# Verfahren der digitalen Kompensation von Unsymmetrien der analogen Quadraturmischung in OFDM-Empfängern

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Bergischen Universität-Gesamthochschule Wuppertal angenommene Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs

## **Andreas Schuchert**

Motorola SPS - München

Tag der mündlichen Prüfung: 13. Juni 2001 Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. U.E. Kraus Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. W. Zschunke

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als System-Ingenieur bei der Motorola GmbH, Geschäftsbereich Halbleiter, in München. Mein besonderer Dank gilt daher meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Uwe E. Kraus für die Zustimmung zu dieser externen Dissertation. Seine fachliche Führung wie seine persönlichen Fähigkeiten trugen maßgeblich zum erfolgreichen Abschluß dieser Arbeit bei. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Willmut Zschunke für das Interesse an der Aufgabenstellung und für die Bereitschaft, das Korreferat zu übernehmen.

Weiterhin gilt mein Dank dem Leiter der Motorola-Personalabteilung Oliver Kaltenbach sowie den Mitarbeitern Rainer Makowitz, Michael Mayr und Reinhard Hahn für das Zustandekommen der Arbeit und für die Unterstützung im Verlauf ihrer Erstellung.

Für den fachlichen Rat durch die Mitarbeiter des Lehrstuhls für Nachrichtentechnik der BUGH Wupertal Stephan W. Mondwurf und Adnan El-Bardawil sowie für die sehr hilfreiche Koordinationstätigkeit von Ursula Hinnenberg möchte ich mich herzlich bedanken.

Für wertvolle Diskussionen bedanke ich mich bei allen Kollegen unserer Arbeitsgruppe, insbesondere bei Ralph Hasholzner und bei Martin Buchholz für hilfreiche Anregungen aus Toulouse. Weiterhin trug die persönliche Unterstützung durch den ehemaligen Arbeitskollegen Robert Würth sehr zum Gelingen der Arbeit bei.

Nicht zuletzt gilt der Dank meinen Eltern Lisbeth und Josef Schuchert und meinem Bruder Wolfgang Schuchert, die mir während des Studiums und im Laufe meiner beruflichen Tätigkeit stets den familiären Rückhalt gaben.

München, im September 2001

## Zusammenfassung

Als breitbandiges Verteilmedium für Multimedia-Inhalte mit portabler und mobiler Empfangsmöglichkeit kann die *terrestrische digitale Rundfunkübertragung* eine wesentliche Rolle in der künftigen informations- und wissensbasierten Gesellschaft spielen. Ein Schlüsselfaktor für die Akzeptanz des *DVB-T*-Systems (*Digital Video Broadcasting -Terrestrial*) ist die preisgünstige Verfügbarkeit von Endgeräten, die den Nutzen und Vorteil der digitalen Übertragungstechnik für den Verbraucher erkennbar werden lassen.

Aus wirtschaftlicher Sicht ist daher der Chip- und Endgeräteproduzent bestrebt, durch standardisierte Produktplattformen mit hoher Integrationsdichte und wenig chipexternen Bauelementen die Herstellungskosten zu minimieren und die Entwicklung gleichzeitig einem breiten Anwendungsspektrum zuzuführen.

Aus systemtechnischer Sicht stellt der terrestrische Funkkanal erhöhte Anforderungen an die Robustheit des Nachrichtensystems. Durch das in der DVB-T-Spezifikation festgeschriebene *OFDM-Übertragungsverfahren (orthogonal frequency division multiplexing)* wird diesen schwierigen Empfangsverhältnissen wirksam begegnet.

Die Verknüpfung der wirtschaftlichen Gesichtspunkte mit den systemtechnischen Eigenschaften des OFDM-Verfahrens führt mit Zielrichtung auf ein direktmischendes Empfangskonzept zu Empfänger-Architekturen, die die oben genannten Anforderungen nach hoher Integrationsdichte und systemtechnischer Flexibilität erfüllen. Die zentrale Funktion der *Quadraturdemodulation* zur Rückgewinnung der informationstragenden Basisbandsignale aus dem empfangenen Bandpass-Signal wird in diesen Empfangskonzepten in analoger Schaltungstechnik ausgeführt. Die Quadraturmischung ist daher aufgrund technologiebedingter Ungenauigkeiten im Herstellungsprozess mit *Amplituden-und Phasenunsymmetrien* zwischen den Quadraturkomponenten behaftet (*IQ-Verzerrungen*).

Die vorliegende Arbeit liefert Ergebnisse und Lösungen zu folgender im Kontext der breitbandigen OFDM-Übertragung aktuellen, aber in der Literatur bisher nur ungenügend betrachteten Fragestellung:

- Wie wirken sich die dem Zeitsignal zugefügten IQ-Unsymmetrien auf die Signalqualität der OFDM-Unterträgeramplituden im Frequenzbereich aus?
- Können diese IQ-Verzerrungen durch nachgelagerte *digitale Kompensationsalgorithmen* in einem OFDM-Empfänger beseitigt werden?

Aufbauend auf einer detaillierten mathematischen Darstellung der durch Amplituden- und Phasenunsymmetrie verzerrten OFDM-Unterträger werden zwei neuartige Kompensationsverfahren erarbeitet. Beide Korrekturmechanismen beseitigen die dem analogen Zeitbereichssignal zugefügten Verzerrungen auf digitaler Ebene im Frequenzbereich. Dabei wird von den zur Schätzung des linear verzerrten Kanals mitgesendeten Pilotträgern Gebrauch gemacht. Das Verfahren der *separaten Kompensation* detektiert und kompensiert den IQ-Beitrag der Verzerrungen unabhängig von den durch Mehrwegeempfang hervorgerufenen linearen Kanalverzerrungen. Es kann somit in bestehende digitale Empfänger als zusätzliche Funktionseinheit integriert werden. Das zweite Verfahren beruht auf einer *adaptiven Frequenzbereichsentzerrung*. Es wird eine Filterstruktur abgeleitet, mit der sowohl die linearen als auch die durch die IQ-Unsymmetrie verursachten Verzerrungen gemeinsam beseitigt werden. Die Einstellung der Filterkoeffizienten erfolgt iterativ zunächst in einer pilotträgerbasierten Trainingsphase. Nach hinreichender Konvergenz geht die Koeffizientenadaption in einen entscheidungsgestützten Nachführmodus über.

In Simulationsmodellen nach DVB-T-Standard wird die Wirksamkeit der entworfenen Verfahren am praktischen System nachgewiesen und deren Grenzen unter realen Ausbreitungsbedingungen aufgezeigt.

In Beantwortung der oben aufgebrachten Fragestellung lassen sich damit die Ergebnisse der Arbeit wie folgt zusammenfassen:

- Für Modulationsformen mit bandbreiteneffizienten, höherstufigen Signalkonstellationen besteht die Notwendigkeit einer IQ-Fehlerkompensation.
- In einem OFDM-Empfänger lassen sich die IQ-Verzerrungen effizient mit Methoden der digitalen Signalverarbeitung auf Frequenzbereichsebene kompensieren.

Die gewonnen Erkenntnisse stellen einen Beitrag zur Entwicklung eines hochintegrierten OFDM-Empfängers dar, indem das Zusammenwirken von digitaler Basisband-Signalverarbeitung unter Anwendung des OFDM-Konzepts und analoger Schaltungstechnik effizient genutzt wird. Das Verständnis der durch die Systemrandbedingungen vorgegeben Auswirkungen auf die Signalqualität fließt unmittelbar in die funktionale Architektur der digitalen Signalverarbeitung ein. Dadurch kann im Hinblick auf eine wirtschaftliche Gesamtlösung ein Ausgleich zwischen den Genauigkeitsanforderungen an analoge Schaltungskomponenten und dem Anteil der digitalen Signalverarbeitung angestrebt werden.

## Inhaltsverzeichnis

1	Einl	leitung		1
	1.1	Markte	ntwicklung des digitalen terrestrischen Fernsehens	1
		1.1.1	Standardisierung der Übertragungssysteme	3
		1.1.2	Bedeutung der Empfängertechnologie	6
	1.2	Zielset	zung, Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit	7
2	Übe	rtragun	gstechnisches Konzept des OFDM-Systems	12
	2.1	Eigens	chaften des terrestrischen Übertragungsweges	12
		2.1.1	Modellierung zeitvarianter linearer Systeme	12
		2.1.2	Modellierung als Zufallsprozess	14
	2.2	Grundl	agen der OFDM-Übertragung	17
		2.2.1	Übertragung digitaler Signale	18
		2.2.2	OFDM-Signalmodell	20
		2.2.3	Empfang von OFDM-Signalen	25
		2.2.4	Kanalverzerrungen und Einführung des Schutzintervalls	29
3	Qua	draturn	nischung und Empfangskonzepte für digitale TV-Signale	32
	3.1	Quadra	turmischung	32
	3.2	Empfa	ngskonzepte für digitale TV-Signale	38
		3.2.1	Konventionelle Empfangskonzepte	38
		3.2.2	Fortschrittliche Empfangskonzepte	40
4	IQ-	Unsymm	etrien in OFDM-Systemen	43
	4.1	Mather	natische Beschreibung der IQ-Unsymmetrien	43

		4.1.1	Signalmodell	43
		4.1.2	Frequenzbereichsbetrachtung	46
	4.2	Auswir	kung der IQ-Fehler auf das demodulierte OFDM-QAM-Signal	49
		4.2.1	Frequenzbereichsdarstellung des IQ-Fehlers	49
		4.2.2	Bewertungskriterien	52
5	Kana	alschätz	ung für OFDM-Signale	60
	5.1	Struktu	r einer trainingssymbolgestützten Kanalschätzung	61
	5.2	Kanalso	chätzung mittels Interpolation	63
		5.2.1	Bedeutung der Rahmenstruktur	64
		5.2.2	Konventionelle Interpolationsfilterung	68
		5.2.3	Wiener-Filterung zur Interpolation und Glättung	70
	5.3	Adaptiv	ve Kanalentzerrung	72
	5.4	DVB-T-	-spezifische Implementierungsaspekte	73
6	Digit	ale IQ-I	Fehlerkompensation durch Frequenzbereichsentzerrung	77
	6.1	Separat	e Kompensation von IQ-Unsymmetrien	77
		6.1.1	Struktur des Kompensationsverfahrens	78
		6.1.2	Frequenzabhängige Kompensation der IQ-Verzerrungen	81
		6.1.3	DVB-T-spezifische Implementierungsaspekte	87
		6.1.4	Simulationsergebnisse und Bewertung	91
	6.2	Erweite	erte adaptive Frequenzbereichsentzerrung	95
		6.2.1	Modifizierte adaptive Filterstruktur	97
		6.2.2	DVB-T-spezifische iterative Koeffizienteneinstellung	101
		6.2.3	Simulationsergebnisse und Bewertung	106

\_\_\_\_\_

7	Dis	Diskussion und Ausblick	
Anhang			118
	А	Abwärtsmischung durch Bandpass-Unterabtastung	119
	В	Zero-Forcing Kriterium	122
	С	Lineare Optimalfilterung (Wiener-Filterung)	124
	D	LMS-Algorithmus	127
	Е	Singularität der modifizierten Autokorrelationsmatrix R	128
Ver	zeich	nis der Variablen	130
Ver	zeich	nis der Abkürzungen	135
Lite	eratui	verzeichnis	137

## 1 Einleitung

#### **1.1** Marktentwicklung des digitalen terrestrischen Fernsehens

Kennzeichen des Zusammenwachsens von Informationsverarbeitung und Telekommunikationstechnik hin zu Multimedia-Technologien und -Anwendungen sind neben dem Einsatz der digitalen Signalverarbeitung die Integration von Video-, Audiound Dateninhalten sowie die Möglichkeit der interaktiven Nutzung der angebotenen Dienste. Eine Voraussetzung für die Bereitstellung multimedialer Inhalte ist die Schaffung einer leistungsfähigen Netzinfrastruktur, die dem Verlangen nach ständig steigender Übertragungskapazität gerecht wird. Als breitbandiges Verteilmedium mit portabler und mit Einschränkung mobiler Empfangsmöglichkeit kann dabei die *digitale terrestrische Rundfunkübertragung* eine wesentliche Rolle in zukünftigen Multimedia-Szenarien spielen. Eine weitere wichtige Voraussetzung für die Akzeptanz neuer Informationstechnologien ist die preisgünstige Verfügbarkeit komfortabler Endgeräte. Das prognostizierte Marktwachstum in dem Segment der Set-Top-Boxen für digitalen terrestrischen TV-Empfang zeigt **Abb. 1.1** [47].



Abb. 1.1 Absatzmarkt der Set-Top-Boxen für digitalen terrestrischen TV-Empfang

In Europa erwartet man bei 750000 ausgelieferten Einheiten im Jahr 2001 eine Steigerung auf 2 Millionen Einheiten im Jahr 2004 mit weiterhin steigender Tendenz. Weitere Marktprognosen sagen voraus, dass sich der weltweite Absatz von Halbleitern in Set-Top-Boxen für digitalen terrestrischen TV-Empfang, ausgehend von dem Jahr 2001 mit einem Umsatzvolumen von 89.6 Mio. \$ auf 379.4 Mio. \$ im Jahr 2004 erhöht, **Abb. 1.2** [47].



Abb. 1.2 Halbleiter-Umsatzvolumen in Set-Top-Boxen für digitalen terrestrischen TV-Empfang

Diese Vorhersagen über die Marktentwicklung des digitalen terrestrischen Fernsehens unterstreichen die Bedeutung und Notwendigkeit *wirtschaftlich umsetzbarer* technischer Entwicklungen auf dem Gebiet der digitalen breitbandigen Übertragungsverfahren, um die (Gewinn-)Erwartungen der Marktteilnehmer zu erfüllen.

Im Folgenden wird auf die aktuellen Standardisierungsmaßnahmen und Einführungsszenarien der digitalen terrestrischen Fernsehübertragungstechnik mit Schwerpunkt Europa sowie auf die Bedeutung des Endgerätemarktes eingegangen.

#### 1.1.1 Standardisierung der Übertragungssysteme

Unter technischen Gesichtspunkten stehen bei dem Entwurf eines digitalen Übertragungssystems die durch den Übertragungskanal auferlegten physikalischen Randbedingungen im Mittelpunkt. Im Rahmen dieser Vorgaben, wie z. B. die Eignung für Mehrwegeempfang, wird nach wirtschaftlich machbaren technischen Lösungen gesucht, die die Information möglichst fehlerfrei und bandbreiteneffizient übermitteln. Darüberhinaus können weitere technologische Randbedingungen und gesetzliche Bestimmungen die Konzeption eines Übertragungsverfahrens beeinflussen. **Abb. 1.3** fasst in einer Übersicht die Entwurfsziele zusammen. Es zeigt sich, dass einige dieser Ziele teilweise in Widerspruch zueinander stehen und ein Austausch der Kenngrößen (z. B. Sendeleistung gegen Bandbreite) vorgenommen werden kann, um ein gegebenes Ziel (z. B. tolerierbare Bitfehlerrate) zu erreichen.



Abb. 1.3 Entwurfsziele für ein digitales Übertragungssystem

Ausgehend von den Eigenschaften des terrestrischen Ausbreitungskanals und den daraus resultierenden technischen Lösungen spielen die Nutzeranforderungen eine zentrale Rolle bei dem Entwurf eines kommerziell erfolgreichen Übertragungssystems [49]. Das europäische *DVB-(Digital Video Broadcasting-)*System betreffend gehört zu diesen Anforderungen aus der Sicht der Endgerätehersteller eine größtmögliche Gemeinsamkeit innerhalb der DVB-Familie, d. h. zwischen den spezifizierten Übertragungssystemen für Satellit (DVB-S), für Kabel (DVB-C) und für terrestrische Ausstrahlung (DVB-T) [1]. Weiterhin legt der Betreiber terrestrischer Netze aus Gründen der Frequenzökonomie Wert auf die Möglichkeit, ein Gleichwellennetz installieren zu können [49].

Erste Feldversuche und Testausstrahlungen einer digitalen terrestrischen TV-Signalübertragung nach dem *Mehrträgerverfahren* mit orthogonalen zeitbegrenzten Impulsfunktionen (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing - OFDM*) fanden in Deutschland im Jahre 1993 statt [55, 56, 57], Labormessungen wurden in England mit Blick auf eine HDTV-Übertragung bereits im Jahr 1992 durchgeführt [58]. Die Einbeziehung oben genannter Nutzeranforderungen mündete in einem DVB-Systemvorschlag, dessen übertragungstechnisches Konzept auf dem OFDM-Verfahren in Verbindung mit einer leistungsfähigen verketteten Kanalcodierung beruht (*Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing - COFDM*).

Der Gesamtmarkt wird im wesentlichen von zwei Standards auf ihren jeweiligen Heimatmärkten dominiert: In Europa wurde das von dem DVB-Projekt erarbeitete Systemkonzept in der Version vom März 1997 als European Telecommunications Standard ETS 300 744 [1] vom European Telecommunications Standards Institute (ETSI) verabschiedet. Dieser Standard findet auch außerhalb Europas in Indien und Australien Befürworter und steht in weiten Teilen mittel-, südamerikanischer und asiatischer Staaten zur Diskussion [50]. Der nordamerikanische Markt wird trotz kontroverser Diskussionen mit DVB-T-Anhängern von dem ATSC-(Advanced Television Systems Committee-)System bestimmt [51]. Ein dritter konkurrierender Systemvorschlag, das ISDB-T-(Terrestrial Integrated Digital Services Broadcasting-)System, wurde in Japan von der ARIB (Association of Radio Industries and Businesses) erarbeitet [52, 53]. Alle drei genannten Standards spezifizieren die Übertragungstechnik mit ihren funktionalen Komponenten Modulation, Kanalcodierung und Rahmenstruktur für eine Breitbandübertragung von Video-, Audio und allgemeinen Datensignalen innerhalb eines 6-bis 8-MHz-Kanals. Die Schnittstelle zur Quellcodierung ist bei allen Systemvorschlägen in gleicher Weise durch die Spezifikation des MPEG-2 (Moving Pictures Experts Group) Transport-Streams vorgegeben [54].

Während die Fehlerkorrekturmaßnahmen des europäischen DVB-T- und des japanischen ISDB-T-Standards identisch sind, erlaubt der ebenfalls auf dem OFDM-Verfahren basierende ISDB-T-Standard durch Segmentierung des Frequenzbandes eine individuelle Zuweisung von Signalkonstellation und Coderate an einzelne Unterträger-Segmente und ermöglicht dadurch unter gegebenen Ausbreitungsbedingungen einen Ausgleich zwischen der erforderlichen Robustheit der Übertragung und der maximal übertragenen Datenrate. Mit den flexiblen OFDM-Gesamtkonzepten des DVB-T- und des ISDB-T-Systems können in den bestehenden 6- bis 8-MHz-breiten TV-Kanälen Nutzdatenraten zwischen 5 Mbit/s und 32 Mbit/s übertragen werden. Im Gegensatz dazu ist das amerikanische ATSC-System ein *Einträgerverfahren*. Die Modulation der Trägerschwingung erfolgt basierend auf einem 8-ASK-Symbolalphabet (amplitude shift keying - ASK). Die Kanalsymbole werden mit der Coderate 2/3 trelliscodiert, die HF-Übertragung findet im Restseitenbandverfahren statt (vestigial sideband - VSB). Ein zusätzlicher Fehlerschutz wird durch den äußeren Reed-Solomon-Code erzielt. Mit diesem im Vergleich zu den OFDM-Verfahren starren Übertragungsschema wird in einem 6-MHz-breiten Kanal eine feste Nutzdatenrate von 19.28 Mbit/s erreicht. **Tab. 1.1** fasst die wesentlichen Systemmerkmale der drei vorherrschenden Standards für digitale terrestrische TV-Übertragung zusammen.

	DVB-T	ISDB-T	ATSC
Übertragungs- verfahren	Mehrträgerverfahren COFDM	Mehrträgerverfahren COFDM	Einträgerverfahren 8-ASK/VSB
Symbol(Nutz)- dauer	224/896 µs	216/432/864 µs	0.093 µs
Nutzbandbreite	7.61 MHz	5.575 MHz	6 MHz
Trägeranzahl Trägerabstand	1705/6817 4464/1116 Hz	1405/2809/5617 3968/1984/992 Hz	1
Bandsegmentierung	-	13 Segmente <sup>a</sup>	-
Symbolalphabet	4-,16-,64-QAM <sup>b</sup>	DQPSK, 4-,16-,64-QAM	8-ASK
Frequenzinterleaving	Intra-Band	Inter-/Intra -Segment	-
Zeitinterleaving	-	Interleavingtiefe I 0,4,8,16,32 0,2,4,8,16 0,1,2,4,8	-
Schutzintervall	7, 14, 28, 56 μs 28, 56, 128, 224 μs	6.75,13.5, 27, 54 μs 13.5, 27, 54,108 μs 27, 54, 108, 216 μs	-
Kanalcodierung	RS(204,188) aus GF( $2^8$ ) Faltungsinterleaver (I = 12, M = 17) <sup>c</sup> punktierter Faltungs- code (K <sup>d</sup> = 7, Rate 1/2,2/3,3/4,5/6/,7/8)	RS(204,188) aus GF( $2^8$ ) Faltungsinterleaver (I = 12, M = 17) punktierter Faltungs- code (K = 7, Rate 1/2,2/3,3/4,5/6/,7/8)	RS(207,187) aus GF( $2^8$ ) Faltungsinterleaver (I = 52, M = 4) trelliscodierte Modu- lation (8-ASK mit 4- Zustände Ungerböck Code der Rate 2/3)

**Tab. 1.1** Systemmerkmale terrestrischer digitaler TV-Übertragungsstandards

	DVB-T	ISDB-T	ATSC
Nutzdatenrate (Kanalbandbreite)	5-32 Mbit/s (8 MHz)	4-23 Mbit/s (6 MHz) 5-32 Mbit/s (8 MHz)	19 Mbit/s (6 MHz)
Schnittstelle	MPEG-2 TS	MPEG-2 TS	MPEG-2 TS

#### Tab. 1.1 Systemmerkmale terrestrischer digitaler TV-Übertragungsstandards

- a. Das zentrale Segment der in 13 Segmente unterteilten Nutzbandbreite kann mit einem Schmalband-Empfänger separat empfangen werden (partial reception). Weiterhin ermöglicht die individuelle Zuweisung von (gleichförmigem) Symbolalphabet, Coderate und (Zeit-)Interleavingtiefe zu den Bandsegmenten eine hierarchische Übertragung mit bis zu 3 Ebenen.
- b. Ungleichförmige Signalkonstellationen ermöglichen eine 2-Ebenen-Hierarchie.
- c. I bezeichnet die Interleaving-Tiefe, M die Speicherzellengröße.
- d. K bezeichnet die Einflusslänge des spezifizierten Faltungscodes.

#### 1.1.2 Bedeutung der Empfängertechnologie

Der Nutzen und die Vorteile einer digitalen TV-Übertragung müssen für den Endverbraucher deutlich werden, um die Akzeptanz der neuen Techniken zu gewährleisten. Neben diesem erkennbaren Mehrwert bilden aber vor allem die Kosten künftiger Endgeräte einen Schlüsselfaktor für die Geschwindigkeit der Marktdurchdringung [48]. Die Anbieter der Telekommunikations- und Elektronikindustrie begegnen diesem zunehmenden Wettbewerbs- und Kostendruck durch wertschöpfungsübergreifende Kooperation und durch die Entwicklung vermarktbarer Gesamtlösungen, die sowohl die Hardware (Endgeräte) als auch Inhalte und Dienstleistungen umfassen. Als Beispiele seien die in Verbindung mit dem Abonnement eines Programmangebots kostenlose Abgabe einer Set-Top-Box oder der subventionierte Verkaufspreis von Mobilfunkgeräten genannt. Standardisierte digitale Produktplattformen sollen dem Hersteller wie dem Endverbraucher Investitionssicherheit bringen und zur Kostensenkung beitragen. Eine hohe *Integrationsdichte* mit geringer Zahl *externer analoger Bauelemente* hilft den Chip- und Endgeräteproduzenten, die Herstellungskosten zu senken und damit insbesondere auf dem preissensitiven Konsumermarkt bestehen zu können.

Die Notwendigkeit niedriger Produktionskosten sowie das Ziel, die mit hohen Investitionen verbundenen Neuentwicklungen einem möglichst breiten Markt zur Verfügung zu stellen, führen zum Überdenken konventioneller *Empfängerkonzepte*. Zum einen ist auf dem Gebiet der Front-End-Entwicklung die Tendenz festzustellen, bislang analoge HF-Funktionen wie Mischung und Filterung durch exakt arbeitende digitale Schaltungstechnik kostengünstig zu ersetzen und dadurch zugleich mehr Flexibilität zu erzielen. Generell ist man bestrebt, die Schnittstelle zwischen *hochfrequenter analoger Signalverarbeitung* und *digitaler Basisband-Signalverarbeitung* möglichst weit in Richtung Antenneneingangssignal zu verschieben, um den Aufwand für die Herstellung der erforderlichen hochpräzisen analogen Bauelemente und für die (Board-)Integration zu minimieren. Zum anderen werden Technologieplattformen es ermöglichen, in Bi-CMOS-, GaAs- oder SiGe-Technologie gefertigte HF-Baugruppen in Standard-CMOS- Prozesse für digitale Schaltungen zu integrieren und so dem Ziel eines Systems-on-a-Chip-Designs nahezukommen.

Beiden Wegen sind bislang durch technologische Hürden im Herstellungsprozess noch Grenzen auferlegt, sodass oft die chip-externe analoge Realisierung der ersten Signalverarbeitungsschritte in einem Empfänger die einzige Implementierungsmöglichkeit mit allen ihren aufwands- und funktionsbezogenen Nachteilen bleibt. Die unvermeidbaren herstellungsbedingten Beeinträchtigungen führen zu Fehlern in den analog ausgeführten Front-End-Funktionen. Diese Unzulänglichkeiten fallen besonders ins Gewicht bei weniger robusten, bandbreiteneffizienten Modulationsverfahren wie sie für eine ökonomische TV-Ausstrahlung in Betracht gezogen werden.

Grundgedanke der vorliegenden Arbeit ist es daher, die durch Herstellungsungenauigkeiten analoger Bauelemente unvermeidlichen Signalfehler durch neuartige Entzerrungsmaßnahmen im Empfänger auf digitaler Ebene nachträglich zu kompensieren.

## 1.2 Zielsetzung, Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit

Zielsetzung. Eine kostengünstige Realisierung in Zusammenhang mit den signaltheoretischen Eigenschaften des OFDM-Verfahrens stellt konventionelle Front-End-Strukturen für digitale Empfänger infrage. Zukunftsweisende Empfangskonzepte wie der direktmischende Empfänger sollen die Forderungen nach hoher Integrationsdichte und systemtechnischer Flexibilität erfüllen. Die zentrale Funktion der *Quadraturmischung* wird in diesen Anwendungen in analoger Schaltungstechnik ausgeführt und ist daher aufgrund technologiebedingter Beeinträchtigungen mit Amplituden- und Phasenunsymmetrien behaftet (*IQ-Unsymmetrie*). Maßnahmen zur Beseitigung derartiger Verzerrungen sind aus dem Bereich der Einzelträgerverfahren bekannt. Die meisten dieser Kompensationsmechanismen wirken direkt auf die Quadraturkomponenten des verzerrten Zeitsignals ein. Die Systemarchitektur eines OFDM-Empfängers hingegen legt nahe, die Entzerrung als "post-processing" auf digitaler Ebene im Frequenzbereich vorzunehmen. Die Verbindung der durch analoge Schaltungstechnik verursachten IQ-Verzerrungen mit digitaler breitbandiger OFDM-Übertragungstechnik führt zu folgender in der Literatur bisher nur am Rande diskutierten Fragestellung:

- Wie wirken sich die dem Zeitsignal zugefügten IQ-Unsymmetrien auf die Signalqualität der OFDM-Unterträger im Frequenzbereich aus?
- Können diese IQ-Verzerrungen durch nachgelagerte *digitale Kompensationsalgorithmen* beseitigt werden?

Die vorliegende Arbeit liefert dazu Ergebnisse und neuartige Lösungen, wobei der Schwerpunkt auf der Demonstration der Wirksamkeit der entwickelten Kompensationsalgorithmen liegt. Die Verfahren werden theoretisch untermauert und auf algorithmischer Ebene simuliert.

Im Hinblick auf die Umsetzung der Verfahren in wirtschaftlich vertretbare Implementierungen werden zwei Lösungsansätze verfolgt. Der erste Ansatz soll das Entwicklungsziel unter der zusätzlichen Vorgabe erreichen, den zu entwerfenden IQ-Fehlerkompensationsmechanismus als reine Zusatzfunktion in die Systemarchitektur eines bestehenden OFDM-Empfängers mit konventioneller Kanalschätzeinheit integrieren zu können. Dieser Ansatz konzentriert die Aufgabenstellung auf das Problem der Detektion von IQ-Unsymmetrien in linear verzerrten Signalen und führt zu der gewünschten Lösung der separaten Kompensation von IQ-Unsymmetrien einerseits und linearen Verzerrungen andererseits. Der zweite verfolgte Ansatz lockert die strenge Entwurfs-Vorgabe und erlaubt eine Modifikation der Kanalschätzeinheit. Dieser Weg stellt die getrennte Behandlung von IQ-Unsymmetrien und linearen Verzerrungen infrage und führt zu einer Methode der gemeinsamen Beseitigung in *einer* Entzerrerstruktur.

**Vorgehensweise.** Die in dieser Arbeit verfolgte Implementierungsstrategie von der Idee einer IQ-Fehlerkompensation zur DVB-T-Applikation des Algorithmus ist in **Abb. 1.4** dargestellt. Zunächst wurden die Entwicklungsvorgaben und die funktionellen Anforderungen definiert, grundlegende Untersuchungen in Form einer mathematischen Problembeschreibung durchgeführt und Lösungsalternativen bewertet.

Nachdem die jeweiligen Strukturen der Kompensationsverfahren festgelegt worden waren, bestand die formale Vorgehensweise darin, die Gesamtfunktionalität in Teilprozesse zu untergliedern, den Kern der jeweiligen Signalverarbeitungsaufgabe mathematisch zu formulieren, in eine algorithmische Beschreibung umzusetzen und die Teilfunktionen weitgehend unabhängig voneinander mittels Simulation zu verifizieren. In diesen erstellten Testumgebungen konnten vereinfachte Testdaten verwendet werden, die nur die erforderlichen, zur Erfüllung der speziellen Teilfunktion notwendigen Eigenschaften (z.B. Zufallsprozess) aufweisen und dadurch im Umfang erheblich reduziert werden konnten (z.B. 8- statt 8K-FFT). Neben der einfacheren Handhabung hat dies den Vorteil kürzerer Simulationszeiten. Als Simulationsumgebung in dieser Phase der Algorithmen-Entwicklung diente vornehmlich die Signalverarbeitungssoftware *MATLAB*<sup>®1</sup>. Die anschließende Integration der getesteten Teilfunktionen und gleichzeitig die Adaption an den DVB-T-Übertragungsstandard wurde in der Simulationsumgebung für digitale Signalverarbeitung *Signal Processing Worksystem*<sup>®</sup> (*SPW*<sup>®</sup>)<sup>2</sup> durchgeführt. **Abb. 1.5** zeigt das Basisband-Simulationsmodell.

<sup>1.</sup> Simulationssoftware der Firma The MathWorks Inc., Natick (MA), USA

<sup>2.</sup> Simulationssoftware der Firma Cadence Design Systems Inc., San Jose (CA), USA



Abb. 1.4 Implementierungsstrategie der IQ-Fehler-Kompensationsalgorithmen



#### Abb. 1.5 Funktionsblöcke der Basisband-Simulationsanordnung nach DVB-T-Standard

Aufbau der Arbeit. Das übertragungstechnische Konzept des *OFDM-Systems* wird in Kapitel 2 erläutert. Ausgehend von den Anforderungen, die der terrestrische Ausbreitungskanal an ein robustes Nachrichtenübertragungssystem stellt, erfolgt eine signaltheoretische Beschreibung des OFDM-Verfahrens. Dabei wird das Mehrträgerkonzept aus dem Einträgerverfahren durch Erweiterung der Menge der Impulsfunktionen auf eine Klasse *orthogonaler Funktionen* entwickelt. Besonderen Raum nimmt der Begriff des *Schutzintervalls* ein, durch dessen Einführung den Störungen infolge Mehrwegeempfangs wirksam begegnet wird.

Kapitel 3 hebt die Bedeutung der *Quadraturmischung* als Schaltungsstruktur zur Rückgewinnung des informationstragenden Quellensignals hervor. Beruhend auf der komplexen Signaldarstellung eines Bandpass-Signals ist die Erzeugung der Quadraturkomponenten des äquivalenten Tiefpass-Signals als grundlegende Funktionalität den diskutierten *Empfangskonzepten* vorangestellt. Die Empfangskonzepte für digitalen terrestrischen TV-Empfang und deren Weiterentwicklungen werden daran anschließend skizziert. Eine wirtschaftlich interessante und systemtechnisch flexible Empfängerstruktur liefert das direktmischende Empfangskonzept, allerdings ist die analoge IQ-Demodulation stets mit dem Nachteil einer IQ-Unsymmetrie verbunden. Die daraus resultierenden Signalverzerrungen in Kombination mit einer hochratigen OFDM-Übertragung bilden den Anlass für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen.

Die Entwicklung geeigneter IQ-Unsymmetrie-Kompensationsverfahren beginnt mit der mathematischen Beschreibung der zu kompensierenden Effekte. Dies geschieht in Kapitel 4 mit besonderem Augenmerk auf die *Darstellung der IQ-Verzerrungen im Frequenzbereich*. Die Auswirkungen der Unsymmetrie auf ein 64-QAM-moduliertes OFDM-Signal belegen die Notwendigkeit eines Kompensationsmechanismus. Gleichzeitig dient die mathematische Beschreibung in diesem Kapitel als Grundlage für die neu erarbeiteten Entzerrungsverfahren.

Die Kanalschätzung in einem OFDM-Empfänger ist dafür ausgelegt, die linearen Kanalverzerrungen zu beseitigen. Kapitel 5 erläutert die Strukturen konventioneller *Kanalschätzverfahren* und verweist auf deren Eigenschaft, keine durch IQ-Fehler verursachten Signalverzerrungen beseitigen zu können. Nur durch die vorgeschlagenen Erweiterungen konventioneller Kanalschätzeinheiten ist deren Kompensation möglich.

Den Schwerpunkt dieser Arbeit bilden die in Kapitel 6 neu entwickelten *digitalen IQ-Fehler-Kompensationsverfahren*. Es werden zwei entsprechend den Entwicklungsvorgaben in ihrer Struktur verschiedene Methoden der *Frequenzbereichsentzerrung* abgeleitet. Abschnitt 6.1 behandelt die von der konventionellen Kanalschätzung unabhängige Kompensation der IQ-Fehler. Das in Abschnitt 6.2 beschriebene Verfahren der *erweiterten adaptiven Frequenzbereichsentzerrung* ermöglicht die Kompensation linearer, wie auch durch IQ-Fehler verursachter Verzerrungen in einem gemeinsamen Entzerrentzwerk. Die iterative Bestimmung der Filterkoeffizienten geschieht nach dem LMS-Algorithmus. Die Wirksamkeit der Kompensationsmechanismen wird bewertet und die Grenzen der Verfahren unter realen Ausbreitungsbedingungen aufgezeigt.

Kapitel 7 fasst die Ergebnisse zusammen und stellt die vorgeschlagenen Lösungsverfahren in Zusammenhang mit den in Kapitel 1 erhoben Anforderungen und Design-Vorgaben.

## 2 Übertragungstechnisches Konzept des OFDM-Systems

Ausgangspunkt bei der Entwicklung eines Nachrichtenübertragungssystems bilden neben den Bedürfnissen der Anwender vor allem die Anforderungen und Randbedingungen, die der Übertragungskanal an eine möglichst fehlerfreie Informationsübermittlung stellt. In Abschnitt 2.1 werden die besonderen Eigenschaften des terrestrischen Funkkanals, gekennzeichnet durch die Begriffe *Frequenzselektivität* und *Zeitvarianz*, erläutert und deren Einfluss auf das Übertragungssignal geklärt. Abschnitt 2.2 liefert eine mathematische Beschreibung des *Mehrträgerverfahrens* und geht auf den Empfang von OFDM-Signalen ein. Die Merkmale der *OFDM-Übertragung* werden in Beziehung gesetzt zu den gestellten technischen Anforderungen, wobei sich zeigt, dass insbesondere der Frequenzselektivität mittels Mehrträgerübertragung in einfacher Weise entgegengewirkt werden kann.

## 2.1 Eigenschaften des terrestrischen Übertragungsweges

Dieser Absatz behandelt die *systemtheoretischen Grundlagen der Modellierung des terrestrischen Übertragungsweges*, soweit sie für das Verständnis der nachfolgenden Kapitel, insbesondere für die Kanalschätzung in Kapitel 5, erforderlich sind. Es dient weiterhin als Motivation für die Einführung der Mehrträgerverfahren. Ausführliche, mathematisch tiefgreifende Behandlungen dieser Thematik sind in [29] und [39] zu finden.

#### 2.1.1 Modellierung zeitvarianter linearer Systeme

Der terrestrische Übertragungskanal für stationären Empfang ist in erster Linie gekennzeichnet durch Mehrwegeausbreitung infolge der Reflexion und Beugung der ausgesendeten Wellen. Das Sendesignal erreicht den Empfänger mehrfach mit unterschiedlichen Laufzeiten und führt zu einem Zerfließen der Impulsantwort des Übertragungskanals. Diese zeitliche Dispersion äußert sich als Frequenzselektivität der Kanalübertragungsfunktion. Berücksichtigt man darüberhinaus die wechselnde Abschattung durch Hindernisse wie sie bei portablem TV-Empfang auftritt sowie die Bewegung des Empfängers bei Mobilempfang, so ist das System zusätzlich durch eine Zeitvarianz gekennzeichnet. Unter der Annahme P diskreter Ausbreitungspfade mit jeweils konstanten Laufzeiten lässt sich die zeitvariante Kanalimpulsantwort<sup>1</sup> in Abhängigkeit der Beobachtungszeit t und der Verzögerungszeit  $\tau$  darstellen als<sup>2</sup>

$$h(\tau, t) = \sum_{p=0}^{P-1} h_p(t) \delta(\tau - \tau_p) , \qquad (2.1)$$

wobei  $h_p(t)$  der dem p-ten Pfad zugeordnete komplexwertige Dämpfungsfaktor und  $\tau_p$  die durch den Umweg bedingte Verzögerung angeben.

Die Fourier-Transformierte der zeitvarianten Impulsantwort bezüglich der Verzögerungszeit  $\tau$  beschreibt die zeitvariante Übertragungsfunktion H(f,t)

$$H(f, t) = FT_{\tau} \{h(\tau, t)\}$$
 (2.2)

Die zeitdiskrete Modellierung als dispersives lineares zeitvariantes System (linear time-variant system - LTV-System) kann durch eine FIR-Filterstruktur erfolgen [33]. Es ergibt sich für die zeitvariante Kanalimpulsantwort mit dem Beobachtungszeitindex n, dem Verzögerungsindex m und der dem p-ten Pfad zugeordneten Verzögerung p

$$h[m, n] = \sum_{p=0}^{P-1} h_p[n]\delta[m-p] . \qquad (2.3)$$

Abb. 2.1 zeigt das zeitdiskrete Modell des dispersiven zeitvarianten Kanals.



Abb. 2.1 Zeitdiskretes Kanalmodell des zeitvarianten Mehrwegekanals

2. δ(.) bezeichnet den Dirac-Stoß.

<sup>1.</sup> Exakter wäre die Bezeichnung zeitvariante Gewichtsfunktion [29].

#### 2.1.2 Modellierung als Zufallsprozess

Aufgrund der Vielzahl unterschiedlicher und unvorhersagbarer Einflussfaktoren kann das Übertragungsverhalten des terrestrischen Funkkanals nicht mehr deterministisch erfasst werden. Die Impulsantwort wird daher als stochastischer Prozess modelliert, dessen dynamische Eigenschaften durch Mittelwerte (Erwartungswerte erster und zweiter Ordnung) beschrieben werden.

Ausgangspunkt bilden die zeitvariante Impulsfunktion  $h(\tau,t)$  und deren Fourier-Transformierte bezüglich der Verzögerungszeit  $\tau$ , die zeitvariante Übertragungsfunktion H(f,t). Unter der Annahme der Stationarität im weiteren Sinn (wide-sense stationary -WSS) des Zufallsprozesses  $h(\tau,t)$ , ist dessen Autokorrelationsfunktion nur noch eine Funktion der Differenz  $\Delta t$  der Beobachtungszeitpunkte, es gilt also<sup>3</sup>

$$\phi_{hh}(\tau_1, \tau_2, \Delta t) = E\{h(\tau_1, t)h^*(\tau_2, t + \Delta t)\} \qquad \forall t \in \mathbb{R} .$$

$$(2.4)$$

Geht man weiterhin davon aus, dass die den unterschiedlichen Signalverzögerungen  $\tau$  zugeordneten Signale unkorrelierte Prozesse darstellen (uncorrelated scattering -US), konzentriert sich die Funktion  $\phi_{hh}(\tau_1, \tau_2, \Delta t)$  aus Gl. (2.4) auf einen Dirac-Stoß mit dem Gewicht  $\phi_{hh}(\tau, \Delta t)$ 

$$\phi_{hh}(\tau_1, \tau_2, \Delta t) = \phi_{hh}(\tau, \Delta t)\delta(\Delta \tau) \qquad \forall t \in \mathbb{R} .$$
(2.5)

Die Autokorrelationsfunktion  $\phi_{hh}(\tau,\Delta t)$  wird als Verzögerungs-Zeit-Korrelationsfunktion bezeichnet. Aus der Fourier-Transformierten von  $\phi_{hh}(\tau,\Delta t)$  bezüglich  $\tau$  ergibt sich die Autokorrelationsfunktion der zeitvarianten Übertragungsfunktion

$$\varphi_{\rm HH}(\Delta f, \Delta t) = FT_{\tau}\{\varphi_{\rm hh}(\tau, \Delta t)\} = E\{H(f, t)H^*(f + \Delta f, t + \Delta t)\}, \qquad (2.6)$$

sie wird als Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion bezeichnet. Bei dieser Fourier-Integral-Bildung zeigt sich, dass die Eigenschaft US sich im Frequenzbereich dadurch äußert, dass die Autokorrelationsfunktion  $\phi_{HH}(\Delta f, \Delta t)$  der zeitvarianten Übertragungsfunktion nur noch von der Differenz  $\Delta f$  der betrachteten Frequenzen abhängig ist. Analog zur Interpretation im Zeitbereich bedeutet dies, dass die zeitvariante Übertragungsfunktion H(f,t) einen im weiteren Sinn stationären Prozess darstellt. Die Übersicht in **Abb. 2.2** stellt den Zusammenhang zwischen den bisher erläuterten Beschreibungsformen dar.

<sup>3.</sup> Zum Erwartungswert E{.} siehe Anhang C.



Abb. 2.2 Grundlegende Beschreibungsformen für WSSUS-Systeme

Aus diesen das lineare zeitvariante System beschreibenden Kennfunktionen lassen sich durch Nullsetzen bestimmter Variablen und durch Transformation in den jeweiligen Bildbereich weitere Kenngrößen zur Charakterisierung der dynamischen Systemeigenschaften ableiten. Die Aussagen über die Schnelligkeit der Signaländerungen spielen vor dem Hintergrund der Kanalschätzung (Kapitel 5) in einem OFDM-Empfänger eine wesentliche Rolle.

Ansatzpunkt für die Ableitung weiterer Kenngrößen sei hier die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $\phi_{HH}(\Delta f, \Delta t)$ , also die Autokorrelationsfunktion der zeitvarianten Übertragungsfunktion eines LTV-Systems mit WSSUS-Eigenschaften. Ein Maß für die Korrelation längs der Frequenzachse gewinnt man aus Gl. (2.6), falls dort  $\Delta t = 0$  gesetzt wird. Die resultierende Funktion

$$\varphi_{\rm HH}(\Delta f, 0) = FT_{\tau}\{\varphi_{\rm hh}(\tau, 0)\} = E\{H(f, t)H^*(f + \Delta f, t)\}$$
(2.7)

heißt Frequenzkorrelations-Funktion. Sie erlangt Bedeutung im Fall der Wiener-Filterung in Frequenzrichtung (Abschnitt 5.2.3), wo Annahmen über die Frequenzkorrelationen des Kanals in die Korrelationsmatrix **R** einfließen. Die Bandbreite eines flächengleichen Rechtecks der Höhe  $\varphi_{HH}(0,0)$  wird als Kohärenzbandbreite  $\Delta f_K$  bezeichnet, **Abb. 2.3**. Ist sie wesentlich größer als ein betrachter Spektralbereich  $\Delta f$ , so erfahren alle Frequenzanteile innerhalb des Abschnitts  $\Delta f$  die gleiche Pegeländerung und der Kanal kann innerhalb des Bereichs  $\Delta f$  als nicht-frequenzselektiv angesehen werden. Diese Erkenntnis liefert eine Rechtfertigung für Mehrträgerverfahren, welche die gesamte Kanalbandbreite in viele schmalbandige nicht-frequenzselektive Kanäle aufteilen (vgl. **Abb. 5.1**), die dann problemlos mit den in Kapitel 5 behandelten Methoden entzerrt werden können. Die nach Gl. (2.7) der Frequenzkorrelationsfunktion zugeordnete zeitliche Autokorrelationsfunktion  $\phi_{hh}(\tau,0)$  wird Verzögerungsleistungsprofil [29] genannt und gibt Aufschluss darüber, wie die mittlere Leistung<sup>4</sup> auf dem Kanal in Abhängigkeit der Verzögerungszeit verteilt ist.

Analoge Betrachtungen können, wiederum ausgehend von der Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $\phi_{HH}(\Delta f, \Delta t)$ , angestellt werden, wenn  $\Delta f = 0$  gesetzt wird. In diesem Fall geht die allgemeine Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $\phi_{HH}(\Delta f, \Delta t)$  über in die mittlere Zeitkorrelationsfunktion  $\phi_{HH}(0, \Delta t)$  [29]. Diese ergibt sich auch mittels Integration der allgemeinen Verzögerungs-Zeit-Korrelationsfunktion über die Verzögerungszeit  $\tau$ 

$$\varphi_{\rm HH}(0,\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{\rm hh}(\tau,\Delta t) d\tau . \qquad (2.8)$$

Diese Funktion liefert eine Aussage, wie weitreichend die Ähnlichkeit der Signalamplituden sich längs der Zeitachse  $\Delta t$  auswirkt, also über die Schnelligkeit der zeitlichen Änderungen. Bedeutsam ist diese Beschreibung für die Wiener-Filterung in Zeitrichtung (Kapitel 5.2.3), da dort Annahmen über die zeitlichen Korrelationseigenschaften in die Kanalautokorrelationsmatrix **R** eingehen. Auch hier kann ähnlich der Kohärenzbandbreite eine Kohärenzzeit oder Korrelationsdauer  $\Delta t_K$  durch die Breite eines flächengleichen Rechtecks der Höhe  $\phi_{HH}(0,0)$  definiert werden, siehe **Abb. 2.3**. Ist die Kohärenzzeit  $\Delta t_K$  wesentlich größer als ein betrachteter Signalabschnitt  $\Delta t$ , so ändert sich der Signalpegel für alle Zeitanteile innerhalb der Zeitspanne  $\Delta t$  in gleicher Weise (nicht-zeitselektiv). Umgekehrt folgt im Hinblick auf ein Mehrträgerverfahren, dass einer Verlängerung der Symboldauer (Erhöhung der Trägeranzahl bei fester Gesamtbandbreite) durch die Zeitselektivität des Kanals Grenzen gesetzt sind. Die Fourier-Transformierte bezüglich der Beobachtungszeitdifferenz  $\Delta t$  führt auf das mittlere Doppler-Leistungsdichtespektrum

$$\phi_{\rm S}(f_{\rm D}) = FT_{\Delta t} \{ \phi_{\rm HH}(0, \Delta t) \} , \qquad (2.9)$$

welches die Schnelligkeit der zeitlichen Änderung als Funktion der Dopplerfrequenz charakterisiert. Die besprochenen statistischen Kenngrößen und ihre Beziehungen sind in **Abb. 2.3** graphisch dargestellt.

<sup>4.</sup> Zur Herleitung wurde bekanntlich  $\Delta t = 0$  gesetzt, sodass der Wert der Autokorrelationsfunktion die Signalleistung widerspiegelt.



Abb. 2.3 Statistische Kenngrößen und ihre Beziehungen

## 2.2 Grundlagen der OFDM-Übertragung

Dieses Kapitel beschreibt die zu Grunde liegenden Prinzipien des OFDM-Übertragungsverfahrens [2, 3, 4, 11]. Ausgehend von einer digitalen *Einzelträger-Signalübertragung mit Puls-Amplituden-Modulation (PAM)* wird durch Erweiterung der Menge der Impulsfunktionen auf eine Klasse orthogonaler Funktionen das *Mehrträgerkonzept* dargestellt, das bei Wahl eines auf sin/cos-Impulsfunktionen basierenden Orthogonalsystems in das *OFDM-Verfahren* übergeht. Aus der zeitdiskreten Beschreibung folgt die Realisierung des Verfahrens mittels der *diskreten Fourier-Transformation (DFT)*. Die DFT bietet aufgrund ihrer signaltheoretischen Eigenschaften die Möglichkeit der einfachen Implementierung eines *Schutzintervalls*, durch dessen Einführung den Störungen infolge Mehrwegeempfangs wirkungsvoll begegnet werden kann. Die mathematische Beschreibung der digitalen Signalverarbeitung im Sender und Empfänger beruht dabei auf der Darstellung von Bandpass-Systemen im äquivalenten Tiefpassbereich, d.h. in komplexer Signaldarstellung [6].

### 2.2.1 Übertragung digitaler Signale

Ausgangspunkt ist das funktionale Blockdiagramm in **Abb. 2.4**, aus dem die relevanten Definitionen und Begriffe zur Beschreibung der digitalen Signalübertragung sowie die Bedeutung der Funktionsblöcke im Hinblick auf das OFDM-Verfahren abgeleitet werden.



Abb. 2.4 Digitales Übertragungssystem

Als Eingangssignal des Modulationsprozesses sei hier eine Folge  $\{m_i\}$  von M möglichen Signalnummern ( $m_i = 0 \dots M$ -1) angenommen, die beispielsweise aus der blockweisen Zuordnung von log<sub>2</sub>(M) binärwertigen Symbolen entstanden sind. Die M möglichen Signalnummern werden auf die i. Allg. komplexen Signalelemente A<sub>i</sub> eines definierten Signalalphabets (Signalkonstellation) der Größe M abgebildet. Die Faltung der mit den komplexen Amplituden A<sub>i</sub> gewichteten Dirac-Stoßfolge mit der äquivalenten Tiefpass-Impulsfunktion g(t) liefert das äquivalente Tiefpass-Sendesignal s(t) in Gleichung (2.10) (komplexe Hüllkurve), aus dem durch Multiplikation mit dem komplexen Träger zunächst das analytische Signal mit nur positiven Frequenzkomponenten und durch anschließende Realteilbildung das reelle Bandpass-Sendesignal s<sub>BP</sub>(t) mit symmetrischen Frequenzanteilen (2.11) geformt wird<sup>5</sup> ("•" bezeichnet die lineare Faltung)

$$s(t) = \left[\sum_{i = -\infty}^{\infty} A_i \delta(t - iT)\right] \bullet g(t)$$

$$= \sum_{i = -\infty}^{\infty} A_i g(t - iT)$$
(2.10)

$$s_{BP}(t) = \operatorname{Re}\left\{s(t)e^{j2\pi f_{c}t}\right\}.$$
(2.11)

Der Kanal ist durch seine Bandpass-Übertragungsfunktion  $H_{BP}(f)$  bzw. durch H(f)im äquivalenten Tiefpassbereich und durch additives weißes, gaußverteiltes Rauschen (AWGN) charakterisiert. Das zeitkontinuierliche Bandpass-Empfangssignal  $r_{BP}(t)$  wird im Empfänger, meist über ein oder mehrere Zwischenfrequenzbereiche mit selektiver Filterung, in das äquivalente komplexe Tiefpass-Signal r(t) transformiert. Dieser Vorgang der Quadraturmischung oder IQ-Demodulation wird in Kapitel 3 ausführlich beschrieben. Nach der Filterung mit der äquivalenten Tiefpass-Übertragungsfunktion C(f) des Empfangsfilters enthält das Ausgangssignal im Abstand T des Symbolintervalls die Folge der Detektionsvariablen  $\{z_i\}$  (sufficient statistics [7]), aus der in einer Detektionsstufe jeweils unabhängig von vorangehenden oder nachfolgenden Detektionsvariablen die Schätzwerte Â<sub>i</sub> für die Folge der Amplitudenkoeffizienten, bzw. nach Inversion der Abbildung, Schätzwerte für die Signalnummern m<sub>i</sub> gebildet werden. In Verbindung mit einer Kanalcodierung kann der Informationsverlust aufgrund der Unabhängigkeit der Einzelsymbolentscheidungen vermieden werden, indem die Detektionsvariable  $z_i$ nahezu unquantisiert (soft-decision) direkt dem Kanal-Decodierprozess zugeführt wird.

Bei verzerrungsfreiem Empfang, d.h konstanter Kanalübertragungsfunktion H(f) ist das Empfangsfilter C(f) eines Korrelationsfilterempfängers bestimmt durch  $C(f) = G^*(f)$  (nicht-kausales Matched-Filter für komplexe Signale). Am Filterausgang kann dann die von zeitlich benachbarten Symbolen ungestörte Folge von Detektionsvariablen { $z_i = \varphi_{gg}(iT)$ } gewonnen werden, falls die Impulsautokorrelationsfunktion  $\varphi_{gg}(t)$  an den Zeitpunkten iT folgende Bedingung erfüllt (1. Nyquistkriterium, [6])

<sup>5.</sup> Eine spektrale Symmetrie (gerader Realteil und ungerader Imaginärteil) bezüglich der Frequenz f = 0 ergibt ein reelles Zeitsignal. Eine elegantere Möglichkeit ein reelles Ausgangssignal direkt aus den Signalelementen A<sub>i</sub> zu erzeugen, ergibt sich für ein OFDM-Übertragungssystem unter Vorwegnahme von Beziehung (2.26), welche die inverse diskrete Fourier-Transformation der Signalelemente A<sub>i</sub> beschreibt: Die Signalelemente A<sub>i</sub> stellen die komplexen Spektralkoeffizienten einer inversen N-Punkte-DFT dar. Es liegt daher nahe, dieses Spektrum mit den bekannten Koeffizienten A<sub>i</sub> so zu formen, dass es den Symmetrieanforderungen genügt, die ein reelles Zeitsignal an seine Beschreibung im Frequenzbereich stellt. Das gelingt bei Erweiterung auf eine 2N-Punkte-DFT, die wiederum die Verarbeitung von zwei aufeinanderfolgenden Symbolen in einem Transformationsschritt effizient erscheinen lässt [5].

$$\varphi_{gg}(iT) = 0 \quad \text{falls} \quad i \neq 0$$
  
$$\varphi_{gg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)^* g(t + \tau) dt \quad . \tag{2.12}$$

Die in (2.12) geforderte zeitliche Orthogonalität führt also zu einer Übertragung frei von Eigeninterferenzen (Intersymbol-Interferenzen - ISI). Das erste Nyquistkriterium wird von allen auf die Dauer t < T zeitbegrenzten Impulsfunktionen g(t) erfüllt, da deren Autokorrelationsfunktionen für |t| > T identisch Null sind.

Die Formulierung von (2.12) im Frequenzbereich verlangt, dass die periodisch wiederholten und überlagerten Energiedichtespektren  $|G(f)|^2$  eine Konstante ergeben [6]. Zu bemerken ist, dass diese Anforderung über die Interferenzfreiheit grundsätzlich für das Signal am Ausgang des Korrelationsfilters gilt und sich an diesem Punkt nur unter oben genannter Voraussetzung einer konstanten Kanalübertragungsfunktion H(f) die Autokorrelationsfunktion  $\varphi_{gg}(t)$  ergibt. Im allgemeinen Fall muss die Gesamtübertragungsfunktion  $Q(f) = |G(f)|^2 H(f)$  betrachtet werden, woraus sofort folgt, dass bei Kanälen mit frequenzabhängiger Übertragungsfunktion H(f) und bei vorgegebener an interferenzfreie Kanäle angepasster Impuls-Übertragungsfunktion G(f) das 1. Nyquist-Kriterium verletzt wird.

#### 2.2.2 OFDM-Signalmodell

Das Einzelträger-Sendesignal in (2.10) kann zur Beschreibung eines Mehrträger-Signals erweitert werden, indem man die Beschränkung auf eine einzige Trägerfunktion g(t) aufgibt und statt dessen eine Menge von N Trägerfunktionen g<sub>k</sub>(t) gleichzeitig überträgt, die in jedem Symbolintervall i mit N komplexen Koeffizienten A<sub>i</sub>[k],  $0 \le k < N$ , gewichtet werden.

$$s(t) = \sum_{i = -\infty}^{\infty} \sum_{k = 0}^{N-1} A_i[k] g_k(t - iT) \qquad -\infty < t < \infty .$$
 (2.13)

Um interferenzfreie Abtastwerte der Detektionsvariablen  $z_i$  zu gewinnen, muss neben der in (2.12) verlangten Orthogonalität zeitlich aufeinanderfolgender Impulse jetzt noch zusätzlich die (spektrale) Orthogonalität der N Trägersignale gefordert werden (verallgemeinertes Nyquist-Kriterium)

$$\begin{split} \varphi_{g_k g_k}(iT) &= 0 & \text{falls} \quad i \neq 0 \quad \forall k \in \{0 \dots N - 1\} \\ \varphi_{g_k g_l}(iT) &= 0 \quad \forall i \quad \text{falls} \quad k \neq 1 \\ \varphi_{g_k g_l}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} g_k(t)^* g_l(t + \tau) dt \end{split}$$

$$(2.14)$$

Ein Orthogonalitätsverlust führt zu Übersprechen zwischen den Trägerfunktionen  $g_k(t)$  und wird als intercarrier interference (ICI) bezeichnet.

Im OFDM-Konzept werden beide Orthogonalitätsbedingungen durch auf die Dauer T zeitbegrenzte Trägersignale aus dem Orthogonalsystem der sin/cos-Funktionen erfüllt

$$g_k(t) = e^{j2\pi f_k t} w(t) \qquad -\infty < t < \infty$$
 (2.15)

Dabei ist w(t) die (kausale) Rechteck-Fensterfunktion

$$w(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(2.16)

und für die äquidistanten Trägerfrequenzen  $\mathbf{f}_k$  gilt

$$f_k = \frac{k}{T}$$
  $k = 0...N - 1$  . (2.17)

Das OFDM-Sendesignal über die gesamte Zeitachse ergibt sich nun aus (2.13) mit (2.15) durch die zeitlich im Abstand T parallele Übertragung von N mit den Koeffizienten  $A_i[k]$  gewichteten und auf die Dauer T zeitbegrenzten Trägerfunktionen  $g_k(t)$ 

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} A_i[k] e^{j2\pi f_k(t-iT)} w(t-iT) \qquad -\infty < t < \infty .$$
(2.18)

Für das OFDM-Sendesymbol im i-ten Modulationsintervall gilt damit

$$s_{i}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} A_{i}[k] e^{j2\pi f_{k}(t-iT)} w(t-iT) \qquad iT \le t < (i+1)T .$$
(2.19)

Die direkte Umsetzung der Gleichung (2.19) in ein zeitkontinuierliches Modell eines Senders zeigt Abb. 2.5. Zur Erzeugung des OFDM-Symbols wird eine N-fache parallele Anordnung aus Filtern w(t) und (Trägerfrequenz-)Oszillatoren  $e^{j2\pi f_k t}$  benötigt.



Abb. 2.5 Mehrträger-Sendermodell

**Abb. 2.6** zeigt anschaulich die Orthogonalität von 3 Trägerfunktionen der Frequenzen  $f_k = k / T$ , mit k = 1, 2, 3, normiert auf die Symboldauer T. Die Summe der auf die Dauer T zeitbegrenzten Teilsignale transformiert sich in eine Folge von um  $\Delta f = 1 / T$ verschobene si-Funktionen im Frequenzbereich. Trotz spektraler Überlappung treten an den diskreten Frequenzen  $f_k = k / T$  keine Störungen durch spektral benachbarte Funktionen auf. Auch wird offensichtlich, dass um so mehr Trägerfunktionen in eine fest vorgegebene Gesamtbandbreite passen, je schmaler die einzelne si-Funktion, d.h. desto länger die Symboldauer ist. Hierin wird der Kompromiss zwischen der Empfindlichkeit des Verfahrens gegenüber Frequenz- und Zeitselektivität deutlich, da der Einfluss einer frequenzselektiven Kanalübertragungsfunktion auf einen kurzen Frequenzabschnitt zwar geringer ist, dafür aber wegen der langen Symboldauer die Empfindlichkeit gegenüber zeitlich veränderlichen Kanälen wächst.



Abb. 2.6 Orthogonalität der Trägerfunktionen

Eine äquidistante Abtastung der zeitkontinuierlichen Trägerfunktionen mit N Abtastwerten pro Symboldauer T (Modulationsintervall)

$$T_{samp} = \frac{T}{N} \Leftrightarrow T = N \cdot T_{samp}$$
(2.20)

ergibt mit der normierten Abtast<br/>periode  $T_{samp} = 1$  für die diskreten Frequenzwerte f<sub>k</sub> aus (2.17)

$$f_k = \frac{k}{N}$$
  $k = 0...N - 1$  . (2.21)

Definiert man die zeitdiskreten Trägerfunktionen  $g_k[n]$  analog zum zeitkontinuierlichen Fall (2.15)

$$g_k[n] = e^{j2\pi \frac{k}{N}n} w[n]$$
(2.22)

mit der zeitdiskreten Rechteck-Fensterung

$$w[n] = \begin{cases} 1 & 0 \le n < N \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \qquad (2.23)$$

dann folgt für die zeitdiskrete kausale Formulierung des vollständigen OFDM-Sendesignals (2.13)

$$s[n] = \sum_{i = -\infty}^{\infty} \sum_{k = 0}^{N-1} A_i[k] g_k[n - iN] \qquad -\infty < t < \infty .$$
 (2.24)

Für das i-te übertragene Symbol ergibt sich

$$s_{i}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} A_{i}[k] g_{k}[n-iN] \qquad iN \le n < (i+1)N \qquad (2.25)$$

und nach Einsetzen von (2.22)

$$s_{i}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} A_{i}[k] e^{j2\pi \frac{k}{N}[n-iN]} w[n-iN] \qquad iN \le n < (i+1)N .$$
(2.26)

Der Ausdruck (2.26) ist die Formulierung einer N-Punkte inversen diskreten Fourier-Transformation (IDFT), die die orthogonale Transformation der N komplexen (Frequenz-)Koeffizienten  $A_i[k]$  in die N (Zeitbereichs-)Werte  $s_i[n]$  des OFDM-Sendesignals beschreibt. Damit kann die in **Abb. 2.5** dargestellte Bank aus Filtern und Oszillatoren vollständig durch eine IDFT-Operation ersetzt werden.

#### 2.2.3 Empfang von OFDM-Signalen

Der zeitdiskrete terrestrische Übertragungskanal als zeitvarianter Mehrwegekanal nach Abschnitt 2.1 sei durch seine äquivalente Tiefpass-Impulsantwort h(m,n) und additives weißes, gaußsches Rauschen (AWGN) n[n] beschrieben (**Abb. 2.7**).



Abb. 2.7 Äquivalentes Tiefpass-Kanalmodell

Die Betrachtung des *frequenzselektiven* Kanals erfolgt in Abschnitt 2.2.4 im Zusammenhang mit der Einführung des Schutzintervalls. Zunächst soll der einfachste Fall eines *verzerrungsfreien* zeitinvarianten Systems angenommen werden. Dies entspricht dem Empfang nur eines Signalpfades, allerdings mit einer zulässigen Verzögerung  $p_0$ . Es gilt für die Kanalimpulsantwort und ihre Fourier-Transformierte<sup>6</sup>

<sup>6.</sup> Streng ausgedrückt ist hier die Fourier-Transformierte zeitdiskreter Signale (discrete-time Fourier transform - DTFT) gemeint. Implizit wird durch die ganzzahlige Indizierung des zeitdiskreten Signals die Abtastperiode T = 1 angenommen.

$$h[n] = h_0 \delta[n - p_0]$$
  
H(e<sup>j2\pif</sup>) = h\_0 e<sup>-j2\pifp\_0</sup> . (2.27)

Die Kanalausgangsfolge r[n] lässt sich durch die Faltung der Kanalimpulsantwort h[n] mit den Abtastwerten der OFDM-Symbolfolge s[n] beschreiben

$$r(n) = h[n] \bullet s[n] + n[n]$$
. (2.28)

Vernachlässigt man im verzerrungsfreien Fall nach (2.27) zudem noch die Laufzeit  $p_0$ , so ist der Kanal nur durch einen mit der (komplexen) Konstanten  $h_0$  gewichteten Dirac-Impuls an der Stelle n = 0 beschrieben und die Faltung in (2.28) geht über in eine einfache Multiplikation

$$\mathbf{r}[\mathbf{n}] = \mathbf{h}_0 \mathbf{s}[\mathbf{n}] + \mathbf{n}[\mathbf{n}] . \tag{2.29}$$

Für die Filterfunktion c[n] eines zeitdiskreten Matched-Filter Empfangs [13] gilt analog zum zeitkontinuierlichen Fall, dass die Filterstoßantwort der zeitgespiegelten, konjugiert komplexen Impulsfunktion entspricht: c[n] =  $g^*$ [-n] (nicht-kausale Schreibweise). Für den k-ten Empfangszweig, d.h. für die Demodulation des k-ten Trägers folgt damit am Ausgang des k-ten Korrelations-Filters

$$z_{k}[n] = r[n] \bullet g^{*}{}_{k}[N-n]$$

$$z_{k}[n] = \sum_{m = -\infty}^{\infty} r[m] g_{k}^{*}[N-n+m] \qquad k = 0...N-1$$
(2.30)

Für die hier vorliegenden zeitbegrenzten Sendeimpulse  $g_k[n]$  der Dauer N kann die Realisierung des Korrelationsempfängers durch einen Korrelator erfolgen [6]. Die Summation im Modulationsintervall i über die Symboldauer N und Abtastung im Symboltakt zum Zeitpunkt n = (i+1)N-1 liefert<sup>7</sup>

<sup>7.</sup> Z<sub>i</sub>[k] sei hier in Großbuchstaben geschrieben, um die spätere Interpretation als Frequenzbereichsgröße zu verdeutlichen.
$$z_{k}[n]|_{n = (i+1)N-1} = Z_{i}[k] = \sum_{m = iN}^{(i+1)N-1} r_{i}[m] g_{k}^{*}[N - (i+1)N + m]$$
  

$$Z_{i}[k] = \sum_{m = iN}^{(i+1)N-1} r_{i}[m] g_{k}^{*}[m - iN] \qquad k = 0...N-1$$
(2.31)

Die Summe in Gleichung (2.31) kann auch als zeitdiskrete "Integrate & Dump"-Operation über eine Anzahl von N Abtastwerten interpretiert werden. Formales Ersetzen von m durch n und Einsetzen von  $g_k^*[n]$  gemäß (2.22) ergibt<sup>8</sup>

$$Z_{i}[k] = \sum_{n=iN}^{(i+1)N-1} r_{i}[n] e^{-j2\pi \frac{K}{N}n} \qquad k = 0...N-1 . \qquad (2.32)$$

Die Beziehung (2.32) entspricht formal einer DFT, die die sukzessiv einlaufenden Abtastwerte eines empfangenen OFDM-Kanalsymbols  $r_i[n] = [r_i[0], \dots, r_i[N-1]]$  in die (parallel berechneten) Detektionsvariablen  $Z_i[0], \dots, Z_i[N-1]$  transformiert, wobei  $Z_i[k]$ dem Ausgang des k-ten Korrelators im i-ten Modulationsintervall entspricht.

Der zeitdiskrete Korrelationsempfänger erlaubt folglich eine elegante Implementierung mittels der diskreten Fourier-Transformation. In Übereinstimmung mit den Bezeichnungen der sendeseitigen IDFT-Operation werden die Variablen nach dem Entscheidungsprozess mit  $\hat{A}_i[k]$  bezeichnet. Ein Modell des zeitdiskreten OFDM-Korrelationsempfängers zeigt **Abb. 2.8**.

Mit dem durch (2.29) beschriebenen verzerrungsfreien Kanal ergibt sich für die Detektionsvariable  $Z_i(k)$  des Unterträgers k im i-ten OFDM-Symbol in Abhängigkeit der Kanaleingangssequenz  $s_i[n]$ 

$$Z_{i}[k] = h_{0} \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} s_{i}[n] e^{-j2\pi \frac{k}{N}n} \qquad k = 0...N-1 . \qquad (2.33)$$

8. Beachte:  $e^{-j2\pi \frac{k}{N}(n-iN)} = e^{-j2\pi \frac{k}{N}n} \cdot e^{j2\pi \frac{k}{N}iN} = e^{-j2\pi \frac{k}{N}n}$  für k,  $i \in N$ .



Abb. 2.8 Zeitdiskreter OFDM-Korrelationsempfänger

Ein Basisband-Signalmodell des gesamten OFDM-Übertragungssystems auf der Grundlage der schnellen diskreten Fourier-Transformation ist in **Abb. 2.9** wiedergegeben. Es umfasst als Kernelemente die sendeseitige inverse diskrete Fourier-Transformation mit Einfügung eines Schutzintervalls und empfangsseitig die diskrete Fourier-Transformation mit Fensterung.



Abb. 2.9 DFT-Realisierung eines ODFM-Übertragungssystems in Basisband-Darstellung

#### 2.2.4 Kanalverzerrungen und Einführung des Schutzintervalls

Läßt man die Voraussetzung eines verzerrungsfreien Kanals fallen und betrachtet einen frequenzselektiven Kanal, so wird nach Kap. 2.2.1 durch die Frequenzabhängigkeit der Kanalübertragungsfunktion H(f) das 1. Nyquistkriterium verletzt. Es entstehen lineare Verzerrungen, die sich am Zeitsignal in Intersymbol-Interferenzen (ISI) äußern. Die Kanalausgangsfolge r[n] wird durch die Faltung mit einer gewichteten Dirac-Stoßfolge (Gl. (2.3)) gebildet und führt damit zu einer Überlappung an den Symbolgrenzen zeitlich aufeinanderfolgender Modulationsblöcke. Die Interferenzen werden bei Einzelträgerverfahren im Empfänger meist durch adaptive Zeitbereichs-Entzerrung beseitigt. In Mehrträgerverfahren findet durch die zeitliche Überlagerung zusätzlich eine Beeinflussung innerhalb der gleichzeitig ausgesendeten N Impulsfunktionen  $g_k(t)$  statt, wodurch deren Orthogonalität gestört wird Die Verletzung des verallgemeinerten Nyquist-Kriteriums (2.14) führt zu Unterträger-Interferenzen (ICI).

Durch Verlängerung der Symboldauer T um die Dauer  $T_G$  eines Schutzintervalls (guard interval) auf  $T = T_U + T_G$  (**Abb. 2.10**) und eine empfängerseitige zeitliche Verschiebung der Auswertung in einen Fensterbereich (FFT-Fensterung), in dem keine

Überlappungen über Symbolgrenzen hinaus vorliegen, kann den durch Mehrwegeempfang verursachten ISI in einem ersten Schritt wirksam begegnet werden. Sofern die Verzögerung des Auswertebereichs größer als die Dauer der Kanalstoßantwort ist und noch innerhalb des Schutzintervalls liegt, existiert ein Fenster, in dem keine Beeinflussung aufeinanderfolgender Symbole stattfindet: die Orthogonalität in spektraler Hinsicht bleibt bei Mehrwegeempfang gewahrt.

Nach Gleichung (2.28) ergibt sich die Folge der Kanalausgangsdaten r[n] bei Vernachlässigung des Rauschanteils aus der linearen Faltung der Eingangsfolge s[n] mit der Kanalimpulsantwort h(n), wohingegen die Anwendung der diskreten Fourier-Transformation mit der periodischen Faltung verknüpft ist, also stets periodische Signale voraussetzt. Die DFT kann aber zur Berechnung der linearen Faltung eingesetzt werden, d.h. die Multiplikation zweier DTFs liefert nach Rücktransformation das Ergebnis der linearen Faltung, falls die Folgen in geeigneter Weise segmentiert und verlängert werden [14]. Die Segmentierung ist bereits durch die Blockstruktur des Modulationsverfahrens gegeben [10], die Verlängerung besteht in der zyklische Ergänzung durch das Schutzintervall (cyclic extension, [9]). Dazu wird das zeitdiskrete OFDM-Sendesignal s<sub>i</sub>[n], wie in Abb. 2.10 gezeigt, während des Schutzintervalls blockweise periodisch fortgesetzt und die Kanalimpulsantwort endlicher Länge N<sub>h</sub> bis zur DFT-Länge N mit Nullwerten aufgefüllt. Eine Verschiebung des FFT-Fensters der Länge N innerhalb der Gesamtsymboldauer T umfasst daher stets die gleichen, in Abhängigkeit des Verschiebungsbetrags zyklisch verschobenen Abtastwerte nur eines Symbols. Das Betragsspektrum der DFT-Ausgangsgrößen ist invariant gegenüber der Zeitbereichsverschiebung und kann direkt zur weiteren Auswertung, beispielsweise in Frequenzsynchronisationsalgorithmen, herangezogen werden. Die Phase erfährt eine linear mit dem Frequenzindex k wachsende Änderung, die Steigung dieser Phasenrampe ist proportional zu der Verschiebung im Zeitbereich.



Abb. 2.10 Zyklische Ergänzung des OFDM-Symbols

Da das Empfangssignal nach wie vor durch Mehrwegeausbreitung verzerrt ist, bleiben die linearen Verzerrungen bestehen und müssen beseitigt werden. Bei hinreichend vielen Trägern ist der zu korrigierende Frequenzabschnitt ("Breite" der si-Funktionen in **Abb. 2.6**) aber kurz im Vergleich zur Gesamtbandbreite des OFDM-Signals. Die Übertragungsfunktion des Kanals kann in diesem Bereich als konstant angenommen und damit im Vergleich zur Einzelträgerübertragung leichter kompensiert werden (siehe auch Abschnitt 5.1 - Struktur einer trainingsymbolgestützten Kanalschätzung).

Mit diesen Erweiterungen und den Vereinbarungen

$$A_i[k] = DFT\{s_i[n]\}$$
  $H[k] = DFT\{h[n]\}$   $N[k] = DFT\{n[n]\}$  (2.34)

kann die Folge  $Z_i[k]$  der Detektionsvariablen ausgedrückt werden durch (siehe **Abb. 2.9**) (" $\otimes$ " bedeutet die periodische Faltungsoperation)

$$Z_{i}(k) = DFT\{r_{i}[n]\}$$
  
= DFT{h[n] \otimes s\_{i}[n]}. (2.35)  
= H[k] \cdot A\_{i}[k]

Allgemein gilt für zeitinvariante Systeme unter Einbeziehung des Rauschbeitrags

$$Z_{i}[k] = H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + N_{i}[k] . \qquad (2.36)$$

Als Ergebnis der empfängerseitigen DFT zeigt sich eine multiplikative Verknüpfung der N Amplitudenkoeffizienten  $A_i[k]$  mit den N DFT-Koeffizienten  $H_i[k]$  der Kanalübertragungsfunktion. Durch Schätzung der Kanalübertragungsfunktion und Multiplikation mit dem Kehrwert der geschätzten Koeffizienten kann somit der Kanal entzerrt werden. Diese Aufgabenstellung wird ausführlich in Kapitel 5 - Kanalschätzung für OFDM-Signale - behandelt.

# **3** Quadraturmischung und Empfangskonzepte für digitale TV-Signale

Zu den Hauptaufgaben des Empfängers für Bandpass-Trägersignale zählen die Selektion eines gewünschten Kanals aus dem empfangenen Frequenzband und die eigentliche Demodulation des Bandpass-Empfangssignals, also die Rückgewinnung des informationstragenden Quellensignals. Im Fall eines frequenzselektiven Übertragungskanals kommt die Aufgabe der Kanalentzerrung hinzu.

Der Empfang von Bandpass-Trägersignalen wird wegen der im Bandpassbereich hohen Genauigkeitsanforderungen an die (Matched-)Filterung und Abtastung<sup>1</sup> in der praktischen Realisierung meist im Tiefpassbereich ausgeführt. Zudem kann in Basisbandlage im Hinblick auf eine digitale Signalverarbeitung mit niedrigeren Abtastraten gearbeitet werden. Abschnitt 3.1 beschreibt die Bedeutung der *Quadraturmischung* als den Prozess der Erzeugung eines äquivalenten Tiefpass-Signals. Diese Art der *IQ-Demodulation* ist wesentlicher Bestandteil eines Front-Ends für den Empfang digitaler Signale und wird deshalb den in Abschnitt 3.2 besprochenen *Empfangskonzepten* vorangestellt.

Die Kanalentzerrung zur Kompensation von Intersymbol-Interferenzen als weitere Aufgabe des Empfängers wird in Kapitel 5 diskutiert. Funktionen, wie Amplitudenregelung und Synchronisationsmaßnahmen zur Rahmen-, Takt- und Trägerrückgewinnung werden in dieser Arbeit nur dort erwähnt, wo sie in ihrer Auswirkung von Bedeutung sind.

## 3.1 Quadraturmischung

Der Modulationsprozess digitaler Signale war in Abschnitt 2.2.1 beschrieben worden als die Umsetzung des äquivalenten Tiefpass-Signals in ein reelles Bandpass-Signal. Für die Quadratur-Amplituden-Modulation (QAM) lässt sich das reelle Bandpass-Signal aus (2.11) darstellen als

<sup>1.</sup> Beispiele: In Digitalform aufwändig zu realisierende Bandpassfilter oder oszillierender Verlauf der Autokorrelationsfunktion eines Bandpass-Signals.

$$s_{BP}(t) = Re \left\{ s(t)e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

$$s_{BP}(t) = s_{re}(t)\cos(2\pi f_c t) - s_{im}(t)\sin(2\pi f_c t)$$
(3.1)

Das komplexwertige äquivalente Tiefpass-Signal, die komplexe Hüllkurve s(t), besteht aus den beiden voneinander unabhängigen informationstragenden Quadraturkomponenten  $s_{re}(t)$  und  $s_{im}(t)$ 

$$s(t) = s_{re}(t) + js_{im}(t)$$
 (3.2)

Ist das äquivalente Tiefpass-Signal rein reell, so ergibt sich ein rein amplitudenmoduliertes Bandpass-Signal<sup>2</sup>

$$s(t) = s_{re}(t)$$
  

$$s_{BP-AM}(t) = s(t)\cos(2\pi f_c t)$$
(3.3)

Im allgemeinen Fall der QAM besteht somit empfangsseitig die Aufgabe in der Rückgewinnung der unabhängigen Quellensignale  $s_{re}(t)$  und  $s_{im}(t)$ . Dies geschieht durch Umsetzung des empfangenen reellen Bandpass-Signals in das Basisband. Der Vorgang wird als Quadraturmischung oder IQ-Demodulation bezeichnet.

Der Zusammenhang zwischen dem empfangenen reellen Bandpass-Signal  $s_{BP}(t)$ und der komplexen Hüllkurve s(t) ist in Frequenzbereichsdarstellung durch Abb. 3.1 verdeutlicht. Die gerade Symmetrie des Realteils und die ungerade Symmetrie des Imaginärteils der *Bandpass*-Übertragungsfunktion  $S_{BP}(t)$  spiegeln das reelle Bandpass-Zeitbereichssignal  $s_{BP}(t)$  wieder. Ebenso erkennt man, dass im allgemeinen Fall (QAM) die äquivalente *Tiefpass*-Übertragungsfunktion S(f) einen ungeraden Realteil und einen geraden Imaginärteil besitzt, was in dem komplexwertigen äquivalenten Tiefpass-Signal s(t) nach (3.2) zum Ausdruck kommt. Im Fall der reinen Amplitudenmodulation besitzt die äquivalente Tiefpass-Übertragungsfunktion S(f) einen geraden Real- und einen ungeraden Imaginärteil, deren Fourier-Transformation zu dem reellen Tiefpass-Signal in (3.3) führt.

<sup>2.</sup> Diese Modulationsform wird auch als reine Zweiseitenband-Modulation (Zweiseitenband-Modulation ohne Träger) bezeichnet.



Abb. 3.1 Übertragungsfunktionen des Bandpass-Signals und seines äquivalenten Tiefpass-Signals [6]

Die Übertragungsfunktion  $S(f) = FT\{s(t)\}$  als Fourier-Transformierte der komplexen Hüllkurve ergibt sich nach **Abb. 3.1** aus der Übertragungsfunktion  $S_{BP}(f) = FT\{s_{BP}(t)\}$  des reellen Bandpass-Signals durch Beschränkung auf positive Frequenzbereichswerte, Verschiebung auf der Frequenzachse in negative Richtung um die Trägerfrequenz f<sub>c</sub> und Multiplikation mit dem Faktor zwei. Als Demodulationsvorschrift lässt sich also formulieren<sup>3</sup>

<sup>3.</sup>  $\varepsilon(x) = 1/2 + 1/2 \operatorname{sign}(x)$ , mit der Vorzeichenfunktion sign(x), stellt die Sprungfunktion dar.

$$\mathbf{S}(\mathbf{f}) = (2\varepsilon(\mathbf{f}) \cdot \mathbf{S}_{\mathsf{BP}}(\mathbf{f})) \bullet \delta(\mathbf{f} + \mathbf{f}_c) . \tag{3.4}$$

Die direkte Implementierung einer Schaltungsstruktur nach (3.4) führt auf die Bildung eines analytischen Signals mittels Hilbert-Transformation und anschließender komplexer Trägermultiplikation [13].

Das ideale Hilbert-Filter ist wegen des sprunghaften Verlaufs seiner Übertragungsfunktion nur näherungsweise realisierbar. In der Praxis findet daher eine Schaltungsstruktur Anwendung, die auf die Bildung des analytischen Signals mittels Hilbert-Transformation verzichtet und statt dessen die Filterung im äquivalenten Tiefpassbereich *nach* der Abwärtsmischung ausführt. **Abb. 3.2** zeigt diese Form der Quadraturmischung, bei der die Reihenfolge von Filterung und komplexer Multiplikation gegenüber der Hilbert-Lösung vertauscht ist. Die Filterübertragungsfunktion H(f) bzw. die Filterstoßantwort h(t) hängen von den verwendeten Modulationsformen ab. Für die Ausfilterung eines QAM- oder Zweiseitenband-AM-Signals repräsentieren sie die Übertragungsfunktion bzw. die Stoßantwort des idealen Tiefpasses.



Abb. 3.2 Quadraturmischung zur Erzeugung des äquivalenten Tiefpass-Signals s(t). (a) mit komplexwertigen Signalen im Frequenzbereich, (b) Realisierung getrennt nach Real- und Imaginärteil mit Zeitbereichsgrößen

In Frequenzbereichsdarstellung kann diese Art der Bildung der Quadraturkomponenten anschaulich gezeigt werden. Für den Realteil  $s_{re}(t)$  soll dieser Gedankengang nach [6] kurz nachvollzogen werden. Die Bandpass-Übertragungsfunktion  $S_{BP}(f) = S_{re}(t) + j S_{im}(t)$  kann dabei nach **Abb. 3.1** durch die äquivalente Tiefpass-Übertragungsfunktion S(f) ausgedrückt werden als

$$S_{BP}(f) = \frac{1}{2}S(f - f_c) + \frac{1}{2}S^*(-f - f_c) . \qquad (3.5)$$

Die Zeitbereichs-Multiplikation des Bandpass-Eingangssignals mit einer cos-Trägerschwingung der Frequenz  $f_c$  entspricht im Frequenzbereich der Faltung mit einem Dirac-Stoßpaar und führt unter der Voraussetzung der Bandbegrenzung durch nachfolgende Tiefpass-Filterung mit Einsetzen von (3.5) auf

$$S_{1}(f) = S_{BP}(f) \bullet \frac{1}{2} (\delta(f - f_{c}) + \delta(f + f_{c}))$$
  

$$S_{1}(f) = \frac{1}{4} S(f) + \frac{1}{4} S^{*}(-f)$$
(3.6)

Die Rücktransformation in den Zeitbereich  $s_1(t) = FT^{-1}{S_1(f)}$  ergibt mit (3.2) die gewünschte Quadraturkomponente  $s_{re}(t)$ 

$$s_1(t) = \frac{1}{4}s(t) + \frac{1}{4}s^*(t) = \frac{1}{2}Re\{s(t)\} = \frac{1}{2}s_{re}(t)$$
 (3.7)

Entsprechend führt die Multiplikation mit der sin-Trägerschwingung negativen Vorzeichens auf den Imaginärteil des äquivalenten Tiefpass-Signals  $s_{im}(t)/2$ .

Wegen der Notwendigkeit einer phasenstarren Trägerregelung wird der Empfänger nach **Abb. 3.2** auch als kohärenter Empfänger bezeichnet. Im Fall eines Frequenzversatzes zwischen Sender- und Empfängeroszillator, ausgedrückt durch die mit  $f_c + \Delta f$  modifizierte Trägerschwingung und ihre Fourier-Transformierte

$$FT\left\{e^{-j2\pi(f_c + \Delta f)t}\right\} = \delta(f + (f_c + \Delta f)) , \qquad (3.8)$$

erhält man anstelle von (3.6)

$$S_{1}(f) = \frac{1}{4}S(f + \Delta f) + \frac{1}{4}S^{*}(-f - \Delta f) . \qquad (3.9)$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich überführt die Frequenzverschiebung  $\Delta f$  aus (3.9) in eine lineare Phasenänderung, sodass ein Übersprechen zwischen den Quadraturkomponenten s<sub>re</sub>(t) und s<sub>im</sub>(t) stattfindet. Für den cos-Zweig gilt dann<sup>4</sup>

$$s_{1}(t) = \frac{1}{2}s(t)e^{-j2\pi\Delta ft} + \frac{1}{2}s^{*}(t)e^{j2\pi\Delta ft}$$
  

$$s_{1}(t) = \frac{1}{2}s_{re}(t)\cos(2\pi\Delta ft) + \frac{1}{2}s_{im}(t)\sin(2\pi\Delta ft)$$
(3.10)

Die gewünschte Quadraturkomponente  $s_{re}(t)$  erhält eine zeitabhängige Dämpfung  $\cos(2\pi\Delta ft)$  und wird durch den mit  $\sin(2\pi\Delta ft)$  gedämpften Imaginärteil überlagert. Für eine kohärente Mischung ( $\Delta f = 0$ ) folgt aus (3.10) erwartungsgemäß wieder die ungestörte Quadraturkomponente  $s_{re}(t)$  nach (3.7).

In der Praxis der digitalen Empfänger wird die erforderliche Kohärenz meist durch eine zweistufige Frequenzsynchronisation erzielt. In einer ersten grobgeregelten Abwärtsmischung wird das Bandpass-Signal durch den analogen IQ-Demodulator in Basisbandlage umgesetzt, allerdings mit einem möglichen kleinen verbleibenden Rest-Frequenzversatz. Dieser äußert sich zunächst nach (3.10) durch eine Rotation der Tiefpass-Signalkomponenten in der komplexen Ebene mit einer der Differenzfrequenz proportionalen Geschwindigkeit und wird nachfolgend im digitalen Schaltungsteil durch eine Feinregelung behoben.

Im OFDM-System führt ein nicht kompensierter Frequenzversatz zu einem Übersprechen zwischen den Unterträgern (intercarrier interference - ICI), da das OFDM-Spektrum nach **Abb. 2.6** wegen seiner Verschiebung um  $\Delta f$  nun nicht mehr im Maximum der si-Funktionen ausgewertet wird und sich dadurch Störbeiträge aus allen benachbarten Trägern additiv zum gewünschten Abtastwert ergeben. Eine nachträgliche Beseitigung dieser Störeinflüsse durch die Kanalschätzung gestaltet sich zu aufwändig (siehe Abschnitt 5.1), daher muss die abschließende Frequenzkorrektur *vor* der FFT-Demodulation durchgeführt werden [27].

<sup>4.</sup> Alternativ führt der direkte Ansatz im Zeitbereich  $s_1(t) + js_2(t) = s_{BP}(t) e^{-j2\pi(f_c + \Delta f)t}$  zum gleichen Ergebnis.

## 3.2 Empfangskonzepte für digitale TV-Signale

Die in Abschnitt 1.1.2 dargelegten wirtschaftlichen und technologischen Randbedingungen führen zu zwei vorherrschenden Empfangskonzepten für terrestrisch ausgestrahlte OFDM-Signale [62]: In Abschnitt 3.2.1 werden der *Überlagerungsempfänger* und ein auf dem Prinzip der *Bandpass-Unterabtastung* beruhendes Empfangskonzept vorgestellt.

Abschnitt 3.2.2 nennt als Entwicklungsziel für breitbandige Anwendungen den Einsatz eines *direktmischenden Empfangskonzepts* [60, 63, 64]. Auf dem Weg zu dieser Anwendung wird als Zwischenschritt eine Empfängerstruktur vorgeschlagen, bei der die Erzeugung des äquivalenten Tiefpass-Signals nicht direkt aus der HF-Ebene, sondern von einer Zwischenfrequenz aus erfolgt.

Die erläuterten Konzepte werden im Hinblick auf ihre Eignung als (bandbreiten-) flexible Empfangskonzepte für digitale TV-Signale einer vergleichenden Bewertung unterzogen.

#### **3.2.1** Konventionelle Empfangskonzepte

Eine weit verbreitete Empfängerstruktur zur Erzeugung des äquivalenten Tiefpass-Signals ist der Überlagerungsempfänger (Heterodyn-Empfänger) [6] mit nachfolgender digitaler Quadraturmischung, **Abb. 3.3**. Das funktionale Blockschaltbild zeigt die Erzeugung des zeitdiskreten äquivalenten Tiefpass-Signals  $s[n] = s_{re}[n] + j s_{im}[n]$ .



#### Abb. 3.3 Überlagerungsempfänger mit nachfolgender digitaler Quadraturmischung

Durch Mischung mit einer sinusförmigen Schwingung variabler Frequenz wird der gewünschte Spektralbereich des empfangenen Antennensignals nach Vorverstärkung und HF-Vorselektion genau in den Durchlassbereich des ZF-Selektionsfilters verschoben. Die zu Grunde liegende Idee dieses Verfahrens ist es, die Kanalselektion nicht eingangsseitig durch ein abstimmbares Bandpassfilter auf der HF-Ebene (50 bzw. 470 MHz bis 860 MHz für terrestrischen TV-Empfang), sondern auf einer niedrigeren Zwischenfrequenz f<sub>ZF1</sub> (36 MHz) vorzunehmen. Die Anforderungen an die Übertragungsfunktion des Selektionsfilters sind aufgrund der größeren relativen Bandbreite in dem Zwischenfrequenzbereich wesentlich einfacher zu erfüllen [6]. Die Filterung wird meist in einoder zweistufigen externen Oberflächenwellen-Filtern (surface-acoustic-wave - SAW-Filter) mit fester Mittenfrequenz und vorgegebener Bandbreite ausgeführt. Diese starre Auslegung bringt zugleich auch hinsichtlich der systemtechnischen Flexibilität und der Bauteilintegration die entscheidende Einschränkung dieses Empfangskonzepts mit sich. Das im HF-Bereich, wie das im ZF-Bereich arbeitende Bandpassfilter haben zusätzlich die Funktion der Spiegelfrequenzunterdrückung. Deren Notwendigkeit ergibt sich bei der Multiplikation des reellen Bandpass-Signalspektrums mit einer reellen Trägerschwingung, um spektrale Überlappungen im Nutzband zu vermeiden. Anschließend wird im Fall der DVB-T-Übertragung in einem 8-MHz-Kanal das 7.61-MHz-breite Nutzspektrum des OFDM-Signals durch eine weitere Abwärtsmischung auf eine Zwischenfrequenz  $f_{ZF2} = 4.571$  MHz (= 32/7 MHz) verschoben. Als weiterer Vorteil dieser zweistufigen Abwärtsmischung kann die Aufteilung der Gesamtverstärkung auf mehrere Frequenzbereiche angesehen werden, durch die bei großen Verstärkungen der Schwingneigung entgegengewirkt wird. Eine Abtastung mit der vierfachen Zwischenfrequenz  $f_s = 4f_{ZF2}$  ermöglicht eine aufwandsgünstige Implementierung der nachfolgenden digitalen Quadraturmischung. Bei dieser Abtastfrequenz vereinfachen sich die cos/sin-Abtastwerte der komplexen Trägerschwingung zu ...,+1,0,-1,0,+1,.../...,0,+1,0,-1,0,...Folgen, sodass eine einfache Invertierung bzw. Nicht-Invertierung der Eingangsfolge den Real-

Zusammenfassend wird festgestellt, dass mit diesem Empfangskonzept zwar eine hohe, von der Empfangsfrequenz unabhängige Selektivität erreicht wird, wegen der starren Vorgabe der SAW-Filterkenngrößen und der benötigten externen Bauelemente diese Empfängerstruktur aber nicht dem wirtschaftlichen Ansatz einer flexiblen Front-End-Plattform entspricht.

und Imaginärteil des äquivalenten Basisband-Signals ergibt<sup>5</sup>.

Eine Möglichkeit, die zweite Mischstufe einzusparen, besteht in der Bandpass-Unterabtastung des Signals auf der ersten Zwischenfrequenzebene  $f_{ZF1}$ , Abb. 3.4.

<sup>5.</sup> In der praktischen Realisierung werden, um den Rechenaufwand zu senken, nur diejenigen Abtastwerte der Quadraturkomponenten weiterverarbeitet, die nicht grundsätzlich gleich Null sind. Durch diese Dezimation um den Faktor zwei fallen die Abtastwerte der Quadraturkomponenten nicht gleichzeitig, sondern um die Abtastperiode T verschoben an. Dieser Zeitversatz muss durch eine nachfolgende Interpolation ausgeglichen werden [8].



Abb. 3.4 Mischung durch Bandpass-Unterabtastung

Die Abwärtsmischung in die zweite ZF-Ebene geschieht inhärent durch Abtastung des Bandpass-Signals. Hierbei wird ausgenutzt, dass ein abgetastetes Signal Wiederholspektren liefert, von denen eines im tieferfrequenten Bereich nahe Null liegt und somit die Leistungsanforderungen an die nachfolgenden digitalen Hardware-Baugruppen mit ihren begrenzten Taktraten geringer bleiben. Allerdings kann auch bei diesem Lösungsansatz die Einschränkung durch Mittenfrequenz und Bandbreite der weiterhin erforderlichen SAW-Filter nicht aufgehoben, sondern allenfalls nur abgeschwächt werden. Zudem sind bei der Bandpass-Unterabtastung nur bestimmte Verhältnisse zwischen Träger-, Zwischen-, Abtastfrequenz und Signalbandbreite zulässig, um Überfaltungen der Spektren zu vermeiden (Anhang A). Auch mit diesem Konzept ist die gewünschte Flexibilität im Hinblick auf die Verarbeitung unterschiedlicher Nutzsignalbandbreiten und Zwischenfrequenzen nur sehr eingeschränkt zu erzielen.

#### 3.2.2 Fortschrittliche Empfangskonzepte

Die Problematik der Spiegelfrequenzunterdrückung und damit die Verwendung chip-externer SAW-Filterung kann umgangen werden durch die *direkte* Umsetzung des HF-Signals in ein äquivalentes Tiefpass-Signal. **Abb. 3.5** zeigt ein Blockdiagramm dieses direktmischenden Empfängers (direct conversion receiver - DCR - oder auch Homodyn-Empfänger im Fall der kohärenten Mischung), bei dem die Kanalselektion und die Verstärkung im Basisband erfolgen.



Abb. 3.5 Direktmischender Empfänger

Die erforderliche Filtercharakteristik ist im Tiefpassbereich einfacher und flexibler zu realisieren und der Leistungsverbrauch der Schaltung ist durch die Verstärkung im Basisband geringer als in heterodynen Empfangskonzepten [63]. Die HF-Vorselektion ist prinzipiell entbehrlich, aber meist vorhanden, um starke Außerbandstörungen zu unterdrücken. Infolge endlicher Isolation der Mischertore werden diese, wie auch die durch Nichtlinearitäten entstehenden unerwünschten Frequenzkomponenten mit ihrer eigenen Frequenz auf die Frequenz Null herabgemischt und führen damit zu störenden Offsetkomponenten (DC-Offset). Das Ausmaß dieser Störbeiträge ist abhängig von der Bandbreite des empfangenen HF-Spektrums und kann durch die eingangsseitige Bandpass-Filterung begrenzt werden [60, 63]. Ein zweites Problemfeld bilden die Amplituden- und Phasenunsymmetrien zwischen den Quadraturzweigen. Diese IQ-Unsymmetrie fällt besonders ins Gewicht in Verbindung mit höherstufigen Modulationsverfahren, wie sie für bandbreiteneffiziente TV-Übertragung Anwendung finden. Nur durch ausgewählte und aufeinander abgestimmte analoge Komponenten in den Mischern, Filtern, Verstärkern und A/D-Umsetzern sowie durch spezielle technologische Prozesse ist eine nahezu exakte Gleichheit zwischen den Quadraturzweigen zu erreichen.

Einen Zwischenschritt in Richtung des direktmischenden Empfängers stellt die Anordnung in **Abb. 3.6** dar. Sie ist eine Modifikation des Heterodynempfängers aus **Abb. 3.3**, bei dem die zweite Mischstufe als direktmischender analoger Quadraturempfänger ausgeführt ist.



Abb. 3.6 Überlagerungsempfänger mit direktmischender zweiter Stufe

Durch die zur Spiegelfrequenzunterdrückung notwendige Filterung im HF-Bereich wird die Bandbreite des durch den Quadraturdemodulator ins Basisband zu transferierenden Spektrums begrenzt und vermindert dadurch das Ausmaß der störenden Offsetkomponenten. Zudem senkt die Aufteilung der Gesamtverstärkung auf ZF- und Basisband-Lage die Anforderungen an das Rauschverhalten der Basisband-Komponenten und verringert den notwendigen Dynamikbereich der Verstärkung im Tiefpassbereich [60]. Diese Empfängerstruktur kann auf eine chip-externe SAW-Filterung verzichten, da die Kanalselektion in den einstellbaren und integrierbaren Tiefpassfiltern vorgenommen wird. Dieses Konzept lockert die strengen Design-Einschränkungen hinsichtlich der Nutzsignal-Bandbreite und weist einen Weg in Richtung des hochintegrierten Multistandard-Empfängers. Allerdings verbleibt als Hauptnachteil neben der DC-Offset-Problematik die durch die analoge Realisierung der Quadraturmischung unvermeidliche Amplituden- und Phasenunsymmetrie zwischen den Quadraturzweigen. Die in Verbindung mit höherstufigen Modulationsverfahren notwendige Kompensation dieser IQ-Unsymmetrien durch Methoden der nachgelagerten digitalen Signalverarbeitung bilden den Schwerpunkt dieser Arbeit.

# 4 IQ-Unsymmetrien in OFDM-Systemen

Trotz der Fortschritte in der HF-Bauteilfertigung bleiben bei der analogen Realisierung der Quadraturmischung die technologiebedingten Beeinträchtigungen und Ungenauigkeiten bestehen. Diese äußern sich in Form von ungleichen Verstärkungsfaktoren (Amplitudenunsymmetrie) und Phasenverschiebungen (Phasenunsymmetrie) in den Quadraturzweigen. Darüberhinaus ist bei breitbandiger Übertragung die Frequenzabhängigkeit dieser Unsymmetrien zu berücksichtigen.

In Abschnitt 4.1 werden zunächst die Signalverzerrungen eines Einzelträgersignals infolge der Amplituden- und Phasenunsymmetrie zwischen den Quadraturzweigen analoger Quadraturdemodulatoren (IQ-Demodulatoren) mathematisch beschrieben. Im Hinblick auf die Kompensation dieser Effekte in OFDM-Übertragungssystemen wird besonderes Augenmerk auf die Darstellung im Frequenzbereich gelegt. Die Auswirkung der IQ-Unsymmetrie auf ein QAM-moduliertes OFDM-Signal wird anschließend in Kapitel 4.2 diskutiert. Die *mathematische Beschreibung der IQ-Unsymmetrien* bildet die Grundlage für die in Kapitel 6 neu entwickelten Kompensationsverfahren zur Beseitigung dieser Klasse von Verzerrungen.

Im Folgenden seien die Amplituden- und Phasenunsymmetrie zwischen den Quadraturzweigen mit den Begriffen IQ-Unsymmetrie, IQ-Verzerrungen und IQ-Fehler gleichbedeutend bezeichnet.

## 4.1 Mathematische Beschreibung der IQ-Unsymmetrien

Nach der *mathematischen Beschreibung der IQ-Verzerrungen* wird der Einfluss auf ein *höherstufig-(64-QAM-)moduliertes OFDM-Signal* untersucht und daraus *Bewertungskriterien* und Mindestanforderungen an die Leistungsfähigkeit eines Kompensationsverfahrens abgeleitet.

#### 4.1.1 Signalmodell

Die in der Praxis auftretenden Unsymmetrien analoger Quadraturmischer können durch das vereinfachte Basisband-Signalmodell in **Abb. 4.1** beschrieben werden. Dabei werden die ungleichen Verstärkungsfaktoren  $1 + \varepsilon$  und  $1 - \varepsilon$  in den Quadraturzweigen sowie die Abweichung  $\Delta \phi$  vom idealen 90°-Winkel zwischen I- und Q-Zweig in dem

Real- und Imaginärteil der komplexen Trägerschwingung zusammengefasst. Zur Vereinfachung der mathematischen Darstellung wird eine symmetrische Aufteilung des Amplitudenfehlers  $\varepsilon$ ,  $0 \le \varepsilon < 1$ , und des Phasenfehlers  $\Delta \phi$  auf die beiden Quadraturzweige angenommen.



Abb. 4.1 Modell des analogen Quadraturdemodulators mit IQ-Unsymmetrien

Das Bandpass-Eingangssignal  $s_{BP}(t)$  des Quadraturdemodulators wurde in Abschnitt 3.1 beschrieben durch seine komplexe Hüllkurve  $s(t) = s_{re}(t) + j s_{im}(t)$  und den komplexen Träger  $e^{j2\pi f_c t}$ 

$$s_{BP}(t) = Re\left\{s(t)e^{j2\pi f_c t}\right\}$$

$$s_{BP}(t) = s_{re}(t)\cos(2\pi f_c t) - s_{im}(t)\sin(2\pi f_c t)$$
(4.1)

Die Basisband-Transformation erfolgt in dem Modell der IQ-fehlerbehafteten Quadraturmischung durch Multiplikation mit den unter Berücksichtigung des Amplitudenfehlers  $\epsilon$  und des Phasenfehlers  $\Delta \phi$  modifizierten Komponenten des idealen komplexen Trägers  $e^{j2\pi f_c t}$ . Die Quadraturkomponenten  $s'_{re}(t)$  und  $s'_{im}(t)$  des verzerrten Signals  $s'(t) = s'_{re}(t) + js'_{im}(t)$  berechnen sich damit zu

$$s'_{re}(t) = s_{BP}(t)(1+\varepsilon)\cos(2\pi f_c t + \Delta \varphi/2)$$
  

$$s'_{im}(t) = -s_{BP}(t)(1-\varepsilon)\sin(2\pi f_c t - \Delta \varphi/2)$$
(4.2)

Einsetzen von Gleichung (4.1) in (4.2) und Vernachlässigung der durch Tiefpassfilterung unterdrückten Terme in der Umgebung der doppelten Trägerfrequenz ergibt

$$s'_{re}(t) = \frac{(1+\epsilon)}{2} \left( s_{re}(t) \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + s_{im}(t) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right)$$
  

$$s'_{im}(t) = \frac{(1-\epsilon)}{2} \left( s_{re}(t) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + s_{im}(t) \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right)$$
(4.3)

In Matrixschreibweise mit Aufspaltung in Amplituden- und Phasenunsymmetrie folgt

$$\begin{bmatrix} s'_{re}(t) \\ s'_{im}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+\epsilon)}{2} \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \frac{(1+\epsilon)}{2} \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ \frac{(1-\epsilon)}{2} \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \frac{(1-\epsilon)}{2} \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{re}(t) \\ s_{im}(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s'_{re}(t) \\ s'_{im}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+\epsilon)}{2} & 0 \\ 0 & \frac{(1-\epsilon)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{re}(t) \\ s_{im}(t) \end{bmatrix}$$
(4.4)

Es werden nun die die IQ-Unsymmetrie charakterisierenden Verzerrungsmatrizen  $D_\epsilon$  und  $D_\phi$  definiert

$$\begin{bmatrix} s'_{re}(t) \\ s'_{im}(t) \end{bmatrix} = D_{\varepsilon} D_{\varphi} \begin{bmatrix} s_{re}(t) \\ s_{im}(t) \end{bmatrix}$$
$$D_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} (1+\varepsilon) & 0 \\ 0 & (1-\varepsilon) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D_{\varphi} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) & \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) & \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \end{bmatrix}.$$
(4.5)

In der die Amplitudenverzerrung beschreibenden Matrix  $D_{\epsilon}$  sind nur die Hauptdiagonalelemente mit den ungleichen Verstärkungsfaktoren besetzt, woraus folgt, dass bei reiner Amplitudenverzerrung kein Übersprechen zwischen den Quadraturkomponenten stattfindet. Aus der Matrix  $D_{\phi}$  ist zu erkennen, dass sie aus zwei nicht orthogonalen Zeilenvektoren besteht, im Gegensatz zu der eine Drehung rechtwinkliger Koordinaten beschreibenden Matrix. Beide Feststellungen zeigen, dass weder eine Amplitudenunsymmetrie noch eine Phasenunsymmetrie durch die Multiplikation mit einem komplexwertigen Faktor aus dem unverzerrten Signal hervorgehen. Es handelt sich um Verzerrungen, deren Beseitigung nicht durch Multiplikation des fehlerbehafteten Zeitbereichssignals mit einem komplexwertigen Korrekturfaktor vorgenommen werden kann.

In einem OFDM-Empfänger findet die Auswertung der übertragenen Nutzinformation auf Unterträgerebene, d.h. im Frequenzbereich statt. Von besonderem Interesse ist daher die Untersuchung der Unsymmetrieeffekte auf die Spektralkoeffizienten A[k].

#### 4.1.2 Frequenzbereichsbetrachtung

Im Hinblick auf die Untersuchung der Auswirkungen der Unsymmetrie in OFDM-Übertragungsverfahren wird nun detaillierter auf die Darstellung im Frequenzbereich eingegangen. Wie in [15] gezeigt, kann das verzerrte Zeitbereichssignal s'(t) linear zerlegt werden in den gewünschten Signalanteil s(t) und seinen konjugiert komplexen Anteil s\*(t)

$$s'(t) = \mu s(t) + \nu s^{*}(t)$$
  

$$s'(t) = (\mu_{re} + j\mu_{im})(s_{re}(t) + js_{im}(t)) + (\nu_{re} + j\nu_{im})(s_{re}(t) - js_{im}(t))$$
(4.6)

Die komplexen Koeffizienten  $\mu$  und  $\nu$  werden hier als Verzerrungsparameter bezeichnet und charakterisieren die Art und das Ausmaß der IQ-Verzerrung. Sie ergeben sich über einen Koeffizientenvergleich mit Gleichung (4.3) zu<sup>1</sup>

$$\mu = \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) - j\epsilon \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

$$\nu = \epsilon \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + j\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$
(4.7)

Wird nun mit Zielrichtung auf das OFDM-Verfahren das Signal s(t) als komplexe Trägerschwingung  $s_l(t) = e^{j2\pi f_l t}$  mit der Frequenz  $f_l = l / T$  interpretiert und im Abstand T / N abgetastet, so ist diesem periodischen, zeitdiskreten Signal  $s_l[n]$  über die diskrete Fourier-Transformation die periodische, frequenzdiskrete Spektralfunktion  $S_l[k]$  zugeordnet. Mit Einbeziehung des komplexen Spektralkoeffizienten A[1] gilt<sup>2</sup>

<sup>1.</sup> Der Faktor 1/2 in Gleichung (4.3) wird dabei ignoriert, da er seine Ursache nur in der Basisband-Transformation hat und nicht die IQ-Verzerrung kennzeichnet.

<sup>2.</sup> Mit  $\delta[k]$  wird der Einheitsimpuls bezeichnet (zeitdiskretes Elementarsignal).

$$s_{l}[n] = A[1]e^{j2\pi \frac{l}{N}n} \qquad \overrightarrow{DFT} \qquad S_{l}[k] = A[1]N\delta[k-1] . \qquad (4.8)$$

Mit der DFT-Eigenschaft DFT $\{s^{n}\} = S^{-k}$  folgt für die Fourier-Transformation von Gleichung (4.6) in zeitdiskreter Form und normiert auf die DFT-Länge N<sup>3</sup>

$$S'[k] = \mu S_{1}[k] + \nu S_{1}[-k]$$
  

$$S'[k] = \mu A[1]\delta(k-1) + \nu A^{*}[1]\delta[k+1]$$
(4.9)

Aus dieser Beziehung erkennt man, dass das Vorhandensein von ungleichen Verstärkungsfaktoren und Phasenverschiebungen zwischen den Quadraturzweigen stets mit einer komplexen Skalierung  $\mu$  des gewünschten Signalanteils A[1] und mit dem Auftreten eines Störbeitrags vA\*[1] an der Spiegelfrequenz des gewünschten Signals verbunden ist.

**Abb. 4.2** verdeutlicht diese Effekte für eine komplexe Schwingung (Trägerfunktion)  $s_l[n]$  mit l = 2 auf der Grundlage einer diskreten Fourier-Transformation<sup>4</sup> der Länge N = 16. Zur Veranschaulichung wird in **Abb. 4.2** zwischen reiner Amplitudenunsymmetrie ( $\varepsilon = 0.15$ ,  $\Delta \phi = 0^{\circ}$ ), reiner Phasenunsymmetrie ( $\varepsilon = 0$ ,  $\Delta \phi = 15^{\circ}$ ) und kombinierter Amplituden-Phasen-Unsymmetrie ( $\varepsilon = 0.15$ ,  $\Delta \phi = 15^{\circ}$ ) unterschieden<sup>5</sup>. Es ist ersichtlich, dass bei reiner Amplitudenunsymmetrie kein Austausch zwischen den spektralen Realund Imaginärteilen stattfindet, sondern dass sich das verzerrte Gesamtsignal S'[k] mit  $\Delta \phi = 0$  in (4.7) durch reelle Multiplikation des gewünschten Signals mit  $\mu = 1$  und einem mit  $\nu = \varepsilon$  gewichteten Spiegelanteil mit dem Index N-1 = 14 ergibt. Für eine reine Phasenunsymmetrie gehen die Koeffizienten nach (4.7) über in  $\mu = \cos(\Delta \phi/2)$  und  $\nu = j \sin(\Delta \phi/2)$ , sodass aufgrund des imaginären Koeffizienten  $\nu$  ein Imaginärteil an der Spiegelfrequenzposition entsteht.

<sup>3.</sup> Es gilt aufgrund der Symmetrie des Dirac-Impulses  $\delta(-k-l) = \delta(k+l)$ .

<sup>4.</sup> Wegen der periodischen Indizierung aller DFT-Operationen gilt: x[N-k] = x[-(k mod N)], für k = 0,1,...N-1. Für die Spiegelung eines Signalvektors bez. des Ursprungs bedeutet dies, dass x[0] bestehen bleibt, während x[1] mit x[N-1], x[2] mit x[N-2] usw. ausgetauscht werden. Der Index N-k entspricht somit dem Index -k und wird hier als *Spiegelfrequenz(-Index)* zu dem Index k bezeichnet.

<sup>5.</sup> Zur eindeutigen Demonstration der Effekte wurden in dem Beispiel extrem große Werte der Symmetriefehler angenommen. Realistische Maximalwerte sind in **Tab. 4.2** verzeichnet.



Abb. 4.2 Auswirkungen der IQ-Unsymmetrie auf einen Einzelträger

Unter Zugrundelegung realistischer Annahmen [18, 20] für einen maximalen Amplitudenfehler von  $\varepsilon_{max} = 0.05$  und einen maximalen Phasenfehler von  $\Delta \phi_{max}$  von 5° ergeben sich nach (4.7) die in **Tab. 4.2** berechneten Werte für die Verzerrungskoeffizienten  $\mu$  und  $\nu$ .

	μ	ν
$\epsilon_{max} = 0.05$ $\Delta \phi_{max} = 5^{\circ}$	0.9990 + j0.0022	0.05 +j0.0436

**Tab. 4.2** Verzerrungsparameter  $\mu$ , v für typische Werte von  $\varepsilon$  und  $\Delta \phi$ 

Unter diesen Voraussetzungen ist der die Eigeninterferenz kennzeichnende Parameter  $\mu$  nahezu eine reelle Größe mit dem Wert eins: Die Rückwirkung der gewünschten Trägerfrequenz auf sich selbst ist gering im Vergleich zu der entstehenden Störamplitude an der Spiegelfrequenzposition, die durch den Parameter v bestimmt wird. Festzuhalten gilt, dass jede einem Trägersignal mit dem Frequenzindex k im Zeitbereich zugefügte IQ-Unsymmetrie einen Signalbeitrag an dem Spiegelfrequenzindex -k (und umgekehrt) erzeugt. Die Überlagerung führt zu Verzerrungen der Nutzsignale an den Positionen k und -k.

# 4.2 Auswirkung der IQ-Fehler auf das demodulierte OFDM-QAM-Signal

Aufbauend auf Gleichung (4.9), welche die IQ-Verzerrung eines einzelnen Trägersignals  $S_{I}[k]$  beschreibt, geschieht der Übergang zu einem *Mehrträger-Modulationsverfahren* wie *OFDM* durch Überlagerung der in Kapitel 4.1 beschriebenen Effekte über einen bestimmten Frequenzindexbereich für 1. Zudem wird eine *Frequenzabhängigkeit der Unsymmetrien* berücksichtigt.

#### 4.2.1 Frequenzbereichsdarstellung des IQ-Fehlers

Für die Frequenzabhängigkeit der Unsymmetrien sind die Werte des Amplitudenfehlers  $\varepsilon$  und des Phasenfehlers  $\Delta \phi$  in Abhängigkeit des Frequenzindex l zu berücksichtigen. Aus Gleichung (4.7) folgt mit diesen frequenzabhängigen Unsymmetrien  $\varepsilon$ [l] und  $\Delta \phi$ [l]

$$\mu[1] = \cos\left(\frac{\Delta\phi[1]}{2}\right) - j\epsilon[1]\sin\left(\frac{\Delta\phi[1]}{2}\right)$$

$$\nu[1] = \epsilon[1]\cos\left(\frac{\Delta\phi[1]}{2}\right) + j\sin\left(\frac{\Delta\phi[1]}{2}\right)$$
(4.10)

Die Gleichung (4.9) geht für einen Nutzträger bei dem Frequenzindex 1 mit diesen frequenzabhängigen Verzerrungsparametern über in

$$S'_{Nutz1}[k] = \mu[1]A[1]\delta[k-1] + \nu[1]A^*[1]\delta[k+1] .$$
(4.11a)

Ein zweiter Nutzträger bei dem Spiegelfrequenzindex -l erzeugt analog das Spektrum

$$S'_{Nutz2}[k] = \mu[-1]A[-1]\delta[k+1] + \nu[-1]A^*[-1]\delta[k-1] .$$
(4.11b)

Von Interesse ist das sich bei einer gewünschten Trägerfrequenz k ergebende Gesamtsignal. Die Überlagerung der Beiträge an der Stelle k = 1 aus den Gleichungen (4.11a) und (4.11b) liefert das verzerrte Gesamtsignal S'<sub>1</sub>[k] an der Stelle k = 1; entsprechendes gilt für das Summensignal S'<sub>-1</sub>[k] an der Position k = -1.

$$S'_{1}[k] = \mu[1]A[1]\delta[k-1] + \nu[-1]A^{*}[-1]\delta[k-1] S'_{-1}[k] = \mu[-1]A[-1]\delta[k+1] + \nu[1]A^{*}[1]\delta[k+1]$$
(4.12)

In dem zu Grunde liegenden Signalmodell des OFDM-Systems setzen sich die Spektralkomponenten also stets aus gewichteten Einheitsimpulsen zusammen, die durch ihren Frequenzindex und ihre zugehörige komplexe Amplitude vollständig beschrieben sind. Im folgenden genügt es daher, nur die komplexen Amplituden der Signale S'<sub>1</sub>[k] und S'<sub>-1</sub>[k] zu betrachten. Die Gleichung (4.12) kann ohne Informationsverlust vereinfacht geschrieben werden als

$$A'[k] = \mu[k]A[k] + \nu[-k]A^*[-k] A'[-k] = \mu[-k]A[-k] + \nu[k]A^*[k]$$
(4.13)

Die folgenden Betrachtungen dieses Kapitels gehen von einem gewünschten Signal an der Stelle k aus und beschränken sich daher auf die Angabe der Beziehungen für ein interessierendes Gesamtsignal an eben diesem Frequenzindex k. Alle Überlegungen gelten aber aufgrund der Symmetrie der Aufgabenstellung ebenso für ein gewünschtes Signal an der Stelle -k, indem die Indizes k und -k vertauscht werden.

In komplexer Matrixschreibweise läßt sich für die resultierende Amplitude A'[k] aus Gleichung (4.13) schreiben

$$A'[k] = \left[\mu[k] \ \nu[-k]\right] \begin{bmatrix} A[k] \\ A^*[-k] \end{bmatrix}.$$
(4.14)

Die Aufspaltung der komplexen Matrixelemente  $\mu[k]$  und  $\nu[-k]$  in Real- und Imaginärteil nach (4.10) ergibt mit  $A[k] = A_{re}[k] + j A_{im}[k]$ 

$$\begin{bmatrix} A'_{re}[k] \\ A'_{im}[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) & \epsilon[k]\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) & \epsilon[-k]\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) & \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) \\ -\epsilon[k]\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) & \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) & \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) -\epsilon[-k]\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{re}[k] \\ A_{im}[k] \\ A_{re}[-k] \\ A_{im}[-k] \end{bmatrix}$$

(4.15)

Mit der frequenzabhängigen Verzerrungsmatrix D gilt

$$\begin{bmatrix} A'_{re}[k] \\ A'_{im}[k] \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} A_{re}[k] \\ A_{im}[k] \\ A_{re}[-k] \\ A_{im}[-k] \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad D = [D_S D_I] \quad \text{und}$$
$$D_S = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) \epsilon[k]\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) \\ -\epsilon[k]\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) \end{bmatrix}$$
$$D_I = \begin{bmatrix} \epsilon[-k]\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) & \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) - \epsilon[-k]\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) \end{bmatrix}$$
(4.16)

Die Matrix  $D_S$  spezifiziert dabei den skalierten Nutzanteil (lineare Verzerrung des gewünschten Signals) und die Matrix  $D_I$  den additiven Störanteil (Anteil der IQ-Verzerrungen), der durch das Spiegelfrequenzsignal hervorgerufen wird.

Die Gleichungen (4.14) bis (4.16) bilden die Basis für die weiteren Berechnungen. Sie beschreiben die sich an der Stelle k ergebende fehlerbehaftete Frequenzkomponente A'[k] in Abhängigkeit des gewünschten Signals A[k] an der Stelle k und des Spiegelsignals A[-k] an der Stelle -k.

Zum Abschluss dieses Kapitels seien noch die zwei Sonderfälle eines reinen Amplituden- und eines reinen Phasenfehlers in Frequenzbereichsdarstellung betrachtet. Im Fall der reinen Amplituden-Unsymmetrie ( $\varepsilon \neq 0$ ,  $\Delta \phi = 0^{\circ}$ ) vereinfacht sich die Gleichung (4.15) zu

$$\begin{bmatrix} A'_{re}[k] \\ A'_{im}[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon[-k] & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\varepsilon[-k] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{re}[k] \\ A_{im}[k] \\ A_{re}[-k] \\ A_{im}[-k] \end{bmatrix}.$$
(4.17)

Man erkennt, dass der gewünschte Träger A[k] unverändert übertragen wird: In der Matrix  $D_S$  sind nur die Hauptdiagonalelemente mit dem Wert eins besetzt, es findet also keine Rückwirkung des Trägers auf sich selbst statt, allerdings ein Übersprechen des mit  $\varepsilon$ [-k] skalierten Realteils und des mit  $-\varepsilon$ [-k] skalierten Imaginärteils des Spiegelträgers A[-k].

Im Falle der reinen Phasenunsymmetrie ( $\varepsilon = 0$ ,  $\Delta \phi \neq 0^{\circ}$ ) findet neben der reellen Skalierung des gewünschten Signals mit  $\cos(\Delta \phi/2)$  ein Austausch des Imaginär-(Real-) Teils des Spiegelsignals in den Real-(Imaginär-)Teil des verzerrten Signals statt. Aus (4.15) wird

$$\begin{bmatrix} A'_{re}[k] \\ A'_{im}[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) \\ 0 & \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) & \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{re}[k] \\ A_{im}[k] \\ A_{re}[-k] \\ A_{im}[-k] \end{bmatrix}$$

$$(4.18)$$

#### 4.2.2 Bewertungskriterien

Um den Einfluss der IQ-Unsymmetrie auf das OFDM-Signal zu bewerten und daraus Anforderungen an die Leistungsfähigkeit eines Kompensationsverfahren abzuleiten, wird zunächst zur Abschätzung ein Signal-Störleistungs-Verhältnis eingeführt und anschließend exemplarisch über die Auswertung der Signal-Konstellationsdiagramme die Symbolfehlerrate für eine OFDM-64-QAM-Übertragung ermittelt. In Anlehnung an die Zeitbereichsbetrachtung bei Einzelträgerverfahren [15] und hinausgehend über die Darstellung in [16] wird hier das Leistungsverhältnis aus den frequenzabhängigen Matrixdarstellungen im Frequenzbereich (4.14) - (4.16) hergeleitet.

Zu einer ersten Abschätzung des Einflusses der IQ-Verzerrung führt die Definition des Leistungsverhältnisses  $\sigma_I$  zwischen der durch die Unsymmetrie hervorgerufenen Spiegelsignal-Störleistung  $E\{|v[-k]A^*[-k]|^2\}$  und der durch die Unsymmetrie skalierten Nutzsignalleistung  $E\{|\mu[k]A[k]|^2\}$ . Aus Gleichung (4.14) folgt für das Leistungsverhältnis beider Signalanteile

$$\sigma_{\rm I} = \frac{{\rm E}\{\left|\nu[-k]A^*[-k]\right|^2\}}{{\rm E}\{\left|\mu[k]A[k]\right|^2\}} . \tag{4.19}$$

An dieser Stelle sei kurz auf die statistischen Eigenschaften der Variablen A[k] hingewiesen, da die Beschreibung durch Mittelwerte (Korrelationsfunktionen) und Verteilungsfunktionen bei der folgenden Leistungsberechnung von Bedeutung ist.

Gemäß Gleichung (4.8) stellt die Größe A[k] (und analog A\*[-k]) den komplexen Amplitudenkoeffizienten mit dem Frequenzindex k dar, für den folgende statistischen Eigenschaften angenommen werden dürfen: Eine bestimmte über dem Zeitindex i definierte Folge {A<sub>i</sub>[k]} der komplexen Koeffizienten eines festen Unterträgerindexes k stellt eine Musterfunktion eines stationären und ergodischen Zufallsprozesses A<sub>i</sub>[k] dar mit der Leistung E{ $|A_i[k]|^2$ }. Aufgrund der Stationarität ist diese Leistung unabhängig vom Beobachtungszeitpunkt und ein definierter Wert für den die zeitliche Abfolge der OFDM-Symbole kennzeichnenden Index i kann bei der Bildung des Erwartungswertes entfallen. Die Ergodizität des Prozesses erlaubt die Bildung des Erwartungswertes als Zeitmittelung an einer einzigen Musterfunktion, also an einem einzigen OFDM-System vorzunehmen. Ist durch den Frequenzindex k ein Nutzträger markiert, so gilt für den (linearen) Mittelwert des Zufallsprozesses E{A[k]} = 0 und für seine Leistung E{A[k] A\*[k]} = E[|A[k]|<sup>2</sup>].

Mit diesen Annahmen berechnen sich die skalierte Nutzsignalleistung  $E\{|\mu[k]A[k]|^2\}$  und die Spiegelsignal-Störleistung  $E\{|\nu[-k]A^*[-k]|^2\}$  zu

$$E\{|\mu[k]A[k]|^{2}\} = |\mu_{K}|^{2} \cdot E\{|A[k]|^{2}\}$$
  

$$E\{|\nu[-k]A^{*}[-k]|^{2}\} = |\nu_{-K}|^{2} \cdot E\{|A[-k]|^{2}\}$$
(4.20)

Unter der Voraussetzung, dass die Leistungen der komplexen Koeffizienten an der Stelle k und an der Spiegellage -k gleich sind, ergibt sich für das Verhältnis  $\sigma_I$  von Spiegelsignal-Störleistung zu (skalierter) Nutzsignalleistung nach (4.19)

$$\sigma_{\rm I} = \frac{|\nu[-k]|^2}{|\mu[k]|^2} .$$
 (4.21)

Dieses Ergebnis lässt sich nun auch direkt aus der Matrix-Darstellung (4.14) - (4.16) ableiten, denn es gilt

$$|\mu[k]|^{2} = \det(D_{S}) = \begin{vmatrix} \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) \epsilon[k]\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) \\ -\epsilon[k]\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) & \cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right) \end{vmatrix} \\ = \left(\cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right)\right)^{2} + \epsilon[k]^{2}\left(\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right)\right)^{2} \\ |\nu[-k]|^{2} = -\det(D_{I}) = -\begin{vmatrix} \epsilon[-k]\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) & \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \left[-k\right]\right|^{2} &= -\det(D_{I}) = - \begin{vmatrix} c_{I} & k_{I}\cos(-2 - \beta) & \sin(-2 - \beta) \\ & \sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) - \epsilon[-k]\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right) \end{vmatrix} \\ &= \epsilon[-k]^{2}\left(\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right)\right)^{2} + \left(\sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right)\right)^{2} \end{aligned}$$

(4.22)

Damit folgt für das Leistungsverhältnis  $\sigma_I$  durch Einsetzen von (4.22) in (4.21)

$$\sigma_{\rm I} = -\frac{\det(D_{\rm I})}{\det(D_{\rm S})} = \frac{\epsilon[-k]^2 \left(\cos\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right)\right)^2 + \left(\sin\left(\frac{\Delta\phi[-k]}{2}\right)\right)^2}{\left(\cos\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right)\right)^2 + \epsilon[k]^2 \left(\sin\left(\frac{\Delta\phi[k]}{2}\right)\right)^2} .$$
(4.23)

Um zu einer ersten Abschätzung zu gelangen, inwieweit der Amplitudenfehler  $\varepsilon$ und der Phasenfehler  $\Delta \phi$  zu einer Degradation der Signalqualität führen, sei das Leistungsverhältnis  $\sigma_I$  logarithmisch dargestellt. Abb. 4.3 zeigt den Verlauf von  $\sigma_I$  in Abhängigkeit der Variablen  $\varepsilon$  und  $\Delta \phi$ . Um den grundlegenden Einfluss zu erkennen, wurden in dieser Darstellung die Größen  $\varepsilon$  und  $\Delta \phi$  als konstant über den Frequenzindex k angenommen.



Abb. 4.3 Spiegelsignal-Störleistung

Für eine reine Amplitudenunsymmetrie ( $\varepsilon[k] \neq 0$ ,  $\Delta \varphi[k] = 0^{\circ}$ ) ergibt sich aus (4.23)

$$\sigma_{I, Amp}^{dB} = 10\log\sigma_{I, Amp} = 10\log\epsilon^{2}[-k] = 20\log\epsilon[-k] . \qquad (4.24)$$

Entscheidend für das Leistungsverhältnis  $\sigma_I$  an dem Index k ist also der Amplitudenfehler an der Stelle der Spiegelfrequenz -k. Der Kurvenverlauf bei Frequenzunabhängigkeit entspricht der Kontur über  $\Delta \phi = 0$  (Abb. 4.3 mittlere Darstellung). Bei reiner Phasenunsymmetrie ( $\varepsilon[k] = 0$ ,  $\Delta \varphi[k] \neq 0^{\circ}$ ) vereinfacht sich Gleichung (4.23) zu

$$\sigma_{I, \text{ Phase}}^{dB} = 10 \log \sigma_{I, \text{ Phase}} = 20 \log \frac{\sin\left(\frac{\Delta \varphi[-k]}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\Delta \varphi[k]}{2}\right)}$$
(4.25)

und weiter für frequenzunabhängige Unsymmetrie  $\Delta \phi[-k] = \Delta \phi[k]$ 

$$\sigma_{I, \text{ Phase}}^{dB} = 20\log \tan\left(\frac{\Delta \varphi[k]}{2}\right). \tag{4.26}$$

Der Kurvenverlauf entspricht der Kontur über  $\varepsilon = 0$  (Abb. 4.3 unterste Darstellung).

Ein Leistungsverhältnis  $\sigma_I$  von -30 dB wird bereits bei einem Amplitudenfehler von  $\epsilon = 0.03$  oder bei einem Phasenfehler von  $\Delta \phi = 3.5^{\circ}$  erreicht.

**Rauschen**. Ersetzt man in (4.14) die gewünschten Signale A[k] und A[-k] durch die Frequenzkomponenten N[k] und N[-k] eines weißen, mittelwertfreien gaußschen Rauschprozesses in komplexer Signaldarstellung N[k] =  $N_{re}[k] + j N_{im}[k]$  (d.h. statt des Nutzsignals wird nun Rauschen in den IQ-Demodulator eingespeist), so gilt für die Rauschleistung der Frequenzkomponente an der Stelle k nach der IQ-Verzerrung

$$E\{|\mu[k]N[k]|^{2}\} + E\{|\nu[-k]N^{*}[-k]|^{2}\} = |\mu[k]|^{2}E\{|N[k]|^{2}\} + |\nu[-k]|^{2}E\{|N[k]|^{2}\}$$
$$= (|\mu[k]|^{2} + |\nu[-k]|^{2}) \cdot E\{|N[k]|^{2}\}$$

(4.27)

Hier wurde ausgenutzt, dass die Rauschkomponenten der diskreten Frequenzen k und -k unkorreliert sind, sodass sich die Gesamtleistung als Summe der Einzelträgerleistungen ergibt.

Durch Einsetzen der in (4.22) hergeleiteten Beziehungen für frequenzunabhängige Verzerrungsparameter  $\mu[k] = \mu$  und  $\nu[k] = \nu$  folgt

$$E\{|\mu N[k]|^{2}\} + E\{|\nu N^{*}[-k]|^{2}\} = (1 + \epsilon^{2}) \cdot E\{|N[k]|^{2}\}.$$
(4.28)

Der IQ-Fehler in den Quadraturzweigen verursacht somit eine von der Phasenunsymmetrie unabhängige Verstärkung der Rauschleistung um den Faktor  $1+\epsilon^2$ .

Ähnlich wie in [15] für Einzelträgerverfahren, kann auch hier ein Signal-Gesamtstörleistungs-Verhältnis  $SN_{\Sigma}R$  gebildet werden, bei dem die Gesamtstörleistung nun sowohl die Störleistung des Spiegelsignals als auch die Rauschleistung des additven weißen, gaußschen Rauschens erfasst.

$$SN_{\Sigma}R = 10\log \frac{E\{|\mu[k]A[k]|^{2}\}}{E\{|\nu[-k]A^{*}[-k]|^{2}\} + E\{|\mu[k]N[k]|^{2}\} + E\{|\nu[-k]N^{*}[-k]|^{2}\}}}$$

$$SN_{\Sigma}R = 10\log \frac{|\mu[k]|^{2}E\{|A[k]|^{2}\}}{|\nu[-k]|^{2}E\{|A^{*}[-k]|^{2}\} + (|\mu[k]|^{2} + |\nu[-k]|^{2})E\{|N[k]|^{2}\}}$$

$$(4.29)$$

Mit dem Leistungsverhältnis  $\sigma_I$  und dem Signal-Rauschleistungs-Verhältnis  $\rho_N = E\{|A[k\}|^2\} / E\{|N[k\}|^2\}$  sowie unter der Annahme  $E\{|A[k\}|^2\} = E\{|A^*[-k\}|^2\}$  folgt

$$SN_{\Sigma}R = 10log\left(\frac{1}{\sigma_{I} + \frac{(1 + \sigma_{I})}{\rho_{N}}}\right).$$
 (4.30)

Für eine verschwindende Spiegelsignal-Störleistung strebt  $\sigma_I$  gegen den Wert Null und  $SN_{\Sigma}R$  nähert sich dem nur durch das Signal-Rauschleistungs-Verhältnis  $\rho_N$  vorgegebenen Verlauf

$$SN_{\Sigma}R = 10log\rho_N . \tag{4.31}$$

Für den Grenzübergang  $\rho_N \rightarrow \infty$  (hoher Signal-Rauschabstand) ist  $SN_{\Sigma}R$  alleine durch das Störleistungsverhältnis  $\sigma_I$  bestimmt und das Verhalten von  $SN_{\Sigma}R$  entspricht dem durch  $\sigma_I$  bestimmten Verlauf.

$$SN_{\Sigma}R = 10\log\frac{1}{\sigma_{I}} = -\sigma_{I}^{dB} . \qquad (4.32)$$

**Konstellationsdiagramme**. Die Auswirkung eines IQ-Fehlers auf die OFDM-Übertragung mit höherstufigen Signalkonstellationen ist in **Abb. 4.4** am Beispiel der 64-QAM-Modulation zu sehen. Die Konstellationsdiagramme ergeben sich aus der Überlagerung aller Unterträger eines OFDM-Symbols. Sie zeigen die IQ-Verzerrung der Signalpunkte bei rauschfreier Übertragung für verschiedene Fälle einer frequenzunabhängigen IQ-Unsymmetrie. Zu beachten ist die Aufweitung der idealen Signalpunkte auf *diskrete* Amplituden im Gegensatz zu einer *kontinuierlichen* (gaußschen) Verteilung der Aufweitung bei Störung durch additives weißes (gaußsches) Rauschen. Dies rührt daher, dass die Ursache des Störvektors wiederum ein Nutzträger (an der Stelle der Spiegelfrequenz) ist, dessen Amplitude aus dem diskreten Symbolalphabet der 64-QAM stammt.



64-QAM Konstellationsdiagramm (mit Pilotträgern)



Phasenunsymmetrie  $\Delta \phi = 5^{\circ}$ 



Amplitudenunsymmetrie  $\varepsilon = 0.05$ 



Amplitudenunsymmetrie  $\varepsilon = 0.05$ Phasenunsymmetrie  $\Delta \phi = 5^{\circ}$ 

# Abb. 4.4 Durch IQ-Unsymmetrien verzerrte OFDM-64-QAM Signalkonstellationen

Die aus den Konstellationsdiagrammen abgeleiteten Symbolfehlerraten (SER) für eine OFDM-Übertragung mit 64-QAM gemäß DVB-T-Spezifikation zeigt **Abb. 4.5**. Aufgetragen ist die simulierte Symbolfehlerrate über alle Unterträger am FFT-Ausgang in Abhängigkeit des Signal-Störabstands C/N am Empfängereingang. Ein zusätzlicher reiner Phasenfehler von  $\Delta \phi = 5^{\circ}$  führt bei einer vorgegebenen Symbolfehlerrate von  $10^{-4}$ zu einer Erhöhung des notwendigen Signal-Störabstandes von 2.5 dB, verglichen mit einer reinen AWGN-Störung; ein reiner Amplitudenfehler von  $\varepsilon = 0.05$  zu einer Degradation von 3.1 dB. Das Vorhandensein beider Unsymmetrieformen erfordert eine Erhöhung des notwendigen Störabstands von 6.3 dB.

Die aus den Darstellungen der Konstellationsdiagramme und den Ergebnissen der Symbolfehlerratensimulationen gewonnenen Erkenntnisse lassen für höherstufige Signalkonstellationen und damit breitbandige (Bild-)Übertragung eine Kompensation der IQ-Unsymmetrien notwendig erscheinen.



Abb. 4.5 Simulierte Symbolfehlerraten der durch IQ-Unsymmetrien gestörten OFDM-64-QAM-Übertragung

# 5 Kanalschätzung für OFDM-Signale

Die grundsätzliche Aufgabe einer Kanalentzerrung besteht darin, die auf der Übertragungsstrecke auf das OFDM-Signal<sup>1</sup> einwirkenden Verzerrungen zu erfassen und zu kompensieren. Die Übertragungsstrecke umfasst dabei neben dem Einfluss des physikalischen Kanals auch die Verzerrungen durch die analogen Sender- und Empfängerkomponenten. Als Haupteinflussgrößen sind hier Verstärker-Nichtlinearitäten, Phasenrauscheffekte und die Auswirkungen von Amplituden- und Phasenunsymmetrien bei der IQ-Modulation/Demodulation zu nennen. Zudem verbleiben bei nicht idealer Trägerund Taktsynchronisation Reststörungen, die als Zufallsprozesse gedeutet werden können [27]. In der Frequenzbereichsbetrachtung eines OFDM-Signals äußern sich diese Störeinflüsse durch in der Amplitude und Phase verfälschten komplexen Kanalsymbole der demodulierten Unterträger. Diese Werte stehen im Empfänger als Ausgangssignale der Fourier-Transformation zur Verfügung. Es bietet sich demnach an, die Charakterisierung des Übertragungskanals direkt durch die Schätzung seiner Übertragungsfunktion, also auf Unterträgerebene im Frequenzbereich vorzunehmen. Auch die Kompensation der Verzerrungen ist auf diese Weise individuell für jeden Unterträger im Frequenzbereich durchführbar. Die mit der Nutzinformation beaufschlagten Unterträger müssen möglichst fehlerfrei wiedergewonnen werden. Ob und mit welcher Genauigkeit diese Rekonstruktion der Originalwerte möglich ist, hängt von der Art der Störungen, der Architektur und Komplexität des Entzerrers sowie bei trainingssymbolbasierter Übertragung von der Struktur des Übertragungsrahmens und der Anordnung der Trainingssymbole (Pilotträger) ab. Dieses Kapitel erläutert die Struktur konventioneller Kanalschätzverfahren und verweist auf deren Eigenschaft, nur lineare Kanalverzerrungen kompensieren zu können. Diese eingeschränkte Fähigkeit gilt sowohl für die in Abschnitt 5.2 erläuterten Interpolationsverfahren, als auch für die adaptive Entzerrung in Abschnitt 5.3. Das Kapitel dient damit zum Verständnis der in Kapitel 6 neu entwickelten erweiterten Entzerrerstrukturen, die zusätzlich in der Lage sind, IQ-Unsymmetrien zu korrigieren.

Die untersuchten Methoden beruhen auf einer *trainingssymbolgestützten Kanalschätzung*. Es wird im Hinblick auf die Realisierung der Verfahren im DVB-T-System vorausgesetzt, dass an bestimmten Frequenzpositionen periodisch *Pilottöne* übertragen werden. Zudem wird von idealer Trägerfrequenz- und Rahmen-/Taktsynchronisation ausgegangen.

<sup>1.</sup> Es wird von nicht-differentiell modulierten Übertragungsverfahren ausgegangen. Eine differentielle Codierung der Information erlaubt eine differentielle Demodulation, bei der das in Zeit- oder Frequenzrichtung vorangegangene Symbol als Amplituden- und Phasenreferenz gewählt wird und somit eine absolute Schätzung der komplexen Amplitude entfallen kann [12, 28].

## 5.1 Struktur einer trainingssymbolgestützten Kanalschätzung

In Abschnitt 2.2.4 wurde gezeigt, dass bei der Verwendung der zyklischen Ergänzung die Orthogonalität der Unterträger gewahrt bleibt, und, sofern die Kanalstoßantwort kürzer als die Länge des Schutzintervalls ist, auch Intersymbol-Interferenzen (ISI) benachbarter OFDM-Symbole nicht auftreten. Bei hinreichend großer Anzahl N von Unterträgern ergeben sich N schmalbandige Frequenzabschnitte, innerhalb derer die Kanalübertragungsfunktion jeweils als konstant betrachtet werden kann. Für die Dauer eines OFDM-Symbols kann in diesem Fall das *OFDM-Kanalmodell* durch N parallele Kanäle beschrieben werden, **Abb. 5.1** [30, 31, 32].



**Abb. 5.1** Mehrträger-Kanalmodell [30]: (a) im Zeitbereich, (b) im Frequenzbereich

Die Amplitude des k-ten Unterträgers  $Z_i[k]$  im i-ten Modulationsintervall ergibt sich nach (2.36) zu

$$Z_{i}[k] = H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + N_{i}[k] \Leftrightarrow A_{i}[k] = \frac{1}{H_{i}[k]} \cdot (Z_{i}[k] - N_{i}[k]) .$$
 (5.1)

Die Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion  $H_i[k]$  beinhalten dabei alle Einflüsse, die in Form der Gleichung (5.1) auf das Originalsignal  $A_i[k]$  einwirken und die von der Kanalschätzung zu korrigieren sind. Aus (5.1) ist ersichtlich, dass bei rauschfreiem Kanal  $N_i[k] = 0$  eine Amplituden- und Phasenkorrektur des empfangenen verfälschten Unterträgers  $Z_i[k]$  durch Multiplikation mit einem Faktor  $C_i[k]$  erreicht werden kann.  $C_i[k]$  ergibt sich aus dem an jedem Unterträgerindex inversen Wert der geschätzten Kanalübertragungsfunktion<sup>2</sup>

$$C_{i}[k] = \frac{1}{\hat{H}_{i}[k]}$$
 (i, k)  $\in D$ . (5.2)

Der ideale lineare Frequenzbereichsentzerrer für ein linear verzerrtes OFDM-Signal besteht demnach aus N parallelen Zweigen mit jeweils einer komplexen Multiplikation pro Unterträger. **Abb. 5.2** zeigt diese *komplexwertige Multipliziererbank*.



Abb. 5.2 Multipliziererbank als linearer Frequenzbereichsentzerrer für OFDM-Signale

<sup>2.</sup> *D* repräsentiert die Menge aller Zeit-Frequenz-Indexpaare (i,k), an denen die Unterträger mit Nutzdaten moduliert sind, *P* kennzeichnet die Menge der Pilotpositionen.
Die Bestimmung des Koeffizienten  $C_i[k]$  nach (5.2) kann auch als Frequenzbereichsdarstellung des Ergebnisses einer Entzerrung im Zeitbereich nach dem ZF-Kriterium aufgefasst werden (Anhang B).

Störeinflüsse, die nicht durch Gleichung (5.1) vollständig beschreibbar sind, können bei Verwendung dieser 1-Tap-Entzerrerstruktur nicht kompensiert werden. Sie müssen durch weitere Maßnahmen entweder im Frequenzbereich, oder, falls eine Frequenzbereichskompensation zu aufwändig ist, vor der FFT-Demodulation im Zeitbereich auf einen maximal zulässigen Störpegel reduziert werden. Zu diesen Störungen zählen sämtliche durch zeitvariante Übertragungskanäle<sup>3</sup> verursachten Übersprecheffekte zwischen den Unterträgern (intercarrier interference - ICI). Die Kompensation dieser Effekte, die wegen ihrer Eigenschaft als Zufallsprozesse wie Rauschstörungen aufgefasst werden können, ist durch Frequenzbereichsentzerrung i. Allg. nicht realistisch [27]. Neue Ansätze hierzu, die auf adaptiven Entzerrerstrukturen beruhen, findet man in [33]. Die Kompensation von Signalverfälschungen, die durch Unsymmetrien bei der analogen IQ-Demodulation des empfangenen OFDM-Signals entstehen und die neuartige Entzerrerstrukturen verlangen, wird als Schwerpunkt dieser Arbeit ausführlich in Kapitel 6 dargestellt.

### 5.2 Kanalschätzung mittels Interpolation

Die auf der Interpolation als Kernprozess der Kanalschätzung beruhenden Verfahren können danach klassifiziert werden, ob bei der Bestimmung der Interpolationsfilterkoeffizienten die Zeit- und Frequenzkorrelationen der Kanalübertragungsfunktion sowie die Kanalrauschleistung unberücksichtigt bleiben (Abschnitt 5.2.2 - konventionelle Interpolationsfilterung) oder miteinbezogen werden (Abschnitt 5.2.3 - Wiener-Filterung). Die Bedeutung der Pilotanordnung für die Leistungsfähigkeit der Kanalschätzung wird zuvor in Abschnitt 5.2.1 erläutert.

Zunächst seien die für beide Kategorien geltenden grundsätzlichen Signalverarbeitungsschritte der Kanalschätzung mittels Interpolation näher erläutert. Zu Grunde gelegt wird eine Pilotanordnung nach DVB-T-Vorbild (vgl. **Abb. 5.6**).

In einem ersten Schritt wird an allen Stützstellen aus der Menge der Pilotpositionen *P*, gekennzeichnet durch die Zeit-Frequenz-Indexpaare (i,k), als Schätzwert  $\hat{H}_i[k]$  der Kanalübertragungsfunktion der auf das Referenzsymbol  $A_i[k]$  bezogene Momentanwert der empfangenen Pilotamplitude  $Z_i[k]$  gebildet

<sup>3.</sup> Unter zeitvarianten Übertragungskanälen seien hier alle Störeinflüsse zusammengefasst, die die Orthogonalität zwischen den Unterträgern zerstören. Neben frequenzselektiven Schwundkanälen sind dies insbesondere Frequenz- und Taktabweichungen sowie Phasenrauschstörungen [27, 33].

$$\hat{H}_{i}[k] = \frac{Z_{i}[k]}{A_{i}[k]}$$
 (i, k)  $\in P$ . (5.3)

Der zweite Schritt besteht in der Rekonstruktion der Kanalübertragungsfunktion an den Orten  $(i,k) \in D$  zwischen den Pilotpositionen. Diese zweidimensionale Schätzung der Zwischenwerte sowohl in Zeit- als auch in Frequenzrichtung wird meist in zwei sukzessiven eindimensionalen Filterungen ausgeführt, wobei die Reihenfolge prinzipiell beliebig ist. Die Interpolation in Zeitrichtung liefert für jedes übertragene OFDM-Symbol an bestimmten Frequenzindizes k einen Schätzwert, im Vorgriff auf Abb. 5.6 dargestellt als Interpolation in vertikaler Richtung. Die Interpolation in Frequenzrichtung erzeugt für jeden Frequenzindex zu bestimmten Zeitindizes i einen Schätzwert, Interpolation in horizontaler Richtung in Abb. 5.6. Bei der im DVB-T-System spezifizierten Pilotanordnung kann auf Kosten einer geringeren Auflösung in Frequenzrichtung auf die Interpolation in Zeitrichtung verzichtet werden, siehe Abschnitt 5.2.2. Zu beachten ist bei gleicher Interpolationsfilterlänge für Zeit- und Frequenzinterpolation der wegen der blockorientierten Verarbeitung höhere Speicheraufwand für die Interpolation in Zeitrichtung. Es müssen komplette OFDM-Symbole zwischengespeichert werden. Besondere Aufmerksamkeit verdienen die Unsymmetrien an den Rändern des Übertragungsspektrums bei der Interpolation in Frequenzrichtung [27]. Die Berechnung der Zwischenwerte wird üblicherweise in FIR-Filtern mit periodisch zeitvarianter Stoßantwort durchgeführt [34]. Die Form der Stoßantwort hat einen linearen, stückweise quadratischen oder einen dem idealen Tiefpass angenäherten Verlauf [14].

In einem dritten Schritt liefert die komplexe Multiplikation des empfangenen Unterträgers mit dem Kehrwert der geschätzten Kanalübertragungsfunktion den amplituden- und phasenkorrigierten Schätzwert für die gesendete Unterträgeramplitude an allen Datenträgerpositionen *D*. Mit (5.2) gilt

$$\hat{A}_{i}[k] = C_{i}[k] \cdot Z_{i}[k] \Leftrightarrow \hat{A}_{i}[k] = \frac{Z_{i}[k]}{\hat{H}_{i}[k]} \qquad i, k \in D .$$
(5.4)

#### 5.2.1 Bedeutung der Rahmenstruktur

Die Notwendigkeit der Kanalschätzung in nicht-differentiell modulierten OFDM-Systemen setzt die Übertragung von Pilotsymbolen voraus. Im Empfänger dienen die Pilotsymbole als Amplituden- und Phasenreferenz, um aus dem Vergleich mit den empfangenen Pilotamplituden die Übertragungsfunktion punktuell an den Pilotstellen direkt bestimmen zu können oder um die Filterkoeffizienten eines adaptiven Filters zur inversen Kanalmodellierung einzustellen. Da diese mitübertragenen Trainingssymbole immer einen Teil der Übertragungskapazität beanspruchen, ist man bestrebt, die Anzahl der Pilotträger möglichst gering zu halten und sie wirkungsvoll im Sinne einer möglichst genauen Kanalschätzung über die Unterträgerpositionen zu verteilen. Im Folgenden seien daher die grundlegenden Zusammenhänge zwischen der Pilotanordnung und den Anforderungen an die Kanalschätzung dargelegt. Die Forderungen umfassen in erster Linie die Fähigkeit, der Zeitvarianz und der Frequenzselektivität des Übertragungskanals folgen zu können. Darüberhinaus hat die Pilotanordnung Einfluss auf die Komplexität der Kanalschätzung und kann dazu beitragen, den rechentechnischen Aufwand zu verringern (siehe Abschnitt 5.2.2).

Betrachtet werden zunächst die zwei verschiedenen Pilotanordnungen nach Abb. 5.3.



Abb. 5.3 Pilotanordnungen. (a) Kamm-Muster, (b) Block-Muster

In dem Kamm-Muster nach Anordnung (a) werden an den festgelegten Unterträgerpositionen in jedem Symbol, d. h. für jeden Zeitindex i, Pilotträger übertragen. In dem Block-Muster nach Anordnung (b) hingegen werden in Zeitrichtung periodisch alle Unterträger, d.h. ein gesamtes OFDM-Symbol mit Pilotträgern belegt. Schema (a) kann den zeitlichen Änderungen der Kanalübertragungsfunktion besser folgen, ist somit eher geeignet für zeitvariante Kanäle, da für jedes empfangene OFDM-Symbol aktuelle Kanaldaten ausgenutzt werden können. Die Kanalübertragungsfunktion an den nicht mit Piloten belegten Frequenzindizes muss durch Interpolation oder adaptive Algorithmen aus der Stützstelleninformation abgeleitet werden, was diese Anordnung empfindlicher für stark frequenzselektive Kanäle macht. Schema (b) zeigt sich robuster bei frequenzselektiven Kanälen, da sich die Kanalübertragungsfunktion für das gesamte Übertragungsspektrum direkt aus den übertragenen Piloten ergibt. Dagegen muss nun in Zeitrichtung eine Schätzung (durch Interpolation oder adaptiv) für die Zwischenstellen vorgenommen werden, was die Anordnung (b) störempfindlicher gegenüber zeitveränderlichen Kanälen macht.

Ausgehend von einer Kanalschätzung mittels idealer Interpolation können die durch das zweidimensionale Pilotmuster vorgegebene maximal zulässige Grenzfrequenz des Eingangssignals und die maximal zulässige Länge der Kanalstoßantwort abgeschätzt werden. Das Eingangssignal des Interpolationsprozesses wird gemäß (5.3) repräsentiert durch die Stützstellen-Abtastwertfolge  $\hat{H}_i[k]$  an den Pilotpositionen<sup>4</sup>. Das ideale (nicht kausale) Interpolationsfilter sei dabei durch seine Impulsantwort bzw. seine Übertragungsfunktion in **Abb. 5.4** beschrieben [14, 35]. Der Interpolationsfaktor L<sub>t</sub> = 4 ergibt sich aus der Anpassung der Interpolation in Zeitrichtung an die DVB-T-Spezifikation.



Abb. 5.4 Ideale Interpolation in Zeitrichtung

Die *gewünschte* Abtastperiode T' ergibt sich über den Interpolationsfaktor  $L_t = 4$  aus dem zeitlichen Abstand T der Pilottöne zu T' = T /  $L_t$ , wobei T =  $L_t$  ( $T_U + T_G$ ) gilt, da in zeitlicher Richtung nur jedes vierte OFDM-Symbol an einem bestimmten Frequenzindex mit einem Pilotträger belegt ist (vergleiche **Abb. 5.6** oberste Darstellung). Die auf T' bezogene Breite der (idealen) rechteckförmigen Filterübertragungsfunktion ergibt sich aus der Fourier-Transformierten der si-Funktion zu 1 /  $L_t$ . Der durch die Abtastwertfolge  $\hat{H}_i[k]$  repräsentierte Eingangsprozess darf somit in seinem Leistungsdichtespektrum Frequenzkomponenten<sup>5</sup> maximal bis zur Grenze dieses Durchlassbereiches, der Grenzfrequenz f<sub>g</sub> beinhalten<sup>6</sup>.

<sup>4.</sup> Die Modellierung komplexer Ausbreitungsprozesse, wie sie in terrestrischen Funkkanälen vorliegen, kann nicht mehr deterministisch erfasst werden. Die den Kanal beschreibende Übertragungsfunktion und die Stoßantwort werden daher als stochastische Prozesse aufgefasst, siehe Abschnitt 2.1.

<sup>5.</sup> Das durch die Dopplerfrequenz begrenzte Verzögerungs-Doppler-Leistungsdichtespektrum erfährt eine zusätzliche Verschiebung, falls ein unausgeregelter Frequenzversatz verbleibt [27].

<sup>6.</sup> Bei Normierung auf die Abtastperiode T statt T' in der Frequenzbereichsdarstellung aus Abb. 5.4 würden Überlappungen der Spektren auftreten und das Abtasttheorem würde verletzt werden.

$$\frac{1}{2L_{t}} = f_{g}T' \Leftrightarrow f_{g} = \frac{1}{2L_{t}T'} .$$
(5.5)

Für das DVB-T-System ergeben sich folgende Werte für die maximal zulässige Frequenzkomponente  $f_g$  des Eingangsprozesses (vergleiche auch [36]):

Schutzintervall	1/4	1/8	1/16	1/32
fg <sup>2K</sup> in Hz	446	496	525	541
f <sub>g</sub> <sup>8K</sup> in Hz	112	124	131	135



Eine entsprechende Überlegung unter Anwendung des Dualismus zwischen Zeitund Frequenzbereich führt auf die maximal zulässige Länge der Kanalstoßantwort. Der *Bandbegrenzung* des Eingangsprozesses bei Abtastung im Zeitbereich entspricht bei der Abtastung und Interpolation im Frequenzbereich die *Zeitbegrenzung* des Eingangsprozesses, also die Länge der Kanalstoßantwort. Die auf das DVB-T-Pilotmuster bezogene ideale Interpolation in Frequenzrichtung ist in **Abb. 5.5** wiedergegeben. Die Filterstoßantwort ist dual zur Zeitbereichsdarstellung über den Frequenzindex k aufgetragen, die Übertragungsfunktion über der Zeitachse, normiert auf den Kehrwert 1/F' der *gewünschten* (Frequenz-)Abtastperiode F'. Ausgegangen wird dabei von einer vorherigen Zeitinterpolation, sodass sich der Unterträgerabstand der Piloten auf L<sub>f</sub> = 3 verringert (vergleiche auch **Abb. 5.6** mittlere Darstellung).



Abb. 5.5 Ideale Interpolation in Frequenzrichtung

Der gewünschte Frequenzabstand F' ist gleich dem Unterträgerabstand 1 /  $T_U$ , da für jeden Frequenzindex ein Schätzwert generiert werden muss. F' ergibt sich über den Interpolationsfaktor  $L_f = 3$  aus dem Frequenzabstand der zeitinterpolierten Piloten zu F' = F /  $L_f$ . Die Rechteckbreite entspricht der maximalen Dauer (zweiseitige "Bandbreite"  $\tau = 2t_g$  [27]) des Eingangsprozesses und beträgt

$$\frac{1}{2L_{f}} = t_{g}F' \Leftrightarrow \tau_{max} = \frac{1}{F' \cdot L_{f}} \Leftrightarrow \tau_{max} = \frac{T_{U}}{L_{f}} .$$
(5.6)

Für die DVB-T-Rahmenkonfiguration ergeben sich daher als maximal zulässige Länge der Kanalstoßantwort die Werte aus Tabelle  $5.2^7$ .

FFT-Länge	2K	8K
$\tau_{max}$ in $\mu s$	74.6	298.6

Tab. 5.2 Maximal zulässige Kanal-Stoßantwortlänge

#### 5.2.2 Konventionelle Interpolationsfilterung

Ziel der Kanalschätzung durch Interpolation ist es, für jeden Frequenzindex k in jedem empfangenen OFDM-Symbol i einen Schätzwert  $\hat{H}_i[k]$  der Kanalübertragungsfunktion bereitzustellen. Im DVB-T-System kann dazu für jedes Symbol separat in Frequenzrichtung interpoliert werden. Dieser einfachste Ansatz eignet sich grundsätzlich für zeitlich schnell veränderliche Kanäle, deren Stoßantwortdauer  $\tau$  den durch den reziproken (Frequenz-)Abstand 1 / (12F') der nicht-zeitinterpolierten Pilotträger vorgegebenen Bereich nicht überschreitet. Die Frequenzauflösung und damit die maximal zulässige Kanalstoßantwortlänge können erhöht werden, indem zunächst die Pilotträger in zeitlicher Richtung interpoliert werden (zweistufige Interpolation, Abb. 5.6).

<sup>7.</sup> Theoretischer Wert, da  $\tau_{max}$  größer als die Dauer des längsten Schutzintervalls  $T_{Gmax} = 56 \ \mu s$  (2K) bzw. 224  $\mu s$  (8K) ist. Somit würden trotz möglicher idealer Rekonstruktion Intersymbol-Interferenzen auftreten.



Abb. 5.6 Zweistufige Interpolation in Zeit- und Frequenzrichtung für eine Pilotanordnung (scattered pilots) nach DVB-T

Die ideale bandbegrenzte Interpolation erfordert sorgfältig dimensionierte Tiefpassfilter höherer Ordnung, um der rechteckförmigen Übertragungsfunktion des idealen Tiefpasses nahezukommen. Insbesondere bei der Interpolation in zeitlicher Richtung erfordern diese langen Filterstoßantworten hohe Speicherkapazitäten. Einfache Näherungen, wie die Wiederholung des Stützstellenwertes an den zu interpolierenden Positionen (Interpolation nullter Ordnung) oder ein linearer Verlauf der Filterstoßantwort (lineare Interpolation, Interpolation erster Ordnung) senken die Komplexität der Filterung, führen aber bei Anwendung in Zeitrichtung zu Interpolationsfehlern in zeitlich schnell veränderlichen Kanälen, wie sie in mobilen Empfangssituationen auftreten. Die Leistungsfähigkeit und Komplexität der Interpolation stehen nach Abschnitt 5.2.1 in direktem Zusammenhang mit dem Abstand der Pilotträger in dem zweidimensionalen Pilotmuster. Je kleiner der Pilotträgerabstand, desto geringere Anforderungen werden an die Genauigkeit der Filterung gestellt [37]. Durch oben erwähnte vorherige Interpolation in Zeitrichtung kann also die Abtastrate in Frequenzrichtung erhöht und damit der erforderliche Aufwand für die Filterung in Frequenzrichtung gesenkt werden. Derselbe Effekt wird auch bei gleichbleibendem (in Frequenzindizes ausgedrücktem) Abstand  $L_f$  und bei gleichbleibender Gesamtübertragungsbandbreite durch eine Erhöhung der Unterträgeranzahl erzielt, da z. B. bei einem Übergang von einem 2K- zu einem 8K-OFDM-System die Frequenzabtastperiode um den Faktor vier reduziert wird (die Unterträger rücken bezüglich der absoluten Frequenz dichter zusammen).

In [38] wird gezeigt, dass der Rauscheinfluss auf dem Übertragungskanal erheblich durch eine zeitliche gleitende Mittelwertbildung (moving average (MA-)Filterung [6]) über M aufeinanderfolgende Piloten gemindert werden kann. Im Gegensatz zu den in Abschnitt 5.2.3 dargestellten Verfahren benötigt diese MA-Schätzung kein a-priori Wissen über die statistischen Kanaleigenschaften, setzt allerdings einen zeitlich nur langsam veränderlichen Kanal voraus. Durch Variation der MA-Filterlänge kann für zeitvariante Kanäle ein Kompromiss zwischen Rauschunterdrückung und Nachführeigenschaft erzielt werden.

### 5.2.3 Wiener-Filterung zur Interpolation und Glättung

Aus der Modellierung des zeitvarianten, frequenzselektiven Kanals als zeitvariantes Transversalfilter gemäß den Ausführungen in Abschnitt 2.1.1 ist ersichtlich, dass die Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion H<sub>i</sub>[k] in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung korreliert sind. Die Frequenzselektivität kommt dabei durch die FIR-Struktur und die Zeitvarianz durch die zeitveränderlichen Filterkoeffizienten zum Ausdruck. Diese Zeit- und Frequenzkorrelationen innerhalb der zweidimensionalen Pilotanordnung kann man sich zunutze machen, um den Schätzfehler an den Pilotpositionen selbst (Glättungsfilterung) oder an den Zwischenstellen (Interpolationsfilterung) zu minimieren. Im ersten Fall werden die rohen, mit Rauschen behafteten Trainingssymbole zur Rauschunterdrükkung durch Wiener-Filterung (Optimalfilterung) geglättet [31, 40], im zweiten Fall wird auf Basis der Wiener-Filterung eine Interpolation unter Berücksichtigung des Signal-Rauschleistungsverhältnisses durchgeführt [41]. Beide Möglichkeiten werden kurz umrissen, wobei die Idee der Wiener-Filterung auch als Grundlage für den in Abschnitt 6.2 betrachteten erweiterten Frequenzbereichsentzerrer dient. Eine Darstellung der Grundlagen der linearen Optimalfilterung ist in Anhang C zu finden. Aus diesen Ausführungen geht hervor, dass zur direkten Bestimmung der optimalen Filterkoeffizienten sowohl für die Zeit- wie auch für die Frequenzinterpolation die Autokorrelationsmatrix **R** des Filtereingangssignals und der Kreuzkorrelationsvektor **p** von Eingangssignal und gewünschtem Filterausgang bekannt sein müssen. Der optimale Koeffizientensatz berechnet sich zu

$$\mathbf{c}_{\rm opt} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{p} \ . \tag{5.7}$$

Interpolationsfilterung. In der hier vorliegenden Anwendung der Wiener-Filterung zur Interpolation wird das Eingangssignal durch die geschätzten Pilotamplituden  $\hat{H}_i[k], (i,k) \in P$ , und das gewünschte Filterausgangssignal durch die zu interpolierenden Zwischenwerte der Kanalübertragungsfunktion  $\hat{H}_i[k]$ ,  $(i,k) \in D$ , bestimmt. Da die gesuchte Kanalübertragungsfunktion unbekannt ist, müssen Annahmen über deren statistische Eigenschaften getroffen werden, um die Korrelationsmatrix R und den Korrelationsvektor p aufstellen zu können. Für die Interpolation in Zeitrichtung wird dazu gemäß den Beziehungen in Abb. 2.3 die mittlere Zeitkorrelationsfunktion  $\phi_{HH}(0,\Delta t)$  als inverse Fourier-Transformierte (bezüglich der Beobachtungszeitdifferenz  $\Delta t$ ) des mittleren Doppler-Leistungsdichtespektrums herangezogen. Die zur Interpolation in Frequenzrichtung notwendigen Frequenzkorrelationen können aus der Fourier-Transformierten (bezüglich der Verzögerungszeit) des Verzögerungs-Leistungsprofils, der Frequenzkorrelationsfunktion  $\phi_{HH}(\Delta f, 0)$ , gewonnen werden. Aus (5.7) ist ersichtlich, dass die optimalen Filterkoeffizienten direkt von diesen Annahmen über die Korrelationseigenschaften des Kanals abhängen. Fehlannahmen über die Kanalstatistik führen zur Abweichung der Filterkoeffizienteneinstellung vom optimalen Arbeitspunkt (parameter mismatch [31]). In der Praxis kann der Verlauf des mittleren Doppler-Leistungsdichtespektrums und der des Verzögerungsleistungsprofils durch eine Rechteckfunktion approximiert werden [42]. [27] verwendet als Näherung für das Verzögerungsleistungsprofil eine root-raisedcosine Funktion. Die so berechneten Koeffizientensätze können, falls die Abtastwertfolge der Pilotamplituden als stationärer Prozess aufgefasst wird, nach einmaliger Berechnung beibehalten werden.

Die aus der Literatur bekannten Vorschläge zur Wiener-Interpolation können im wesentlichen danach unterschieden werden, ob die Interpolation in Zeit- und Frequenzrichtung in einer gemeinsamen Berechnung erfolgt (zweidimensionale Filterung) oder durch zwei aufeinanderfolgende eindimensionale Filterungen ausgeführt wird. Desweiteren können die Vorschläge danach klassifiziert werden, ob alle Zwischenwerte innerhalb eines zeit- und frequenzbegrenzten Blocks gleichzeitig berechnet werden (Matrix-Schätzung, [42]) oder ob die Bestimmung sequentiell in FIR-Filtern erfolgt.

Vorschläge zur zweidimensionalen Wiener-Filterung und deren vereinfachter Realisierung, beruhend auf einer optimal ausgewählten Untermenge von Pilotträgern, sind in [32, 41, 43] zu finden. Hinsichtlich des MMSE-(minimum mean square error-)Kriteriums ist diese zweidimensionale Filterung optimal, da Zeit- und Frequenzkorrelationen bei der Berechnung gleichzeitig berücksichtigt werden. Reale, weniger aufwändige Implementierungen, hingegen gehen meist von zwei aufeinanderfolgenden eindimensionalen Filterungen aus. Ein Beispiel einer sukzessiven Zeit- und Frequenzinterpolation mit nach dem MMSE-Kriterium optimierten Koeffizienten ist in [42] zu finden. Hier werden die in Frequenzrichtung zu interpolierenden Werte gleichzeitig in einem Schritt unter Ausnutzung aller verfügbaren Piloten eines Symbols berechnet (matrix estimator). Der Vorteil besteht in einer automatischen Berücksichtigung der Unsymmetrien am Rande des Übertragungsspektrums, da für jeden zu interpolierenden Wert individuelle Koeffizientensätze berechnet werden. Nachteilig ist der hohe Rechenaufwand für OFDM-Systeme großer Trägeranzahl.

Eine weitere Realisierung einer Wiener-Filterung mit sukzessiver Interpolation in Zeit- und Frequenzrichtung ist in [27] dokumentiert. Der eigentliche Filterprozess findet dabei in FIR-Filtern statt, deren Koeffizientensätze für die  $L_{f}$ -1 Interpolationsphasen entsprechend des MMSE-Kriteriums mit den getroffenen statistischen Annahmen über die Kanalübertragungsfunktion optimiert wurden.

**Glättungsfilterung**. Die Anwendung der Wiener-Filterung zur Reduktion der Rauschanteile in den Pilotträgern unter Ausnutzung der Frequenzkorrelationen ist in [40, 32] beschrieben. Das Wiener-Filter wird als Glättungsfilter in Frequenzrichtung eingesetzt. Die Berechnung der Zwischenwerte erfolgt dann auf Basis dieser geglätteten Stützstellen durch konventionelle Interpolation in FIR-Filtern mit linearer oder stückweiser quadratischer Stoßantwort.

## 5.3 Adaptive Kanalentzerrung

Alternativ zur Kanalschätzung mittels Interpolationsverfahren kann die Bestimmung der Schätzwerte der Kanalübertragungsfunktion über adaptive Filteralgorithmen erfolgen. Die Filterkoeffizienten werden für jeden Unterträger iterativ so eingestellt, dass sich am Filterausgang die nach (5.4) entzerrte Unterträgeramplitude ergibt. Ein solches Verfahren wurde in [44] für eine konventionelle 1-Tap-Entzerrung des OFDM-Signals vorgeschlagen. Die Bestimmung des Filterkoeffizienten C<sub>i</sub>[k] geschieht auf der Grundlage des LMS-Algorithmus (Anhang D) für jeden Unterträger individuell. Während der Trainingsphase dienen bekannte Pilotamplituden als Referenz, um die Kanalübertragungsfunktion punktuell zu bestimmen. Sind die Koeffizienten hinreichend konvergiert, kann für die zu interpolierenden Zwischenwerte auf einen entscheidungsbasierten Modus umgeschaltet werden. Die eigentliche Korrektur der verzerrten Unterträger erfolgt wie bei den Interpolationsschätzverfahren durch eine komplexe Multiplikation des verzerrten Unterträgers Z<sub>i</sub>[k] mit dem entsprechenden Koeffizienten C<sub>i</sub>[k] (vgl. Abb. 5.2). Daher kann auch dieses Verfahren nur die linearen Kanalverzerrungen beseitigen. Abb. 5.7 zeigt eine Implementierung dieses Verfahrens. Eine Erweiterung für zusätzlich IQ-verzerrte Signale wird in Abschnitt 6.2 entwickelt.



Abb. 5.7 Adaptive Frequenzbereichsentzerrung mittels LMS-Algorithmus [44].

# 5.4 DVB-T-spezifische Implementierungsaspekte

In dem Simulationsaufbau zur Verarbeitung DVB-T-spezifizierter Signale wurde eine zweistufige konventionelle Interpolationsfilterung implementiert. **Abb. 5.8** zeigt in detaillierter Erweiterung der Multipliziererbank aus **Abb. 5.2** die Integration der Interpolationsmaßnahmen zu der gesamten Kanalschätzeinheit.

Von den FFT-Ausgangsdaten werden die Pilotträger  $(i,k) \in P$  ausgewählt und Schätzwerte  $\hat{H}_i[k]$  der Kanalübertragungsfunktion gebildet, die für die nachfolgende zeitliche Interpolation als Stützstellen dienen. Parallel zu den Interpolationsmaßnahmen werden die reinen Daten-Unterträger über eine den FIR-Filterlängen entsprechende Verzögerung an die komplexe Amplitudenkorrektur weitergeleitet. Die Schätzwertbildung an den Pilotträgerindizes geschieht durch Beziehen der empfangenen Pilotamplitude  $Z_i[k]$  auf ihren bekannten Referenzwert  $A_i[k] = A[k]$ 

$$\hat{H}_{i}[k] = \frac{Z_{i}[k]}{A[k]}$$
 (5.8)



Abb. 5.8 Funktionsblöcke der Implementierung der konventionellen zweistufigen Kanalschätzung

Die Pilotträger werden als reelle Kanalsymbole und, zur Erhöhung der Übertragungssicherheit, mit der verstärkten Amplitude von  $\pm 4/3$  übertragen. Das Vorzeichen wechselt über den Trägerindex k entsprechend einer definierten, für jedes OFDM-Symbol neu initialisierten PRBS-Folge<sup>8</sup>. Für die Referenzamplitude ergibt sich somit

$$A[k] = \begin{cases} 4/3 & \text{falls} & PRBS[k] = 1 & k \in P \\ -4/3 & \text{falls} & PRBS[k] = 0 & k \in P \end{cases}.$$
 (5.9)

Die Interpolation in Zeitrichtung ist als FIR-Filterung mit periodisch verschobener Stoßantwort ausgeführt. Für den 2K-Modus hat die Stoßantwort den angenäherten Verlauf eines idealen Interpolationsfilters und erstreckt sich über sechs Abtastwerte, im 8K-Modus findet eine lineare Interpolation statt, d. h. nur zwei benachbarte Stützstellen wer-

<sup>8.</sup> Die Steuerung des Vorzeichens über eine Zufallsfolge erleichtert aufgrund des schmalen Autokorrelationsimpulses die Synchronisation.

den in die Berechnung der Zwischenwerte miteinbezogen. Die im 8K-Modus kürzere Stoßantwort in Verbindung mit der 4-fachen Pilotträgeranzahl resultiert damit in nahezu den gleichen Speicheranforderungen, die auch der 2K-Modus stellt. Die geschätzten Pilotträgeramplituden  $\hat{H}_i[k]$  stehen am Ausgang der FFT in der Reihenfolge ihrer Trägerindizierung sequentiell als Stützstellen zur Verfügung. In der Darstellung nach Abb. 5.6 laufen diese in waagrechter Richtung mit steigendem Trägerindex k ein, werden aber in senkrechter Richtung über den Zeitindex i interpoliert. Um entsprechend den Interpolationsfilterlängen bezüglich des Zeitindexes i sechs (2K-Modus) bzw. zwei (8K-Modus) aufeinanderfolgende Pilotträger gleichen Frequenzindexes k bereitzustellen, wird für jede Pilotposition ein FIFO<sup>9</sup>-Register der Länge sechs bzw. zwei angelegt, das die aktuellen zur Interpolation benötigten Stützstellen speichert. Es sind somit im 2K-Modus 568 und im 8K-Modus 2276 FIFO-Register erforderlich, um alle Pilotpositionen zu erfassen [1]. Für jeden Stützstellen-Satz werden drei interpolierte Zwischenwerte berechnet, sodass sich als Ergebnis dieses Interpolationsprozesses in Zeitrichtung für jeden Zeitpunkt i ein Schätzwert ergibt, siehe Abb. 5.6 mittlere Darstellung. Abb. 5.9 zeigt die Unterblöcke der Interpolation in Zeitrichtung.



**Abb. 5.9** Funktionsblöcke des Simulationsmodells der Interpolation in Zeitrichtung (*P'* bezeichnet die Menge aller Indexpaare (i,k), an denen sich nach Interpolation in zeitlicher Richtung Schätzwerte befinden)

Für die Interpolation in Frequenzrichtung stehen am Ausgang des Zeitinterpolations-Blocks Stützstellen im Abstand von drei Trägerindizes zur Verfügung  $(i,k) \in P'$ . Die Interpolation der jeweils zwei Zwischenwerte wird mittels FIR-Filterung und einer der sin(x)/x-Funktion angenäherten Stoßantwort der Länge acht durchgeführt. Eine zusätzli-

<sup>9.</sup> FIFO: First In First Out.

che Steuerlogik berücksichtigt die Unsymmetrien an den Rändern des Frequenzspektrums, indem verkürzte Stoßantworten zur Berechnung der äußeren Zwischenwerte herangezogen werden. Da entsprechend **Abb. 5.6** die Werte sukzessiv mit steigendem Frequenzindex k in einlaufender Reihenfolge interpoliert werden, brauchen im Gegensatz zu dem hohen Speicherbedarf der Interpolation in Zeitrichtung die Stützstellen jeweils nur für eine Interpolationsperiode (= drei Trägerindizes) zwischengespeichert zu werden.

# 6 Digitale IQ-Fehlerkompensation durch Frequenzbereichsentzerrung

Die Notwendigkeit der Beseitigung von durch IQ-Unsymmetrien hervorgerufenen Verzerrungen, insbesondere für höherstufige Signalkonstellationen, geht aus den Betrachtungen über die Auswirkung der IQ-Fehler in Abschnitt 4.2 hervor. Zielsetzung dieses Kapitels ist es, für das breitbandige OFDM-Signal Kompensationsverfahren zu entwerfen, die diese Form der Signalverzerrungen im Empfänger frequenzselektiv eliminieren. Ausgehend von der mathematischen Beschreibung werden zwei Kompensationsmechanismen unterschiedlicher Struktur hergeleitet. Beiden gemeinsam ist, dass sie auf das verzerrte OFDM-Signal im Frequenzbereich einwirken und somit auf elegante Weise die Beseitigung frequenzabhängiger Verzerrungen ermöglichen. Bei dem in Abschnitt 6.1 entworfenen Verfahren steht als weitere Entwurfsbedingung die Integration in eine bestehende Empfängerstruktur mit konventioneller Interpolationsfilterung nach Abschnitt 5.2 im Vordergrund. Das Entwurfsziel einer Entzerrereinheit mit einer in ihrer Gesamtheit möglichst geringen Komplexität führt zu dem in Abschnitt 6.2 verfolgten alternativen Ansatz einer gemeinsamen Beseitigung der linearen und der durch IQ-Fehler verursachten Verzerrungen. Dieser Vorschlag beruht auf einer adaptiven Entzerrung mit einer Filterkoeffizienteneinstellung nach dem LMS-(least mean square-)Algorithmus.

Besondere Aufmerksamkeit wird dabei der Adaption der entworfenen Verfahren an das Rahmenformat des standardisierten DVB-T-Systems gewidmet. Grundsätzlich aber ist die Idee auf alle OFDM-Verfahren übertragbar, die Trainingssymbole auf Unterträgerebene (Pilotträger) aufweisen (siehe Rahmenstrukturen in Abschnitt 5.2.1). Die entworfenen Verfahren werden auf algorithmischer Ebene in einer nach DVB-T-spezifizierten Simulationsumgebung verifiziert.

# 6.1 Separate Kompensation von IQ-Unsymmetrien

Der in diesem Kapitel hergeleitete Algorithmus führt die Kompensation der IQ-Unsymmetrie getrennt von der Kompensation der linearen Kanalverzerrungen durch. Die Struktur des Verfahrens berücksichtigt dabei die signaltheoretischen Vorgaben des OFDM-Übertragungssystems und lässt sich mit wenig Aufwand unter Beibehaltung der konventionellen Kanalschätzeinheit in einen OFDM-Empfänger integrieren. Auf der Grundlage der in Abschnitt 4.2.1 angegebenen Frequenzbereichsbetrachtung werden neuartige *Detektions- und Korrekturalgorithmen* zur frequenzabhängigen Bestimmung und Beseitigung der Symmetriefehler hergeleitet.

### 6.1.1 Struktur des Kompensationsverfahrens

Aus dem Bereich der Einzelträgerverfahren sind Vorschläge zur Kompensation von IQ-Unsymmetrien bekannt [18, 19, 20, 21, 22, 23]. Unabhängig davon, ob die Kompensation auf zeitkontinuierlicher Ebene stattfindet oder mittels Methoden der digitalen Signalverarbeitung auf das zeitdiskrete Signal einwirkt, lässt sich grundsätzlich zwischen nicht rückgekoppelten (feedforward) und rückgekoppelten (feedback) Strukturen unterscheiden. Eine nicht rückgekoppelte Struktur ist immer dann sinnvoll, falls das System<sup>1</sup> vollständig mathematisch beschreibbar und damit die gewünschte Änderung der Ausgangsgrößen durch einen vorausberechneten zeitlichen Verlauf der Eingangsgröße herbeigeführt werden kann [17]. Ist die exakte Modellierung zu aufwändig, insbesondere im Hinblick auf eine flächen- und leistungseffiziente Hardware-Implementierung, oder wirken unkontrollierbare Störungen auf die Regelstrecke ein, so wird man einen Regelkreis bevorzugen. Neben diesen grundsätzlichen systemtechnischen Betrachtungen beeinflussen in der praktischen Realisierung auch die Verfügbarkeit geeigneter Signale die Anordnung der Funktionsblöcke; etwa die Fragestellung, an welchen Punkten des Signalflusses die Information über eine Störung am sichersten extrahiert werden kann. Vor diesem Hintergrund kann zwischen Verfahren unterschieden werden, die sich auf Trainingssymbole stützen (data-aided - DA) und solchen, die keine Trainingssymbole verwenden (non-data-aided - NDA).

Angewandt auf die Aufgabenstellung einer IQ-Fehlerkompensation für OFDM-Übertragungsverfahren muss zunächst in einem IQ-Fehlerdetektor eine die IQ-Verzerrung beschreibende Korrekturgröße abgeleitet werden, die entweder eine nachfolgende Korrektureinheit ansteuert oder über ein Schleifenfilter auf eine Korrektureinheit zurückgekoppelt wird. In diese Klasse der rekursiven Verfahren können auch Modelle auf der Basis adaptiver (Filter-)Algorithmen [24] eingeordnet werden, wie sie in [19, 20] für eine Einträgerübertragung vorgeschlagen werden. Die Korrektur kann dabei durch eine Filterung oder ein Multiplikationsnetzwerk vorgenommen werden. In **Abb. 6.1** sind die prinzipiellen Strukturen einer IQ-Fehlerkompensation zu sehen. Gemeinsam ist den oben erwähnten aus der Literatur bekannten Vorschlägen, dass die Korrektur stets auf die Quadraturkomponenten des *Zeitbereichs*-Signals einwirkt.

<sup>1.</sup> Ausgehend von der allgemeinen Betrachtung, dass ein System als "Black Box" mit Ein- und Ausgangsgrößen aufgefasst werden kann, entspricht das hier zu beschreibende System der IQ-Fehlerkorrektureinheit.



Abb. 6.1 Prinzipielle Strukturen konventioneller IQ-Fehler-Kompensationsverfahren

Für die Detektion des frequenzabhängigen IQ-Fehlers in einem OFDM-Empfänger bietet sich die Auswertung des *Frequenzbereich*-Signals an, denn nur *nach* der Transformation in den Frequenzbereich kann diese Auswertung direkt auf Trainingssymbole (Pilotträger) gestützt vorgenommen und damit die Frequenzabhängigkeit erfasst werden. Das DVB-T-konforme Sendesignal und damit auch dessen Quadraturkomponenten hingegen enthalten in Zeitbereichsdarstellung keine Trainingssymbolstruktur, wodurch sich Verfahren der trainingssymbolgestützten Zeitbereichsdetektion als nicht anwendbar erweisen. Die frequenzabhängige Korrektur des IQ-Fehlers ist in einem OFDM-Empfänger ebenfalls nach der DFT durchzuführen, da die fehlerbehafteten Amplitudenkoeffizienten dort als (frequenz-)diskrete Abtastwerte über ihren Frequenzindex direkt adressierbar und korrigierbar sind. Wie in Abschnitt 6.1.2 dargelegt wird, ist die Korrektureinrichtung als Multiplikationsnetzwerk exakt modellierbar und es wirken keine unkontrollierbaren Störungen innerhalb dieses Netzwerkes ein, sodass eine einfache nicht rückgekoppelte Lösung angestrebt wurde. Mit der Vorgabe einer weitgehenden



Entkopplung von IQ-Kompensation und Kanalschätzung folgt die in Abb. 6.2 dargestellte Anordnung der Systemkomponenten.

Abb. 6.2 Struktur einer frequenzabhängigen separaten IQ-Fehlerkompensation für den Empfang von OFDM-Signalen

Das Entwicklungsziel einer frequenzabhängigen separaten Kompensation der IQ-Unsymmetrie wird durch diese Struktur auch unter realen Ausbreitungsbedingungen erreicht, wie im Folgenden gezeigt wird. Die einzige Einschränkung besteht in der Forderung, dass der IQ-Fehler und der Übertragungskanal nur langsam zeitlich veränderlich sein dürfen. Eine Forderung, die hinsichtlich des IQ-Fehlers wegen der sich nur langsam ändernden technologischen Ungenauigkeiten analoger Bauelemente fast immer erfüllt ist. Der physikalische Kanal darf aufgrund der Mehrwegeempfangssituation eine beliebige linear verzerrte Übertragungsfunktion besitzen, jedoch wird vorausgesetzt, dass diese für die Dauer von mindestens zwei OFDM-Symbollängen als konstant betrachtet werden kann. Auf diese Bedingung wird in Abschnitt 6.1.2 bei der Herleitung des Detektionsalgorithmus genauer eingegangen.

#### 6.1.2 Frequenzabhängige Kompensation der IQ-Verzerrungen

Vorüberlegung. Die in Abschnitt 4.2.1 hergeleiteten Beziehungen

$$A'_{i}[k] = \mu[k]A_{i}[k] + \nu[-k]A^{*}_{i}[-k]$$

$$A'_{i}[-k] = \mu[-k]A_{i}[-k] + \nu[k]A^{*}_{i}[k]$$
(6.1)

beschreiben die IQ-fehlerbehafteten Signalkomponente A'<sub>i</sub>[k] in Abhängigkeit der unverzerrten Eingangsamplitude A<sub>i</sub>[k] und der komplexen Verzerrungsparameter  $\mu$ [k] und v[-k]<sup>2</sup>. Der jeweils erste Summand mit dem Parameter  $\mu$ [k] beschreibt dabei eine komplexe Skalierung des gewünschten Nutzsignals in der gleichen Weise, wie eine lineare Kanalverzerrung durch den Faktor H<sub>i</sub>[k] beschrieben wird, siehe (2.36). Daraus folgt, dass auch der Einfluss des Faktors  $\mu$ [k] genau wie eine beliebige lineare Verzerrung behandelt und durch eine konventionelle Kanalschätzeinheit kompensiert werden kann. Für die Berechnung des IQ-Fehlers wird daher  $\mu$ [k] auf den Wert eins gesetzt und das Gleichungssystem (6.1) vereinfacht sich mit dem Vorteil einer erheblich effizienteren Implementierung zu

$$A'_{i}[k] = A_{i}[k] + \nu[-k]A^{*}_{i}[-k] A'_{i}[-k] = A_{i}[-k] + \nu[k]A^{*}_{i}[k]$$
(6.2)

Als Ergebnis dieser Vorüberlegung ist also festzustellen, dass der Verzerrungsparameter  $\mu[k]$  durch den IQ-Fehlerdetektor nicht ermittelt werden muss, da dessen Auswirkung wie eine lineare Verzerrung durch die Kanalschätzeinheit beseitigt wird.

**Detektion**. Die zur Schätzung der Kanalübertragungsfunktion gesendeten Pilotträger können ebenfalls als Trainingssymbole zur Schätzung der IQ-Verzerrungen genutzt werden. Allerdings enthalten diese nach der DFT auszuwertenden komplexen Trägeramplituden sowohl die linearen Verzerrungen (vornehmlich durch den physikalischen Kanal hervorgerufen) als auch die zu bestimmenden IQ-Verzerrungen (durch die Unsymmetrie des IQ-Demodulators hervorgerufen). Eine Nichtbeachtung der linearen Verzerrungseffekte würde bei der Detektion der IQ-Verzerrungen zu fehlerhaften Ergebnissen führen. Umgekehrt hat der Anteil der IQ-Verzerrungen in den als Stützstellen verwendeten Pilotträgern einen Interpolationsfehler in der Kanalschätzung zur Folge<sup>3</sup>. Die IQ-Fehlerdetektion in der in **Abb. 6.2** angedachten Struktur muss somit in der Lage sein, eine Trennung

<sup>2.</sup> Die Aussagen im Text werden für eine gewünschte Signalamplitude  $A_i[k]$  an der Stelle k formuliert, woraus sich eine Abhängigkeit von den Verzerrungsparametern  $\mu[k]$  und  $\nu[-k]$  ergibt. Sie gelten aber aufgrund der Symmetrieeigenschaft der Effekte ebenso für die Signalamplitude  $A_i[-k]$  an der Stelle -k, wenn die Indizes k und -k konsequent vertauscht werden.

<sup>3.</sup> Wiederholt sei an dieser Stelle angemerkt, dass die konventionelle Kanalschätzung nur die linearen Verzerrungen beseitigen kann.

von linear und IQ-verzerrten Signalanteilen vorzunehmen. Zur Bestimmung des den IQ-Fehler kennzeichnenden Parameters v[-k] darf daher in den auszuwertenden komplexen Amplituden nur der Signalanteil Berücksichtigung finden, der ausschließlich durch die IQ-Unsymmetrie hervorgerufen wird.

Eine geeignete Berechnungsvorschrift geht dabei von den die IQ-Verzerrung im Frequenzbereich beschreibenden Grundgleichungen (6.1) und deren Vereinfachung (6.2) aus. Zwei grundlegende Ansatzpunkte führen zur Lösung: Der erste besteht darin, die zur Auswertung herangezogenen Spiegelträgerfrequenzpaare so zu wählen, dass einer der Träger ein Pilotträger ist und damit eine fest definierte Amplitude besitzt, wohingegen die jeweilige Spiegelfrequenz mit einem zufälligen Symbol des Signalalphabets moduliert ist (Spiegelbedingung). Der zweite Punkt ist die Auswertung des Gleichungssystems (6.2) zu zwei verschiedenen Zeitpunkten, um genügend Information zur Eliminierung der unbekannten Kanalverzerrungen zu gewinnen. An dieser Stelle geht die Forderung ein, dass die Kanalübertragungsfunktion an den beiden Beobachtungszeitpunkten zwar unbekannt, aber identisch ist. In der Praxis wählt man zwei unmittelbar aufeinanderfolgende Zeitpunkte, sodass eine Zeitinvarianz des Kanals über die Dauer von zunächst nur zwei OFDM-Symbolen gefordert ist. Auf diese Weise erhält man ein Gleichungssystem, in dem der Einfluss der linearen Verzerrungen eliminiert werden kann und das eine Lösung für den Verzerrungsparameter v[-k] in Abhängigkeit der verfügbaren Amplitudenkoeffizienten Z'<sub>i</sub>[k] und Z'<sub>i</sub>[-k] liefert. Ausgangspunkt ist die Gleichung (6.2) zur Bestimmung von A'<sub>i</sub>[k], wobei die unverzerrten Eingangsgrößen A<sub>i</sub>[k] zunächst durch die wirklichen empfangenen Größen Z<sub>i</sub>[k] (ohne Rauschbeitrag) ersetzt werden und diese anschließend durch die Koeffizienten H<sub>i</sub>[k] der Kanalübertragungsfunktion auf den Kanaleingang A;[k] zurückgeführt werden (siehe auch Signalbezeichnungen in Abb. 6.2). Aus (6.2) folgt

$$Z'_{i}[k] = Z_{i}[k] + \nu[-k]Z^{*}_{i}[-k] Z'_{i}[-k] = Z_{i}[-k] + \nu[k]Z^{*}_{i}[k]$$
(6.3)

Unter Einbeziehung der Kanalübertragungsfunktion (2.36) ergibt sich

$$Z'_{i}[k] = H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + \nu[-k] \cdot (H_{i}[-k] \cdot A_{i}[-k])^{*}$$
  

$$Z'_{i}[-k] = H_{i}[-k] \cdot A_{i}[-k] + \nu[k] \cdot (H_{i}[k] \cdot A_{i}[k])^{*}$$
(6.4)

Für zwei aufeinanderfolgende OFDM-Symbole zum Zeitpunkt i und i - 1 gilt daher für die Unterträgeramplitude  $Z'_i[k]$  mit dem Index k

$$Z'_{i-1}[k] = H_{i-1}[k] \cdot A_{i-1}[k] + \nu[-k] \cdot (H_{i-1}[-k] \cdot A_{i-1}[-k])^{*}$$
  

$$Z'_{i}[k] = H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + \nu[-k] \cdot (H_{i}[-k] \cdot A_{i}[-k])^{*}$$
(6.5)

Zu beachten gilt, dass laut Voraussetzung v[-k] nur langsam veränderlich ist, also für beide Zeitpunkte als identisch angesetzt werden durfte. Die zeitliche Differenzbildung liefert

$$Z'_{i}[k] - Z'_{i-1}[k] =$$

$$H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] - H_{i-1}[k] \cdot A_{i-1}[k]$$

$$+ \nu[-k] \cdot ((H_{i}[-k] \cdot A_{i}[-k])^{*} - (H_{i-1}[-k] \cdot A_{i-1}[-k])^{*})$$
(6.6)

Entsprechend der Vereinbarung, dass der Spektralkoeffizient  $A_i[k]$  einen Pilotträger repräsentiert, also stets einen konstanten Wert annimmt, dass  $A_i[-k]$  ein zufälliges Symbol aus dem gesendeten Signalalphabet ist, und dass für die Kanalübertragungsfunktion  $H_i[k] = H_{i-1}[k]$  gelten soll (Zeitinvarianz im Beobachtungszeitraum), heben sich die ersten beiden Terme auf der rechten Seite von (6.6) auf und es verbleibt

$$Z'_{i}[k] - Z'_{i-1}[k] = \nu[-k] \cdot ((H_{i}[-k] \cdot A_{i}[-k])^{*} - (H_{i-1}[-k] \cdot A_{i-1}[-k])^{*}) .$$
(6.7)

Für die Trägeramplitude Z'<sub>i</sub>[-k] an der Stelle -k führt die zeitliche Differenzbildung auf

$$\begin{aligned} Z'_{i}[-k] - Z'_{i-1}[-k] &= \\ H_{i}[-k] \cdot A_{i}[-k] - H_{i-1}[-k] \cdot A_{i-1}[-k] \\ &+ \nu[k] \cdot ((H_{i}[k] \cdot A_{i}[k])^{*} - (H_{i-1}[k] \cdot A_{i-1}[k])^{*}) \end{aligned} \tag{6.8}$$

Mit der oben vorausgesetzten Spiegelträgerkonfiguration und wiederum mit  $H_i[k] = H_{i-1}[k]$  hebt sich diesmal der letzte Term auf und die Gleichung vereinfacht sich zu

$$Z'_{i}[-k] - Z'_{i-1}[-k] = H_{i}[-k] \cdot A_{i}[-k] - H_{i-1}[-k] \cdot A_{i-1}[-k] .$$
(6.9)

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt genau den konjugiert komplexen Klammerausdruck aus (6.7) dar. Einsetzen in (6.7) ergibt daher die Bestimmungsgleichung für den komplexen Verzerrungsparameter v[-k]

$$\nu[-k] = \frac{Z'_{i}[k] - Z'_{i-1}[k]}{Z'^{*}_{i}[-k] - Z'^{*}_{i-1}[-k]} .$$
(6.10)

Entsprechend folgt für die Spiegelposition durch formales Vertauschen des Vorzeichens von k

$$\nu[k] = \frac{Z'_{i}[-k] - Z'_{i-1}[-k]}{Z'^{*}_{i}[k] - Z'^{*}_{i-1}[k]} .$$
(6.11)

Zu beachten ist, dass beim Übergang der Bestimmung von v[k] zu v[-k] auch die Positionen von Pilot- und zufälligem Nutzträger zu vertauschen sind, sodass stets der Quotient aus zeitlicher Differenzbildung der *fest definierten* Pilotträgeramplituden und der zeitlichen Differenzbildung der *zufälligen* Nutzträgeramplituden den jeweiligen gesuchten Verzerrungsparameter v[k] oder v[-k] liefert. **Abb. 6.3** illustriert die mathematische Herleitung auf anschauliche Weise durch Vektordiagramme.

Die Vorschrift zur Berechnung des IQ-Fehlers lautet also zusammengefasst für die praktische Anwendung in OFDM-Übertragungssystemen mit auf Unterträgerebene eingefügten Trainingssymbolen:

- Der Verzerrungsparameter μ (Eigeninterferenz) kann als lineare Verzerrung aufgefasst werden (führt zur Vereinfachung des die IQ-Verzerrung beschreibenden Gleichungssystems).
- Wahl eines Spiegelfrequenzpaares so, dass sich ein Trainingssymbol auf ein zufällig moduliertes Trägersymbol abbildet (Spiegelbedingung).
- Zeitliche Differenzbildung jeweils an den zueinander spiegelbildlichen Frequenzpositionen und Quotientenbildung.

Diese Vorgehensweise erlaubt unter Eliminierung der (linearen) Kanalverzerrungen eine frequenzabhängige Detektion des IQ-Fehlers. Das Rauschverhalten des Fehlerdetektors kann durch eine regelungstechnische Implementierung der Quotientenbildung verbessert werden. Dies wird in Abschnitt 6.1.3 unter Implementierungsaspekten beschrieben.



Abb. 6.3 Vektordiagramme zur Bestimmung von  $\nu[-k]$  (Ergebnisvektoren sind mit dick gezogenen Linien gezeichnet)

**Korrektureinheit**. Ausgangspunkt für die Beseitigung der IQ-Fehler ist das Gleichungssystem (6.3) zur Bestimmung der verzerrungsbehafteten Größen  $Z'_i[k]$ 

$$Z'_{i}[k] = Z_{i}[k] + \nu[-k] \cdot Z^{*}_{i}[-k] Z'_{i}[-k] = Z_{i}[-k] + \nu[k] \cdot Z^{*}_{i}[k]$$
(6.12)

Der Schätzwert  $\hat{Z}_i[k]$  ( $\hat{Z}_i[-k]$ ) für den verzerrungsfreien Wert  $Z_i[k]$  ( $Z_i[-k]$ ) in Abhängigkeit der verzerrten Eingangsgrößen  $Z'_i[k]$  und  $Z'_i[-k]$  und mit Kenntnis der detektierten Verzerrungsparameter v[k] und v[-k] ergibt sich nach einfacher Auflösung des Gleichungssystems (6.12) zu

$$\hat{Z}[k] = \frac{Z'[k] - \nu[-k] \cdot Z'^*[-k]}{1 - \nu[-k] \cdot \nu^*[k]}$$

$$\hat{Z}[-k] = \frac{Z'[-k] - \nu[k] \cdot Z'^*[k]}{1 - \nu[k] \cdot \nu^*[-k]}$$
(6.13)

Diese mathematische Operation ist in dem Korrekturnetzwerk durchzuführen.

Bevor auf die Übertragung unter realen Ausbreitungsbedingungen eingegangen wird, wird zunächst die Wirksamkeit der vorgestellten Algorithmen unter idealen Bedingungen untersucht. Die Abb. 6.4 zeigt hierzu beispielhaft die Anwendung der Korrekturgleichungen auf ein Spiegelfrequenzträgerpaar im Rahmen einer 16-Punkte-DFT. Als Detektor findet ein auf dem vereinfachten Gleichungssystem basierender, gegenüber der vorangegangenen Beschreibung leicht modifizierter Algorithmus Anwendung, der die Kenntnis der Kanalübertragungsfunktion voraussetzt. Um die Effekte deutlich zu erkennen, sind die Eingangsamplituden in Darstellung (a) rein reell angenommen worden und, um die Wirksamkeit für beliebig linear verzerrte Signale zu demonstrieren, in Fall (b) komplexwertig gewählt worden. Der IQ-Fehler ist für beide Frequenzindizes verschieden (Frequenzabhängigkeit des IQ-Fehlers) und liegt in der Grössenordnung der doppelten Maximalwerte aus Tabelle **4.2**. Die Darstellung demonstriert, dass die entworfenen Algorithmen auf der Grundlage der Gleichungen (6.10), (6.11) und (6.13) richtige Ergebnisse liefern: Die frequenzabhängig gestörten Werte werden unter idealen Ausbreitungsbedingungen perfekt rekonstruiert.



**Abb. 6.4** IQ-Fehlerkorrektur ( $\varepsilon[k] = 0.1$ ,  $\Delta \phi[k] = 10^{\circ}$  und  $\varepsilon[-k] = 0.12$ ,  $\Delta \phi[-k] = 12^{\circ}$ ). (a) Rein reelle Trägeramplituden, (b) komplexe Trägeramplituden als Eingangsgrößen

### 6.1.3 DVB-T-spezifische Implementierungsaspekte

Die Umsetzung der in den vorangegangenen Kapiteln abgeleiteten Verfahren in reale Systeme verlangt auf algorithmischer Ebene zunächst die Untersuchung des Verhaltens unter wirklichkeitsnahen physikalischen Ausbreitungsbedingungen. Für den terrestrischen Rundfunkempfang bedeutet dies in erster Linie Mehrwegeausbreitung und Rauscheinfluss. Die durch Mehrwegeempfang hervorgerufene Frequenzselektivität konnte durch die Auswertung der OFDM-Symbole an zwei aufeinanderfolgenden Beobachtungszeitpunkten eliminiert werden, sofern der Kanal während dieses Zeitraums konstant bleibt. Fasst man diese Forderung etwas strenger, setzt generell einen nur schwach zeitvarianten Kanal voraus, so kann durch eine regelungstechnische Implementierung der Quotientenbildung der IQ-Fehlerdetektor rauschresistenter gestaltet werden. Grundgedanke dabei ist, eine Division c = a / b als Regelkreis auszuführen, der das Fehlersignal e = a - c b gegen Null und damit c gegen den gewünschten Quotienten streben lässt [25, 26]. Neben der funktionalen Robustheit bietet diese Lösung auch den Vorteil einer flächeneffizienten Realisierung durch Umgehung aufwändiger Divisionsnetzwerke. Abb. 6.5 zeigt exemplarisch den Einschwingvorgang für den Realteil des Schätzwertes v[k] für einen bestimmten Trägerindex k mit  $\varepsilon[k] = 0.05$  und  $\Delta \phi[k] = 5^{\circ}$ . Man erkennt, dass sowohl im rauschfreien Fall als auch im Fall linearer Kanalverzerrungen durch Mehrwegeempfang die Regelgröße exakt gegen den stationären Endwert Re{ $\hat{v}[k]$ } =  $\varepsilon[k] \cos(\Delta \varphi[k] / 2) = 0.04995$  konvergiert, vergleiche Tabelle **4.2**. Im rauschbehafteten Fall schwankt der berechnete Wert im betrachteten Zeitrahmen noch unterhalb des wahren Wertes, dennoch wird bereits eine wirksame Entzerrung erzielt (siehe Simulationsergebnisse in Abschnitt 6.1.4). Die Optimierung der Kenngrößen des Divisionsregelkreises sowie die Reduktion der Abhängigkeit der Einschwingdauer von der Eingangssignalamplitude bieten Ansatzpunkte für weitergehende Untersuchungen, um die Robustheit des Detektors zu erhöhen.



**Abb. 6.5** Zeitlicher Verlauf der Schätzung des IQ-Fehlers v[k] (Realteil) bei Implementierung der Division als Regelkreis

Um die hergeleiteten Algorithmen an die DVB-T-Rahmenstruktur anzupassen, ist die Implementierung weiterer Funktionalitäten erforderlich. Dies betrifft in erster Linie Interpolationsmaßnahmen mit dem Ziel, für jeden Nutzdatenträger jedes übertragenen OFDM-Symbols einen Schätzwert des Verzerrungsparameters v[k] abzuleiten. Die notwendige Voraussetzung, dass sich ein Trainingssymbol auf ein zufälliges Datensymbol durch Spiegelung<sup>4</sup> abbildet, ist in der DVB-T-spezifizierten Rahmenstruktur [1] nur in jedem zweiten übertragenen OFDM-Symbol erfüllt. Die Forderung nach einer zeitlich konstanten Übertragungsfunktion erstreckt sich damit im DVB-T-System über drei OFDM-Symbole. Die auszuwertenden Unterträger-Positionen selbst beruhen auf der vorgegebenen Anordnung der Piloten (Muster der scattered pilot carriers, Abb. 5.6). Auch in diesen zu betrachtenden OFDM-Symbolen ist die Spiegelbedingung durch das Vorhandensein weiterer Trainingssymbole (continual pilot carriers) mit konstanten anstelle von zufälligen Amplituden an einigen Positionen verletzt (im 2K-Modus an 12 von 142 Positionen). Die bei einer Zufallsverteilung bereitgestellte notwendige neue Information zur Lösung des Gleichungssystems (6.3) fehlt an diesen Frequenzindexpaaren, denn bei konstanten Amplituden  $A_i[-k] = A_{i-1}[-k]$  strebt der Ausdruck in (6.9) unter idealen Bedingungen und vorausgesetzter Zeitinvarianz des Kanals gegen Null. Es kann kein Stützstellen-Schätzwert für v[-k] nach (6.10) abgeleitet werden. Als einfache, aber in der Praxis hinreichend genaue Gegenmaßnahme wird an diesen bekannten Positionen der unzulässige (nicht bestimmbare) Wert für v[-k] durch seinen in Frequenzrichtung vorangegangenen Wert ersetzt. Als weitere Maßnahme zur Korrektur zufälliger einzelner Ausreißer kann darüberhinaus eine Median-Filterung vorgesehen werden. Sie würde wirksam werden, falls zwei aufeinanderfolgende zufällige Symbole den gleichen Wert aufweisen.

**Abb. 6.6** fasst die Interpolationsprozesse für den Verzerrungsparameter v[k] bzw. v[-k] schematisch zusammen. Nach der Substitution nicht berechenbarer Stützstellen und der Überlagerung gültiger Stützstellenpositionen zweier aufeinanderfolgender Symbole mit ungeradem Zeitindex i stehen Schätzwerte für den IQ-Verzerrungsparameter v[k] im Abstand von sechs Frequenzindizes zur weiteren Verarbeitung zur Verfügung. Im 2K-(8K-)Modus entspricht das einem Frequenzabstand dieser Stützstellen von 26.80 kHz (6.70 kHz). Bezogen auf eine Bandbreite der Tiefpass-Filter im IQ-Demodulator von 4.5 MHz erscheint diese Frequenzauflösung hinreichend fein, um dem Entwicklungsziel einer frequenzabhängigen Kompensation gerecht zu werden. Die nachfolgende lineare Interpolation mit dem Faktor sechs innerhalb des OFDM-Symbols (Interpolation in Frequenzrichtung) liefert für jeden Frequenzindex k einen Schätzwert für v[k]. Da diese Werte wegen der zu erfüllenden Spiegelbedingung nur in jedem zweiten OFDM-Symbol abgeleitet werden können, muss noch eine weitere Interpolation in Zeitrichtung mit dem Faktor zwei durchgeführt werden, um Schätzwerte für die dazwischenliegenden Symbole mit geradem Zeitindex zu erhalten (Intersymbol-Interpolation). Wegen der nur extrem langsamen zeitlichen Veränderung des IQ-Fehlers erweist sich eine Wiederholung des vorangegangenen Wertes (Interpolation nullter Ordnung) hier als ausreichend.

<sup>4.</sup> Die Spiegelung des OFDM-Symbols ist gemäß den in Abschnitt 4.1.2 wiedergegebenen Eigenschaften der periodischen Indizierung für ein DFT-Signalvektor vorzunehmen.



Wiederholung als Interpolation in Zeitrichtung zwischen Symbolen (Intersymbol-Interpolation)

Abb. 6.6 Interpolation des Verzerrungsparameters v[k]

Die Einbindung der Systemkomponenten der IQ-Fehlerkompensation in einen DVB-T-kompatiblen OFDM-Empfänger führt auf das in **Abb. 6.7** gezeigte funktionale Blockschaltbild.



Abb. 6.7 Funktionales Blockdiagramm der separaten IQ-Fehlerkompensation für DVB-T-Empfänger

### 6.1.4 Simulationsergebnisse und Bewertung

Simulationsergebnisse. Als Beurteilungskriterium der Wirksamkeit des Kompensationsverfahrens wird die Auswertung der komplexen Trägeramplituden herangezogen. Dazu werden die Signalamplituden aller Unterträger eines OFDM-Symbols zu einem Konstellationsdiagramm überlagert. Aufgezeichnet wurden die in Abb. 6.7 markierten Signale Z'<sub>i</sub>[k] (FFT-Ausgang mit Pilotträgern der Amplitude ±4/3, Punkt A),  $\hat{Z}_i[k]$  (IQ-Korrektor-Ausgang, Punkt B) und  $\hat{A}_i[k]$  (Ausgang der Kanalschätzung, Punkt C). Die Abb. 6.8 bis Abb. 6.10 zeigen die Konstellationsdiagramme dieser Signale für eine 64-QAM unter verschiedenen Ausbreitungsbedingungen. In allen Fällen gilt für die durch den analogen IQ-Demodulator verursachte frequenzunabhängige Amplitudenunsymmetrie  $\varepsilon = 0.05$  und für die Phasenunsymmetrie  $\Delta \varphi = 5^{\circ}$ . **Abb. 6.8** gibt die Ergebnisse für eine rauschfreie Übertragung ohne lineare Kanalverzerrungen wieder. An dem FFT-Ausgang in Punkt A sind die durch die diskreten Störamplituden aufgeweiteten Signalpunkte deutlich zu erkennen. Die IQ-Symmetriefehler werden nahezu vollständig durch den IQ-Korrektor beseitigt, Punkt B. Da das Testsignal frei von linearen Verzerrungen ist, hat die nachfolgende Kanalschätzung nur noch die Aufgabe, auf Basis der nun von IQ-Fehlern befreiten Pilotträgern die Kanalübertragungsfunktion zu interpolieren und diese mit den ebenfalls IQ-fehlerbereinigten Nutzdatenträgern in der Division nach (5.4) zu verknüpfen, Punkt C rechts<sup>5</sup>. Die IQ-Verzerrungen können erwartungsgemäß nicht alleine durch die konventionelle Kanalschätzung eliminiert werden, wie der direkte Weg mit überbrückter IQ-Fehlerkompensation zeigt, Punkt C links. Im Gegenteil, es findet hier eine Interpolation auf Basis der durch die IQ-Unsymmetrie verzerrten Pilotträger statt.



Abb. 6.8 Konstellationsdiagramme bei reiner IQ-Unsymmetrie (rauschfreie Übertragung ohne lineare Kanalverzerrungen)

<sup>5.</sup> Die Kanalschätzung berücksichtigt nur noch die Nutzdaten-Unterträger und führt eine Normierung der Signalamplitude durch.

In **Abb. 6.9** ist bei wiederum rauschfreier Übertragung ein linear verzerrender zeitinvarianter Kanal angenommen. Dabei wurde als Testsignal ein über den Frequenzindex rampenförmig ansteigender Verlauf des Betrags der Kanalübertragungsfunktion angenommen. Zusätzlich ist jeder Unterträger mit einer Phasendrehung von 5° beaufschlagt. Der IQ-Kompensationsmechanismus ist in der Lage, die IQ-Verzerrung zu separieren und den auf den IQ-Fehler zurückgehenden Signalanteil zu beseitigen, Punkt B. Der Anteil der linearen Kanalverzerrungen wird in der nachfolgenden Kanalschätzung entfernt, Punkt C rechts. Ohne IQ-Fehlerkompensation kann nur der Anteil der linearen Verzerrungen durch den Kanalschätzer eliminiert werden, der IQ-Verzerrungsbeitrag bleibt bestehen, Punkt C links.



Abb. 6.9 Konstellationsdiagramme bei linearen Kanalverzerrungen (rauschfreie Übertragung)

Das Verhalten bei Beeinträchtigung durch weißes, gaußsches Rauschen wird in Abb. 6.10 für den verzerrungsfreien Kanal dokumentiert. Festzustellen ist, dass bei einem Signal-Rauschleistungsverhältnis von 30 dB der IQ-Kompensationsmechanismus noch sehr gut in der Lage ist, die IQ-Verzerrungen zu erkennen und zu korrigieren, Punkt B. Da sämtliche nach der FFT (Punkt A) im Signal enthaltenen Rauschanteile nicht mehr durch die Kanalschätzung kompensiert werden, kann die Signalqualität am Kanalschätzerausgang, Punkt C, nicht mehr verbessert werden (die Kanalschätzung beruht direkt auf den rauschbehafteten Pilotträgern als Stützstellen). Dennoch bewirkt, wie der Vergleich der Punkte C zeigt, die Einführung der IQ-Fehlerkompensation auch bei rauschbehafteten Signalen eine deutlich sicherere Symbolentscheidung.



**Abb. 6.10** Konstellationsdiagramme mit AWGN (SNR = 30 dB und ohne lineare Kanalverzerrungen)

Bewertung. Als Ergebnis der Untersuchungen kann festgestellt werden, dass mit dem vorgeschlagenen IQ-Fehlerkompensationsverfahren eine deutliche Verbesserung der Signalqualität auf der Ebene der auszuwertenden Amplitudenkoeffizienten erzielt werden konnte. Insbesondere die Anwendbarkeit bei frequenzabhängigen IQ-Verzerrungen in breitbandigen Übertragungssystemen unterstreicht die Bedeutung des Verfahrens für künftige Entwicklungen der digitalen Empfängertechnik. Ein weiterer Vorteil des Verfahrens liegt in seiner einfachen Einbindung in bestehende Empfängerstrukturen mit konventionellen Kanalschätzeinheiten. Ansatzpunkte für weitere Untersuchungen betreffen in erster Linie die Optimierung des IQ-Fehlerdetektors im Hinblick auf zeitvariante Funkkanäle. Die Optimierung könnte in der Einführung rekursiver Strukturen bestehen, die eine schnelle Adaption an die augenblicklichen Ausbreitungsverhältnisse gewährleisten und gegenüber nicht rekursiven Strukturen oft eine weniger aufwändige Hardware-Implementierung mit sich bringen. Damit könnte eine gemeinsame Beseitigung von linearen und IQ-Symmetrie-Verzerrungen in einer modifizierten Kanalschätzung verbunden werden. Dieser Lösungsansatz wird im nachfolgenden Kapitel unter dem Titel der erweiterten adaptiven Frequenzbereichsentzerrung weiterverfolgt.

### 6.2 Erweiterte adaptive Frequenzbereichsentzerrung

Alternativ zu der in Abschnitt 6.1 vorgeschlagenen getrennten Beseitigung von linearen Verzerrungen und IQ-Verzerrungen wird in diesem Kapitel ein neuartiges Kompensationsverfahren entwickelt mit dem Ziel sowohl die linearen Verzerrungen als auch die durch die IQ-Unsymmetrie verursachten Interferenzen *gemeinsam in einem Entzerrernetzwerk* zu beseitigen.

Die in Abschnitt 5 vorgestellten konventionellen OFDM-Kanalschätzverfahren sind nur in der Lage, den Einfluss linearer (Kanal-)Verzerrungen zu korrigieren. Die empfangene Signalamplitude  $Z_i[k]$  des Unterträgers k im OFDM-Symbol i ergibt sich laut (5.1) für diese Art der Verzerrung zu

$$Z_{i}[k] = H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + N_{i}[k] . \qquad (6.14)$$

Der hier entwickelte modifizierte adaptive Entzerrer dagegen berücksichtigt zugleich auch die infolge der IQ-Unsymmetrie hervorgerufenen Interferenzbeiträge. Der zu entzerrende Unterträger k lautet in diesem Fall, wie bereits in Gleichung (6.4) abgeleitet

$$Z'_{i}[k] = H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + \nu[-k] \cdot H^{*}_{i}[-k] \cdot A^{*}_{i}[-k] + N_{i}[k] , \qquad (6.15)$$

wobei der erste Term auf der rechten Seite von (6.15) die linearen Kanalverzerrungen, der zweite den durch die IQ-Unsymmetrie verursachten Beitrag, und der dritte den Rauschbeitrag widerspiegelt. Gemäß der Vorüberlegung in Abschnitt 6.1.2 wurde auch hier der IQ-Verzerrungsparameter  $\mu[k]$  als linearer Verzerrungsanteil aufgefasst und der Kanalübertragungsfunktion  $H_i[k]$  zugeordnet.

Lineare sowie durch IQ-Fehler verursachte Störeinflüsse sollen in einem gemeinsamen Entzerrernetzwerk vollständig kompensiert werden. Das angedachte Verfahren basiert auf dem Konzept der *adaptiven Filterung mit iterativer Bestimmung der Filterkoeffizienten* nach dem LMS-Algorithmus. **Abb. 6.11** zeigt die Schlüsselfunktionen der erweiterten adaptiven Frequenzbereichsentzerrung. Die N verfälschten FFT-Ausgangsgrößen Z'<sub>i</sub>[k] werden paarweise als Vektoren<sup>6</sup> z'<sub>i</sub>[k] = [Z'<sub>i</sub>[k], Z'\*<sub>i</sub>[-k]]<sup>T</sup> den N parallel angeordneten Entzerrern zugeführt. Die Einstellung der Filterkoeffizienten  $c_i[k] = [C_i[k], C_i[-k]]^T$  erfolgt individuell für jeden Unterträger k über einen Adaptionsalgorithmus. Als gewünschtes Entzerrerausgangssignal erscheint der Schätzwert  $\hat{A}_i[k]$ des ungestörten Unterträgers  $A_i[k]$ .



Abb. 6.11 Erweiterte adaptive Frequenzbereichsentzerrung für ein OFDM-Signal

<sup>6.</sup> Beachte: Wegen der periodischen DFT-Indizierung gilt x[N-k] = x[-k] (Abschnitt 4.2.1). Vektoren werden mit fettgedruckten Kleinbuchstaben bezeichnet und als Spaltenvektoren definiert. Das hochgestellte T beschreibt den transponierten Vektor.

In den folgenden Unterkapiteln werden zunächst die zwei wesentlichen funktionalen Komponenten des modifizierten Entzerrers beschrieben: Die Filterstruktur, die einen Schätzwert für das gewünschte unverzerrte Ausgangssignal erzeugt und der Adaptionsalgorithmus nach dem LMS-Verfahren zur iterativen Filterkoeffizienteneinstellung. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird durch Simulationsergebnisse in einer DVB-T-Systemumgebung demonstriert. Abschließend erfolgt eine vergleichende Bewertung mit der in Unterkapitel 6.1 vorgeschlagenen separaten Kompensation von linearen Verzerrungen und IQ-Unsymmetrien.

#### 6.2.1 Modifizierte adaptive Filterstruktur

Die modifizierte Filterstruktur kann ausgehend von einer konventionellen Transversalfilterstruktur wie folgt abgeleitet werden: In konventionellen Zeitbereichsentzerrern [24, 39, 45] wird der eigentliche Filterprozess durch lineare adaptive Transversalfilter mit variablen Koeffizienten nach **Abb. 6.12** ausgeführt. Der Eingangsvektor  $\mathbf{u}[n] = [\mathbf{u}[n],\mathbf{u}[n-1],...,\mathbf{u}[n-M+1]]^T$  besteht aus M zeitlich aufeinanderfolgenden Abtastwerten, die, gewichtet mit den M einstellbaren komplexwertigen Filterkoeffizienten c<sub>i</sub>[n], i = 0..M-1, und anschließend aufsummiert, das Ausgangssignal y[n] ergeben. Die Bestimmung der M unbekannten Koeffizienten entspricht der Lösung eines linearen Gleichungssystems mit M Gleichungen und kann ohne explizite Berücksichtigung der Rauschleistung nach dem ZF-Kriterium durchgeführt werden (Anhang B). Wird die Koeffizienteneinstellung hingegen so vorgenommen, dass am Entzerrerausgang die Summe aller Störbeiträge plus die Rauschleistung minimal werden (Minimierung des Gesamtfehlers, [13]), entspricht dies einer linearen Optimalfilterung nach dem MMSE-Kriterium (Anhang C).



Abb. 6.12 Lineares adaptives Transversalfilter

Das adaptive Transversalfilter minimiert die Verzerrungen, die durch Überlagerung zeitlich benachbarter Symbole entstehen. Um den Abtastwert zu einem bestimmten Zeitpunkt möglichst verzerrungsfrei rekonstruieren zu können, werden daher entsprechend der Transversalfilterlänge weitere benachbarte Abtastwerte zur Berechnung herangezogen und eine Linearkombination mit den Filterkoeffizienten als Wichtungsfaktoren gebildet. Im Hinblick auf eine Frequenzbereichsentzerrung des OFDM-Signals wird die Transversalfilterstruktur dahingehend modifiziert, dass nicht mehr M zeitlich aufeinanderfolgende Abtastwerte eines Zeitsignals als Eingangsvektor dienen, sondern diejenigen M = 2 komplexen Unterträgeramplituden, die aufgrund der IQ-Unsymmetrie wechselseitige Interferenzen hervorrufen. Zur Beseitigung dieser IQ-Verzerrungen werden folglich die zwei Unterträger an den Positionen k und -k benötigt, um einen Schätzwert für das gewünschte unverzerrte Signal A<sub>i</sub>[k] zu berechnen. Eine Besonderheit besteht nun in der zusätzlichen Bildung des konjugiert komplexen Wertes des verzerrten Spiegelfrequenzsignals Z'<sub>i</sub>[-k]. Diese Maßnahme führt auf ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen für die zwei unbekannten Filterkoeffizienten C\*;[k] und C\*;[-k], wie weiter unten ausgeführt wird. Aus der schaltungstechnischen Umsetzung folgt die Struktur des in Abb. 6.13 dargestellten modifizierten Filters zur Entzerrung des Unterträgers k zum Zeitpunkt i<sup>7</sup>.



Abb. 6.13 Erweiterte adaptive Filterstruktur zur Kompensation der IQ-Unsymmetrie des Unterträgers Z'<sub>i</sub>[k]

<sup>7.</sup> Die Filterkoeffizienten werden aus Gründen der formalen Vereinfachung als *konjugiert* komplexe Größen angesetzt. Dadurch kann der oft verwandte hochgestellte Index H beibehalten werden. Dieser verknüpft die Transposition eines Vektors (bezeichnet durch hochgestelltes T) mit der Konjugation seiner Elemente (bezeichnet durch \*). Ausgehend von der Definition eines Eingangsvektors  $\mathbf{x}[n] = [\mathbf{x}[0],..,\mathbf{x}[n-1]]^{T}$  und eines Koeffizientenvektors  $\mathbf{c} = [c_0,..c_{N-1}]^{T}$  als Spaltenvektoren ergibt sich dann das Ausgangssignal einer FIR-Filterung zu  $\mathbf{y}[n] = \mathbf{c}^{H}\mathbf{x}[n]$ .
Der Eingangsvektor  $\mathbf{z}'_i[k] = [Z'_i[k], Z'*_i[-k]]^T$  setzt sich zusammen aus den zwei wechselseitig gestörten Unterträgern

$$Z'_{i}[k] = H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + \nu[-k] \cdot H^{*}_{i}[-k] \cdot A^{*}_{i}[-k] + N_{i}[k]$$
  

$$Z'^{*}_{i}[-k] = H^{*}_{i}[-k] \cdot A^{*}_{i}[-k] + \nu^{*}[k] \cdot H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + N^{*}_{i}[-k]$$
(6.16)

Der entzerrte Unterträger k im i-ten OFDM-Symbol lässt sich mit dem Koeffizientenvektor **c**, bestehend aus den beiden zu ermittelnden Koeffizienten  $\mathbf{c} = [C_i[k], C_i[-k]]^T$ , ausdrücken als

$$Y_{i}[k] = \mathbf{c}^{H}_{i}[k] \cdot \mathbf{z}'_{i}[k]$$

$$Y_{i}[k] = \begin{bmatrix} C^{*}_{i}[k] & C^{*}_{i}[-k] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z'_{i}[k] \\ Z'^{*}_{i}[-k] \end{bmatrix}$$

$$Y_{i}[k] = C^{*}_{i}[k] \cdot Z'_{i}[k] + C^{*}_{i}[-k] \cdot Z'^{*}_{i}[-k]$$
(6.17)

Setzt man (6.16) (ohne Rauschbeiträge) ein, so kann das Filterausgangssignal  $Y_i[k]$  als Funktion der unverzerrten Amplituden  $A_i[k]$  und  $A_i^*[-k]$  geschrieben werden

$$Y_{i}[k] = C^{*}{}_{i}[k] \cdot (H_{i}[k] \cdot A_{i}[k] + \nu[-k] \cdot H^{*}{}_{i}[-k] \cdot A^{*}{}_{i}[-k]) + C^{*}{}_{i}[-k] \cdot (H^{*}{}_{i}[-k] \cdot A^{*}{}_{i}[-k] + \nu^{*}[k] \cdot H_{i}[k] \cdot A_{i}[k]) Y_{i}[k] = A_{i}[k] \cdot (C^{*}{}_{i}[k] \cdot H_{i}[k] + C^{*}{}_{i}[-k] \cdot \nu^{*}[k] \cdot H_{i}[k]) + A^{*}{}_{i}[-k] \cdot (C^{*}{}_{i}[k] \cdot \nu[-k] \cdot H^{*}{}_{i}[k] + C^{*}{}_{i}[-k] \cdot H^{*}{}_{i}[-k])$$
(6.18)

Als gewünschter Filterausgangswert  $Y_i[k]$  soll ein Schätzwert  $\hat{A}_i[k]$  des unverzerrten Unterträgers  $A_i[k]$  erscheinen

$$Y_{i}[k] = \hat{A}_{i}[k].$$
 (6.19)

Diese Forderung entspricht formal dem auf die Frequenzabtastwerte Z'<sub>i</sub>[k] und Z'\*<sub>i</sub>[-k] angewandten ZF-Kriterium (Anhang B) und führt auf ein Gleichungssystem zur Bestimmung der beiden Filterkoeffizienten C\*<sub>i</sub>[k] und C\*<sub>i</sub>[-k]. Nach (6.18) müssen die Klammerausdrücke somit die Bedingungen erfüllen

$$C_{i}^{*}[k] \cdot H_{i}^{*}[k] + C_{i}^{*}[-k] \cdot \nu^{*}[k] \cdot H_{i}^{*}[k] = 1$$

$$C_{i}^{*}[k] \cdot \nu[-k] \cdot H_{i}^{*}[k] + C_{i}^{*}[-k] \cdot H_{i}^{*}[-k] = 0$$
(6.20)

oder in Matrixdarstellung ausgedrückt

$$\begin{bmatrix} H_{i}[k] & \nu^{*}[k] \cdot H_{i}[k] \\ \nu[-k] \cdot H^{*}_{i}[k] & H^{*}_{i}[-k] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C^{*}_{i}[k] \\ C^{*}_{i}[-k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
 (6.21)

Die Lösung von (6.21) für die Filterkoeffizienten lautet

$$C_{i}^{*}[k] = \frac{1}{H_{i}^{*}[k] \cdot (1 - \nu^{*}[k] \cdot \nu[-k])}$$

$$C_{i}^{*}[-k] = \frac{\nu[-k]}{H_{i}^{*}[k] \cdot (1 - \nu^{*}[k] \cdot \nu[-k])} = -\nu[-k] \cdot C_{i}^{*}[k]$$
(6.22)

Im Fall einer reinen linearen Kanalverzerrung v[k] = v[-k] = 0 ergibt sich erwartungsgemäß die für eine konventionelle Kanalschätzung ermittelte Koeffizienteneinstellung aus (5.2)

$$C^{*}{}_{i}[k] = \frac{1}{H^{*}{}_{i}[k]}$$
. (6.23)  
 $C^{*}{}_{i}[-k] = 0$ 

Der modifizierte Entzerrer arbeitet in diesem Fall wie die bekannte 1-Tap-Entzerrung in der Multipliziererbank aus **Abb. 5.2**.

Angewandt auf die in **Abb. 6.13** gezeigte modifizierte Filterstruktur wird im nächsten Kapitel eine iterative Koeffizienteneinstellung abgeleitet. Ausgangspunkt ist dabei die Theorie der linearen Optimalfilterung (Anhang C).

#### 6.2.2 DVB-T-spezifische iterative Koeffizienteneinstellung

Dieses Unterkapitel legt zunächst dar, unter welchen Voraussetzungen eine Optimallösung nach dem MMSE-Kriterium für den Koeffizientenvektor  $\mathbf{c}_i[k]$  existiert. Die iterative Einstellung der beiden Koeffizienten sollte gegen diese optimalen Koeffizienten konvergieren.

Die im Sinne des MMSE optimalen Koeffizienten für einen adaptiven Entzerrer mit FIR-Filter berechnen sich nach Anhang C (Wiener-Lösung) zu

$$\mathbf{c}_{\rm opt} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{p} \ . \tag{6.24}$$

Mit dem Eingangsvektor  $\mathbf{z'}_i[k] = [Z'_i[k], Z'*_i[-k]]^T$  und dem Referenzsignal  $D_i[k] = A_i[k]$  ergeben sich eine für diese Filterstruktur modifizierte Korrelationsmatrix **R** und ein modifizierter Kreuzkorrelationsvektor **p** (siehe auch Anhang C für konventionelle FIR-Filterstrukturen)

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{z}'_{i}[k] \cdot \mathbf{z}'^{H}_{i}[k]\} = E\left\{ \begin{bmatrix} Z'_{i}[k] \\ Z'^{*}_{i}[-k] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z'^{*}_{i}[k] & Z'_{i}[-k] \end{bmatrix} \right\}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} E\{|Z'_{i}[k]^{2}|\} & E\{Z'_{i}[k] \cdot Z'_{i}[-k]\} \\ E\{Z'^{*}_{i}[-k] \cdot Z'^{*}_{i}[k]\} & E\{|Z'_{i}[-k]^{2}|\} \end{bmatrix}$$
(6.25)

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} E\{Z'_{i}[k] \cdot A^{*}_{i}[k]\} \\ E\{Z'_{i}[-k] \cdot A^{*}_{i}[k]\} \end{bmatrix}$$
(6.26)

Voraussetzung für die Existenz der Wiener-Lösung ist die Existenz der inversen Matrix  $\mathbf{R}^{-1}$ , gleichbedeutend damit, dass  $\mathbf{R}$  nicht singulär bzw. det( $\mathbf{R}$ )  $\neq 0$  ist. Es kann gezeigt werden (Anhang E), dass diese Bedingung für Kanalübertragungsfunktionen mit beliebigen statistischen Eigenschaften erfüllt ist, falls  $E\{A_i[k]A_i[-k]\} = 0$  gilt, d. h. falls die bezüglich des Index k zueinander spiegelbildlich liegenden Unterträgeramplituden  $A_i[k]$  und  $A_i[-k]$  zwei unkorrelierte Prozesse darstellen. Diese Randbedingung ist bei der Implementierung des Verfahrens im realen System zu beachten. Im Allgemeinen stellt die in die Bestimmungsgleichung (6.16) eingehende Kanalübertragungsfunktion  $H_i[k]$  einen stochastischen Prozess über der Zeit dar. Die Verzerrungsparameter  $\mu[k]$ , v[k] hingegen werden wegen ihrer nur geringen Zeitabhängigkeit als statische Größen angenommen. Für das Aufstellen der Korrelationsmatrix **R** und des Kreuzkorrelationsvektors **p** ist eine Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften des Kanals durch Erwartungswerte erforderlich, um die optimalen Koeffizienten direkt nach (6.24) berechnen zu können. Bei ungenauer Erfassung dieser Korrelationen (Parameter-Fehlanpassung [31]) beschreiben die Korrelationsmatrix **R** und der Kreuzkorrelationsvektor **p** nicht mehr exakt den wirklichen Kanal und die daraus fehlerhaft bestimmten Filterkoeffizienten führen zu Ungenauigkeiten bei der Rekonstruktion des unverzerrten Filterausgangs. Ebenso ist eine wiederholte Neuberechnung von **R** und **p** erforderlich, sollte die Kanalübertragungsfunktion  $H_i[k]$  einen nicht-stationären Prozess darstellen, ihre statistischen Kenngrößen wie Mittelwert und Korrelationsfunktion also zeitabhängig sein.

Diese Nachteile, die mit der direkten Bestimmung der Wiener-Lösung nach (6.24) verbunden sind sowie ein erhöhter Rechenaufwand infolge der Matrixinversion können durch die Anwendung rekursiver Einstellalgorithmen vermieden werden. Zudem weist ein solches rekursives Verfahren Nachführeigenschaften im Falle nicht-stationärer Eingangssignale auf, sofern die zeitliche Änderung der statistischen Kenngrößen nicht zu schnell erfolgt. Als Lösungsverfahren zur iterativen Koeffizienteneinstellung wird in dieser Arbeit der LMS-Algorithmus gewählt, der sich aufgrund seiner Leistungsfähigkeit Robustheit gleichzeitig geringem Implementierungsaufwand seiner bei und empfiehlt [24, 45]. Eine Kurzdarstellung des LMS-Algorithmus ist in Anhang D zu finden.

In dieser Anwendung der adaptiven Frequenzbereichsentzerrung werden die Filterkoeffizienten so eingestellt, dass sich unabhängig von der Art der Verzerrung (linear oder durch IQ-Unsymmetrien verursacht) ein verzerrungsfreies Ausgangssignal ergibt. Es findet im Gegensatz zu dem in Kapitel 6.1 dargestellten Verfahren eine Beseitigung der linearen Kanalverzerrungen und der IQ-Verzerrungen in einer Stufe statt. Der IQ-Anteil der Verzerrungen muss nicht mehr separat vor einer konventionellen Kanalschätzeinheit detektiert und korrigiert werden. In dem Simulationsmodell verläuft der Adaptionsprozess für die Filterkoeffizienten in zwei Phasen und ist in **Abb. 6.14** dargestellt.

In einer *ersten Phase* (durch "1" an den Umschaltern in **Abb. 6.14** gekennzeichnet) arbeitet der Einstellalgorithmus ausschließlich *trainingssymbolgestützt* (Trainingsphase). An dieser Stelle sei die oben gewonnene notwendige Bedingung in Erinnerung gerufen, dass für den modifizierten Entzerrer nach **Abb. 6.13** eine eindeutige Lösung des linearen Optimierungsproblems nur existiert, falls die in den Eingangssignalen  $Z'_i[k]$  und  $Z'*_i[-k]$  enthaltenen Komponenten  $A_i[k]$  und  $A_i[-k]$  unkorreliert sind. Ausgehend davon, dass es sich bei  $A_i[k]$  und  $A_i[-k]$  um ergodische Prozesse handelt, können die Scharmittel durch Zeitmittel ersetzt werden.  $A_i[k]$  repräsentiert dann im trainingsbasierten Modus eine Folge zeitlich konstanter Pilotsymbole, die zugleich als lokale Referenz für die gewünschte Filterstoßantwort  $D_i[k]$  dient. Der im Frequenzspektrum spiegelbildlich angeordnete Unterträger  $A_i[-k]$  mit dem Frequenzindex -k muss demzufolge mit Datensymbolen aus einem Zufallsprozess über dem Zeitindex i belegt sein, um die Unkorreliertheit  $E\{A_i[k]A_i[-k]\} = 0$  zu gewährleisten.





Die Filterkoeffizientensätze werden zunächst für alle diese gültigen Spiegelfrequenzpaare eines OFDM-Symbols individuell mittels LMS-Algorithmus berechnet. Sie konvergieren jeweils gegen ihren durch die Wiener-Lösung vorgegebenen stationären Endwert. Sind die Koeffizienten hinreichend stabil, so wird in einer *zweiten Phase* (Schalterstellung "2") diese momentane Koeffizienteneinstellung als Initialisierung für die Koeffizienteneinstellung der jeweils benachbarten Unterträger übernommen. Gleichzeitig wird an diesen Positionen, die jetzt Spiegelfrequenzpaare von unkorrelierten Datensymbolen bilden, also keine Pilotträger repräsentieren, der LMS-Algorithmus im *entscheidungsbasierten* Modus gestartet. Die in dieser Phase mit hoher Wahrscheinlichkeit richtig entschiedenen zufälligen komplexen Amplituden werden für diese Paare als Referenzsymbole verwendet. Je weniger frequenzselektiv der Kanal ist, desto kürzer ist diese zweite Adaptionsphase, da der Initialisierungsvektor sich nur wenig von der für benachbarte Träger gültigen Optimallösung unterscheidet. Der Einstellalgorithmus geht anschließend in den Nachführmodus über, um der sich zeitlich ändernden Kanalübertragungsfunktion zu folgen. Die in der ersten Trainingsphase herangezogenen Unterträgerpaare mit Pilotträgern als Referenzsymbole werden parallel dazu weiterhin aktualisiert. Durch diese kontinuierliche Aktualisierung der Filterkoeffizienten soll ein solides Nachführverhalten bei nicht-stationären Prozessen H<sub>i</sub>[k],  $\mu$ [k], v[k] gewährleistet werden.

Abb. 6.15 zeigt die Implementierung der an den DVB-T-Übertragungsstandard angepassten erweiterten Kanalentzerrung mit iterativer Koeffizienteneinstellung. Kernelement ist die aus zwei komplexen Multiplikationen bestehende Filterung des Eingangsvektors  $\mathbf{z'}_{i}[k]$  mit dem aktualisierten Koeffizientenvektor  $\mathbf{c}_{i}[k]$ . Die Koeffizientenadaption stellt eine Implementierung des LMS-Algorithmus nach den Gleichungen (D.4) in Anhang D dar. Die für jeden Trägerindex individuelle Koeffizienteneinstellung trägt der Frequenzselektivität der Kanalübertragungsfunktion und der Frequenzabhängigkeit der IQ-Verzerrungsparameter Rechnung. Ein Schieberegister der Länge N sorgt dafür, dass die Koeffizienten an korrespondierenden Trägerpositionen in zeitlich aufeinanderfolgenden OFDM-Symbolen miteinander verknüpft werden. In der praktischen Realisierung für das DVB-T-System muss beachtet werden, dass im entscheidungsgestützten Modus die Symbolentscheidung am Filterausgang neben dem OAM-Signalalphabet auch für die bipolare Übertragung der so genannten transmission-parameter-signalling-(TPS-)Unterträger ausgelegt ist. Die Auswahl der Entscheidungsschwellen (ob für ein QAM- oder BPSK-Symbolalphabet) erfolgt in Abhängigkeit des Trägerindex k. Ebenso ist bei der Trägerauswahl in der Trainingsphase zu berücksichtigen, dass die Spiegelbedingung nur in jedem zweiten OFDM-Symbol erfüllt ist (vergleiche Abschnitt 6.1.3).

Die DVB-T-rahmenspezifische Besonderheit, dass zwei Unterträger mit determinierten Kanalsymbolen (Pilotsymbolen) spiegelbildlich zueinander liegen und damit die Voraussetzung der Unkorreliertheit verletzen, stellt bei der hier vorgenommen Initialisierung zu Beginn der Phase zwei mit nahezu schon optimalem Koeffizientenvektor kein Problem für die Konvergenz des LMS-Algorithmus gegen die Optimallösung dar. Es wird mit einer festen, für alle Unterträger gleichen Schrittweite  $\mu$  gearbeitet. Genauere quantitative Untersuchungen hinsichtlich einer optimierten Schrittweiteneinstellung, insbesondere für zeitvariante Funkkanäle, sind noch zu vertiefen.



Abb. 6.15 Implementierung der erweiterten Kanalentzerrung mit iterativer Koeffizienteneinstellung (dick gezogene Linien repräsentieren 2-Komponenten-Vektoren)

#### 6.2.3 Simulationsergebnisse und Bewertung

**Simulationsergebnisse**. Als Maßstab für die Leistungsfähigkeit des Kompensationsalgorithmus wird das Ausgangssignal  $Y_i[k] = \hat{A}_i[k]]$  des erweiterten Entzerrers im komplexen Signalraum betrachtet. Die Überlagerung der geschätzten 64-QAM-Unterträgeramplituden  $\hat{A}_i[k]$  eines OFDM-Symbols i an allen Frequenzindizes k führt zu den dargestellten Konstellationsdiagrammen. Sie geben in ihrer zeitlichen Abfolge Aufschluss über den Prozess der iterativen Koeffizienteneinstellung.

Um die Vergleichbarkeit mit dem in Abschnitt 6.1 vorgestellten Kompensationsverfahren zu gewährleisten, werden in den dargestellten Simulationsreihen dieselben Einstellungen für die Verzerrungsgrößen beibehalten: Der Amplitudenfehler beträgt  $\varepsilon = 0.05$ , der Phasenfehler  $\Delta \varphi = 5^{\circ}$ . Als lineare Kanalverzerrung wird der rampenförmige Betragsverlauf und eine für jeden Unterträger konstante Phasendrehung von 5° wie in Abschnitt 6.1.4 angenommen. Der Adaptionsprozess wird exemplarisch in zwei Simulationsreihen verdeutlicht: für ein rauschfreies, linear verzerrtes OFDM-Signal (**Abb. 6.16**) und für ein rauschbehaftetes OFDM-Signal (**Abb. 6.17**).

Das Konstellationsdiagramm oben links in Abb. 6.16 zeigt die fehlerbehafteten Signalamplituden Z'<sub>i</sub>[k] am Ausgang des FFT-Blocks. Man erkennt die dem IQ-Fehler überlagerte radiale Aufweitung der Konstellationspunkte durch den linear über der Frequenz ansteigenden Betrag der Unterträgeramplitude und sieht die konstante Phasendrehung für jeden Unterträger. Die weiteren Konstellationsdiagramme (von links oben nach rechts unten zu lesen) dokumentieren das Ausgangssignal Y<sub>i</sub>[k] der erweiterten Entzerrerstruktur aus Abb. 6.13 in zeitlicher Abfolge. In der ersten Adaptionsphase gemäß Abb. 6.14 (Schalterstellung "1") wird durch Auswertung aller Datum-Pilot-Spiegelpaare der Koeffizientenvektor c an den Pilotpositionen trainiert. Unmittelbar nach der Initialisierung mit Nullwerten zu Beginn dieser ersten Adaptionsphase unterliegen die Pilotträger einer recht großen Streuung. Nach wenigen Iterationen wird diese Aufweitung kleiner und um den wahren Wert von  $\pm 4/3$  zentriert. Als eine Iteration wird eine neue Koeffizientenaktualisierung des LMS-Algorithmus bezeichnet. Diese Aktualisierung kann in dem spezifizierten DVB-T-Rahmenformat nicht öfter als in jedem vierten OFDM-Symbol vorgenommen werden, da ein bestimmter Frequenzindex nur in jedem vierten Symbol mit einem Pilotträger belegt ist (scattered pilot carrier, Abb. 5.6). Ein Iterationszyklus umfasst folglich die Dauer von vier OFDM-Symbolen. Exemplarisch sind in Abb. 6.16 die Zeitmarken für eine Übertragung im 2K-Modus mit 1/32 Schutzintervalllänge angegeben. Die gesamte Symboldauer eines OFDM-Symbols beträgt in diesem Fall 231 µs [1].



FFT-Ausgangssignal



Entzerrerausgangssignal zu Beginn der 1. Adaptionsphase



Entzerrerausgangssignal nach 50 Iterationen (46 ms)



Entzerrerausgangssignal zu Beginn der 2., entscheidungsbasierten, Adaptionsphase (185 ms)



Entzerrerausgangssignal nach 100 Iterationen (92 ms)



Entzerrerausgangssignal nach 12 Iterationen in 2. Adaptionsphase (196 ms)



Entzerrerausgangssignal nach 25 Iterationen (23 ms)



Entzerrerausgangssignal nach 200 Iterationen (185 ms)



Entzerrerausgangssignal nach 30 Iterationen in 2. Adaptionsphase (212 ms)



Nach 100 Iterationen, entsprechend 92 ms im Fall der 2K-1/32-Übertragung, haben sich die Filterkoeffizienten so eingestellt, dass das Filterausgangssignal der gewünschten Pilotamplitude mit hinreichender Genauigkeit entspricht, um sichere Symbolentscheidungen herbeizuführen. In der anschließenden zweiten Adaptionsphase (Schalterstellung "2") kann daher die Koeffizienteneinstellung für die Datum-Datum-Spiegelpaare (reine Belegung der Unterträger mit Nutzsymbolen) im entscheidungsgestützten Modus erfolgen, während parallel dazu die trainingssymbolgestützte Schätzung an den Pilotpositionen ständig weiter aktualisiert wird. Diese Funktionalität eröffnet die Möglichkeit für weitere Modifikationen, indem bei starken Störungen bestimmter mit Nutzdaten belegter Unterträger zur Re-Initialisierung die ständig aktualisierten Koeffizienten benachbarter, weniger störempfindlicher Pilotpositionen als neue Startwerte geladen werden. Für die in der Praxis auftretende langsame Änderung der IQ-Verzerrungsparameter über der Frequenz bewegen sich die Filterkoeffizienten in nicht stark frequenzselektiven Kanälen nahe des für die Pilotindizes ermittelten optimalen Arbeitspunktes. Daher wird der stationäre Endwert für die mit Nutzdaten belegten Unterträger schnell nach 20-30 weiteren Koeffizientenaktualisierungen erreicht. Dies ist in der letzten Zeile von Abb. 6.16 dokumentiert. Das Konstellationsdiagramm nach 212 ms (2K-1/32-Übertragung) unten rechts unterstreicht somit, dass die am FFT-Ausgang vorhandenen linearen Verzerrungen und die durch IQ-Unsymmetrie verursachten Verzerrungen vollständig in dem gemeinsamen erweiterten Entzerrernetzwerk beseitigt werden können.

Die Funktionsfähigkeit des Kompensationsverfahrens bei rauschbehafteten Signalen ist durch Abb. 6.17 unterlegt. Der erweiterte Entzerrer ist in der Lage, die im Rauschen verborgenen, durch IQ-Fehler hervorgerufenen Verzerrungen zu kompensieren. Ausgehend von den am FFT-Ausgang vorliegenden, durch AWGN gestörten komplexen Amplituden (Konstellationsdiagramm oben links) wird der Entzerrer zunächst durch die Auswertung der Datum-Pilot-Unterträgerpaare trainiert. Zum Abschluss der Trainingsphase (erstes Diagramm untere Zeile) sind die Filterkoeffizienten hinreichend genau einum Konvergenz gestellt, auch die für rauschbehaftete Unterträger im entscheidungsbasierten Modus zu gewährleisten. Der Vergleich zwischen FFT-Ausgangssignal und Entzerrerausgangssignal in Form der Konstellationsdiagramme beweist, dass die Entzerrungsmaßnahme auch bei Überlagerung durch Rauschstörungen zu sichereren Symbolentscheidungen und damit zu geringeren Symbolfehlerraten führt.



der 2., entscheidungsbasierten Adaptionsphase (185 ms)

Iterationen in 2. Adaptionsphase (212 ms)



In Abb. 6.18 ist der zeitliche Verlauf der Koeffizientenadaption für einen bestimmten Frequenzindex k über der Anzahl der LMS-Iterationen aufgetragen<sup>8</sup>. Im hier dargestellten rauschfreien Fall ohne weitere lineare Kanalverzerrungen ist festzustellen, dass die Filterkoeffizienten bei der gewählten LMS-Schrittweite von  $\mu = 0.075$  nach 60 Iterationen (55 ms für 2K-1/32-Übertragung) den stationären Endwert erreichen. Im rauschfreien Fall entsprechen diese Koeffizienteneinstellungen den in Gleichung (6.22)

<sup>8.</sup> Beachte: Eine Iteration entspricht der Zeitdauer von vier OFDM-Symbolen. Im Fall einer 2K-Übertragung mit 1/32 Schutzintervall-Länge dauert ein Iterationsschritt somit 0.924 ms, im Fall der 8K-Übertragung mit 1/4 Schutzintervall-Länge 4.48 ms. Die Dauer der Einstellphasen schwanken somit innerhalb der DVB-T-spezifizierten Übertragungsparameter ca. um den Faktor fünf.

berechneten Werten nach dem ZF-Kriterium. In der Praxis ist der der linearen Kanalverzerrung zugeordnete Verzerrungsparameter  $\mu[\pm k]$  nahezu eine reelle Größe mit dem Wert eins und der Parameter  $\nu[\pm k]$  in Real- und Imaginärteil klein gegen eins:  $\nu[k]=0.05 + j 0.0436$ , siehe Tabelle **4.2**. Hieraus folgt in Übereinstimmung mit (6.22), dass der Filterkoeffizient C<sub>i</sub>[k] durch den Kehrwert der (konjugiert komplexen) Kanalübertragungsfunktion H<sub>i</sub>[k] dominiert wird. In dem dargestellten Beispiel einer reellen Kanalübertragungsfunktion gilt H<sub>i</sub>[k] = 1 strebt der Koeffizient C<sub>i</sub>[k] gegen 1 / H<sub>i</sub>[k] = 1. Der Koeffizient C<sub>i</sub>[-k] ergibt sich nach (6.23) durch komplexe Multiplikation mit -v\*[-k] aus C<sub>i</sub>[k].



Abb. 6.18 Koeffizientenadaption im rauschfreien Fall ohne Kanalverzerrungen ( $\mu = 0.075$ ,  $H_i[k] = H_i[-k] = 1$ )

Abb. 6.19 demonstriert die Zuverlässigkeit des Verfahrens in rauschbehafteten Kanälen. Die Dauer der Einschwingphase verlängert sich *nicht* bei gleichbleibender LMS-Schrittweite  $\mu$ , allerdings verbleibt um den stationären Endwert eine Schwankung, deren Größe mit kleiner werdender Schrittweite abnimmt. Eine Verkleinerung der Schrittweite aber geht zu Lasten einer möglichst kurzen Adaptionsphase, wie weiter unten dargelegt wird.



**Abb. 6.19** Koeffizientenadaption mit AWGN  $(\sigma_N^2 = 0.01$  entsprechend SNR = 20 dB für S = 1 und ohne Kanalverzerrungen mit  $\mu = 0.075$ ,  $H_i[k] = H_i[-k] = 1$ )

**Grenzen des Verfahrens**. Die Untersuchungen in frequenzselektiven Kanälen weisen daraufhin, dass die Dauer der Adaptionsphase bei tiefen Einbrüchen der Kanalübertragungsfunktion zunimmt. Der Grund hierfür liegt in einer für das Konvergenzverhalten des LMS-Algorithmus ungünstigen Eigenwertverteilung der Autokorrelationsmatrix **R** (vgl. Anhang E und [24]). Der Vergleich von **Abb. 6.18** und **Abb. 6.20** belegt, dass im rauschfreien Fall bei sonst unveränderten Simulationsparametern eine zeitlich konstante Dämpfung der Kanalübertragungsfunktion an der Stelle k von dem Wert  $H_i[k] = 1$  auf  $H_i[k] = 0.25$  zu einer fast 10-fach längeren Adaptionsphase führt.



**Abb. 6.20** Koeffizientenadaption bei linear verzerrtem Kanal mit LMS-Schrittweite  $\mu = 0.075$  (simulierter zeitlich konstanter Einbruch der Kanalübertragungsfunktion an der Stelle k auf H<sub>i</sub>[k] = 0.25)

Durch Vergrößerung der Schrittweite  $\mu$  kann einer Verlängerung der Adaptionsphase entgegengewirkt werden, wie die folgende Untersuchung belegt. Die erhöhte Schrittweite in **Abb. 6.21** beträgt  $\mu = 0.2$  und verkürzt die Einschwingphase auf 200 Iterationen verglichen mit 600 Iterationen in **Abb. 6.20** mit einer Schrittweite  $\mu = 0.075$ . Einer beliebigen Erhöhung der Schrittweite  $\mu$  sind Grenzen gesetzt durch den Stabilitätsbereich für  $\mu$ , außerhalb dessen der LMS-Algorithmus nicht mehr konvergiert [24]. Da die Adaptionsgeschwindigkeit grundlegenden Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des Kompensationsverfahrens in zeitvarianten Kanälen hat, sollte die Optimierung der LMS-Schrittweite Gegenstand weiterführender Untersuchungen sein. Ein möglicher Ansatzpunkt liegt in einer an den frequenzabhängigen Wert der Kanalübertragungsfunktion angepassten und damit vom Frequenzindex k abhängigen Schrittweitensteuerung.



Abb. 6.21 Koeffizientenadaption bei linear verzerrtem Kanal mit LMS-Schrittweite  $\mu = 0.2$ 

Als Beispiel und Ausblick für das Verhalten im *zeitvarianten* Kanal dient Abb. 6.22. Simuliert wurde eine langsame, periodisch zeitvariante Dämpfung, wobei die Periode dieses Schwunds 500 Iterationen, mithin 2000 OFDM-Symbole beträgt (oberste Darstellung in Abb. 6.22, es liegt keine Frequenzselektivität vor:  $H_i[k] = H_i[-k]$ ). Der Algorithmus ist zwar grundsätzlich in der Lage, die Koeffizienteneinstellung der zeitlichen Änderung des Übertragungskanals nachzuführen, wie die Korrelation des Verlaufs der Filterkoeffizienten mit dem Verlauf der Kanalübertragungsfunktion zeigt. Es verbleibt aber, wie aus der untersten Darstellung zu ersehen, am Entzerrerausgang ein Fehler |  $Y_i[k] - A_i[k]$  |, der von der Größe der Kanalübertragungsfunktion  $H_i[k]$ ,  $H_i[-k]$  und ihrer Änderungsgeschwindigkeit abhängig ist. Ein Ansatz zur Verbesserung des Verhaltens bei standardmäßigen LMS-1-Tap-Entzerrern in zeitvarianten Kanälen ist in [46] zu finden. Die Grundidee ist dabei, eine zusätzliche Gewichtung des Filterkoeffizienten in Abhängigkeit des Fehlersignals vorzunehmen. Die Übertragbarkeit dieses zusätzlichen Adaptionsalgorithmus auf den erweiterten Entzerrer kann Inhalt weiterer Entwicklungen sein.



Abb. 6.22 Koeffizientenadaption im zeitvarianten Kanal

**Bewertung**. Es wurde der Konzeptbeweis erbracht, dass durch die neuentwickelte adaptive Entzerrerstruktur sowohl die linearen Verzerrungen als auch die durch die IQ-Unsymmetrie verursachten Verzerrungen in einer gemeinsamen Funktionseinheit beseitigt werden können. Grundelemente dieses Konzepts bilden eine gegenüber konventionellen Kanalschätzungen mit 1-Tap-Entzerrern erweiterte Filterstruktur in Verbindung mit einer iterativen Koeffizientenberechung. Die iterative Koeffizienteneinstellung mittels LMS-Algorithmus erfolgt individuell für jeden Unterträgerindex und ist damit in der Lage sowohl frequenzselektiven Funkkanälen als auch frequenzabhängigen IQ-Verzerrungsparametern zu genügen. Durch den Wegfall der speicherintensiven Interpolationsfilterung in Zeit- wie in Frequenzrichtung ist diese Implementierung weniger komplex als auf Interpolationsmaßnahmen beruhende Verfahren. Die Abhängigkeit der Adaptionsgeschwindigkeit von dem Wert der Kanalübertragungsfunktion sowie das Verhalten in stark zeitvarianten Kanälen verlangen noch weitergehende Untersuchungen in Richtung auf eine dem augenblicklichen Kanal angepasste, gegebenenfalls adaptive und für jeden Unterträger individuelle Schrittweiteneinstellung.

#### 7 Diskussion und Ausblick

Vor dem Hintergrund einer steigenden Nachfrage nach Übertragungskapazität bietet die digitale terrestrische TV-Übertragung die Möglichkeit der hochratigen Datenübermittelung mit portabler und mobiler Empfangsmöglichkeit. Standardisierungsmaßnahmen, vornehmlich in Europa, den Vereinigten Staaten von Amerika und in Japan unterstreichen die Bedeutung der digitalen terrestrischen Ausstrahlung als Bestandteil einer künftigen Multimedia-Netzinfrastruktur. Das vom europäischen DVB-Projekt erarbeitete Systemkonzept DVB-T beruht dabei auf einer Signalübertragung nach dem OFDM-Verfahren (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) in Verbindung mit einer verketteten Kanalcodierung.

Neben einer leistungsfähigen Netzinfrastruktur ist auch die preisgünstige Verfügbarkeit komfortabler Endgeräte entscheidend für eine erfolgreiche Markteinführung der digitalen Übertragungstechnik. Für die Chip- und Endgerätehersteller bedeutet das, durch standardisierte Produktplattformen mit einer geringen Anzahl von chip-externen Bauelementen dem Kostendruck zu begegnen. Zukunftsweisende Empfangskonzepte wie der direktmischende Empfänger sollen die Forderung nach hoher Integrationsdichte und systemtechnischer Flexibilität erfüllen. Die zentrale Funktion der Quadraturdemodulation zur Rückgewinnung des informationstragenden Quellensignals wird in diesen Empfangskonzepten in analoger Schaltungstechnik ausgeführt und ist daher aufgrund der technologischen Ungenauigkeiten im Herstellungsprozess mit Amplituden- und Phasenunsymmetrien (IQ-Unsymmetrie) behaftet. In Verbindung mit einer hochratigen OFDM-Übertragung wird die Frage beantwortet, wie sich diese IQ-Symmetriefehler auf die Signalqualität der OFDM-Unterträger auswirken. Zielsetzung dieser Arbeit ist die Entwicklung digitaler Kompensationsverfahren, welche die analog im Zeitbereich verursachten IO-Symmetriefehler nachträglich in einem OFDM-Empfänger mittels digitaler Signalverarbeitung auf Frequenzbereichsebene beseitigen.

Ausgehend von einer Einzelträgerübertragung werden die IQ-Signalverzerrungen zunächst mathematisch beschrieben. Im Hinblick auf die in einem OFDM-Empfänger durchgeführte Basisband-Verarbeitung der Daten als Frequenzbereichswerte wird besonderes Augenmerk auf die mathematische Formulierung der IQ-Verzerrungen in Frequenzbereichsdarstellung gelegt. Es zeigt sich bei der Realisierung eines OFDM-Systems mittels N-Punkte-DFT, dass die IQ-Unsymmetrie bei einer komplexen Trägerfunktion an der Stelle des DFT-Frequenzindexes k eine Spiegelfrequenzkomponente an der Stelle N-k bewirkt. Im Signalspektrum eines Mehrträgersignals überlagern sich diese Störkomponenten wechselseitig mit den Nutzträgern und führen zu Verzerrungen (IQ-Verzerrungen). Die hergeleiteten mathematischen Beziehungen beschreiben diesen wechselseitigen Einfluss quantitativ in Abhängigkeit des Amplituden- und des Phasenfehlers. Als Beurteilungskriterium für die Auswirkung der IQ-Fehler werden hierzu ein Stör-/Nutzsignal-Verhältnis abgeleitet sowie simulierte Kanal-Symbolfehlerraten herangezogen. Als Ergebnis der Bewertung ist eine signifikante Degradation der Signalqualität auf Unterträgerebene zu beobachten. Insbesondere für höherstufig (64-QAM-)modulierte Unterträger ergibt sich hieraus die Notwendigkeit einer Kompensation der IQ-Verzerrungen, da sich diese Verzerrungsanteile den Rauschstörungen überlagern und folglich mit größerer Wahrscheinlichkeit zu fehlerhaften Symbolentscheidungen führen.

Die Struktur einer trainingssymbolgestützten Kanalschätzung für OFDM-Signale wird mit Zielrichtung auf die Eignung als IQ-Fehlerkompensationsmechanismus diskutiert. Es wird dargelegt, dass Einfach-Multipliziererbänke als Kanalentzerrungsmaßnahmen nicht in der Lage sind, IQ-Symmetrieverzerrungen zu beseitigen. Dies ist nur durch die Erweiterung bestehender konventioneller Kanalschätzeinheiten oder durch den Übergang zu modifizierten Entzerrerstrukturen möglich. Beide Lösungsvarianten werden ausführlich dargestellt und in einer DVB-T-Simulationsumgebung am praktischen System verifiziert.

Zwei neuartige Verfahren der Frequenzbereichsentzerrung für IQ-verzerrte OFDM-Signale bilden den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Das Verfahren der separaten Kompensation von IQ-Symmetriefehlern lässt sich als reine Zusatzfunktion in eine bestehende konventionelle Kanalschätzung integrieren. Es wird eine vorgekoppelte Schaltungsstruktur mit den funktionalen Einheiten IQ-Fehlerdetektor und IQ-Fehlerkorrekturglied entworfen, die unabhängig von den linearen Verzerrungen die IQ-Symmetriefehler durch Berechnungen im Frequenzbereich erkennt und beseitigt. Grundlage der mathematischen Operationen bilden die zuvor formelmäßig erfassten Abhängigkeiten zwischen den Unterträgeramplituden, der Kanalübertragungsfunktion und den IQ-Symmetriefehlern. Das Verfahren setzt die zeitperiodische Übertragung von über das OFDM-Spektrum verteilten Pilot-Unterträgern sowie eine zeitliche Konstanz der Kanalübertragungsfunktion über mindestens zwei OFDM-Symbole voraus. Simulationen in einer an die DVB-T-Spezifikation angepassten Systemumgebung beweisen die Wirksamkeit dieser Kompensationsmaßnahme. Darüberhinaus kann in schwach zeitvarianten Kanälen das Rauschverhalten des Fehlerdetektors durch eine regelungstechnische Implementierung der erforderlichen Quotientenbildung verbessert und der Hardware-Aufwand reduziert werden.

Alternativ zu der separaten Kompensation der IQ-Fehler wird ein weiteres Verfahren ausgearbeitet, das die Beseitigung der linearen Verzerrungen und der IQ-Verzerrungen in einem gemeinsamen Entzerrernetzwerk vornimmt. Kernpunkt dieser Kompensationsmethode ist eine adaptive Filterung mit iterativer Bestimmung der Filterkoeffizienten nach dem LMS-Algorithmus. Die modifizierte Filterstruktur mit den zwei bezüglich des Frequenzindexes spiegelbildlich angeordneten und wechselseitig gestörten Unterträgern als Eingangssignale erzeugt als Filterausgangssignal für jeden Trägerindex einen Schätzwert der unverzerrten Unterträgeramplitude. Nach einer pilotbasierten Trainingsphase wird die Einstellung der Filterkoeffizienten für die Nutzdaten-Unterträger in einem entscheidungsgestützten Modus weitergeführt. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens für praktische Anwendungen wird in einer Simulationsanordnung nach DVB-T-Spezifikation nachgewiesen. Dabei bestätigt der qualitative Vergleich zwischen fehlerbehaftetem FFT-Ausgangssignal und Filterausgangssignal in Form der Konstellationsdiagramme, dass die Entzerrungsmaßnahme auch bei Überlagerung durch Rauschstörungen zu sichereren Symbolentscheidungen und damit zu geringeren Symbolfehlerraten führt. Im Vergleich zu dem Verfahren der separaten Kompensation sind die Speicheranforderungen bei der gemeinsamen Kompensation geringer, da auf Interpolationsmaßnahmen verzichtet werden kann.

Abschließend kann in Beantwortung der eingangs gestellten Frage nach geeigneten digitalen Kompensationsalgorithmen festgehalten werden, dass die entwickelten Verfahren die Aufgabe der IQ-Symmetriefehler-Beseitigung vollständig erfüllen. Der Nachweis für das Verfahren einer vorgekoppelten separaten Kompensation als auch für das Verfahren der gemeinsamen adaptiven Kompensation von linearen und IQ-Symmetrieverzerrungen ist auf algorithmischer Ebene anwendungsbezogen in DVB-T-Simulationsmodellen erbracht worden. Beide Methoden bieten Lösungsmöglichkeiten für die IQ-Unsymmetrieproblematik durch Frequenzbereichsentzerrung. Sie sind bedeutsam für die Entwicklung hochintegrierter OFDM-Empfänger in Verbindung mit zukunftsweisenden direktmischenden Empfangskonzepten. Im Hinblick auf eine wirtschaftliche Gesamtlösung kann somit ein Ausgleich zwischen den Genauigkeitsanforderungen an analoge Schaltungskomponenten und dem Anteil der digitalen Signalverarbeitung angestrebt werden. Die Wichtigkeit und Relevanz der entworfenen Algorithmen steigt mit zunehmender Nachfrage nach bandbreiteneffizienten, aber damit auch störanfälligeren Signalkonstellationen. Die Adaption an andere Mehrträgerverfahren als den in den Simulationsmodellen implementierten DVB-T-Standard ist nur an die Voraussetzung der Übertragung von über den Trägerindex verteilten Pilotträgern geknüpft. Noch zu vertiefende Untersuchungen betreffen in erster Linie die Optimierung der Kenngrößen der iterativen Koeffizienteneinstellung als Bestandteil der adaptiven Filterung, um die Leistungsfähigkeit der Algorithmen in stark zeitvarianten Kanälen zu verbessern.

Anhang

### Anhang A Abwärtsmischung durch Bandpass-Unterabtastung

Die Abtastung eines Zeitsignals hat im Frequenzbereich ein periodisches Spektrum zur Folge. Für bandbegrenzte Signale legt das Abtasttheorem als untere Grenze der Abtastfrequenz die doppelte Grenzfrequenz des Signalspektrums fest, um Überlappungen der Spektren zu vermeiden und das Zeitsignal fehlerfrei rekonstruieren zu können. Die Periodizität der Spektren kann auch im Fall eines Bandpass-Signals ausgenutzt werden, indem nach der Abtastung eines der Wiederholspektren als Repräsentation des nun frequenzverschobenen Eingangssignal-Spektrums dient<sup>1</sup>. Im Folgenden wird dargelegt, welchen Bedingungen die Abtastfrequenz in Abhängigkeit der Bandbreite f<sub>B</sub> und der Mittenfrequenz f<sub>0</sub> des Bandpass-Signals genügen muss, um eine fehlerfreie frequenzverschobene Abbildung des Eingangsspektrums zu erzeugen. Es zeigt sich dabei, dass, wenn sowohl die Mittenfrequenz des Eingangssignals, als auch die gewünschte Mittenfrequenz des ersten Wiederholspektrums vorgegeben wird, das Konzept nur noch wenige Freiheiten hinsichtlich der Abtastfrequenz und der maximalen Bandbreite des Eingangssignals lässt. **Abb. A.1** zeigt das Spektrum des Bandpass-Signals vor und nach der Abtastung [59].



Abb. A.1 Spektrum des Bandpass-Signals vor und nach Abtastung

<sup>1.</sup> Da die Frequenzverschiebung der Multiplikation des Zeitsignals mit einer komplexen Schwingung mit dem Verschiebungsbetrag als Frequenz entspricht, kann ein Wiederholspektrum als Ergebnis einer Mischung interpretiert werden.

Nach der Abtastung sind die positiven und negativen Frequenzanteile des Bandpass-Signals ineinander verkämmt (Faltung des zweiseitigen Bandpass-Originalspektrums mit unendlich ausgedehnter periodischer Dirac-Stoß-Folge mit der Periode  $f_s$ ). Um Überschneidungen der Einzelspektren zu vermeiden, sind aus **Abb. A.1** folgende Bedingungen für die Abtastfrequenz  $f_s$  abzuleiten:

$$(k-1) \cdot f_s - f_1 \le f_1 \Leftrightarrow (k-1) \cdot f_s \le 2f_1 \tag{A.1}$$

und

$$kf_s - f_2 \ge f_2 \Leftrightarrow kf_s \ge 2f_2$$
, (A.2)

wobei k = (1),2,3,.. gilt. Mit  $f_1 = f_0 - f_B/2$  und  $f_2 = f_0 + f_B/2$  folgt daraus für die auf die Bandbreite bezogene Abtastfrequenz

$$\frac{2 \cdot f_0 / f_B + 1}{k} \le f_s / f_B \le \frac{2 \cdot f_0 / f_B - 1}{k - 1} .$$
(A.3)

Mit  $k_{max} = int(f_0/f_B + 0.5)$  ist die maximale Anzahl aller Einzelspektren zwischen der Nulllinie und  $f_2$  festgelegt. Die erstrebenswerte minimale Abtastfrequenz folgt damit aus der linken Seite der Ungleichung (A.3) zu

$$f_{smin}/f_B = \frac{2 \cdot f_0/f_B + 1}{k_{max}}$$
 (A.4)

Eine graphische Darstellung der Ungleichung (A.3) ist in **Abb. A.2** mit den für eine DVB-T-Übertragung geeigneten Parametern gezeigt.



Abb. A.2 Zulässige Bereiche der Abtastfrequenz bei der Abtastung eines Bandpass-Signals

In Verbindung mit dem in Abb. 3.4 dargestellten Empfangskonzept ist die Mittenfrequenz des Eingangssignals durch das SAW-Filter vorgegeben. Ein für DVB-T-Überausgewähltes tragung SAW-Filter besitzt eine Mittenfrequenz von  $f_0 = f_{ZF1} = 36.167$  MHz. Verlangt man zusätzlich für die gewünschte Mittenfrequenz  $f_{ZF2}$  des herabgemischten Signals, dass  $f_{ZF2} = f_B/2 = 4.571$  MHz gelten soll (um in nachfolgendem digitalen IQ-Demodulator aufwandsgünstig mit ±1-Folgen abwärts mischen zu können, siehe Abschnitt 3.2.1), so ergeben sich nur die drei in Abb. A.2 markierten Möglichkeiten für die Wahl der Abtastfrequenz. Die Abtastfrequenz  $f_s = 31.596$  MHz positioniert dabei das positive Spektrum S<sup>+</sup>(f) des Originalsignals um die gewünschte Mittenfrequenz  $f_{ZF2} = 4.571$  MHz, die Abtastfrequenzen  $f_s = 20.369$  MHz und  $f_s = 40.738$  MHz das negative Spektrum S<sup>-</sup>(f). Alle drei Abtastfrequenzen liegen am Rand eines erlaubten Bereiches, d.h. so, dass sich die Spektren gerade nicht überschneiden. Im Hinblick auf eine nachfolgende Tiefpassfilterung, die eine realistische, weniger steilflankige Übertragungsfunktion voraussetzt, müssten die Spektren weiter auseinanderrücken. Dies kann bei festgehaltenen Parametern des Eingangssignals durch Erhöhen der gewünschten Mittenfrequenz des (ersten) Wiederholspektrums und daraus folgend durch eine Absenkung der Abtastfrequenz erreicht werden (die Abtastfrequenz läge dann in Abb. A.2 deutlich innerhalb eines erlaubten Bereiches).

#### Anhang B Zero-Forcing Kriterium

Für das Ausgangssignal y[n] des linearen Transversalfilters nach Abb. B.1 mit M Abgriffen gilt

$$y[n] = \sum_{m=0}^{M-1} c_m \cdot u[n-m],$$
 (B.1)

wobei  $c_m$  die Filterkoeffizienten und u[n] die Folge der Filtereingangsdaten/Kanalausgangsdaten beschreiben.

Für eine unendliche Filterlänge M werden die Intersymbol-Interferenzen vollständig beseitigt, falls die gemeinsame Impulsantwort von Kanal und Entzerrer für alle außer einem Zeitpunkt identisch Null ist (zero-forcing, ZF-Kriterium)

$$y_{\delta}[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$
 (B.2)

Für endliche Filterlängen M können hieraus die Entzerrerkoeffizienten  $c_m$  bestimmt werden. In der Frequenzbereichsbetrachtung spiegelt sich diese Forderung wieder als [45]

$$C(e^{j2\pi fT}) \cdot H(e^{j2\pi fT}) = 1 \Leftrightarrow C(e^{j2\pi fT}) = \frac{1}{H(e^{j2\pi fT})}$$
(B.3)

Man erkennt, dass der nach dem ZF-Kriterium entworfene Entzerrer (endlicher Länge) die inverse Kanalübertragungsfunktion approximiert. Hohe Kanaldämpfungen (Nullstellen der Kanalübertragungsfunktion) führen daher bei vorhandenem Kanalrauschen zu einer extremen Rauschverstärkung (noise enhancement [39, 45]).



Abb. B.1 Linearer Transversalentzerrer

## Anhang C Lineare Optimalfilterung (Wiener-Filterung)

Im Folgenden werden kurz die Grundzüge der Wiener-Filterung zusammengefasst, die bei der adaptiven Filterung stochastischer Prozesse (Kanalmodellierung) eine wesentliche Rolle spielt. Eine ausführliche Darstellung, an die auch die Schreibweise hier angelehnt ist, kann man in [24] finden.

Die Anwendung der linearen Optimalfilterung als Lösung des hier vorliegenden statistischen Filterproblems wird durch **Abb. C.1** verdeutlicht.



Abb. C.1 Optimalfilterung

Ein durch statistische Parameter (Mittelwerte und Korrelationsfunktionen) beschreibbarer im weiteren Sinn stationärer Eingangsprozess

$$\mathbf{u}[n] = [\mathbf{u}[n], \mathbf{u}[n-1], \dots, \mathbf{u}[n-M+1]]^{\mathrm{T}}$$
(C.1)

wird einer linearen FIR-Filterung unterzogen, sodass der Einfluss des Rauschens gemäß eines statistischen Kriteriums minimiert wird. Als Optimierungskriterium wird der Mittelwert der Fehlerquadrate des Schätzfehlers gewählt. Der Schätzfehler e[n] ergibt sich zu

$$e[n] = d[n] - y[n]$$
, (C.2)

wobei d[n] das *gewünschte* Filterausgangssignal (Referenzgröße) und y[n] das *berechnete* Filterausgangssignal

$$y[n] = \sum_{m=0}^{M-1} c[m] \cdot u[n-m]$$
(C.3)

darstellen.

Die Filterkoeffizienten c[m] sind so zu bestimmen, dass die Differenz zwischen dem Filterausgang y[n] und der gewünschten Antwort d[n] im Sinne der mittleren Fehlerquadrate minimal wird (minimum mean-squared error - MMSE). Als Zielfunktion folgt mit dem statistischen Erwartungswertoperator  $E\{.\}^2$ 

$$J = E\{|e[n]|^2\} \to min$$
 . (C.4)

Dieses Fehlermaß erweist sich in der mathematischen Handhabung als sehr bequem, da dessen quadratische Abhängigkeit von den zu bestimmenden Filterkoeffizienten zu einem eindeutigen Minimum führt. Die optimale Koeffizienteneinstellung wird im Minimum erzielt und ist gekennzeichnet durch das Verschwinden des Gradientenvektors

$$\nabla J = 0 . \tag{C.5}$$

Die Elemente des Gradientenvektors stellen jeweils die komplexe Ableitung nach den M Filterkoeffizienten dar. Einsetzen der Zielfunktion J aus (C.4) führt auf die im Optimum geltende Orthogonalitätsbedingung

$$E\{\mathbf{u}[n-m] \cdot e^*_{opt}[n]\} = 0.$$
(C.6)

Hinreichende und notwendige Bedingung für die Einstellung der optimalen Filterkoeffizienten ist somit die Orthogonalität des Schätzfehlers e[n] und des Filtereingangsvektors  $\mathbf{u}[n]$ . Einsetzen des Fehlers nach (C.2) und (C.3) in (C.6) führt auf die *Wiener-Hopf-Gleichungen* 

$$\sum_{i=0}^{\infty} c_{opt}[i] \cdot E\{u[n-k] \cdot u^*[n-i]\} = E\{u[n-k] \cdot d^*[n]\} .$$
(C.7)

2. Auch Scharmittelwert. Für den Mittelwert 2. Ordnung in Form der Kreuzkorrelationsfunktion der Signale x[n] und y[m] gilt  $E\{x[n]y^*[m]\} = \lim_{M \to \infty} \sum_{k=1}^{M} x_k[n]y_k^*[m] = R_{xy}[n,m]$  [61].

Die Lösung von (C.7) liefert die optimalen Filterkoeffizienten und lautet in Matrixdarstellung (*Wiener-Lösung*)

$$\mathbf{c}_{\rm opt} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{p} \ . \tag{C.8}$$

 $\mathbf{R}$  ist dabei eine M×M Autokorrelationsmatrix, bestehend aus den Erwartungswerten des äußeren Produkts des Filtereingangsvektors  $\mathbf{u}[n]$ 

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{u}[n] \cdot \mathbf{u}^{H}[n]\}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\{|\mathbf{u}[n]|^{2}\} & \mathbf{E}\{\mathbf{u}[n] \cdot \mathbf{u}^{*}[n-1]\} & \dots & \mathbf{E}\{\mathbf{u}[n] \cdot \mathbf{u}^{*}[n-M+1]\} \\ \mathbf{E}\{\mathbf{u}[n-1] \cdot \mathbf{u}^{*}[n]\} & \mathbf{E}\{|\mathbf{u}[n-1]|^{2}\} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{E}\{\mathbf{u}[n-M+1] \cdot \mathbf{u}^{*}[n]\} & \dots & \dots & \mathbf{E}\{\mathbf{u}[n-M+1] \cdot \mathbf{u}^{*}[n-M+1]\} \end{bmatrix}$$
(C.9)

und **p** ist der M×1 Kreuzkorrelationsvektor, gebildet aus den Erwartungswerten von Filtereingangsvektor **u**[n] und gewünschtem Filterausgang d[n]

$$\mathbf{p} = \mathbf{E}\{\mathbf{u}[n] \cdot d^{*}[n]\}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\{u[n] \cdot d^{*}[n]\} \\ \mathbf{E}\{u[n-1] \cdot d^{*}[n]\} \\ \dots \\ \mathbf{E}\{u[n-M+1] \cdot d^{*}[n]\} \end{bmatrix}.$$
(C.10)

Es muss somit zur direkten Bestimmung der optimalen Filterkoeffizienten  $c_{opt}$  nach (C.8) eine Beschreibung der statistischen Eigenschaften des Filtereingangssignals und damit nach (C.9) und (C.10) a-priori Information über die Signalstatistik vorliegen.

#### Anhang D LMS-Algorithmus

Der Grundgedanke dieses iterativen Verfahrens besteht darin, ausgehend von einem beliebigen Startpunkt (entspricht den Initialisierungswerten der Koeffizienten) auf der Oberfläche des die Zielfunktion J beschreibenden Paraboloids bei jeder Iteration die Koeffizienten in Richtung des stärksten negativen Gradienten  $\nabla J$  zu aktualisieren (vgl. Anhang C)

$$c[n+1] = c[n] + \frac{1}{2}\mu(-\nabla J[n])$$
 (D.1)

Der Parameter  $\mu$  steuert das Ausmaß der inkrementellen Änderung und wird als Schrittweite bezeichnet. Bei Kenntnis der Korrelationsmatrix **R** und des Kreuzkorrelationsvektors **p** ist der Gradientenvektor im n-ten Iterationsintervall eindeutig bestimmbar [24]

$$\mathbf{J}[\mathbf{n}] = -2\mathbf{p} + 2\mathbf{R}\mathbf{c}[\mathbf{n}] \tag{D.2}$$

und der Koeffizientenvektor c konvergiert für n  $->\infty$  direkt gegen die Optimallösung (Wiener-Lösung) im Minimum der Oberfläche (deterministischer Gradientenalgorithmus). Die Notwendigkeit der Kenntnis der Autokorrelationsmatrix und des Kreuzkorrelationsvektors wird vermieden, indem die Erwartungswerte (Elemente von **R** und **p** gemäß (C.9) und (C.10) ) durch die Momentanwerte abgeschätzt werden

Der Koeffizientenvektor konvergiert in diesem Fall (bei stochastischen Eingangssignalen) in einer zufälligen Bewegung im Mittel gegen die Wiener-Lösung, aber es verbleibt ein geringer Restfehler (excess mean-squared error [24]). Der LMS-Algorithmus zählt daher zu der Klasse der stochastischen Gradientenalgorithmen. Zusammengefasst lässt sich die komplexe Form des LMS-Algorithmus durch folgende drei Grundgleichungen charakterisieren

тт

$$y[n] = \hat{\mathbf{c}}^{H}[n] \cdot \mathbf{u}[n]$$
  

$$e[n] = d[n] - y[n] \qquad (D.4)$$
  

$$\hat{\mathbf{c}}[n+1] = \hat{\mathbf{c}}[n] + \mu \cdot \mathbf{u}[n] \cdot e^{*}[n]$$

### Anhang E Singularität der modifizierten Autokorrelationsmatrix R

Notwendige Voraussetzung für die Existenz der Wiener-Lösung ist nach (C.8) die Invertierbarkeit der modifizierten Autokorrelationsmatrix  $\mathbf{R}$ 

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{z'}_{i}[k] \cdot \mathbf{z'}^{H}_{i}[k]\} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{k,k} & \mathbf{r}_{k,-k} \\ \mathbf{r}_{-k,k} & \mathbf{r}_{-k,-k} \end{bmatrix}.$$
 (E.1)

Da diese Voraussetzung für beliebige Kanäle, also auch für statische Kanäle mit über der Zeit konstanter Übertragungsfunktion gelten muss, wird vereinfachend in den Ausdrücken (6.16) für die verzerrten Frequenzkomponenten  $Z'_i[k]$  und  $Z'_i[-k]$  der Wert der Kanalübertragungsfunktion  $H_i[k] = H_i[-k] = 1$  gesetzt. Es gilt damit

$$Z'_{i}[k] = A_{i}[k] + \nu[-k] \cdot A^{*}_{i}[-k]$$
  

$$Z'^{*}_{i}[-k] = A^{*}_{i}[-k] + \nu^{*}[k] \cdot A_{i}[k]$$
(E.2)

Im Hinblick auf die Nutzung der Unterträger  $A_i[k]$  und  $A_i[-k]$  als (über den zeitindex i konstante) Pilotträger, wird im Folgenden gezeigt, dass *nicht beide* Unterträger Pilottöne repräsentieren dürfen. Der Nachweis wird geführt, indem zunächst angenommen wird, *dass beide* Unterträger Pilottöne darstellen, also streng korreliert sind. Unter dieser Annahme gilt  $E\{A_i[k] | A_i[-k]\} \neq 0$  und die mittlere Leistung der beiden Prozesse  $A_i[k]$  und  $A_i[-k]$  ist gleich und nimmt den Wert  $E\{A_i[k] | A_i[-k]\} = E\{|A_i[k]|^2\} = E\{|A_i[-k]|^2\} = 1^3$  an.

<sup>3.</sup> Da nur die Gleichheit der Erwartungswerte entscheidend ist, nicht deren absoluter Wert, wurde  $|A_i[k]| = |A_i[-k]| = 1$  gesetzt; im realen DVB-T-System betragen die Amplitudenbeträge 4/3 und damit  $E\{|A_i[k]|^2\} = 16/9$ .

Für die Elemente der modifizierten Autokorrelationsmatrix ergeben sich determinierte Ausdrücke der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{k,k} &= E\{ \left| \mathbf{Z'}_{i}[k] \right|^{2} \} = 1 + \nu[-k] + \nu^{*}[-k] + \nu[-k]^{2} \\ \mathbf{r}_{k,-k} &= E\{ \mathbf{Z'}_{i}([k] \cdot \mathbf{Z'}_{i}[-k]) \} = 1 + \nu[k] + \nu[-k] + \nu[k] \cdot \nu[-k] \\ \mathbf{r}_{-k,k} &= E\{ \mathbf{Z'}_{i}([-k] \cdot \mathbf{Z'}_{i}[k]) \} = 1 + \nu^{*}[-k] + \nu^{*}[-k] + \nu^{*}[k] \cdot \nu^{*}[-k] \\ \mathbf{r}_{-k,-k} &= E\{ \left| \mathbf{Z'}_{i}[-k] \right|^{2} \} = 1 + \nu[k] + \nu^{*}[k] + \nu[k]^{2} \end{aligned}$$
(E.3)

Die Berechnung der Determinante det( $\mathbf{R}$ ) =  $r_{k,k} r_{-k,-k} - r_{k,-k} r_{-k,k}$  führt nach Einsetzen von (E.3) in (E.1) zu det( $\mathbf{R}$ ) = 0. Die Inverse von  $\mathbf{R}$  existiert nicht und damit auch keine eindeutige Lösung für den Koeffizientenvektor **c**. Stellen hingegen die Signale  $A_i[k]$  und  $A_i[-k]$  zwei unkorrelierte Prozesse dar, ergibt sich für det( $\mathbf{R}$ ) ein Wert ungleich Null

$$det(\mathbf{R}) = 1 + |\nu[k]|^2 \cdot |\nu[-k]|^2 - \nu[k] \cdot \nu^*[-k] - \nu^*[k] \cdot \nu[-k]$$
(E.4)

und es existiert eine Optimallösung für die Filterkoeffizienten gemäß (C.8).

# Verzeichnis der Variablen

### **Operatoren und elementare Funktionen**

•	lineare Faltung
$\otimes$	periodische Faltung
○——●	Fourier-Transformation
{}	Folge von Abtastwerten
(.)	Funktion einer zeitkontinuierlichen unabhängigen Variablen
[.]	Funktion einer zeitdiskreten, ganzzahligen unabhängigen Varia- blen
(.)*	konjugiert komplex
(.) <sup>T</sup>	transponiert
(.) <sup>H</sup>	transponiert und konjugiert komplex
$\delta(t)$	Dirac-Stoß
δ[n]	Dirac-Impuls, Einheitsimpuls (zeitdiskretes Elementarsignal)
<b>∇</b> (.)	Gradientenvektor
det (.)	Determinante
DFT{.}	diskrete Fourier-Transformation
$\varepsilon(t)$	Einheitssprung
E{.}	Erwartungswert
$FT_t\{.\}$	Fourier-Transformation bezüglich t
FT <sup>-1</sup> {.},IDFT{.}	inverse Fourier-Transformation
Im{.}	Imaginärteil
rect(.)	Rechteckfunktion
Re{.}	Realteil
si(.)	sin(x)/x-Funktion

#### griechische Buchstaben

ε, ε[k]	Amplitudenfehler, frequenzabhängig
$\Delta \phi, \Delta \phi[k]$	Phasenfehler, frequenzabhängig

$\phi_{gg}(t), \phi_{sg}(t)$	(Impuls-) Autokorrelations funktion, (Impuls-) Kreuzkorrelations funktion
$\phi_{hh}(t,\Delta t)$	Verzögerungs-Zeit-Korrelationsfunktion
$\phi_{hh}(t,0)$	Verzögerungsleistungsprofil
$\phi_{HH}(\Delta f, \Delta t)$	Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion
$\phi_{\text{HH}}(\Delta f, 0)$	Frequenzkorrelations-Funktion
$\phi_{HH}(0,\Delta t)$	mittlere Zeitkorrelationsfunktion
$\phi_{hh}(t_1,t_2,\Delta t)$	Autokorrelationsfunktion des im weiteren Sinn stationären (wide-sense stationary - WSS) Zufallsprozesses $h(\tau,t)$
$\phi_S(f_D)$	mittleres Doppler-Leistungsdichtespektrum
μ	LMS-Schrittweite
μ, μ[k]	Verzerrungsparameter, -koeffizient (Eigeninterferenz), frequenz- abhängig
ν, ν[k]	Verzerrungsparameter, -koeffizient, frequenzabhängig
$\rho_N$	Signal-Rauschleistungs-Verhältnis
$\sigma_{I}$	Verhältnis von Spiegelsignal-Störleistung zu (skalierter) Nutzsi- gnalleistung
$\sigma_N^2$	Rauschleistung
τ, τ <sub>p</sub>	Verzögerungszeit, Verzögerung des Pfades p
$\tau_{\rm max}$	Maximal zulässige Kanal-Stoßantwortlänge

#### lateinische Buchstaben

A <sub>i</sub>	komplexes Signalelement, komplexe Signalamplitude, komple- xer Spektralkoeffizient, komplexer Amplitudenkoeffizient, kom- plexe Unterträgeramplitude zum Abtastzeitpunkt (Zeitindex) i
A[k], A[l]	komplexer Amplitudenkoeffizient an dem Frequenzindex k, l
$A_{re}[k], A_{im}[k]$	Real-, Imaginärteil des komplexen Amplitudenkoeffizienten
A <sub>i</sub> [k]	Amplitudenkoeffizient zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k
$\hat{A}_{i}[k]$	Schätzwert des Amplitudenkoeffizienten
A'[k]	verzerrter Amplitudenkoeffizient
$A'_{re}[k], A'_{im}[k]$	Real-, Imaginärteil des verzerrten Amplitudenkoeffizienten
c[n]	komplexer Filterkoeffizient
ĉ[n]	(LMS-)Schätzwert des komplexen Filterkoeffizienten
<b>c</b> , <b>c</b> <sub>opt</sub>	(optimaler) Filterkoeffizientenvektor (Spaltenvektor)
C(f)	äquivalente Tiefpass-Übertragungsfunktion des Empfangsfilters

C <sub>i</sub> [k]	komplexer Filterkoeffizient zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k
d[n]	gewünschtes Filterausgangssignal (Referenzgröße)
D	Menge der Zeit-Frequenz-Indexpaare (i,k) an Nutzdatenträger- Positionen
D <sub>i</sub> [k]	Referenzsignal, komplexe Referenzamplitude zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k
D	Verzerrungsmatrix
D <sub>ε</sub>	die Amplitudenverzerrung beschreibende Matrix
D <sub>φ</sub>	die Phasenverzerrung beschreibende Matrix
D <sub>S</sub>	die lineare Skalierung des Nutzträgers beschreibende Matrix
D <sub>I</sub>	die IQ-Verzerrungen beschreibende Matrix
e[n], e <sub>opt</sub>	Schätzfehler, Schätzfehler im Optimalpunkt
E <sub>i</sub> [k]	Fehlersignal zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k
f	Frequenz
f <sub>c</sub>	Trägerfrequenz
f <sub>0</sub>	Mittenfrequenz
$f_{ZF1}, f_{ZF2}$	erste, zweite Zwischenfrequenz
f <sub>HF</sub>	Sende-/Empfangsfrequenz
f <sub>B</sub>	Signal-Bandbreite
fg	Signal-Grenzfrequenz
f <sub>k</sub> , f <sub>l</sub>	äquidistanteTrägerfrequenz
f <sub>s</sub>	Abtastfrequenz
f <sub>1</sub> , f <sub>2</sub>	untere, obere Grenzfrequenz des Bandpass-Signals
$\Delta f$	Spektralbereich, Frequenzabschnitt
$\Delta f_{K}$	Kohärenzbandbreite
g(t)	äquivalente Tiefpass-Impulsfunktion
$g_k(t), g_k[n]$	Trägerfunktion der Frequenz f <sub>k</sub>
G(f)	Sendefilter-/Impuls-Übertragungsfunktion
$ \mathbf{G}(\mathbf{f}) ^2$	Energiedichtespektrum
h(t), h[n]	äquivalente Tiefpass-Stoßantwort
$h(\tau,t), h(m,n)$	zeitvariante Kanalimpulsantwort
$h_p(t), h_p(n)$	komplexer Dämpfungsfaktor des p-ten Ausbreitungspfades
h <sub>BP</sub> (t)	Bandpass-(Kanal-)Stoßantwort
$H(f), H(e^{j2\pi f}), H[k]$	äquivalente Tiefpass-(Kanal-)Übertragungsfunktion
H <sub>BP</sub> (f)	Bandpass-(Kanal-)Übertragungsfunktion
H(f,t)	zeitvariante äquivalente Tiefpass-(Kanal-)Übertragungsfunktion
H <sub>i</sub> [k]	Kanalübertragungsfunktion zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k

$\hat{H}_{i}[k]$	Schätzwert der Kanalübertragungsfunktion
i	Zeitindex, zeitliche Symbolindizierung
J, J[n]	minimum mean-squared error (MMSE), zeit(index-)abhängig
k,l	Frequenzindex
L <sub>t</sub>	Abstand der Pilotträger in Zeitrichtung, Interpolationsfaktor in Zeitrichtung
L <sub>f</sub>	Abstand der Pilotträger in Frequenzrichtung (speziell: nach Zeitinterpolation), Interpolationsfaktor in Frequenzrichtung
m <sub>i</sub>	Signalnummer
М	Signalalphabet (Signalkonstellation) der Größe M
М	Anzahl der Koeffizienten eines Transversalfilters
n	Beobachtungszeitpunkt, Zeitindex
n(t), n[n]	Rauschsignal, zeitabhängig
Ν	DFT-Länge
Ν	Menge der natürlichen Zahlen
N <sub>h</sub>	Länge der Kanalimpulsantwort
$N[k], N_i[k]$	Frequenzkomponenten des Rauschsignals, zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k
р	p-ter Ausbreitungspfad, Verzögerung des zeitdiskreten Pfads
Р	Anzahl der diskreten Ausbreitungspfade
Р	Menge der Zeit-Frequenz-Indexpaare an Pilotträger-Positionen
р	Kreuzkorrelationsvektor
Q(f)	Gesamtübertragungsfunktion aus Sendefilterung, Kanalübertra- gungsfunktion und Empfangsfilterung bei Korrelationsfilteremp- fang
R	Kanalautokorrelationsmatrix
$r(t), r[n], r_i[n]$	äquivalentes (komplexes) Tiefpass-Empfangsignal, im i-ten Symbolintervall, zum Zeitindex i
r <sub>BP</sub> (t)	Bandpass-Empfangssignal
r <sub>k,k</sub>	Elemente der Autokorrelationsmatrix <b>R</b>
$s(t), s[n], s_i(t), s_i[n]$	Tiefpass-Sendesignal, komplexe Hüllkurve, im i-ten Symbolin- tervall, zum Zeitindex i
s <sub>l</sub> (t)	komplexe Trägerschwingung der Frequenz f <sub>l</sub> als Tiefpass-Sende- signal
$s_1(t), s_2(t)$	Quadraturkomponenten nach Filterung im äquivalenten Tief- passbereich
s <sub>re</sub> (t)	Quadraturkomponente, Inphase-/Kophasal-Komponente
s <sub>im</sub> (t)	Quadraturkomponente
s <sub>BP</sub> (t)	reelles Bandpass-Signal
s <sub>BP-AM</sub> (t)	rein amplitudenmoduliertes Bandpass-Signal
s'(t)	verzerrtes äquivalentes Tiefpass Signal

$s'_{re}(t), s'_{im}(t)$	Real-, Imaginärteil des verzerrten äquivalenten Tiefpass Signals
S(f), S <sub>i</sub> (f)	Spektrum, Spektralfunktion, im i-ten Symbolintervall
S <sub>1</sub> [k]	frequenzdiskrete Spektralfunktion an dem Frequenzindex 1
$S_1(f), S_2(f)$	Spektralfunktion der Quadraturkomponente nach Tiefpass-Filte- rung
S <sub>BP</sub> (f)	Bandpass-Spektrum
S'(f)	Spektrum des verzerrten äquivalenten Tiefpass-Signals
$S'_{Nutz1,2}[k]$	Gesamtspektrum des verzerrten Nutzträgers 1,2 an dem Frequen- zindex k
$S^+(f)$	Spektrum des reellen Bandpass-Signals für f > 0
S <sup>-</sup> (f)	Spektrum des reellen Bandpass-Signals für f < 0
$SN_{\Sigma}R$	Signal-Gesamtstörleistungs-Verhältnis
t	Beobachtungszeit
tg	maximale Zeitdauer des Eingangsprozesses
Ť	Symbolintervall, Gesamtdauer des OFDM-Symbols
Т	Abtastperiode
Τ'	Abtastperiode nach Interpolation
T <sub>G</sub>	Dauer des Schutzintervalls
T <sub>samp</sub>	Abtastperiode
T <sub>U</sub>	Dauer des OFDM-Symbols ohne Wiederholung des Schutzinter- valls (Nutzdauer)
$\Delta t$	Zeitspanne
$\Delta t_{\rm K}$	Kohärenzzeit, Korrelationsdauer
<b>u</b> [n]	Eingangsvektor
w(t),w[n]	(kausale) Rechteck-Fensterfunktion
y <sub>δ</sub> [n]	Impulsantwort
Y <sub>i</sub> [k]	Filterausgangssignal, im i-ten Symbolintervall, zum Zeitindex i
zi	Detektionsvariable, sufficient statistic zum Zeitindex i
Z <sub>i</sub> [k]	komplexe empfangene Unterträgeramplitude, Detektionsvariable zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k
$Z'_{i}[k]$	komplexe empfangene, verzerrte Unterträgeramplitude, Detekti- onsvariable zum Zeitindex i an dem Frequenzindex k
<b>z</b> ' <sub>i</sub> [k]	(verzerrter) Filtereingangsvektor zum Zeitindex i zur Bestim- mung des Amplitudenkoeffizienten an der Stelle k
## Verzeichnis der Abkürzungen

AM	Amplituden-Modulation
ARIB	Association of Radio Industries and Businesses
ATSC	Advanced Television Systems Committee
AWGN	additve white Gaussian noise
BB	Basisband
COFDM	coded orthogonal frequency division multiplexing
C/N	carrier-to-noise ratio, Signal-Störabstand
DA	data-aided
DCR	direct conversion receiver
DFT	diskrete Fourier-Transformation
DTFT	discrete-time Fourier transform
DVB	Digital Video Broadcasting
DVB-C	Digital Video Broadcasting - Cable
DVB-S	Digital Video Broadcasting - Satellite
DVB-T	Digital Video Broadcasting - Terrestrial
ETS	European Telecommunications Standard
ETSI	European Telecommunications Standards Institute
FFT	fast Fourier transform
FIFO	first in - first out
FIR	finite impulse response
HDTV	high definition television
HF	Hochfrequenz
ICI	intercarrier interference

IDFT	inverse diskrete Fourier-Transformation
IQ	inphase-quadrature
ISDB-T	Terrestrial Integrated Digital Services Broadcasting
ISI	intersymbol interference
LMS	least mean square
LTV	linear time-variant
MA	moving average
MMSE	minimum mean-squared error
MPEG	Moving Pictures Experts Group
NDA	non-data-aided
QAM	Quadratur-Amplituden-Modulation
OFDM	orthogonal frequency division multiplexing
PAM	Puls-Amplituden-Modulation
PRBS	pseudo random binary sequence
SAW	surface-acoustic-wave
SER	symbol error rate, Symbolfehlerrate
TS	transport stream
TV	television
US	uncorrelated scattering
WSS	wide-sense stationary
WSSUS	wide-sense stationary uncorrelated scattering
ZF	zero forcing

## Literaturverzeichnis

- [1] ETSI: Digital Broadcasting Systems For Television, Sound and Data Services-Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television, *European Telecommunication Standard ETS 300744*, Mar 1997
- [2] S. B. Weinstein, Paul M. Ebert: Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform. *IEEE Trans. Commun.*, Vol. COM -19, No. 5, pp. 628-634, Oct 1971
- [3] M. Alard, R. Lassalle: Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers. Reprint from *EBU Review-Technical No.224*, pp. 47-69, August 1987
- [4] John A. C. Bingham: Multicarrier Modulation for Data Transmission-An Idea Whose Time has Come. *IEEE Communications Magazine*, May 1990, pp. 5-14
- [5] *RACE dTTb Project WP 3.36*: COFDM I/Q Generation. Deliverable H95, Sept. 1994
- [6] H. D. Lüke: Signalübertragung. Springer-Verlag, Berlin 1985
- [7] J. Huber: Trelliscodierung. Springer-Verlag, Berlin 1992
- [8] H. Meyr, Marc Moeneclaey, Stefan A. Fechtel: *Digital Communication Receivers*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1997
- [9] Edward A. Lee, David G. Messerschmitt: *Digital Communication Second Edition -*. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London 1994
- [10] J. Lindner: Channel Coding and Modulation for Transmission over Multipath Channels. *AEÜ*, Vol. 49, No. 3, pp. 110-119, 1995
- [11] P. Shelswell: The COFDM modulation System-The Heart of Digital Audio Broadcasting. *Electronics & Communication Engineering Journal*, June 1995, pp. 127-136
- [12] H. Sari, G. Karam, I. Jeanclaude: Transmission Techniques for Digital Terrestrial TV Broadcasting. *IEEE Communications Magazine*, Feb 1995, pp. 100-109
- [13] K. D. Kammeyer: Nachrichtenübertragung. B.G. Teubner Stuttgart 1992
- [14] Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schafer: Discrete-Time Signal-Processing. Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, New Jersey 1989

- [15] A. Baier : Quadrature Mixer Imbalances in Digital TDMA Mobile Radio Receivers, Proc. Int'l Zurich Seminar on Digital Communications, Zurich, Switzerland, 1990, pp. 147-162
- [16] C.-L. Liu: Impacts of IQ Imbalance on QPSK-OFDM-QAM Detection, IEEE *Trans. on Consumer Electronics*, Vol. 44, No. 3, Aug 1998
- [17] H. Meyr: Regelungstechnik I, *Umdruck zur Vorlesung "Regelungstechnik I"*, Lehrstuhl für integrierte Systeme der Signalverarbeitung der RWTH Aachen, 1979
- [18] James K. Cavers, Maria W. Liao: Adaptive Compensation for Imbalance and Offset Losses in Direct Conversion Tranceivers. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Vol. 42, No. 4, pp. 581-588, Nov. 1993
- [19] Li Yu, W. Martin Snelgrove: A Novel Adaptive Mismatch Cancelling System for Quadrature IF Radio Receivers. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II*, Vol. 46, No. 6, pp. 789-801, June 1999
- [20] James K. Cavers: New Methods for Adaptation of Quadrature Modulators and Demodulators in Amplifier Linearization Circuits. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Vol. 46, No. 3, pp. 707-716, August 1997
- [21] John C. Conrad: System and Methods for Compensation of In-Phase and Quadrature Phase and Gain Imbalance, *United States Patent No* 5105195, Apr. 1992
- [22] S. Emami, C. H. Carter: Method and Apparatus for Correcting Phase and Gain Imbalances between In-Phase (I) and Quadrature (Q) Components of a Received Signal Based on a Determination of Peak Amplitudes, *United States Patent No* 5949821, Sept. 1999
- [23] J.P.Y. Lee: Wideband IQ-Demodulators: Measurement Technique and Matching Characteristics. *IEE Proc. - Radar, Sonar Navig.*, Vol. 143, No 5, pp. 300-306, Oct. 1996
- [24] S. Haykin: Adaptive Filter Theory. Third Edition. Prentice Hall Inc., Upper Saddle River/NJ, USA 1996
- [25] P. Gerdsen, P. Kröger: *Digitale Signalverarbeitung in der Nachrichtenübertragung.* 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1997
- [26] M. Buchholz, Motorola Semiconducteurs S. A. Toulouse: Persönliche Mitteilung
- [27] F. Claßen: Systemkomponenten für eine terrestrische digitale mobile Breitbandübertragung. Dissertation an der RWTH Aachen, Shaker Verlag Aachen, 1996

- [28] V. Engels, H. Rohling: Multilevel Differential Modulation Techniques (64-DAPSK) for Multicarrier Transmission Systems. *European Transactions on Telecommunications*, Vol. 6, No. 6, pp. 633-640, Nov/Dec 1995
- [29] J. Huber: Systemtheoretische Grundlagen der Modellierung von Mobilfunkkanälen. Lehrstuhl f
  ür Nachrichtentechnik, Universit
  ät Erlangen-N
  ürnberg, 1998
- [30] Pål. K. Frenger, N. Arne B. Svensson: Decision-Directed Coherent Detection in Multicarrier Systems on Rayleigh Fading Channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 48, No. 2, pp. 490-498, March 1999
- [31] O. Edfors, M. Sandell, J. J. van de Beek, S. K. Wilson, P. O. Börjesson: OFDM Channel Estimation by Singular Value Decomposition. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 46, No. 7, pp. 931-939, July 1998
- [32] O. Edfors: *Low-compexity algorithms in digital receivers*. Doctoral Thesis. Devision of Signal Processing, Luleå University of Technology, September 1996
- [33] R. Hasholzner: Adaptive Entzerrung zeitvarianter Störungen bei orthogonalem Frequenzmultiplex für drahtlose Festanschlüsse. Dissertation am Lehrstuhl für Integrierte Schaltungen der Technischen Universität München, Juni 1999
- [34] R. E. Crochiere, L. R. Rabiner: *Multirate Digital Signal Processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1983
- [35] C. S. Burrus, J. H. McClellan, A. V. Oppenheim, T. W. Parks, R. W. Schaffer, H. W. Schüssler: *Computer-Based Exercises for Signal Processing Using MATLAB*<sup>®</sup> Prenitce Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994
- [36] A. A. Hutter, R. Hasholzner, J.S. Hammerschmitt: Channel Estimation for Mobile OFDM Systems. *Proc. IEEE VTC '99 Fall*.
- [37] J. Rinne, M. Renfors: Pilot Spacing in Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems on Practical Channels. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. Vol. 42, No. 4, pp. 959-962, Nov 1996
- [38] M.-S. Kang, W.-J. Song: A Robust Channel Equalizer for OFDM TV Receivers. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. Vol. 44, No. 3, pp. 1129-1133, August 1998
- [39] J. G. Proakis: Digital Communications. McGraw-Hill, 3. Ed., 1995
- [40] M.-H. Hsieh, C.-H. Wei: Channel Estimation for OFDM Systems Based on Comb-Type Pilot Arrangement in Frequency Selective Fading Channels. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. Vol. 44, No. 1, pp. 217-225, Feb. 1998

- [41] P. Hoeher, S. Kaiser, P. Robertson: Two-Dimensional Pilot-Symbol-Aided Channel Estimation by Wiener Filtering. *IEEE International Conference on Acoustics*, *Speech and Signal Processing ICASSP-97.* Vol. 3, pp. 1845-1848
- [42] H. Schulze: The Performance of a Coded Multicarrier 64-QAM-System with Channel Estimation. 1<sup>st</sup> International OFDM Workshop in Hamburg, September 1999
- [43] F. Frescura, S. Pielmeier, G. Reali, G. Baruffa, S. Cacopardi: DSP Based OFDM Demodulator and Equalizer for Professional DVB-T Receivers. *IEEE Transactions* on *Broadcasting*, Vol. 45, No. 3, Sept. 1999
- [44] J. Rinne, M. Renfors: Equalization of Orthogonal Frequency Division Multiplexing Signals. *IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM* '94, Vol.1, pp. 415-419
- [45] S. U. H. Qureshi: Adaptive Equalization. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 73, No. 9, pp. 1349-1387, Sept. 1985
- [46] J. Rinne, M. Renfors: An Improved Equalizing Scheme for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems for Time-Variant Channels. *IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM* '95, Vol. 2, pp. 879-838
- [47] Cahners In-Stat Group: Digital Terrestrial TV Set Top Boxes Catching the New Digital Waves, Report No. MM0005ST, April 2000
- [48] Booz, Allen & Hamilton (Herausgeber): Zukunft Multimedia Grundlagen, Märkte und Perspektiven in Deutschland, Institut für Medienentwicklung und Kommunikation GmbH, Frankfurt am Main, 1996
- [49] U. Reimers: Digitale Fernsehtechnik Datenkompression und Übertragung für DVB. Springer Verlag, 1995
- [50] Digital Terrestrial Television Action Group (DigiTAG): http://www.digitag.org
- [51] Advanced Television Systems Committee (ATSC): *ATSC Digital Television Standard, Doc. A/53*, 16 Sept. 1995
- [52] Association of Radio Industries and Businesses (ARIB): *Terrestrial Integrated* Services Digital Broadcasting (ISDB-T) - Specification of Channel Coding, Framing Structure and Modulation. Final Draft Standard, 28 September 1998
- [53] M. Uehara, M. Takada, T. Kuroda: Transmission Scheme for the Terrestrial ISDB System. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, Vol. 45, No. 1, pp. 101-106, Feb. 1999

- [54] International Organisation for Standardization (ISO/IEC): Information Technology
   Generic Coding of Moving Pictures and Associated Audio: Systems. *ISO/IEC International Standard IS 13818-1*, November 1994
- [55] V. Engels, H. Rohling, S. Breide: OFDM-Übertragungsverfahren für den digitalen Fernsehrundfunk. Rundfunktechnische Mitteilungen 6/93, 37. Jahrgang, S. 260-270, November/Dezember 1993
- [56] F. J. In der Smitten: Digital Video Broadcasting Feldversuch zur digitalen Übertragung OFDM-codierter Farbbildsignale in einem terrestrischen Fernsehkanal. Rundfunktechnische Mitteilungen 3/93, S.130-141, 1993
- [57] T. De Couasnon, L. Danilenko, F. J. In der Smitten, U. E. Kraus: Results of the First Digital Terrestrial Broadcasting Field-Tests in Germany. *IEEE Transactions* on Consumer Electronics, Vol. 39, No. 3, pp. 668 - 675, Aug. 1993
- [58] N. K. Lodge, A. G. Mason: A Rugged and Flexible Digital Modulation Scheme For Terrestrial High Definition Television. *Proceedings NAB HDTV World Conference 1992*
- [59] J. D. Gibson (Editor in Chief): *The Mobile Communications Handbook*. CRC Press, Inc., 1996
- [60] M. Buchholz: Direktmischendes Empfangskonzept unter den funktypischen Randbedingungen eines Mobilfunkkanals. Theorie und experimentelle Untersuchungen. Dissertation der Technischen Fakultät der Universität des Saarlandes, Saarbrücken 1995
- [61] A. Papoulis: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes, 2nd Edition.* McGraw-Hill, 1986
- [62] A. Schuchert, R. Makowitz, M. Buchholz: Front End Architectures for Multistandard Digital TV Receivers. *IEEE Transactions on Consumer Electronics, Vol. 46, No. 3, pp. 422-427, Aug. 2000*
- [63] A. A. Abidi: Direct-Conversion Radio Tranceivers for Digital Communications. Journal of Solid-State Circuits, Vol. 30, No. 12, pp. 1399-1410, Dec. 1995
- [64] D. Marsh: Direct conversion receivers battle superhets for GSM design wins. EDN Europe, Oct. 2000