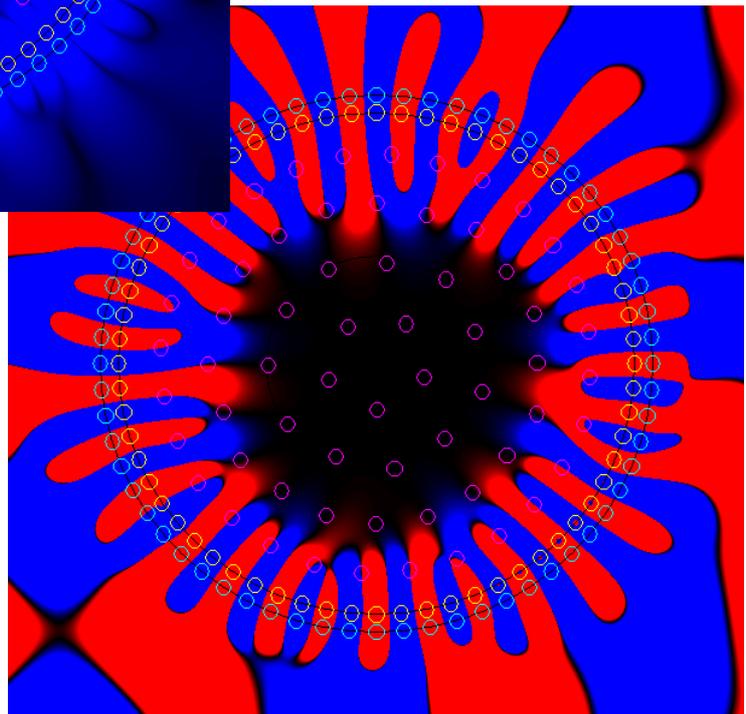
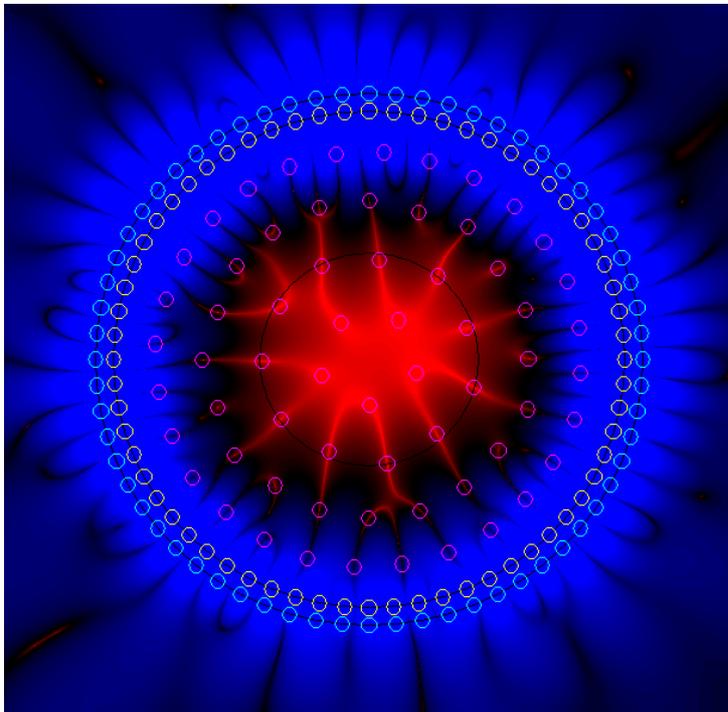


M. Trimpop

# Grundlagen zur Auslöschung von Schallfeldern durch Antischall unter Verwendung eines zweidimensionalen Ansatzes



# Grundlagen zur Auslöschung von Schallfeldern durch Antischall unter Verwendung eines zweidimensionalen Ansatzes

Dem Fachbereich

Elektrotechnik und Informationstechnik der

Bergischen Universität Wuppertal

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor – Ingenieurs

genehmigte Dissertation

von

**Mattias Trimpop**

Referent: Prof. Dr.-Ing. Anton Kummert

Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen

Prof. Dr.-Ing. Detlef Krahe

Tag der mündlichen Prüfung: 7.2.2003



Meinem Bruder Marc  
gewidmet



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit im Rahmen der Zusammenarbeit des Fachbereiches für Elektrotechnik und Informationstechnik der Bergischen Universität Wuppertal und dem Institut für Lärmschutz in Düsseldorf.

Herrn Prof. Dr. D. Krahe danke ich für die anregende Unterstützung und Begleitung dieser Dissertation.

Herrn Dr. K.-W. Hirsch danke ich für die zahlreichen Diskussionen, die die gedankliche Entwicklung meiner Arbeit sehr befördert haben.

Herrn Dr. E. Buchta danke ich dafür, dass die Zusammenarbeit beider Institute möglich wurde.

Analog-Devices (USA) danke ich für die sehr freundliche, schnelle und kostenlose Überlassung von DSP-Entwicklungs-Systemen.

Nicht zuletzt danke ich meiner Frau für ihre Geduld und die gründliche Korrektur dieser Arbeit.



## Inhaltsverzeichnis

|            |   |    |
|------------|---|----|
| 1.         | Einleitung .....  | 1  |
| 1.1.       | Einführung .....  | 1  |
| 1.2.       | Problemstellung .....   | 3  |
| 1.3.       | Zielsetzung .....   | 3  |
| 1.4.       | Inhalte dieser Arbeit .....   | 4  |
| 2.         | Grundlagen .....  | 7  |
| 2.1.       | Grundlagen linearer Schallfelder .....  | 7  |
| 2.2.       | Das allgemeine Kirchhoff-Integral .....                                       | 11 |
| 2.2.1.     | Die Greensche Funktion .....  | 14 |
| 2.2.2.     | Die dreidimensionale Lösung .....   | 14 |
| 2.2.3.     | Die zweidimensionale Lösung .....   | 14 |
| 2.2.3.1.   | Das Nahfeld einer Linienschallquelle .....                                    | 16 |
| 2.2.3.2.   | Das Fernfeld einer Linienschallquelle .....                                   | 17 |
| 2.2.4.     | Die eindimensionale Lösung .....  | 18 |
| 2.3.       | Anwendung des Kirchhoff-Integrals zur Auslöschung von Schallfeldern .....     | 19 |
| 2.4.       | Intensitäts- und Energiebetrachtung von Schallfeldern und Schallquellen ..... | 24 |
| 2.5.       | Örtliche Diskretisierung .....  | 26 |
| 2.6.       | Spektrale Diskretisierung .....   | 26 |
| 2.7.       | Zusammenfassung des Kapitels .....  | 27 |
| 3.         | Der Antischall-Algorithmus .....  | 29 |
| 3.1.       | Modellbildung .....   | 29 |
| 3.2.       | Numerische Simulation .....   | 32 |
| 3.2.1.     | Der eindimensionale Fall .....  | 32 |
| 3.2.1.1.   | Numerische Grundlagen .....   | 32 |
| 3.2.1.2.   | Lagrange-Interpolation .....  | 34 |
| 3.2.1.3.   | Simulationsergebnisse .....   | 35 |
| 3.2.1.3.1. | Monofrequente Signale .....   | 36 |
| 3.2.1.3.2. | Einfluss der Fensterung .....   | 39 |
| 3.2.1.3.3. | Mikrofonabstand der Einzelmikrofone .....                                     | 40 |
| 3.2.1.3.4. | Variation der Analyseorte .....   | 41 |
| 3.2.1.3.5. | Einfluss der Abtastfrequenz .....   | 41 |
| 3.2.1.3.6. | Verschiedene Signalformen .....   | 43 |
| 3.2.1.4.   | Berücksichtigung der Rechenzeit .....   | 45 |
| 3.2.2.     | Der zweidimensionale Fall .....   | 46 |
| 3.2.2.1.   | Numerische Grundlagen .....   | 46 |
| 3.2.2.2.   | Auswirkungen verschiedener Parameter auf das Modell .....                     | 46 |
| 3.2.2.2.1. | Einfluss des Ranges .....   | 47 |
| 3.2.2.2.2. | Einfluss der Abtastfrequenz .....   | 51 |
| 3.2.2.2.3. | Art des Primärfeldes .....  | 54 |
| 3.2.2.2.4. | Lage der Analysepunkte .....  | 54 |
| 3.2.2.2.5. | Form der Anordnung .....  | 56 |
| 3.2.2.2.6. | Bewegung der Primärquelle .....   | 57 |
| 3.2.2.2.7. | Verschiedene Signalformen .....   | 58 |
| 3.3.       | Zusammenfassung des Kapitels .....  | 58 |
| 4.         | Experimentelle Überprüfung des Modells .....                                  | 59 |
| 4.1.       | Dimensionierung .....   | 59 |
| 4.2.       | Geometrischer Aufbau .....  | 60 |
| 4.3.       | Elektrischer Aufbau .....   | 63 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 4.3.1.   | Dynamische Breitband-Lautsprecher                              | 65  |
| 4.3.2.   | Elektretmikrofone  | 66  |
| 4.3.3.   | Der Kompensations-Lautsprecherkreis                            | 66  |
| 4.3.4.   | Der Messmikrofon-Kreis   | 67  |
| 4.3.5.   | Das Mikrofon-Array   | 67  |
| 4.4.     | Resultierende Grenzen des nutzbaren Frequenzbereiches          | 68  |
| 4.4.1.   | Mechanische Grenzen  | 68  |
| 4.4.2.   | Grenzen durch die Anordnung der elektroakustischen Komponenten | 69  |
| 4.4.3.   | Resultierende systematische Fehler                             | 70  |
| 4.5.     | Untersuchung der akustischen Eigenschaften                     | 71  |
| 4.5.1.   | Körperschall   | 71  |
| 4.5.2.   | Reflexionen  | 73  |
| 4.5.3.   | Wellenfront  | 75  |
| 4.5.3.1. | Überprüfung der ebenen Welle in der Vertikalen                 | 75  |
| 4.5.3.2. | Überprüfung der ebenen Welle in der Horizontalen               | 79  |
| 4.6.     | Kalibrierung   | 84  |
| 4.6.1.   | Lautsprecherabgleich   | 84  |
| 4.6.2.   | Der Messmikrofonabgleich                                       | 84  |
| 4.6.3.   | Der Analysemikrofonabgleich                                    | 87  |
| 4.6.4.   | Zusammenfassung der Kalibrierung des Systems                   | 96  |
| 4.7.     | Messergebnisse im Schallfeld                                   | 97  |
| 4.7.1.   | Reproduktion (Synthese)  | 97  |
| 4.7.2.   | Erfassung (Analyse)  | 101 |
| 4.7.3.   | Auslöschung  | 102 |
| 4.8.     | Diskussion des Onlinebetriebes                                 | 107 |
| 4.9.     | Zusammenfassung des Kapitels                                   | 108 |
| 5.       | Ersetzung einer Linienschallquelle durch Punktschallquellen    | 109 |
| 5.1.     | Modellbildung  | 109 |
| 5.2.     | Optimierungsansatz   | 109 |
| 5.2.1.   | Optimierung für eine Ebene                                     | 111 |
| 5.2.2.   | Optimierung für eine Schicht                                   | 115 |
| 5.2.3.   | Optimierung bei Bodenreflexion                                 | 118 |
| 5.3.     | Fehler durch Reflexionen im betrachteten Feldbereich           | 120 |
| 5.4.     | Numerische Simulation  | 121 |
| 5.4.1.   | Einfluss der Linienquellenersetzung                            | 121 |
| 5.4.2.   | Einfluss verschiedener Primärfelder                            | 123 |
| 5.5.     | Zusammenfassung des Kapitels                                   | 126 |
| 6.       | Realisierung der Signalverarbeitung                            | 127 |
| 6.1.     | Umsetzung des Antischall-Algorithmus für PC-gestützte Systeme  | 127 |
| 6.2.     | Implementierung für kombinierte PC/DSP-gestützte Systeme       | 128 |
| 6.3.     | Serialisierung und Parallelisierung des Antischall-Algorithmus | 128 |
| 6.4.     | Aufwandsreduzierung bei der Ersetzung der Linienschallquellen  | 130 |
| 6.5.     | Aufwandsreduzierung durch größeren Blockvorschub               | 130 |
| 6.6.     | Implementierung des Algorithmus im Zeitbereich                 | 130 |
| 6.7.     | Zusammenfassung des Kapitels                                   | 131 |
| 7.       | Psychoakustische Untersuchung der Ergebnisse                   | 133 |
| 7.1.     | Verarbeitungssystem  | 135 |
| 7.2.     | Ergebnisse   | 136 |
| 8.       | Zusammenfassung  | 143 |
| 9.       | Anhang   | 145 |
| 9.1.     | Verzeichnis der Symbole der verwendeten Größen                 | 145 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 9.2. | Literaturverzeichnis .....                                   | 147 |
| 9.3. | Veröffentlichungen .....                                     | 150 |
| 9.4. | Sekundärquellenberechnung für den eindimensionalen Fall..... | 152 |
| 9.5. | Lagrange-Interpolation .....                                 | 155 |
| 9.6. | Datentabellen zu Abbildungen .....                           | 157 |
| 9.7. | Messergebnisse zur Minderung des Körperschalls .....         | 163 |



# 1. Einleitung

## 1.1. Einführung

In vielen alltäglichen Lebensbereichen stellt die Belästigung des Menschen durch Lärm ein großes Problem dar. Ein Ansatz zur Reduzierung des Lärms ist der passive Schallschutz durch Ablenken (Reflexion, Beugung) des Schalls oder Umwandlung in Wärme (Absorption). Beispiele für die Reflexion von Schall sind Schallschutzfenster, für die Absorption begrünte Lärmschutzwände. Da die Ausmaße der Schallschutzmaßnahmen proportional zur Wellenlänge zunehmen, steigt bei gleicher Effektivität für tiefe Frequenzen der bauliche und finanzielle Aufwand stark an.

Der zweite Ansatz zur Lärminderung ist die aktive Lärmbekämpfung. Bereits 1878 hat Rayleigh [Ref. 29] in "Points of Silence" beschrieben, wie er mit dem Ohr das Interferenzfeld zweier synchronisierter Stimmgabeln abgetastet hat. Er fand Maxima und Minima der Lautstärke vor und brachte damit den Nachweis der aus der Optik bekannten Interferenzfähigkeit. Erst 1934 beschrieb Paul Lueg diesen Effekt als eine Möglichkeit zur Lärminderung.

In den Patentschriften [Ref. 19, Ref. 20] von Lueg wird ein durch primäre Schallquellen (Störsignal) erzeugtes Schallfeld mit einem von sekundären Quellen erzeugten Schallfeld (Kompensationsschallfeld) überlagert. Das sekundäre Schallfeld ist so ausgelegt, dass sich in einem bestimmten Feldbereich die beiden Schallfelder durch Interferenz auslöschen. Erste Laborexperimente dazu wurden 1953 von Olson durchgeführt [Ref. 25, Ref. 26]. Olson erkannte das Potential dieser Möglichkeit, Schallfelder auszulöschen und zeigte weit vorausschauende mögliche Anwendungen auf. Diese waren jedoch wegen der unflexiblen und aufwendigen Röhrentechnologie technisch noch nicht realisierbar.

Ein Problem der aktiven Lärmbekämpfung liegt in der Lautstärkeempfindung des menschlichen Gehörs, die vom Schalldruck nahezu logarithmisch abhängig ist. Das bedeutet, dass eine Senkung des Lärmpegels um etwa 20 dB ein sehr genaues Kompensationsschallfeld verlangt, nämlich eine Genauigkeit in der Amplitude von 1 dB und in der Phase um  $6^\circ$  – und zwar im gesamten Frequenzbereich des Primärsignals. Außerdem müssen die Ausbreitungsrichtungen beider Schallfelder gleich sein, der "Gegenlärm" muss also aus derselben Richtung kommen wie der Lärm. Ein technisches Problem stellt die zeitliche Stabilität dar, da durch Umwelteinflüsse und Alterung eine ständige Nachjustierung des Systems nötig ist. Diese hohen Genauigkeitsansprüche führten dazu, dass der praktische Einsatz von Gegen- oder Antischallquellen lange Zeit verhindert wurde. Erst die Digitaltechnik stellte in Form von adaptiven Digitalfiltern und digitalen Übertragungssystemen die geeigneten Hilfsmittel zur Verfügung.

Erste Anwendungen waren eindimensionaler Art, nämlich in Kanälen geführte Wellen, wie sie in Lüftungsschächten oder Auspuffrohren auftreten. Oft kommt der von Widrow und Hoff [Ref. 33] entwickelte Filtered-X-LMS-Algorithmus zum Einsatz. Dabei werden die Filterkoeffizienten des Digitalfilters so verändert, dass das Fehlersignal (die Differenz zwischen Primär- und Sekundärfeld) und das Primärfeld möglichst dekorreliert werden. Bei diesen eindimensionalen Systemen kommt meist nur ein Lautsprecher zum Einsatz, der nach der Adaption des Systems einen schallweichen Reflektor für die einfallende Welle darstellt. Mit zwei oder mehreren Sekundärquellen oder bei Anbringung der Sekundärquelle am Ende des Rohres kann durch eine optimale Anpassung der Impedanz eine vollständige Absorption erreicht werden.

In diesen Bereich fallen auch die Anwendungen, bei denen der für die aktive Kompensierung in Frage kommende Raum klein gegenüber der Wellenlänge ist. Der Schalldruck ist dann im

gesamten Raum nahezu konstant und der Kompensationslautsprecher kann an beliebiger Stelle im Raum angebracht werden. Für Kopfhörer trifft dies gerade zu, denn es wird der Raum zwischen Lautsprechermembran und Trommelfell betrachtet. Bereits 1949 wurde von Bychovskij [Ref. 4] ein aktiver Kopfhörer patentiert, aber erst 1986 wurde von der Firma Bose [Ref. 21] und 1988 von der Firma Sennheiser [Ref. 31] ein kommerzielles Produkt, der aktive Kopfhörer für Flugzeugpiloten, auf den Markt gebracht.

Ist der ruhig zu stellende Bereich zwar klein, aber die Platzierung der Kompensationslautsprecher in der Nähe nicht möglich oder unerwünscht, wird von lokaler Kompensation gesprochen. Diese Kompensationsart kann dann angewandt werden, wenn die Punkte, an denen der Lärm minimiert werden soll, fixiert und bekannt sind. Dies gilt z.B. für die Mikrofonpositionen von Freisprechtelefonen und Telekonferenzenanlagen. Dort wird die Sprachverständlichkeit durch Störgeräusche und eigene Reflexionen an Wänden beeinträchtigt. Auch für Flugzeugpassagiere [Ref. 8] und Maschinenarbeiter ist dieses Prinzip anzuwenden, hat sich aber auf Grund des sehr kleinen Wirkungsbereiches für hohe Frequenzen nicht durchsetzen können.

Soll hingegen ein größerer Bereich in Innenräumen ruhig gestellt werden, so wurde zumeist versucht, dem Raum die Halligkeit zu nehmen. Aktive Absorber an den Wänden werden so angesteuert, dass die Wand einen Wellenwiderstand gleich der Luftimpedanz aufweist. Für Räume, die relativ groß zur Wellenlänge sind, führt das zu sehr großem oder gar unrealistischem Aufwand. Für kleine Räume wie Fahrzeuginnenräume, Flugzeug- und Hubschraubercockpits gibt es jedoch viele Forschungsvorhaben.

Freifeld-Anwendungen gibt es bisher nur wenige. Meist sind die Randbedingungen, unter denen diese Anwendungen möglich sind, sehr eingegrenzt in Ausdehnung und Bandbreite (z.B. im Freien stehende Transformatoren). Zu Grunde liegt meist das Hüllflächenverfahren [Ref. 14], das auch JMC-Theorie oder BSC-Methode (boundary surface control) genannt wird. Danach können an der Oberfläche eines Schallquellen enthaltenen Innenraums angebrachte Sekundärquellen so angesteuert werden, dass das Schallfeld im Außenraum ausgelöscht wird. Dieses Prinzip ist auch umgekehrt für einen ruhig zu stellenden Innenraum anzuwenden. Dabei werden die Sekundärlautsprecher an der Oberfläche eines Volumens so angesteuert, dass das Feld, das von den außen liegenden Quellen kommt, im Innenraum ausgelöscht wird. Die Grundlagen dieses Verfahrens liefert das Kirchhoff-Integral, auf dem auch die Idee der vorliegenden Arbeit basiert. Die meisten bisherigen Freifeldapplikationen benutzen die Möglichkeit, das Feld bereits an der Quelle auszulöschen. Ein Beispiel für die besonders geeigneten tieffrequenten, tonalen stationären Quellen sind im Freien stehende Transformatoren, bei denen mit relativ geringem Aufwand eine große Dämpfung erreicht werden kann.

Neuerdings werden bereits Versuche über die Kompensation von Lärm von sich bewegenden Quellen über größere Entfernungen unternommen. Dabei wird oft nicht die gesamte Hüllkurve berücksichtigt, sondern auf Grund der vorliegenden Bedingungen kann nur ein Teil dieser Hüllkurve als aktive Schallschutzwand betrachtet werden. Anwendungsgebiete sind Straßenlärm [Ref. 24] und Flugzeuglärm [Ref. 11]. Eine detailliertere Ausführung über die Entwicklung der Aktiven Lärmreduzierung ist in Ref. 9 zu finden.

Bei allgemein gehaltenen Aufgabenstellungen (größere Volumina, größere Bandbreiten der Lärmquelle, keine definierte Position der Lärmquellen und der zu schützenden Immissionspunkte) wachsen die Probleme schnell an: je größer der zu schützende Feldbereich und die maximale Frequenz, desto mehr Sekundärquellen sind nötig, um das sekundäre Schallfeld zu erzeugen. Dies führt zu einem enormen Mehraufwand an Kosten, da mit der Anzahl der Lautsprecher auch die nötige Rechenleistung steigt.

## 1.2. Problemstellung

Trotz der oben genannten Beispiele, in denen mit aktiver Lärminderung bereits dem Ruhebedürfnis der Menschen geholfen werden kann, gibt es viele Situationen des menschlichen Lebens, die unter Freifeldbedingungen bei gleichzeitiger Lärmbelästigung stattfinden. In einigen Fällen können passive oder aktive Maßnahmen wie Kopfhörer oder Ohrschützer direkt am Menschen getragen werden. In vielen Fällen ist das jedoch nicht möglich, da diese passiven Maßnahmen gleichzeitig den Träger einschränken oder behindern. In der Arbeitswelt führt das zu verminderter Leistungsfähigkeit, im Freizeitbereich zu vermindertem Erholungseffekt. Im Besonderen trifft dies z.B. auf den Aufenthalt im Garten in verkehrsreichen Wohnlagen zu. Dort verlangt eine körperliche und psychische Ruhephase auch nach akustischer Ruhe. Durch den zunehmenden Straßenlärm wird gerade diese Problematik weiter verschärft. Aus akustischer Sicht gelten für diesen Fall Randbedingungen, die mit den bisherigen Ansätzen nur sehr schwer zu kontrollieren sind. Zum einen hat der Straßenlärm ein breites Frequenzspektrum, welches sich über den empfindlichsten Frequenzbereich der menschlichen Hörkurve erstreckt, zum anderen sind passive Maßnahmen an den Primärquellen wegen der Größe der Schallquellen und deren Positionsveränderung sehr aufwändig.

## 1.3. Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist, einen möglichst allgemeinen Ansatz für die oben angesprochene Situation unter Freifeldbedingungen zu entwickeln. Entsprechend der gewählten Problemstellung sind besondere Eigenschaften des Ansatzes gefordert:

- Beliebige Anzahl von Lärmquellen (unter realen Bedingungen kann schon eine einzige Lärmquelle durch Reflexionen wie mehrere wirken);
- Unabhängigkeit von der Richtung des Lärms;
- Unabhängigkeit von Bewegungen der Lärmquelle;
- Auslöschung über einen möglichst großen Frequenzbereich bei sowohl tonalen als auch Rauschkomponenten;
- Möglichst großer Ortsbereich.

Da diese Eigenschaften ein System erfordern, das eine Sekundärquellenverteilung auf der gesamten Hüllfläche verlangt, werden folgende Annahmen getroffen, die auf Grund einer Modellsituation "Straßenlärm im Garten" sinnvoll erscheinen:

- Die Lärmquellen befinden sich in einer so großen Entfernung vom Immissionsort, dass bereits von einem ebenen Schallfeld ausgegangen werden kann;
- Der ruhig zu stellende Raumbereich kann in erster Näherung als Ebene der Dicke Null angesehen werden, in zweiter Näherung als eine Scheibe mit einer endlichen Dicke;
- Die Lärmquellen bewegen sich in der Ebene der betrachteten Ruhezone;
- Da im oberen Frequenzbereich passive Maßnahmen mit relativ geringem Aufwand durchzuführen sind, soll das Hauptaugenmerk auf den tiefen Frequenzen (ca. 100 Hz – 2 kHz) liegen.

In den letzten Jahren sind verstärkt Veröffentlichungen im Bereich der virtuellen Räume zu finden [Ref. 30], [Ref. 3]. Da ein einfaches Feedforward-System in ein Analysesystem und ein Synthesesystem aufgeteilt werden kann, liegt die Vermutung nahe, dass viele Erfahrungen aus dem Bereich der virtuellen Räume übernommen werden können. Leider erweist sich das als nur bedingt möglich, da bei der Auslöschung des Primärfeldes eine vollständige

Reproduktion der Phase und Amplitude nötig ist. Bei den virtuellen Räumen ist jedoch nur der Höreindruck bei der Wiedergabe wichtig, auf Amplitudentreue und Phasentreue kann daher verzichtet werden. Da die Signale bei den virtuellen Räumen in der Regel offline berechnet werden, ist dieses Gebiet auch für die Optimierung der zeitkritischen Online-Verarbeitung wenig hilfreich.

Es wird schnell klar, dass bei den gegebenen Bedingungen ein Feedforward-System auf der Grundlage des allgemeinen Kirchhoff-Integrals als einziges in Frage kommt [Ref. 7].

Das zu entwickelnde System ist in einer Simulation zu prüfen und in einem geeigneten Versuchsaufbau einer Machbarkeitsstudie zu unterziehen. Nach einer ausführlichen physikalischen Betrachtung soll auch eine psychoakustische Untersuchung durchgeführt werden, da letztlich nicht der physikalische Gewinn zählt, sondern die Steigerung des Wohlbefindens, was durch psychoakustische Größen wesentlich besser wiedergegeben wird.

#### 1.4. Inhalte dieser Arbeit

Zu Beginn der Arbeit wurden einige Voruntersuchungen durchgeführt. Dazu wurde ein eindimensionaler Aufbau konstruiert und verschiedene Parameter vermessen. Der Algorithmus war noch sehr einfach gehalten, brachte aber bereits gute Ergebnisse [Ref. 13]. Ein wichtiges Ergebnis dieser Untersuchung war, dass der auftretende Körperschall bei weitem unterschätzt wurde. Durch Veränderungen am Aufbau konnten diese störenden Komponenten ausreichend unterdrückt werden.

Da sowohl der Algorithmus weiter überarbeitet wurde als auch der Frequenzbereich erweitert wurde, wird auf eine ausführliche Beschreibung dieser Ergebnisse hier verzichtet.

Zunächst werden in Kapitel 2 die mathematischen und theoretischen Grundlagen für den ein-, zwei- und dreidimensionalen Fall vorgestellt.

In Kapitel 3 wird die entwickelte Methode detailliert beschrieben und die ermittelten Ergebnisse aus dem Simulationsprogramm diskutiert.

In Kapitel 4 werden der Versuchsaufbau und die Untersuchungen der Messergebnisse vorgestellt. Gerade hier flossen die Erkenntnisse aus den Voruntersuchungen über den Körperschall ein.

Da das zu entwickelnde System zweidimensional arbeitet, sind für die den zukünftigen dreidimensionalen Versuchsaufbau Ersetzungen für die in der Theorie vorkommenden Linienschallquellen nötig. Wie diese realisiert werden können, wird in Kapitel 5 beschrieben.

Bereits in den Voruntersuchungen wurden erste Erkenntnisse über die Leistungsfähigkeit der verfügbaren DSP- (Digital signal processor) Systeme und deren Programmiermöglichkeiten gewonnen. Diese waren nötig, um den Versuchsaufbau so zu dimensionieren, dass der Algorithmus in Echtzeit zumindest für eingeschränkte Frequenzbereiche lauffähig ist. Gerade der Vergleich von DSP-Systemen zu PC-gestützten Systemen brachte überraschende Erkenntnisse. Die Untersuchungen zur Realisierung der Signalverarbeitung sind in Kapitel 6 zu finden.

Da das System nicht nur zur Verringerung von physikalischen Feldgrößen, sondern in erster Linie zur Verbesserung des menschlichen Wohlbefindens führen soll, darf die psychoakustische Untersuchung des Systems bei der Bewertung nicht fehlen. Dazu werden verschiedene Signale untersucht und deren psychoakustische Messgrößen in Kapitel 7 diskutiert.



## 2. Grundlagen

In diesem Kapitel werden die akustischen Grundlagen für Active Noise Control (ANC) dargelegt. Viele dieser Grundlagen werden ausführlich in den Handbüchern für theoretische Akustik wie [Ref. 27] oder [Ref. 22] behandelt. Daher werden hier die Grundlagen linearer Akustik und deren Gleichungen nur kurz vorgestellt. Es wird gezeigt, wie ein gegebenes Schallfeld in einem beliebigen geschlossenen Volumen durch eine geeignete Quellverteilung exakt nachgebildet werden kann. Dieses Prinzip ist sehr verwandt mit dem Huygensschen Prinzip der Ausbreitung von Schallwellen. Es wird aufgezeigt, dass diese Möglichkeit, ein Schallfeld mittels Huygensscher Quellen zu rekonstruieren, die Grundlage von aktiver Schallunterdrückung ist.

### 2.1. Grundlagen linearer Schallfelder

Zunächst wird auf zwei fundamentale Gleichungen eingegangen, die die allgemeine Grundlage der Schallausbreitung bilden. Für die lineare Akustik wird ein sich in Ruhe befindliches, homogenes, isotropes, thermisch nicht leitendes Medium vorausgesetzt.

In einer Schallwelle erfahren die Teilchen eines Mediums eine orts- und zeitabhängige Verschiebung um  $s(x,t)$ , auch Schallausschlag genannt. Daraus folgt dann die Geschwindigkeit

$$v(x,t) = \frac{\partial s(x,t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

auch Schallschnelle genannt.

Das Medium hat in Ruhe eine Ruhedichte  $\rho_0$ . Die Auslenkungen der Teilchen aus der Ruheposition führen zu Verdichtungen und Verdünnungen des Mediums und damit zu einer orts- und zeitabhängigen Gesamtdichte  $\rho_g$ . Die Differenz dieser Dichten ergibt die schallbedingte Dichteänderung  $\rho$ . Entsprechendes gilt auch für die Druckänderung:

$$p(x,t) = p_g(x,t) - p_0 \quad (2.2)$$

Die Größe  $p$  ist der Schalldruck.

Nach dem Trägheitsgesetz (Kraft = Masse · Beschleunigung) gilt für eine sich in einer Röhre mit der Querschnittsfläche  $S$  fortschreitenden Schallwelle:

$$\left( p_g(x,t) - p_g(x+dx,t) \right) \cdot S = \rho_g(x,t) S \cdot dx \cdot \frac{dv(x,t)}{dt} = 0 \quad (2.3)$$

Dabei ist  $p_g$  der orts- und zeitabhängige Gesamtschalldruck und  $\rho_g$  die orts- und zeitabhängige Gesamtdichte.

Gleichung (2.3) kann wegen

$$\frac{dv(x,t)}{dt} = \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + v(x,t) \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \quad (2.4)$$

auch geschrieben werden als:

$$-\frac{\partial p_g(x,t)}{\partial x} = \rho_g \left( \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + v(x,t) \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right) \quad (2.5)$$

Unter der Voraussetzung dass  $\rho \ll \rho_0$ ,  $v$  sehr klein ist und Gleichung (2.2) berücksichtigt wird, führt Gleichung (2.5) zu:

$$-\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (2.6)$$

oder auch

$$\rho_0 \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

Unter der Voraussetzung dass alle Zustandsänderungen adiabatisch verlaufen und der Abkürzung  $c^2$ , gilt nach den obigen Voraussetzungen:

$$p(x,t) = \frac{dp_g(x,t)}{d\rho_g(x,t)} \cdot \rho = c^2 \cdot \rho \quad (2.8)$$

Die Gleichung für die Massenerhaltung beschreibt den physikalischen Grundsatz, dass die zeitliche Änderung der Masse innerhalb eines beliebigen Volumens gleich der Summe der pro Zeiteinheit in das Volumen einfließenden Masse ist. Dieses führt zu der Formel:

$$S((\rho_g(x+dx,t)v(x+dx,t)) - (\rho_g(x,t)v(x,t))) = -S \cdot dx \frac{\partial \rho_g(x,t)}{\partial t} \quad (2.9)$$

bzw.:

$$\frac{\partial(\rho_g(x,t)v(x,t))}{\partial x} = -\frac{\partial \rho_g(x,t)}{\partial t} \quad (2.10)$$

oder

$$\frac{\partial(\rho_g(x,t)v(x,t))}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.11)$$

Unter der Voraussetzung dass  $\rho \ll \rho_0$ , kann in Gleichung (2.11)  $\rho_g$  durch  $\rho_0$  ersetzt werden.

Es ergibt sich:

$$\rho_0 \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.12)$$

bzw. mit Gleichung (2.8):

$$\rho_0 \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.13)$$

Durch Erweiterung der Gleichungen (2.6) mit  $\delta x$  und Gleichung (2.13) mit  $\delta t$  kann  $v$  eliminiert werden:

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.14)$$

Dieses ist die eindimensionale Wellengleichung.

Bei dreidimensionaler Wellenausbreitung lautet die Wellengleichung für einen beliebigen Punkt  $\vec{r}$  entsprechend:

$$\Delta p(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r},t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.15)$$

mit ( $\vec{r} = r_x \cdot \vec{e}_x + r_y \cdot \vec{e}_y + r_z \cdot \vec{e}_z$ )

Entsprechend wird aus (2.7) im Dreidimensionalen:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(\vec{r},t)}{\partial t} + \vec{\nabla} p(\vec{r},t) = 0 \quad (2.16)$$

Aus (2.11) wird:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p(\vec{r},t)}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r},t) = 0 \quad (2.17)$$

Um diese Ausdrücke weiter zu vereinfachen, kann auf die Fourieranalyse bezüglich der Zeitkoordinaten zurückgegriffen werden. Diese ist nach [Ref. 18] definiert als:

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.18)$$

Die Fourieranalyse kann als Aufspaltung der Zeitfunktion in einzelne Funktionen der Form  $e^{j\omega t}$  mit der Kreisfrequenz  $\omega$  betrachtet werden. Eine Funktion  $p(t)$  ist daher vollständig durch ihre Transformaten  $P(\omega)$  beschrieben. Die inverse Transformation ist beschrieben durch

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.19)$$

Wird nun die Fouriertransformation auf den Schalldruck (Gleichung (2.15)) angewandt, ergibt sich die homogene Helmholtz-Gleichung:

$$\Delta P(\omega) + k^2 P(\omega) = 0 \quad (2.20)$$

mit

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.21)$$

hierbei ist  $k$  die Wellenzahl und  $\lambda$  die Wellenlänge. Die Wellenzahl drückt aus, wie viele Wellenlängen auf den Einheitskreis entfallen. Das Schalldruckfeld ist nun aus spektralen Anteilen  $P(\omega)$  zusammengesetzt.

Enthält der Feldbereich Quellen, dann müssen die Grundgleichungen erweitert werden. Dabei sind zwei Arten von Quellen zu betrachten: Monopole und Dipole. Ein akustischer Monopol ist eine pulsierende Kugel mit einem Radius  $a$ , die die umgebende Luft verschiebt. Die Oberfläche bewegt sich in radialer Richtung mit der Geschwindigkeit

$$u(t) = U \cdot e^{-j\omega t} \quad (2.22)$$

Dieses führt zu einem Volumenfluss  $q_{\text{vol}}$  der Quelle

$$q_{\text{vol}} = U \cdot 4\pi a^2 \quad (2.23)$$

Wird der Radius der Kugel unendlich klein, ist es vorstellbar, dass die Geschwindigkeit  $U$  der Kugeloberfläche entsprechend vergrößert wird, so dass der Volumenfluss  $q$  konstant bleibt. Dieser Volumenfluss der Quelle wird auch als die Quellstärke der Quelle bezeichnet. Der Volumenfluss kann durch die Multiplikation mit der spezifischen Dichte in einen Massefluss umgerechnet werden. Wird  $q_{\text{vol}}(\vec{r}, t)$  als die Quellstärkendichte (Volumenfluss pro Volumeneinheit) mit der Einheit [1/s] festgelegt, so ist das Produkt  $\rho_0 q_{\text{vol}}(\vec{r}, t)$  der Massefluss pro Volumeneinheit. Wird es in Gleichung (2.17) eingesetzt, so ergibt sich:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r}, t) = \rho_0 q_{\text{vol}}(\vec{r}, t) \quad (2.24)$$

Zum Beispiel ist ein Lautsprecher im geschlossenen Gehäuse für Wellenlängen, die viel größer als die Ausmaße des Gehäuses sind, als solch ein Monopol zu betrachten.

Eine Dipolquelle ist wie eine auf das Medium einwirkende pulsierende Kraft vorstellbar. Dadurch wird der Impuls geändert und Gleichung (2.13) wird erweitert zu:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} p(\vec{r}, t) = \vec{f}_{vol}(\vec{r}, t) \quad (2.25)$$

wobei  $\vec{f}_{vol}(\vec{r}, t)$  die Kraftdichte (Kraft pro Volumenelement) mit der Einheit  $[\frac{kg}{s^2 m^2}]$  ist.

Ein offener Lautsprecher ist ein Beispiel für einen Dipolstrahler.

Durch Erweitern der Gleichungen (2.24) und (2.25) und Eliminierung von  $v$ , führt das zu:

$$\Delta p(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \cdot \vec{f}(\vec{r}, t) - \rho_0 \frac{\partial q_{vol}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (2.26)$$

Nach Transformation in den Frequenzbereich folgt daraus die inhomogene Helmholtz-Gleichung:

$$\Delta P(\vec{r}, \omega) + k^2 P(\vec{r}, \omega) = \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_{vol}(\vec{r}, \omega) - j\omega\rho_0 Q_{vol}(\vec{r}, \omega) \quad (2.27)$$

Die Greensche Funktion  $G$  ist definiert als die Lösung der Helmholtz-Gleichung mit einem elementaren Lösungsterm ( $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \hat{=}$  Dirac-Funktion des Ortes  $\vec{r}_0$ ):

$$\Delta G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) + k^2 G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad (2.28)$$

Dabei wird die Lage der Quelle mit dem Ortsvektor  $\vec{r}_0$  gekennzeichnet.  $\vec{r}$  bezeichnet wie oben eine beliebige Empfängerposition im Raum.

Die allgemeine Lösung für Freifeldbedingungen im dreidimensionalen ist nach Ref. 23:

$$G_{3dim}(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (2.29)$$

Aus Gleichung (2.29) ist zu entnehmen, dass die Greensche Funktion beim Austausch von Quelle und Empfänger die gleichen Werte liefert.

$$G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) = G(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \quad (2.30)$$

Dieses wird als die örtliche Reziprozität bezeichnet [Ref. 27].

Definiert man einen Monopol als eine Quellverteilung innerhalb eines Volumens mit

$$q_m(\vec{r}, t) = u(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0), \quad (2.31)$$

so kann das Feld des Monopols beschreiben werden mit:

$$P_m(\vec{r}, \omega) = j\omega\rho_0 U(\omega) G(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \quad (2.32)$$

Die Funktion  $u(t)$  ist darin eine beliebige Funktion der Zeit.

Ebenso kann das Dipolfeld durch die Greensche Funktion beschreiben werden:

$$P_d(\vec{r}, \omega) = j\omega\rho_0 U(\omega) \vec{\Delta} \vec{r}_0 \cdot \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \quad (2.33)$$

## 2.2. Das allgemeine Kirchhoff-Integral

Mit den bisherigen Gleichungen kann das Feld bei gegebener Quellenverteilung bestimmt werden. Da in vielen Fällen aber gerade diese Verteilung nicht bekannt ist, sondern nur Messwerte über dieses Feld vorliegen, ist ein Weg gesucht, mit Hilfe dieser Messungen das Schallfeld berechnen zu können.

Werden in Gleichung (2.27) die Verteilung der Quellen zu  $\Psi_{tot}$  zusammengefasst, ergibt sich:

$$\Delta P(\vec{r}, \omega) + k^2 P(\vec{r}, \omega) = -\Psi_{tot}(\vec{r}, \omega) \quad (2.34)$$

Folgend wird die gesamte Gleichung mit G multipliziert:

$$G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Delta P(\vec{r}, \omega) + G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) k^2 P(\vec{r}, \omega) = -G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{tot}(\vec{r}, \omega) \quad (2.35)$$

Gleichung (2.28) wird mit P multipliziert:

$$\Delta G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) P(\vec{r}, \omega) + k^2 G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) P(\vec{r}, \omega) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) P(\vec{r}, \omega) \quad (2.36)$$

Gleichung (2.36) wird von (2.35) abgezogen:

$$G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Delta P(\vec{r}, \omega) - \Delta G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) P(\vec{r}, \omega) = \quad (2.37)$$

$$P(\vec{r}, \omega) \delta(\vec{r}_0 - \vec{r}) - G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{tot}(\vec{r}, \omega)$$

Die Integrierung von Gleichung (2.37) über V führt zu:

$$\int_V \left( G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Delta P(\vec{r}, \omega) - \Delta G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) P(\vec{r}, \omega) \right) dV \quad (2.38)$$

$$+ \int_V G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{tot}(\vec{r}, \omega) dV$$

$$= \begin{cases} P(\vec{r}_0, \omega) & \text{für } \vec{r}_0 \text{ in } V \\ \frac{1}{2} P(\vec{r}_0, \omega) & \text{für } \vec{r}_0 \text{ auf Grenzfl. von } V \\ 0 & \text{für } \vec{r}_0 \text{ außerhalb } V \end{cases}$$

Dabei ist :

$\vec{r}_0$  der Ort, für den das Integral berechnet wird;

$\vec{r}$  der variable Ort, über den integriert wird;

$$dV = dr_x \cdot \vec{e}_x + dr_y \cdot \vec{e}_y + dr_z \cdot \vec{e}_z$$

$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  sind die Einheitsvektoren.

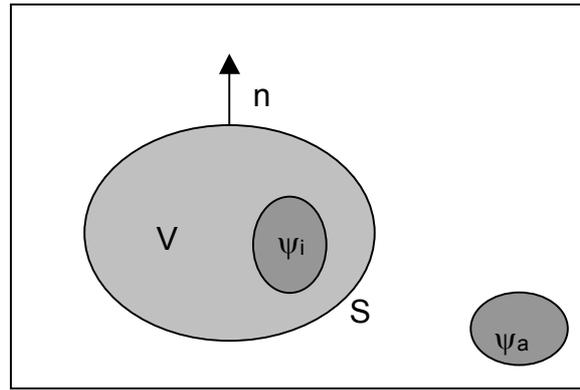


Abb. 2.1: Anordnung eines Volumens V mit einer inneren und äußeren Quellverteilung

Der Faktor  $\frac{1}{2}$  für die Punkte auf der Grenzfläche ist nur gültig, wenn in  $\vec{r}_0$  die Oberfläche S keinen Knick hat, also eine tangentielle Ebene existiert. Falls das nicht der Fall ist, muss die Gewichtung dieses Punktes entsprechend angepasst werden.[Ref. 12]

Durch Anwendung des Gaußschen Satzes auf Gleichung (2.38) ergibt für  $\vec{r}_0 \in V$  das allgemeine Kirchhoff-Integral:

$$P(\vec{r}_0, \omega) = \underbrace{\int_V G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{tot}(\vec{r}, \omega) dV}_{(1)} \quad (2.39)$$

$$+ \underbrace{\oint_S [G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \vec{\nabla} P(\vec{r}, \omega) - \vec{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) P(\vec{r}, \omega)] \vec{n} dS}_{(2)}$$

Es ist: S = einhüllende Fläche von V  
 $\vec{n}$  = Normalvektor auf S am Ort  $\vec{r}$

An Gleichung (2.39) ist zu erkennen, dass sich die Berechnung des Druckes innerhalb eines Volumens V aus zwei Komponenten zusammensetzt. Zum einen liefert die Integration im Integral (1) (über alle Orte  $\vec{r}$  im Volumen V, an denen  $\Psi \neq 0$  ist) den Anteil der Quellen innerhalb des Volumens, das Integral (2) (über alle  $\vec{r}$  auf S) liefert den Beitrag, der durch äußere Quellen erzeugt wird. Dieser ist indirekt über die Messung von P und  $\nabla P$  gegeben. Mit diesem Integral kann bei bekannten Oberflächenbedingungen und bekannten Quellen im Volumen für jeden Ort im Volumen der Schalldruck exakt berechnet werden, die Berechnung erfolgt dabei im Frequenzbereich.

Existieren im Volumen keine Quellen, reduziert sich Gleichung (2.39) zu dem Kirchhoff-Helmholtz-Integral

$$P(\vec{r}_0, \omega) = \oint_S \left( G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \vec{\nabla} P(\vec{r}, \omega) - \vec{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) P(\vec{r}, \omega) \right) \vec{n} dS \quad (2.40)$$

Gleichung (2.40) ergibt, dass der Schalldruck innerhalb eines quellenfreien Volumens allein durch die Kenntnis von P und  $\nabla P$  auf deren Oberfläche zu bestimmen ist. Anders ausgedrückt, bedeutet das, dass mit Hilfe des Helmholtz-Kirchhoff-Integrals ein dreidimensionales Schallfeld innerhalb eines Volumens auf Grund der Schalldruckmessungen

auf dessen Oberfläche rekonstruiert werden kann. Wegen der Reziprozität können der Schalldruckverlauf der Oberfläche auch als das Ergebnis von zwei Schichten unterschiedlicher Quellen betrachtet werden, einer Monopol- und einer Dipolschicht, die ein entsprechendes Feld innerhalb von V erzeugen.

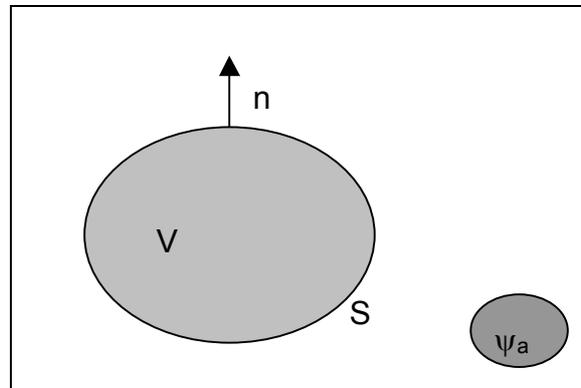


Abb. 2.2: Anordnung eines quellfreien Volumens V mit einer äußeren Quellverteilung

Mithilfe des Impulserhaltungssatzes kann Gleichung (2.40) umgeschrieben werden zu:

$$P(\vec{r}_0, \omega) = -\oint_S \left( G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) j \omega \rho_0 \vec{V}(\vec{r}, \omega) \vec{n} + P(\vec{r}, \omega) \vec{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \vec{n} \right) dS \quad (2.41)$$

Ein Vergleich dieser Gleichung mit Gleichung (2.32) und (2.33) zeigt, dass dieses gleichbedeutend mit einer Monopolverteilung auf S ist, deren Quellstärke pro Flächeneinheit  $Q_{fl}(r_s, \omega) = -\vec{V}(r_s, \omega) \cdot \vec{n}$  sowie einer Dipolverteilung der Quellstärke pro Flächeneinheit  $\vec{F}_{fl}(r_s, \omega) = -P(r_s, \omega) \cdot \vec{n}$  ist. Gleichung (2.41) ist eine mathematische Entsprechung des Huygensschen Ausbreitungsgesetzes.

Gleichung (2.41) lässt vermuten, dass die Quellverteilung auf S nur das Feld innerhalb des Volumens erzeugen kann. Genauso kann die Oberfläche von S umgekehrt werden und der quellfreie Innenraum wird zum quellfreien Außenraum. Die Quellen liegen nun im Innenraum und mit der Annahme eines unendlichen Mediums kann gefolgert werden, dass das Feld einer beliebigen Quelle durch einer auf einer beliebigen Oberfläche angebrachten Monopol und Dipolverteilung ersetzt werden kann.

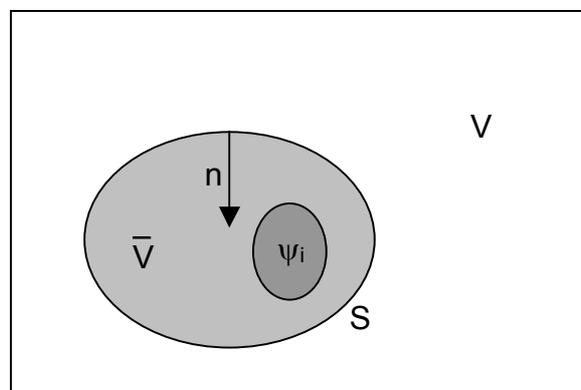


Abb. 2.3: Anordnung eines Volumens  $\bar{V}$  mit einer inneren Quellverteilung

### 2.2.1. Die Greensche Funktion

Wie bereits oben beschrieben, ist die Greensche Funktion die Lösung des allgemeinen Kirchhoff-Integrals für Freifeldbedingungen. Da die mathematische Lösung den Rahmen sprengen würde, sei hier auf die in der Literatur vorhandenen Lösungen verwiesen [Ref. 23].

### 2.2.2. Die dreidimensionale Lösung

Nach Ref. 23 lautet die dreidimensionale Lösung für die Greensche Funktion

$$G_{3\text{dim}}(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (2.42)$$

Für einen Monopol lautet dann die Ausbreitungsgleichung:

$$P_m(\vec{r}, \omega) = j\omega\rho_0 U(\omega) G_{3\text{dim}}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \quad (2.43)$$

Für eine Diskretisierung der Quellverteilung sind Untersuchungen über die mindestens erforderliche Quellbelegung durchgeführt worden, die zu dem Ergebnis kamen, dass einer Quelle ein Wirkungsquerschnitt von  $A = \lambda^2 / 4\pi$  zugeordnet werden kann. [Ref. 23] Damit ergibt sich dann bei gegebener Hüllkurve und minimalem  $\lambda$ , für das das System wirksam sein soll, die Anzahl der nötigen Quellen.

### 2.2.3. Die zweidimensionale Lösung

Mit der Reduzierung des Kirchhoff-Integrals auf zwei Dimensionen wird aus dem Flächenintegral ein Kurvenintegral und die Volumenintegration wird zur Flächenintegration. Es ergibt sich:

$$P(\vec{r}_0, \omega) = \int_S G_{2\text{dim}}(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{\text{tot}}(\vec{r}, \omega) dS \quad (2.44)$$

$$+ \oint_r \left[ G_{2\text{dim}}(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \vec{\nabla} P(\vec{r}, \omega) - \vec{\nabla} G_{2\text{dim}}(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) P(\vec{r}, \omega) \right] \vec{n} dr$$

$$\vec{r} = r_x \cdot \vec{e}_x + r_y \cdot \vec{e}_y, \quad \vec{r}_0 \text{ entsprechend}$$

Auch hier ist wie in Gleichung (2.39) die Greensche Funktion zu finden, allerdings ist hier nicht Gleichung (2.42) einzusetzen, sondern die zweidimensionale Greensche Funktion.

Für die Greensche Funktion ergibt sich nach Ref. 5 :

$$G_{2\text{dim}}(r, r_0, \omega) = -(j/4) H_0^{(2)}(k|r - r_0|) \quad (2.45)$$

Die Funktion  $H_0^{(2)}$  ist die Hankel-Funktion Nullter Ordnung und zweiter Art, die sich aus der ersten Bessel-Funktion nullter Ordnung ( $J_0$ ) und der Neumann-Funktion nullter Ordnung ( $N_0$ ) zusammensetzt. Die Neumann-Funktion wird auch als zweite Bessel-Funktion bezeichnet:

$$H_0^{(2)}(k, r) = J_0(kr) - j \cdot N_0(kr) \quad (2.46)$$

In Abb. 2.4 sind Realteil und Imaginärteil der Hankel-Funktion aufgetragen.

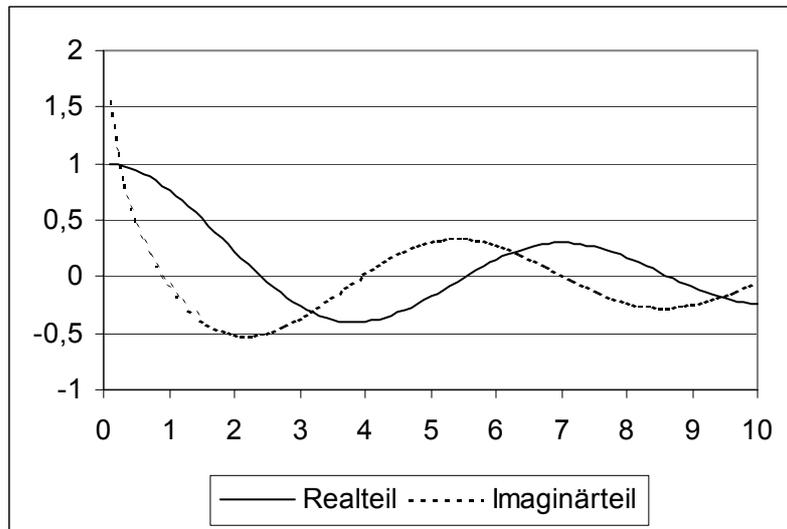


Abb. 2.4: Real- und Imaginärteil der Hankel-Funktion  $H_0^{(2)}(kr)$

Die Hankel-Funktion kann analytisch nicht direkt berechnet werden, da sie als Reihe definiert ist. [Ref. 2] Daher wird die Hankel-Funktion durch Näherungen berechnet. Der Bereich von  $kr=[0..1]$ , auch Nahfeld genannt wird durch  $H_{nah}(kr)$  und der Bereich  $kr>1$  (Fernfeld) durch  $H_{fern}(kr)$  ausgedrückt. Deren Gleichungen werden in Abschnitt 2.2.3.1., bzw. 2.2.3.2. vorgestellt.

Die Ortskurven in Abb. 2.5 zeigen, wie sich die Näherungen zur Hankel-Funktion in Bezug auf Nah- und Fernfeld verhalten.

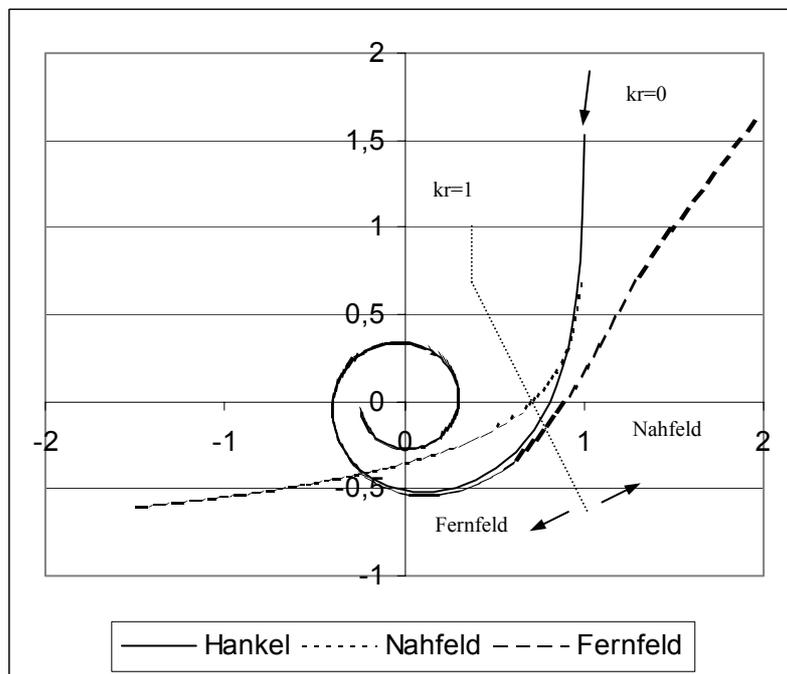


Abb. 2.5: Ortskurven der Hankel-Funktion  $H_0^{(2)}(kr)$  und ihrer Näherungen für Nahfeld ( $H_{nah}(kr)$ ) und Fernfeld ( $H_{fern}(kr)$ )

Die Näherungsfunktion  $H_{\text{nah}}(kr)$  ähnelt für  $kr < 1$  der Hankel-Funktion, während sie im Fernfeld hinausläuft. Die genäherte Fernfeldfunktion  $H_{\text{fern}}(kr)$  verhält sich genau entgegengesetzt.

### 2.2.3.1. Das Nahfeld einer Linienschallquelle

Die Reduzierung des Integrals auf zwei Dimensionen bedeutet, dass die Quellen im zweidimensionalen Kirchhoff-Integral auf Grund der Zweidimensionalität in eine der dreidimensionalen Achsrichtungen unabhängig sind, daher sind diese immer konstant.

Für das Nahfeld einer Linienschallquelle, das heißt für  $kr < 1$ , kann die Näherung in Gleichung (2.47) angenommen werden.

$$H_0^{(2)}(kr) \approx \left[ \left( 1 - \frac{kr}{4} \right) \right] + j \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \ln \frac{1,123}{kr} = h_{\text{nah}}(kr) \quad (2.47)$$

Abb. 2.6 zeigt den Verlauf der Nahfeldnäherung aus Gleichung (2.47):

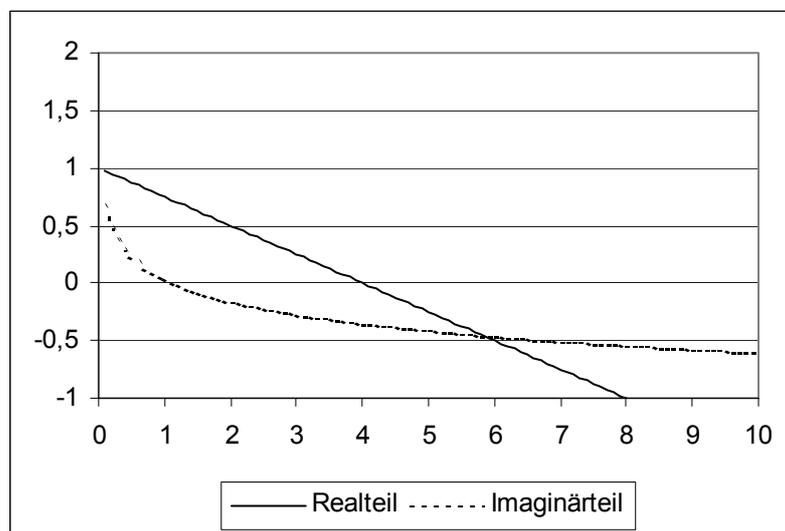


Abb. 2.6: Verlauf der Näherung der Hankel-Funktion für  $kr < 1$

Der Schalldruck eines unendlich langen atmenden Zylinders ergibt sich nach [Ref. 37] zu:

$$p(r, t) = \vec{v}_a(t) \cdot \left( \frac{\pi}{2} \right) \cdot k \cdot r_a \cdot Z_0 \cdot H_0^{(2)}(kr) \quad \text{für } k \cdot r_a \ll 1 \quad (2.48)$$

Hierbei ist  $v_a(t)$  die Zylinderschnelle,  $r_a$  der Zylinderradius,  $Z_0$  die Schallkennimpedanz und  $r$  die Entfernung.

Ergibt sich für das Nahfeld folgende Näherung:

$$p(r, t) = v_a(t) \cdot \left( \frac{\pi}{2} \right) \cdot k \cdot r_a \cdot Z_0 \cdot \left( 1 - \frac{kr}{4} + j \frac{2}{\pi} \ln \frac{1,123}{kr} \right) \quad \text{für } k \cdot r_a \ll 1 \quad (2.49)$$

Über die Beziehung aus der Wellengleichung

$$-\bar{\Delta} p = \rho \cdot j \omega \vec{v} = -\frac{\partial p}{\partial \vec{r}} \quad (2.50)$$

ergibt sich die Schallschnelle in Radialrichtung  $\vec{v}_r(r, t)$  zu

$$v_r(r, t) \approx v_a(t) \frac{\pi r_a}{2 r} \left( \frac{2}{\pi} - j \cdot \frac{(kr)^2}{2} \right); kr_a < kr < 1 \quad (2.51)$$

und die Zylinderwellenimpedanz zu

$$Z_z = \frac{p(r, t)}{v_r(r, t)} \approx Z_0 kr \left( \frac{\pi}{2} + j \cdot \ln \frac{1,123}{kr} \right); kr_a < kr < 1 \quad (2.52)$$

### 2.2.3.2. Das Fernfeld einer Linienschallquelle

Im Fernfeld ( $kr > 1$ ) lässt sich die Hankel-Funktion  $H_0^{(2)}(kr)$  asymptotisch annähern:

$$H_0^{(2)}(kr) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cdot e^{-j \cdot \left( kr - \frac{\pi}{4} \right)} = h_{fern}(kr) \quad (2.53)$$

Dies soll in Abb. 2.7 verdeutlicht werden, indem der Real- und Imaginärteil der Näherung aus Gleichung (2.53) aufgetragen sind.

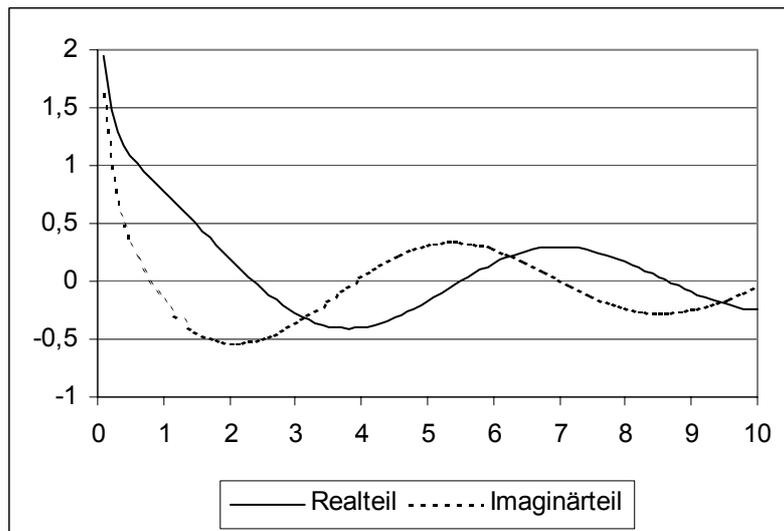


Abb. 2.7: Verlauf der Näherung der Hankel-Funktion für  $kr > 1$

Die Differentiation von  $p(r, t)$  führt zu der Schallschnelle  $v_r(r, t)$ :

$$v_r(r, t) \approx v_a(t) \cdot \frac{r_a}{\sqrt{r}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \cdot \left( k - j \frac{1}{2r} \right) \cdot e^{-j \cdot \left( kr - \frac{\pi}{4} \right)} \quad (2.54)$$

und zu der Zylinderwellenimpedanz  $Z_z$

$$Z_z \approx \frac{Z_0}{1 - j \cdot \frac{1}{2kr}} \approx Z_0 \Big|_{kr \gg 1} \quad (2.55)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass die Impedanz reell wird, wenn  $kr$  gegen unendlich geht und den Wert der Schallkennimpedanz  $Z_0$  annimmt. Schalldruck und Schallschnelle liegen also im Fernfeld in Phase.

Wird Gleichung (2.53) in Gleichung (2.48) eingesetzt, entsteht die Gleichung des Schalldruckverlaufes im Fernfeld:

$$p(r, t) \approx v_a(t) \cdot \frac{\pi}{2} \cdot k \cdot r_a \cdot Z_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \cdot e^{-j \cdot \left( kr - \frac{\pi}{4} \right)} \quad (2.56)$$

Gleichung (2.56) zeigt, dass der Schalldruck im Fernfeld mit  $\frac{1}{\sqrt{r}}$  abnimmt.

#### 2.2.4. Die eindimensionale Lösung

Bei einer ebenen Welle besteht die örtliche Abhängigkeit nur in einer Dimension in der auch die Welle sich ausbreitet. Es entstehen Schalldruck  $p$  und Schallschnelle  $v$ . Die Schallkennimpedanz ist der Quotient aus dem Schalldruck und der Schallschnelle. Dies führt zu Gleichung (2.57):

$$Z_0 = \frac{p}{v} = \rho_0 c \quad (2.57)$$

wobei  $\rho$  die Luftdichte ist und  $c$  die Schallgeschwindigkeit.

In Abhängigkeit vom Ort  $x$  und von der Zeit  $t$ , breitet sich der Schalldruck mit

$$p(x, t) = \hat{p} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi)} \cdot e^{-j \cdot k \cdot x} = p(t) \cdot e^{-j \cdot k \cdot x} \quad (2.58)$$

aus und die Schallschnelle ergibt sich mit Gleichung (2.57) zu

$$v(x, t) = \frac{1}{\rho \cdot c} \cdot p(x, t) = \frac{1}{\rho \cdot c} \cdot p(t) \cdot e^{-j \cdot k \cdot x} \quad (2.59)$$

Aus den Gleichungen (2.57), (2.58) und (2.59) geht hervor, dass die Schallkennimpedanz weder raum- noch zeitabhängig ist. Sie stellt zu jedem Raumpunkt und zu jeder Zeit eine reelle Größe dar.

Bei der ebenen Welle liegen zu einem Zeitpunkt alle Raumpunkte gleichen Druckes oder gleicher Schnelle auf Ebenen, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehen. [Ref. 37].

Im eindimensionalen Kirchhoff-Integral reduzieren sich das Volumen zu einer Strecke und die Oberfläche zu dessen Eckpunkten. Des Weiteren wird aus dem Nabla-Operator eine einfache Ableitung in die noch freie Dimension. Das Kirchhoffsche Integral wird zu:

$$\begin{aligned}
 P(x_0, \omega) &= \int_{x_1}^{x_2} G(x_0, x, \omega) \Psi_{tot}(x, \omega) dx \\
 &- \left[ G(x_0, x, \omega) \frac{dP(x, \omega)}{dx} - \frac{dG(x_0, x, \omega)}{dx} P(x, \omega) \right]_{x=x_1} \\
 &+ \left[ G(x_0, x, \omega) \frac{dP(x, \omega)}{dx} - \frac{dG(x_0, x, \omega)}{dx} P(x, \omega) \right]_{x=x_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.60}$$

Auch hier ist wieder die Greensche Funktion enthalten, jedoch die eindimensionale Lösung. Diese lautet dann:

$$G_{1dim}(x, x_0, \omega) = -\frac{j}{k} e^{-jk|x-x_0|}
 \tag{2.61}$$



Abb. 2.8: Eindimensionale Anordnung für das Kirchhoff-Integral

### 2.3. Anwendung des Kirchhoff-Integrals zur Auslöschung von Schallfeldern

Die Möglichkeit über das Kirchhoff-Integral Schallfelder zu erfassen und zu reproduzieren oder auszulöschen ist leicht darzustellen. Dazu ist in Abb. 2.9 von folgender Situation auszugehen:

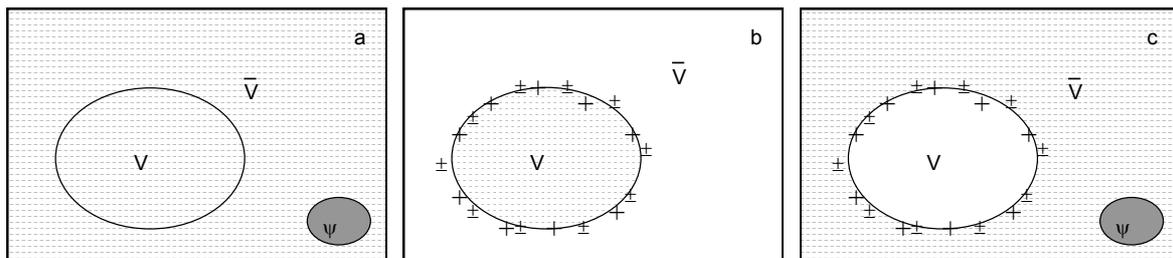


Abb. 2.9: Situation für eine Volumenoberfläche mit einer Monopol- und Dipolverteilung

Eine Quellverteilung  $\psi$  erzeugt ein primäres Schallfeld  $P_{pri}$  innerhalb ( $V$ ) und außerhalb ( $\bar{V}$ ) eines Volumens (Abb. 2.9 a). Eine mit Monopolen und Dipolen belegte Oberfläche eines Volumens  $V$  erzeugt ein sekundäres Schallfeld  $P_{sek}$  innerhalb des Volumens (Abb. 2.9 b). Gilt nach Gleichung (2.41) für die Monopole und Dipole

$$\left. \begin{aligned}
 Q_{fl}(\vec{r}, \omega) &= -\vec{V}_{pri}(\vec{r}, \omega) \vec{n} \\
 \vec{F}_{fl}(\vec{r}, \omega) &= -P_{pri}(\vec{r}, \omega) \vec{n}
 \end{aligned} \right\} \text{für } \vec{r} \in S,
 \tag{2.62}$$

ergibt sich für das überlagerte Feld (Abb. 2.9 c):

$$P(\vec{r}_0, \omega) = \int_{\bar{V}} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{tot}(\vec{r}, \omega) dV + \oint_S \left[ G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) j\omega\rho_0 Q_{fl}(\vec{r}) + \vec{F}_{fl}(r) \vec{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \right] dS = \begin{cases} 0 & \vec{r}_0 \in V \\ \frac{1}{2} P_{pri}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in S \\ P_{pri}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in \bar{V} \end{cases} \quad (2.63)$$

Das bedeutet, dass eine komplette Auslöschung des Primärfeldes innerhalb des Volumens  $V$  erreicht wird, ohne dass das Feld in  $\bar{V}$  geändert wird. Für das sekundäre Feld folgt aus Gleichung (2.63) direkt:

$$P_{sek}(\vec{r}_0, \omega) = \oint_S \left[ G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) j\omega\rho_0 \vec{V}_{pri}(r) + P_{pri}(r) \vec{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \right] \vec{n} dS = \begin{cases} -P_{pri}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in V \\ -\frac{1}{2} P_{pri}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in S \\ 0 & \vec{r}_0 \in \bar{V} \end{cases} \quad (2.64)$$

Ist jedoch die Oberfläche  $S$  nur mit Monopolen oder Dipolen belegt, so ergibt sich eine neue Situation. Bisher erfüllte die Greensche Funktion die Sommerfeld-Bedingung:

$$\lim_{r_b \rightarrow \infty} \left\{ |r_b| \left[ jkP(\vec{r}_B, \omega) + \vec{\nabla} P(\vec{r}_B, \omega) \vec{n} \right] \right\} = 0 \quad (2.65)$$

Bei der Belegung mit Dipolen ergibt sich die Dirichlet-Bedingung:

$$P(\vec{r}_B, \omega) = 0 \quad (2.66)$$

Die Belegung mit Monopolen führt zur so genannten Neumann-Bedingung:

$$\vec{\nabla} P(\vec{r}_B, \omega) \vec{n} = 0 \quad (2.67)$$

$r_B$  kennzeichnet darin die Punkte auf der Oberfläche des Volumens und  $\vec{n}$  den nach außen zeigenden Normalenvektor.

Mit diesen beiden Randbedingungen reduziert sich das Kirchhoff-Integral zu einem Rayleigh-Integral. Das bedeutet, dass nur das Wissen von  $P$  oder  $\vec{V} \cdot \vec{n}$  auf der Oberfläche ausreicht, um das Feld innerhalb von  $V$  zu bestimmen. Umgekehrt folgt daraus, dass durch das Verwenden nur einer Polart das Feld innerhalb des Volumens exakt wiedergegeben werden kann, jedoch außerhalb des Volumens ebenfalls ein Schallfeld erzeugt wird. Um das Aussehen des Feldes außerhalb des Volumens bestimmen zu können, stellt man sich folgende Situation vor:

Das Volumen  $V$  umschließt einen beliebigen akustischen Reflektor, auf den das primäre Feld wirkt. Der Reflektor erzeugt ein neues Feld  $P_{ref}$ . Dieses Feld kann bei Abwesenheit des Reflektors durch eine Belegung der Volumenoberfläche mit Dipolen und Monopolen vollständig nachgebildet werden.

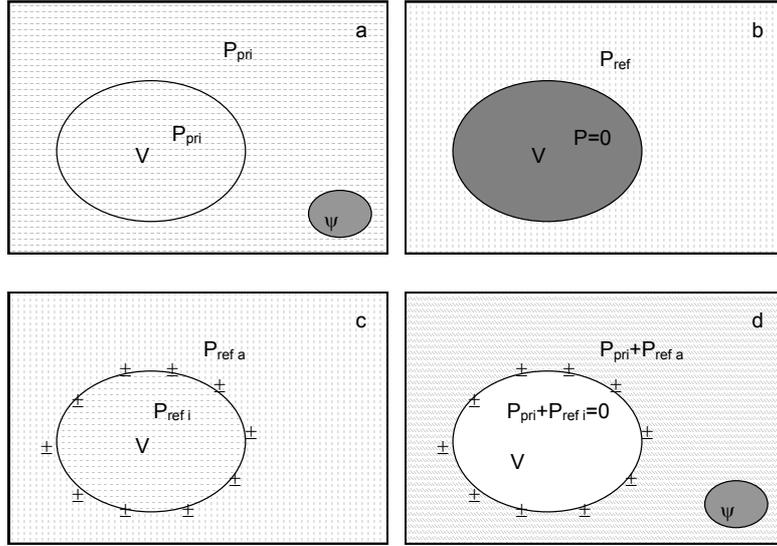


Abb. 2.10: Feldkonfiguration für reine Monopol- oder Dipolbelegung. a) das primäre Feld, b) der gedachte Reflektor und das reflektierte Feld, c) das sekundäre Feld einer Dipolbelegung, d) das überlagerte Feld

Für das rekonstruierte Schallfeld ergibt sich dann

$$P(\vec{r}_0, \omega) = -\oint_S \left[ G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) j\omega\rho_0 \vec{V}_{ref}(\vec{r}) - P_{ref}(\vec{r}) \vec{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \right] \vec{n} dS \quad (2.68)$$

$$= \begin{cases} 0 & \vec{r}_0 \in V \\ \frac{1}{2} P_{ref}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in S \\ P_{ref}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in \bar{V} \end{cases}$$

mit  $\vec{n} = -\vec{n}$

Für die Monopol- und Dipolbelegung ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} \vec{Q}_{fl}(r, \omega) &= \vec{V}_{pri}(r, \omega) \vec{n} + \vec{V}_{ref}(r, \omega) \vec{n} \\ \vec{F}_{fl}(r, \omega) &= P_{pri}(r, \omega) \vec{n} + P_{ref}(r, \omega) \vec{n} \end{aligned} \right\} \text{für } r \in S \quad (2.69)$$

Nach Überlagerung des primären mit dem reflektierten Feld folgt für das sekundäre Feld:

$$P_{sek}(\vec{r}_0, \omega) = \oint_S \left[ G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) j\omega\rho_0 \vec{Q}_{fl}(\vec{r}) - \vec{F}_{fl} \vec{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \right] dS \quad (2.70)$$

$$= \begin{cases} -P_{pri}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in V \\ \frac{1}{2} [P_{ref}(\vec{r}_0) - P_{pri}(\vec{r}_0)] & \vec{r}_0 \in S \\ P_{ref}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in \bar{V} \end{cases}$$

Das zeigt, dass diese Monopol- und Dipolbelegung sowohl das primäre Feld innerhalb V, als auch gleichzeitig das reflektierte Feld im Außenraum erzeugen kann. Im nächsten Gedankenschritt wird angenommen, dass das rekonstruierte reflektierte Feld eine von folgenden Bedingungen erfüllt:

$$\left. \begin{aligned} P_{pri}(\vec{r}, \omega) \vec{n} + P_{ref}(\vec{r}, \omega) \vec{n} &= 0 \\ \vec{V}_{pri}(\vec{r}, \omega) \vec{n} + \vec{V}_{ref}(\vec{r}, \omega) \vec{n} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{für } \vec{r} \in S \quad (2.71)$$

Bei Betrachtung dieser Grenzbedingungen bedeutet dies physikalisch, dass im ersten Falle an der Grenzfläche der Schalldruck einen schallweichen Abschluss trifft, also auf ein Vakuum. Dieses ist zwar nur theoretisch möglich, macht aber deutlich, dass die Welle nicht durch dieses Volumen weiterlaufen kann. Im zweiten Falle entspricht die Bedingung dem eines schallharten Abschlusses wie bei einer massiven Wand. Das wiederum bedeutet, dass das rekonstruierte bzw. reflektierte Schallfeld  $P_{ref}$  wie das bei einem akustisch nicht durchdringenden Volumen aussehen muss. In Verbindung mit Gleichung (2.69) bedeutet das, dass unter diesen Bedingungen entweder die Monopolbelegung oder die Dipolbelegung Null ist, ohne dass Gleichung (2.70) die Gültigkeit verliert. In beiden Fällen führt die Überlagerung des Primärfeldes mit dem Sekundärfeld zu:

$$P_{tot}(\vec{r}_0, \omega) = P_{pri}(\vec{r}_0, \omega) + P_{sek}(\vec{r}_0, \omega) = \begin{cases} 0 & \vec{r}_0 \in V \\ \frac{1}{2} [P_{ref}(\vec{r}_0) + P_{pri}(\vec{r}_0)] & \vec{r}_0 \in S \\ P_{pri}(\vec{r}_0) + P_{ref}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in \bar{V} \end{cases} \quad (2.72)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{mit } P_{tot}(\vec{r}_0, \omega) &= 0 \\ \text{oder } \vec{V}_{tot}(\vec{r}_0, \omega) \vec{n} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{für } \vec{r} \in S$$

Das bedeutet letztlich, dass es für den Außenraum kein Unterschied ist, ob die Oberfläche von  $V$  mit Dipolen oder Monopolen belegt ist, oder ob  $V$  ein akustischer Reflektor ist. In jedem Fall wird das von außen einfallende Schallfeld an der Grenzschicht zu  $V$  reflektiert.

Abschließend soll hier noch die Lösung des Kirchhoff-Integrals für die beiden Quellarten gegeben werden:

Bei der Monopol-Lösung bewirkt der an Stelle von  $V$  gedachte Körper, dass die Summe von  $P_{pri}$  und  $P_{ref}$  auf der Oberfläche zu Null wird. Mit der Quellstärke  $Q_{fl} = (\vec{V}_{pri} + \vec{V}_{ref}) \vec{n}$  folgt:

$$P_{tot}(\vec{r}_0, \omega) = \int_{\bar{V}} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{pri}(\vec{r}) d\bar{V} + \oint_S G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) j\omega\rho_0 [\vec{V}_{pri}(\vec{r}) + \vec{V}_{ref}(\vec{r})] \vec{n} dS \quad (2.73)$$

$$= \begin{cases} 0 & \vec{r}_0 \in V \\ \frac{1}{2} [P_{ref}(\vec{r}_0) + P_{pri}(\vec{r}_0)] & \vec{r}_0 \in S \\ P_{pri}(\vec{r}_0) + P_{ref}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in \bar{V} \end{cases}$$

Im Falle der Dipolverteilung ist an der Oberfläche des Volumens  $(\vec{V}_{pri} + \vec{V}_{ref})\vec{n} = 0$  gefordert; es wird  $\vec{F}_d = (P_{pri} + P_{ref})\vec{n}$  gewählt, damit ergibt sich für das überlagerte Schallfeld:

$$P_{tot}(\vec{r}_0, \omega) = \int_{\bar{V}} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) \Psi_{pri}(\vec{r}) d\bar{V} + \oint_S \bar{\nabla} G(\vec{r}_0, \vec{r}, \omega) [P_{pri}(\vec{r}) + P_{ref}(\vec{r})] \vec{n} dS \quad (2.74)$$

$$= \begin{cases} 0 & \vec{r}_0 \in V \\ \frac{1}{2} [P_{ref}(\vec{r}_0) + P_{pri}(\vec{r}_0)] & \vec{r}_0 \in S \\ P_{pri}(\vec{r}_0) + P_{ref}(\vec{r}_0) & \vec{r}_0 \in \bar{V} \end{cases}$$

Wie bei der Belegung mit Monopolen und Dipolen (Gleichung (2.63)) ist das Schallfeld im Inneren von V Null. Beide Lösungen zeigen, dass die Einsparung einer Quellart auf der Oberfläche eine Veränderung des Primärfeldes mit sich bringt. Das Volumen V wirkt in diesen Fällen wie ein akustischer Reflektor.

## 2.4. Intensitäts- und Energiebetrachtung von Schallfeldern und Schallquellen

Bei vielen Diskussionen um die aktive Schallkompensation kommt die Frage auf, was mit der Schallenergie passiert. Als Vorbehalt wird angeführt, dass die vorhandene primäre Schallenergie durch Hinzuschalten weiterer Sekundärquellen und damit weiterer Schallenergie nicht verringert werden könne. Damit soll das Prinzip der aktiven Lärmunterdrückung grundsätzlich in Frage gestellt werden. So wird z.B. in Ref. 15 berichtet: „So mag es nicht verwundern, dass es, wie die Tagespresse berichtete, auf der diesjährigen CeBIT eine Insel der Ruhe durch computergesteuerte Antilärm-Maßnahmen gegeben haben soll. Es bleibt zu hoffen, dass solche Maßnahmen die Ausnahme bleiben, denn Lärmbekämpfung durch ‚Antischall/Auslöschung‘ bedeutet physikalisch, dass die für die Schallauslöschung benötigte Energie an anderer zur Stelle zur Erhöhung der Schallenergie führen muss.“

Zunächst wird eine einzelne Punktquelle betrachtet. Mit der Quellstärke  $q$  folgt für den Schalldruck einer Punktquelle entsprechend der Gleichungen (2.42) und (2.43):

$$P(\vec{r}, \omega) = j\omega\rho_0 Q \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} \quad (2.75)$$

Für den Zeitbereich ergibt sich daraus:

$$p(\vec{r}, t) = j\omega\rho_0 q \frac{1}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (2.76)$$

Aus Gleichung (2.16) folgt für die Radialkomponente  $v_r(\vec{r}, t)$  der Schallschnelle:

$$v_r(\vec{r}, t) = \frac{-1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial r} = \frac{q}{4\pi} \left( jk + \frac{1}{r} \right) \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \quad (2.77)$$

Die winkelabhängigen Komponenten der Schallschnelle sind Null.

Für die Schallkennimpedanz  $Z$  folgt:

$$\frac{p}{v} = \frac{j\omega\rho_0}{jk + \frac{1}{r}} = \rho_0 c \frac{1}{1 + \frac{1}{jkr}} \quad (2.78)$$

Die Intensität ist gegeben mit:

$$I = \frac{1}{2} \Re(pv^*) = \frac{\rho_0 q}{32\pi^2 c} \frac{\omega^2}{r^2} \quad (2.79)$$

Die Intensität steigt also bei konstanter Quellstärke  $q$  (Volumenschnelle) quadratisch mit der Kreisfrequenz an und fällt mit zunehmender Entfernung mit  $1/r^2$  ab.

Für die Wirkleistung  $W$  ergibt sich:

$$W = \oint_S \vec{I} \vec{n} dS = 4\pi r^2 I_r = \frac{\rho_0 q^2}{8\pi c} \omega^2 = \frac{1}{2} Z_0 q^2 \quad (2.80)$$

mit

$$Z_0 = \frac{\rho_0 \omega^2}{4\pi c} \quad (2.81)$$

Wie in Ref. 23 gezeigt, kann die Wirkleistung auch durch den Ausdruck

$$W = \frac{1}{2} \Re(p^* q) \quad (2.82)$$

berechnet werden. Dabei ist  $p$  der (komplexe) Schalldruck in der Position der Quelle.

Im Anschluss wird die Wirkleistung zweier Monopole untersucht, die die gleiche Frequenz abstrahlen. Das resultierende Schallfeld kann wie in Abb. 2.11 aussehen:

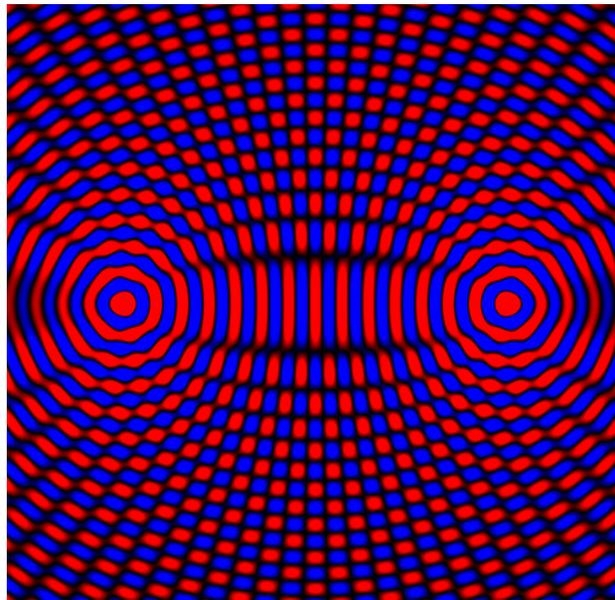


Abb. 2.11: Resultierendes Schalldruckfeld zweier sich im Fernfeld befindlichen Quellen

In diesem Schallfeld existieren Feldpunkte, bei denen durch Interferenz der Schalldruck zu Null wird; an anderen Stellen addieren sich die Schalldrücke beider Quellen. Da eine Verdopplung des Schalldruckes eine Vervielfachung der Energie bedeutet, ist es einsichtig, dass sich in der Gesamtenergiebilanz die Feldenergie vergrößert.

Im Falle zweier Monopole im Abstand  $d$  erzeugt der Erste den Schalldruck  $p_{11}$  an seiner eigenen Position und den Schalldruck  $p_{12}$  an der Position des zweiten Monopols. Der Zweite erzeugt dementsprechend den Schalldruck  $p_{22}$  an seiner eigenen und  $p_{21}$  an der Position des ersten Monopols. Für diese zwei Monopole kann die Wirkleistung berechnet werden durch den Ausdruck:

$$W = \frac{1}{2} \Re((p_{11} + p_{21})^* q_1) + \frac{1}{2} \Re((p_{22} + p_{12})^* q_2) \quad (2.83)$$

Wird Gleichung (2.76) in (2.83) eingesetzt, so ergibt sich:

$$W = \left[ \frac{1}{2} Z_0 \Re \left\{ |q_1|^2 - \frac{p_1 p_2^* j e^{jkd}}{kd} \right\} \right] + \left[ \frac{1}{2} Z_0 \Re \left\{ |q_2|^2 - \frac{p_2 p_1^* j e^{jkd}}{kd} \right\} \right] \quad (2.84)$$

Dabei steht der Term in der ersten eckigen Klammer für die Leistungsabgabe der ersten Quelle und die zweite eckige Klammer für die Leistung der zweiten Quelle.

Unter der Voraussetzung, dass beide Monopole sich nur in der Phase  $\alpha$  unterscheiden, folgt:

$$q_1 = q_2 e^{j\alpha} \quad (2.85)$$

Damit ergibt sich eine vereinfachte Formel für die Wirkleistung:

$$W = \frac{1}{2} Z_0 |q_1|^2 \left[ \left( 1 + \frac{\sin(kd - \alpha)}{kd} \right) + \left( 1 + \frac{\sin(kd + \alpha)}{kd} \right) \right] \quad (2.86)$$

Sind beide Quellen im Fernfeld zur jeweils anderen Quelle, ist also  $kd \gg 1$ , so gehen die Terme  $\sin(kd \pm \alpha)/kd$  gegen Null und damit reduziert sich die Wirkleistung auf das Doppelte der Wirkleistung eines Monopols.

Befinden sich die Quellen im Nahfeld zueinander ( $kd \ll 1$ ), können sie sich gegenseitig beeinflussen. Ist  $\alpha$  etwa  $0^\circ$ , so gehen die Sinus-Terme gegen 1 und jede Quelle gibt etwa das Doppelte der Energie als bei Abwesenheit der anderen Quelle. In der Summe wird dann die vierfache Energie abgestrahlt. Ist  $\alpha$  etwa  $90^\circ$  oder  $270^\circ$ , so werden die Sinusterme groß, die eine Quelle strahlt viel Leistung ab, die andere absorbiert viel Leistung; in der Summe heben sich die Sinusterme auf, und es bleibt die doppelte abgestrahlte Leistung einer einzelnen Quelle übrig. Bei  $\alpha = 180^\circ$  gehen die Sinusterme gegen  $-1$  und damit ist die abgestrahlte Leistung Null.

Damit wird deutlich, dass auch bei Hinzuschalten weiterer Schallquellen die abgestrahlte Energie kleiner werden kann.

## 2.5. Örtliche Diskretisierung

In praktischen Anwendungen muss die theoretisch geforderte kontinuierliche Sekundärquellenverteilung durch diskrete Quellen ersetzt werden. Ihre minimale Flächendichte ergibt sich aus ihrem Wirkungsquerschnitt  $A = \lambda^2/4\pi$  der einzelnen Quellen und der kleinsten Schallwellenlänge  $\lambda$ , für die das System noch wirksam sein soll. Für zwei Dimensionen werden in der Literatur unterschiedliche Abstände angegeben. Die Werte schwanken zwischen  $\lambda/\sqrt{\pi}$  und  $\lambda/2$  [Ref. 23], [Ref. 9].

Da der minimal nötige Abstand der Sekundärquellen von der gewünschten minimalen Dämpfung ist, ist die Anzahl der Sekundärquellen als weiterer zu untersuchender Parameter aufgenommen worden. In Kap. 3.2.2 sind die dazu gefundenen Ergebnisse zu finden.

## 2.6. Spektrale Diskretisierung

Die Lösungen im Orts-Frequenzbereich sind für die Bestimmung der Zeitsignale zunächst in den Zeit-Frequenzbereich zu überführen und anschließend in den Zeitbereich zu transformieren. Dabei erfordert die numerische Lösung eine Diskretisierung im Spektralbereich, d.h. eine Diskretisierung der Frequenzen.

Die Verarbeitung der Mikrofonssignale in die Lautsprecher-signale kann auf diesem Wege optional im Frequenzbereich oder im Zeitbereich erfolgend. Beide Lösungswege führen nachrichtentechnisch zu identischen Ergebnissen, wenn auf bestimmte Rahmenbedingungen geachtet wird. Diese ergeben sich aus dem Umstand, dass bei einer Diskretisierung der Frequenzen eine Multiplikation im Frequenzbereich nicht einer Faltung im Zeitbereich entspricht, sondern einer zirkularen Faltung. Sie kann so gedeutet werden, dass nicht das blockweise erfasste Signal mit der resultierenden Filterstoßantwort gefaltet wird, sondern das periodisch wiederholte Blocksignal. Hierbei können bei Überschreitung der Blockgrenzen fehlerhafte Komponenten (Artefakte) entstehen. Durch geeignete Maßnahmen sind diese zu vermeiden (z.B. Overlap-Add-Verfahren) oder zu beseitigen (z.B. Overlap-Save-Verfahren). In dieser Arbeit wurde sowohl bei der Analyse wie Synthese eine einheitliche Lösung im Frequenzbereich verfolgt, weshalb die nachfolgend dokumentierten Ergebnisse auf einer Realisation der Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich beruhen. Die angesprochenen Artefakte wurden dadurch verhindert, dass nach jeder inversen Fast-Fourier-Transformation (IFFT) nur ein Zeitwert übernommen wurde.

Natürlich ist diese Lösung, die mit einer erheblichen Blocküberlappung verbunden ist, unter dem Gesichtspunkt des Rechenaufwandes nicht optimiert, was an dieser Stelle auch nicht anstand. Schritte in dieser Richtung bleiben weiteren Arbeiten vorbehalten, in denen auch Lösungen im Frequenzbereich denen im Zeitbereich gegenüber zu stellen sind.

## 2.7. Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurden die Grundlagen der Schallausbreitung dargelegt. Dabei wurde vom dreidimensionalen Fall der zwei- und eindimensionalen Fall diskutiert. Die Ausbreitungsfunktion für Schallfelder, die Greensche Funktion, wurde eingeführt. Im Anschluss wurde das Prinzip der Schallauslöschung erklärt. Dabei wurde hergeleitet, dass für den Fall, dass die Kompensationslautsprecher akustische Monopole oder Dipole sind, diese nicht nur nach innen strahlen, sondern auch nach außen. Sie verändern damit das Primärfeld und erhöhen die Schallenergie außerhalb der Zone der Ruhe. Durch Kombination von Monopolen und Dipolen kann die Abstrahlung nach außen unterbunden werden. Damit wird erreicht, dass sich das Primärfeld außerhalb der Zone der Ruhe nicht ändert. Energetisch betrachtet, absorbieren die Kombination aus Mono- und Dipolen den Primärschall längs der Oberfläche (bzw. Umrandung im Zweidimensionalen); sie wirken wie perfekt angepasste Absorber mit einer akustischen Eingangsimpedanz, die gleich der Impedanz des Ausbreitungsmediums ist.

Anschaulich kann man sich die Auslöschung folgendermaßen vorstellen: Außerhalb eines Volumens befinden sich primäre Lärmquellen. Auf der Oberfläche des Volumens sollen Sekundärquellen so verteilt werden, dass sie das von den Primärquellen in das Volumen abgestrahlte Feld kompensieren, aber das Feld außerhalb des Volumens nicht verändern. Nach dem Huygensschen Prinzip ist das möglich: Kontinuierlich auf der Oberfläche verteilte Ersatzquellen können danach im Innenraum das gleiche Schallfeld erzeugen wie die Primärquellen. Werden diese Ersatzquellen umgepolt, erzeugen sie ein Feld, das gegenphasig zu dem Primärfeld ist. Bei gleichzeitigem Betrieb solcher umgepolten Ersatzquellen und der Primärquellen kompensieren sich die Schallfelder innerhalb des Volumens.



### 3. Der Antischall-Algorithmus

Wie in Kapitel 2 gezeigt, kann mittels des Kirchhoff-Integrals ein beliebiges Schallfeld durch das Erfassen des Schalldrucks und des Schalldruckgradienten an der Umrandung eines beliebigen, homogenen Volumens berechnet werden. Gemäß den in Kapitel 1.2 eingeführten Voraussetzungen und getroffenen Annahmen wird hier nun der Antischall-Algorithmus für den ein- und den zweidimensionalen Fall beschrieben. Das System kann jedoch ebenso für drei Dimensionen ausgelegt werden.

#### 3.1. Modellbildung

Wird Gleichung (2.44) diskretisiert und ein Kreis als Umrandung gewählt, so ergibt sich eine Anordnung wie in Abb. 3.1 gezeigt.

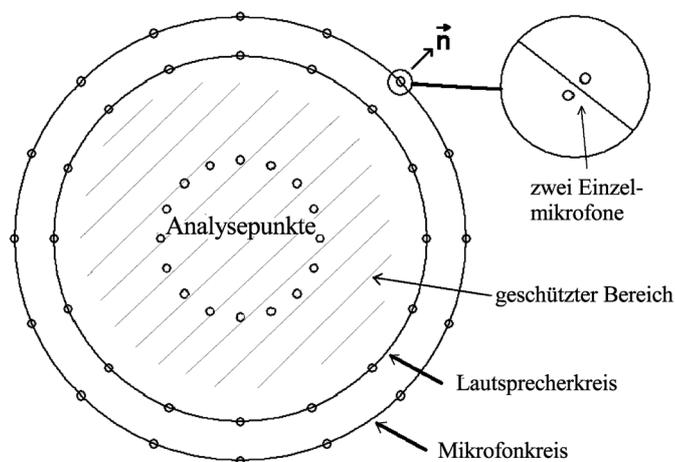


Abb. 3.1: Simulationsanordnung mit 16 Sekundärquellen

In dieser Anordnung finden sich alle Elemente des Kirchhoff- Integrals wieder:

Die Mikrofonpositionen befinden sich auf der Umrandung der Fläche und nehmen dort den Schalldruck und den Gradienten des Schalldruckes in Richtung der Flächennormalen auf. Innerhalb des Volumens befinden sich die so genannten Sekundärquellen auf dem Lautsprecherkreis. Die Punkte, an denen der Schalldruck berechnet wird, werden Analysepunkte genannt. In der späteren Realisierung kann der Schalldruck durch ein Druckmikrofon und der Schalldruckgradient durch ein Druckgradienten-Mikrofon aufgenommen werden. Der Druckgradient kann auch durch zwei eng benachbarte Druckmikrofone erfasst werden. Der endliche Abstand ist dabei bei zu großen Abweichungen durch ein Korrekturfilter zu kompensieren.

Der Algorithmus lässt sich gedanklich in mehrere Teilverfahren trennen:

- die Umwandlung der Mikrofon-signale vom Zeitbereich in den Frequenzbereich (mittels Fast-Fourier-Transformation),
- die Analyse des Primärfeldes,
- die Synthese des Sekundärfeldes,
- die Umwandlung des im Frequenzbereich vorliegenden Sekundärfeldes in den Zeitbereich (mittels Inverser Fast-Fourier-Transformation).

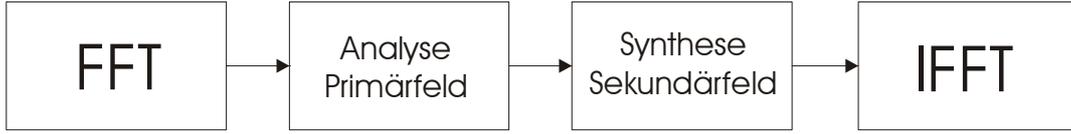


Abb. 3.2: Schematische Darstellung des Antischall-Algorithmus

Bei der Analyse des Schallfeldes wird der Feldbereich als quellfrei angesehen und für jeden Feldpunkt innerhalb der Umrandung kann der Schalldruck auf Basis der Mikrofon-signale mit der Formel (2.44) bestimmt werden. Da bisher die Gleichungen in Kapitel 2 kontinuierlich vorliegen, wird nun die Diskretisierung der Gleichung (2.44) erforderlich:

$$P_{pri}(\vec{r}, \omega) = \sum_{i=1}^{N_M} \left( \vec{\nabla} P(\vec{r}_i, \omega) \cdot G(\vec{r}, \vec{r}_i, \omega) - P(\vec{r}_i, \omega) \cdot \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}_i, \omega) \right) \vec{n} \cdot S_i \quad (3.1)$$

Dabei ist  $N_M$  die Anzahl der Mikrofonpositionen. Da an jeder Mikrofonposition zwei Einzelmikrofone vorhanden sind, wird der Schalldruck  $P(\vec{r}_i, \omega)$  durch den Mittelwert beider Mikrofone bestimmt und  $\vec{\nabla} P(\vec{r}_i, \omega) \vec{n}$  durch die Differenz der Einzelmikrofone.  $S_i$  ist die Fläche, die das jeweilige Mikrofon repräsentiert.

Da sich alle weiteren Gleichungen ebenfalls auf den Frequenzbereich beziehen und nur für ein bestimmtes  $\omega$  gelten, wird ab hier der Parameter  $\omega$  nicht mehr explizit aufgeführt.

Gleichung (3.1) kann auch in Matrixschreibweise angegeben werden:

$$\overline{P}_{pri} = \overline{\overline{G}}_{pri} \cdot \overline{\overline{\nabla P_M \vec{n}}} - \overline{\overline{\nabla G}}_{pri} \vec{n} \cdot \overline{P}_M \quad (3.2)$$

mit

$$\overline{\overline{G}}_{pri} = \begin{bmatrix} G(\vec{r}_{A1}, \vec{r}_{M1}) & \dots & G(\vec{r}_{A1}, \vec{r}_{LN_M}) \\ \dots & & \dots \\ G(\vec{r}_{AN_A}, \vec{r}_{M1}) & \dots & G(\vec{r}_{AN_A}, \vec{r}_{LN_M}) \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{\nabla P_M \vec{n}}} = \left[ \vec{\nabla} P(\vec{r}_{M1}) \vec{n} \quad \dots \quad \vec{\nabla} P(\vec{r}_{AN_M}) \vec{n} \right]^T$$

$$\overline{\overline{\nabla G}}_{pri} \vec{n} = \begin{bmatrix} \vec{\Delta} G(\vec{r}_{A1}, \vec{r}_{M1}) \vec{n} & \dots & \vec{\Delta} G(\vec{r}_{A1}, \vec{r}_{MN_M}) \vec{n} \\ \dots & & \dots \\ \vec{\Delta} G(\vec{r}_{AN_A}, \vec{r}_{M1}) \vec{n} & \dots & \vec{\Delta} G(\vec{r}_{AN_A}, \vec{r}_{MN_M}) \vec{n} \end{bmatrix}$$

$$\overline{P}_M = \left[ P(\vec{r}_{M1}) \quad \dots \quad P(\vec{r}_{AN_M}) \right]^T$$

Der von den Sekundärquellen an einem Feldpunkt erzeugte Schalldruck kann entsprechend Gleichung (2.44) berechnet werden mit:

$$P_{sek}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N_L} (G(\vec{r}, \vec{r}_i) \Psi_i) \quad (3.3)$$

Ausgehend von der frei gewählten Anzahl an Sekundärquellen  $N_L$  muss an gleich vielen Analysepunkten  $\vec{r}_{A1}, \vec{r}_{A2}, \dots, \vec{r}_{AN_A}$  die Überlagerung der Sekundärquellen berechnet werden, um

ein Gleichungssystem zu erhalten, bei dem die gesuchten Sekundärquellen eindeutig bestimmt sind. In Matrixschreibweise ergibt sich:

$$\overline{P}_{sek} = \overline{\overline{G}}_{sek} \cdot \overline{\Psi}_{sek} \quad (3.4)$$

mit

$$\overline{P}_{sek} = \begin{bmatrix} P_{sek}(\vec{r}_{A1}) & \dots & P_{sek}(\vec{r}_{AN_L}) \end{bmatrix}^T,$$

$$\overline{\overline{G}}_{sek} = \begin{bmatrix} G(\vec{r}_{A1}, \vec{r}_{L1}) & \dots & G(\vec{r}_{A1}, \vec{r}_{LN_L}) \\ \dots & & \dots \\ G(\vec{r}_{AN_A}, \vec{r}_{L1}) & \dots & G(\vec{r}_{AN_A}, \vec{r}_{LN_L}) \end{bmatrix}$$

und

$$\overline{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_1 & \dots & \Psi_{N_L} \end{bmatrix}^T$$

Zur Auslöschung innerhalb des Kreises muss gelten:

$$\overline{P}_{pri} = -\overline{P}_{sek} \quad (3.5)$$

Mit der Forderung, dass die Schalldruckwerte  $P_{pri}$  und  $P_{sek}$  gleich sind, sind die Analysewerte durch Gleichung (3.1) gegeben. Daraus folgt für die gesuchten Sekundärwerte:

$$\overline{\Psi}_{sek} = -\overline{\overline{G}}_{sek}^{-1} \cdot \left[ \overline{\overline{G}}_{pri} \cdot \overline{\vec{\nabla}} P_M \vec{n} - \overline{\vec{\nabla}} \overline{\overline{G}}_{pri} \vec{n} \cdot \overline{P}_M \right] \quad (3.6)$$

Diese Art der Betrachtungsweise ist der Kollokationsmethode sehr ähnlich [Ref. 2], die eine Gebietsmethode zur Lösung von gewöhnlichen Differenzialgleichungen ist. Anders als bei der Fehlerquadratmethode, bei der für ein Gebiet [a..b] der Fehler minimiert wird, wird hier der Fehler für bestimmte Punkte  $t_1, t_2, \dots, t_p \in [a..b]$  zu Null gebracht.

Es liegt nahe, die Analysepunkte direkt in die Lautsprecherpunkte zu legen. Das entstehende Gleichungssystem ist jedoch nicht mit dem Kirchhoff-Integral zu lösen, da die Greensche Funktion für den Abstand Null nicht definiert ist bzw. unendlich wird. Dieser Ansatz ist auch deshalb nicht weiter verfolgt worden, da gerade die flexible Lage der Analysepunkte die Möglichkeit zur Optimierung der Ergebnisse über den gesamten Feldbereich, bzw. zur Beseitigung von Problemen mit stehenden Wellen bei bestimmten Feldkonfigurationen und Frequenzen bietet.

### 3.2. Numerische Simulation

Für die Simulation wurde das Programmpaket entwickelt, in dem sowohl der eindimensionale als auch der zweidimensionale Fall untersucht werden kann.

#### 3.2.1. Der eindimensionale Fall

Um auch komplexere Signale in realistischer Zeit untersuchen zu können und die möglichen Fehler auf Grund der Ortsdiskretisierung erst einmal auszuschließen, wird zunächst der eindimensionale Fall betrachtet. Bei der in Kapitel 2.2.4 vorgestellten eindimensionalen Lösung des Kirchhoffintegrals (Gleichung (2.60)) muss keine Ortsdiskretisierung durchgeführt werden, da das dreidimensionale Volumen zur eindimensionalen Strecke wird, deren Grenzen durch zwei bereits diskrete Punkte gegeben sind. Auch die mit den Sekundärquellen belegte Volumenoberfläche wird im Eindimensionalen nur durch zwei Punkte repräsentiert.

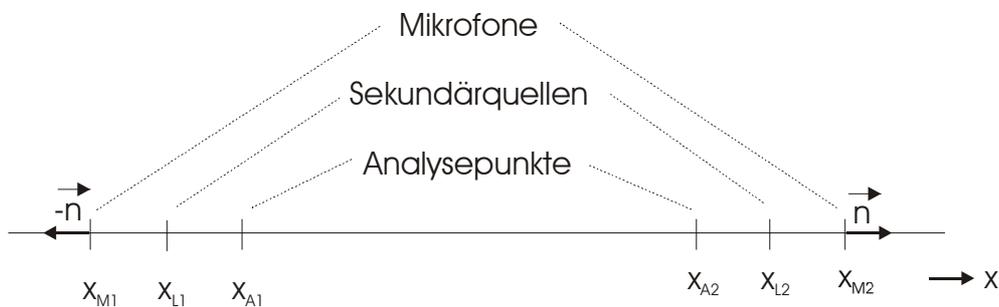


Abb. 3.3: Eindimensionaler Anordnung

Es ist also lediglich eine Zeitdiskretisierung der Signale vorzunehmen, da sowohl das Simulationsprogramm als auch das in der experimentellen Überprüfung verwendete Digital-Signal-Prozessor-System (DSP) eine zeitliche Abtastung des Feldes vornimmt und auch die Sekundärsignale mit der entsprechenden Abtastfrequenz ausgegeben werden.

##### 3.2.1.1. Numerische Grundlagen

Ausgehend von der Abb. 3.3 und mit Gleichung (2.60) ergibt sich für den eindimensionalen Aufbau folgende Formel für die Berechnung des Schalldruckes an einem Punkt  $\vec{r}$  zwischen den beiden Mikrofonpositionen:

$$\begin{aligned}
 P(x_0) = & \Psi_1 G(x_0, x_{L1}) + \Psi_2 G(x_0, x_{L2}) & (3.7) \\
 & - \left[ G(x_0, x_{M1}) \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} - \frac{dG(x_0, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} P(x_{M1}) \right] \\
 & + \left[ G(x_0, x_{M2}) \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} - \frac{dG(x_0, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} P(x_{M2}) \right]
 \end{aligned}$$

Um die folgende Berechnung übersichtlicher zu gestalten, wird folgende Ersetzung eingeführt:

$$B(x_0) = - \left[ \begin{array}{c} G(x_0, x_{M1}) \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} - \frac{dG(x_0, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} P(x_{M1}) \\ + \left[ \begin{array}{c} G(x_0, x_{M2}) \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} - \frac{dG(x_0, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} P(x_{M2}) \end{array} \right] \end{array} \right] \quad (3.8)$$

Damit ergibt sich für die beiden Analysepunkte  $x_{A1}$  und  $x_{A2}$  folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \Psi_1 G(x_{A1}, x_{L1}) + \Psi_2 G(x_{A1}, x_{L2}) &= -B(x_{A1}) \\ \Psi_1 G(x_{A2}, x_{L1}) + \Psi_2 G(x_{A2}, x_{L2}) &= -B(x_{A2}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Um die Lösung für  $\Psi_1$  zu erhalten, wird  $\Psi_2$  auf eine Seite gebracht und die Terme gleichgesetzt. Nach Umformungen ergibt sich für  $\Psi_1$  der Ausdruck:

$$\Psi_1 = \frac{\frac{B(x_{A1})}{G(x_{A1}, x_{L1})} - \frac{B(x_{A2})}{G(x_{A2}, x_{L1})}}{\frac{G(x_{A2}, x_{L2})}{G(x_{A2}, x_{L1})} - \frac{G(x_{A1}, x_{L2})}{G(x_{A1}, x_{L1})}} \quad (3.10)$$

Entsprechend ergibt sich für  $\Psi_2$ :

$$\Psi_2 = \frac{\frac{B(x_{A1})}{G(x_{A1}, x_{L2})} - \frac{B(x_{A2})}{G(x_{A2}, x_{L2})}}{\frac{G(x_{A2}, x_{L1})}{G(x_{A2}, x_{L2})} - \frac{G(x_{A1}, x_{L1})}{G(x_{A1}, x_{L2})}} \quad (3.11)$$

Im Folgenden wird eine Betrachtung zur zentralen Konditionierung gegeben:

Eine Sekundärquelle strahlt ein Signal ab, das  $\Delta t_1$  später einen ausgewählten Analysepunkt erreicht und dort zu einer Auslöschung führt. Die Laufzeit des Primärsignals vom Ort des Mikrofons bis zu diesem Analysepunkt ist  $\Delta t_2$  und auf Grund der räumlichen Anordnung ist  $\Delta t_2 > \Delta t_1$ . Damit besteht die Verarbeitung des Mikrofonsignals im Wesentlichen in einer Verzögerung um  $\Delta t_2 - \Delta t_1$ . Die systembedingten Verzögerungen aller Verarbeitungsschritte dürfen in der Summe diesen Wert keinesfalls überschreiten, um die für einen Echtzeitbetrieb notwendige Kausalität einzuhalten.

Im Frequenzbereich wird eine Verschiebung um  $t_d$  in die Zukunft (d.h. eine Verzögerung) durch die Multiplikation mit  $e^{-j\omega t_d}$  ausgedrückt. Von den Sekundärquellen zu den Analysepunkten beträgt die Verschiebung  $e^{j\omega \Delta t_1}$ , die Mikrofonsignale liegen um  $e^{-j\omega \Delta t_2}$  verschoben, in der Summe ergibt sich  $e^{-j\omega(\Delta t_2 - \Delta t_1)}$ . Damit ist die für ein Echtzeitsystem notwendige Kausalität bei der Berechnung der Werte  $\Psi_1$  und  $\Psi_2$  gegeben.

Im Anhang Kap. 9.4 sind die ausführlichen Lösungen nach Einsetzen von Gleichung (3.8) in (3.10) zu finden.

Eine Verschiebung in die Vergangenheit (bzw. Richtung Vergangenheit) ist nicht möglich, sonst könnte z.B. ein zukünftiges Ereignis in die Gegenwart geschoben werden. Eine zeitliche Verzögerung kann nur (Kausalität) eine zeitliche Transformation in die umgekehrte Richtung bewirken: Wenn ein Ereignis, das normalerweise gerade im Augenblick passiert wäre, verzögert wird, dann findet es vom jetzigen Augenblick gesehen in der Zukunft statt. Es sind jedoch nur Ereignisse der Gegenwart und der Vergangenheit bekannt.

### 3.2.1.2. Lagrange-Interpolation

Da im Simulationsprogramm bereits mit der erwähnten Zeitdiskretisierung gearbeitet wird, für die Berechnung des Schalldruckes an beliebigen Punkten im Feldbereich aber eine Verschiebung des Signals um beliebige rationale Werte nötig ist, müssen die Sekundärsignale entsprechend verschoben werden können. Ebenfalls bei der Berechnung des Schalldruckes an den Mikrophonpunkten ist bei diskret gegebenen Zeitverläufen eine Verschiebung um beliebige rationale Werte nötig. Unter dem Stichwort "Fractional Delay" finden sich in Ref. 16 mehrere Verfahren. Als schnelles und für diese Anwendung ausreichendes Verfahren hat sich die im Zeitbereich arbeitende Lagrange-Interpolation herausgestellt. Diese ist über einen weiten Frequenzbereich amplituden- und phasentreu. Eine detaillierte Beschreibung der Lagrange-Interpolation ist im Anhang 9.5 zu finden.

Um zu beurteilen, in wie weit die Lagrange-Interpolation für das Simulationsprogramm einsetzbar ist, wird in Abb. 3.4 die Differenz zwischen den analytisch berechneten rationalen Verzögerungswerten und der durch die Interpolation ermittelten Werten berechnet und als Dämpfung in Relation zu den analytisch berechneten Werten aufgetragen.

Die Verbesserung der Dämpfung sinkt zu höheren Ordnungen und ist damit nicht linear zum Rechenaufwand. Ab einer Ordnung von 20 ist bereits bei einer normierten Frequenz von 0,37 eine Dämpfung von 20 dB erreicht. Bei einer Ordnung von 30 verschiebt sich diese Grenze nur auf 0,4. Für Ordnung 3 liegen die Dämpfungen unter der normierten Frequenz von 0,25 über 20 dB. Liegt die verwendete Abtastfrequenz bei 8kHz, so ist der Fehler durch die Interpolation bereits bei einer Ordnung von 3 in dem hier untersuchten Frequenzbereich besser als 20 dB, bei Ordnung 10 besser als 40 dB.

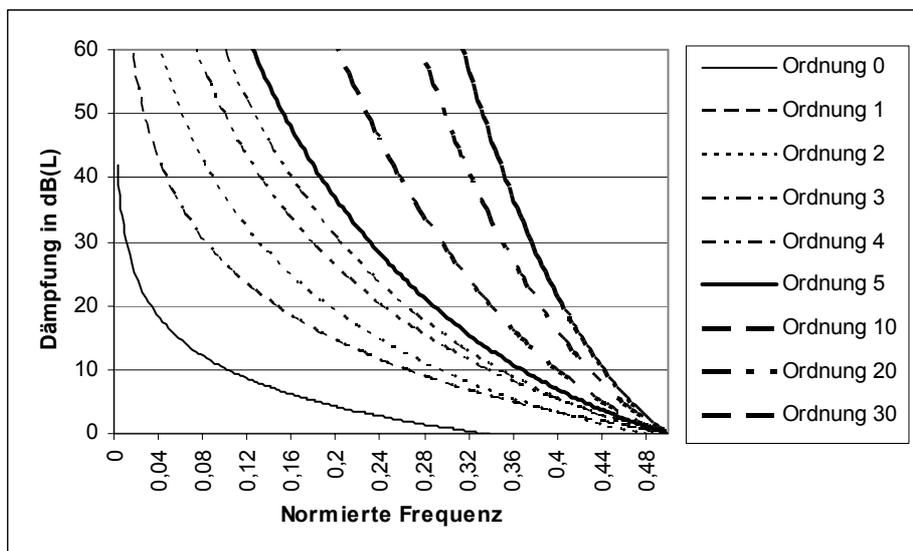


Abb. 3.4: Pegeldifferenz zwischen dem ideal verzögerten Signal und der Differenz zwischen dem idealen und dem per Lagrange-Interpolator verzögerten Signal bei einer Verzögerung von 0,5 Abtastschritten

Da die Dämpfung zusätzlich noch von der Verzögerung selbst abhängt, wird für die Ordnung 3 noch die Dämpfung des analytischen Signals für Verzögerungen zwischen 0,1 und 0,9 eines Abtastschrittes untersucht. (Bei ganzzahligen Verzögerungen ist der Fehler Null.)

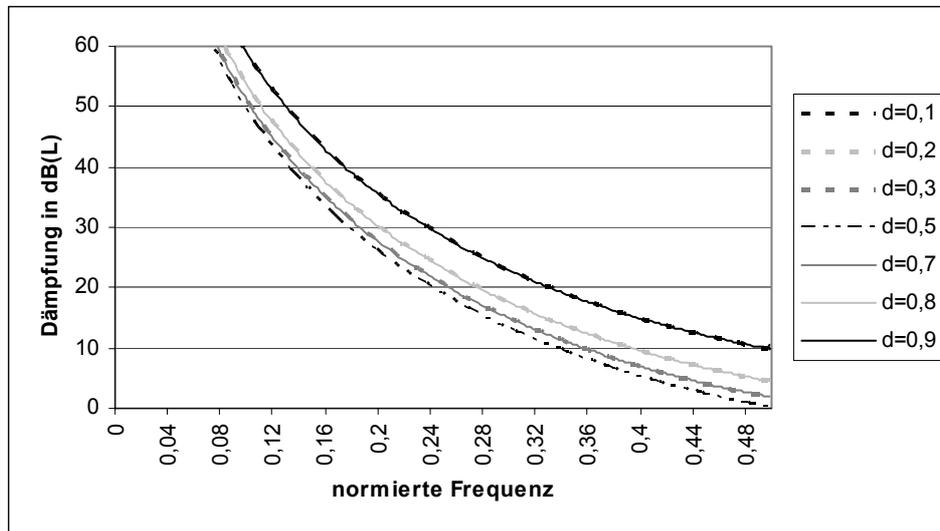


Abb. 3.5: Amplituden- und Phasendifferenz zwischen dem idealen und dem per Lagrange-Interpolator verzögerten Signal für die Ordnung 3 bei verschiedenen Verzögerungswerten  $d$

Abb. 3.5 zeigt, dass für Verzögerungen um 0,5 die Interpolation schlechter ist als für Verzögerungen nahe dem ganzzahligen Wert. Insgesamt liegen die Werte aber recht dicht beieinander. Für die weiteren Simulationen folgt aus diesen Untersuchungen, dass gerade bei der Wahl von kleinen Abtastfrequenzen (4 und 8 kHz) der Einfluss der Lagrange-Interpolation gerade bei hohen Frequenzen beachtet werden muss. Um die Fehler der Interpolation zu umgehen, kann mit hohen Abtastfrequenzen gearbeitet werden. Dadurch steigt jedoch der Rechenaufwand stark an. Außerdem ist unter Berücksichtigung dieser Unzulänglichkeiten für die nicht betroffenen Frequenzbereiche sehr wohl eine Aussage möglich. Es wurden auch weitere Interpolationsverfahren untersucht, jedoch auch bei größerem Rechenaufwand konnte die für die Simulation nötige Phasen- und Amplitudentreue nur in einem solchen Maße verbessert werden, dass eine Betrachtung bei höherer Abtastfrequenz der bessere Weg war.

### 3.2.1.3. Simulationsergebnisse

Für die Simulation wird eine symmetrische eindimensionale Anordnung wie in Abb. 3.3 gewählt. Dabei wird der Abstand der Sekundärquellen mit 0,7 m ( $x_{L1,2} = \pm 0,35\text{m}$ ) festgelegt. Die Lage der Mikrophonpunkte wird zunächst auf  $x_{M1,2} = \pm 0,375\text{m}$  gesetzt und der nötige Schalldruckgradient  $\frac{dP}{dx}$  über die Beziehung  $\frac{dP(x)}{dx} = -jkP(x)$  direkt berechnet. Damit ist vorerst der Einfluss des Abstandes der beiden Einzelmikrofone eines Mikrophonpaares ausgeschaltet.

Zu untersuchende Parameter sind die Abtastfrequenz, die Fourierfensterbreite, sowie die Variation der Analysepunkte und Mikrophonpunkte. Da der in Kapitel 4 beschriebene Experimentalaufbau für Signale bis zu einer Abtastfrequenz von 4 kHz ausgelegt ist, wird der Frequenzbereich von 0 bis 2 kHz untersucht. Als Standardwert für den Abstand der Analysepunkte wird  $r_{a1}-r_{a2} = 0,30\text{ m}$  vorgegeben, da dieser Wert für viele Kombinationen gute Ergebnisse liefert. Später wird auch der Einfluss dieses Abstandes untersucht.

Wichtig ist in diesem Zusammenhang, dass in dieser Arbeit die Untersuchungen nicht relativ zur Wellenlänge durchgeführt werden. Es wird mit absoluten Konstanten gearbeitet, da in der Praxis nur *eine* Konfiguration von Sekundärquellen und Mikrofonpositionen für *alle* Frequenzen möglich ist.

### 3.2.1.3.1. Monofrequente Signale

Zunächst werden in den Simulationen monofrequente Signale untersucht. Wie oben beschrieben, kann im eindimensionalen Fall ein Fehler in der Rekonstruktion des stationären Primärsignals lediglich von der Zeitdiskretisierung herrühren. Die Berechnung in der Simulation wie auch im Echtzeitbetrieb erfordert eine Diskretisierung der Signale, d.h. eine Diskretisierung im Zeit- und im Frequenzbereich, letztlich auch im Wertebereich (Quantisierung). Hinzu kommt, dass die Berechnung des Fourierspektrums nur über einen endlich langen und wegen der damit verbundenen Verzögerung eigentlich eher kurzen Zeitraum erfolgen muss.

Bei Verwendung einer Abtastfrequenz von 16kHz bei einem betrachteten Frequenzbereich bis 2 kHz ergibt sich für die Dämpfung ein Verlauf wie in Abb. 3.6 gezeigt.

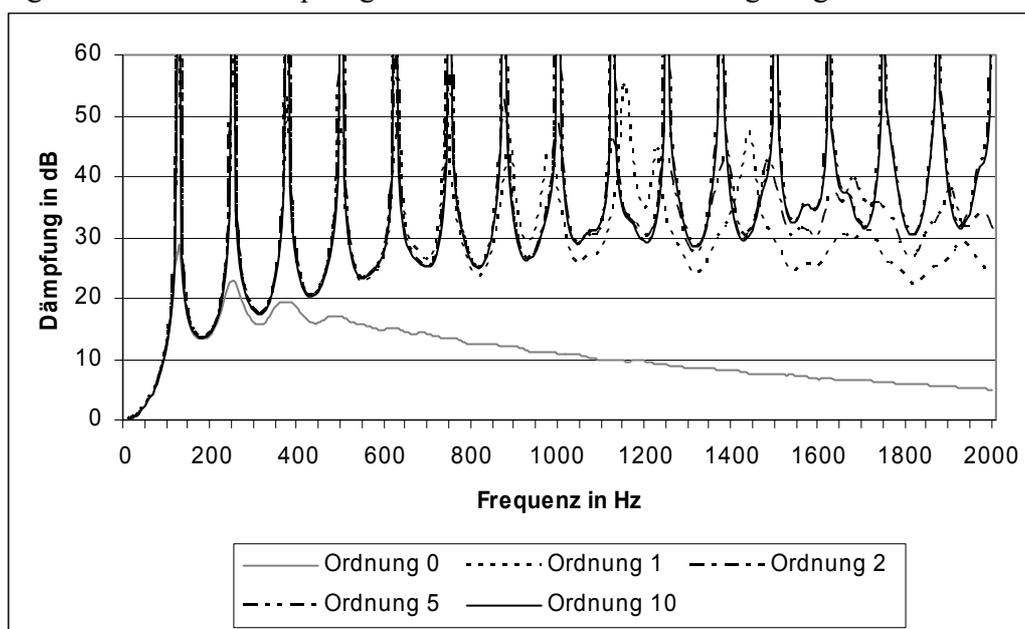


Abb. 3.6: Dämpfung des Primärfeldes bei 16 kHz Abtastfrequenz und einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten für die Ordnungen 0, 1, 2, 5 und 10 der Lagrange-Interpolation

Die Grundfrequenz der Fourieranalyse liegt bei  $16000 \text{ Hz} / 128 = 125 \text{ Hz}$ . Die Dämpfung steigt für Ordnungen größer als 10 der Lagrange-Interpolation nur unwesentlich.

Jeweils in den Vielfachen der Grundfrequenz ist die Dämpfung ideal, die Werte hängen allein von der Rechengenauigkeit des in der Programmierung verwendeten Datentyps ab. Zwischen den Vielfachen der Grundfrequenz bildet sich ein Bogen, dessen minimale Dämpfung etwa in der Mitte zwischen den Vielfachen liegt. Unterhalb der Grundfrequenz sinkt die Dämpfung ab, bis schließlich bei der Frequenz Null keine Dämpfung mehr erfolgt. Dieses Verhalten zur Frequenz Null hin liegt an der Greenschen Funktion: Wie in Gleichung (2.61) ersichtlich, steht die Wellenzahl  $k$  im Nenner, daher wird die Greensche Funktion für die Frequenz Null unendlich. Daher können Gleichanteile nicht berücksichtigt werden. Für Vielfache der Grundfrequenz ist der Gleichanteil jedoch Null, daher liegt hier die ideale Rekonstruktion

vor. Für alle anderen Frequenzwerte ergibt sich ein restlicher Gleichanteil. Dieser nicht berücksichtigte Anteil erzeugt dann den oben beschriebenen Fehler in der Rekonstruktion. Abb. 3.7 zeigt das Verhältnis von Gleichanteil zu Originalsignal.

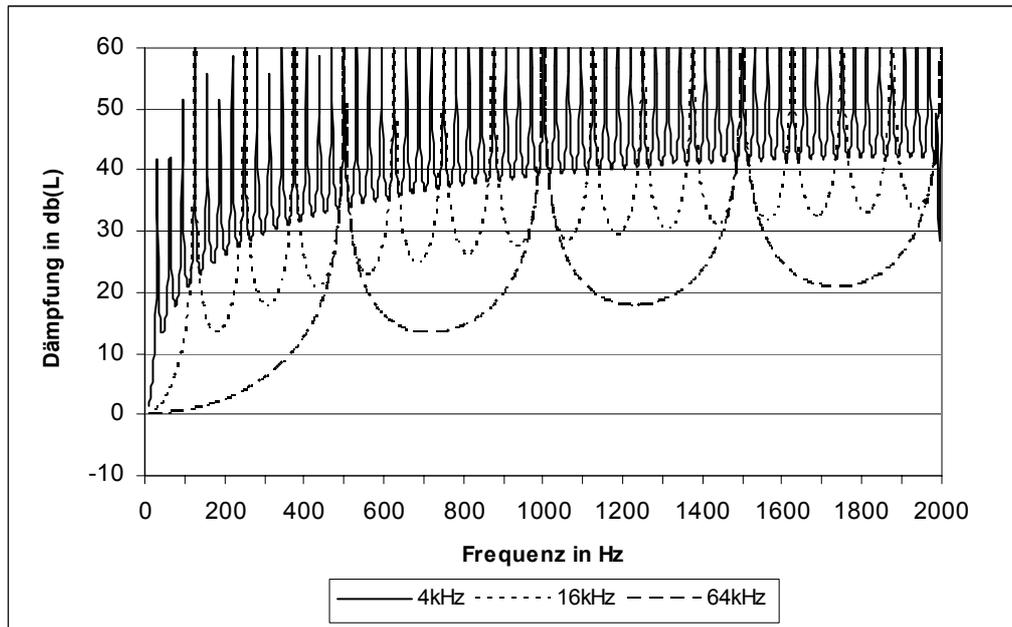


Abb. 3.7: Gleichanteil bei verschiedenen Abtastfrequenzen (Fensterbreite 128)

An Abb. 3.7 wird deutlich, dass lediglich eine Streckung des Grafen entsprechend der Steigerung der Abtastfrequenz erfolgt. Bei einer Abtastfrequenz von 64 kHz und einer Fensterbreite von 128 liegen nur vier Vielfache der Grundfrequenz in dem betrachteten Frequenzbereich. Die Dämpfungen sind deutlich schlechter als in Abb. 3.6. Der Trend von besseren Dämpfungen bei höheren Abtastfrequenzen ist nicht gegeben. Damit wird deutlich, dass es ein unteres Limit für die Fourierfensterbreite gibt, ab der die mittlere Dämpfung abnimmt. Für Fourierfensterbreiten oberhalb dieses Limits zeigt Abb. 3.8 deutlich, dass die Erhöhung der Fourierfensterbreite keinen weiteren Einfluss auf die minimal erreichbare Dämpfung oberhalb der ersten Grundfrequenz hat.

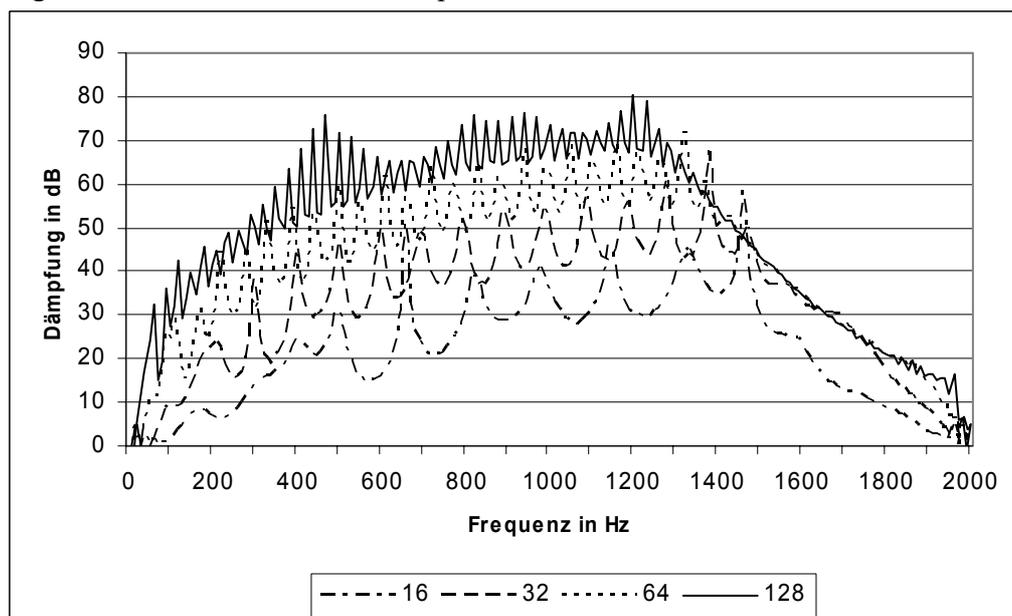
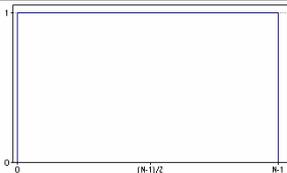
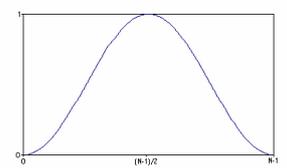
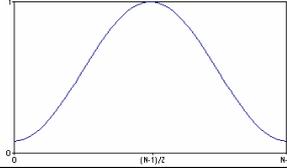
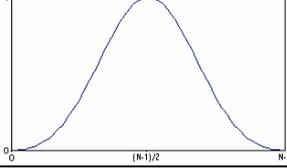
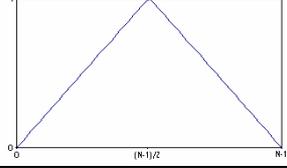


Abb. 3.8: Dämpfung des Primärfeldes bei 4 kHz Abtastfrequenz bei unterschiedlichen Fourierfensterbreiten (Lagrange-Interpolation mit Ordnung 30)

Außerdem zeigt Abb. 3.8, dass für Frequenzen ab etwa  $3/8$  der Abtastfrequenz die Dämpfungen geringer werden, bis bei der Hälfte der Abtastfrequenz das Primärfeld die Dämpfung zu Null wird. Dieses Verhalten beruht auf der Anwendung der Lagrange-Interpolation, die für Frequenzen oberhalb etwa ein  $3/8$  der Abtastfrequenz bei der verwendeten Ordnung nicht mehr amplituden- und phasentreu ist. Da die Lagrange-Interpolation jedoch ein Messmittel und keine Systemeigenschaft ist, kann in diesem Frequenzbereich keine Aussage gemacht werden.

Um den in Abb. 3.7 gezeigten Gleichanteil der Fourieranalyse zu minimieren, wird eine Fensterung eingesetzt. In der Literatur [Ref. 28] sind mehrere Fensterungen gegeben. Einige davon werden in Tab. 3.1 vorgestellt:

| Fenstertyp     | Mathematische Definition   | Abbildung   |
|----------------|--|---|
| Rechteck       | $w[n] = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$   |                             |
| Hanning        | $w[n] = \begin{cases} 0,5 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) & \text{für } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$   |                             |
| Hamming        | $w[n] = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) & \text{für } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$   |                            |
| Blackman       | $w[n] = \begin{cases} 0,42 - 0,5 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0,08 \cdot \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) & \text{für } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$       |                           |
| Bartlett       | $w[n] = \begin{cases} \frac{2n}{N-1} & \text{für } 0 \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 2 - \frac{2n}{N-1} & \text{für } \frac{N-1}{2} < n \leq N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$                     |                           |
| Cosinus        | $w[n] = \begin{cases} \alpha - \beta \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + \gamma \cdot \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) & \text{für } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ | Das Aussehen des Cosinus-Fensters hängt von den Parameter ab; Ähnlichkeiten mit Hanning, Hamming und Blackman |
| Kaiser-Fenster | $w[n] = \begin{cases} \frac{I_0\left(2\beta\sqrt{\frac{n}{N-1} - \left(\frac{n}{N-1}\right)^2}\right)}{I_0(\beta)} & \text{für } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$                |   |

Tab. 3.1: Definitionen und grafische Darstellung der Fensterfunktionen

Wie aus Tab. 3.1 ersichtlich ist, stellen das Hanning-, das Hamming- und das Blackman-Fenster spezielle Versionen des Cosinus-Fensters dar.

Abb. 3.1 zeigt die sich ergebenden Dämpfungen bei Anwendung des Hanning-Fensters: Gerade bei höheren Frequenzen bringt es eine erhebliche Verringerung des Gleichanteils.

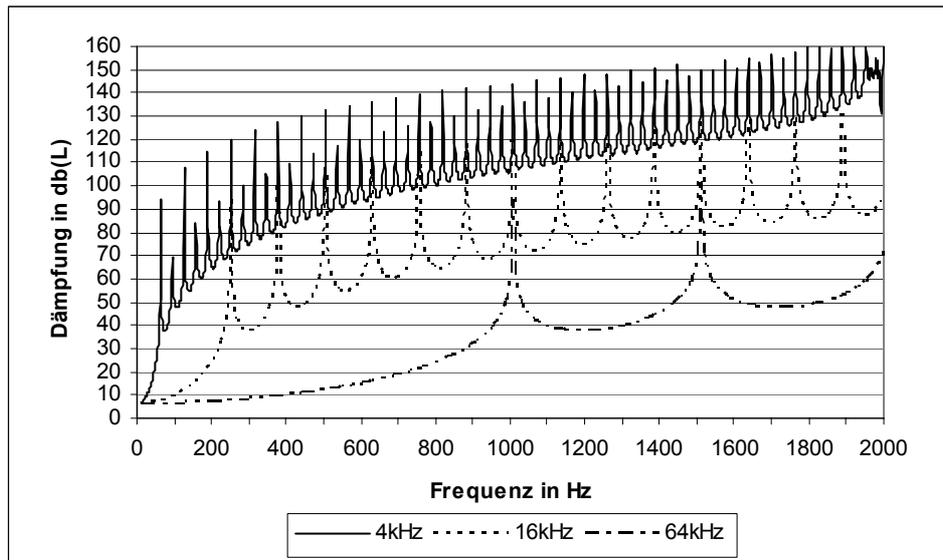


Abb. 3.9: Gleichanteil bei verschiedenen Abtastfrequenzen unter Nutzung der Hanning-Fensterung (Fourierfensterbreite 128)

### 3.2.1.3.2. Einfluss der Fensterung

Die Berechnung benötigt, wie oben beschrieben, einen Blick in die Vergangenheit des Primärsignals. Falls nun z.B. eine Hanning-Fensterung eingesetzt wird, werden gerade die letzten Werte des Primärsignals stark verfälscht, während in der Mitte des Fensters die Werte gleich bleiben. Eine Verschiebung der Mikrofonpositionen bewirkt z.B. eine solche Verschiebung des Fensters.

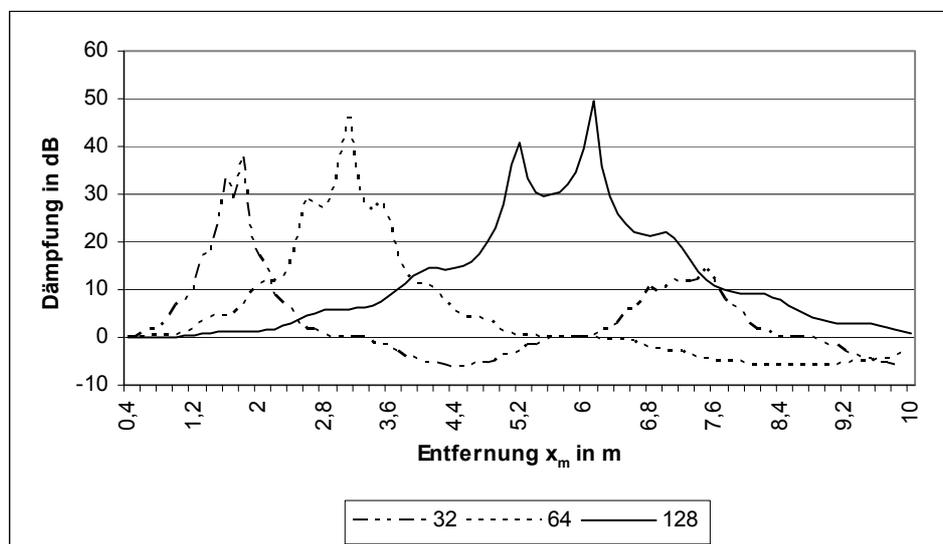


Abb. 3.10: Einfluss der Mikrofonpositionen auf die Dämpfung bei verschiedenen Fourierfensterbreiten unter Nutzung der Hanning-Fensterung für ein Sinussignal mit dem  $4\frac{1}{2}$ -fachen der Grundfrequenz bei 4 kHz Abtastfrequenz.

Ohne Verwendung der Fensterung sind die erreichbaren maximalen Dämpfungswerte auch bei kleinen Änderungen des Mikrofonkreisradius' starken Schwankungen unterworfen. Erst die Einführung der Fensterung lässt die Minima in Abb. 3.10 deutlich hervortreten und bewirkt einen ausgeprägteren Radiusbereich mit hohen Dämpfungen.

| Abtastfrequenz | Fourierfensterbreite | Fensterlänge | Optimum $x_M$ |
|----------------|----------------------|--------------|---------------|
| 4 kHz          | 32 Abtastwerte       | 2,7 m        | 1,4 m         |
| 4 kHz          | 64 Abtastwerte       | 5,4 m        | 2,8 m         |
| 4 kHz          | 128 Abtastwerte      | 10,9 m       | 5,4 m         |

Tab. 3.2: Optimale Mikrofonpositionen für unterschiedliche Fourierfensterbreiten bei 4 kHz Abtastfrequenz

Es zeigt sich, dass die Optima in der Mitte der Fensterlänge liegen. Damit lässt sich für den optimalen Mikrofonkreisradius  $x_M$  folgende Formel aufstellen:

$$x_M = \frac{N \cdot c}{2f_A} \quad (3.12)$$

Darin ist  $N$  die Fensterbreite und  $f_A$  die Abtastfrequenz. Im Folgenden wird mit diesem optimalen Abstand gearbeitet.

Abb. 3.11 zeigt die sich ergebenden Dämpfungswerte für andere als die bisher benutzte Hanning-Fensterung.

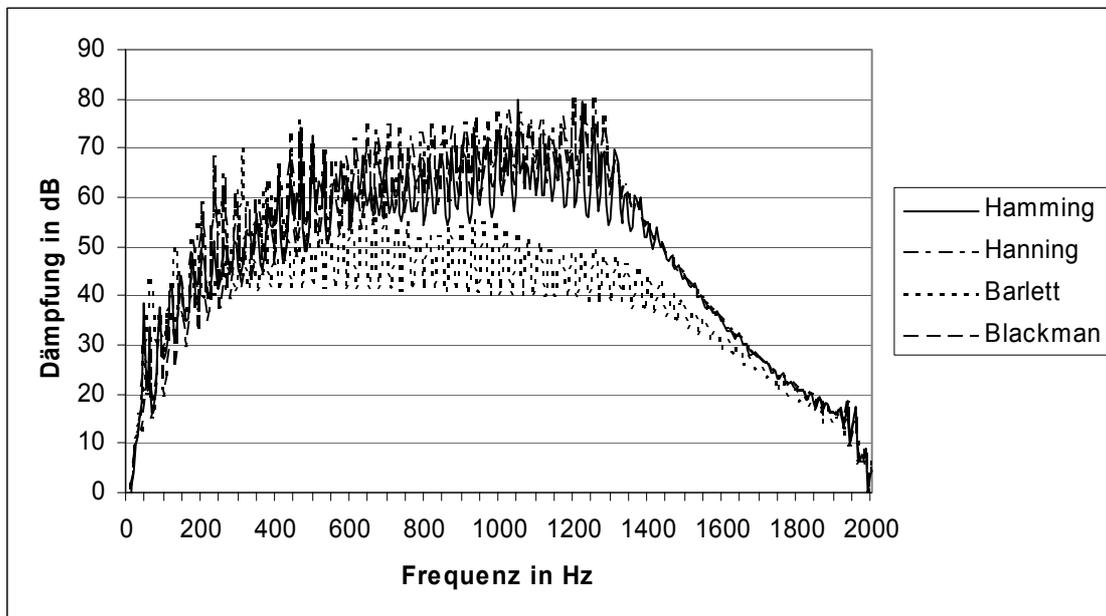


Abb. 3.11: Einfluss der Fensterfunktion auf die mittlere Dämpfung bei optimalem Abstand von Mikrofonkreis zu Lautsprecherkreis bei 4 kHz Abtastfrequenz und einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten

Da die Unterschiede der Dämpfungswerte in Abb. 3.11 für die verschiedenen Fensterungen außer dem etwas schlechter arbeitenden Barlettfenster nicht wesentlich voneinander abweichen, wird im weiteren Verlauf mit dem Hanning-Fenster gearbeitet.

### 3.2.1.3.3. Mikrofonabstand der Einzelmikrofone

Da mit diesen Ergebnissen eine optimale Bestimmung der Mikrofonpositionen möglich ist und in Verbindung mit der Nutzung der Fensterung eine hohe Dämpfung erzielt werden kann, wird die oben vorerst eingeführte analytische Berechnung des Schalldruckgradienten  $dP(\omega)$  aus dem Schalldruck  $P(\omega)$  ab hier durch die Ermittlung des Wertes durch die Mikrofonpaare ersetzt. Durch die Nutzung der Mikrofonpaare zur Ermittlung des Schalldruckgradienten  $dP$  ist ein weiterer Parameter hinzugekommen: der Abstand der beiden Mikrofone eines Mikrofonpaares  $d_{\text{Micro}}$ . Je größer die Frequenz bzw. je größer der Abstand dieser Mikrofone

$d_{\text{Micro}}$  ist, desto ungenauer wird der daraus berechnete Schalldruckgradient. Es ist zu erwarten, dass dieses zu einer Verschlechterung der Dämpfung führt.

Um die zu erwartenden Fehler nicht durch andere Effekte nahe der halben Abtastfrequenz verdecken zu lassen, wird im Folgenden mit einer Abtastfrequenz von 16 kHz gearbeitet.

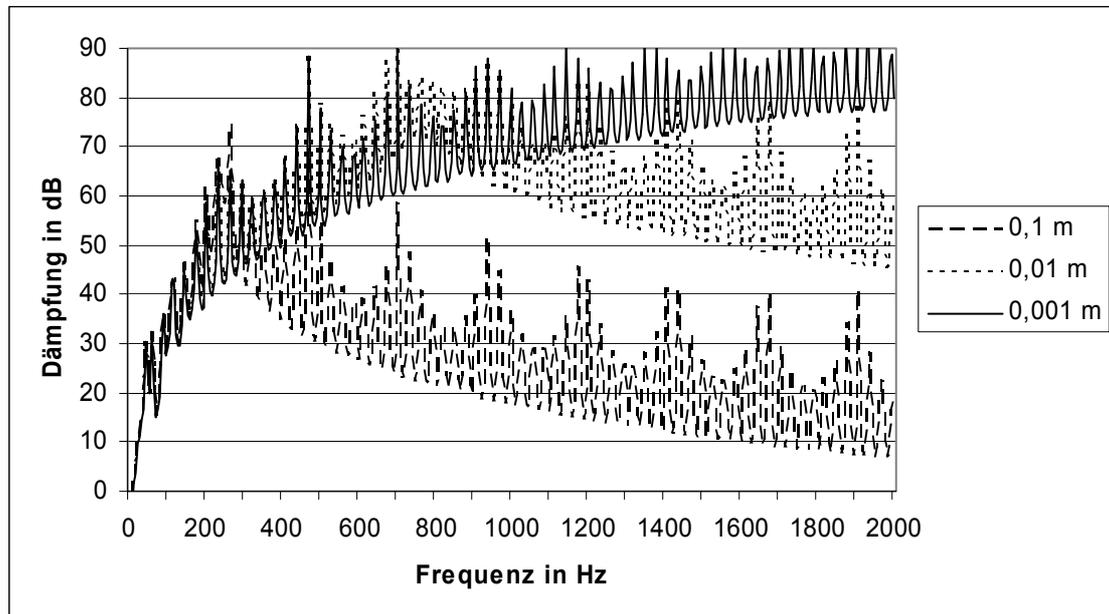


Abb. 3.12: Unterschiedliche Dämpfungen bei Variation von  $d_{\text{Micro}}$  bei einer Fourierfensterlänge von 128 Abtastwerten und einer Abtastfrequenz von 16 kHz

Abb. 3.12 zeigt deutlich, dass bei einem Abstand von  $d_{\text{Micro}} = 0,01$  m sehr gute Dämpfungen von über 46 dB im Bereich bis 2 kHz erreicht werden. Dies ist ein durchaus realistischer Wert für  $d_{\text{Micro}}$ , der im später beschriebenen Experimentalaufbau noch unterschritten wird. Um den Fehler auf Grund dieses Parameters für die weiteren Auswertungen nicht bestimmend werden zu lassen, wird im Folgenden mit einem Abstand  $d_{\text{Micro}}$  von 0,001m gerechnet.

#### 3.2.1.3.4. Variation der Analyseorte

Eine Variation der Analyseorte ( $x_a$ ) bringt in den obigen Untersuchungen keinerlei Veränderung der erreichten Dämpfungen. Einzig im Fall von zwei Primärquellen links und rechts von dem Aufbau mit gleicher Amplitude bilden sich stehende Wellen aus, die in den Analysepunkten Schalldruckminima haben können. Dadurch wird das Gleichungssystem mehrdeutig; erst eine Verschiebung der Analysepunkte aus diesen Minima führt zu einer eindeutigen Lösung und damit zu der gewünschten Dämpfung des Primärfeldes.

#### 3.2.1.3.5. Einfluss der Abtastfrequenz

Oben ist bereits der Einfluss der Abtastfrequenz erwähnt worden. Noch deutlicher wird der Einfluss, wenn die Kurven mit verschiedenen Abtastfrequenzen in dasselbe Diagramm eingetragen sind. Abb. 3.13 zeigt den Einfluss der Abtastfrequenz bei gleichbleibender Fourierfensterbreite, während in Abb. 3.14 das Verhältnis Abtastfrequenz zu Fourierfensterbreite beibehalten wird.

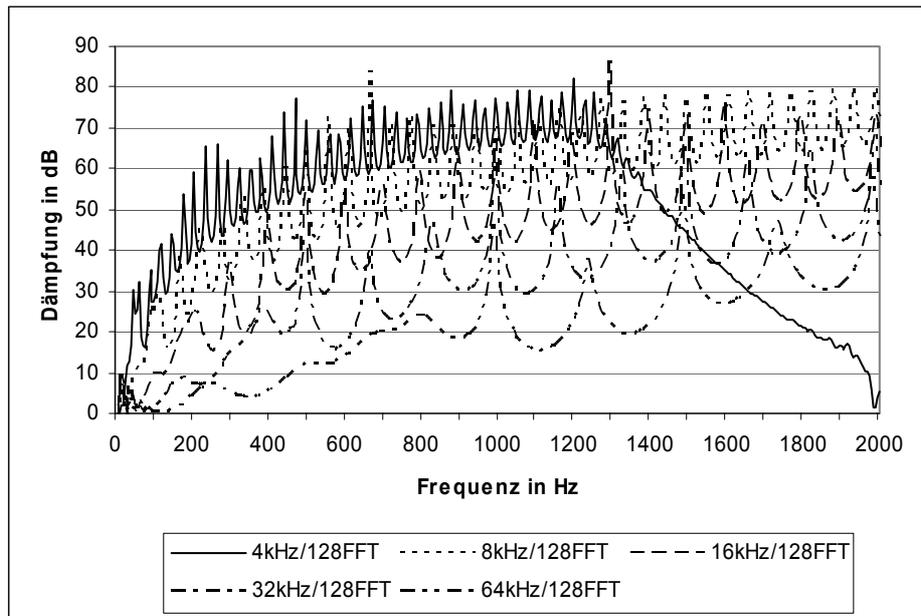


Abb. 3.13: Dämpfung des Primärfeldes bei unterschiedlichen Abtastfrequenzen mit gleicher Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten

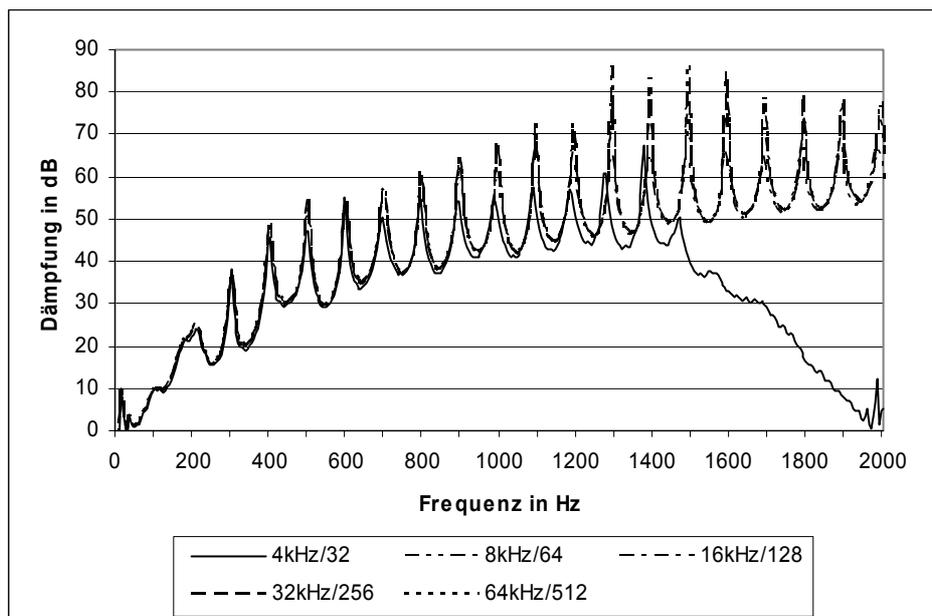


Abb. 3.14: Dämpfung des Primärfeldes bei unterschiedlichen Abtastfrequenzen mit gleicher Frequenzauflösung (Quotient aus Abtastfrequenz und Fourierfensterbreite).

An den beiden Abbildungen ist deutlich zu erkennen, dass sich bei gleichbleibender Fourierfensterbreite der Bereich mit maximaler Dämpfung mit Erhöhung der Abtastfrequenz nach oben verschiebt. Bei einer festen Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten (Abb. 3.13) empfiehlt es sich, eine möglichst geringe Abtastrate, hier also 4 kHz, zu wählen. Bei höheren Abtastfrequenzen nimmt der Einfluss der Frequenz Null zu und vermindert die erreichbare Dämpfung.

Wird jedoch gleichzeitig mit der Abtastfrequenz die Fourierfensterbreite erhöht, bleiben die Dämpfungswerte über den betrachteten Frequenzbereich gleich. Bei einer Abtastfrequenz von 4 kHz wird ferner die Genauigkeit des später in der Praxis im DA-Wandler eingesetzten Antialiasing-Filters die erreichbare Dämpfung zu der halben Abtastfrequenz hin bestimmen.

Durch die Erhöhung der Abtastfrequenz erhöht sich die Rechenzeit, da für einen Signalabschnitt gleicher zeitlicher Länge entsprechend mehr Abtastwerte vorliegen, die jeweils mit einer entsprechend höheren Fourierfensterbreite verarbeitet werden. Durch Vergrößerung der Fourierfensterbreite kann der Einfluss der Frequenz Null reduziert werden und der Frequenzbereich gleicher Dämpfung zu tieferen Frequenzen hin erweitert werden. Im eindimensionalen Fall bringt das eine Vergrößerung des Mikrofonabstands  $x_M$  mit sich. Grundsätzlich jedoch kann das System über diese Parameter an den zu dämpfenden Frequenzbereich angepasst werden, so dass davon ausgegangen werden kann, dass die durch das System maximal erreichbare Dämpfung von den übrigen Komponenten bestimmt wird.

### 3.2.1.3.6. Verschiedene Signalformen

Im Anschluss an die Untersuchungen mit monofrequenten stationären Signalen werden künstliche wie auch reale, instationäre Signale untersucht. Dazu wird ein Testsatz von synthetischen und natürlichen Signalen erstellt. Diese werden durch einen Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz von 2 kHz beschnitten. Tab. 3.3 zeigt die Ergebnisse der Untersuchung.

| Geräuschart       | Dämpfung in dB(L)       |                         |                        |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
|                   | 4 kHz Abtastfrequenz/32 | 8 kHz Abtastfrequenz/64 | 16 kHz Abtastfreq./128 |
| Schiffsgeräusch   | 3,5                     | 3,5                     | 3,5                    |
| LKW im Leerlauf   | 9,4                     | 9,5                     | 9,5                    |
| LKW - Vorbeifahrt | 6,8                     | 6,8                     | 6,7                    |
| PKW - Vorbeifahrt | 5,9                     | 5,9                     | 5,9                    |
| Düsenantrieb      | 17,0                    | 19,2                    | 19,3                   |
| Gewehrschuss      | 18,1                    | 20,1                    | 20,1                   |
| Weißes Rauschen   | 14,2                    | 14,9                    | 15,0                   |
| Rosa Rauschen     | 5,4                     | 7,5                     | 7,5                    |

Tab. 3.3: Simulationsergebnisse für den eindimensionalen Fall bei gleicher Frequenzauflösung

Die in den Tabellen angegebenen Pegel sind linear bewertete Schalldruckpegel (LEQ). Die Signale mit hohem Tieffrequenzanteil erreichen eine geringere Dämpfung, während die hochfrequenten Signale (relativ zu 2 kHz Grenzfrequenz) eine wesentlich höhere Dämpfung erreichen. Bei 4 kHz Abtastfrequenz wird die erreichbare Dämpfung durch einen hochfrequenten Anteil (ca. 1,5 kHz - 2 kHz) verschlechtert, der hier durch die verwendete Lagrange-Interpolation entsteht. Um auch bei diesen Signalen eine gute Dämpfung zu erzielen, wird die Frequenzauflösung so verändert, dass der gut gedämpfte Frequenzbereich in etwa mit dem Frequenzbereich übereinstimmt, der den Hauptanteil der Energie des Primärsignals enthält.

| Geräuschart       | Dämpfung in dB(L) |                   |                    |                    |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
|                   | 4 kHz Abtastfreq. | 8 kHz Abtastfreq. | 16 kHz Abtastfreq. | 32 kHz Abtastfreq. |
| Schiffsgeräusch   | 12,2              | 8,2               | 3,5                | 2,3                |
| LKW im Leerlauf   | 16,1              | 13,3              | 9,5                | 4,2                |
| LKW - Vorbeifahrt | 24,0              | 14,1              | 9,5                | 1,2                |
| PKW - Vorbeifahrt | 17,9              | 15,4              | 5,9                | 1,5                |
| Düsenantrieb      | 21,9              | 25,3              | 19,3               | 11,4               |
| Gewehrschuss      | 22,9              | 27,6              | 20,1               | 13,9               |
| Weißes Rauschen   | 19,4              | 17,5              | 15,0               | 11,8               |
| Rosa Rauschen     | 7,7               | 8,1               | 7,5                | 5,8                |

Tab. 3.4: Simulationsergebnisse für den eindimensionalen Fall bei einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten

Die Ergebnisse der Tabelle zeigen deutlich, dass für die tief frequenten Signale wie die LKW- und Schiffsgeräusche die Dämpfung bei einer niedrigeren Abtastfrequenz, also einer höheren

Frequenzauflösung wesentlich besser ist. Für die höher frequenten Signale wie den Düsenantrieb hingegen ist eine höhere Abtastfrequenz besser geeignet.

Um diese Ursachen für die unterschiedlichen Dämpfungswerte noch deutlicher zu zeigen, werden die Terzspektren der Primär- und Differenzsignale zweier Signale mit unterschiedlicher Energieverteilung im Frequenzbereich ermittelt (Abb. 3.15 und Abb. 3.16).

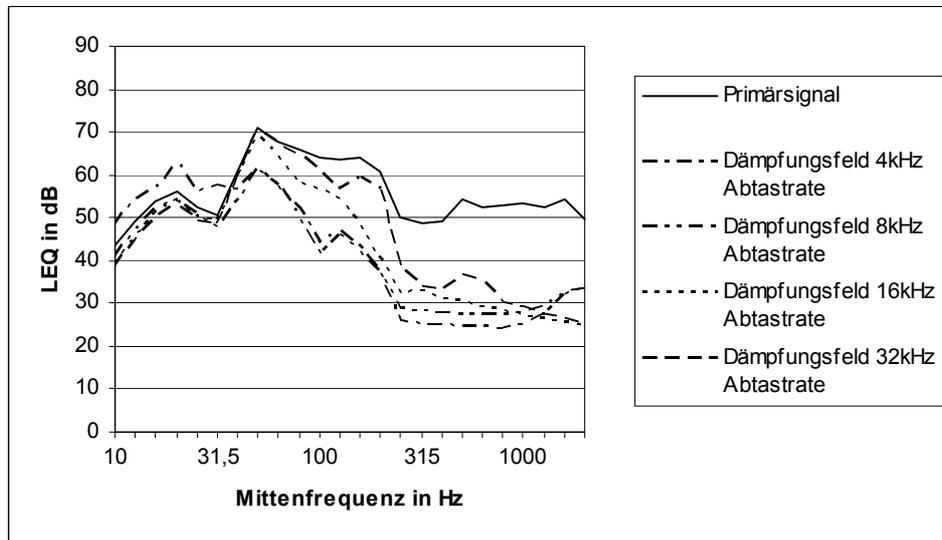


Abb. 3.15: Terzspektren der Primär- und Differenzsignale für das Schiffsgeschossgeräusch

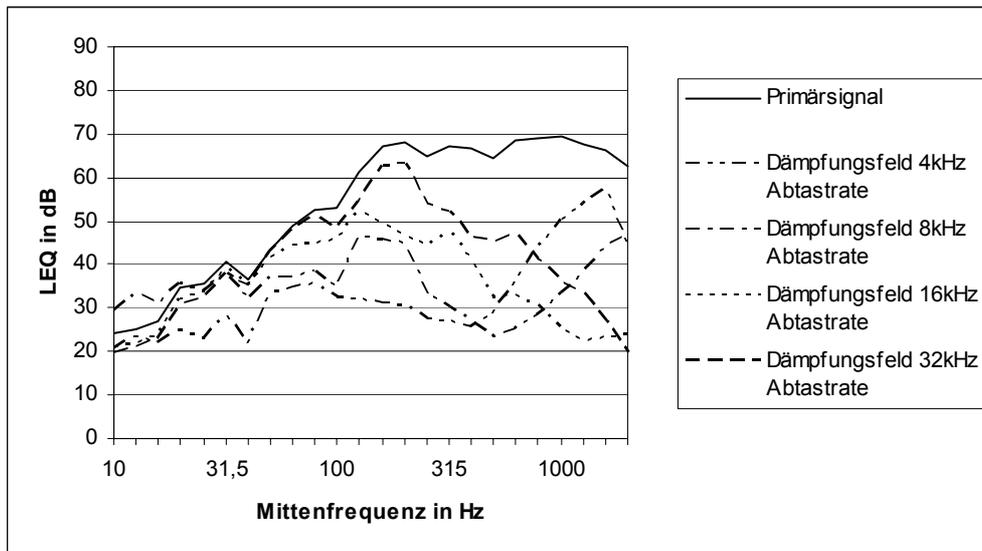


Abb. 3.16: Terzspektren der Primär- und Differenzsignale für das Düsenantriebsgeräusch

Als weiteres wird die Reaktion des Systems auf impulshaltige Signale (G3-Schuss) untersucht. Der Geschosknall zu Beginn des Signals ist hoch frequent, daher kann dieses Signal bis zur Grenzfrequenz des Systems sehr gut gedämpft werden. Wie auch schon aus den oben ermittelten Dämpfungen zu vermuten ist, bleiben im Restsignal hauptsächlich tief frequente Anteile erhalten. Auch hier hängt die zu erreichende Dämpfung von der verwendeten Frequenzauflösung ab.

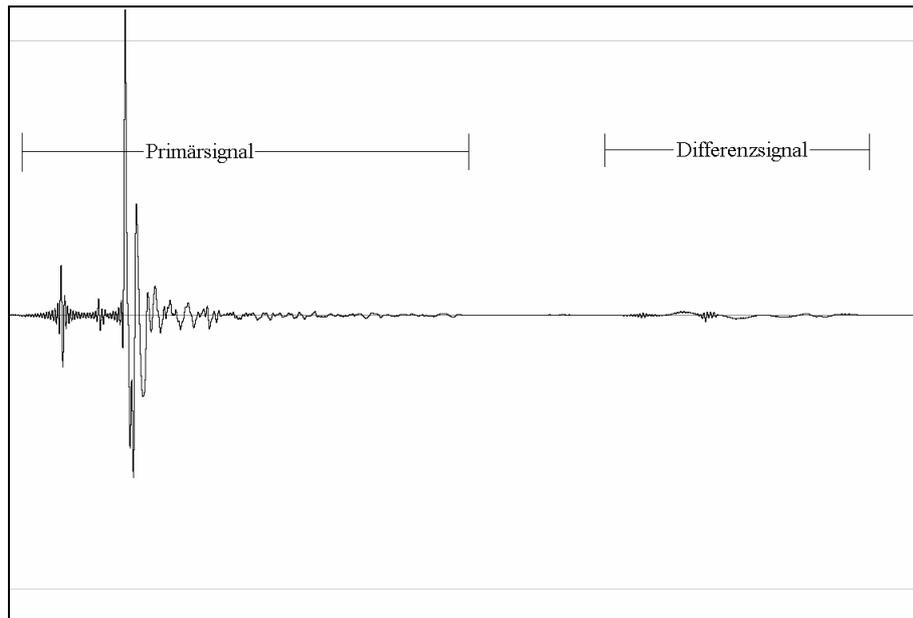


Abb. 3.17: Primär- und Differenzsignal eines G3-Gewehrschusses (0,16s Gesamtlänge)

Weitere physikalische und psychoakustische Werte zu den hier angesprochenen Signalen sind in Kapitel 7 zu finden.

Hier sei bereits darauf hingewiesen, dass unter Nutzung der dem Hörempfinden angepassten A-Bewertung gerade die tiefen Frequenzen weniger in das Ergebnis einfließen. Daher sind die Dämpfungen der A-Bewertung wesentlich besser als die der hier angewandten linearen Bewertung.

#### 3.2.1.4. Berücksichtigung der Rechenzeit

Bisher gilt die Berechnung für ein ideal schnell arbeitendes System. Wird ein reales System eingesetzt, kann die Verzögerung durch die Rechnung mehrere Abtastschritte dauern. Die Berücksichtigung der Rechenzeit  $t_R$  führt zu einer veränderten Gleichung (3.6):

$$\overline{\Psi}_{sek} = -\overline{G}_{sek}^{-1} \cdot \left[ \overline{G}_{pri} \cdot \overline{\vec{V}}_{P_M} \cdot \overline{\vec{n}} \cdot e^{j\omega t_R} - \overline{\vec{V}}_{G_{pri}} \cdot \overline{\vec{n}} \cdot \overline{P}_M \cdot e^{j\omega t_R} \right] \quad (3.13)$$

Solange die Komponenten der Vektoren  $\overline{G}_{sek}^{-1} \cdot \overline{G}_{pri} \cdot e^{j\omega t_R}$  und  $\overline{G}_{sek}^{-1} \cdot \overline{\vec{V}}_{G_{pri}} \cdot e^{j\omega t_R}$  kleiner Null sind, liefert das System die zu erwartenden Dämpfungen. Bei Werten größer Null tritt der oben beschriebene Effekt der falschen Vorhersage des Signals ein, und das Primärsignal kann nicht ausgelöscht werden. Da die oben eingeführte Fensterung eine grundsätzliche Verschiebung der Mikrofonpunkte nach außen erfordert, tritt dieser Effekt nur ohne Fensterung ein und ist somit für die aktuelle Betrachtung irrelevant.

### 3.2.2. Der zweidimensionale Fall

Wie bereits im eindimensionalen Fall werden die Abmessungen der im Simulationsprogramm untersuchten Anordnung an den in Kap. 4 vorgestellten Experimentalaufbau angelehnt. Dabei befinden sich alle Elemente des Aufbaus auf konzentrischen Kreisen. Die Sekundärquellen liegen auf einem Kreis mit dem Radius 0,35 m. Der Mikrofonkreis hat zunächst den Radius 0,375 m und der Analysekreis einen Radius von 0,15 m (siehe Abb. 3.1). Auch hier wird ein Frequenzbereich von 0 Hz bis 2 kHz untersucht. Die Abtastfrequenz beträgt zunächst 4 kHz und der Abstand der Einzelmikrofone eines Paares 0,001 m.

#### 3.2.2.1. Numerische Grundlagen

Bei der Berechnung des zweidimensionalen Falles lässt sich wie in Kap. 3.2.1.1 das Gleichungssystem in Matrixschreibweise ausdrücken. Es handelt sich nun nicht mehr um  $2 \times 2$ -Matrizen, sondern  $R \times R$ -Matrizen, wobei  $R$  die Anzahl der Mikrofonpunkte ist. Da das Gleichungssystem nur eindeutig lösbar ist, wenn die Anzahl der Mikrofonpunkte gleich der Anzahl der Sekundärquellen als auch der Analysepunkte ist, steht  $R$  also für die Anzahl der jeweiligen Berechnungselemente, im folgenden „Rang“ genannt. Durch die zweite Dimension ist mit diesem Rang  $n$  ein weiterer zu untersuchender Parameter hinzugekommen. Dieser bestimmt bei gegebenen Radien letztlich die Entfernung der Elemente zueinander.

#### 3.2.2.2. Auswirkungen verschiedener Parameter auf das Modell

Um die Auswirkungen der einzelnen Parameter deutlich hervortreten zu lassen, werden in den jeweiligen Untersuchungen die übrigen Parameter so gewählt, dass die durch sie erzeugten Fehler klein werden im Vergleich zu den Fehlern des untersuchten Parameters. Zu Beginn der Untersuchung werden monofrequente Signale untersucht, deren Frequenz ein Vielfaches der Grundfrequenz der Fourieranalyse ist. Wie bereits im eindimensionalen Fall ausführlich dargelegt, kann in diesem Fall ohne eine Fensterung gearbeitet werden. Die Lage des Mikrofonkreises hat nur insofern einen Einfluss auf die Ergebnisse, als dass bei Vergrößerung des Radius der Abstand der Mikrofonpunkte größer wird und dann nicht mehr dem örtlichen Abtasttheorem entspricht.

### 3.2.2.2.1. Einfluss des Ranges

Zunächst wird der Einfluss des Ranges untersucht. Dazu wird das Feld einer fernen Linienschallquelle mit 1 kHz als Primärquelle angenommen. Diese erzeugt eine nahezu ebene Welle im zu untersuchenden Feldbereich. Für den Schalldruckverlauf zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_0$  ergeben sich für die Ränge 4, 8, 16 und 32 folgende Feldbilder:

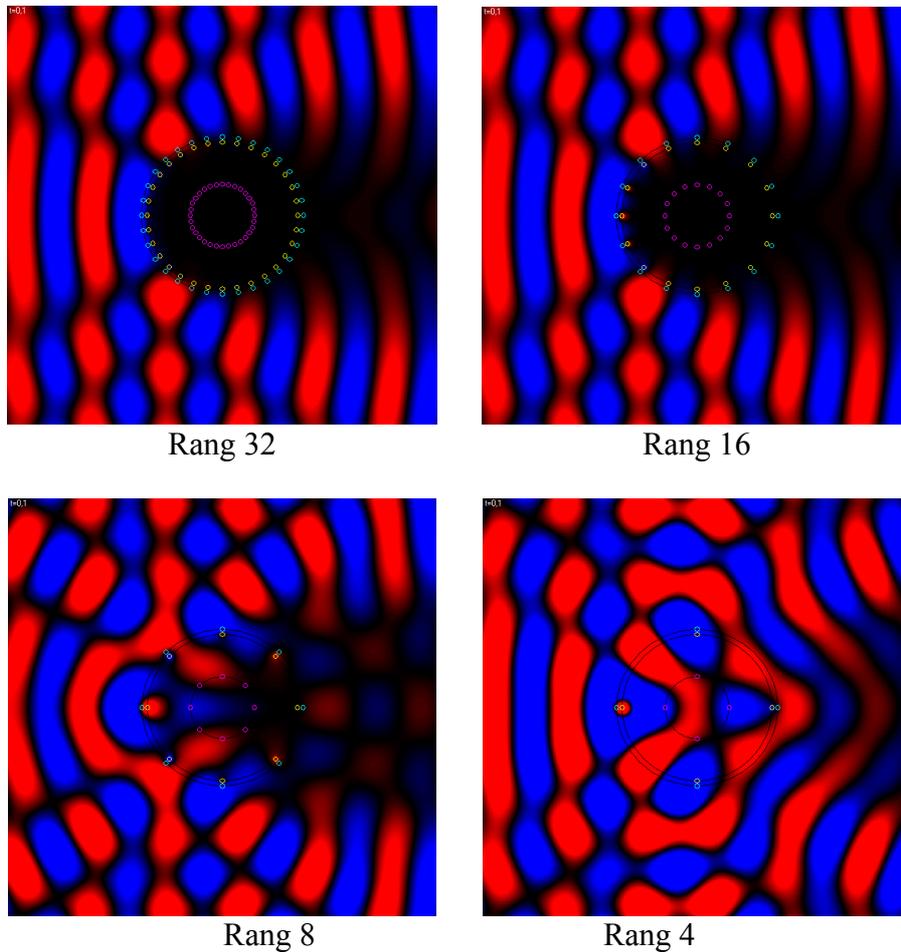


Abb. 3.18: Auswirkung des Ranges auf den Schalldruck bei 1 kHz, blaue Bereiche haben negativen Schalldruck, rote Bereiche positiven Schalldruck. Der Ausschnitt beträgt  $2\text{ m} \times 2\text{ m}$ .

In Abb. 3.18 ist zwar das Schalldruckfeld anschaulich zu sehen, eine quantitative Aussage über die erreichten Dämpfungswerte ist damit nur schwer möglich. Daher zeigt Abb. 3.19 die über eine Periode gemittelten Dämpfungswerte.

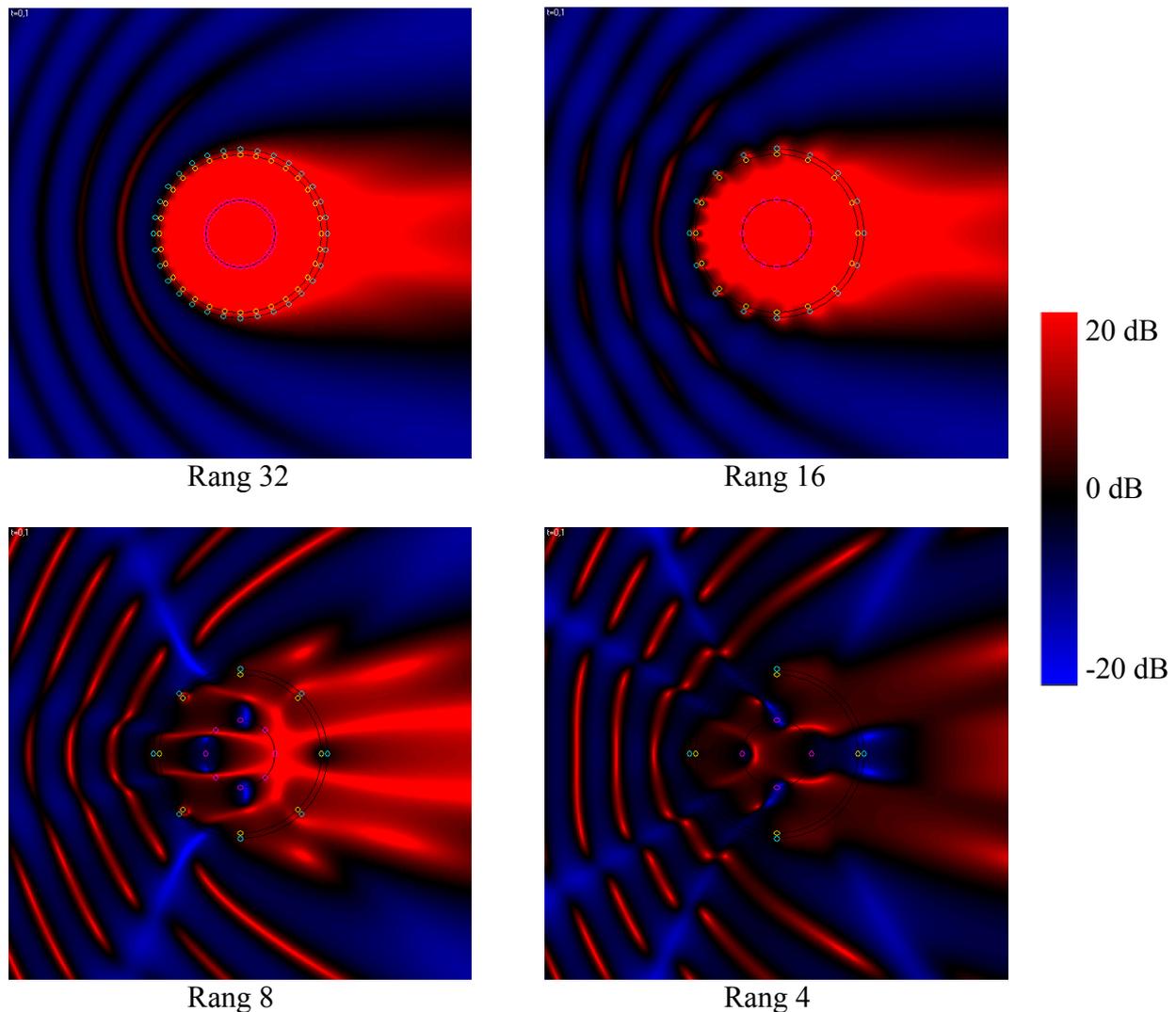


Abb. 3.19: Auswirkung des Ranges auf das Dämpfungsfeld bei 1 kHz,  
rot: Dämpfung, blau: Verstärkung. (Feldgröße  $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ )

Die Dämpfung nimmt bei wachsenden Abständen der Mikrofonpositionen über  $\lambda/2$  hinaus stark ab. In Abb. 3.18 und Abb. 3.19 beträgt  $\lambda = 0,34 \text{ m}$ , damit liegt der theoretische Grenzabstand bei ca.  $0,17 \text{ m}$ . Bei Rang 32 ist der Abstand zwischen den Mikrofonpositionen so dicht, dass der gesamte Feldbereich homogene Dämpfungen über 20 dB aufweist. Bei Rang 16 haben die Mikrofonpositionen einen Abstand von ca.  $0,15 \text{ m}$ , die Dämpfung ist über weite Bereiche noch größer als 15 dB. Für größere Abstände bei den Rängen 8 und 4 zwischen den Mikrofonen (und Lautsprechern) nimmt die Dämpfung stark ab.

Um ein besseres Kriterium für die im betrachteten Feldbereich erreichte Dämpfung zu erhalten, werden so genannte Evaluierungspunkte definiert. Diese liegen auf einem Raster von  $5 \text{ cm}$  Abstand. Bei der Standardgröße des Feldbereiches gehen damit 109 Feldpunkte in die Berechnung der mittleren Dämpfung ein.

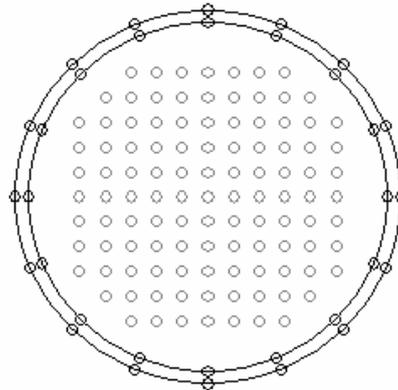


Abb. 3.20: Anordnung der Evaluierungspunkte

Da diese Werte einen mittleren Höreindruck im Feldbereich wiedergeben sollen, wird keine energetische, sondern eine arithmetische Mittelung der einzelnen Dämpfungswerte vorgenommen. Tab. 3.5 zeigt für verschiedene Konfigurationen aus Abb. 3.18 und Abb. 3.19 die ermittelten Werte:

| Rang | Mittlerer Dämpfungswert in dB |        |       |       |
|------|-------------------------------|--------|-------|-------|
|      | 125 Hz                        | 500 Hz | 1 kHz | 2 kHz |
| 32   | 34,2                          | 41,1   | 45,7  | 48,2  |
| 16   | 34,1                          | 41,0   | 44,0  | 11,3  |
| 8    | 33,9                          | 29,6   | 6,6   | -2,0  |
| 4    | 26,6                          | 5,9    | -1,1  | -4,8  |

Tab. 3.5: Mittlere Dämpfungswerte für verschiedene monofrequente stationäre Primärfelder bei unterschiedlichen Konfigurationen

Im eindimensionalen multifrequenten Fall mit Fensterung ergibt sich der optimale Radius für den Mikrofonkreis nach Gleichung (3.12). Es ist zu erwarten, dass diese Gleichung auch für den zweidimensionalen Fall zutrifft, was sich dann im Vergleich von Abb. 3.21 und Abb. 3.10 auch bestätigt.

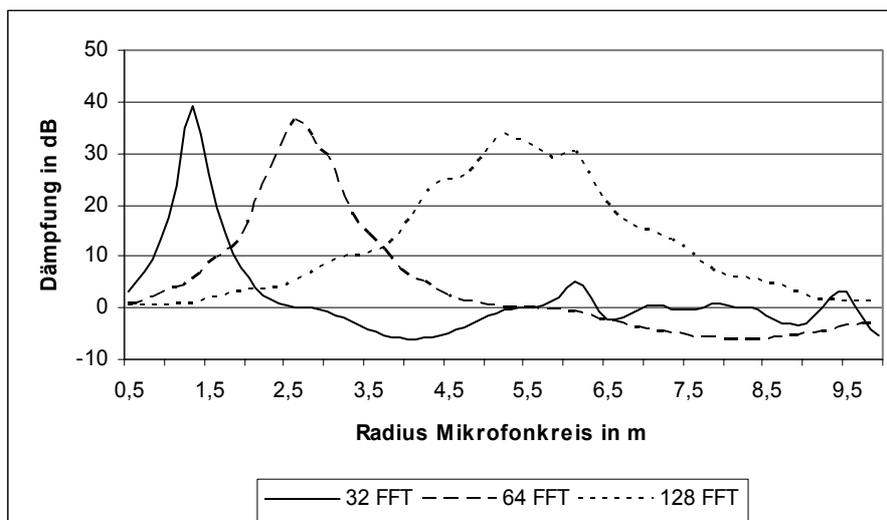


Abb. 3.21: Mittlere Dämpfungswerte für verschiedene Fensterbreiten bei einer Abtastfrequenz von 4 kHz und Rang 64 und einer Primärfrequenz der 4 ½-fachen Grundfrequenz

Um den Einfluss des Ranges zu betrachten, wird im Folgenden eine Frequenzauflösung gewählt, die für einen hohen Rang auch im oberen Frequenzbereich noch hohe Dämpfungen aufweist. Aus Gleichung (3.12) folgt, dass sich für Untersuchungen mit der gleichen Frequenzauflösung der gleiche optimale Radius des Mikrofonkreises ergibt.

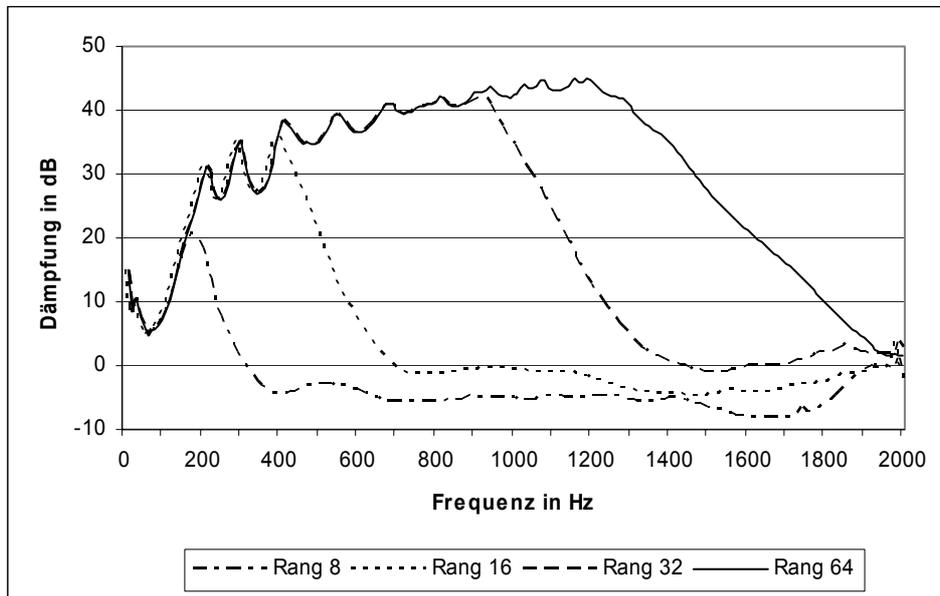


Abb. 3.22: Mittlere Dämpfungswerte für unterschiedliche Ränge bei einer Abtastfrequenz von 4 kHz und einer Fourierfensterbreite von 32 Abtastwerten

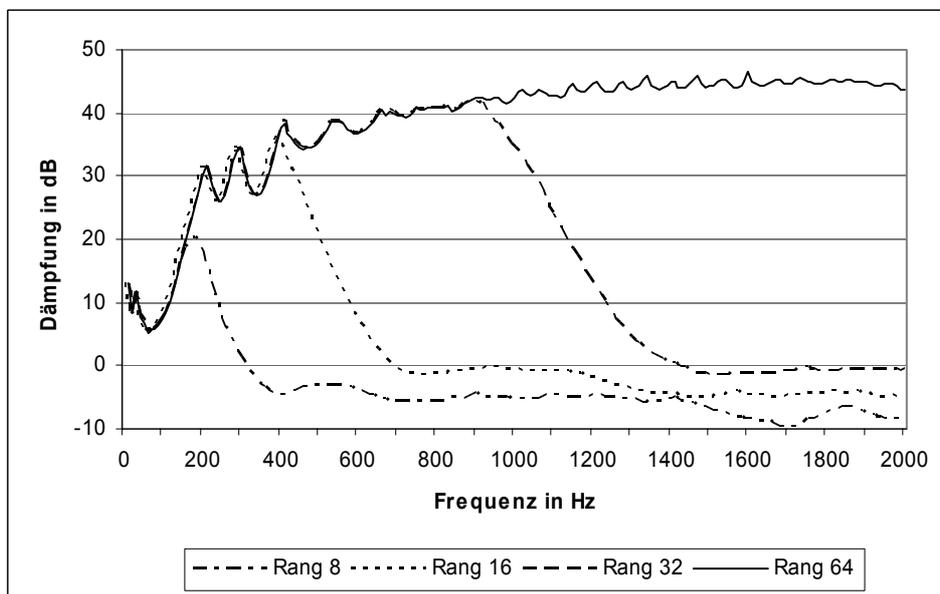


Abb. 3.23: Mittlere Dämpfungswerte für unterschiedliche Ränge bei einer Abtastfrequenz von 8 kHz und einer Fourierfensterbreite von 64 Abtastwerten

Den Abbildungen liegt eine Frequenzauflösung von 125 Hz und ein Mikrofonkreis-Durchmesser von 2,6 m zugrunde. Die Abb. 3.23 und Abb. 3.22 sind sehr ähnlich, nur im oberen Frequenzbereich unterscheiden sich die Dämpfungen für den Rang 64. Im Vergleich mit Abb. 3.14 wird der Grund deutlich: durch die niedrigere Abtastfrequenz in Abb. 3.22 wird durch die Lagrangeinterpolation die Rekonstruktion des Originalsignals schlechter als bei Abb. 3.23. Bei den anderen Kurven wird dieser Unterschied durch den Fehler, der durch den

geringeren Rang verursacht wird, verdeckt. Innerhalb der Abbildungen wird deutlich, dass sich durch die Verdoppelung der Elemente auch der Abstand der Mikrofonpositionen verdoppelt, während sich die noch zu rekonstruierende Grenzfrequenz halbiert. Die untere Grenzfrequenz für den gut dämpfenden Frequenzbereich hängt wie im eindimensionalen Fall von der Frequenzauflösung ab, die für beide Abbildungen gleich ist. Die aus Abb. 3.23 ermittelten Frequenzgrenzen auf Grund des Ranges lauten damit:

| Rang | Untere Grenzfrequenz:<br>10 dB | Obere Grenzfrequenz<br>10 dB | Untere Grenzfrequenz:<br>20 dB | Obere Grenzfrequenz<br>20 dB |
|------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| 64   | 120                            | -                            | 160                            | -                            |
| 32   | 120                            | 1230                         | 160                            | 1130                         |
| 16   | 120                            | 590                          | 160                            | 510                          |
| 8    | 120                            | 240                          | -                              | -                            |

Tab. 3.6: Aus Abb. 3.23 ermittelte Grenzfrequenzen

Unter Verwendung des  $\lambda/2$ -Kriteriums lässt sich bei Kreisanordnungen die Grenzfrequenz  $f_G$  leicht abschätzen:

$$f_G = \frac{R \cdot c}{r_m \cdot 4\pi} \tag{3.14}$$

wobei  $r_m$  der Mikrofonkreisradius,  $R$  der Rang und  $c$  die Schallgeschwindigkeit ist. Die so ermittelten Grenzfrequenzen liegen weit unter den gefundenen Grenzen, so dass die durchgeführten Simulationen im zweidimensionalen Fall für die 10 dB Grenze auf einen Grenzabstand gleich  $\lambda$  hinweisen. Für die Grenzfrequenz ergibt sich damit:

$$f_{G\text{ neu}} = \frac{R \cdot c}{r_m \cdot 2\pi} \tag{3.15}$$

### 3.2.2.2. Einfluss der Abtastfrequenz

Wird entsprechend Abb. 3.13 die Abtastfrequenz bei gleicher Fourierfensterbreite variiert, so ergeben sich Dämpfungen wie folgt:

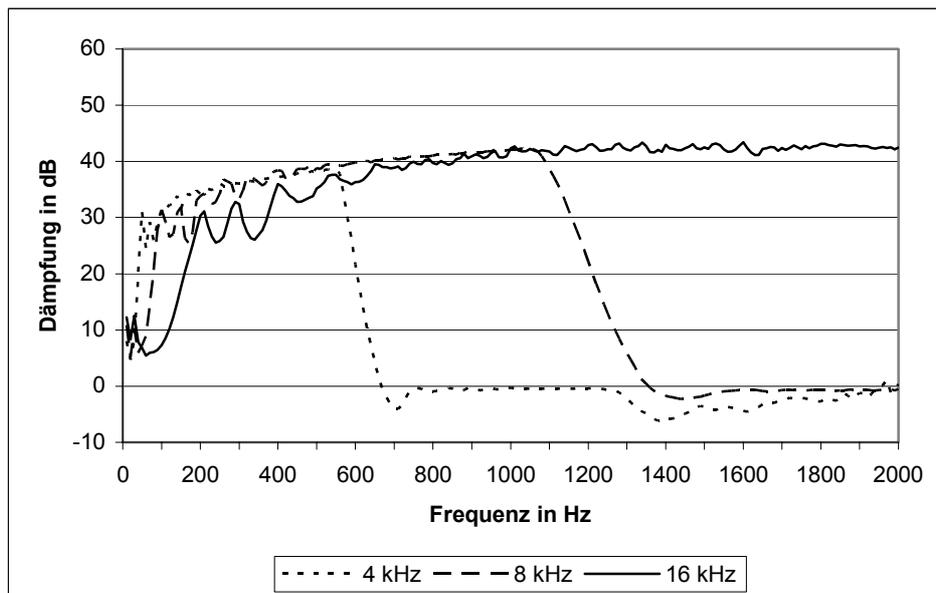


Abb. 3.24: Unterschiedliche Abtastfrequenzen bei einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten und Rang 64

Es zeigt sich, dass die in Abb. 3.13 ermittelten Dämpfungen für tiefe Frequenzen ähnlich sind. Bei 8 kHz Abtastfrequenz verschlechtern sich die Dämpfungen im zweidimensionalen Fall jedoch schon bei etwa 1,1 kHz, bei 4 kHz Abtastfrequenz bereits bei 550 Hz. Dabei ist zu beachten, dass sich durch die Änderung der Abtastfrequenz bei gleicher Fourierfensterbreite auch der optimale Mikrofonkreisdurchmesser ändert. Bei 4 kHz Abtastfrequenz und einer Fourierfensterbreite von 128 beträgt er bereits 11,2 m, während er bei 16 kHz nur 2,6 m Durchmesser hat. Unter Beibehaltung des Ranges wird damit bei 4 kHz die obere Grenzfrequenz nach Gleichung (3.15) auf ca. 1,2 kHz reduziert. Um bei einer Abtastfrequenz von 4 kHz und einer Fourierfensterbreite von 128 noch bei 2 kHz zu hohen Dämpfungen zu kommen, wären also ca. 256 Sekundärquellen nötig. Dies führt zu sehr großen Matrizen, deren Invertierung durch numerische Grenzen des Datenbereiches zu Fehlern führt, die eine korrekte Berechnung nicht mehr zulassen. Außerdem würde bei der Nutzung der aktuell zur Verfügung stehenden Hardware der Rechenaufwand unrealistisch hoch.

Daraus folgt, dass im zweidimensionalen Fall weniger die Abtastfrequenz allein, sondern die Abtastfrequenz in Kombination mit der Fourierfensterbreite betrachtet werden sollte. Bei einem maximalen Durchmesser des Mikrofonkreises von 2,6 m ergibt sich damit eine minimale Frequenzauflösung von 125 Hz. Abb. 3.25 bis Abb. 3.27 zeigen für Kombinationen von Frequenz und Fourierfensterbreiten mit 125 Hz bzw. 250 Hz Frequenzauflösung die sich ergebenden Dämpfungswerte.

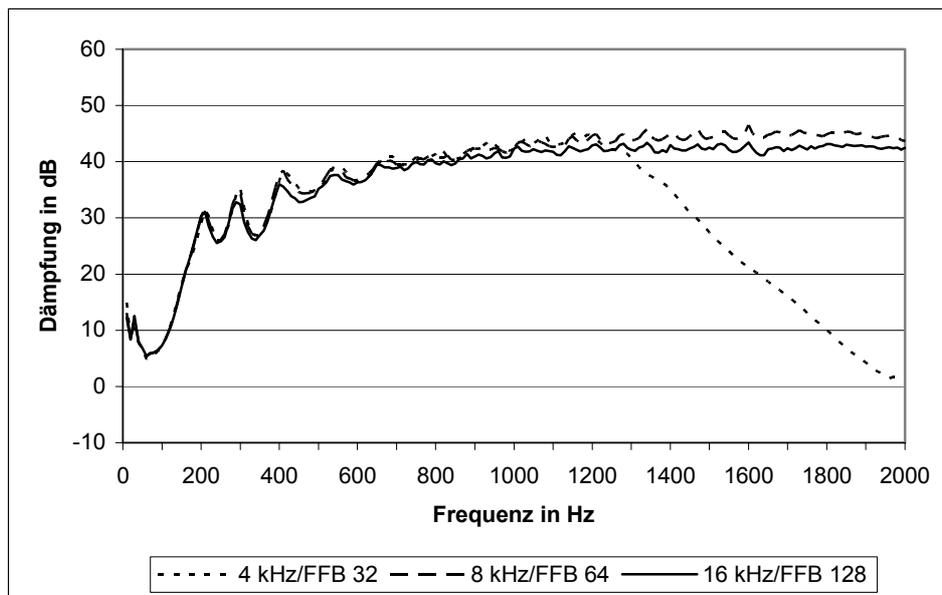


Abb. 3.25: Dämpfungswerte für verschiedene Kombinationen mit 125 Hz Frequenzauflösung. Die Einträge der Legende bezeichnen die Abtastfrequenz/Fourierfensterbreite.

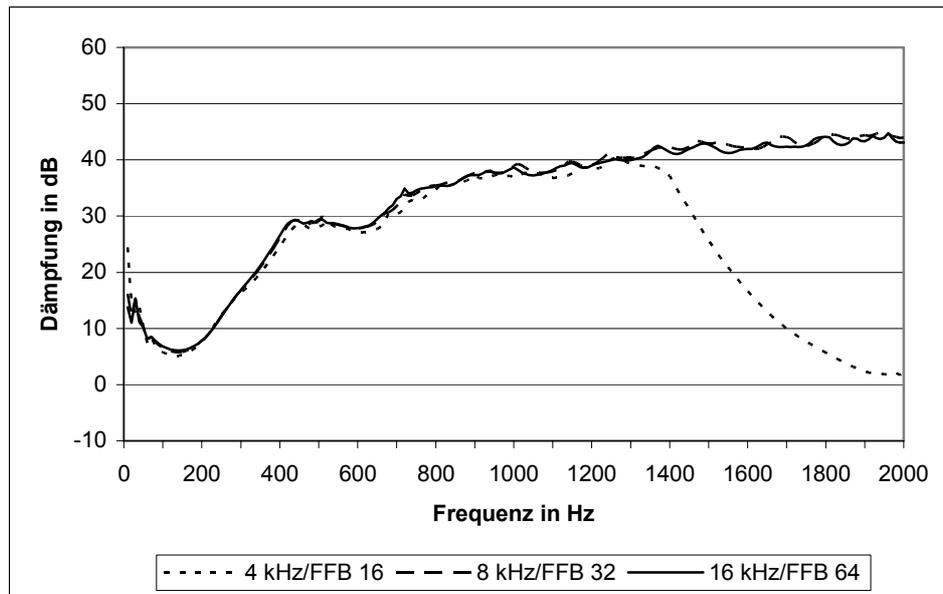


Abb. 3.26: Dämpfungswerte für verschiedene Kombinationen mit 250 Hz Frequenzauflösung und Rang 64. Die Einträge der Legende bezeichnen die Abtastfrequenz/Fourierfensterbreite.

Da sich durch die Erhöhung der Frequenzauflösung in Abb. 3.26 der Mikrofonkreisdurchmesser auf 1,3 m verringert, werden bei dieser Frequenzauflösung auch bei Rang 32 noch Dämpfungen größer als 20 dB erreicht.

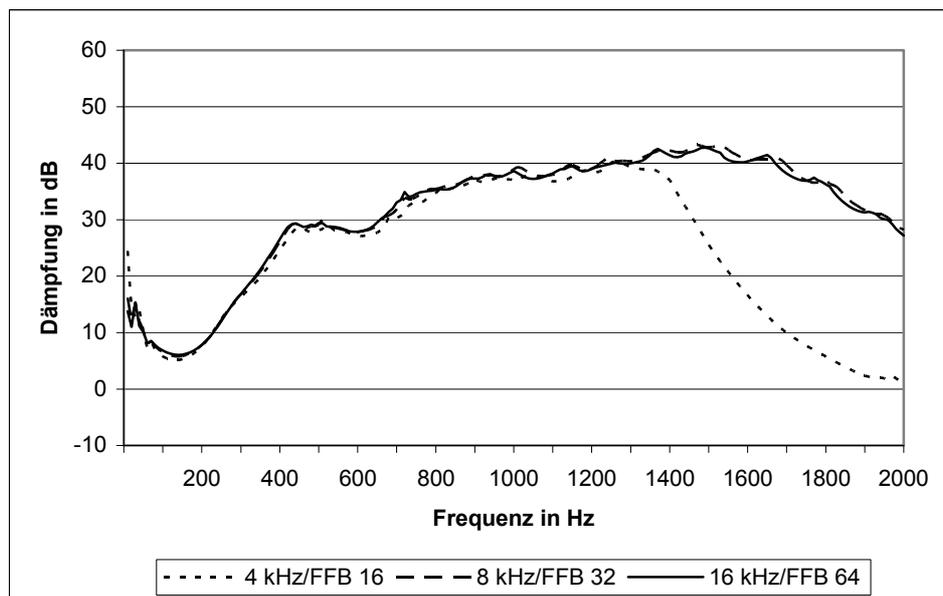


Abb. 3.27: Dämpfungswerte für verschiedene Kombinationen mit 250 Hz Frequenzauflösung und Rang 32. Die Einträge der Legende bezeichnen die Abtastfrequenz/Fourierfensterbreite.

Abb. 3.25 und Abb. 3.26 zeigen deutlich, dass sich bei einer Abtastfrequenz von 4 kHz die Dämpfungswerte ab ca. 1,4 kHz verschlechtern, dagegen sind sie bei 8 kHz und 16 kHz über den nahezu gesamten oberen Frequenzbereich größer als 30 dB. Damit ergibt sich für die in Simulationen zu benutzende minimale Abtastfrequenz folgende Regel:

$$f_A = 4 \cdot f_{Go} \quad (3.16)$$

dabei ist  $f_A$  die Abtastfrequenz,  $f_{Go}$  die obere gewünschte Grenzfrequenz.

Da dieses jedoch wiederum durch die Lagrange-Interpolation bedingt ist, die nicht zu dem Antischallsystem gehört, kann in der Praxis sehr wohl mit einer Abtastfrequenz der doppelten Grenzfrequenz gearbeitet werden.

Unter Berücksichtigung der Rechenzeit ist somit die Kombination von 8 kHz Abtastfrequenz und einer Fensterbreite von 64 Abtastwerten ein guter Kompromiss, der ab ca. 200 Hz eine mittlere Dämpfung von über 20 dB erzeugt. Bei Rang 32 sorgt der Fehler durch die schlechtere örtliche Auflösung bei hohen Frequenzen dafür, dass sich die oberen Grenzfrequenzen verringern. Insgesamt ist jedoch auch hier bei Abtastfrequenzen über 8 kHz noch in einem großen Frequenzbereich eine Dämpfung von über 20 dB zu erreichen.

### 3.2.2.2.3. Art des Primärfeldes

Bisher wurde bei der Untersuchung des Systems von einer nahezu ebenen Welle ausgegangen. Da das System für beliebige zweidimensionale Feldkonfigurationen ausgelegt werden soll, werden im Folgenden der Vergleich zwischen einer nahen (0,5 m Abstand vom Mikrofonkreis) und einer fernen (100 m Abstand vom Mikrofonkreis) Linienquelle gezeigt.

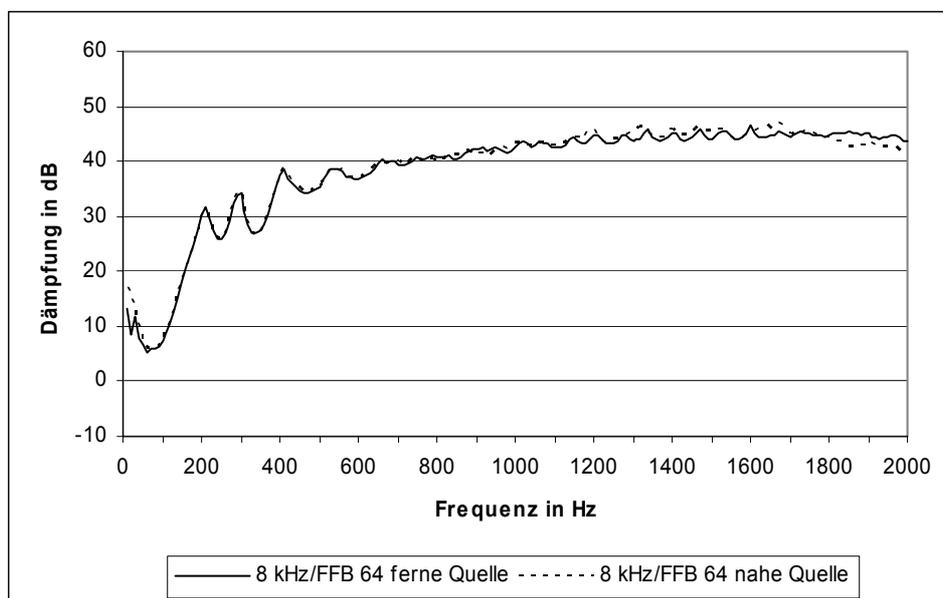


Abb. 3.28: Dämpfungswerte für eine nahe und eine ferne Primärquelle (Abtastfrequenz 8 kHz, Fourierfensterbreite 64 => 125 Hz Frequenzauflösung)

Über weite Bereiche hat die Entfernung der Primärquelle bzw. die damit veränderte Feldtopologie nur geringen Einfluss auf die Dämpfungswerte. Im oberen Frequenzbereich jedoch führt die Lageänderung zu einer minimalen Änderung der Dämpfung. Eine nähere Untersuchung dieses Bereiches zeigt, dass das Primärfeld große Schallfeldänderungen in dem Bereich des Mikrofonkreises hat, der in der Nähe der Primärquelle liegt. Damit wird die relative Abtastung des Primärfeldes geringer, was in der Folge zu schlechterer Erkennung des Primärfeldes führt.

Für mehrere Primärquellen führen die Simulationen zu sehr ähnlichen Ergebnissen und werden daher hier nicht gesondert aufgeführt.

### 3.2.2.2.4. Lage der Analysepunkte

Bisher wurde mit einer Feldkonfiguration gearbeitet, bei der die Analysepunkte in einem Radius von 0,15 m vom Mittelpunkt des Systems entfernt lagen. Abb. 3.29 zeigt die Verteilung der Dämpfungen innerhalb und außerhalb der Sekundärquellen.

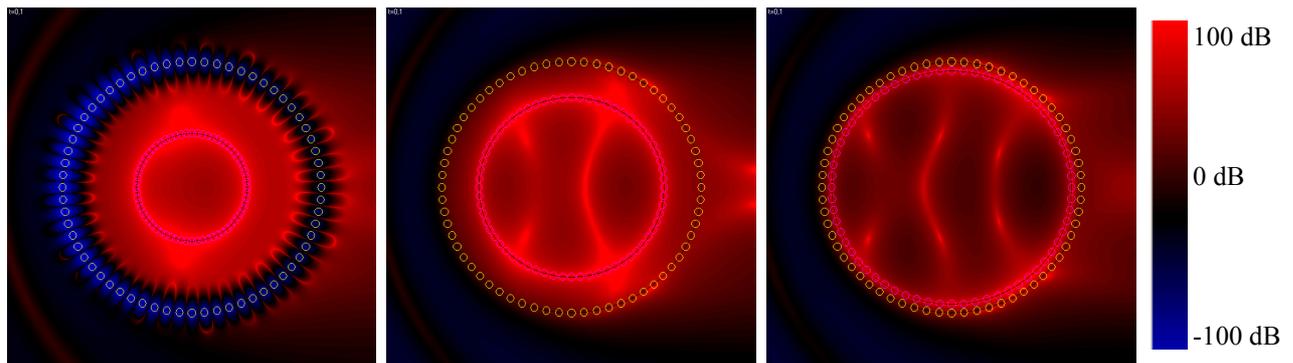


Abb. 3.29: Dämpfungsverteilung bei Analysekreisdurchmessern von 0,3 m, 0,5 m und 0,6 m für 1 kHz (rot: Dämpfung, blau: Verstärkung), Feldgröße  $2\text{ m} \times 2\text{ m}$

Es wird ersichtlich, dass gerade an den Analysepunkten die Dämpfungen am höchsten sind, während in Bereichen, die weiter davon entfernt liegen, die Dämpfung abnimmt. Durch Variation des Durchmessers des Analysekreises kann eine weitere Optimierung der in Kap. 3.2.2.2.1 definierten mittleren Dämpfung vorgenommen werden. Eine genauere Untersuchung zeigt, dass die Lage der Analysepunkte über einen großen Bereich hinweg zu fast identischen Resultaten für die mittleren Dämpfungswerte führt. Für Werte des Analysekreisdurchmessers unterhalb 0,25 m wird das Gleichungssystem instabil auf Grund der geringen Abstände der Analysepunkte untereinander und der großen Entfernung von den Sekundärquellen. Dieses führt zu schlecht konditionierten Matrizen, die bei der Invertierung dann zu großen numerischen Fehler führen.

Außerdem ist es möglich, die Lage der Analysepunkte über den ruhig zu stellenden Bereich gleichmäßig zu verteilen.

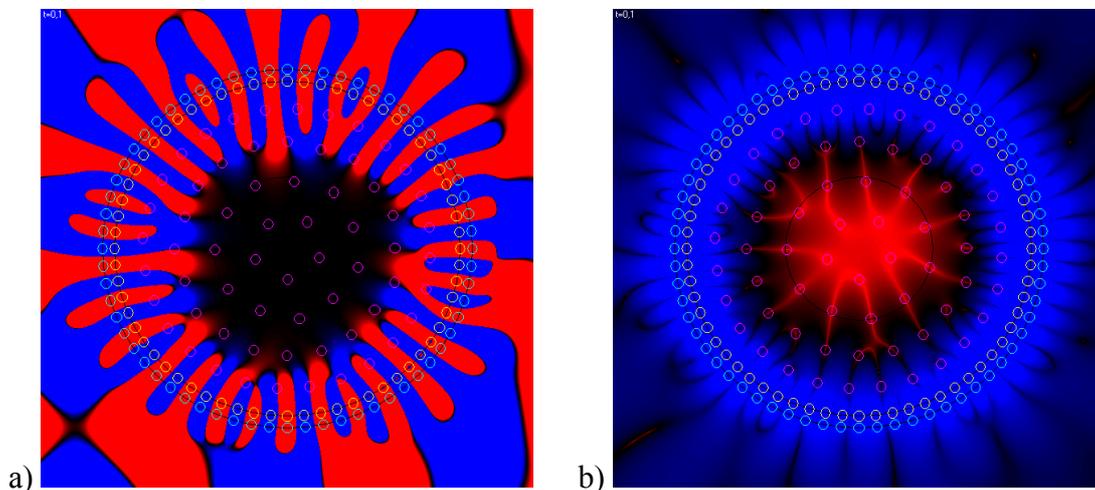


Abb. 3.30: Schalldruckverteilung (a) und Dämpfungsverteilung (b) bei Gleichverteilung der Analysepunkte (1 kHz Sinussignal, 8 kHz Abtastfrequenz, 64 Fensterbreite), Skalierungen wie in Abb. 3.18 bzw. Abb. 3.19, Feldgröße  $2\text{ m} \times 2\text{ m}$

Die Gleichverteilung der Analysepunkte führt jedoch nicht zu einer weiteren Steigerung der Dämpfung, sondern zu einer Konzentration des hoch gedämpften Bereiches auf den Mittelbereich der Anordnung. Eine genauere Betrachtung der Schalldruckverteilung zeigt, dass sich bei den Gleichverteilungen Lösungen aus dem Gleichungssystem ergeben, die an allen Analysepunkten den Schalldruck zu Null bringen. Gerade im Bereich nahe der Sekundärquellen liegen diese jedoch in Bereichen, wo durch gegenphasige Ansteuerung der Sekundärquellen stehende Wellen erzeugt werden. Die Analysepunkte liegen dort genau in

den Schallschnellemaxima, bzw. den Schalldrucknullstellen. Damit wird deutlich, dass gerade die Kreisverteilung, bzw. die Verteilung der Analysepunkte auf einer Linie wesentlich bessere Ergebnisse bringt als die Gleichverteilung.

### 3.2.2.2.5. Form der Anordnung

Bisher wurden nur konzentrische Kreisanordnungen untersucht, da so bei gegebenem Umfang die umschlossene Fläche maximal ist. Es ist jedoch auch möglich, andere Formen für die Anordnungen zu benutzen. Die folgenden Abbildungen wurden mit einem 1 kHz Sinussignal als Primärsignal, einer Abtastfrequenz von 8 kHz und einer Fourierfensterbreite von 64 erstellt. Die Primärquelle liegt in Abb. 3.31(a) und Abb. 3.32 (a) bei  $-100$  m auf der x-Achse, in Abb. 3.31 (b), Abb. 3.32 (b) und Abb. 3.33 bei  $-100$  m in x und  $+50$  m in y-Richtung.

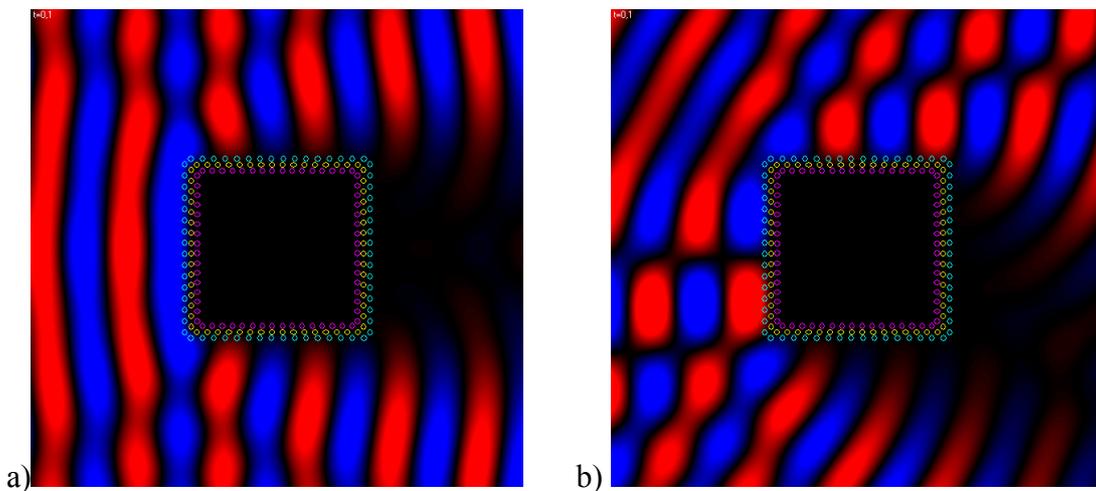


Abb. 3.31: Schalldruckverteilung für eine rechteckigen Anordnung bei unterschiedlichen Positionen der Primärquelle, Skalierungen wie in Abb. 3.18, Feldgröße  $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$

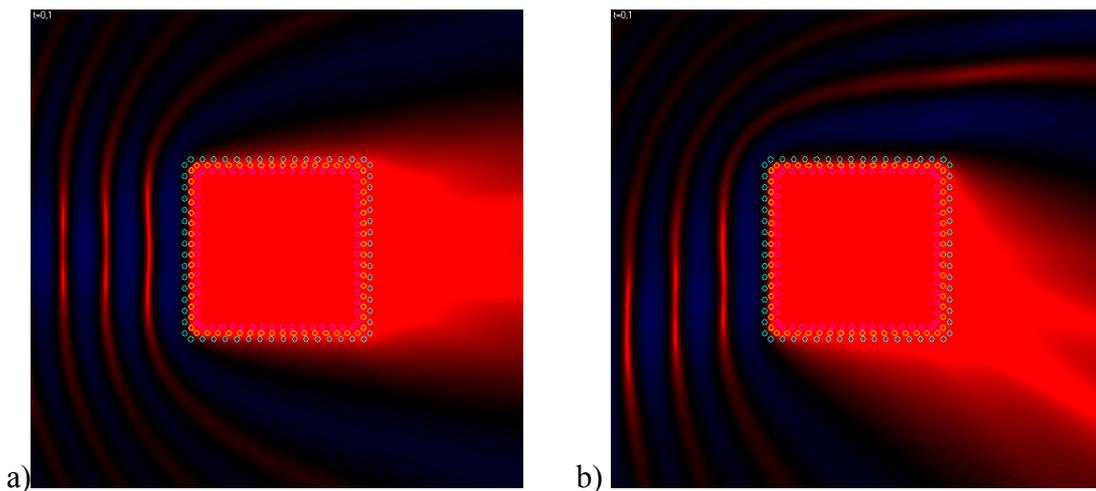


Abb. 3.32: Dämpfungsverteilung für eine rechteckige Anordnung, Skalierungen wie in Abb. 3.19, Feldgröße  $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$

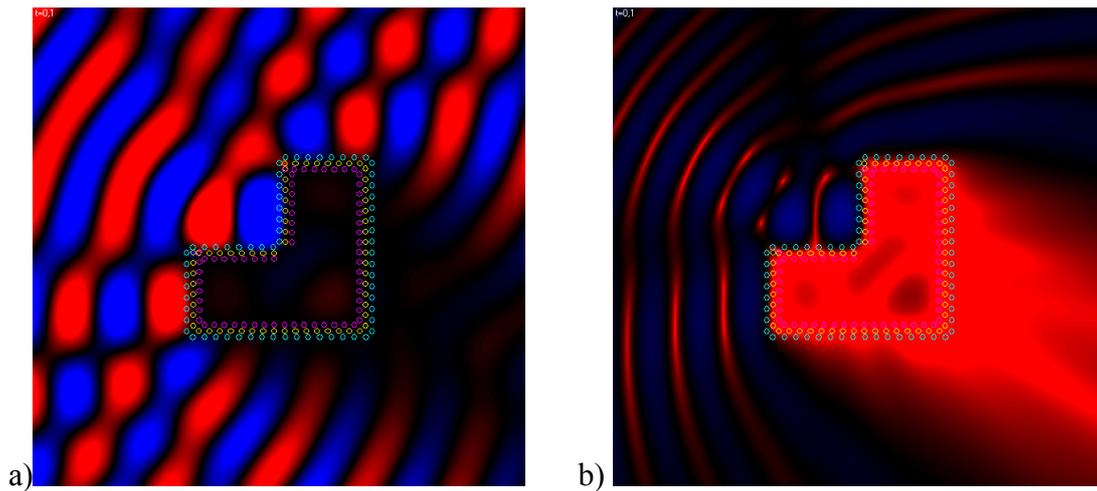


Abb. 3.33: Schalldruck- (a) und Dämpfungsverteilung (b) für eine L-förmige Anordnung, Skalierungen wie in Abb. 3.18 bzw. Abb. 3.19, Feldgröße  $2\text{ m} \times 2\text{ m}$

Dabei zeigt sich, dass sich wie in Abb. 3.33 (b) für einige Frequenzen und Anordnungs-kombinationen Bereiche mit geringerer Dämpfung bilden können. Selbst dort werden Dämpfungen von über 15 dB erreicht, und die Mittelung über das Feld ist nach wie vor oberhalb von 25 dB Dämpfung. Diese Bereiche bilden sich hauptsächlich für hohe Frequenzen aus, im Frequenzbereich bis ca. 500 Hz ist dieses bei der betrachteten Anordnung nur ansatzweise zu beobachten.

### 3.2.2.2.6. Bewegung der Primärquelle

Bisher wurden nur ruhende Primärquellen betrachtet. In der eindimensionalen Simulation wurde eine Bewegung der Quelle nicht untersucht, da sie nur zu einer Änderung der Frequenz (Dopplereffekt) geführt hätte. Im zweidimensionalen Fall kann dieses jedoch zu einer Änderung des Systemverhaltens führen. Dazu wird eine Simulation für PKW-Vorbeifahrten mit einer Quelle durchgeführt, die sich mit drei verschiedenen Geschwindigkeiten auf einer Geraden in 10 m Abstand zum Mittelpunkt des Systems entfernt bewegt.

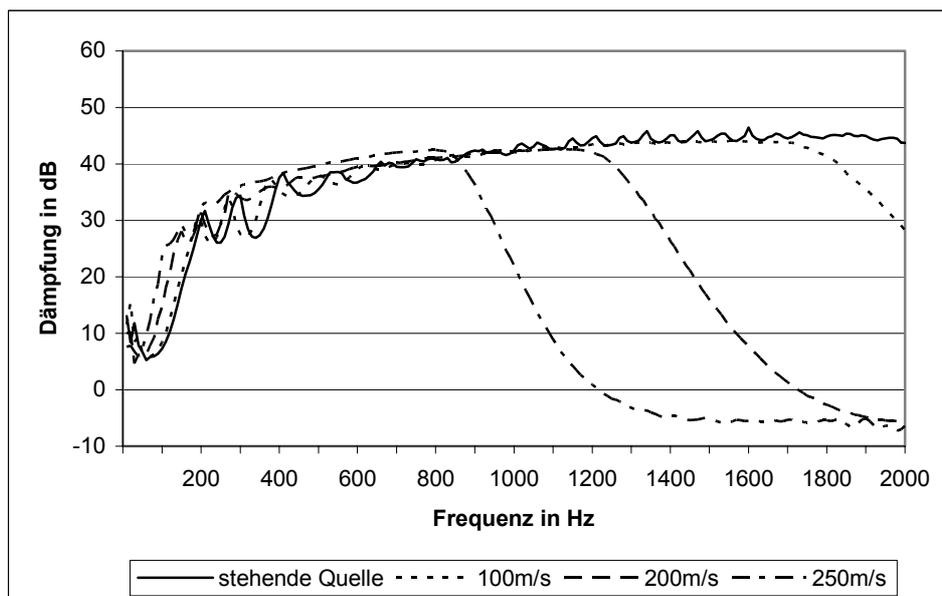


Abb. 3.34: Vergleich der mittleren Dämpfungswerte für bewegte und stehende Primärquellen (Abtastfrequenz 8 kHz, Fourierfensterbreite 64)

Erst bei hohen Geschwindigkeiten, die durch Fahrzeuge in der Regel nicht erreicht werden, erfolgt eine Verringerung der Dämpfung. Für den anvisierten Anwendungsbereich Kraftfahrzeuglärm spielt daher die Bewegung der Quelle eine sehr untergeordnete Rolle.

#### 3.2.2.2.7. Verschiedene Signalformen

Da die Berechnung der zweidimensionalen realen Signale sehr rechenintensiv ist, wird hier auf eine explizite Berechnung der Signale verzichtet. Aus den obigen Ergebnissen kann jedoch geschlossen werden, dass sich die erreichbaren Dämpfungen entsprechend der Frequenzanteile reduzieren werden. Konnten im eindimensionalen Falle noch Dämpfungen über 60 dB erreicht werden, kann im idealen Falle mit Dämpfungen bis 40 dB gerechnet werden. Es ist bei der Auslegung des Systems zu beachten, in welchem Frequenzbereich der spektrale Energieschwerpunkt des Signals liegt, und dann kann entsprechend eine geeignete Frequenz- und Ortsauflösung gewählt werden.

### 3.3. Zusammenfassung des Kapitels

Bereits durch die eindimensionalen Simulationen lässt sich der Vorteil des hier vorgestellten Antischall-Systems erkennen. Selbst die impulshaltigen Geräusche und zufälligen Geräusche lassen sich wie auch die stationären Signale dämpfen.

Die Simulationsergebnisse für zweidimensionale Anordnungen zeigen, dass eine Dämpfung des einfallenden Schallfeldes in Abhängigkeit von den Konfigurationen bis über 40 dB erreicht werden kann. Wichtigster Parameter ist der Rang, der in direktem Zusammenhang mit der gewünschten Grenzfrequenz steht. Mit den entwickelten Methoden ist es möglich, für unterschiedliche Signale und unterschiedliche Anordnungen das System optimal anzupassen.

## 4. Experimentelle Überprüfung des Modells

Es sollte erwähnt werden, dass erste experimentelle Erfahrungen mit einem „eindimensionalen“ Aufbau gesammelt wurden, bei denen die entsprechenden Simulationsergebnisse weitgehend bestätigt wurden. Es wird hier aber davon abgesehen, auf die Ergebnisse dieser Experimente näher einzugehen, da diese von den nachfolgend vorgestellten Ergebnissen beim „zweidimensionalen“ Aufbau mit abgedeckt werden und deshalb keine zusätzlichen Erkenntnisse vermitteln.

Bereits in einem frühen Stadium der Untersuchungen wurde mit dem Bau eines Experimentalaufbaus begonnen. Mit Hilfe zunächst monofrequenter Simulationen wurden verschiedene Anordnungen getestet. Andere Rahmenbedingungen wie der zur Verfügung stehende Raum und die verfügbare Rechenkapazität wurden in der Anordnung berücksichtigt. Letztendlich wurde eine Anordnung gewählt, die bei den gegebenen Rahmenbedingungen eine möglichst optimale Nutzung versprach.

Zusätzlich zu den aus den vorigen Kapiteln bereits bekannten Elementen ist in der Mitte des Feldbereiches ein Mikrofon-Array eingebaut, das die Kontrolle der im Experimentalaufbau auftretenden Schallfelder ermöglicht. Das Primärfeld kann über mehrere Primärlautsprecher erzeugt werden.

Die Umsetzung von der Theorie in die Praxis erfordert eine möglichst genaue Nachbildung der Komponenten und deren Anordnung. Die realen Komponenten können die idealen Anforderungen der Theorie nur begrenzt erfüllen. Es ist unter realen Bedingungen kaum möglich, ein unendlich ebenes Feld zu schaffen, das die ungehinderte Schallausbreitung ohne Nebeneffekte, wie zum Beispiel Körperschall oder Dämpfung des Schalls durch die Begrenzungsflächen, ermöglicht. Darüber hinaus muss in der Praxis darauf geachtet werden, dass alle äußeren Einflüsse wie Wind, Temperaturschwankungen usw. maximal unterdrückt werden.

Unter diesen Anforderungen wurde ein Aufbau geschaffen, der die ungehinderte Ausbreitung von zweidimensionalen Schallfeldern in einem Frequenzbereich mit einer unteren Grenzfrequenz  $f_{gu}$  von ca. 100 Hz bis zu einer oberen Grenzfrequenz  $f_{go}$  von ca. 1000 Hz zulässt und diese mittels elektroakustischen Wandlern erfassen und erzeugen kann.

### 4.1. Dimensionierung

Ein Kriterium für die Dimensionierung des Aufbaus ist der Frequenzbereich, in dem die Auslöschung des Schalls stattfinden soll. Da der höher frequente Bereich sehr gut mit passiven Maßnahmen zu dämpfen ist und außerdem die Anforderungen an ein aktives System stark ansteigen, wird ein zu untersuchender Frequenzbereich von  $f_{gu}=100$  Hz bis  $f_{go}=1$  kHz festgelegt. Die daraus resultierenden Wellenlängen  $\lambda$  sind maßgeblich für die Ausmaße des Versuchsaufbaus. Wird für die Schallgeschwindigkeit bei Raumtemperatur etwa  $c = 340$  m angenommen, führt dieses über die Gleichung

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (4.1)$$

zu Wellenlängen, die im Bereich von 0,34 m bis 3,4 m liegen.

Um erste Abschätzungen der vertikalen Ausmaße des Versuchsaufbaus zu erhalten, ist die Betrachtung einer Röhre hilfreich. Eine ebene Welle bleibt nur dann innerhalb der Röhre eine solche, wenn der Rohrdurchmesser kleiner als die halbe Wellenlänge der oberen Grenzfrequenz ist. Für zweidimensionale Schallfelder gilt entsprechend, dass der Abstand  $a_{\text{vertikal}}$  der vertikalen Begrenzungsflächen kleiner als die halbe Wellenlänge der oberen Grenzfrequenz sein muss.

Dies hat bei der festgelegten oberen Grenzfrequenz von  $f_{go} = 1$  kHz folgenden maximalen Abstand zur Folge:

$$d_{\text{vertikal}} = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2 \cdot f_{go}} = \frac{340 \text{ m/s}}{2 \cdot 1000 \text{ Hz}} = 0,17 \text{ m} \quad (4.2)$$

Ein weiteres Kriterium für die Dimensionierung des Aufbaus ist die Notwendigkeit der ungehinderten horizontalen Ausbreitung des Schalls. Da einzelne Effekte möglichst isoliert betrachtet werden sollen, sind Reflexionen des Primärfeldes an Begrenzungen des Aufbaus nicht erwünscht. Dies führt zu der Forderung, dass möglichst genau die idealen Bedingungen des Freifeldes bzw. des schalltoten Raumes im Versuchsaufbau konstruiert werden. Um Reflexionen an den horizontalen räumlichen Begrenzungen bzw. Übergängen des Aufbaus zu eliminieren, werden Dämmkeile aus Steinwolle vorgesehen.

Die Länge eines solchen Dämmkeiles  $l_{\text{Dämmkeile}}$  sollte  $\lambda/4$  nicht unterschreiten, wobei  $\lambda$  die größte zu dämpfende Wellenlänge ist. Eine erste Abschätzung eines solchen Elementes ergibt bei der unteren Grenzfrequenz von  $f_{gu} = 100 \text{ Hz}$  mit

$$l_{\text{Dämmkeile}} = \frac{\lambda}{4} \quad (4.3)$$

und der Gleichung (4.1) eine Dämmkeillänge von

$$l_{\text{Dämmkeile}} = \frac{c}{4 \cdot f} = \frac{340 \text{ m/s}}{4 \cdot 100 \text{ Hz}} = 0,85 \text{ m} \quad (4.4)$$

Weiterhin wird für die Reduzierung von äußeren Körperschalleinflüssen ein Sandbett eingefügt, auf das der Versuchsaufbau aufgebracht wird. Die Notwendigkeit dieser Maßnahme ist aus den Ergebnissen eines eindimensionalen Vorversuchs entstanden, bei dem der ursprünglich geplante Frequenzbereich durch zahlreiche Resonanzfrequenzen und Störungen durch Körperschall stark verkleinert wurde.

## 4.2. Geometrischer Aufbau

Zusammen mit den übrigen Rahmenbedingungen (Platzangebot, Belastbarkeitsgrenze des Bodens) wurde letztlich folgende Dimensionierung festgelegt:

- Die Grundfläche des zu beschallenden Raumes soll eine quadratische Fläche von  $150 \text{ cm} \times 150 \text{ cm}$  sein. Um diese Grundfläche wird nach außen hin ein Streifen von  $75 \text{ cm}$  Breite vorgesehen, um die Dämmkeile einzubringen. Dies ergibt eine gesamte Grundfläche für den schalltoten Raum von  $300 \text{ cm} \times 300 \text{ cm}$ . Für das Sandbett wird eine Größe von  $310 \text{ cm} \times 310 \text{ cm}$  geplant.
- Die vertikale Höhe des schalltoten Raumes wird so gewählt, dass zwei Lagen Dämmkeile zwischen der unteren und oberen Schallraumbegrenzungsfläche versetzt Platz finden. Dies ergibt eine Schallraumhöhe von  $8 \text{ cm}$ .

Für den konstruktiven Zusammenbau werden folgende mechanisch-akustische Komponenten vorgesehen, die auf einer Grundplattform, bestehend aus einer zusammengestellten Tischgruppe, aufgebaut werden (s. Abb. 4.1):

- (1) Sandbett
- (2) Untere Schallraumplatte
- (3) Dämmmaterial
- (4) Obere Schallraumplatte
- (5) Beschallungsplatte

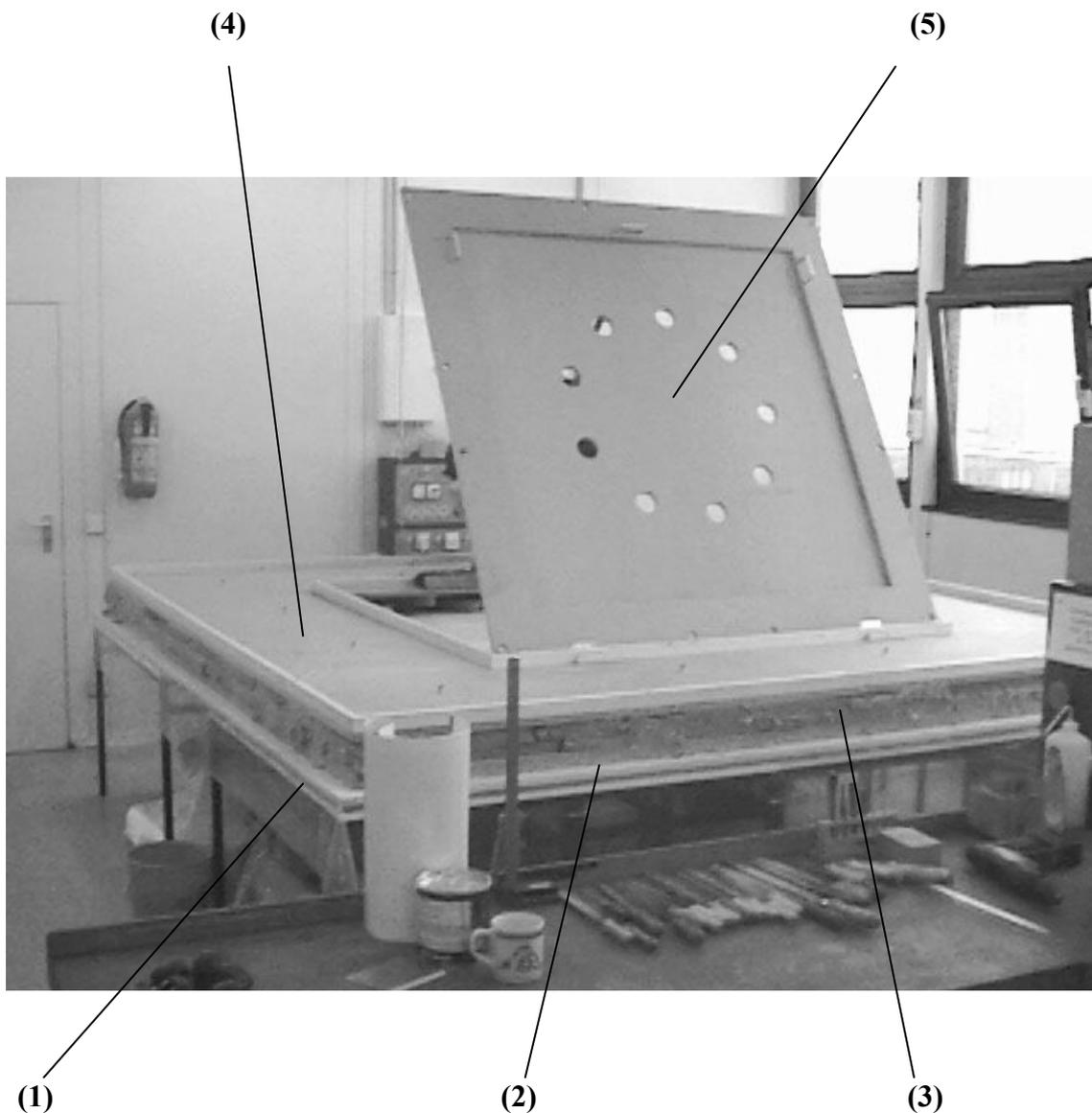


Abb. 4.1: Komponenten des Versuchsaufbaus

Um die Anordnung der einzelnen Komponenten noch einmal zu verdeutlichen, wird eine Seitenansicht in Abb. 4.2 dargestellt. Abb. 4.2 zeigt das Sandbett (a) mit Abdeckfolie, die doppelte untere Schallraumplatte (a), und die obere Schallraumplatte (c).

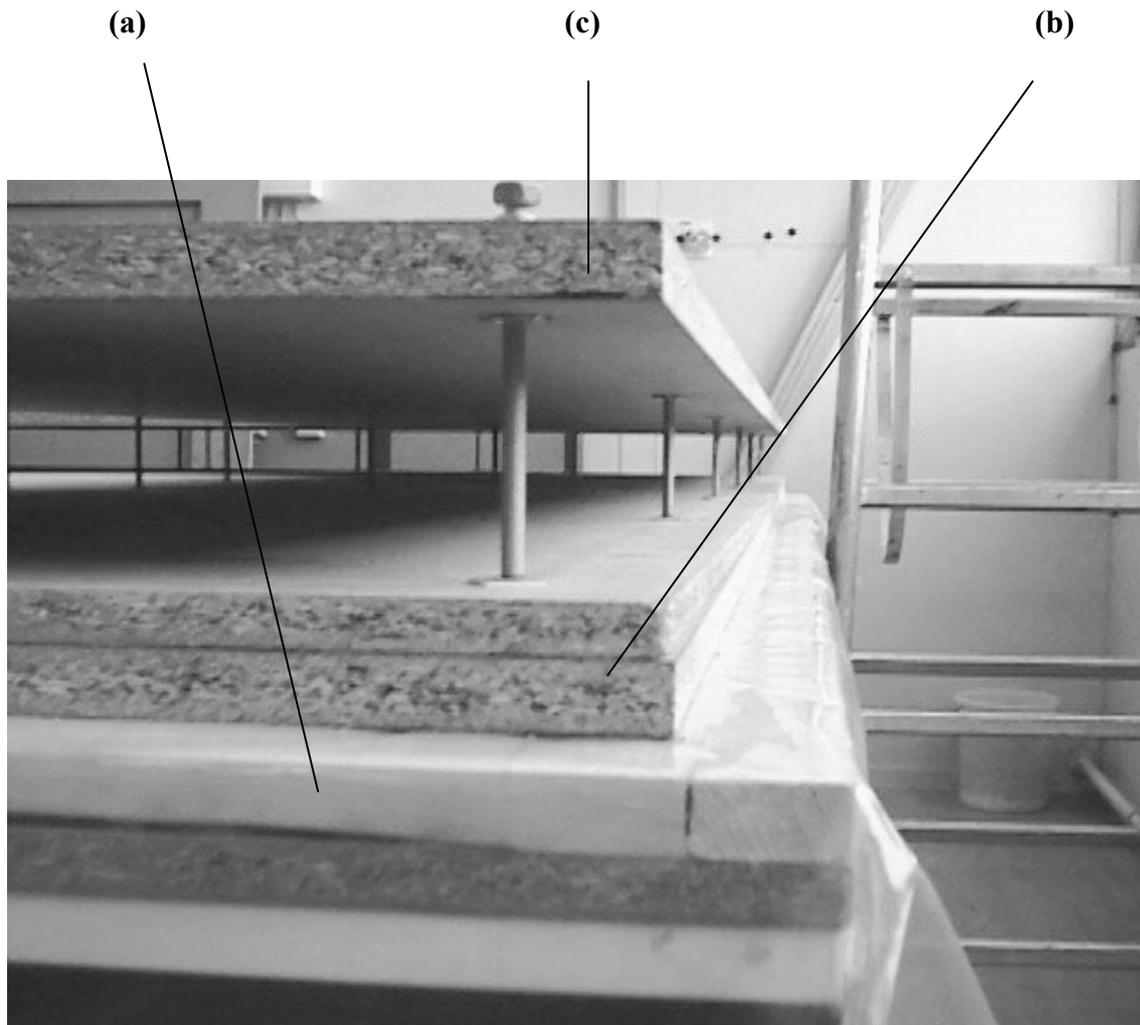


Abb. 4.2: Seitenansicht des Experimentalaufbaus

Für das Dämmmaterial werden 0,04 m dicke Steinwoll-Dämmplatten mit einer mittleren Rohdichte von  $50 \text{ kg/m}^3$  ausgewählt, aus denen Dämmkeile mit einer Länge von 0,75 m, einer Breite von 0,35 m geschnitten werden. Die Länge der Dämmkeile entspricht auf Grund der Ausmaße der Dämmplatten und des Platzangebotes nicht ganz den in Gleichung (4.4) ermittelten Werten; die theoretische untere Grenzfrequenz liegt demzufolge bei etwa 110 Hz. Die Anordnung der Keile wird so durchgeführt, wie in Abb. 4.3 zu sehen ist.



Abb. 4.3: Dämmmaterial im Experimentalaufbau

### 4.3. Elektrischer Aufbau

Die Anordnung der elektroakustischen Komponenten wurde aus dem theoretischen Modell des Computersimulationsprogramms übernommen und beinhaltet:

- einen Kompensations-Lautsprecherkreis (Sekundärquellen),
- einen Messmikrofon-Kreis,
- ein Mikrofon-Array,
- eine bzw. mehrere Lärmquellen (Primärquellen).

Die Primärquellen sind mit drei Lärmquellen LQ1, LQ2 und LQ3 in der oberen Schallraumplatte und die Sekundärquellen mit neun Kompensations-Lautsprecher, bestehend aus L1 bis L9, in der Beschallungsplatte realisiert (s. Abb. 4.4).

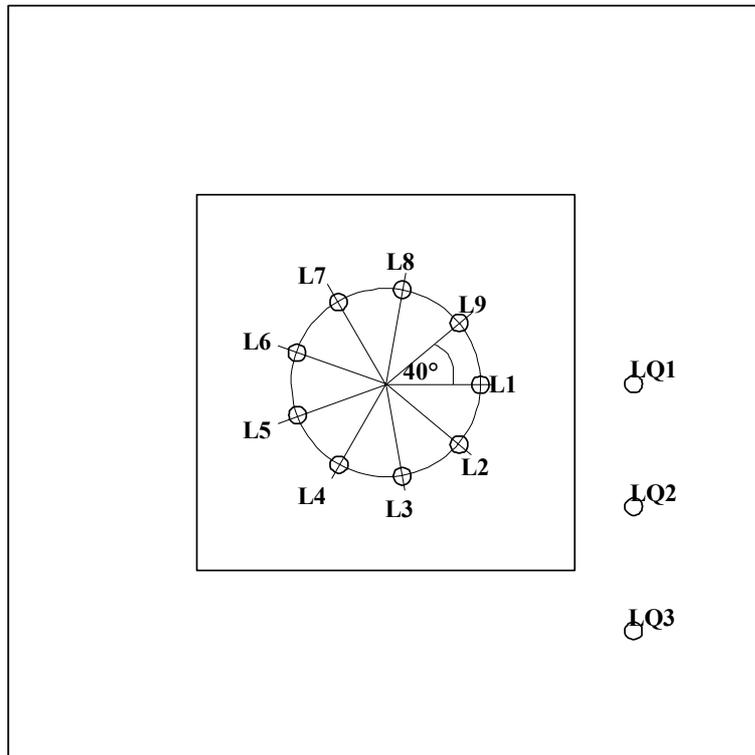


Abb. 4.4: Anordnung der Lärmquellen und des Kompensations-Lautsprecherkreises

Die Anordnung des Messmikrofon-Kreises und des Mikrofon-Arrays ist wie in Abb. 4.5 und Abb. 4.6 dargestellt in der Beschallungsplatte ausgelegt.

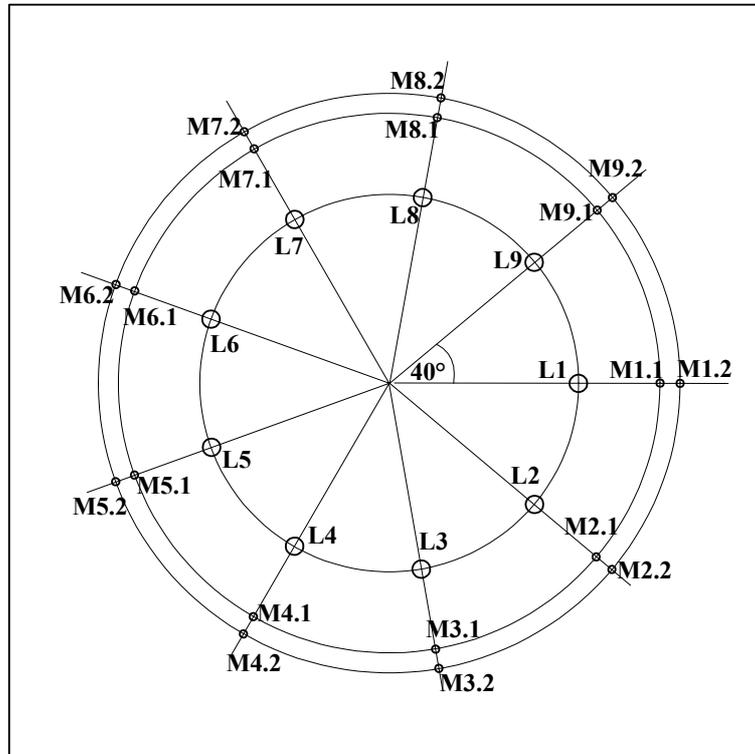


Abb. 4.5: Anordnung des Messmikrofon-Kreises auf der Beschallungsplatte

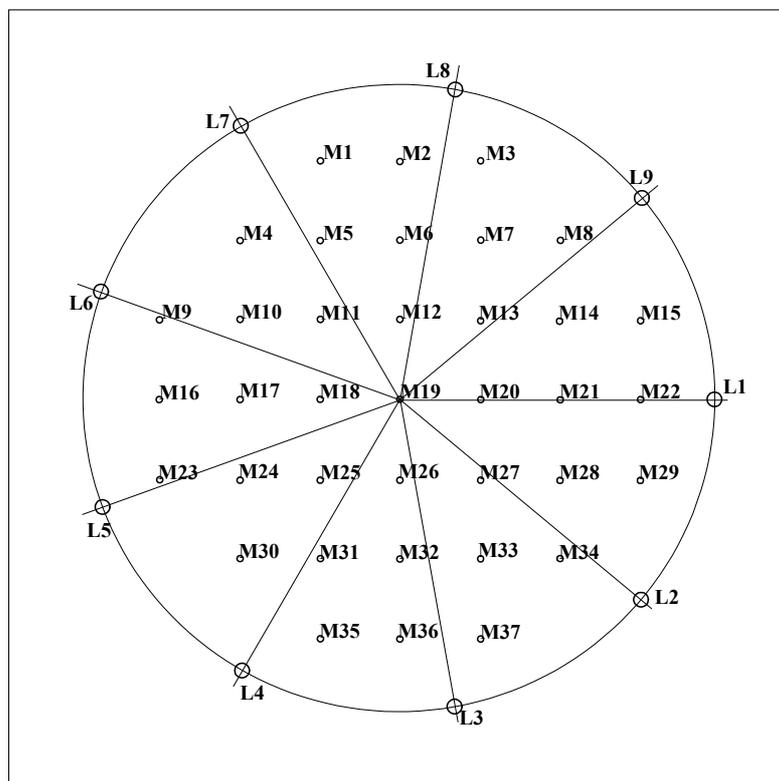


Abb. 4.6: Anordnung des Mikrofon-Arrays auf der Beschallungsplatte

Hierbei generieren die Lärmquellen das Schallfeld, das durch entsprechende Gegenmaßnahmen von den Kompensations-Lautsprechern im Idealfall ausgelöscht werden soll. Die Messmikrofone messen während der Kompensation den Schalldruck auf dem Kreis. Das Mikrofon-Array im Zentrum dient zur Überprüfung des resultierenden Schallfeldes. Für die akustisch-elektrische Ankopplung an den Versuchsaufbau sind die im Folgenden beschriebenen realen Wandler installiert.

#### 4.3.1. Dynamische Breitband-Lautsprecher:

Es werden dynamische Breitband-Lautsprecher von der Firma Monacor mit der Bezeichnung SPH-75/8 verwendet, die als Schallquellen in die obere Schallraumplatte und Beschallungsplatte, wie in der Abb. 4.7 zu sehen ist, bündig eingearbeitet werden. Bei dieser Konfiguration der Schalleinspeisung breitet sich der Schalldruck bei Wellenlängen, die größer als die zweifache Schallraumhöhe sind, nur in der Ebene aus.

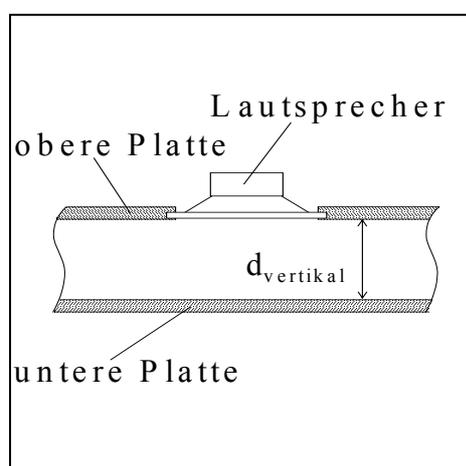


Abb. 4.7: Dynamische Lautsprecher im eingebauten Zustand

### 4.3.2. Elektretmikrofone

Die Analyse des Schallfeldes wird mit Druckmikrofonen (Elektretmikrofonen) von der Firma Panasonic, mit der Bezeichnung MCE 2000, durchgeführt. Sie besitzen eine Kugelcharakteristik und werden wie in Abb. 4.8 an den vorgesehenen Orten in die Beschallungsplatte bündig eingelassen.

Die Array-Mikrofone werden mit zusätzlichen Gummiringen in die Spanplatte eingesetzt, um den Körperschall zu vermindern.

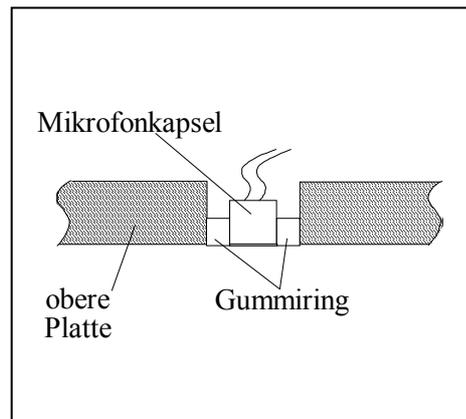


Abb. 4.8: Array-Mikrofon in eingebauten Zustand

Die Messmikrofone sind paarweise angeordnet und in Mikrofonhaltern aus Kunststoff eingelassen (Abb. 4.9 und Abb. 4.10). Zum einen sind hierdurch die Abstände zwischen den Mikrofonen mechanisch genauer einzuhalten und zum anderen werden Körperschalleinflüsse unterdrückt, in dem die Mikrofonhalter mit Silikon in die Beschallungsplatte eingeklebt werden.

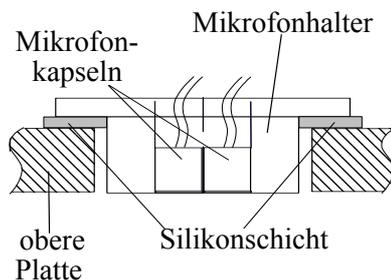


Abb. 4.9 und Abb. 4.10: Messmikrofone im eingebauten Zustand

### 4.3.3. Der Kompensations-Lautsprecherkreis

Für die Abstände der Kompensations-Lautsprecher zueinander muss ein Abstand eingehalten werden, der sich nach der halben Wellenlänge der oberen Grenzfrequenz der gewünschten aktiven Lärmauslöschung  $f_{go,anc}$  richtet (Kap.2.5 und Kap. 3.2.2.2.1).

Bei dem angestrebten Frequenzgang der aktiven Schallauslöschung von  $f_{gu,anc} = 100\text{Hz}$  bis  $f_{go,anc} = 1000\text{Hz}$  hat dies einen Lautsprecherabstand von

$$d_{\text{Lautsprecher}} = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2 \cdot f_{go,anc}} = 0,17\text{m}, \text{ mit } c = 340\text{m/s} \quad (4.5)$$

zur Folge.

Es wird aus Gründen der Aufwandsbegrenzung eine Anzahl von 9 Kompensations-Lautsprechern gewählt. Die Anzahl der Lautsprecher ist ungerade, da sich in den Simulationen gezeigt hat, dass für punktsymmetrische Anordnungen mehr Frequenzen mit Doppellösungen existieren, als für nicht punktsymmetrische. Der Radius  $r$ , auf dem die Lautsprecher angebracht werden, wird so bestimmt, dass die Strecke zwischen den Dämmkeilen und der Mitte des Schallraumes halbiert wird. Diese Anordnung resultiert zum einen aus der Überlegung, dass der zur Verfügung stehende Schallraum von  $1,5\text{ m} \times 1,5\text{ cm} \times 0,08\text{ m}$  maximal ausgenutzt werden soll und zum anderen der weiter außen liegende Messmikrofon-Kreis nicht zu nah am Dämmmaterial platziert wird, wo Beugung oder ähnliche Störeffekte auftreten könnten.

Es ergibt sich ein Lautsprecher-Kompensationskreis von 9 Lautsprechern, die in  $40^\circ$  Abständen auf einem Radius von  $r = 0,375\text{ m}$  liegen.

Dies führt zu einem tatsächlichen Abstand der Lautsprecher  $d_{\text{Lautsprecher}}$  zueinander von

$$d_{\text{Lautsprecher}} = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi_{\text{Lautsprecher}}}{2}\right) \approx 0,26\text{ m} \quad (4.6)$$

und hat für die aktive Schallauslöschung eine obere  $f_{go,anc}$  Grenzfrequenz von

$$f_{go,anc} = \frac{c}{2 \cdot a_{\text{Lautsprecher}}} \approx 670\text{ Hz} \quad (4.7)$$

zur Folge.

#### 4.3.4. Der Messmikrofon-Kreis

Die Messmikrofone sind jeweils paarweise für jeden Lautsprecher radial nach außen angeordnet und sollen den Druck und den Druckgradienten senkrecht zum Kreisumfang des einfallenden Schalls der Schallquellen messen. Der mittlere Radius des Messmikrofon-Kreises wird mit  $r_{\text{Messmikrofon}} = 0,53\text{ m}$  festgelegt. Die Simulationen mit Signalen, die keine Vielfachen der Grundfrequenz der Fourieranalyse sind (Kap. 3.2.1.3), zeigen zwar, dass ein größerer Abstand von dem Kompensationslautsprecherkreis zum Messmikrofonkreis bessere Ergebnisse bringt, auf Grund des eingeschränkten Platzes wurde hier jedoch ein Kompromiss eingegangen. Da zunächst auch anhand der Vielfachen der Grundfrequenz viele Effekte untersucht werden können und dabei der Abstand keine Rolle spielt, erscheint das sinnvoller, als die anderen Radien weiter zu verkleinern.

Da die Messung des Schalldruckgradienten im Idealfall in einem Punkt bestimmt werden soll (Kap. 3.2.1.3), werden die Mikrofone direkt nebeneinander angeordnet und in dem erwähnten Mikrofonhalter installiert. Dies hat einen Abstand zwischen den Mittelpunkten der Mikrofone von  $6\text{ mm}$  zur Folge. Wie sich in den Simulationen in Kap. 3.2.1.3.3 gezeigt hat, ist dieser Abstand für den betrachteten Frequenzbereich mehr als ausreichend.

#### 4.3.5. Das Mikrofon-Array

Um das innere resultierende Schallfeld analysieren zu können, werden 37 Elektretmikrofone in die Beschallungsplatte eingelassen. Bei der Bestimmung des Abstandes der Mikrofone zueinander ist das Abtasttheorem in Bezug zu der kürzesten Wellenlänge maßgebend. Diese bestimmt sich mit der oberen Grenzfrequenz von  $1\text{ kHz}$  zu

$$d_{\text{Mikro,Mikro}} \leq \frac{\lambda_{\text{min}}}{2} = \frac{c}{2 \cdot f_{\text{go,anc}}} = 0,17\text{m} \quad (4.8)$$

Bei dieser Ortsdiskretisierung wird ein Mikrofonabstand von 0,095 m festgelegt. Abschließend stellt Abb. 4.11 die installierten elektroakustischen Komponenten der Beschallungsplatte dar.

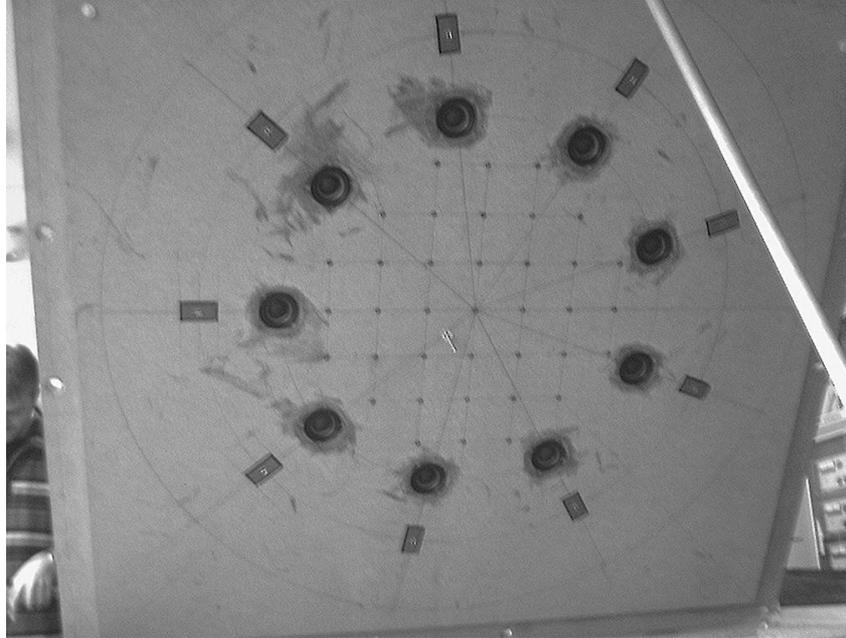


Abb. 4.11: Elektroakustische Komponenten in der Beschallungsplatte (Unterseite)

#### 4.4. Resultierende Grenzen des nutzbaren Frequenzbereiches

##### 4.4.1. Mechanische Grenzen

Im Hinblick auf die resultierende untere Grenzfrequenz  $f_{\text{gu,Aufbau}}$  der Schallausbreitung in dem Versuchsaufbau sind die folgenden beiden Größen maßgeblich: die Dimensionierung der Schallfeldgröße, die eine maximale Schallausbreitungsstrecke in der Diagonalen  $l_{\text{diagonal}}$  von

$$l_{\text{diagonal}} = \sqrt{2 \cdot (1,5\text{ m})^2} = 2,1\text{ m} \quad (4.9)$$

hat, und die Dimensionierung der Dämmkeillänge

$$l_{\text{Dämmkeile}} = 0,75\text{m} \quad (4.10)$$

Mit den Gleichungen

$$\lambda_{\text{max,diagonal}} = 2 \cdot l_{\text{diagonal}} = 4,2\text{ m} \quad (4.11)$$

$$\lambda_{\text{max,Dämmkeile}} = 4 \cdot l_{\text{Dämmkeile}} = 3,0\text{ m} \quad (4.12)$$

$$f_{\text{gu,Aufbau}} = \frac{c}{\lambda_{\text{max}}} \quad (4.13)$$

ergeben sich untere Grenzfrequenzen, die durch die Versuchsaufbaumaße bei ca. 80 Hz und durch die Dämmkeillänge bei ca. 110 Hz liegen. Eine weitere einschränkende Größe ist die untere Grenzfrequenz der dynamischen Lautsprecher, die bei ca. 85 Hz liegt. Inwieweit welches Kriterium die untere Grenzfrequenz der Schallausbreitung in dem Versuchsaufbau einschränkt, wird in späteren Untersuchungen ermittelt. Die resultierende obere Grenzfrequenz  $f_{\text{go,Aufbau}}$  der Schallausbreitung wird in dem Versuchsaufbau ausschließlich durch die vertikale Schallraumhöhe begrenzt. Mit der gewählten Schallraumhöhe von

$$d_{\text{vertikal}} = 0,08\text{ m} \quad (4.14)$$

ergibt sich mit

$$f_{go,Aufbau} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{c}{2 \cdot d_{\text{vertikal}}} \quad (4.15)$$

eine obere Grenzfrequenz  $f_{go,Aufbau}$  von ca. 2,1 kHz.

#### 4.4.2. Grenzen durch die Anordnung der elektroakustischen Komponenten

Die untere Grenzfrequenz der aktiven Schallauslöschung  $f_{gu,anc}$  ist abhängig von dem oben erwähnten Arbeitsbereich der Lautsprecher und der durch den Aufbau vorgegebenen Grenzen der Schallfeldgröße und der Dämmkeile. Die obere Grenzfrequenz der aktiven Schallauslöschung  $f_{go,anc}$  wird durch die Anordnung der Kompensationslautsprecher zueinander und durch das verwendete Verarbeitungssystem eingeschränkt. Durch die Wahl der Abstände der Kompensationslautsprecher ergibt sich eine obere Grenzfrequenz (s. Glg. (4.7)) von ca. 670 Hz.

Auf Grund der Abmessungen wurde auf eine multifrequente Auslegung verzichtet. Wie in Kapitel 3.2.1.3.2 beschrieben, konnte so auf eine Verlegung des Mikrofonkreises in das Optimum einer bestimmten Frequenzauflösung verzichtet werden und der Mikrofonkreis in der Nähe des Sekundärquellenkreises angebracht werden. Bereits aus den Abbildungen in Kapitel 3.2.2.2.1 kann geschlossen werden, dass eine Abtastfrequenz von 4 kHz völlig ausreicht, da die geringe Anzahl der Sekundärquellen die Dämpfungswerte bestimmt. Mit Hilfe des Simulationsprogramms wurde für diese Konfiguration der zu erwartende Dämpfungsverlauf für eine ferne (1 km) und eine nahe (1 m) liegende Primärquelle prognostiziert:

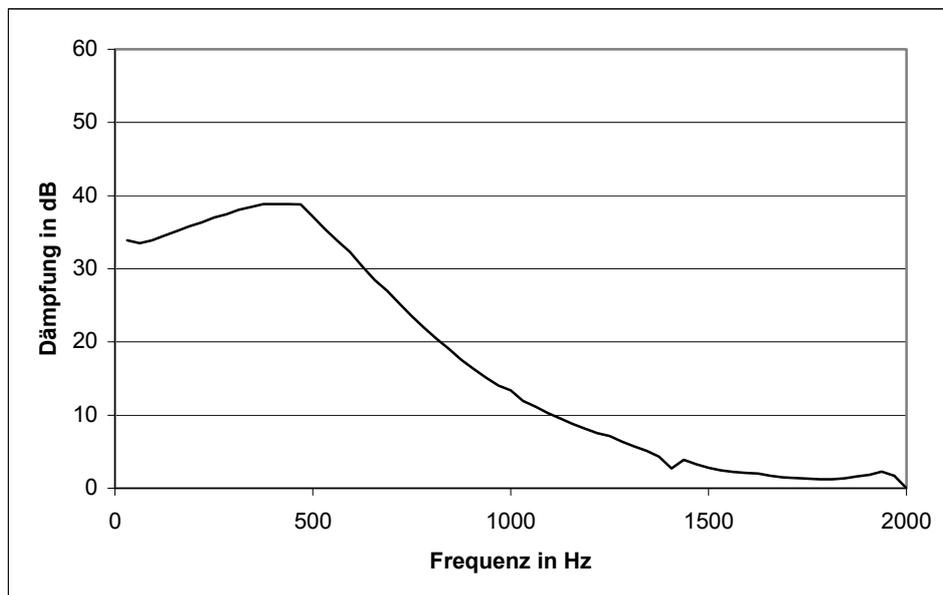


Abb. 4.12: Zu erwartende Dämpfungen bei einem Aufbau mit Rang 9

In Abb. 4.12 wird deutlich, dass für den Frequenzbereich von 0 Hz bis 1 kHz mit Dämpfungen bis 10 dB gerechnet werden kann, für Frequenzen von 0 Hz bis ca. 700 Hz mit Dämpfungen bis 20 dB. Der Einfluss der Primärquellenlage führt bei tiefen Frequenzen unterhalb von ca. 400 Hz zu einem Fehler, hervorgerufen durch die Nähe der Quelle zum Mikrofonkreis. Da auch trotz dieses Fehlers die zu erwartende Dämpfung noch besser als 20 dB ist, kann davon ausgegangen werden, dass der Aufbau eine Untersuchung des gewünschten Frequenzbereiches von 100 Hz bis 1 kHz zulässt.

### 4.4.3. Resultierende systematische Fehler

Da das System auf der Auslöschung durch Überlagerung basiert, reagiert das System empfindlich auf Fehler in der Amplituden- und Phasenrekonstruktion. Tab. 4.1 zeigt den resultierenden Fehler bei verschiedenen Phasen- und Amplitudenfehlern, wobei die Grenzen für 10 dB und 20 dB Dämpfung markiert sind.

| Amplituden-Fehler in dB | $\Delta A$ | $\Delta \varphi$ | 0        | 0,1  | 0,2  | 0,4  | 0,8  | 1,6  | 3,2  | 6,4  | 12,8 | 25,6 | 51,2 | 102,4 |
|-------------------------|------------|------------------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
|                         |            |                  |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
| 0,00                    | 0,00000    |                  | $\infty$ | 55,2 | 49,1 | 43,1 | 37,1 | 31,1 | 25,1 | 19,0 | 13,0 | 7,1  | 1,3  | -3,9  |
| 0,09                    | 0,01000    |                  | 40,0     | 39,9 | 39,5 | 38,3 | 35,3 | 30,5 | 24,9 | 19,0 | 13,0 | 7,0  | 1,2  | -3,9  |
| 0,12                    | 0,01414    |                  | 37,0     | 36,9 | 36,7 | 36,0 | 34,0 | 30,0 | 24,7 | 18,9 | 13,0 | 7,0  | 1,2  | -3,9  |
| 0,18                    | 0,02000    |                  | 34,0     | 33,9 | 33,8 | 33,5 | 32,2 | 29,2 | 24,5 | 18,8 | 12,9 | 7,0  | 1,2  | -3,9  |
| 0,25                    | 0,02828    |                  | 31,0     | 31,0 | 30,9 | 30,7 | 30,0 | 28,0 | 24,0 | 18,7 | 12,8 | 6,9  | 1,1  | -4,0  |
| 0,35                    | 0,04000    |                  | 28,0     | 28,0 | 27,9 | 27,8 | 27,4 | 26,2 | 23,1 | 18,4 | 12,7 | 6,9  | 1,1  | -4,0  |
| 0,51                    | 0,05657    |                  | 24,9     | 24,9 | 24,9 | 24,9 | 24,7 | 24,0 | 21,9 | 17,9 | 12,5 | 6,8  | 1,0  | -4,1  |
| 0,72                    | 0,08000    |                  | 21,9     | 21,9 | 21,9 | 21,9 | 21,8 | 21,4 | 20,1 | 17,0 | 12,2 | 6,6  | 0,9  | -4,2  |
| 1,04                    | 0,11314    |                  | 18,9     | 18,9 | 18,9 | 18,9 | 18,9 | 18,6 | 17,9 | 15,7 | 11,7 | 6,4  | 0,7  | -4,3  |
| 1,51                    | 0,16000    |                  | 15,9     | 15,9 | 15,9 | 15,9 | 15,9 | 15,8 | 15,3 | 14,0 | 10,8 | 6,0  | 0,5  | -4,5  |
| 2,23                    | 0,22627    |                  | 12,9     | 12,9 | 12,9 | 12,9 | 12,9 | 12,8 | 12,6 | 11,8 | 9,5  | 5,3  | 0,1  | -4,8  |
| 3,35                    | 0,32000    |                  | 9,9      | 9,9  | 9,9  | 9,9  | 9,9  | 9,9  | 9,7  | 9,2  | 7,7  | 4,4  | -0,4 | -5,2  |
| 5,23                    | 0,45255    |                  | 6,9      | 6,9  | 6,9  | 6,9  | 6,9  | 6,9  | 6,8  | 6,5  | 5,6  | 3,1  | -1,1 | -5,7  |
| 8,87                    | 0,64000    |                  | 3,9      | 3,9  | 3,9  | 3,9  | 3,9  | 3,9  | 3,8  | 3,7  | 3,1  | 1,4  | -2,1 | -6,4  |
| 20,45                   | 0,90510    |                  | 0,9      | 0,9  | 0,9  | 0,9  | 0,9  | 0,9  | 0,8  | 0,7  | 0,4  | -0,8 | -3,5 | -7,4  |

Tab. 4.1 : Dämpfungsmaße bei verschiedenen Amplituden und Phasenfehlern

Der systematische maximale Streckenfehler  $\Delta x$ , der durch die mechanisch installierten elektroakustischen Komponenten erzeugt wurde, wird mit  $\pm 5$  mm angenommen. Dies hat bei Messfrequenzen, die zwischen 100 Hz und 1 kHz liegen, systematische Phasenfehler  $\Delta F$  zur Folge, die laut

$$\Delta F(\varphi) = \frac{360^\circ \cdot f \cdot \Delta x}{c} \quad (4.16)$$

Werte von ca.  $\pm 0,52^\circ$  bis ca.  $\pm 5,2^\circ$  annehmen. Damit bewirkt dieser Fehler nach Tab. 4.1 eine Reduzierung bei maximal möglicher Dämpfung auf ca. 20 dB.

#### 4.5. Untersuchung der akustischen Eigenschaften

Es wird in diesem Kapitel auf die messtechnische Erfassung bzw. Überprüfung der zweidimensionalen Schallführung in dem vorgestellten Versuchsaufbau eingegangen. Für die zweidimensionale Schallauslöschung ist es das Ziel, einem sich ausbreitenden akustischen Signal ein genau invertiertes Signal zu überlagern und damit auszulöschen. Die generierten Schallfelder setzen sich im Wesentlichen aus dem Schalldruck des Direktschalls, des Körperschalls und des reflektierten Schalls zusammen:

$$p_{\text{Mikrofon}}(t) = p_{\text{Lautsprecher}}(t) + p_{\text{reflektiert}}(t) + p_{\text{Körperschall}}(t) \quad (4.17)$$

Anhand der Analyse der Messungen wird auf die Abschätzung dieser nicht idealen Effekte eingegangen und entsprechende Feinabstimmungen an dem mechanischen Versuchsaufbau vorgenommen.

Es wird auf Grund dieser Entwicklung eine Aussage über das mechanische Verhalten und die Schallausbreitung im Versuchsaufbau gemacht. Hierbei dient als Grundlage die theoretische Fehlerabschätzung der Amplituden- und Phasenfehler in der akustischen Leitung.

##### 4.5.1. Körperschall

Die Schallquellen versetzen die Beschallungsplatte in Schwingungen, was in der akustischen Leitung zu einer Überlagerung des Direktschalls mit dem Körperschall führt. Das Verhältnis des Körperschalls zum Direktschall muss im resultierenden Schallfeld so gering wie möglich gehalten werden, um die Voraussetzungen für fehlerfreie Amplituden und Phasen zu einer bestimmten Zeit und zu einem bestimmten Ort garantieren zu können.

Um den Einfluss des Körperschalls auf die Schallausbreitung der Zylinderwelle im Versuchsaufbau zu überprüfen wird eine Messanordnung gewählt, die aus dem Kompensationslautsprecher L1 und der in der Mitte der Beschallungsplatte liegenden Mikrofon-Array-Reihe M22-M16 besteht (s. Abb. 4.6). Die Betrachtung der Phase abhängig vom Ort dient als primäres Kriterium für die Beurteilung der fehlerfreien Schallausbreitung. In Abb. 4.13 sind die Differenzen der Phasen- und Schallgeschwindigkeit der jeweiligen Orte in Abhängigkeit von der Frequenz aufgetragen.

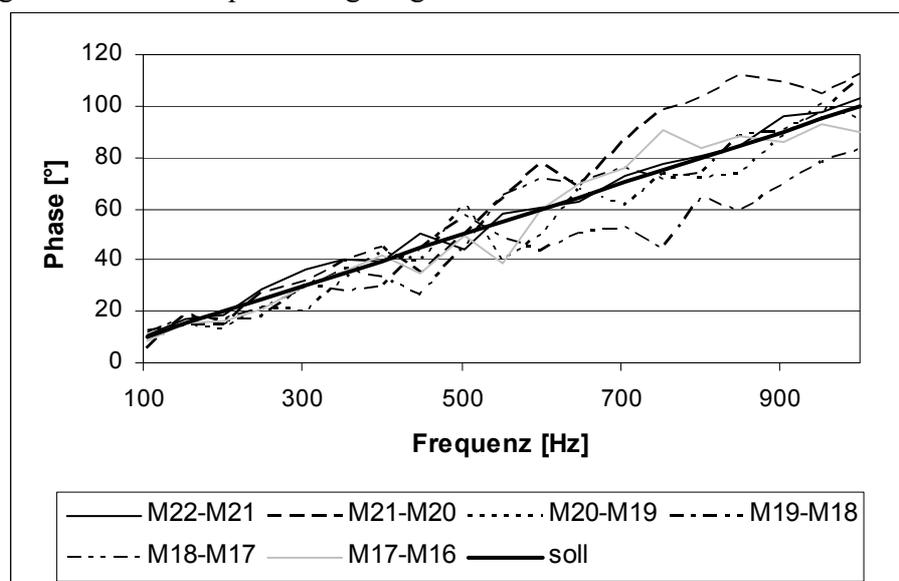


Abb. 4.13: Phasendifferenzen zwischen den benachbarten Mikrofonorten auf der Linie M22-M16 (ohne Sand)

Diese Abweichungen von den Sollwerten werden darauf zurückgeführt, dass sich stehende Wellen auf der Beschallungsplatte ausbilden.

Als Konsequenz werden Veränderungen am Versuchsaufbau vorgenommen. Durch Erhöhung der Masse der Beschallungsplatte und der oberen Schallraumplatte wird die mechanische Eingangsimpedanz  $Z_e$  vergrößert, um die Körperschalleistung und das Schwingungsverhalten der Platte zu dämpfen. Eine praktikable Lösung bietet das Aufschütten von Sand auf der oberen Schallraumplatte und der Beschallungsplatte. Durch das Aufbringen des Sandes erhöht sich das Gesamtgewicht der Platte, bezogen auf die Fläche. Dies hat gleichzeitig eine Erhöhung der Eingangsimpedanz an der Erregungsstelle der Platte zur Folge. Damit wird die abgestrahlte akustische Leistung der Platte und somit der Körperschalleinfluss auf den Direktschall gedämpft.



Abb. 4.14: Versuchsaufbau mit Sandaufschüttung für die Körperschalldämpfung

Für eine Überprüfung dieser Maßnahme wurden die Messungen wiederholt. Für den direkten Vergleich wird auf die Darstellung der sehr ähnlichen Phasenverläufe in Abhängigkeit vom Ort verzichtet, stattdessen werden in Abb. 4.15 die Phasendifferenzen entsprechend Abb. 4.13 wiedergegeben.

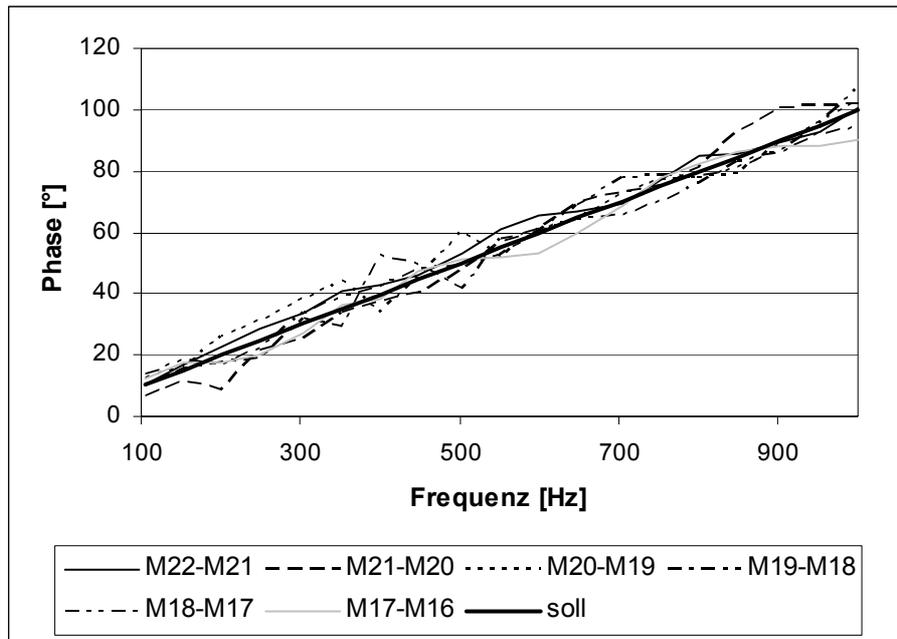


Abb. 4.15: Phasendifferenzen zwischen den benachbarten Mikrofonorten auf der Linie M22-M16 (mit Sand)

Es kann eine deutliche Verbesserung der Phasenverläufe festgestellt werden. Der Mittelwert der Standardabweichungen in Abhängigkeit vom Ort hat sich für die Phase nahezu halbiert. (Weitere Messwerte siehe Anhang 9.7)

#### 4.5.2. Reflexionen

Die akustische Energiebilanz an der Raumbegrenzung ist im Wesentlichen durch die einfallende, die reflektierte und die absorbierte Energie bestimmt. Um den Einfluss des reflektierten Schalls auf den Direktschall im Versuchsaufbau gering zu halten, muss die ausgesendete Schallenergie vom Dämmmaterial möglichst wenig reflektiert, d.h. entsprechend viel absorbiert werden. Um den Aufwand im Rahmen zu halten werden zum Nachweis von Reflexionen im mechanisch fein abgestimmten Versuchsaufbau Vergleichsmessungen durchgeführt, die zum einen mit einem schallharten Abschluss und zum anderen (in der gleichen Konfiguration) mit dem Abschluss des vorhandenen Dämmmaterials durchgeführt werden. Bei dieser Messung wird, wie in Abb. 4.16 dargestellt, die Anordnung des Lautsprechers L3 und der Array-Mikrofon-Reihe M3-M37 gewählt.

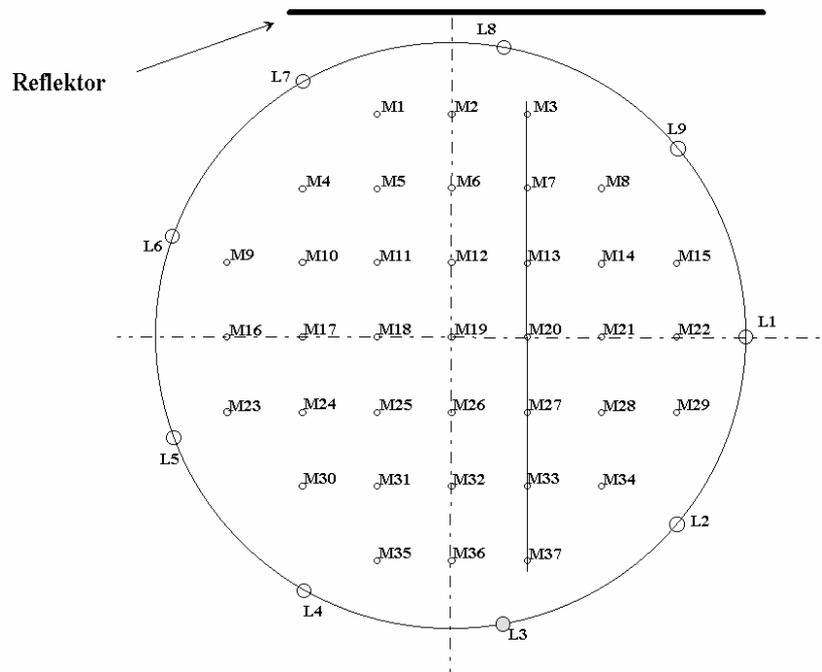


Abb. 4.16: Messanordnung von Lautsprecher L3 zu den Array-Mikrofonen M3-M37

Als schallharter Abschluss dient ein Reflektor aus Aluminium-Blech, der eine Breite von 1,5 m, eine Höhe von 0,08 m und eine Dicke von 5 mm besitzt. Für die Messung mit schallhartem Abschluss (s. Abb. 4.16) wird der Reflektor gegenüber dem Lautsprecher L3 vor das Dämmmaterial gebracht. Hierbei hat der Lautsprecher L3 die geringste Entfernung zum Dämmmaterial von ca. 0,38 m und eine Entfernung von ca. 1,12 m zum Dämmmaterial für die Messung. Um den quantitativen Vergleich zwischen der Messung mit Reflektor und ohne Reflektor darzustellen, wird ein Impuls mit dem Lautsprecher L3 in die akustische Leitung eingespeist und die Antwort einmal mit und ohne Reflektor aufgezeichnet.

Das für die Messung im Zeitbereich benötigte Signal darf einerseits eine nicht zu große Impulsbreite besitzen, damit sich an dem Ort der Messung nicht das resultierende Signal aus der Überlagerung der hin- und rücklaufenden Welle ergibt, sondern eine deutliche zeitliche Trennung beider Wellen vorherrscht. Andererseits darf die Impulsbreite im Zeitbereich nicht zu klein sein, da eine Verkürzung des Zeitsignals eine Verbreiterung des Signals im Frequenzspektrum mit sich bringt.

Für die zweidimensionale Schallausbreitung im Versuchsaufbau besteht eine obere Grenzfrequenz von  $f_{go, \text{Aufbau}} = 2,1 \text{ kHz}$ . Bei einer Überschreitung dieser Frequenz breitet sich der Schall in der dritten Dimension aus und bewirkt Reflexionen, die das Messergebnis verfälschen.

Es wird für die Messung das Mikrofon M37 gewählt, da bei dieser geometrischen Anordnung die Gewährleistung für ein unverfälscht gemessenes Signal am größten ist, was an der Nähe des Lautsprechers L3 liegt. Bei dieser Anordnung ist der direkte Schallweg zu M37 ca. 0,09 m und der kürzeste Weg der angenommenen Reflexion vom Dämmmaterial ca. 0,85 m. Unter dieser Annahme ergibt sich eine maximale Impulsbreite von

$$t_{\text{Impuls,max}} = \frac{d_{\text{reflektiert}} - d_{\text{Mikro,direkt}}}{c} \approx 2,2 \text{ ms} \quad (4.18)$$

Als Messsignal wird ein Gaußimpuls gewählt. Der im Zeitbereich generierte Gaußimpuls hat im Frequenzbereich ebenfalls einen Gaußimpuls zur Folge. Hierbei gilt  $\Delta f = 1/\Delta t$ . Der Gaußimpuls hat im Zeit- und im Frequenzbereich keine Nullstellen und konvergiert sehr schnell gegen Null. Der für die Messung verwendete Gaußimpuls hat im Zeitbereich eine Breite von ca.  $\Delta t = 430 \mu s$ , was einem realen Frequenzspektrum von ca.  $0 \text{ Hz} \leq \Delta f \leq 2325 \text{ Hz}/2$  entspricht.

Bei der Übertragung des Schallimpulses in die akustische Leitung wird die untere Grenzfrequenz des Impulses durch den Lautsprecher bestimmt. Diese liegt bei ca. 85 Hz. Somit werden durch die Berücksichtigung der elektroakustischen Messkette Frequenzen von  $85 \text{ Hz} \leq f \leq 1163 \text{ Hz}$  eingespeist. Hiermit ist die Anforderung für die Impulsbreite und das Frequenzspektrum erfüllt. Die Abb. 4.17 stellt die hin- und rücklaufende Welle mit und ohne Reflektor im Zeitbereich dar.

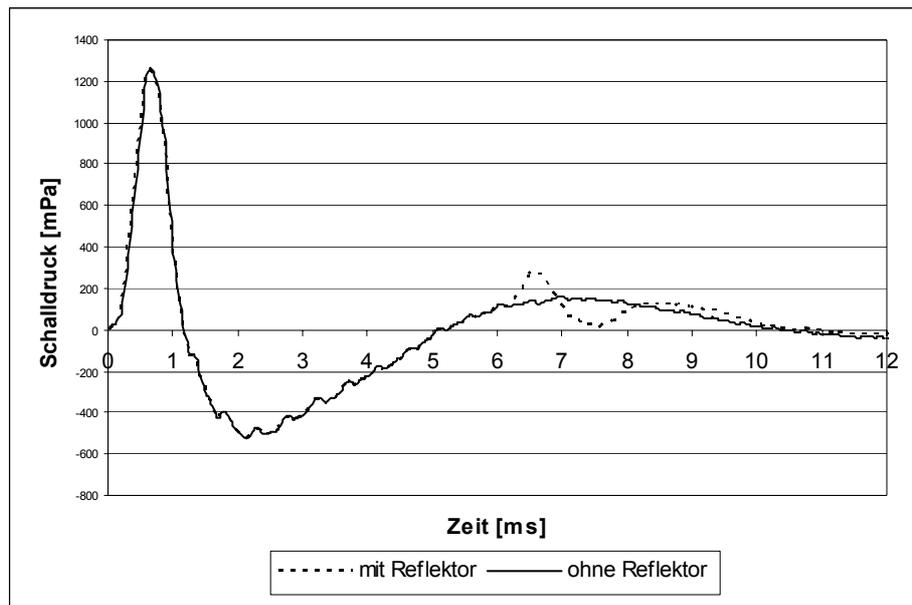


Abb. 4.17: Hin- und Rücklaufende Welle mit und ohne Reflektor (L3-M37)

Das Nachschwingen hinter dem Impuls ist auf das Ausschwingverhalten des Lautsprechers zurückzuführen. Ohne Reflektor ist im Signal keine formgleiche Wiederholung des Originals zu erkennen. Im Gegensatz dazu beinhaltet das Signal mit Reflektor die eindeutige Wiederholung des Originals in abgeschwächter Form.

Auf Grund des eindeutigen Unterschieds zwischen den Signalen mit und ohne Reflektor wird davon ausgegangen, dass in diesem Versuchsaufbau der Einfluss von Reflexionen vernachlässigbar ist.

### 4.5.3. Wellenfront

Das von den Lautsprechern eingespeiste Schallfeld soll im Idealfall eine Zylinderwelle abstrahlen. Da die eingebauten Lautsprecher keine idealen Linienschallquellen darstellen, muss das sich real ausbreitende Schallfeld überprüft werden.

#### 4.5.3.1. Überprüfung der ebenen Welle in der Vertikalen

Für die Überprüfung der sich ausbreitenden ebenen Welle werden Messungen durchgeführt, die das akustische Verhalten der Phase in der Höhe des Schallraumes darstellen.

Um das Schallfeld in der Vertikalen zu analysieren, wird ein Wellenfrontschieber gemäß Abb. 4.18 konstruiert, der 7 Elektretmikrofone ( $M_w1$  bis  $M_w7$ ) aufnimmt, die alle einen Abstand von 0,01 m zueinander haben.

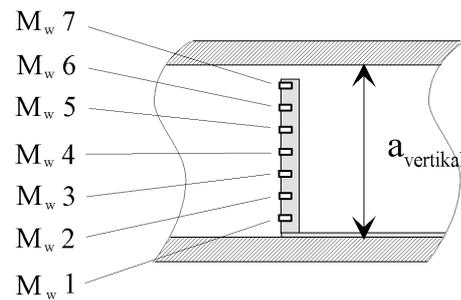


Abb. 4.18: Wellenfrontschieber mit den Mikrofonen  $M_w 1$  bis  $M_w 7$

Es können hiermit, wie in Abb. 4.19 schematisch zu sehen ist, die akustischen Signale auf einer Strecke aus dem Zentrum des Kompensations-Lautsprechers L1 in der Höhe abgefragt werden. Der Wellenfrontschieber ist so dimensioniert, dass seine Abmessungen klein gegenüber den verwendeten Wellenlängen sind und das Schallfeld somit nicht gestört wird.

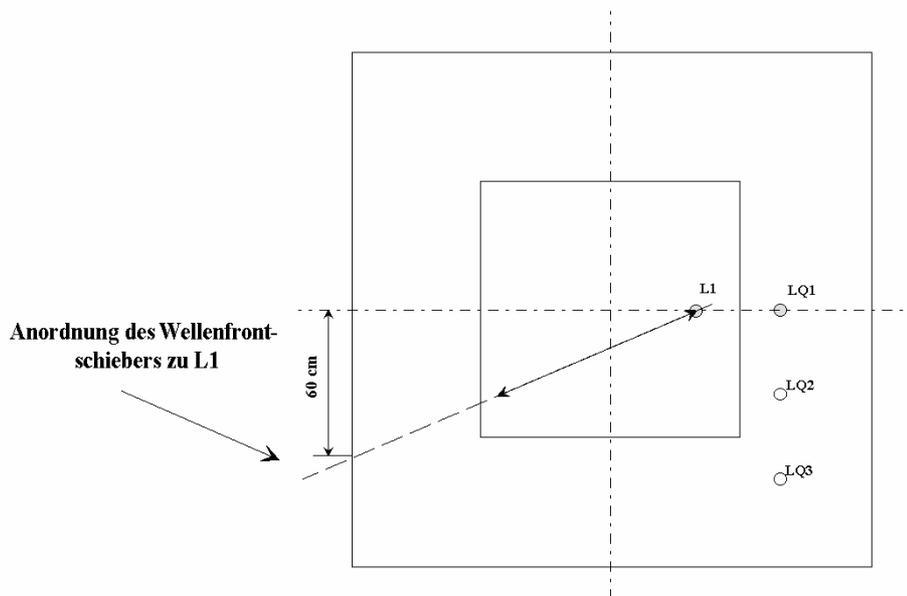


Abb. 4.19: Arbeitsweg des Wellenfrontschiebers von Lautsprecher L1 (0,00 m – 0,35 m)

Es wird ein Schmalbandrauschen von 100 Hz bis 900 Hz auf den Lautsprecher L1 ausgegeben. Die ortsdiskreten Mikrofonensignale des Wellenfrontschiebers werden per Fouriertransformation in Betrag und Phase aufgelöst und die primär interessierenden Phasenwerte in Terzschritten betrachtet. Das Schallfeld wird horizontal aus dem Zentrum des Lautsprechers L1 an den Orten von 0,00 m bis 0,35 m in 0,05 m Abständen gemessen.

Um eine erste Abschätzung des Verhaltens der Wellenfront zu prüfen, wird in Abb. 4.20 die Phase aller Mikrofone über die Terzfrequenzen direkt an Lautsprechers L1 dargestellt. Hierbei geben die Mikrofone  $M_w 1$  bis  $M_w 7$  die Phasengänge in den Höhen von 0,01 cm bis 0,07 cm wieder.

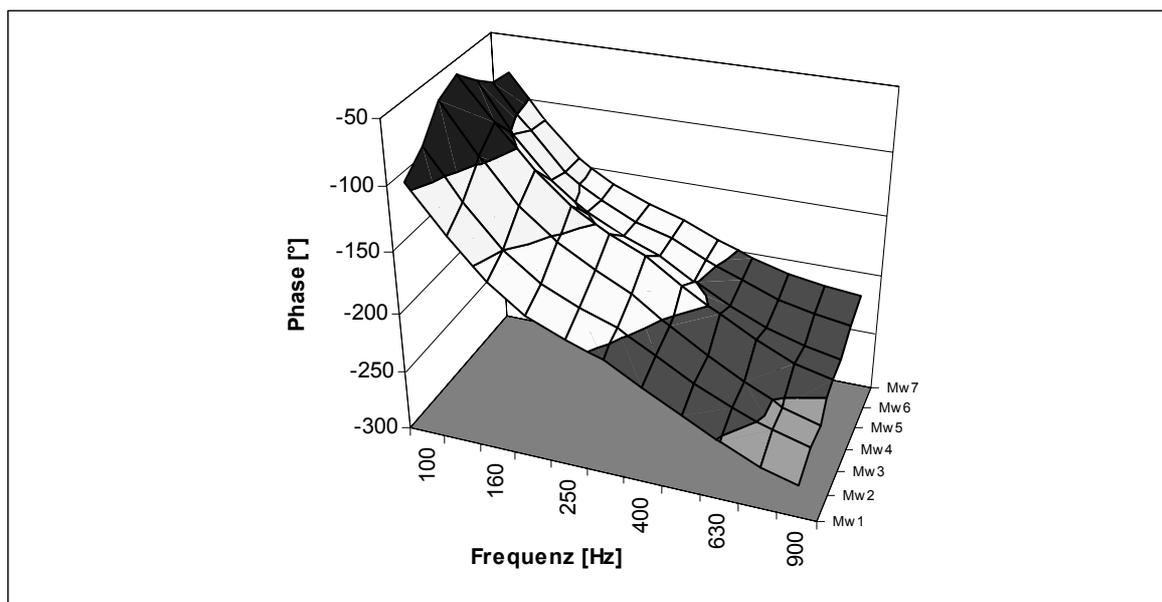


Abb. 4.20: Phasen aller Mikrofonssignale direkt an Lautsprecher L1

Der Abb. 4.20 entsprechend vergrößern sich erwartungsgemäß die Phasenunterschiede zwischen den Mikrofonssignalen auf Grund der größeren Laufzeit zu hohen Frequenzen. Hierbei werden die Steigung und die Lage der Phasen zueinander auf den Ort der Schalleinspeisung und den dort nicht idealen herrschenden Bedingungen für das Nahfeld zurückgeführt. Die Charakteristik der Lage der Phasen wird bei zunehmendem Abstand von der Lärmquelle stabiler. Entsprechend den gemessenen Phasenwerten ist die Wellenfront aus der Mitte der Schallraumhöhe zu den Begrenzungsflächen hin gekrümmt.

Im direkten Vergleich wird in Abb. 4.21 die Phase aller Mikrofone in 0,35 m Abstand vom Lautsprecher L1 über die Terzfrequenzen dargestellt.

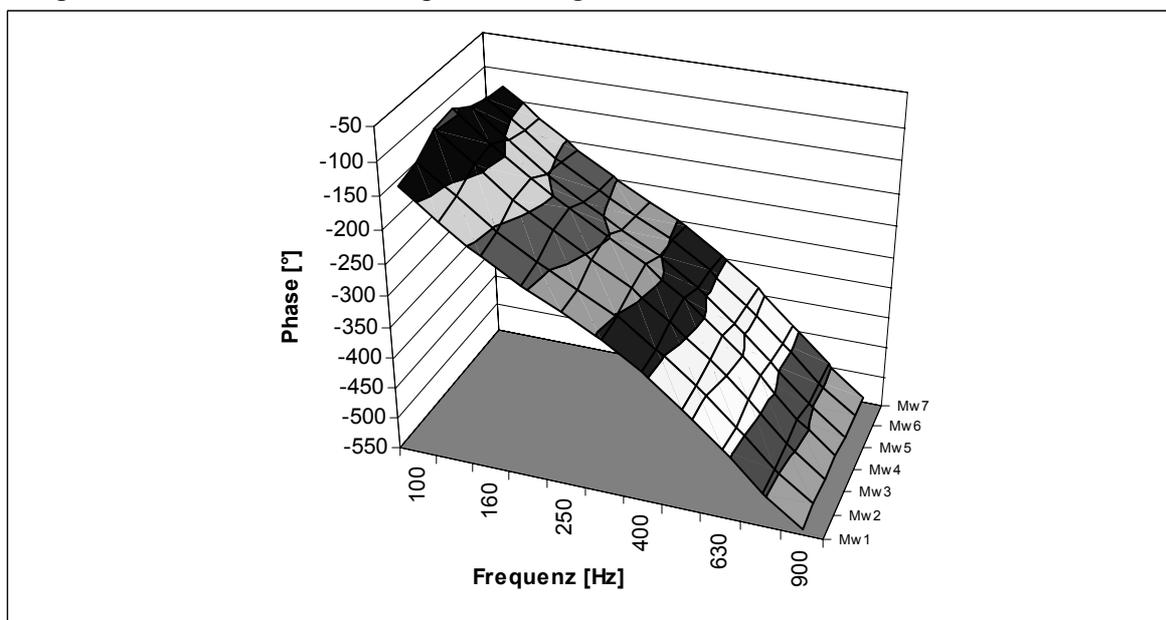


Abb. 4.21: Phasen aller Mikrofonssignale in 0,35 m Abstand vom Lautsprecher L1

Bei dieser Darstellung ist zu sehen, dass bei dem größeren Abstand von 0,35 m zum Lautsprecher L1 der Phasenunterschied zwischen den Mikrofonen geringer ist und zu höheren Frequenzen weiter abnimmt, was auf eine deutlich ebenere vertikale Wellenfront schließen lässt, als es direkt an Lautsprecher L1 der Fall ist.

Da das Nahfeld für Abstände  $r$  bei einer Frequenz mit der Wellenzahl  $k$  mit

$$k \cdot r = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r}{c} \leq 1 \quad (4.19)$$

definiert ist, ist für einen Abstand von 0,35 m für Frequenzen unterhalb von 160 Hz die Nahfeldbedingung erfüllt. Der Hankel-Funktion in Abb. 2.5 (Kap. 2.2.3) ist zu entnehmen, dass die lineare Beziehung zwischen Abstand und Phase nicht mehr gegeben ist.

Um eine nähere Aussage über die vertikale Wellenfront zu machen, wird für jede Terzfrequenz an den Orten der Mittelwert  $\bar{\varphi}$  und die Standardabweichung  $s$  der Phase über die Höhe gebildet und der Verlauf der Standardabweichung in Abb. 4.22 dargestellt.

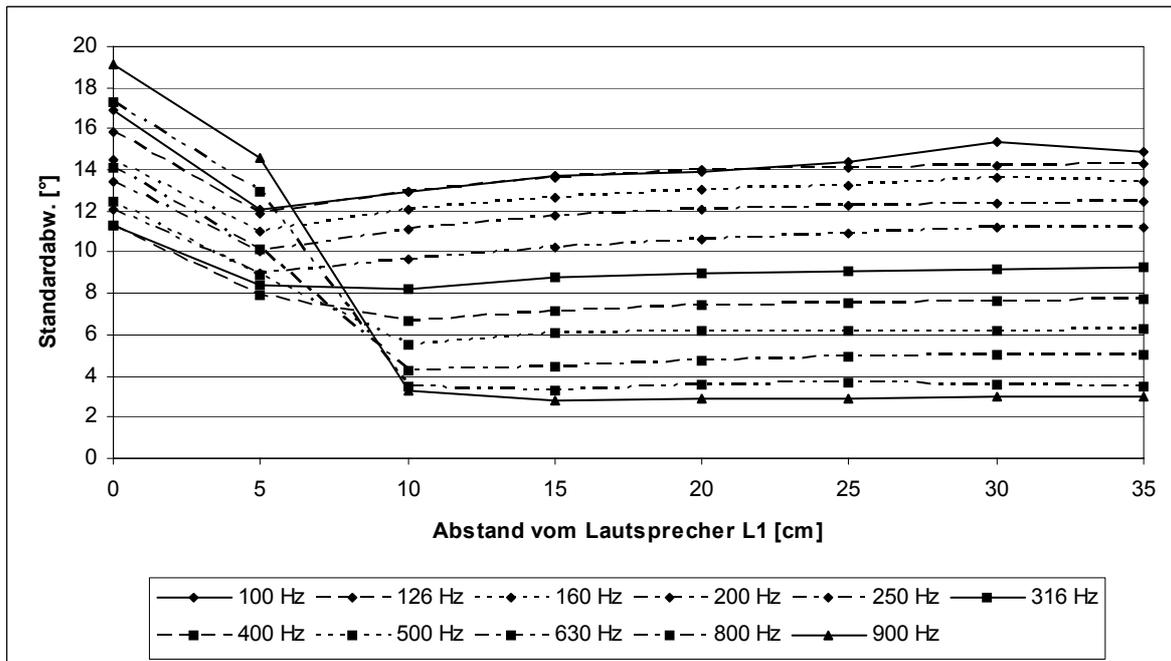


Abb. 4.22: Standardabweichungen der Phasen über die Höhe ( $M_w1-M_w7$ ) im Abstand zu L1 (Werte im Anhang(Tab. 9.1))

Hierbei verhält sich die Standardabweichung in dem Bereich von 0,00 m bis ca. 0,10 m sehr un stetig. Ab ca. 0,10 m bis 0,15 m Entfernung zum Lautsprecher L1 haben die Standardabweichungen ihren relativ konstanten Wert erreicht. Es sind maximale Standardabweichungen der Phasen am Ort der Schalleinspeisung von ca.  $20^\circ$  bei 900 Hz und minimale Abweichungen von ca.  $11^\circ$  bei 400 Hz vorhanden. In 0,35 m Abstand sind maximale Abweichungen von ca.  $15^\circ$  bei 100 Hz und minimale Abweichungen von ca.  $3^\circ$  bei 900 Hz zu beobachten. Insgesamt ist die Wellenfront zwischen 0,00 m und ca. 0,15 m von der Nah-Fernfeldbeziehung abhängig und ab ca. 0,15 m bis 0,35 m herrscht eine relativ konstante Phase der Wellenfront für alle Terzfrequenzen.

Um das Verhalten der vertikalen Wellenfront bei größerem Abstand zur Lärmeinspeisungsstelle zu untersuchen werden die gleichen Messungen mit dem Lautsprecher LQ1 durchgeführt (s. Abb. 4.19). Hierbei sind die Messorte die gleichen wie bei der L1-Messung. Die Abstände zu LQ1 errechnen sich hier über eine Winkelbeziehung, da der Wellenfrontschieber jetzt nicht mehr aus dem Zentrum des Lautsprechers herausgeführt wird. Die Abb. 4.23 stellt die Standardabweichungen der Phasen in Abhängigkeit vom Ort bei der jeweiligen Terzfrequenz dar.

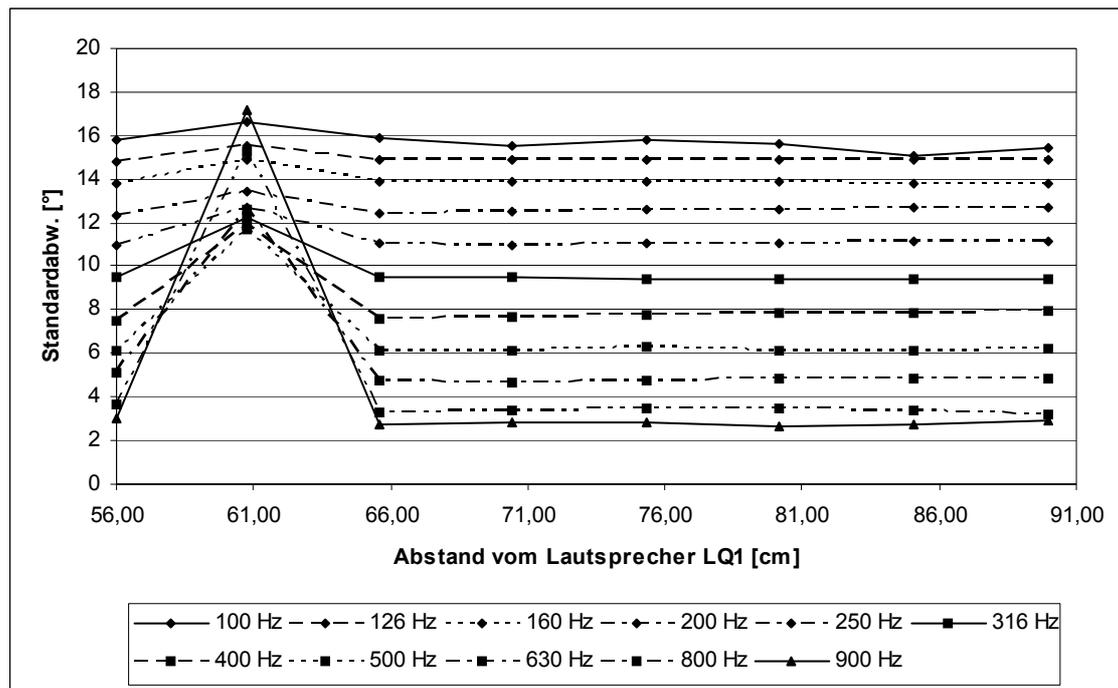


Abb. 4.23: Standardabweichungen der Phasen über die Höhe ( $M_w1-M_w7$ ) im Abstand zu LQ1 (Daten in Tab. 9.2)

Bei dieser Darstellung ist eine Erhöhung der Standardabweichung bei einem Messabstand von 0,61 m vom Lautsprecher LQ1 bei allen Frequenzen zu erkennen, was dem Ort bzw. dem Abstand von 0,05 m zum Lautsprecher L1 entspricht. Dieser Effekt ist auf die in der Nähe liegende Lautsprecheröffnung von L1 zurückzuführen, die eine Beugung der Schallwelle bis zu ca. 0,10 m Abstand von L1 in der akustischen Leitung verursacht. Die Lautsprecher-Öffnung, die einen Durchmesser von 0,08 m hat, stellt für höhere Frequenzen, also zu immer kleineren Wellenlängen, ein Hindernis dar. Dieses Verhalten wird dadurch bestätigt, dass sich die Verzerrung der Phase zu hohen Frequenzen immer stärker ausbildet.

Es sind bei dieser Messung maximale Standardabweichungen der Phase im Abstand von 0,56 m zu Lautsprecher LQ1 von ca.  $16^\circ$  bei 100 Hz und minimale Abweichungen von ca.  $3^\circ$  bei 900 Hz vorhanden. In einem Abstand von 0,90 m sind maximale Abweichungen von ca.  $16^\circ$  bei 100 Hz und minimale Abweichungen von ca.  $3^\circ$  bei 900 Hz zu beobachten. Es verhält sich die Phase, von dem Effekt der Beugung abgesehen, über alle Orte und bei jeder Frequenz relativ konstant. Die Form der Wellenfront gleicht zu höheren Frequenzen auf Grund der Fernfeldbedingung wieder mehr der einer ebenen Welle.

Es lässt sich festhalten, dass die im Versuchsaufbau gemessenen vertikalen Wellenfronten von Lautsprecher L1 und LQ1 – bei entsprechenden Abständen zu den Lärmquellen – für alle Frequenzen eine relativ konstante Standardabweichung der Phasen besitzen.

#### 4.5.3.2. Überprüfung der ebenen Welle in der Horizontalen

Bei einer ungehinderten Schallausbreitung im Versuchsaufbau müssen sich konzentrisch divergierende Wellenfronten aus dem Zentrum der Schalleinspeisung bilden. Für die Überprüfung wird eine Messanordnung gewählt, die aus dem Kompensations-Lautsprecher L1, der Lärmquelle LQ1 und dem Mikrofon-Array (s. Abb. 4.24) besteht. Es wird wiederum ein Schmalbandrauschen von 100 Hz bis 1 kHz auf Lautsprecher L1 gegeben und die Mikrofon-signale per Fouriertransformation in Betrag und Phase aufgelöst.

Hierbei werden die Phasen, die wieder als primäres Kriterium für die ungehinderte Schallausbreitung dienen sollen, zur Beurteilung herangezogen.

Es werden wie in Abb. 4.24 die Mikrofon-Reihen, die quer zur Ausbreitungsrichtung der Schallwelle liegen, von L1 aus in den Abständen von M21, M20, M19, M18 und M17 betrachtet.

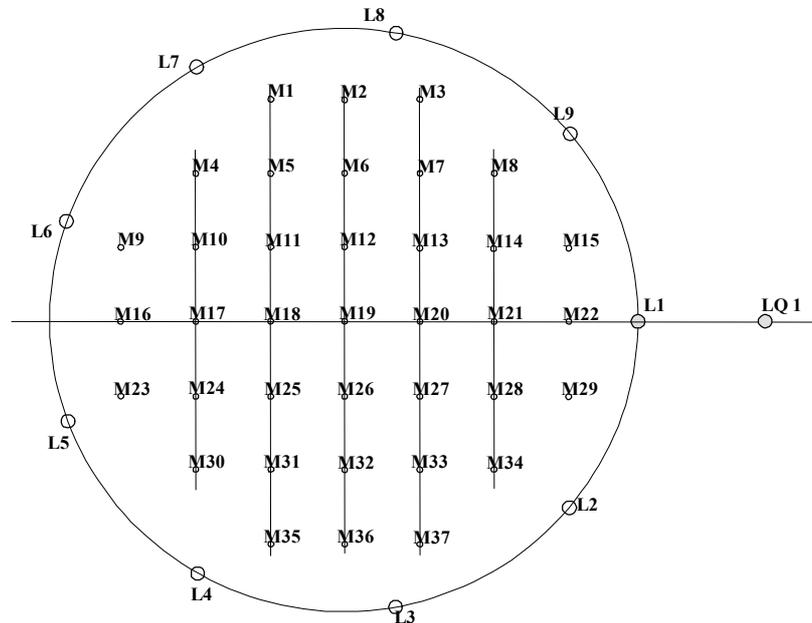


Abb. 4.24: Messanordnung von Lautsprecher L1 und LQ1 zu den Array-Mikrofon-Reihen

Die Größe der gemessenen Standardabweichungen der Phasenmittelwerte einer Mikrofonreihe stellen nicht nur ein Maß für die Krümmung, sondern auch ein Maß für die Deformation der Wellenfront dar. Es wird aus diesem Grunde die geometrische Form der Wellenfront über den Weg und bei der jeweiligen Frequenz untersucht.

Um die geometrische Form bzw. Deformation der Wellenfront zu rekonstruieren, werden die gemessenen Phasendifferenzen im Bezug zum jeweiligen Mittelmikrofon in die resultierenden angenäherten Strecken (s. Abb. 4.25) mit den Gleichungen (4.21) und (4.21) zurück gerechnet.

$$\Delta x_1 = \frac{\Delta \varphi}{360^\circ} \cdot \lambda = \frac{\Delta \varphi \cdot c}{360^\circ \cdot f} \quad (4.20)$$

$$\Delta x_2 = \frac{\Delta x_1}{\cos\left(\arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right)} \quad (4.21)$$

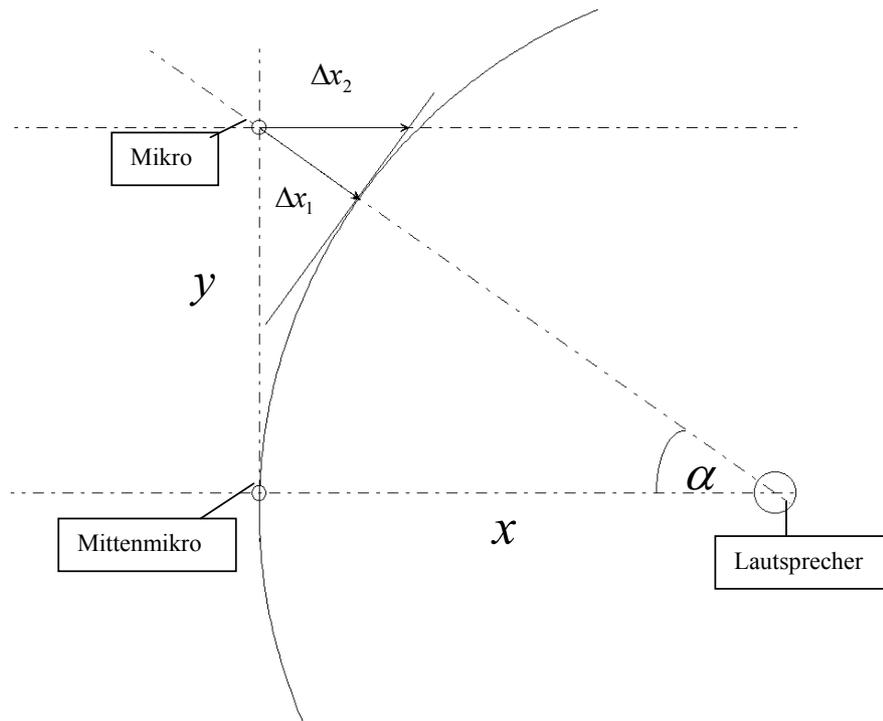


Abb. 4.25: Winkelbeziehung

In Abb. 4.26 bis Abb. 4.28 sind die Wellenfronten über ihre ganze Breite zur Veranschaulichung der Deformationen für die Frequenzen bei 100 Hz, 160 Hz und 500 Hz im Bezug zum Mittelmikrofon M19 dargestellt.

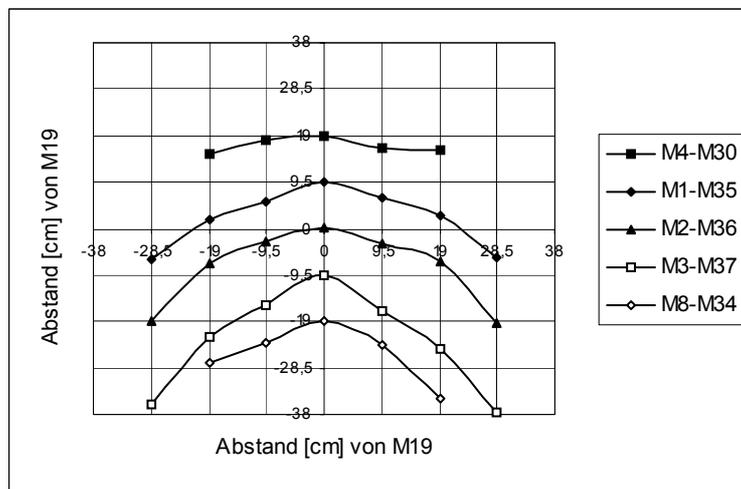


Abb. 4.26: Wellenfronten bei 100 Hz

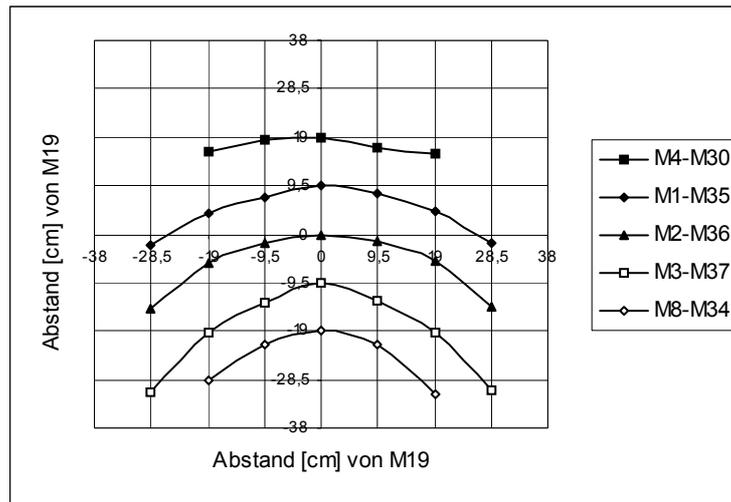


Abb. 4.27: Wellenfronten bei 160 Hz

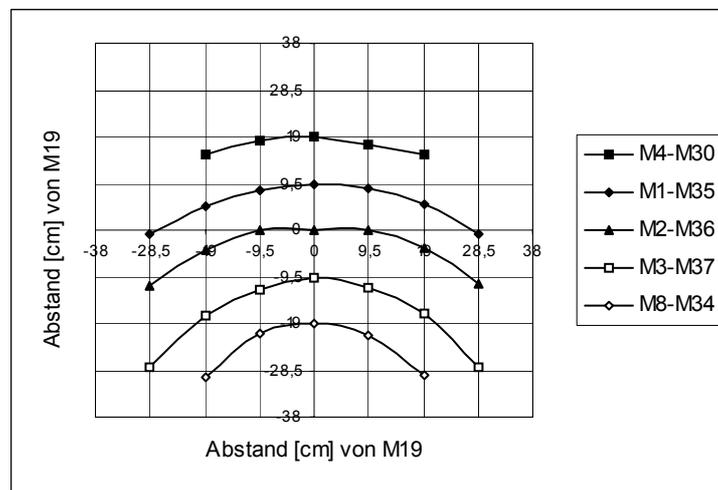


Abb. 4.28: Wellenfronten bei 500 Hz

Abb. 4.26 bis Abb. 4.28 zeigen, dass bei 100 Hz eine Deformation der Wellenfront über den ganzen Weg zu beobachten ist. Zu größer werdenden Frequenzen wird der Einfluss der Deformation kleiner und die Wellenfronten werden flacher. Da in Kapitel 4.1 die untere theoretische Grenzfrequenz der Dämmkeile  $f_{gu, Dämmkeile}$  mit 110 Hz berechnet wurde und der Schallabsorptionsgrad des Dämmmaterials bei nicht senkrechtem Schalleinfall kleiner wird, ist dieser Effekt auf die Beugung bzw. Reflexion der Schallwellen an den Dämmkeilen zurückzuführen.

Um das Verhalten der Wellenfronten bei größer werdendem Abstand näher zu untersuchen, wird der Lautsprecher LQ1, der 0,74 m weiter vom Mikrofon-Array entfernt ist, nun als Schallquelle (s. Abb. 4.24) benutzt. Hierbei werden dieselben Mikrofonreihen wie in der vorherigen Messung ausgewertet.

Auch hier werden die Wellenfronten für die Rekonstruktion der horizontalen Wellenfronten berechnet und in den Abb. 4.29 bis Abb. 4.31 für die gleichen Frequenzen von 100 Hz, 160 Hz und 500 Hz dargestellt.

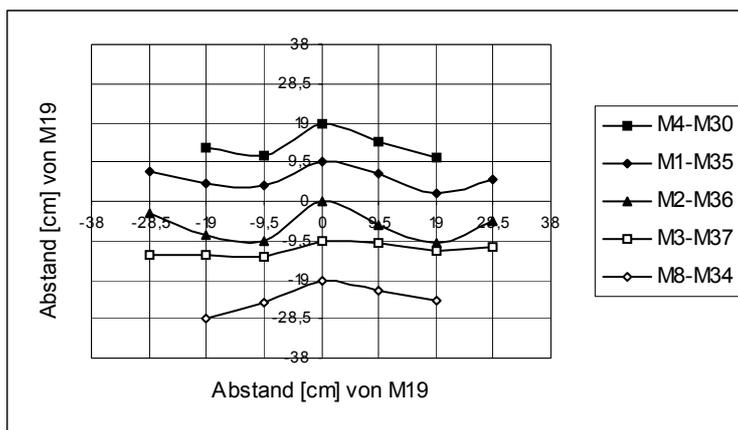


Abb. 4.29: Wellenfronten bei 100 Hz

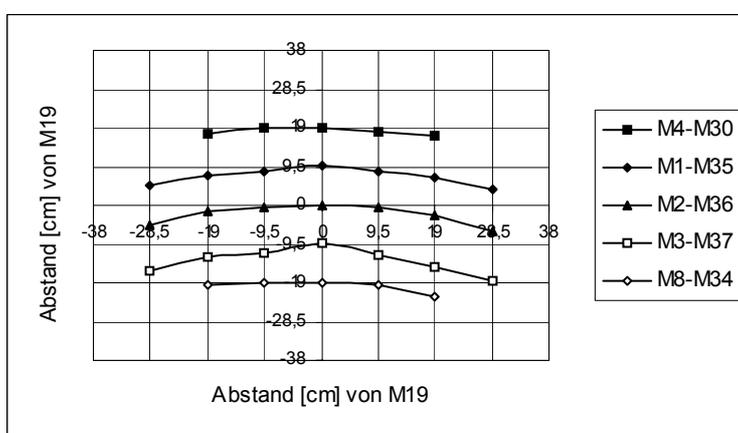


Abb. 4.30: Wellenfronten bei 160 Hz

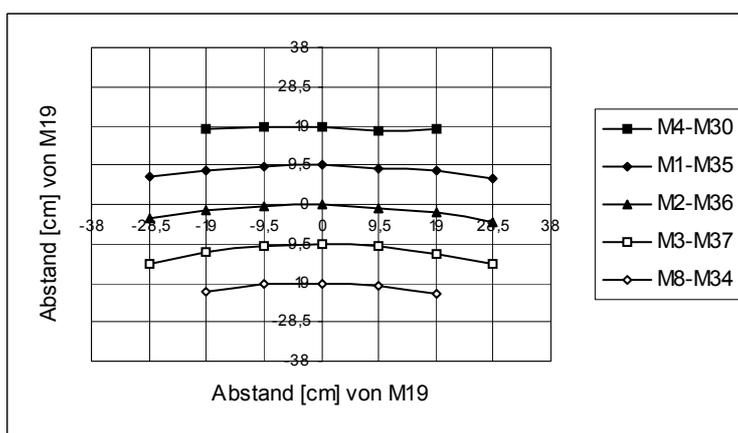


Abb. 4.31: Wellenfronten bei 500 Hz

Abb. 4.29 bis Abb. 4.31 zeigen, dass insbesondere bei 100 Hz eine stärkere Deformation der Wellenfronten über den Weg vorhanden ist. Zu höheren Frequenzen nimmt dieser Einfluss wieder ab. Die Wellenfronten weisen dann eine geringere Krümmung als bei der L1-Messung auf. Auch hier kann die Deformation der Wellenfronten auf die Beugung der Schallwellen an den Dämmkeilen und der idealen Positionierung von LQ1 begründet werden. Da der Lautsprecher LQ1 aus Platzgründen in den Bereich des Dämmmaterials eingebaut wurde, ist

auf Grund der Nähe zum Dämmmaterial bei tiefen Frequenzen störenden Effekten zu rechnen.

Diesen Messungen nach besitzen die erzeugten Wellenfronten von Lautsprecher L1 und LQ1 ab ca. 160 Hz konzentrische Wellenfronten, die relativ frei von Störungen in der akustischen Leitung sind.

## 4.6. Kalibrierung

Bei den bisherigen Messungen wurde jeweils ein Lautsprecher benutzt. Da bei dem normalen Betrieb des Systems alle Lautsprecher und alle Mikrofone parallel betrieben werden, ist eine Kalibrierung der elektro-akustischen Komponenten notwendig. Es muss gewährleistet sein, dass alle Lautsprecher ein nahezu identisches Abstrahlverhalten aufweisen. Hierzu wird eine Korrektur der Signale in Betrag und Phase vorgenommen. Weiterhin müssen die Mess- und Analysemikrofone abgeglichen werden, so dass auch hier eine Korrektur der Messwerte in Betrag und Phase durchgeführt wird.

### 4.6.1. Lautsprecherabgleich

Zum Abgleichen der Lautsprecher wird das Mikrofon M19 des Mikrofonarrays eingesetzt. Das Mikrofon M19 befindet sich im Mittelpunkt des Lautsprecherkreises und hat somit von allen Lautsprechern (L1-L9) den gleichen Abstand (s. Abb. 4.6).

Bei der Kalibrierung dient Lautsprecher L1 als Referenzlautsprecher. Zur Kalibrierung wird ein Sinussignal der Amplitude  $A_0$  und der Phase  $\varphi_0 = 0^\circ$  auf den Referenz-Lautsprecher gegeben. Dieses Signal verursacht eine Sinusschwingung der Amplitude  $A_{calib}$  und der Phase  $\varphi_{calib}$  am Mittelmikrofon M19. Diese Amplituden- und Phasenwerte ergeben die Referenzmesswerte. Nun werden nacheinander alle weiteren Lautsprecher  $L_x$  mit dem gleichen Signal angesteuert, welches jeweils am Mikrofon M19 Schwingungen mit den Amplituden  $A_{L_x}$  und den Phasen  $\varphi_{L_x}$  verursacht. Aus dem Verhältnis der aufgenommenen Messwerte für die Lautsprecher L2-L9 zu den Referenzwerten des Lautsprechers L1 lassen sich Korrekturfaktoren  $k_x$  für die Amplitude berechnen. Die Phasenkorrekturwerte  $\varphi_k$  werden aus der Differenz gebildet.

Korrekturfaktor für die Amplituden  $A_{L_x}$  (mit  $2 \leq x \leq 9$ )

$$k_x = \frac{A_{calib}}{A_{L_x}} \quad (4.22)$$

Korrekturwerte für die Phasen  $\varphi_{L_x}$  (mit  $2 \leq x \leq 9$ )

$$\varphi_{k_x} = \varphi_{calib} - \varphi_{L_x} \quad (4.23)$$

Nach der Ermittlung der Korrekturwerte durch die Kalibrierroutine und dem Einfügen der Werte in die Ausgaberroutine treten über den untersuchten Bereich Amplitudenfehler mit einer mittleren Standardabweichung von 0,44% über die Frequenzen von 100 Hz bis 1 kHz und über alle Lautsprecher auf. Der restliche Phasenfehler wird über den Frequenzbereich mit  $\pm 0,3^\circ$  gemessen. Nach Tab. 4.1 spielen die durch die Lautsprecher erzeugten Fehler damit erst bei Dämpfungen des Primärfeldes von über 25 dB eine Rolle. Die Auswertung der Messungen ergibt damit, dass sich die Lautsprecher sehr präzise abgleichen lassen.

### 4.6.2. Der Messmikrofonabgleich

Die von den Lautsprechern abgestrahlten Schallwellen verhalten sich wie Zylinderwellen. Daher nimmt ihre Schalldruckamplitude im Fernfeld mit  $1/\sqrt{r}$  ab (s. Kap. 2.2.3.2). Der

Amplitudensollwert ist aus der Lautsprecherkalibrierung über das Mittelmikrofon M19 des Mikrofonarrays bekannt. Somit können die Amplitudensollwerte in Abhängigkeit von der Entfernung  $r_X$  der Schallquelle zu beiden Mikrofonkreisen bei Fernfeldbedingungen wie folgt bestimmt werden:

$$A_{soll} = A_{calib} \cdot \sqrt{\frac{r_L}{r_X}} \quad (4.24)$$

mit:  $r_L$  = der Radius des Lautsprecherkreises,  
 $A_{calib}$  = gemessene Amplitude aus der Referenzmessung,  
 $r_X$  = Abstand des angesteuerten Lautsprechers zum jeweils messenden Mikrofon.

Der Sollwert für die Phasendifferenz ist von der Signalfrequenz  $f_s$  und der Entfernung  $r_X$  der Schallquelle vom Messpunkt abhängig.

$$\varphi_{soll} = 360^\circ \cdot f_s \cdot \frac{r_X}{c} \quad (4.25)$$

mit:  $r_X$  = Abstand des angesteuerten Lautsprechers zum jeweils messenden Mikrofon,  
 $f_s$  = Signalfrequenz,  
 $c$  = Schallgeschwindigkeit..

Die Fernfeldbedingung ist erfüllt für  $k \cdot r > 1$ . In Abhängigkeit des Abstandes  $r$  ergibt sich eine untere Grenzfrequenz  $f_{gu}$ , bis zu welcher die Fernfeldbedingung erfüllt ist:

$$f_{gu} = \frac{c}{2\pi \cdot r} \quad (4.26)$$

Um die untere Grenzfrequenz möglichst klein zu halten, ist der Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon bei der Kalibrierung zu maximieren. Da der Experimentalaufbau einen ungeraden Rang hat, gibt es jeweils zwei Mikrofonpositionen, die die gleiche maximale Entfernung zu einem der Kompensationslautsprecher haben. So hat z.B. der Lautsprecher L1 von den Mikrofonpaaren M5 und M6 den gleichen maximalen Abstand. Die exakte Entfernung eines Lautsprechers zu dem inneren Messmikrofonkreis beträgt 0,8967 m, zum äußeren Messmikrofonkreis 0,8926 m.

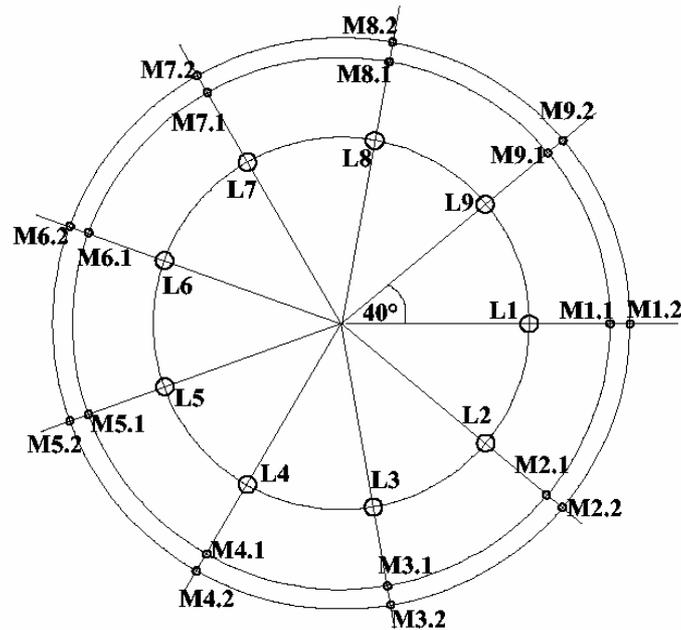


Abb. 4.32: Anordnung der Lautsprecher zum Messmikrofonkreis

Bei der Kalibrierung der Messmikrofone werden die einzelnen Mikrofonpaare  $M_{x,1}$ ,  $M_{x,2}$  von dem jeweils am weitesten entfernten Lautsprecher angesteuert. Danach wird der nächste Lautsprecher angesteuert und damit ist ein Mikrofon aus dem vorigen Abgleich gegeben, das andere wird nun damit kalibriert. So geht es im Kreis herum und bei der letzten Kalibrierung kann eine Kontrolle durchgeführt werden, da das letzte Mikrofon bereits bei der ersten Kalibrierung vermessen wurde.

Zur Überprüfung der korrigierten Mikrofonpaare werden die aufgenommenen Messwerte nach Betrag und Phase analysiert und mit den berechneten Sollwerten verglichen. Für die unterschiedlichen Signalfrequenzen wird die Standardabweichung  $s$  der Messwerte für die verschiedenen Mikrofonpaare bestimmt und der Mittelwert  $m$  der Messwerte angegeben. Weiterhin wird der Phasen- und Betragsfehler in Bezug zu den Sollwerten ermittelt. Es wird ein mittlerer Fehler der Phase von  $m_{F,Phase} = 0,12^\circ$  und ein mittlerer Fehler der Amplitude zu  $m_{F,Betrag} = 4,9\%$  ermittelt.

Die Kontrolle der Kalibrierung zeigt, dass die Phasendifferenz zwischen den Mikrofonen eines Mikrofonpaares nach Tab. 4.1 mit einer Genauigkeit über 50 dB bestimmt werden kann. Die Ermittlung des Betragsunterschiedes unterliegt größeren Schwankungen und erweist sich daher als problematischer als die Phasendifferenz. Bei einem Amplitudenfehler von 4,9 % entspricht das etwa 8 dB. Dieses ist kein ideales Ergebnis, es reicht jedoch, um die vorgesehenen Untersuchungen am Experimentalaufbau durchzuführen.

### 4.6.3. Der Analysemikrofonabgleich

Da mit den Analysemikrofonen das von den Kompensationslautsprechern abgestrahlte Schallfeld analysiert werden soll, muss ebenso wie bei den Messmikrofonen eine Korrektur der Messwerte in Phase und Betrag vorgenommen werden. Wie schon bei der Kalibrierung der Messmikrofone ist darauf zu achten, dass die einzelnen Messungen an den Mikrofonen im Fernfeld durchgeführt werden. Hierzu wird das Mikrofonarray über die y-Achse in Abb. 4.33 geteilt, so dass die Mikrofone der beiden Hälften jeweils von unterschiedlichen Lautsprechern kalibriert werden können. Da das Mikrofon M19 im Koordinatenursprung liegt, lassen sich alle Mikrofone mit positiver x-Koordinate zu einer Gruppe zusammenfassen, welche unter Einsatz von Lautsprecher L6 kalibriert werden. Ebenso bilden die Mikrofone mit der Koordinate  $x \leq 0$  eine Gruppe, welche vom Lautsprecher L1 angesteuert werden. So wird gewährleistet, dass die zur Kalibrierung durchgeführten Messungen im Fernfeld stattfinden.

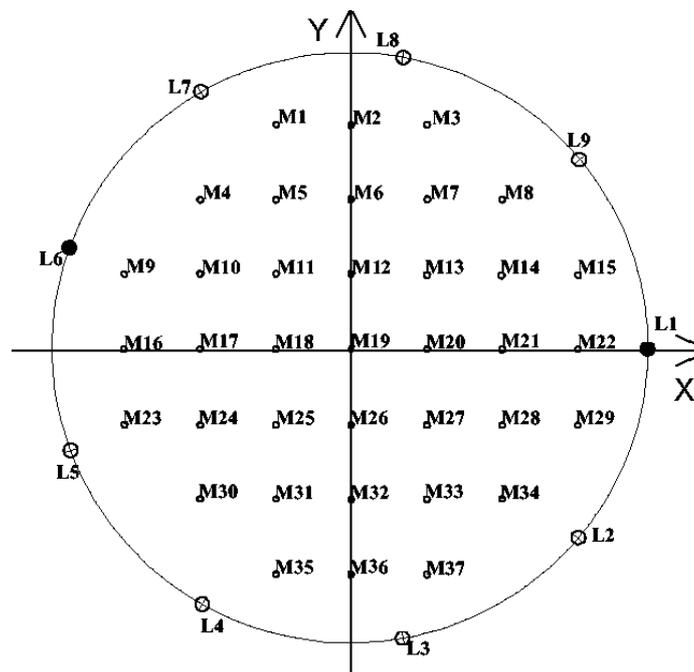


Abb. 4.33: Mikrofonarray im Koordinatensystem

Für einige Frequenzen wird das von Lautsprecher L1 abgestrahlte Schallfeld unter Einsatz aller 37 Analysemikrofone des Arrays relativ zum Mittelmikrofon ausgemessen und der Verlauf grafisch dargestellt. Das gesamte Analysearray bildet mit den 37 Mikrofonen und den aufgenommenen Messwerten eine Matrix, so dass sich der Betrags- und Phasenverlauf als 3D-Oberfläche darstellen lässt. Ergänzt wird die Darstellung durch eine zweidimensionale Ansicht, in der der Vergleich mit den Sollwerten besser zur Geltung kommt.

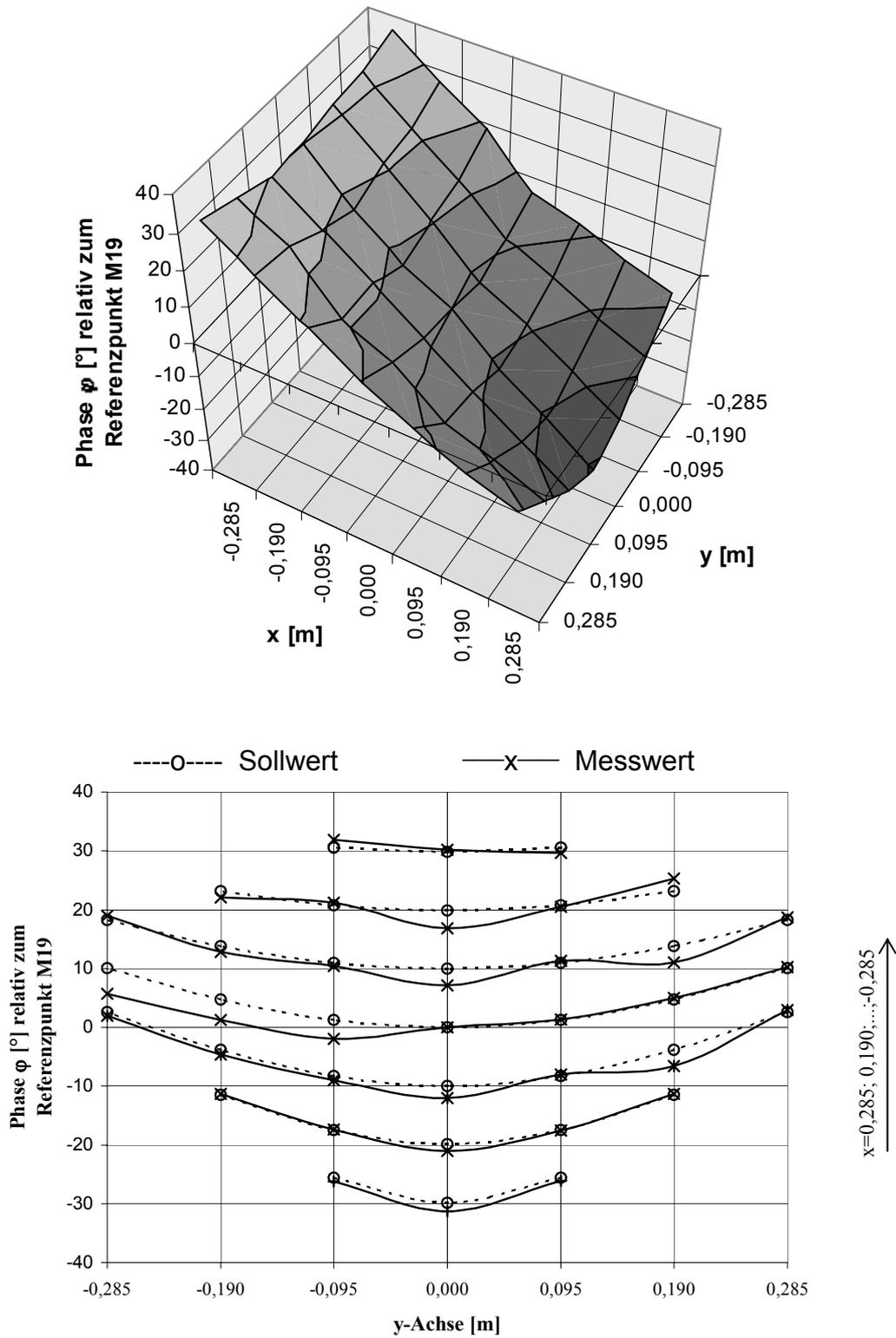


Abb. 4.34: Phasenverlauf des Referenzlautsprechers L1 für  $f = 100$  Hz (aus Ref. 1)

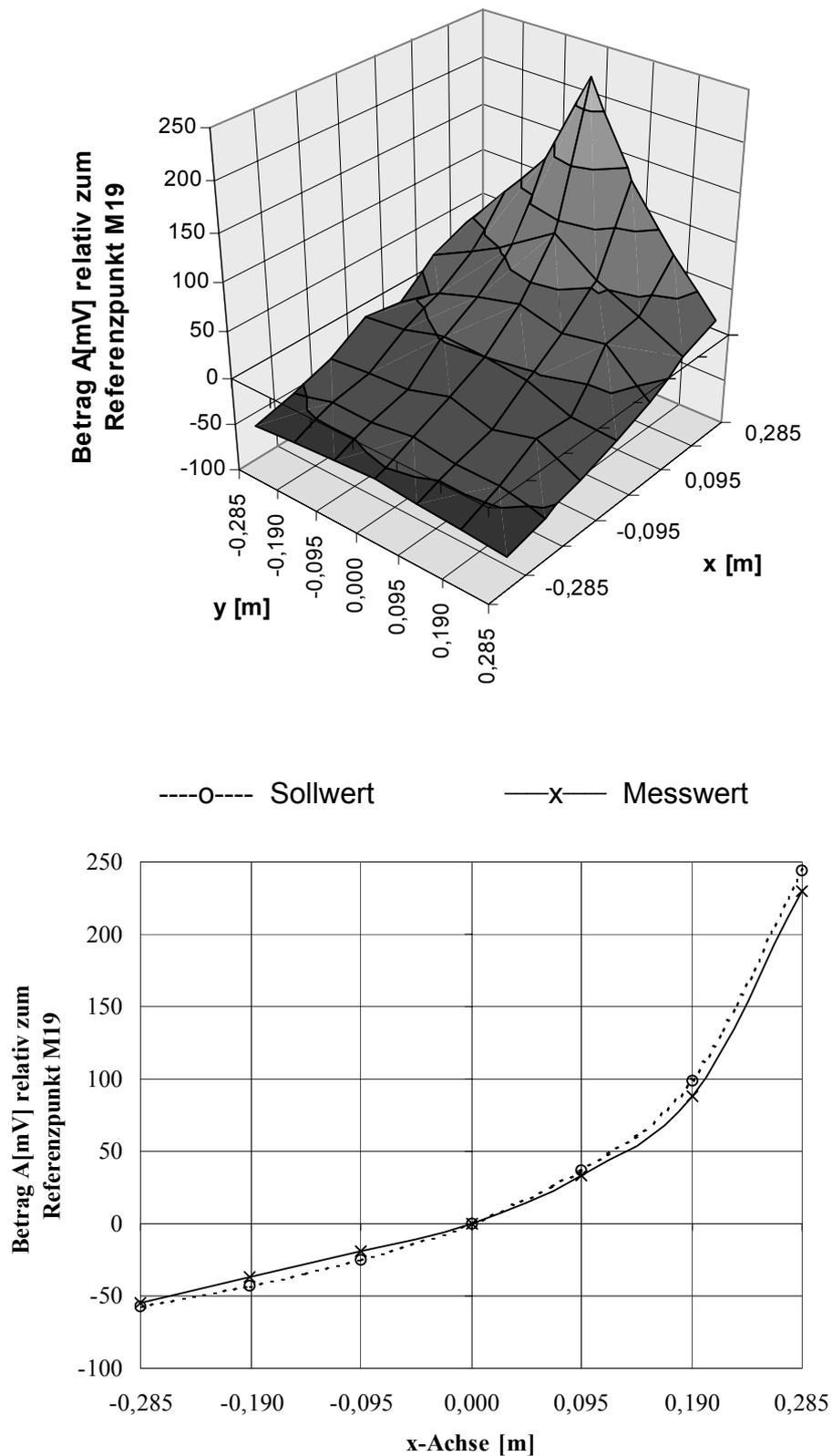


Abb. 4.35: Betrag des Schalldruckverlaufs in mV des Referenzlautsprechers L1 für  $f=100$  Hz (aus Ref. 1)

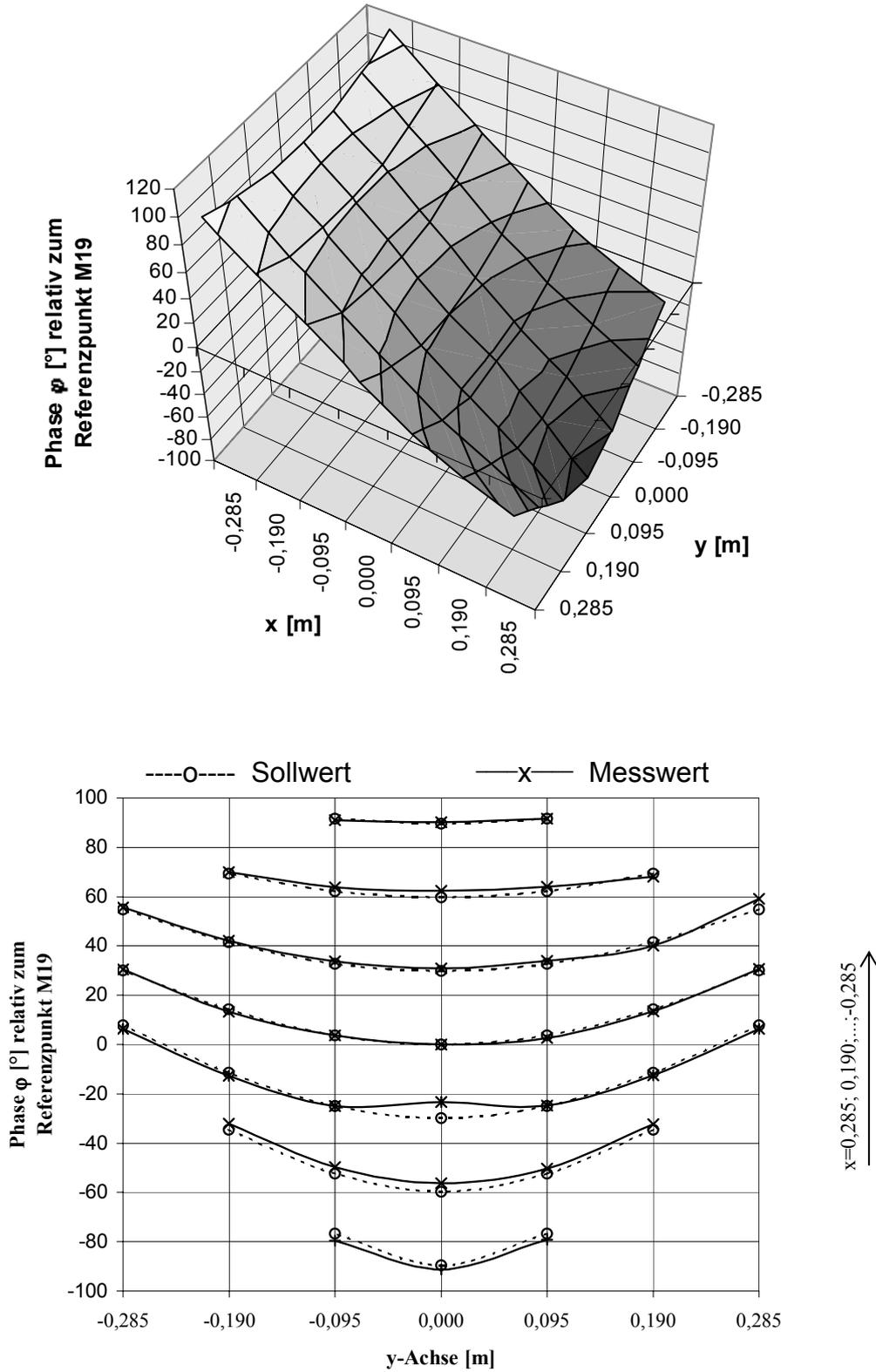


Abb. 4.36: Phasenverlauf des Referenzlautsprechers L1 für  $f = 300$  Hz (aus Ref. 1)

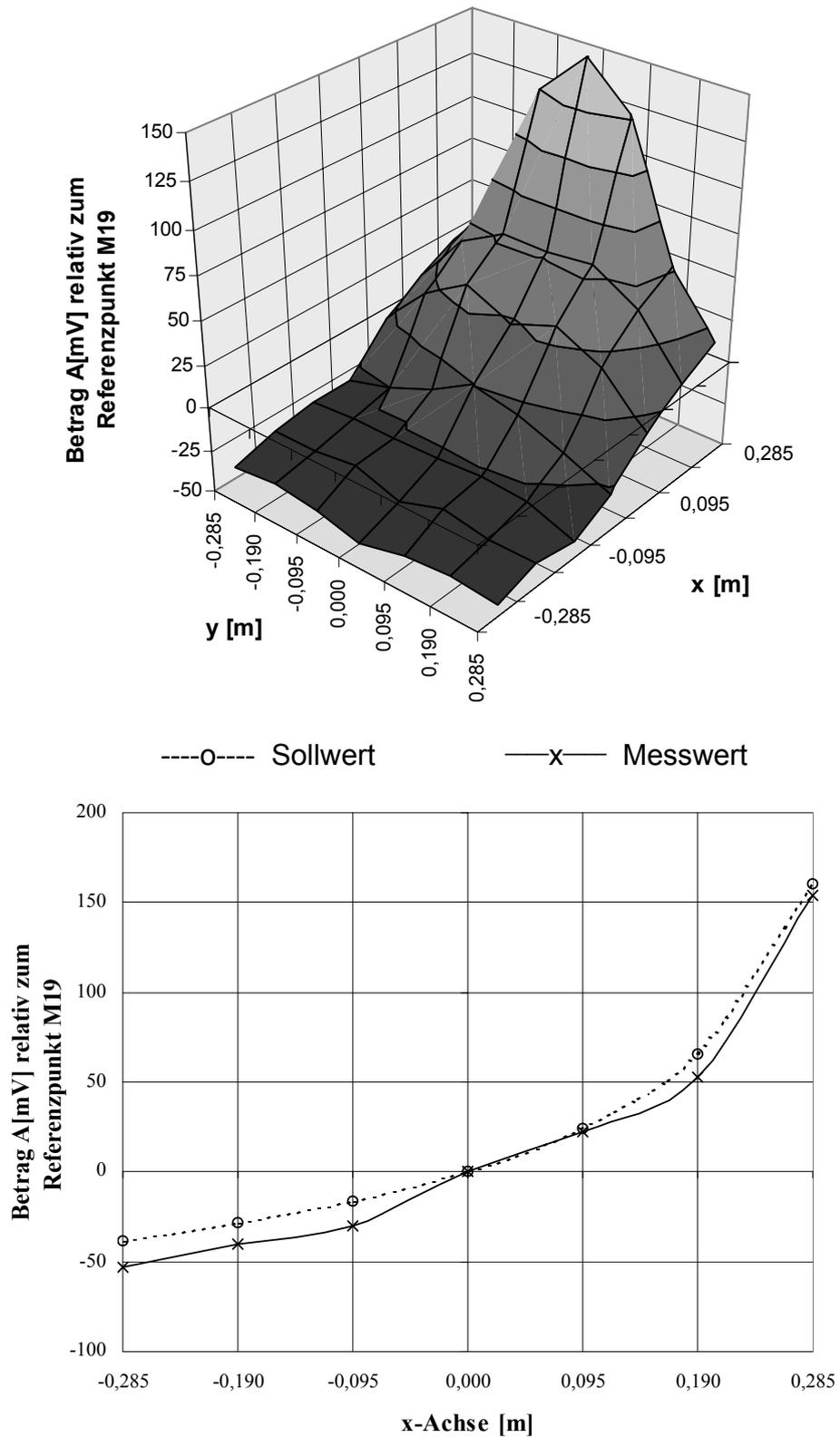


Abb. 4.37: Betrag des Schalldruckverlaufs in mV des Referenzlautsprechers L1 für  $f = 300$  Hz (aus Ref. 1)

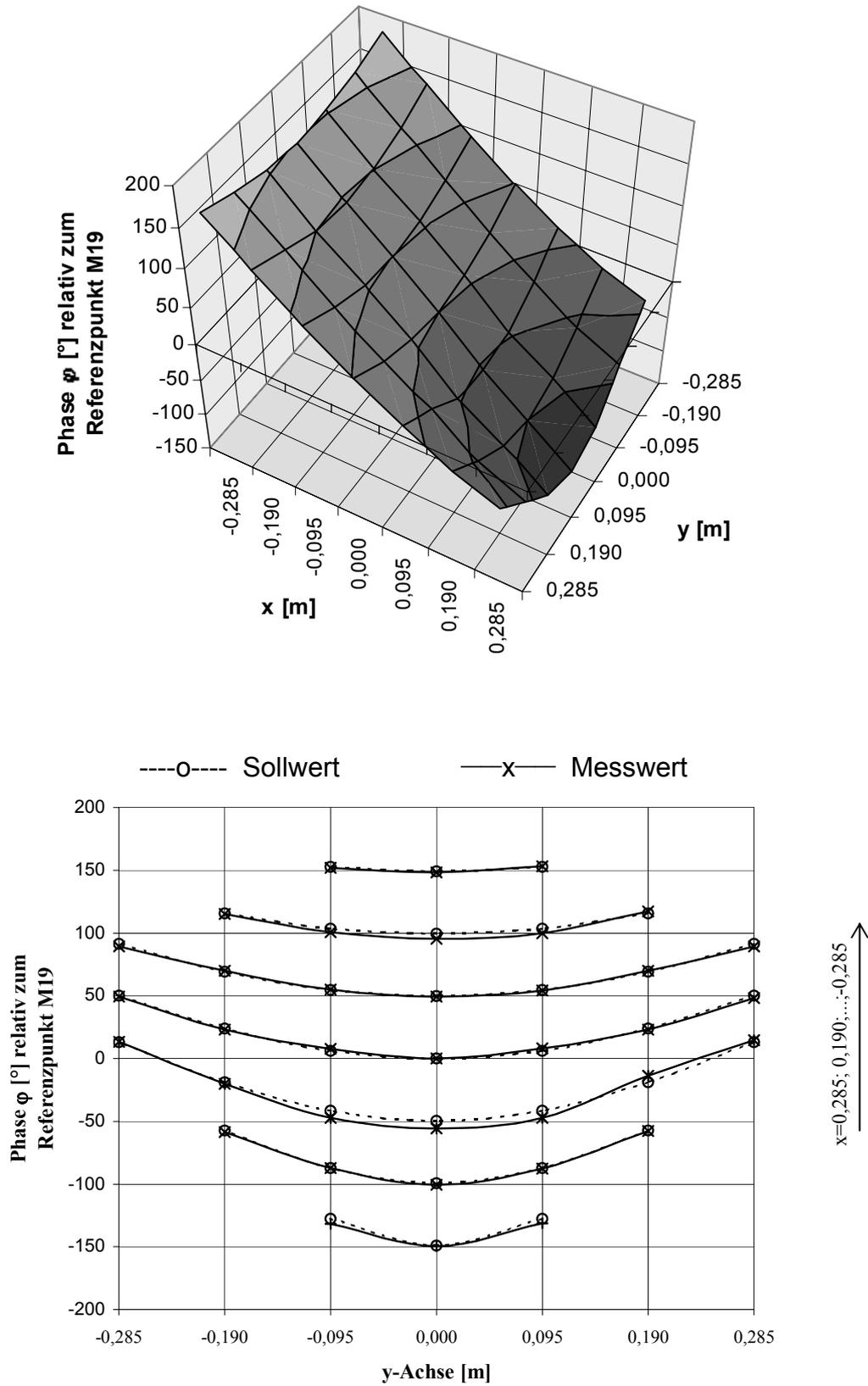


Abb. 4.38: Phasenverlauf des Referenzlautsprechers L1 für  $f = 500$  Hz (aus Ref. 1)

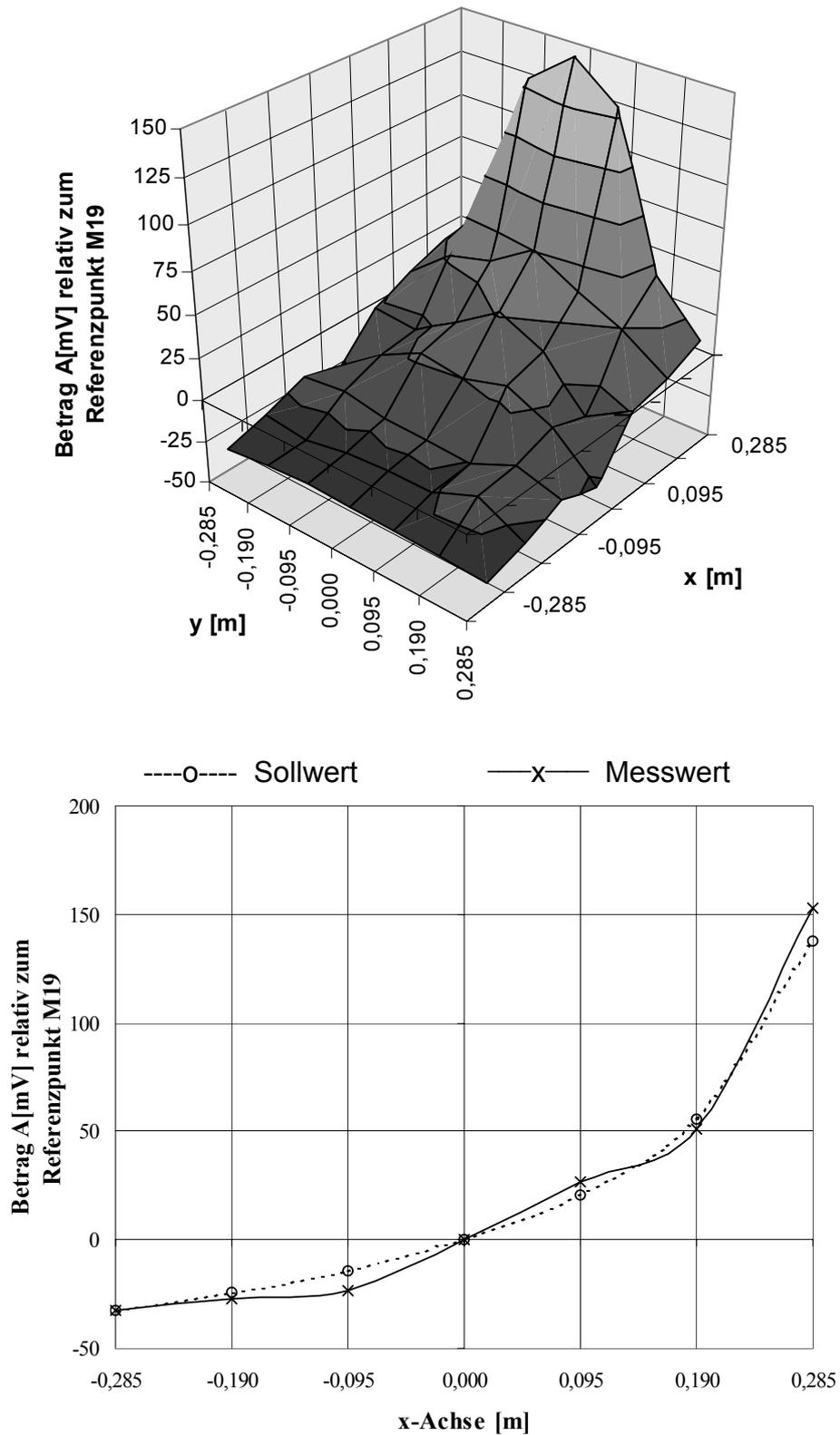


Abb. 4.39: Betrag des Schalldruckverlaufs in mV des Referenzlautsprechers L1 für  $f = 500$  Hz (aus Ref. 1)

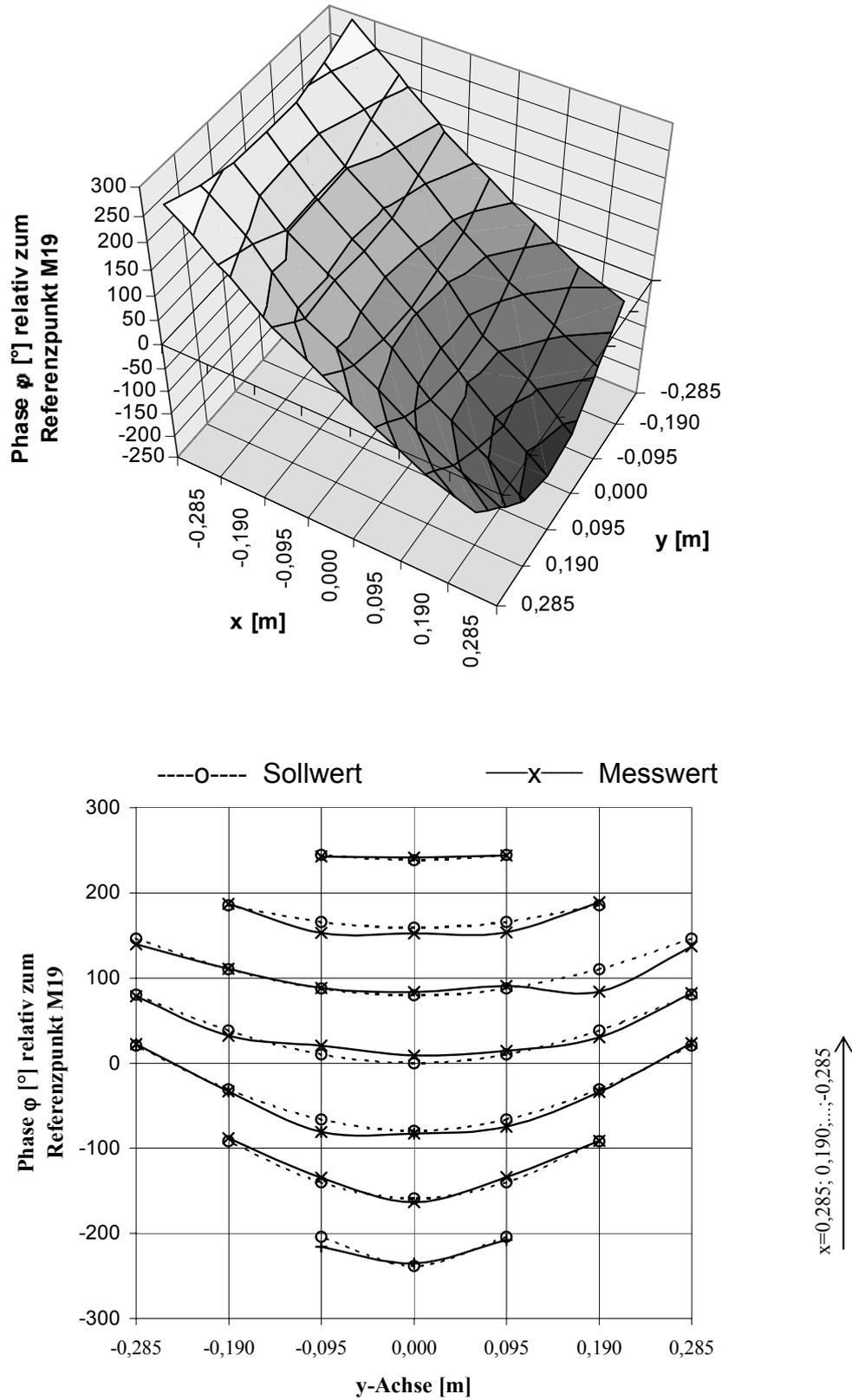


Abb. 4.40: Phasenverlauf des Referenzlautsprechers L1 für  $f = 800$  Hz (aus Ref. 1)

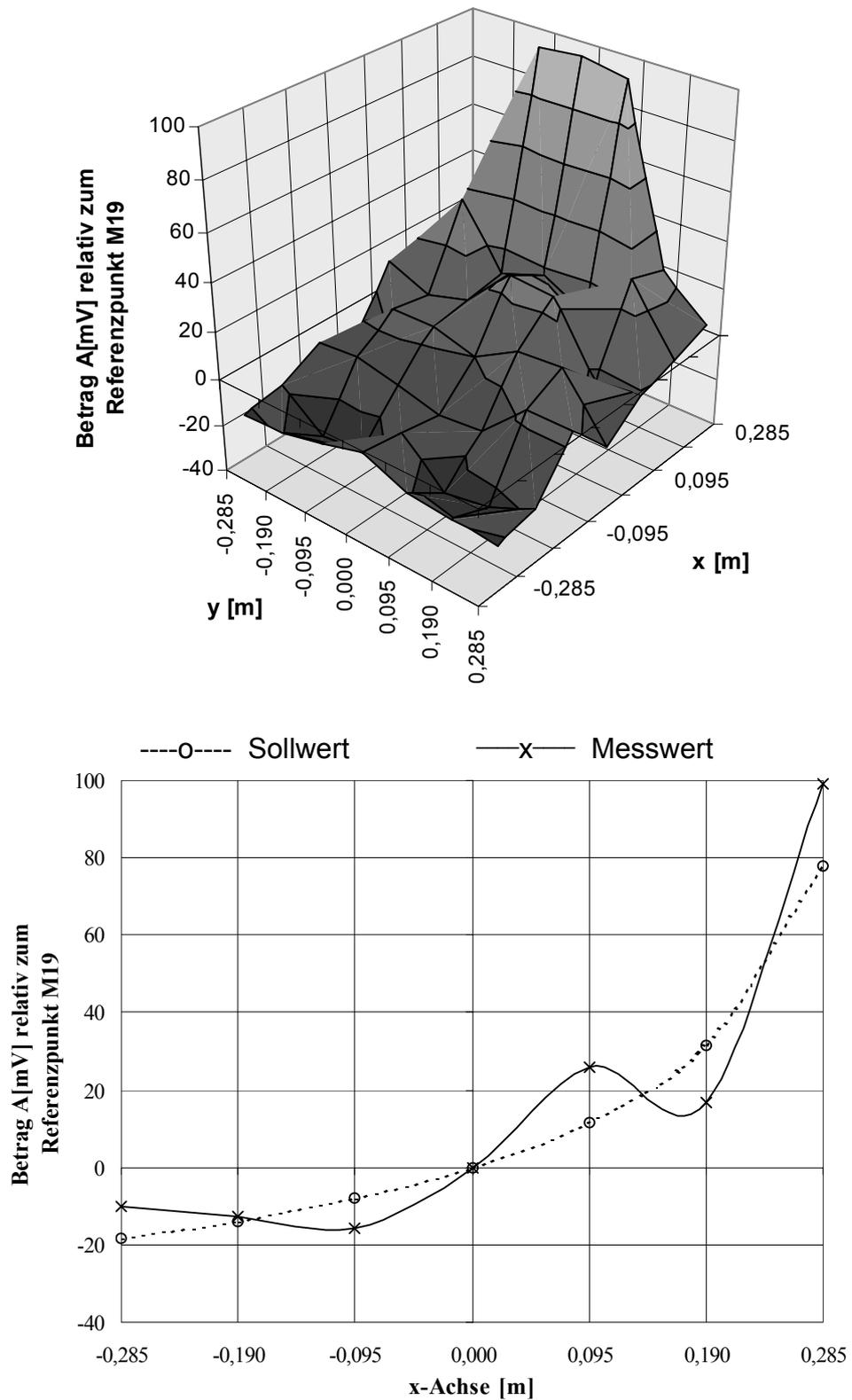


Abb. 4.41: Betrag des Schalldruckverlaufs in mV des Referenzlautsprechers L1 für  $f = 800$  Hz (aus Ref. 1)

#### 4.6.4. Zusammenfassung der Kalibrierung des Systems

Die Kalibrierung der Sekundärlautsprecher bringt gute Ergebnisse mit sich, bis zu Signalfrequenzen von ca. 1 kHz. Diese Fehler spielen erst bei Dämpfungen über 25 dB eine Rolle.

Mit der erreichten Genauigkeit der Messmikrofone ist eine Messung des Primärfeldes für eine Dämpfung um etwa 8 dB möglich. Dieses ist für die anstehenden Untersuchungen ausreichend. Um diese Fehler weiter zu verringern ist ein deutlich größerer Aufwand bei den verwendeten Mikrofonen nötig.

Die Kalibrierung der Analysemikrofone hat gezeigt, dass das realisierte Messverfahren zur Schallfelderfassung hinreichend gute Ergebnisse liefert, wenn Signalfrequenzen von  $f_s \leq 700$  Hz eingesetzt werden.

## 4.7. Messergebnisse im Schallfeld

In diesem Kapitel wird der Experimentalaufbau samt seines implementierten DSP-Algorithmus getestet. Dabei wird auf Grund der verfügbaren Rechenkapazität und der nicht ausreichenden Genauigkeit des Mikrofonkreises das System in drei Messabschnitte unterteilt:

### Reproduktion (Synthese)

Bei den Messungen zur Felderzeugung wird ein Schallfeld vorgegeben. Dieses geschieht, indem an den Positionen der 18 Messmikrofone der Schalldruckverlauf des zu untersuchenden Feldes mittels des in Kap. 3.2.2 vorgestellten Simulationsprogramms berechnet wird. Aus den ermittelten Werten für die Positionen der 18 Messmikrofone werden die Signale für die 9 Lautsprecher in Echtzeit berechnet und ausgegeben, um das sekundäre Schallfeld im Kreisinneren zu erzeugen. Es erfolgt die Echtzeitanalyse des resultierenden Schallfeldes im Versuchsaufbau über die 37 Mikrofone im Array. Zur Berechnung und Ausgabe des Schallfeldes benötigt das realisierte Messsystem eine Zeit von  $t \approx 0,3$  ms. Zur Felderzeugung wird mit einer Abtastfrequenz von  $f_A = 2560$  Hz gearbeitet. Damit ergibt sich im diskreten Spektrum der DFT bei einer eingesetzten Blockbreite von  $N = 256$  eine ganzzahlige Grundfrequenz von  $f_{\text{grund}} = 10$  Hz.

### Erfassung (Analyse)

Bei den Messungen zur Felderkennung wird von der Lärmschallquelle LQ1 ein Schallfeld abgestrahlt und von den 18 Messmikrofonen aufgenommen. Der auf diese Weise an beiden Messmikrofonkreisen ermittelte Schalldruckverlauf wird mit den Sollwerten des entsprechenden Lärmschallfeldes aus dem Simulationsprogramm verglichen. Um Messungen zur Felderkennung durchführen zu können, muss die Abtastfrequenz wegen der notwendigen Verarbeitungszeit des Systems herabgesetzt werden. Die A/D-Wandlungen zur Erfassung aller 18 Kanäle und die Weiterverarbeitung der Datenworte beanspruchen bei dem realisierten System eine Zeit von  $t \approx 0,8$ ms. Zur Felderkennung wird eine Abtastfrequenz von  $f_A = 1000$  Hz angesetzt. Durch diese Maßnahme wird jedoch auch die zu untersuchende maximale Signalfrequenz verringert. Es werden bei der Felderkennung daher nur Signale mit Frequenzen bis zu  $f_s = 375$  Hz untersucht.

### Feldüberlagerung (Auslöschung)

Bei den Messungen zur Feldüberlagerung wird das Schallfeld der Lärmschallquellen (primäres Feld) mit dem Kompensationsschallfeld der 9 Lautsprecher (sekundäres Feld) überlagert. Die durch Überlagerung beider Schallfelder erzielbare Dämpfung des primären Schallfeldes wird durch Analyse des resultierenden Feldes im Kreisinneren untersucht.

### 4.7.1. Reproduktion (Synthese)

An den 18 Messmikrofonen wird für verschiedene Frequenzen das Feld einer ebenen Welle vorgegeben. Das berechnete und von den 9 Kompensationslautsprechern abgestrahlte sekundäre Schallfeld, welches die invertierte ebene Welle darstellen soll, wird daraufhin analysiert. Die Messpunkte im Array werden hierzu auf die Koordinatenachsen gelegt. Für ausgewählte Frequenzen erfolgt eine Analyse des Schallfeldes durch alle 37 Mikrofone. Die Messungen erfolgen stets relativ zum Mittelmikrofon M19 im Koordinatenursprung.

Für ausgewählte Frequenzen folgt die Darstellung des Betrags- und Phasenverlaufes als 3D-Oberfläche. Zur genaueren Ansicht wird zusätzlich eine zweidimensionale Ansicht über eine der beiden Achsen gezeigt.

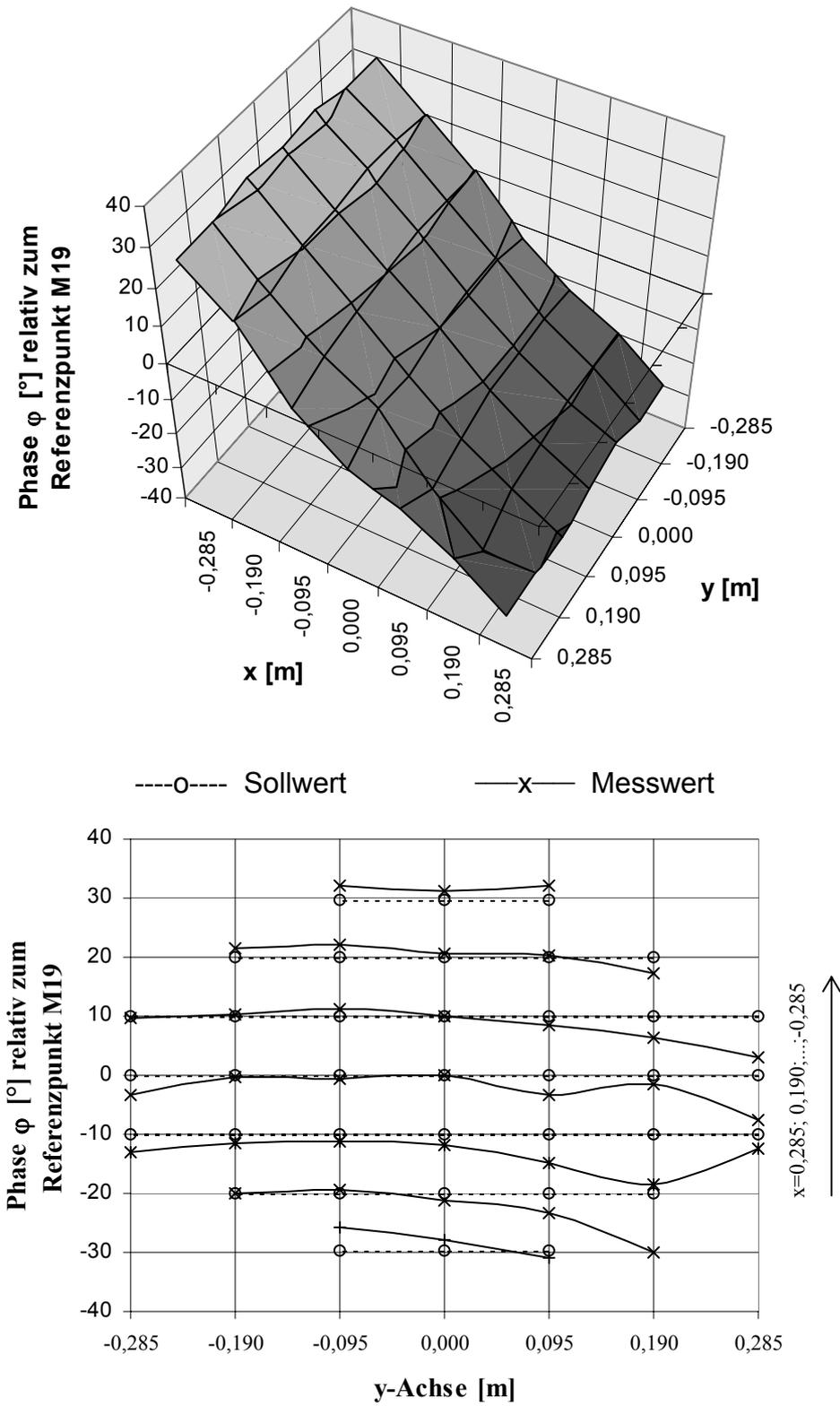


Abb. 4.42: Phasenverlauf der ebenen Welle für  $f = 100$  Hz (aus Ref. 1)

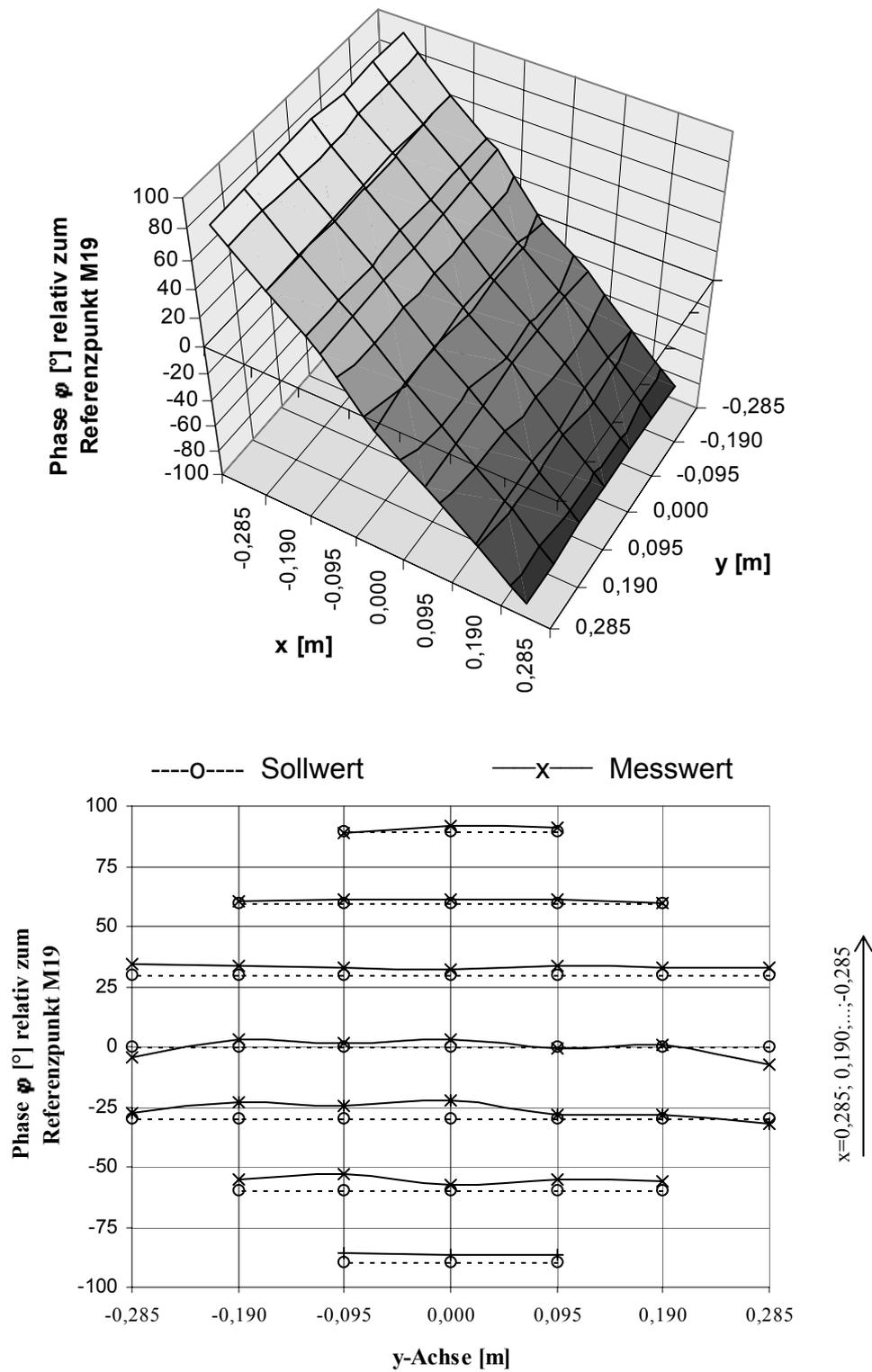


Abb. 4.43: Phasenverlauf der ebenen Welle für  $f = 300$  Hz (aus Ref. 1)

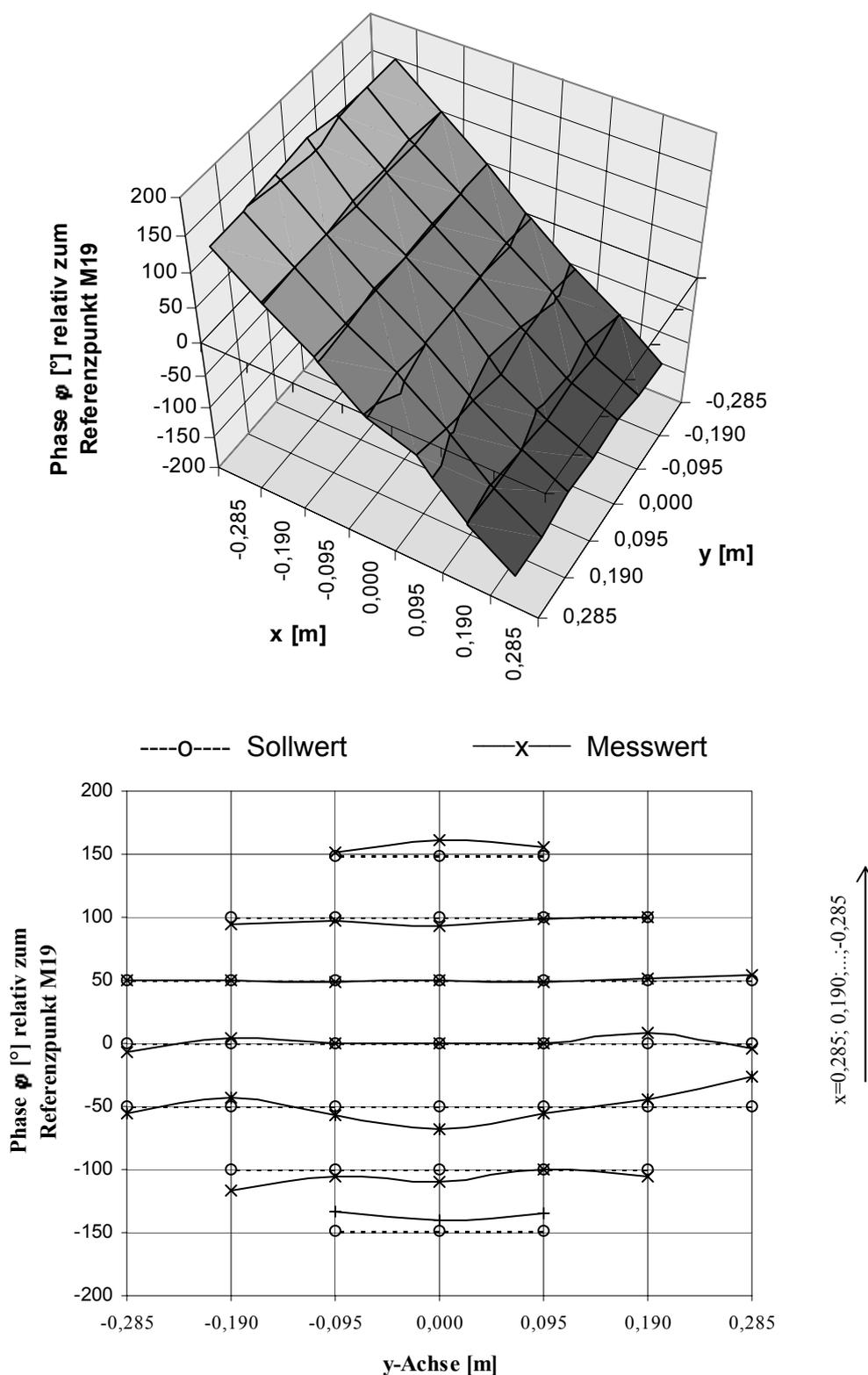


Abb. 4.44: Phasenverlauf der ebenen Welle für  $f = 500$  Hz (aus Ref. 1)

Der Phasenverlauf über die y-Achse des Analysearrays, relativ zum Mittelmikrofon gemessen, sollte annähernd Null sein, da der Schalldruck einer ebenen Welle von nur einer Raumkoordinate abhängt. Aus der aufgenommenen Messreihe ist zu erkennen, dass für Signalfrequenzen bis  $f_s \approx 600$  Hz der Verlauf einer ebenen Welle durch Überlagerung der 9 Lautsprechersignale annähernd gut erzeugt werden kann. Für höhere Frequenzen wird die Abweichung des Phasenwinkels  $s(\varphi_{\text{mess}})$  schnell größer und der Verlauf des erzeugten

Schallfeldes im Versuchsaufbau entspricht nicht mehr dem einer ebenen Welle. Die vollständigen Datentabellen sind im Anhang gegeben (Tab. 9.3 und Tab. 9.4). Diese Messung zeigt, dass die Felderzeugung in Relation zur niedrigen Anzahl von Sekundärquellen sehr gut arbeitet.

Bei der Felderzeugung sind ebenso andere Feldkonfigurationen als die der ebenen Welle umsetzbar. Die Wahl der jeweiligen Feldart und Quellenposition erfolgt durch entsprechende Koeffizientenvorgabe in den Mikrofonpositionen der Messmikrofonkreise.

#### 4.7.2. Erfassung (Analyse)

Bei den Messungen zur Felderkennung strahlt die Lärmschallquelle LQ1 ein Schallfeld ab, welches an den 9 Mikrofonpositionen bzw. von den 18 Messmikrofonen an beiden Mikrofonkreisen aufgenommen wird. Der erhaltene Verlauf des Schallfeldes in den Mikrofonpositionen wird mit den Mikrofon-Sollwerten des im Simulationsprogramm erzeugten Feldes der entsprechenden Quelle verglichen.

Es zeigt sich, dass die Abweichungen des Phasenwinkels und des Betrages in Relation zu den Sollwerten zu groß sind, um messtechnisch die Phasen- bzw. Betragsdifferenz zwischen den Mikrofonkreisen mit ausreichender Genauigkeit bestimmen zu können. Diese Genauigkeit kann mit dem realisierten Meßsystem nicht für alle Mikrofonpositionen parallel erreicht werden.

Eine Analyse bringt hervor, dass die verwendete ADC-Karte mit ihrer langen und variablen Verarbeitungszeit der Grund für diese Einschränkung ist.

Um trotzdem zu einer die gesamte Verarbeitungskette durchlaufende Messung zu gelangen wird die Verarbeitung des Primärfeldes weiter aufgeteilt, indem die Mikrofonpaare nacheinander gemessen und betrachtet werden. Damit ist die lange Verarbeitungszeit der ADC-Karte für alle 18 Mikrofone nicht mehr von Bedeutung. Die Erhöhung der Abtastfrequenz führt zu einer höheren Auflösung und somit zu einer genaueren Erfassung des Lärmschallfeldes an den Positionen eines Mikrofonpaares.

Für die ausgewählten Signalfrequenzen werden nacheinander jeweils 10 Messungen an einem Mikrofonpaar durchgeführt. Aus den gewonnenen Phasen- und Betragsverläufen des Lärmschallfeldes an den Mikrofonpositionen des Paares wird die Differenz ermittelt und die Standardabweichung  $s$  über alle 10 Messungen gebildet

| Messung<br>Nr. | Phasendifferenz $\varphi_{\text{diff}}$ [°] zwischen den Mikrofonkreisen MK1 und MK2 |                        |                         |                        |                        |                         |                        |                        |                         |
|----------------|--|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
|                | f = 125Hz  |                        |                         | f = 250Hz              |                        |                         | f = 375Hz              |                        |                         |
|                | $\varphi_{\text{MK1}}$   | $\varphi_{\text{MK2}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ | $\varphi_{\text{MK1}}$ | $\varphi_{\text{MK2}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ | $\varphi_{\text{MK1}}$ | $\varphi_{\text{MK2}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ |
| 1              | 109,611  | 110,400                | 0,789                   | 56,361                 | 57,822                 | 1,461                   | -152,981               | -151,162               | 1,819                   |
| 2              | 83,712   | 84,511                 | 0,799                   | 27,444                 | 28,938                 | 1,494                   | -111,518               | -109,594               | 1,924                   |
| 3              | -118,017   | -117,209               | 0,808                   | -69,438                | -67,947                | 1,491                   | -13,723                | -11,789                | 1,934                   |
| 4              | -103,929   | -103,132               | 0,797                   | 136,989                | 138,496                | 1,507                   | 47,751                 | 49,676                 | 1,925                   |
| 5              | 122,720  | 123,528                | 0,808                   | -177,995               | -176,525               | 1,470                   | 92,241                 | 94,144                 | 1,903                   |
| 6              | 74,243   | 75,045                 | 0,802                   | -76,337                | -74,852                | 1,485                   | 159,612                | 161,511                | 1,899                   |
| 7              | 54,202   | 54,993                 | 0,791                   | 53,447                 | 54,932                 | 1,485                   | -132,991               | -131,122               | 1,869                   |
| 8              | 133,322  | 134,128                | 0,806                   | 175,047                | 176,530                | 1,483                   | -85,630                | -83,693                | 1,937                   |
| 9              | -119,219   | -118,431               | 0,788                   | -111,865               | -110,354               | 1,511                   | -38,192                | -36,259                | 1,933                   |
| 10             | -11,570  | -10,754                | 0,816                   | 46,485                 | 47,989                 | 1,504                   | 75,184                 | 77,168                 | 1,984                   |
| <b>s</b>       |  |                        | <b>0,009</b>            |                        |                        | <b>0,016</b>            |                        |                        | <b>0,044</b>            |

Tab. 4.2: Standardabweichung der Phasendifferenz an einem Mikrofonpaar

| Messung<br>Nr. | Betragsdifferenz $A_{\text{diff}}$ [mV] zwischen den Mikrofonkreisen MK1 und MK2 |                  |                   |                  |                  |                   |                  |                  |                   |
|----------------|--|------------------|-------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|------------------|-------------------|
|                | f = 125Hz  |                  |                   | f = 250Hz        |                  |                   | f = 375Hz        |                  |                   |
|                | $A_{\text{MK1}}$   | $A_{\text{MK2}}$ | $A_{\text{diff}}$ | $A_{\text{MK1}}$ | $A_{\text{MK2}}$ | $A_{\text{diff}}$ | $A_{\text{MK1}}$ | $A_{\text{MK2}}$ | $A_{\text{diff}}$ |
| 1              | 496,109  | 484,366          | 11,744            | 464,668          | 455,875          | 8,793             | 189,014          | 188,008          | 1,006             |
| 2              | 496,429  | 484,669          | 11,759            | 464,289          | 455,788          | 8,501             | 189,218          | 187,991          | 1,226             |
| 3              | 493,685  | 482,188          | 11,498            | 464,310          | 455,765          | 8,546             | 189,164          | 187,966          | 1,198             |
| 4              | 496,844  | 485,290          | 11,555            | 464,290          | 455,601          | 8,689             | 189,029          | 187,965          | 1,065             |
| 5              | 496,975  | 485,287          | 11,688            | 464,230          | 455,583          | 8,647             | 189,117          | 188,022          | 1,095             |
| 6              | 496,958  | 485,335          | 11,623            | 464,110          | 455,634          | 8,476             | 189,315          | 187,618          | 1,697             |
| 7              | 496,459  | 484,750          | 11,709            | 464,327          | 455,779          | 8,548             | 189,106          | 187,845          | 1,261             |
| 8              | 497,175  | 485,456          | 11,719            | 464,091          | 455,748          | 8,344             | 189,101          | 187,962          | 1,139             |
| 9              | 497,759  | 485,938          | 11,821            | 463,904          | 455,505          | 8,400             | 189,070          | 188,098          | 0,972             |
| 10             | 497,860  | 486,245          | 11,615            | 464,102          | 455,621          | 8,480             | 189,186          | 188,034          | 1,152             |
| <b>s</b>       |  |                  | <b>0,099</b>      |                  |                  | <b>0,136</b>      |                  |                  | <b>0,204</b>      |

Tab. 4.3: Standardabweichung der Betragsdifferenz an einem Mikrofonpaar

Es zeigt sich, dass die Schwankungen in der Betrags- und Phasenbestimmung zwischen den Mikrofonkreisen unter Einsatz einer höheren Abtastfrequenz kleiner werden. Bei der hier untersuchten präziseren Felderfassung sind die Standardabweichungen der gemessenen Betrags- und Phasendifferenzen an einem Mikrofonpaar kleiner als die Soll Differenzen zwischen den Kreisen.

Ein Vergleich der Werte bei paralleler Messung aller Mikrofone und nur eines Mikrofonpaares ergibt für die Phasen- und die Betragsabweichungen folgende Verbesserungen:

| Frequenz | min. Soll | alt Ist (Standardabw.) | neu Ist (Standardabw.) |
|----------|-----------|------------------------|------------------------|
| 125 Hz   | 0,23°     | 4,2°                   | 0,009°                 |
| 250 Hz   | 0,46°     | 2,8°                   | 0,019°                 |
| 375 Hz   | 0,69°     | 1,85°                  | 0,044°                 |

Tab. 4.4: Verbesserungen der Phasendifferenz an einem Mikrofonpaar

| Frequenz | min. Soll | alt Ist (Standardabw.) | neu Ist (Standardabw.) |
|----------|-----------|------------------------|------------------------|
| 125 Hz   | 0,11%     | 6,6%                   | 0,02%                  |
| 250 Hz   | 0,11%     | 8,0%                   | 0,03%                  |
| 375 Hz   | 0,11%     | 10,8%                  | 0,11%                  |

Tab. 4.5: Verbesserungen der Betragsdifferenzen an einem Mikrofonpaar

Dieses bedeutet, dass unter Einsatz einer besseren Hardware die geforderten Betrags- und Phasendifferenzen zwischen beiden Mikrofonkreisen mit ausreichender Genauigkeit messtechnisch erfasst werden können. Dieses bedeutet aber auch, dass mit dem eingesetzten DSP-System bzw. dem Analog-Digital-Konverter der Online-Betrieb nicht durchgeführt werden kann. Unter Online-Betrieb wird die parallele Analyse des Primärfeldes, Berechnung des Sekundärfeldes und dessen Ausgabe verstanden. Im Gegensatz dazu ist der Offline-Betrieb als ein Betrieb gekennzeichnet, bei dem die Verarbeitungsschritte zeitlich getrennt durchgeführt werden.

#### 4.7.3. Auslöschung

Im folgenden Abschnitt wird die Überlagerung des Lärmschallfeldes (primär) mit dem Kompensationsschallfeld (sekundär) untersucht und eine Aussage über den Grad der Auslöschung im resultierenden Schallfeld gemacht.

Die Auslöschung des Lärmschallfeldes wird aus den oben beschriebenen Gründen im Offline-Betrieb durchgeführt. Hierzu wird mittels der DAC-Karte ein fest definiertes Schallfeld über eine der Lärmschallquellen ausgegeben. Dieses Primärfeld wird mit dem in Kap. 4.7.2 vorgestellten Verfahren an den Mikrofonpositionen nacheinander erfasst und die Werte werden gespeichert. Danach werden diese Werte synchron zu dem Primärfeld statt aus der ADC-Karte aus dem Speicher gelesen und weiterverarbeitet. Somit kann die Berechnung des sekundären Schallfeldes erfolgen, ohne das primäre Schallfeld über die beiden Mikrofonkreise online erfasst werden muss. Durch Ausführung des Antischallalgorithmus werden die entsprechenden Signalverläufe für die 9 Lautsprecher bestimmt und über diese ausgegeben. Es kommt zur Überlagerung beider Schallfelder. Wenngleich damit die messtechnische Onlinefähigkeit nicht unter Beweis gestellt werden kann, zeigt dieses jedoch die zeitliche Onlinefähigkeit des erstellten Systems.

Es folgt für verschiedene Frequenzen die Darstellung des primären Schalldruckfeldes und der Betragsverlauf des resultierenden Schallfeldes im Analysearray.

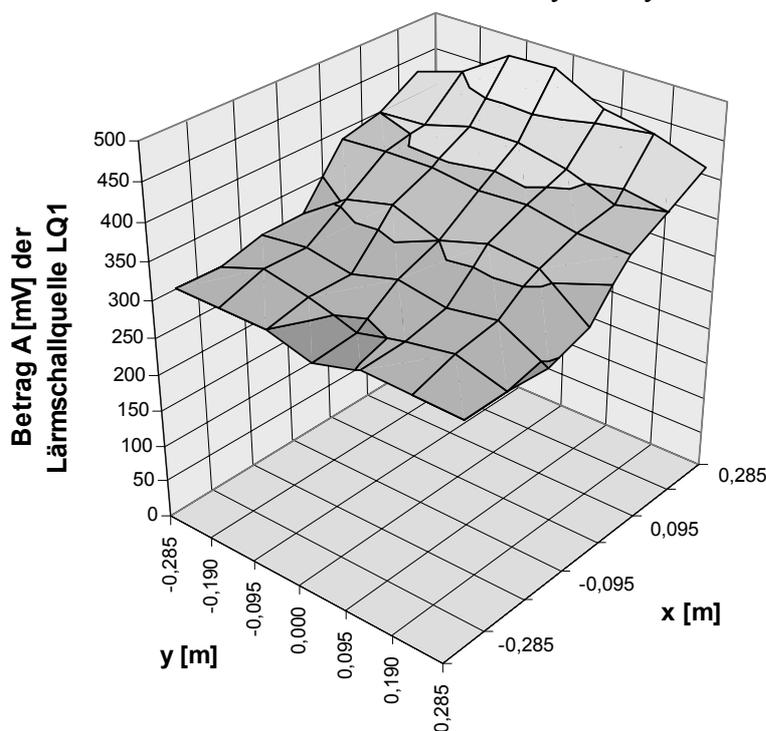


Abb. 4.45: Betragsverlauf der primären Schallquelle LQ1 für  $f = 300$  Hz

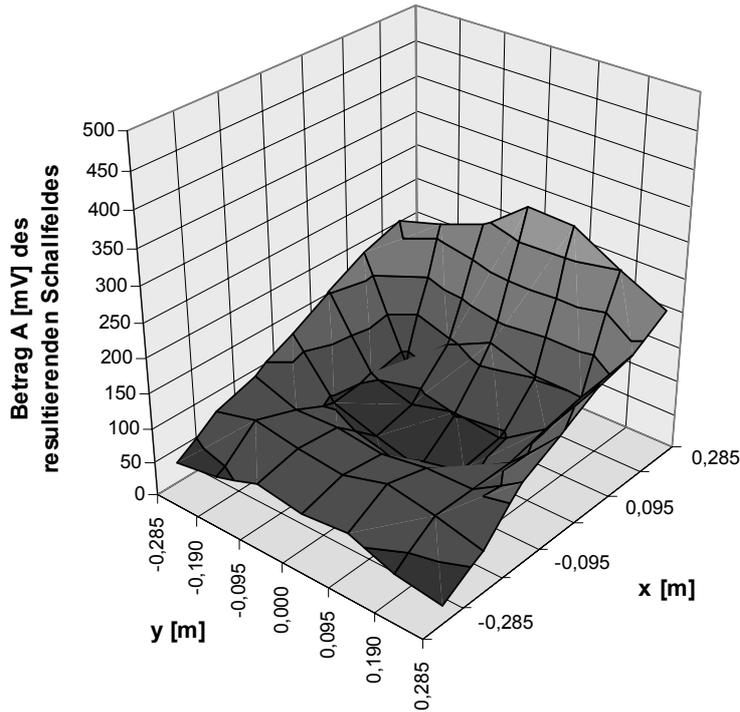


Abb. 4.46: Betragsverlauf des resultierenden Schallfeldes für  $f = 300$  Hz (aus Ref. 1)

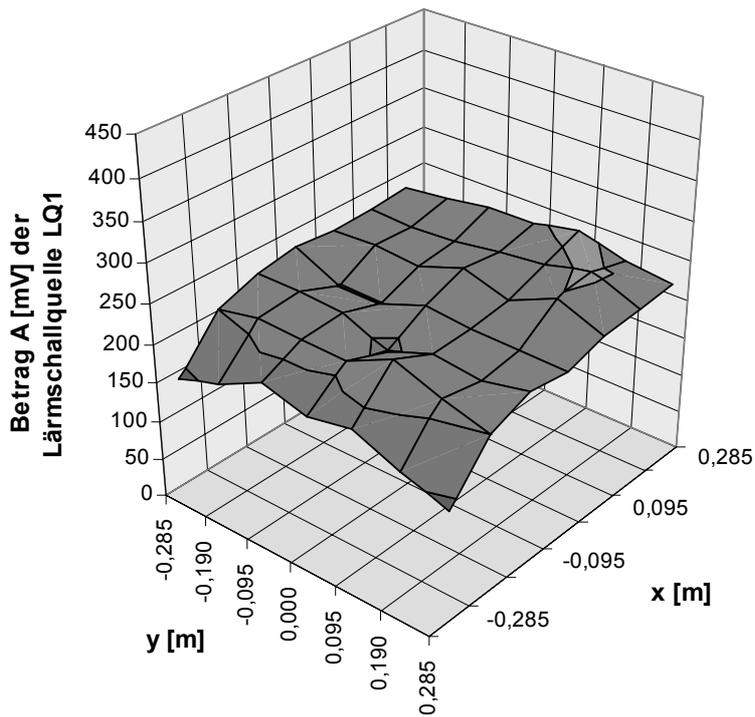


Abb. 4.47: Betragsverlauf der primären Schallquelle LQ1 für  $f = 500$  Hz (aus Ref. 1)

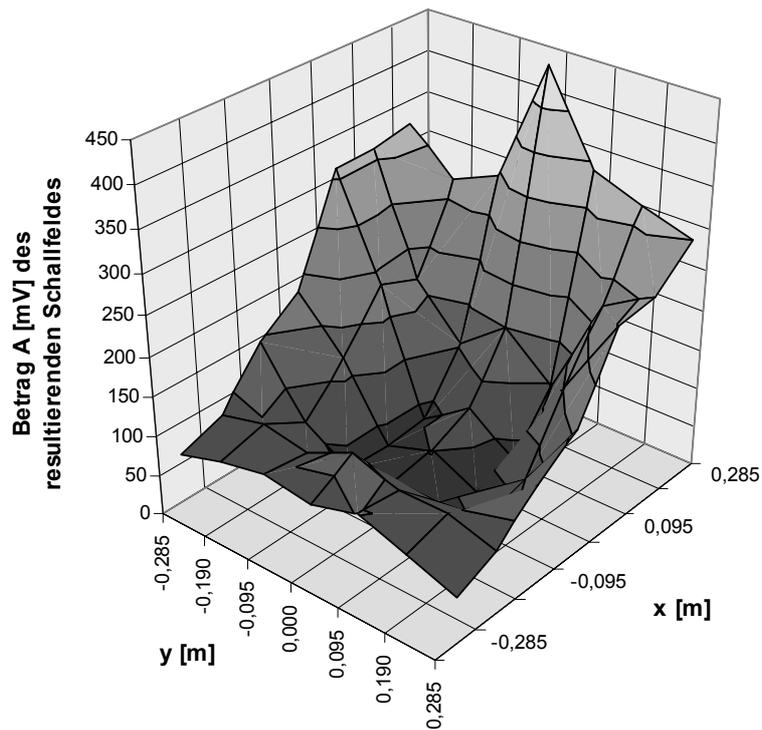


Abb. 4.48: Betragsverlauf des resultierenden Schallfeldes für  $f = 500$  Hz (aus Ref. 1)

Die grafische Darstellung veranschaulicht deutlich, wie das primäre Schallfeld, aus Richtung positiver x-Achse kommend, durch die Überlagerung mit dem sekundären Schallfeld im Kreisinneren gedämpft wird.

Weiterhin wird über alle 37 Mikrofonpositionen der Mittelwert der Dämpfung im Analysearray ermittelt. Die mittlere Dämpfung im Analysearray liegt je nach betrachteter Frequenz zwischen 10dB und 7dB. Die maximal erreichte Dämpfung an ausgewählten Mikrofonpositionen im Kreisinneren liegt bei etwa 20dB. Die erzielte Dämpfung im Kreisinneren wird zur Verdeutlichung in Abb. 4.49 und Abb. 4.50 grafisch dargestellt.

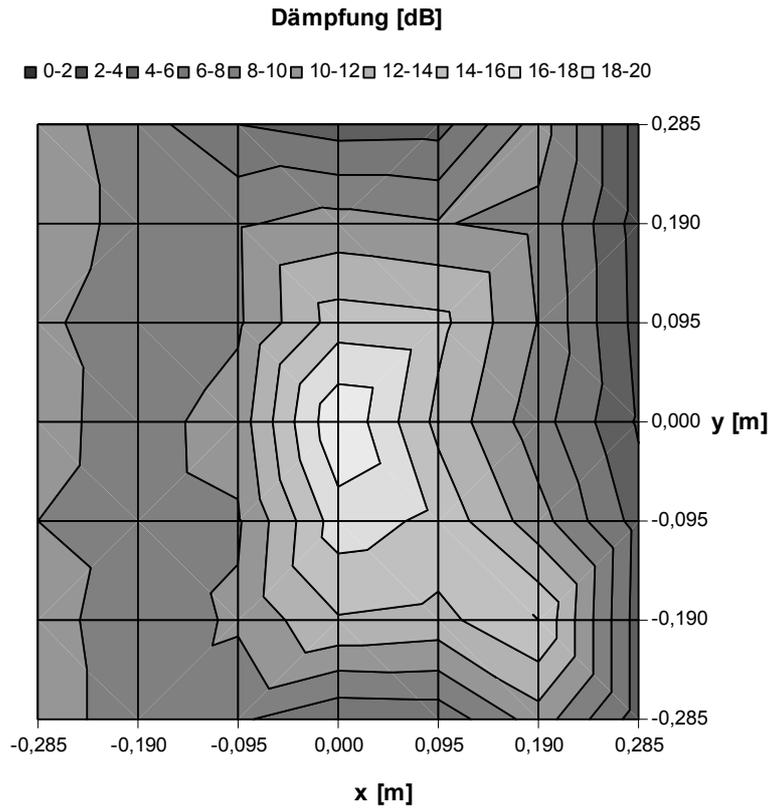


Abb. 4.49: Erzielte Dämpfung im Kreisinneren für  $f = 300$  Hz (aus Ref. 1)

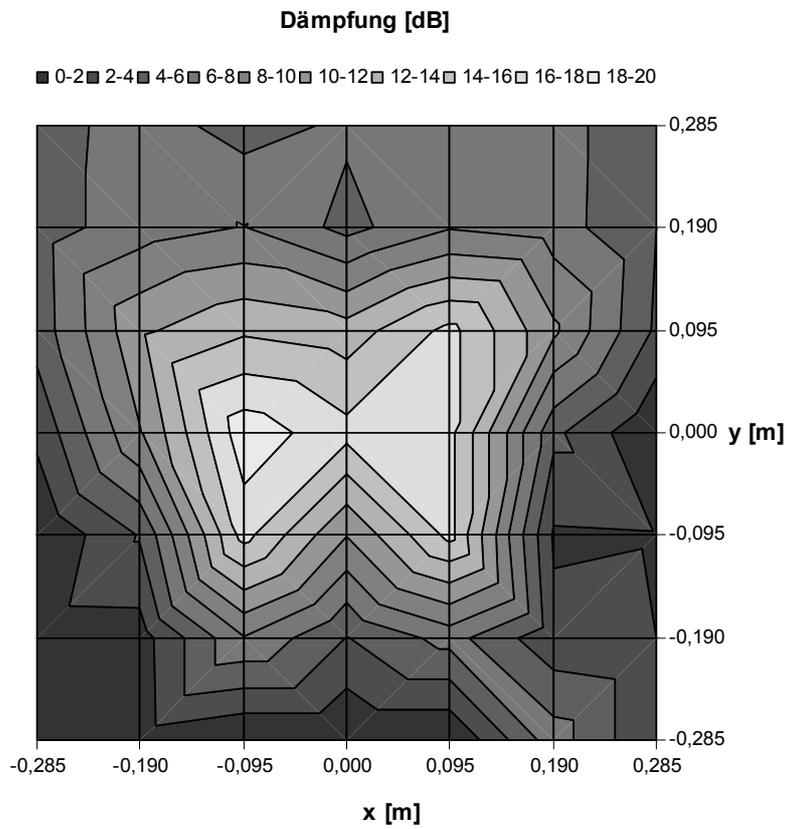


Abb. 4.50: Erzielte Dämpfung im Kreisinneren für  $f = 500$  Hz (aus Ref. 1)

#### 4.8. Diskussion des Onlinebetriebes

Im Gegensatz zu dem hier vorgestellten Offlinebetrieb sind im realen Onlinebetrieb einige weitere Einflüsse auf das System zu berücksichtigen: Zum einen werden die Sekundärquellen sowohl auf direktem Wege als auch über Reflexion auf die Mikrofonpositionen zurückwirken. Zum anderen können innere Störquellen zu unerwünschten Systemreaktionen führen.

Wie bereits in Kap. 3.2.1.1 bzw. in Kap. 9.4 gezeigt wurde, führen im eindimensionalen Modell innere Schallquellen zu keinen Gegenschallsignalen an den beiden Sekundärquellen. Dieses gilt ebenso im zweidimensionalen Fall (Ref. 27). Dazu wurde in den Simulationen eine Quelle in dem ruhig zu stellenden Raum positioniert und wie erwartet führte dieses bei einem hohen Rang zu keinem Antischallfeld. Bei kleineren Rängen und bei asymmetrischer Lage zu den Mikrofonpositionen führt die nun gröbere Ortsdiskretisierung zu einem Fehler in der Erkennung der Schallquellen. Da die Sekundärquellen jedoch bei dem Kreismodell symmetrisch angeordnet sind, löschen sich die Fehler gegenseitig aus und das System reagiert auch für nahe Quellen wie erwartet (Kap. 3.2.2.2.3). Lediglich für nichtsymmetrische Anordnungen die in Kap. 3.2.2.2.5 untersucht wurden, führen die Sekundärquellen bei kleineren Rängen zu einem nicht unerheblichen Fehler. In solchen Systemen können Rückwirkungen durch eine explizite Berücksichtigung der Übertragungsfunktionen von Sekundärquellen auf die Mikrofonpositionen ausgeschlossen werden. Dazu ist jedoch ein wesentlich höherer Rechenaufwand nötig.

Reflexionen des sekundären Schallfeldes an Flächen außerhalb des Systems können dazu führen, dass ein Teil der Schallwellen in den ruhig zu stellenden Bereich zurückgeworfen wird. Dieses Schallfeld wird ebenso wie andere Primärfelder erfasst und ausgelöscht. Bei bestimmten Anordnungen von mehreren konkaven Reflexionsflächen kann es zu einer Rückkopplung kommen. In der Praxis kann die Rückkopplung durch veränderte Positionierung des Systems bzw. durch Dämpfung der Reflexionsflächen unterdrückt werden. Neben den Sekundärquellen können auch andere innere Störquellen existieren. Diese werden in der Regel sich unterhaltende Menschen sein. Da jedoch bei den untersuchten Ausmaßen des Systems die Rückwurfzeiten unter 1 ms liegen, liegt der relative Rückwurfpegel bei etwa -8 dB, ab dem das Echo wahrnehmbar wird (Ref. 36). Bei einer ausreichenden Dimensionierung des Ranges sind die erzeugten Rückwürfe in der Regel unterhalb der Verdeckungsschwelle. Erst bei kleineren Rängen des Systems wird das Echo hörbar. Weitere Folgeechos werden durch die typischerweise symmetrische Anordnung der Sekundärquellen wieder unterdrückt.

Diese Diskussion zeigt, dass im Onlinebetrieb zwar mit weiteren Einflüssen zu rechnen ist, diese aber durch das System bereits berücksichtigt werden bzw. durch eine entsprechende Auslegung des Systems die Dämpfung nicht beeinträchtigt wird.

#### 4.9. Zusammenfassung des Kapitels

Die Messungen zur Felderzeugung haben gezeigt, dass die Umsetzung des Antischallalgorithmus praktisch umsetzbar ist. Die Verarbeitung in Echtzeit ist mit dem eingesetzten System erreicht worden. Die Wiedergabe des sekundären Schallfeldes mittels der 9 Lautsprecher führt für Frequenzen bis etwa 600 Hz zu einer guten Reproduktion des Primärfeldes, wie am Beispiel einer ebenen Welle gezeigt wurde.

Leider ließ die ADC-Karte bei den nötigen Abtastfrequenzen keine Parallelverarbeitung (Online-Betrieb) zu. Da es aber um den Nachweis der praktischen Umsetzbarkeit geht, wurde auf den Einsatz einer anderen Hardware verzichtet und die entsprechenden Signale in mehreren getrennten Schritten verarbeitet (Offline-Betrieb). Das unter diesen Voraussetzungen erzeugte Sekundärfeld wurde mit dem entsprechenden Primärfeld überlagert. Diese Überlagerung beider Schallfelder zeigte eine den Erwartungen entsprechende Dämpfung bis zu 20 dB innerhalb des Lautsprecherkreises. Die durchschnittliche Dämpfung liegt bei etwa 10dB.

Erste Ergebnisse eines dreidimensionalen Aufbaus mit einer „Zone der Ruhe“ von 1,5 m Durchmesser führen inzwischen zu Dämpfungen in dem betrachteten Bereich von 15-20 dB.

## 5. Ersetzung einer Linienschallquelle durch Punktschallquellen

Soll dieses ANC-System in einer Situation wie in Kapitel 1.3 als mögliche Anwendung vorgestellt eingesetzt werden, könnte das Kirchhoff-Integral in seiner dreidimensionalen Definition verwendet werden. Dieses würde jedoch zu einem von Lautsprechern umschlossenen Bereich führen. Daher wird eine in den möglichen Anwendungen oft anzutreffende Eigenschaft des Primärfeldes genutzt, um das System möglichst unauffällig zu gestalten und gleichzeitig den Aufwand an Hardware und Rechenleistung zu minimieren.

Diese wichtigste Grundannahme an die Primärfelder ist, dass das Primärfeld sich aus mehreren Schallfeldern zusammensetzt, die sich horizontal ausbreiten. Damit besteht keine Abhängigkeit in der Vertikalen. Ein solches Feld soll hier als 2½-dimensional bezeichnet werden.

Auch wenn jetzt noch weiter die Einschränkung gemacht wird, dass die Überlagerung und damit die gegenseitige Auslöschung des Primär- und Sekundärfeldes nur in einer horizontalen Ebene innerhalb der Zone der Ruhe von Interesse ist, so reduziert sich damit das Problem nur scheinbar auf zwei Dimensionen, denn die Ausbreitung bleibt 3-dimensional bestimmt. Deshalb genügt es in diesem Fall nicht, Punktquellen auf dem Rand der sich ergebenden, begrenzten Fläche zu positionieren, sondern Linienschallquellen, die senkrecht auf dieser Fläche stehen.

Es ist daher nötig zu untersuchen, in wie weit in der realen, dreidimensionalen Welt eine Linienschallquelle durch Punktschallquellen nachgebildet werden kann. Eine Linienschallquelle kann als unendlich dichte Belegung einer Linie mit Punktschallquellen angesehen werden. Daraus folgt, dass eine Linienschallquelle mit einer hohen Anzahl von Punktquellen beliebig angenähert werden kann. Bei der Umsetzung in die Praxis ist es jedoch wichtig, bei einem gegebenen maximal erlaubten Fehler, die Linienquelle mit einer möglichst geringen Anzahl von Punktschallquellen in einem definierten Feldbereich nachzubilden.

### 5.1. Modellbildung

Zunächst wird festgelegt, welche Parameter vorgegeben werden, und welche variabel sind. Variable Größen sind Frequenz, Anzahl und Position der Punktlautsprecher und Amplitude und Phase der Lautsprecher signale. Weiterhin kann der zu optimierende Feldbereich definiert werden. Bei dem ersten Optimierungsschritt wird die Dicke des zu optimierenden Feldbereiches zu Null angenommen. Die Optimierung wird in Abhängigkeit von der Frequenz durchgeführt. Obwohl es möglich ist, abhängig von der Frequenz optimale Lautsprecherpositionen zu bestimmen, kann in der Praxis nur eine bestimmte Kombination von Positionen für alle Frequenzen benutzt werden. Daher ist eine möglichst optimale Positionierung der Lautsprecher für alle Frequenzen zu finden.

### 5.2. Optimierungsansatz

Bei der analytischen Lösung werden die Gleichungen schnell unlösbar, wenn die exakte Lösung für das zweidimensionale Feld angesetzt wird. Daher wird hier die Näherung für das Fernfeld einer Linienquelle angewandt. Der Schalldruck  $p_L$  im Abstand  $r$  ergibt sich dann mit:

$$p_L(r, t) = \frac{a_{L0}}{\sqrt{r}} \cdot e^{j(\omega t - kr + \varphi_{L,0})} \quad (5.1)$$

Der Schalldruck  $p_P$  einer Punktquelle ist gegeben mit:

$$p_P(r, t) = \frac{a_{P0}}{r} \cdot e^{j(\omega t - kr + \varphi_{P,0})} \quad (5.2)$$

Der erste und einfachste Fall ist eine Punktquelle in einem Abstand  $z$  von der zu optimierenden  $xy$ -Ebene. Es zeigt sich schnell, dass diese Minimallösung zu großen Fehlern in der Rekonstruktion führt und als generell ungeeignet ausscheidet.

Daher wird hier die Optimierung für zwei Quellen betrachtet. Zunächst werden die Gleichungen (5.1) und (5.2) zeitunabhängig und normiert umgestellt:

$$p'_L(r) = \frac{a_L}{\sqrt{r}} \cdot \sin\left(\varphi_{L,0} - \frac{2\pi r}{\lambda}\right) \quad (5.3)$$

$$p'_P(r) = \frac{a_P}{r_P} \cdot \sin\left(\varphi_{P,0} - \frac{2\pi r}{\lambda}\right) \quad (5.4)$$

Abb. 5.1 zeigt die Konfiguration für zwei Punktquellen  $P_1$  und  $P_2$  im Abstand  $z_1$  und  $z_2$  von der zu optimierenden Ebene.

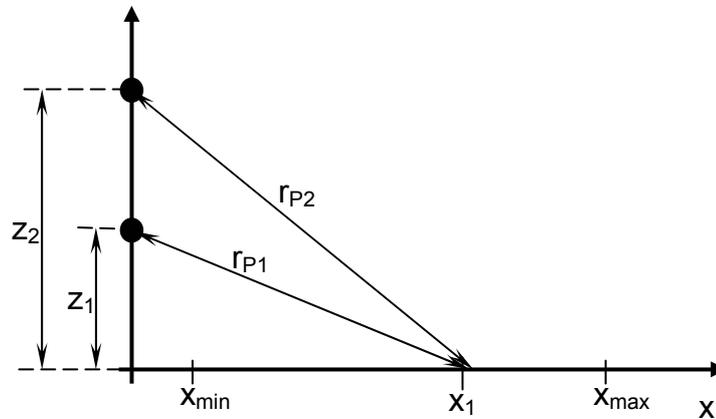


Abb. 5.1: Modell für zwei Punktquellen

Da eine Punktquelle in  $z$  den gleichen Schalldruck in der  $xy$ -Ebene erzeugt, wie eine Punktquelle in  $-z$ , braucht die Optimierung nur für  $z$ -Werte größer Null durchgeführt werden. Die Überlagerung der zwei Quellen führt zu dem Ausdruck

$$p'_{total}(x_1) = a_{total} \cdot \sin\left[\varphi_{total} - \frac{2\pi x_1}{\lambda}\right] \quad (5.5)$$

mit

$$a_{total}(x_1) = \sqrt{\frac{a_{P1}^2}{r_{P1}^2} + \frac{a_{P2}^2}{r_{P2}^2} + 2 \frac{a_{P1} a_{P2}}{r_{P1} r_{P2}} \cdot \cos\left[\varphi_{P2} - \varphi_{P1} - \frac{2\pi(r_{P2} - r_{P1})}{\lambda}\right]} \quad (5.6)$$

$$\varphi_{total}(x_1) = \arctan\left[\frac{\frac{a_{P1}}{r_{P1}} \cdot \sin\left(\varphi_{P1} - \frac{2\pi r_{P1}}{\lambda}\right) + \frac{a_{P2}}{r_{P2}} \cdot \sin\left(\varphi_{P2} - \frac{2\pi r_{P2}}{\lambda}\right)}{\frac{a_{P1}}{r_{P1}} \cdot \cos\left(\varphi_{P1} - \frac{2\pi r_{P1}}{\lambda}\right) + \frac{a_{P2}}{r_{P2}} \cdot \cos\left(\varphi_{P2} - \frac{2\pi r_{P2}}{\lambda}\right)}\right] + \frac{2\pi x_1}{\lambda} \quad (5.7)$$

und

$$r_{P1} = \sqrt{z_1^2 + x_1^2} \quad (5.8)$$

$$r_{P2} = \sqrt{z_2^2 + x_1^2} \quad (5.9)$$

Ein Punkt auf der  $x$ -Achse bei  $x_1$  soll nach der Optimierung sowohl in Amplitude als auch in der Phase dem Feld der idealen Linienschallquelle entsprechen.

$$a_{total}(x_1) = 1/\sqrt{x_1} \quad \text{und} \quad \varphi_{total}(x_1) = \varphi_L(x_1) \quad , \quad (5.10), (5.11)$$

Sowohl der Fehler der Amplitude als auch der Fehler der Phase wird durch einen LMS-Algorithmus berechnet. Dabei wird der Fehler über den Betrag der Differenz zwischen Linienquelle und Ersatzquelle integriert. Der mittlere Fehler im betrachteten Abstandsbereich zwischen  $x_{min}$  und  $x_{max}$  ergibt sich als:

$$\overline{error^2} = \frac{1}{x_{max} - x_{min}} \int_{x_{min}}^{x_{max}} \left( a_{total}^2 + \frac{1}{x} + 2 \frac{a_{total}}{\sqrt{x}} \cdot \cos[\varphi_{total}(x) - \varphi_L(x) - \pi] \right) dx \quad (5.12)$$

Der Algorithmus bestimmt die Variablen  $a_{s1}$ ,  $a_{s2}$ ,  $\varphi_{s1}$ ,  $\varphi_{s2}$ ,  $z_1$  und  $z_2$  entsprechend der Wellenlänge. GleichermäÙen kann eine Optimierung für drei Punktschallquellen vorgenommen werden.

Bei der Optimierung ist grundsätzlich noch anzumerken, dass bei dreidimensionalen Feldbetrachtungen die Fläche, die ein bestimmter Abschnitt auf der x-Achse rund um die z-Achse aufspannt proportional mit  $r$  zunimmt. Je nach betrachtetem zu optimierendem Bereich wäre es möglich deshalb den Fehler einer bestimmten Entfernung  $r$  noch mit  $r$  zu wichten. Bei der Anwendung dieser Linienquellenersetzung im ANC-System werden jedoch die einzelnen Quellen in jedem Feldpunkt linear aufsummiert. Daher wird hier eine Gleichgewichtung aller Feldpunkte unabhängig von der Entfernung verwendet.

### 5.2.1. Optimierung für eine Ebene

Zunächst wird der zu optimierende Bereich auf  $x_{min}=0,1$  m bis  $x_{max}=0,7$  m festgelegt. Dieser Bereich wird gewählt, um eine den Experimentalaufbau angepasste Konfiguration zu finden. Auch der betrachtete Frequenzbereich wird entsprechend gewählt. Abb. 5.2 bis Abb. 5.4 zeigen die für zwei Punktquellen ermittelten optimalen Parameter für die Position der beiden Quellen, sowie die Amplitude und Phase der Signale beider Quellen.

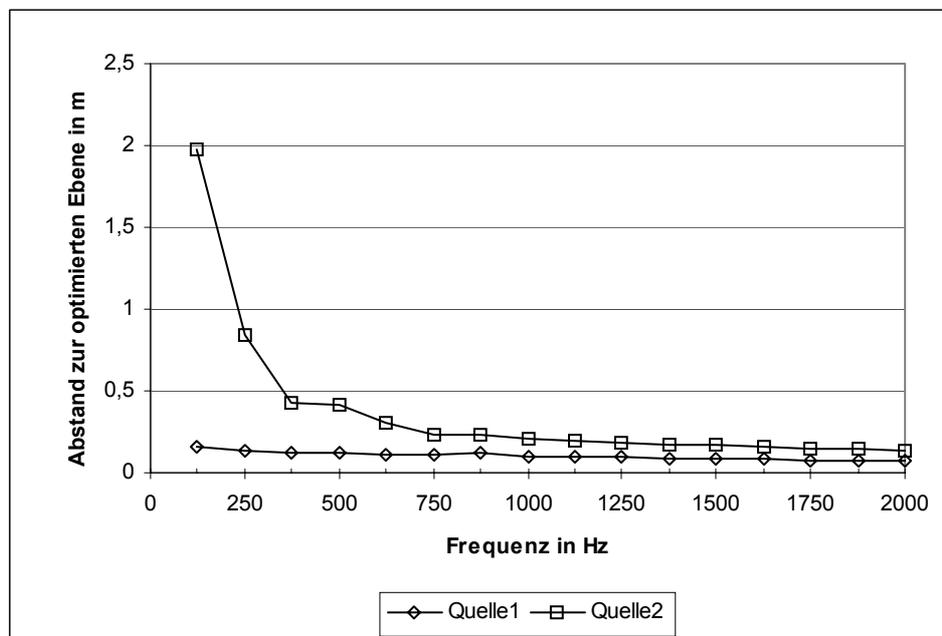


Abb. 5.2: Optimale Quellpositionen für 2 Punktquellen

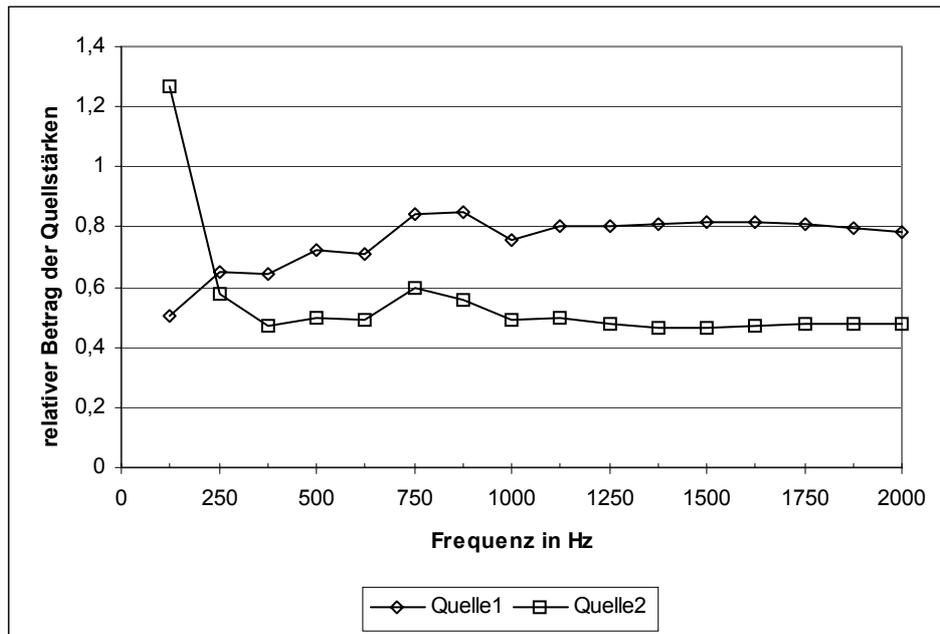


Abb. 5.3: Betragswerte der Quellstärken bei optimalen Quellpositionen für 2 Punktquellen

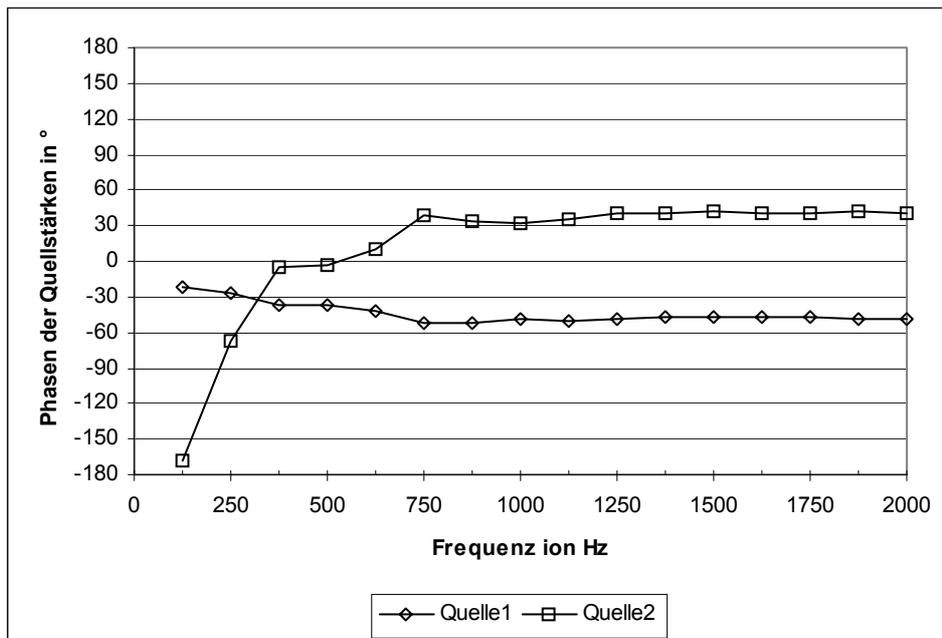


Abb. 5.4: Phasenwerte der Quellstärken bei optimalen Quellpositionen für 2 Punktquellen

Es ist zu erkennen, dass für tiefe Frequenzen der optimale Abstand der Quellen weiter von der zu optimierenden Ebene entfernt liegt, während für hohe Frequenzen die optimale Position näher an die Ebene heranrückt. Die Quellstärken für beide Punktquellen sind über einen großen Bereich konstant und zeigen nur im tiefen Frequenzbereich eine große Variation. Es wird deutlich, dass alle Parameter, auch die optimalen Positionen der Punktschallquellen von der Frequenz abhängig sind.

Der bei den optimalen Quellpositionen auftretende Fehler (Glg. (5.12)) ist in Abb. 5.5 gezeigt.

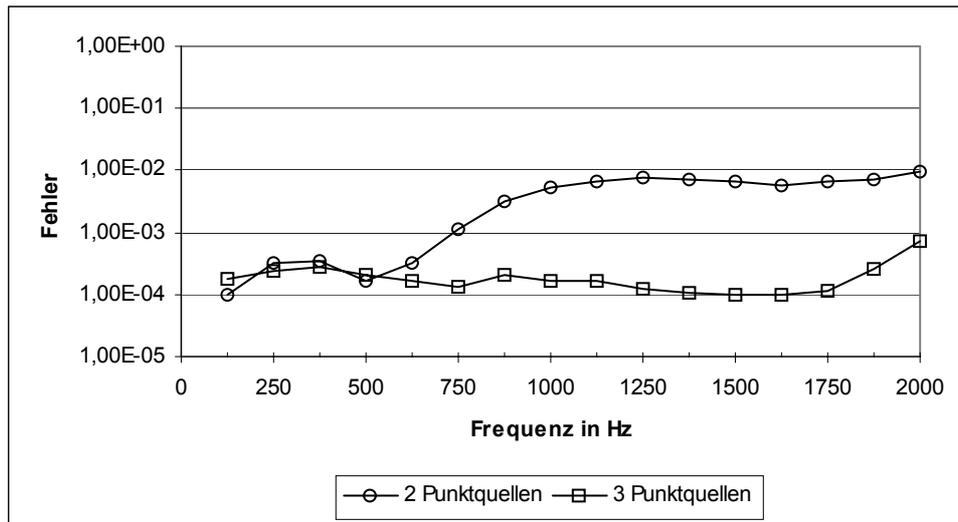


Abb. 5.5: Fehler bei optimalen Quellpositionen für 2 und 3 Punktquellen

Für Frequenzen oberhalb von 600 Hz wächst der Fehler an. Für Frequenzen oberhalb ca. 1000 Hz bleibt der Fehler auf hohem Niveau. In diesem Bereich reichen zwei Lautsprecher zur Optimierung nicht aus. Daher wird eine weitere Untersuchung mit drei Quellen vorgenommen. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Abb. 5.5 eingetragen und zeigen, dass nun auch in dem Frequenzbereich oberhalb von 600 Hz der Fehler auf niedrigem Niveau bleibt. Für drei Quellen ergeben sich die optimalen Positionen wie in Abb. 5.6 gezeigt:

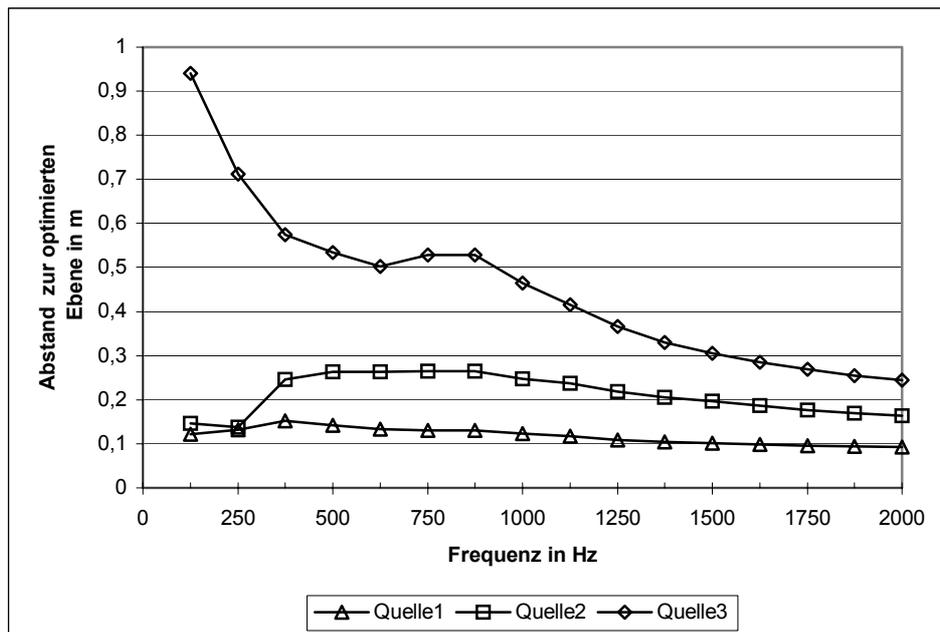


Abb. 5.6: Optimalen Quellpositionen für 3 Punktquellen

Da in der Praxis zwar für unterschiedliche Wellenlängen verschiedene Amplituden und Phasengänge aber nicht verschiedene Höhen  $z$  implementiert werden können, ist es nötig, eine feste Position für die Punktschallquellen vorzugeben. Dabei ist die Ausdehnung des Bereiches  $x_{\min}$  bis  $x_{\max}$  und der Frequenzbereich zu beachten. Abb. 5.2 und Abb. 5.7 sind für die Bestimmung der optimalen festen Positionen hilfreich: Um auch im Frequenzbereich von 800 Hz bis 1 kHz eine gute Rekonstruktion der Linienquelle zu ermöglichen, sollten zwei Quellen bei 0,15 m und 0,3 m liegen; für tiefe Frequenzen zwischen 100 Hz und 250 Hz wird eine dritte Quelle bei 0,6 m platziert. Bei einer Linienschallquellenersetzung mit nur zwei Punktquellen werden die drei möglichen Varianten der Quellpositionen mit den Positionen

0,15 m, 0,3 m und 0,6 m festgelegt. Danach wird die Optimierung für die Phase und Amplitude der Quellstärken mit diesen festen Positionen erneut durchgeführt. Abb. 5.8 zeigt die neuen Ergebnisse:

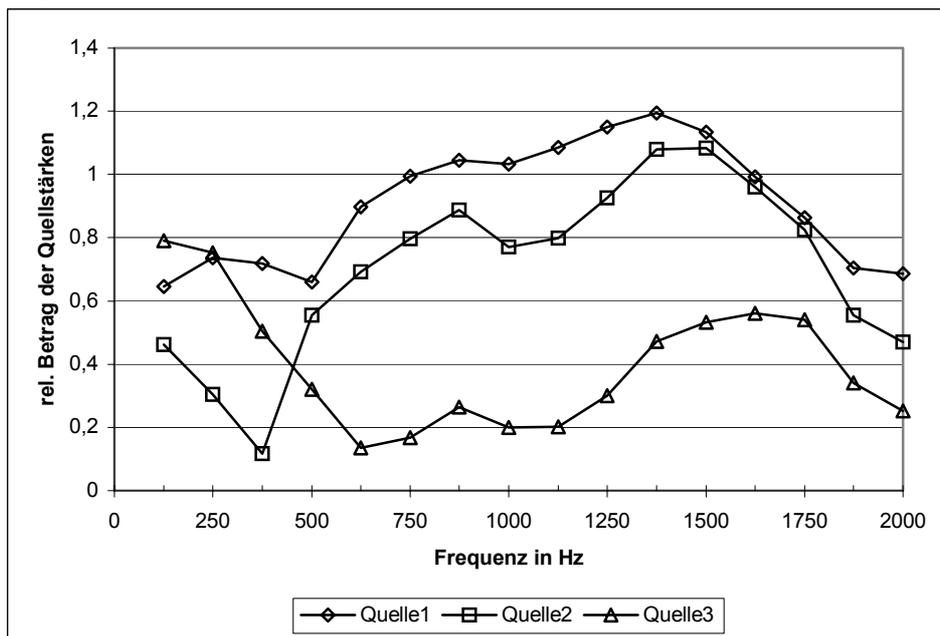


Abb. 5.7: relativer Betrag der Quellstärken der optimierten Quellen über die Frequenz bei festgelegten Positionen für 3 Quellen

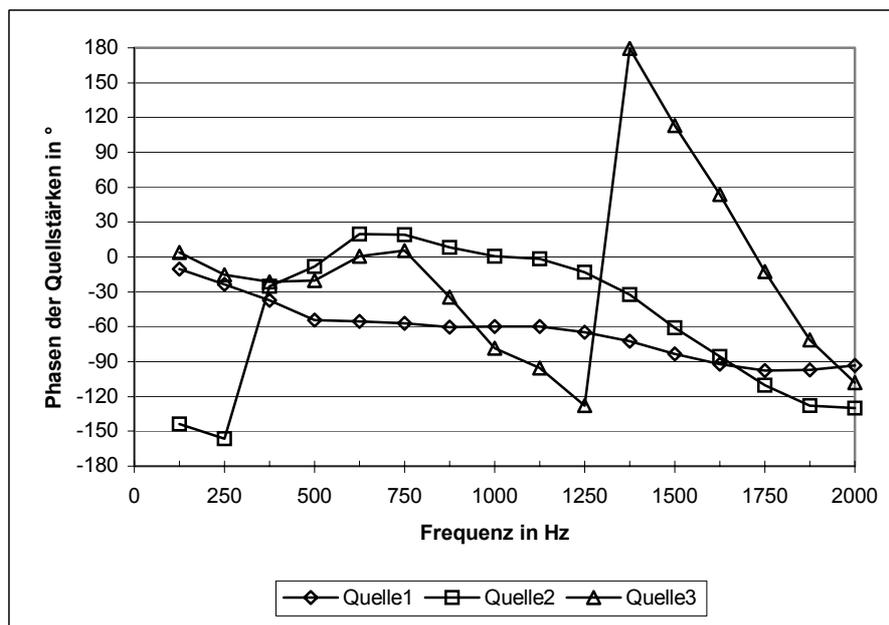


Abb. 5.8: relative Phasen der optimierten Quellen über die Frequenz bei festgelegten Positionen für drei Quellen

Es zeigt sich, dass zu tiefen Frequenzen keine Tendenz in der Amplitude und Phase zu erkennen ist, wie es bei den Frequenzen ab ca. 500 Hz der Fall ist. Eine genauere Untersuchung bringt hervor, dass für 3 Quellen gerade bei tiefen Frequenzen mehrere Minima existieren. Damit ist es vom Startwert des LMS-Algorithmus abhängig, welches Minimum gefunden wird.

Durch die Festlegung der Quellpositionen anhand der variablen Positionsoptimierung ist es möglich, bei 3 Quellen den Fehler bei ca.  $10^{-3}$  gleich zu halten. Bei zwei Quellen vergrößert

sich jedoch der Fehler für die Frequenzen, für die die Positionen nicht im Optimum liegen. Abb. 5.9 zeigt die nach Festlegung der Positionen neu ermittelten Fehler.

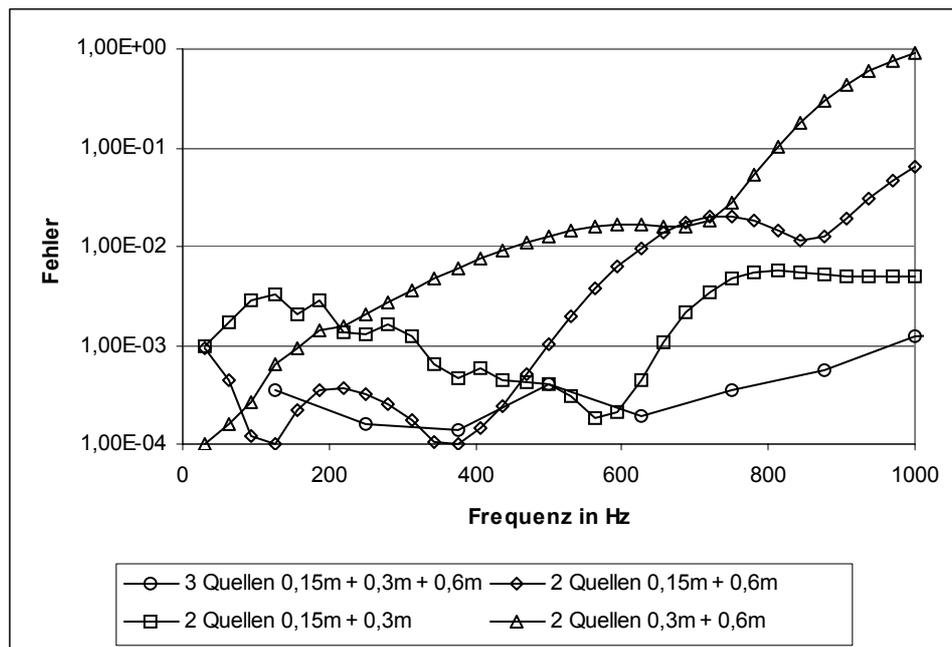


Abb. 5.9: Mittlerer relativer energetischer Fehler über die Frequenz für 2 bzw. 3 Punktquellen.

Der Vergleich der Werte aus Abb. 5.9 mit denen aus Abb. 5.5 zeigt deutlich den Einfluss der fixen Positionen. Für drei feste Quellen sinkt der Fehler im oberen betrachteten Frequenzbereich um den Faktor 10 im Vergleich mit zwei Quellen mit optimaler Lage, während der Fehler bei den tiefen Frequenzen auf gleichem Niveau bleibt. Für zwei Quellpositionen bietet sich die Konfiguration mit den Positionen 0,15 m und 0,3 m für höherfrequente Signale an, während die Konfiguration mit den Positionen 0,15 m und 0,6 m sich für tieferfrequente Signale besser eignet. Die dritte Kombination der Quellpositionen ist nur für sehr tief-frequente Signale geeignet. Dieses Verhalten ist bei dem Vergleich mit den optimalen Positionen zu erwarten. Gerade zu hohen Frequenzen hin spielt die Anzahl der Quellen eine sehr große Rolle für die optimale Anpassung an die ideale Funktion. Selbst bei drei Quellen steigt der Fehler über 1 kHz stark an. Daher zeigt Abb. 5.9 nur den Frequenzbereich bis 1 kHz. Durch die Anpassungsmöglichkeit der Quellpositionen an bestimmte Frequenzbereiche ist direkt zu ersehen, dass das System für schmalbandige Wellenlängenbereiche wesentlich besser zu optimieren ist als für breitbandige. Eine Tatsache sollte nicht unerwähnt bleiben: Es ist auf den ersten Blick verwunderlich, dass es Frequenzen gibt, in denen der Fehler von zwei festen Quellen kleiner ist, als der von drei Quellen. Dieses tritt vor allem bei tieferen Frequenzen auf, wo durch die höhere Anzahl der Parameter mehrere kleine Nebenminima in der Optimierungsfunktion existieren, die durch den LMS-Algorithmus gefunden werden. Dieser Fall tritt jedoch nur bei Berechnungen mit sehr kleinen Fehlerwerten auf, und stellt daher kein grundsätzliches Problem für die Optimierung dar.

### 5.2.2. Optimierung für eine Schicht

Bisher wurden die Optimierungen nur für eine Ebene in  $z = 0$  durchgeführt. Das führt dazu, dass die Schicht, in der das Ersatzfeld dem Feld einer Linienschallquelle ähnelt gerade bei hohen Frequenzen sehr dünn ist. Ebenso kann die Optimierung über eine Schicht mit einer bestimmten Dicke durchgeführt werden. Es werden deshalb weitere Berechnungen mit einer Schichtdicke von 0,3 m durchgeführt. Die Ergebnisse werden in Abb. 5.10 bis Abb. 5.12 gezeigt, in denen für 156 Hz, 500 Hz und 1 kHz die Dämpfung einer Linienquelle durch die

Ersatzschallquelle dargestellt ist. Der betrachtete Feldbereich ist 0 m bis 1 m, die Höhe ist  $\pm 0,5$  m, die zu optimierende Schicht liegt bei 0 m bis +0,3 m.

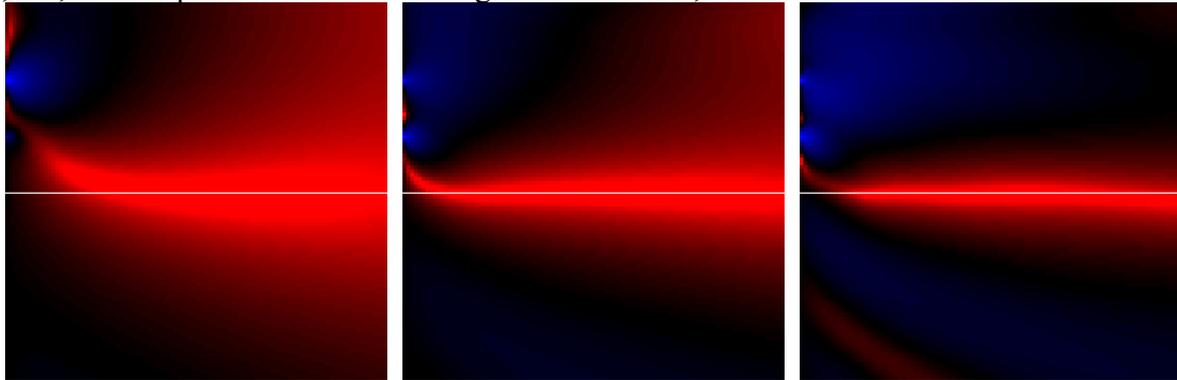


Abb. 5.10: Differenzbetrachtung zwischen Linien- und Ersatzschallfeld, 3 Quellen, Ebenenoptimierung, (intensivrot entspricht 20 dB Dämpfung des Linienfeldes, intensivblau 20 dB Verstärkung)

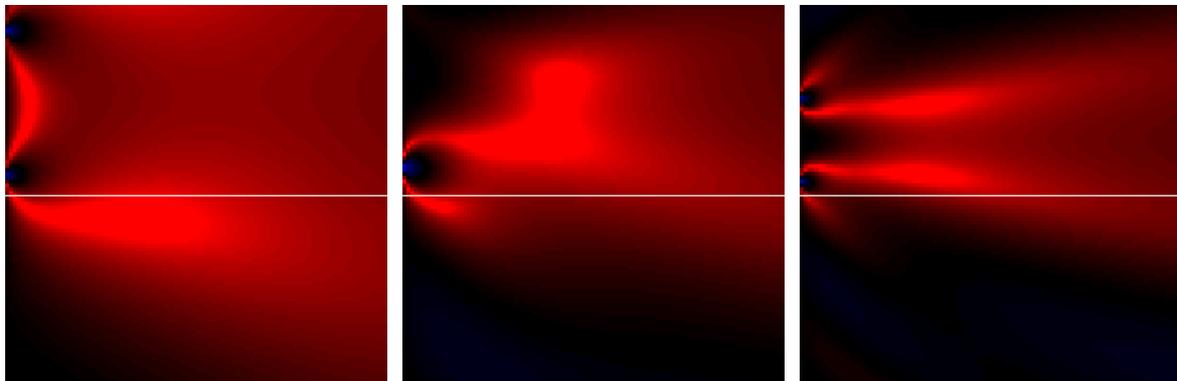


Abb. 5.11: Differenzbetrachtung zwischen Linien- und Ersatzschallfeld, 2 Quellen, 0,3 m Schichtdicke (intensivrot entspricht 20dB Dämpfung des Linienfeldes, intensivblau 20 dB Verstärkung)

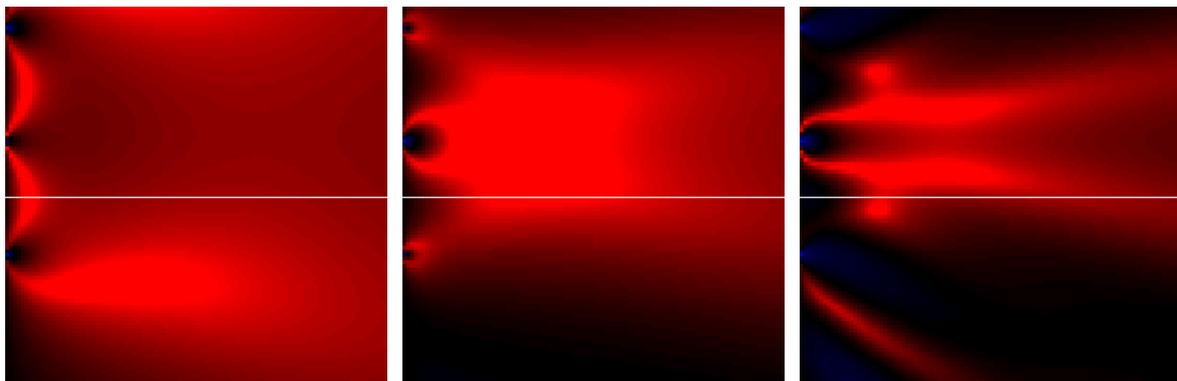


Abb. 5.12: Differenzbetrachtung zwischen Linien- und Ersatzschallfeld, 3 Quellen, 0,3 m Schichtdicke (intensivrot entspricht 20dB Dämpfung des Linienfeldes, intensivblau 20 dB Verstärkung)

Wie zu erwarten ergeben sich bei drei Punktquellen je Ersatzquelle wesentlich bessere Anpassungen als bei nur zwei Quellen. Bei der Untersuchung der optimalen Positionen für drei Quellen zeigt sich für hohe Frequenzen die Tendenz, dass eine Quelle in der Mitte der Schicht zu liegen kommt, während sich die zwei anderen Punktquellen symmetrisch dazu anordnen. Zu tiefen Frequenzen hin ergeben sich andere Konstellationen, die jedoch keine klare Tendenz zeigen. Auch hier werden vermehrt lokale Minima in der Fehlerfunktion gefunden.

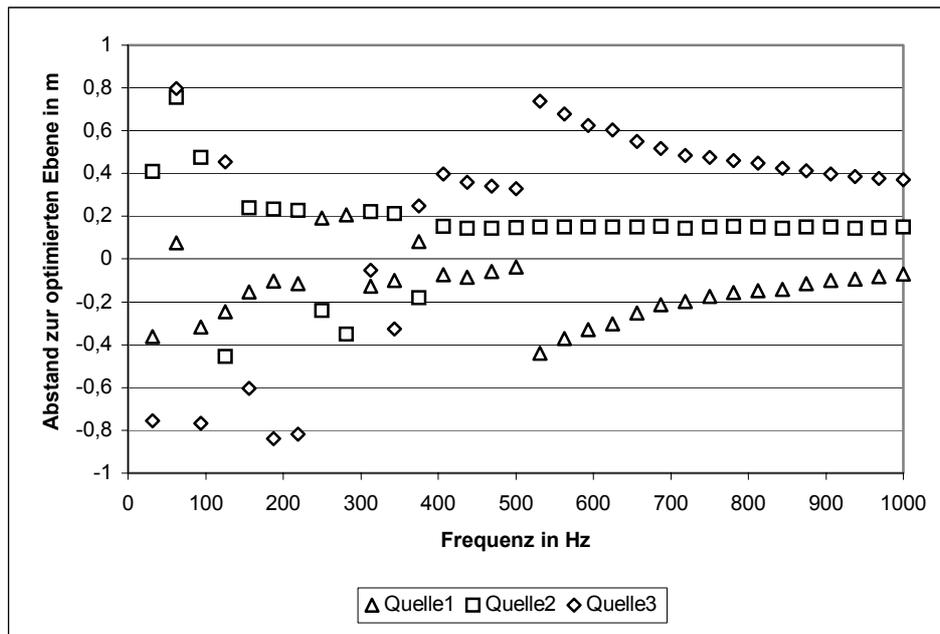


Abb. 5.13: Optimale Quellpositionen bei drei Quellen

Die Amplitudenwerte und Phasenwerte für die symmetrische Lage der Quellen sind dabei gleich. Gerade bei der Optimierung einer Schicht ist eine symmetrische Anordnung der Quellen sinnvoll, da eine solche Anordnung bei gleichen Parametern für Phase und Betrag zwangsläufig zu einem Feld in der Schichtmitte führt, bei dem alle  $d/dz = 0$  sind. Damit gelten die Optimierungen für die Ebene in der Mitte zwischen den beiden Quellen auch für die Bereiche in der Nähe dieser Ebene. Da in der Nähe von den Quellen die Krümmung des Schallfeldes stärker als für weiter entfernte Positionen ist, ist die Optimierung der gesamten Schicht für entfernte Bereiche besser als im Nahbereich.

Die aus den Untersuchungen gewonnenen Fehler werden in Abb. 5.14 gezeigt.

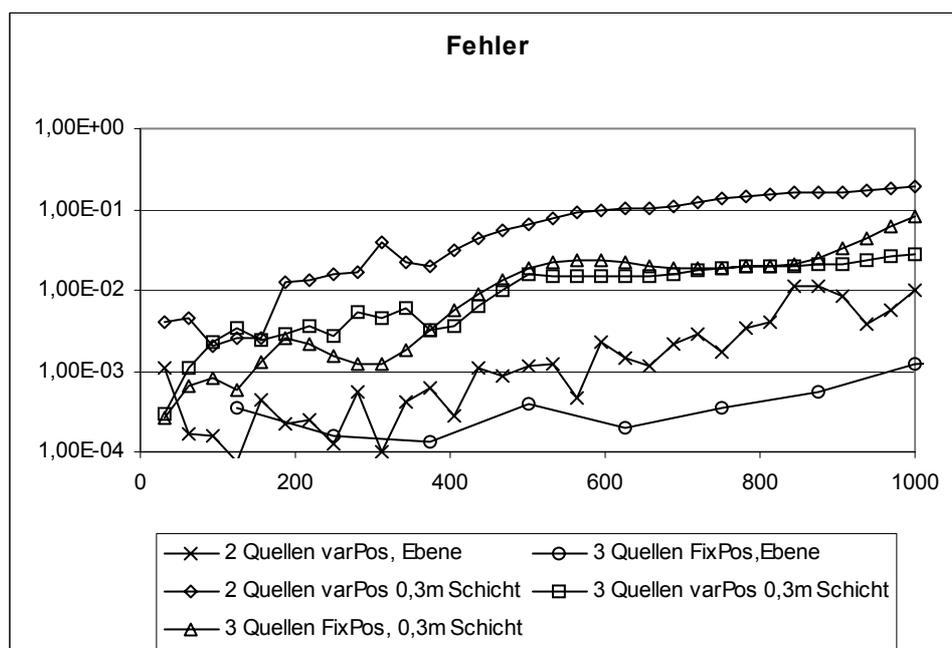


Abb. 5.14: Fehler verschiedener Feldoptimierungen

Bei dem Umstieg von Ebenenoptimierung auf Schichtoptimierung steigt der Fehler für zwei Quellen etwa um den Faktor 20-50, was eine deutliche Verschlechterung bedeutet. Für drei

Quellen steigt der Fehler nur noch um den Faktor 4 bei tiefen Frequenzen, zu hohen Frequenzen hin verschlechtert sich der Fehler um den Faktor 12. Allerdings liegt der Fehler für drei Quellen über den gesamten Frequenzbereich um den Faktor 8 unter dem für zwei Quellen. Gerade bei der Optimierung für eine Schicht zählt sich demzufolge die Hinzunahme weiterer Quellen aus.

Es zeigt sich bei Betrachtung aller Ergebnisse, dass eine gute Anpassung mit nur einer Quelle nur für kleine örtliche Ausdehnungen und schmal bandige Wellenlängenbereiche zu erreichen ist

Zwei Quellen führen bereits im betrachteten Feldbereich zu einer guten Approximation, bei drei Quellen ist auch für eine zu optimierende Schicht ein kleiner Fehler zu erreichen.

### 5.2.3. Optimierung bei Bodenreflexion

In den vorigen Kapiteln wurde gezeigt, dass mit dem Ansatz der Linienquellen und ihrer Nachbildung durch wenige Punktquellen der Fehler in der Approximation eines  $2\frac{1}{2}$ -dimensionalen Schallfeldes in einer Ebene oder innerhalb einer horizontalen Schicht deutlich gemindert werden kann. Die dortigen Betrachtungen sind aber in der Hinsicht idealisiert, dass Reflexionen jeglicher Art ausgeschlossen sind. Doch selbst bei Anwendungen unter Freifeldbedingungen ist diese Randbedingung unrealistisch, da zumindest die Reflexionen am Boden zu beachten sind. Diese werden in Ergänzung zu den vorigen Untersuchungen nun mit in die Berechnungen einbezogen. Abb. 5.15 zeigt die Konfiguration beim Ansatz mit zwei Punkt- und den zwei resultierenden Spiegelquellen. Die Reflexionen am Boden werden als ideal angenommen. Sicher können die Reflexionen komplexerer Natur sein, doch scheint dieser Ansatz zulässig, da sich die Betrachtungen auch aus anderen Gründen auf langwellige Schallanteile beschränken.

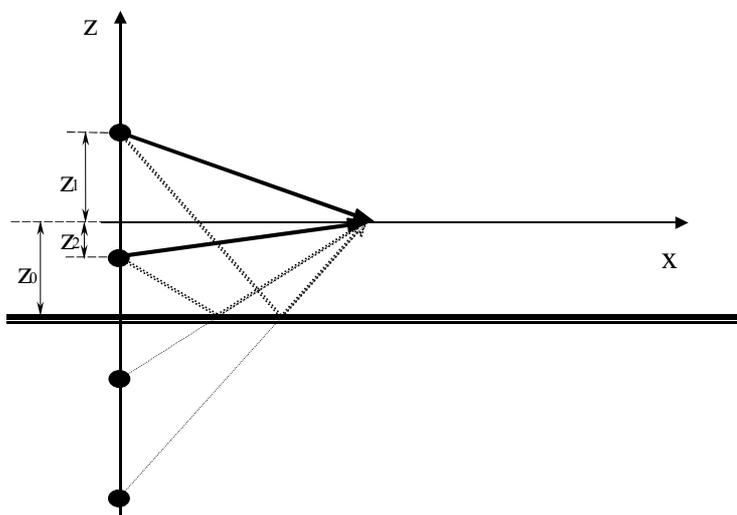


Abb. 5.15: Konfiguration mit zwei Punkt- und zwei Spiegelquellen; Abstimmung auf die Ebene  $z=0$ , Abstand  $z_0$  zum Boden

Wie oben wurden Berechnungen mit ein, zwei und drei Quellen durchgeführt, wobei die Frage im Raume stand, ob die Fehlerwerte bei Berücksichtigung der Bodenreflexionen gehalten werden können. Welche Fehler mit zwei und drei festen Quellen bei einer Reflexionsebene bei  $z = -1,5$  m erreicht werden können, zeigt die folgende Abbildung.

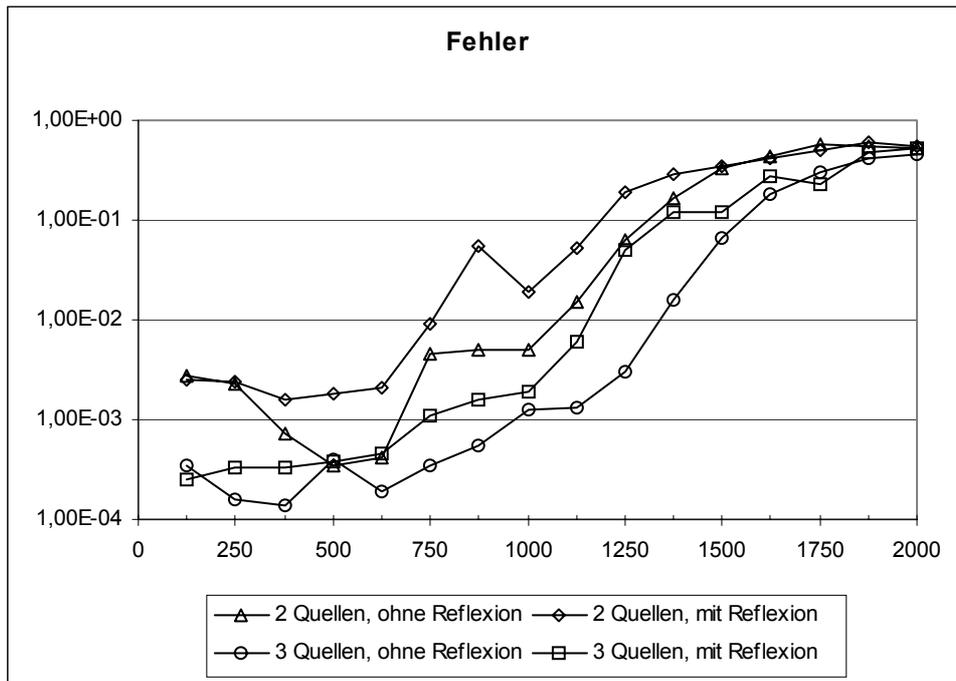


Abb. 5.16: Fehler bei zwei und drei Quellen unter Berücksichtigung von Bodenreflexionen bei festen Quellpositionen

Abb. 5.16 zeigt, dass ohne Bodenreflexion sich die Fehler in der Tendenz verringern. Es gibt jedoch einige Konstellationen (500 Hz und 675 Hz bei 2 Quellen und 1750 Hz bei 3 Quellen), bei denen die Spiegelquellen wie eine Vergrößerung der Anzahl von Ersatzquellen wirkt. Das ist darauf zurückzuführen, dass in diesen Konstellationen mit Bodenreflexion die faktisch zusätzlichen Quellen in Lage, Phase und Amplitude einer optimalen Konstellation ohne Bodenreflexion mit mehr freien Quellen nahe kommt. In der Regel wird das Einfügen einer Bodenreflexion jedoch eine Verringerung der Auslöschung mit sich bringen, da durch die feste Koppelung der Phasen und Amplituden der Spiegelschallquellen die Optimierung nicht mehr so effektiv durchgeführt werden kann. Weitere Untersuchungen zeigen, dass der Einfluss der Reflexion abnimmt, je weiter die Reflexionsebene von der optimierten Ebene entfernt liegt.

### 5.3. Fehler durch Reflexionen im betrachteten Feldbereich

Wird die unsymmetrische Anordnung der Punktquellen verwendet, bedeutet dieses, dass zwar der Schalldruck in der optimierten Ebene oder Schicht dem einer Linienschallquelle angenähert wird, jedoch kann sich je nach Anordnung eine Feldkomponente der Schallschnelle in z-Richtung ergeben. Befinden sich keine Reflexionskanten im Feldbereich, so spielt diese Komponente keine Rolle. Befindet sich aber ein Körper in dem Feldbereich, kann sich durch die Schnelle ein Druck aufbauen, der bei einer Linienschallquelle nicht vorhanden wäre. Dieses führt zu Verschlechterungen der Rekonstruktion. Daher ist eine symmetrische Anordnung und Ansteuerung der Ersatzquellen um die zu optimierende Ebene besser geeignet. Bei dieser Anordnung ist die Schnelle in der Mittelebene in z-Richtung immer Null und kann damit keinen Druck bei Einbringen einer Reflexionskante erzeugen. Bei einer Schichtbetrachtung folgt, dass die Gradienten der Schallschnelle und des Druckes um so größer werden, je weiter man sich von der Mittelachse entfernt. Wird die Bodenreflexion berücksichtigt, bedeutet das, dass eine symmetrische Anordnung nur dann möglich ist, wenn die zu optimierende Ebene mit dem Boden zusammenfällt. Das ist in der betrachteten Anwendung nicht der Fall. Es muss also die Anordnung so gewählt werden, dass die symmetrischen Anteile wesentlich größer sind als die asymmetrischen Anteile. Symmetrische Anteile sind die zur Ebene spiegelsymmetrisch angebrachten Punktquellen; asymmetrische Anteile sind die an dem Boden reflektierten Quellen. Im Fernbereich sind alle Quellen etwa gleich weit entfernt; symmetrische und asymmetrische Anteile sind nahezu gleich. Im Nahbereich sind die symmetrischen Quellen näher an der Ebene als die asymmetrischen und dominieren damit die Feldrekonstruktion.

## 5.4. Numerische Simulation

Da mit der Ersetzung der Linienschallquelle durch die Ersatzquellen die dritte Dimension hinzugekommen ist, werden nun weitere Untersuchungen über das zu erwartende Verhalten des vorgestellten Systems nötig. Dazu gehört in erster Linie die Ersetzung der Linienquellen, als auch die Untersuchung, in wie weit die Dreidimensionalität der Primärquelle Einfluss auf das System hat. Dabei wird anfangs noch ohne Berücksichtigung des Bodens gerechnet, im weiteren Verlauf wird auch dieser Einfluss untersucht.

### 5.4.1. Einfluss der Linienquellenersetzung

Wird in dem oben vorgestellten Simulationsprogramm die Ersetzung von Linienschallquellen durch Punktschallquellen benutzt, so ergeben sich Änderungen in den erreichten Dämpfungswerten. Da das Simulationsprogramm entsprechend der in der Praxis nicht möglichen variablen Quellpositionen für unterschiedliche Frequenzen konzipiert ist, werden hier nur Simulationen mit festen Quellpositionen vorgestellt. Die Änderungen für verschiedene Sekundärquellentypen werden in Abb. 5.17 gezeigt. Dabei wird für die Simulationen mit den oben festgelegten Positionen für die Ersatzquellen gearbeitet. Für zwei Punktschallquellen wird wegen des gleichmäßigeren Fehlers (s. Abb. 5.9) die Kombination mit den Positionen bei  $z_1 = -0,15$  m und  $z_2 = -0,3$  m gewählt.

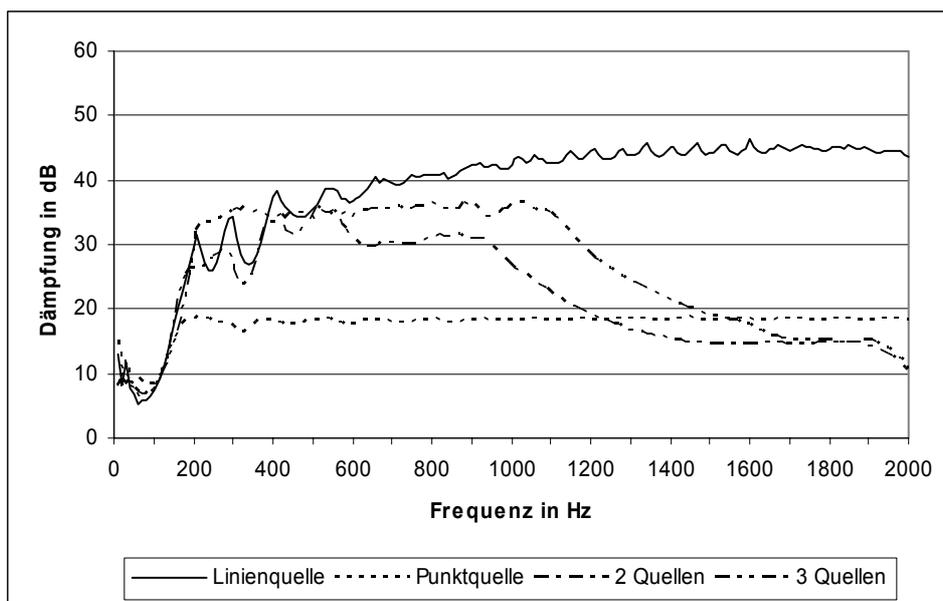


Abb. 5.17: Mittlere Dämpfungswerte bei verschiedenen Sekundärquellentypen bei 8 kHz Abtastfrequenz, Fourierfensterbreite 64 und Rang 64

Es fällt auf, dass sich für Punktquellen große Veränderungen ergeben, während für zwei und drei Punktquellen die erreichten Dämpfungen im Bereich bis 1 kHz noch dem der Linienschallquelle ähnlich sind. Für Frequenzen ab 1 kHz sinkt die zu erreichende Dämpfung für zwei und drei Quellen, bis die Dämpfung sogar unter der einer einfachen Punktschallquelle liegt. Bemerkenswert ist, dass selbst bei Ersetzung der Linienquellen durch einfache Punktquellen in dem betrachteten Feldbereich immer noch eine mittlere Dämpfung von über 18 dB erreicht werden kann.

Da die Kombination von 8 kHz Abtastfrequenz, Fourierfensterbreite von 64 Abtastwerten und einem Rang 64 nach Kap. 3.2.2 eine gute Dämpfung über den gesamten interessanten Bereich darstellt, werden alle folgenden Simulationen hiermit durchgeführt.

Gemäß Kap. 5.2.2 wird nun die Reduzierung der Dämpfung für verschiedene Höhen über der Optimierungsebene untersucht. Die Berechnung für drei optimale Punktquellen in verschiedenen Höhen außerhalb der Optimierungsebene ergibt folgenden Grafen:

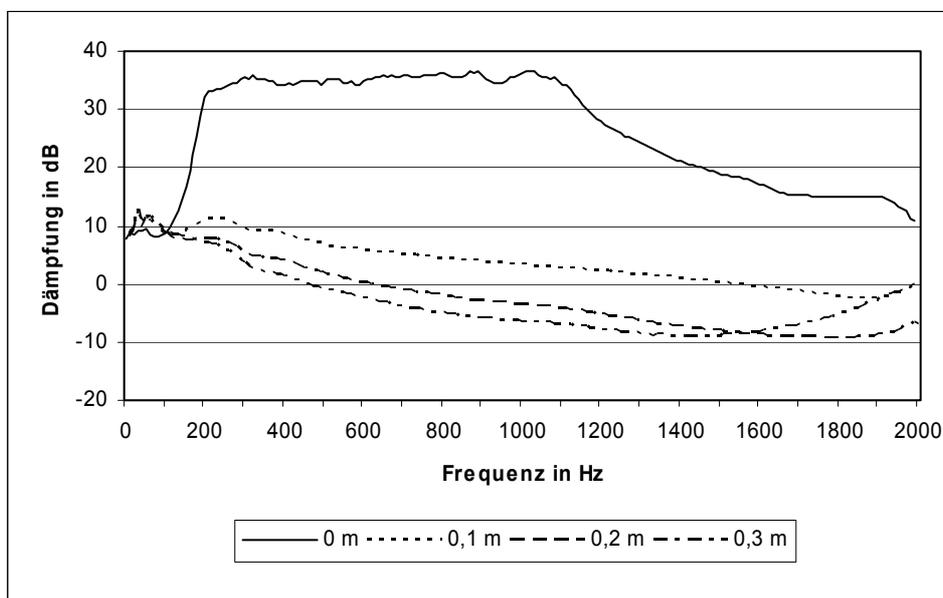


Abb. 5.18: Mittlere Dämpfungswerte in verschiedenen Höhen über der Bezugsebenen bei Optimierung für diese Ebene

Bereits eine Abweichung von 0,1 m aus der Ebene erzeugt eine dramatische Reduzierung der Dämpfung um 30 bis 40 dB. Daher ist für ein reales System eine Schichtanpassung erforderlich. Werden die für eine Schicht von  $z = -0,15\text{m}$  bis  $z = +0,15\text{m}$  optimierten Korrekturdaten benutzt, so werden die Dämpfungswerte außerhalb der Ebene  $z = 0$  besser (Abb. 5.19).

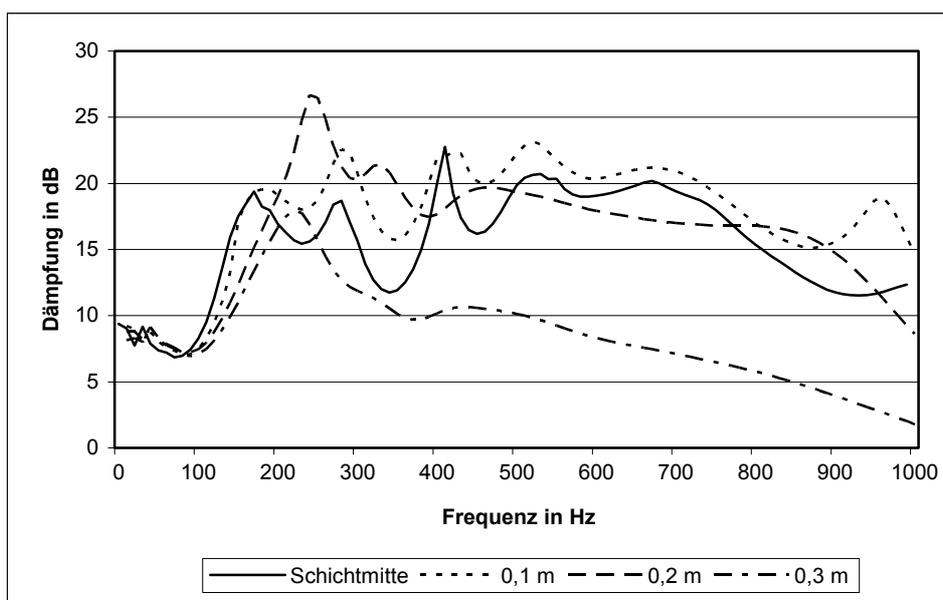


Abb. 5.19: Mittlere Dämpfungswerte in verschiedenen Höhen über der Bezugsebene bei Optimierung über eine Schicht von  $\pm 0,15\text{ m}$

Es wird deutlich, dass die Dämpfungen innerhalb der optimierten Schicht von 150 Hz bis ca. 1 kHz bei etwa 10 bis 22 dB liegen, während bei 0,3 m Höhe, also noch 0,15 m außerhalb der

Schicht, eine Dämpfung von über 10 dB im Frequenzbereich bis 500 Hz erreicht werden kann. Da die Fehlerwerte oberhalb von 1 kHz bei der Schichtoptimierung stark ansteigen, ist diese Untersuchung nur bis 1 kHz vorgenommen worden. Gegenüber Abb. 5.18 sind die Dämpfungen relativ zu den in der Ebene erreichten Dämpfungen deutlich geringer, aber bereits 10 cm außerhalb der Ebene sind die nun noch erreichten Dämpfungen wesentlich besser. In einer Schichtdicke bis ca. 40 cm sind für Frequenzen von 125 Hz bis etwa 900 Hz Dämpfungen von über 15 dB zu erlangen. Gemessen an einem Aufwand von nur drei Lautsprechern pro Sekundärquelle ist das ein durchaus guter Wert.

Wird nun bei  $z = -1,5$  m ein schallharter Boden eingefügt, ergeben sich für die festen Quellpositionen  $-0,15$  m,  $-0,3$  m und  $-0,6$  m Spiegelquellen bei  $-2,4$  m,  $-2,7$  m und  $-2,85$  m. Werden die oben ermittelten Phasen- und Amplitudenwerte ohne Korrektur verwendet, reduzieren sich die erreichten Dämpfungswerte, wie in Abb. 5.20 gezeigt.

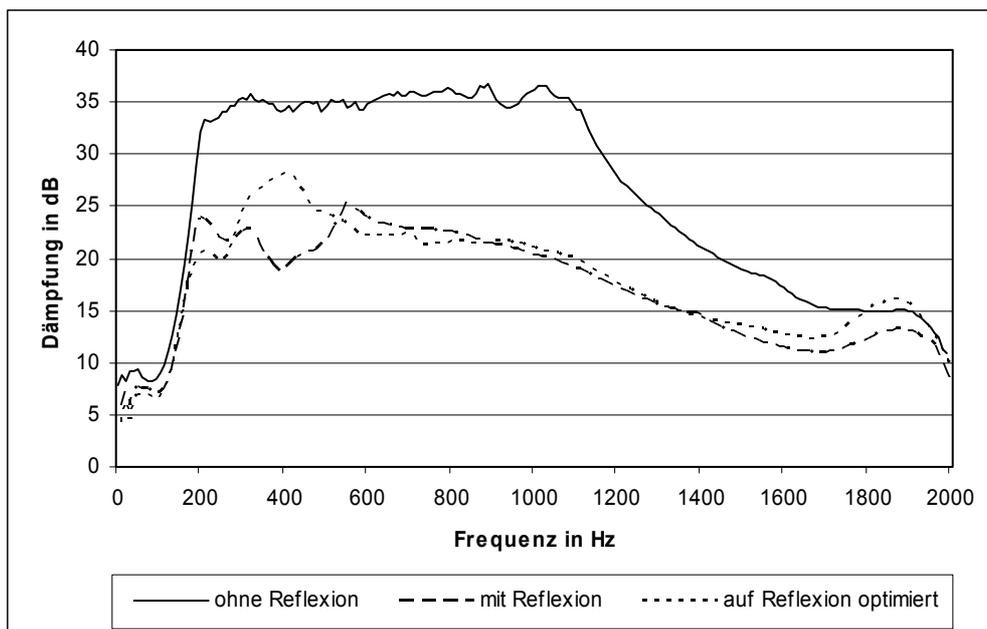


Abb. 5.20: Mittlere Dämpfungswerte bei zwei und drei Punktquellen je Sekundärposition mit schallhartem Boden (ohne und mit Korrektur)

Durch Anpassung der Werte kann die Dämpfung gesteigert werden, in dem Frequenzbereich von etwa 500 Hz bis 900 Hz werden die Dämpfungen jedoch schlechter. Genauere Untersuchungen zeigen, dass die Optimierung linear über den Abstand zur Quelle durchgeführt wird. In der Simulation kommt jedoch eine flächenmäßige Wichtung zustande, die dazu führt, dass kleine Bereiche mit schlechter Dämpfung überproportional in die Gesamtdämpfung eingehen. Da die Dämpfung über den Frequenzbereich von 200 Hz bis etwa 1,1 kHz trotz Einfügen der Reflexionsebene oberhalb von 20 dB liegt, wird hier vorerst keine weitere Optimierung vorgenommen.

#### 5.4.2. Einfluss verschiedener Primärfelder

Bisher wurde von einem primären Schallfeld ausgegangen, das durch Linienschallquellen erzeugt worden ist. Im angenommenen Koordinatensystem standen diese senkrecht auf der XY-Ebene; das Schallfeld war damit unabhängig von der Z-Richtung. Punktquellen besitzen jedoch eine andere geometrische Dämpfung als Linienquellen und können außerhalb der XY-Ebene liegen. Auf die Dämpfung sowohl in der xy-Ebene als auch in der Schichtdicke in Z-Richtung wird dies Einfluss haben. Es wird eine Frequenzauflösung (8 kHz Abtastfrequenz, 64 Abtastwerte Fensterbreite) wie in Kap. 3.2.2.2.3 benutzt, wo bereits der Einfluss des

Abstandes der Primärquelle im zweidimensionalen Fall untersucht wurde. Zunächst wird für primäre Punktquellen, die in der XY-Ebene liegen, der Einfluss des Abstandes untersucht.

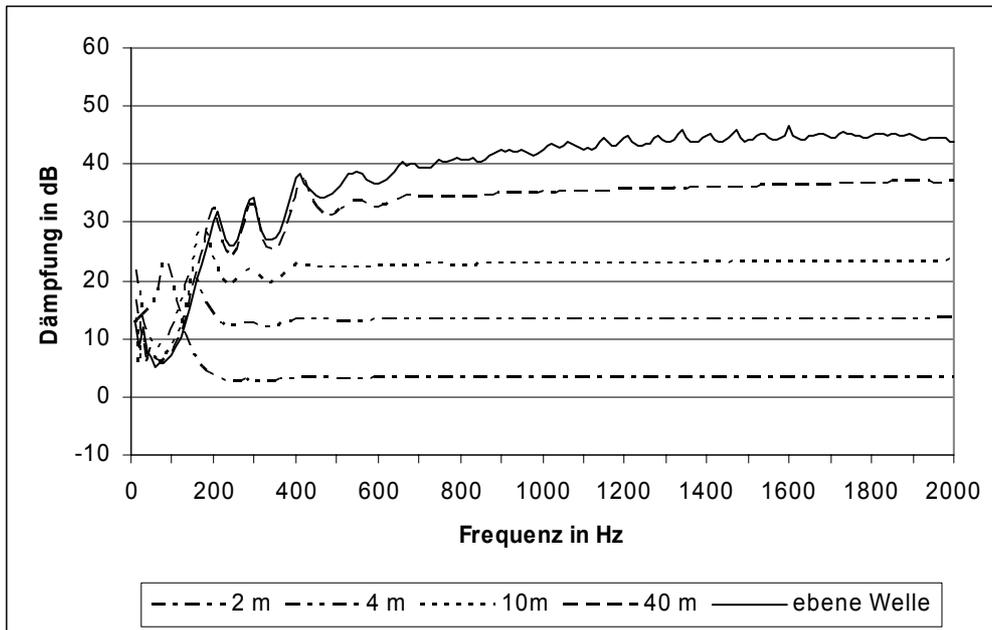


Abb. 5.21: Mittlere Dämpfungswerte bei verschiedenen Abständen der primären Punktschallquellen vom Mittelpunkt des Aufbaus

Wie in Abb. 5.21 zu sehen ist, ist die Reduzierung der Dämpfung für nahe Primärquelllagen am größten gegenüber der einer Linienquelle (s. Abb. 3.28). Die Frequenz des Primärfeldes hat dabei nur wenig Einfluss. Bei einem Abstand der Primärquelle von ca. 10 m ist die Dämpfung wieder in einem Bereich über 20 dB, ab 40 m über 35 dB.

Im Dreidimensionalen kann sich außerdem die Höhe der Primärquelle ändern. Bei nicht idealem Schalleinfall von der Seite reduzieren sich ebenfalls die erreichbaren Dämpfungswerte. Es wird deshalb für verschiedene Elevationswinkel in den betrachteten Feldbereich die noch zu erreichende Dämpfung berechnet.

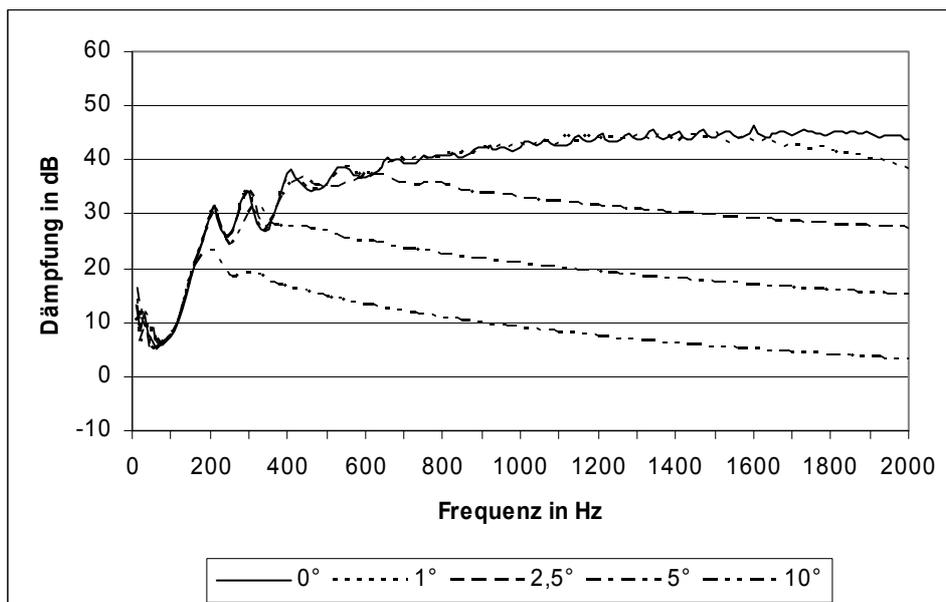


Abb. 5.22: Mittlere Dämpfungswerte bei verschiedenen Elevationswinkeln einer primären ebenen Welle

Bereits bei  $2,5^\circ$  gibt es eine nennenswerte Reduzierung der Dämpfungen. Bei  $5^\circ$  Elevation sind die Dämpfungen um etwa 12 dB gegenüber den  $2,5^\circ$  Dämpfungen verschlechtert. Der Einfluss des Elevationswinkels nimmt zu tiefen Frequenzen hin ab. Diese Auswertung zeigt deutlich, dass der  $2\frac{1}{2}$ -dimensionale Ansatz nur anzuwenden ist, wenn die Primärfelder annähernd parallel zu der betrachteten Ebene einfallen.

### 5.5. Zusammenfassung des Kapitels

Das vorgestellte System beruht auf der Annahme eines  $2\frac{1}{2}$ -dimensionalen Schallfeldes. Nach dem Ansatz des  $2\frac{1}{2}$ -dimensionalen Schallfeldes sind alle Quellen homogene Linienschallquellen in z-Richtung. Im dreidimensionalen Raum erzeugen weiter entfernte Punktquellen innerhalb eines gewissen Höhenbereichs ein Schallfeld, das dem von einer Linienschallquelle erzeugten entspricht. Sowohl das Schallfeld einer Punkt- als auch einer Linienschallquelle nähert sich in größerer Entfernung dem einer ebenen Welle an. Für die Primärquellen kann durch entsprechende Platzierung des Systems die nötige Entfernung zu den Primärquellen hergestellt werden. Bei den Sekundärquellen ist jedoch ein Nachbilden der Linienschallquelle durch Punktlautsprecher nötig, da dort die Abstände wesentlich geringer sind. Diese Nachbildung wird für den relevanten Höhenbereich, in dem das Gegenfeld wirken soll, durchgeführt.

Es wurde gezeigt, wie durch eine Analyse der Simulationsergebnisse die Anzahl und die optimalen Quellpositionen für einen gegebenen Aufbau bestimmt werden können.

Exemplarisch wurde dieses für die im Experimentalversuch gewählte Anordnung durchgeführt und dabei die wesentlichen Parameter und Einflussgrößen untersucht. Wird nur eine Ebene optimiert, so kann bereits mit zwei Quellen eine gute Annäherung an das Originalfeld einer Linienschallquelle erreicht werden. Soll jedoch eine Schicht mit einer bestimmten Dicke angepasst werden, so sind bei dem hier betrachteten Feldbereich drei Punktquellen nötig. Bei der Optimierung kommt es nicht auf die absolute Größe des Bereiches an, sondern auf das Verhältnis von Maximalentfernung zu Minimalentfernung.

Es wurde gezeigt, dass durch eine Bodenreflexion an einer schallharten Oberfläche sich die Dämpfung tendenziell um 5 – 10 dB verschlechtert. Dies kann nur teilweise durch eine Berücksichtigung der Bodenreflexion bei der Bestimmung der optimalen Quellparameter kompensiert werden. Es ist daher wichtig, die zu optimierende Ebene oder Schicht möglichst weit von der Reflexionsschicht entfernt zu halten. Ein anderer Weg ist, den eventuell vorhandenen Boden reflexionsarm auszulegen, bzw. den Aufbau über einen schallschluckende Untergrund zu verlegen..

Weiterhin wurde deutlich, dass eine nicht horizontal einfallende Schallwelle schon bei einem Elevationswinkel von  $2,5^\circ$  die Dämpfungen drastisch reduziert. Dagegen ist die Entfernung der Primärquelle nicht von so großem Einfluss; bereits bei einer Entfernung der primären Punktquelle von 10 m ist die Dämpfung über 20 dB.

## 6. Realisierung der Signalverarbeitung

In diesem Kapitel wird auf die Problemstellungen bei der Umsetzung des Systems in die Praxis eingegangen. Da das System sowohl unter Visual Basic, als auch unter Borland-C und in einem Shark-DSP implementiert wurde, sind bereits einige Erfahrungen mit der Umsetzung und dem Echtzeitbetrieb gemacht worden, die hier im Einzelnen vorgestellt werden.

Um die Simulation in die Praxis zu überführen, d.h. in Echtzeit betreiben zu können, ist es außerdem wichtig, die benötigte Rechenleistung abschätzen zu können. Bei einem Rang  $R$  steigt der Berechnungsaufwand mit  $R^2$ , da die Berechnung auf einer  $R \times R$  Matrix beruht. Da bei gleichbleibender oberer Grenzfrequenz der Rang linear mit dem Umfang des geschützten Bereiches steigt, steigt der Rechenaufwand in Kreisanordnungen mit dem Quadrat des Radius.

### 6.1. Umsetzung des Antischall-Algorithmus für PC-gestützte Systeme

Das System wurde für die Entwicklungsphase als Simulationsprogramm unter Visual Basic implementiert. Dabei stand nicht so sehr die Geschwindigkeitsoptimierung als vielmehr die Erweiterungsfähigkeit und eine wartungs- und bedienerfreundliche Programmierung im Vordergrund.

Der Algorithmus lässt sich grundsätzlich sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich implementieren. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde zunächst die Lösung im Frequenzbereich gewählt. Im späteren Verlauf der Arbeit wurde deutlich, dass gerade dieser Ansatz Vorteile bei der Implementierung für DSP-Systeme hat, da die Wandlung von Zeitsignalen in den Frequenzbereich und zurück durch direkte Hardwareimplementierung sehr schnell durchzuführen ist. Außerdem ist später an eine Onlinekalibrierung gedacht, bei der die ständigen Änderungen in den Übertragungsfunktionen und den Korrekturfaktoren der Mikrofone und Lautsprecher im Frequenzbereich sehr einfach und schnell durchzuführen sind. Bei einer Rechnung im Zeitbereich müsste dazu die Faltungsfunktion ständig neu ermittelt werden, was einen wesentlich größeren Aufwand bedeuten würde.

Wird die Kalibrierung der Mikrofone und der Lautsprecher berücksichtigt, kann der Algorithmus wie in Abb. 6.1 dargestellt werden:

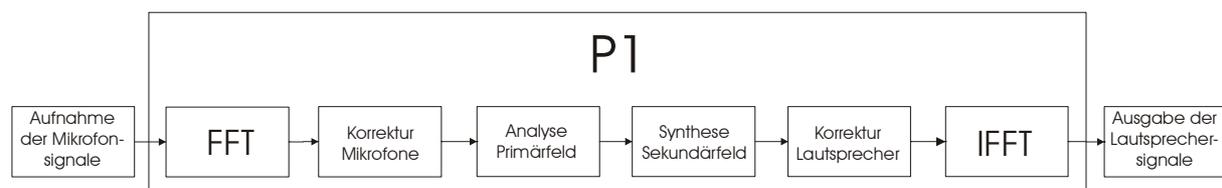


Abb. 6.1: Grundsätzliche Verarbeitung des Algorithmus

Da innerhalb eines PC-Systems in der Regel nur eine CPU zur Verfügung steht, wird zunächst der Algorithmus in serieller Form innerhalb eines Prozesses P1 implementiert.

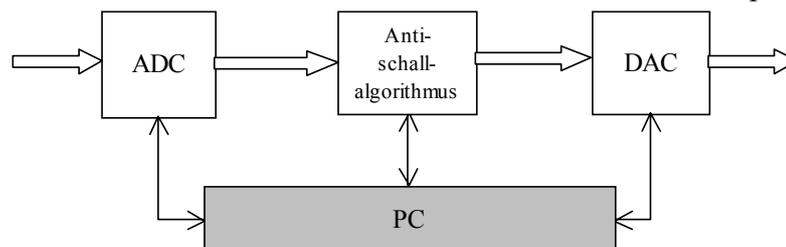


Abb. 6.2: Kombiniertes PC/DSP-System

Mittels des Simulationsprogramms in Visual-Basic kann der Algorithmus auf Parameteränderungen sehr gut untersucht werden. Die dabei anfallende Rechenzeit ist allerdings um Zehnerpotenzen höher, als es für ein Echtzeitsystem nötig ist.

## 6.2. Implementierung für kombinierte PC/DSP-gestützte Systeme

Es wird daher im Anschluss an diese Implementierung ein kombiniertes System aus PC- und DSP-System vorgestellt. Dabei kommt eine 32-kanalige AD-Karte und eine 16-kanalige DA-Karte zum Einsatz.

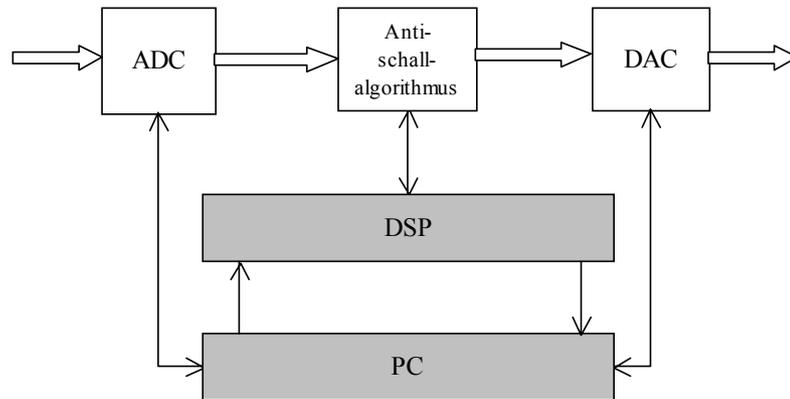


Abb. 6.3: Kombiniertes PC/DSP-System

Die vom PC aufgenommenen AD-Werte werden an ein DSP-System weitergereicht, dort verarbeitet und dann an die DA-Karte im PC zurückgereicht. Diese Kombination ist zwar recht günstig herzustellen, jedoch sind heutige PC-Systeme mit einem Prozessor der 1 GHz-Klasse dem DSP-System weit überlegen. Wenn der Algorithmus unter DOS mittels der Programmiersprache C implementiert wird, werden erste Echtzeituntersuchungen für monofrequente und multifrequente Signale mit kurzen Fourierfensterlängen möglich. Die in Kapitel 4 beschriebenen Unzulänglichkeiten des Aufbaus und der AD-Karte verhindern leider eine praktische Nutzung des Systems. Es kann jedoch durch die beschriebenen Offline-Untersuchungen gezeigt werden, dass die Implementierung des Algorithmus erfolgreich durchgeführt worden ist.

## 6.3. Serialisierung und Parallelisierung des Antischall-Algorithmus

Gerade bei der Umsetzung auf DSP-Systemen ist auf eine Serialisierung und/oder eine Parallelisierung des Algorithmus zu achten, um die verfügbaren Rechenkapazitäten möglichst genau an die Anforderungen anzupassen.

Ein ideales, schnell arbeitendes System kann den gesamten Algorithmus durchführen, bevor der nächste Abtastwert eintrifft. Für ein reales System kann die Verarbeitung in einzelne Schritte aufgeteilt werden, die die Daten nacheinander verarbeiten. Vor dem Eintreffen des nächsten Abtastwertes können die Daten an den folgenden Verarbeitungsschritt weitergereicht werden. So kann die oben gezeigte Verarbeitung in insgesamt 7 Abtastschritten durchgeführt werden.

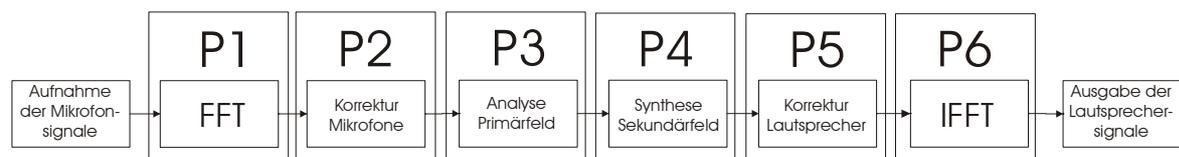


Abb. 6.4: Aufteilung des Algorithmus auf mehrere Prozesse

Wie in Kap. 3.2.1.4 gezeigt wurde, kann die Verlängerung der Rechenzeit im Algorithmus berücksichtigt werden, so dass sie keinen bzw. nur einen geringen Einfluss auf die zu erreichende Dämpfung hat. Es muss allerdings eine stets konstante Verarbeitungsdauer gewährleistet sein, was durch eine Synchronisierung der einzelnen Schritte jedoch kein Problem ist. Einzelne, schneller zu verarbeitende Schritte können in einer weiteren Optimierung zusammengefasst werden, so dass sich die Gesamtverzögerung auf das nötige Minimum reduzieren lässt.

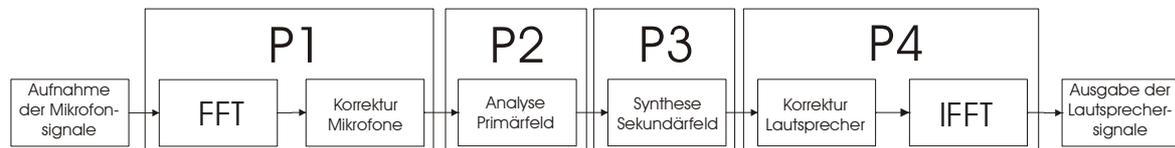


Abb. 6.5: Optimierte Aufteilung des Algorithmus auf mehrere Abtastschritte (Gruppenbildung)

Diese Darstellung lässt sich in kleinere Verarbeitungsblöcke weiter unterteilen. Theoretisch wäre eine serielle Verarbeitung der einzelnen Frequenzen aus der FFT von einem sehr schnellen System möglich. Da mehrere leistungsschwächere DSP-Systeme in der Summe wesentlich mehr Rechenleistung haben als ein einzelner leistungsstarker DSP zum gleichen Preis, ist eine Parallelisierung der Verarbeitung wesentlich effektiver. Es bietet sich daher eine weitere Aufteilung des Algorithmus wie folgt an:

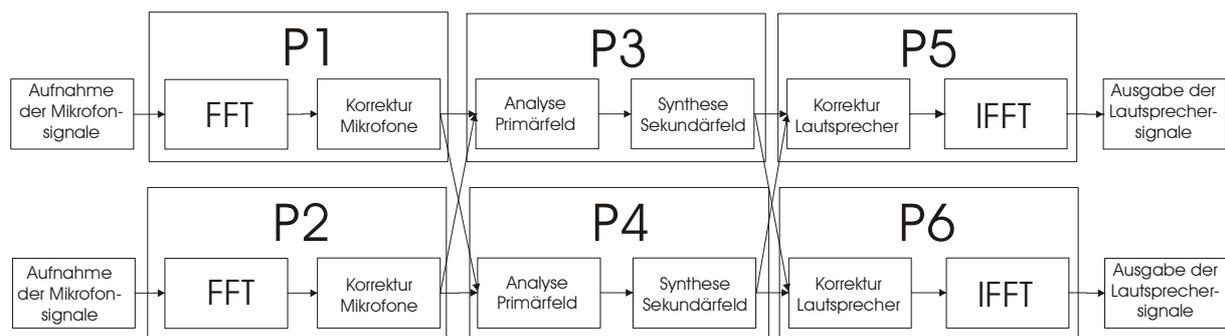


Abb. 6.6: Parallelisierung des Algorithmus

Statt – wie hier gezeigt – mit nur zwei parallelen Strängen zu arbeiten, ist eine Aufteilung im ersten und letzten Teil des Algorithmus bis zu dem Rang des Systems möglich, im Mittelteil bis zur Anzahl der betrachteten Frequenzen.

Da es sich bei diesem System um ein Feedforward-System handelt, kann auch eine zeitversetzte Verarbeitung des Algorithmus wie in Abb. 6.7 in Erwägung gezogen werden.

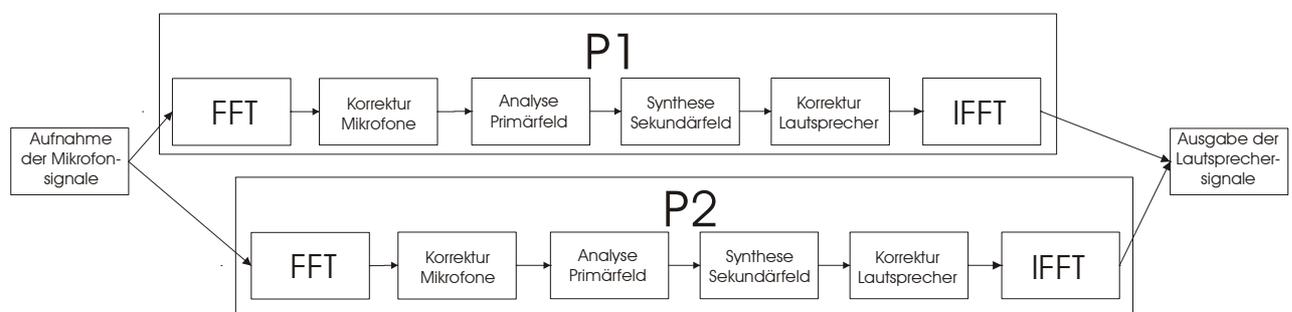


Abb. 6.7: Weitere Parallelisierung des Algorithmus

Durch die hier vorgestellten Möglichkeiten zur Aufteilung des Algorithmus kann das System an viele verschiedene vorhandene Rechenwerke angepasst werden. Die Gesamtrechenleistung

muss dabei natürlich den Gesamtbedarf decken, kann jedoch auf viele kleine Untereinheiten verteilt werden.

#### 6.4. Aufwandsreduzierung bei der Ersetzung der Linienschallquellen

Die in Kapitel 5 vorgestellte Linienschallquellenersetzung bedeutet für den Algorithmus, dass vor der Korrektur der Lautsprecherwerte (in Abb. 6.4: Schritt 5) die Trennung für die einzelnen Lautsprecher der Linienschallquellenersetzung eingefügt wird. Für eine Linienschallquellenersetzung mit drei Punktlautsprechern ergibt sich dann folgendes Bild:

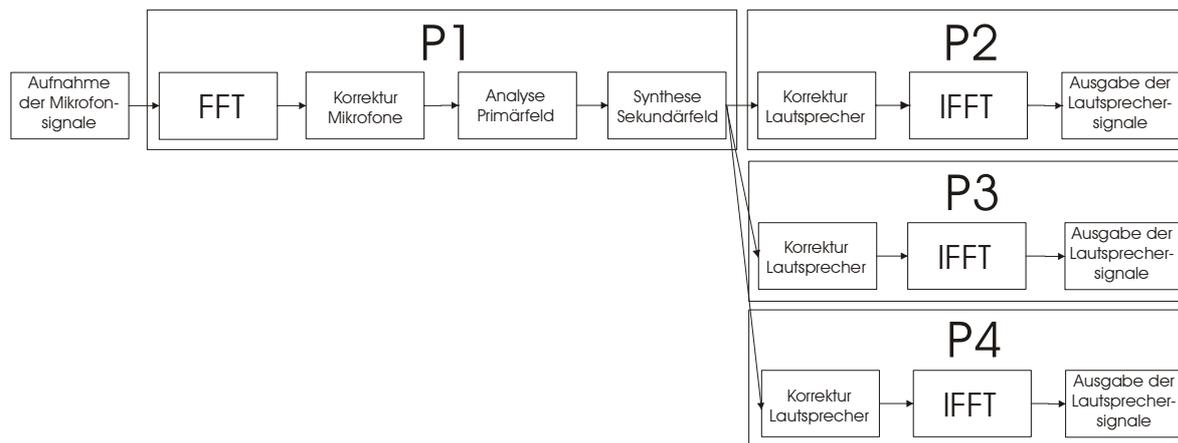


Abb. 6.8: Erweiterung des Algorithmus bei Linienschallquellenersetzung

Diese Erweiterung des Algorithmus führt zu einer weiteren Erhöhung der nötigen Rechenleistung. Stattdessen ist es auch denkbar, die für eine feste Definition der Positionen der Ersatzquellen konstant bleibenden Übertragungsfunktionen für die jeweiligen Lautsprecherpositionen als digitale oder analoge Filter zu realisieren. Da es mittlerweile sehr preisgünstige programmierbare DSP gibt, kann damit das System wie mit optimalen sekundären Linienschallquellen konzipiert werden, da die Linienschallquellenersetzung dann erst nach der Rücktransformation in die Sekundärsignale erfolgt.

#### 6.5. Aufwandsreduzierung durch größeren Blockvorschub

Bisher wurde der Algorithmus mit einem Blockvorschub von eins implementiert. Da die Grenzen des Systems bisher nicht auf Grund der Rechenleistung sondern auf Grund der AD-Wandlung gegeben sind, ist auf eine explizite Umsetzung dieser Möglichkeit verzichtet worden. Grundsätzlich ist dieses jedoch eine sehr effektive Möglichkeit, Rechenzeit einzusparen, da für den gesamten Blockvorschub der Algorithmus nur einmal durchgeführt werden muss. Auf Grund der in Kapitel 3 eingeführten Fensterung wird jedoch die Analyse des Primärfeldes mit einem um so größeren Fehler behaftet, je größer der Blockvorschub ist. Dieses wird durch die eindimensionale Untersuchung bestätigt [Ref. 13]. Für ein reales System ist die Verwendung eines größeren Blockvorschubes bei nicht ausreichender Gesamtrechenleistung eine effektive Möglichkeit, um die erforderliche Rechenleistung zu reduzieren.

#### 6.6. Implementierung des Algorithmus im Zeitbereich

Wie in Kapitel 3.2.1.3 beschrieben, wurde der Algorithmus bisher im Frequenzbereich durchgeführt. Da sich nachrichtentechnisch kein Unterschied ergibt, ob der Algorithmus im Frequenzbereich oder im Zeitbereich implementiert wird, gilt es herauszufinden, welche Vor- und Nachteile eine Lösung im Zeitbereich hat.

Die Transformation der Übertragungsfunktion vom Frequenzbereich in den Zeitbereich führt zunächst zu einer Stoßantwort, deren Länge der Anzahl der Spektralkomponenten entspricht. Die Faltung mit dieser Stoßantwort im Zeitbereich führt daher zunächst nicht zu einer merklichen Reduzierung des Rechenaufwandes gegenüber dem, der im Frequenzbereich ansteht. Die Spektralwerte sind zwar komplex im Gegensatz zu den reellen Zeitwerten und führen daher zu einem höheren Rechenaufwand im Frequenzbereich, aber dieser lässt sich durch Nutzung von Symmetrien wieder reduzieren.

Die Stoßantwort kann aber in der Regel unter Inkaufnahme eines geringen Fehlers auf einen energetisch dominanten Abschnitt verkürzt werden. Soweit bietet sich ein Potential zur Reduktion des Rechenaufwandes. Unter Umständen sind aber zusätzlich zu den eigentlichen Systemfunktionen noch Korrekturen im Übertragungsverhalten einiger Glieder der Verarbeitungskette (Mikrofone, Lautsprecher etc.) vorzunehmen, die im Zeitbereich weitere Faltungen bedingen. Diese zusätzlichen Operationen können dagegen wohlmöglich im Frequenzbereich direkt mit in die eigentlichen Operationen einbezogen werden.

Weitere wichtige Kriterien bei der Gegenüberstellung einer Lösung im Zeit- und im Frequenzbereich sind eine mögliche Grundverzögerung und die Adaptionfähigkeit der Übertragungsfunktionen. Diese sind nämlich von zeitlich schwankenden Größen, vornehmlich der Schallgeschwindigkeit, abhängig. Eine konkrete Gegenüberstellung der beiden theoretisch gleichberechtigten Vorgehensweisen (Berechnung im Zeitbereich / im Frequenzbereich) unter praktischen Gesichtspunkten kann deshalb nur unter Kenntnis aller praktischen Rahmenbedingungen erfolgen. In dieser Arbeit geht es vornehmlich um eine grundsätzliche Untersuchung der 2½-dimensionalen Auslöschungsmethode und möglichst vieler Parameter. Zweitrangig sind die Implementierung und Optimierung der Routinen. Letzteres kann in nachfolgenden Arbeiten weiter untersucht werden, nachdem die grundsätzliche Machbarkeit gezeigt und die nötigen Aufwandsabschätzungen entwickelt worden sind.

## 6.7. Zusammenfassung des Kapitels

Es werden mehrere Möglichkeiten zur Reduzierung der nötigen Rechenleistung vorgestellt. Dabei wird gezeigt, dass der Algorithmus sich sehr gut in einzelne Blöcke unterteilen lässt, die sowohl seriell als auch parallel verarbeitet werden können. Damit ist eine Anpassung des Antischall-Algorithmus an verschiedene gegebene Hardwarekonfigurationen möglich. Weiterhin kann mittels Blockverschiebung der erforderliche Rechenaufwand reduziert werden.



## 7. Psychoakustische Untersuchung der Ergebnisse

Lärminderungssystemen werden häufig durch Messgrößen der maximalen Dämpfung, Reaktionszeit und andere charakteristische Messgrößen beschrieben. Auch das hier betrachtete System wurde ausführlich in den vorigen Kapiteln anhand dieser Größen diskutiert. Diese Messgrößen beschreiben die physikalischen Eigenschaften des Systems. Bei der Beurteilung der Systeme in Hinblick auf das menschliche Gehör ist die wahrgenommene Verbesserung durch das menschliche Gehör ausschlaggebend. Daher werden die bereits in Kapitel 3.2.1.3.6 benutzten primären Schallsignale (künstliche Signale und Alltagsgeräusche), deren Gegenschallfelder und Dämpfungsfelder einer psychoakustischen Untersuchung unterzogen. Um den wahrgenommenen Höreindruck zu ermitteln, werden nach der Verarbeitung der Signale die Frequenzanteile oberhalb der Grenzfrequenz, in diesem Falle 2 kHz bis 22,1 kHz, wieder hinzugefügt. Als objektivierte Maße des menschlichen Gehörs werden die frequenz- und zeitbewertete Pegel  $L_{AF}$  und  $L_{LF}$  untersucht. Zusätzlich werden als objektivierte Maße des Hörempfindens die so genannte Lautheit und Schärfe in die Beurteilung einbezogen.

Nach Ref. 6 sind die Frequenzbewertungskurven folgendermaßen festgelegt:

| Nennfrequenz | A-Bewertung | B-Bewertung | C-Bewertung |
|--------------|-------------|-------------|-------------|
| 10           | -70,4       | -38,2       | -14,3       |
| 12,5         | -63,4       | -33,2       | -11,3       |
| 16           | -56,7       | -28,4       | -8,5        |
| 20           | -50,5       | -24,2       | -6,2        |
| 25           | -44,7       | -20,4       | -4,4        |
| 31,5         | -39,4       | -17,1       | -3          |
| 40           | -34,6       | -14,2       | -2          |
| 50           | -30,2       | -11,6       | -1,3        |
| 63           | -26,2       | -9,3        | -0,8        |
| 80           | -22,5       | -7,4        | -0,5        |
| 100          | -19,1       | -5,6        | -0,3        |
| 125          | -16,1       | -4,2        | -0,2        |
| 160          | -13,4       | -3          | -0,1        |
| 200          | -10,9       | -2          | 0           |
| 250          | -8,6        | -1,3        | 0           |
| 315          | -6,6        | -0,8        | 0           |
| 400          | -4,8        | -0,5        | 0           |
| 500          | -3,2        | -0,3        | 0           |
| 630          | -1,9        | -0,1        | 0           |
| 800          | -0,8        | 0           | 0           |
| 1000         | 0           | 0           | 0           |
| 1250         | 0,6         | 0           | 0           |
| 1600         | 1           | 0           | -0,1        |
| 2000         | 1,2         | -0,1        | -0,2        |
| 2500         | 1,3         | -0,2        | -0,3        |
| 3150         | 1,2         | -0,4        | -0,5        |
| 4000         | 1           | -0,7        | -0,8        |
| 5000         | 0,5         | -1,2        | -1,3        |
| 6300         | -0,1        | -1,9        | -2          |
| 8000         | -1,1        | -2,9        | -3          |
| 10000        | -2,5        | -4,3        | -4,4        |
| 12500        | -4,3        | -6,1        | -6,2        |
| 16000        | -6,6        | -8,4        | -8,5        |
| 20000        | -9,3        | -11,1       | -11,2       |

Tab. 7.1: Frequenzbewertungskurven (relatives Freifeldübertragungsmaß) in dB

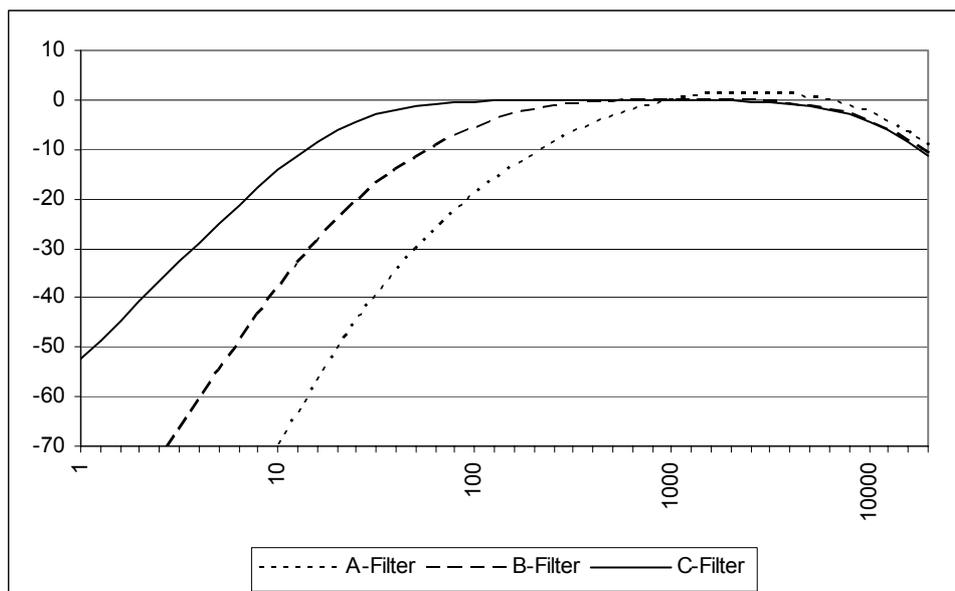


Abb. 7.1: A-, B- und C-Filterkurve im Bereich von 1 Hz bis 20 kHz bei logarithmischer Skalierung

Da in den bisher vorgestellten Auswertungen die Frequenzskala linear angegeben wurde, wird hier noch einmal die Frequenzbewertung gezeigt, nun aber mit linearer x-Achsen Skalierung.

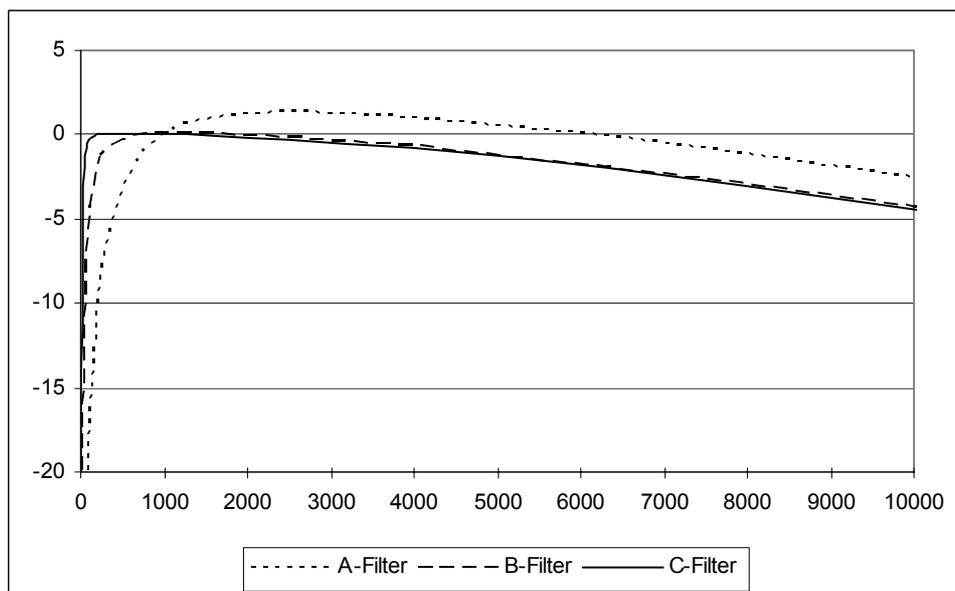


Abb. 7.2: A-, B- und C-Filterkurve im Bereich bis 10 kHz bei linearer Skalierung

Während die Bewertungskurven unabhängig von dem absoluten Pegel sind, ist die Lautheit und die Schärfe wesentlich besser an das menschliche Gehör angepasst. Diese Größen berücksichtigen auch das unterschiedliche Verhalten des menschlichen Ohres für den absoluten Pegel und die Charakteristik des Geräusches.

## 7.1. Verarbeitungssystem

Das in Abb. 7.3 gezeigte Signal besteht aus drei Teilabschnitten: dem Primärsignal, dem Sekundärsignal und dem Differenzsignal von Primär- und Sekundärsignal. In den unteren vier Fenstern sind die zeitlichen Pegelverläufe für den linearen und den A-bewerteten Fast-Verlauf sowie die Lautheit gezeigt. Um das Ergebnis nicht durch den Frequenzanteil oberhalb der Grenzfrequenz zu verdecken, wurde in Abb. 7.3 das Signal vor dem Hinzufügen des Hochtonanteils untersucht.

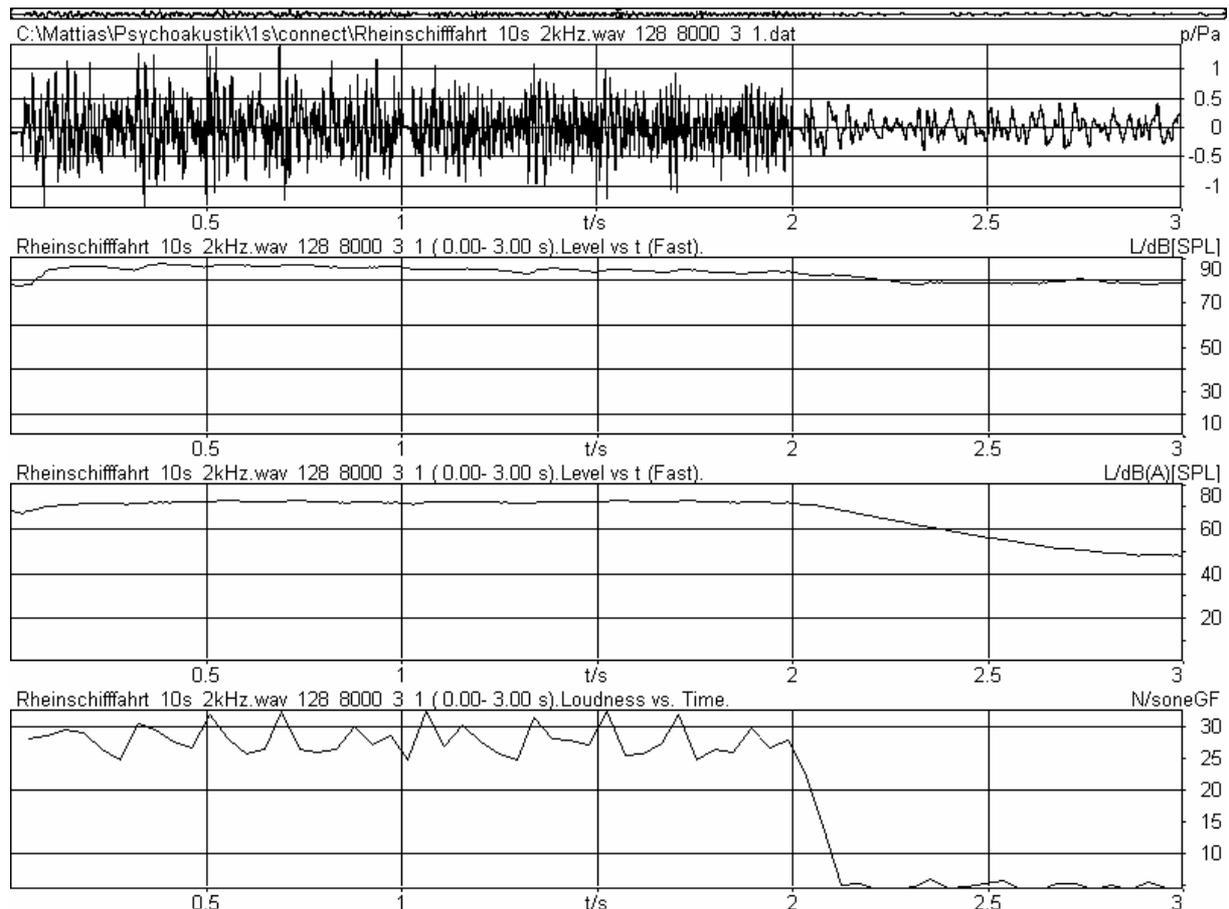


Abb. 7.3: Zeitverläufe AC-Signal, LAF, LLF und Lautheit eines tiefenbetonten Signals (Rheinschiffahrt) ohne Hochtonanteil.

Es ist zu erkennen, dass die Werte des Primär- und Sekundärsignals nahezu gleich sind. Dieses ist für fast alle Signale zu beobachten, lediglich bei einem Schiessgeräusch und einem Flugzeughallengeräusch sind geringe Differenzen zwischen den Primär- und den Sekundärwerten vorhanden. Sie sind jedoch in Relation zu den Differenzsignalwerten sehr gering, so dass sie hier nicht weiter betrachtet werden.

## 7.2. Ergebnisse

Werden realistische Geräusche wie das Motorengeräusch eines LKW (tonales Signal und Rauschsignal) betrachtet, so ist die Analyse des Signals sehr gut. Wie bei den vorherigen Untersuchungen ist auch hier eine Zunahme der Schärfe und der Lautheit festzustellen. In Tab. 7.2 sind die Ergebnisse für die Primär- und Differenzfelder im Detail vorgestellt.

|                 |                 | 16 kHz |       |              | 8 kHz  |       |              | 4 kHz  |       |              |
|-----------------|-----------------|--------|-------|--------------|--------|-------|--------------|--------|-------|--------------|
|                 |                 | Primär | Diff  | Dämpfung     | Primär | Diff  | Dämpfung     | Primär | Diff  | Dämpfung     |
| Düsenantrieb    | LFmax (dB)      | 87,26  | 79,18 | <b>8,08</b>  | 87     | 79,11 | <b>7,89</b>  | 86,95  | 78,86 | <b>8,09</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 85,53  | 80,09 | <b>5,44</b>  | 85,42  | 80,11 | <b>5,31</b>  | 85,19  | 79,81 | <b>5,38</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 51,96  | 34,42 | <b>17,54</b> | 50,09  | 33,75 | <b>16,34</b> | 50,19  | 33,77 | <b>16,42</b> |
|                 | Schärfe (acum)  | 6,73   | 7,14  | <b>-0,41</b> | 6,73   | 7,18  | <b>-0,45</b> | 6,69   | 7,03  | <b>-0,34</b> |
| Gewehrschuss    | LFmax (dB)      | 73,18  | 65,05 | <b>8,13</b>  | 73,09  | 65,09 | <b>8</b>     | 73,13  | 65,44 | <b>7,69</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 71,43  | 66,15 | <b>5,28</b>  | 70,99  | 65,95 | <b>5,04</b>  | 70,99  | 65,95 | <b>5,04</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 44,07  | 39,66 | <b>4,41</b>  | 43,89  | 39,77 | <b>4,12</b>  | 46,31  | 39,7  | <b>6,61</b>  |
|                 | Schärfe (acum)  | 8,05   | 6,1   | <b>1,95</b>  | 8,08   | 6,12  | <b>1,96</b>  | 8,23   | 7,25  | <b>0,98</b>  |
| Lkw im Leerlauf | LFmax (dB)      | 86,89  | 80,15 | <b>6,74</b>  | 86,81  | 78,45 | <b>8,36</b>  | 86,71  | 76,28 | <b>10,43</b> |
|                 | AFmax (dB)      | 82,41  | 74,62 | <b>7,79</b>  | 82,43  | 74,5  | <b>7,93</b>  | 82,01  | 74,77 | <b>7,24</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 48,89  | 34,11 | <b>14,78</b> | 49,62  | 29,19 | <b>20,43</b> | 47,74  | 25,17 | <b>22,57</b> |
|                 | Schärfe (acum)  | 5,54   | 5,53  | <b>0,01</b>  | 5,52   | 5,64  | <b>-0,12</b> | 5,49   | 5,79  | <b>-0,3</b>  |
| Lkw Vorbeifahrt | LFmax (dB)      | 92,23  | 86,23 | <b>6</b>     | 92,17  | 81,32 | <b>10,85</b> | 92,29  | 75,65 | <b>16,64</b> |
|                 | AFmax (dB)      | 78,68  | 71,12 | <b>7,56</b>  | 78,51  | 70,64 | <b>7,87</b>  | 77,6   | 69,88 | <b>7,72</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 67,75  | 48,2  | <b>19,55</b> | 68,32  | 37,68 | <b>30,64</b> | 66,7   | 28,47 | <b>38,23</b> |
|                 | Schärfe (acum)  | 4,82   | 4,9   | <b>-0,08</b> | 4,91   | 4,98  | <b>-0,07</b> | 4,96   | 5,08  | <b>-0,12</b> |
| PKW Vorbeifahrt | LFmax (dB)      | 75,27  | 70,18 | <b>5,09</b>  | 75,28  | 62,91 | <b>12,37</b> | 75,27  | 60,73 | <b>14,54</b> |
|                 | AFmax (dB)      | 68,2   | 60,99 | <b>7,21</b>  | 68,2   | 60,99 | <b>7,21</b>  | 67,48  | 60,99 | <b>6,49</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 24,4   | 15,88 | <b>8,52</b>  | 23,98  | 12,48 | <b>11,5</b>  | 23,97  | 14,01 | <b>9,96</b>  |
|                 | Schärfe (acum)  | 3,8    | 3,96  | <b>-0,16</b> | 3,94   | 4,18  | <b>-0,24</b> | 3,95   | 4,38  | <b>-0,43</b> |
| Schiffsgeräusch | LFmax (dB)      | 53,09  | 48,73 | <b>4,36</b>  | 53,83  | 46,82 | <b>7,01</b>  | 53,82  | 43,41 | <b>10,41</b> |
|                 | AFmax (dB)      | 40,99  | 35,23 | <b>5,76</b>  | 41,03  | 35,17 | <b>5,86</b>  | 40,75  | 35    | <b>5,75</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 5,83   | 4,36  | <b>1,47</b>  | 5,83   | 3,37  | <b>2,46</b>  | 5,75   | 2,83  | <b>2,92</b>  |
|                 | Schärfe (acum)  | 5,5    | 5,07  | <b>0,43</b>  | 5,54   | 5,62  | <b>-0,08</b> | 5,04   | 5,48  | <b>-0,44</b> |
| Rosa Rauschen   | LFmax (dB)      | 60,1   | 55,1  | <b>5</b>     | 60,2   | 53,9  | <b>6,3</b>   | 60     | 55,2  | <b>4,8</b>   |
|                 | AFmax (dB)      | 57     | 53    | <b>4</b>     | 55,5   | 53    | <b>2,5</b>   | 55,3   | 53,2  | <b>2,1</b>   |
|                 | Lautheit (sone) | 5,5    | 4     | <b>1,5</b>   | 5,7    | 4,5   | <b>1,2</b>   | 6      | 4     | <b>2</b>     |
|                 | Schärfe (acum)  | 3,9    | 4,2   | <b>-0,3</b>  | 3,9    | 4,2   | <b>-0,3</b>  | 3,9    | 4,2   | <b>-0,3</b>  |
| Weißes Rauschen | LFmax (dB)      | 59,98  | 59,61 | <b>0,37</b>  | 60,18  | 59,45 | <b>0,73</b>  | 59,64  | 59,64 | <b>0</b>     |
|                 | AFmax (dB)      | 58,05  | 57,5  | <b>0,55</b>  | 58,2   | 57,48 | <b>0,72</b>  | 57,48  | 57,48 | <b>0</b>     |
|                 | Lautheit (sone) | 5,9    | 5,3   | <b>0,6</b>   | 5,9    | 5,2   | <b>0,7</b>   | 5,7    | 5,5   | <b>0,2</b>   |
|                 | Schärfe (acum)  | 4,6    | 4,8   | <b>-0,2</b>  | 4,7    | 4,8   | <b>-0,1</b>  | 4,8    | 4,8   | <b>0</b>     |

Tab. 7.2: Messwerte der physikalischen und psychoakustischen Auswertung bei einer Fensterbreite von 128 Abtastwerten

Da das System bis zu 2 kHz ausgelegt ist, wird gerade der Frequenzbereich gut gedämpft, in dem die das menschliche Ohr das Maximum hat. Da die A-Kurve im Bereich oberhalb von 2

kHz bis ca. 4 kHz um ca. 1,2 dB oberhalb der linearen Kurve liegt, sind die Dämpfungen der A-bewerteten Pegel bei hochtondominierten Signalen nicht so hoch wie die linearen Dämpfungen.

Ein anderer Effekt bewirkt ebenfalls, dass die A-bewerteten Dämpfungen kleiner sind als die linearen: Je näher die Abtastfrequenz an der Grenzfrequenz des Systems liegt, desto schlechter werden die Frequenzen nahe der oberen Grenzfrequenz gedämpft (s. Kap. 3.2.1.3.5). Da aber in diesem Bereich die A-Kurve ihr Maximum hat, bestimmen die Frequenzanteile von ca. 800 Hz bis 2 kHz die A-bewertete Dämpfung. Signale, deren Signalenergie hauptsächlich unterhalb dieses Bereiches liegt, werden daher bei linearer Betrachtung mehr gedämpft als bei A-bewerteter Dämpfung. Bei Fahrzeuglärm ist dies in der Regel gegeben, lediglich bei den Gewehrschüssen und dem Flugzeuglärmgeräusch (Düsengeräusch) liegt das Maximum der Energie oberhalb von 800 Hz. Das weiße Rauschen erfährt die geringste Dämpfung, da dort der Hochtonanteil durch die Gleichverteilung auf alle Frequenzen stark dominiert. Selbst bei optimaler Dämpfung im Frequenzbereich von 100 Hz bis 2 kHz ist nur ein Zehntel der Energie des Signals betroffen.

Im Vergleich mit den in Kap. 3.2.1.3.6 vorgestellten Ergebnissen sind die erreichten Dämpfungen eher gering. Das Gesamtkonzept sieht jedoch vor, die hohen Frequenzbereiche durch passive Maßnahmen zu dämpfen, während der tiefe Frequenzbereich aktiv durch das hier vorgestellte System gedämpft werden soll. In den Berechnungen wird jedoch mit einem ungedämpften Hochtonbereich gearbeitet.

Durch die Anwendung der psychoakustischen Betrachtung ergeben sich einige Änderungen in der Wahl der optimalen Konfiguration. Bei dem PKW-Geräusch würde man nach den in Kapitel 3.2.2.2 vorgestellten Auswahlkriterien eine Frequenzauflösung von 4 kHz/128 Abtastwerte wählen; erst die Verwendung des A-Filters und die Einbeziehung von Lautheit und Schärfe zeigt, dass diese Auswahl nicht die optimale Lösung ist. Tab. 7.2 weist hier eine optimale Kombination von 8 kHz/128 Abtastwerte aus. Bei dem Flugzeughallengeräusch und dem G3-Schuss verhält es sich ähnlich: Würde man auf Grund des linearen Pegels die Kombination mit 8 kHz/128 Abtastwerte wählen, wird bei Berücksichtigung der Schärfe und der Lautheit die Frequenzauflösung 16 kHz/128 Abtastwerte favorisiert werden.

Entsprechend Tab. 3.4 werden auch für verschiedene Abtastfrequenzen bei gleicher Frequenzauflösung die psychoakustischen Werte ermittelt:

|                 |                 | 16 kHz/128 S |       |              | 8 kHz/64S |       |              | 4 kHz/32S |       |              |
|-----------------|-----------------|--------------|-------|--------------|-----------|-------|--------------|-----------|-------|--------------|
|                 |                 | Primär       | Diff  | Dämpfung     | Primär    | Diff  | Dämpfung     | Primär    | Diff  | Dämpfung     |
| Düsenantrieb    | LFmax (dB)      | 87,26        | 79,18 | <b>8,08</b>  | 86,73     | 79,45 | <b>7,28</b>  | 86,84     | 79,04 | <b>7,8</b>   |
|                 | AFmax (dB)      | 85,53        | 80,09 | <b>5,44</b>  | 85,32     | 80,27 | <b>5,05</b>  | 85,19     | 79,83 | <b>5,36</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 51,96        | 34,42 | <b>17,54</b> | 49,98     | 33,61 | <b>16,37</b> | 50,32     | 34,09 | <b>16,23</b> |
|                 | Schärfe (acum)  | 6,73         | 7,14  | <b>-0,41</b> | 6,76      | 7,18  | <b>-0,42</b> | 6,67      | 7,01  | <b>-0,34</b> |
| Gewehrschuss    | LFmax (dB)      | 73,18        | 65,05 | <b>8,13</b>  | 73,21     | 65,64 | <b>7,57</b>  | 73,09     | 65,82 | <b>7,27</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 71,43        | 66,15 | <b>5,28</b>  | 71,2      | 66,28 | <b>4,92</b>  | 70,99     | 65,95 | <b>5,04</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 44,07        | 39,66 | <b>4,41</b>  | 43,91     | 39,81 | <b>4,1</b>   | 46,21     | 39,56 | <b>6,65</b>  |
|                 | Schärfe (acum)  | 8,05         | 6,1   | <b>1,95</b>  | 8,08      | 6,21  | <b>1,87</b>  | 8,25      | 6,09  | <b>2,16</b>  |
| Lkw im Leerlauf | LFmax (dB)      | 86,89        | 80,15 | <b>6,74</b>  | 86,78     | 80,15 | <b>6,63</b>  | 86,74     | 80,16 | <b>6,58</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 82,41        | 74,62 | <b>7,79</b>  | 82,18     | 75,11 | <b>7,07</b>  | 81,94     | 74,55 | <b>7,39</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 48,89        | 34,11 | <b>14,78</b> | 49,62     | 33,98 | <b>15,64</b> | 47,84     | 34,43 | <b>13,41</b> |
|                 | Schärfe (acum)  | 5,54         | 5,53  | <b>0,01</b>  | 5,52      | 5,58  | <b>-0,06</b> | 5,5       | 5,62  | <b>-0,12</b> |
| Lkw Vorbeifahrt | LFmax (dB)      | 92,23        | 86,23 | <b>6</b>     | 92,17     | 86,01 | <b>6,16</b>  | 92,17     | 85,98 | <b>6,19</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 78,68        | 71,12 | <b>7,56</b>  | 78,4      | 71,37 | <b>7,03</b>  | 77,71     | 70,72 | <b>6,99</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 67,75        | 48,2  | <b>19,55</b> | 67,84     | 48,32 | <b>19,52</b> | 66,53     | 48,87 | <b>17,66</b> |
|                 | Schärfe (acum)  | 4,82         | 4,9   | <b>-0,08</b> | 4,91      | 4,94  | <b>-0,03</b> | 4,96      | 5,06  | <b>-0,1</b>  |
| PKW Vorbeifahrt | LFmax (dB)      | 75,27        | 70,18 | <b>5,09</b>  | 75,27     | 70,18 | <b>5,09</b>  | 75,27     | 70,18 | <b>5,09</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 68,2         | 60,99 | <b>7,21</b>  | 68,2      | 60,99 | <b>7,21</b>  | 67,48     | 60,99 | <b>6,49</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 24,4         | 15,88 | <b>8,52</b>  | 23,8      | 15,78 | <b>8,02</b>  | 23,91     | 15,73 | <b>8,18</b>  |
|                 | Schärfe (acum)  | 3,8          | 3,96  | <b>-0,16</b> | 3,92      | 4,07  | <b>-0,15</b> | 3,95      | 3,95  | <b>0</b>     |
| Schiffsgeräusch | LFmax (dB)      | 53,09        | 48,73 | <b>4,36</b>  | 53,82     | 49,45 | <b>4,37</b>  | 53,64     | 51,31 | <b>2,33</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 40,99        | 35,23 | <b>5,76</b>  | 40,99     | 38,11 | <b>2,88</b>  | 40,74     | 35,22 | <b>5,52</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 5,83         | 4,36  | <b>1,47</b>  | 5,82      | 4,32  | <b>1,5</b>   | 5,76      | 4,34  | <b>1,42</b>  |
|                 | Schärfe (acum)  | 5,5          | 5,07  | <b>0,43</b>  | 5,55      | 5,19  | <b>0,36</b>  | 4,65      | 4,84  | <b>-0,19</b> |
| Rosa Rauschen   | LFmax (dB)      | 60,1         | 55,1  | <b>5</b>     | 59,5      | 55,1  | <b>4,4</b>   | 59        | 55,5  | <b>3,5</b>   |
|                 | AFmax (dB)      | 57           | 53    | <b>4</b>     | 56        | 53,1  | <b>2,9</b>   | 55        | 53,5  | <b>1,5</b>   |
|                 | Lautheit (sone) | 5,5          | 4     | <b>1,5</b>   | 5,1       | 4,5   | <b>0,6</b>   | 5         | 4,3   | <b>0,7</b>   |
|                 | Schärfe (acum)  | 3,9          | 4,2   | <b>-0,3</b>  | 3,9       | 4,1   | <b>-0,2</b>  | 3,9       | 4,1   | <b>-0,2</b>  |
| Weißes Rauschen | LFmax (dB)      | 59,98        | 59,61 | <b>0,37</b>  | 60,18     | 59,45 | <b>0,73</b>  | 59,64     | 59,58 | <b>0,06</b>  |
|                 | AFmax (dB)      | 58,05        | 57,5  | <b>0,55</b>  | 58,2      | 57,48 | <b>0,72</b>  | 57,7      | 57,44 | <b>0,26</b>  |
|                 | Lautheit (sone) | 5,9          | 5,3   | <b>0,6</b>   | 5,6       | 5,5   | <b>0,1</b>   | 5,5       | 5,4   | <b>0,1</b>   |
|                 | Schärfe (acum)  | 4,6          | 4,8   | <b>-0,2</b>  | 4,7       | 4,8   | <b>-0,1</b>  | 4,7       | 4,8   | <b>-0,1</b>  |

Tab. 7.3: Messwerte der physikalischen und psychoakustischen Auswertung bei einer Frequenzauflösung von 125 Hz

Tab. 7.3 zeigt, dass durch die Einbeziehung des Frequenzbereiches oberhalb der Grenzfrequenz des aktiven Systems die Unterschiede in den einzelnen Werten für die betrachteten Abtastfrequenzen nur gering sind.

Ein ganz anderes Bild ergibt sich, wenn eine optimale passive Dämpfung der Frequenzen oberhalb von 2 kHz vorausgesetzt wird. Die dann ermittelten Werte zeigt Tab. 7.4:

|                 |                 | 32 kHz | 16 kHz | 8 kHz | 4 kHz |
|-----------------|-----------------|--------|--------|-------|-------|
| Düsenantrieb    | LFmax (dB)      | 12     | 20     | 24,5  | 20    |
|                 | AFmax (dB)      | 20     | 31     | 33    | 17    |
|                 | Lautheit (sone) | 44     | 47     | 53    | 38    |
|                 | Schärfe (acum)  | 1,20   | 1,20   | 0,80  | 0,10  |
| Gewehrschuss    | LFmax (dB)      | 13     | 20     | 26    | 23    |
|                 | AFmax (dB)      | 21     | 29     | 33    | 22    |
|                 | Lautheit (sone) | 22     | 26     | 27    | 24    |
|                 | Schärfe (acum)  | 0,9    | 0,15   | 0,22  | -0,40 |
| Lkw im Leerlauf | LFmax (dB)      | 4      | 8      | 11    | 14    |
|                 | AFmax (dB)      | 19     | 24     | 33    | 17    |
|                 | Lautheit (sone) | 37     | 45     | 47    | 43    |
|                 | Schärfe (acum)  | 1,20   | 1,35   | 0,80  | 0,00  |
| Lkw Vorbeifahrt | LFmax (dB)      | 2      | 5      | 12    | 17    |
|                 | AFmax (dB)      | 9      | 15     | 28    | 23    |
|                 | Lautheit (sone) | 14     | 20     | 23,5  | 22    |
|                 | Schärfe (acum)  | 0,60   | 0,70   | 0,45  | -0,10 |
| PKW Vorbeifahrt | LFmax (dB)      | 3      | 5      | 15    | 18    |
|                 | AFmax (dB)      | 16     | 21     | 29    | 21    |
|                 | Lautheit (sone) | 13     | 15,5   | 17,5  | 15,5  |
|                 | Schärfe (acum)  | 0,70   | 0,75   | 0,50  | 0,10  |
| Schiffsgeräusch | LFmax (dB)      | 2      | 3      | 7     | 11    |
|                 | AFmax (dB)      | 10     | 16     | 24    | 19    |
|                 | Lautheit (sone) | 11     | 15     | 18    | 18    |
|                 | Schärfe (acum)  | 0,75   | 0,75   | 0,53  | -0,20 |
| Rosa Rauschen   | LFmax (dB)      | 5      | 6      | 9     | 7     |
|                 | AFmax (dB)      | 20     | 29     | 30    | 5     |
|                 | Lautheit (sone) | 33     | 38     | 38    | 26    |
|                 | Schärfe (acum)  | 1,60   | 1,50   | 0,75  | -0,50 |
| Weißes Rauschen | LFmax (dB)      | 12     | 15     | 18    | 18    |
|                 | AFmax (dB)      | 24     | 34     | 34    | 20    |
|                 | Lautheit (sone) | 22     | 24,5   | 25    | 23    |
|                 | Schärfe (acum)  | 0,85   | 0,95   | 0,40  | 0,00  |

Tab. 7.4: Dämpfungen der physikalischen und psychoakustischen Signalgrößen bei einer Frequenzauflösung von 125 Hz bei optimal gedämpftem Hochtonbereich.

Der Vergleich von Tab. 7.2 und Tab. 7.4 weist eine deutliche Verbesserung in den Dämpfungen nach. Diese Verbesserung zeigt die Vorteile des hier entwickelten ANC-Systems: Es ist in der Lage gerade in dem Frequenzbereich hohe Dämpfungen zu erzeugen, in dem andere Maßnahmen versagen.

Die Gewinne in den einzelnen Pegelarten zeigen eine wesentlich unterschiedlichere Tendenz für die Bestimmung der optimalen Frequenzauflösung.

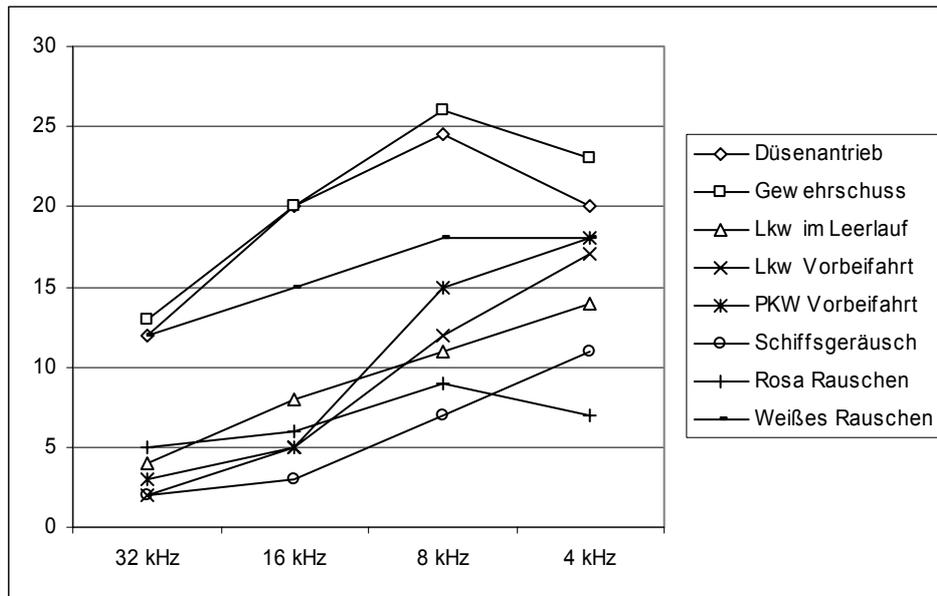


Abb. 7.4: Veränderung der Pegel LLF für verschiedene Primärsignale ohne Hochtonanteile über mehrere Abtastfrequenzen bei einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten.

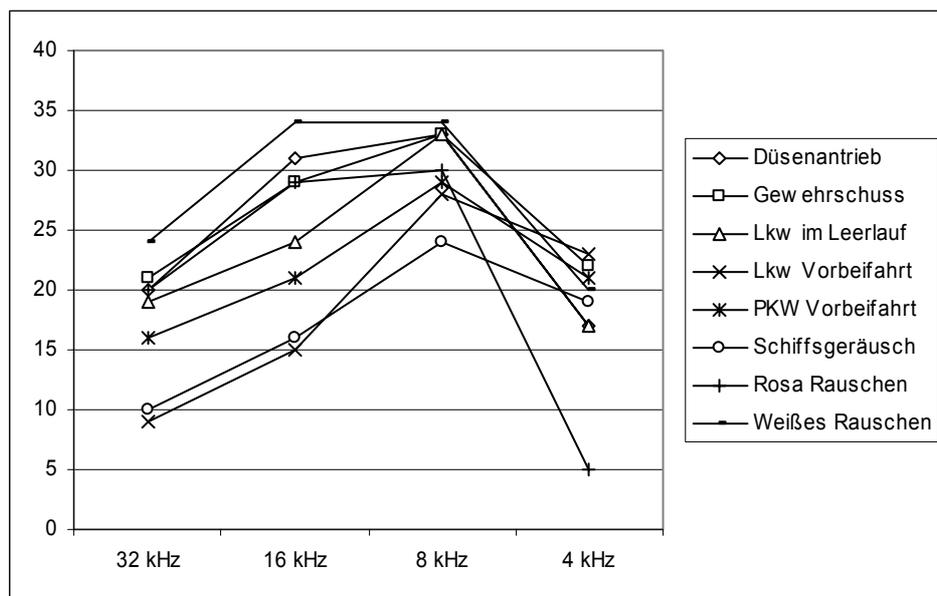


Abb. 7.5: Veränderung der Pegel LAF für verschiedene Primärsignale ohne Hochtonanteile über mehrere Abtastfrequenzen bei einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten.

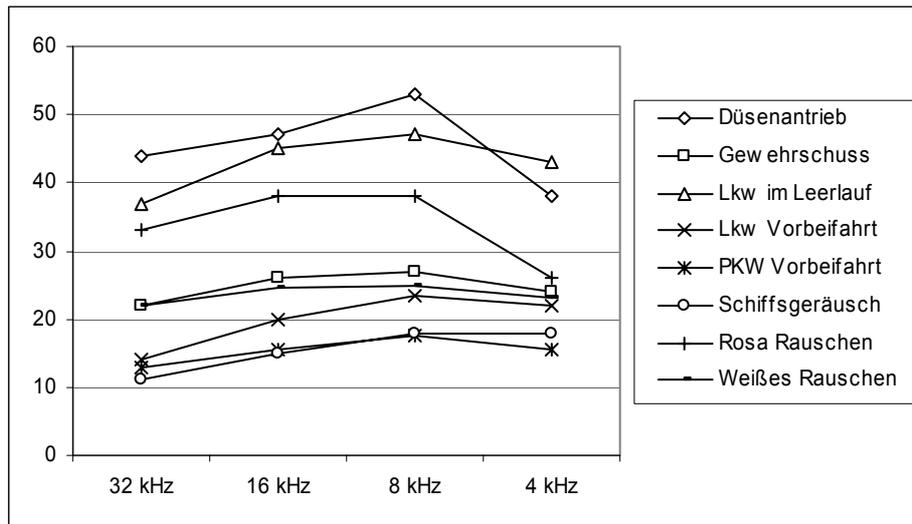


Abb. 7.6: Veränderung der Lautheit für verschiedene Primärsignale ohne Hochtonanteile über mehrere Abtastfrequenzen bei einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten.

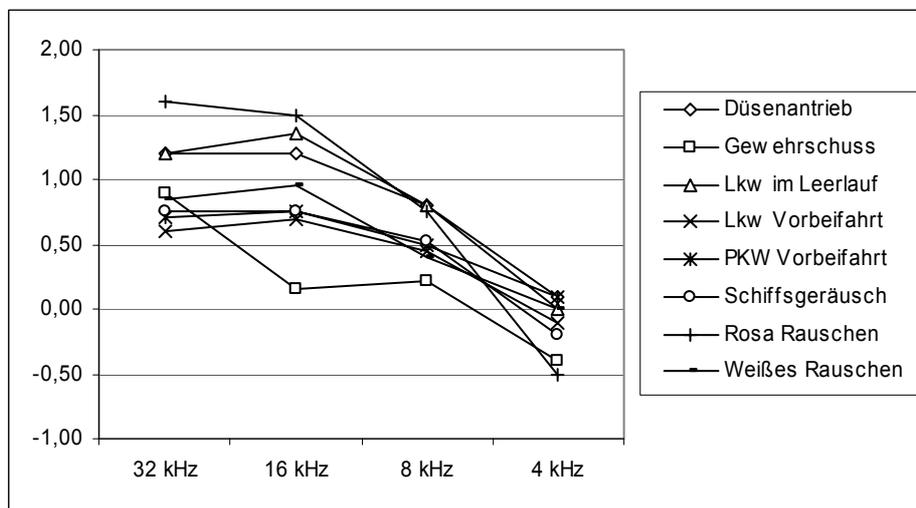


Abb. 7.7: Veränderung der Schärfe für verschiedene Primärsignale ohne Hochtonanteile über mehrere Abtastfrequenzen bei einer Fourierfensterbreite von 128 Abtastwerten.

Zeigen die Gewinne im LLF und dem LAF noch eine klare Tendenz zu niedrigen Abtastfrequenzen, so ist die Verbesserung in der Lautheit bereits nicht so eindeutig. Die Verbesserungen der Schärfe weist hingegen eine deutliche Tendenz zu hohen Abtastfrequenzen, bzw. höheren Frequenzauflösungen aus. Dieses zeigt, wie unterschiedlich die Schlussfolgerungen aus den physikalischen und den psychoakustischen Messwerten für die optimale Auslegung des Systems sein können.

Durch die Wahl des betrachteten Frequenzbereiches und die über die Frequenzauflösung einstellbare untere Grenzfrequenz ist das hier vorgestellte System sehr gut an das menschliche Hörempfinden und an das vorherrschende Geräuschumfeld anpassbar. Wie im eindimensionalen Fall können bei natürlichen Signalen im Frequenzbereich bis 2 kHz durch eine geeignete Wahl des Ranges und der Abtastfrequenz Dämpfungen bis 35 dB(A) erreicht werden. Der Vergleich der erreichten Dämpfungen mit und ohne Hochtonanteil zeigt deutlich, wie wichtig eine Kombination von aktiven und passiven Maßnahmen für breitbandige Primärsignale ist.



## 8. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein „Antischallsystem“ nach dem Feedforward-Verfahren vorgestellt. Es wird konsequent aus dem Kirchhoffschen Integral entwickelt, untersucht und für den Echtzeitbetrieb implementiert.

Zahlreiche Untersuchungen zur Messtechnik und zur Realisierbarkeit der numerischen Umsetzung sind im Rahmen dieser Arbeit erbracht worden. Zur Auslegung, Optimierung und Prüfung des Systems wurde ein Simulationsprogramm erstellt, mit dessen Hilfe bereits im Vorfeld einer technischen Realisation anhand aussagekräftiger Kriterien geplant werden kann. Die Simulationen zeigen, dass die Primärfelder mit diesem System hinreichend im Sinne der Zielsetzung innerhalb eines definierten Feldbereiches minimiert werden können. Neben stationären Primärfeldern können auch instationäre Geräusche gedämpft werden.

Dieses stellt einen Fortschritt im Vergleich zu den üblichen Systemen dar, die auf einen kleinen räumlichen Bereich oder spektral begrenzt sind oder nur für stationäre Geräusche ausgelegt sind.

Es wurden Methoden zur Bestimmung des minimal nötigen Aufwandes an Sekundärquellen entwickelt und untersucht, wie bei gegebener Feldgröße eine gewünschte Dämpfung erreicht werden kann.

Für die häufig vorkommende Situation eines dreidimensionalen Schallfeldes, das in der Höhe (nahezu) konstant ist (in der Arbeit als  $2\frac{1}{2}$  dimensionales Schallfeld bezeichnet) wurde gezeigt, dass die für die Sekundärquellen theoretisch anzusetzenden Linienquellen in der Praxis in hinreichender Näherung durch Punktquellen ersetzt werden können.

Im Hinblick auf die Realisierung mittels digitaler Signalprozessorsysteme wurde der Algorithmus auf mögliche Serialisierungen und Parallelisierungen hin untersucht. Es wurde gezeigt, dass je nach Anzahl der Sekundärquellen (Rang) der Algorithmus unterteilt werden kann, um die Rechenlast auf mehrere Prozessoren verteilen zu können. Die Aufteilung kann sich dabei ganz nach der verfügbaren Struktur der Rechenkapazität richten.

Untersuchungen im Experiment haben nicht nur gezeigt, dass sich die Ergebnisse der Simulation praktisch umsetzen lassen, sondern auch, dass ein PC-System mit aktuell üblicher Rechenleistung in der Lage ist, den Antischallalgorithmus für Konfigurationen bis etwa 16 Sekundärquellen in Echtzeit auszuführen. Die aufgezeigten Grenzen des Systems sind im Wesentlichen bedingt durch die Grenzen z. Z. handelsüblicher Hardware. Diese Grenzen werden sich zusammen mit der allgemeinen Weiterentwicklung der Hardware erweitern und den praktischen Einsatz dieses Antischallsystems weiter begünstigen.

Eine abschließende psychoakustische Betrachtung des Systems zeigt, dass bei einer Optimierung nicht allein die physikalischen Zusammenhänge, sondern auch die Eigenschaften des menschlichen Gehörsinns beachtet werden sollten. Erst der Einbezug von psychoakustischen Messgrößen wie der A-bewertete Schalldruckpegel oder der Lautheit führen dem eigentlichen Ziel dieser Arbeit näher, dem Menschen eine „Zone der Ruhe“ zu verschaffen.



## 9. Anhang

### 9.1. Verzeichnis der Symbole der verwendeten Größen

|                                   |                     |  |
|-----------------------------------|---------------------|--|
| A                                 |                     | relative Amplitude einer Schallquelle                              |
| A                                 |                     | Amplitude  |
| B                                 |                     | Ersetzungsterm   |
| c                                 | m/s                 | Schallgeschwindigkeit  |
| d                                 | m                   | Abstand  |
| $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ | 1                   | Einheitsvektoren   |
| F                                 | Hz                  | Frequenz   |
| $\vec{f}_{fl}$                    | N/m <sup>2</sup>    | Dipolquellstärkenflächendichte (Kraft pro Flächeneinheit)          |
| $\vec{F}_{fl}$                    | Ns/m <sup>2</sup>   | Fouriertransformierte der Dipolquellstärkenflächendichte           |
| $\vec{f}_{vol}$                   | N/m <sup>3</sup>    | Dipolquellstärkenvolumendichte (Kraft pro Volumeneinheit)          |
| $\vec{F}_{vol}$                   | Ns/m <sup>3</sup>   | Fouriertransformierte der Dipolquellstärkenvolumendichte           |
| G <sub>3dim</sub>                 | 1/m                 | dreidimensionale Greensche Funktion                                |
| G <sub>2dim</sub>                 | 1                   | zweidimensionale Greensche Funktion                                |
| G <sub>1dim</sub>                 | m                   | eindimensionale Greensche Funktion                                 |
| I                                 | Watt/m <sup>2</sup> | Schallintensität   |
| j                                 |                     | imaginäre Einheit  |
| k                                 | 1/m                 | Wellenzahl   |
| l                                 | m                   | Länge  |
| L                                 |                     | Lautsprecherposition (Sekundärquelle)                              |
| LQ                                |                     | Lautsprecherposition (Primärquelle)                                |
| N, n                              |                     | ganzzahlige Zählvariablen  |
| $\vec{n}$                         | 1                   | Normalvektor   |
| M                                 |                     | Mikrofonposition   |
| q                                 | m <sup>3</sup> /s   | Quellstärke (Volumenfluss)   |
| Q                                 | m <sup>3</sup>      | Fouriertransformierte der Quellstärke                              |
| q <sub>fl</sub>                   | m/s                 | Monopolquellstärkenflächendichte (Volumenfluss pro Flächeneinheit) |
| Q <sub>fl</sub>                   | m                   | Fouriertransformierte der Monopolquellstärkenflächendichte         |
| q <sub>vol</sub>                  | 1/s                 | Monopolquellstärkenvolumendichte (Volumenfluss pro Volumeneinh.)   |
| Q <sub>vol</sub>                  | 1                   | Fouriertransformierte der Monopolquellstärkenvolumendichte         |
| p                                 | N/m <sup>2</sup>    | Schalldruck  |
| P                                 | Ns/m <sup>2</sup>   | Fouriertransformierte des Schalldrucks                             |
| R                                 | 1                   | Rang   |
| $\vec{r}$                         | m                   | Ortsvektor   |
| s                                 | m                   | Schallausschlag (Auslenkung der Schallteilchen)                    |
| S                                 | m <sup>2</sup>      | Fläche   |
| t                                 | s                   | Zeit   |
| u                                 | m/s                 | Geschwindigkeit der Kugeloberfläche                                |
| U                                 | m/s                 | Amplitude der Kugeloberflächengeschwindigkeit                      |
| $\vec{v}$                         | m/s                 | Schallschnelle   |
| $\vec{V}$                         | m                   | Fouriertransformierte der Schallschnelle                           |
| V                                 | m <sup>3</sup>      | Volumen  |

---

|           |                   |                                       |
|-----------|-------------------|---------------------------------------|
| W         | Watt              | Wirkleistung                          |
| x         | m                 | Ortskoordinate                        |
| Z         | Ns/m <sup>3</sup> | Schallimpedanz                        |
| $\lambda$ | m                 | Wellenlänge                           |
| $\varphi$ | °                 | Phasenwinkel                          |
| $\rho$    | kg/m <sup>3</sup> | Dichte                                |
| $\Psi$    | Ns/m <sup>4</sup> | Fouriertransformierte der Quelldichte |
| $\omega$  | 1/s               | Kreisfrequenz                         |

## 9.2. Literaturverzeichnis

- Ref. 1: Bertermann, T.:  
*Implementierung eines Antischallalgorithmus auf einem digitalen Signalverarbeitungssystem*  
Diplomarbeit am Institut für Nachrichtentechnik, Universität Wuppertal, 2001
- Ref. 2: Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A.:  
*Taschenbuch der Mathematik*,  
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1933
- Ref. 3: Boone, M. M.:  
*Spatial Sound-Field Reproduction by Wave-Field Synthesis*,  
J. Audio - Eng. Soc., Vol 43, No.12, Dez. 1995
- Ref. 4: Bychovskij, A.V.:  
*Sposob polawlenija schuma w sluchowom organe (Verfahren zur Lärminderung im Ohr)*,  
Patent der UDSSR, SU 133631, Anmeldung 24.8.1949, Veröffentlichung: Erf.-Bulletin Nr. 22, 1960
- Ref. 5: Chandler-Wilde A.N., Hothersall, D.C.:  
*Efficient calculation of the green function für acoustic propagation above a homogenous impedance plane*,  
Journal of Sound and Vibration 180(5), 1995, S. 705-724
- Ref. 6: DIN IEC 651,,:  
*Schallpegelmesser*, 1981
- Ref. 7: Doelman, N.J.:  
*Design of systems for active sound control*  
Technische Universität Delft, 1993
- Ref. 8: Eatwell, G.P.:  
*The use of silentseat in aircraft cabins*,  
C.A. Rogers and C.R. Fuller (Autoren): *Proceedings of the 1st conference on recent advances in active control of sound and vibration*, Blacksburg, VA, USA, April 15-17, 1991 S. 302-310
- Ref. 9: Guicking, D.:  
*Aktive Lärm- und Schwingungsminderung - Von einer Laborkuriosität zum technischen Produkt*, In: Haus der Technik e.V., Essen,  
Tagungsunterlagen „Aktive Lärmbekämpfung und Schwingungsabwehr“, Essen, 1995
- Ref. 10: Henn, Sinambari, Fallen:  
*Ingenieurakustik*,  
2. Auflage, Vieweg-Verlag, 1999
- Ref. 11: C. Hobbs, K. Karantonis, B. Sharp:  
*Active reduction of airport noise*,  
Internoise 2000, Nizza

- Ref. 12: de Hoop, A.T.,  
*Radiation and scattering of acoustic waves in fluids*,  
lecture notes TU Delft, 1991
- Ref. 13: Hundeck, C.:  
*Experimente zur Auslöschung von eindimensionalen Schallwellen*  
Diplomarbeit am Institut für Nachrichtentechnik Universität Wuppertal, 1998
- Ref. 14: Jessel, A.J.M.:  
*La question des absorbeurs actifs*,  
Revue d' Acoustique 5, Nr. 18, S. 37-42
- Ref. 15: Jud, S.:  
*Hat die Ruhe noch eine Zukunft?*  
Zeitschrift für Lärmbekämpfung, Nr. 49, S. 73, Mai 2002
- Ref. 16: Laakso, T.I., u.a.:  
*Splitting the Unit Delay*,  
IEEE Signal Processing Magazine, Jan. 1996
- Ref. 17: Leute, E.:  
*Entwicklung von ANC-Algorithmen zur Echtzeitverarbeitung in einem Multi-DSP-System*  
Diplomarbeit am Institut für Nachrichtentechnik, Universität Wuppertal, 2002
- Ref. 18: Lüke, H.D.:  
*Signalübertragung*,  
6. Aufl., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995
- Ref. 19: Luig, Paul:  
*Verfahren zur Dämpfung von Schallschwingungen* ,  
DRP Nr. 655508 Anmeldung 27.1.1933, Erteilung 30.12.1937
- Ref. 20: Luig, Paul:  
*Process of silencing sound oscillations*,  
US-Patent Nr. 2043416, Anmeldung 8.3.1934, Erteilung 9.6.1936
- Ref. 21: McKinley, R.L.  
*Development of Active noise reduction earcups for military applications*,  
ASME Winter Annual Meeting, Anaheim, CA, Dec. 1986
- Ref. 22: Morse, P.M., H. Feshbach:  
*Methods of theoretical physics*,  
McGraw-Hill, 1953
- Ref. 23: Nelson, P.A, Elliott, S.J.:  
*Active Control of Sound* ,  
Academic Press Limited, London, 1992
- Ref. 24: Ohnishi, H. u. a.:  
*Development of the noise barrier using actively controlled acoustical soft edge*  
Internoise 2000, Nizza
- Ref. 25: Olson, H. F.:  
*Electronic sound absorber*,  
US-Patent Nr. 2983790, Anmeldung 30.4.1953, Erteilung 9.5.1961

- 
- Ref. 26: Olson, H. F.:  
*Electronic Control of Noise, Vibration, and Reverberation*,  
J. Acoust. Soc. Am. Nr. 28, S. 966-972
- Ref. 27: Pierce, A.D.:  
*Acoustics: An introduction to its physical principles and applications*,  
McGraw-Hill, 1981
- Ref. 28: Poularikas, A. D.:  
*Formulars and Tables for Signal Processing*,  
CRC Press LLC, 1999
- Ref. 29: Rayleigh, Lord:  
*The Theory of Sound* ,  
1. Aufl., MacMillan & Co, London, 1877/78, S. 104-106; 2. Aufl. 1894/96, S. 116-118
- Ref. 30: Strauss, H.:  
*Realzeitsimulation von zeitvarianten Schallfeldern in virtuellen auditiven Umgebungen*,  
Daga 1998, Zürich
- Ref. 31: Veit, I.:  
*Gehörschutz-Kopfhörer. Elektronik kontra Lärm* ,  
Funkschau 23, S. 50-52
- Ref. 32: Werner, T.:  
*Experimentalaufbau zur Auslöschung von zweidimensionalen Schallwellen*  
Diplomarbeit am Institut für Nachrichtentechnik, Universität Wuppertal, 2001
- Ref. 33: Widrow, B., Stearns, S.D.:  
*Adaptive Signal Processing*,  
Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, USA, 1985
- Ref. 34: Williams, E. G.:  
*Fourier Acoustics* ,  
Academic Press Limited, London, 1999
- Ref. 35: Zavadskaya, M.P., Popov, A.V., Egelskii, B.L.:  
*An approximate solution of the problem of active suppression of sound fields by the Malyuzhinets method*,  
Soviet Physics Acoustics, 1976
- Ref. 36: Zwicker, E. und Fastl, H.:  
*Psychoacoustics*,  
Springer Verlag, 1990
- Ref. 37: Zwicker, E., Zollner, M.:  
*Elektroakustik*,  
3. Aufl., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1993

### 9.3. Veröffentlichungen

- Ref. 38: Krahé, D.; Trimpop, M.:  
*Erzeugung eines 2½-dimensionalen Schallfeldes mittels eines minimierten Lautsprecherarrays - Untersuchungen zur Realisierbarkeit,*  
DAGA 01, Hamburg-Haburg, 2001
- Ref. 39: Trimpop, M.; Krahé, D.:  
*Bewertung eines Systems zur aktiven Schallunterdrückung anhand von Hörbeispielen und psychoakustischen Messgrößen,*  
DAGA 01, Hamburg-Haburg, 2001
- Ref. 40: Krahé, D.; Trimpop, M.:  
*Nachbildung eines zweidimensionalen Schallfeldes in einem begrenzten Volumen mit einer minimierten Anzahl von Schallquellen;*  
DAGA 00, Oldenburg, 2000
- Ref. 41: Trimpop, M.; Krahé, D.:  
*Simulation der aktiven Schallunterdrückung von monofrequenten und breitbandigen Geräuschen in einem Freifeld nach dem Feedforward-System,*  
DAGA 00, Oldenburg, 2000
- Ref. 42: Hirsch, K.-W.; Trimpop, M.:  
*A weapon database for the prediction of shooting noise;*  
INTERNOISE 99, Fort Lauderdale, 1999
- Ref. 43: Krahé, D.; Trimpop, M.:  
*Minimizing a three-dimensional loudspeaker array for reconstructing a two dimensional soundfield;*  
ACTIVE 99, Fort Lauderdale, 1999
- Ref. 44: Trimpop, M.; Krahé, D.:  
*Simulations and their results of the reduction of broadband noise in a two dimensional field;*  
ACTIVE 99, Fort Lauderdale, 1999
- Ref. 45: Trimpop, M.; Krahé, D.:  
*Contemplations about the numeric transposition of the generalised Kirchhoff Integral with the intention of active noise reduction;*  
DAGA 99, Berlin, 1999
- Ref. 46: Trimpop, M.; Krahé, D.:  
*Betrachtungen über einen neuen Ansatz zur aktiven Schallunterdrückung nach dem Feedforward-System;*  
DAGA 98, Zürich, 1998
- Ref. 47: Trimpop, M.; Hirsch, K.-W.:  
*On the advantage of relational data structures; Client/Server applications for shooting noise data using ODBC, SQL and OLE standards,*  
INTERNOISE 96, Liverpool, 1996

- Ref. 48: Hirsch, K.-W.; Trimpop, M.:  
*Zur mathematischen Darstellung der Richtcharakteristik einer Punktschallquelle mittels  
Kugelflächenfunktionen,*  
DAGA 94, Dresden, 1994

#### 9.4. Sekundärquellenberechnung für den eindimensionalen Fall

Das Einsetzen von Gleichung (3.8) in (3.10) führt für die beiden Quellen  $\psi_1$  und  $\psi_2$  zu Gleichung (9.1)

$$\Psi_1 = \frac{1}{\frac{G(x_{A2}, x_{L1})}{G(x_{A2}, x_{L2})} - \frac{G(x_{A1}, x_{L1})}{G(x_{A1}, x_{L2})}} \cdot \left( \begin{aligned} & \left( -\frac{G(x_{A1}, x_{M1})}{G(x_{A1}, x_{L2})} \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} + \frac{P(x_{M1})}{G(x_{A1}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A1}, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} \right. \\ & + \frac{G(x_{A1}, x_{M2})}{G(x_{A1}, x_{L2})} \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} - \frac{P(x_{M2})}{G(x_{A1}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A1}, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} \\ & + \frac{G(x_{A2}, x_{M1})}{G(x_{A2}, x_{L2})} \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} - \frac{P(x_{M1})}{G(x_{A2}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A2}, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} \\ & \left. - \frac{G(x_{A2}, x_{M2})}{G(x_{A2}, x_{L2})} \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} + \frac{P(x_{M2})}{G(x_{A2}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A2}, x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} \right) \end{aligned} \right)$$

Eine weitere Umrechnung ergibt Gleichung (9.2):

$$\Psi_1 = \frac{1}{\frac{G(x_{A2}, x_{L1})}{G(x_{A2}, x_{L2})} - \frac{G(x_{A1}, x_{L1})}{G(x_{A1}, x_{L2})}} \cdot \left( \begin{aligned} & \left( \frac{1}{G(x_{A1}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A1}, x)}{dx} - \frac{1}{G(x_{A2}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A2}, x)}{dx} \right) \Big|_{x=x_{M1}} P(x_{M1}) \\ & + \left( \frac{G(x_{A2}, x_{M1})}{G(x_{A2}, x_{L2})} - \frac{G(x_{A1}, x_{M1})}{G(x_{A1}, x_{L2})} \right) \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} \\ & + \left( \frac{1}{G(x_{A2}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A2}, x)}{dx} - \frac{1}{G(x_{A1}, x_{L2})} \cdot \frac{dG(x_{A1}, x)}{dx} \right) \Big|_{x=x_{M2}} P(x_{M2}) \\ & + \left( \frac{G(x_{A1}, x_{M2})}{G(x_{A1}, x_{L2})} - \frac{G(x_{A2}, x_{M2})}{G(x_{A2}, x_{L2})} \right) \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} \end{aligned} \right)$$

Aus Gleichung (9.2) ergibt sich unter Berücksichtigung der Nebenrechnung und der Größenverhältnisse:

$$x_{M1} < x_{L1} < x_{A1} < x_{A2} < x_{L2} < x_{M2}$$

Gleichung (9.3):

$$\Psi_1 = \frac{1}{e^{-jk(2x_{A2}-x_{L1}-x_{L2})} - e^{-jk(2x_{A1}-x_{L1}-x_{L2})}} \cdot \left( \begin{aligned} & \left( \frac{e^{-jk(x_{A1}-x_{M1})}}{\frac{-j}{k} e^{-jk(x_{L2}-x_{A1})}} - \frac{e^{-jk(x_{A2}-x_{M1})}}{\frac{-j}{k} e^{-jk(x_{L2}-x_{A2})}} \right) \cdot P(x_{M1}) \\ & + \left( \frac{-e^{-jk(x_{M2}-x_{A2})}}{\frac{-j}{k} e^{-jk(x_{L2}-x_{A2})}} - \frac{-e^{-jk(x_{M2}-x_{A1})}}{\frac{-j}{k} e^{-jk(x_{L2}-x_{A1})}} \right) \cdot P(x_{M2}) \\ & + \left( e^{-jk(2x_{A2}-x_{M1}-x_{L2})} - e^{-jk(2x_{A1}-x_{M1}-x_{L2})} \right) \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M1}} \\ & + \left( e^{-jk(x_{M2}-x_{L2})} - e^{-jk(x_{M2}-x_{L2})} \right) \cdot \frac{dP(x)}{dx} \Big|_{x=x_{M2}} \end{aligned} \right)$$

Fasst man die einzelnen Terme weiter zusammen, so ergibt sich im nächsten Schritt Gleichung (9.4):

$$\begin{aligned} \Psi_1 = & \frac{e^{-jk(x_{L1}+x_{L2})}}{e^{-jk(2x_{A2})} - e^{-jk(2x_{A1})}} \cdot \\ & \left( \frac{k}{-j} \left( e^{-jk(2x_{A1}-x_{M1}-x_{L2})} - e^{-jk(2x_{A2}-x_{M1}-x_{L2})} \right) \cdot P(x_{M1}) \right. \\ & + \frac{k}{-j} \left( e^{-jk(x_{M2}-x_{L2})} - e^{-jk(x_{M2}-x_{L2})} \right) \cdot P(x_{M2}) \\ & + \left( e^{-jk(2x_{A2})} - e^{-jk(2x_{A1})} \right) e^{-jk(-x_{M1}-x_{L2})} \cdot \left. \frac{dP(x)}{dx} \right|_{x=x_{M1}} \\ & + \left( e^{-jk(x_{M2}-x_{L2})} - e^{-jk(x_{M2}-x_{L2})} \right) \cdot \left. \frac{dP(x)}{dx} \right|_{x=x_{M2}} \end{aligned}$$

Innerhalb der Hauptklammer ergibt sich für die Multiplikatoren der Schalldruckwerte an Mikrofonposition 2 der Wert Null (Gleichung (9.5)):

$$\begin{aligned} \Psi_1 = & \frac{e^{-jk(x_{L1}+x_{L2})}}{e^{-jk(2x_{A2})} - e^{-jk(2x_{A1})}} \cdot \\ & \left( -jk \left( e^{-jk(2x_{A2})} - e^{-jk(2x_{A1})} \right) e^{-jk(-x_{M1}-x_{L2})} \cdot P(x_{M1}) \right. \\ & \left. + \left( e^{-jk(2x_{A2})} - e^{-jk(2x_{A1})} \right) e^{-jk(-x_{M1}-x_{L2})} \cdot \frac{dP(x)}{dx} \right|_{x=x_{M1}} \end{aligned}$$

Weiteres Kürzen ergibt Gleichung (9.6):

$$\Psi_1 = e^{-jk(x_{L1}+x_{L2})} \cdot \left( -jk e^{-jk(-x_{M1}-x_{L2})} \cdot P(x_{M1}) + e^{-jk(-x_{M1}-x_{L2})} \cdot \frac{dP(x)}{dx} \right|_{x=x_{M1}} \end{aligned}$$

Zusammenfassen der Exponentialterme führt zu Gleichung (9.7):

$$\Psi_1 = \left( -jk e^{-jk(-x_{M1}+x_{L1})} \cdot P(x_{M1}) + e^{-jk(-x_{M1}+x_{L1})} \cdot \frac{dP(x)}{dx} \right|_{x=x_{M1}} \end{aligned}$$

Ausklammern des Exponentialteils ergibt Gleichung (9.8):

$$\Psi_1 = e^{-jk(x_{L1}-x_{M1})} \left( -jk P(x_{M1}) + \frac{dP(x)}{dx} \right|_{x=x_{M1}} \end{aligned}$$

Für eine in positiver Richtung laufende Druckwelle  $P = \hat{P}e^{-jkx}$  gilt dann Gleichung (9.9):

$$\Psi_1 = e^{-jk(x_{L1}-x_{M1})} \left( -jk \hat{P}e^{-jkx_{M1}} - jk \hat{P}e^{-jkx_{M1}} \right) = -jk \cdot 2\hat{P}e^{-jkx_{L1}}$$

Der Volumenfluss teilt sich in positiver und negativer x-Richtung auf. Für die positive Richtung ( $x > x_{L1}$ ) gilt Gleichung (9.10):

$$P(x) = G_{\text{1dim}}(x, x_{L1}) \cdot \Psi(x_{L1}) = -\frac{j}{k} e^{-jk(x-x_{L1})} \cdot (-jk) \hat{P}e^{-jkx_{L1}} = -\hat{P}e^{-jkx}$$

Dieses Ergebnis ist genau invers zu dem gegebenen Primärfeld und führt wie im Ansatz gefordert zu dessen Auslöschung.

Für eine Schallwelle in negativer Richtung hingegen ergibt sich Gleichung (9.11):

$$\Psi_1 = e^{-jk(x_{L1}-x_{M1})} \left( -jk\hat{P}e^{+jkx_{M1}} + jk\hat{P}e^{+jkx_{M1}} \right) = 0$$

Für die Mikrofonposition 2 gilt entsprechend, dass Schallwellen in positiver Richtung zu keinem abgegebenen Signal an  $\Psi_2$  führen, während Wellen in negativer Richtung zu einem inversen Signal von  $\Psi_2$  relativ zum Primärsignal führen, und damit zur Auslöschung der Wellen für Positionen kleiner als  $x_{L2}$ .

Das bedeutet letztlich, dass Schallquellen die sich im Innenbereich zwischen  $x_{L1}$  und  $x_{L2}$  befinden, weder an  $\Psi_1$  noch an  $\Psi_2$  zu einem abgestrahlten Signal führen, während äußere Quellen je nach Position zu einem Signal an  $\Psi_1$  oder  $\Psi_2$  führen.

Nebenrechnung:

A)

Für eine in positive x-Richtung laufende Druckwelle gilt:

$$P(x) = \hat{P}e^{-jkx} \Rightarrow \frac{dP(x)}{dx} = -jk\hat{P}e^{-jkx}$$

Für eine in negative x-Richtung laufende Druckwelle gilt:

$$P(x) = \hat{P}e^{+jkx} \Rightarrow \frac{dP(x)}{dx} = jk\hat{P}e^{+jkx}$$

B)

Es gilt:

$$G_{1\text{dim}}(x, x_0) = -\frac{j}{k} e^{-jk|x-x_0|}$$

$$\frac{dG_{1\text{dim}}(x_A, x)}{dx} = -\frac{j}{k} (-jk) e^{-jk|x_A-x|} = -e^{-jk(x-x_A)} \text{ für } x \geq x_0$$

$$\frac{dG_{1\text{dim}}(x_A, x)}{dx} = -\frac{j}{k} (jk) e^{-jk|x_A-x|} = e^{-jk(x-x_A)} \text{ für } x < x_A$$

C)

$$\frac{G_{1\text{dim}}(x, x_0)}{G_{1\text{dim}}(x, x_1)} = \frac{e^{-jk|x-x_0|}}{e^{-jk|x-x_1|}}$$

Daraus ergibt sich:

$$e^{-jk(x-x_0)} \cdot e^{jk(x-x_1)} = e^{-jk(x_1-x_0)} \text{ für } x \geq x_0 \text{ und } x \geq x_1$$

$$e^{-jk(x-x_0)} \cdot e^{-jk(x_1-x)} = e^{-jk(2x-x_0-x_1)} \text{ für } x \geq x_0 \text{ und } x < x_1$$

$$e^{-jk(x-x_0)} \cdot e^{jk(x-x_1)} = e^{-jk(x_0+x_1-2x)} \text{ für } x < x_0 \text{ und } x \geq x_1$$

$$e^{-jk(x_0-x)} \cdot e^{jk(x_1-x)} = e^{-jk|x_0-x_1|} \text{ für } x < x_0 \text{ und } x < x_1$$

### 9.5. Lagrange-Interpolation

Ein ideales Fractional Delay (FD) Element ist eine digitale Version eines kontinuierlichen Verzögerungselementes. Das Verzögerungssystem muss mit Hilfe eines idealen Tiefpasses (Bandbegrenzung!) nachgebildet werden, solange die Verzögerung lediglich die Impulsantwort im Zeitbereich verschieben soll. Deshalb ist die Impulsantwort eines idealen FD-Filters die verschobene und abgetastete si-Funktion. Sie kann mit  $h(n) = \text{si}(n \cdot D)$  angegeben werden, wobei  $n$  der Abtastindex und  $D$  die gesamte Verzögerungszeit, bestehend aus einem ganzzahligen Teil  $\text{Int}(D)$  und dem gebrochenen Anteil  $d = D - \text{Int}(D)$  ist. Die nachfolgende Abbildung verdeutlicht dies für die Werte  $d = 0; 0$  und  $d = 0; 4$ .

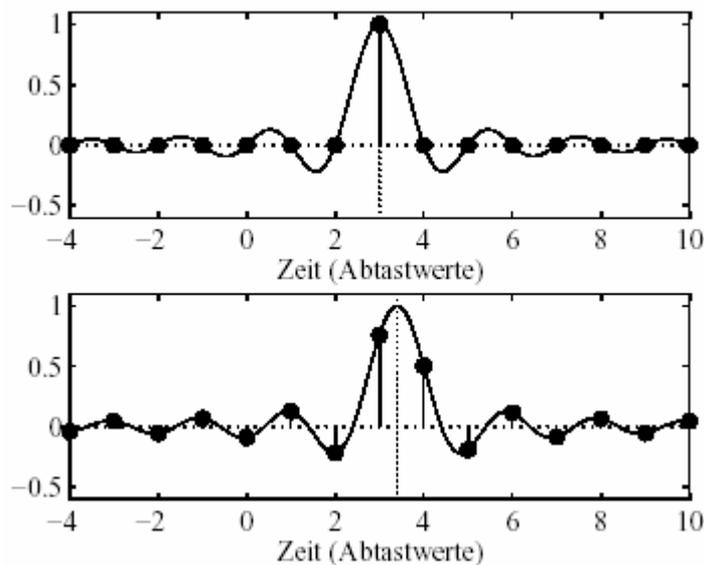


Abb. 9.1: Kontinuierliche und abgetastete Impulsantwort eines idealen FD-Filters mit a)  $D = 3,0$  bzw. b)  $D = 3,4$  [Ref. 17]

Im letzteren Fall ist die Impulsantwort unendlich lang, führt deshalb auf ein nicht kausales Filter und ist dazu nicht stabil, weil sie nicht absolut summierbar ist. Kausalität bezeichnet hier die Voraussetzung, dass keine negativen Frequenzen realisierbar sind. Ein ideales FD-Filter ist deshalb nicht realisierbar.

Um einen kausalen Filter herstellen zu können, muss eine Approximation der si -Funktion mit endlicher Länge verwendet werden. Eine dieser möglichen Approximationen ist die Lagrange-Interpolation. Für eine gegebene Verzögerung  $D$  und die Ordnung  $N$  des FD-Filters sind die Koeffizienten nach Ref. 16 definiert mit:

$$h(n) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq n}}^N \frac{D-i}{n-i} \quad \text{für } n = 0,1,2,\dots,N \quad (9.12)$$

Mit diesen Koeffizienten können nun die verschobenen Werte  $y(n)$  aus den originalen  $x(n)$  berechnet werden:

$$y(n) = \sum_{i=0}^N x(n-i)h(i) \quad (9.13)$$

Wird für die Ordnung 3 der Amplitude und Phasendifferenz gegenüber der normalisierten Frequenz aufgetragen, so ergibt sich Abb. 9.2.

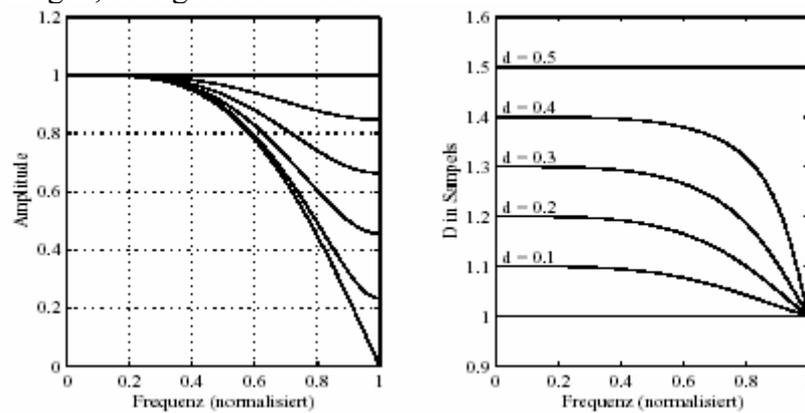


Abb. 9.2: Vergleich der Amplituden- und Phasendifferenz des per Lagrange-Interpolator verzögerten Signal für Verzögerungen von 0 bis 0,5 Abtastwerten für die Ordnung 3 [Ref. 17]

Die normalisierte Frequenz entspricht dem Verhältnis von absoluter Frequenz zu halber Abtastfrequenz. Etwa bis zum 0,4-fachen der normalisierten Frequenz sind die Werte nah am Optimum; bei höheren Frequenzen nimmt der Fehler in Amplitude und Phase stark zu. Durch höhere Ordnungen können diese Fehler weiter minimiert werden.

## 9.6. Datentabellen zu Abbildungen

| Frequenz | Abstand von Lautsprecher L1 |         |          |          |          |          |          |          |
|----------|-----------------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|          | 0,00 cm                     | 5,00 cm | 10,00 cm | 15,00 cm | 20,00 cm | 25,00 cm | 30,00 cm | 35,00 cm |
| 100 Hz   | 16,950°                     | 12,118° | 12,991°  | 13,727°  | 13,958°  | 14,404°  | 15,397°  | 14,848°  |
| 126 Hz   | 15,844°                     | 11,919° | 12,921°  | 13,579°  | 14,001°  | 14,132°  | 14,176°  | 14,264°  |
| 160 Hz   | 14,501°                     | 11,021° | 12,040°  | 12,644°  | 13,000°  | 13,200°  | 13,628°  | 13,406°  |
| 200 Hz   | 13,390°                     | 10,050° | 11,108°  | 11,757°  | 12,055°  | 12,239°  | 12,404°  | 12,471°  |
| 250 Hz   | 12,096°                     | 8,951°  | 9,656°   | 10,243°  | 10,662°  | 10,871°  | 11,162°  | 11,186°  |
| 316 Hz   | 11,327°                     | 8,392°  | 8,208°   | 8,790°   | 9,030°   | 9,128°   | 9,204°   | 9,281°   |
| 400 Hz   | 11,271°                     | 7,948°  | 6,667°   | 7,190°   | 7,461°   | 7,527°   | 7,641°   | 7,693°   |
| 500 Hz   | 12,496°                     | 8,848°  | 5,503°   | 6,049°   | 6,138°   | 6,173°   | 6,231°   | 6,315°   |
| 630 Hz   | 14,091°                     | 10,113° | 4,295°   | 4,429°   | 4,692°   | 4,894°   | 5,034°   | 5,050°   |
| 800 Hz   | 17,271°                     | 12,920° | 3,520°   | 3,269°   | 3,564°   | 3,657°   | 3,583°   | 3,448°   |
| 900 Hz   | 19,169°                     | 14,549° | 3,306°   | 2,776°   | 2,881°   | 2,891°   | 2,971°   | 3,031°   |

Tab. 9.1: Standardabweichungen der Phasen über die Höhe ( $M_w1-M_w7$ ) im Abstand zu L1

| Frequenz | Abstand von Lautsprecher LQ1 |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|          | 56,00 cm                     | 60,78 cm | 65,60 cm | 70,43 cm | 75,30 cm | 80,17 cm | 85,07 cm | 89,97 cm |
| 100 Hz   | 15,813°                      | 16,659°  | 15,892°  | 15,488°  | 15,779°  | 15,613°  | 15,101°  | 15,441°  |
| 126 Hz   | 14,825°                      | 15,513°  | 14,888°  | 14,909°  | 14,929°  | 14,859°  | 14,902°  | 14,927°  |
| 160 Hz   | 13,821°                      | 14,914°  | 13,918°  | 13,925°  | 13,841°  | 13,854°  | 13,830°  | 13,747°  |
| 200 Hz   | 12,328°                      | 13,450°  | 12,448°  | 12,491°  | 12,564°  | 12,643°  | 12,672°  | 12,670°  |
| 250 Hz   | 10,931°                      | 12,666°  | 11,013°  | 10,983°  | 11,017°  | 11,047°  | 11,133°  | 11,155°  |
| 316 Hz   | 9,528°                       | 12,268°  | 9,529°   | 9,497°   | 9,433°   | 9,441°   | 9,386°   | 9,396°   |
| 400 Hz   | 7,472°                       | 11,887°  | 7,595°   | 7,712°   | 7,782°   | 7,860°   | 7,859°   | 7,943°   |
| 500 Hz   | 6,131°                       | 11,694°  | 6,104°   | 6,085°   | 6,279°   | 6,145°   | 6,147°   | 6,231°   |
| 630 Hz   | 5,079°                       | 12,577°  | 4,772°   | 4,623°   | 4,769°   | 4,847°   | 4,838°   | 4,830°   |
| 800 Hz   | 3,647°                       | 15,227°  | 3,260°   | 3,334°   | 3,514°   | 3,475°   | 3,336°   | 3,156°   |
| 900 Hz   | 3,045°                       | 17,174°  | 2,710°   | 2,815°   | 2,802°   | 2,651°   | 2,762°   | 2,880°   |

Tab. 9.2: Standardabweichungen der Phasen über die Höhe ( $M_w1-M_w7$ ) im Abstand zu LQ1

Zu Kap. 4.7.1:

| f [Hz] | mic | $\varphi_{\text{mess}} [^\circ]$ | $\varphi_{\text{soll}} [^\circ]$ | $\Delta\varphi [^\circ]$ | $s(\Delta\varphi) [^\circ]$ |
|--------|-----|----------------------------------|----------------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 100    | 16  | 32,99                            | 29,83                            | 3,16                     | 1,61                        |
|        | 17  | 22,13                            | 19,88                            | 2,25                     |                             |
|        | 18  | 11,47                            | 9,94                             | 1,53                     |                             |
|        | 20  | -10,92                           | -9,94                            | -0,98                    |                             |
|        | 21  | -19,56                           | -19,88                           | 0,33                     |                             |
|        | 22  | -26,86                           | -29,83                           | 2,97                     |                             |
| 200    | 16  | 59,77                            | 59,65                            | 0,12                     | 1,53                        |
|        | 17  | 37,67                            | 39,77                            | -2,10                    |                             |
|        | 18  | 17,03                            | 19,88                            | -2,85                    |                             |
|        | 20  | -21,59                           | -19,88                           | -1,71                    |                             |
|        | 21  | -40,40                           | -39,77                           | -0,63                    |                             |
|        | 22  | -58,37                           | -59,65                           | 1,28                     |                             |
| 300    | 16  | 92,59                            | 89,48                            | 3,12                     | 2,03                        |
|        | 17  | 61,95                            | 59,65                            | 2,30                     |                             |
|        | 18  | 32,01                            | 29,83                            | 2,19                     |                             |
|        | 20  | -23,91                           | -29,83                           | 5,92                     |                             |
|        | 21  | -58,21                           | -59,65                           | 1,44                     |                             |
|        | 22  | -89,69                           | -89,48                           | -0,21                    |                             |
| 400    | 16  | 111,59                           | 119,30                           | -7,72                    | 10,66                       |
|        | 17  | 85,43                            | 79,53                            | 5,90                     |                             |
|        | 18  | 26,58                            | 39,77                            | -13,19                   |                             |
|        | 20  | -41,25                           | -39,77                           | -1,48                    |                             |
|        | 21  | -91,94                           | -79,53                           | -12,40                   |                             |
|        | 22  | -144,38                          | -119,30                          | -25,08                   |                             |
| 500    | 16  | 159,71                           | 149,13                           | 10,58                    | 14,53                       |
|        | 17  | 94,66                            | 99,42                            | -4,76                    |                             |
|        | 18  | 51,63                            | 49,71                            | 1,92                     |                             |
|        | 20  | -71,20                           | -49,71                           | -21,49                   |                             |
|        | 21  | -112,15                          | -99,42                           | -12,74                   |                             |
|        | 22  | -131,61                          | -149,13                          | 17,52                    |                             |
| 600    | 16  | 194,79                           | 178,95                           | 15,83                    | 29,49                       |
|        | 17  | 116,21                           | 119,30                           | -3,09                    |                             |
|        | 18  | 62,66                            | 59,65                            | 3,00                     |                             |
|        | 20  | -67,95                           | -59,65                           | -8,30                    |                             |
|        | 21  | -97,90                           | -119,30                          | 21,40                    |                             |
|        | 22  | -106,37                          | -178,95                          | 72,58                    |                             |
| 700    | 16  | 224,19                           | 208,78                           | 15,41                    | 62,92                       |
|        | 17  | 234,72                           | 139,19                           | 95,53                    |                             |
|        | 18  | 57,12                            | 69,59                            | -12,48                   |                             |
|        | 20  | -40,36                           | -69,59                           | 29,24                    |                             |
|        | 21  | -91,81                           | -139,19                          | 47,38                    |                             |
|        | 22  | -47,41                           | -208,78                          | 161,37                   |                             |
| 800    | 16  | 279,17                           | 238,60                           | 40,56                    | 85,49                       |
|        | 17  | 166,32                           | 159,07                           | 7,25                     |                             |
|        | 18  | 28,62                            | 79,53                            | -50,92                   |                             |
|        | 20  | -31,47                           | -79,53                           | 48,06                    |                             |
|        | 21  | -51,79                           | -159,07                          | 107,28                   |                             |
|        | 22  | -374,53                          | -238,60                          | -135,93                  |                             |
| 900    | 16  | 297,00                           | 268,43                           | 28,57                    | 109,26                      |
|        | 17  | 138,76                           | 178,95                           | -40,20                   |                             |
|        | 18  | 22,04                            | 89,48                            | -67,43                   |                             |
|        | 20  | -12,32                           | -89,48                           | 77,16                    |                             |
|        | 21  | -40,65                           | -178,95                          | 138,30                   |                             |
|        | 22  | -47,18                           | -268,43                          | 221,25                   |                             |
| 1000   | 16  | 387,65                           | 298,26                           | 89,40                    | 109,53                      |
|        | 17  | 113,26                           | 198,84                           | -85,58                   |                             |
|        | 18  | 22,01                            | 99,42                            | -77,41                   |                             |
|        | 20  | -3,55                            | -99,42                           | 95,87                    |                             |
|        | 21  | -45,25                           | -198,84                          | 153,59                   |                             |
|        | 22  | -383,50                          | -298,26                          | -85,24                   |                             |

Tab. 9.3: Phasenverlauf der ebenen Welle, aufgenommen an der x-Achse

| f [Hz] | mic | $\varphi_{\text{mess}} [^\circ]$ | $s(\varphi_{\text{mess}}) [^\circ]$ |
|--------|-----|----------------------------------|-------------------------------------|
| 100    | 36  | 2,21                             | 3,68                                |
|        | 2   | 8,28                             |                                     |
|        | 32  | -1,87                            |                                     |
|        | 6   | 4,58                             |                                     |
|        | 26  | -0,76                            |                                     |
|        | 12  | 2,16                             |                                     |
| 200    | 36  | 5,53                             | 1,70                                |
|        | 2   | 5,38                             |                                     |
|        | 32  | 2,95                             |                                     |
|        | 6   | 0,98                             |                                     |
|        | 26  | 3,60                             |                                     |
|        | 12  | 3,17                             |                                     |
| 300    | 36  | 3,44                             | 4,61                                |
|        | 2   | 8,38                             |                                     |
|        | 32  | -3,73                            |                                     |
|        | 6   | 0,27                             |                                     |
|        | 26  | -3,70                            |                                     |
|        | 12  | 1,97                             |                                     |
| 400    | 36  | 6,02                             | 1,36                                |
|        | 2   | 3,84                             |                                     |
|        | 32  | 5,96                             |                                     |
|        | 6   | 3,89                             |                                     |
|        | 26  | 2,75                             |                                     |
|        | 12  | 5,54                             |                                     |
| 500    | 36  | 4,28                             | 2,77                                |
|        | 2   | 2,67                             |                                     |
|        | 32  | -2,61                            |                                     |
|        | 6   | -2,30                            |                                     |
|        | 26  | 0,15                             |                                     |
|        | 12  | 1,84                             |                                     |
| 600    | 36  | -18,16                           | 6,64                                |
|        | 2   | -22,27                           |                                     |
|        | 32  | -25,67                           |                                     |
|        | 6   | -33,11                           |                                     |
|        | 26  | -21,11                           |                                     |
|        | 12  | -13,70                           |                                     |
| 700    | 36  | -43,87                           | 40,95                               |
|        | 2   | -44,43                           |                                     |
|        | 32  | -40,91                           |                                     |
|        | 6   | 62,47                            |                                     |
|        | 26  | -11,53                           |                                     |
|        | 12  | -17,15                           |                                     |
| 800    | 36  | 41,52                            | 98,06                               |
|        | 2   | -53,81                           |                                     |
|        | 32  | 139,94                           |                                     |
|        | 6   | 205,33                           |                                     |
|        | 26  | 7,46                             |                                     |
|        | 12  | -8,14                            |                                     |
| 900    | 36  | 142,49                           | 78,97                               |
|        | 2   | 176,93                           |                                     |
|        | 32  | 135,78                           |                                     |
|        | 6   | 151,16                           |                                     |
|        | 26  | 23,17                            |                                     |
|        | 12  | -16,97                           |                                     |
| 1000   | 36  | 22,64                            | 22,39                               |
|        | 2   | 16,38                            |                                     |
|        | 32  | 53,25                            |                                     |
|        | 6   | 48,11                            |                                     |
|        | 26  | 29,88                            |                                     |
|        | 12  | -8,10                            |                                     |

Tab. 9.4: Phasenverlauf der ebenen Welle, aufgenommen an der y-Achse

Zu Kap. 4.7.2:

| Mic.Nr. | Phasenverlauf $\varphi$ [°] an den Mikrofonkreisen für $f = 125\text{Hz}$ |                         |                         |                         |                         |                         |
|---------|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|         | Mikrofonkreis 1   |                         |                         | Mikrofonkreis 2         |                         |                         |
|         | $\varphi_{\text{mess}}$   | $\varphi_{\text{soll}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ | $\varphi_{\text{mess}}$ | $\varphi_{\text{soll}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ |
| 6       | -86,66  | -88,70                  | -2,04                   | -81,45                  | -89,47                  | -8,01                   |
| 7       | -59,56  | -67,86                  | -8,30                   | -60,08                  | -68,47                  | -8,39                   |
| 8       | -22,26  | -29,60                  | -7,34                   | -22,67                  | -29,89                  | -7,23                   |
| 9       | 22,19   | 17,61                   | -4,57                   | 23,77                   | 17,84                   | -5,92                   |
| 1       | 36,10   | 46,76                   | 10,66                   | 36,55                   | 47,54                   | 11,00                   |
| 2       | 9,44  | 17,61                   | 8,17                    | 12,60                   | 17,84                   | 5,24                    |
| 3       | -32,44  | -29,60                  | 2,83                    | -19,73                  | -29,89                  | -10,16                  |
| 4       | -61,28  | -67,86                  | -6,58                   | -58,25                  | -68,47                  | -10,23                  |
| 5       | -82,94  | -88,70                  | -5,76                   | -81,45                  | -89,47                  | -8,01                   |
| s       |   |                         | <b>7,02</b>             |                         |                         | <b>7,49</b>             |

Tab. 9.5: Standardabweichung des Phasenverlaufes für  $f = 125\text{ Hz}$

| Mic.Nr. | Phasenverlauf $\varphi$ [°] an den Mikrofonkreisen für $f = 250\text{Hz}$ |                         |                         |                         |                         |                         |
|---------|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|         | Mikrofonkreis 1   |                         |                         | Mikrofonkreis 2         |                         |                         |
|         | $\varphi_{\text{mess}}$   | $\varphi_{\text{soll}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ | $\varphi_{\text{mess}}$ | $\varphi_{\text{soll}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ |
| 6       | -82,99  | -77,40                  | 5,59                    | -74,32                  | -78,93                  | -4,61                   |
| 7       | -27,71  | -35,73                  | -8,02                   | -26,42                  | -36,95                  | -10,53                  |
| 8       | 32,92   | 40,80                   | 7,87                    | 36,46                   | 40,21                   | 3,76                    |
| 9       | 145,80  | 135,23                  | -10,57                  | 150,47                  | 135,69                  | -14,78                  |
| 1       | 163,23  | 193,52                  | 30,29                   | 165,74                  | 195,09                  | 29,35                   |
| 2       | 106,49  | 135,23                  | 28,74                   | 111,37                  | 135,69                  | 24,32                   |
| 3       | 10,38   | 40,80                   | 30,42                   | 15,74                   | 40,21                   | 24,47                   |
| 4       | -38,91  | -35,73                  | 3,18                    | -37,42                  | -36,95                  | 0,47                    |
| 5       | -76,57  | -77,40                  | -0,83                   | -76,77                  | -78,93                  | -2,16                   |
| s       |   |                         | <b>16,25</b>            |                         |                         | <b>16,36</b>            |

Tab. 9.6: Standardabweichung des Phasenverlaufes für  $f = 250\text{ Hz}$

| Mic.Nr. | Phasenverlauf $\varphi$ [°] an den Mikrofonkreisen für $f = 375\text{Hz}$ |                         |                         |                         |                         |                         |
|---------|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|         | Mikrofonkreis 1   |                         |                         | Mikrofonkreis 2         |                         |                         |
|         | $\varphi_{\text{mess}}$   | $\varphi_{\text{soll}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ | $\varphi_{\text{mess}}$ | $\varphi_{\text{soll}}$ | $\varphi_{\text{diff}}$ |
| 6       | -9,39   | -6,10                   | 3,29                    | -4,41                   | -8,40                   | -3,98                   |
| 7       | 85,05   | 56,41                   | -28,65                  | 86,20                   | 54,58                   | -31,62                  |
| 8       | 179,73  | 171,19                  | -8,53                   | 181,52                  | 170,32                  | -11,20                  |
| 9       | 336,90  | 312,84                  | -24,06                  | 342,59                  | 313,53                  | -29,06                  |
| 1       | 382,71  | 400,28                  | 17,56                   | 385,82                  | 402,63                  | 16,81                   |
| 2       | 272,99  | 312,84                  | 39,86                   | 276,94                  | 313,53                  | 36,59                   |
| 3       | 140,25  | 171,19                  | 30,95                   | 142,81                  | 170,32                  | 27,51                   |
| 4       | 44,73   | 56,41                   | 11,67                   | 46,20                   | 54,58                   | 8,38                    |
| 5       | -6,03   | -6,10                   | -0,07                   | -6,39                   | -8,40                   | -2,01                   |
| s       |   |                         | <b>23,12</b>            |                         |                         | <b>23,52</b>            |

Tab. 9.7: Standardabweichung des Phasenverlaufes für  $f = 375\text{ Hz}$

| Mic.Nr. | Betragsverlauf A [mV] an den Mikrofonkreisen für f =125Hz |                   |                   |                   |                   |                   |
|---------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|         | Mikrofonkreis 1   |                   |                   | Mikrofonkreis 2   |                   |                   |
|         | A <sub>mess</sub>   | A <sub>soll</sub> | A <sub>diff</sub> | A <sub>mess</sub> | A <sub>soll</sub> | A <sub>diff</sub> |
| 6       | 193,49  | 304,91            | 111,42            | 208,45            | 304,29            | 95,84             |
| 7       | 255,22  | 323,28            | 68,06             | 243,87            | 322,69            | 78,82             |
| 8       | 299,59  | 367,92            | 68,32             | 338,03            | 367,51            | 29,48             |
| 9       | 516,16  | 461,46            | -54,71            | 479,12            | 462,10            | -17,02            |
| 1       | 675,09  | 574,03            | -101,06           | 662,34            | 578,31            | -84,04            |
| 2       | 445,84  | 461,46            | 15,61             | 456,27            | 462,10            | 5,83              |
| 3       | 315,60  | 367,92            | 52,32             | 385,73            | 367,51            | -18,22            |
| 4       | 261,38  | 323,28            | 61,90             | 251,57            | 322,69            | 71,13             |
| 5       | 194,13  | 304,91            | 110,78            | 218,87            | 304,29            | 85,42             |
| s       |   |                   | <b>72,21</b>      |                   |                   | <b>60,77</b>      |

Tab. 9.8: Standardabweichung des Betragsverlaufes für f = 125 Hz

| Mic.Nr. | Betragsverlauf A [mV] an den Mikrofonkreisen für f =250Hz |                   |                   |                   |                   |                   |
|---------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|         | Mikrofonkreis 1   |                   |                   | Mikrofonkreis 2   |                   |                   |
|         | A <sub>mess</sub>   | A <sub>soll</sub> | A <sub>diff</sub> | A <sub>mess</sub> | A <sub>soll</sub> | A <sub>diff</sub> |
| 6       | 258,84  | 330,32            | 71,48             | 322,27            | 329,65            | 7,38              |
| 7       | 312,69  | 350,22            | 37,53             | 300,04            | 349,59            | 49,55             |
| 8       | 282,72  | 398,58            | 115,86            | 319,73            | 398,13            | 78,40             |
| 9       | 472,56  | 499,91            | 27,35             | 447,98            | 500,61            | 52,63             |
| 1       | 723,83  | 621,87            | -101,96           | 725,58            | 626,50            | -99,08            |
| 2       | 552,13  | 499,91            | -52,22            | 545,53            | 500,61            | -44,92            |
| 3       | 389,13  | 398,58            | 9,45              | 481,49            | 398,13            | -83,36            |
| 4       | 333,68  | 350,22            | 16,54             | 323,23            | 349,59            | 26,35             |
| 5       | 287,57  | 330,32            | 42,75             | 322,19            | 329,65            | 7,47              |
| s       |   |                   | <b>64,14</b>      |                   |                   | <b>62,21</b>      |

Tab. 9.9: Standardabweichung des Betragsverlaufes für f = 250 Hz

| Mic.Nr. | Betragsverlauf A [mV] an den Mikrofonkreisen für f =375Hz |                   |                   |                   |                   |                   |
|---------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|         | Mikrofonkreis 1   |                   |                   | Mikrofonkreis 2   |                   |                   |
|         | A <sub>mess</sub>   | A <sub>soll</sub> | A <sub>diff</sub> | A <sub>mess</sub> | A <sub>soll</sub> | A <sub>diff</sub> |
| 6       | 172,34  | 177,86            | 5,52              | 231,07            | 177,50            | -53,56            |
| 7       | 111,15  | 188,58            | 77,43             | 109,32            | 188,24            | 78,92             |
| 8       | 112,50  | 214,62            | 102,12            | 126,05            | 214,38            | 88,32             |
| 9       | 189,67  | 269,18            | 79,51             | 181,49            | 269,56            | 88,07             |
| 1       | 354,12  | 334,85            | -19,27            | 370,22            | 337,35            | -32,87            |
| 2       | 330,69  | 269,18            | -61,51            | 311,94            | 269,56            | -42,38            |
| 3       | 223,51  | 214,62            | -8,89             | 275,23            | 214,38            | -60,86            |
| 4       | 121,45  | 188,58            | 67,13             | 117,52            | 188,24            | 70,72             |
| 5       | 205,57  | 177,86            | -27,71            | 227,53            | 177,50            | -50,03            |
| s       |   |                   | <b>58,29</b>      |                   |                   | <b>68,84</b>      |

Tab. 9.10: Standardabweichung des Betragsverlaufes für f = 375 Hz

| Mic.Nr.  | Dämpfung a in dB für f = 300Hz |                       |              |
|----------|--------------------------------|-----------------------|--------------|
|          | A <sub>res</sub> [mV]          | A <sub>LQ1</sub> [mV] | a in dB      |
| 1        | 149,08                         | 295,55                | 5,94         |
| 2        | 175,87                         | 314,59                | 5,05         |
| 3        | 207,30                         | 375,03                | 5,15         |
| 4        | 107,72                         | 318,24                | 9,41         |
| 5        | 106,22                         | 327,77                | 9,79         |
| 6        | 105,13                         | 362,70                | 10,76        |
| 7        | 118,11                         | 378,61                | 10,12        |
| 8        | 130,28                         | 385,32                | 9,42         |
| 9        | 88,38                          | 302,27                | 10,68        |
| 10       | 119,10                         | 305,40                | 8,18         |
| 11       | 103,78                         | 316,59                | 9,69         |
| 12       | 65,44                          | 368,10                | 15,00        |
| 13       | 73,33                          | 391,07                | 14,54        |
| 14       | 131,10                         | 409,63                | 9,90         |
| 15       | 319,89                         | 461,66                | 3,19         |
| 16       | 82,96                          | 283,10                | 10,66        |
| 17       | 100,91                         | 290,71                | 9,19         |
| 18       | 93,90                          | 328,48                | 10,88        |
| 19       | 35,40                          | 346,53                | 19,81        |
| 20       | 81,87                          | 385,51                | 13,46        |
| 21       | 153,11                         | 423,13                | 8,83         |
| 22       | 272,29                         | 489,67                | 5,10         |
| 23       | 94,74                          | 299,68                | 10,00        |
| 24       | 108,24                         | 309,71                | 9,13         |
| 25       | 100,95                         | 309,87                | 9,74         |
| 26       | 52,15                          | 371,42                | 17,05        |
| 27       | 66,30                          | 394,22                | 15,48        |
| 28       | 122,41                         | 421,94                | 10,75        |
| 29       | 322,63                         | 493,50                | 3,69         |
| 30       | 118,41                         | 320,87                | 8,66         |
| 31       | 97,58                          | 320,64                | 10,33        |
| 32       | 72,64                          | 355,16                | 13,78        |
| 33       | 84,04                          | 392,24                | 13,38        |
| 34       | 63,87                          | 404,29                | 16,03        |
| 35       | 120,73                         | 313,22                | 8,28         |
| 36       | 151,05                         | 313,52                | 6,34         |
| 37       | 182,37                         | 386,97                | 6,53         |
| <b>m</b> |                                |                       | <b>10,11</b> |

| Mic.Nr.  | Dämpfung a in dB für f = 500Hz |                       |             |
|----------|--------------------------------|-----------------------|-------------|
|          | A <sub>res</sub> [mV]          | A <sub>LQ1</sub> [mV] | a in dB     |
| 1        | 125,45                         | 218,92                | 4,84        |
| 2        | 159,12                         | 212,28                | 2,50        |
| 3        | 252,89                         | 227,19                | -0,93       |
| 4        | 95,22                          | 215,42                | 7,09        |
| 5        | 54,31                          | 207,17                | 11,63       |
| 6        | 68,49                          | 212,69                | 9,84        |
| 7        | 153,25                         | 248,31                | 4,19        |
| 8        | 225,58                         | 255,38                | 1,08        |
| 9        | 100,90                         | 183,74                | 5,21        |
| 10       | 93,91                          | 237,59                | 8,06        |
| 11       | 44,25                          | 214,84                | 13,72       |
| 12       | 23,57                          | 214,97                | 19,20       |
| 13       | 32,32                          | 223,31                | 16,79       |
| 14       | 97,63                          | 241,70                | 7,87        |
| 15       | 341,46                         | 257,27                | -2,46       |
| 16       | 82,68                          | 171,61                | 6,34        |
| 17       | 113,32                         | 210,23                | 5,37        |
| 18       | 43,48                          | 192,27                | 12,91       |
| 19       | 32,29                          | 219,70                | 16,66       |
| 20       | 75,23                          | 239,28                | 10,05       |
| 21       | 148,55                         | 233,21                | 3,92        |
| 22       | 294,20                         | 245,50                | -1,57       |
| 23       | 92,48                          | 187,95                | 6,16        |
| 24       | 85,70                          | 210,98                | 7,82        |
| 25       | 31,89                          | 215,90                | 16,61       |
| 26       | 29,41                          | 199,21                | 16,62       |
| 27       | 32,63                          | 220,14                | 16,58       |
| 28       | 103,37                         | 225,55                | 6,78        |
| 29       | 446,61                         | 246,20                | -5,17       |
| 30       | 96,11                          | 214,32                | 6,97        |
| 31       | 66,12                          | 219,43                | 10,42       |
| 32       | 118,36                         | 198,97                | 4,51        |
| 33       | 185,75                         | 226,46                | 1,72        |
| 34       | 165,45                         | 223,02                | 2,59        |
| 35       | 144,49                         | 219,85                | 3,65        |
| 36       | 182,33                         | 226,92                | 1,90        |
| 37       | 311,00                         | 223,12                | -2,88       |
| <b>m</b> |                                |                       | <b>6,93</b> |

Tab. 9.11: Darstellung der erzielten Dämpfung a in dB in Abhängigkeit der Analysemikrofon-Nummer

### 9.7. Messergebnisse zur Minderung des Körperschalls

In Tab. 9.12 sind die Mittelwerte der Standardabweichungen in Abhängigkeit vom Ort bei den jeweiligen Frequenzen für die Phasen und Schallgeschwindigkeiten gebildet und aufgetragen, um eine Aussage über die Verbesserung der Feinabstimmung in Bezug auf den Körperschall zu machen.

| Frequenz  | Standardabweichungen $s$ [°] über die Orte |              |
|-----------|--|--------------|
|           | ohne Sand                                  | Mit Sand     |
|           | Phase [°]                                  | Phase [°]    |
| 104 Hz    | 2,433                                      | 2,549        |
| 152 Hz    | 1,590                                      | 2,222        |
| 200 Hz    | 1,980                                      | 5,955        |
| 248 Hz    | 4,320                                      | 5,025        |
| 304 Hz    | 5,148                                      | 4,714        |
| 352 Hz    | 4,761                                      | 5,283        |
| 400 Hz    | 6,163                                      | 6,630        |
| 448 Hz    | 8,345                                      | 3,160        |
| 504 Hz    | 7,128                                      | 6,290        |
| 552 Hz    | 11,720                                     | 3,735        |
| 600 Hz    | 12,741                                     | 3,905        |
| 648 Hz    | 7,494                                      | 3,705        |
| 704 Hz    | 12,047                                     | 4,422        |
| 752 Hz    | 18,721                                     | 3,148        |
| 800 Hz    | 13,394                                     | 3,449        |
| 848 Hz    | 17,856                                     | 4,704        |
| 904 Hz    | 13,135                                     | 5,396        |
| 952 Hz    | 9,218                                      | 4,421        |
| 1000 Hz   | 11,794                                     | 6,220        |
| $\bar{s}$ | <b>8,947</b>                               | <b>4,470</b> |

Tab. 9.12: Standardabweichungen der Phasendifferenzen in Abhängigkeit vom Ort