollten, um den Text nicht so oft lesen zu müssen und ein anderer Schüler gibt an, das Füllhöhen-Applet zunächst nicht verstanden zu haben.

Die Möglichkeit für eine freie Äußerung am Ende des Fragebogens (Item 61) wurde von den meisten Schülern für eine Gesamtbewertung des Unterrichtsversuchs genutzt. Viele Bewertungen sind mit kritischen Anmerkungen verflochten und wenige bestehen ausschließlich aus solchen. Die Kritikpunkte werden separiert gelistet. Die Aussagen lassen sich wie folgt sinngemäß zusammenfassen:

– Die AlgebraLU ist eine gelungene Idee (2)

– Im Großen und Ganzen hat die Arbeit mit dem System gefallen (11)

– Es ist besser, wenn Lehrer die Themen erklären (1)

– Ich persönlich würde mir das Programm nicht selber kaufen (1)

– Die Texte waren zu lang (10)

– Die Texte waren nicht immer verständlich, zu viele Informationen auf einmal (2)

– Die Übungen waren zu lang (1)

– Das Applet ”Formeln umstellen” war nicht verständlich (1)

– Ich hatte bei der Installation Probleme (1)

– In einer interaktiven Übung wurde eine Eingabe falsch bewertet (1)

8.4.6 Unterrichtsbeobachtungen in K2 (Zusammenfassung)

1. Unterrichtsstunde: Erster Laptop-Einsatz, Umgang mit der Technik, dem System und der Navigation

Die Stundenstruktur, die Beobachtungen und Folgerungen sind grundlegend ähnlich denen aus der Lerngruppe K1 (siehe 8.4.1 auf Seite 158). In der Gruppe K2 wird beim Gespräch der Begriff Forum (für Kommunikation untereinander) intensiver betrachtet und auf Nachfrage vom Lehrer erläutert. Zwei Schüler interessieren sich für technische Hintergründe des Programms und haben sich Quelltexte der Lernumgebung angesehen.

Auch in dieser Gruppe wird das Lerntagebuch angesprochen und die Führung in Papierform beschlossen. Die Ausdrucke werden an alle verteilt.

2. Unterrichtsstunde: Partnerarbeit, Konzeptverständnis

Das Einleitungskapitel wird nicht weiter individuell bearbeitet; alle beginnen mit dem Lesen und Bearbeiten der 1. Einheit aus dem 4. Fachkapitel "Tabellen und Graphen". Für die beobachtete Arbeit der Sitznachbarn gelten einschließlich der Zahlenangaben die gleichen Aussagen wie für die Gruppe K1.

Über die aktuell bearbeitete Lerneinheit wird anschließend nicht gesprochen, die Schüler bekommen dafür die schriftliche Übung der Lerneinheit als Hausaufgabe. Diese Aufgabe fordert auf, ein nicht zu kompliziertes Beispiel, in dem eine Zuordnung mit einem Graphen oder mit einer Tabelle dargestellt wird, aus einer Zeitung, Zeitschrift oder aus dem Internet auszuwählen und zu erklären. Im Unterrichtsgespräch (10 Minuten) wird anhand von Leitfragen des Lehrers der Sinn von Lernstandsübersicht und Lerntagebuch erörtert.

4. Unterrichtsstunde: Ergebnisse einer schriftlichen Übung

In dieser Stunde soll die schriftliche Übung aus der Lerneinheit 4.1.1. "Tabellen und Graphen" besprochen werden. Es stellt sich heraus, dass 6 Schüler die Hausaufgabe, die Darstellung einer Zuordnung mit einem Graphen oder einer Tabelle aus einer Zeitung, Zeitschrift oder aus dem Internet zu suchen und zu erklären, nicht bearbeitet haben. Als Begründungen werden angegeben, dass man die Aufgabe nicht verstanden habe oder dass man zu Hause keine Tageszeitung erhalte. Diese Aussagen muss man als Ausreden werten, da in der Lerneinheit je ein Beispiel eines Graphen und einer Tabelle dargestellt und erläutert werden. Außerdem ist die Aufgabenstellung so einfach formuliert, wie es im Nebensatz oben anklingt. Im Unterrichtsgespräch wird aufgrund von anderen Schüleräußerungen deutlich, dass jeder zumindest eine kostenlose Wochenzeitung und Illustrierte oder eine Fernsehzeitung erhält und dass diese durchaus Beispiele für Zuordnungen enthalten. Andere haben das Internet benutzt und nennen als Quellen beispielsweise die deutsche Börse und allgemein die Suchmaschine Google. Drei Schüler geben an, nach Graphen gesucht zu haben, weil sie Tabellen nicht als Darstellungen von Zuordnungen gesehen haben. Das legt angesichts des Titels für den Abschnitt 4.1 "Tabellen, Graphen und Formeln beschreiben Zuordnungen" und des ersten Beispiels in der Lerneinheit die Vermutung nahe, dass die betreffenden Schüler den Text nicht genau gelesen bzw. verstanden haben. Es gibt aber auch eine große Vielfalt von mitgebrachten Beispielen je nach Quelle auf ein Blatt ausgedruckt oder aufgeklebt. Mehrere Schüler haben unaufgefordert mehr als ein Beispiel mitgebracht und versorgen damit die Schüler, die nichts in Händen haben. Im Unterrichtsgespräch wird der Zuordnungsbegriff auf der Basis des Inhalts der Lerneinheit, orientiert an mitgebrachten Beispielen gemeinsam behandelt.

In einer anschließenden Gruppenarbeitsphase erklären sich die jeweils drei bis vier Schüler an den Tischen gegenseitig die erkundeten Beispiele. In den zwei Gruppen, die beobachtet werden können, sind die Erläuterungen zutreffend und verständlich.

5. Unterrichtsstunde: Technische Kommunikationsmittel, Benutzung des Lerntagebuchs

Ein Schüler hat in Eigeninitiative ein abgeschlossenes Kommunikationsforum speziell für den Algebrakurs im Internet eingerichtet und berichtet darüber. Er informiert über die Anmeldeprozedur und fordert seine Mitschüler zum Mitmachen auf. Der Lehrer gibt Hinweise zum Verhalten in solchen Foren (”Nettiquette”).

Zu den Ergebnissen dieser Schülerinitiative: Am Ende des Kurses gab es – abgesehen von Lehrer und Beobachter – im Forum vier registrierte Benutzer. Zwei davon haben 21 der insgesamt 22 Beiträge geschrieben. In der Rubrik ”Fragen und Antworten” gab es zwei Anfragen zu Aufgaben, die aber unbeantwortet blieben. Die beiden verbleibenden aktiven Benutzer haben das Forum benutzt, um Vorschläge zur Verbesserung der AlgebraLU abzustimmen; im Fazit wünschen sie sich weniger Texte und mehr Aufgaben.

Das Thema Lerntagebuch wird noch einmal aufgegriffen. Die Schüler geben Beispiele für Einträge, die sie zu den Einheiten geschrieben haben. Die meisten Aussagen beschreiben Haltungen oder Wertungen zu bestimmten Teilen der Lerneinheit oder zu Aufgabenstellungen (”Das Spiel hat mir gefallen”, ”Den Text konnte ich nicht gut verstehen”, ”Es war schwer, ein Diagramm zu finden”, ”Gut war die Erklärung im Glossar”). Es gibt auch Beiträge übergreifender Art wie der Vorschlag, für die Lernumgebung einen Avatar[18] vorzusehen.

7. Unterrichtsstunde: Arbeit mit dem Graphen-Applet

In dieser Stunde wird die bereits individuell bearbeitete Lerneinheit 4.1.2 ”Formeln und Graphen” gemeinsam besprochen. Der Lehrer setzt einen Beamer ein und lässt Tabellen in der Projektion ausfüllen und andere interaktive Elemente wie das Graphenapplet vorführen. Die Berechnungen nach den gegebenen Zuordnungen und die Eintragungen in die Tabelle gelingen ohne erkennbare Probleme. Bei dem Applet zeigt sich, dass es für die Schüler sehr schwierig ist, Punkte eines Graphen mittels Maussteuerung mit der erforderlichen Genauigkeit einzutragen, um eine von der automatischen Auswertung anerkannte richtige Lösung zu erzielen, insbesondere dann, wenn ein Mauspad für die Steuerung Verwendung findet. Daraus können Schlüsse für Modifikationen des Graphenapplets gezogen werden. Die Darstellung 7.10 auf Seite 140 enthält bereits einen nachträglich eingefügten Schalter zur Erhöhung der Toleranz bei der Kontrolle der mittels Maus eingetragenen Punkte.

[18] Ein Avatar ist eine künstliche Person oder ein grafischer Stellvertreter einer echten Person in der virtuellen Welt , beispielsweise in einem Computerspiel (Wikipedia Online-Enzyklopädie)

8.4.7 Lernstand und Lerntagebuch-Notizen in K2

Aus dieser Lerngruppe liegen 22 zur Verfügung gestellte Notizensammlungen vor; 17 davon enthalten auch eine Lernstandsübersicht. Drei Schüler haben in dieser Übersicht dokumentiert, dass sie die 7 Lerneinheiten des 4. Kapitel vollständig bearbeitet haben, bei 9 Schülern liegt nur für die erste Lerneinheit eine Abschätzung des Lernerfolgs mit Werten von 75-100% vor. Fünf Schüler geben in der Übersicht zwischen 2 und 4 abgeschlossene Einheiten an, die aber in keinem Fall alle aufeinander folgen. Anmerkungen zum Einführungskapitel liegen nur von einem einzigen Schüler vor. Man kann also davon ausgehen, dass die meisten Schüler das Lerntagebuch höchstens in der gemeinsamen Unterrichtszeit zu Beginn des Versuchs systematisch geführt haben, als das Instrument thematisiert und in den Unterricht einbezogen wurde (siehe 1. und 5. Stunde). Die vorhandenen Notizen lassen sich durch Sammlung der Beiträge zu einzelnen Lerneinheiten nutzen. Problematisch dabei ist, dass die Schüler in der 2. Phase offenbar in einem größeren Maß individuell gearbeitet haben, während das Konzept eher gleichmäßige Phasen von individueller und gemeinsamer Arbeit vorsieht.

Die meisten der folgenden Aussagen zur ersten Lerneinheit des 4. Kapitels beziehen sich auf die Recherche-Aufgabe (siehe 2. Unterrichtsstunde).

	Lerneinheit 4.1.1 Tabellen und Graphen
Eindrücke	Zu viel zu lesen (4). Ich war aufgeregt, weil ich kein Beispiel für Zuordnungen im Internet gefunden habe (1). Das Spiel bzw. die Einheit hat mir gut gefallen (3). Freude über eine selbst gefundene Tabelle (1).
Probleme	Ein paar Fragen konnte ich nicht beantworten (1). Ich habe bei Google nichts gefunden (1). Wir haben keine Tageszeitung (4). Es war schwer, einen verständlichen Graphen bzw. ein Diagramm zu finden (3). Ich verstehe die Aufgabe nicht (1).
Lösungen	Mit Hilfe des Lexikons gelöst (1). Zu fachsprachlich geschrieben, aber den Zusammenhang versteht man sehr gut (1). Als ich gehört habe, dass auch Fußballtabellen dazu gehören, war alles ganz einfach (1). Der Partner hat geholfen (1). Wichtige Sachen zweimal lesen, dann geht es besser (2). Das Diagramm habe ich durch längeres Anschauen heraus bekommen (1). Nicht aufgegeben, schließlich eine Tabelle im Internet gefunden (2).

	Lerneinheit 4.1.2. Formeln und Graphen
Eindrücke	Zu viel zu lesen (1). Ganz großes Lob bzw. hat Spaß gemacht (2). Es war gut verständlich, weil es auch interaktive Aufgaben gab (2).
Probleme	Graphenapplet: Mausungenauigkeit wurde als Fehler gewertet (5). Ich habe das mit dem Haus nicht verstanden (1). Es war z.T. schwer, den Text zu verstehen (1).
Lösungen	Nach der Korrektur waren die Punkte im Graphenapplet richtig (1). Ich habe selbst alles auf Anhieb verstanden (1). Ein zweites Mal durchlesen hat geholfen (1).

Zur Lerneinheit 4.1.3. "Darstellungen verstehen und umwandeln" gibt es Notizen von 4 Schülern. Es werden unterschiedliche Aufgaben genannt, die jeweils nicht alleine verstanden wurden. Zur Lerneinheit 4.2.1. "Abhängigkeiten beschreiben" gibt es nur einen allgemeinen Hinweis auf schwierige Übungsaufgaben. Da fast alle Schüler ihre Notizen zu proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen zusammengefasst haben, übernimmt die nächste Tabelle dieses Vorgehen:

	Lerneinheiten 4.2.2 / 4.2.3 **Proportionale und antiproportionale Zuordnungen**
Eindrücke	Zu viel Text (3), Gut zu verstehen bzw. gute Beispiele (3)
Probleme	Die Aufgaben sind teilweise schwer (3). Es gab ungewohnte Begriffe (1). Zu schwieriger Text (4). Die Übungen waren nicht lösbar (1).
Lösungen	Die Aufgaben wurden schließlich gelöst (4). Eltern haben geholfen (1).

Es gibt noch weitere Notizen allgemeiner Art. Zwei Schüler berichten von Schwierigkeiten mit der verteilten CD-R (lange Dauer der Installation; einer scheint das System nicht installiert zu haben sondern die Einheiten direkt von der CD-R aufzurufen). Einige haben, wie des öfteren bereits zu den einzelnen Einheiten angemerkt, Schwierigkeiten beim individuellen Lesen die Texte zu verstehen. Einmal wird auch angesprochen, das man überflüssige Texte weglassen solle wie z.B. die Erläuterung des Wortes "Algebra". Man wünscht sich einfachere Texte, mehr Hilfen und einfachere Aufgaben. Als grundsätzlich vorteilhaft werden dagegen die interaktiven Bereiche empfunden.

8.4.8 Lernstand und Lerntagebuch-Notizen in K3

Aus der dritten Versuchsgruppe kommen 24 Notizensammlungen und Abschlussberichte. Die Lernstandsübersichten und Notizen aus einem Zeitraum von insgesamt 10 Tagen zeigen, dass zwar der Schwerpunkt der Beschäftigung beim 4. Kapitel gelegen hat, einzelne Schüler aber in eigener Regie auch Lerneinheiten aus anderen Kapiteln bearbeitet haben. So ist es in einigen Lerneinheiten beim individuellen Arbeiten der Schüler geblieben.

Die Auswertung der Notizen ergibt in vielen Punkten ein mit den Ergebnissen aus der Gruppe K2 übereinstimmendes Bild, so dass eine Auflistung im Einzelnen nicht sinnvoll erscheint. Die Übereinstimmung betrifft insbesondere die Haltung zu den Texten, die auch von den Schülern dieser Gruppe mehrheitlich als zu lang empfunden und in individuell unterschiedlichen Einheiten als zu kompliziert angesehen werden. Auf der anderen Seite werden mehrheitlich die Lernform prinzipiell als willkommene Abwechslung und die interaktiven Elemente als Lernhilfen begrüßt.

8.5 Antworten auf die Forschungsfragen

In diesem Abschnitt werden Folgerungen aus den erzielten Ergebnissen formuliert. Die zu Beginn des Kapitels aufgestellten Forschungsfragen sollen diese Darstellung leiten. Die Liste der Detailfragen lässt sich grob in drei Bereiche gliedern: Im ersten Teil bis zur Frage mit dem Kurztitel ”Eigenverantwortung” geht es um die gesetzten Ziele, die den Anlass zur Entwicklung der AlgebraLU gegeben haben. Der zweite Teil von ”Kontrollinstrumente” bis ”Gestaltung” befasst sich mit der Eignung der Lernumgebung und der entwickelten Instrumente. Im dritten Teil werden die angetroffenen äußeren Bedingungen angesprochen. Die Folgerungen sind in umgekehrter Reihenfolge strukturiert: Zunächst wird auf die Voraussetzungen und Bedingungen eingegangen, danach werden Einzelheiten des Umgangs mit der Lernumgebung thematisiert und schließlich werden die Fragen aufgegriffen, deren Beantwortung Fazitcharakter haben und die in die Beantwortung der beiden Grundfragen münden.

8.5.1 Bedingungen beim Einsatz der AlgebraLU

Die Erprobung fand in einer Situation statt, die man als typisch für ein gut ausgestattetes Gymnasium mit engagierten Lehrern ansehen kann. Es gab seitens Lehrern und Schülern die Bereitschaft, sich auf einen alternativen Unterrichtsansatz mit Beteiligung der *Neuen Medien* einzulassen. Sowohl in der Schule als auch bei den Schülern zu Hause konnte man auf die benötigten Geräte zurückgreifen. Fast allen Schülern gelang die Installation der AlgebraLU auf dem heimischen Computer und das System war flexibel genug, die Nutzung der Lerneinheiten notfalls auch ohne Installation direkt von der CD-ROM zuzulassen.[19]

Auf der anderen Seite gab es auch die typischen Einschränkungen: Ein beengendes 45-Minuten-Raster, in der Schule nur ein Computer für je zwei Schüler, räumlich und zeitlich eingeschränkte Verfügbarkeit der Geräte und technische Probleme beim ersten Umgang damit. Auf das Zeitraster ist es wohl auch zurückzuführen, dass es in der Gruppe K3 nach dem Auftreten der Probleme mit dem Funknetzwerk nur zu einer Heimnutzung der AlgebraLU gekommen ist, weil

[19] bei Entscheidung für die Papierform der Lerntagebuchnotizen

die Befürchtung bestand, zu viel Unterrichtszeit zu verlieren. Als ungünstig erwies sich auch der Ansatz, in den Gruppen K2 und K3 nach dem Einführungskapitel die ersten beiden Fachkapitel zu überspringen. Da die Lerneinheiten nicht nur inhaltlich, sondern auch bei der Entwicklung des aspektereichen Variablenbegriffs aufeinander aufbauen, gab es an einigen Stellen schwer zu überwindende Verständnisschwierigkeiten bei den Schülern. Das belegen Äußerungen in den Lerntagebuchnotizen aus den Gruppen K2 und K3.

Die von der AlgebraLU unterstützten Kommunikationsinstrumente wie Email und Forennutzung hatten in den vorliegenden Situationen nur eine geringe Bedeutung. Zum einen traf man sich regelmäßig in der Schule und die Schüler mit einem hohen Bedürfnis nach außerschulischer Kommunikation (vgl. Befragung in der Gruppe K1) haben ihre sonst üblichen Methoden (private Treffen, Telefon, SMS) bevorzugt. Der selbst initiierte Versuch in der Gruppe K2, ein Forum einzurichten, traf nicht auf genügend Beteiligung seitens der anderen Gruppenmitglieder. Viele sind zwar bereits mit Instrumenten wie Chat und Forum vertraut, verbinden dies aber mit Freizeit und nicht mit schulischer Arbeit. Falls die AlgebraLU in einer anderen Situation, z.B. von einer klassenübergreifenden Lerngruppe genutzt werden sollte, könnten die computergestützten Kommunikationsformen eine größere Wichtigkeit erlangen. Dann müsste man den Umgang mit Forum, Email und Chat auf jeden Fall während gemeinsamer Sitzungen der Lerngruppe thematisieren und gezielt auf die Inhalte einer dort geführten Kommunikation eingehen, ansonsten würde sich im Forum eher ein ”Freizeitverhalten” durchsetzen, das durch unverbindliche Unterhaltungen gekennzeichnet ist. So waren die wenigen beobachteten Kommunikationsversuche dadurch gekennzeichnet, dass man Statements ausgetauscht hat und auf gestellte Fragen gegenseitig nicht eingegangen ist.

8.5.2 Eignung der AlgebraLU und ihrer Bestandteile

Es gehört zum Konzept des Lernens mit der AlgebraLU, dass es Phasen gibt, in denen sich die Schüler selbstständig mathematische Inhalte aneignen. Die Schüler sollten dabei selbst beurteilen können, ob ihre Bemühungen erfolgreich waren. Wie die Lernstandsübersichten zeigen, haben die Teilnehmer der Gruppe K1 für alle Lerneinheiten Abschätzungen für ihren Lernerfolg eingetragen. In den Gruppen K2 und K3, deren Lernen in geringerem Maße durch Gruppenunterricht begleitet wurde, fanden sich Lücken in der Lernstandsübersicht und dokumentierte unterschiedliche bearbeitete Lerneinheiten.

Wie bei der Analyse der Daten dargestellt wurde, haben Schüler verschiedene Strategien angewandt, um zu einer Selbstbewertung zu gelangen. Als gemeinsames Merkmal wurde den Ergebnissen der interaktiven Übungen der größte Stellenwert beigemessen. Das passt zu den Hinweisen aus allen Lerngruppen, insbesondere aus der Befragung der Gruppe K1, dass man sich mehr interaktive Übungen wünsche. Erfolg oder Schwierigkeiten bei den anspruchsvolleren schriftlichen Übungen haben die Wertung bei den meisten Schülern der Gruppe K1 ebenfalls beeinflusst; nur wenige Schüler haben sich allein auf ihren Eindruck beim Lesen der Texte verlassen.

Das Lerntagebuch hat trotz unterschiedlichem Nutzungsgrad in keiner Gruppe die Rolle gespielt, die ihm vom Konzept zugedacht war. Dafür ist eine Reihe von Gründen erkennbar:

- Sowohl die Schüler als auch die Lehrer sind den Umgang mit einem solchen Instrument nicht gewohnt.
- Das Lerntagebuch wurde zwar im Unterricht thematisiert aber eher selten ein direkter Bezug zu konkreten Eintragungen hergestellt.
- Es gab Schüler, die die Notizen eher als eine lästige Pflicht empfanden, ohne einen großen Nutzen zu erkennen, bzw. die nicht wussten, was sie in das Lerntagebuch eintragen sollten.
- Die Dauer der Erprobung war zu kurz, um Vorteile zu erkennen, die sich nur langfristig offenbaren.

Die Schlussfolgerung ist nicht, auf ein Lerntagebuch zu verzichten. Es ist eher anzustreben, nicht nur den Fachinhalten, sondern auch den Lernprozessen zusammen mit den Schülern zukünftig mehr Beachtung zu schenken und dafür ein solches Werkzeug zu benutzen. Dazu gehört eine langfristige und konsequente Nutzung mit einem Unterricht, der regelmäßig auf die Eintragungen Bezug nimmt.

Im Allgemeinen haben die interaktiven Darstellungen und Übungen in Form von Formularen, veränderlichen Grafiken und Applets die ihnen zugedachte Rolle gespielt. Dafür sprechen die Beobachtungen beim Umgang mit diesen Elementen, die Aussagen in der Befragung (K1) und die Ergebnisse beim Lernerfolg. Eine besonders hohe Akzeptanz haben die interaktiven Übungen erfahren und es bestand ein weit verbreiteter Wunsch nach einer Erhöhung ihrer Anzahl. Insbesondere die Applets zur Übung mathematischer Verfahrensweisen wie beispielsweise zur Formelumstellung haben die meisten Schüler gerne benutzt und damit Lernerfolge erzielt. Auch die Darstellungsapplets wie das Füllhöhenapplet haben den meisten Schülern geholfen sich selbstständig mit dem Variablenbegriff vertraut zu machen. Bei der Präsentation von Erkenntnissen und Ergebnissen haben Schüler vor allem die Darstellungsapplets genutzt, wenn während der Unterrichtsstunde die technische Möglichkeit dazu bestand.

Die schriftlichen Übungen wurden mit ihrem höheren Anspruch zwar als angemessen betrachtet (K1), man schätzte jedoch nicht den relativ hohen Zeitaufwand zu ihrer Bearbeitung. Diese Situation könnte sich nur in einem längerfristig angelegten Unterricht mit der AlgebraLU verbessern, wenn mehr Gelegenheit bestünde, die Arbeitsprodukte der Schüler zu würdigen und Lernerfolge erfahrbar zu machen.

Es gab auch interaktive Elemente, die einer größeren Zahl von Schülern keinen unmittelbaren individuellen Zugang zur Erarbeitung der mathematischen Inhalte bieten konnten. Als ein Beispiel ist hier wieder das später beliebte Formelumstellungsapplet zu nennen, das von den meisten Schülern erst nach einer gemeinsamen durchgeführten Beispielnutzung verstanden wurde (K1). Vermutlich würden in solchen Fällen überarbeitete Erläuterungstexte wenig Nutzen bringen, da die Schüler dazu neigen, Anleitungstexte zu übergehen und interaktive Bereiche vorwiegend experimentell zu erkunden. In solchen Fällen könnte ein aufrufbarer Demonstrationsmodus eher Gewinn versprechend sein. Manchmal sind es auch Kleinigkeiten, die Schüler dazu bringen, ein Instrument wenig einzusetzen oder abzulehnen. Im Falle der Applets zum kontrollierten Zeichnen von Graphen hat die zu geringe Toleranz bei der Kontrolle in Verbindung mit nur mühsam zu handhabenden "Mauspads" in den Laptops zu vermeintlich falschen Bewertungen und bei manchen Schülern zu Frustrationen geführt (K2). Trotz der Vorsorgemaßnahmen durch die nicht kumulative Punktezählung bei der Nachbesserung in einer interaktiven Übungen sind einige Schüler den bekannten Gefahren erlegen, indem sie auf ein Versuch- und Irrtumverfahren bei Multiple-Choice-Aufgaben zurückgefallen sind, nachdem scheinbar richtige Antworten nicht zur vollen Punktzahl geführt haben. Es ist also wichtig im gemeinsamen Unterricht auch die individuellen Arbeitsweisen beim selbstständigen Lernen zu thematisieren und mögliche Alternativen aufzuzeigen.

Ansonsten waren beim Umgang mit dem Hypermedia-System keine Schwierigkeiten grundsätzlicher Art festzustellen; fast alle Schüler hatten Vorerfahrungen bei der Computernutzung, die Mehrheit sogar mit Lernprogrammen. Die Navigation innerhalb der AlgebraLU und innerhalb der Lerneinheiten bereitete den Schülern keine erkennbaren Probleme. Abschweifungen wurden bis auf eine Ausnahme nicht beobachtet, obwohl die Bereiche mit Zusatzinformationen gelegentlich auch Verknüpfungen in das Internet beinhalten. Das Layout der AlgebraLU mit den Hauptmerkmalen Schrift, Farben, Anordnung und Struktur der Inhalte wurde mehrheitlich positiv aufgenommen. Das gilt inhaltlich nicht für die Informationstexte, die den meisten Schüler aus allen Gruppen als zu lang und in Teilen als zu schwierig erschienen. Sowohl in den Lerntagebuchnotizen und der Befragung als auch in Gesprächen manifestierte sich eine Erwartungshaltung, die Schüler gegenüber mathematischen Texten hegen: Diese sind kurz, kommen ohne Umschweife zur Sache und enthalten viele Rechenaufgaben. Dass die üblichen Mathematikbücher weder zum selbstständigen Lernen vorgesehen noch geeignet sind, war von vornherein nur wenigen Schülern deutlich.

Einerseits kann man in einem Selbstlernprojekt nicht auf ausführliche Text verzichten, andererseits könnten lange Texte einige Schüler davon abhalten, sich auf einen anderen Unterricht einzulassen. Im Rückgriff auf das Konzept von MathePrisma, Lerneinheiten in knapper Form auf einem Hauptpfad zu präsentieren und in Unterpfaden auf die mathematischen Hintergründe einzugehen, könnte ein Kompromiss gefunden werden. So könnte man sich in den Lerneinheiten der AlgebraLU auf eine optisch knappe Darstellung beschränken und deutlich sichtbare Markierungen zu ausführlicheren Texten anbringen, die in Zusatzfenstern erscheinen. So könnte man z.B. die Nutzung eines interaktiven Elements nur denjenigen erklären, die diese Information anfordern, ähnlich wie das bereits in der vorliegenden Version bei den optionalen Lösungshinweisen aussieht.

Die Schülermeinungen zu den einzelnen Lerneinheiten folgten in gewisser Weise auch dieser Grundhaltung. So wurde das nichtmathematische Einführungskapitel eher als überflüssig betrachtet und eine Lehrererklärung erwartet und den textlastigen Abschnitt mit den historischen Hintergründen fand man in dieser Altersgruppe weniger interessant als die "handfesten" Lerneinheiten zur Umstellung von Formeln. Dagegen hat der Versuch, alle Inhalte mit für die Schüler interessanten Anwendungen zu verknüpfen, eher die Zustimmung der Schüler gefunden.

8.5.3 Grad des Erreichens der grundlegenden Zielsetzungen

Im dritten Kapitel wurde begründet, dass erfolgreiches Anwenden von Mathematik die Fähigkeit des Mathematisierens voraussetzt und dass der Grundstein dazu im Unterricht in elementarer Algebra gelegt werden muss. Wie zu Beginn dieses Kapitels noch einmal aufgegriffen, orientierten sich die Zielsetzungen der Kursentwicklung an Winters Lernzielen des Mathematikunterrichts und den daran geknüpften Bedingungen zur Gestaltung dieses Unterrichts. Anhand der dargestellten Ergebnisse aus Beobachtung und Befragung darf man in der Gruppe K1[20] davon ausgehen, dass die ausgewählten Anwendungsbeispiele zum großen Teil für die Schüler beziehungshaltige Situationen dargestellt haben, auch wenn individuelle Unterschiede bestanden. Das größte Interesse zeigten die Schüler der Gruppe K1 dabei an erfundenen Situationen mit Rätselcharakter, die nicht auf echten Anwendungen beruhten.

Die interaktiven Übungen waren zwar allgemein beliebt, doch gerade hier verfielen viele Schülern nach partiellen Misserfolgen in eine Strategie des Ausprobierens von möglichen Antworten. Sie wurden auch durch die Aufgaben angesprochen, in denen eigene Kreativität gefragt war und im Unterricht haben sie verständliche sprachliche und formale Darstellungen präsentiert und sinnvoll begründet. Es gab aber auch schriftliche Aufgaben mit Mathematisierungshintergrund, die manchen Schülern als zu schwierig und zeitaufwändig erschienen. Wie in der Klassenarbeit und bei der Beobachtung festgestellt wurde, erzielten aber alle Schüler in derartigen Aufgaben mittleren Schwierigkeitsgrads zumindest Teilerfolge. Dass das Lernen für die meisten Schüler im Rahmen ihrer Möglichkeiten insgesamt erfolgreich war, haben u.a. die Ergebnisse der Klassenarbeit erwiesen.

Für die Gruppen K2 und K3 lassen sich in dieser Form keine Ergebnisse darstellen, da es keinen hinreichend langen Unterricht gegeben hat, der nach dem entwickelten Konzept abgehalten worden ist. Es lassen sich lediglich die Beobachtungen aus Unterrichtsstunden in der Gruppe K2 heranziehen, um festzustellen, dass der Umgang mit offenen Aufgaben viele Schüler angesprochen hat, die damit auch erfolgreich waren, dass sich aber einige auch überfordert fühlten oder sich auf die ungewohnte Form nicht einlassen wollten. In allen Gruppen war es darüber hinaus - abgesehen von Schülern, die an internationalen Mathematikwettbewerben teilnehmen - eine eher ungewohnte Unterrichtssituation, dass nicht der Lehrer die Inhalte vorträgt oder im Unterrichtsgespräch entwickeln lässt, sondern dass sie phasenweise selbstständig und eigenverantwortlich an den Materialien arbeiten. Soweit bei Schülern dagegen ein Vorbehalt besteht, ist nur langfristig mit einer Änderung der Einstellung zu rechnen, wenn sie mit einer solchen Unterrichtsform Erfolge erlebt haben.

Als Fazit kann man für die Gruppe K1 aussagen, dass die Schüler im Rahmen des ersten Fachkapitels mit der Lernumgebung erfolgreich Grundlagen der elementaren Algebra erlernen konnten, wobei es Phasen des eigenständigen Erarbeitens von mathematischen Inhalten gegeben hat. Das Ziel, den Schülern selbst gesteuertes selbst verantwortetes Lernen zu ermöglichen, kann nur in einem zeitlich weniger begrenzten Rahmen mit größeren Freiräumen erreicht werden. Schüler brauchen mehr Zeit, um sich an andere Lernformen und -medien und vor allem daran zu

[20] sofern nicht anders angegeben beziehen sich alle folgenden Aussagen auf diese Gruppe

gewöhnen, dass ihnen mehr Selbstständigkeit und Verantwortung für den eigenen Lernprozess eingeräumt wird. Dazu gehört auch der Mut, ihnen eigenständige Erfolge zuzutrauen. Die erzielten Ergebnisse ermutigen zum Ausbau und zur weiteren Erprobung des entwickelten Systems im Algebraunterricht.

Kapitel 9

Konsequenzen aus der Erprobung

Im abschließenden Kapitel werden erste Überlegungen zu Modifikationen an Darstellungsformen, Inhalten und Einsatzkonzepten der AlgebraLU angestellt. Außerdem soll ein Ausblick auf den möglichen weiteren Verlauf des Projekts gegeben werden.

9.1 Modifikation der Darstellungsformen

Für die überwiegende Mehrheit der Schüler aus allen Gruppen haben umfangreich erscheinende Texte offenbar ein Hemmnis für das selbstständige Lernen von mathematischen Inhalten dargestellt, auch wenn in der Reflexion klar wurde, dass dafür angelegte Texte nicht nur aus knappen Formulierungen, Formeln, Bildern und Aufgaben bestehen können. Eine häufig vorkommende Strategie, die auch in Lerntagebucheintragungen beschrieben wurde, bestand darin, einen Teil der Texte einfach nicht zu lesen und sich gleich mit den interaktiven Bereichen zu beschäftigen. Da dann in manchen Fällen Informationen fehlten, gingen Schüler mitunter zu einem unangemessenen Verfahren mit ”Versuch und Irrtum” über. Das Problem wird durch den Vergleich mit herkömmlichen Schulbüchern zum Mathematikunterricht verstärkt, die trotz der anderen Einsatzform bei den Schülern eine Erwartungshaltung erzeugen, wie Texte zum Lernen von Mathematik auszusehen haben. Ebenso bedeutsam ist die Tatsache, dass Lesen am Bildschirm selbst geübten Lesern eine höhere Konzentration abverlangt und mehr Zeit benötigt als das Lesen gleichlanger Texte in gedruckter Form (vgl. Nielsen, 1997). Das kann auch durch ein lesefreundliches Layout nicht völlig verhindert werden.

Daraus sollte im vorliegenden Fall nicht der Schluss gezogen werden, die Texte auf plakative Ausführungen zu verknappen, da sich die Schüler dann ebenfalls nicht die benötigten Informationen anlesen können. Ein Lösungsansatz besteht einerseits darin, das Thema Textgestaltung und Leseverhalten mit dem Kurs möglichst zu Beginn zu thematisieren, um die Haltung zu den ungewohnten mathematischen Texten positiv zu beeinflussen. Bei einem längerfristig angelegten Projekt mit Phasen der selbstständigen Erarbeitung von Inhalten und erlebten Lernerfolgen besteht dann die Chance, dass sich Schüler auch im Mathematikunterricht an die Arbeit mit Texten gewöhnen. Andererseits lässt sich auch die Darbietung der Inhalte noch verbessern, indem noch konsequenter als in der vorgelegten Form zwischen Grund- und Erweiterungsinformationen unterschieden wird. Das hätte zur Folge, dass die Lerneinheiten zunächst knapper gefasst und übersichtlicher erschienen; dennoch aber alle wesentlichen Informationen noch enthielten. So weit wie bei *MathePrisma*, nämlich der Trennung in Haupt- und Nebenpfade[1] soll die Auftrennung aber nicht gehen, weil Inhalte des Nebenpfades u.U. völlig unbeachtet blieben oder die Probleme damit nur verlagert werden würden. Eine andere Technik von *MathePrisma* kann dagegen nutzbringend Verwendung finden, nämlich die Auslagerung von Inhalten auf zunächst unsichtbare Overlays[2], die erst über eine Verknüpfung aufgerufen und angezeigt werden. Ein solches Overlay in der Form eines rechteckigen Rahmens schiebt sich von links ins Bild und verdeckt dann temporär einen Teil der Lerneinheit. Nach dem Lesen wird der Rahmen durch einen zugehörigen Schalter wieder zum Verschwinden gebracht. Im Unterschied zu denen von *MathePrisma* haben die neu eingebauten[3] Overlays die zusätzliche Eigenschaft, dass sie sich auf dem Bildschirm beliebig mit der Maus verschieben lassen. In einer überarbeiteten Fassung der AlgebraLU sollen die Layer mehrere Aufgaben erfüllen:

- Ausblenden von Detailinformationen im Haupttext, die nicht jeder Schüler braucht.
- Verbergen von Informationen, die erst im Zusammenhang mit aufkommenden Problemen, Fragen oder in bestimmten Zusammenhängen wichtig werden.
- Schlanke Darstellung von Vertiefungsbereichen, deren Bearbeitung für die Schüler optional ist.

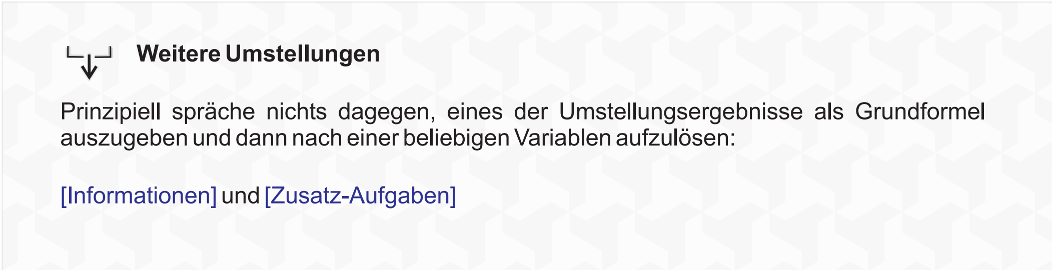
In jedem Fall wird dafür gesorgt, dass eine Lerneinheit optisch weniger umfangreich erscheint und dass auf der HTML-Seite der Einheit weniger gerollt werden muss. Die Fußnoten im Text und die weißen Infobereiche könnten durch die Layer ersetzt werden und gänzlich entfallen. Damit würde sich die Navigation vereinfachen, denn der Sprung zum Ende der Einheit und der Rücksprung zum Ausgangspunkt könnte unterbleiben. Die bisher auf Zusatzfenster ausgelagerten Ergänzungen wie Lösungshinweise, Lösungen und alternative Erklärungsmuster sollen dagegen in der bisherigen Form erhalten bleiben, auch um den andersartigen Charakter dieser Informationen zu betonen.

---

[1] mit anderen Zielsetzungen: Das Angebot richtet sich zwar in erster Linie an Schüler, jedoch nicht an eine geschlossene Lerngruppe

[2] auch Layer genannt, nicht zu verwechseln mit einem proprietär von Browsern der Netscape-Familie verwendeten HTML-Objekt

[3] Zum Einsatz kommen modifizierte Javaskripte von *MathePrisma*. Die Verschiebbarkeit der Layer beruht auf der *Drag&Drop* DHTML-Bibliothek von Walter Zorn (im Internet: www.walterzorn.de, wz_dragdrop.js), die die einheitliche Programmierung von dynamischen HTML-Seiten für die gängigen Browser ermöglicht.


Weitere Umstellungen

Prinzipiell spräche nichts dagegen, eines der Umstellungsergebnisse als Grundformel auszugeben und dann nach einer beliebigen Variablen aufzulösen:

[Informationen] und [Zusatz-Aufgaben]

Abbildung 9.1: Mit einem Symbol gekennzeichneter Vertiefungsbereich am Ende der Lerneinheit 2.3.5 (Formelumstellung) mit Verknüpfungen zu Informationen und Aufgaben. Die zusätzlichen Texte und Aufgaben erscheinen nach dem Anklicken auf eingeblendeten Overlays.

Ein anderer Aspekt ist die Komplexität der Sprache. Die von den Schülern in der Mittelstufe üblicherweise gelesenen Texte sind nicht zu kompliziert strukturiert und bedienen sich keiner elaborierten Fachsprache. Obwohl dies bei der Gestaltung der Lerneinheiten beachtet wurde, lohnt sich in dieser Hinsicht eine kritische Durchsicht der Darstellungen, insbesondere der Abschnitte, zu denen entsprechende Schüleranmerkungen vorliegen.

Die Abbildung 9.2 auf der nächsten Seite demonstriert die Umsetzung der angeführten Maßnahmen für die Lerneinheit 2.3.5 zur Formelumstellung. Diese Lerneinheit wurde ausgewählt, weil viele Schüler dazu ausgesagt hatten, dass sie das Applet zur Formelumstellung alleine nicht verständlich fanden, sich aber nach der gemeinsamen Arbeit in der Gruppe gerne damit beschäftigt haben. Daher wurde das Applet um einen Vorführmodus bereichert, der Anleitungstext stark überarbeitet, außerdem Zusatzinformationen auf einen Layer verlagert. Vertiefende Überlegungen zu Formelumstellungen wurden außerdem an den Schluss der Einheit verlagert und durch ein neu eingesetztes Symbol ausdrücklich als optional bzw. vertiefend gekennzeichnet. Dieser Optionalbereich verstärkt nun auch nicht mehr den Eindruck einer wegen ihrer Fülle schwer zu bewältigen Lerneinheit, denn die ergänzenden Informationen und Aufgaben werden erst auf Anforderung auf ihren Layern eingeblendet. Der Umbau der Einheit hat ebenfalls gezeigt, dass die auch von *MathePrisma* bekannten technischen Schwierigkeiten[4] bei der Verbindung von Applets und Layern zu bewältigen sind. Die Layer-Verwendung hat übrigens zu einem vierten Verknüpfungstyp geführt (siehe 7.3.2 auf Seite 131), der für die Schüler durch den in eckigen Klammern eingeschlossenen Verknüpfungstext - in der üblichen Blaufärbung - erkennbar ist. Entsprechende Hinweise sind in den Text des Einführungskapitels aufzunehmen.

[4] In allen Browsern wird ein gesetzter Tiefenindex (z-Index) von Java-Applets ignoriert, was dazu führt, dass ein vorhandenes Applet einen in der Nähe erscheinenden Layer verdeckt. Die Lösung: Man setzt das Applet ebenfalls auf einen Layer und blendet diesen aus, wenn in der Nähe ein anderer Layer eingeblendet wird.

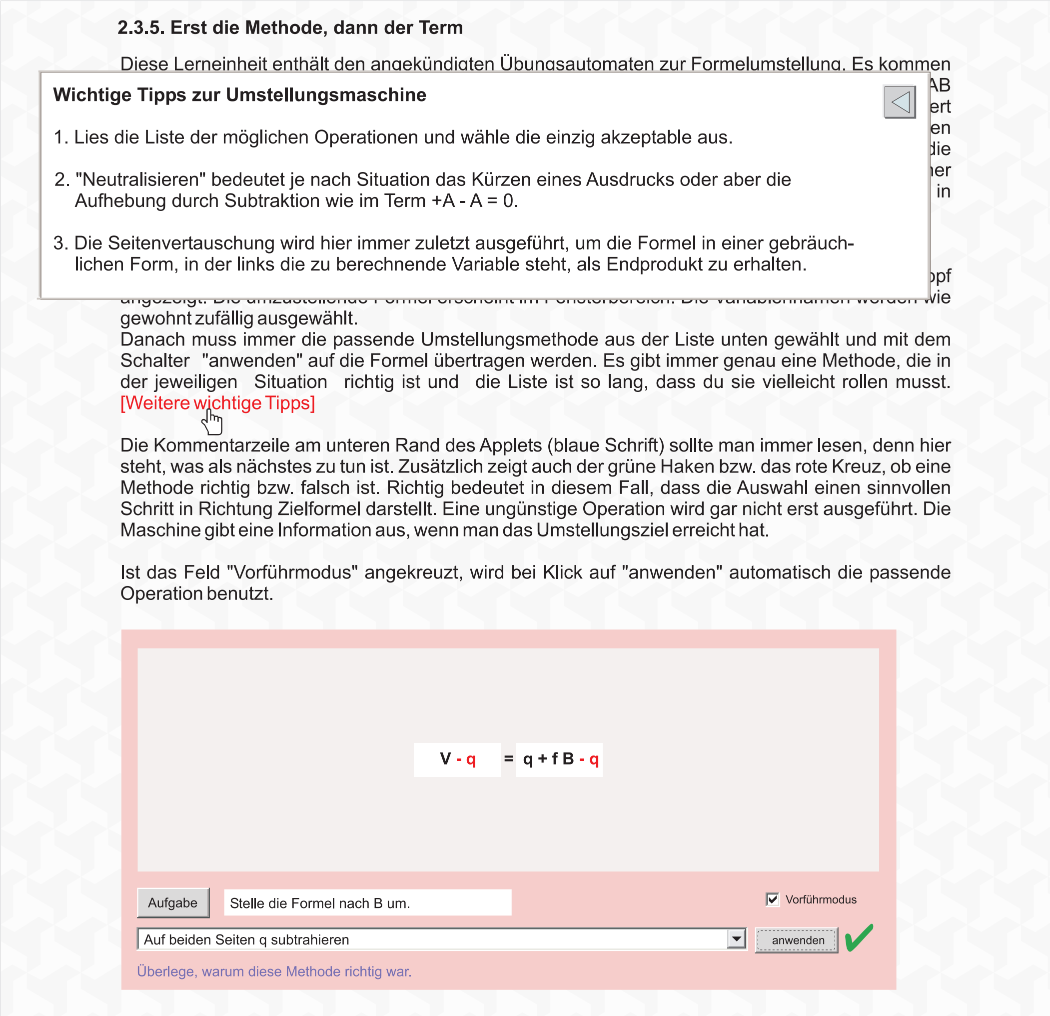


Abbildung 9.2: Der Ausschnitt zeigt einen großen Teil der modifizierten Lerneinheit 2.3.5 zur Formelumstellung. Neben dem um den Vorführmodus bereicherten Übungsapplet sieht man einen durch Anklicken der Verknüpfung ”Weitere wichtige Tipps” eingeblendeten Zusatztext, der sich von links über den Basistext geschoben hat. Dieses Overlay lässt sich über den Pfeilschalter wieder einziehen.

Das gewählte Beispiel weist also den Weg wie die Lerneinheiten im Sinne der Schüler überarbeitet werden können, ohne die grundlegenden Konzepte für das selbstständige Lernen aufzugeben. Entsprechende Modifikationen sind auch für das Einführungskapitel der Algebra-LU vorstellbar. Auch darin ließen sich einige Informationen zunächst ausblenden, insbesondere solche, die nicht für alle Lerngruppen gleichermaßen wichtig sind. Dazu gehören beispielsweise die Hinweise zur Emailkommunikation, die in Gruppen mit täglichen Treffen weniger relevant sind. Den in den Untersuchungsgruppen gelegentlich geäußerten Schülerwunsch, die Modalitäten des Kurses durch den Lehrer erläutern zu lassen und auf das Einführungskapitel ganz zu verzichten, sollte man dagegen nicht erfüllen, da sich hier die Möglichkeit bietet, die Schüler gleich zu Beginn an eine größere Selbstverantwortung und Selbstständigkeit beim Lernprozess heranzuführen.

9.2 Konzeptgemäßen Kursverlauf sicherstellen

Wie schon bei anderen Projekten erkannt (vgl. 5.2.4 auf Seite 96), kommt es manchmal durch Ausstattungsdefizite, häufiger und gewichtiger aber durch Abweichungen von der Kurskonzeption dazu, dass weder die beabsichtigte Wirkung erzielt, noch die Wirksamkeit der geplanten Maßnahmen beurteilt werden kann. Solche Effekte haben sich partiell auch bei der Erprobung der AlgebraLU eingestellt. Sie lassen sich durch die folgenden Schlüsse charakterisieren:

– Das Einführungskapitel wurde zwar von zwei Gruppen bearbeitet, für die Besprechung der grundlegenden Konzepte gab es jedoch relativ wenig Zeit. Es bestand die Neigung möglichst rasch zu den mathematischen Inhalten zu kommen.

– Die Lerntagebuchnotizen der Schüler wurden seltener als erwartet in die Phasen der gemeinsamen Arbeit eingebracht. Es ist also nachvollziehbar, wenn die Schüler dem Instrument eine geringe Bedeutung beimessen.

– In den Gruppen K2 und K3 gab es abschnittsweise bzw. vollständig keine Synchronisierung der individuellen Arbeit an den Lerneinheiten mit dem Lernfortschritt der Schüler als Gruppe. Das lässt sich einerseits an der zu knapp bemessenen Zeit und andererseits daran erkennen, dass Schüler unterschiedliche Lerneinheiten bearbeitet haben.

– Der Ansatz in den Gruppen K2 und K3, zwei Kurskapitel zu überspringen, hat sich als eher ungünstig erwiesen, da die Schüler die bereits behandelten Themen nicht immer mit den Konzepten in Einklang bringen konnten, auf die sie dann unvermittelt im vierten Kapitel gestoßen sind. Es fehlten ihnen vor allem die schrittweise Einführung in Mathematisierungsprozesse und die Erarbeitung der unterschiedlichen Variablenaspekte aus den vorhergehenden mathematischen Kapiteln.

Diese Punkte ließen sich eventuell durch eine vor Kursbeginn durchgeführte schulinterne Lehrerfortbildung verbessern, die auf den Informationen aus dem Einführungskapitel beruht und darüber hinaus mit den lokalen technischen Gegebenheiten vertraut macht. Eine solche Veranstaltung hat es im größeren Rahmen beispielsweise beim Schulversuch *Abitur-Online* gegeben und zum positiven Fazit der Evaluation des Projekts beigetragen.

Es spricht nichts gegen die Nutzung von einzelnen Darstellungs- und Übungsapplets für den konventionellen Unterricht[5], sei es als Mittel zur Demonstration oder zur individuellen Erkundung eines Sachverhalts. Aber nur eine längerfristige Anlage eines Projekts kann bei den

[5] wie von Schülern und Lehrern gewünscht

Schülern zu einer nachhaltigen Veränderung ihrer Arbeitsweisen und Lernmethoden und zur Benutzung bisher ungewohnter Instrumente führen. Bezogen auf die AlgebraLU müssten also längere Unterrichtsabschnitte mit dem System gestaltet werden, um verlässliche Antworten auf entsprechende Fragestellungen zu erhalten.

9.3 Weitere Untersuchungen und Modifikationen

Nach einer Überarbeitung der Darstellungen wie im ersten Abschnitt des Kapitels ausgeführt, wird angestrebt, einen weiteren Erprobungskurs mit der AlgebraLU in einer Lerngruppe zu initiieren. Die Erprobung soll möglichst alle vorhandenen Kapitel und genügend Unterrichtszeit umfassen. Wünschenswert ist dabei ein Aufbrechen des zu engen 45-Minuten-Zeitrasters. Ideal wären Unterrichtsabschnitte die mehrere Stunden einschließen, um zeitnahe Phasen des individuellen und gemeinsamen Lernens zu ermöglichen; jedoch wären bereits Doppelstunden ein Gewinn. Mit der begleitenden Untersuchung soll festgestellt werden, ob erkannte Schwächen des Systems durch die verändernden Maßnahmen positiv beeinflusst werden. Ein weiterer Schwerpunkt soll auf der Beobachtung von Mathematisierungsprozessen liegen, die Ergebnisse selbstständiger Schülerarbeit sind.

Längerfristig sind weitere Modifikationen der AlgebraLU denkbar, die die Flexibilität des Systems verbessern sollen und die größeren Programmieraufwand erfordern:

- Das System wird von Einzel- auf Mehrfachnutzerbetrieb ausgebaut. Das könnte so aussehen, dass die Lernumgebung nur einmal auf einem Server vorhanden ist. Die AlgebraLU stünde dann einschließlich der persönlichen Datenbank jedem Nutzer nach individueller Anmeldung zur Verfügung. Ein ortsunabhängiger Zugang zu diesem Server hätte den Vorteil, dass die Schüler bei Internetanbindung von zu Hause oder von der Schule aus auf ihre Notizen zugreifen könnten.
- Es werden Werkzeuge entwickelt[6], die es Lehrern ermöglichen, eigene Aufgaben, Lösungen und Projekte, einschließlich zugehöriger Grafiken in das System einzubinden.

Falls sich die ermutigenden Teilergebnisse, die beim konzeptgemäßen Einsatz der AlgebraLU festgestellt wurden, in weiteren Untersuchungen bestätigen und auf langfristig erfolgreicheres Mathematisieren ausweiten ließen, wäre eine Erweiterung der Kursthemen ebenfalls zu erwägen.

[6] auch Autorentools genannt

Literaturverzeichnis

Alten et al.: 4000 Jahre Algebra – Geschichte, Kulturen, Menschen. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005, ISBN 3–540–43554–9

Artelt et al. (Hrsg.): OECD PISA 2000 – Zusammenfassung zentraler Befunde. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, 2001

Ballin, Dieter/Brater, Michael: Handlungsorientiert lernen mit Multimedia – Lernarrangements planen, entwickeln und einsetzen. Nürnberg: Verlag Bildung und Wissen, 1996, ISBN 3–8214–7016–X

Bauer, Wolfgang: Multimedia in der Schule? In **Issing, Ludwig J. (Hrsg.):** Information und Lernen mit Multimedia. 2. Auflage. Weinheim: Beltz, 1997, ISBN 3–621–27374–3, S. 377–399

Baumert, Jürgen; Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin/Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften, Kiel/Humboldt-Universität Berlin (Hrsg.): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich – Zusammenfassung deskriptiver Ergebnisse. Berlin: IEA TIMSS Germany, 1997

Baumert, Jürgen et al. (Hrsg.): Testaufgaben Mathematik TIMSS 7./8. Klasse (Population 2). Band 60, Materialien aus der Bildungsforschung. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, 1998, ISBN 3–87985–065–8

Baumert et al.; Deutsches PISA-Konsortium/OECD (Hrsg.): Schülerleistungen im internationalen Vergleich – Eine neue Rahmenkonzeption für die Erfassung von Wissen und Fähigkeiten. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, 2000, ISBN 3–87985–078–X

Baumert et al. (Hrsg.): PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich, 2001, ISBN 3–8100–3344–8

BLK (Hrsg.): Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts". Band 60, Bonn: Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung, 1997, ISBN 3–9806109–0–X

Böhringer, Joachim et al.: Kompendium der Mediengestaltung für Digital- und Printmedien. 2. Auflage. Berlin Heidelberg New York: Springer, 2003, ISBN 3–540–43558–1

Bortz, Jürgen/Döring, Nicola: Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler. 3. Auflage. Berlin Heidelberg: Springer, 2002, ISBN 3–540–41940–3

Bruner, Jerome S.; Loch, Werner (Hrsg.): Der Prozeß der Erziehung. Band 4, Sprache und Lernen. 3. Auflage. Berlin: Berlin Verlag, 1970, ISBN 3–7895–0122–0

Büchter, Andreas/Preussler, Annabell/Schulz-Zander, Renate: Zusammenfassung der zentralen Ergebnisse der projektspezifischen Evaluation des BLK-Modellversuchs „Selbstlernen in der gymnasialen Oberstufe - Mathematik (SelMa)". Dortmund: Institut für Schulentwicklungsforschung, Universität Dortmund, 2002

Dick, Egon: Multimediale Lernprogramme und telematische Lernarrangements – Einführung in die didaktische Gestaltung. Nürnberg: BW Bildung und Wissen, 2000, ISBN 3–8214–7019–4

Dörr, Günter/Strittmatter, Peter: Multimedia aus pädagogischer Sicht. In **Issing, Ludwig J./ Klimsa, Paul (Hrsg.):** Information und Lernen mit Multimedia. Weinheim: Beltz, 1995, ISBN 3–621–27306–9, S. 30

Fichtner-Gade, Petra/Moegling, Klaus/Stamm, Reinhard: Didaktisch-methodische Prinzipien selbstständigen Lernens in der Sekundarstufe I: Selbsttätigkeit, Selbsterfahrung und Selbststeuerung. In **Moegling, Klaus (Hrsg.):** Didaktik selbstständigen Lernens – Grundlegung und Modelle für die Sekundarstufen I und II. Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt, 2004, ISBN 3–7815–1370–X, S. 44–59

Fischer, Roland/Malle, Günther; Knoche, N./Scheid, H. (Hrsg.): Mensch und Mathematik – Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. Band 1, Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik. Mannheim, Wien, Zürich: B.I.-Wissenschaftsverlag, 1985, ISBN 3–411–03117–4

Frerich, Alwin et al.; Landesinstitut für Schule und Weiterbildung (Hrsg.): Lernen mit Neuen Medien 2000 – Software-Ratgeber für die Sekundarstufe I/II. 1. Auflage. Bönen: Druckverlag Kettler, 2000

Freudenthal, Hans; Coers, Helmut/Engel, Arthur (Hrsg.): Mathematik als pädagogische Aufgabe. 1. Auflage. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 1973, ISBN 3–12–983220–3

Gallin, Peter/Ruf, Urs: Sprache und Mathematik in der Schule – Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Seelze-Velber: Kallmeyer'sche Verlagsbuchhandlung, 1998, ISBN 3–7800–2014–9

Gallin, Peter/Ruf, Urs: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen, 2. Auflage. Seelze-Velber: Kallmeyer'sche Verlagsbuchhandlung, 2003, ISBN 3–7800–2006–8

Geyken, Alexander/Mandl, Heinz/Reiter, Wilfried: Selbstgesteuertes Lernen mit Tele-Tutoring. In **Schwarzer, Ralf (Hrsg.):** Multimedia und Telelearning – Lernen mit Cyberspace. Frankfurt, 1998, ISBN 3–593–36015–2, S. 181–196

Goethe, Johann Wolfgang von; Hecker, Jutta (Hrsg.): Maximen und Reflexionen. Leipzig: Koehler u. Amelang, 1941

Grubert, Dieter/Paul, Joachim: Elektronische Distribution von Medien on Demand – Audiovisuelle Medien als Katalysator für kooperatives Lernen. In **Schumacher, Friedhelm (Hrsg.):** SEMIK, Innovativer Unterricht mit neuen Medien – Ergebnisse wissenschaftlicher Begleitung von SEMIK-Einzelprojekten. Grünwald: FWU Institut für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht, 2004, ISBN 3–922098–89–4, S. 181–209

Grümer, K.-W.; Scheuch, Erwin K./Sahner, Heinz (Hrsg.): Beobachtung – Techniken der Datensammlung. Band 2, Stuttgart: B. G. Teubner, 1974, ISBN 3–519–00032–6

Haack, Johannes: Interaktivität als Kennzeichen von Multimedia und Hypermedia. In **Issing, Ludwig J. (Hrsg.):** Information und Lernen mit Multimedia. 2. Auflage. Weinheim: Beltz, 1997, ISBN 3–621–27374–3, S. 151–166

Hawking, Stephen W.: Eine kurze Geschichte der Zeit – Die Suche nach der Urkraft des Universums. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Verlag GmbH, 1988, ISBN 3–498–02884–7

Hertrampf, M.: BLK-PROGRAMM SINUS – Erfahren von Kompetenzzuwachs im Mathematikunterricht, Unterrichtsbeispiele zu Modul 5. Oktober 1999

Hertrampf, M.; IPN (Hrsg.): BLK-Modellversuchsprogramm „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts", Abschlussbericht. Kiel: Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften, 2003

Hess, Kurt: Lehren – zwischen Belehrung und Lernbegleitung, Einstellungen, Umsetzungen und Wirkungen im mathematischen Anfangsunterricht. 1. Auflage. Bern: h.e.p. Verlag, 2003, ISBN 3–03905–023–0

Heymann, H.W.: Allgemeinbildung und Mathematik. Band 13, Studien zur Schulpädagogik und Didaktik. Weinheim, Basel: Beltz Verlag, 1996, ISBN 3–407–34099–0

Hischer, Horst (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? – Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden. Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V., Veranst. Hildesheim: Franzbecker, 1992, ISBN 3–88120–221–8

Hischer, Horst (Hrsg.): Mathematikunterricht und Computer – Neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen? Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V., Veranst. Hildesheim: Franzbecker, 1994, ISBN 3–88120–252–8

Hischer, Horst: Mathematikunterricht und neue Medien – Hintergründe und Begründungen in fachdidaktischer und fachübergreifender Sicht. Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker, 2002, ISBN 3–88120–353–2

Hischer, Horst/Weiß, Michael (Hrsg.): Rechenfertigkeit und Begriffsbildung – Zu wesentlichen Aspekten des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund von Computeralgebrasystemen. Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V., Veranst. Hildesheim: Franzbecker, 1996, ISBN 3–88120–271–4

Holland, Gerhard: Geometrie in der Sekundarstufe – Didaktische und methodische Fragen. 2. Auflage. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 1996, ISBN 3–8274–0082–1

Hußmann, Stephan: Mathematik entdecken und erforschen. 1. Auflage. Berlin: Cornelsen Verlag, 2003, ISBN 3–464–59173–5

Hußmann, Stephan et al.: PISA 2000 – eine neue Mathematik? learnline nrw, März 2003

Kerber-Ganse, Waltraut: Notebook-Unterricht in der Subjekt-Perspektive Hamburger Schülerinnen und Schüler. In **Schumacher, Friedhelm (Hrsg.):** SEMIK, Innovativer Unterricht mit neuen Medien – Ergebnisse wissenschaftlicher Begleitung von SEMIK-Einzelprojekten. Grünwald: FWU Institut für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht, 2004, ISBN 3–922098–89–4, S. 143–180

Kerres, Michael: Online- und Präsenzelemente in hybriden Lernarrangements kombinieren. In **Hohenstein, Andreas (Hrsg.):** Handbuch E-Learning – Expertenwissen aus Wissenschaft und Praxis. Köln: Dt. Wirtschaftsdienst, ISBN 3–87156–298–X

Kerres, Michael: Multimediale und telemediale Lernumgebungen – Konzeption und Entwicklungen. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag, 1998, ISBN 3–486–24539–2

Kerres, Michael: Computerunterstütztes Lernen als Element hybrider Lernarrangements. In **Kammerl, Rudolf (Hrsg.):** Computerunterstütztes Lernen. Kammerl, Rudolf Auflage. München: Oldenbourg, 2000, ISBN 3–486–25400–6, S. 23–39

Klieme, E./Neubrand, M./Lüdtke, O.: Mathematische Grundbildung: Testkonzeptionen und Ergebnisse. In **Baumert et al. (Hrsg.):** PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich, 2001, ISBN 3–8100–3344–8. – Kapitel 3, S. 141–191

Klieme, Eckhard/Baumert, Jürgen; BMBF (Hrsg.): TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht. München: Mediahaus Biering, 2001a

Klieme, Eckhard/Baumert, Jürgen: TIMSS als Startpunkt für Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung im Bildungswesen. In **BMBF (Hrsg.):** TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht. München: Mediahaus Biering, 2001b, S. 5

Klimsa, Paul: Neue Medien und Weiterbildung – Anwendung und Nutzung in Lernprozessen der Weiterbildung. Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 1993, ISBN 3–89271–432–0

Klimsa, Paul: Multimedia aus psychologischer und didaktischer Sicht. In **Issing, Ludwig J. (Hrsg.):** Information und Lernen mit Multimedia. 2. Auflage. Weinheim: Beltz, 1997, ISBN 3–621–27374–3, S. 7–24

KMK (Hrsg.): Beschlüsse der Kultusministerkonferenz – Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. 1. Auflage. Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, Ref. IV A, Bonn, Dezember 2003

Knoche, Norbert/Lind, Detlef: Die PISA-2000-Studie, einige Ergebnisse und Analysen. 2004

Krivsky, Stefanie: Multimediale Lernumgebungen in der Mathematik – Konzeption, Entwicklung und Erprobung des Projekts MathePrisma. Band 27, Texte zur mathematischen Forschung und Lehre. Hildesheim: Franzbecker, 2003, ISBN 3–88120–372–9

LSW (Hrsg.): TIMSS und die Konsequenzen für den Mathematikunterricht im Zweiten Bildungsweg. 1. Auflage. Berlin: Landesinstitut für Schule und Weiterbildung, 1999

Malle, Günther; Wittmann, Erich Ch. (Hrsg.): Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Wiesbaden: Vieweg, 1993, ISBN 3–528–06319–X

Mandl, Heinz/Gruber, Hans/Renkl, Alexander: Situiertes Lernen in multimedialen Lernumgebungen. In **Issing, Ludwig J. (Hrsg.):** Information und Lernen mit Multimedia. 2. Auflage. Weinheim: Beltz, 1997, ISBN 3–621–27374–3, S. 167–178

Mandl, Heinz/Hense, Jan/Kruppa, Katja: BLK-Programm SEMIK – Abschlussbericht der wissenschaftlichen Programmbegleitung und zentralen Evaluation des BLK-Programms SEMIK. In FWU Institut für Film und Bild. Grünwald, 2003, ISBN 3–922098–88–6

Mandl, Heinz/Hense, Jan/Kruppa, Katja (Hrsg.): Aspekte der zentralen wissenschaftlichen Begleitung im Modellversuchsprogramm SEMIK. Grünwald: FWU Institut für Film und Bild, 2004, ISBN 3–922098–90–8

Mieder, Wolfgang: „A Picture is Worth a Thousand Words" – Origin and History of an American Loan Proverb. Yearbook of International Proverb Scholarship, 6 1989, S. 25–37

Ministerium für Schule, Jugend und Kinder (Hrsg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Realschule in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 3302, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 1993, 2002, ISBN 3–89314–317–3

Ministerium für Schule, Jugend und Kinder (Hrsg.): Richtlinien und Lehrpläne für das Gymnasium – Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 3401, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 1993, 2003, ISBN 3–89314–283–5

Ministerium für Schule, Jugend und Kinder (Hrsg.): Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 3401, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 2004a, ISBN 3–89314–744–6

Ministerium für Schule, Jugend und Kinder (Hrsg.): Kernlehrplan für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 3203, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 2004b, ISBN 3–89314–744–6

Ministerium für Schule, Jugend und Kinder (Hrsg.): Kernlehrplan für die Realschule in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 3302, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 2004c, ISBN 3–89314–738–1

Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 3203, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 1989, 2002, ISBN 3–89314–067–0

Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe I – Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 3106, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 1998, ISBN 3–89314–558–3

Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II – Gymnasium / Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen – Mathematik. Band 4720, 1. Auflage. Frechen: Ritterbach Verlag, 1999, ISBN 3–89314–618–0

Münz, Stefan/Nefzger, Wolfgang: HTML-4.0-Handbuch – HTML - JavaScript - DHTML - Perl. 2. Auflage. Poing: Franzis, 1999, ISBN 3–7723–7514–6

Nielsen, Jakob: How Users Read on the Web. http://www.useit.com/alertbox/9710a.html, October 1997

PISA-Konsortium Deutschland: PISA 2003: Kurzfassung der Ergebnisse. http://pisa.ipn.uni-kiel.de, 2004

Preussler, Annabell/Schulz-Zander, Renate: Selbstreguliertes Lernen im Mathematikunterricht – Empirische Ergebnisse des Modellversuchs SelMa. In **Schumacher, Friedhelm (Hrsg.):** SEMIK, Innovativer Unterricht mit neuen Medien – Ergebnisse wissenschaftlicher Begleitung von SEMIK-Einzelprojekten. Grünwald: FWU Institut für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht, 2004, ISBN 3–922098–89–4, S. 119–142

Rosnick, Peter/Clement, John: Learning without understanding: The effect of tutoring strategies on Algebra misconceptions. Journal of Mathematical Behavior, 3 1980, Nr. 1, S. 3–27

Schaumburg, Heike/Issing, Ludwig J.: Lernen mit Laptops – Ergebnisse einer Evaluationsstudie. Gütersloh: Verlag Bertelsmann Stiftung, 2002, ISBN 3–89204–693–X

Schmid, August/Weidig, Ingo (Hrsg.): Lambacher Schweizer 7 - Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium, Ausgabe NRW. Stuttgart: Ernst Klett Schulbuchverlag, 1994, ISBN 3–12–730720–9

Schmitz, Gerdamarie: Lernen mit Multimedia: Was kann die Medienpsychologie beitragen? In **Schwarzer, Ralf (Hrsg.):** Multimedia und Telelearning – Lernen mit Cyberspace. Schwarzer, Ralf Auflage. Frankfurt, 1998, ISBN 3–593–36015–2, S. 197–214

Schumacher, Friedhelm (Hrsg.): SEMIK, Innovativer Unterricht mit neuen Medien – Ergebnisse wissenschaftlicher Begleitung von SEMIK-Einzelprojekten. Grünwald: FWU Institut für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht, 2004, ISBN 3–922098–89–4

Tergan, Sigmar-Olaf: Hypertext und Hypermedia: Konzeption, Lernmöglichkeiten, Lernprobleme. In **Issing, Ludwig J. (Hrsg.):** Information und Lernen mit Multimedia. 2. Auflage. Weinheim: Beltz, 1997, ISBN 3–621–27374–3, S. 123–137

Vollrath, Hans-Joachim: Algebra in der Sekundarstufe. 2. Auflage. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 2003, ISBN 3–8274–1412–1

Weber, Wolfgang: SelMa: Selbstgesteuertes Lernen erfordert erweiterte Kompetenzen bei Lehrenden und Lehrenden. In **Schumacher, Friedhelm (Hrsg.):** SEMIK, Innovativer Unterricht mit neuen Medien – Ergebnisse wissenschaftlicher Begleitung von SEMIK-Einzelprojekten. Grünwald: FWU Institut für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht, 2004, ISBN 3–922098–89–4, S. 97–118

Weigand, Hans-Georg/Weth, Thomas: Computer im Mathematikunterricht – Neue Wege zu alten Zielen. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 2002, ISBN 3–8274–1100–9

Winter, Heinrich: Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 3 1975, S. 106–116

Winter, Heinrich: Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. 2. Auflage. Braunschweig: Vieweg, 1991, ISBN 3–528–18978–9

Anhang A

Digitale Fassung der AlgebraLU

A.1 Inhalt des Datenträgers

Bestandteil dieser Arbeit ist die digitale Fassung der in der Erprobung eingesetzten Algebra-Lernumgebung für *Windows*-Betriebssysteme[1]. Enthalten sind alle benötigten Dateien eingebettet in die notwendige Verzeichnisstruktur, die in dieser Form auf eine CD-ROM gebrannt werden können. Im Hauptverzeichnis der CD-ROM befinden sich dann die Dateien, die für die Initialisierung der Installation gebraucht werden. Das Programm *setup.exe* wird nach dem Einlegen der CD-ROM automatisch oder durch Doppelklick gestartet und danach erfolgt die Installation der Lernumgebung, gesteuert durch einen Benutzerdialog.

Das Verzeichnis *alglu* enthält alle Dateien der eigentlichen Lernumgebung mit Navigationsstruktur und den Lerneinheiten. In Unterverzeichnissen finden sich zugehörige Dateien wie Bilder, Applets und verknüpfte PDF-Dokumente. Das Unterverzeichnis *dokumente* beinhaltet u.a. eine kurze Installationsanleitung (*installation.pdf*), die bei der Verteilung an Schüler in ausgedruckter Form weitergegeben wurde.

Das Verzeichnis *xampp* ist ausschließlich für die Bereitstellung des lokalen Webservers mit der Datenbank zuständig. Es beinhaltet i.W. das Softwarepaket *XAMPP* (siehe 7.1 auf Seite 121), das unter einer GNU-Lizenz[2] steht und weiter verteilt werden darf. Darüber hinaus gibt es im Verzeichnis *xampp* und in einigen Unterverzeichnissen eigens erstellte Zusatzdateien, die das XAMPP-Paket installieren, die Datenbank definieren und anlegen sowie die Kommunikation der AlgebraLU mit der Datenbank steuern. Die Datei *angepasst.txt* beschreibt die Modifikationen des XAMPP-Pakets. Vor einer Verwendung der AlgebraLU im Unterricht ist meine Zustimmung einzuholen.

[1] getestet auf Windows 98, 2000 und XP

[2] GNU GENERAL PUBLIC LICENSE

Die im Schlusskapitel beschriebenen Modifikationen der AlgebraLU, die zum Test zunächst auf eine Lerneinheit (Seite 21 der Lernumgebung) angewendet wurden, sind im elektronischen Anhang enthalten. Die ursprüngliche Fassung (*seite21_ohnelayer.html*) ist ebenfalls noch vorhanden. Die AlgebraLU startet die neue Version der Seite, die alte Darstellung müsste zur Ansicht manuell aufgerufen werden.

A.2 Installations-Anleitung für Windows-Systeme

Legen Sie die CD-ROM ein und warten Sie den Selbststart der Installation ab. Alternativ öffnen Sie das Hauptverzeichnis und starten die Datei *setup.exe* (in der Regel durch einen Doppelklick auf das Symbol); für diese Aktionen werden Administratorrechte benötigt. Lassen Sie sich vom Setup-Programm durch die Installation führen. Danach ist die Lernumgebung in vielen Fällen schon einsatzbereit und man kann mit dem Kurs beginnen. Die Lernumgebung ist für aktuelle Windows-Betriebssysteme konzipiert. Getestet wurde sie mit *Windows 98*, *Windows 2000* und mit *Windows XP*. Auch unter *Windows Vista* sollte sie sich einrichten lassen. Voraussetzung ist in jedem Fall ein installierter aktueller javascript- und javafähiger Browser als Betrachtungsprogramm für HTML-Dateien. Bei den auf *Windows 9x* basierenden Betriebssystemen erfolgt nach der Installation ein automatischer Neustart, der nicht verhindert werden darf. Falls nicht vorhergesehene Probleme auftreten, sollten sich Kursteilnehmer möglichst bald an die Kursbetreuer wenden.

A.2.1 AlgebraLU testen und Grundprogramme nachinstallieren

Der System-Check in der Lernumgebung gibt Aufschluss darüber, ob noch Programme nachinstalliert werden müssen. Alternativ zu den im Folgenden beschriebenen Möglichkeiten dürfen Sie aktuelle Fassungen der genannten Grundprogramme auch direkt von den jeweiligen Herausgebern[3] beziehen.

Sollte die Java-Umgebung fehlen, können Sie das *JRE*[4] durch Doppelklick auf die Datei *java_j2re-1_4_2.exe* im Verzeichnis *software* der CD-ROM installieren. Folgen Sie dabei der Benutzerführung.

Sollte der *Acrobat-Reader* fehlen, mit dem einige Zusatzdokumente im PDF-Format angezeigt werden, können Sie diesen durch Doppelklick auf die Datei *AcrobatReader.exe* im gleichen Verzeichnis installieren und ebenfalls der Benutzerführung folgen.

Die spätere Deinstallation der AlgebraLU erfolgt über die *Systemsteuerung - Software*. Wenn man nur den Anwendungsordner löscht, bleiben Startverknüpfungen und Einträge in der

[3] Java-Umgebungen werden von der Firma *Sun* und der Acrobat-Reader von der Firma *Adobe* bereit gestellt

[4] *Java Runtime Environment*

Systemregistrierung zurück. Nachinstallierte Grundprogramme werden nicht automatisch entfernt, da sie ihre eigenen Routinen zur Deinstallation mitbringen.

A.3 Die Lernumgebung benutzen

Benutzen Sie zum Start die automatisch angelegte Verknüpfung *Algebra LU*, die auf *launcher.exe* verweist. Sie liegt nach der Installation auf dem Computer im Startordner unter *Start - Programme - Algebra Lernumgebung*. Sie starten damit den für die Lernumgebung notwendigen Datenbankserver und die Lerneinheiten selbst.

Nutzen Sie nach dem Gebrauch das zu Beginn gestartete Kontrollprogramm, um die Lernumgebung vollständig zu beenden. Andernfalls läuft die Datenbank auch dann noch weiter, wenn man die Browserfenster der Lernumgebung geschlossen hat. Beachten Sie bitte, dass aber das Kontrollprogramm beim Ausschalten u.U. *alle* Fenster des genutzten Browsers schließt, auch Fremdfenster!

Bei der aktuellen Version der Lernumgebung handelt es sich um eine Einzelnutzer-Einzelplatz-Version. Es kann auf einem Rechner nur ein Nutzer das System benutzen, da nur eine Datenbank angelegt wird und keine Nutzeranmeldung erfolgt.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Arbeit selbstständig ohne fremde Hilfe verfasst und nur die angegebene Literatur und Hilfsmittel verwendet zu haben.

Ulrich Schwebinghaus
18. Januar 2008