

**Simulationsmethodik für die Auslegung von
Abgasanlagen mit Funktionen zur aktiven
Schallfeldbeeinflussung durch adaptive Digitalfilter**

Vom Fachbereich Elektrotechnik, Informationstechnik und Medientechnik der
Bergischen Universität Wuppertal genehmigte Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs

von

Julius Rachor
geboren am 18.12.1984 in München

Referent: Prof. Dr.-Ing. Detlef Krahe
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Bernd Tibken

Tag der mündlichen Prüfung: 15.07.2016

5. August 2016

Die Dissertation kann wie folgt zitiert werden:

urn:nbn:de:hbz:468-20160812-134920-1

[<http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn%3Anbn%3Ade%3A468-20160812-134920-1>]

Für meinen Bruder Jonas

Danksagungen

Mein großer Dank gilt meinem Doktorvater Professor Dr.-Ing. Detlef Krahe, der mir diese Arbeit ermöglicht hat. Besonders danken möchte ich ihm für die großen Freiheiten bei der Gestaltung des Themas und für die tatkräftige Unterstützung sowie die vielen wertvollen Anregungen und Ideen zu dieser Arbeit. Mein Dank gilt außerdem Herrn Professor Dr.-Ing. Bernd Tibken für seine Unterstützung dieser Arbeit und die Übernahme des Korreferats.

Besonders bedanken möchte ich mich außerdem bei Herrn Dr.-Ing. Christoph Luttermann, der mir diese Arbeit möglich gemacht hat und der durch viele anregende und inspirierende Diskussionen zu deren Gelingen stark beigetragen hat. Mein Dank gilt außerdem Dr.-Ing. Thomas Berger, Dr.-Ing. Klaus Löffler und Herrn Robert Mirlach für ihre Unterstützung dieser Arbeit.

Meinem Kollegen Dr.-Ing. Carlos Ludwig danke ich für die umfangreiche Hilfe bei der Einarbeitung in das Feld der Gasdynamiksimulation und für viele anregende Gespräche rund um dieses Thema. Dr.-Ing. Simone Brunn und Dr.-Ing. Christian Guist danke ich herzlich für die Unterstützung bei der Strukturierung und Planung der Arbeit. Allen meinen Kollegen danke ich für ein kollegiales und freundliches Arbeitsklima während der Zeit dieser Arbeit.

Besonderer Dank gilt auch Herrn Armin Goudarzi für seine sehr guten Beiträge im Rahmen seiner Studienabschlussarbeit. Außerdem danke ich Herrn Christian Heyne und Herrn Andreas Gröbmair für ihr Mitwirken.

Für die Korrektur dieser Arbeit möchte ich mich außerdem bei Jeannine Böhlke, Lisa Rachor, Johanna Radke, Carlos Ludwig und Christian Guist bedanken.

Mein herzlicher Dank gilt besonders meiner Freundin Johanna Radke für die stetige moralische Unterstützung und ihre Geduld während dieser arbeitsintensiven Zeit.

Schließlich möchte ich mich besonders bei meiner Mutter und meinen Großeltern für ihre jahrelange Unterstützung bedanken.

Meinen Freunden danke ich sehr für ihre Unterstützung in jeder Lebenslage und für die vielen schönen gemeinsamen Momente.

Abstract

This thesis deals with the composition and validation of a simulation method which allows the virtual dimensioning of an active exhaust system. By use of such a system it is possible to reduce specific frequency components (Active Noise Cancellation) from the exhaust systems outlet noise and simultaneously amplify others (Active Sound Design). Due to the introduced simulation method it is possible to evaluate the acoustic emission and the electrical power consumption of the system as a function of all its geometrical, mechanical, electrical and algorithmic properties in the early development phase. Because of the high sound pressure levels within an exhaust system it is necessary to use a simulation method based on the non-linear, one-dimensional viscous Navier-Stokes equation for compressible fluids. Both, the load change of the internal combustion engine and the wave propagation in the one-dimensional flow model are depicted by this method. For the active control of the sound field within the exhaust system a model of an electrodynamic loudspeaker is generated, parameterized by means of component measurements and integrated into the exhaust system model. A pressure sensor is used as an error sensor for the active control of the sound field. This sensor is also modeled, validated by component tests and integrated in the exhaust model. The signal for driving the electrodynamic actuator is generated by several parallel connected adaptive notch filters based on the FxLMS algorithm. To be capable of dimensioning the system with operating the actuator at its performance limits a function is implemented to limit the driving signal to a given value without producing any distortion. Another function is implemented to adjust the acoustic emission to a given sound pressure level target. Based on a given sound design multiple spectral components of the acoustic emission are leveled by the algorithm to reach the given target values if physically possible. Due to a presented wave decomposition method in the time domain it is possible to define a virtual measurement point in the free-field on which the sound pressure targets are applied. Finally measurements are performed on an engine test bench on a prototype of an active exhaust system and the results are compared to those generated by the simulations.

Kurzfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Aufbau und der Validierung einer Simulationemethodik, welche die virtuelle Auslegung einer aktiven Abgasanlage ermöglicht. Mit einem solchen System ist es möglich je nach Betriebsstrategie bestimmte spektrale Anteile des Mündungsgeräusches zu mindern (Active Noise Cancellation - ANC) und gleichzeitig andere Anteile zu verstärken (Active Sound Design - ASD). Durch die in dieser Arbeit vorgestellte Simulationemethodik wird es möglich die Schallemission sowie die elektrische Leistungsaufnahme eines solchen Systems in Abhängigkeit aller geometrischen, mechanischen, elektrischen und algorithmischen Eigenschaften in der frühen Entwicklungsphase zu untersuchen und zu bewerten. Dabei wird aufgrund der hohen Schalldruckpegel, welche in einer Abgasanlage herrschen, ein numerisches Simulationsverfahren verwendet, welches auf der Lösung der nicht-linearen, eindimensionalen, reibungsbehafteten Navier-Stokes-Gleichung für kompressible Fluide beruht. Sowohl der Ladungswechselprozess des Verbrennungsmotors als auch die Wellenausbreitung in dem eindimensionalen Strömungsmodell der Abgasanlage werden dabei durch dieses Verfahren abgebildet. Zur aktiven Schallfeldbeeinflussung in der Abgasanlage wird ein Modell eines elektrodynamischen Lautsprechers erstellt, mittels geeigneter Komponentenversuche an einem Versuchsaktor parametrisiert und in das Abgasanlagenmodell integriert. Der für die Regelung als Fehlersensor eingesetzte Drucksensor wird ebenfalls durch ein entsprechendes Modell abgebildet, mittels Komponentenversuche an einem Versuchssensor validiert und in das Abgasanlagenmodell integriert. Das Ansteuerungssignal des Aktors wird dabei durch eine Parallelschaltung mehrerer Adaptive Notch Filter auf Basis des FxLMS-Algorithmus realisiert. Um eine Auslegung des Systems an der Leistungsgrenze des Aktors darstellen zu können, wird zusätzlich eine verzerrungsfreie Limitierung des Ansteuerungssignals des Aktors implementiert. Durch die Integration einer Funktion zur Zielpegelregelung wird außerdem die Vorgabe eines konkreten Sound-Designs möglich. Dieses wird durch den Algorithmus mittels Minderung oder Verstärkung der jeweiligen Spektralkomponenten im Rahmen der physikalischen Grenzen eingestellt. Abschließend ermöglicht ein Wellentrennungsverfahren im Zeitbereich die Zielpegelregelung auf eine virtuelle, im Freifeld befindliche Messposition. Schließlich werden anhand eines Versuchsaufbaus, bestehend aus einem Motor und einem Abgasanlagenprototypen Messungen an einem Motorprüfstand durchgeführt und mit den entsprechenden Simulationsergebnissen validiert.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Bedeutung der Antriebsakustik	2
1.1.1	Anforderungen an die Abgasanlage	3
1.1.2	Zielkonflikte bei der Entwicklung von Abgasanlagen	4
1.2	Prinzip und Lösungsraum einer aktiven Abgasanlage	6
1.3	Ziel und Aufbau dieser Arbeit	8
2	Grundlagen	11
2.1	Grundlagen der technischen Akustik	11
2.1.1	Theorie der Hydrodynamik	12
2.1.2	Lineare Akustik	14
2.2	Grundlagen der Elektroakustik	20
2.2.1	Elektromechanische Analogien	20
2.2.2	Elektroakustische Wandler	23
2.3	Gasdynamik eines Verbrennungsmotors	27
2.3.1	Aufbau und Ladungswechselprozess	27
2.3.2	Akustisches Quellsignal	28
2.4	Grundlagen der aktiven Schallfeldbeeinflussung	31
2.4.1	Physikalische Wirkmechanismen	33
2.4.2	Klassifizierung von Systemen zur aktiven Schallbeeinflussung	40
3	Modellbildung	41
3.1	Gasdynamik	43
3.1.1	Finite Differenzen Methode im Zeitbereich	44
3.1.2	Abgasanlagensimulation in GT-Suite	50
3.2	Elektrodynamischer Lautsprecher	51
3.2.1	Lineares Lautsprechermodell	52
3.2.2	Nicht-lineares Lautsprechermodell	66

3.2.3	Implementierung in Simulink	71
3.3	Modellierung des Drucksensors	73
3.3.1	Sensoreigenschaften	74
3.3.2	Modellumsetzung in Simulink	75
3.4	Regelungsalgorithmus	77
3.4.1	FxLMS-Algorithmus	77
3.4.2	Sekundärstreckenidentifikation	90
3.4.3	Spannungsbegrenzung	90
3.4.4	Zielpegelregelung	92
3.4.5	Wellentrennung	97
4	Komponentenversuche	103
4.1	Aktormessungen	103
4.1.1	Lautsprechervermessung	103
4.1.2	Versuchsaufbau	111
4.1.3	Versuchsdurchführung und Versuchsergebnisse	112
4.2	Sensormessungen	119
4.2.1	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	119
4.2.2	Versuchsergebnisse	120
5	Simulation des aktiven Gesamtsystems	123
5.1	Modellierung der aktiven Versuchsanlage	123
5.2	Simulationsergebnisse	124
5.2.1	Deaktivierte Regelung	124
5.2.2	Sekundärstreckenbestimmung	130
5.2.3	Minderung einer und mehrerer Ordnungen	130
6	Versuche an einem aktiven Gesamtsystem	149
6.1	Messaufbau und Durchführung	150
6.2	Versuchsergebnisse	152
7	Modellvalidierung und Ergebnisdiskussion	157
8	Zusammenfassung und Ausblick	163
8.1	Zusammenfassung	163
8.2	Ausblick	165

A Glossar	167
Abkürzungen	168
Mathematische Operatoren und Definitionen	168
Symbole	169
B Anhang	177
Literaturverzeichnis	190

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematischer Aufbau einer aktiven Abgasanlage	7
2.1	Schnitt durch einen elektrodynamischen Konuslautsprecher	25
2.2	Aufbau und Arbeitsweise eines Viertakt-Ottomotors	27
2.3	Simulation des Gasdynamikprozesses in einem Zylinder	29
2.4	Prinzip der aktiven Schallminderung. Patentschrift von Lueg (1933) .	32
2.5	Prinzip des Hüllflächenverfahrens	33
2.6	Theoretisches Prinzip der aktiven Schallminderung in einem eindimen- sionalen, unendlich langen System	34
2.7	Theoretisch erreichbare Minderung ΔL_{Mind}	39
3.1	Struktur der Simulationsumgebung zur Auslegung einer aktiven Ab- gasanlage	43
3.2	Diskretisierung des Abgassystems mit dem Ansatz eines versetzten Gitters	45
3.3	Prinzip der elektromagnetischen Krafterzeugung einer in einem Luft- spalt befindlichen Schwingspule	54
3.4	Überführung des elektrischen Subsystems in ein elektrisch äquivalen- tes Ersatzschaltbild	56
3.5	Elektrische Impedanz des elektrischen Subsystems in Abhängigkeit der Spulenlänge l	57
3.6	Gesamtsteifigkeit eines elektrodynamischen Lautsprechers in Abhän- gigkeit seines Rückvolumens	60
3.7	Überführung des mechanischen Subsystems in ein elektrisch äquiva- lentes Ersatzschaltbild	62
3.8	Mechanische Impedanz des mechanischen Subsystems	63
3.9	Ersatzschaltbild des elektroakustischen Gesamtsystems des Lautspre- chers	64

3.10	Frequenzgang der elektrischen Impedanz des elektroakustischen Gesamtsystems	65
3.11	Ersatzschaltbild des nicht-linearen elektroakustischen Gesamtsystems des Lautsprechers	68
3.12	Vergleich zwischen linearer und nicht-linearer Steifigkeit des Rückvolumens und der Membranaufhängung	69
3.13	Einseitiger Schnitt durch einen Lautsprechertreiber	70
3.14	Normierter Kraftfaktor $Bl(x_M)/Bl(x_M = 0)$ zweier Aktoren mit und ohne Spulenüberhang	71
3.15	Flussdiagramm des Aktormodells zur Implementierung in Simulink.	72
3.16	Foto des verwendeten Versuchsdrucksensors	73
3.17	Modell des Fehlersensors	75
3.18	Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage	78
3.19	Vereinfachtes Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage	79
3.20	Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage mit FxLMS-Algorithmus	86
3.21	Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage mit Adaptive Notch Filter	89
3.22	Prinzip der verwendeten Sekundärstreckenidentifikation	91
3.23	Quadraturmischer zur Filterung des Fehlersignals	94
3.24	Bandpassfilterung des Fehlersignals $e(k)$	95
3.25	Schalldruckpegel am Fehlersensor für Zielregelung der 4,5-ten Motorordnung	96
3.26	Prinzip der Wellentrennung in einem Rohr	98
3.27	Real- und Imaginärteil des komplexen Fehlersignals e_f	100
3.28	Zeitsignale der hinlaufenden, der rücklaufenden, und der resultierenden Gesamtwelle sowie der Zeitvariablen t_k	101
4.1	Amplitudengang und Phasengang der elektrischen Impedanz des Gesamtsystems zur Bestimmung der Treiberparameter	104
4.2	Versuchsaufbau zur Identifikation des nicht-linearen Treibers	111
4.3	Versuchsaufbau zur Messung der Aktorparameter mit und ohne Rückvolumen	114
4.4	Vergleich von Simulations- und Messergebnissen des Versuchsaktors des linearen Modells ohne Rückvolumen	115
4.5	Vergleich von Simulations- und Messergebnissen des Versuchsaktors des linearen Modells mit Rückvolumen	115
4.6	Membransteifigkeit $D_M(x_M)$ des Versuchsaktors. Vergleich der Messwerte zu der in der Simulation verwendeten Polynomfunktion	116

4.7	Kraftfaktor $Bl(x_M)$ des Versuchsaktors, Vergleich der Messwerte zu der in der Simulation verwendeten Polynomfunktion	117
4.8	Vergleich von Simulations- und Messergebnissen des Versuchsaktors des nicht-linearen Modells ohne Rückvolumen	118
4.9	Vergleich von Simulations- und Messergebnissen des Versuchsaktors des nicht-linearen Modells mit Rückvolumen	118
4.10	Versuchsaufbau zur Bestimmung der Eigenschaften des Versuchssensors	119
4.11	Schalldruckpegel des Versuchssensors und des Referenzsensors in der verwendeten Rohrschallquelle	120
4.12	Periodogramm des Sensorrauschens, Vergleich der Messung mit dem Komponentenmodell des Sensors	121
5.1	Schematischer Aufbau der Versuchsanlage	124
5.2	Campbell-Diagramm des Mündungsgeräusches mit starrer Aktormembran	125
5.3	Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor für den nicht angesteuerten Aktor	128
5.4	Dynamische Membranauslenkung der 1,5-ten Motorordnung des nicht angesteuerten Aktors	128
5.5	Gesamtauslenkung der Aktormembran für den kurzgeschlossenen und offenen Zustand des Aktors	129
5.6	Induktionsspannung und Induktionsstrom der 1,5-ten Motorordnung des nicht angesteuerten Aktors	129
5.7	Betrag der Sekundärstrecke multipliziert mit der für den Aktor maximal zulässigen Spannung $\hat{u}_{Lim} = 14.14 \text{ V}$	131
5.8	Phasengang der Sekundärstrecke $S(j\omega)$ für das lineare und das nicht-lineare Aktormodell	131
5.9	Schalldruckpegel der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt) und „ANC an“, mit aktivierter Minderung der 1,5-ten Motorordnung (durchgezogen)	133
5.10	Membranauslenkung der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung und die Gesamtauslenkung der Membran (schwarz gestrichelt), jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt) und „ANC an“, mit aktivierter Minderung der 1,5-ten Motorordnung (durchgezogen)	134

5.11	Aktorspannung und Aktorstrom der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung und die Gesamtspannung bzw. der Gesamtstrom (schwarz gestrichelt), mit aktivierter Minderung der 1,5-ten Motorordnung	135
5.12	Schalldruckpegel der 1,5-ten (blau) und der 3-ten (grün) Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt), „ANC an“ ohne Spannungslimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannungslimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)	138
5.13	Schalldruckpegel der 4,5-ten (rot) und der 6,0-ten (violett) Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt), „ANC an“ ohne Spannungslimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannungslimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)	139
5.14	Membranauslenkung der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt), „ANC an“ ohne Spannungslimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannungslimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)	140
5.15	Aktorspannung und Aktorstrom der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung, jeweils für die Zustände „ANC an“ ohne Spannungslimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannungslimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)	141
5.16	Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielamplitude Null (blau) und Zielpegelminderung auf 75 dB SPL (gelb) bzw. 85 dB SPL (grün)	144
5.17	Schalldruckpegel der 3-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielamplitude Null (blau) und Zielpegelminderung auf 75 dB SPL (rot)	145
5.18	Schalldruckpegel der 7,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielamplitude Null (blau) und Zielpegelminderung auf 50 dB SPL (grün)	146

5.19	Schalldruckpegel der 3-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels online Wellentrennungsverfahren (rot), Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels analytisch berechnetem Reflexionsfaktor mit aktuellen Simulationswerten für T_0 und v_0 (dunkelblau gestrichelt), Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels analytisch berechnetem Reflexionsfaktor mit aktuellen Simulationswerten für v_0 und einem geschätzten Wert $T_0 = 700$ K (gelb) und Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels analytisch berechnetem Reflexionsfaktor mit den geschätzten Werten $T_0 = 700$ K und $v_0 = 45$ m s ⁻¹ (türkis gestrichelt)	147
6.1	Struktureller Aufbau des Echtzeitsystems. Aktoren A1 und A2, Temperatursensoren T1 und T2, Drucksensoren p1 und p2 und Freifeldmikrofone Mic1 und Mic2	150
6.2	Foto des Prüfstandaufbaus	151
6.3	Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor	153
6.4	Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Aktorstrom der 1,5-ten Motorordnung	153
6.5	Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 3-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor	154
6.6	Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Aktorstrom 3-ten Motorordnung	154
6.7	Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 4,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor	155
6.8	Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Aktorstrom der 4,5-ten Motorordnung	155
6.9	Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 6-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor	156
6.10	Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Aktorstrom der 6-ten Motorordnung	156
B.1	Kennlinie des Versuchssensors	177
B.2	Beispielhafter Verlauf des Fehlersignals $e(k)$ sowie die durch den Quadraturmischer erzeugten Signale $y'_1(k, 1)$ und $y'_2(k, 1)$	178

B.3	Beispielhafter Verlauf der Signale $y_1(k, 1)$ und $y_2(k, 1)$ sowie die aus diesen berechnete Amplitude $\hat{e}_f(k, 1)$ des Fehlersignals $e(k)$	179
B.4	Betrag und Phase des durch den Algorithmus berechneten komplexen Reflexionsfaktors bei einer Drehzahl von $n = 5250 \text{ min}^{-1}$	179
B.5	Differenzschalldruckpegel zwischen Mündungspegel und Freifeldpegel von zwei identischen Mündungen im Abstand von $1,2 m$ auf der Höhe von $z = 0,3 m$ (mit Bodenreflexionen)	180
B.6	Differenzschalldruckpegel zwischen Mündungspegel und Freifeldpegel von zwei identischen Mündungen im Abstand von $1,2 m$ auf der Höhe von $z = 0,3 m$ (mit Bodenreflexionen)	180
B.7	Differenzschalldruckpegel zwischen Mündungspegel und Freifeldpegel von zwei identischen Mündungen im Abstand von $1,2 m$ auf der Höhe von $z = 0,3 m$ (mit Bodenreflexionen)	181
B.8	Näherung des Reflexionsfaktors nach Munjal für den Mündungsradius $a = 0,035 m$	181
B.9	Mediumstemperatur T_0 und Mediumsgeschwindigkeit v_0 der simulierten Versuchsabgasanlage im Endrohr	182

Tabellenverzeichnis

2.1	Gestalt der Druck- und Schnellefelder jeweils für schallharte und schallweiche Reflexionsstellen an der Position $x=0$	19
2.2	Grundgleichungen mechanischer und elektrischer Systeme	21
2.3	Elektromechanische Entsprechung der mechanischen und elektrischen Grundgrößen	21
3.1	Schaltzustände des Simulink-Aktormodells	72
4.1	Lineare Parameter des Versuchsaktors	113

Kapitel 1

Einleitung

Durch den allgemeinen technischen Fortschritt und dem damit verbundenen gesellschaftlichen Wandel haben sich die Ansprüche, welche Kunden an moderne Personenkraftfahrzeuge stellen, stark verändert. Standen früher vor allem pragmatische und grundlegende, funktionale Anforderungen im Zentrum der Kundenerwartung, so bestimmen heute zunehmend emotionale und sensuelle Aspekte eine Kaufentscheidung und später die Kundenzufriedenheit mit. Gerade im Premiumsegment der Automobilindustrie sind die Komfortansprüche an ein Fahrzeug in den letzten Jahrzehnten stark gestiegen. Zudem sind die Vorstellungen und Anforderungen an moderne Fahrzeuge oft von ambivalenter Natur. So steigt beispielsweise der Wunsch nach Fahrzeugen, welche hohe Motorleistungen mit einem geringen Kraftstoffverbrauch verbinden. Ein weiteres Beispiel ist der Wunsch nach Fahrzeugen, die hohen Fahrkomfort aufweisen, bei Bedarf aber einem hohen Anspruch an Sportlichkeit und Dynamik genügen müssen. Diese ambivalenten Anforderungen führen in der Fahrzeugentwicklung zu einer Vielzahl an Zielkonflikten, deren Auflösung in hohem Maße den Charakter des so entstehenden Produktes prägen und stark wettbewerbsdifferenzierend sind. Neben dem visuellen Eindruck eines Fahrzeuges ist die akustische Wahrnehmung mit der wichtigste Sinneseindruck beim Erleben eines Fahrzeuges und prägt fundamental das Qualitätsempfinden eines Kunden. Neben den immer anspruchsvoller werdenden Kundenerwartungen sieht sich die Automobilindustrie vielen weiteren Herausforderungen gegenübergestellt. Dabei spielt vor allem die Ressourcenknappheit, der langfristige Preisanstieg fossiler Kraftstoffe, der Klimawandel und die daraus folgenden gesetzlichen Anforderungen zur CO₂-Emission neuer Kraftfahrzeuge eine zentrale Rolle für die Antriebsentwicklung der Zukunft. Die Summe dieser neuen Herausforderungen führt zu neuen Zielkonflikten in der Fahrzeugentwicklung und erfordert zunehmend neue Antriebskonzepte wie beispielsweise Hybridfahrzeuge. Wie in den

folgenden Abschnitten näher beschrieben, führen hohe Kundenerwartungen und die Verschärfung dieser Zielkonflikte zu immer größeren Herausforderungen in der Antriebsakustik.

1.1 Bedeutung der Antriebsakustik

Die Optimierung der Akustik und wahrnehmbarer, gefühlter Schwingungen¹ stellt einen wichtigen Teil moderner Fahrzeugentwicklungsprozesse dar. Über eine gezielte Geräuschgestaltung wird dabei ein zum Fahrzeug passender Klangeindruck generiert. Die Akustikentwicklung ist dabei eine hochgradig fachübergreifende Aufgabe, welche die Mitgestaltung verschiedenster Bauteile und Funktionen des Fahrzeuges mit einschließt. Die Fahrzeugakustik kann grundsätzlich in zwei Maßnahmengruppen eingeteilt werden. Die erste Gruppe beschäftigt sich mit der Beseitigung unangenehmer Störgeräusche bzw. Schwingungen und ist auch unter dem Begriff „Sound Cleaning“ bekannt. Maßnahmen, die das Ziel verfolgen, einen zum Fahrzeug und zur entsprechenden Fahrsituation passenden Klangcharakter zu erzeugen, werden auch unter dem Begriff „Sound Engineering“ oder „Sound Design“ zusammengefasst. Die Fahrzeugakustik lässt sich außerdem nach verschiedenen Geräuschquellen klassifizieren, welche letztendlich für den akustischen Gesamteindruck im Innenraum, teilweise aber auch für die akustische Außenwirkung des Fahrzeuges verantwortlich sind. Eine Kategorie stellen dabei fahrbahnerregte Geräusche dar. Diese können beispielsweise Vibrationen sein, welche über das Fahrwerk als Körperschall in die Fahrzeugstruktur eingekoppelt werden und schließlich als Vibrationen und Luftschall im Fahrzeuginnenraum von den Fahrzeuginsassen wahrgenommen werden. Als eine weitere Kategorie ist die Strömungsakustik zu nennen, welche sich mit aerodynamisch erzeugten Geräuschen beschäftigt. Ein weiteres Feld der Fahrzeugakustik stellen Geräusche und Schwingungen dar, die durch den Betrieb von Nebenaggregaten wie beispielsweise Bremskraftverstärkern erzeugt werden. Eine weitere Kategorie umfasst Betätigungsgeräusche (z.B. das Türschließen) und bewusst erzeugte Klangzeichen wie das Geräusch bei der Betätigung des Blinkers. Schließlich befasst sich die Antriebsakustik mit allen Geräuschquellen welche dem Antriebsstrang zuzuordnen sind. Diese umfasst wiederum alle Subsystem des Antriebsstrangs wie Verbrennungsmotor, Ansaug- und Abgassysteme, Getriebe, Hinterachsgetriebe sowie Elektromotoren im Fall von elektrifizierten Fahrzeugen. Die Antriebsakustik trägt dabei massiv zum Fahreindruck bei. Da der Antriebsstrang aus einer Vielzahl an bewegten Einzelteilen

¹auch unter dem Begriff Noise-Vibration-Harshness, kurz NVH bekannt

besteht, ergibt sich folglich eine große Bandbreite an möglichen Geräuschquellen. Die Entwicklung eines adäquaten Antriebsgeräusches erfordert daher ein tiefes Verständnis sowohl für die ablaufenden physikalischen Vorgänge im Antriebssystem als auch ein fundiertes Verständnis der technischen Akustik sowie der Psychoakustik. Weiterführende Informationen zum Thema Fahrzeugakustik und Sound-Engineering können beispielsweise [Zel09] und [Gen10] entnommen werden.

1.1.1 Anforderungen an die Abgasanlage

Bei konventionellen Ottomotoren sind von allen Geräuschquellen des Antriebs die Ladungswechselgeräusche des Verbrennungsmotors in vielen Betriebszuständen pegelbestimmend, was deren Gestaltung mit zum Hauptwerkzeug der Sound-Entwicklung eines Fahrzeuges macht. Dabei sind die durch das Ansaugsystem abgestrahlten Geräusche in der Regel weniger charakterprägend wie die Mündungsgeräusche der Abgasanlage. Dies gilt insbesondere für Verbrennungsmotoren mit Abgasturboladern. Wie im zweiten Kapitel dieser Arbeit noch näher erläutert wird, erzeugt der Ladungswechselprozess des Verbrennungsmotors ein Anregungsgeräusch, das sich zum größten Teil aus der jeweiligen Zündfrequenz des Motors und deren ganzzahligen Vielfachen zusammensetzt. Die Anzahl der Zylinder, die Zündfolge der Zylinder und die Ausprägung des Brennverfahrens sind Größen, welche die spektrale Zusammensetzung des Anregungsgeräusches dabei stark beeinflussen. Der Gestaltungsspielraum dieser Größen ist aufgrund einer Vielzahl an funktionalen Zielvorgaben meist eingeschränkt. Dies ist auch der Grund dafür, dass der Gestaltung von Ansaug- und Abgassystem bei der Sound-Entwicklung eine besondere Rolle zukommt. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit soll der Fokus auf die Abgasanlage als Gestaltungselement der Antriebsakustik gelegt werden. Es sei aber bereits jetzt erwähnt, dass die dabei vorgestellte Methodik auch auf die Entwicklung von Ansaugsystemen übertragen werden kann. Die Gestaltung des Mündungsgeräusches konventioneller Abgasanlagen erfolgt durch die gezielte geometrische Abstimmung des Abgassystems. Dabei werden durch Rohrlängen, Rohrdurchmesser und vor allem durch den Innenaufbau von Vor-, Mittel- und Nachschalldämpfern die Schalldruckpegel bestimmter Frequenzbereiche im Anregungsgeräusch des Motors gezielt verändert. Die Entwicklung der Abgasanlage ist dabei ebenfalls von diversen Zielkonflikten geprägt, auf die im Folgenden weiter eingegangen werden soll.

1.1.2 Zielkonflikte bei der Entwicklung von Abgasanlagen

Die Abgasanlage in einem Kraftfahrzeug erfüllt im wesentlichen zwei Hauptaufgaben. Zum einen wird das Abgas im Abgassystem beispielsweise durch einen Katalysator oder einen Partikelfilter gereinigt, zum anderen müssen die vom Verbrennungsmotor erzeugten, extrem hohen Schalldruckpegel auf ein für die Umwelt und den Fahrer erträgliches Maß gemindert werden. Dabei sind allein die akustischen Zielvorstellungen bei der Abgasanlagenentwicklung sehr vielseitig, teilweise ambivalent und zusätzlich von der Fahrsituation abhängig. So soll die Abgasanlage etwa bei entspannter Fahrweise die Schallemission der Abgasmündung so weit wie möglich reduzieren, um ein komfortables Fahrgefühl für den Fahrer zu erreichen und eine möglichst geringe Lärmbelastung für die Umwelt sicherzustellen. Dabei spielen insbesondere auch Störgeräusche wie Strömungsrauschen oder Brummen eine große Rolle. Auf der anderen Seite besteht bei sportlicher und dynamischer Fahrweise der Wunsch nach einer emotionalisierenden akustischen Rückmeldung des Antriebs. Dabei besteht die besondere Herausforderung des Sound Designs darin, das Mündungsgeräusch der Abgasanlage in seiner Klangfarbe und Lautstärke möglichst gut an den Betriebszustand des Motors und den Fahrzustand des Fahrzeuges anzupassen. Eine besondere Schwierigkeit entsteht durch die Anforderung, mit einem Abgasanlagensystem je nach Fahrzustand entweder einen emotionalisierenden und sportlichen Klang oder ein komfortables und möglichst leises Mündungsgeräusch darstellen zu können. Um diese Variabilität überhaupt realisieren zu können, werden heutzutage vielfach pneumatisch oder elektrisch angesteuerte Abgasklappen verwendet. Diese ermöglichen es, den effektiven Endrohrquerschnitt einer Abgasanlage zwischen zwei Werten zu variieren oder einen Bypass eines Schalldämpfers oder eines Schalldämpferteils zu öffnen bzw. zu schließen. Bei der GesamtAbstimmung des Mündungsgeräusches muss dabei stets darauf geachtet werden, dass das Gesamtfahrzeug die gesetzlich vorgeschriebenen Schallemissionsgrenzwerte einhält. Neben den gerade beschriebenen akustischen Anforderungen müssen bei der Entwicklung und Industrialisierung eines Abgasanlagensystems viele weitere fahrzeugtechnische und gesetzliche Randbedingungen berücksichtigt werden. Seitens der Motorentwicklung und der Gesamtfahrzeugentwicklung ergeben sich verschiedene weitere Ziele bezüglich des Gewichtes und des Bauraums der Anlage, aber auch bezüglich des maximal zulässigen Druckverlustes, welcher beim Durchströmen des Abgases durch die Abgasanlage entsteht. Druckverlust, Bauraum und Gewicht stehen dabei im direkten Zielkonflikt mit der Entwicklung eines leisen und komfortablen Mündungsgeräusches. Vor allem für die Minderung tieffrequenter Schallemissionen durch konventionelle Schalldämpfer sind meist große Schalldämpfervolumen

nötig. Die Integration großvolumiger Schalldämpfer ins Fahrzeug führt allerdings zu einem erhöhten Bauraumbedarf und zu Gewichtssteigerungen der Abgasanlage. Die Verkleinerung von Rohrquerschnitten in der Abgasanlage führt zu erhöhten Strömungswiderständen (und so zu höherem Gegendruck), was die Effizienz des Verbrennungsmotors negativ beeinflusst und so direkte Nachteile in der Motorleistung, im Kraftstoffverbrauch und in der CO₂-Emission des Fahrzeuges zur Folge haben kann. Aktuelle Trends in der Entwicklung von Verbrennungsmotoren führen aus Effizienzgründen zu der Reduzierung der Zylinderanzahl bei gleichzeitiger Aufrechterhaltung oder Steigerung der Motorleistung², was aus akustischer Sicht zu tieffrequenteren Geräuschen mit teilweise höheren Pegeln führt und den beschriebenen Zielkonflikt weiter verschärft. Aus den vorangegangenen Überlegungen zeigt sich, dass die Entwicklung von Abgassystemen moderner Personenkraftfahrzeuge einer Vielzahl an Anforderungen und Zielvorgaben unterworfen ist. Die so entstehenden Zielkonflikte verschärfen sich aktuell immer weiter. Folglich ist der Lösungsraum durch die geometrische Gestaltung konventioneller Abgasanlagen immer häufiger nicht mehr ausreichend, um alle Anforderungen zufriedenstellend zu erfüllen.

²Dieser Trend ist im Rahmen der Fahrzeug- und Motorenentwicklung auch unter dem Begriff „Downsizing“ bekannt.

1.2 Prinzip und Lösungsraum einer aktiven Abgasanlage

Die Minderung des Mündungsgeräusches konventioneller Abgasanlagen basiert physikalisch neben dissipativen Effekten³ auf Schallreflexion. In Reflexionsschalldämpfern wird dieser Effekt durch Querschnittssprünge entlang der Rohrführungen erreicht. Querschnittssprünge führen allerdings zur Ausbildung turbulenter Strömungen und dadurch zu Strömungswiderständen im Abgassystem. In den letzten Jahren sind deswegen aktiv geregelte Methoden zur Minderung von tieffrequenten Abgasgeräuschen von Fahrzeugen immer weiter in das Interesse verschiedener Untersuchungen gerückt. Dabei wird ein passender Aktuator im Abgassystem angebracht und durch eine Regelungseinheit so angesteuert, dass sich eine Minderung des Mündungsgeräusches der Abgasanlage einstellt. Untersuchungen von Boonen und Sas zeigen die Möglichkeit, als Aktuator ein elektrisch angesteuertes Ventil im Abgasstrang in Verbindung mit einem Puffervolumen zu verwenden, um eine Minderung des Abgasgeräusches zu erreichen [BS99]. Andere Ansätze nutzen als Aktuatoren elektrodynamische Lautsprecher beispielsweise zur Reduzierung des Abgasmündungsgeräusches von diesel-elektrischen Lokomotiven [RKHR05]. Wie die Firma Eberspächer gezeigt hat, ist die Nutzung elektrodynamischer Lautsprecher auch für die Anwendung in Personenkraftfahrzeugen hinsichtlich Gewichts- und Bauraumreduzierung oder zur Reduzierung des Strömungswiderstandes einer Abgasanlage eine attraktive Technologie [KRJ14]. Der Aufbau einer auf einem elektrodynamischen Aktuator basierenden aktiven Abgasanlage ist in Abbildung 1.1 zu sehen. Das konventionelle Abgassystem wird dabei um einen elektrodynamischen Aktuator erweitert, welcher über eine entsprechende Rohrzusammenführung Schall in das System einkoppelt. Ein Steuergerät erzeugt auf Basis der Motordrehzahl ein Signal, welches den Aktuator ansteuert. Das durch den Verbrennungsmotor erzeugte Schallfeld überlagert sich dabei mit dem durch den Aktuator generierten Schallfeld in der Abgasanlage. Das Ergebnis dieser Überlagerung wird von einem am Abgassystem angebrachten Drucksensor gemessen und das so gewonnene Signal an das Steuergerät zurückgeführt. Durch die geregelte Überlagerung beider Schallfelder soll dabei das Mündungsgeräusch der Abgasanlage gezielt beeinflusst werden. Zur Gestaltung des Klangcharakters eines Fahrzeuges ist es mit einer aktiven Abgasanlage so möglich, bestimmte spektrale Anteile des Mündungsgeräusches zu mindern und gleichzeitig andere Anteile zu verstärken. Die Minderung bestimmter Ordnungen wird dabei durch Überlagerung gegenphasiger Schallfelder erreicht und ist in diesem Zusammenhang als „Active Noise Cancell-

³Dissipation von Schallenergie ist in Abgasanlagen vor allem im höheren Frequenzbereich effektiv möglich.

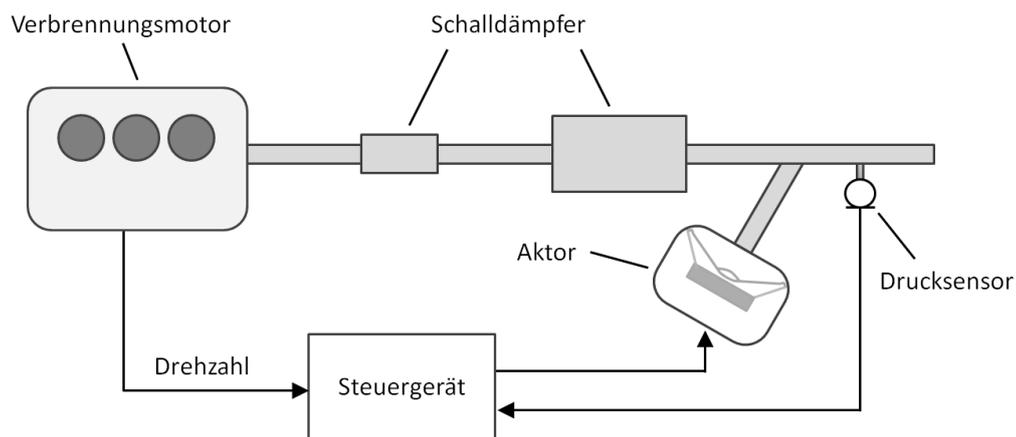


Abbildung 1.1: Schematischer Aufbau einer aktiven Abgasanlage

tion“ (ANC) bekannt. Das Hinzufügen zusätzlicher Spektralkomponenten zu einem bestehenden Mündungsgeräusch wird hingegen als „Active Sound Design“ (ASD) bezeichnet. Die funktionalen Möglichkeiten eines solchen Systems stellen dabei eine echte Erweiterung einer konventionellen Abgasanlage dar. Da durch die Verwendung eines solchen aktiven Systems die Verkleinerung oder im Extremfall der Entfall passiver Schalldämpfer ermöglicht wird, können die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Zielkonflikte bei der Entwicklung von Abgasanlagen auf diese Weise teilweise entschärft werden. Aus der Sicht der Antriebsakustik bietet ein solches System außerdem die Möglichkeit unterschiedlichste Klangausprägungen mit nur einem Abgassystem darzustellen. Auf diese Weise kann der Klangcharakter und die Schallemission eines Fahrzeuges je nach Fahrzustand durch die jeweiligen Softwareausprägungen des Steuergerätes stark differenziert werden. Weitere betriebswirtschaftliche Potenziale ergeben sich durch die Möglichkeit, verschiedenste Fahrzeugderivate oder Ländervarianten von Fahrzeugen durch reine Softwareanpassungen zu differenzieren, ohne verschiedene Hardwarevarianten der Abgasanlage entwickeln und industrialisieren zu müssen.

1.3 Ziel und Aufbau dieser Arbeit

Um im Rahmen konkreter Fahrzeugprojekte das praktisch umsetzbare Potenzial einer aktiven Abgasanlage unter Berücksichtigung aller Randbedingungen und Komponenteneigenschaften in der frühen Entwicklungsphase evaluieren zu können, ist eine virtuelle Auslegungsmethodik unerlässlich. Für die akustische Auslegung konventioneller (rein passiver) Abgasanlagen sind unter anderem eindimensionale, nicht lineare Strömungssimulationen zum Industriestandard geworden. Ziel dieser Arbeit ist es, die vorhandene Methodik zur Auslegung konventioneller Abgasanlagen so zu erweitern, dass damit die relevanten Wirkmechanismen in einer aktiven Abgasanlage abgebildet werden können. Die im Rahmen dieser Arbeit erarbeitete Simulationemethodik soll es somit möglich machen, Prognosen hinsichtlich Schallemission und elektrischer Leistungsaufnahme des Aktuators in Abhängigkeit aller geometrischen, mechanischen, elektrischen und algorithmischer Eigenschaften des aktiven Gesamtsystems abgeben zu können. Die Arbeit gliedert sich dabei wie folgt:

In **Kapitel 2** werden zunächst Grundlagen der technischen Akustik und der Elektroakustik erläutert. Außerdem wird der Aufbau und die Funktionsweise eines Verbrennungsmotors hinsichtlich der akustisch relevanten Aspekte kurz vorgestellt. Schließlich werden die grundlegenden Wirkmechanismen und Ausprägungen von Systemen zur aktiven Schallfeldbeeinflussung dargestellt.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit der Modellbildung der für die Simulationemethodik nötigen Einzelelemente. Dabei wird zunächst auf das zur Berechnung der Gasdynamik des Abgassystems verwendete Simulationsverfahren eingegangen. In einem zweiten Teil wird die Modellbildung eines elektrodynamischen Aktuators und dessen Integration in die Ladungswechselsimulation beschrieben. Ein weiterer Teil beschäftigt sich mit der Modellierung des für die Regelung nötigen Drucksensors. Schließlich wird der Aufbau und die Integration des für die aktive Schallfeldbeeinflussung nötigen Algorithmus vorgestellt.

In **Kapitel 4** werden Komponentenversuche an einem Versuchsaktor und einem Versuchssensor vorgestellt, welche das Ziel haben, realistische Werte für die Parametrierung der in Kapitel 3 vorgestellten Komponentenmodelle zu generieren.

In **Kapitel 5** wird die Simulation des aktiven Gesamtsystems anhand einer Versuchsanlage durchgeführt. Zunächst wird der Aufbau der Versuchsanlage gezeigt. Im

Anschluss werden die anhand der Versuchsanlage gewonnenen Simulationsergebnisse für deaktivierte und aktivierte Regelung vorgestellt.

In **Kapitel 6** wird ein Prototyp der simulierten Versuchsanlage auf einem Motorprüfstand aufgebaut und mithilfe eines Echtzeitsystems in Betrieb genommen. Es werden entsprechende Akustikmessungen des Versuchsaufbaus durchgeführt und die so gewonnenen Messergebnisse den Ergebnissen der Simulation gegenübergestellt.

Kapitel 7 befasst sich mit der Diskussion der im Versuch und durch die Simulation gewonnenen Ergebnisse.

Kapitel 8 fasst die Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf weitere Frage- und Problemstellungen.

Kapitel 2

Grundlagen

In den folgenden Abschnitten werden die für die vorgestellte Simulationstechnik nötigen theoretischen Grundlagen betrachtet und die wichtigsten Begriffe und Größen erläutert. Dabei werden zunächst ausgehend von der Theorie der Hydrodynamik wichtige Zusammenhänge und Größen der linearen Akustik beschrieben. In einem weiteren Abschnitt werden die Grundlagen der Elektroakustik behandelt, welche für die Modellbildung des elektrodynamischen Aktuators nötig sind. In dem darauf folgenden Abschnitt werden die Grundlagen des Viertaktverbrennungsmotors hinsichtlich akustisch relevanter Fragestellungen beleuchtet, um schließlich den Charakter des von diesem erzeugten akustischen Quellsignals zu beschreiben. In einem letzten Abschnitt wird eine kurze Einführung in das Thema der aktiven Schallfeldbeeinflussung gegeben, wobei grundsätzliche Wirkmechanismen und Anforderungen hierbei im Vordergrund stehen.

2.1 Grundlagen der technischen Akustik

Die folgenden Betrachtungen in Abschnitt 2.1 führen die für diese Arbeit notwendigen Grundlagen der technischen Akustik ein. Diese basieren vor allem auf [LSW09], [Mös12], [Mun87], [Kut04] und [ZZ87]. Der Begriff Schall bezeichnet im allgemeinen elastodynamische Schwingungen und Wellen in einem Medium. Dabei kann das Medium im festen, flüssigen, gasförmigen oder plasmaförmigen Zustand vorliegen. Die Ursache für die Entstehung von Schall sind dynamische Veränderungen bzw. zeitliche Schwankungen von physikalischen Zustandsgrößen des entsprechenden Mediums. Schallausbreitung in Gasen und Flüssigkeiten wird dabei als Fluidschall bezeichnet. Die theoretische Grundlage für die Betrachtung von Schallausbreitungsvorgängen in diesen Medien stellt dabei die Hydrodynamik dar. Die Ausbreitung von Schall-

wellen in Flüssigkeiten und Gasen beruht auf der Übertragung des Impulses, sowie auf der Übertragung von kinetischer Energie zwischen den Molekülen des Mediums. Da Flüssigkeiten und Gase keine Scherspannungen aufnehmen können, breitet sich Fluidschall ausschließlich in Form von Kompressionswellen (Longitudinalwellen) aus. Schwingungsvorgänge in festen (elastischen) Stoffen werden unter dem Begriff Körperschall zusammengefasst. Der Hauptunterschied von Körperschall im Vergleich zu Fluidschall besteht darin, dass in festen Medien neben der reinen Volumenelastizität auch eine Formelastizität existiert. So kann es in festen Körpern zu Schubkräften und somit zu Scherungen kommen. Aus diesem Grund kommt es in festen Medien neben Longitudinalwellen auch zu Transversalwellen [LSW09][Aku06]. Da der Fokus in dieser Arbeit auf der akustischen Wellenausbreitung in einer Abgasanlage liegt, soll im Weiteren nicht weiter auf Körperschallphänomene eingegangen werden. Im Folgenden werden ausschließlich die theoretischen Grundlagen für die Schallausbreitung in Gasen diskutiert.

2.1.1 Theorie der Hydrodynamik

Akustische Zustandsgrößen des Fluidschalls

Der Zustand von Gasen wird über die drei Größen Druck p_G , Dichte ρ_G und Temperatur T_G beschrieben. Außerdem soll für die gesamthafte Bewegungsgeschwindigkeit der Gasteilchen die Größe \vec{v}_G eingeführt werden. Diese setzt sich aus der Summe eines statischen Anteils \vec{v}_0 und eines Wechselanteils \vec{v} zusammen, welcher in der Akustik als Schallschnelle bezeichnet wird. Für die meisten akustischen Phänomene sind die dynamischen Veränderungen der Zustandsgrößen Schalldruck $p(t)$, Schalldichte $\rho(t)$ und Schalltemperatur $T(t)$ überwiegend sehr klein gegenüber den statischen Ruhewerten p_0 , ρ_0 und T_0 im thermodynamischen Gleichgewicht. Wie später gezeigt wird, lassen sich auf diese Weise viele Zusammenhänge vereinfachen. Für die Gesamtgrößen des Gases gilt allgemein:

$$p_G = p_0 + p, \quad (2.1)$$

$$\rho_G = \rho_0 + \rho, \quad (2.2)$$

$$T_G = T_0 + T, \quad (2.3)$$

und

$$\vec{v}_G = \vec{v}_0 + \vec{v}. \quad (2.4)$$

Die dynamischen Größen sind als orts- und zeitabhängige Größen zu verstehen, sodass gilt: $p = p(\vec{x}, t)$, $\rho = \rho(\vec{x}, t)$, $T = T(\vec{x}, t)$ und $\vec{v} = \vec{v}(\vec{x}, t)$. Dabei steht \vec{x} für den Ortsvektor und t für die Zeit.

Zustandsgleichung für ideale Gase

Kann vorausgesetzt werden, dass das betrachtete Fluid als ideales Gas vorliegt, so wird in dieser Modellannahme angenommen, dass die Gasmoleküle als Massepunkte angesehen werden können, auf welche keine Anziehungskräfte wirken. Wechselwirkungen treten nur durch Stöße der Teilchen untereinander sowie zwischen Teilchen und Randbereichen auf [LJS06]. Für die Zustandsgleichung eines idealen Gases folgt aus dem Boyle-Mariotteschen Gesetz [Mös12]:

$$p_G = R_s \cdot \rho_G \cdot T_G. \quad (2.5)$$

Dabei steht R_s für die spezifische Gaskonstante des jeweiligen Gases [BK12].

Kontinuitätsgleichung

Für ein beliebiges Volumenelement muss nach dem Gesetz der Massenerhaltung die zeitliche Dichteänderung im Volumenelement gleich dem gesamten Massenfluss durch die Oberfläche des Volumenelementes sein. Dieser Sachverhalt wird in der Hydrodynamik von der Kontinuitätsgleichung wiedergegeben, welche auch als erste Eulersche Gleichung bekannt ist. Es gilt [Mös12], [LSW09]:

$$\frac{\partial \rho_G}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_G \vec{v}_G) = 0. \quad (2.6)$$

Bewegungsgleichung

Neben der Kontinuitätsgleichung muss auch die Impulserhaltung für jedes Element erfüllt sein. Zunächst soll hierbei der Einfluss von innerer Reibung und Viskosität des Mediums vernachlässigt werden. Die Eulersche Bewegungsgleichung besagt, dass die Trägheitskraft eines beschleunigten Volumenelementes betragsmäßig gleich dem Druckgradienten ist. Für ein wirbel- und kräftefreies Gas gilt allgemein für kartesische Koordinaten [LSW09]:

$$\rho_G \left[\frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} + (\vec{v}_G \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_G \right] = -\vec{\nabla} p_G, \quad (2.7)$$

wobei $\vec{\nabla}$ hier für den Nabla-Operator steht. Der Ausdruck $\partial \vec{v}_G / \partial t + (\vec{v}_G \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_G$ entspricht der substantiellen Ableitung $D\vec{v}_G/Dt$. Diese gibt die Beschleunigung eines mitbewegten Teilchens im Raum an. Die rechte Seite von Gleichung 2.7 beschreibt den Gradienten des Druckfeldes p_G . Können innere Reibung und Viskosität des Fluids nicht mehr vernachlässigt werden, so erweitert sich die Eulersche Bewegungsgleichung 2.7 um entsprechende Reibungskräfte und es ergibt sich für eine örtlich konstante dynamische Viskosität die Navier-Stokes-Gleichung für wirbelfreie kompressible Fluide wie folgt [MI67]:

$$\rho_G \left[\frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} + (\vec{v}_G \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_G \right] = -\vec{\nabla} p_G + \zeta \Delta \vec{v}_G + \frac{4}{3} \eta \Delta \vec{v}_G. \quad (2.8)$$

Dabei stellt ζ die Volumenviskosität und η die dynamische Viskosität dar, während $\Delta = \nabla^2$ für den Laplace-Operator steht.

2.1.2 Lineare Akustik

In den meisten praktischen Fällen fallen die dynamischen Zustandsgrößen um ein Vielfaches kleiner als die entsprechenden statischen Größen aus. Außerdem kann meist davon ausgegangen werden, dass die stationäre Strömung v_0 (siehe Gleichung 2.4) sehr klein gegenüber der Schallschnelle v ist und ein wirbelfreies Medium mit $\text{rot}(\vec{v}_G) = \vec{0}$ vorliegt. Unter diesen Voraussetzungen können die Gleichungen aus Abschnitt 2.1.1 stark vereinfacht werden, um daraus gut handhabbare Größen für die Betrachtung akustischer Phänomene abzuleiten. In diesem Zusammenhang spricht man auch von linearer Akustik [Aku06]. Die beschriebenen Voraussetzungen gelten für die Wellenausbreitung in einer Abgasanlage vor allem aufgrund der hohen Schalldruckpegel nicht mehr. Aus diesem Grund wird für die in dieser Arbeit vorgestellte Simulationmethodik ein nicht-linearer Berechnungsansatz verwendet. Dennoch lassen sich viele der hier vorgestellten Prinzipien mit den Mitteln der linearen Akustik erklären. Durch Einsetzen der Gleichungen 2.1, 2.2 und 2.3 in das Boyle-Mariottesches Gesetz 2.5 ergibt sich die Zustandsgleichung für die Gesamtgrößen des Gases. Sind, wie für die lineare Akustik vorausgesetzt, die Änderungen dieser Zustandsgrößen klein im Vergleich zu den statischen Ruhegrößen und es kann zusätzlich $v_0 < v$ angenommen werden, so kann der durch das Einsetzen entstandene Mischterm $\rho \cdot T$ vernachlässigt werden. Die linearisierte Zustandsgleichung lautet folglich:

$$p = R_s \cdot [\rho_0 T + \rho T_0]. \quad (2.9)$$

Wie bereits beschrieben basiert die Schallausbreitung in Fluiden auf der Kom-

pression und Dekompression des entsprechenden Mediums. Diese Zustandsänderungen vollziehen sich für den akustisch relevanten Bereich meist so schnell, dass in der Regel kein Wärmeaustausch mit der Umgebung vollzogen werden kann. Die Zustandsänderungen können folglich als adiabatisch beschrieben werden und es gilt die nicht-lineare adiabatische Zustandsgleichung [LSW09]:

$$\left(\frac{p_G}{p_0}\right) = \left(\frac{\rho_G}{\rho_0}\right)^\kappa. \quad (2.10)$$

Dabei steht κ für den Adiabatenexponenten welcher für zweiatomige Gase den Wert $\kappa = 1.4$ annimmt [Mös12]. Durch Einsetzen der Gleichungen 2.1 und 2.2 in Gleichung 2.10 folgt:

$$\frac{p_0 + p}{p_0} = \left(\frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0}\right)^\kappa \quad (2.11)$$

und durch Taylor-Reihenentwicklung von Gleichung 2.11 und Abbruch nach dem linearen Glied ergibt sich schließlich [Mös12] [LSW09]:

$$p = \kappa \frac{p_0}{\rho_0} \rho = c^2 \cdot \rho, \quad (2.12)$$

mit

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\kappa R_s T_0}. \quad (2.13)$$

Dabei steht, wie später noch deutlich wird, der Faktor c für die Schallgeschwindigkeit im entsprechenden Medium. Durch Ersetzen des Ausdrucks p_0/ρ_0 aus Gleichung 2.5 lässt sich die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit gemäß des rechten Teils von Gleichung 2.13 angeben. Das Einsetzen der Gleichungen 2.2 und 2.4 in die Kontinuitätsgleichung führt zunächst auf:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \rho) + \text{div}([\rho_0 + \rho][\vec{v}_0 + \vec{v}]) = 0. \quad (2.14)$$

Wird ein ruhendes Medium angenommen, so muss die Voraussetzung $\vec{v}_0 = \vec{0}$ erfüllt sein. Der Mischterm $\rho\vec{v}$ kann im Sinne einer Approximation erster Ordnung vernachlässigt werden [LSW09] [Mun87]. So ergibt sich die linearisierte Kontinuitätsgleichung zu:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \cdot \text{div}(\vec{v}) = 0. \quad (2.15)$$

Für ein verlustfreies Medium beschreibt die Eulersche Bewegungsgleichung 2.7 den Zustand eines kräftefreien Gases. Für relativ kleine Werte von \vec{v}_0 und kleine Änderungen der anderen stationären Zustandsgrößen kann die konvektive Beschleunigung

im Vergleich zur lokalen Beschleunigung vernachlässigt werden. Da außerdem, wie schon beschrieben, die dynamischen Zustandsgrößen gegenüber den entsprechenden stationären Größen als sehr klein angenommen werden können, folgt auf diese Weise aus Gleichung 2.7 die linearisierte Bewegungsgleichung:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p. \quad (2.16)$$

Die Wellengleichung

Die linearisierten Formen der adiabatische Zustandsgleichung 2.12, der Kontinuitätsgleichung 2.15 und der Bewegungsgleichung 2.16 bilden die Grundgleichungen der linearen Akustik. Wird in Gleichung 2.15 Gleichung 2.12 eingesetzt und diese nach der Zeit abgeleitet so ergibt sich:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \rho_0 \operatorname{div} \left(\frac{\partial}{\partial t} \vec{v} \right) = 0. \quad (2.17)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 2.16 in Gleichung 2.17 ergibt sich schließlich die homogene Wellengleichung zu [LSW09] [Mös12]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = 0. \quad (2.18)$$

In dieser Arbeit steht vor allem die Wellenausbreitung in kreisrunden Rohren im Vordergrund. Dabei kann es bei der Schallausbreitung in Rohren zu verschiedenen Schwingungsformen, sogenannten Quermoden, kommen. Diese Quermoden bilden sich dabei nur oberhalb einer jeweiligen charakteristischen Grenzfrequenz, der sogenannten Cut-on Frequenz, aus. Die Cut-on Frequenz der ersten Quermode f_{c1} liegt bei kreisrunden Rohren in Abhängigkeit vom Rohrradius r_R und der Schallgeschwindigkeit bei [Mös12]:

$$f_{c1} = 0,59 \cdot \frac{c}{2r_R}. \quad (2.19)$$

Unterhalb dieser Frequenz bilden sich folglich keine Quermoden aus, weshalb sich Schall mit Frequenzen $f < f_{c1}$ als ebene Wellen ausbreitet. Wird für die Gastemperaturen in einer Abgasanlage ein Wertebereich von $220 \text{ K} \leq T_0 \leq 1200 \text{ K}$ angenommen, so ergibt sich mit einem Wert von $R_s = 295 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ gemäß Gleichung 2.13 eine minimale Schallgeschwindigkeit von ca. $c_{min} = 300 \text{ m s}^{-1}$. Geht man außerdem von einem maximalen Rohrradius von $r_{R,max} = 0.05 \text{ m}$ im Abgasanlagensystem aus, so ergibt sich aus Gleichung 2.19 eine Cut-on Frequenz von $f_{c1} = 1770 \text{ Hz}$. Da in der vorliegenden Arbeit nur der Frequenzbereich unterhalb 600 Hz von Interesse ist, kann

davon ausgegangen werden, dass sich die Wellenausbreitung in den hier diskutierten Fragestellungen auf eine eindimensionale Problemstellung reduzieren lässt. Für den eindimensionalen Fall lässt sich Gleichung 2.18 wie folgt schreiben:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p - \frac{\partial^2}{\partial x^2} p = 0. \quad (2.20)$$

Die d'Alembertsche Lösung dieser eindimensionalen, homogenen Wellengleichung lautet:

$$p(x, t) = f_+(x - ct) + f_-(x + ct). \quad (2.21)$$

Dabei sind f_+ und f_- beliebige, mindestens zweimal differenzierbare Funktionen. In der Akustik sind meist periodische Lösungen von Interesse, weshalb beide Funktionen als Superposition von harmonischen Funktionen betrachtet werden können. Im einfachsten Fall einer monofrequenten ebenen Druckwelle folgt so aus Gleichung 2.21:

$$p(x, t) = \hat{p}_{hin} \cdot \cos(\omega(x - ct)) + \hat{p}_{rueck} \cdot \cos(\omega(x + ct)) \quad (2.22)$$

und schließlich:

$$p(x, t) = \hat{p}_{hin} \cdot \cos(\omega t - kx) + \hat{p}_{rueck} \cdot \cos(\omega t + kx). \quad (2.23)$$

Dabei steht ω für die Kreisfrequenz und $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ für die Wellenzahl wobei λ die Wellenlänge darstellt [Mös12] [LSW09]. Gemäß Gleichung 2.23 ergibt sich aus der Lösung der eindimensionalen Wellengleichung die Summe zweier Wellen, welche sich mit der Geschwindigkeit c entlang der x-Achse bewegen. Dabei steht $\hat{p}_{hin} \cdot \cos(\omega t - kx)$ für den Anteil, welcher sich in positive, und $\hat{p}_{rueck} \cdot \cos(\omega t + kx)$ für den Teil, welcher sich in negativer x-Richtung ausbreitet. Der in positiver Richtung laufende Anteil soll für die weiteren Betrachtungen als hinlaufender, der in negativer Richtung laufende Anteil als rücklaufender Anteil bezeichnet werden. Durch Anwendung von Gleichung 2.16 auf Gleichung 2.23 ergibt sich für die Schallschnelle $v(x, t)$ ¹:

$$v(x, t) = \frac{1}{\rho_0 c} \left(p_{hin} \cdot \cos(\omega t - kx) - p_{rueck} \cdot \cos(\omega t + kx) \right). \quad (2.24)$$

¹Die Schallschnelle $v(x, t)$ stellt für die weiteren eindimensionalen Betrachtungen die x-Komponente des Schnellektors \vec{v} dar.

Wird nur der hinlaufende Anteil der Welle mit $\hat{p}_{rueck} = 0$ betrachtet², so ergibt sich aus den Gleichungen 2.23 und 2.24:

$$\frac{p(x, t)}{v(x, t)} = \frac{\hat{p}_{hin}}{\hat{v}_{hin}} = \rho_0 c \equiv Z_0. \quad (2.25)$$

Die Größe Z_0 wird Wellenwiderstand oder Schallkennimpedanz des Mediums genannt [LSW09] [Aku06] [Mös12]. Für die Betrachtung monofrequenter Anregungen stellt die komplexe Schreibweise von Schwingungen und Wellen ein hilfreiches Werkzeug bei deren Berechnung dar. Dabei werden reelle Zeitsignale durch den Realteil komplexer Größen dargestellt. Gleichung 2.23 lässt sich dabei wie folgt darstellen:

$$p(x, t) = \text{Re}\left\{\underline{p}(x, t)\right\} = \text{Re}\left\{\hat{\underline{p}}_{hin} \cdot e^{j(\omega t - kx)} + \hat{\underline{p}}_{rueck} \cdot e^{j(\omega t + kx)}\right\}, \quad (2.26)$$

und schließlich:

$$p(x, t) = \text{Re}\left\{\underline{p}(x, t)\right\} = \text{Re}\left\{\underline{p}(x) \cdot e^{j\omega t}\right\}. \quad (2.27)$$

In Gleichung 2.26 sind die Amplituden der hin- und rücklaufenden Wellen als komplexe Größen mit $\hat{\underline{p}}_{hin} = \hat{p}_{hin} \cdot e^{j\varphi_{hin}}$ und $\hat{\underline{p}}_{rueck} = \hat{p}_{hin} \cdot e^{j\varphi_{rueck}}$ angegeben, wobei φ_{hin} und φ_{rueck} einer Phasenverschiebung der beiden Wellen entsprechen. Analog zur Darstellung des komplexen Druckes $\underline{p}(x, t)$ kann auch die Schallschnelle als komplexe Größe $\underline{v}(x, t)$ angegeben werden. Mittels der komplexen Schreibweise kann die komplexe Feldimpedanz \underline{Z}_s wie folgt angegeben werden:

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{p}}{\underline{v}}. \quad (2.28)$$

Bei der Betrachtung von Schallphänomenen in eindimensionalen Wellenleitern (beispielsweise in Rohren mit kleinen Durchmessern) ist statt der Schallschnelle v häufig auch der Volumenstrom q gebräuchlich. Dieser ergibt sich aus dem Produkt der Schnelle und der Querschnittsfläche des Wellenleiters A_R zu $q = v \cdot A_R$. Analog zu Gleichung 2.28 kann die so genannte akustische Impedanz³ \underline{Z}_a angegeben werden [Aku06]. Es gilt:

$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{p}}{\underline{q}} \quad (2.29)$$

Wie aus Gleichung 2.26 hervorgeht, kann ein eindimensionales Wellenfeld im allgemeinen aus der Summe eines hinlaufenden und eines rücklaufenden Wellenanteils

²Diese Betrachtung gilt analog für die rücklaufende Welle mit $p_{hin} = 0$.

³häufig auch Flussimpedanz genannt

Randbedingung	Druckfeld $p(x)$	Schnellefeld $v(x)$
$\underline{r} = +1$	$\underline{p}(x) = +2\hat{p}_{hin} \cdot \cos(kx)$	$\underline{v}(x, t) = -2j\frac{\hat{p}_{hin}}{Z_0} \cdot \sin(kx)$
$\underline{r} = -1$	$\underline{p}(x) = -2j\hat{p}_{hin} \cdot \sin(kx)$	$\underline{v}(x, t) = +2\frac{\hat{p}_{hin}}{Z_0} \cdot \cos(kx)$

Tabelle 2.1: Gestalt der Druck- und Schnellefelder jeweils für schallharte und schallweiche Reflexionsstellen an der Position $x=0$

dargestellt werden. Betrachtet man modellhaft eine hinlaufende Welle mit der Amplitude \hat{p}_{hin} in einem eindimensionalen Wellenleiter (beispielsweise ein Rohr) mit einer Reflexionsstelle an der Position $x = 0$, so wird ein Teil \underline{r} dieser Welle reflektiert und läuft als rücklaufender Wellenanteil zurück. Die Größe \underline{r} wird dabei als komplexer Reflexionsfaktor bezeichnet. Es gilt für den Schalldruck:

$$\underline{p}(x) = \hat{p}_{hin} \left(e^{-jkx} + \underline{r}e^{jkx} \right) \quad (2.30)$$

und für die Schallschnelle:

$$\underline{v}(x) = \frac{\hat{p}_{hin}}{Z_0} \left(e^{-jkx} - \underline{r}e^{jkx} \right). \quad (2.31)$$

An der Reflexionsstelle sollen im Folgenden zwei Randbedingungen untersucht werden. Im ersten Fall soll die Reflexionsstelle in Form eines schallharten Abschlusses gestaltet sein. Diese stellt eine starre Wand dar, in deren unmittelbarer Nähe die Fluidteilchen keine Bewegung ausführen können. Es folgt für diesen Fall für die Schallschnelle $\underline{v}(x = 0) = 0$. Im zweiten Fall wird der Reflektor durch einen schallweichen Abschluss gebildet. Dies bedeutet, dass der Druck an der Reflexionsstelle auf Null zusammenbricht und es gilt $\underline{p}(x = 0) = 0$. Durch Einsetzen dieser Randbedingungen in die Gleichungen 2.30 und 2.31 folgt für den schallharten Abschluss ein Reflexionsfaktor von $\underline{r} = +1$ und für den schallweichen Abschluss ein Reflexionsfaktor von $\underline{r} = -1$. Durch Einsetzen dieser beiden Werte in die Gleichungen 2.30 und 2.31 ergeben sich für die Feldgrößen $\underline{p}(x)$ und $\underline{v}(x)$ die in Tabelle 2.1 dargestellten Feldverläufe. Wie der Tabelle zu entnehmen ist, zeigen die Ortsverläufe von Druck und Schnelle keine zeitliche Verschiebung mehr, sondern besitzen ortsfeste Amplituden. Diese Erscheinung wird stehende Welle genannt. Es zeigt sich, dass bei diesen stehenden Wellen für beide Randbedingungen Druck und Schnelle eine Phasenverschiebung von 90° aufweisen.

Schalldruckpegel

In den vorherigen Abschnitten wurden Schallfelder durch ihre physikalischen Zustandsgrößen beschrieben. Viele Fragestellungen der Akustik betreffen allerdings primär die Wahrnehmung von Schall und Schwingungen durch den Menschen. Luftschall wird dabei durch die Ohren über die Trommelfelle in das Innenohr weitergeleitet wo dieser letztlich neurologisch weiterverarbeitet wird. Dabei ist der Wahrnehmungsbereich des menschlichen Ohres enorm, sodass in der Regel Schalldrucke von ca. $20 \times 10^{-6} \text{ Pa}$ bis zu etwa 200 Pa wahrgenommen werden können [Mös12]. Um diesen sehr großen Intervall von etwa 7 Zehnerpotenzen praktisch besser darstellen zu können, ist eine logarithmische Darstellungsform hilfreich. Aus diesem Grund wird meist nicht der Schalldruck selbst, sondern der Schalldruckpegel L angegeben. Dieser ist definiert durch

$$L = 20 \cdot \lg\left(\frac{\tilde{p}}{p_r}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{\tilde{p}}{p_r}\right)^2. \quad (2.32)$$

Der Schalldruckpegel bezieht sich dabei auf einen Referenzdruckwert von $p_r = 20 \times 10^{-6} \text{ Pa}$ und wird durch die Hilfsgröße dB angegeben. Oft wird als Einheit des Pegels die Abkürzung SPL für „Sound Pressure Level“ verwendet. Der Referenzdruckwert von p_r entspricht dabei etwa der Hörschwelle des Menschen bei 1000 Hz. Der Druck \tilde{p} in Gleichung 2.32 steht in der Praxis meist für den Effektivwert (RMS-Wert) des Zeitverlaufes der entsprechenden Druckmessstelle [Mös12]. Andere Werte von p werden durch einen Zusatz im Index von L gekennzeichnet.

2.2 Grundlagen der Elektroakustik

2.2.1 Elektromechanische Analogien

Sowohl mechanische als auch elektrische Schwingungen werden durch Differentialgleichungen beschrieben, welche die Potenzial- und Flussgrößen des jeweiligen Systems miteinander verknüpfen. So liefert die Lösung der entsprechenden Differentialgleichungen bei mechanischen Schwingungsvorgängen den Zeitverlauf der Zustandsgrößen Kraft F und Schnelle v . Die Parameter der dabei vorliegenden Differentialgleichungen sind die mechanischen Eigenschaften Masse m , Steifigkeit D und Reibwiderstand R_m der jeweiligen Struktur, welche durch die mechanischen Impedanzen Z_m widergegeben werden. Analog hierzu werden elektrische Netzwerke durch ähnliche Differentialgleichungen beschrieben. Dabei stellen die Spannung u und die Stromstärke i die elektrischen Zustandsgrößen dar. Aus den elektrischen Eigenschaften

Mechanisches System:	$F = m \cdot \frac{d}{dt}v$	$F = R_m \cdot v$	$F = D \cdot \int v dt$
Elektrisches System:	$u = L \cdot \frac{d}{dt}i$	$u = R_e \cdot i$	$u = \frac{1}{C} \cdot \int i dt$

Tabelle 2.2: Grundgleichungen mechanischer und elektrischer Systeme

Mechanische Größe:	F	v	m	D	R_m
FU-Analogie:	u	i	L	$1/C$	R_e
FI-Analogie:	i	u	C	$1/L$	$1/R_e$

Tabelle 2.3: Elektromechanische Entsprechung der mechanischen und elektrischen Grundgrößen in FU- und FI-Analogie

Induktivität L , Kapazität C und Widerstand R_e ergibt sich so die elektrische Impedanz \underline{Z}_e . Diese Analogien können vorteilhaft für die Beschreibung akustischer und elektroakustischer Systeme genutzt werden, da bei deren Analyse auf die umfangreichen Werkzeuge der elektrischen Netzwerkanalyse und -synthese zurückgegriffen werden kann. [ZZ87]

Bei diesem Vorgehen wird allerdings vorausgesetzt, dass die so beschriebenen akustischen Systeme verhältnismäßig klein gegenüber den betrachteten Wellenlängen sind. In der Praxis ist diese Voraussetzung für $d < \lambda/10$ in guter Näherung erfüllt, wobei λ die korrespondierende Wellenlänge des höchsten betrachteten Frequenzanteils und d die Abmessungen des Objektes darstellt [LSW09]. Ähnlich wie bei der Betrachtung von elektrischen Netzwerken müssen auch bei der Berechnung von mechanischen Systemen alle Systemelemente als konzentriert angenommen werden. So werden beispielsweise Punktmassen in mechanischen Systemen, bzw. induktive Bauteile in elektrischen Systemen angenommen. Tabelle 2.2 zeigt eine Gegenüberstellung der Grundgleichungen von elektrischen und mechanischen Elementen. Bei der Betrachtung dieser Grundgleichungen liegt es nahe, die elektrischen und mechanischen Feldgrößen in Analogie zueinander zu setzen. Dabei kann frei zwischen Kraft-Spannungs-Analogie (FU-Analogie) und Kraft-Strom-Analogie (FI-Analogie) gewählt werden, da beide Entsprechungen formal betrachtet vollkommen gleichwertig sind. Je nach Anwendungsfall kann dennoch eine der beiden Analogien Vorteile in der Handhabbarkeit bringen. So ist die FU-Analogie physikalisch naheliegender, weil jeweils Potenzial- und Flussgrößen miteinander verknüpft werden. Der Vorteil bei der Verwendung der FI-Analogie liegt darin, dass elektrische und mechanische Netzwerke dem selben strukturellen Aufbau folgen. [ZZ87] [Mös12]

Tabelle 2.3 zeigt die elektromechanische Entsprechung der mechanischen und elektrischen Grundgrößen in FU- und FI-Analogie.

Einheitswandler

Die Zuordnungen der entsprechenden Feldgrößen waren bis jetzt lediglich qualitativer Natur. Dabei wurde bis jetzt noch nicht quantitativ festgelegt, welche Spannung beispielsweise bei der FU-Analogie welcher Kraft entspricht. Eine entsprechende Konstante, welche eine eindeutige Zuordnung der beiden Größen herstellt, kann frei gewählt werden. Da mit dieser Konstante auch alle anderen mechanischen Größen in elektrische und umgekehrt umgewandelt werden können, wird diese auch Wandlerkonstante α genannt. Es gilt dann für eine FU-Analogie:

$$F = \alpha \cdot u \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{F}{u} \stackrel{!}{=} \frac{i}{v}. \quad (2.33)$$

Jeder reversible Wandler kann folglich als Vierpol dargestellt werden, welcher die jeweiligen elektrischen und mechanischen Größen miteinander verknüpft. An zwei Wandlerklemmen liegen also die elektrischen Größen Spannung u und Strom i an, während an den anderen beiden Klemmen die mechanischen Größen Kraft F und Schnelle v anliegen. Der Einheitswandler ist dadurch gekennzeichnet, dass eine elektrische Größe nur von genau einer mechanischen Größe direkt abhängt und umgekehrt [ZZ87]. Dabei kann der Einheitswandler keine Energie verbrauchen, speichern oder erzeugen. Kann die elektrische und mechanische Impedanz des Einheitswandlers vernachlässigt werden, so spricht man von einem idealen Wandler. Für diese lässt sich die Umwandlung durch eine Vierpolgleichung in Matrizenform je nach Art des Wandlers in folgenden beiden Gleichungssystemen in Kettenform wie folgt darstellen:

$$\begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1/\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ 1/\alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ v \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Wie zu erkennen ist, verknüpft das Gleichungssystem 2.34 elektrische Potenzial- bzw. Flussgrößen mit mechanischen Potenzial- bzw. Flussgrößen. Ein solcher Wandler wird auch als transformatorischer Wandler bezeichnet. Dagegen werden gemäß des Gleichungssystems 2.35 elektrische Potenzial- bzw. Flussgrößen mit mechanischen Fluss- bzw. Potenzialgrößen verknüpft. Ein solcher Wandler wird gyratorisch genannt. [LSW09] [ZZ87].

2.2.2 Elektroakustische Wandler

Unter elektroakustischen Wandlern versteht man im allgemeinen Bauteile, welche elektrische Energie in mechanische oder mechanische Energie in elektrische umwandeln. Elektroakustische Wandler werden im Rahmen der aktiven Schallfeldbeeinflussung sowohl in Form von Aktoren als auch in Form von Sensoren verwendet. Dabei werden Aktoren für die Generierung des Sekundärschallfeldes⁴ eingesetzt. Elektroakustische Sensoren wandeln Schalldrücke in elektrische Signale um und machen diese der entsprechenden Regelungseinheit für die Weiterverarbeitung zugänglich. In diesem Kapitel sollen die wichtigsten Grundlagen elektroakustischer Wandler sowie verschiedene Ausführungsvarianten vorgestellt werden. In der vorliegenden Arbeit liegt ein besonderer Schwerpunkt auf der Integration elektroakustischer Aktuatoren in den Abgasstrang. Im Folgenden soll deswegen besonders auf die Eignung der vorgestellten Wandler als Sekundärschallquelle in einer aktiven Abgasanlage eingegangen werden. Eine elektroakustischer Wandler enthält in der Regel eine schwingungsfähige mechanische Struktur. So wird beispielsweise im aktuatorischen Betrieb eines Wandlers elektrische Energie in mechanische umgewandelt und diese anschließend in Form von akustischen Wellen abgestrahlt. Generell lassen sich elektroakustische Wandler nach ihrem jeweiligen physikalischen Wandlungsprinzip von der elektrischen in die mechanische Ebene klassifizieren. Dabei wird zwischen elektrostatischen und elektromagnetischen Wandlern unterschieden. Bei Ersteren stellen elektrische Felder die Grundlage der Kopplung dar, während bei elektromagnetischer Kopplung magnetische Felder miteinander wechselwirken.

Piezoelektrische Wandler

Piezoelektrische Wandler⁵ bestehen aus speziellen Kristallen, welche sich beim Anlegen einer elektrischen Spannung mechanisch deformieren. Umgekehrt kommt es durch mechanische Deformation dieser Kristalle zu einer Ladungstrennung im Kristall, sodass eine elektrische Spannung an der Kristalloberfläche messbar ist. In der Praxis kommen piezoelektrische Wandler als Aktuatoren und als Sensoren vor. Sensorische Anwendungen sind beispielsweise Kristallmikrofone, Schallplattenabtaster sowie Kraft- und Beschleunigungsaufnehmer. Aufgrund relativ hoher Resonanzfrequenzen werden piezoelektrische Aktuatoren⁶ vor allem bei Hochtönern, bei Ultraschall- und Wasserschallsendern eingesetzt. [LSW09] [ZZ87] [Fra90]

⁴Bei der aktiven Schallfeldbeeinflussung bezeichnet man das zu beeinflussende Schallfeld als primäres Schallfeld und das aktiv erzeugte als Sekundärschallfeld.

⁵Piezoelektrische Wandler werden auch Kristallwandler genannt.

⁶Piezoelektrische Lautsprecher werden oft auch als ferroelektrische Lautsprecher bezeichnet

Aufgrund der relativ geringen Schwingungsauslenkungen sind piezoelektrische Wandler für die Beeinflussung von tieffrequenten Geräuschen, wie in einer aktiven Abgasanlage, weniger gut geeignet.

Elektrostatische Wandler

Elektrostatische Wandler⁷ bestehen aus einer sehr leichten und leitfähigen Membran, welche sich durch einen Luftspalt getrennt, schwingungsfähig gelagert parallel zu einer Gegenelektrode befindet. Der Aufbau bildet so einen Kondensator, dessen Kapazität C sich in Abhängigkeit der Membranauslenkung ändert. Umgekehrt bewirken elektrostatische Kräfte die Bewegung der Membran. Anwendung findet dieses Wandlerkonzept vor allem bei Kondensatormikrofonen. Dielektrische Wandler erfordern das Aufbringen einer konstanten Ladung auf die Membran. Dies wird durch das Anlegen einer elektrischen Gleichspannung erreicht. Elektrostatische Aktuatoren weisen bei einer relativ großen Auslenkungen relativ große nicht-lineare Verzerrungen auf. Außerdem kommt es bei Wandlern mit nur einer Gegenkathode durch eine zu u^2 proportionalen Antriebskraft zu weiteren Verzerrungen. Dabei kann prinzipiell eine bessere Linearisierung durch eine Erhöhung der Gleichspannung erreicht werden. Eine zu u^2 proportionalen Antriebskraft lässt sich durch den Aufbau eines so genannten Gegentaktsystems vermeiden. Ein solcher Wandler besteht aus zwei parallel angeordneten, feststehenden Gegenkathoden (Statoren), zwischen denen sich die Membran befindet. Die zwischen der Membran und dem Stator angelegte Polarisationsspannung beträgt üblicherweise ca. 6 kV. Der Effektivwert der Signalspannung beträgt dabei einige 100 V. Durch den Einsatz von polarisierten Isolatoren, sog. Elektrete, lassen sich Statoren mit einem permanenten E-Feld herstellen. Bei dieser Bauweise ist keine elektrische Vorspannung mehr nötig. Trotz der hohen Signalspannungswerten ist der Wirkungsgrad solcher Aktuatoren wegen der hohen Wandlerimpedanz relativ gering [ZZ87][LSW09]. Aufgrund der relativ geringen Membranauslenkungen eignen sich solche Lautsprecher eher weniger für die Wiedergabe von tieffrequentem Schall. Untersuchungen zeigen, dass sich solche Aktuatorbauweisen nur in Verbindung mit großen Membranflächen für Anwendungen im Bereich der aktiven Schallfeldbeeinflussung eignen. Einsatzgebiete könnten raumakustische Problemstellungen sein, bei denen besonders flache (und großflächige) Lautsprecherbauweisen von Vorteil sind [GA82]. Aufgrund des hohen Platzbedarfs und der notwendigen hohen Signalspannung wird diese Lautsprecherbauweise für den Einsatz in einer aktiven Abgasanlage in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

⁷Elektrostatische Wandler werden auch dielektrische Wandler genannt.

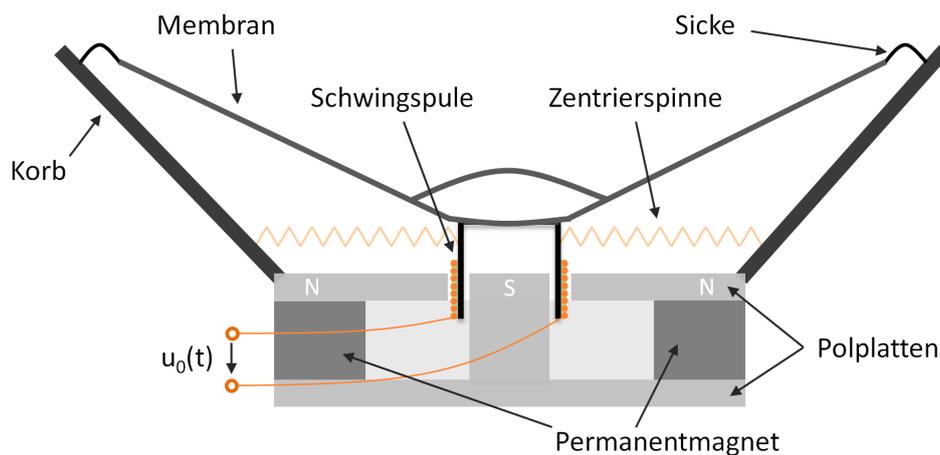


Abbildung 2.1: Schnitt durch einen elektrodynamischen Konuslautsprecher

Elektromagnetische Wandler

Elektromagnetische Wandler bestehen aus einem ferromagnetischen Bauteil, dem sogenannten Anker, welcher sich im Feld eines Elektro- oder Dauermagneten befindet. Der Anker bildet entweder selbst die schwingungsfähige Membran oder ist fest mit einer solchen verbunden. Dieses Wandlerkonzept wird wegen des verhältnismäßig großen Wirkungsgrades beispielsweise in Telefonhörern genutzt. [LSW09]

Elektrodynamische Wandler

Das Kernstück eines elektrodynamischen Lautsprechers stellt die Lautsprechermembran dar. Diese ist über die Zentrierspinne und über die Sicke schwingungsfähig in einem Rahmen, dem sogenannten Lautsprecherkorb, eingespannt. Die Lautsprechersicke dient dabei vor allem der Führung der Membran. Ein Hohlzylinder, auf dem ein stromleitender Draht gewickelt ist, bildet die Schwingspule. Diese ist fest mit der Lautsprechermembran verbunden. Um bei Stromfluss durch die Spule eine antreibende Kraft (Lorenzkraft) aufzubauen, wird die Schwingspule von einem magnetischen Gleichfeld durchdrungen, welches meist durch einen Permanentmagneten bereitgestellt wird. Der ringförmige Permanentmagnet ist zwischen zwei Polplatten eingespannt. In der oberen Polplatte befindet sich ein ringförmiger Luftspalt, in welchen die Schwingspule eintaucht und zusammen mit der Membran Schwingung in Richtung ihrer Symmetrieachse ausführen kann. Abbildung 2.1 zeigt einen Schnitt durch einen elektrodynamischen Konuslautsprecher. Die Lautsprechermembran besteht meist aus pappähnlichen Materialien, die mit langfaserigen Stoffen durchsetzt sind, um eine hohe innere Dämpfung zu erzielen. Beispiele sind Papierguss, Zellulose,

Glasfasergewebe, Kunststoffe, Aluminium und Sandwich-Strukturen. Durch Formänderung und Änderung der Wandstärke innerhalb der Membran kann der Frequenzgang des Lautsprechers beeinflusst werden. Durch eine konische Form der Membran wird diese im Vergleich zu einer ebenen Membran versteift. Im tieffrequenten Bereich kann die Membran deswegen in guter Näherung als Kolbenstrahler angesehen werden. Bei höheren Frequenzen bewegt sich zunehmend der Randbereich der Membran weniger stark mit und es kommt zu Eigenschwingformen der Membran. Die Aufhängung (bestehend aus Zentrierspinne und Sicke) muss in radialer Richtung ausreichend Steifigkeit aufweisen, um die Membran zu zentrieren und beispielsweise ein Taumeln der Schwingspule im Luftspalt zu vermeiden. Gleichzeitig sollte die Aufhängung in axialer Richtung so weich wie möglich sein, um eine tieffrequente Abstimmung des Schwingungssystems zu erreichen. Die Sicke besteht meist aus Gummi oder Schaumstoff und beeinflusst über den Härtegrad des jeweiligen Materials stark die Steifigkeit der Membranaufhängung. Gummisicken weisen dabei eine höhere Haltbarkeit als vergleichbare Sicken aus Schaumstoff auf. Die Klebung zwischen Schwingspule und Membran kann über Eigenschaften wie Elastizität den Frequenzgang des Lautsprechers ebenfalls beeinflussen. Grundsätzlich sind zwei Lagerungskonzepte elektrodynamischer Lautsprecher zu unterscheiden. Bei Konuslautsprechern ist die Membran in zwei Ebenen, nämlich durch Sicke und Zentrierspindel gelagert. Bei Kalottenlautsprechern hingegen ist die Aufhängung nur in einer Ebene realisiert. Durch diese Bauweise erhöht sich das Verhältnis von Antriebskraft zu Membranmasse. Andererseits lassen sich mit Kalottenlautsprechern nur deutlich geringere Membranhübe erreichen, weswegen diese Bauweise vor allem bei Mittel- und Hochtönern zum Einsatz kommt. Für die Schallerzeugung im unteren und mittleren Frequenzbereich werden vor allem elektrodynamische Konuslautsprecher verwendet. Besonders im tieffrequenten Bereich können mit dieser Bauform sehr große Membranauslenkungen verzerrungsfrei erreicht werden. [LSW09] [ZZ87] [Sah78] [Fra90]

Da die Anregung eines Verbrennungsmotors besonders im zu mindernden tieffrequenten Bereich hohe Schallflüsse aufweist, steht in dieser Arbeit der elektrodynamische Lautsprecher im Zentrum der weiteren Betrachtungen. Die Stärke des verwendeten Permanentmagneten hat einen hohen Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des jeweiligen Lautsprechers. Als Magnetmaterialien werden Ferrite, Aluminium-Nickel-Kobalt (AlNiCo) oder Neodym-Eisen-Bor (NdFeB) eingesetzt. Die unterschiedlichen Magnetmaterialien unterscheiden sich vor allem durch ihr Gewicht, ihre Curie-Temperatur und durch die erreichbaren magnetischen Feldstärken [Sah78].

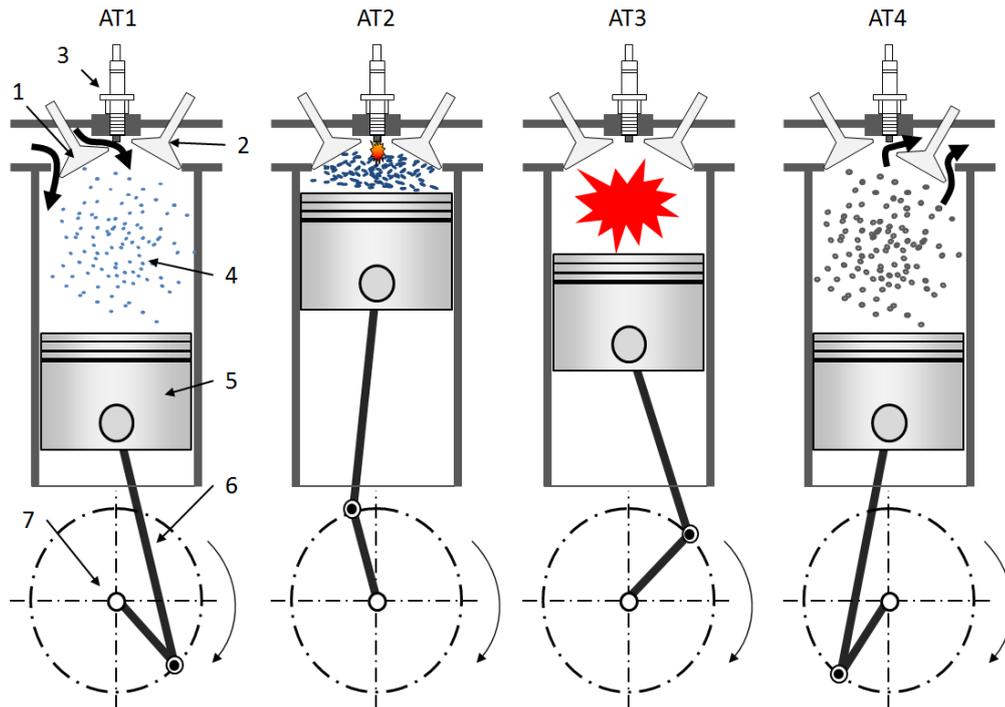


Abbildung 2.2: Aufbau und Arbeitsweise eines Viertakt-Ottomotors. AT1 Ansaugtakt, AT2 Verdichtungstakt, AT3 Arbeitstakt, AT4 Ausstoßtakt. 1 Einlassventil, 2 Auslassventil, 3 Zündkerze, 4 Zylinder, 5 Kolben, 6 Pleulstange, 7 Pleulager

2.3 Gasdynamik eines Verbrennungsmotors

Der Verbrennungsmotor stellt in dieser Arbeit die Quelle aller primären Schallanregungen dar. Um die Wirkmechanismen in einer Abgasanlage und insbesondere die Zusammenhänge in einer aktiven Abgasanlage genauer zu betrachten, ist ein grundlegendes Verständnis dessen Arbeitsweise von großer Bedeutung. Besonderer Fokus soll hier auf den Ladungswechselprozess gelegt werden, welcher insbesondere auch für die Signalgestalt der akustischen Anregung verantwortlich ist. Ausgegangen wird in dieser Arbeit von einem Viertakt-Ottomotor mit Abgasturbolader und Direkteinspritzung. Weiterführende Informationen sind beispielsweise [MSSO06], [Zel09] oder [Rei11] zu entnehmen.

2.3.1 Aufbau und Ladungswechselprozess

Der Verbrennungsmotor stellt das Kernstück eines konventionellen Antriebsstrangs dar. Er wandelt die chemische Energie des Kraftstoffs neben Wärme in kinetische Energie um, wobei diese in Form von Rotationsenergie über die Pleulager des Motors letztlich auf die Räder des Fahrzeuges übertragen wird und dieses somit an-

treibt. Die Energieumwandlung erfolgt über einen thermodynamischen Kreisprozess, der im Falle eines Viertaktmotors aus vier Arbeitstakten besteht [Rei11]. Abbildung 2.2 zeigt den Aufbau und die Arbeitsweise eines Viertakt-Ottomotors. Im ersten Arbeitstakt (AT1) ist das Einlassventil geöffnet und es wird Frischluft in den Kolben angesaugt und der Kraftstoff schon während dieses Vorgangs in den Zylinder eingespritzt. Nachdem der Kolben seinen unteren Totpunkt (Bottom Dead Centre, BDC) passiert hat, schließt das Einlassventil. Im nächsten Arbeitstakt (AT2) wird das Kraftstoffluftgemisch komprimiert und kurz vor dem Erreichen des oberen Totpunktes (Top Dead Centre Firing, TDCF) durch die Zündkerze gezündet. Durch die Verbrennung (AT3) des Gemisches steigt der Druck im Zylinder rapide an und bewirkt eine Druckkraft auf den Kolben. Aufgrund der Bewegung des Kolbens nach unten wird Arbeit am System verrichtet und die Kurbelwelle angetrieben. Noch während der Expansion des im Zylinder befindlichen Gases beginnt die Öffnung des Auslassventils. Im letzten Arbeitstakt (AT4) wird das im Zylinder befindliche Abgas ausgeschoben (Top Dead Centre, TDC). Ein vollständiger Ladungswechselprozess wird beim Viertaktverfahren folglich während zwei vollständigen Umdrehungen der Kurbelwelle durchlaufen. Es ist üblich, alle Ladungswechselgrößen über den verstrichenen Kurbelwinkel (KW) anzugeben. Die vier Arbeitstakte erfolgen folglich in 720° Kurbelwinkel. Der Nullpunkt wird oft auf den oberen Totpunkt zwischen Verdichtung und Expansion gelegt. Abbildung 2.3 zeigt exemplarisch die Simulation des Gasdynamikprozesses in einem Zylinder. Wie gut zu erkennen ist, steigt der Druck im Zylinder während der Verdichtungsphase stetig an. Nach der Zündung des Gemisches steigt der Druck schlagartig an, um anschließend in der Expansionsphase stetig abzusinken. Wie in Abbildung 2.3 zu erkennen ist herrscht zum Zeitpunkt, an dem die Öffnung des Auslassventils beginnt, immer noch eine hohe Druckdifferenz zwischen dem Fluid im Zylinder und dem im Krümmer. In Folge dessen findet ein schlagartiger Druckausgleich in Form eines hohen Volumenstroms in den Krümmer statt. Die periodische Wiederholung dieses Volumenstromimpulses stellt die primäre akustische Anregung in einer Abgasanlage dar.

2.3.2 Akustisches Quellsignal

Das vom Motor erzeugte Quellsignal kann als eine Überlagerung eines Gleich- und eines Wechselanteils angesehen werden. Dabei spielen die Gleichanteile im Sinne eines akustischen Quellsignals keine Rolle. Zwar kommt es durch das Strömen des Fluids durch die Abgasanlage zu Strömungsrauschen, allerdings wird dieses durch turbulente Strömungen in der Abgasanlage hervorgerufen und soll im Rahmen die-

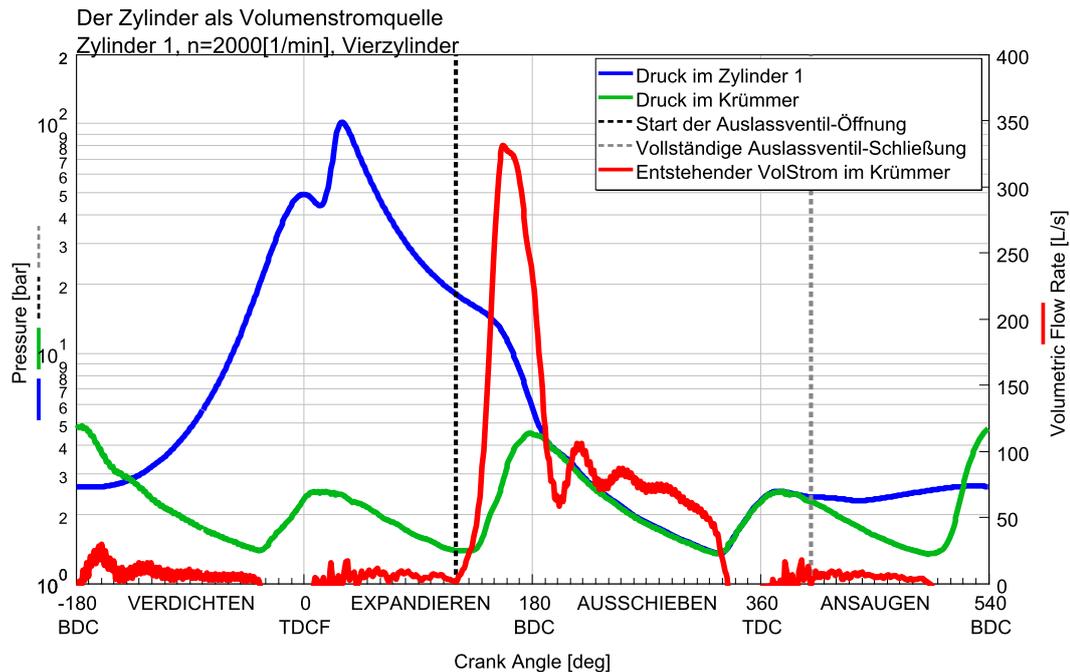


Abbildung 2.3: Simulation des Gasdynamikprozesses in einem Zylinder. Druck im Zylinder (blau), Druck im Krümmer (grün) Volumenstrom im Krümmer (rot)

ser Arbeit aufgrund des hochfrequenten Charakters nicht weiter betrachtet werden. Ebenso sollen hochfrequente Geräusche vernachlässigt werden, welche durch den Abgasturbolader hervorgerufen werden. Ein isoliert betrachteter Auslassimpuls besitzt ein breitbandiges Spektrum. Zur Veranschaulichung kann der Auslassimpuls als (normierte) Gaußfunktion gemäß:

$$f_G(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (2.36)$$

mit $\sigma > 0$ modelliert werden. Das zu Gleichung 2.36 gehörende Spektrum ist [But12]:

$$F_G(\omega) = e^{-\frac{1}{2}\sigma\omega^2}. \quad (2.37)$$

Wie die Gleichungen 2.36 und 2.37 zeigen, ist die Fouriertransformierte des Gaußimpulses im Frequenzbereich ebenfalls eine Gaußfunktion. Die beiden Gleichungen zeigen außerdem, dass der Auslassimpuls für kleine σ zeitlich besonders kurz, also impulsartig ausfällt. Ein solcher kurzer Impuls besitzt gemäß Gleichung 2.37 ein breitbandigeres Spektrum mit mehr hochfrequenten Anteilen als ein langsamer ablaufender Ausstoß mit entsprechend höheren Werten für σ . Aufgrund des Ladungswechselprozesses wiederholt sich dieser Impuls periodisch alle 720° Kurbelwinkel.

Dies soll modellhaft durch die periodische Wiederholung von zeitlich äquidistanten Diracstößen betrachtet werden. Die Diracstoßfolge⁸ ist definiert durch:

$$\delta_T(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT_t). \quad (2.38)$$

Die Größe T_t steht hier für die Periodendauer. Die Fouriertransformierte dieser Impulsfolge kann in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega_0 = 2\pi/T_t$ mit $i \in \mathbb{N}$ wie folgt angegeben werden [Mer10]:

$$\delta_{\omega_0}(\omega) = \omega_0 \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - i\omega_0). \quad (2.39)$$

Eine periodische Wiederholung eines Gaußimpulses kann durch die Faltung des Gaußimpulses gemäß Gleichung 2.36 mit der Impulsfolge aus Gleichung 2.38 dargestellt werden. Dies entspricht einer Multiplikation der Gleichungen 2.37 und 2.39 im Frequenzbereich. Für das Spektrum $M(\omega)$ des periodisch mit ω_0 wiederholten Auslassimpulses des betrachteten Einzelzylinders ergibt sich modellhaft folglich:

$$M(\omega) = \omega_0 \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - i\omega_0) \cdot e^{-\frac{1}{2}\sigma\omega^2}. \quad (2.40)$$

Aus Gleichung 2.40 ist ersichtlich, dass sich die gesamte Signalenergie auf diskrete Frequenzen mit $\omega = i \cdot \omega_0$ mit $i \in \mathbb{N}$, also auf die Grundfrequenz und ganzzahlige Vielfache von dieser verteilt. Dieser Sachverhalt kann für den Regelalgorithmus zur Minderung des Ladungswechselgeräuschs vorteilhaft ausgenutzt werden. Gleichung 2.40 zeigt außerdem, dass die Amplituden der Obertöne mit zunehmender Frequenz abnehmen. In der Realität nehmen diese um ca. 20 dB pro Oktave ab [Zel09]. Die Frequenz $f_0 = \omega_0/2\pi$ wird dabei als Zündfrequenz des Motors bezeichnet. Bezieht man diese diskreten Frequenzen auf die Drehfrequenz des Motors, kann man diese als Ordnungen⁹ angeben. Bei einem Viertaktmotor mit N_Z Zylindern ergibt sich die Zündordnung (ZO) folglich zu:

$$ZO = \frac{N_Z}{2}. \quad (2.41)$$

[Zel09] Die Zuordnung einer Frequenz $f_{MO}(n, i)$ einer Motorordnung kann in Abhängigkeit der Drehzahl n in min^{-1} wie folgt angegeben werden:

$$f_{MO}(n, i) = \frac{n}{60} \cdot \text{Ord}(i). \quad (2.42)$$

⁸Die Diracstoßfolge wird auch Sha-Funktion genannt.

⁹auch Motorordnungen (MO) genannt

Im Folgenden soll die Funktion $Ord(i) = ZO \cdot i$ mit $i \in \mathbb{N}$ für den Zahlenwert der i -ten Vielfachen der Zündordnung stehen. Betrachtet man einen Viertakt-Einzyliermotor, so ergibt sich gemäß Gleichung 2.41 mit $N_Z = 1$ eine Zündordnung von $ZO = \frac{1}{2}$. Das Spektrum $M(\omega)$ jedes einzelnen Zylinders setzt sich folglich gemäß Gleichung 2.40 aus ganzzahligen Vielfachen der 0,5-ten Motorordnung zusammen. Dies ist auch der Grund, warum bei Viertaktmotoren generell nur Ordnungen mit $Ord = i \cdot \frac{1}{2}$ auftreten können (und beispielsweise keine 3,25-te Motorordnung existieren kann). Durch die Kombination von mehreren Einzelzylindern zu einem Viertaktmotor mit N_Z Zylindern können einzelne Motorordnungen durch die Überlagerung der einzelnen gasdynamischen Anregung in der Abgasanlage jedes Einzelzylinders nur verstärkt oder gemindert werden. Entscheidend hierfür ist die Phasenbeziehung, welche die entsprechenden Anregungssignale untereinander aufweisen. Ist die Überlagerung der Einzelzylinderimpulse zeitlich äquidistant, so löschen sich alle Ordnungen aus, welche nicht ganzzahlige Vielfache der Zündordnung (gemäß Gleichung 2.41) des N_Z -Zylindermotors sind. Werden die Einzelimpulse jedes Zylinders zeitlich nicht äquidistant überlagert, so verbleiben Nebenordnungen im Anregungsspektrum. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn die Zündzeitpunkte der einzelnen Zylinder zeitlich nicht mehr äquidistant über den Ladungswechselprozess verteilt sind oder wenn sich für die Auslassimpulse der verschiedenen Zylinder aufgrund der Krümmergeometrie unterschiedliche Laufzeiten zur Überlagerungsstelle ergeben. Derselbe Effekt tritt auf, wenn die Zündung eines Zylinders während des Motorbetriebs ausbleibt. Das gezielte Hinzufügen von Nebenordnungen stellt ein entscheidendes Werkzeug bei der Klanggestaltung des Ladungswechselgeräusches dar. Weitere Vertiefungen zur spektralen Zusammensetzung des Ladungswechselsignals sind beispielsweise in [Gen04] oder auch [Zel09] zu finden.

2.4 Grundlagen der aktiven Schallfeldbeeinflussung

Die grundlegende Idee der aktiven Schallfeldbeeinflussung besteht darin, ein bestehendes Schallfeld (Primärschallfeld) durch ein zweites, künstlich erzeugtes Schallfeld (Sekundärschallfeld) zu beeinflussen. Hierbei ist insbesondere die Auslöschung oder Minderung des primären Schallfeldes als Lärmquelle Ziel dieser Technologie. Das Grundprinzip der aktiven Schallminderung wird deutlich, wenn zwei monofrequente Punktschallquellen gleicher Amplitude, aber gegenphasiger Ansteuerung in unmittelbare Nähe zueinander gebracht werden. Je nach Abstand und Wellenlänge der beiden Quellen kann eine mehr oder weniger große Minderung der abgestrahlten Schallleistung der Quellen erreicht werden. Diese vergrößert sich, je kleiner der Abstand der

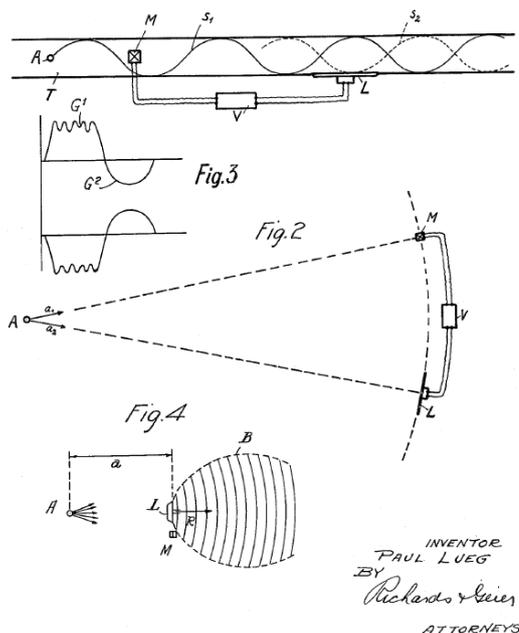


Abbildung 2.4: Prinzip der aktiven Schallminderung. Patentschrift von Lueg (1933)

Quellen gegenüber der Wellenlänge ist. Deutet man eine der beiden Quellen im Sinne der oben stehenden Definition als Primär- und die andere als Sekundärschallquelle, kann von aktiver Schallfeldbeeinflussung gesprochen werden. [Mös12]

Die ursprüngliche Idee für dieses Verfahren stammt von Lueg, der dieses bereits 1933 zum Patent anmeldete [Lue37]. Die von Lueg vorgeschlagene Vorrichtung ist in Abbildung 2.4 dargestellt und zeigt die aktive Schallminderung in einem Rohr. Dabei wird ein Störschallfeld mittels eines Mikrofons (M) aufgenommen und durch eine geeigneten Signalverarbeitungseinheit (V) aufbereitet. Aus dem so gewonnenen Signal wird mittels eines Lautsprechers (L) ein zweites Schallfeld erzeugt und dem ersten Schallfeld überlagert, um eine Minderung dessen zu erreichen. Die ersten Experimente zu diesem Thema wurden in den 50er Jahren von Olson durchgeführt, der auch verschiedene potenzielle Anwendungsfelder aufzeigte [OM53] [Ols56]. Die technische Umsetzung solcher Vorrichtungen war damals allerdings aufgrund der notwendigen hohen Nachbildungsgenauigkeit des Sekundärfeldes mit der damaligen unflexiblen und aufwändigen Röhrentechnik noch nicht möglich [Gui89] [Gui07]. Erst mit dem Aufkommen der Digitaltechnik und durch die Verwendung adaptiver Digitalfilter konnten erste Anwendungen praktisch umgesetzt werden [Gui89] [NE92].

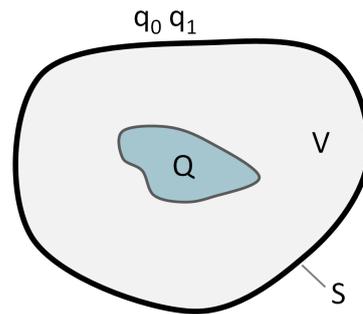


Abbildung 2.5: Prinzip des Hüllflächenverfahrens

2.4.1 Physikalische Wirkmechanismen

Verfahren zur Lärminderung lassen sich allgemein in primäre und sekundäre Lärm-bekämpfungsmaßnahmen einteilen. Unter Primärmaßnahmen versteht man die Verhinderung der Lärmentstehung direkt an der Lärmquelle, während sekundäre Maßnahmen das Ziel haben, die Schallausbreitung zu erschweren bzw. zu verhindern. Nicht immer lassen sich Maßnahmen eindeutig zu einer Kategorie zuordnen. [LSW09] Sekundärmaßnahmen beruhen auf dissipativen oder reflektiven Effekten. Absorbierende Materialien wandeln auftreffende Schallenergie in Wärme um, während Impedanzsprünge im akustischen Ausbreitungspfad zu Reflexionen und letztlich zu einer Dämmwirkung führen. Auf den ersten Blick scheint die aktive Minderung von Schall im Widerspruch zum Energieerhaltungsprinzip zu stehen, da scheinbar Energie „vernichtet“ wird. Wie im Folgenden gezeigt werden soll, lassen sich allerdings auch die Wirkmechanismen der aktiven Schallminderung durch Reflexions- und Absorptionseffekte erklären.

Hüllflächenverfahren

Das allgemeine Problem einer aktiven Schallfeldbeeinflussung wurde von Jessel, Mangiante und Canevet theoretisch untersucht und unter dem Begriff JCM-Theorie entwickelt [Gui89] [Man77]. Diese soll im Folgenden kurz erläutert werden. Abbildung 2.5 zeigt die grundsätzlichen Überlegungen des Hüllflächenverfahrens. Dabei wird eine Primärquelle Q betrachtet, welche sich innerhalb eines Volumens V mit der Oberfläche S befindet. Durch die Verteilung von Sekundärschallquellen auf der Oberfläche S soll im Außenraum von V ein Schallfeld erzeugt werden, welches das Feld der Primärquelle im Außenbereich kompensiert, gleichzeitig aber das Schallfeld im Inneren von V unverändert lässt. Um dies zu erreichen, müssen die Sekundärschallquellen im Außenraum von V eine invertierte (um 180° phasenverschobene) Version des Primär-

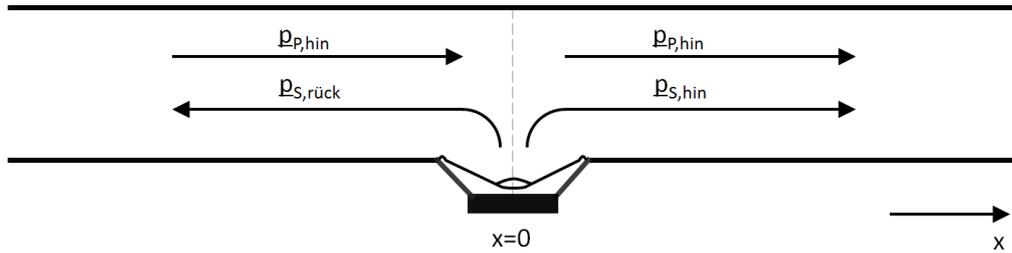


Abbildung 2.6: Theoretisches Prinzip der aktiven Schallminderung in einem eindimensionalen, unendlich langen System

schallfeldes erzeugen, ohne jedoch in den Innenraum von V abzustrahlen. Gemäß des Huygenschen Prinzips lässt sich mit einer kontinuierlichen Quellverteilung auf S ein solches Schallfeld im Außenraum erzeugen. Über eine kontinuierliche Verteilung von akustischen Monopolen über die Oberfläche S wird allerdings auch Schallenergie in den Innenraum von V abgegeben. Durch Kombination von Monopolen q_0 und Dipolen q_1 ergeben sich Tripole (mit Cardioidcharakteristik), welche kontinuierlich verteilt über S das gewünschte Kompensationsschallfeld im Außenbereich ohne Abstrahlung in den Innenraum von V generieren. Bei gleichzeitiger Schallabstrahlung von Primärschallquelle Q und Sekundärschallquellen auf S löschen sich die Felder im Außenbereich folglich aus, ohne dass das Feld im Inneren von V beeinflusst wird. Die Signale der Ersatzschallquellen $q_0(\vec{x})$ und $q_1(\vec{x})$ können in Abhängigkeit der Hüllfläche S und der Primärquellenverteilung $Q(\vec{x})$ aus der Helmholtz-Huygensschen Integraldarstellung berechnet werden [Gui89]. Weiterführende Abhandlungen zur Helmholtz-Huygensschen Integraldarstellung sind beispielsweise in [Sku71] zu finden. Diese idealisierten Betrachtungen setzen allerdings eine akustisch transparente, kontinuierliche Sekundärquellenverteilung voraus. In der Praxis kann diese nur durch endlich viele diskrete Quellen approximiert werden. Die minimale Flächendichte der Quellverteilung ergibt sich aus dem Wirkungsquerschnitt $A = \lambda^2/4\pi$ [NE92]. Dabei steht λ für die kleinste im Quellsignal vorkommende Wellenlänge. Energetisch gesehen wird das Primärfeld im Falle einer Tripolverteilung an der Oberfläche S vollständig absorbiert. Im Falle der Monopolverteilung ergeben sich stehende Wellen innerhalb von V und die Oberfläche S wirkt wie ein idealer schallweicher Reflektor. Im Folgenden soll nun dieses Prinzip auf den eindimensionalen Fall genauer betrachtet werden.

Eindimensionale Schallfelder

Für bestimmte Anwendungsfälle können Schallfelder als eindimensional bzw. als ebene Wellen betrachtet werden. Dies ist, wie in Abschnitt 2.12 bereits gezeigt, beispielsweise in Rohren der Fall, solange die betrachteten Frequenzen unterhalb der Cut-on Frequenz der ersten Quermode des Rohres liegen. Grundlegende physikalische Wirkmechanismen der aktiven Schallminderung können so anhand des Beispiels der Schallminderung in einem unendlich langen Rohr theoretisch betrachtet und diskutiert werden. Diese und weiterführende theoretische Untersuchungen der physikalischen Wirkmechanismen können aus [NE92], [Ell01] oder [Mös12] entnommen werden und sollen in diesem Abschnitt nur kurz beschrieben werden. Angenommen sei ein unendlich langes Rohr, in dem sich eine Primärschallwelle $\underline{p}_{P, \text{hin}}$ in positive x-Richtung ausbreitet. An der Position $x = 0$ sei eine Sekundärquelle angeordnet, welche den Volumenstrom \underline{q}_S in das Rohr einkoppelt. Durch diesen Volumenstrom entstehen weitere Schallwellen, welche sich von der Position $x = 0$ in positive und negative Richtung ausbreiten. Der in negative x-Richtung laufende Anteil sei dabei als $\underline{p}_{S, \text{rueck}}$, der in positive laufende Anteil als $\underline{p}_{S, \text{hin}}$ bezeichnet. Abbildung 2.6 zeigt das theoretische Prinzip der aktiven Schallminderung in einem eindimensionalen System. Für das Primärschallfeld gilt:

$$\underline{p}_P(x) = \hat{p}_P \cdot e^{-jkx} \quad (2.43)$$

und für das Sekundärschallfeld:

$$\underline{p}_S(x) = \begin{cases} \hat{p}_S \cdot e^{-jkx} & \text{für } x \geq 0 \\ \hat{p}_S \cdot e^{+jkx} & \text{für } x < 0. \end{cases} \quad (2.44)$$

Dabei stellt \hat{p}_S die komplexe Schalldruckamplitude der Sekundärquelle dar und kann in Abhängigkeit des Volumenstroms der Sekundärquelle angegeben werden mit:

$$\hat{p}_S = \underline{q}_S \cdot \frac{Z_0}{2A_R}. \quad (2.45)$$

Durch die Superposition von Primär- und Sekundärschallfeld mit $\underline{p} = \underline{p}_P + \underline{p}_S$ folgt, dass die Bedingung $\underline{p}(x) = 0$ für $x \geq 0$ genau dann erfüllt ist, wenn $\hat{p}_S = -\hat{p}_P$ gilt. Durch diese neuen Bedingung ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung 2.44 und anschließender Überlagerung mit dem Primärschallfeld gemäß Gleichung 2.43 für den

Bereich $x < 0$ die stehende Welle:

$$\underline{p}(x) = -2j\hat{p}_P \cdot \sin(kx). \quad (2.46)$$

Der Vergleich mit Tabelle 2.1 zeigt, dass dies genau einer Reflexion mit $\underline{r} = -1$ entspricht. Eine ideale Minderung des Bereiches $x \geq 0$ entsteht folglich dadurch, dass die in positiver x-Richtung laufenden Schallwellen an der Stelle $x = 0$ schallweich reflektiert werden. Allgemein lässt sich so für die komplexe Druckamplitude der Sekundärquelle folgender Zusammenhang angeben:

$$\hat{p}_S = \underline{r} \cdot \hat{p}_P. \quad (2.47)$$

Um die möglichen Wirkmechanismen weiter zu beschreiben ist die Betrachtung der auftretenden Schalleistungen hilfreich. Dabei gilt für die Schalleistung P allgemein [Mös12]:

$$P(t) = p(t) \cdot q(t). \quad (2.48)$$

Dabei steht in dem hier betrachteten eindimensionalen System eine positive Schalleistung für einen Energietransport in positiver x-Richtung. Für komplexe Größen kann die Wirkschalleistung wie folgt angegeben werden:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{p} \cdot \underline{q}^* \}. \quad (2.49)$$

Dabei steht \underline{q}^* für den konjugiert komplexen Volumenstrom. Durch Aufstellen einer Leistungsbilanz an der Stelle $x = 0$ mit P_- für die Leistung links und mit P_+ für die Leistung rechts von der Sekundärquelle ergibt sich die Leistung der Sekundärquelle P_S gerade aus deren Differenz zu:

$$P_S = P_+ - P_-. \quad (2.50)$$

Dabei steht eine positive Leistung P_S für einen Zustand, in dem die Sekundärquelle Leistung in den Kanal einspeist. Durch Anwendung von Gleichung 2.49 auf die Superposition von Primär- und Sekundärschallfeld gemäß der Gleichungen 2.43 und 2.44 und Verwendung der Schallkennimpedanz ergibt sich schließlich:

$$P_- = \frac{A_R |\hat{p}_P|^2}{2Z_0} (1 - |\underline{r}|^2) \quad (2.51)$$

und

$$P_+ = \frac{A_R |\hat{p}_P|^2}{2Z_0} |1 + \underline{r}|^2. \quad (2.52)$$

Gemäß Gleichung 2.50 ergibt sich schließlich die Leistung der Sekundärquelle in Abhängigkeit des Faktors \underline{r} zu:

$$P_S = \frac{A_R |\hat{p}_P|^2}{2Z_0} (|1 + \underline{r}|^2 - (1 - |\underline{r}|^2)). \quad (2.53)$$

Mit $\underline{r} = Re^{j\varphi}$ und der Leistung $P_0 = A_R |\hat{p}_P|^2 / (2Z_0)$ des Primärschallfeldes ergibt sich schließlich:

$$P_S = 2P_0 R (R + \cos(\varphi)). \quad (2.54)$$

Wie aus Gleichung 2.54 folgt, gibt die Sekundärquelle im Falle des vorhin diskutierten Zustandes mit idealer Minderung im Bereich $x \geq 0$ und somit für $\underline{r} = -1$ keine Leistung an den Kanal ab. Dabei wird das vorher bereits erwähnte Problem der scheinbar verschwindenden Schallenergie gelöst. Um den Schalldruck der Primärquelle im Bereich $x \geq 0$ ideal zu mindern, erzeugt die Sekundärquelle ein Sekundärschallfeld, welches im Bereich $x \geq 0$ eine invertierte Version des Primärschallfeldes darstellt. Dies wirkt wie eine schallweiche Reflexion an der Stelle $x = 0$, sodass die gesamte Schallenergie des Primärschallfeldes ebenfalls reflektiert wird. Bei der Betrachtung von Gleichung 2.54 zeigt sich außerdem, dass für $\varphi = 180^\circ$ und $R < 1$ die Sekundärschallquelle eine Leistungssenke darstellt und somit Schallenergie aufnimmt. Durch Differenzieren der Gleichung 2.54 lässt sich leicht die maximale Leistungsaufnahme der Sekundärschallquelle bestimmen. So ergibt sich eine maximale Leistungsaufnahme für $R = 1/2$ von $P_{S,max} = -P_0/2$. Mit $R = 1/2$ und $\varphi = 180^\circ$ folgt für den Reflexionsfaktor $\underline{r} = -1/2$. Es zeigt sich also, dass durch die Ansteuerung der Sekundärquelle gemäß Gleichung 2.47 mit $\underline{r} = -1/2$ die Hälfte der Primärschallenergie absorbiert, ein Viertel reflektiert und ein Viertel in den Bereich $x > 0$ transmittiert wird, was dort zu einer Pegelabsenkung von 6 dB führt. Wie zu Anfang dieses Abschnittes bereits erwähnt, zeigen die theoretischen Betrachtungen, dass die physikalischen Wirkmechanismen der aktiven Schallminderung auf die klassischen Wirkmechanismen Reflexion und Absorption zurückgeführt werden können. In Konsequenz stellt die aktive Schallfeldminderung keinen Widerspruch zur Energieerhaltung dar. Die Betriebsart der Sekundärquelle lässt sich dabei gemäß der Gleichungen 2.45 und 2.47 über den komplexen Faktor \underline{r} einstellen. Für reale Systeme stellt die Sekundärquelle einen elektroakustischen Wandler dar, der als reversibler Wandler im Absorptionsfall theoretisch als Generator betrieben werden kann. Allerdings sind die akustischen Leistungen im Vergleich zu den elektrischen Verlusten, die beim Betrieb des Wandlers auftreten, so klein, dass der Generatorbetrieb in der Realität nicht weiter positiv ausgenutzt werden kann. [Mös12]

Im Falle der Absorption von Schallenergie durch den Wandler fallen die dabei auftretenden Membranauslenkungen größer aus als beim äquivalenten Betrieb des Wandlers ohne Primärschallfeld. Durch die größeren Auslenkungen steigt somit auch die Gefahr von Verzerrungen an. Durch die Verwendung von mehreren Sekundärquellen, welche in einem definierten Abstand von einander angebracht sind, kann theoretisch eine vollständige Absorption der primären Schallenergie erreicht werden ohne, dass Reflexionen in negative x -Richtung auftreten. Diese Methode geht auf Swinbanks [Swi73] zurück und wurde in verschiedenen Arbeiten experimentell untersucht [PL76] [WE94]. Abhängig von dem Abstand l der beiden Sekundärquellen ergibt sich dabei für $k \cdot l = i \cdot \pi$ mit $i \in \mathbb{N}$ keine Abstrahlung des Quellenpaars und somit keine Möglichkeit das Primärschallfeld zu mindern. Um die nutzbare Frequenzbandbreite zu erweitern, kann dazu übergegangen werden, die beiden Sekundärquellen um weitere Quellen zu erweitern [EL83]. Da allerdings für die Anwendung der aktiven Abgasanlage die Nutzung von mehrerer Aktoren aus Kosten-, Gewichts- und Bauraumsicht sehr kritisch zu bewerten ist, wird im Folgenden auf die Verwendung mehrerer Aktuatoren nicht näher eingegangen. Es sei allerdings erwähnt, dass die vorgestellte Simulationsmethodik ebenso für die Auslegung einer aktiven Abgasanlage mit einem solchen Aktorenpaar geeignet ist.

Nachbildefehler

Um eine ideale Minderung des Schallfeldes in Bereich $x \geq 0$ zu erreichen, muss die Sekundärquelle eine komplexe Schalldruckamplitude erzeugen, welche denselben Betrag wie die des Primärschallfeldes besitzt und zu dieser um 180° phasenverschoben ist. Dies wird durch Gleichung 2.47 mit $\underline{r} = -1$ ausgedrückt. Für praktische Anwendungen kann nur eine endliche Phasen- bzw. Pegelgenauigkeit des Sekundärschallfeldes erreicht werden, weshalb die Schallamplitude im Bereich $x \geq 0$ kaum exakt auf Null abfallen kann. Es stellt sich vor diesem Hintergrund die Frage, welches theoretische Minderungspotenzial mit einem bestimmten Phasen- bzw. Amplitudenfehler erreichbar ist. Durch die Überlagerung des Primär- und Sekundärschallfeldes gemäß den Gleichungen 2.43 und 2.44 und Einsetzen von Gleichung 2.47, ergibt sich für die komplexe Schalldruckamplitude dieser Überlagerung im Bereich $x \geq 0$:

$$\underline{p} = \hat{\underline{p}}_P (1 - R e^{j\Delta\phi}). \quad (2.55)$$

Dabei steht $\Delta\phi$ für den Phasenfehler zur optimalen Phasenverschiebung von 180° . Mit der Einführung einer Pegeldifferenz $\Delta L = 10 \lg(R^2)$ ergibt sich für die theoretisch

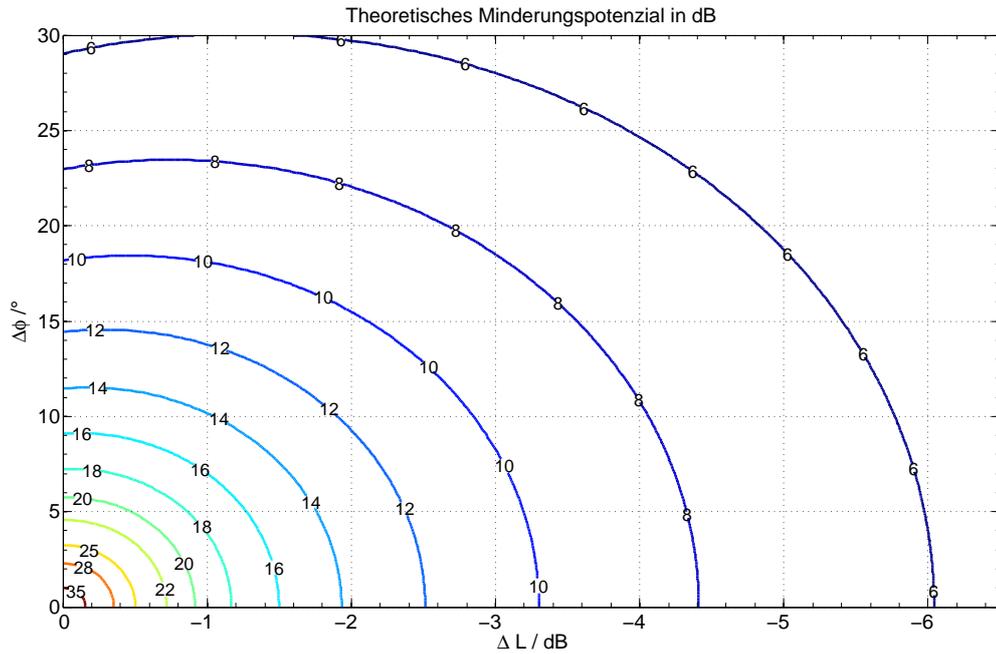


Abbildung 2.7: Theoretisch erreichbare Minderung ΔL_{Mind} in Abhängigkeit des Phasenfehlers $\Delta\phi$ und der Pegeldifferenz ΔL zwischen Primär- und Sekundärsignal

mögliche Minderung:

$$\Delta L_{Mind} = 10 \lg \left(R^2 - 2R \cdot \cos(\Delta\phi) + 1 \right), \quad (2.56)$$

und schließlich

$$\Delta L_{Mind} = 10 \lg \left(10^{\frac{\Delta L}{10}} - 20^{\frac{\Delta L}{20}} \cdot \cos(\Delta\phi) + 1 \right). \quad (2.57)$$

Abbildung 2.7 zeigt die theoretisch erreichbare Minderung ΔL_{Mind} in Abhängigkeit des Phasenfehlers $\Delta\phi$ und der Pegeldifferenz ΔL zwischen Primär- und Sekundärsignal gemäß Gleichung 2.57. Es zeigt sich die hohe Genauigkeit in Phase und Pegel, welche zur Erreichung einer hohen Minderung nötig ist. So ist für eine Minderung von $\Delta L_{Mind} = 20$ dB bereits ein Phasenfehler von $\Delta\phi < 6^\circ$ und ein Amplitudenfehler von $|\Delta L| < 1$ dB nötig. In der Abbildung findet sich auch der zuvor besprochene Fall der idealen Absorption einer Sekundärquelle für $\Delta\phi = 0^\circ$ und $\Delta L = -6$ dB wieder.

2.4.2 Klassifizierung von Systemen zur aktiven Schallbeeinflussung

Systeme zur aktiven Schallfeldbeeinflussung lassen sich anhand verschiedener Eigenschaften klassifizieren. Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über mögliche Systemausprägungen gegeben und ihre Relevanz für die Anwendung in einer aktiven Abgasanlage diskutiert werden. Zunächst stellt sich die Frage, in welcher Umgebung eine Störgeräuschminderung erreicht werden soll. Bei der aktiven Minderung eines Schallfelds in einem geschlossenen Raum hängt die Anforderung an das System stark vom Verhältnis der Raumabmessungen zu den betrachteten Wellenlängen des Störgeräusches ab. Zur Minderung von Schallfeldern in abgeschlossenen Räumen können je nach Frequenzbereich und Raumgröße mehrere Sekundärquellen und Fehlermikrofone nötig sein¹⁰, um eine möglichst gute globale Minderung im Raum erreichen zu können. Da wie bereits beschrieben die Schallfeldausbreitung in Abgasanlagen unterhalb der Cut-on Frequenz eindimensional betrachtet werden kann, ist auch für den Algorithmus nur ein einkanaliges System¹¹ zur aktiven Schallfeldbeeinflussung nötig. Grundsätzlich können Algorithmen für die aktive Schallfeldbeeinflussung außerdem nach der Art des zu mindernden Störgeräusches klassifiziert werden. Dabei ist zwischen Breitbandgeräuschen und Schmalbandgeräuschen zu unterscheiden. Breitbandgeräusche sind Geräusche, die eine relativ konstante Schallenergieverteilung über einen größeren Frequenzbereich aufweisen. Unter dem Begriff Breitbandgeräusch oder Breitbandsignal versteht man vor dem Hintergrund der aktiven Schallfeldbeeinflussung stationäre Geräusche, welche einen rein stochastischen Charakter aufweisen und beispielsweise durch turbulente Strömungen entstehen. Konkrete Beispiele hierfür sind Lüftungsgeräusche oder das von Flugzeugtriebwerken erzeugte Geräusch. Bei Schmalbandgeräuschen hingegen konzentriert sich fast die gesamte Schallenergie auf einige diskrete Frequenzen. Diese Art von Geräuschen kommt vor allem durch Maschinen mit rotierenden Teilen oder periodisch ablaufenden Prozessen zustande. Beispiele hierfür sind Elektromotoren, Transformatoren oder Verbrennungsmotoren. ANC-Systeme können in drei Kategorien, nämlich in sogenannte Feedbacksysteme, Feedforwardsysteme, und Hybridsysteme, eingeteilt werden. Feedbacksysteme benötigen kein Referenzsignal und arbeiten auf Basis mindestens eines Fehlersensors. Diese Systeme können zur Minderung von periodischen Geräuschen, wie beispielsweise in [OM53] gezeigt, eingesetzt werden. Feedforwardsysteme hingegen benötigen neben mindestens einem Fehlersensor auch mindestens ein Referenzsignal und finden auch bei der Minderung breitbandiger Störgeräusche Anwendung. [Han01]

¹⁰MIMO-System = Multiple-Input-Multiple-Output-System

¹¹SISO-System = Single-Input-Single-Output-System

Kapitel 3

Modellbildung

Für den Aufbau einer Simulationsmethode, welche die Prognose von Schallemission und elektrischer Leistungsaufnahme einer aktiven Abgasanlage erlaubt, ist es nötig, die bei einem aktiven System beteiligten Einzelkomponenten in Teilmodellen abzubilden. Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Modellierung dieser Einzelmodelle. Bei der virtuellen Auslegung von konventionellen Abgasanlagen müssen sowohl der Schall erzeugende Verbrennungsmotor als auch die geometrischen Eigenschaften der betrachteten Abgasanlage abgebildet werden. Eine besondere Rolle spielen hierbei die im Motorbetrieb auftretenden, hohen Schalldruckpegel, die sehr hohen Abgastemperaturen, sowie die hohen Strömungsgeschwindigkeiten, mit welchen sich das Abgas durch die Abgasanlage bewegt. Wie bereits in Abschnitt 2.3 beschrieben, entsteht das primäre Anregungsgeräusch des Motors durch einen impulsartigen Druckausgleich, der in Form eines Massenstroms nach jedem Öffnen eines Auslassventils zwischen Zylinder und Krümmer auftritt. Dabei ist zu beachten, dass die daraus resultierenden Wechseldrücke in der Größenordnung von 100 kPa liegen können (siehe beispielsweise Abbildung 2.3). Eine der Grundvoraussetzungen¹ der linearen Akustik wird durch diese hohen Anregungen verletzt. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ein nicht-linearer Simulationsansatz zur virtuellen Auslegung einer aktiven Abgasanlage gewählt. Großen Einfluss auf die Wellenausbreitung in einer Abgasanlage stellen die sehr hohen Temperaturen und Temperaturunterschiede dar, die in dem System vorherrschen. Da die Abgastemperatur direkten Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit hat (siehe Gleichung 2.13), geht diese auch in den Wellenwiderstand des Fluids ein. Eine weitere Größe mit starkem Einfluss auf die Schallausbreitung stellt die Strömungsgeschwindigkeit des Abgases dar. Diese kann in Extremfällen

¹Grundvoraussetzung für die Betrachtung gemäß der linearen Akustik sind relativ kleine dynamische Veränderungen der Zustandsgrößen gegenüber den statischen Ruhewerten.

bei hohen Drehzahlen in der Größenordnung der Schallgeschwindigkeit liegen und verursacht somit unterschiedliche Ausbreitungseigenschaften von stromaufwärts und stromabwärts laufenden Wellen. Eine weitere wichtige Einflussgröße für die Auslegung einer Abgasanlage stellt die Quellimpedanz des Verbrennungsmotors dar. Diese wird in vielen theoretischen Überlegungen entweder vernachlässigt oder der Verbrennungsmotor wird als ideale Druck- oder Volumenstromquelle angenommen. Untersuchungen zeigen allerdings, dass keine dieser Annahmen die Realität ausreichend gut abbildet [RC83]. Als Basis für die in dieser Arbeit vorgestellte Simulationstechnik dient das Ladungswechselprogramm "GT-Suite" der Firma "Gamma Technologies", welches die oben genannten Voraussetzungen erfüllt und ein Standardwerkzeug zur Auslegung von Abgasanlagen in der Automobilindustrie darstellt. Dieses Simulationsprogramm beinhaltet ein Modell des Verbrennungsmotors, das den Ladungswechselprozess hinsichtlich aller thermodynamischen und hydrodynamischen Eigenschaften eindimensional abbildet. Das in dieser Arbeit verwendete Motormodell entstammt der thermodynamischen Grundauslegung des entsprechenden Verbrennungsmotors und wird im Rahmen der vorgestellten akustischen Simulationen als gegeben angenommen. Sowohl die Ansaug- als auch die Abgasseite des Motors kann im Rahmen des Simulationsprogrammes mit einem System aus verschiedenen Rohr- und Volumenelementen verbunden werden, in denen im Rahmen der anschließenden Simulation die entsprechenden hydrodynamischen Größen berechnet werden. Schließlich lässt sich am Ende des Systems eine Mündung definieren, auf deren Basis die Schallabstrahlung in die Umwelt abgebildet wird. Die Aufgabe einer klassischen akustischen Abgasanlagenauslegung besteht darin, mittels verschiedener Rohr- und Volumenelemente ein Modell einer Abgasanlage aufzubauen und in Verbindung mit dem Motormodell eine Prognose für die Schallabstrahlung durch die entsprechende Mündung zu generieren. Das Modell der hier vorgestellten aktiven Abgasanlage enthält, neben den konventionellen passiven Schalldämpfern², einen nach dem Nachschalldämpfer angekoppelten elektroakustischen Aktor und einen Drucksensor. Unter dem Aktor wird in diesem Zusammenhang ein in ein Gehäuse eingebauter elektrodynamischer Lautsprecher verstanden. Dabei ist der Lautsprecher so im Gehäuse befestigt, dass sich auf der Rückseite der Lautsprechermembran ein abgeschlossenes Rückvolumen ergibt. Auf der Vorderseite der Membran entsteht dabei ein Vordervolumen, welches über eine Öffnung mit einem Rohr³ verbunden ist. Der Drucksensor ist dabei im Bereich der Zusammenführung von Aktorrohr und Abgasrohr angebracht. Das Ansteuerungssignal des Aktors wird von einem Algorithmus auf Basis

²Vorschalldämpfer (VSD), Mittelschalldämpfer (MSD) und Nachschalldämpfer (NSD)

³Im Folgenden Aktorrohr genannt.

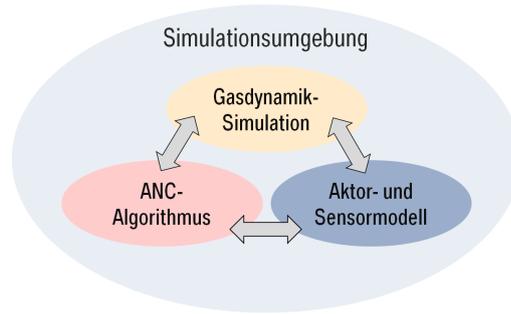


Abbildung 3.1: Struktur der Simulationsumgebung zur Auslegung einer aktiven Abgasanlage

der Drehzahl des Motors und des Drucksensorsignals erzeugt. Abbildung 1.1 zeigt den schematischen Aufbau des Simulationsmodells einer aktiven Abgasanlage. Bei der Auslegung einer aktiven Abgasanlage müssen neben den geometrischen Parametern konventioneller Abgasanlagen auch die verwendeten Aktoren und Sensoren in ihren geometrischen, mechanischen und elektrischen Eigenschaften, sowie der verwendete Regelungsalgorithmus mit allen relevanten Eigenschaften abgebildet werden. In diesem Sinne soll im Rahmen dieser Arbeit die klassische Gasdynamiksimulation um zwei weitere Elemente, nämlich den Algorithmus und einem Aktor- und Sensormodell erweitert werden. Dies bringt vor allem den Vorteil, dass die in einem solchen System vorherrschenden starken Wechselwirkungen der drei Teilelemente berücksichtigt werden und somit die Auswirkungen von Eigenschaftsänderungen eines Elementes auf die Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems untersucht werden können. In der so erzeugten Simulationsumgebung lassen sich so alle Wechselwirkungen zwischen den jeweiligen Einzelementen abbilden. Abbildung 3.1 zeigt die Struktur der in dieser Arbeit vorgestellten Simulationsumgebung. Im Folgenden wird die Modellierung jedes einzelnen Teilelementes und die Zusammenführung dieser einzelnen Teilsystemen als Co-Simulation des aktiven Gesamtsystems vorgestellt.

3.1 Gasdynamik

Die Grundlage der Simulationsumgebung bildet wie bereits beschrieben die Software GT-Suite. Mittels der Software ist es möglich, eine geometrische Abgasanlagenkonfiguration inklusive aller Rohrführungen, Verzweigungen, Vor-, Mittel- und Nachschalldämpfer in ein eindimensionales Gasströmungsmodell zu überführen. Die Anregung bzw. Strömungsquelle wird von einem Modell des entsprechenden Verbrennungsmotors erzeugt, welches den gesamten Arbeitsprozess des Motors (siehe Abschnitt 2.3) thermodynamisch und hydrodynamisch eindimensional abbildet. Die

Simulation erfolgt dabei im Zeitbereich mittels der Methode der finiten Differenzen für eine eindimensionale, kompressible und reibungsbehaftete Fluidströmung. Hierzu wird das Modell der Abgasanlage in eine endliche Anzahl von finiten Subvolumen diskretisiert und die Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie für diese berechnet. In diesem Kapitel sollen die Grundlagen dieser Simulationstechnik beschrieben werden. Weiterführende Informationen zu dieser Methode können [Gam14], [Sch15] oder auch [Hag00] und [MS01] entnommen werden.

3.1.1 Finite Differenzen Methode im Zeitbereich

Die theoretische Grundlage für die hier beschriebene Gasdynamiksimulation bildet eine eindimensionale, kompressible und reibungsbehaftete Fluidströmung in einem Rohr. Dabei wird das Gas durch seine Zustandsgrößen Druck, Geschwindigkeit, Dichte und Temperatur beschrieben. Der funktionale Zusammenhang dieser Größen ist durch die Kontinuitätsgleichung, die reibungsbehaftete Bewegungsgleichung⁴, die Energiegleichung und die Zustandsgleichung für reale Gase gegeben. Das gesamte Strömungsmodell wird in eine endliche Anzahl von Subvolumen diskretisiert. Jedes Subvolumen besitzt Verbindungsstellen zu einem oder mehreren benachbarten Subvolumina. Alle skalaren Zustandsgrößen⁵ des Fluids werden innerhalb des jeweiligen Subvolumens als homogen verteilt angenommen, sodass jedem Subvolumen jeweils nur ein Wert für jede Zustandsgröße zugeordnet ist. Alle vektoriellen Größen⁶ werden jeweils an den Verbindungsstellen zweier Subvolumen berechnet. Diese Art der Diskretisierung ist typisch für die Methode der Finiten Differenzen im Zeitbereich und wird als versetztes Gitter⁷ bezeichnet [Yee66], [IT98], [Sch15]. Abbildung 3.2 zeigt die Diskretisierung des Systems mit dem Ansatz eines versetzten Gitters. Als primäre Variablen werden von der Simulationssoftware die Werte der Dichte ρ_j und der inneren Energie E_j für jedes Subvolumenelement j berechnet. Für alle Verbindungsstellen i wird als primäre Variable der Massenstrom \dot{m}_i bestimmt.

Diskretisierung der Erhaltungssätze

Das Grundprinzip der Finite Differenzen Methode basiert auf Approximation von Differenzialgleichungen durch Differenzengleichungen. Die erste Ableitung einer Funk-

⁴Die reibungsbehaftete Bewegungsgleichung wird auch als Impulsgleichung oder Navier-Stokes Gleichung bezeichnet.

⁵beispielsweise Druck, Temperatur, Dichte oder innere Energie

⁶beispielsweise Massenfluss oder Schnelle.

⁷engl.: staggered grid

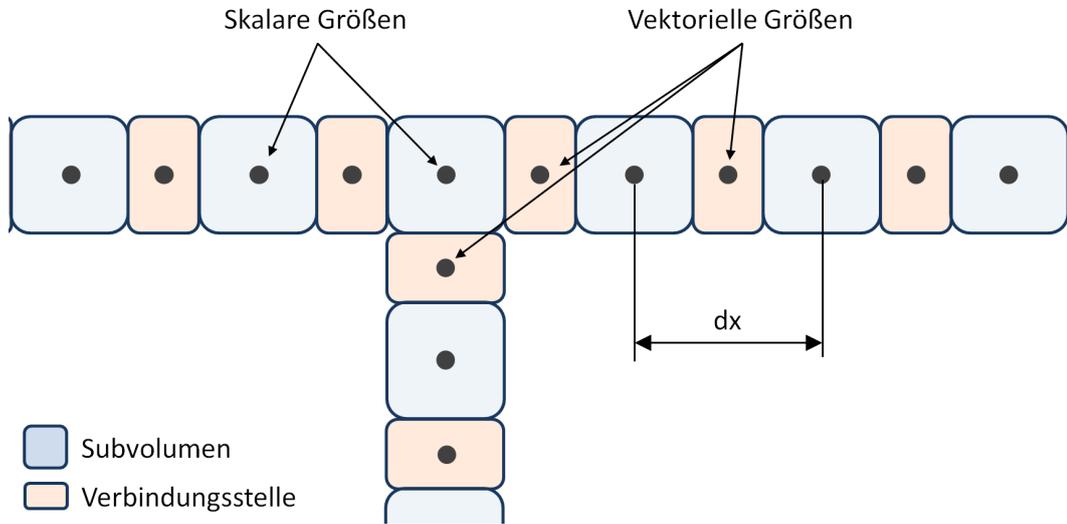


Abbildung 3.2: Diskretisierung des Abgassystems mit dem Ansatz eines versetzten Gitters

tion $f(x)$ lässt sich als Differenzenquotient wie folgt angeben [Sch15]:

$$\frac{df}{dx} = f'(x) \approx \frac{f(x + \frac{\delta}{2}) - f(x - \frac{\delta}{2})}{\delta}. \quad (3.1)$$

Ebenso lässt sich die zweite Ableitung von $f(x)$ angeben mit [Sch15]:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = f''(x) \approx \frac{f(x + \delta) + f(x - \delta) - 2f(x)}{\delta^2}. \quad (3.2)$$

Durch Taylorentwicklung einer Funktion $f(x)$ im Arbeitspunkt x_0 und anschließendes Einsetzen in Gleichung 3.1 bzw. Gleichung 3.2 folgt beispielsweise für Gleichung 3.1:

$$\frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2})}{\delta} = f'(x_0) + \mathcal{O}(\delta^2). \quad (3.3)$$

$\mathcal{O}(\delta^2)$ steht für die Summe aller hier nicht weiter dargestellten Terme, die höhere Ableitungen von $f(x)$ gewichtet mit zu δ^n proportionalen Faktoren enthalten. Dabei sind unter dem Ausdruck $\mathcal{O}(\delta^2)$ alle Terme mit $n \geq 2$ zusammengefasst. Für ausreichend kleine δ kann $\mathcal{O}(\delta^2)$ vernachlässigt werden. In diesem Zusammenhang wird auch von einer Genauigkeit zweiter Ordnung gesprochen. In der hier beschriebenen Simulationsumgebung werden die Differenzialgleichungen mit der Genauigkeit zweiter Ordnung approximiert. [Sch15]

Kontinuitätsgleichung

Für ein eindimensionales System folgt aus der allgemeinen differentiellen Kontinuitätsgleichung gemäß Gleichung 2.6:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_G = - \frac{\partial}{\partial x} (\rho_G v_G). \quad (3.4)$$

Jedes Subvolumenelement j besitzt ein Volumen V_j und ist über N Verbindungsstellen mit N benachbarten Subvolumina verbunden. Jede Verbindungsstelle verfügt über eine Querschnittfläche A_i , durch welche das Fluid strömen kann. Die Überführung von Gleichung 3.4 in Integralform und Diskretisierung der geschlossenen Hüllfläche in N Verbindungsstellen führt zu:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{G,j} = \frac{1}{V_j} \sum_{i=1}^N (\rho_{G,i} \cdot v_{G,i} \cdot A_i) = \sum_{i=1}^N \dot{m}_i. \quad (3.5)$$

Die Software berechnet gemäß Gleichung 3.5 den aktuellen Wert für die zeitliche Ableitung der im Subvolumenelement j enthaltene Dichte $\partial \rho_{G,j} / \partial t$. Durch Integration dieser Größe über die Quantisierungsschrittweite Δt und Addition mit der Zustandsgröße $\rho_j^{(t)}$ zum aktuellen Zeitpunkt t , ergibt sich die Größe $\rho_j^{(t+\Delta t)}$ für den neuen Zeitpunkt $t + \Delta t$. Es folgt schließlich:

$$\rho_j^{(t+\Delta t)} = \rho_j^{(t)} + \frac{1}{V_j} \cdot \sum_{i=1}^N \dot{m}_i^{(t)} \cdot \Delta t. \quad (3.6)$$

Energiegleichung

Als zweiten Erhaltungssatz löst die Software die Energiegleichung für jeden Iterationsschritt. Dieser liegt der erste Hauptsatz der Thermodynamik für offene Systeme zugrunde. Dieser unterscheidet sich im Vergleich zu dem für geschlossene Systeme dadurch, dass mittels Materientransport über die Systemgrenzen Energie ausgetauscht werden kann. Energieaustausch ist so in Form von Wärme, Arbeit und materiengebundener Energie möglich. Kann die potenzielle Energie des Fluidteilchens aufgrund der Gravitation vernachlässigt werden, so gilt [SSSM13]:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} + P_t + \sum \dot{m} \cdot \left(h + \frac{v_G^2}{2} \right) \quad (3.7)$$

[SSSM13] [Gam14]. Dabei bezeichnet E die Energie des Fluidelements, Q die Wärmemenge und $h = u + \frac{p}{\rho}$ die spezifische Enthalpie, wobei u für die spezifische innere Energie und $\frac{p}{\rho}$ für die spezifische Verschiebearbeit steht. Die Größe P_t bezeichnet

die sogenannte technische Leistung⁸, welche dem System zu- bzw. abgeführt wird. Über die Rohrwände wird Energie in Form von Wärme vom Fluid zur Umgebung übertragen. Es kann im Fall der vorgestellten Simulationen davon ausgegangen werden, dass das Fluid stets höhere Temperaturen als die Umgebung aufweist, weswegen ein Wärmestrom \dot{Q} immer Wärme vom Fluid an die Umgebung abgibt. Mit einem Wärmeleitkoeffizienten c_w und der Mantelfläche A_W eines Rohrelements kann der Wärmestrom angegeben werden mit [Gam14]:

$$\dot{Q} = -c_w \cdot A_W \cdot (T_0 - T_{Wand}). \quad (3.8)$$

Aus Gleichung 3.7 folgt schließlich für jedes Volumenelement j :

$$\frac{dE_j}{dt} = -p_{G,j} \cdot \frac{dV_j}{dt} + \sum_{i=1}^N \dot{m}_i \cdot \left(u_i + \frac{v_{G,i}^2}{2}\right) - c_w \cdot A_{W,j} \cdot (T_{0,j} - T_{Wand,j}), \quad (3.9)$$

$$E_j^{(t+\Delta t)} = E_j^{(t)} + \left(\frac{dE_j}{dt}\right)^{(t)} \cdot \Delta t. \quad (3.10)$$

Impulsgleichung

Die dritte Erhaltungsgleichung, die vom Solver der Simulationssoftware gelöst wird, ist die Impulsgleichung oder auch Navier-Stokes-Gleichung gemäß Gleichung 2.8. Diese stellt eine durch Reibungseffekte gedämpfte Bewegungsgleichung dar. Grundlage für die Gleichung ist das zweite Newton'sche Gesetz, nach dem die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers gleich der Summe der an ihm angreifenden Kräfte ist [Ris96]. Für den instationären Impulssatz einer eindimensionalen Fluidströmung gilt [Ris96]:

$$\rho_G \frac{\partial v_G}{\partial t} + \rho_G v_G \frac{\partial v_G}{\partial x} = -\frac{\partial p_G}{\partial x} - \frac{\lambda_R}{d_{hydr.}} \frac{\rho_G}{2} v_G |v_G| + k_v \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial v_G}{\partial x} \right). \quad (3.11)$$

Dabei steht $d_{hydr.} = 4A_R/U_R$ für den hydraulischen Durchmesser des durchströmten Rohres mit der Querschnittsfläche A_R und dem Umfang U_R . Die Größe λ_R steht für den Rohrreibungskoeffizient, wobei k_v als quasi-konstanter Koeffizient der inneren Fluidreibung bezeichnet wird und in der klassischen Stokes Hypothese den Wert

⁸Unter der technischen Leistung versteht man in diesem Zusammenhang alle Leistungen, die auf das System wirken, exklusive der Verschiebeleistung $\dot{m} \cdot \frac{p}{\rho}$.

$k_v = \frac{4}{3}$ annimmt. In der verwendeten Simulationssoftware GT-Suite ist die Impuls-
gleichung wie folgt implementiert [Gam14]:

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} = -\frac{\partial p_G}{\partial x} A_R + \dot{m} \frac{\partial v_G}{\partial x} - 4C_f \frac{\rho_G A_R}{2d_{hydr.}} \cdot v_G \cdot |v_G| + C_p \left(\frac{1}{2} \rho v_G |v_G| \right) A_R. \quad (3.12)$$

Dabei wird die Größe $C_p = (p_1 - p_2)/(0.5\rho v_1^2)$ als Druckverlustkoeffizient bezeichnet, wobei p_1 den Druck im Einlass, v_1 die Fluidgeschwindigkeit im Einlass und p_2 den Druck im Auslass des Rohrelements darstellt. Die Größe $C_f = \lambda_R/4$ wird als „Fanning friction factor“ bezeichnet und dient der Berechnung der Scherspannung des Fluids in Abhängigkeit der Reynoldszahl und der Rohrwandrauigkeit. Das so genannte Moody-Diagramm beschreibt den Zusammenhang zwischen Reynoldszahl, Wandrauigkeit und dem daraus resultierenden Reibungsfaktor [Moo44]. Eine mathematische Beschreibung dieses Zusammenhangs liefert die Arbeit von Colebrook [Col39], die die Basis für die in der verwendeten Simulationssoftware implementierten Näherungen zur Bestimmung des Reibungsfaktors C_f bildet. Je nachdem, ob die Rohrströmung laminar oder turbulent anzunehmen ist, werden unterschiedliche Näherungen für die Simulation verwendet. Als Grundlage für diese Differenzierung dient die Reynoldszahl Re , für die gilt [ST08]:

$$Re = \frac{v_G \cdot d_R}{\nu}. \quad (3.13)$$

Dabei steht ν mit $\nu = \eta/\rho$ für die kinematische Viskosität des strömenden Fluids und d_R für den Durchmesser des jeweiligen Rohrelementes. Für Reynoldszahlen mit $Re < 2000$ wird von einer laminaren Strömung ausgegangen. In diesem Fall berechnet die Software den Reibungsfaktor wie folgt [Bös04] [Nik33]:

$$C_f = \frac{16}{Re}. \quad (3.14)$$

Für den turbulenten Bereich und somit für Reynoldszahlen mit $Re > 4000$ bietet die Software zwei Methoden zur Berechnung des Reibungsfaktors. Die einfachere Methode unterscheidet zwischen glatten Rohren und rauen Rohren. Für glatte Rohre gilt im turbulenten Bereich:

$$C_f = \frac{0,08}{Re^{0,25}}, \quad (3.15)$$

während für Rohre mit nicht vernachlässigbarer Wandsandrauigkeit im turbulen-

ten Bereich der Reibungsfaktor gemäß [Nik33] berechnet wird zu:

$$C_f = \frac{0,25}{\left(2 \cdot \log_{10} \left(\frac{d_R}{2\epsilon}\right) + 1,74\right)^2}. \quad (3.16)$$

Dabei steht d_R für den Rohrdurchmesser und ϵ für die gemittelte Rautiefe des Rohres. Für die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Simulationen wurde für Stahl ein Wert von $\epsilon = 0.046$ mm verwendet. Im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung für $2000 < Re < 4000$ wird der Reibungsfaktor durch lineare Interpolation zwischen dem laminarem und dem jeweiligen turbulenten Modell gewonnen. Um die Reibungseffekte mit einer höheren Genauigkeit abzubilden, bietet die Simulationssoftware eine erweiterte Methode für die Berechnung des Reibungsfaktors im turbulenten Bereich. Dieser Ansatz geht auf [Ser84] zurück und stellt eine weitere Näherung der Colebrook Gleichung dar. Der Reibungsfaktor berechnet sich in diesem Fall zu:

$$C_f = \frac{1}{4} \left(4,781 - \frac{(A - 4,781)^2}{B - 2A + 4,781}\right)^{-2}, \quad (3.17)$$

mit

$$A = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\epsilon/d_R}{3,7} + \frac{12}{Re}\right) \quad (3.18)$$

und

$$B = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\epsilon/d_R}{3,7} + \frac{2,51A}{Re}\right). \quad (3.19)$$

Auch bei der erweiterten Methode wird der Reibungsfaktor im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung linear interpoliert. Für nicht kreisrunde Rohre und Biegungen im Rohr werden verschiedene Korrekturterme für d_R und C_f verwendet. Diese können im Detail der Softwarebeschreibung [Gam14] entnommen werden. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen wurde das einfache Reibungsmodell für raue Rohre gemäß Gleichung 3.16 verwendet.

Stabilität

Zur Berechnung der Zustandsgrößen des Fluids für den jeweiligen nächsten Zeitschritt werden jeweils nur das betreffende Subvolumen und seine direkten Nachbarn herangezogen. Um numerische Stabilität der Simulation zu gewährleisten, muss die Diskretisierungslänge Δx und die Zeitschrittweite Δt das Courant-Kriterium erfüllen

[Sch15]. Die Simulationssoftware wählt die Zeitschrittweite Δt so, dass das Courant-Kriterium:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x}(|v_{max}| + c_{max}) \leq C_c \quad (3.20)$$

für die kleinste im System vorhandene Diskretisierungslänge Δx erfüllt ist. Dabei steht v_{max} für die maximale auftretende Fluidgeschwindigkeit und c_{max} für die maximale auftretende Schallgeschwindigkeit im System. Die Konstante C_c wird auch Courantzahl genannt und kann in der Software vom Benutzer im Bereich von $0 < C_c \leq 0,8$ eingestellt werden. Theoretisch sind eindimensionale Simulationen mit der finiten Differenzen Methode mit $C_c \leq 1$ stabil, allerdings wird in [Gam14] ein Wert von $C_c \leq 0.8$ empfohlen, welcher in allen Simulationen der vorliegenden Arbeit verwendet wurde.

Berechnung der Zustandsgrößen

Wie bereits erwähnt, werden durch die Simulationssoftware für jeden Zeitschritt die Zustandsgrößen Massenfluss \dot{m} , Dichte ρ und innere Energie E aus den jeweiligen Zustandsgrößen des letzten Zeitschritts berechnet. Dazu werden zunächst die jeweiligen Ableitungen der Größen berechnet und diese dann mit der Zeitschrittweite multipliziert. Die berechneten zeitlichen Änderungen der Zustandsgrößen werden anschließend zu den jeweiligen Zustandsgrößen aus dem vorangegangenen Zeitschritt addiert, um die Werte für den aktuellen Zeitschritt zu berechnen. Für jeden Zeitschritt werden zunächst die aktuellen Werte für den Massenfluss \dot{m} und die Dichte ρ_G berechnet. Die jeweiligen Werte für die Zustandsgrößen Temperatur T_G und Druck p_G werden von der Software aus dem Massenfluss \dot{m} und der Dichte ρ des realen Fluids iterativ bestimmt. Schließlich wird der Massenstrom an allen Verbindungsstellen durch das Lösen der Impulsgleichung berechnet, ehe der Prozess für den nächsten Zeitschnitt beginnt.

3.1.2 Abgasanlagensimulation in GT-Suite

Prinzipiell können mittels der Simulationssoftware GT-Suite beliebige Betriebszustände⁹ des modellierten Verbrennungsmotors untersucht werden. Um realitätsnahe Ergebnisse zu erzeugen, ist es allerdings nötig, für jeden Betriebszustand realistische Parameter der Motorsteuerung zu hinterlegen. Da bei der akustischen Auslegung von Abgasanlagen in erster Linie eine Vollastbetrachtung von Interesse ist, sollen auch

⁹Unter Betriebszustände wird in diesem Zusammenhang ein Punkt im Drehzahl-Drehmoment-Kennfeld des Motors verstanden

in dieser Arbeit verschiedene Drehzahlen unter Volllast untersucht werden. Dies hat außerdem den Vorteil, dass diese Betriebszustände in Fahrzeug- oder Prüfstandsmessungen gut reproduziert werden können. Die Festlegung der Anzahl der zu simulierenden Betriebszustände stellt einen klassischen Zielkonflikt zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand dar. Bei der Auswahl ist insbesondere zu beachten, dass die zu untersuchenden Drehzahlen den Betriebsbereich des zu untersuchenden Motors möglichst vollständig abdecken. In der vorliegenden Arbeit wurden 27 Betriebszustände im Drehzahlbereich von $1000 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 6500 \text{ min}^{-1}$ untersucht. Ein kompletter Simulationslauf beinhaltet dabei 27 Einzelsimulationen (sogenannte Cases), in welchen jeweils ein Betriebspunkt in 200 Zyklen berechnet wird. Das Simulationsergebnis jedes Cases besteht schließlich aus dem zeitlichen Verlauf jeder Zustandsgröße an jeder Diskretisierungsstelle über das letzte Arbeitsspiel. Im praktischen Gebrauch kann mittels eines in der Software enthaltenen Pre-Prozessors die geometrische Modellierung von Abgasanlagen erheblich vereinfacht werden. Dabei ist die Software im Stande, Zeichnungen oder CAD-Daten von Abgasanlagenkomponenten zum großen Teil selbständig in quasi-eindimensionale Netzwerke von Subvolumina zu überführen.

3.2 Elektrodynamischer Lautsprecher

Die Erzeugung des Schallfeldes durch einen elektrodynamischen Lautsprecher erfolgt durch die Schwingungen der Lautsprechermembran, welche das vor ihr befindliche Fluid beschleunigt und so eine longitudinale Wellenausbreitung im Fluid hervorruft. Um eine modellhafte Beschreibung eines elektrodynamischen Lautsprechers zu entwickeln, wird im Folgenden der Lautsprechertreiber in ein rein elektrisches, ein rein mechanisches und in ein akustisches Teilsystem¹⁰ zerlegt. Dabei wird zunächst das Übertragungsverhalten jedes einzelnen Teilsystems in Abhängigkeit seiner physikalischen Eigenschaften modelliert. Die einzelnen Teilsysteme werden anschließend über entsprechende Kopplungsgrößen miteinander verknüpft. In einem ersten Ansatz wird der Lautsprecher als lineares Übertragungsglied modelliert. Dabei wird angenommen, dass sowohl die Federsteifigkeit von Zentrierspinne und Sicke, die Masse der bewegten Teile und auch die Wandlerkonstante für den gesamten Bewegungsbereich der Membran konstant ist. Diese Vereinfachung trifft allerdings vor allem für große Auslenkungen der Membran¹¹ nicht mehr zu. Aus diesem Grund werden in einem weiteren Schritt diese Parameter als nicht konstant und somit in Abhängigkeit des

¹⁰Unter dem Begriff akustisches Teilsystem soll in dieser Arbeit das an den Aktor angekoppelte Abgasanlagensystem im Sinne eines akustischen Wellenleiters verstanden werden.

¹¹im so genannten Großsignalbereich des Lautsprechers

Membranhubs modelliert. Skineffekte, Wirbelstrom- und Hystereseeffekte im Treiber werden in der folgenden Modellbildung nicht berücksichtigt, da diese erst bei höheren Frequenzen in Erscheinung treten [ZZ87]. Für alle Untersuchungen in dieser Arbeit wird angenommen, dass die Schallabstrahlung des Lautsprechers als Kolbenstrahler approximiert werden kann. Die Membran stellt dabei eine plane Fläche dar, welche nur Bewegungen in Richtung ihres Normalenvektors ausführt. Fluidteilchen vor der Membran werden folglich ebenso nur senkrecht zur ebenen Membranfläche beschleunigt. Umgekehrt wirken druckinduzierte Kräfte ebenfalls nur in senkrechter Richtung auf die Membran. Es wird außerdem angenommen, dass die Fluidteilchen direkt vor der Membran in permanentem Kontakt mit der Membran bleiben. Dies bedeutet, dass diese Teilchen exakt der Bewegung der Membran folgen. Die Membran wird dabei als nicht verformbar angenommen, sodass diese keine Eigenschwingungen ausführen kann und sich folglich nur als starrer Körper bewegt. Je nach Ausführungsform und Material der Membran scheint diese Annahme für Frequenzen kleiner 700 Hz als gerechtfertigt, da Eigenschwingungen der Membran erst zu höheren Frequenzen hin dominant auftreten [Fra78] und sich der Betriebsbereich der aktiven Abgasanlage aufgrund der zu dämpfenden Motoranregung vorwiegend auf tiefe Frequenzen konzentriert.

3.2.1 Lineares Lautsprechermodell

Um im Folgenden einen elektrodynamischen Aktor in die Gasdynamiksimulationen integrieren zu können, muss zunächst ein Modell eines solchen Aktors aufgebaut werden, welches alle elektrischen, mechanischen und geometrischen Eigenschaften der Komponente abbildet und außerdem Rückwirkungen durch die Gasdynamik zulässt, die im Abgassystem vorherrscht. Eine gängige Methode der Lautsprechermodellierung ist die Umwandlung der mechanischen und geometrischen Eigenschaften des Treibers in ein elektrisches Ersatzschaltbild durch elektromechanische Analogien (siehe Abschnitt 2.2.1). Diese Vorgehensweise geht auf die Theorie von Albert N. Thiele und Richard H. Small [Thi71] zurück.

Elektrisches Subsystem

Um die Membran eines elektrodynamischen Lautsprechers in Schwingungen zu versetzen, muss auf diese eine Kraft F wirken. Im Aktorbetrieb (als Schallsender) wird die Membran vom elektromechanischen Treiber des Lautsprechers beschleunigt. Dieser Treiber besteht meist aus einem Permanentmagneten und einer Schwingspule, welche in einen Luftspalt zwischen den Polen des Magneten eintaucht (siehe Abbil-

dung 2.1). Um zu gewährleisten, dass die magnetische Kraft in Richtung der Symmetrieachse der Spule wirkt, muss die magnetische Flussdichte in radialer Richtung zu dieser stehen. Dies wird durch einen ringförmigen Permanentmagneten erreicht. Die Spule stellt in diesem Zusammenhang das elektrische Subsystem dar. Dabei kann für die Schwingspule ein Ohmscher Gleichstromwiderstand R_e angegeben werden. Dieser ist direkt proportional zur Leiterlänge l des Spulendrahtes und indirekt proportional zur Leiterquerschnittsfläche A_D . Es gilt:

$$R_e \propto \frac{l}{A_D}. \quad (3.21)$$

Durch das Anlegen einer Wechselspannung $u_0(t)$ an die Schwingspule kommt es in Abhängigkeit vom Ohmschen Widerstand R_e und der Induktivität zu einem Wechselstrom i im Spulendraht und somit zu einer zeitlichen Änderung der magnetischen Flussdichte durch die Spulenquerschnittsfläche A_S . Nach dem Faradayschen Induktionsgesetz erzeugt diese Änderung eine Induktionsspannung, welche proportional zur Änderungsgeschwindigkeit des magnetischen Flusses $\Phi(A_S)$ durch die Spulenfläche A_S in der Schwingspule ist. Für einen einfachen Umlauf in der Spule gilt:

$$u_i = \int_{\partial A_S} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \Phi(A_S). \quad (3.22)$$

Dabei steht \vec{E} für die elektrische Feldstärke und $d\vec{s}$ für das Linienelement entlang der Berandung ∂A_S der Spulenfläche A_S . Für eine Spule mit N_S Wicklungen gilt näherungsweise:

$$u_i = -N_S \frac{d}{dt} \Phi = -N_S \frac{d}{dt} \int_{A_S} \vec{B} \cdot d\vec{A} = -N_S \frac{d}{dt} B A_S. \quad (3.23)$$

Die magnetische Flussdichte B in einer langen, mit Luft gefüllten Spule kann in Abhängigkeit der Anzahl der Spulenwicklungen N_S , ihrer Höhe h , der magnetischen Feldkonstanten μ_0 und von der durch den Leiter fließenden Stromstärke i wie folgt angegeben werden:

$$B = \frac{\mu_0 N_S}{h} i. \quad (3.24)$$

Befindet sich in der Spule ein ferromagnetischer Stoff, so ist die magnetische Flussdichte B außerdem von der relativen Permeabilität μ_r dieses Stoffes abhängig. Wie aus Abbildung 2.1 hervorgeht, befindet sich bei elektrodynamischen Lautsprechern im Inneren der Spule der sogenannte Polkern. Die Querschnittsfläche der Spule kann

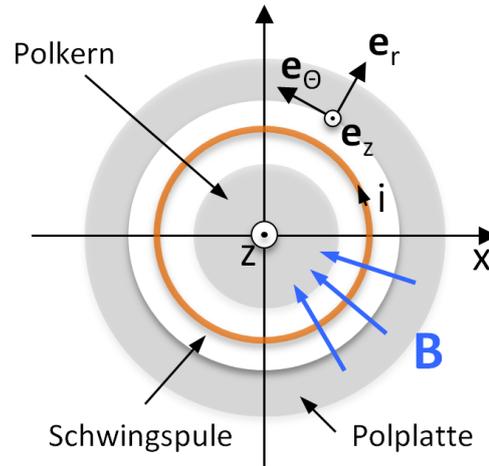


Abbildung 3.3: Prinzip der elektromagnetischen Kraftherzeugung einer in einem Luftspalt befindlichen Schwingspule, wie in einem elektrodynamischen Lautsprecher angewendet

mit $A_S = \pi r_S^2$ angegeben werden. Dabei stellt r_S den Spulenradius dar. Für die Induktionsspannung folgt schließlich:

$$u_i = \frac{-N_S^2 r_S^2 \pi \mu_0 \mu_r}{h} \frac{d}{dt} i, \quad (3.25)$$

$$u_i = -L_e \frac{d}{dt} i, \quad (3.26)$$

mit

$$L_e = \frac{N_S^2 r_S^2 \mu_0 \mu_r \pi}{h}. \quad (3.27)$$

Die Größe L_e stellt dabei die elektrische Induktivität der Schwingspule dar. [PS09] [MG04] Der Ohmsche Widerstand R_e und die Induktivität L_e der Spule bilden zusammen die elektrische Impedanz der Spule. Wird eine Wechselspannungsquelle $u_0(t)$ an die elektrischen Eingänge des Treibers angelegt, so fließt in Abhängigkeit der vorherrschenden elektrischen Impedanz ein elektrischer Strom $i(t)$ durch die Spule. Im Folgenden soll der Zusammenhang zwischen der treibenden Kraft $F_S(t)$ und der durch die Schwingspule fließenden Stromstärke $i(t)$ hergestellt werden. Wie in Abbildung 3.3 dargestellt, durchdringen die magnetischen Feldlinien die Spule so, dass gilt:

$$\vec{B} = -B \cdot \vec{e}_r. \quad (3.28)$$

Dabei steht B für die magnetische Flussdichte des Permanentmagneten und \vec{e}_r für den Einheitsvektor in radialer Richtung. Es wird angenommen, dass der Strom in der

Spule gegen den Uhrzeigersinn fließt. Da im betrachteten System kein elektrisches Feld herrscht, kann die Lorentzkraft, welche auf eine sich mit der Geschwindigkeit \vec{v}_q bewegende kleine Ladungsmenge dq wirkt, wie folgt angegeben werden:

$$d\vec{F} = dq \cdot \vec{v}_q \times \vec{B} = dq \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} = i \cdot d\vec{l} \times \vec{B}, \quad (3.29)$$

wobei hier der Zusammenhang $i = \frac{dq}{dt}$ verwendet wurde. Das Wegelement $d\vec{l}$ kann in Abhängigkeit des Radius r_S der Schwingspule und des Winkelements $d\Theta$ folgendermaßen angegeben werden:

$$d\vec{l} = r_S \cdot d\Theta \cdot \vec{e}_\Theta. \quad (3.30)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen 3.28 und 3.30 in Gleichung 3.29 ergibt sich schließlich die Lorentzkraft pro Winkelement $d\Theta$ zu:

$$d\vec{F} = i B r_S d\Theta \vec{e}_z. \quad (3.31)$$

Durch Integration aller Teilkräfte entlang des Spulenleiters über alle N_S Wicklungen ergibt sich die Gesamtkraft F_S , welche auf die Schwingspule wirkt zu:

$$\vec{F}_S = \int_0^{2\pi N_S} i B r_S d\Theta \vec{e}_z = B l i \vec{e}_z, \quad (3.32)$$

$$F_S = B l i. \quad (3.33)$$

Dabei steht $l = 2\pi r_S N_S$ für die Gesamtlänge des aufgewickelten Spulenleiters. Die treibende Kraft F_S wirkt in z-Richtung, also entlang der Symmetrieachse der Schwingspule, und ist direkt proportional zur magnetischen Flussdichte des Permanentmagneten B , zur Länge des Spulenleiters l und zur Stromstärke i . Die Tatsache, dass die mechanische Kraft F_S proportional zur elektrischen Stromstärke i ist zeigt, dass es sich bei dieser elektromechanischen Wandlung, unter Annahme einer FU-Analogie, um eine gyratorische Wandlung handelt. Gemäß des Gleichungssystems 2.35 kann die frequenzunabhängige Wandlerkonstante des vorliegenden elektromechanischen Wandlers mit $\alpha = Bl$ angegeben werden. Das Produkt Bl wird in der Literatur auch als Kraftfaktor eines Lautsprechers bezeichnet. Wie schon beschrieben, soll der Kraftfaktor zunächst über die gesamte Membranauslenkung als konstant angenommen werden. Durch die treibende Kraft $\vec{F}_s = F_s \cdot \vec{e}_z$ wird die Spule in z-Richtung beschleunigt und bewegt sich folglich im magnetischen Gleichfeld des

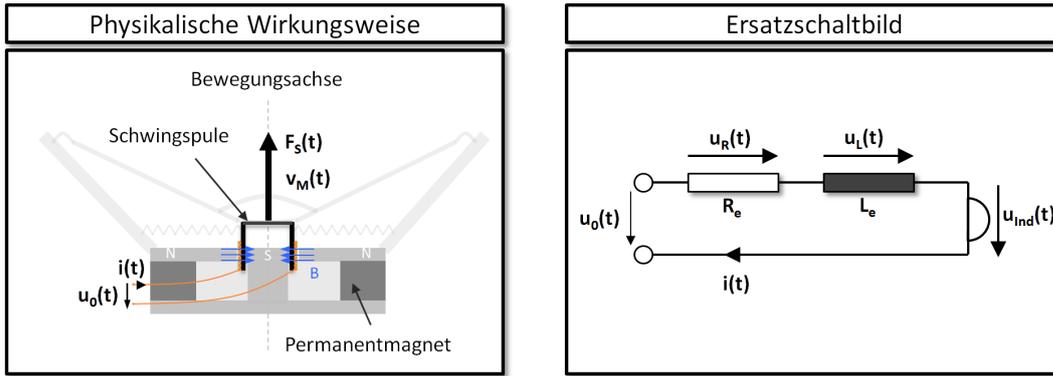


Abbildung 3.4: Überführung des elektrischen Subsystems in ein elektrisch äquivalentes Ersatzschaltbild

Permanentmagneten mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}_M = v_M \cdot \vec{e}_z$. Durch diese Bewegung wird eine Spannung U_{Ind} induziert für die gilt:

$$u_{Ind} = \int_{\partial A_S} \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (3.34)$$

Mit $\vec{v}_M = v_M \cdot \vec{e}_z$, $\vec{B} = -B \cdot \vec{e}_r$, $d\vec{l} = \vec{e}_\theta r_S d\Theta$ und $\vec{E} = -(\vec{v}_M \times \vec{B})$ folgt:

$$u_{Ind} = \int_0^{2\pi N_S} v_M B (\vec{e}_z \times \vec{e}_r) \vec{e}_\theta d\Theta. \quad (3.35)$$

Schließlich ergibt sich mit der Gesamtlänge $l = 2\pi r_S N_S$ des Spulenleiters die durch die Spulenbewegung induzierte Induktionsspannung zu:

$$u_{Ind} = Bl v_M. \quad (3.36)$$

Wie aus Gleichung 3.36 hervorgeht, ist die Induktionsspannung, die aufgrund der Spulenbewegung entsteht, ebenso wie die treibende Kraft aus Gleichung 3.33 direkt proportional zu dem Kraftfaktor Bl des Lautsprechers. Auch hier bestätigt sich die elektromechanische Wandlerkonstante $\alpha = Bl$ gemäß Gleichung 2.35. Entsprechend der Lenzschen Regel bildet sich die Induktionsspannung so aus, dass diese ihrer Ursache entgegen wirkt. Aus diesem Grund ist die Induktionsspannung so gerichtet, dass sie sich hemmend auf den Stromfluss im Spulenleiter auswirkt. Das elektrische Subsystem soll im Folgenden durch ein Ersatzschaltbild beschrieben werden. Dabei soll die Spule an eine ideale Spannungsquelle $u_0(t)$ angeschlossen werden, welche die Ansteuerungsquelle des Aktuators darstellt. Abbildung 3.4 zeigt die Überführung des physikalischen Modells in ein elektrisch äquivalentes Ersatzschaltbild. Die elektromechanische Wandlung erfolgt hierbei wie bereits erwähnt gyratorisch. Eine weitere Verfeinerung des Lautsprechermodells kann durch die Berücksichtigung von

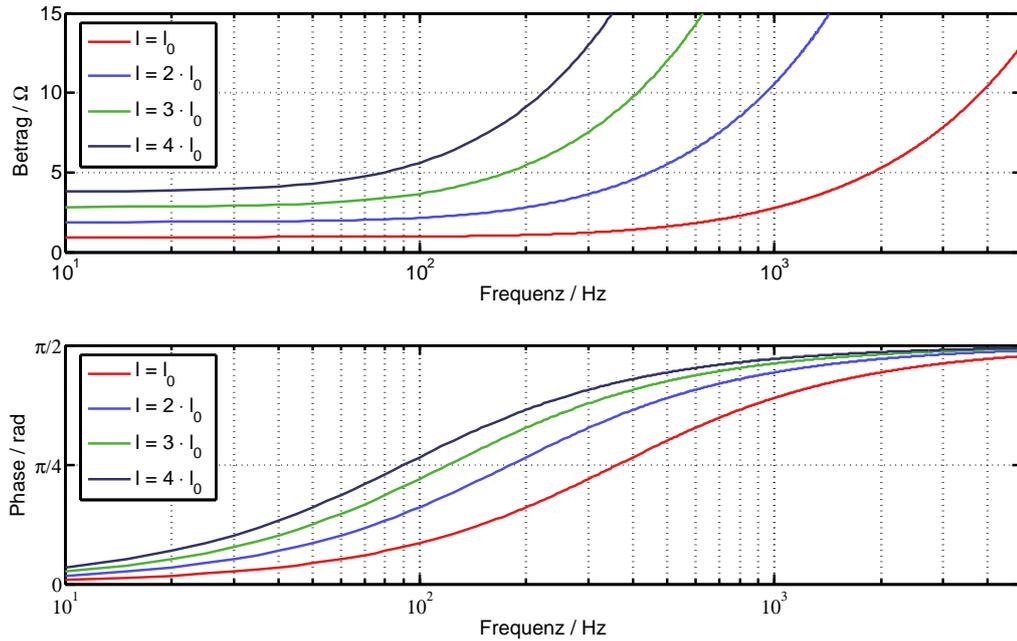


Abbildung 3.5: Elektrische Impedanz des elektrischen Subsystems eines Versuchslautsprechers. Einfluss der Spulenlänge l auf den Frequenzgang des elektrischen Subsystems. Beispielhafte Verlängerung um die Faktoren zwei, drei und vier

Wirbelstromeffekten erreicht werden. Hierzu wird dem Ersatzschaltbild eine weitere Induktivität sowie ein weiterer Ohmscher Widerstand hinzugefügt. Da diese Wirbelstromeffekte in Lautsprechern vor allem bei hohen Frequenzen auftreten, spielen diese im Arbeitsbereich einer aktiven Abgasanlage keine zentrale Rolle und werden aus diesem Grund in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Abbildung 3.4 zeigt den Spannungsabfall des Gleichstromwiderstandes $u_R(t)$, den Spannungsabfall $u_L(t)$ hervorgerufen durch die Selbstinduktion der Spule gemäß Gleichung 3.26 sowie den Spannungsabfall aufgrund der Bewegungsinduktion der Schwingspule $u_{ind}(t)$ gemäß Gleichung 3.36. Unter Verwendung der Kirchhofschen Maschenregel lässt sich die Spannung $u_0(t)$ des elektrischen Subsystems folglich angeben mit:

$$u_0(t) = R_e i(t) + L_e \frac{d}{dt} i(t) + Bl v_M(t). \quad (3.37)$$

Durch Laplace-Transformation von Gleichung 3.37 ergibt sich mit $s = \sigma + j\omega$:

$$\underline{U}_0(s) = \underline{Z}_e \underline{I}(s) + Bl \underline{V}_M(s), \quad (3.38)$$

mit

$$\underline{Z}_e(s) = R_e + s L_e . \quad (3.39)$$

Die elektrische Impedanz des elektrischen Subsystems lässt sich gemäß Gleichung 3.39 angeben. Für eine nicht bewegungsfähige Membran mit $v_M(t) = 0$ lässt sich diese durch Messung der elektrischer Spannung $u_0(t)$ und der Stromstärke $i(t)$ bestimmen. Das elektrische Subsystem wäre in diesem Fall vom mechanischen Teil des Treibers entkoppelt. Wie leicht ersichtlich ist, weist die elektrische Impedanz des isolierten elektrischen Subsystems ein ausgeprägtes Tiefpassverhalten auf. Aus Gleichung 3.27 lässt sich folgern, dass für die Induktivität der Schwingspule $L_e \propto l^2$ gilt. Für den elektrischen Gleichstromwiderstand R_e gilt gemäß Gleichung 3.21 die Beziehung $R_e \propto l$. Soll also der Kraftfaktor Bl des Lautsprechers über die Leiterlänge l der Schwingspule erhöht werden, so geht dies immer mit einer Erhöhung der Spuleninduktivität L_e und dem Gleichstromwiderstand R_e einher. Dies wiederum führt zu einer Verringerung der Grenzfrequenz des elektrischen Subsystems. Abbildung 3.5 zeigt beispielhaft den Einfluss der Verlängerung der Spulenleiterlänge l_0 um die Faktoren zwei, drei und vier.

Mechanisches Subsystem

Wie zuvor beschrieben, führt das Anlegen einer Wechselspannung $u_0(t)$ an die Kontakte der Schwingspule zu einer entsprechenden Kraft F_S , welche auf die Schwingspule wirkt. Da die Schwingspule fest mit der bewegungsfähigen Lautsprechermembran verbunden ist, wird diese folglich in Schwingungen versetzt. Die Membran sowie die an dieser befestigten Schwingspule kann in diesem Zusammenhang in guter Näherung als Masse-Dämpfer-Feder-System bzw. Single Degree-of-Freedom System angesehen werden. Die schwingungsfähige Membran und die Schwingspule stellen in diesem Zusammenhang das mechanische Submodell dar. Außer der treibenden Kraft F_S , welche durch das Magnetsystem erzeugt wird, wirken auf die Membran weitere interne und externe Kräfte. Innere Kräfte sind die Trägheitskraft F_a aufgrund der Membran- und Spulenmasse, Reibungskraft F_R der Membranaufhängung und die Federkraft der Membranaufhängung F_D . Es wird vorausgesetzt, dass die Masse des mechanischen Subsystems als inkompressibel angenommen werden kann. Des Weiteren wird vorausgesetzt, dass die Reibungskraft im Sinne einer Stokes'schen Reibung rein schnelleproportional ist und die Federsteifigkeit der Membran zunächst ein rein linear-elastisches Verhalten gemäß des Hookeschen Gesetzes aufweist. Externe Kräfte sind Kräfte, die von dem Fluid vor und hinter der Membran auf diese ausgeübt werden. Dabei ist F_{Mv} die Kraft, welche auf die Vorderseite und F_{Mr} die Kraft, die

auf die Rückseite der Membran wirkt. Durch Anwendung des zweiten Newtonschen Gesetzes folgt:

$$F_a + F_R + F_D - F_S + F_{Mv} + F_{Mr} = 0, \quad (3.40)$$

$$m_M \cdot \frac{d}{dt} v_M(t) + R_m \cdot v_M(t) + D_M \cdot \int v_M(t) dt - F_S + F_{Mv} + F_{Mr} = 0. \quad (3.41)$$

Dabei steht m_M für die bewegte Masse von Membran und Schwingspule, R_m für den mechanischen Reibungswiderstand der Membranaufhängung und D_M für die Steifigkeit der Membranaufhängung. Der Druck $p_M(t)$, der sich vor der Membran mit der Fläche A_M befindet, verursacht eine Kraft F_{Mv} für die gilt:

$$F_{Mv} = A_M \cdot p_M(t). \quad (3.42)$$

Dabei kann $p_M(t)$ sowohl durch die Bewegung der Membran selbst verursacht sein, als auch durch die Umgebung aufgeprägt werden. Strahlt der Lautsprecher ins Freifeld ab, so kann die Rückkopplung des Schallfeldes vor der Membran bzw. die Kraft F_{Mv} für tiefe Frequenzen oft vernachlässigt werden. Gänzlich anders ist die Situation allerdings, wenn die Vorderseite des Lautsprechers an ein Rohr und dieses an eine Abgasanlage angekoppelt wird. Hierbei spielt die akustische Impedanz des Abgasanlagensystems, welche auf den Aktor wirkt, eine entscheidende Rolle. Außerdem wirkt das durch den Motor hervorgerufene Schalldruckfeld auf die Membran des Lautsprechers eine nicht mehr vernachlässigbare Kraft F_{Mv} aus. Wie später noch erläutert wird, spielen hierbei sowohl Wechsel- als auch Gleichanteil des Drucks $p_M(t)$ eine Rolle. Im Betrieb würde der Aktuator allerdings nicht nur Schall in das Rohrsystem einkoppeln, sondern gleichzeitig über die Membranrückseite ein entsprechendes Schallfeld abstrahlen. Dies würde eine Minderungswirkung der aktiven Abgasanlage zunichte machen. Um diese ungewollte Schallabstrahlung zu verhindern, ist es deshalb nötig, die Rückseite des Aktors zu verschließen. Es ergibt sich folglich ein Rückvolumen V_r . Durch die Bewegung der Membran wird dieses Rückvolumen periodisch komprimiert und dekomprimiert, was eine entsprechende Kraft F_{Mr} auf die Membranrückseite verursacht. Für eine adiabatische Kompression gilt [DSD08]:

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa. \quad (3.43)$$

Der Adiabatenexponent κ lässt sich für Luft für adiabatische Zustandsänderungen mit $\kappa = 1,4$ angeben. Durch Taylorentwicklung von Gleichung 3.43 lässt sich diese

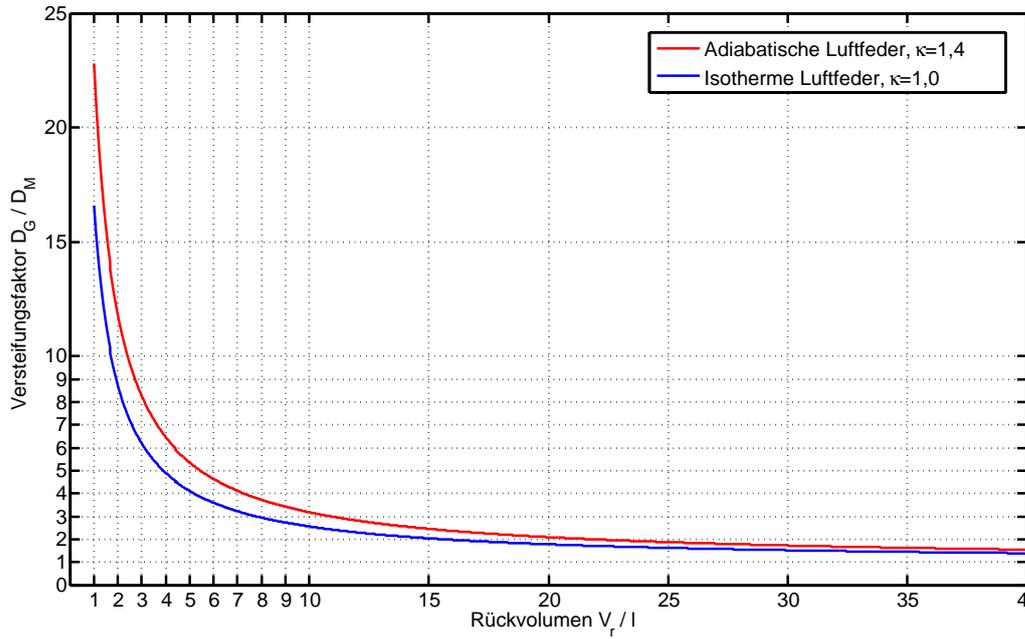


Abbildung 3.6: Auf die Membransteifigkeit normierte Gesamtsteifigkeit eines elektrodynamischen Lautsprechers in Abhängigkeit seines Rückvolumens

Zustandsänderung für einen Arbeitspunkt bei Umgebungsdruck p_0 linearisieren. Für die Kraft, die bei der Bewegung der Membran durch das Rückvolumen auf diese wirkt, gilt schließlich:

$$F_{Mr} = \kappa \cdot \frac{p_0 A_M^2}{V_r} \cdot x_M = D_{rv} \cdot x_M. \quad (3.44)$$

Dabei steht x_M für die Auslenkung der Membran und D_{rv} für die linearisierte Steifigkeit des Rückvolumens. In diesem Zusammenhang wird auch von der Steifigkeit der Luftfeder des Rückvolumens gesprochen. Die Steifigkeit der Membranaufhängung D_M und die Steifigkeit der Luftfeder des Rückvolumens können als parallel geschaltete Federn zu einer Gesamtfedersteifigkeit D_G zusammengefasst werden. Es ergibt sich folglich:

$$D_G = D_{rv} + D_M. \quad (3.45)$$

Durch Anwendung von Gleichung 3.43 mit $\kappa = 1,4$ wird vorausgesetzt, dass die Kompression des Rückvolumens adiabatisch, also ohne Wärmeaustausch mit der

Umgebung vollzogen wird. Dies scheint gerechtfertigt, da einerseits die Zustandsänderungen für den betrachteten Frequenzbereich $f > 10$ Hz relativ schnell vollzogen werden und andererseits nur die relativ geringe Berandungsfläche des Rückvolumens und der Membran für den Wärmeaustausch in Frage kommen. Trotz dieser Annahme stellt sich die Frage, welchen Einfluss ein möglicher Wärmeaustausch mit der Umgebung auf die Luftfeder und somit auf die Gesamtsteifigkeit des mechanischen Systems haben könnte. Als Grenzbetrachtung soll eine Kompression mit vollständigem Wärmeaustausch untersucht werden. Das bedeutet in diesem Zusammenhang, dass dem Gas im Rückvolumen die gesamte Kompressions- und Expansionswärme ab- bzw. zugeführt wird. Eine solche Zustandsänderung erfolgt isotherm gemäß Gleichung 3.43 für $\kappa = 1,0$. Eine Luftfeder, die auf einer adiabaten Kompression beruht, ist folglich 40% steifer als eine, welcher eine isotherme Zustandsänderung zugrunde liegt. Fraglich ist allerdings ob, bzw. wie weit dieses Potenzial im relevanten Frequenzbereich aufgrund der schnellen Zustandsänderungen genutzt werden kann. In der Praxis könnte ein Adiabathenexponenten $\kappa < 1,4$ beispielsweise durch Einbringen von Material mit hoher Wärmekapazität und großer Oberfläche¹² erreicht werden, da durch dieses ein besserer Wärmeaustausch gegeben wäre. Andererseits würde das Einbringen eines solchen Materials das effektiv komprimierbare Luftvolumen verkleinern. Inwieweit die Steifigkeit des Rückvolumens herabgesetzt werden kann wurde in verschiedenen Studien untersucht. In der Praxis ist für die Steigerung der Nachgiebigkeit des Rückvolumens allerdings mit Werten bis höchstens 25% zu rechnen [Vil60] [Ave60] [All65]. Das Einbringen von Material in das Rückvolumen hat allerdings nicht nur Einfluss auf die Luftfeder des Systems. Die bewegte Luft im Rückvolumen verrichtet Reibungsarbeit an dem Füllmaterial und dämpft so das System zusätzlich. Diese zusätzlichen Dämpfungsverluste haben vor allem dann großen Einfluss auf das System, wenn die Dichte des Materials hoch ist und sich diese in der unmittelbaren Nähe der Membran befindet, wo die Teilchenauslenkung besonders hoch ist [Sma72a]. Abbildung 3.6 zeigt die auf die mechanische Steifigkeit D_M normierte Gesamtsteifigkeit D_G eines elektrodynamischen Lautsprechers in Abhängigkeit seines Rückvolumens. Die rote Linie zeigt die adiabatisch modellierte Luftfeder. Die blaue Kurve zeigt das Grenzpotential für einen isothermen Ansatz der Luftfeder. Abbildung 3.4 zeigt außer dem Grenzpotential für eine isotherme Zustandsänderung auch wie stark die Gesamtsteifigkeit des Systems hin zu kleinen Rückvolumina zunimmt. Unter der Verwendung der Gesamtsteifigkeit aus Gleichung 3.45 und durch

¹²bzw. geringe Dichte

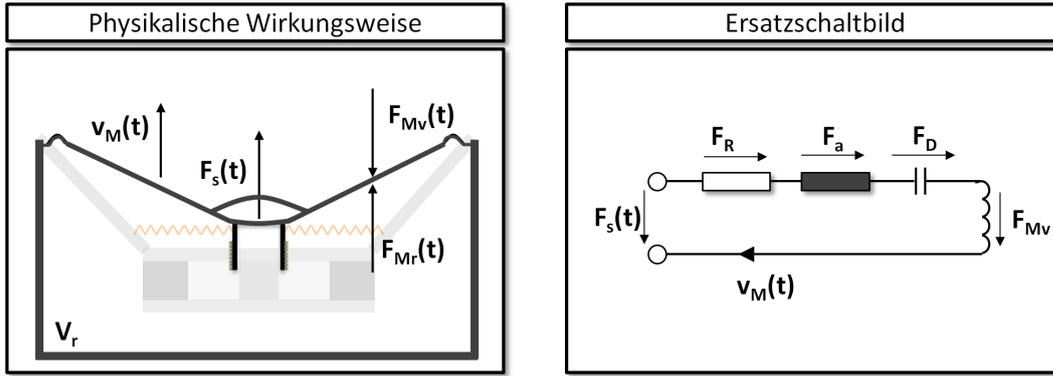


Abbildung 3.7: Überführung des mechanischen Subsystems in ein elektrisch äquivalentes Ersatzschaltbild mittels FU-Analogie

Einbeziehung von Gleichung 3.42 folgt aus Gleichung 3.41:

$$F_S(t) = m_M \frac{d}{dt} v_M(t) + R_m v_M(t) + D_G \int v_M(t) dt + A_M p_M(t). \quad (3.46)$$

Durch Laplace-Transformation von Gleichung 3.46 folgt mit $s = \sigma + j\omega$ weiter:

$$\underline{F}_S(s) = \underline{Z}_m \underline{V}_M(s) + A_M \underline{P}_M(s), \quad (3.47)$$

mit

$$\underline{Z}_m(s) = s m_M + R_m + \frac{1}{s} D_G. \quad (3.48)$$

Die mechanische Impedanz des mechanischen Subsystems, also der schwingenden Membran inklusive Wechselwirkung mit dem jeweiligen Rückvolumen wird gemäß Gleichung 3.48 mit $\underline{Z}_m(s)$ angegeben. Aus den vorangegangenen Überlegungen lässt sich unter Verwendung der FU-Analogie für das mechanische Subsystem ein entsprechendes elektrisches Ersatzschaltbild generieren. Abbildung 3.7 zeigt die Überführung des mechanischen Subsystems in dieses äquivalente Ersatzschaltbild. Die Abstrahlung von mechanischer Energie in Form von akustischen Wellen erfolgt im Sinne eines transformatorischen Wandlers. Dabei ergibt sich der Schallfluss vor der Membran $q_M(t)$ und der Schalldruck vor der Membran $p_M(t)$. Die Einheitswandlerkonstante der mechanisch-akustischen Wandlung kann folglich mit $\alpha = A_M$ angegeben werden.

$$q_M(t) = A_M \cdot v_M(t), \quad (3.49)$$

$$p_M(t) = 1/A_M \cdot F_{Mv}(t). \quad (3.50)$$

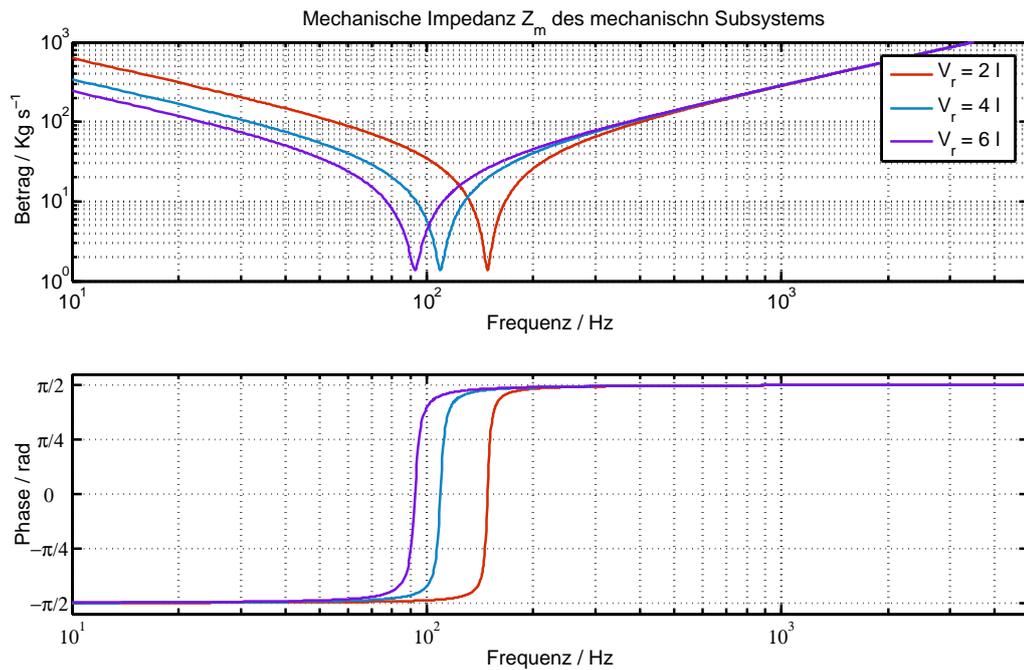


Abbildung 3.8: Einfluss des Rückvolumens V_r auf den Frequenzgang der mechanischen Impedanz \underline{Z}_m des mechanischen Subsystems

Für eine akustische Abstrahlimpedanz $\underline{Z}_a = 0$ ist der Druck $p_M(t)$ vor der Membran und somit die Kraft F_{Mv} , welche auf die Vorderseite der Membran wirkt, gleich Null. Dies entspricht modellhaft einer im Vakuum schwingenden Membran. Wie schon erwähnt wurde, kann die Abstrahlimpedanz eines in einer Abgasanlage eingebauten Aktuators nicht vernachlässigt werden und muss folglich durch entsprechende Einbeziehung des Druckfeldes vor der Membran mit berücksichtigt werden. Abbildung 3.8 zeigt beispielhaft den Einfluss des Rückvolumens V_r auf den Frequenzgang des mechanischen Subsystems.

Elektroakustisches Gesamtsystem

Durch das Koppeln von elektrischen, mechanischen und akustischen Subsystemen entsteht ein vollständiges Modell des Aktuators. Das akustische Subsystem sei an dieser Stelle zunächst nur durch die akustische Impedanz \underline{Z}_a ¹³ beschrieben. An die Stelle dieser Impedanz tritt in der späteren Co-Simulation das Modell der Abgasanlage inklusive der entsprechenden Druck- und Flussfelder, welche durch den Verbrennungsmotor induziert werden. An der Schnittstelle zwischen mechanischem und

¹³Gemäß Gleichung 2.29

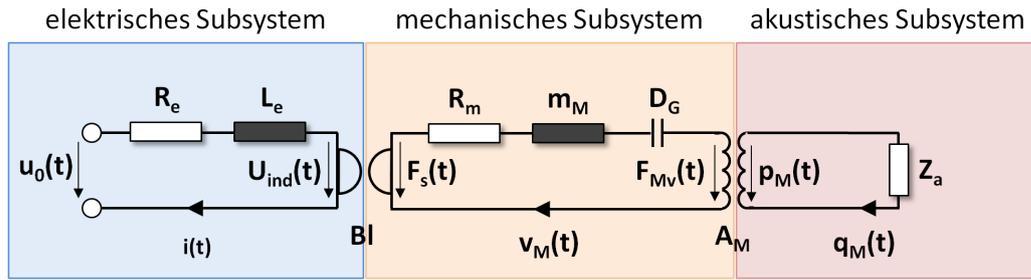


Abbildung 3.9: Ersatzschaltbild des elektroakustischen Gesamtsystems des Lautsprechers bestehend jeweils aus elektrischen, mechanischen und akustischen Subsystem

akustischem Subsystem werden daher später in jedem Iterationsschritt die Werte für den Volumenstrom q_M und den Druck p_M zwischen den beiden Simulationsmodellen ausgetauscht. Abbildung 3.9 zeigt das elektroakustische Ersatzschaltbild des gesamten Lautsprechers. Durch die Kopplung der drei Subsysteme folgt gemäß der Gleichungen 2.29, 3.33, 3.33 und 3.47:

$$\underline{U}_0(s) = \left[\underline{Z}_e(s) + \left(\frac{(Bl)^2}{A_m^2 \underline{Z}_a(s) + \underline{Z}_m(s)} \right) \right] I(s) \quad (3.51)$$

mit

$$\underline{Z}_{e,G}(s) = \underline{Z}_e(s) + \frac{(Bl)^2}{A_m^2 \underline{Z}_a(s) + \underline{Z}_m(s)}. \quad (3.52)$$

Es zeigt sich, dass die elektrische Impedanz $\underline{Z}_{e,G}(s)$ des elektroakustischen Gesamtsystems des Aktors nicht nur von der elektrischen Impedanz des elektrischen Subsystems \underline{Z}_e , sondern ebenfalls von der mechanischen Impedanz \underline{Z}_m des Treibers, als auch von der akustischen Impedanz \underline{Z}_a des vor der Membran befindlichen akustischen Subsystems abhängt. Die elektrische, mechanische und akustische Domäne sind dabei durch die entsprechenden Wandlerkonstanten $\alpha = Bl$ und $\alpha = A_M$ miteinander gekoppelt. Dies entspricht mathematisch einer Transformation der mechanischen und akustischen Impedanzen auf die elektrische Domäne. Je kleiner der Kraftfaktor, desto geringer fällt die elektromechanische Kopplung aus. Für eine unendlich hohe mechanische Impedanz, und somit im Falle einer festgebremsten Membran ergibt sich aus Gleichung 3.52 wieder die rein elektrische Impedanz \underline{Z}_e . Ein Lautsprecher mit geschlossenem Rückvolumen kann im tieffrequenten Bereich¹⁴ in guter Näherung als idealer Kugelwellenstrahler angenommen werden. Für die Abstrahlimpedanz einer solchen Monopolquelle gilt [Wei08] [LSW09] [Mös12]:

$$\underline{Z}_{Kugel}(r) = \frac{p}{v} = \frac{j\omega\rho_0}{\frac{1}{r} + \frac{j\omega}{c}}. \quad (3.53)$$

¹⁴Als Kugelwellengrenzfrequenz f_k gilt in Abhängigkeit des Membranradius r_M : $f_k = \frac{c_0}{2\pi r_M}$ [ZZ87]

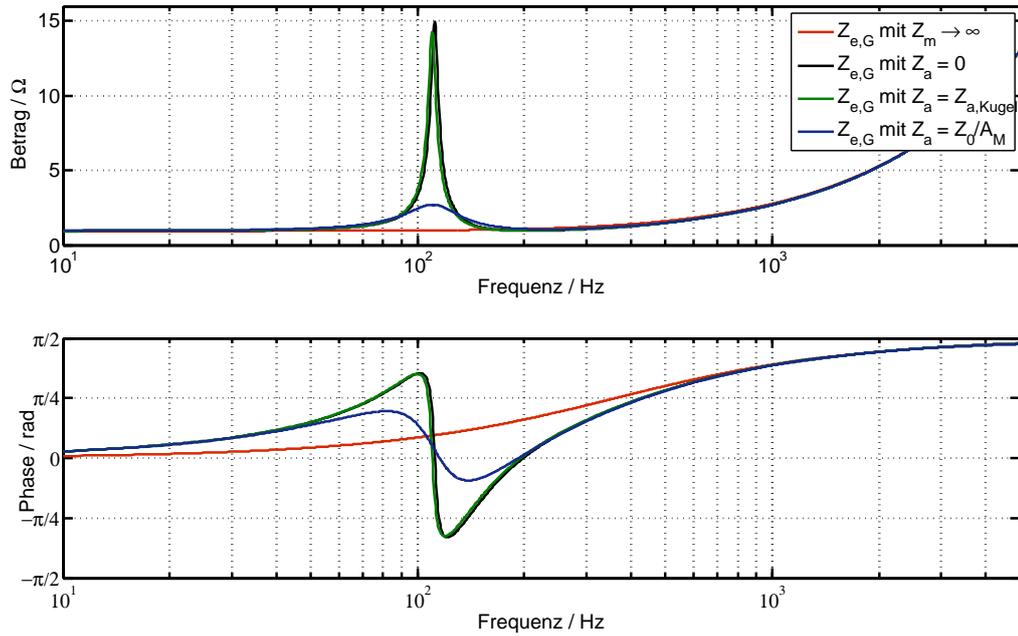


Abbildung 3.10: Frequenzgang der elektrischen Impedanz des elektroakustischen Gesamtsystems für eine festgebremste Membran mit $1/Z_m = 0$ (rot), für vernachlässigbare Abstrahlimpedanz mit $Z_a = 0$ (schwarz), unter Annahme einer kugelförmigen Schallabstrahlung $Z_a = Z_{a,Kugel}$ (grün) und für eine ebene Wellenabstrahlung mit $Z_a = Z_0/A_M$ (blau)

Für die akustische Impedanz $Z_{a,Kugel}$ für eine Monopolquelle folgt mit der Membranfläche A_M :

$$\underline{Z}_{a,Kugel}(r) = \frac{\underline{p}}{\underline{q}} = \frac{1}{\frac{A_M}{c\rho_0} + \frac{A_M}{j\omega\rho_0 r_M}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_r} + \frac{1}{Z_{ml}}} \quad (3.54)$$

mit

$$Z_r = \frac{Z_0}{A_M} \quad (3.55)$$

und

$$\underline{Z}_{ml} = j\omega \frac{\rho_0 r_M}{A_M}. \quad (3.56)$$

Wie aus Gleichung 3.54 ersichtlich ist, kann die akustische Impedanz aus Abbildung 3.9 im Falle einer kugelförmigen Abstrahlung durch die Parallelschaltung einer Induktivität Z_{ml} gemäß Gleichung 3.56 sowie eines Strahlungswiderstandes Z_r nach Gleichung 3.55 beschrieben werden. Dabei steht $Z_0 = \rho_0 c$ für die Schallkennimpedanz des Fluides, in das der Lautsprecher abstrahlt. Auf die mechanische Domäne transformiert entspricht die Induktivität Z_{ml} der durch die Membran mit bewegten

Luftmasse. Die Impedanz der mitschwingenden Luftmasse ist rein imaginär, folglich wird für die Bewegung dieser nur Blindleistung benötigt. Wirkleistungsabstrahlung ist einzig und allein über den Strahlungswiderstand Z_r möglich. Für hohe Frequenzen oder große Kugelstrahler wird $\underline{Z}_{a,Kugel}(r)$ durch den Anteil der akustischen Feldimpedanz des Freifeldes dominiert und geht schließlich gegen die Flussimpedanz für ebene und reflexionsfreie Wellenausbreitung $\underline{Z}_{a,eben} = Z_0/A_m$. Für kleine Kugeln und tiefe Frequenzen wird die akustische Impedanz von der Luftmasse bestimmt und somit von dieser kurzgeschlossen [ZZ87] [LPW01].

In Konsequenz hierzu hat die akustische Impedanz im tieffrequenten Bereich gemäß Gleichung 3.52 nahezu keinen Einfluss auf die elektrische Impedanz des Gesamtsystems. Wird für ein unendlich langes Rohr ebenso eine ebene Wellenausbreitung angenommen, so kann in diesem Fall die akustische Impedanz auch mit $\underline{Z}_{a,eben} = Z_0/A_m$ angegeben werden. Abbildung 3.10 zeigt beispielhaft den Frequenzgang der elektrischen Impedanz des elektroakustischen Gesamtsystems. Die rote Kurve zeigt die Impedanz für eine festgebremste Membran, welche gleich der Impedanz des elektrischen Subsystems ist. Die schwarze Kurve zeigt die elektrische Impedanz des Gesamtsystems mit schwingender Membran unter der Annahme einer vernachlässigbaren Abstrahlimpedanz¹⁵. Anhand der grünen Kurve ist die elektrische Impedanz des Gesamtsystems unter der Annahme eines idealen Kugelstrahlers nach Gleichung 3.54 dargestellt. Schließlich zeigt die blaue Kurve die elektrische Impedanz im Falle einer ebenen Wellenabstrahlung, beispielsweise in ein unendlich langes Rohr¹⁶. Hier wird deutlich, welchen erheblichen Effekt das Ankoppeln des Aktuators an ein Rohrsystem, also beispielsweise einer Abgasanlage, auf die Betriebseigenschaften des Lautsprechers hat. Bei der messtechnischen Bestimmung der Thiele-Small-Parameter eines Treibers ist folglich die Abstrahlbedingung zu beachten, um zwischen Membranzmasse und mitbewegter Luftmasse unterscheiden zu können.

3.2.2 Nicht-lineares Lautsprechermodell

Reale Lautsprecher bzw. Aktoren verhalten sich, wie bereits erwähnt, im Großsignalbereich anders, als sie sich für kleine Signale verhalten. Während ein Aktor für kleine Membranauslenkungen noch als lineares Übertragungsglied modelliert werden kann, zeigt das System für große Membranauslenkungen nicht-lineare Eigenschaften. Dadurch kommt es zu zwei Effekten. Zum einen ist das Übertragungsverhalten eines nicht-linearen Aktors abhängig von der Amplitude des Eingangssignals, zum

¹⁵Dies entspricht dem Betrieb des Aktors im Vakuum.

¹⁶Unendlich langes Rohr bedeutet in diesem Zusammenhang, dass keine rücklaufenden Wellen im Rohr existieren.

anderen entstehen durch das nicht-lineare Verhalten Spektralkomponenten im Ausgangssignal, die im Eingangssignal des Systems nicht vorhanden sind [Kli01]. Dabei sind beide Effekte für die Auslegung einer aktiven Abgasanlage entscheidend. Es ist zu beachten, dass das Lautsprechermodell das Betriebsverhalten des realen Aktors vor allem auch im Vollastbetrieb des Motors ausreichend gut abbildet. Ein lineares Modell, welches unter Annahme eines Kleinsignalbetriebes erstellt wurde, kann in der Situation für hohe Anregungen einen unrealistisch hohen Volumenstrom ansetzen und somit zu einem zu hoch eingeschätzten Minderungspotenzial an der Abgasmündung führen. Ein nicht-lineares System führt außerdem zu der Erzeugung von Verzerrungsprodukten im Ausgangssignal. Diese Verzerrungsprodukte treten bei ganzzahligen Vielfachen der anregenden Grundfrequenz des Eingangssignals auf und werden auch als Obertöne oder Harmonische der Grundfrequenz bezeichnet. Außerdem treten bei der Anregung mehrerer Frequenzen Intermodulationsprodukte im Ausgangsspektrum des Aktors auf. Kritisch sind die harmonischen Verzerrungen besonders deswegen, weil sie genau wie die Motorordnungen ganzzahlige Vielfache der (zu mindernden) Grundfrequenz darstellen. So fallen die Verzerrungsprodukte genau auf die jeweiligen Frequenzen der höheren Motorordnungen und können diese so ungewollt verstärken. Bei der Minderung oder Verstärkung mehrerer Motorordnungen kann es außerdem zu diversen Intermodulationsprodukten kommen, welche ebenfalls unangenehm in Erscheinung treten können. Verschärft wird dieses Problem in der Praxis weiter durch die frequenzabhängige Wahrnehmung des menschlichen Ohrs, mit dessen abnehmender Lautheitswahrnehmung hin zu tiefen Frequenzen. In Folge dessen kann es dazu kommen, dass bei der Minderung einer tieffrequenten Komponente (z.B. Minderung der Zündordnung im Bereich niedriger Drehzahlen) höherfrequente Verzerrungsprodukte auftreten, die als subjektiv lauter empfunden werden als die ursprünglich zu mindernde tieffrequente Komponente. Um die beschriebenen Effekte bei der Auslegung einer aktiven Abgasanlage zu berücksichtigen, müssen die Ursachen für diese nicht-linearen Eigenschaften unter Umständen im Aktormodell mit einbezogen werden. In [Kli05] sind eine Reihe von nicht-linearen Lautsprecherreigenschaften beschrieben, welche im Folgenden hinsichtlich ihrer Relevanz für die Auslegung einer aktiven Abgasanlage näher untersucht werden sollen. Abbildung 3.11 zeigt das auf diese Weise gewonnene Ersatzschaltbild des nicht-linearen elektroakustischen Gesamtsystems des Lautsprechers.

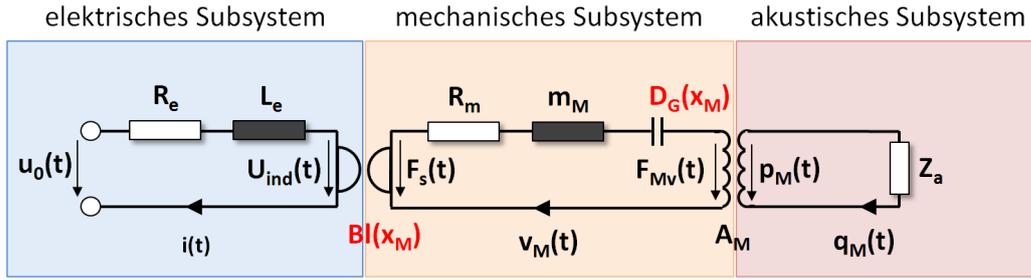


Abbildung 3.11: Ersatzschaltbild des nicht-linearen elektroakustischen Gesamtsystems des Lautsprechers

Nicht-lineare Steifigkeit der Luftfeder und der Membranaufhängung

In Abschnitt 3.2.1 wurde für die Steifigkeit der Membranaufhängung ein konstanter Wert D_M angenommen. Für große Auslenkungen ergibt sich allerdings eine von der Auslenkung abhängige Membransteifigkeit $D_M(x_M)$, welche mit der absoluten Membranauslenkung stetig zunimmt. Dabei hängt diese maßgebend mit der Geometrie der Aufhängung und von der Einstellung von Zentrierspinne und Sicke ab. Die Kurvenform der Membransteifigkeit ist somit je nach Lautsprecher verschieden. In Abbildung 3.12 (links) ist beispielhaft die Membransteifigkeit des untersuchten Versuchsaktors dargestellt. In Abschnitt 3.2.1 wurde gemäß Gleichung 3.44 eine linearisierte Luftfeder angenommen. Reale Rückvolumensteifigkeiten weisen allerdings ebenfalls nicht-lineare Eigenschaften auf. Ausgehend von Gleichung 3.44 lässt sich die nicht-lineare Federkraft des Rückvolumens F_{Mr} wie folgt angeben:

$$F_{Mr} = A_M \cdot p_0 \left(\left(\frac{V_r}{V_r - A_M \cdot x_M} \right)^\kappa - 1 \right). \quad (3.57)$$

Für die auslenkungsabhängige Federsteifigkeit des Rückvolumens gilt aufbauend auf Gleichung 3.57 schließlich:

$$D_{rv}(x_M) = \frac{d}{dx_M} F_{Mr}(x_M) = A_M^2 \cdot p_0 \cdot \kappa \cdot \frac{\left(\frac{V_r}{V_r - A_M \cdot x_M} \right)^\kappa}{V_r - A_M \cdot x_M}. \quad (3.58)$$

In Abbildung 3.12 (links) ist sowohl die lineare Membransteifigkeit D_M als auch die nicht lineare Membransteifigkeit $D_M(x_M)$ in Abhängigkeit von der Membranauslenkung¹⁷ x_M am Beispiel des Versuchsaktors dargestellt. Außerdem zeigt die Abbildung die Steifigkeit der Luftfeder D_{rv} für verschiedene Rückvolumina jeweils linear und nicht-linear modelliert. Es zeigt sich erneut, dass das System für kleinere Volumina von der Luftfeder dominiert wird. Außerdem wird deutlich, dass mit kleiner

¹⁷In dieser Darstellung stehen positive Werte für x_M für eine Auslenkung der Membran in das Rückvolumen hinein.

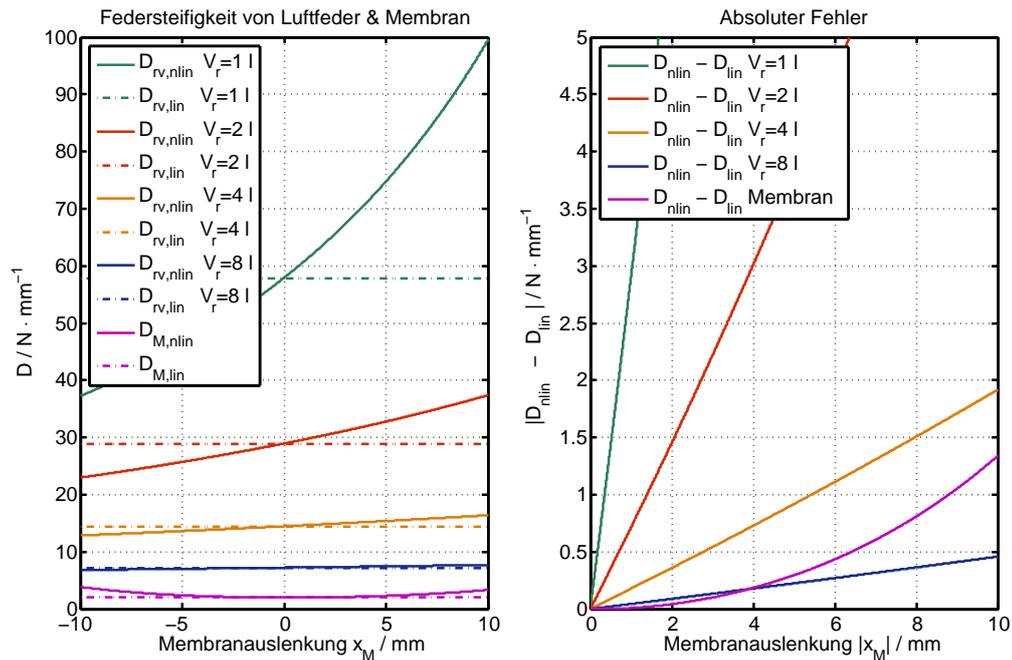


Abbildung 3.12: Vergleich zwischen linearer und nicht-linearer Steifigkeit des Rückvolumens und der Membransufhängung. Links: Steifigkeit der Luftfeder für verschiedene Rückvolumen sowie die Steifigkeit der Membranaufhängung eines Versuchsaktors jeweils linear und nicht-linear modelliert. Rechts: Der jeweilige absolute Fehler zwischen linearen und nicht-linearen Modell

werdendem Rückvolumen die Abweichungen zwischen linear und nicht-linear modellierter Luftfedersteifigkeit zunehmen. Abbildung 3.12 (rechts) zeigt für den Versuchsaktor den absoluten Fehler zwischen der linear und nicht-linear modellierten Rückvolumensteifigkeit und Membransteifigkeit in Abhängigkeit der Auslenkung x_M . Es zeigt sich am Beispiel des Versuchsaktors, dass die Abweichungen zwischen linearen und nicht-linearen Steifigkeit des Rückvolumens schon für Rückvolumen kleiner acht Liter im Bereich der Abweichungen liegen, welche zwischen der linearem und nicht-linearem Membransteifigkeit auftreten.

Kraftfaktor

Der Kraftfaktor koppelt das mechanische und das elektrische Subsystem des Aktors miteinander. Für reale Lautsprecher stellt diese Kopplungsgröße, anders als in Abschnitt 3.2.1. dargestellt, keine Konstante, sondern ebenfalls eine Funktion in Abhängigkeit der Membranauslenkung x_M dar. Wie aus Abbildung 3.14 ersichtlich ist, sinkt der Kraftfaktor $Bl(x_M)$, wenn die Spule den Luftspalt der Permanentmagne-

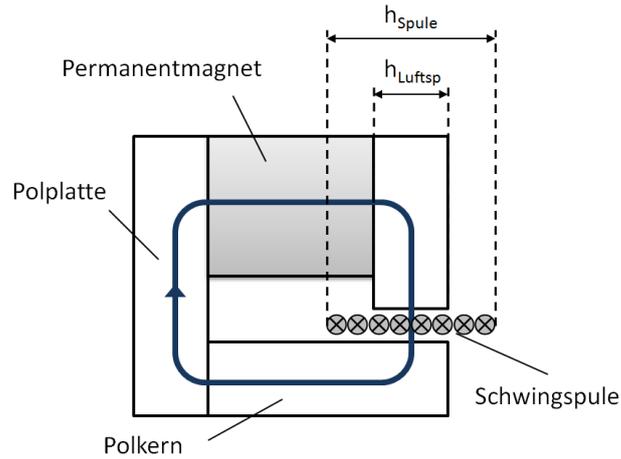


Abbildung 3.13: Einseitiger Schnitt durch einen Lautsprechertreiber

ten (teilweise) verlässt, da weniger Spulenwicklungen vom Magnetfeld durchsetzt werden. Die Form der Bl -Kurve hängt dabei von der Geometrie der Spule und des Luftspalts ab. Je länger die Schwingspule im Vergleich zur Tiefe des Luftspaltes ist, desto weiter kann die Schwingspule bei konstant bleibender Anzahl an Spulenwicklungen im Luftspalt ausgelenkt werden. Abbildung 3.13 zeigt einen einseitigen Schnitt durch einen Lautsprechertreiber. Dabei steht h_{Spule} für die Höhe der Schwingspule und h_{Luftsp} für die Tiefe des Luftspaltes des Treibers. Sobald die Schwingspule den Luftspalt teilweise verlässt, werden weniger Spulenwicklungen vom Magnetfeld des Permanentmagneten durchsetzt. Folglich sinkt der Kraftfaktor $Bl(x_M)$. Bei Treibern mit $h_{Spule} > h_{Luftsp}$ spricht man von Spulenüberhang.

Weitere nicht-lineare Effekte

Auch die Spuleninduktivität ist von der Auslenkung x_M abhängig. Je nach Auslenkung der Spule befindet sich der Polkern mehr oder weniger tief in der Spule. So ändert sich die relative Permeabilität μ_r der Spule und somit gemäß Gleichung 3.27 die Induktivität $L_e(x_M)$ in Abhängigkeit der Membranauslenkung x_M . Zudem weist die Induktivität eine Abhängigkeit von der Stromstärke i auf. Dies ist auf einen nicht-linearen Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke H und der magnetischen Flussdichte B zurückzuführen. Außerdem kommt es aufgrund der sich ändernden Induktivität zu einer Reluktanzkraft, welche zusätzlich auf die Spule wirkt. Diese Effekte beeinflussen über die Spuleninduktivität besonders das Verhalten des Lautsprechers bei der Wiedergabe von höheren Frequenzen. Ebenso kann es zu nicht-linearen Eigenschaften im Membranmaterial kommen, wenn dessen Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der mechanischen Belastung steht. Für tieffrequente

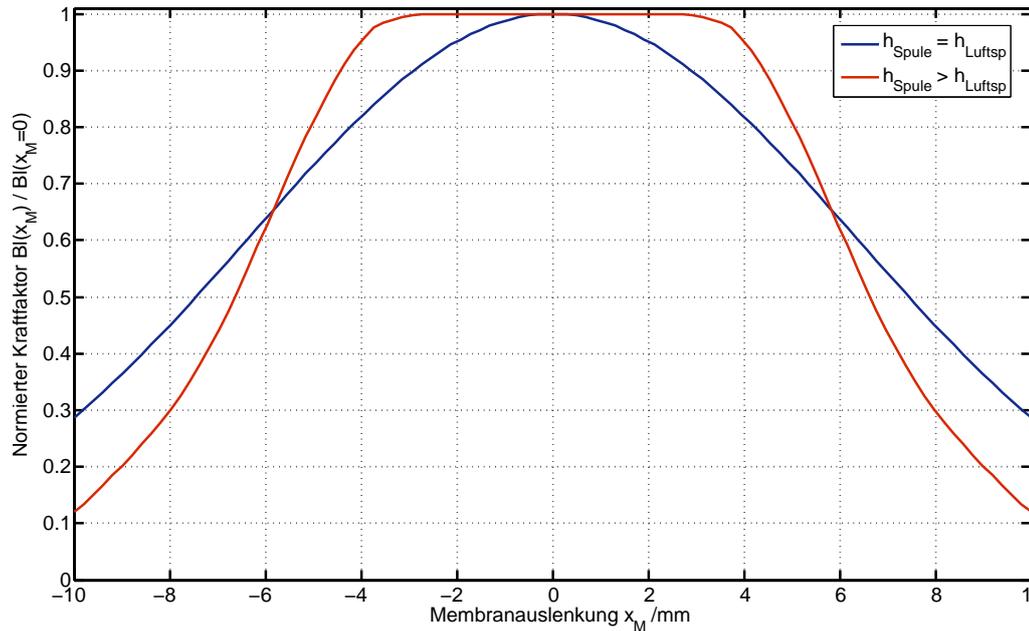


Abbildung 3.14: Normierter Kraftfaktor $Bl(x_M)/Bl(x_M = 0)$ zweier Aktoren mit und ohne Spulenüberhang

Anregungen kann allerdings die Membran als Starrkörper angenommen werden, sodass nur die Membran- und Rückvolumensteifigkeit als mechanisch nicht-linear betrachtet werden müssen. In der vorliegenden Arbeit soll aufgrund der vorwiegend tieffrequenten Anregung des Aktors nur die Membransteifigkeit $D_M(x_M)$, die Rückvolumensteifigkeit $D_{rv}(x_M)$ und der Kraftfaktor $Bl(x_M)$ als nicht-lineare Elemente herangezogen werden. Weitere Vertiefungen zu den beschriebenen nicht-linearen Effekten können [Kli05], [Kli01], [Kli00] und [Kli99] entnommen werden.

3.2.3 Implementierung in Simulink

Für die spätere Co-Simulation einer aktiven Abgasanlage sollen im Folgenden die Überlegungen aus Abschnitt 3.2.1. in eine Form überführt werden, welche eine Integration in die konventionelle Gasdynamiksimulation erlaubt. Das Aktormodell wird zu diesem Zweck mittels der Software *Simulink* implementiert, wobei im Modell die entsprechenden Schnittstellen zur Gasdynamikberechnungssoftware vorgesehen werden. Das Aktormodell soll für die spätere Co-Simulation als Eingang das elektrische Spannungssignal $u_0(t)$ haben und ein Volumenstromsignal $q_M(t)$ ausgeben. Gleichzeitig wird der Druck, der vor der Membran herrscht, in Form des Signals

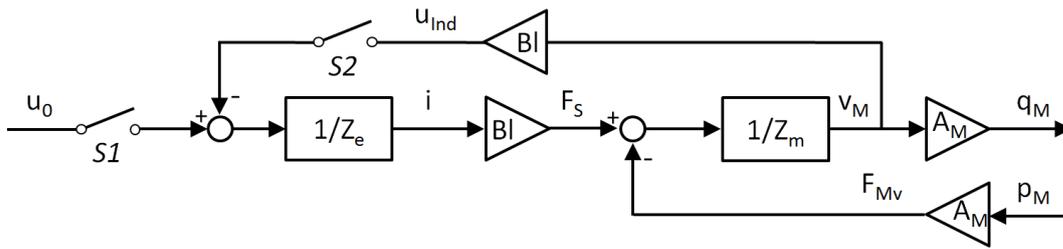


Abbildung 3.15: Signalflussdiagramm des Aktormodells zur Implementierung in Simulink. Über die Schalter S1 und S2 ist es möglich, den Anschlusszustand des Aktors zu verändern

Anschlusszustand:	Schalter S1	Schalter S2
Regelung an:	geschlossen	geschlossen
Regelung aus, Aktor kurzgeschlossen:	offen	geschlossen
Regelung aus, Aktor im Leerlauf :	offen	offen

Tabelle 3.1: Schaltzustände des Simulink-Aktormodells

$p_M(t)$ in das Aktormodell zurückgeführt. Druck- und Volumenstromsignale werden schließlich über eine Schnittstelle zur Gasdynamikberechnungssoftware mit dem Abgasanlagenmodell gekoppelt, während das Spannungssignal $u_0(t)$ von einem später beschriebenen Regelungsalgorithmus generiert wird. Als Basis für diesen Modellaufbau dient das in Abbildung 3.9 bzw. 3.11 dargestellte Ersatzschaltbild mit oder ohne den in Abschnitt 3.2.2 ausgeführten nicht-linearen Erweiterungen. Um für spätere Auswertungs- und Analysezwecke Zugang zu den entsprechenden physikalischen Zustandsgrößen der elektrischen, mechanischen und akustischen Domäne zu haben, wird das Aktormodell in die entsprechenden Domänen aufgeteilt. Dabei wird für das lineare Modell jeweils die elektrische und mechanische Impedanz mit ihren jeweiligen Übertragungsfunktionen implementiert. Die Kopplung erfolgt mit den jeweiligen Wandlerkonstanten $\alpha = Bl$ und $\alpha = A_M$. Dabei werden die jeweiligen Rückwirkungen als Rückkopplungspfade von der mechanischen zur elektrischen bzw. von der akustischen zur mechanischen Domäne implementiert. Abbildung 3.15 zeigt ein Signalflussdiagramm des Aktormodells für die Implementierung in Simulink.

Die spätere Co-Simulation des aktiven Gesamtsystems soll sowohl mit aktiver als auch mit deaktivierter Regelung durchführbar sein. Deaktivierte Regelung bedeutet in diesem Zusammenhang, dass vom Regelungsalgorithmus kein Ansteuerungssignal generiert wird und folglich $u_0(t) = 0$ gilt. Je nachdem, ob die elektrischen Kontakte des Aktors kurzgeschlossen sind oder sich im Leerlauf befinden, wirkt sich die elektrische Impedanz auf die akustische Impedanz des Aktors aus oder wird von

dieser entkoppelt. Um diese verschiedenen Anschlussfälle in der Co-Simulation abbilden zu können, sind im Modell gemäß Abbildung 3.15 zwei Schalter S1 und S2 vorgesehen. Sind beide Schalter geschlossen, befindet sich das Aktormodell im aktiv angesteuerten Zustand. Wird Schalter S1 geöffnet, so wird das Aktormodell von dem Ansteuerungssignal $u_0(t)$ getrennt und der Aktor befindet sich im kurzgeschlossenen Zustand. Werden beide Schalter geöffnet, so wird $u_{ind}(t) = 0$ gesetzt und es folgt $i(t) = 0$. Der Aktor befindet sich folglich im Leerlauf. Tabelle 3.1 zeigt die möglichen Schaltzustände des Aktormodells. Im sogenannten Großsignalbereich kann allgemein kein rein lineares Verhalten des Aktors mehr angenommen werden. Aus diesem Grund soll in der vorliegenden Arbeit auch untersucht werden, welchen Einfluss die in Abschnitt 3.2.2 beschriebenen nicht linearen Eigenschaften des Aktors auf das aktive Gesamtsystem haben. Um dies zu erreichen, wird das Aktormodell gemäß Abbildung 3.15 so erweitert, dass der Kraftfaktor $Bl(x_M)$, die Membransteifigkeit $D_M(x_M)$ sowie die Rückvolumensteifigkeit $D_{rv}(x_M)$ in Abhängigkeit der Membranauslenkung x_M modelliert werden.

3.3 Modellierung des Drucksensors

Für die Regelung des Sekundärsignals ist ein Fehlersensor nötig, der die Überlagerung von Primär- und Sekundärschallfeld detektiert und der Regelungseinheit zugänglich macht. Zu diesem Zweck wird der Sensor im Bereich der Zusammenführung von Primär- und Sekundärschallfeld in die Rohrwand der Abgasanlage verbaut. Der Sensor ist über einen kurzen Schlauch mit einem Stutzen verbunden, welcher wiederum an der Rohrwand der Abgasanlage verschweißt ist. Abbildung 3.16 zeigt ein Foto des verwendeten Versuchssensors.



Abbildung 3.16: Foto des verwendeten Versuchsdrucksensors

3.3.1 Sensoreigenschaften

Der in dieser Arbeit verwendete piezoresistive Versuchssensor weist einen Messbereich von $\pm 5 \text{ kPa}$ auf und ist aufgrund seiner hohen Temperaturstabilität bis zu 135°C besonders geeignet für den Betrieb in der heißen Umgebung einer Abgasanlage. Der Kern des Sensors besteht aus einer Siliziummembran, auf welcher vier Piezowiderstände integriert und über eine Wheat-Stone-Brücke verschaltet sind. Auslenkungen der Membran, hervorgerufen durch eine Druckdifferenz zwischen der Vorder- und Rückseite der Membran, führen zu entsprechenden Änderungen des Brückensignals, das von einer im Sensor integrierten digitalen Signalverarbeitungseinheit erfasst wird. Der Druck hinter der Membran entspricht hier immer dem Umgebungsdruck, sodass der Sensor den Relativdruck zum Umgebungsdruck detektiert. Die Signalverarbeitungseinheit des Sensors führt nach der Messwerterfassung eine Temperaturkorrektur des gemessenen Signals durch und gibt das aufbereitete Signal schließlich über einen 12-Bit D/A-Wandler als analoges Signal im Bereich von 0.5 V bis 4.5 V aus. Der Sensor hat folglich eine Empfindlichkeit von 0.4 mV Pa^{-1} . Abbildung B.1 zeigt die Kennlinie des Versuchssensors. Theoretisch ist natürlich eine direkte digitale Weiterverarbeitung durch die Regelungseinheit möglich und potenziell sinnvoll, allerdings wurde in dieser Arbeit aus praktischen Gründen ein analoges Drucksignal verwendet. Dieses ist bei den später beschriebenen Messungen am aktiven Gesamtsystem einfacher von der bestehenden Messtechnik des Motorprüfstandes zu erfassen. Für die Anwendung in einer aktiven Abgasanlage muss der Sensor außer Anforderungen hinsichtlich der Haltbarkeit auch verschiedene funktionale bzw. akustische Eigenschaften erfüllen. Der Frequenzbereich des Sensors sollte daher auf den der Motoranregung für möglichst alle Betriebszustände angepasst sein. In diesem Fall entspricht dies einem Frequenzbereich von 20 Hz bis 700 Hz , in dem der Sensor einen ausreichend großen Rauschabstand aufweisen muss. Für diesen Bereich sollten alle gemessenen Pegel möglichst gut ausgesteuert sein. Dies ist eine besondere Herausforderung, da der Sensor zum einen die sehr hohen Pegel, welche beispielsweise bei Volllast des Motors im Abgasrohr vorherrschen, vollständig (ohne Clipping) erfassen muss, zum anderen aber auch geringe Pegel (beispielsweise bei aktiver Minderung oder geringer Last) noch mit ausreichend großem Rauschabstand messen muss. Es ist folglich leicht ersichtlich, dass die Messgenauigkeit direkten Einfluss auf das Maß der Minderung haben kann. Besonders bei Abgasanlagenkonfigurationen, bei denen ein bereits passiv¹⁸ niedriger Ausgangspegel durch aktive Minderung auf

¹⁸Mit passivem Ausgangspegel ist die Schallemission gemeint, welche eine Motor-Abgasanlagen-Konfiguration mit ausgeschalteter aktiver Minderung erzeugt.

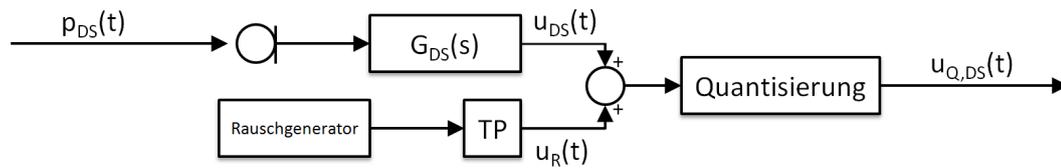


Abbildung 3.17: Modell des Fehlersensors

eine noch niedrigere Schallemission gemindert werden soll, kann die Messgenauigkeit des Sensors das Maß der aktiven Minderung limitieren. Um diesen Umstand in den folgenden Co-Simulationen abzubilden, soll der Drucksensor in seinem Frequenzgang als digitales Filter abgebildet werden. Der Frequenzgang des Sensors soll dabei in vorherigen Komponentenversuchen bestimmt werden. Um die Messgenauigkeit des Sensors in der Co-Simulation abzubilden, soll außerdem die Quantisierung durch die Signalverarbeitungseinheit des Sensors bzw. die Quantisierung der Regelungseinheit modelliert werden, um realistische Ergebnisse in der Simulation zu erhalten.

3.3.2 Modellumsetzung in Simulink

In der späteren Co-Simulation des Gesamtsystems können im Modell der Abgasanlage verschiedenste Zustandsgrößen des Abgases an unterschiedlichen Stellen ausgegeben bzw. weiterverarbeitet werden. Die für die Schallausbreitung besonders interessanten Größen Druck $p(t)$ und Volumenstrom $q(t)$ können so für jedes Diskretisierungselement an ein Simulink-Modell des Fehlersensors weitergegeben und in diesem weiterverarbeitet werden. Abbildung 3.17 zeigt das Modell dieses Fehlersensors. Eine virtuelle Druckmessstelle kann durch die Übergabe des entsprechenden Drucksignals $p_{DS}(t)$ eines Diskretisierungselementes des Abgasanlagenmodells an das Simulink-Modell realisiert werden, in dem die Größe als Fehlersignal der Regeleinheit herangezogen wird. Da allerdings die numerischen Werte der so gewonnenen Signale mit unrealistisch hoher Genauigkeit verarbeitet werden, wird auf diese Weise die begrenzte Messgenauigkeit des realen Sensors nicht abgebildet. Ebenso wenig ist in dem Signal $p_{DS}(t)$ der Frequenzgang eines realen Sensors berücksichtigt. Um das Verhalten des Sensors möglichst genau nachzubilden, wird das übergebene Signal $p_{DS}(t)$ zuerst durch ein Filter $G_{DS}(s)$ gefiltert, sodass sich schließlich das Signal $u_{DS}(t)$ ergibt. Dabei stellt $G_{DS}(s)$ die Übertragungsfunktion des Drucksensors dar. Das so entstandene virtuelle Spannungssignal wird außerdem von zusätzlichen Rauschteilen $u_R(t)$ überlagert, sodass sich schließlich ein verrauschtes Nutzsignal ergibt. Diese

Rauschanteile repräsentieren beispielsweise thermisches Rauschen in der Signalkette des Sensors und sollen in dieser Arbeit mit einem tiefpassgefilterten weißen Rauschen modelliert werden. Die entsprechende Rauschintensität des Rauschgenerators und die Grenzfrequenz des Tiefpassfilters werden später anhand der Komponentenversuche abgeglichen bzw. eingestellt. Das verrauschte Nutzsinal weist nach wie vor eine unrealistisch hohe Auflösung auf und soll im Folgenden gröber quantisiert werden. Hierzu ist ein gängiger Ansatz, dem Signal ein stochastisches (weißes) Quantisierungsrauschen $e_Q(k)$ hinzuzufügen. Für die Signalleistung W_Q dieses Quantisierungsrauschens gilt für den Fall eines gut ausgesteuerten Signals nach [Wei08]:

$$W_Q = \frac{\Delta_Q}{12}, \quad (3.59)$$

mit

$$\Delta_Q = a_{max} \cdot 2^{-(m-1)}. \quad (3.60)$$

Dabei steht M für die binäre Wortbreite und a_{max} für die maximale Amplitude, also den einseitigen Messbereich des Sensors. Dieser Ansatz setzt allerdings wie schon erwähnt ein gut ausgesteuertes Signal und damit eine möglichst konstante Amplitudendichteverteilung voraus. Eine geringere Aussteuerung des Signals führt nicht nur zu einem geringeren Signalrauschabstand, sondern auch zu einem mit dem Signal korrelierten Quantisierungsrauschen. Dies gilt vor allem für niedrige Aussteuerungen und tieffrequente Anregungen [Wei08].

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit dazu übergegangen, Quantisierungseffekte nicht allein über eine zusätzliche Rauschquelle zu simulieren, sondern stattdessen das Signal $u_{DS}(k)$ für jeden Iterationsschritt k der Simulation auf den am nächsten gelegenen Quantisierungswert $i \cdot \Delta_Q$ mit $i \in \mathbb{N}$ zu erhöhen bzw. zu verringern. Die Umsetzung in Matlab ist in Quellcode 3.1 dargestellt. Dabei steht U_{DS} für das unquantisierte Signal, pM für den einseitigen¹⁹ Messbereich und N für die Bit-Wortlänge. Als quantisiertes Ausgangssignal des Sensormodells ergibt sich schließlich das virtuelle Spannungssignal $u_{Q,DS}(t)$, welches vom Regelalgorithmus als Fehlersignal weiterverarbeitet werden kann.

¹⁹ u_{DS} liegt im Wertebereich von $\pm pM$

Quellcode 3.1: Quantisierungsfunktion zur Implementierung des Drucksensors

```

1 function [U_QDS] = quantisieren(u_DS, pM, N)
2     u_QDS = u_DS / pM;
3     u_QDS = u_QDS * 2^(N-1);
4     u_QDS = round(u_QDS);
5     u_QDS = u_QDS / 2^(N-1)
6 end

```

3.4 Regelungsalgorithmus

Wie bereits in Kapitel 1 beschrieben sollen mittels der in dieser Arbeit vorgestellten Auslegungsmethodik alle akustischen Funktionen einer aktiven Abgasanlage virtuell darstellbar gemacht werden. Aus den entsprechenden Simulationen lassen sich auf diesem Wege verschiedene Systemkonfigurationen und Funktionsausprägungen in der frühen Phase bewerten. Die akustischen Funktionen bestehen hierbei aus der gezielten Minderung (ANC) sowie aus der gezielten Verstärkung (ASD) bestimmter Frequenzanteile. Der hier vorgestellte Regelungsalgorithmus basiert auf dem bekannten FxLMS-Algorithmus und wurde für den hier vorgestellten simulationstechnischen Einsatz um einige Elemente erweitert bzw. angepasst. Da sich ein Großteil der Signal- bzw. Schallenergie des Ladungswechselgeräusches auf wenige Ordnungen verteilt (siehe Abschnitt 2.3.2), ist es naheliegend, einen schmalbandigen ANC-Algorithmus für die Anwendung in einer aktiven Abgasanlage zu verwenden. Um die Auslegung einer aktiven Abgasanlage an der Leistungsgrenze des Aktors zu ermöglichen wurde eine Spannungslimitierung implementiert, welche eine verzerrungsfreie Limitierung des Ansteuersignals $u_0(t)$ des Aktors gewährleistet. Außerdem wurde der Algorithmus so erweitert, dass eine Regelung auf einen definierbaren Zielpegel an einem virtuellen Messpunkt im Freifeld möglich wird.

3.4.1 FxLMS-Algorithmus

Die Minderung bzw. die Verstärkung von Frequenzanteilen des Ladungswechselgeräusches erfolgt wie bereits beschrieben über die geregelte Überlagerung des Primärschallfeldes mit einem durch einen Aktor erzeugtes Sekundärschallfeld. Für die Herleitung des ANC-Algorithmus wird der schematische Aufbau aus Abbildung 3.1 in entsprechende Signale und Übertragungsfunktionen überführt. Abbildung 3.18 zeigt das so entstandene Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage. Die akustischen und elektrischen Übertragungspfade werden dabei als entsprechende Übertragungsfunktionen im z -Bereich dargestellt. Dabei steht $P_1(z)$ für den akustischen Übertra-

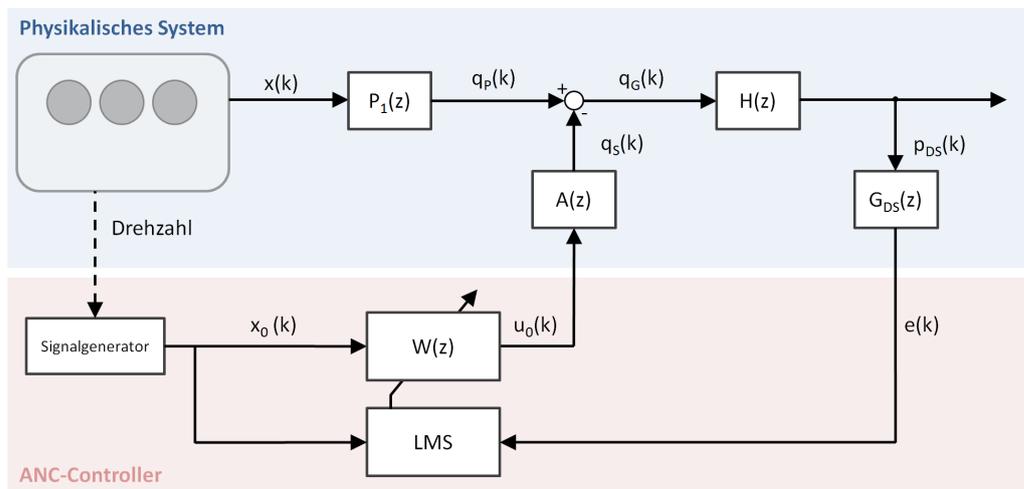


Abbildung 3.18: Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage

gungspfad vom Verbrennungsmotor zur Zusammenführung von Abgasrohr und Aktornebenschluss. Das Signal $x(k)$ bezeichnet hier das Anregungssignal des Motors, wobei k hier für den Zeitindex der diskreten Signale steht. In der Zusammenführung addiert sich der vom Motor erzeugte Volumenstrom $q_P(k)$ und der vom Aktor generierte Volumenstrom $q_S(k)$. Der Aktor wird durch die Übertragungsfunktion $A(z)$ repräsentiert. Die Größe $H(z)$ steht für den Ausbreitungspfad zwischen Zusammenführung und dem Druck $p_{DS}(k)$ an der Position des Drucksensors. Dieses Drucksignal wird durch die Übertragungsfunktion des Drucksensors $G_{DS}(z)$ gefiltert und dem Algorithmus als Fehlersignal $e(k)$ zur Verfügung gestellt. Dabei wird das Ausgangssignal des Drucksensors $U_{Q,DS}(k)$ ²⁰ mit der entsprechenden Empfindlichkeit des Sensors multipliziert, um das Fehlersignal $e(k)$ in Pascal zu erhalten. Wie schon in Abschnitt 2.4 beschrieben ist es sinnvoll für den Anwendungsfall einer aktiven Abgasanlage keinen akustischen Referenzsensor einzusetzen, sondern das digitale Drehzahlssignal des CAN-BUS zu verwenden. Auf Basis des jeweiligen Drehzahlwertes generiert ein Signalgenerator ein synthetisches Referenzsignal $x_0(k)$, welches für jede zu beeinflussende Motorordnung ein jeweiliges monofrequentes Signal entsprechend Gleichung 2.42, einhält. In Abbildung 3.18 ist dies für den Fall dargestellt, dass nur eine Motorordnung beeinflusst werden soll. In diesem Fall ist das Referenzsignal $x_0(k)$ ein monofrequentes Signal mit der jeweils aktuellen Frequenz der zu mindern- den Motorordnung. Dieses Signal durchläuft das adaptive Filter $W(z)$ und führt schließlich zum Ansteuerungssignal $u_0(k)$ des Aktors. Die Filterkoeffizienten des adaptiven Filters werden von einem LMS-Algorithmus auf Basis des Fehlersignals $e(k)$

²⁰gemäß Abbildung 3.17

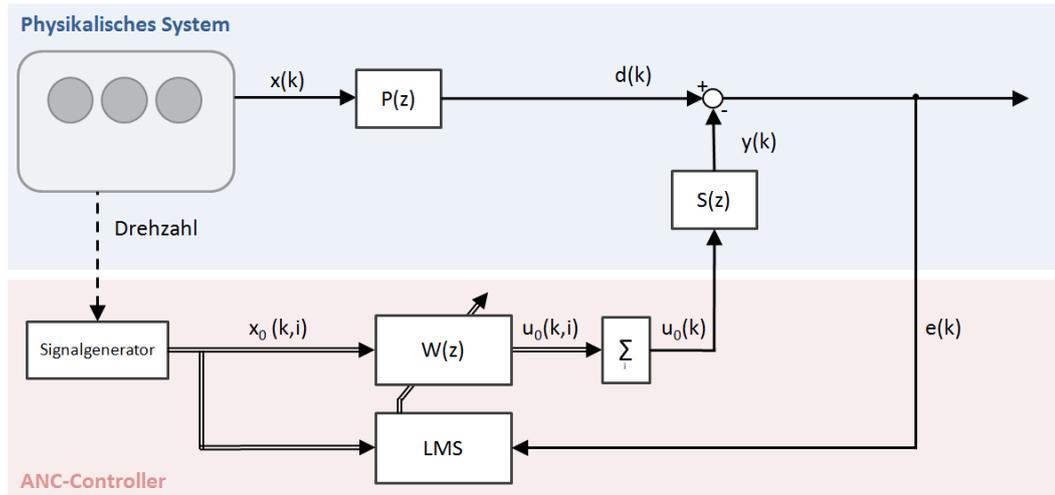


Abbildung 3.19: Vereinfachtes Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage

für jeden Iterationsschritt k angepasst. Da in der späteren Co-Simulation mehrere Motorordnungen gleichzeitig beeinflusst werden sollen, wird die in Abbildung 3.18 gezeigte Struktur des ANC-Controllers für mehrere Ordnungen in Parallelschaltung betrieben. Abbildung 3.19 zeigt diese Parallelschaltung adaptiver Filter. Der Signalgenerator erzeugt für mehrere Ordnungen i jeweils ein monofrequentes Signal mit der Frequenz $f(n, i) = \frac{n}{60} \cdot \text{Ord}(i)$. Die Ausgangssignale $u_0(k, i)$ werden vor der Ansteuerung des Aktors überlagert. Das Blockschaltbild aus Abbildung 3.18 wurde außerdem so vereinfacht, dass sich die Übertragungsfunktionen zu einer Primärstrecke $P(z)$ und einer Sekundärstrecke $S(z)$ gemäß:

$$P(z) = P_1(z) \cdot H(z) \cdot G_{DS}(z) \quad (3.61)$$

und

$$S(z) = A(z) \cdot H(z) \cdot G_{DS}(z) \quad (3.62)$$

ergeben. Da wie schon beschrieben die Beeinflussung mehrerer Motorordnungen durch eine Parallelschaltung mehrerer adaptiver Filter für die Beeinflussung jeweils einer Ordnung erfolgt, sollen die folgenden Überlegungen für die Minderung von nur einer Motorordnung durchgeführt werden. Das synthetische Referenzsignal $x_0(k)$ besitzt zu der Motoranregung $x(k)$ eine unbekannte Phasenverschiebung und ein unbekanntes Amplitudenverhältnis. Dieser Sachverhalt soll durch die Übertragungsfunktionen $R(z)$ symbolisiert werden. Es gilt somit:

$$X_0(z) = R(z) \cdot X(z). \quad (3.63)$$

Für das Fehlersignal $E(z)$ gilt:

$$E(z) = X(z) \cdot P(z) - X(z) \cdot R(z) \cdot W(z) \cdot S(z). \quad (3.64)$$

Ziel der Minderung ist es, das Filter $W(z)$ so einzustellen, dass das Fehlersignal $e(k)$ zu Null wird. Für $E(z) = 0$ folgt aus Gleichung 3.64 das optimale Filter W_{opt} für diesen Zustand zu:

$$W_{opt}(z) = \frac{P(z)}{S(z) \cdot R(z)}. \quad (3.65)$$

Wie aus Gleichung 3.65 ersichtlich ist, muss das Filter $W(z)$ für eine optimale Minderung des Fehlersignals den Primärpfad $P(z)$, die inverse Übertragungsfunktion $R^{-1}(z)$ sowie den inversen Sekundärpfad $S^{-1}(z)$ modellieren. Es wird außerdem deutlich, dass das System für Frequenzen ω mit $S(\omega) = 0$ oder für $R(\omega) = 0$ instabil wird. Für Frequenzen mit $R(z) = 0$ würde das synthetische Referenzsignal $x_0(k)$ nicht mit der zu mindernden Motorordnung des Anregungssignals des Motors korrelieren. Dies kann beispielsweise durch eine fehlerhafte Drehzahlerfassung bzw. Drehzahlübertragung der Fall sein. Das adaptive Filter $W(z)$ soll in dieser Arbeit auf Basis eines FIR-Filters²¹ implementiert werden. FIR-Filter eignen sich wegen ihrer einfachen mathematischen Handhabung und ihrer einfachen Implementierbarkeit besonders gut für die Anwendung als adaptives Filter. Diese Art von digitalen Filtern besitzt eine endliche Impulsantwort, wobei der Zusammenhang zwischen Impulsantwort und Filterkoeffizienten direkt angegeben werden kann mit [MH00]:

$$H_{FIR}(z) = \sum_{k=0}^M h(k) \cdot z^{-k} = h(0) \frac{\prod_{i=1}^M (z - z_i)}{z^M}. \quad (3.66)$$

Die z-Transformierte der Impulsantwort zeigt, dass die Übertragungsfunktion $H_{FIR}(z)$ M-ter Ordnung M reelle oder konjugiert komplexe Nullstellen und M Pole besitzt. Da sich alle Pole der Übertragungsfunktion im Ursprung der komplexen Zahlenebene befinden, ist das FIR-Filter absolut stabil. Bei der Adaption des Filters wird jeder Filterkoeffizient für jeden Iterationsschritt angepasst, weshalb der Rechenaufwand mit der Ordnung M des Filters anwächst. Rekursive IIR-Filter²² benötigen weniger Koeffizienten, weshalb diese Art Filter für hohe Anzahlen an Koeffizienten geeignet sein kann. Rekursive Filter besitzen allerdings keine absolute Stabilität, was ihre Handhabbarkeit erschwert. In dieser Arbeit soll aufgrund der überschaubaren Anzahl an nötigen Filterkoeffizienten²³ ein adaptives Filter auf Basis einer

²¹Finite Impulse Response Filter

²²Infinite Impulse Response Filter

²³siehe Abschnitt: Adaptive Notch Filter

FIR-Filterstruktur verwendet werden. Bei FIR-Filtern entsprechen die Werte der Impulsantwort $h(i)$ gerade den Werten der Filterkoeffizienten. Diese Filterkoeffizienten werden bei adaptiven Filtern Gewichte w_i genannt:

$$w_i = h(i). \quad (3.67)$$

Da die Gewichte für jeden Iterationsschritt k angepasst werden, sind diese im Folgenden mit $w_i(k)$ bezeichnet. Die Ausgangswertefolge $u_0(k)$ des Filters $W(z)$ wird durch Faltung der Eingangswertefolge $x_0(k)$ mit den Filterkoeffizienten $w_i(k)$ gebildet. Es gilt:

$$u_0(k) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(k) \cdot x_0(k-i) = \vec{w}^T(k) \vec{x}_0(k) = \vec{x}_0^T(k) \vec{w}(k). \quad (3.68)$$

Wie aus Gleichung 3.68 hervorgeht, lässt sich die Faltungssumme als Skalarprodukt des Gewichtsvektors \vec{w} und des transponierten Eingangssignalvektor \vec{x}_0^T schreiben.

Das Wiener-Filter

Für die folgenden Betrachtungen soll die Sekundärstrecke zunächst als ideal mit $S(z) = 1$ angenommen werden. Daraus folgt $y(k) = u_0(k)$. Unter dieser Voraussetzung lässt sich das Fehlersignal $e(k)$ gemäß Abbildung 3.19 wie folgt angeben:

$$e(k) = d(k) - y(k). \quad (3.69)$$

Durch Verwendung von Gleichung 3.68 ergibt sich schließlich:

$$e(k) = d(k) - \vec{x}_0^T(k) \vec{w}(k) = d(k) - \vec{w}^T(k) \vec{x}_0(k). \quad (3.70)$$

Da das optimale Wiener Filter zeitinvariant ist, wird im Folgenden zu Gunsten der Übersichtlichkeit zunächst der Gewichtsvektor ohne entsprechende Zeitabhängigkeit angegeben. Als Optimierungskriterium wird der mittlere quadratische Fehler²⁴ herangezogen. Dieser ergibt sich aus dem Erwartungswert E des quadratischen Fehlers und soll im Folgenden mittels der Fehlerfunktion $J(w)$ angegeben werden. Es gilt:

$$J = E\{e^2(k)\}, \quad (3.71)$$

$$J = E\{d^2(k)\} - 2E\{d(k) \vec{x}_0^T(k) \vec{w}\} + E\{\vec{w}^T \vec{x}_0(k) \vec{x}_0^T(k) \vec{w}\}, \quad (3.72)$$

²⁴ engl.: Mean Square Error

$$J = \sigma^2 + \vec{w}^T \mathbf{R} \vec{w} - 2\vec{p}^T \vec{w}. \quad (3.73)$$

Dabei steht σ^2 für die Varianz des Primärsignals, \vec{p} für den Kreuzkorrelationsvektor von Primär- und Referenzsignal und \mathbf{R} für die Autokorrelationsmatrix des Referenzsignals. Diese Vereinfachung ist möglich, da sowohl Referenz- als auch Primärsignal als schwach stationär und darüber hinaus mittelwertfrei angenommen werden können [MH00]. Es zeigt sich, dass es sich bei Gleichung 3.73 um eine quadratische Funktion in Abhängigkeit des Gewichtsvektors \vec{w} des FIR-Filters handelt. Für den optimalen Gewichtsvektor \vec{w}_{opt} besitzt die Fehlerfunktion $J(\vec{w}_{opt})$ ein globales Minimum. Dieses Minimum ist auch als Wiener-Lösung bekannt. Für diese Lösung muss die Fehlerfunktion $J(\vec{w}_0)$ an der Stelle \vec{w}_0 einen Gradienten von Null aufweisen und die Hess'sche Matrix $H_{\vec{w}}$ muss positiv definit sein²⁵. Es gilt:

$$\nabla_{\vec{w}} \{J(\vec{w})\}|_{\vec{w}=\vec{w}_0} = \vec{0}, \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial J(\vec{w})}{\partial \vec{w}} = -2\vec{p} + 2\mathbf{R}\vec{w}, \quad (3.75)$$

$$\vec{w}_0 = \mathbf{R}^{-1}\vec{p}. \quad (3.76)$$

Gleichung 3.76 stellt die zeitdiskrete Form der Wiener-Hopf-Gleichung dar [MH00] [Ell01]. Mit dieser Gleichung lassen sich die optimalen Koeffizienten des Filters berechnen, welche hinsichtlich des mittleren quadratischen Fehlers das Optimum darstellt. Wie der Gleichung zu entnehmen ist, sind die optimalen Koeffizienten abhängig von der Autokorrelationsmatrix \mathbf{R} und des Kreuzkorrelationsvektors \vec{p} . Da in praktischen Anwendungen die Statistik der Signale (durch \mathbf{R} und \vec{p}) nicht bekannt ist, müssten diese beiden Größen aus der Historie der Signale $d(k)$ und $y(k)$ geschätzt werden. Hierzu müssen zum einen eine ausreichend große Menge an Daten und zum anderen mindestens schwach stationäre Signale vorhanden sein, um \mathbf{R} und \vec{p} zu bestimmen [Ell01] [MH00]. Ein weitaus praktikablerer Ansatz ist deswegen der eines Adaptionalgorithmus eines adaptiven Filters, welcher die Filterkoeffizienten nur aus der Beobachtung der Signale $d(k)$ und $x(k)$ für jeden Iterationsschritt optimiert. Der Algorithmus nähert sich dabei in kleinen Schritten dem globalen Minimum der Fehlerfunktion $J(\vec{w})$. In den meisten praktischen Anwendungen ändert sich die Statistik der Signale langsam, was zu einer Bewegung des Minimums der Fehlerfläche im Koordinatensystem führt. Der Algorithmus muss in diesem Fall der Bewegung

²⁵Für diese Bedingung gilt: $\vec{u}^T H_{\vec{w}} \vec{u} > 0 \forall \vec{u} \neq \vec{0}$

des Minimums zusätzlich folgen. Dieses Nachführen wird auch als Tracking bezeichnet. Da in der hier vorgestellten Simulationsumgebung nur diskrete Drehzahlpunkte untersucht werden, steht das Tracking nicht im Mittelpunkt dieser Untersuchungen. Für spätere praktische Anwendungen im Fahrzeug ist das Trackingverhalten allerdings besonders vor dem Hintergrund von schnellen Last- oder Drehzahlwechsellern von entscheidender Bedeutung. Im Folgenden soll gemäß [MH00] der sogenannte LMS-Algorithmus²⁶ schrittweise, ausgehend vom Newtonverfahren, über das Gradientenverfahren hergeleitet werden.

Der LMS-Algorithmus

Bei Gradienten-Suchalgorithmen für adaptive FIR-Filter wird für jeden Iterationsschritt der neue Gewichtsvektor $\vec{w}(k+1)$ aus dem Gewichtsvektor des vorherigen Iterationsschrittes $\vec{w}(k)$ und des Gradienten der Fehlerfunktion berechnet, um iterativ eine möglichst gute Näherung der Wiener-Lösung zu erhalten. Sowohl das Newton-, als auch das Gradientenverfahren setzt die Kenntnis der Statistik der Signale voraus, was ihre praktische Anwendbarkeit einschränkt. Durch die Kombination der Gleichungen 3.75 und 3.76 ergibt sich:

$$\nabla_{\vec{w}} \{J(\vec{w})\} = 2\mathbf{R}(\vec{w} - \vec{w}_0) \quad (3.77)$$

und damit

$$\vec{w}_0 = \vec{w} - \frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\nabla_{\vec{w}} \{J(\vec{w})\}. \quad (3.78)$$

Gemäß Gleichung 3.78 wird der optimale Gewichtsvektor \vec{w}_0 , ausgehend von einem beliebigen Startvektor \vec{w} , errechnet. Um eine iterative Lösung dieser Gleichung zu erreichen, wird eine Schrittweite $0 < \mu < 1$ eingeführt und es ergibt sich schließlich das Newton-Verfahren mit:

$$\vec{w}_0(k+1) = \vec{w}(k) - \frac{\mu}{2}\mathbf{R}^{-1}\nabla_{\vec{w}} \{J(\vec{w})\}|_{\vec{w}=\vec{w}_0}. \quad (3.79)$$

Das Newtonverfahren benötigt, wie aus Gleichung 3.79 ersichtlich ist, die aufwendig zu berechnende Inverse der Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}^{-1} , die, falls \mathbf{R} positiv semidefinit ist, nicht invertiert werden kann. Für eine Echtzeitanwendung muss aus diesen Gründen ein anderer Weg gegangen werden, der nicht die Kenntnis der Autokorrelationsmatrix voraussetzt. Eine Möglichkeit ist, aus dem Newtonverfahren das

²⁶Least Mean Square Algorithmus

Gradienten-Verfahren abzuleiten, indem \mathbf{R}^{-1} durch die Einheitsmatrix ersetzt wird. Für das Gradienten-Verfahren ergibt sich so:

$$\vec{w}_0(k+1) = \vec{w}(k) - \frac{\mu}{2} \nabla_{\vec{w}} \{J(\vec{w})\} |_{\vec{w}=\vec{w}_0}. \quad (3.80)$$

Um den Gradienten in Gleichung 3.80 zu bestimmen, muss, wie schon erwähnt, die Statistik der Signale bekannt sein. Ziel des LMS-Algorithmus ist es deswegen, einen Schätzwert des Gradienten nur aus der Beobachtung der Signale $x(k)$ und $d(k)$ zu berechnen. Kann ein stationärer und ergodischer Prozess vorausgesetzt werden, so kann der Ensemblemittelwert (Scharmittelwert) des Prozesses durch den zeitlichen Mittelwert einer Musterfunktion ersetzt werden [MH00]. Für die Fehlerfunktion $J(\vec{w})$ gilt in diesem Fall:

$$J(\vec{w}) = E\{e^2(k)\} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} e^2(k). \quad (3.81)$$

In der Praxis muss die Mittelungslänge M einen endlichen Wert annehmen. Daraus folgt, dass die endliche Mittelung des quadratischen Fehlers nur eine Näherung der Fehlerfunktion darstellen kann. Angenommen, es sind zu einem diskreten Zeitpunkt $k = l$ M Abtastwerte des Fehlersignals $e(k)$ bekannt, so lässt sich die Schätzung der Fehlerfunktion $\hat{J}(\vec{w}, l)$ wie folgt angeben:

$$\hat{J}(\vec{w}, l) = \frac{1}{M} \sum_{k=l-M+1}^l e^2(k). \quad (3.82)$$

Aus dem Schätzwert der Fehlerfunktion kann im nächsten Schritt ein Schätzwert des Gradienten $\vec{G}(\vec{w}, l)$ gewonnen werden:

$$\vec{G}(\vec{w}, l) = \nabla_{\vec{w}} \{\hat{J}(\vec{w}, l)\} = \nabla_{\vec{w}} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{k=l-M+1}^l e^2(k) \right\}. \quad (3.83)$$

Der Schätzwert des Gradienten kann also aus einem Block von M Werten des Fehlersignals $e(k)$ berechnet werden. Einen sehr groben Schätzwert für den Gradienten erhält man für einen Block der Länge $M = 1$ für jeden Abtastwert k mit:

$$\vec{G}(\vec{w}, k) = \nabla_{\vec{w}} \{e^2(k)\}. \quad (3.84)$$

Die Größe $\vec{G}(\vec{w}, k)$ wird in diesem Fall als Momentangradient bezeichnet. Durch Einsetzen von Gleichung 3.70 in Gleichung 3.84 ergibt sich für diese Größe schließlich:

$$\vec{G}(\vec{w}, k) = -2\vec{x}_0(k)e(k). \quad (3.85)$$

Durch das Ersetzen des Gradienten in Gleichung 3.80 durch den Momentangradienten ergibt sich schließlich der LMS-Algorithmus zu:

$$\vec{w}_0(k+1) = \vec{w}(k) - \mu \vec{x}_0(k) e(k). \quad (3.86)$$

Die Filterkoeffizienten des nächsten Iterationsschritts $\vec{w}_0(k+1)$ werden also aus den aktuellen Koeffizienten, der Referenzsignalfolge $\vec{x}_0(k)$, dem aktuellen Wert des Fehlersignals $e(k)$ und einer Konstante μ gebildet. Diese Konstante mit $0 < \mu < \mu_{max}$ wird dabei als Schrittweite bezeichnet. Wie aus Gleichung 3.86 ersichtlich ist, beeinflusst μ direkt die Konvergenzgeschwindigkeit und Genauigkeit des Algorithmus. Für sehr kleine μ werden die neuen Koeffizienten gemäß Gleichung 3.86 für jeden Iterationsschritt nur sehr geringfügig angepasst, was zu einer geringen Konvergenzgeschwindigkeit führt. Gleichzeitig ergeben sich so für kleine μ in der unmittelbaren Nähe des Minimums der Fehlerfunktion $J(\vec{w})$ nur kleine Überschwinger, was zu einer genaueren Lösung und so zu einer besseren Minderung führt. Umgekehrt stellt sich für größere μ eine höhere Konvergenzgeschwindigkeit ein, wobei das Minimum der Fehlerfunktion im konvergierten Zustand weniger genau getroffen wird. Für zu große μ konvergiert der Algorithmus gar nicht mehr und wird instabil. Für die Obergrenze μ_{max} der Schrittweite wird in [MH00] für FIR-Anwendungen ein Wert von

$$\mu_{max} = \frac{2}{M \cdot (\text{mittlere Eingangsleistung})} \quad (3.87)$$

angegeben, wobei hier empfohlen wird, die mittlere Eingangsleistung $E\{|x(k)|^2\}$ in der Praxis durch eine zeitliche Mittlung zu approximieren.

Einfluss der Sekundärstrecke $S(z)$

Im vorangegangenen Abschnitt wurde eine ideale Sekundärstrecke mit $S(z) = 1$ angenommen. Diese Annahme ist im realen System durch die Übertragungsfunktionen von Aktor und Sensor und durch die Übertragungstrecke des akustischen Ausbreitungspfades nicht gegeben. Folglich können auch nicht wie im vorangegangenen Abschnitt die Signale $y(k)$ und $u_0(k)$ gleichgesetzt werden. Um die Effekte der Sekundärstrecke $S(z)$ zu kompensieren, muss der konventionelle LMS-Algorithmus modifiziert werden [Bur81]. Um Konvergenz des Algorithmus zu gewährleisten, muss das Referenzsignal vor dem Eingang des LMS-Algorithmus mit einem Modell $C(z)$ der Sekundärstrecke $S(z)$ gefiltert werden. Dem LMS-Algorithmus wird so das gefilterte Referenzsignal $x_f(k)$ zugeführt. Diese Erweiterung des LMS-Algorithmus wurde von Morgan [Mor80] entwickelt und wird allgemein auch als Filtered-x-LMS-Algorithmus

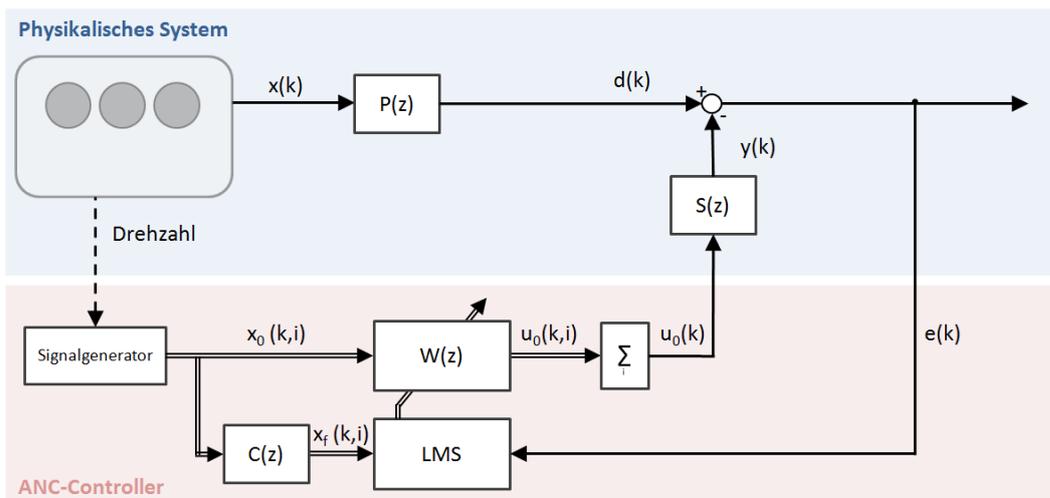


Abbildung 3.20: Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage mit FxLMS-Algorithmus

(FxLMS) bezeichnet. Abbildung 3.20 zeigt das Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage mit der Erweiterung zum FxLMS-Algorithmus. Für die Anpassung der Filterkoeffizienten ergibt sich so aus Gleichung 3.86 der FxLMS-Algorithmus zu:

$$\vec{w}_0(k+1) = \vec{w}_0(k) - \mu \vec{x}_f(k) e(k). \quad (3.88)$$

Dabei ist für die Stabilität des Algorithmus die durch die Sekundärstrecke $S(z)$ hervorgerufene Phasenverschiebung entscheidend und muss entsprechend durch das Modell $C(z)$ abgebildet werden. Für die Modellierung der Sekundärstrecke kann zwischen sogenannten Offline- und Online-Verfahren unterschieden werden. Bei Offline-Verfahren wird das Modell $C(z)$ vor der Inbetriebnahme des Reglers durch einen Einmessvorgang bestimmt und als konstante Größe im Algorithmus hinterlegt. Dabei wird der Aktor mit einem Testsignal beaufschlagt und die Antwort des Systems mittels des Fehlersignals erfasst. Dabei kann beispielsweise $C(z)$ durch ein adaptives Filter repräsentiert sein, welches im Laufe des Einmessvorgangs durch einen LMS-Algorithmus adaptiert wird. Nach der vollständigen Adaption von $C(z)$ kann dieses Modell im Regelungsalgorithmus verankert werden. Als Testsignal bietet sich hierfür beispielsweise bandbegrenzt weißes Rauschen an. Voraussetzung für dieses Verfahren ist allerdings, dass die Sekundärstrecke als zeitinvariant angesehen werden kann. Dies ist für die Anwendung der aktiven Abgasanlage in der Praxis durch verschiedene Faktoren nicht gegeben. Wie bereits beschrieben, verändert sich das Übertragungsverhalten der Sekundärstrecke $S(z)$ durch Temperaturänderungen ständig im realen Fahrzeugbetrieb. Ebenso sorgen die relativ hohen Strömungsgeschwindigkeiten in der Abgasanlage für zeitvariantes Verhalten [Ell01]. Dazu kommen außerdem noch

Änderungen der Sekundärstrecke, die auf Eigenschaftsänderungen der elektroakustischen Bauteile (Aktor und Sensor) zurückzuführen sind, die diese über Lebensdauer des Gesamtsystems erfahren. Bei Online-Verfahren wird das Modell der Sekundärstrecke während des Betriebs des Reglers stetig angepasst. In [KS04] wird ein Ansatz vorgestellt, welcher auf Basis einer blockweisen Verarbeitung eine Sekundärstreckeidentifizierung vornimmt. Dabei muss vorausgesetzt werden, dass sich die Eigenschaften der Strecke innerhalb eines Blocks nur sehr wenig ändern. Aus diesem Grund kann ein blockweise arbeitendes Verfahren nur für Systeme mit sehr langsamen Änderungen der Strecke verwendet werden. Andere Ansätze für Onlineidentifikation der Sekundärstrecke arbeiten mit zusätzlichen adaptiven Filtern, die mithilfe eines zusätzlich Rauschens ein Modell der Sekundärstrecke generieren [EA89]. Dabei ist zu beachten, dass sich der Adaptionsvorgang des Filters $W(z)$ und die Identifikation der Sekundärstrecke gegenseitig beeinflussen. Wie im späteren Verlauf noch genauer beschrieben, wird in dieser Arbeit für die simulationstechnischen Untersuchungen ein Offline-Verfahren verwendet, welches im Rahmen eines zusätzlichen Simulationslaufs die Sekundärstrecke für alle Betriebspunkte bestimmt.

Adaptive Notch Filter

Im Folgenden soll auf das adaptive Filter $W(z)$ näher eingegangen werden. Da es sich bei dem vorliegenden Anwendungsfall um eine schmalbandige ANC-Anwendung (mit mehreren monofrequenten Anregungen) handelt, kann das Filter vereinfacht werden. Prinzipiell sind zwei Typen von ANC-Algorithmen für diesen Fall bekannt. Die erste Methode ist als Wellenform-Synthese²⁷ bekannt und wurde von Chaplin [CS83] vorgestellt. Dabei ist das Filter $W(z)$ als transversale Filterstruktur implementiert und wird von einem Impuls-Signal angeregt. Die Filterkoeffizienten werden dabei, wie bereits beschrieben, durch einen FxLMS-Algorithmus adaptiert [ED85]. Das Impulssignal ist dabei mit der Grundfrequenz der zu mindernden Störquelle synchronisiert. Im Falle eines Verbrennungsmotors kann als Impulssignal beispielsweise das Signal des Kurbelwellensensors verwendet werden. Dies erfordert allerdings, dass dem ANC-Controller das analoge Kurbelwellensignal zugänglich gemacht wird. Dabei können in der Praxis hierfür zusätzliche Kabelführungen erforderlich sein, was vor allem aus Gewichts- und Kostengründen ungünstig zu bewerten ist. Auf der anderen Seite steht im Fahrzeug, wie schon beschrieben, über den CAN-BUS das jeweils aktuelle Drehzahlsignal des Motors zur Verfügung, weswegen es sich anbietet, dieses zur Erzeugung des Referenzsignals zu verwenden. Der zweite Typ von ANC-

²⁷ engl.: waveform synthesis methode

Algorithmen für Schmalband-ANC-Anwendungen ist dadurch gekennzeichnet, dass für jeden monofrequenten Spektralanteil des Störgeräusches ein Sinus-Referenzsignal mittels eines, im Algorithmus implementierten, Signalgenerators erzeugt wird. Dieser Ansatz ist auch als Adaptive Notch Filter (ANF) bekannt und geht auf Ziegler [Zie89] zurück. Abbildung 3.21 zeigt das Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage mit Adaptive Notch Filter. Bei der in dieser Arbeit vorgestellten Simulationemethode soll für jede Motorordnung i jeweils ein ANF implementiert werden. Dabei wird durch einen Signalgenerator²⁸ für jede Ordnung i jeweils ein Sinus-Signal $x_0(k, i)$ in der aktuellen Frequenz der jeweiligen Ordnung generiert. Dieses Signal wird mittels Hilberttransformation mit einer Phasenverschiebung von 90° beaufschlagt und daraus das zum Ursprungssignal orthogonale Referenzsignal $x_1(k, i)$ erzeugt [Kam96]. Alternativ zur Hilberttransformation kann das gleiche Ergebnis für monofrequente Signale auch durch Differenzierung des Signals mit anschließender Amplitudenanpassung oder durch einen zweiten Signalgenerator erreicht werden. Die beiden Referenzsignale werden mit den Filterkoeffizienten $w_0(k, i)$ und $w_1(k, i)$ multipliziert und anschließend addiert. Für die beiden orthogonalen Referenzsignale gilt:

$$x_0(k, i) = \sin\left(2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \text{Ord}(i) \cdot \frac{k}{f_a}\right) \quad (3.89)$$

und

$$x_1(k, i) = \cos\left(2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \text{Ord}(i) \cdot \frac{k}{f_a}\right). \quad (3.90)$$

Dabei steht f_a für die Abtastfrequenz des Systems. Die Signalanteile jeder Ordnung i werden anschließend addiert und an das Aktormodell übergeben. Dies entspricht einer Parallelschaltung mehrerer Adaptive Notch Filter [Zie89]. Für das Ansteuersignal $u_0(k)$ des Aktors folgt schließlich:

$$u_0(k) = \sum_i w_0(k, i) \cdot x_0(k, i) + w_1(k, i) \cdot x_1(k, i). \quad (3.91)$$

Wie bereits beschrieben, muss das Referenzsignal durch ein Modell der Sekundärstrecke gefiltert werden, um Stabilität des Algorithmus zu erreichen. Dabei ist die Phasenverschiebung, welche durch die Sekundärstrecke $S(z)$ bzw. durch das Modell der Sekundärstrecke $C(z)$ erzeugt wird entscheidend. Statt die Referenzsignale $x_0(k, i)$ und $x_1(k, i)$ zu filtern, wurde in der vorliegenden Arbeit ein zweiter Signalgenerator²⁹ verwendet um eine entsprechende Phasenverschiebung zu erreichen. Für

²⁸siehe Abbildung 3.21: Signalgenerator 1

²⁹siehe Abbildung 3.21: Signalgenerator 2

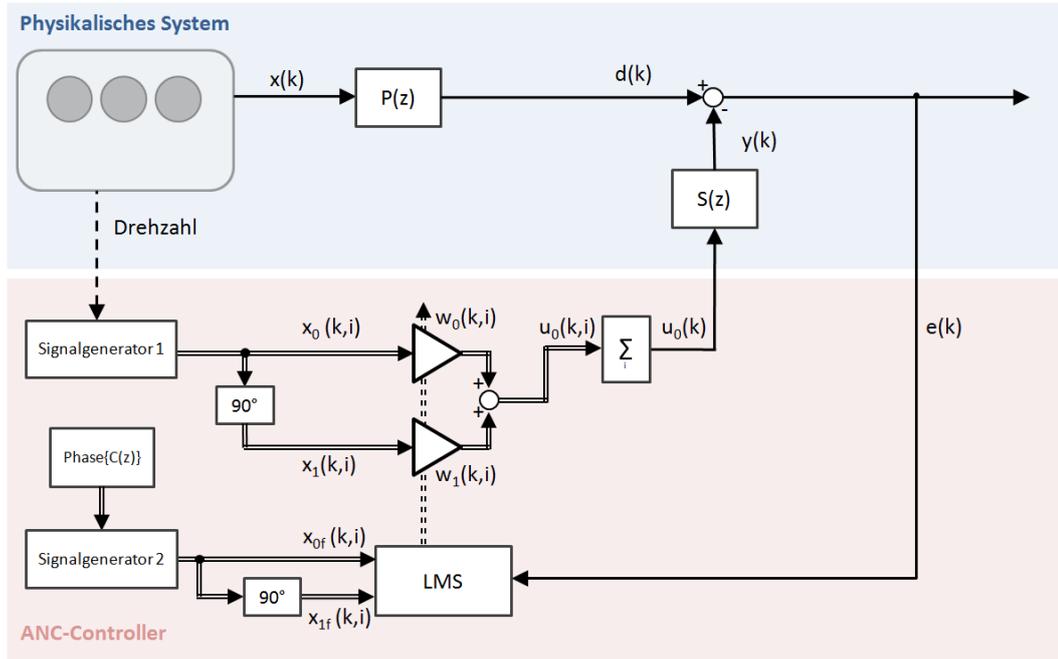


Abbildung 3.21: Blockschaltbild der aktiven Abgasanlage mit Adaptive Notch Filter

die phasenkorrigierten Versionen der orthogonalen Referenzsignale ergibt sich:

$$x_{0f}(k, i) = \sin\left(2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \text{Ord}(i) \cdot \frac{k}{f_a} + \Delta\varphi\left(2\pi \frac{n}{60} \text{Ord}(i)\right)\right) \quad (3.92)$$

und

$$x_{1f}(k, i) = \cos\left(2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \text{Ord}(i) \cdot \frac{k}{f_a} + \Delta\varphi\left(2\pi \frac{n}{60} \text{Ord}(i)\right)\right). \quad (3.93)$$

Auf Basis der so gewonnenen Referenzsignale und des Fehlersignals $e(k)$ werden die Filterkoeffizienten $w_0(k, i)$ und $w_1(k, i)$ wie folgt für jeden Iterationsschritt adaptiert. Es folgt aus Gleichung 3.88:

$$w_0(k + 1, i) = w_0(k, i) - \mu \cdot e(k) \cdot x_{0f}(k, i) \quad (3.94)$$

und

$$w_1(k + 1, i) = w_1(k, i) - \mu \cdot e(k) \cdot x_{1f}(k, i). \quad (3.95)$$

Dabei stellt $\Delta\varphi$ ein Modell der Phase der Sekundärstrecke $S(z)$ dar und wird in der vorliegenden Arbeit offline durch vorhergehende Simulationsläufe bestimmt. Diese Bestimmung von $\Delta\varphi(f)$ wird im nächsten Abschnitt näher vorgestellt.

3.4.2 Sekundärstreckenidentifikation

Als Modell der Sekundärstrecke $S(z)$ ist $C(z)$ vom Übertragungsverhalten des Aktormodells, von der akustischen Strecke zwischen Aktor bis zur Fehlersensorposition und von der Übertragungsfunktion des Fehlersensors abhängig. Wie schon beschrieben, ist besonders das Übertragungsverhalten der akustischen Strecke zwischen Aktor und Sensorposition stark von der Gasttemperatur und von der Strömungsgeschwindigkeit des Abgases abhängig. Da im Rahmen der vorgestellten Simulationemethode nur stationäre Vollastdrehzahlpunkte untersucht werden, kann für jeden konvergierten Betriebszustand von im zeitlichen Mittel konstanten Mediumtemperaturen ausgegangen werden. Um die Funktion $\Delta\varphi(f)$ zu bestimmen, soll aus diesem Grund für jeden Drehzahlpunkt das Modell der Sekundärstrecke $C(j\omega_t)$ für wenige diskrete Frequenzen ω_t berechnet werden. Dabei werden als Testsignal durch den Aktor synthetische Ordnungen $Ord(i)$ erzeugt, welche nicht im natürlichen Anregungsspektrum der Motoranregung enthalten sind und zu diesen folglich unkorreliert sind. Das resultierende Drucksignal $e(k)$ des Fehlersensors und das Anregungssignal $u_o(k)$ werden dabei blockweise aufgezeichnet und aus den aufgenommenen Daten mittels FFT die Spektren $E(j\omega_t)$ und $U_0(j\omega_t)$ der Signale gebildet. Für das Modell der Sekundärstrecke $C(j\omega_t)$ folgt schließlich:

$$\Delta\varphi(\omega_t) = \arg(C(j\omega_t)) = \arg\left(\frac{E(j\omega_t)}{U_0(j\omega_t)}\right) \quad (3.96)$$

mit

$$\omega_t = 2\pi \frac{n}{60} \cdot Ord(i). \quad (3.97)$$

Das Prinzip dieses Verfahrens ist in Abbildung 3.22 dargestellt. Auf Basis der so gewonnenen Werte für $\Delta\varphi(\omega_t)$ wird ein Interpolationspolynom 10ten Grades gebildet und dessen Koeffizienten im Algorithmus gemäß Abbildung 3.21 ($\text{Phase}\{G(z)\}$) hinterlegt.

3.4.3 Spannungsbegrenzung

Aufgrund der hohen Pegel, welche vom Verbrennungsmotor erzeugt werden, spielt die Leistungsfähigkeit des Aktors eine besondere Rolle in der Auslegung einer aktiven Abgasanlage. Eine der Hauptfragestellungen, die bei einer solchen Auslegung zu beantworten ist, ist die Frage, auf welches Pegelniveau ein vorhandenes Störgeräusch einer Motor- und Abgasanlagenkonfiguration durch das aktive System gemindert werden kann. In der Praxis kann ein Lautsprecher nur begrenzt elektrische Leistung

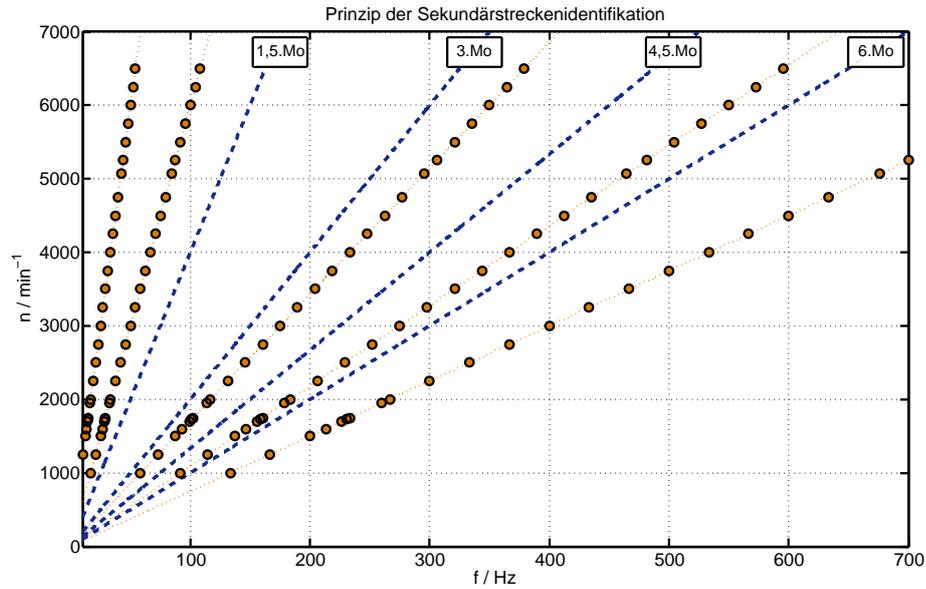


Abbildung 3.22: Prinzip der verwendeten Sekundärstreckenidentifikation dargestellt anhand des Campell-Diagramms der Motoranregung (blau) und der erzeugten Testordnungen 0,5; 1,0; 3,5; 5,5 und 8,0 (orange Linie) für die verwendeten diskreten Drehzahlpunkte (orange Kreise)

aufnehmen bevor dieser zu hohe Verzerrungsprodukte erzeugt oder im Extremfall Teile des Lautsprechers Schaden nehmen. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit für den Versuchsaktor ein maximaler RMS-Amplitudenwert für die Ansteuerspannung \hat{u}_{Lim} des Aktors definiert, unter der dieser keinen Schaden nimmt und geringe Verzerrung aufweist. Bei der Verwendung einer Spannungslimitierung von $u_0(k)$ würden allerdings durch das Abschneiden (Clipping) des Ansteuerungssignals ungewollte Verzerrungen im Signal entstehen. Aus diesem Grund muss bereits in der Regelung dafür gesorgt werden, dass der RMS-Wert des Ansteuerungssignals $u_0(k)$ den Wert der Spannungslimitierung \hat{u}_{Lim} nicht übersteigt. Dazu müssen die Filterkoeffizienten der einzelnen Ordnungen im Fall einer Überschreitung \hat{u}_{Lim} angepasst werden. Dabei wird zunächst auf Basis der gefilterten Referenzsignale $x_{0f}(k, i)$ und $x_{1f}(k, i)$ sowie dem Fehlersignal $e(k)$ die Filterkoeffizienten $w_0(k, i)$ und $w_1(k, i)$ berechnet. Da die Referenzsignale $x_0(k, i)$ und $x_1(k, i)$ normiert sind, lassen sich die Amplituden $A(k, i)$ und Phasenlagen $\varphi(k, i)$ der Ansteuersignale $u_0(k, i)$ wie folgt berechnen:

$$A(k, i) = \sqrt{w_0^2(k, i) + w_1^2(k, i)}, \quad (3.98)$$

$$\varphi(k, i) = \arctan\left(\frac{w_0(k, i)}{w_1(k, i)}\right). \quad (3.99)$$

Auf der Basis von $A(k, i)$ und $\varphi(k, i)$ werden im Anschluss alle Kompensations-signale der einzelnen Ordnungen über ein Arbeitsspiel überlagert und aus dem so gewonnenen Gesamtsignal der aktuelle RMS-Wert $\tilde{u}_0(k)$ des Ansteuersignals gewonnen. Es gilt:

$$\tilde{u}_0(k) = \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \left(\sum_i (A(k, i) \cdot \cos(y \cdot i + \varphi(k, i))) \right)^2 dy}. \quad (3.100)$$

Falls der so gewonnene RMS-Wert den Wert der Spannungslimitierung \hat{u}_{Lim} überschreitet, so werden die Filterkoeffizienten um den Korrekturfaktor $K(k) = u_{Lim}/\tilde{u}_0(k)$ skaliert. Es ergeben sich so im Falle einer Spannungslimitierung die skalierten Filterkoeffizienten $w_{0,lim}(k, i)$ und $w_{1,lim}(k, i)$ zu:

$$w_{0,lim}(k, i) = w_0(k, i) \cdot K(k), \quad (3.101)$$

$$w_{1,lim}(k, i) = w_1(k, i) \cdot K(k). \quad (3.102)$$

Bei einer solchen Funktion ist zu beachten, dass im Falle einer Spannungslimitierung alle Ordnungen gleichermaßen limitiert werden, auch wenn einige Ordnungen nur einen vergleichsweise geringen Anteil am Gesamtsignal haben. Wie in Abschnitt 5.2 zu sehen ist, sind vor allem zur Erzeugung tieffrequenter Sekundärschallfelder besonders hohe Spannungsamplituden nötig, während höhere Ordnungen schon mit vergleichsweise niedrigen Spannungsamplituden erfolgreich gemindert werden können. Aus diesem Grund ist für die Abstimmung einer aktiven Abgasanlage ein intelligentes Energiemanagement sinnvoll, welches die Minderung jeder Ordnung im Kontext des Gesamtgeräusches und der jeweils nötigen Energieaufnahme bewertet. Auch um bei einer solchen Abstimmung entsprechende Gestaltungsmöglichkeiten zu erhalten, soll im Folgenden ein Verfahren zur Minderung der Motoranregung auf einen definierbaren Zielpegel vorgestellt werden.

3.4.4 Zielpegelregelung

Zur Gestaltung des Klangcharakters eines Fahrzeuges durch die Schallemission einer aktiven Abgasanlage soll es möglich sein, bestimmte Motorordnungen des Mündungsgeräusches zu mindern und gleichzeitig andere Anteile zu verstärken. Anders als bei vielen anderen ANC-Anwendungen geht es bei der Auslegung einer aktiven

Abgasanlage also nicht zwangsläufig nur darum, eine möglichst hohe Minderung des Primärschallfeldes zu erreichen (ANC), sondern, es muss gleichzeitig die Möglichkeit gegeben sein, bestimmte Spektralanteile des Ursprungsgeräusches zu verstärken oder hinzuzufügen (ASD). Dieses Hinzufügen bzw. Verstärken von spektralen Anteilen soll in der vorgestellten Methodik durch die korrelierte Überlagerung von Primär- und Sekundärschallfeld erreicht werden. Um auf Basis eines bestimmten Sounddesigns durch die vorliegende Simulationsmethodik eine möglichst verlässliche und einfache Auslegung einer aktiven Abgasanlage zu ermöglichen, wird im Folgenden für jede Ordnung ein Zielpegel $L_{Ze}(n, i)$ in Abhängigkeit der Drehzahl n und der Ordnung i definiert. Liegt dieser Zielpegel unterhalb des Pegels der Motoranregung der entsprechenden Ordnung, so soll der Algorithmus versuchen, diesen Pegel durch aktive Pegelminderung (ANC) auf den entsprechenden Zielpegel zu mindern. Liegt der Zielpegel über dem Pegel der Motoranregung, so soll vom Algorithmus ein entsprechendes Ansteuerungssignal erzeugt werden, welches zu einer entsprechenden Verstärkung führt. Um dies zu erreichen, wird dem bestehenden Algorithmus³⁰ ein modifiziertes Fehlersignal $e_m(k, i, n)$ zugeführt. Der jeweilige Zielpegel ist dann erreicht, wenn das manipulierte Fehlersignal $e_m(k, i, n) = 0$ ist. Dabei soll sich der in der Abstimmung der Anlage definierbare Zielpegel zunächst auf den Schalldruckpegel des Fehlersignals $e(k)$ beziehen. Für das modifizierte Fehlersignal $e_m(k, i, n)$ gilt:

$$e_m(k, i, n) = e_f(k, i) - e_z(k, i, n). \quad (3.103)$$

Dabei steht $e_f(k, i)$ für das bandpassgefilterte Fehlersignal, wobei der Bandpass eine Mittenfrequenz von ω_i der jeweiligen Ordnung aufweist. Auf den entsprechenden Bandpassfilter wird im späteren Verlauf dieses Abschnitts noch näher eingegangen. Das Signal $e_z(k, i, n)$ entspricht dem Fehlersignal mit der jeweiligen Zielamplitude \hat{p}_z und wird wie folgt berechnet:

$$e_z(k, i, n) = e_{norm}(k, i) \cdot \hat{p}_z = e_{norm}(k, i) \cdot 10^{\frac{L_{Ze}(n, i)}{20}} \cdot p_r \quad (3.104)$$

Ist die Zielamplitude gleich Null, so ergibt sich die bereits diskutierte Struktur aus Abbildung 3.21 und es ergibt sich eine maximal mögliche Minderung³¹. Das Signal

³⁰ gemäß Abbildung 3.21

³¹ Maximal mögliche Minderung bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Solldruckamplitude gleich Null ist und die tatsächlich erreichbare Minderung von den verschiedenen Systemkomponenten und Parametern abhängt.

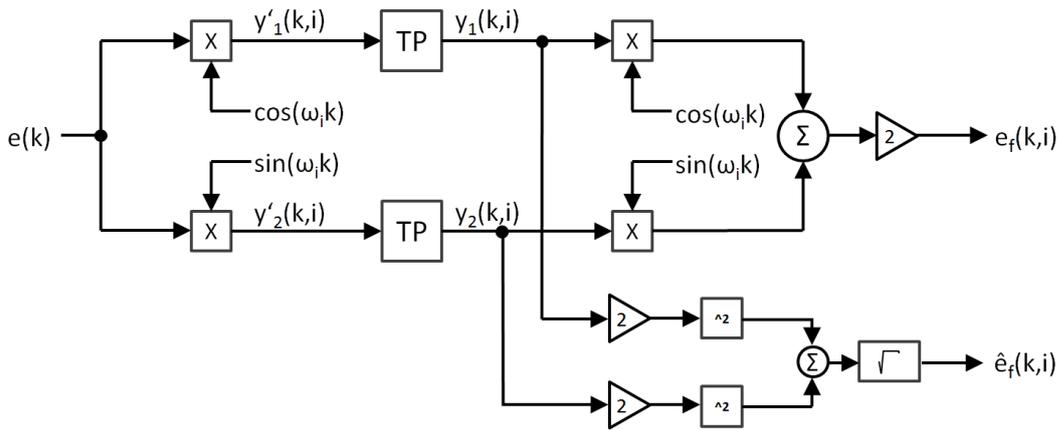


Abbildung 3.23: Quadraturmischer zur Filterung des Fehlersignals

$e_{norm}(k, i)$ ist das auf eins normierte gefilterte Fehlersignal der Ordnung i gemäß:

$$e_{norm}(k, i) = \frac{e_f(k, i)}{\hat{e}_f(k, i)} \quad (3.105)$$

Für die Regelung auf einen Zielpiegel wird nach diesem Ansatz unter anderem das Bandpasssignal $e_f(k, i)$ und dessen Amplitude $\hat{e}_f(k, i)$ benötigt. Die Bandpassfilterung des Fehlersignals $e(k)$ jeweils für die Bandpassmittenfrequenz ω_i kann erreicht werden, indem das Spektrum des Fehlersignals $e(k, i)$ um die Frequenz ω_i abwärts gemischt wird und nach einer Tiefpassfilterung wieder aufwärts gemischt wird. Dieses Prinzip ist in Abbildung 3.23 dargestellt. Um zu beschreiben wie das Signal $\hat{e}_f(k, i)$ gewonnen wird, sei das Fehlersignal als monofrequentes und amplitudenmoduliertes Signals angenommen mit:

$$e(k, i) = \hat{e}_f(k, i) \cdot \cos(\omega_i k + \varphi_i). \quad (3.106)$$

Dabei gilt $\omega_i = 2\pi \cdot n / (f_a \cdot 60)$. Wie in Abbildung 3.23 zu sehen ist, wird das Signal mit einem Cosinus- bzw. einem Sinussignal derselben Frequenz ω_i multipliziert. Es folgt so für die Signale $y'_1(k, i)$ und $y'_2(k, i)$:

$$y'_1(k, i) = \frac{\hat{e}_f(k, i)}{2} \cdot [\cos(\varphi_i) + \cos(\varphi_i)\cos(2\omega_i k) - \sin(\varphi_i)\sin(2\omega_i k)], \quad (3.107)$$

und

$$y'_2(k, i) = \frac{\hat{e}_f(k, i)}{2} \cdot [\cos(\varphi_i)\sin(2\omega_i k) - \sin(\varphi_i) + \sin(\varphi_i)\cos(2\omega_i k)]. \quad (3.108)$$

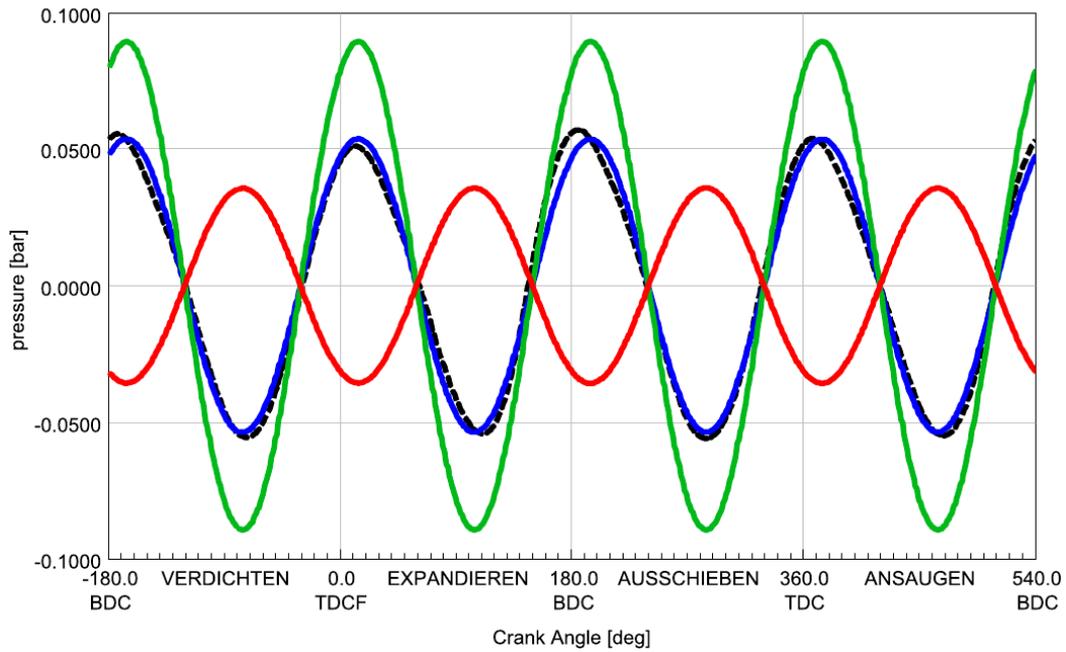


Abbildung 3.24: Bandpassfilterung des Fehlersignals $e(k)$ (schwarz gestrichelt) ergibt das gefilterte Signal $e_f(k, i = 2)$ (blau). Durch Skalierung mit der Zielamplitude ergibt sich das Zielsignal $e_z(k, i = 2)$ (grün) und gemäß Gleichung 3.103 das modifizierte Fehlersignal $e_m(k, i = 2)$ (rot)

Durch eine Tiefpassfilterung mit entsprechend tiefer Grenzfrequenz f_g verschwinden alle Wechselanteile in $y'_1(k, i)$ und $y'_2(k, i)$ und es folgt für die tiefpassgefilterten Signale $y_1(k, i)$ und $y_2(k, i)$:

$$y_1(k, i) = \frac{1}{2} \cdot \hat{e}_f(k, i) \cdot \cos(\varphi_i), \quad (3.109)$$

und

$$y_2(k, i) = -\frac{1}{2} \cdot \hat{e}_f(k, i) \cdot \sin(\varphi_i). \quad (3.110)$$

Schließlich lässt sich das gewünschte Signal $\hat{e}_f(k, i)$ wie folgt berechnen:

$$\hat{e}_f(k, i) = \sqrt{4y_1^2(k, i) + 4y_2^2(k, i)} \quad (3.111)$$

Die Abbildungen B.2 und B.3 im Anhang zeigen beispielhafte Signalverläufe des Quadraturmischers zur Bestimmung des Signals $\hat{e}_f(k, i)$. Als Tiefpassfilter wurde in der vorliegenden Arbeit ein Besselfilter vierter Ordnung mit einer Grenzfrequenz von $f_g = 5$ Hz implementiert. Jede Ordnung wird folglich mit einer Bandbreite $B = 10$ Hz bandpassgefiltert. Abbildung 3.24 zeigt beispielhaft das Prinzip der Zielpegelminde- rung für eine Verstärkung einer zweiten Ordnung. Dabei wird das Fehlersignal $e(k)$

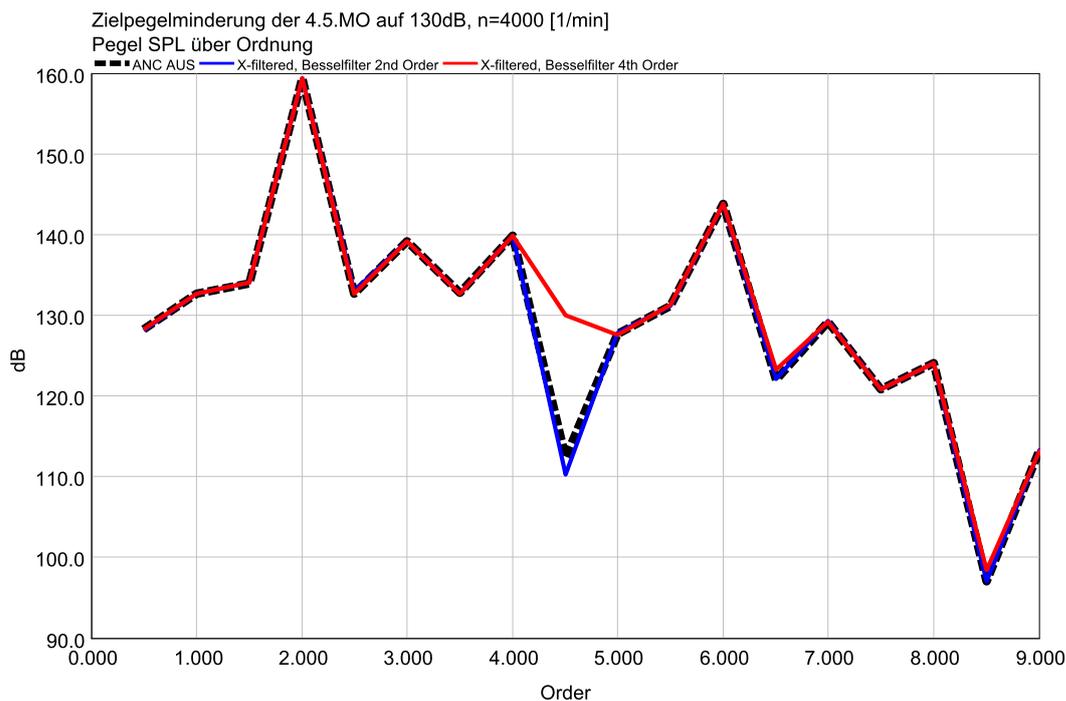


Abbildung 3.25: Schalldruckpegel am Fehlersensor für Zielpegelregelung der 4,5-ten Motorordnung auf 130 dB SPL mit Besselfilter zweiter (blau), und vierter Ordnung (rot). Im Vergleich dazu der entsprechende Schalldruck ohne Regelung (schwarz) bei $n = 4000 \text{min}^{-1}$

gefiltert, um das Signal $e_f(k, i = 2)$ zu erhalten. Durch Normierung und Skalierung des gefilterten Signals mit der Zielamplitude gemäß Gleichung 3.105 ergibt sich das Zielsignal $e_z(k, i = 2)$ und gemäß Gleichung 3.104 das modifizierte Fehlersignal $e_m(k, i = 2)$. Da die Größe $\hat{e}_f(k, i)$ aus den tiefpassgefilterten Größen $y'_1(k, i)$ und $y'_2(k, i)$ bestimmt wird, ist die Güte dieser Berechnung von der Flankensteilheit des Tiefpassfilters abhängig. Dies gilt besonders dann, wenn eine Motorordnung beeinflusst werden soll, welche im Vergleich zu ihren Nebenordnungen einen relativ geringen Pegel aufweist. Ist die Flankensteilheit zu gering, so gehen bei der Berechnung der Signale $y'_1(k, i)$ und $y'_2(k, i)$ Signalanteile der Nebenordnungen mit ein und der jeweilige Wert von $\hat{e}_f(k, i)$ fällt somit zu hoch aus. In Abbildung 3.25 ist dieser Effekt zu sehen. Die dominante vierte Ordnung führt bei einem Besselfilter zweiter Ordnung nicht zum gewünschten Zielpegel von 130 dB SPL der 4,5-ten Motorordnung am Fehlersensor. Erst durch die Verwendung eines Besselfilters vierter Ordnung wird dieses Ziel erreicht. Auf die beschriebene Weise kann nun eine Zielpegelregelung bezogen auf den Schalldruckpegel am Fehlersensor durchgeführt werden. Um eine Zielpegelregelung auf den Außenpegel zu erreichen, werden im nächsten Abschnitt ein Ansatz zur Außenpegelprognose auf Basis einer Online-Wellentrennung vorgestellt.

3.4.5 Wellentrennung

In diesem Abschnitt wird ein Wellentrennungsverfahren im Zeitbereich vorgestellt, welches eine Zielpegelregelung auf den Außenpegel erlaubt. Wie bereits beschrieben, kommt es durch die Anregung des Verbrennungsmotors zu Druckpulsationen, die sich in Form von Wellen entlang der Abgasanlage bis zur Mündung ausbreiten. An der Stelle der Mündung kommt es aufgrund der Expansion ins Freifeld zu einem starken Abfall der Druckamplitude und somit zu einer Reflexion der hinlaufenden Welle. Der restliche nicht reflektierte Anteil der hinlaufenden Welle gelangt ins Freifeld und ist somit für den im Freifeld messbaren Außenpegel verantwortlich. Die Mündung, mit einem Radius a , soll dabei als ungerichtete Volumenstromquelle mit Kugelabstrahlung angenommen werden. Eine solche Annahme scheint zulässig, da für den betrachteten Frequenzbereich die Bedingung $ka < 1$ in guter Näherung erfüllt ist. Für den Schalldruck im Freifeld im Abstand R von der Mündung ergibt sich in Abhängigkeit des Volumenstroms $\underline{q}(x=0)$ in der Mündung [LSW09]:

$$\underline{p}(R) = j\rho\omega \frac{\underline{q}(x=0)}{4\pi R} e^{-jkR}. \quad (3.112)$$

Für den Volumenstrom in der Mündung gilt dabei $\underline{q}(x=0) = \underline{v}(x=0) \cdot 4\pi a^2$, wobei die Schallschnelle in der Mündung $\underline{v}(x=0)$ genau der Schallschnelle im Endrohr an der Position $x=0$ entspricht. Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 gezeigt wurde, ergibt sich durch die Reflexion der hinlaufenden Welle eine Druckverteilung im Endrohr, welche sich aus hinlaufender und rücklaufender Welle zusammensetzt. Mit einer Druckamplitude \hat{p}_{hin} der hinlaufenden Welle ergibt sich so:

$$\underline{p}(x) = \hat{p}_{hin} \left(e^{-jkx} + \underline{r} e^{jkx} \right) \quad (3.113)$$

und

$$\underline{v}(x) = \frac{\hat{p}_{hin}}{Z_0(T_0)} \left(e^{-jkx} - \underline{r} e^{jkx} \right). \quad (3.114)$$

für die komplexe Schallschnelle in der Mündung $\underline{v}(x=0)$ gilt folglich:

$$\underline{v}(x=0) = \frac{\hat{p}_{hin}}{Z_0(T_0)} (1 - \underline{r}). \quad (3.115)$$

Für die Größe $Z_0(T_0)$ gilt dabei durch Anwendung von Gleichung 2.5, 2.13 und Gleichung 2.25:

$$Z_0(T_0) = \frac{p_0}{R_s T_0} \cdot \sqrt{\kappa R_s T_0} \quad (3.116)$$

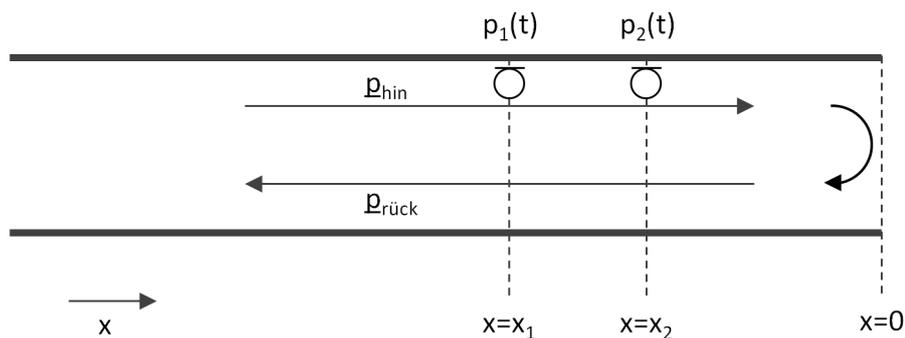


Abbildung 3.26: Prinzip der Wellentrennung in einem Rohr

Dabei wurde in dieser Arbeit für p_0 ein Umgebungsdruck von $p_0 = 101\,325$ Pa angesetzt. Das Prinzip der Wellentrennung ist ein bekanntes Verfahren, welche besonders zur Bestimmung von Absorptionseigenschaften von Materialproben im Kundtschen Rohr Anwendung findet (siehe ISO 13472-1). Dieses Verfahren ist beispielsweise in [Mös12] beschrieben. Zur Berechnung der hinlaufenden Schallwelle müssen sowohl der komplexe Reflexionsfaktor \underline{r} als auch die komplexen Schalldrucke an zwei Positionen vor der Reflexionsstelle bekannt sein. Außerdem muss die Schallgeschwindigkeit als Funktion der Temperatur T_0 und der Mediumsgeschwindigkeit v_0 bekannt sein. Es gilt somit je nach Ausbreitungsrichtung der Welle:

$$c = c(T_0) \pm v_0. \quad (3.117)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit ist durch Gleichung 2.13 gegeben. Je nach Laufrichtung der Welle ergeben sich aufgrund der Mediumsgeschwindigkeit v_0 unterschiedliche Wellenzahlen mit:

$$k_1 = \frac{\omega}{c(T_0) + v_0}, \quad (3.118)$$

für hinlaufende Wellen und

$$k_2 = \frac{\omega}{c(T_0) - v_0}, \quad (3.119)$$

für rücklaufende Wellen. Zur Bestimmung der hinlaufenden Welle wird zunächst der Reflexionsfaktor \underline{r} an der Mündung bestimmt. Das Druckfeld im Rohr wird zu diesem Zweck mit zwei Mikrofonen an den Positionen $x = x_1$ und $x = x_2$ aufgenommen. Abbildung 3.26 zeigt das Prinzip der Vorrichtung zur Wellentrennung. Die Fouriertransformation der Sensorsignale $p_1(t)$ und $p_2(t)$ liefert die Spektren der beiden Signale $\underline{p}_1(j\omega)$ und $\underline{p}_2(j\omega)$. Der Ansatz gemäß Gleichung 3.113 liefert unter

Berücksichtigung der Wellenzahlen aus Gleichung 3.118 und 3.119 für das Verhältnis der beiden Spektren \underline{p}_1 und \underline{p}_2 :

$$\frac{\underline{p}_1}{\underline{p}_2} = \frac{\hat{p}_{hin}(e^{-jk_1x_1} + \underline{r}e^{jk_2x_1})}{\hat{p}_{hin}(e^{-jk_1x_2} + \underline{r}e^{jk_2x_2})}, \quad (3.120)$$

und schließlich:

$$\underline{r} = \frac{\underline{p}_2 e^{-jk_1x_1} - \underline{p}_1 e^{-jk_1x_2}}{\underline{p}_1 e^{jk_2x_2} - \underline{p}_2 e^{jk_2x_1}}. \quad (3.121)$$

Durch Einsetzen des komplexen Reflexionsfaktors \underline{r} , des Spektrums eines der beiden Sensoren und der jeweilige Sensorposition x ergibt sich für die Amplitude der hinlaufenden Welle:

$$\hat{p}_{hin} = \left| \frac{\underline{p}_1}{e^{-jk_1x_1} + \underline{r}e^{jk_2x_1}} \right| = \left| \frac{\underline{p}_2}{e^{-jk_1x_2} + \underline{r}e^{jk_2x_2}} \right|. \quad (3.122)$$

Schließlich folgt für den Ortsverlauf der hinlaufenden Welle :

$$\underline{p}_{hin}(x) = \hat{p}_{hin} e^{-jk_1x} \quad (3.123)$$

Die Bestimmung der hinlaufenden Welle basiert, wie gerade gezeigt, auf den Spektren der beiden Drucksignale \underline{p}_1 und \underline{p}_2 und aufgrund der üblicherweise verwendeten Fouriertransformation auf einer blockweisen Verarbeitung. Um ein fortschreitendes (diskretes) Signal für den Anteil der hinlaufenden Welle zu erhalten, soll im Folgenden ein Wellentrenungsverfahren im Zeitbereich und somit ohne Blockverarbeitung für einzelne Frequenzen vorgestellt werden. Dabei sollen die Signale der beiden Drucksensoren $p_1(t)$ und $p_2(t)$ als komplexe Zeitsignale verarbeitet werden. Neben diesen beiden Größen werden gemäß Gleichung 3.118 und 3.119 außerdem die Mediumtemperatur sowie die Mediumsgeschwindigkeit benötigt. Es soll in den späteren Simulationen am Gesamtsystem untersucht werden, welchen Einfluss die Genauigkeit von Temperatur und Mediumsgeschwindigkeit auf das Simulationsergebnis hat. Wie in Abschnitt 3.4.4 gezeigt, liefert der Quadraturmischer auf Basis des Fehlersignals $e(k)$ nicht nur das bandpassgefilterte Signal $e_f(k, i)$, sondern auch die Amplitude des gefilterten Signals $\hat{e}_f(k, i)$ für jede Ordnung i . Im weiteren Verlauf dieses Abschnittes soll die Wellentrenung beispielhaft für eine Ordnung i hergeleitet werden. Aus diesem Grund wird bei den entsprechenden Größen zu Gunsten der Übersichtlichkeit die Abhängigkeit von der Motorordnung nicht weiter angegeben und beispielsweise nur noch $e_f(k)$ geschrieben. Die Größe $\hat{e}_f(k)$ kann als Betrag des komplexen Signals

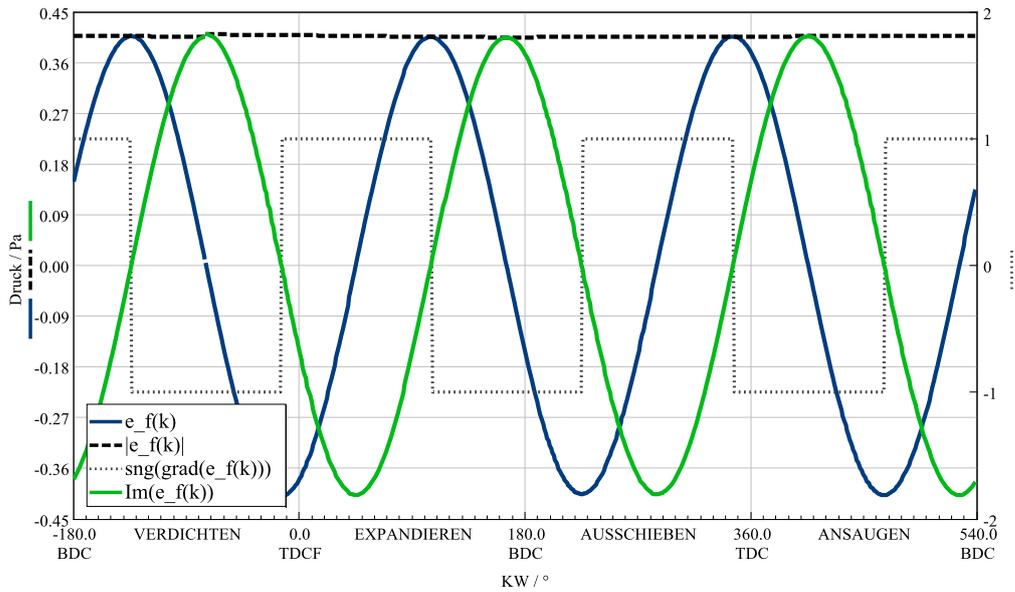


Abbildung 3.27: Auf die 1,5-te Motorordnung gefiltertes Drucksignal $e_f(k)$ (blau), Betrag des komplexen Drucksignals $\hat{e}_f(k)$ (schwarz gestrichelt), Vorzeichen des Gradienten von $e_f(k)$ (schwarz gepunktet) und berechneter Imaginärteil ($e_f, Im(k)$) (grün) für $n=2500$ 1/min

$\underline{e}_f(k)$ interpretiert werden, wobei $e_f(k)$ den Realteil von $\underline{e}_f(k)$ darstellt. Es folgt demnach für den Imaginärteil $e_{f,Im}(k)$:

$$e_{f,Im}(k) = \begin{cases} +\sqrt{|\underline{e}_f(k)|^2 - \text{Re}\{\underline{e}_f(k)\}^2} & \text{negativer Gradient} \\ -\sqrt{|\underline{e}_f(k)|^2 - \text{Re}\{\underline{e}_f(k)\}^2} & \text{positiver Gradient} \end{cases} \quad (3.124)$$

Dabei wird, je nachdem ob der Gradient des Signals $e_f(k)$ positiv oder negativ ist, der Imaginärteil negativ oder positiv. Abbildung 3.27 zeigt die Zeitsignale für das auf die 1,5-te Motorordnung gefilterte Fehlersignal $e_f(k)$, den Betrag $|\underline{e}_f(k)|$ sowie den berechneten Gradienten und das berechnete Signal $e_{f,Im}(k)$. Das komplexe Drucksignal eines Sensors ergibt sich so zu:

$$\underline{e}_f = e_f(k) + j \cdot e_{f,Im}(k) \quad (3.125)$$

Wird dieses Verfahren auf beide Drucksensoren angewendet, so ergeben sich gemäß Gleichung 3.125 aus den beiden Fehlersignalen die beiden komplexen Zeitsignale $\underline{e}_{f,1} = \underline{p}_1$ und $\underline{e}_{f,2} = \underline{p}_2$. Gemäß Gleichung 3.121 kann durch diese beiden Signale der aktuelle komplexe Reflexionsfaktor $\underline{r}(k)$ bestimmt werden. Abbildung B.4 im Anhang zeigt beispielhaft den Betrag und die Phase des komplexen Reflexionsfaktors für einen Drehzahlpunkt. Für tiefe Frequenzen und nicht zu große Mündungsradien

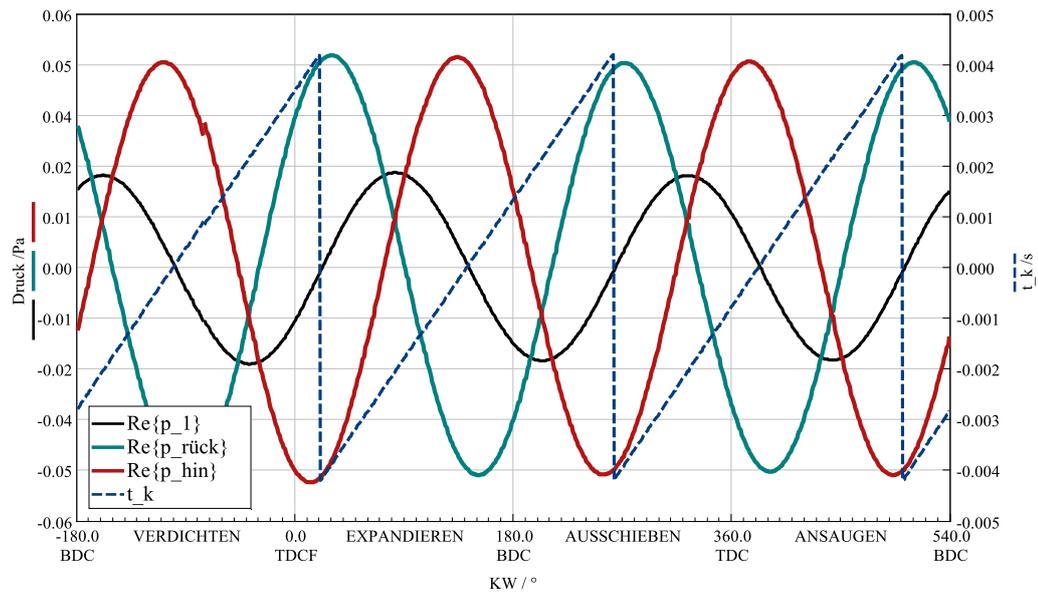


Abbildung 3.28: Zeitsignale der hinlaufenden (rot), der rücklaufenden (türkis), und der resultierenden Gesamtwelle (schwarz) sowie der Zeitvariablen t_k (schwarz gestrichelt)

a ist der Betrag des Reflexionsfaktors nahezu $|r| \approx 1$ [ME89]. Durch Einsetzen des komplexen Reflexionsfaktors \underline{r} und eines der komplexen Drucksignale \underline{p}_1 oder \underline{p}_2 in Gleichung 3.122 kann die Amplitude der hinlaufenden Welle \hat{p}_{hin} berechnet werden. Um ein Zeitsignal für die hinlaufende Welle zu erhalten, muss noch die entsprechende Zeitabhängigkeit bestimmt werden. Für das komplexe Drucksignal an der Position x_1 gilt zum aktuellen Zeitpunkt t_k :

$$\underline{p}_1(t = t_k) = \hat{p}_{hin}(e^{-jk_1x_1} + re^{jk_2x_1}) \cdot e^{j\omega t_k} \quad (3.126)$$

Durch Umformung von Gleichung 3.126 erhält man schließlich die Zeitvariable t_k durch:

$$t_k = \ln \left[\frac{\underline{p}_1(t = t_k)}{\hat{p}_{hin}(e^{-jk_1x_1} + re^{jk_2x_1})} \right] \frac{1}{j\omega} \quad (3.127)$$

Schließlich ergibt sich die hinlaufende Welle zum aktuellen Zeitpunkt t_k zu:

$$p_{hin}(x, t_k) = \text{Re}\{\underline{p}_{hin}(x, t_k)\} = \text{Re}\{\hat{p}_{hin} \cdot e^{j(\omega t_k - k_1x)}\} \quad (3.128)$$

Abbildung 3.28 zeigt die Zeitsignale $\text{Re}\{\underline{p}_1\}$, $\text{Re}\{\underline{p}_{hin}\}$ und $\text{Re}\{\underline{p}_{rueck}\}$ jeweils für die Position $x = x_1$ sowie die dazugehörige Zeitvariable t_k . Mit der Kenntnis der Amplitude der hinlaufenden Welle \hat{p}_{hin} und des komplexen Reflexionsfaktors \underline{r} kann

gemäß Gleichung 3.115 die Schallschnelle $\underline{v}(x=0)$ in der Mündung berechnet werden. Schließlich kann durch Anwenden von Gleichung 3.112 mit $\underline{q}(x=0) = \underline{v}(x=0) \cdot 4\pi a^2$ der komplexe Schalldruck $\underline{p}(R)$ am Freifeldpunkt mit dem Abstand R zur Mündung berechnet werden. Dabei können die komplexen Schalldrücke mehrerer Mündungen in einem Freifeldpunkt nach dem Superpositionsprinzip überlagert werden. Ebenso können Bodenreflexionen durch die Zuhilfenahme entsprechender Spiegelschallquellen berücksichtigt werden. In der Folge dieser Überlagerungen ergeben sich im Freifeld sehr ortsabhängige Schalldrücke. Abbildungen B.5, B.6 und B.7 im Anhang zeigen beispielhaft den ortsabhängigen Schalldruckpegel zweier identischer Mündungen für verschiedene Frequenzen. Wird für die Zielpegelminderung gemäß Gleichung 3.105 für die Größe \hat{e}_f der Betrag des komplexen Schalldrucks im Freifeld $\underline{p}(R)$ herangezogen, so führt dies zu einer Zielpegelminderung für den Außenpegel. Für den Fall, dass das System nur einen Drucksensor besitzt, kann der komplexe Reflexionsfaktor nicht online berechnet werden. In diesem Fall kann der Reflexionsfaktor abgeschätzt werden, um eine Außenpegelprognose zu erhalten. Eine genau Analyse des Reflexionsfaktors geht auf die Arbeit von Levine und Schwinger zurück [LS48]. Für $k \cdot a < 0,5$ ist in [ME89] folgende Approximation des Reflexionsfaktors zu finden:

$$|r| = \frac{\sqrt{(0,0625k^4a^4 + 0,036k^2a^2 - 1)^2 + (1,2ka)^2}}{0,0625k^4r^4 + 0,86k^2r^2 + 1}, \quad (3.129)$$

$$\arg\{r\} = \pi - \tan^{-1}(1,2ka) \quad (3.130)$$

Eine Darstellung dieser Näherung für die Werte $a = 0,035 \text{ m}$ und $c = 340 \text{ m/s}$ zeigt Abbildung B.8 im Anhang.

Kapitel 4

Komponentenversuche

Wie bereits zu Anfang dieser Arbeit beschrieben, hängt die Wirkungsfähigkeit einer aktiven Abgasanlage von dem engen Zusammenspiel geometrischer Größen der Abgasanlage, regelungstechnischer Parameter des Algorithmus sowie auch von den elektroakustischen Eigenschaften von Aktor und Drucksensor ab. In Kapitel 3 wurde beschrieben, wie Aktuator und Sensor entsprechend dieser Eigenschaften in dieser Arbeit modelliert werden sollen. Diese Teilmodelle fließen anschließend in Kapitel 5 in die in dieser Arbeit vorgestellte Co-Simulation ein, welche schließlich die gewünschten Prognosen hinsichtlich Schallemission und elektrischer Leistungsaufnahme liefern. In diesem Kapitel sollen Aktuator und Drucksensor messtechnisch untersucht werden, um die in Kapitel 3 vorgestellten Teilmodelle mit realistischen elektroakustischen Größen parametrisieren zu können.

4.1 Aktormessungen

4.1.1 Lautsprechervermessung

Der in dieser Arbeit für die Anwendung in einer aktiven Abgasanlage bestimmte elektrodynamische Treiber soll in diesem Kapitel in seinen elektromechanischen Eigenschaften identifiziert werden. Dabei sollen sowohl die elektrischen als auch die mechanischen Parameter durch einen Versuchsaufbau messtechnisch erfasst werden. Auf Basis der so gewonnenen Daten kann in einem zweiten Schritt das Aktormodell parametrisiert und schließlich in die Co-Simulation der aktiven Abgasanlage implementiert werden. Die Identifikation von Lautsprecherparametern ist gängige Praxis bei der Entwicklung und Herstellung von Lautsprechersystemen. Dabei können verschiedene Verfahren für deren Bestimmung herangezogen werden, welche im Folgenden kurz beschrieben werden sollen.

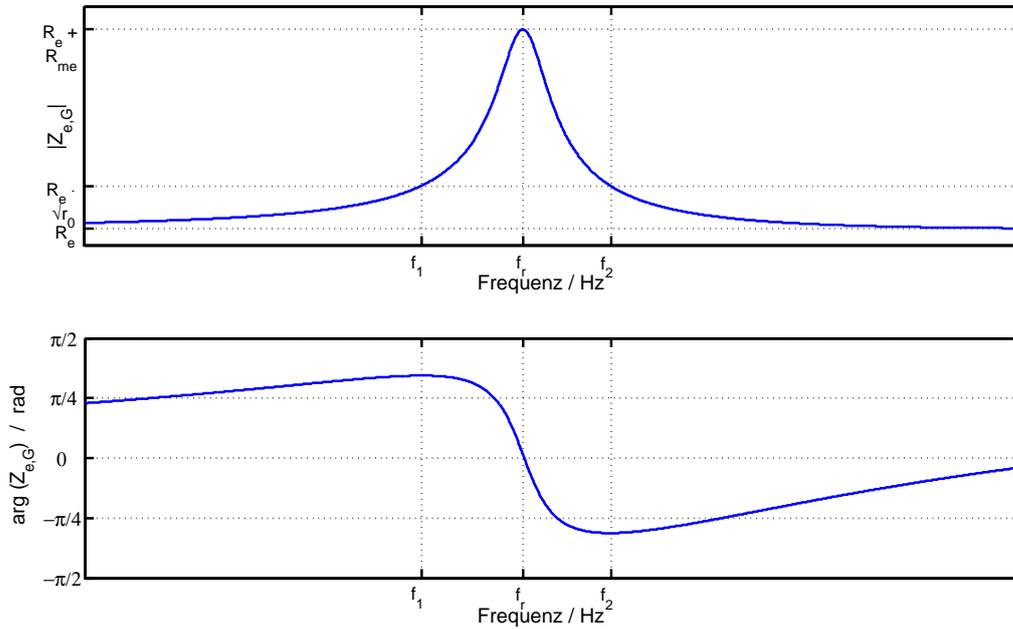


Abbildung 4.1: Amplitudengang und Phasengang der elektrischen Impedanz des Gesamtsystems $\underline{Z}_{e,G}$ zur Bestimmung der Treiberparameter

Traditionelle Parameteridentifikation

Die traditionelle Methode zur Bestimmung der Thiele-Small-Parameter eines Treibers basiert auf der Messung der elektrischen Impedanz des elektroakustischen Gesamtsystems $\underline{Z}_{e,G}$ gemäß Gleichung 3.52 mit der mechanischen Impedanz \underline{Z}_m gemäß Gleichung 3.48 und der elektrischen Impedanz \underline{Z}_e gemäß Gleichung 3.39. Für die akustische Impedanz \underline{Z}_{ak} wird nach Gleichung 3.54 eine kugelförmige Abstrahlung angenommen. Da im tieffrequenten Bereich der Einfluss der mitschwingenden Luftmasse dominiert, kann der reelle Anteil Z_r der akustischen Impedanz gemäß Gleichung 3.55 vernachlässigt werden¹. Wird die Induktivität \underline{Z}_{ml} (siehe Gleichung 3.56) nun auf die mechanische Domäne transponiert, so ergibt sich neben der Masse von Membran, Schwingspule und allen anderen bewegten Teilen eine weitere Induktivität:

$$\underline{Z}_{ml,m} = j\omega\rho_0 A_M r_M = j\omega m_L. \quad (4.1)$$

¹Dies ist besonders dann der Fall, wenn Vorder- und Rückseite des Treibers bei der Parameterbestimmung nicht voneinander getrennt sind. In diesem Fall kommt es zum akustischen Kurzschluss zwischen Vorder- und Rückseite.

Wie in Gleichung 4.1 zu sehen ist, stellt die Luftmasse $m_L = \rho_0 A_M r_M$ auf der mechanischen Domäne eine weitere Masse dar und kann folglich zur Masse von Membran und Schwingspule addiert werden. Es ergibt sich so eine bewegte Gesamtmasse m_G . Wird der zu untersuchende Treiber nun mit oder ohne Schallwand mit einem Testsignal $u_0(t)$ angesteuert und dabei der vom Lautsprecher aufgenommene Strom $i(t)$ gemessen, so kann durch Division der Spektren $\underline{U}_0(j\omega)$ durch $\underline{I}(j\omega)$ der komplexe Frequenzgang $\underline{Z}_{e,G}(j\omega)$ bestimmt werden. Als Anregungssignal wird beispielsweise ein exponentieller Chirp mit $\Delta f/f = konst.$ verwendet. Wie im Folgenden gezeigt wird, können durch Messungen der elektrischen Impedanz $\underline{Z}_{e,G}$ nicht nur die elektrischen, sondern auch die mechanischen und akustischen Eigenschaften des Treibers bestimmt werden. Allerdings ist bei dieser traditionellen Methode eine zweite Messung mit veränderten Treibereigenschaften nötig. Das Vorgehen wird in dieser Arbeit nur kurz beschrieben. Ausführliche Herleitungen und weiterführende Informationen können beispielsweise [Sma72a] oder [Sma72b] entnommen werden. Bei der traditionellen Parameteridentifikation wird in einem ersten Schritt der Gleichstromwiderstand R_e des Treibers bestimmt. Dieser entspricht dem Wert des Amplitudengangs der elektrischen Impedanz an der Frequenzstützstelle $f = 0 \text{ Hz}$. Der Gleichstromwiderstand kann sehr einfach beispielsweise auch mit einem Multimeter, gemessen werden. Die Spuleninduktivität L_e kann im tieffrequenten Bereich, also im Bereich der Resonanzfrequenz des mechanischen Subsystems vernachlässigt werden und tritt erst bei höheren Frequenzen in Erscheinung (siehe Abbildung 3.5). Bei der klassischen Parameterbestimmung wird diese meist im Bereich von 1kHz bestimmt. Wie schon in Kapitel 3 beschrieben wurde, weist der Amplitudengang der elektrischen Impedanz aufgrund des schwingenden mechanischen Subsystems eine ausgeprägte Resonanz an der Frequenzstützstelle f_r auf. Für diese sogenannte Freiluftresonanz² des Systems gilt:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D_M}{m_G}}. \quad (4.2)$$

An der Stelle der Freiluftresonanz f_r weist der Amplitudengang der elektrischen Impedanz ein Maximum auf, während im Phasengang ein Nulldurchgang an dieser Stelle existiert. An der Resonanzstelle wird die elektrische Impedanz des Systems rein reell und nimmt den Wert

$$|\underline{Z}_{e,G}| = R_e + R_{me} = R_e + \frac{(Bl)^2}{R_m} \quad (4.3)$$

²In der Literatur wird oft zwischen der Freiluftresonanz F_{SA} ohne, und F_{SB} mit Schallwand unterschieden.

an. Dabei steht $R_{me} = (Bl)^2/R_m$ für die auf die elektrische Domäne transformierte mechanische Impedanz. Die fehlenden Parameter werden indirekt über die messtechnische Bestimmung der mechanischen Güte des Systems gewonnen. Die Güte eines Systems wird allgemein als Verhältnis von Wirkwiderstand zu Blindwiderstand an der Resonanzstelle des Systems definiert. Die Güte gibt dabei den Energieverlust im Verhältnis zur gespeicherten Energie pro Schwingungsperiode an. Für die mechanische Güte Q_m des elektrodynamischen Aktors gilt schließlich:

$$Q_m = \omega_r \frac{m_G}{R_m} = \frac{D_M}{\omega_r R_m}. \quad (4.4)$$

Analog zur mechanischen Güte kann man für die elektrischen Verluste, welche durch den Gleichstromwiderstand R_e entstehen, die elektrische Güte Q_e wie folgt angeben:

$$Q_e = \omega_r R_e \frac{m_G}{(Bl)^2} = \frac{R_e D_M}{\omega_r (Bl)^2}. \quad (4.5)$$

Hierbei wurde der Innenwiderstand der elektrischen Quelle sowie Ohmsche Widerstände von Kabeln und Kontakten vernachlässigt. Sollen diese berücksichtigt werden, so muss die Summe dieser Widerstände in Gleichung 4.3 zum Gleichstromwiderstand R_e addiert werden. Für die Gesamtgüte Q_G des Treibers gilt schließlich:

$$Q_G = \frac{Q_e \cdot Q_m}{Q_e + Q_m}. \quad (4.6)$$

Unter Verwendung von Gleichung 3.52 lässt sich zeigen, dass für zwei beliebige Kreisfrequenzen $\omega_1 < \omega_2$, für welche $\omega_r^2 = \omega_1 \cdot \omega_2$ gilt, für den Amplitudengang folgt [Sma72b]:

$$|Z_{e,G}(j\omega_1)| = |Z_{eak}(j\omega_2)| = \sqrt{r_0} \cdot R_e. \quad (4.7)$$

Dabei gibt r_0 das Verhältnis der maximalen Impedanzamplitude an der Resonanzstelle zum Gleichstromwiderstand R_e an.

$$r_0 = (R_e + R_{me})/R_e. \quad (4.8)$$

Abbildung 4.1 zeigt den Amplituden- und Phasengang der elektrischen Impedanz, die beschriebenen Größen $f_1 = \omega_1/2\pi$, $f_2 = \omega_2/2\pi$, $f_r = \omega_r/2\pi$ sowie R_e und $R_e + R_{me}$. Es zeigt sich, dass diese Größen aus der Messung der elektrischen Impedanz

gewonnen werden können. Schließlich folgt für die mechanische und elektrische Güte des Treibers:

$$Q_m = \frac{f_r \cdot \sqrt{r_0}}{f_2 - f_1}, \quad (4.9)$$

$$Q_e = \frac{Q_m}{r_0 - 1}. \quad (4.10)$$

Somit kann sowohl die mechanische als auch die elektrische Güte des Systems gemäß Gleichung 4.9 und 4.10 allein durch messtechnisch zugängliche Größen berechnet werden. Die Bedingung $\omega_r^2 = \omega_1 \cdot \omega_2$ ist bei realen Lautsprechern nur in Näherung erfüllt, da die gesuchten Parameter eine Frequenzabhängigkeit aufweisen und darüber hinaus abhängig von der Membranauslenkung sein können. Für Treiber mit hoher Spuleninduktivität L_e kann die Frequenz für das Maximum im Amplitudengang von der Frequenz des Phasennulldurchgangs abweichen. In diesem Fall empfiehlt Small die Verwendung der Frequenz für den maximalen Amplitudengang [Sma72a]. Wie bereits erwähnt, sind für die Bestimmung der Einzelwerte der verschiedenen Parameter zwei Impedanzmessungen nötig, wobei bei einer der Messungen ein Treiberparameter gezielt verändert wird. Hierbei kann zwischen der Methode der Zusatzmasse und der Methode des Zusatzvolumens unterschieden werden. Diese sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

Methoden der Zusatzmasse

Bei dieser Methode wird die elektrische Impedanz des Treibers zunächst im Ausgangszustand vermessen. Nun wird eine zweite Messung durchgeführt, bei der an der Membran eine bekannte Zusatzmasse m_z angebracht wird. Meist geschieht dies durch Anbringen eines vorher abgewogenen Stücks Knetmasse, welches um die Lautsprecherkalotte geklebt wird. Durch die zusätzlich aufgebrachte Masse sinkt die Resonanzfrequenz des Treibers gemäß Gleichung 4.2 hin zu tieferen Frequenzen. Durch die Verhältnisse der Resonanzfrequenzen aus den beiden Messungen ω_{r1} und ω_{r2} lässt sich die Masse des mechanischen Subsystems³ wie folgt berechnen:

$$m_G = \frac{m_z}{\left(\frac{\omega_{r1}}{\omega_{r2}}\right)^2 - 1}. \quad (4.11)$$

³Hierbei ist die Masse der schwingenden Membran und die Masse der mitschwingenden Luft gemeint.

Methode des Zusatzvolumens

Das Vorgehen bei dieser Methode ist analog zur Methode der Zusatzmasse. Bei der ersten Messung wird der Treiber wieder ohne Rückvolumen im Ausgangszustand vermessen. Eine zweite Messung erfolgt anschließend mit einem bekannten Zusatzvolumen V_z als Rückvolumen, welches an den Treiber angebracht wird. Durch das Anbringen des Zusatzvolumens erhöht sich die Gesamtsteifigkeit der schwingenden Membran und in folgedessen wird die Resonanzfrequenz zu höheren Frequenzen hin verschoben. Laut [DAP99] sollte die Resonanzfrequenz nach dem Anbau des Zusatzvolumens um mindestens 50% steigen, um ausreichend genaue Messergebnisse zu erhalten. Oft wird in diesem Zusammenhang nicht von der Membransteifigkeit, sondern vom sogenannten Äquivalenzvolumen V_A der Membranaufhängung gesprochen. Dieses Rückvolumen verursacht am Treiber die gleiche Steifigkeit wie die mechanische Membranaufhängung. Diese Größe ist zur Membransteifigkeit D_M vollkommen gleichwertig, findet aber in der Industrie aufgrund der besseren Anschaulichkeit mehr Verbreitung. Für das Äquivalenzvolumen gilt:

$$V_A = \frac{\rho_0 c_0^2 A_M^2}{D_M}. \quad (4.12)$$

Nach der Durchführung der beiden Messungen kann das Äquivalenzvolumen und somit gemäß Gleichung 4.10 die Membransteifigkeit des Treibers berechnet werden. Es gilt:

$$V_A = \left(\frac{f_{r2} \cdot Q_{e2}}{f_{r2} \cdot Q_{e2}} \right) \cdot V_z \quad (4.13)$$

Je nach Methode kann über die Beziehung gemäß Gleichung 4.2 entweder die Membransteifigkeit D_M bzw. die schwingende Gesamtmasse des mechanischen Subsystems m_G berechnet werden. Der Parameter R_m kann schließlich gemäß Gleichung 4.4 bestimmt werden. Der Kraftfaktor Bl ergibt sich schließlich über den Zusammenhang aus Gleichung 4.3. Als Hauptvorteil der beiden Methoden zur traditionellen Parameteridentifikation ist vor allem der relativ geringe messtechnische Aufwand zu nennen. Nachteile der beiden Methoden ergeben sich aus dem erhöhten Zeitaufwand, welcher durch die Notwendigkeit einer zweiten Messung und den damit verbundenen Umbauarbeiten entsteht. Weitere Probleme und Messungenauigkeiten können durch Undichtigkeiten im Testvolumen bzw. durch Schwierigkeiten beim Befestigen der Zusatzmasse entstehen. Statt die Parameter wie beschrieben über die oben genannten formalen Zusammenhänge zu errechnen, kann auf Basis der messtechnisch bestimmten Impedanz $\underline{Z}_{e,G}(j\omega)$ auch eine Ausgleichsrechnung durchgeführt werden, um die gesuchten Parameter zu bestimmen. Dabei ist zu erwähnen, dass hierbei durch ei-

ne einzige Messung zunächst nur die elektrischen Parameter R_e und L_e eindeutig bestimmt werden können. Die fehlenden mechanischen Parameter m_M , R_m und k_M sowie der Kraftfaktor Bl können wiederum erst durch eine zweite Messung mit veränderter Membranmasse bzw. mit verändertem Rückvolumen eindeutig bestimmt werden [SK01].

Direkte Parameteridentifikation

Durch die Verwendung eines zusätzlichen optischen Sensors⁴ ist es möglich, eine Parameteridentifikation auch ohne eine zeitaufwendige zweite Messung durchzuführen. Dabei wird wie bei den traditionellen Methoden die Impedanz $\underline{Z}_{e,G}(j\omega)$ bestimmt und aus dieser R_e und L_e errechnet. Zeitgleich wird über den optischen Sensor die Membranauslenkung $x_M(t)$ messtechnisch erfasst. Über die Spektren der ansteuernden Spannung $u_0(t)$ und der Membranauslenkung $x_M(t)$ lässt sich die Übertragungsfunktion $\underline{H}_x(s)$ berechnen. Durch Einsetzen von Gleichung 3.38 in Gleichung 3.47 mit $\underline{P}_M(s) = 0$ und $\underline{V}(s) = s \cdot \underline{X}(s)$ ergibt sich diese zu:

$$\underline{H}_x(s) = \frac{\underline{X}_M(s)}{\underline{U}_0(s)} = \left[s \left(Bl + \frac{\underline{Z}_e(s)\underline{Z}_m(s)}{Bl} \right) \right]^{-1} \quad (4.14)$$

Wird auf Basis von Gleichung 4.14 erneut eine Ausgleichsrechnung durchgeführt, so können unter Zuhilfenahme der vorher durch die Messung der elektrischen Impedanz gewonnenen Parameter, die restlichen mechanischen Parameter m_M , R_m , D_M sowie der Kraftfaktor Bl bestimmt werden. Da die Membransteifigkeit des Treibers von der Auslenkung der Membran abhängt, können sich im tieffrequenten Bereich Abweichungen zwischen der geschätzten und der gemessenen Übertragungsfunktion $\underline{H}_x(s)$ ergeben. Dies wird allgemein als Creep-Effekt bezeichnet. Nach [KJ93] kann dieser Effekt über die Einführung einer frequenzabhängigen Membrannachgiebigkeit teilweise kompensiert werden, um bessere Ergebnisse für Bl zu erreichen. Dabei wird mittels der Methode der kleinsten Quadrate, neben den bereits behandelten Parametern, zusätzlich der Creep-Faktor λ_C bestimmt.

Bestimmung der nicht-linearen Eigenschaften des Treibers

Wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben wurde, sollen im Rahmen der in dieser Arbeit vorgestellten Co-Simulation auch die nicht-linearen Eigenschaften von Membransteifigkeit $D_M(x_M)$, Rückvolumensteifigkeit $D_{rv}(x_M)$ und Kraftfaktor $Bl(x_M)$ berücksichtigt werden. Um die Abhängigkeit dieser drei Parameter von der Membranauslenkung zu bestimmen, gibt es verschiedene Methoden. Diese sind beispielsweise in

⁴beispielsweise mittels eines Lasertriangulationssensors oder eines Laser-Doppler-Vibrometers

[Kli99] zusammengefasst und sollen im Folgenden nur kurz beschrieben werden. Die verschiedenen Methoden zur Bestimmung der nicht-linearen Parameter von elektrodynamischen Lautsprechern können in statische, quasi-statische und dynamische Messmethoden unterteilt werden. Unter statischen Methoden versteht man Messungen, bei denen die Lautsprechermembran nur statisch (ohne Wechselanteil) ausgelenkt wird. Die einfachste und naheliegendste Möglichkeit um die Membransteifigkeit zu bestimmen, ist die Membran mit einer bekannten statischen Kraft⁵ zu belasten und die so entstehende statische Auslenkung zu messen. Ein weiteres relativ einfaches Verfahren, um die Abhängigkeit des Kraftfaktors von der Membranauslenkung zu bestimmen, ist die sogenannte "Balance-Methode". Dabei wird die Membran durch eine bekannte Extramasse ausgelenkt und die Gewichtskraft durch einen Gleichstrom in der Schwingspule kompensiert. Quasi-statische Verfahren basieren auf der schon beschriebenen Identifikation der linearen Lautsprecherparameter, allerdings wird hierbei zusätzlich eine statische Auslenkung der Membran eingestellt, um die Parameter an dem entsprechenden Arbeitspunkt zu bestimmen. Auf diese Weise werden für eine Reihe von Arbeitspunkten die Lautsprecherparameter bestimmt. Die auf diese Weise gewonnenen Parameter können so jeweils in Abhängigkeit der Membranauslenkung angegeben werden. Die statische Membranauslenkung kann dabei auch über einen Gleichstrom oder über einen statischen Überdruck auf einer Seite der Membran eingestellt werden. Alle statischen und quasi-statischen Methoden haben in der Praxis eine Reihe von Nachteilen. Zum einen ist das wiederholte Einstellen eines neuen Arbeitspunktes sehr zeitraubend, zum anderen wird der Lautsprecher bei diesen Methoden in einen untypischen Zustand versetzt und betrieben. Bei dynamischen Messmethoden werden die freien Parameter des nicht-linearen Treibermodells so bestimmt, dass das Verhalten des Modells dem des realen Treibers so genau wie möglich entspricht. Gleiches Verhalten bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Zustandsgrößen von Modell und realen Treiber bei gleicher Anregung möglichst identisch sind. Um das Modell identifizieren zu können, ist es deswegen nötig, außer dem anregenden Spannungssignal $u_0(t)$ noch eine weitere Zustandsgröße des realen Treibers messtechnisch zu erfassen. Am einfachsten zugänglich ist dabei die Stromstärke $i(t)$, welche durch den Treiber fließt. Abbildung 4.2 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau zur Identifikation der nicht-linearen Treiberparameter. Modell und realer Aktor werden mit einem Testsignal $u_0(t)$ angeregt und die Stromstärke $i(t)$ am Aktor über einen entsprechenden Sensor gemessen. Die Differenz zwischen der gemessenen Stromstärke und der entsprechenden Zustandsgröße des Modells $i'(t)$ ergibt das Fehlersignal $e(t)$.

⁵beispielsweise durch die Gewichtskraft einer Zusatzmasse

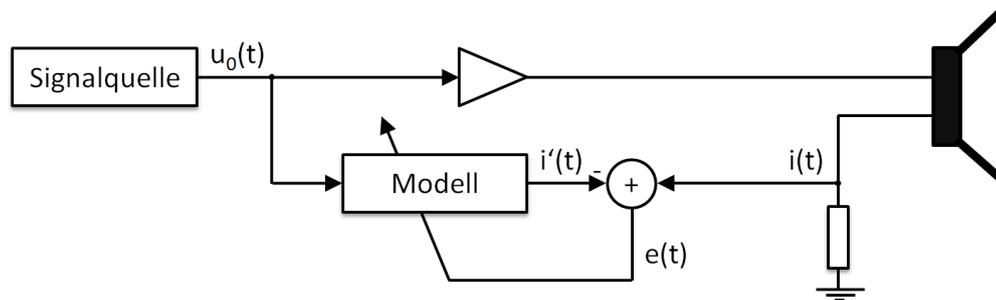


Abbildung 4.2: Versuchsaufbau zur Identifikation des nicht-linearen Treibers

Um das Fehlersignal zu minimieren, werden die Modellparameter während des Identifikationsprozesses adaptiv angepasst. [Kli00]

Das in dieser Arbeit verwendete "Klippel R&D System" verwendet zu diesem Zweck ein in einen digitalen Signalprozessor implementiertes Aktormodell. Die Systemidentifikation wird dabei online vollzogen, sodass die jeweils aktuellen Parameter während des Vorgangs über einen Rechner beobachtet werden können.

4.1.2 Versuchsaufbau

Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Untersuchungen wurden an einem elektrodynamischen Tieftöner mit geschlossenem Rückvolumen durchgeführt. Dieser Aktor soll im Folgenden nur noch als Versuchsaktor bezeichnet werden. Der Treiber besitzt eine ovale 6" mal 9" große Kevlar-Membran, welche durch eine Gummisicke gehalten wird und eine besonders hohe Temperaturfestigkeit aufweist. Die effektive Membranfläche A_M des Versuchsaktors beträgt 202 cm^2 . Angetrieben wird der Versuchsaktor durch einen Ferrit-Permanentmagneten und eine Schwingspule mit einem Durchmesser von 37 mm und einer Spulenhöhe von 14 mm. Der Treiber ist in ein besonders steifes Edelstahlgehäuse eingebaut, welches Oberflächenabstrahlung verhindern soll. Das Rückvolumen V_r des Aktors beträgt 4.31. Auf der Vorderseite des Aktors ist ein kurzer Trichter angebracht, welcher in einem Rohr mit 70 mm Durchmesser mündet. Das sich durch den Trichter ergebende Vorkammervolumen beträgt 0.75 l. Der Trichter wurde für die folgenden Versuche entfernt, um besseren Zugang zu der Lautsprechermembran zu bekommen. In der späteren Co-Simulation wird das Vorvolumen im Rahmen der Abgasanlagenmodellierung durch die Ladungswchselsoftware abgebildet. Laut Herstellerangaben kann der Versuchsaktor mit einer maximalen RMS-Ansteuerspannung von $\tilde{u}_0 = 14 \text{ V}$ betrieben werden.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen am Versuchsaktor wurde, wie bereits erwähnt, das „R&D System“ der Firma Klippel verwendet. Dieses

modular aufgebaute Messsystem ist für die Entwicklung elektroakustischer Wandler konzipiert und bietet nicht nur eine Vielzahl an Analyseoptionen, sondern ermöglicht außerdem sehr anwenderfreundliches und zeitsparendes Messen. Die zentrale Komponente des Systems bildet der „Distortion Analyzer 2“, eine Hardware-Plattform, welche eine Reihe von Ein- und Ausgängen für Lautsprechermessungen zur Verfügung stellt. Das System bietet zwei analoge Eingänge für jeweils ein Messmikrofon sowie zwei analoge Ausgänge mit integrierter Spannungs- und Strommessung. Ausgänge und Eingänge besitzen jeweils 24-Bit-AD- bzw. DA-Wandler mit einer maximalen Abtastfrequenz von 96 kHz. Zusätzlich bietet das System die Möglichkeit für den Anschluss eines Lasersensors [Kli15a].

Der „Distortion Analyzer 2“ generiert bei den Lautsprechermessungen das entsprechende Testsignal und erfasst parallel die relevanten Zustandsgrößen des Versuchsobjektes. Das System wird dabei über einen mit dem Messsystem verbundenen PC mittels der Software „dB-Lab“ gesteuert und die Messwerte angezeigt bzw. weiterverarbeitet. Die Software bietet die Möglichkeit, je nach Problemstellung unterschiedliche Module aufzurufen und zu verwenden⁶. Der Treiber wird für die Messungen senkrecht in ein Aluminiumgestell eingespannt, um eine schwerkraftbedingte Vorauslenkung der Membran zu verhindern. Ebenfalls auf das Gestell montiert ist ein Lasertriangulationssensor, welcher die Auslenkung x_M der Membran erfasst und dem Messsystem zugänglich macht. Der verwendete Lasersensor ist ebenfalls Teil des „R&D Systems“ und besitzt einen Messbereich von ± 18 mm und eine Auflösungsgrenze von ± 0.05 mm [Kli15b]. Gemessen wurde der Treiber sowohl mit als auch ohne Rückvolumen.

4.1.3 Versuchsdurchführung und Versuchsergebnisse

Lineare Parameter

Zur Bestimmung der Thiele-Small-Parameter im Kleinsignalbereich wurde eine direkte Parameteridentifikation, wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben, im Kleinsignalbereich mit einer RMS-Spannung von $\tilde{u}_0 = 2.83$ V ohne Rückvolumen durchgeführt. Diese Messung liefert die klassischen Thiele-Small-Parameter des Treibers. Tabelle 4.1 zeigt die ermittelten Parameter des Versuchsfaktors. Außerdem wurden verschiedene Messungen der Membranauslenkung durchgeführt, um diese mit den Simulationsergebnissen abzugleichen. Der Aktor wurde dabei jeweils mit einem Sinus-Sweep mit verschiedenen Amplituden beaufschlagt. Als Startfrequenz des Sweeps wurden 10 Hz und als Endfrequenz von 500 Hz eingestellt. Für die RMS-Werte des Signals

⁶z.B. Modul LPM zur Bestimmung von Thiele/Small-Parameter oder das Modul LSI zur Bestimmung von nicht-lineare Parametern

Parameter:	Formelzeichen:	Wert:	Einheit:
Gleichstromwiderstand	R_e	2,20	Ω
Spuleninduktivität	L_e	1,41	mH
Kraftfaktor	Bl	6,02	Tm
Membranmasse	m_M	35,51	g
Mechanischer Widerstand	R_m	2,58	Kg/s
Membransteifigkeit	D_M	2,75	N/mm
Membranfläche	A_M	202	cm^2
Rückvolumen	V_r	4,30	l

Tabelle 4.1: Lineare Parameter des Versuchsaktors

wurden $\tilde{u}_0 = 2.83\text{ V}$, $\tilde{u}_0 = 4\text{ V}$, $\tilde{u}_0 = 5.6\text{ V}$, $\tilde{u}_0 = 8\text{ V}$, $\tilde{u}_0 = 11.2\text{ V}$ und $\tilde{u}_0 = 14\text{ V}$ gewählt. Abbildung 4.3 (links) zeigt den in die Messvorrichtung eingebauten Treiber. Auf Basis der ermittelten linearen Parameter wurde die Übertragungsfunktion $\underline{H}_x(s) = \underline{X}(s)/\underline{U}_0(s)$ durch das Simulationsmodell bestimmt. Dabei ist zu beachten, dass in dieser Simulation aufgrund des sich ergebenden akustischen Kurzschlusses des Treibers für die Abstrahlimpedanz $\underline{Z}_{ak} = 0$ gesetzt wurde. Diese Simulationsergebnisse sind in Abbildung 4.4 den entsprechenden Messungen gegenüber gestellt. Anhand dieses Vergleiches ist zu erkennen, dass die relativ gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung für $\tilde{u}_0 = 2.83\text{ V}$ für höhere Anregungsspannungen nicht mehr gegeben ist. Bereits für $\tilde{u}_0 = 5.6\text{ V}$ sind im tieffrequenten Bereich erste Kompressionseffekte zu erkennen. Die Kompression ist für $\tilde{u}_0 = 14\text{ V}$ und $f < 40\text{ Hz}$ besonders groß. Folglich kann der Aktor ohne Rückvolumen für hohe Anregungen unterhalb von 40 Hz nicht mehr durch ein lineares Modell abgebildet werden. Da für die Anwendung in einer aktiven Abgasanlage der Aktor allerdings mit Rückvolumen betrieben wird, soll im Folgenden dessen Verhalten im eingebauten Zustand untersucht werden. Dazu wird erneut die Übertragungsfunktion $\underline{H}_x(s)$ für die beschriebenen Ansteuerspannungen gemessen. Im Simulationsmodell wurde die entsprechende Steifigkeit des Rückvolumens gemäß Gleichung 3.44 für $V_r = 4.31$ ergänzt und die Simulationsergebnisse erneut mit den Messungen verglichen. Zu beachten ist, dass aufgrund des angekoppelten Rückvolumens nun kein akustischer Kurzschluss mehr zwischen Vorder- und Rückseite der Membran vorherrscht. Aus diesem Grund wurde für die Simulationen mit Rückvolumen die Abstrahlimpedanz eines Kugelstrahlers gemäß Gleichung 3.54 in das Modell implementiert. Abbildung 4.5 zeigt den Vergleich zwischen simulierter und gemessener Membranauslenkung des Versuchsaktors mit Rückvolumen für verschiedene Ansteuerspannungen. Es zeigt sich, dass

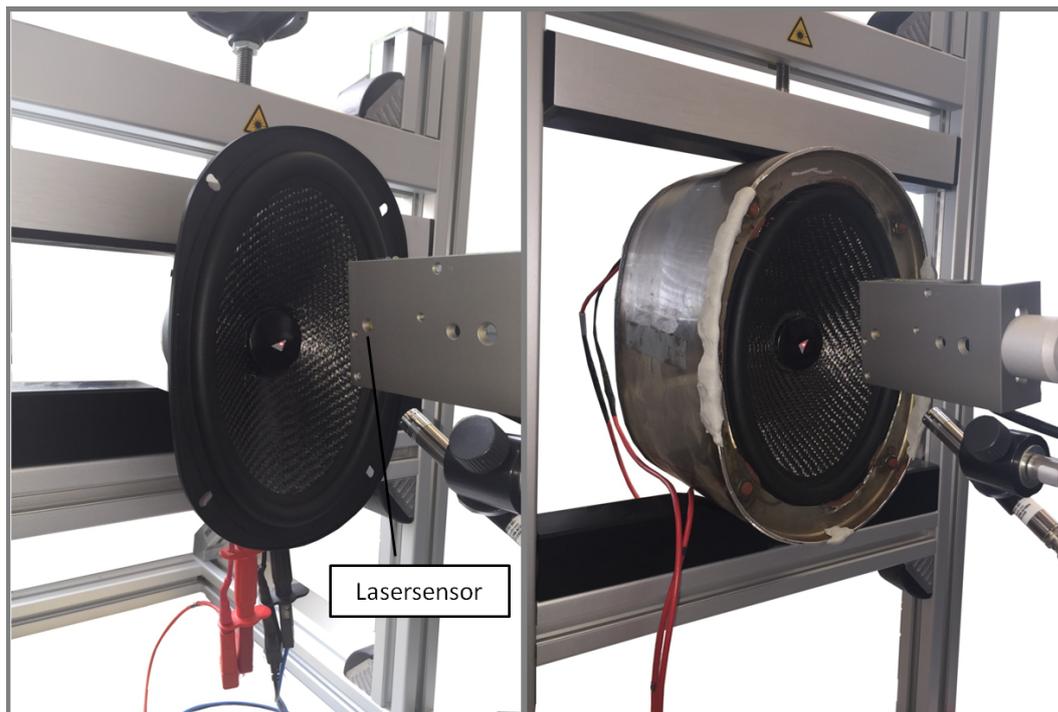


Abbildung 4.3: Versuchsaufbau zur Messung der Aktorparameter mit und ohne Rückvolumen

wie zu erwarten, die dominante Steifigkeit des Rückvolumens die Auslenkung der Lautsprechermembran deutlich einschränkt. So ergibt sich durch das Hinzufügen des Rückvolumens für $\tilde{u}_0 = 14 \text{ V}$ nicht mehr wie in Abbildung 4.4 eine maximale Auslenkung von ca. 8 mm, sondern nur noch eine maximale Membranauslenkung von ca. 2.5 mm. Außerdem wird in Abbildung 4.5 deutlich, dass die absoluten Abweichungen zwischen linearem Modell und Messungen mit Rückvolumen im Vergleich zum freien Treiber deutlich geringer sind. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass die vorherrschenden nicht-linearen Effekte erst bei höheren Auslenkungen dominant werden. Die Rückvolumensteifigkeit verhindert allerdings das Erreichen solch hoher Auslenkungen. Es wird bereits an dieser Stelle deutlich, dass die Notwendigkeit eines nicht-linearen Modells für die spätere Co-Simulation vom verwendeten Aktor abhängt. Wie in Abbildung 4.5 zu erkennen ist, kann für den vorliegenden Aktor in guter Näherung ein lineares Modell verwendet werden. Es ist allerdings auch ersichtlich, dass für größere Rückvolumen, und somit für geringere MembranstEIFigkeiten, immer höhere Membranauslenkungen erreicht werden können und somit auch nicht-lineare Effekte zunehmen.

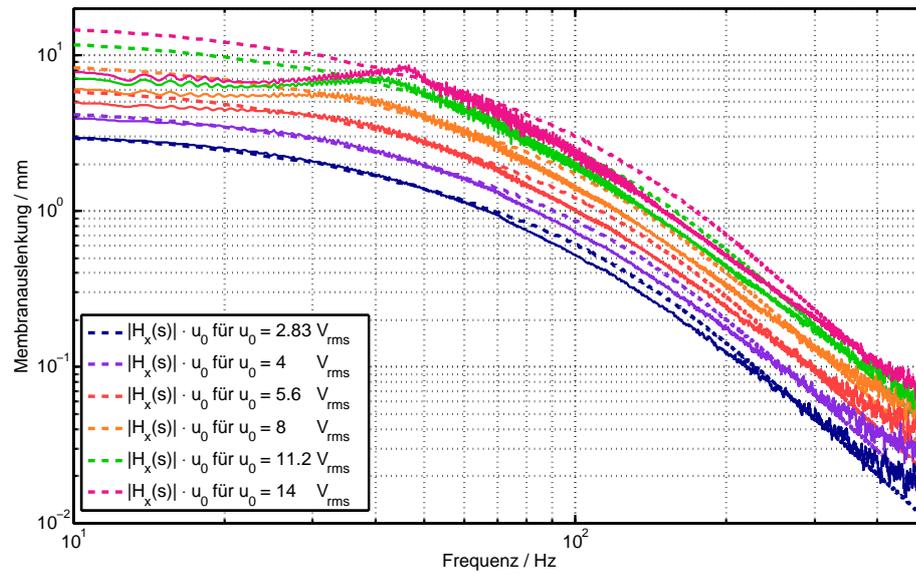


Abbildung 4.4: Betrag der simulierten Übertragungsfunktion, multipliziert mit der jeweiligen Ansteuerspannung ($|\underline{H}_x(s)| \cdot \tilde{u}_0$) des linearen Aktormodells ohne Rückvolumen für verschiedene Ansteuerspannungen (gestrichelt) im Vergleich zu den entsprechenden Versuchsergebnissen (durchgezogen)

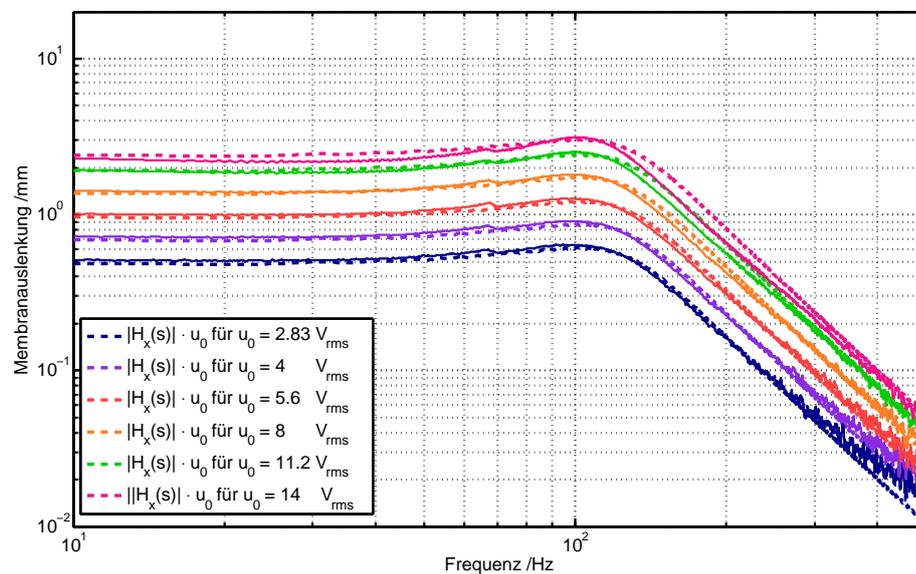


Abbildung 4.5: Betrag der simulierten Übertragungsfunktion, multipliziert mit der jeweiligen Ansteuerspannung ($|\underline{H}_x(s)| \cdot \tilde{u}_0$) des linearen Aktormodells mit Rückvolumen für verschiedene Ansteuerspannungen (gestrichelt) im Vergleich zu den entsprechenden Versuchsergebnissen (durchgezogen)

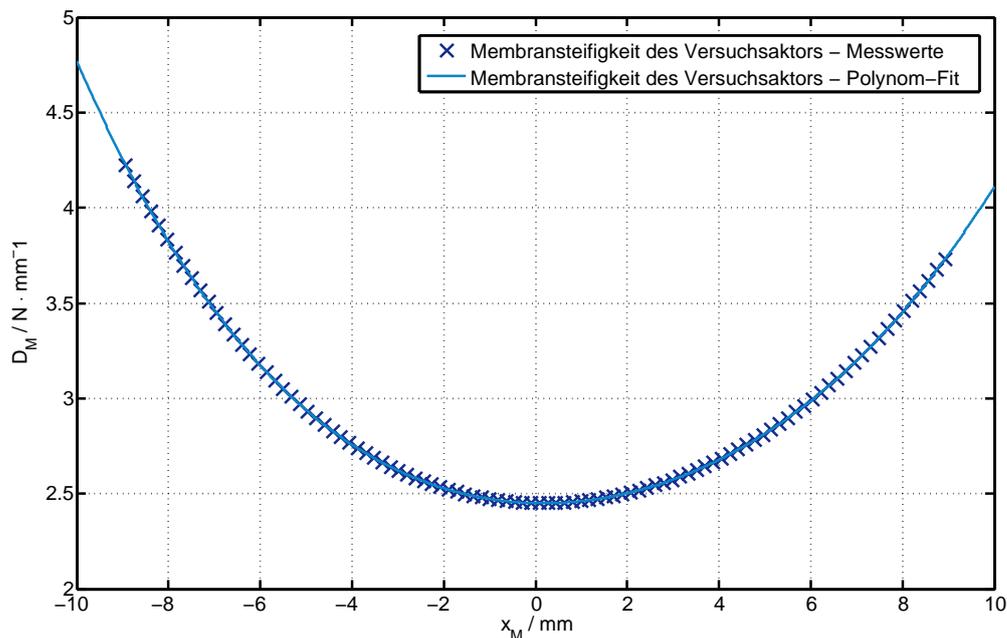


Abbildung 4.6: Membransteifigkeit $D_M(x_M)$ des Versuchsaktors. Vergleich der Messwerte zu der in der Simulation verwendeten Polynomfunktion

Nicht-lineare Parameter

Je nach Aktor kann eine nicht-lineare Modellierung nötig sein. Um das nicht-lineare Modell gemäß Abschnitt 3.3.2 parametrieren zu können, müssen zunächst die entsprechenden Parameter messtechnisch identifiziert werden. Diese Parameteridentifikation wurde, wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben, durch einen adaptiven Ansatz durchgeführt. Dabei wurde der Aktor mit maximal 60 W angesteuert, um eine maximale Temperaturerhöhung der Schwingspule von $\Delta T = 60 \text{ K}$ zuzulassen. Um die Membransteifigkeit $D_M(x_M)$ als Funktion der Membranauslenkung im Aktormodell implementieren zu können, wurde auf Basis der ermittelten Messdaten ein Polynom-Fit vierter Ordnung durchgeführt. Abbildung 4.6 zeigt die Messwerte zur Membransteifigkeit sowie den Verlauf des aus diesen Daten gewonnenen Polynoms. Der Verlauf der Kurve zeigt eine große Zunahme der Steifigkeit für hohe Auslenkungen, sowie eine geringe Asymmetrie für positive und negative Auslenkungen. Die Bestimmung des nicht-linearen Kraftfaktors wurde analog zur Membransteifigkeit vollzogen. Dabei wurde ebenfalls aus den Messdaten ein Polynom für die Integration in das Aktormodell generiert. Abbildung 4.7 zeigt die Messwerte für den auslenkungsabhängigen Kraftfaktor $Bl(x_M)$ des Versuchsaktors sowie das aus diesem gewonnene Polynom.

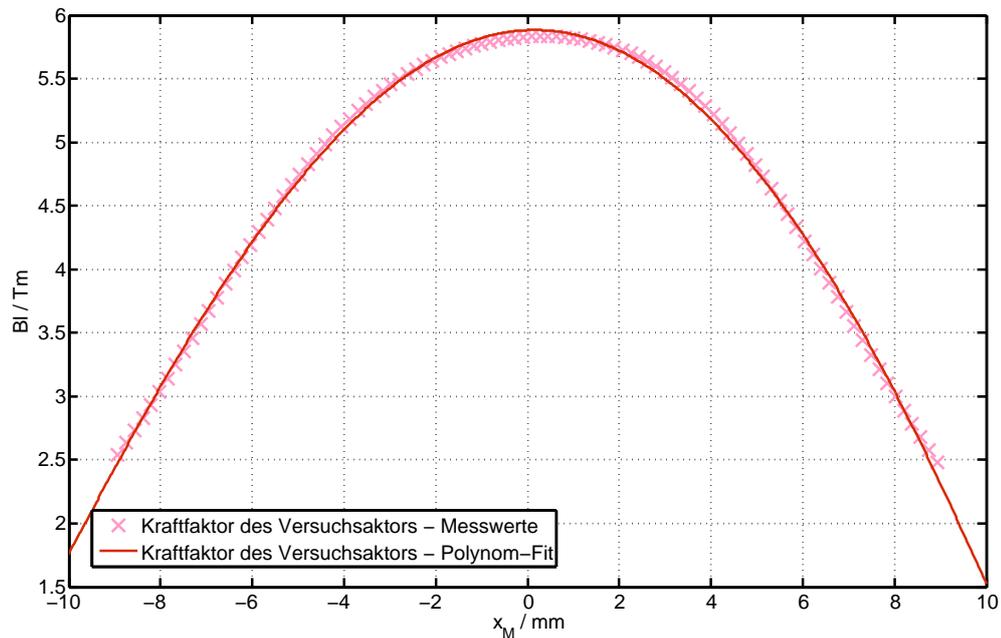


Abbildung 4.7: Kraftfaktor $Bl(x_M)$ des Versuchsaktors, Vergleich der Messwerte zu der in der Simulation verwendeten Polynomfunktion

Werden die so gewonnenen Parameter in das nicht-lineare Aktormodell eingesetzt, so kann erneut die Membranauslenkung des Systems berechnet werden. Abbildung 4.8 zeigt die simulierte Membranauslenkung des nicht-linearen Systems für verschiedene Ansteuerspannungen ohne Rückvolumen im Vergleich zu den entsprechenden Messungen. Es zeigt sich, dass die deutliche Kompression für höhere Anregungsspannungen und Frequenzen kleiner 40 Hz vom nicht-linearen Modell gut abgebildet wird. Gleichzeitig sind, wie erwartet, für den Kleinsignalbereich keine signifikanten Unterschiede zwischen dem linearen und nicht-linearen Aktormodell zu erkennen. Wird nun das Aktormodell zusätzlich mit der nicht-linearen Rückvolumensteifigkeit ergänzt, so wird, wie bereits im linearen Fall, die Membranauslenkung durch die Dominanz der Rückvolumensteifigkeit stark eingeschränkt. Abbildung 4.9 zeigt die simulierte Membranauslenkung des nicht-linearen Systems mit Rückvolumen für verschiedene Ansteuerspannungen. Im Vergleich zu den entsprechenden Simulationen mit linearem Modell (siehe Abbildung 4.5) zeigt sich für den untersuchten Versuchsaktor nur noch eine leichte Verbesserung der Übereinstimmung von Simulation und Messung. Durch diese Erkenntnis bestätigt sich die Vermutung, dass die nicht-linearen Effekte für den eingeschränkten Bewegungsbereich der Membran nicht dominieren.

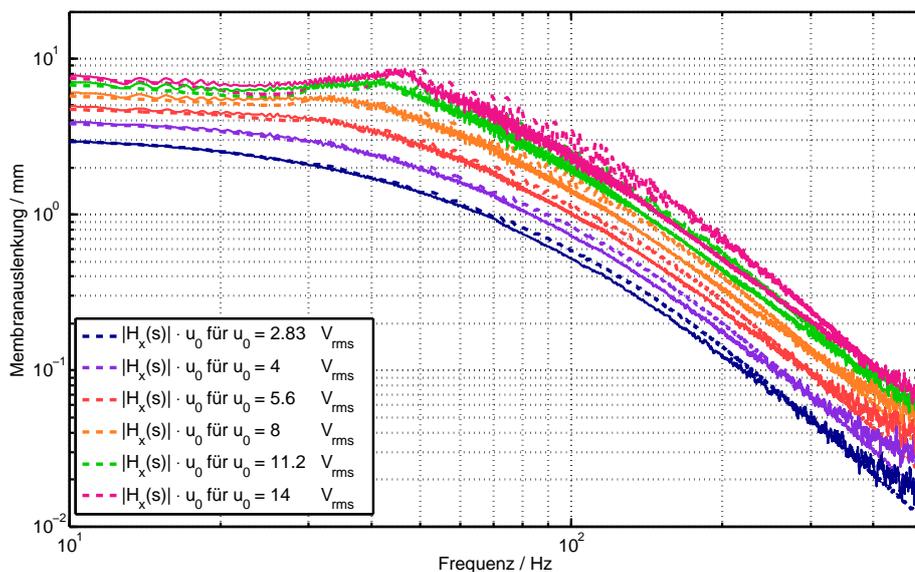


Abbildung 4.8: Betrag der simulierten Übertragungsfunktion, multipliziert mit der jeweiligen Ansteuerspannung ($|\underline{H}_x(s)| \cdot \tilde{u}_0$) des nicht-linearen Aktormodells ohne Rückvolumen für verschiedene Ansteuerspannungen (gestrichelt) im Vergleich zu den Versuchsergebnissen (durchgezogen)

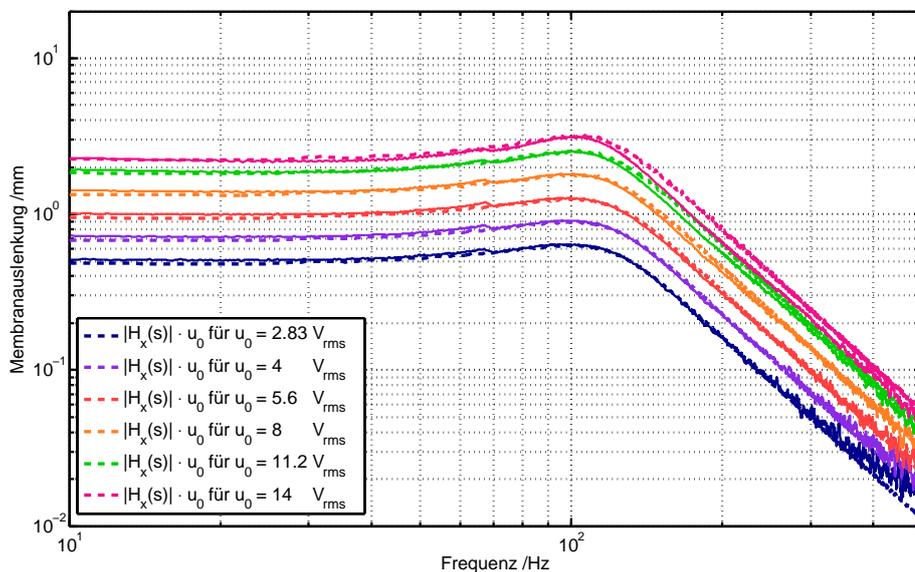


Abbildung 4.9: Betrag der simulierten Übertragungsfunktion, multipliziert mit der jeweiligen Ansteuerspannung ($|\underline{H}_x(s)| \cdot \tilde{u}_0$) des nicht-linearen Aktormodells mit Rückvolumen für verschiedene Ansteuerspannungen (gestrichelt) im Vergleich zu den Versuchsergebnissen (durchgezogen)

4.2 Sensormessungen

Um das Sensorverhalten in der späteren Co-Simulation möglichst gut abbilden zu können, muss vorher die Übertragungsfunktion sowie die Auflösung des Versuchssensors möglichst genau bestimmt werden. Da der vorliegende Versuchssensor einen Prototyp darstellt, sind genauere Daten des Sensors nicht verfügbar. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit dazu übergegangen, die Übertragungsfunktion des Sensors durch den direkten Vergleich zu einem kalibrierten Referenzmikrofon⁷ zu bestimmen. Wie [Brü95] zu entnehmen ist, weist das Referenzmikrofon im Bereich von 10 Hz bis 1 kHz einen sehr konstanten Amplitudengang auf und kann aus diesem Grund besonders gut als Vergleich zum Versuchssensor herangezogen werden. Beide Sensoren wurden in unmittelbarer Nähe zueinander in eine verschlossene Rohrschallquelle eingebracht, um ausreichend hohe Pegel von über 100 dB SPL erreichen zu können.

4.2.1 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Der Messaufbau besteht aus einem 50 cm langen Rohr, an dessen Ende ein Lautsprecher luftdicht angebracht ist. Die zweite Öffnung des Rohres ist durch einen Deckel schallhart verschlossen. In dem Deckel sind Versuchssensor und Referenzmikrofon in unmittelbarer Nähe zueinander luftdicht befestigt. Der Lautsprecher ist über einen Verstärker mit einer Signalquelle verbunden, die das Testsignal generiert. Bei den durchgeführten Messungen wurde als Testfunktion ein zehn Sekunden langer Sinus-Sweep im Bereich von 10 Hz bis 1000 Hz verwendet. Die Signale von Referenzmikrofon und Versuchssensor wurden währenddessen mit einem Audio-Interface aufgezeichnet. Abbildung 4.10 zeigt den Versuchsaufbau zur Bestimmung der Sensoreigenschaften. In einem weiteren Versuch wurde ohne Testsignal das Grundrauschen des Versuchssensors bestimmt.

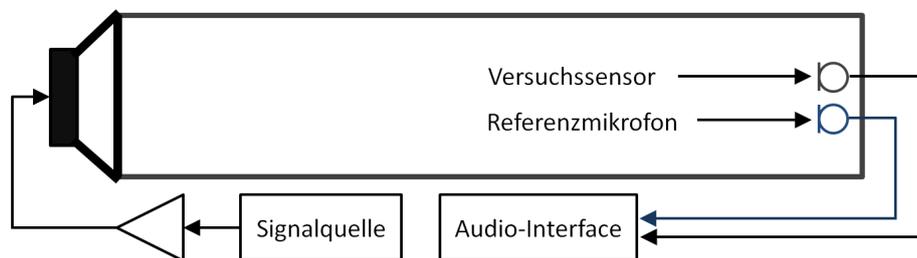


Abbildung 4.10: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Eigenschaften des Versuchssensors

⁷Brüel & Kjaer, Type 2669 mit Free-field 1/2" Mikrofon Type 4191 [Brü95]

4.2.2 Versuchsergebnisse

Frequenzgang

Wie in Abschnitt 3.4.1 schon beschrieben wurde, ist im Regelungsalgorithmus eine Sekundärstrecke $S(z)$ implementiert, welche die gesamte Signalkette, ausgehend von den elektrischen Eingängen des Aktors bis hin zu dem elektrischen Ausgang des Drucksensors, abbildet. Aus diesem Grund soll an dieser Stelle nur untersucht werden, ob der Sensor Drucksignale im Bereich von 20 Hz bis 600 Hz überhaupt detektieren kann. Zu diesem Zweck wird lediglich ein Vergleich der Schalldruckamplituden, die vom Versuchssensor und dem Referenzsensor in der Rohrschallquelle detektiert wurden, herangezogen. Abbildung 4.11 zeigt den Schalldruckpegel der beiden Sensoren, welche während des Versuchs aufgezeichnet wurden. Es zeigt sich, dass der Versuchssensor für den relevanten Frequenzbereich von 20 Hz bis 600 Hz gut geeignet ist. Die Abweichungen zwischen Versuchs- und Referenzsensor sind nur im Bereich von besonders niedrigen Schalldruckpegeln größer als 1 dB. Es zeigt sich also schon an dieser Stelle die Relevanz der Auflösungsgrenze des Versuchssensors. Diese wird im Folgenden näher betrachtet. Die Übertragungsfunktion $\underline{G}_{DS}(s)$ wird aus diesem Grund für den Versuchssensor als idealer Allpass mit $\underline{G}_{DS}(s) = 1$ betrachtet.

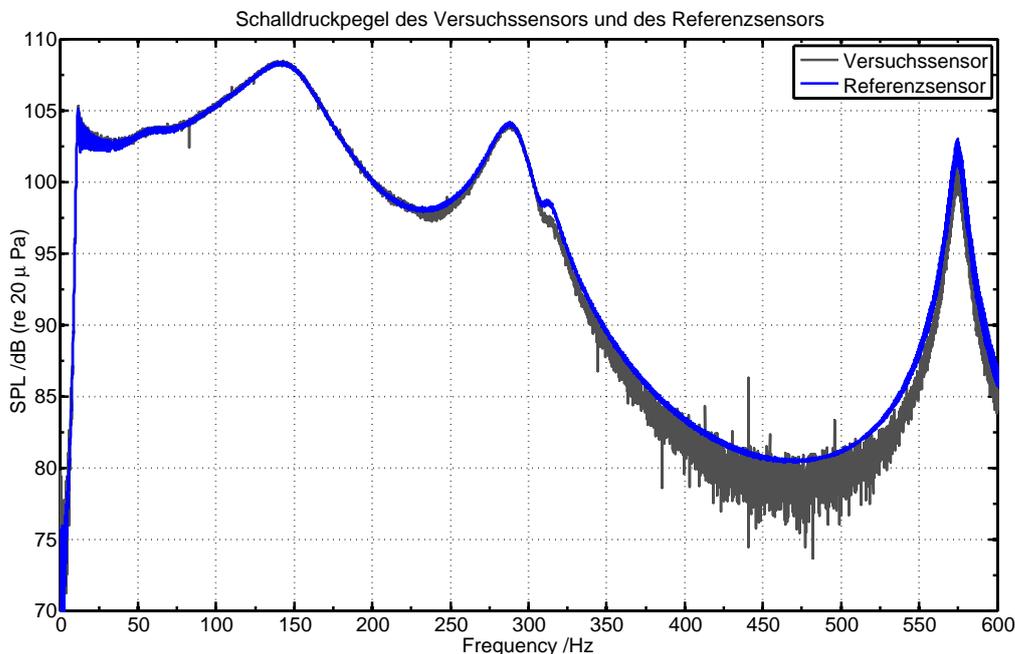


Abbildung 4.11: Schalldruckpegel des Versuchssensors und des Referenzsensors in der verwendeten Rohrschallquelle

Sensorrauschen

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, wird dem Nutzsignal $u_{DS}(t)$ ein pseudostochastisches und tiefpassgefiltertes Rauschen überlagert und die Summe beider Signale anschließend quantisiert. Um die Intensität des Rauschens und die Grenzfrequenz des Tiefpassfilters des Modells einzustellen, soll ein direkter Vergleich zwischen messtechnisch erfasstem und simuliertem Signal herangezogen werden. Dabei wurde das Grundrauschen des Versuchssensors (d.h. ohne Nutzsignal mit $p_{DS}(t) = 0$) mit einer Messdauer von 20 s aufgenommen. Analog hierzu wurde ein entsprechendes Zeitsignal mit derselben Länge mittels des Simulationsmodells erstellt. Der Vergleich der beiden Signale $u_{Q,DS}(t)$ soll auf Basis der jeweiligen Periodogramme erfolgen. Das Periodogramm wird als Schätzung der spektralen Leistungsdichte der beiden Signale verwendet [KK02]. Abbildung 4.12 zeigt die Periodogramme des gemessenen und des simulierten Rauschsignals des Sensors. Dabei wurde die Intensität des Rauschgenerators so eingestellt, dass die Signalenergie der beiden Signale für den betrachteten Frequenzbereich von 20 Hz bis 600 Hz gleich ist. Für das Periodogramm $P_{er}(\omega)$ gilt [KK02]:

$$P_{er}(\omega) = \frac{1}{N} |\underline{U}_{Q,DS}(j\omega)|^2. \quad (4.15)$$

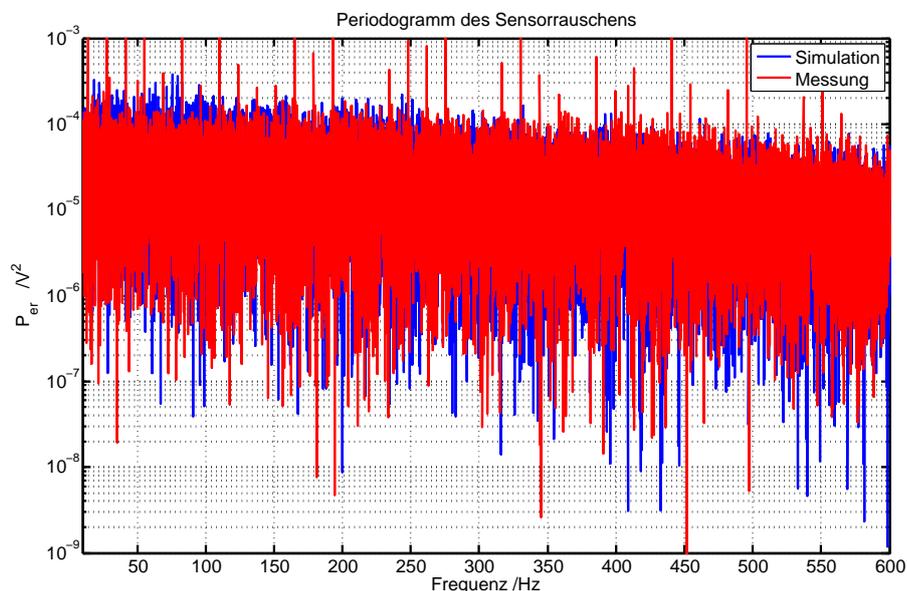


Abbildung 4.12: Periodogramm des Sensorrauschens, Vergleich der Messung mit dem Komponentenmodell des Sensors

Kapitel 5

Simulation des aktiven Gesamtsystems

Für die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen wurde eine Versuchsanlage sowohl mit der hier vorgestellten Simulationsmethodik berechnet, als auch eine entsprechende Prototypenanlage aufgebaut. Die in diesem Kapitel vorgestellten Simulationsergebnisse werden dabei mit den in Kapitel 6 vorgestellten Prüfstandsversuchen verglichen, um die Güte des Simulationsmodells zu untersuchen. Im Folgenden wird deshalb zunächst der Aufbau dieser Versuchsanlage beschrieben und anschließend die gewonnenen Simulationsergebnisse vorgestellt. Ausgelegt wurde im Rahmen dieser Arbeit eine aktive Abgasanlage für einen Dreizylinderverbrennungsmotor.

5.1 Modellierung der aktiven Versuchsanlage

Die modellierte aktive Versuchsanlage besteht aus einem motornahen Katalysator (MNK), einem Vorschalldämpfer (VSD) mit 6 Litern Volumen, einem Nachschalldämpfer (NSD) mit 44 Litern Gesamtvolumen und zwei Aktoren, welche jeweils an einem Endrohr über eine Zusammenführung angekoppelt sind. Die Aktoren entsprechen den in Kapitel 3 beschriebenen Aktormodellen. Abbildung 5.1 zeigt den schematischen Aufbau der modellierten Versuchsanlage mit den entsprechenden Rohrlängen und Rohrquerschnitten. Die Drucksensoren entsprechen ebenfalls den in Kapitel 3 vorgestellten Komponentenmodellen und befinden sich in 140 mm Abstand von der jeweiligen Mündung. In Abbildung 5.1 sind die Positionen der beiden Drucksensoren mit zwei roten Punkten gekennzeichnet. Der Innenaufbau des Nachschalldämpfers ist für beide Mündungen hinsichtlich Rohrlängen und Rohrquerschnitten exakt symmetrisch aufgebaut, sodass theoretisch gleiche Schalldrucksignale an beiden Mündungen

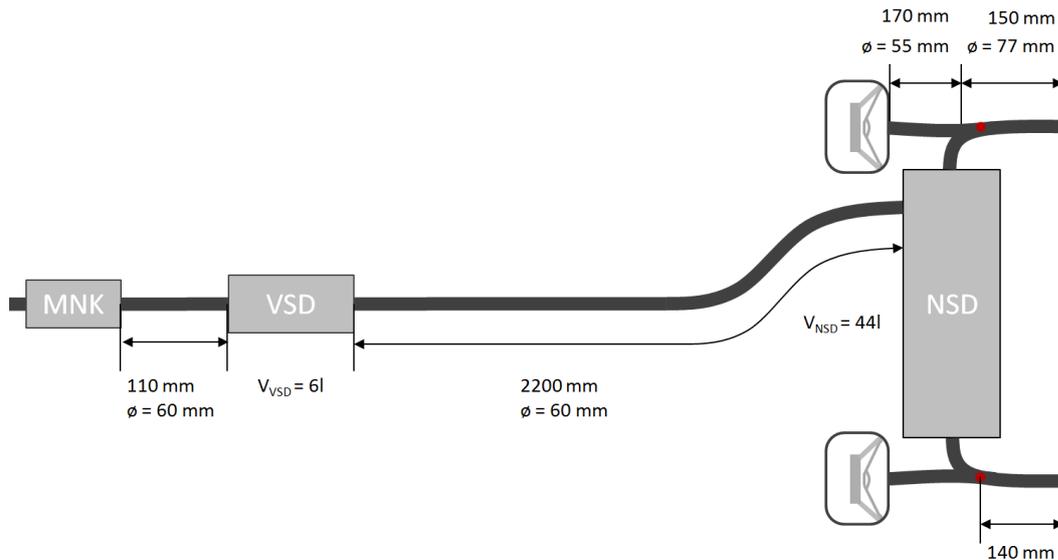


Abbildung 5.1: Schematischer Aufbau der Versuchsanlage

zu erwarten sind. Aus diesem Grund werden die folgenden Simulationsergebnisse nur auf Basis einer Mündung berechnet und dargestellt. Erst in den späteren Vergleichen mit den Prüfstandsmessungen wird eine Überlagerung der beiden Mündungsquellen im Freifeld relevant und muss entsprechend berücksichtigt werden. Alle folgenden Simulationen wurden unter Vollastbedingungen für diskrete Drehzahlpunkte durchgeführt. Ein Simulationslauf beinhaltet dabei für alle 27 Drehzahlpunkte jeweils eine Einzelsimulation.

5.2 Simulationsergebnisse

5.2.1 Deaktivierte Regelung

Nach der Modellierung und Parametrisierung des Aktors durch entsprechende Komponentenversuche wurde das so gewonnene Aktormodell gemäß Abbildung 5.1 in ein Gesamtmodell integriert. Zunächst wurde untersucht, ob die Wechselwirkungen zwischen Aktor und den im Rohr herrschenden Druckfeldern plausibel sind. Zu diesem Zweck wurde im ersten Schritt ein Simulationslauf ohne aktive Regelung durchgeführt. Dabei wurden insbesondere verschiedene Anschlusskonfigurationen des Aktors gemäß Abbildung 3.15 und Tabelle 3.1 untersucht. In einem ersten Simulationslauf wurde darüber hinaus ein Zustand der Abgasanlage simuliert, bei dem der Aktor an der Verbindungsstelle zwischen Vorvolumen und Aktorrohr abgetrennt wurde und das Aktorrohr an der Trennstelle schallhart verschlossen wurde. In diesem Zustand ist nur noch das Aktorrohr akustisch wirksam. Abbildung 5.2 zeigt ein Campbell-

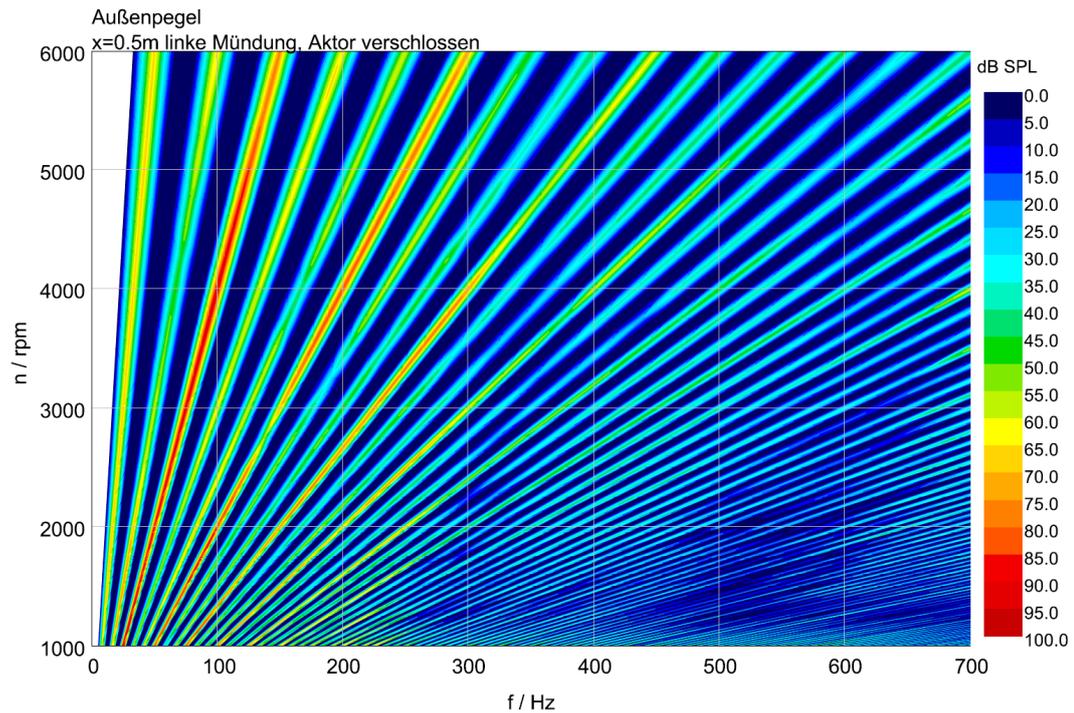


Abbildung 5.2: Campbell-Diagramm des Mündungsgeräusches mit starrer Aktormembran

diagramm des Mündungsgeräusches für diese Konfiguration. Es zeigt sich die starke Dominanz der 1,5-ten Motorordnung. Außerdem ist zu erkennen, dass neben der 1,5-ten Motorordnung vor allem die 3-te, 4,5-te und 6-te Motorordnung pegelbestimmend sind. Die folgenden Überlegungen werden zu Gunsten der Übersichtlichkeit nur auf Basis der 1,5-ten Motorordnung aufgezeigt. In einem zweiten Simulationslauf wurde der Aktor gemäß Abbildung 5.1 an die Abgasanlage angekoppelt und dessen elektrische Kontakte kurzgeschlossen. Durch die Druckpulsationen im Abgasanlagensystem wird die Lautsprechermembran zu Schwingungen angeregt. Diese Schwingungen führen zu einer Induktionsspannung und durch den Kurzschluss zu einem Induktionsstrom, welcher wiederum die Bewegung der Membran hemmt. Anders betrachtet kann die akustische Impedanz, die der Aktor gegenüber dem Schallfeld in der Abgasanlage aufweist, als Summe der auf die akustische Domäne transformierte mechanische und transformierte elektrische Impedanz interpretiert werden. Die akustische Impedanz $Z_{a,G}$ des Aktors in Abhängigkeit der mechanischen und elektrischen Impedanz ergibt sich aus den Überlegungen aus Abschnitt 3.2 zu:

$$Z_{a,G} = \frac{1}{A_M^2} \cdot \left(\frac{Bl^2}{Z_e} + Z_m \right). \quad (5.1)$$

In einem dritten Simulationslauf wurden die Kontakte des Aktors offen (im elektri-

schen Leerlauf) belassen. In diesem Fall ist die elektrische Admittanz gleich Null, und auf der akustischen Domäne ist nur noch die transformierte mechanische Impedanz wirksam. Im Folgenden sind die Simulationsergebnisse für die 1,5-te Motorordnung (Zündordnung) dargestellt. Abbildung 5.3 zeigt den Schalldruckpegel in 50 cm Abstand von der Mündung im Freifeld und den Schalldruckpegel am Fehlersensor jeweils für die 1,5-te Motorordnung. Es zeigt sich für den Schalldruckpegel im Freifeld und dem Schalldruckpegel am Fehlersensor ein ähnlicher Verlauf für jeweils beide Anschlusszustände. Im Falle der offenen Aktorkontakte und damit gemäß Gleichung 5.1 für $(Z_e)^{-1} = 0$ ergibt sich für Drehzahlen größer 3000 min^{-1} eine Minderung der Pegel in der Größenordnung von bis zu 5 dB. Im Bereich von 1000 min^{-1} bis 3000 min^{-1} ergibt sich hingegen eine Überhöhung der Pegel. Für kurzgeschlossene Kontakte des Aktors zeigt sich ein ähnlicher Verlauf. Dabei ist allerdings zu erkennen, dass die Minderung und Überhöhung der Pegel im Vergleich zur starren Membran im Falle des kurzgeschlossenen Aktors weniger hoch ausfallen. Dies lässt sich durch die zusätzliche Dämpfung der Membranschwingungen erklären, welche durch den Gleichstromwiderstand R_e der elektrischen Impedanz Z_e verursacht wird. Diese Vermutung wird durch die Betrachtung der Membranauslenkung der 1,5-ten Motorordnung weiter bekräftigt. Abbildung 5.4 zeigt die Membranauslenkung der 1,5-ten Motorordnung für beide Anschlusszustände. Es zeigt sich, dass die Auslenkung der Membran für den Aktor mit offenen Kontakten ein Maximum bei der Drehzahl $n = 2750 \text{ min}^{-1}$ aufweist. Für den kurzgeschlossenen Aktor ergibt sich im Vergleich zu den Simulationen des Aktors im Leerlauf eine starke Dämpfung der Überhöhung der Membranauslenkung, was wiederum auf die dämpfende Wirkung der elektrischen Impedanz zurückzuführen ist. Wie in Abschnitt 4.1.3 bereits vermutet wurde, verhalten sich lineares und nicht-lineares Modell für die untersuchte Aktorkonfiguration sehr ähnlich. Dies ist sowohl aus Abbildung 5.3 als auch aus Abbildung 5.4 ersichtlich. Es sei nochmals erwähnt, dass die Abweichungen zwischen linearem und nicht-linearem Aktormodell für andere Aktorparameter, insbesondere für größere Rückvolumen, durchaus größer als bei dem in dieser Arbeit vorgestellten Versuchsaktor sein können. Außer den dynamischen Auslenkungen, zu denen die Aktormembran aufgrund der Druckpulsationen in der Abgasanlage angeregt wird, erfährt die Membran außerdem, je nach geometrischer Gestaltung der Zusammenführung von Aktorrohr und Endrohr, eine druckinduzierte statische Auslenkung. Abbildung 5.5 zeigt die Gesamtauslenkung der Membran für den offenen und kurzgeschlossenen Zustand jeweils für verschiedene Drehzahlpunkte im Zeitbereich. Die Wechselanteile nehmen aufgrund der steigenden Frequenzen zu höheren Drehzahlen hin ab, während der Gleichanteil hin zu den höheren Dreh-

zählpunkten steigt. Wie in Abbildung 5.5 ersichtlich ist, wird die Membran in der hier untersuchten Versuchsabgasanlage aus ihrer Ruhelage in positive x-Richtung verschoben. Der Grund hierfür ist ein durch den Massenfluss im Endrohr hervorgerufener statischer Unterdruck, welcher sich vor der Membran ausbildet. Die statische Auslegung der Membran durch einen strömungsinduzierten Über- oder Unterdruck muss bei der Auslegung einer aktiven Abgasanlage besonders beachtet werden. Durch die statische Auslenkung wird der Aktor besonders stark in den nicht-linearen Bereich ausgelenkt, wodurch ein lineares Aktormodell im Vergleich zur Realität zu hohe Membranauslenkungen berechnet. Bei der Betrachtung der elektrischen Größen des Aktors zeigt sich erneut eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse für lineares und nicht-lineares Modell. Abbildung 5.6 zeigt den Aktorstrom i und die Induktionsspannung u_{Ind} der 1,5-ten Motorordnung wieder für beide Anschlusszustände. Durch die relativ hohen Membranauslenkungen im Bereich von $n = 2750 \text{ min}^{-1}$ wird für die Simulation mit offenen Aktorkontakten eine entsprechend große Induktionsspannung erzeugt. Infolge des Kurzschlusses des Aktors sinkt diese Induktionsspannung ab und es ergibt sich ein Induktionsstrom in der Schwingspule des Aktors. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden Simulationsergebnisse verschiedener Konfigurationen der vorgestellten aktiven Abgasanlage diskutiert. Dabei wird jeweils ein Zustand mit aktiver Regelung („ANC an“) einem Zustand mit deaktivierter Regelung („ANC aus“) gegenüber gestellt. Der Zustand mit deaktivierter Regelung entspricht dabei dem Zustand des kurzgeschlossenen Aktors.

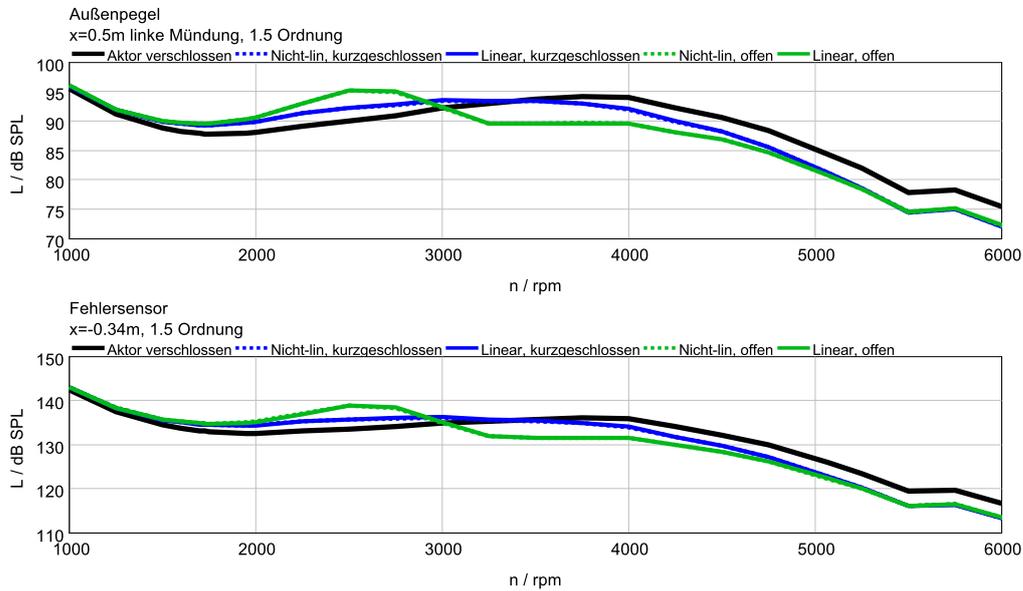


Abbildung 5.3: Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor für den nicht angesteuerten Aktor für die Zustände: Aktor mit starrer (schallharten) Membran (schwarz), Aktor mit kurzgeschlossenen elektrischen Kontakten (blau) und Aktor mit offenen Kontakten (grün), jeweils für lineares und nicht-lineares Modell

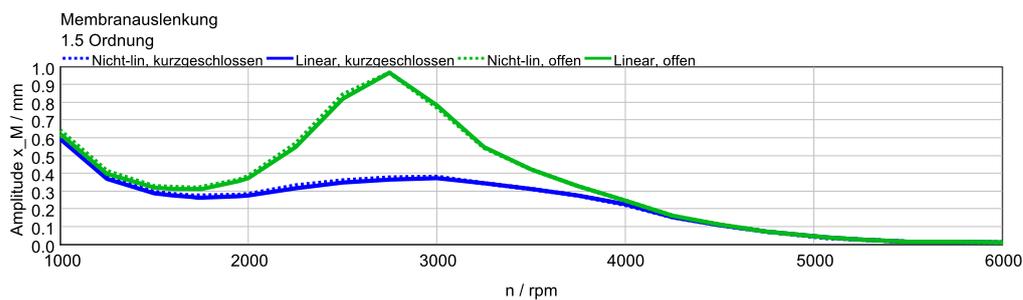


Abbildung 5.4: Dynamische Membranauslenkung x_M der 1,5-ten Motorordnung des nicht angesteuerten Aktors für die Zustände: Aktor mit kurzgeschlossenen elektrischen Kontakten (blau) und Aktor mit offenen Kontakten (grün), jeweils für lineares und nicht-lineares Aktormodell

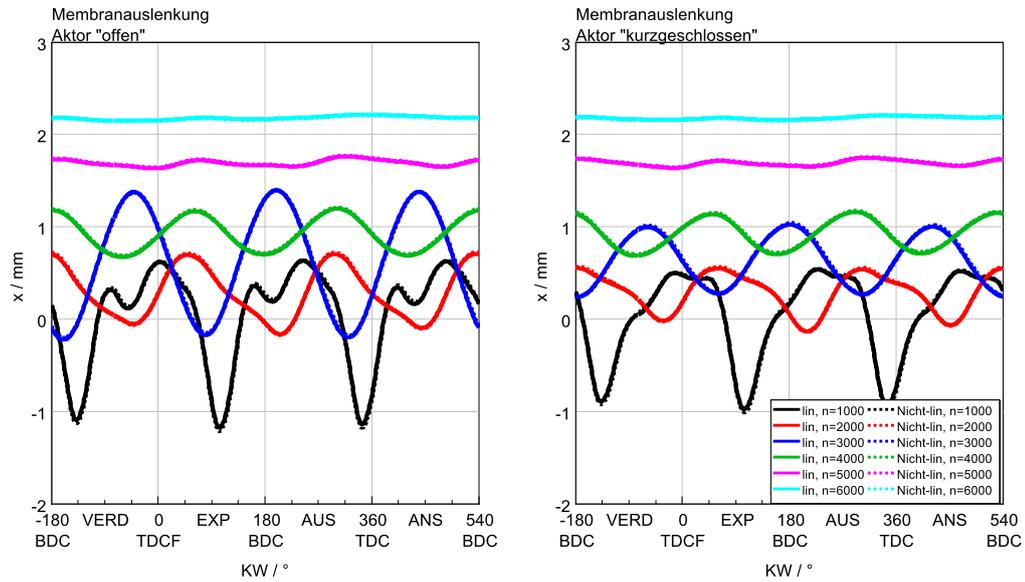


Abbildung 5.5: Gesamtauslenkung der Aktormembran für den kurzgeschlossenen und offenen Zustand des Aktors

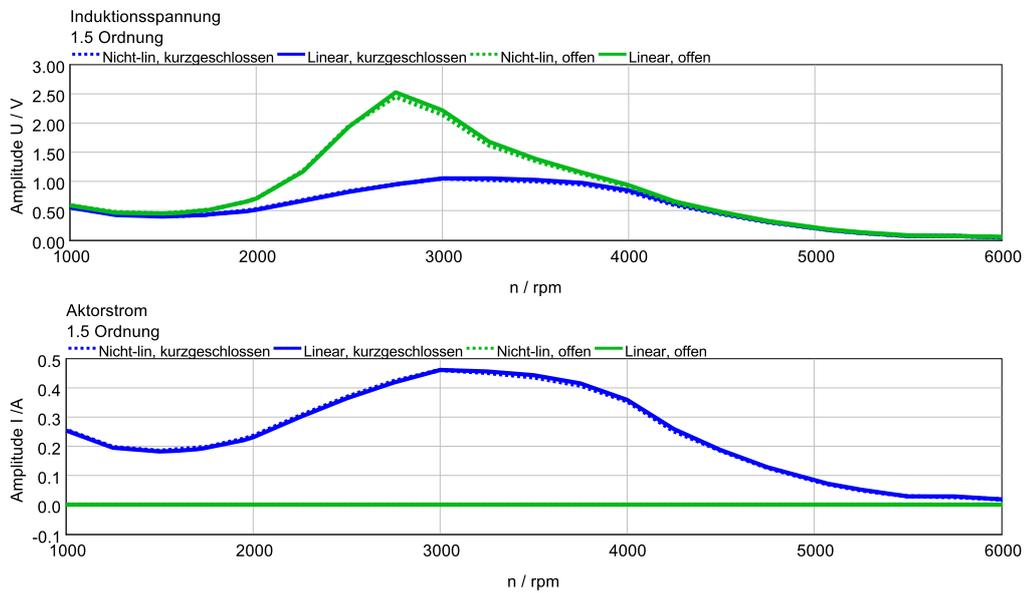


Abbildung 5.6: Induktionsspannung und Induktionsstrom der 1,5-ten Motorordnung des nicht angesteuerten Aktors für die Zustände: Aktor mit kurzgeschlossenen elektrischen Kontakten (blau) und Aktor mit offenen Kontakten (grün), jeweils für lineares und nicht-lineares Aktormodell

5.2.2 Sekundärstreckenbestimmung

Um für den gesamten Frequenzbereich ein stabiles Verhalten der Regelung zu erzielen, muss, wie bereits in Abschnitt 3.4.2 beschrieben, die Phase der Sekundärstrecke in den Algorithmus implementiert werden. Die Bestimmung dieses Phasengangs wird im Rahmen dieser Arbeit mittels Testordnungen erreicht, welche nicht im natürlichen Anregungsspektrum des Verbrennungsmotors enthalten sind. Für den hier verwendeten Dreizylindermotor wurden als Testordnungen die 0,5-te, 1-te, 3,5-te, 5,5-te und die 8-te Motorordnung verwendet. Abbildung 5.7 zeigt den Betrag der so gewonnenen Sekundärstrecke, multipliziert mit der für den Aktor maximal zulässigen Spannung $\hat{u}_{Lim} = 14.14 \text{ V}$. Durch den Vergleich des maximalen Aktorpegels am Fehlersensor und der Pegel der Motoranregung an derselben Position, lässt sich die potenziell mögliche Minderung schon grob abschätzen. Wesentlich für die Stabilität der Regelung ist allerdings, wie schon erwähnt, der Phasengang der Sekundärstrecke. Abbildung 5.8 zeigt den Phasengang der Sekundärstrecke $\underline{S}(j\omega)$ für das lineare und das nicht-lineare Aktormodell. Die durch die Testordnungen ermittelten Werte des Phasengangs wurden zur Implementierung in das Simulationsmodell durch ein Polynom 10-ten Grades approximiert. Dabei wurde sichergestellt, dass der absolute Fehler der Approximation, wie in [Ell01] empfohlen, $|\Delta\varphi| < 40^\circ$ ist und damit klein genug im Vergleich zur von [Mor80] angegebenen Stabilitätsgrenze von $|\Delta\varphi| = 90^\circ$.

5.2.3 Minderung einer und mehrerer Ordnungen

Für die nachfolgenden Simulationsläufe wurde das im vorangegangenen Abschnitt bestimmte Phasenpolynom des linearen Aktors als Modell der Sekundärstrecke $C(z)$ (siehe Abbildung 3.21) verwendet. Nach der Implementierung des Sekundärstreckenmodells wurden zunächst Simulationsläufe ohne Spannungslimitierung und ohne Zielpegelvorgabe durchgeführt. Ohne Zielpegelvorgabe ist in diesem Sinne gleichbedeutend mit einer Druckamplitudenvorgabe von 0 Pa . Gleichzeitig kann die fehlende Spannungsbegrenzung des Aktors zu unrealistisch hohen Auslenkungen der Membran führen. Auf diese Weise soll in einem ersten Schritt das theoretische Minderungspotenzial der Co-Simulation für die vorgestellte Versuchsanlage untersucht werden. Außerdem wurden die ersten Simulationen ohne Quantisierung des Sensorsignals durchgeführt.

Minderung der 1,5-ten Motorordnung

Zunächst wurde nur eine Minderung der Zündordnung (1,5-ten Motorordnung) aktiviert. Abbildung 5.9 zeigt die Schalldruckpegel der 1,5-ten, der 3-ten, der 4,5-ten, und

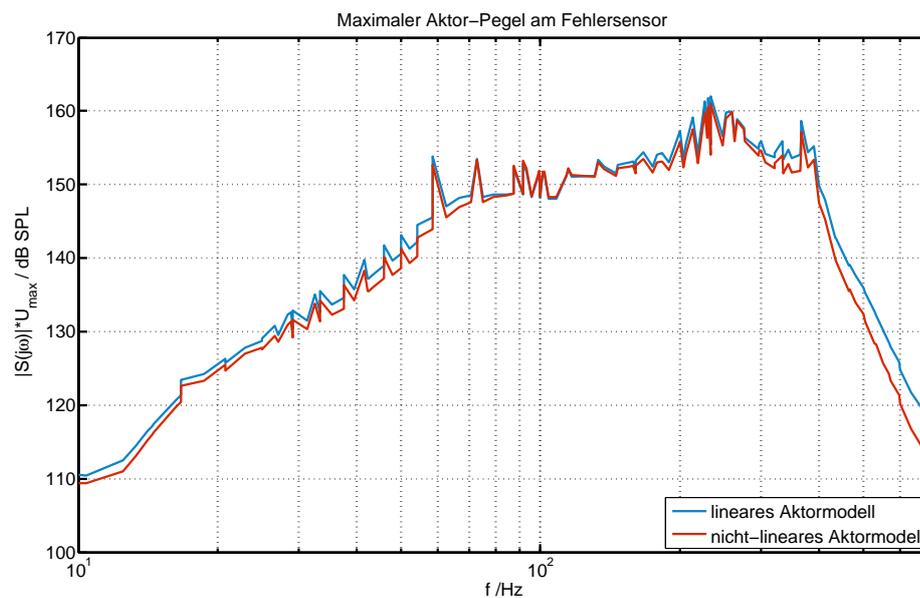


Abbildung 5.7: Betrag der Sekundärstrecke multipliziert mit der für den Aktor maximal zulässigen Spannung $\hat{u}_{Lim} = 14.14 \text{ V}$

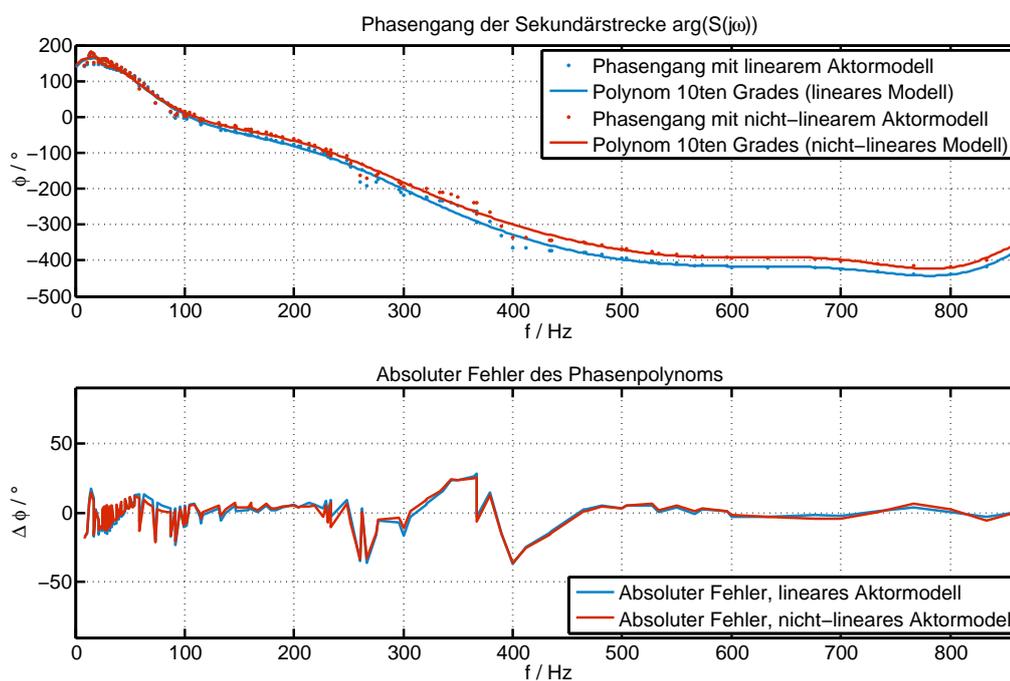


Abbildung 5.8: Phasengang der Sekundärstrecke $\underline{S}(j\omega)$ für das lineare und das nicht-lineare Aktormodell sowie das aus diesen Daten gewonnene Phasenpolynom (oben) und der absolute Fehler der Approximation (unten)

der 6-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor jeweils für deaktivier- te Regelung („ANC aus“) und Minderung der 1,5-ten Motorordnung („ANC an“). Es zeigt sich eine starke Minderung der 1,5-ten Motorordnung im Außenpegel und am Fehlersensor. Die nicht geregelten Ordnungen bleiben sowohl für Außenpegel als auch für das Fehlersignal von der Regelung so gut wie unbeeinflusst. Es fällt außerdem auf, dass die Minderung im Außenpegel geringer ausfällt als die Minderung am Fehlersen- sor. Betrachtet man die Amplitude der Membranauslenkung in Abbildung 5.10, so zeigt sich, dass wie erwartet die Membranauslenkung der 1,5-ten Motorordnung für aktive Minderung weitaus höher ausfällt als mit deaktivierter Minderung. Für sehr niedrige Drehzahlen ergeben sich aufgrund der deaktivierten Spannungslimitierung unrealistisch hohe Werte für die Membranauslenkung. Die Gesamtauslenkung wird von 1000 min^{-1} bis 5000 min^{-1} fast ausschließlich durch die 1,5-te Motorordnung dominiert. Die Anteile der Membranauslenkung, welche der 3-ten, 4,5-ten und 6- ten Motorordnung zuzuordnen sind, fallen relativ klein aus im Vergleich zur 1,5-ten Motorordnung und sind auf die Anregung der Membran durch die Druckpulsatio- nen des Motors zurückzuführen. Dies wird durch die Betrachtung der elektrischen Größen des Aktors in Abbildung 5.11 noch deutlicher. Auch hier wird sowohl die Ge- samtspannung und der Gesamtstrom von der 1,5-ten Motorordnung dominiert. Zwar werden vom Algorithmus auch Signalanteile in den höheren Ordnungen erzeugt, aller- dings liegen diese um mehrere Zehnerpotenzen niedriger als die Signalanteile, die der 1,5-ten Motorordnung zuzuordnen sind. Auch bei der Betrachtung der Spannungs- amplitude wird erneut deutlich, dass keinerlei Limitierung der Spannungsamplitude des Aktors erfolgt. So zeigen sich im niedrigen Drehzahlbereich unrealistisch hohe Spannungsamplituden von bis zu 60 V.

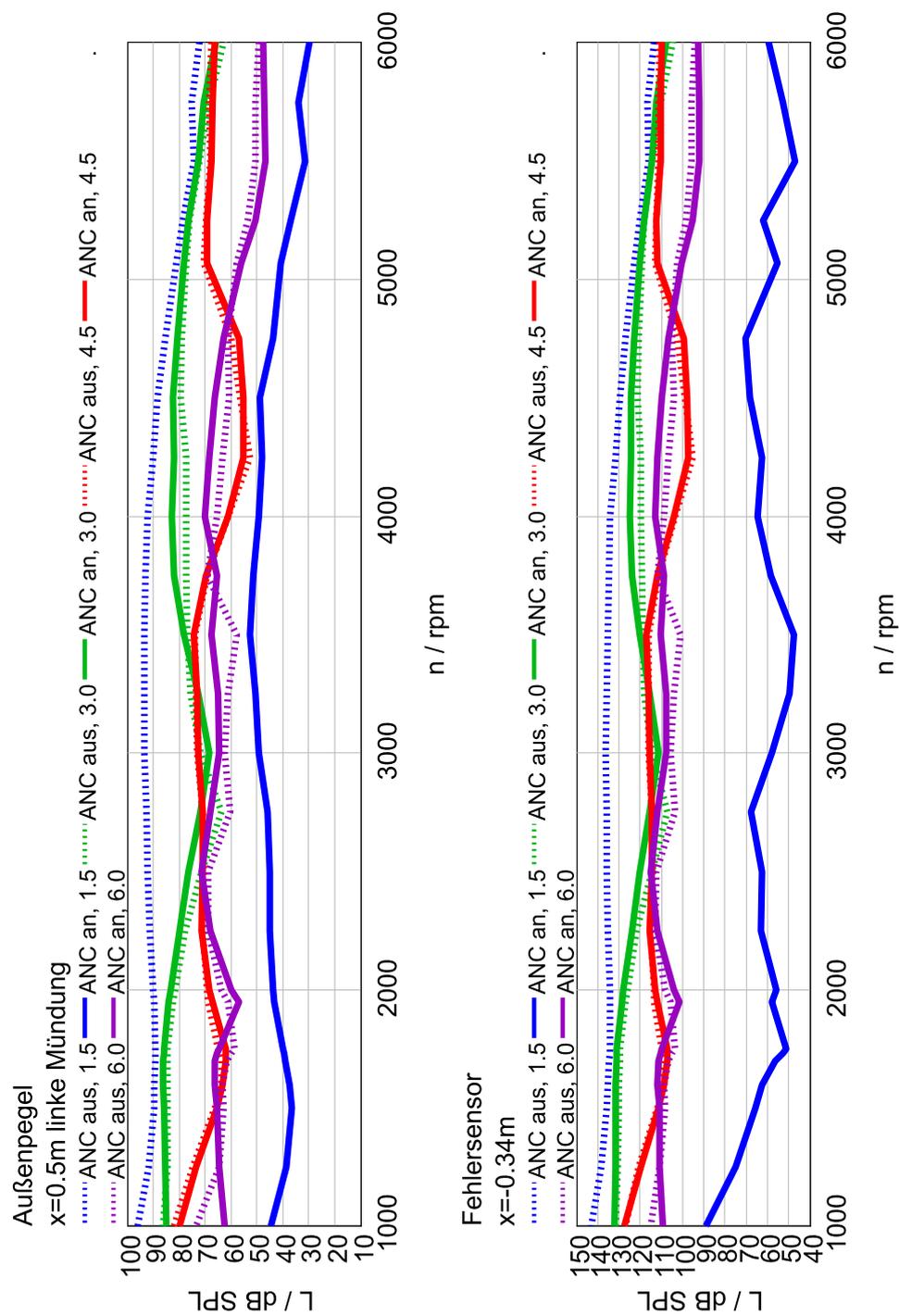


Abbildung 5.9: Schalldruckpegel der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt) und „ANC an“, mit aktivierter Minderung der 1,5-ten Motorordnung (durchgezogen)

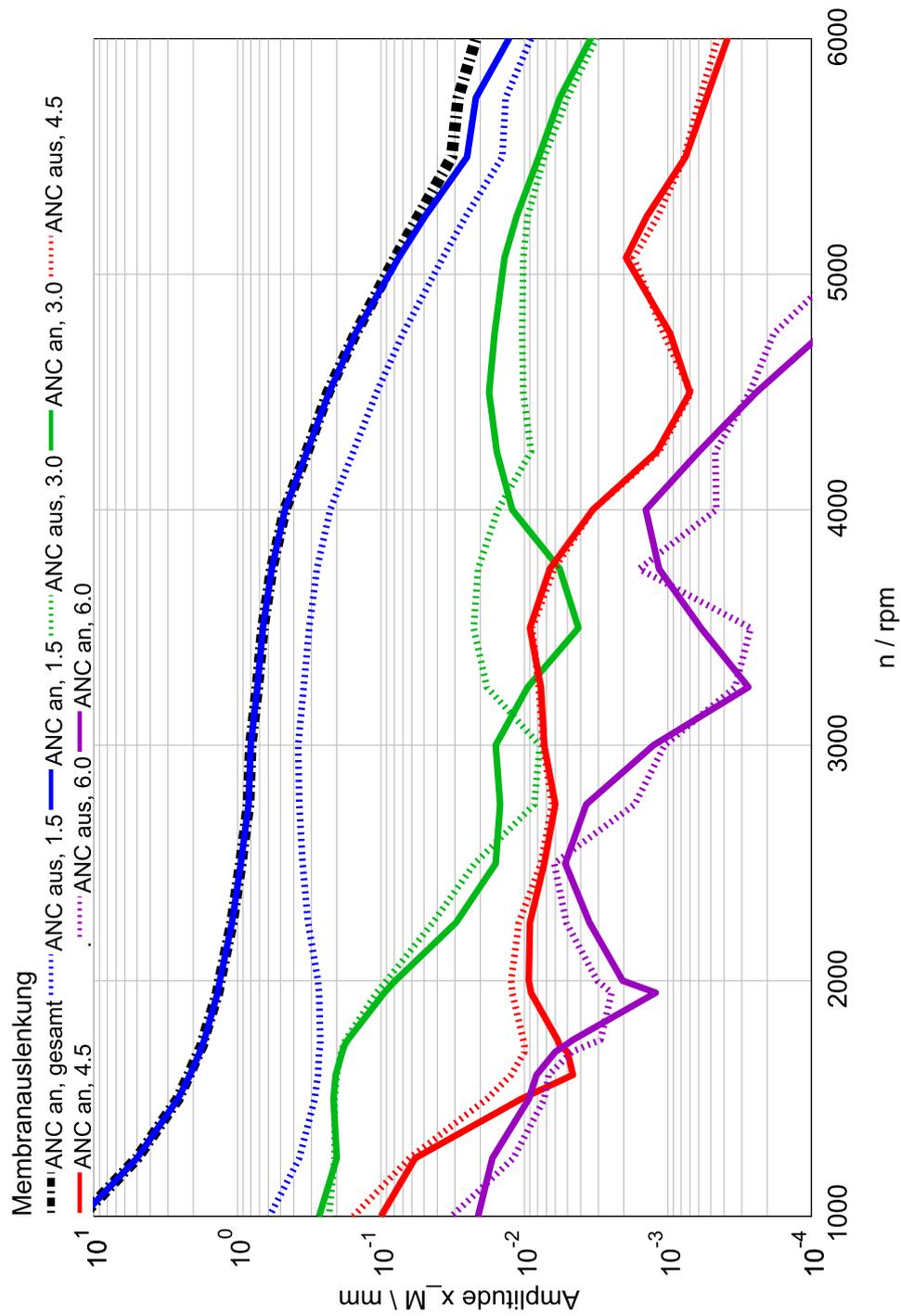


Abbildung 5.10: Membranauslenkung der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung und die Gesamtauslenkung der Membran (schwarz gestrichelt), jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt) und „ANC an“, mit aktivierter Minderung der 1,5-ten Motorordnung (durchgezogen)

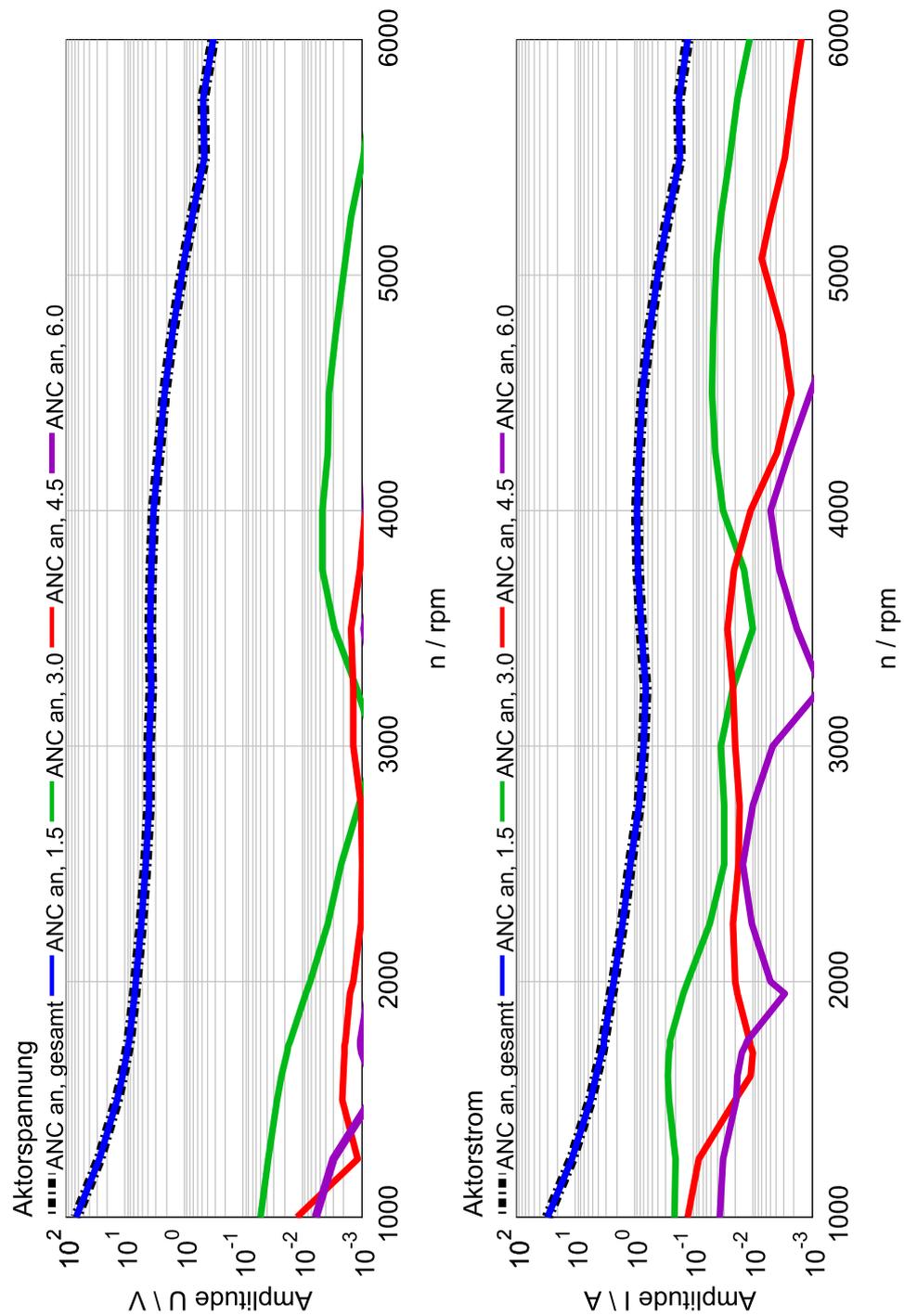


Abbildung 5.11: Aktorspannung und Aktorstrom der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung und die Gesamtspannung bzw. der Gesamtstrom (schwarz gestrichelt), mit aktivierter Minderung der 1,5-ten Motorordnung

Minderung mehrerer Motorordnungen

In zwei weiteren Simulationsläufen wurden die 1,5-te, die 3-te, die 4,5-te und die 6-te Motorordnung simultan auf eine Solldruckamplitude von Null gemindert. Dabei wurde der erste Simulationslauf ohne Spannungslimitierung und ohne Quantisierung des Sensorsignals durchgeführt, während der zweite Simulationslauf mit einer Spannungslimitierung von $\hat{u}_{Lim} = 14.14 \text{ V}$ (RMS-Wert) und mit aktivierter Quantisierung des Sensorsignals durchgeführt wurde. Abbildung 5.12 zeigt den Schalldruckpegel an der Mündungsmikrofonposition sowie am Fehlersensor für die 1,5-te und 3-te Motorordnung für die deaktivierte Regelung sowie für die aktivierte Regelung mit und ohne Spannungslimitierung und Sensorquantisierung. Abbildung 5.13 gibt diese beiden Größen für dieselben drei Zustände für die 4,5-te und 6-te Motorordnung wieder. Es zeigen sich zunächst ohne Spannungslimitierung und Sensorquantisierung sehr hohe Minderungen aller geregelter Ordnungen sowohl im Außenpegel als auch am Fehlersensor. Durch Aktivieren der Spannungslimitierung ergeben sich im tieffrequenten Bereich im Vergleich zum ersten Simulationslauf viel geringere Minderungspegel. Dies ist vor allem an der Minderung der 1,5-ten Motorordnung im Bereich von 1000 min^{-1} bis 1500 min^{-1} zu erkennen. Für diesen Drehzahlbereich ergeben sich auch für die restlichen Ordnungen geringere Minderungen. Dies ist auf die gleichmäßige Skalierung der einzelnen Spannungsamplituden durch die Funktion der Spannungslimitierung zurückzuführen. Diese Vermutung bestätigt sich auch durch Betrachtung von Abbildung 5.15. Wie dort zu sehen ist, werden in dem besagten Drehzahlbereich die Spannungsamplituden der einzelnen Ordnungen limitiert. Es wird aus dieser Abbildung außerdem deutlich, dass für die Minderung der 1,5-ten Motorordnung fast über den gesamten Drehzahlbereich erheblich höhere Spannungsamplituden benötigt werden, als zur Minderung der restlichen Ordnungen. Diese Tatsache wird auch durch Abbildung 5.14 untermauert. Auch hier zeigen sich die hohen Membranauslenkungen, welche zur Generierung der 1,5-ten Motorordnung nötig sind. Im tiefen Drehzahlbereich im Bereich von 1000 min^{-1} bis 1500 min^{-1} wird die maximale Membranauslenkung in Folge der Spannungslimitierung auf 4 mm begrenzt. Es ist außerdem zu erkennen, dass die Membranauslenkung für die aktivierte Minderung in der 1,5-ten Motorordnung im gesamten Drehzahlbereich über der Auslenkung mit deaktivierter Minderung liegt. Dies trifft auch für die 3-te Motorordnung im Bereich von 1000 min^{-1} bis ca. 3000 min^{-1} zu. Es zeigt sich allerdings auch, dass die Membranauslenkung für aktivierte Regelung kleiner ausfallen kann als im deaktivierten Zustand. Dies zeigt sich beispielsweise für die 4,5-te Motorordnung im Bereich von 1750 min^{-1} bis ca. 3750 min^{-1} . Hin zu höheren Frequenzen bzw. Drehzahlen nimmt

die Bedeutung der Sensorquantisierung zu. Wie die Abbildungen 5.12 und 5.13 zeigen, fällt die Minderung mit aktivierter Sensorquantisierung am Fehlersensor für alle Ordnungen deutlich geringer aus. Im Außenpegel tritt dieser Effekt erst mit zunehmender Frequenz in Erscheinung. So zeigt sich besonders für die 4,5-te und 6-te Motorordnung eine Abnahme der erreichten Minderung im Außenpegel.

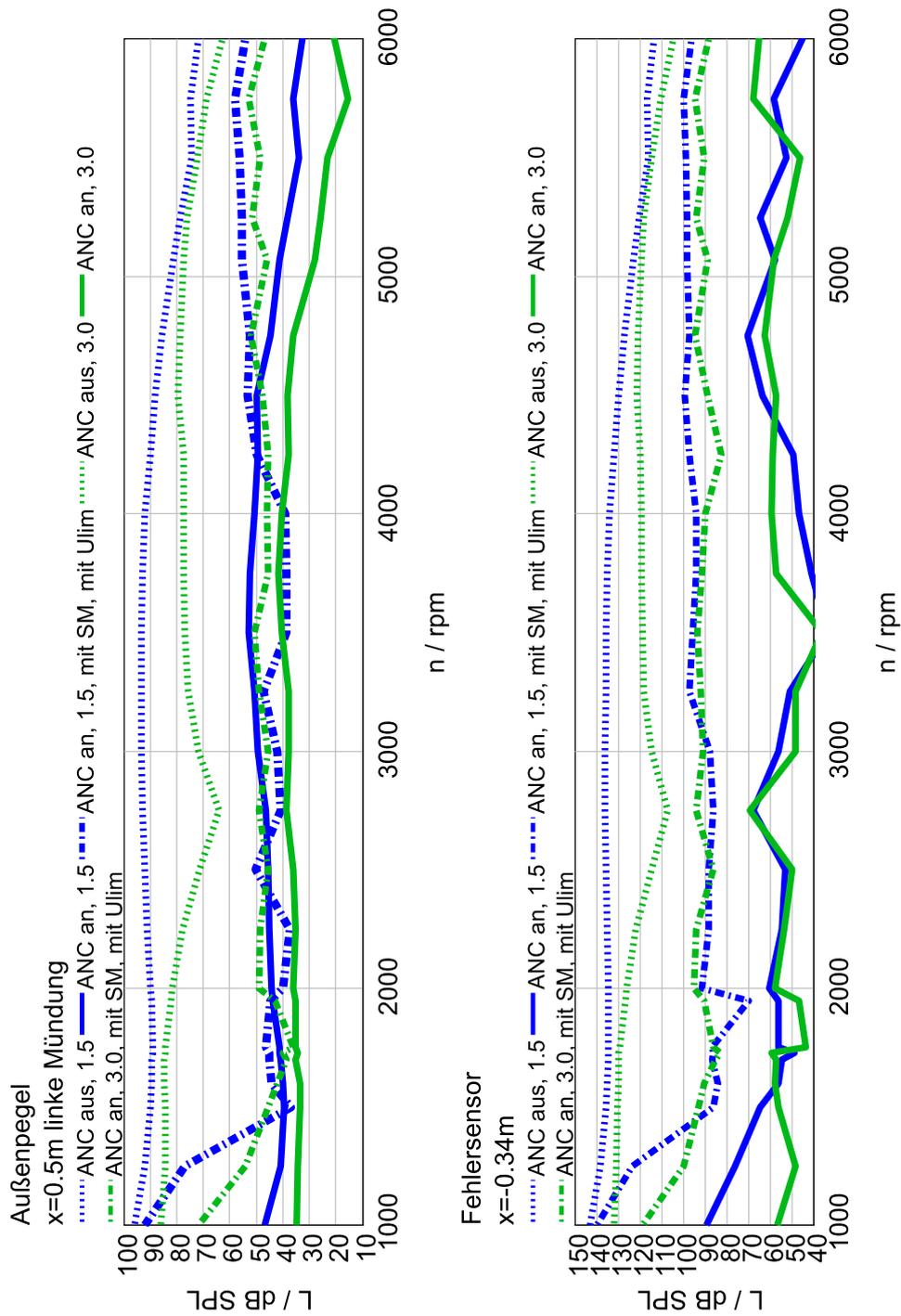


Abbildung 5.12: Schalldruckpegel der 1,5-ten (blau) und der 3-ten (grün) Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt), „ANC an“ ohne Spannunglimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannunglimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)

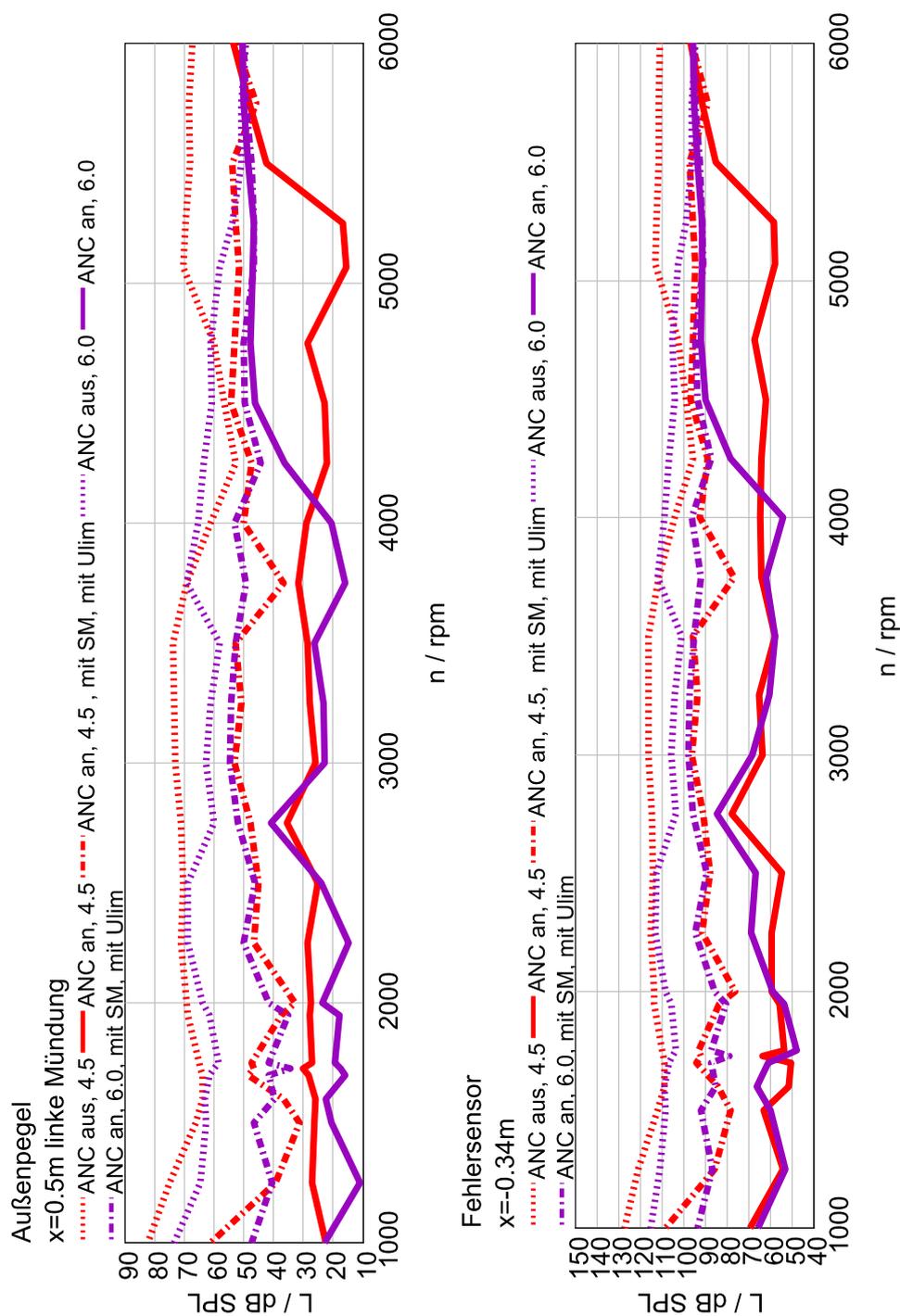


Abbildung 5.13: Schalldruckpegel der 4,5-ten (rot) und der 6,0-ten (violett) Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt), „ANC an“ ohne Spannunglimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannunglimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)

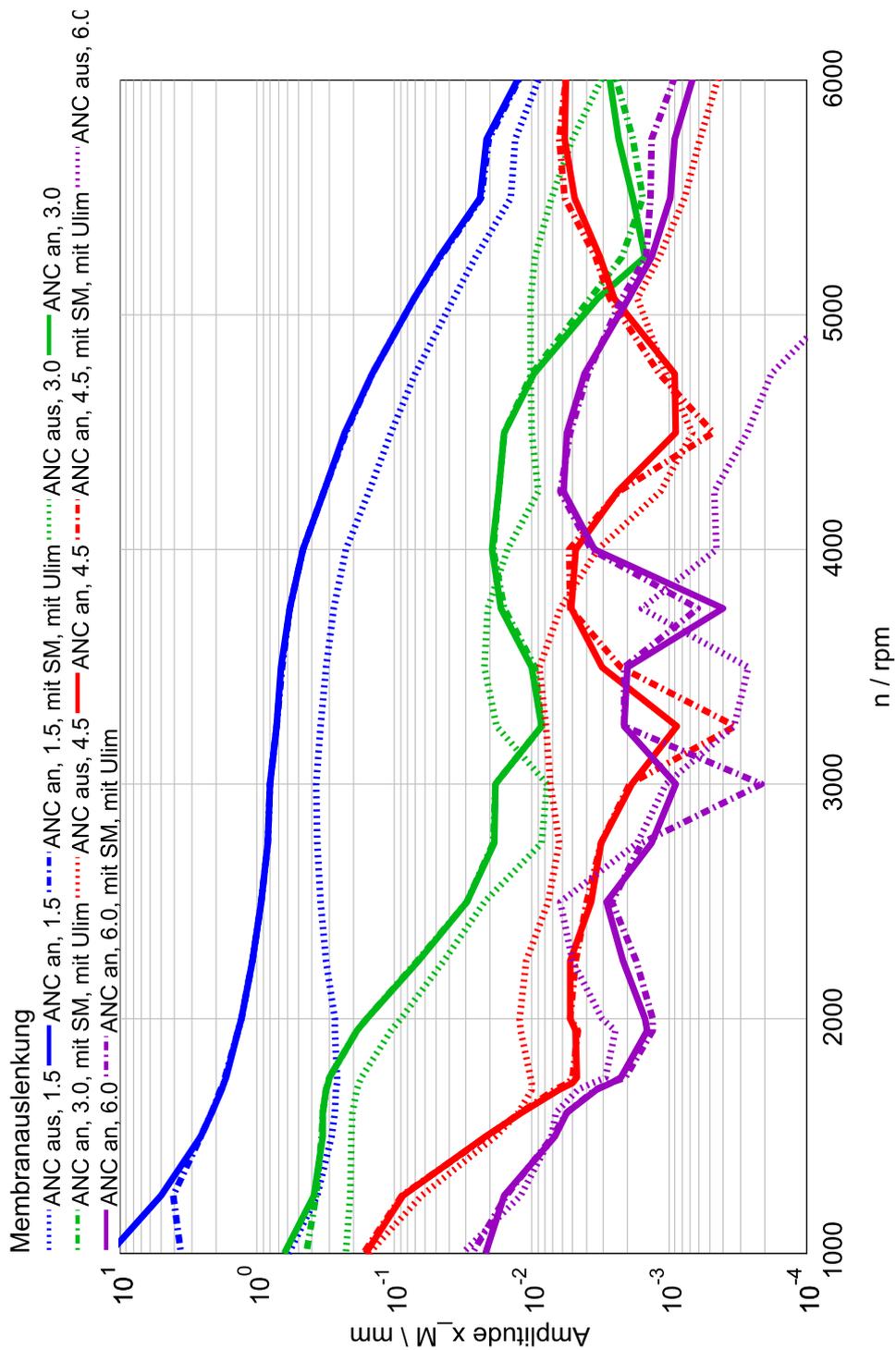


Abbildung 5.14: Membranauslenkung der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (gestrichelt), „ANC an“ ohne Spannunglimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannunglimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)

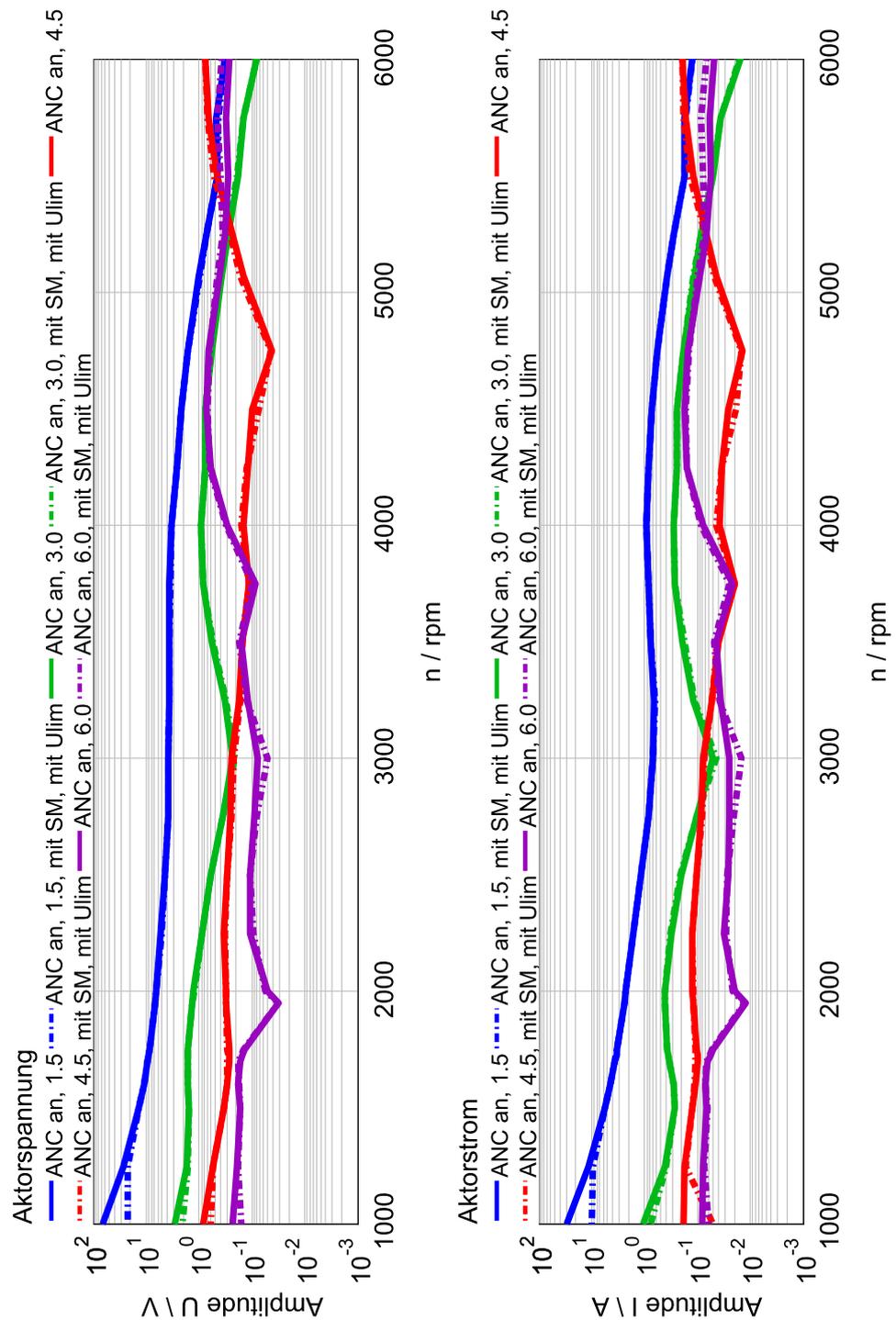


Abbildung 5.15: Aktorspannung und Aktorstrom der 1,5-ten (blau), der 3-ten (grün), der 4,5-ten (rot), und der 6-ten (violett) Motorordnung, jeweils für die Zustände „ANC an“ ohne Spannunglimitierung und ohne Sensorquantisierung (durchgezogene Linien) und „ANC an“ mit Spannunglimitierung und Sensorquantisierung (Strich-Punkt-Linien)

Zielpegelminderung

In Abschnitt 3.4.4 wurde ein Verfahren vorgestellt, welches es ermöglicht, einen Zielpegel für das Fehlersignal vorzugeben. Im Rahmen von Abschnitt 3.4.5 wurde diese Funktion durch die Prognose des Außenpegels erweitert, was letztendlich eine Zielpegelminderung an einem bestimmten Freifeldpunkt erlaubt. Die Außenpegelprognose basiert auf einem Wellentrennungsverfahren, das durch die Zuhilfenahme zweier Drucksensoren den Reflexionsfaktor an der Mündung online bestimmt. Auf Basis dieses Reflexionsfaktors und über den gemessenen Druck an einer Sensorposition wird schließlich der aktuelle Außenpegel an einem Punkt im Freifeld errechnet. In den folgenden Simulationen wird beispielhaft eine Zielpegelminderung für mehrere Ordnungen durchgeführt. Schließlich wird auch untersucht, ob der Reflexionsfaktor der Mündung durch ein analytisches Modell approximiert werden kann, um den gewünschten Zielpegel einzustellen. Abbildung 5.16 zeigt den Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung im Freifeld im Abstand von 50 cm von der Mündung und den Schalldruck der 1,5-ten Motorordnung am Fehlersensor für verschiedene Zielpegel. Dargestellt sind dabei die Ergebnisse für eine Zielamplitude von Null (blau), für einen Zielpegel von 75 dB (gelb) und für einen Zielpegel von 85 dB (grün). Erneut zeigt sich im niedrigen Drehzahlbereich von 1000 min^{-1} bis 1250 min^{-1} die Limitierung der Minderung durch die Spannungslimitierung. Ab einer Drehzahl von 1500 min^{-1} stellen sich die beiden vorgegebenen Zielpegel mit einer hohen Genauigkeit ein. Aufgrund der niedrigeren Spannungsanforderung stellt sich der Zielpegel von 85 dB schon ab 1500 min^{-1} ein. Es zeigt sich, dass der Außenpegel im Fall der Zielpegelvorgabe von 85 dB unterhalb von ca. 4800 min^{-1} gemindert bzw. für Drehzahlen größer 4800 min^{-1} verstärkt wird. In Abbildung 5.17 ist eine Zielpegelminderung der 3-ten Motorordnung auf einen Wert von 85 dB dargestellt. Auch hier zeigt sich für den Drehzahlpunkt 1000 min^{-1} aufgrund der Spannungslimitierung eine leichte Abweichung des Außenpegels vom gewünschten Zielpegel. Für alle anderen Drehzahlpunkte wird der Zielpegel mit guter Genauigkeit eingestellt. Erneut ist gut zu erkennen, dass Minderung und Verstärkung der 3-ten Motorordnung stetig ineinander übergehen. Abbildung 5.18 zeigt eine Zielpegelminderung der 7,5-ten Motorordnung auf 50 dB. Am Beispiel der 3-ten Motorordnung wurde außerdem untersucht, wie gut ein Zielpegel auf Basis einer analytischen Approximation des Reflexionsfaktors eingestellt werden kann. Abbildung 5.19 zeigt deswegen neben der Zielpegelminderung auf Basis einer Wellentrennung mit zwei Sensoren (rot) auch eine Zielpegelminderung auf Basis eines analytisch berechneten Reflexionsfaktors und nur einem Drucksensor (dunkelblau gestrichelt). Die Simulationen zeigen, dass der Zielpegel für die analy-

tische Approximation des Reflexionsfaktors gut mit den Ergebnissen des Zielpegels für den online berechneten Reflexionsfaktor übereinstimmen. Wie in Abschnitt 3.4.5 erläutert, geht bei dem analytischen Ansatz zunächst noch die aus der Simulation gewonnene Mediumstemperatur T_0 und die Mediumsgeschwindigkeit v_0 in Form der jeweils aktuellen Simulationswerte mit ein. Da diese Werte bei realen Anwendungen nur schwer zugänglich sein können¹, wurde ebenfalls untersucht, welche Auswirkungen eine grobe Schätzung dieser beiden Werte auf die Zielpegelminderung haben. So zeigt Abbildung 5.19 auch die Zielpegelminderung auf Basis eines analytisch berechneten Reflexionsfaktors mit einer geschätzten Mediumstemperatur² von $T_0 = 700$ K (gelb). Die Abweichungen zum gewünschten Zielpegel von 75 dB fallen in diesem Fall wesentlich größer aus. Dabei wurde zunächst die jeweils aktuelle Mediumsgeschwindigkeit v_0 aus der Simulation für die Zielpegelregelung verwendet. Wird schließlich diese Größe ebenfalls auf einen konstanten Wert von $v_0 = 45 \text{ m s}^{-1}$ festgelegt, so ergibt sich die in Abbildung 5.19 dargestellte türkis gestrichelte Kurve. Es zeigt sich, dass die konstante Mediumsgeschwindigkeit keine weitere Verschlechterung des Ergebnisses bewirkt.

¹ T_0 kann beispielsweise durch einen Temperatursensor gemessen oder durch ein Temperaturmodell auf Basis der aktuellen Motordaten berechnet werden. Die Mediumsgeschwindigkeit v_0 kann dagegen unter Umständen praktisch nur über eine entsprechende Modellierung generiert werden.

²Die Schätzung der Temperatur T_0 entspricht einer groben mittleren Temperatur über alle Betriebspunkte. Die Mediumstemperatur T_0 und Mediumsgeschwindigkeit v_0 im Endrohr in Abhängigkeit der Betriebspunkte sind im Anhang in Abbildung B.9 zu sehen.

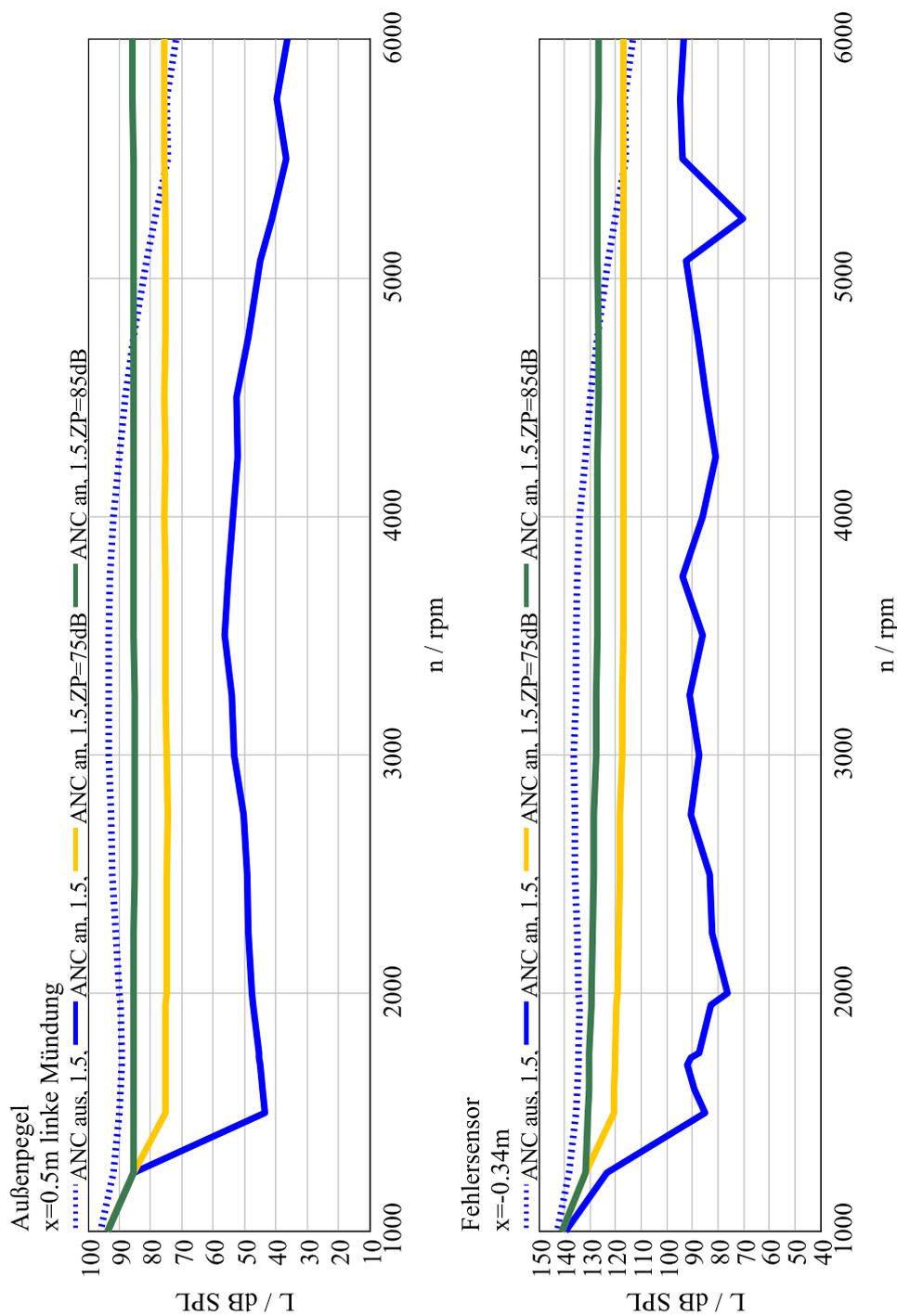


Abbildung 5.16: Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielamplitude Null (blau) und Zielpegelminderung auf 75 dB SPL (gelb) bzw. 85 dB SPL (grün)

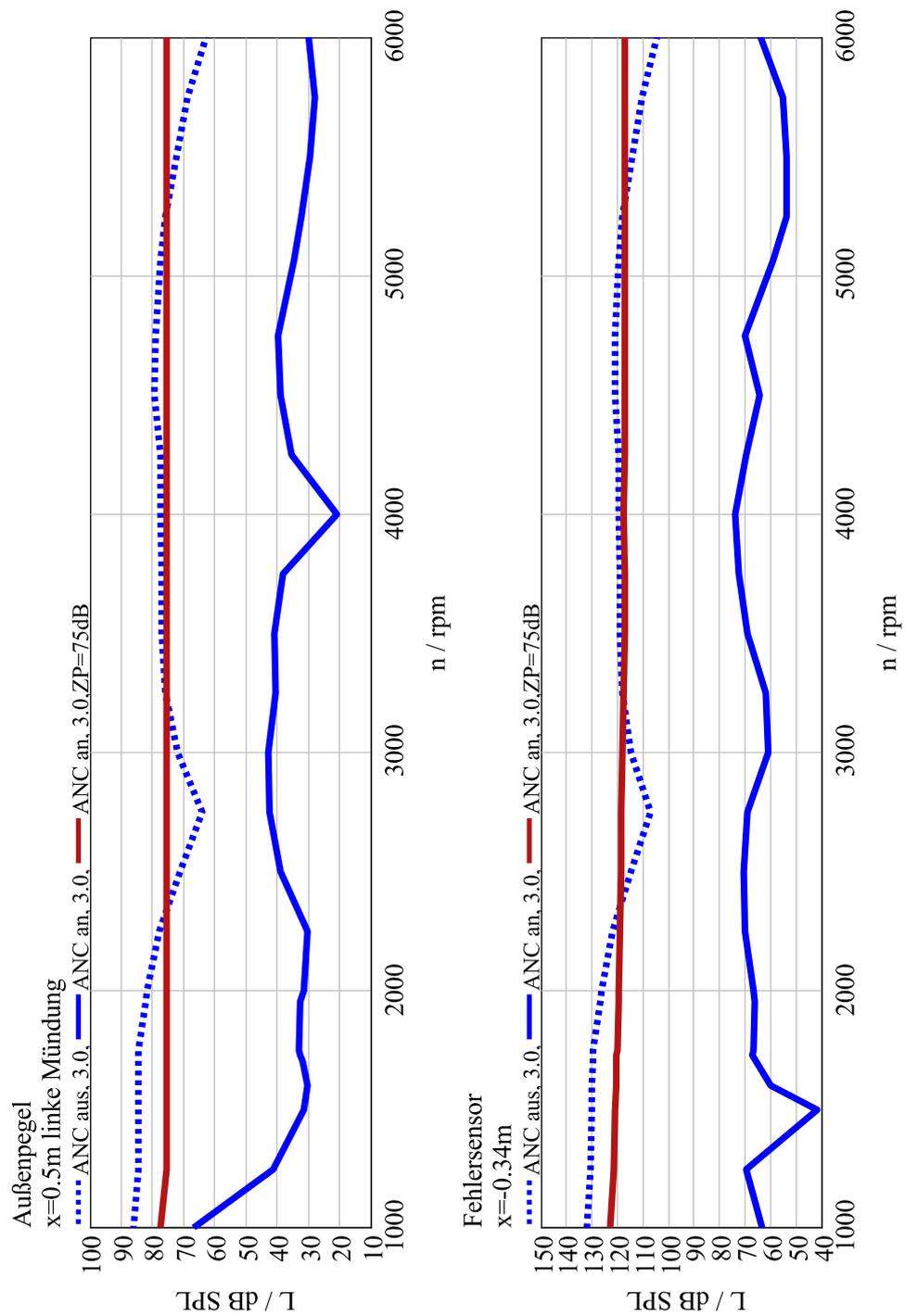


Abbildung 5.17: Schalldruckpegel der 3-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielamplitude Null (blau) und Zielpegelminderung auf 75 dB SPL (rot)

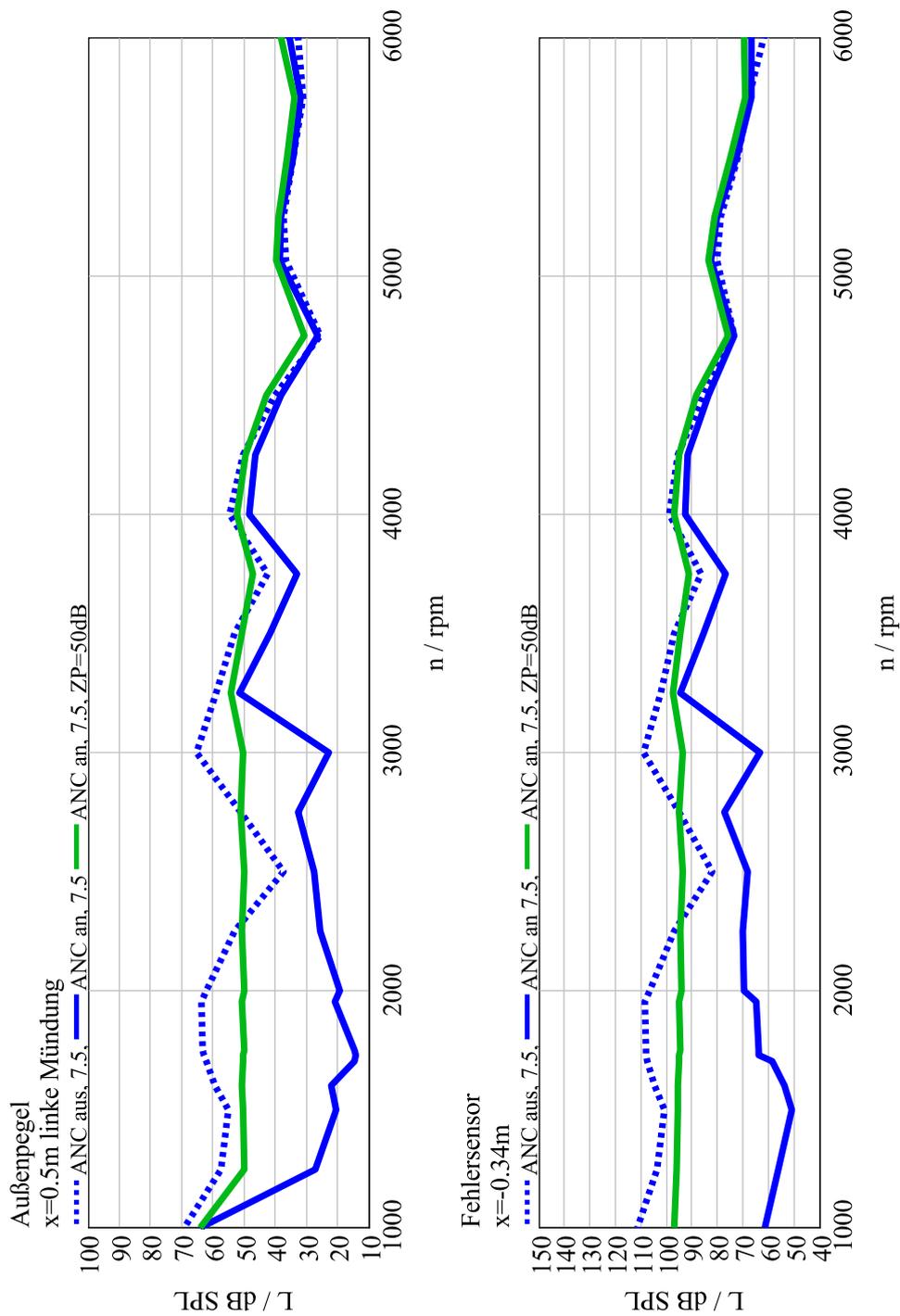


Abbildung 5.18: Schalldruckpegel der 7,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielamplitude Null (blau) und Zielpegelminderung auf 50 dB SPL (grün)

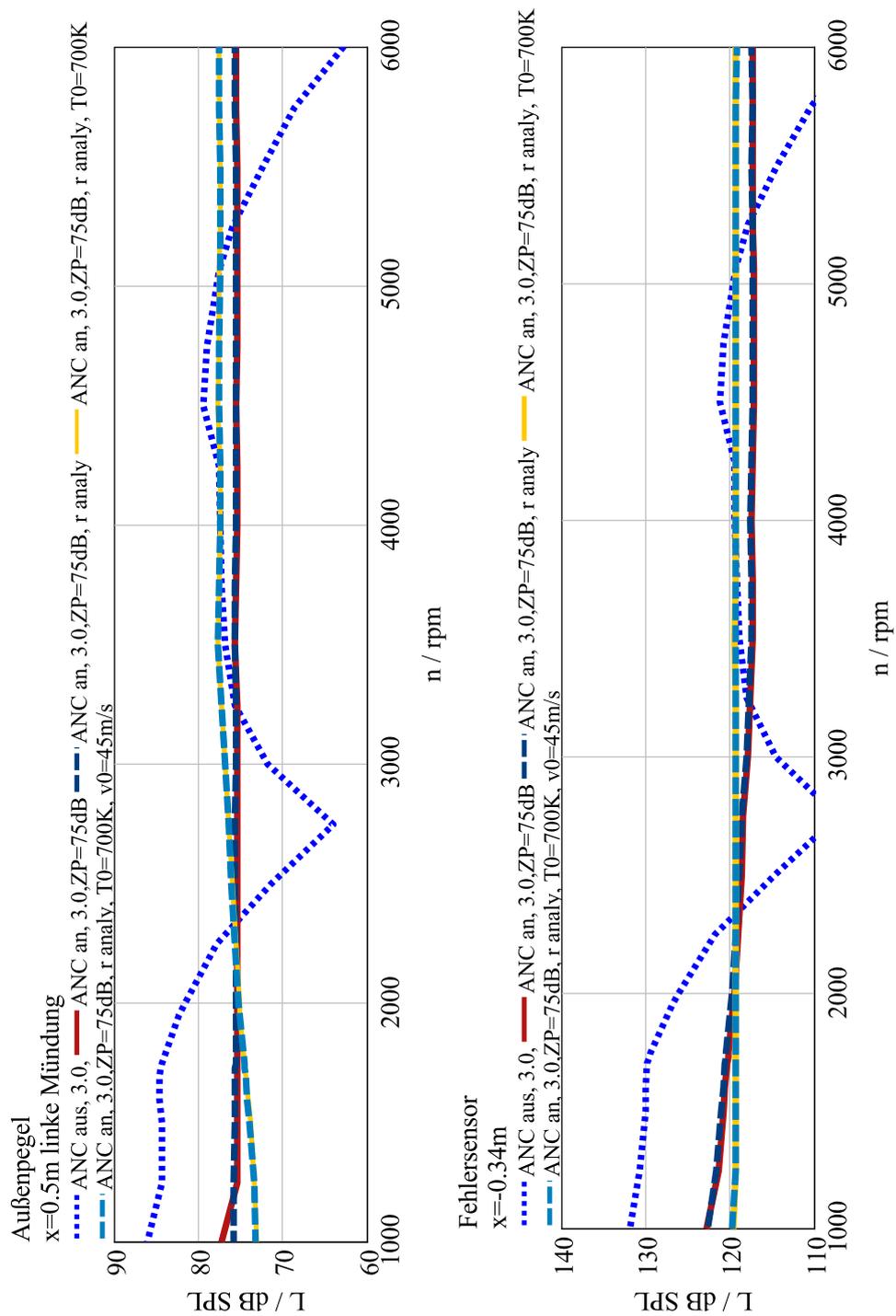


Abbildung 5.19: Schalldruckpegel der 3-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor, jeweils für die Zustände „ANC aus“ (blau gestrichelt), „ANC an“ mit Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels online Wellentrennungsverfahren (rot), Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels analytisch berechnetem Reflexionsfaktor mit aktuellen Simulationenwerten für T_0 und v_0 (dunkelblau gestrichelt), Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels analytisch berechnetem Reflexionsfaktor mit aktuellen Simulationenwerten für v_0 und einem geschätzten Wert $T_0 = 700\text{ K}$ (gelb) und Zielpegelminderung auf 75 dB SPL mittels analytisch berechnetem Reflexionsfaktor mit den geschätzten Werten $T_0 = 700\text{ K}$ und $v_0 = 45\text{ m s}^{-1}$ (türkis gestrichelt)

Kapitel 6

Versuche an einem aktiven Gesamtsystem

Zur Validierung der vorgestellten Auslegungsmethodik wurden entsprechende akustische Messungen durchgeführt. Dabei wurde ein Dreizylindermotor und eine Prototypenabgasanlage (gemäß Abbildung 5.1) auf einem Motorprüfstand aufgebaut. Der Algorithmus wurde dabei auf einer dSpace Autobox implementiert. Im Rahmen der Messungen war es so möglich, verschiedene Zustandsgrößen der aktiven Abgasanlage sowie die Schalldruckpegel an der Mündung als Zielgröße messtechnisch zu erfassen. In diesem Kapitel werden im Folgenden der verwendete Versuchsaufbau, die durchgeführten Messzyklen und die gewonnenen Messgrößen dargestellt. Ein wesentlicher Unterschied von Simulation und Versuch stellt das Temperaturverhalten der Sekundärstrecke dar. Das vorgestellte Simulationsmodell beinhaltet die Implementierung einer Sekundärstrecke, um die Stabilität der Regelung zu gewährleisten. Diese wird, wie bereits beschrieben, im Rahmen eines gesonderten Simulationslaufs durch das Einspielen verschiedener Testordnungen gewonnen. Durch diese Testordnungen wird die Sekundärstrecke für jeden diskreten Drehzahlpunkt für verschiedene Frequenzen bestimmt. Dabei kann bei der Simulation davon ausgegangen werden, dass alle Temperaturen im System zeitlich relativ konstante Werte aufweisen. Wie noch näher beschrieben wird, wurden die Prüfstandsmessungen als kontinuierlicher Vollasthochlauf aufgenommen. Dabei kann nicht gewährleistet werden, dass alle Temperaturen und insbesondere die Temperatur in der Sekundärstrecke für jeden Hochlauf reproduzierbare Werte aufweisen. Darüber hinaus sind unter Teillastbetriebspunkten wesentlich geringere Temperaturen zu erwarten. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit dazu übergegangen, die Sekundärstrecke temperaturabhängig zu bestimmen. Zu diesem Zweck wurde im Bereich der Sekundärstrecke jeweils ein Temperatursensor

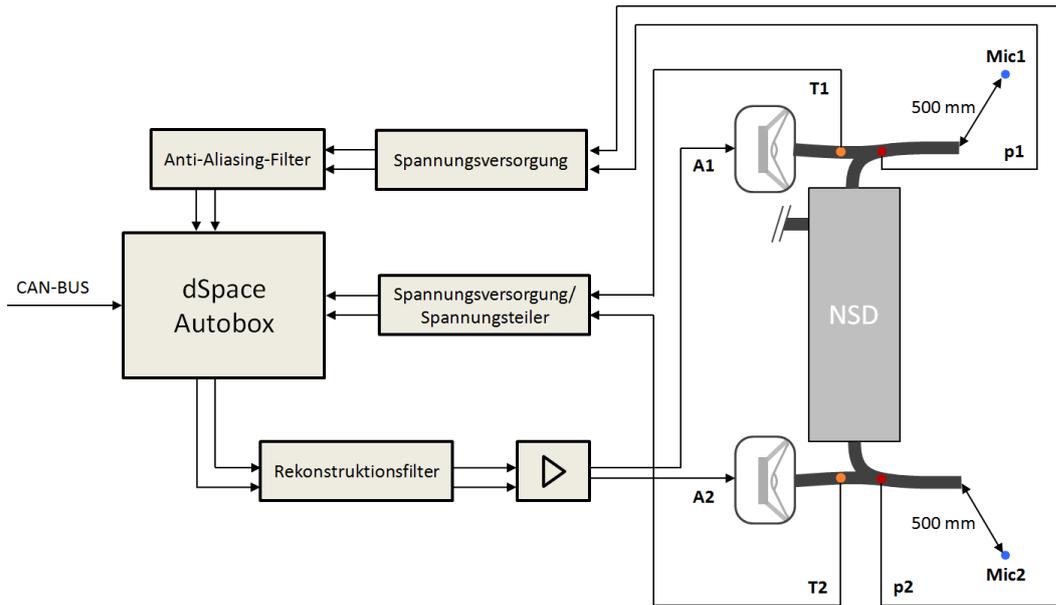


Abbildung 6.1: Struktureller Aufbau des Echtzeitsystems. Aktoren A1 und A2, Temperatursensoren T1 und T2, Drucksensoren p1 und p2 und Freifeldmikrofone Mic1 und Mic2

verbaut. Im Folgenden sollen der Versuchsaufbau und die durchgeführten Messzyklen genauer beschrieben werden.

6.1 Messaufbau und Durchführung

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wurde ein Dreizylindermotor und ein Prototyp der in Kapitel 5 vorgestellten Versuchsabgasanlage auf einem Motor- bzw. Abgasanlagenprüfstand aufgebaut. Der Prüfstand besteht dabei aus zwei, durch eine Wand voneinander getrennten, reflexionsarmen Räumen. Die Abgasanlage ist dabei durch eine Öffnung in dieser Wand geführt, sodass der Motor im ersten und die Abgasanlage ab dem Vorschalldämpfer im zweiten Raum montiert ist. Auf diese Weise wird die Messung der Mündungspegel nicht von Schallemissionen des Motors beeinflusst. Der in Abschnitt 3.4 vorgestellte Algorithmus wurde im Rahmen dieser Messungen auf einer MicroAutoBox 2 der Firma dSpace implementiert. Dieses Gerät stellt ein Echtzeitsystem für schnelles Funktionsprototyping mit verschiedenen analogen Ein- und Ausgängen dar [dSp11]. Es eignet sich vor allem deswegen für die vorgestellte Anwendung, da die (aus der Simulation) in Simulink implementierten Funktionen sehr leicht auf das Echtzeitsystem portiert werden können. Abbildung 6.1 zeigt den Aufbau des Echtzeitsystems mit den entsprechenden Ein- und Ausgängen. Verwendet wurden jeweils vier analoge Ein- und zwei analoge 16 bit Ausgänge der



Abbildung 6.2: Foto des Prüfstandaufbaus

Autobox. Die beiden Ausgänge sind mit jeweils einem Rekonstruktionsfilter verbunden, das die Spannungssignale an einen Verstärker weiterleitet. Bei dem Rekonstruktionsfilter handelt es sich um ein aktives Butterworth-Tiefpassfilter 4-ter Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 1000 Hz. Als Verstärker wurde die digitale Audioendstufe PDX-F6 der Firma Alpine verwendet [Alp]. Die beiden Endstufenkanäle sind jeweils mit einem Aktor über einen Shunt ($10\text{ m}\Omega$) verbunden, um den Aktorstrom i messtechnisch erfassen zu können. Die beiden Drucksensoren (siehe rote Punkte in Abbildung 6.1) sind über eine Spannungsversorgung an zwei aktive Anti-Aliasing-Filter angeschlossen, die wiederum mit zwei Eingängen der Autobox verbunden sind. Bei den Filtern handelt es sich ebenfalls um zwei Butterworth-Tiefpassfilter 4-ter Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 1000 Hz. Für die Messungen wurden außerdem zwei NTC-Temperatursensoren jeweils mittig zwischen Aktor und Mischbereich in die Rohrwand verbaut. Diese sind über einen Spannungsteiler mit zwei weiteren Eingängen der Autobox verbunden. Die Geräuschemission an den Mündungen wird jeweils von einem Mikrophon¹ in 50 cm Abstand von der Mündung erfasst. Abbildung 6.2 zeigt ein Foto des Prüfstandaufbaus. Für jeden Messdurchlauf wurde ein Volllasthochlauf von 1000 min^{-1} bis 6000 min^{-1} in einem Zeitraum von 40 s durchgeführt.

¹G.R.A.S. 40AE 1/2"Prepolarized Free-Field Microphone

6.2 Versuchsergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Versuchsergebnisse den Ergebnissen der vorgestellten Simulationsmethodik gegenübergestellt. Dabei wird jeweils der Zustand mit (ANC an) und ohne aktive Minderung (ANC aus) für verschiedene physikalische Größen des Gesamtsystems in den ersten vier Motorordnungen verglichen. Der Zustand ohne aktive Minderung (ANC aus) bezieht sich dabei immer auf den Zustand eines kurzgeschlossenen Aktors. Die betrachteten physikalischen Größen sind dabei der Schalldruckpegel L im Freifeld im Abstand von 500 mm von der linken Mündung (siehe Abbildung 6.1 - Mic2), der Schalldruckpegel im Endrohr nach der Zuführung an der Position des Fehlersensors (siehe Abbildung 6.1 - p2), die Ansteuerungsspannung u_0 sowie der Strom i des linken Aktors (siehe Abbildung 6.1 - A2). Bei der Simulation wurde eine Spannungslimitierung mit $\hat{u}_{Lim} = 14.14 \text{ V}$ sowie die zuvor beschriebenen Aktor- und Sensormodelle verwendet und eine maximale Minderung (Zieldruckamplitude von Null) dargestellt. Die Abbildungen 6.3, 6.5, 6.7 und 6.9 zeigen den Vergleich der Simulationsergebnisse zu den Messergebnissen für die Schalldruckpegel an der Mündung sowie für die Schalldruckpegel am Fehlersensor für beide Zustände. In den Abbildungen 6.4, 6.6, 6.8 und 6.10 sind dabei jeweils die Simulations- und Versuchsergebnisse für die Ansteuerungsspannung u_0 und den Aktorstrom i gegenübergestellt. Eine detaillierte Diskussion der Ergebnisse und die damit verbundene Validierung der Simulationsmethode folgt im Anschluss der Ergebnisdarstellung in Kapitel 7.

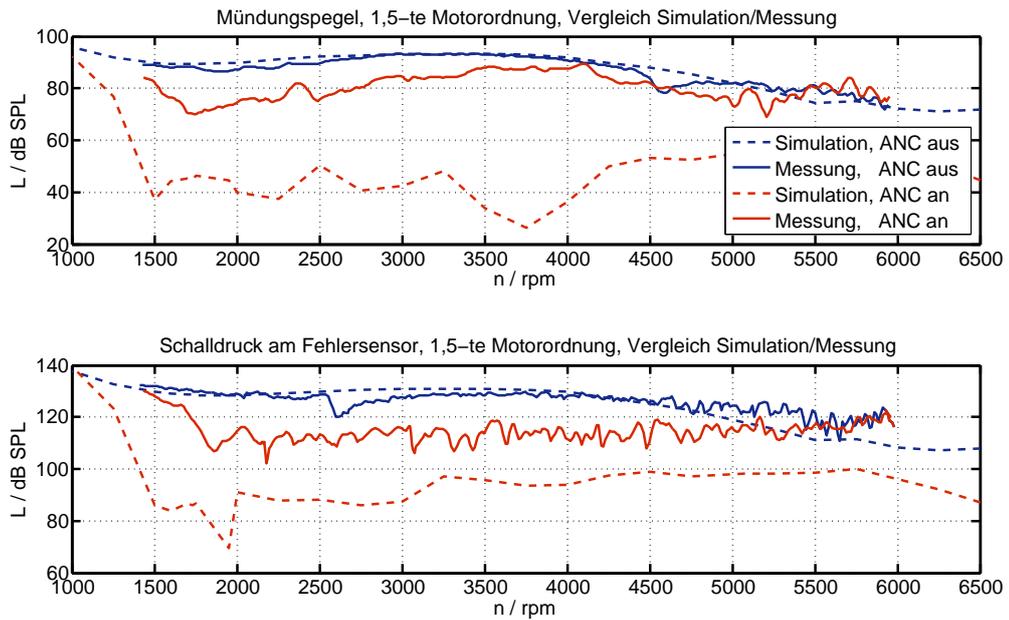


Abbildung 6.3: Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor

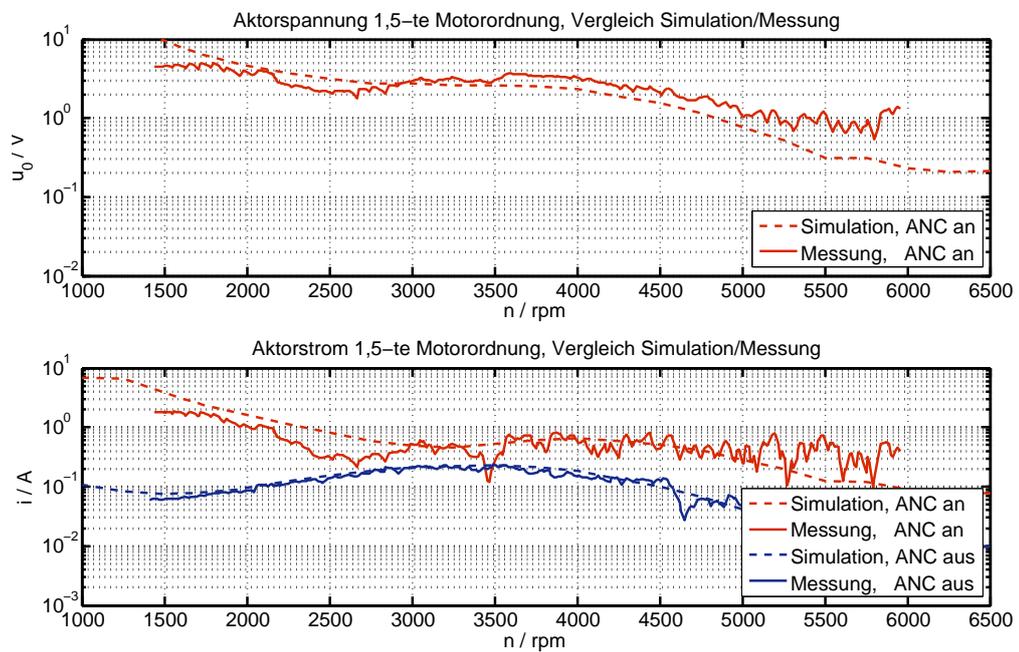


Abbildung 6.4: Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Aktorstrom der 1,5-ten Motorordnung

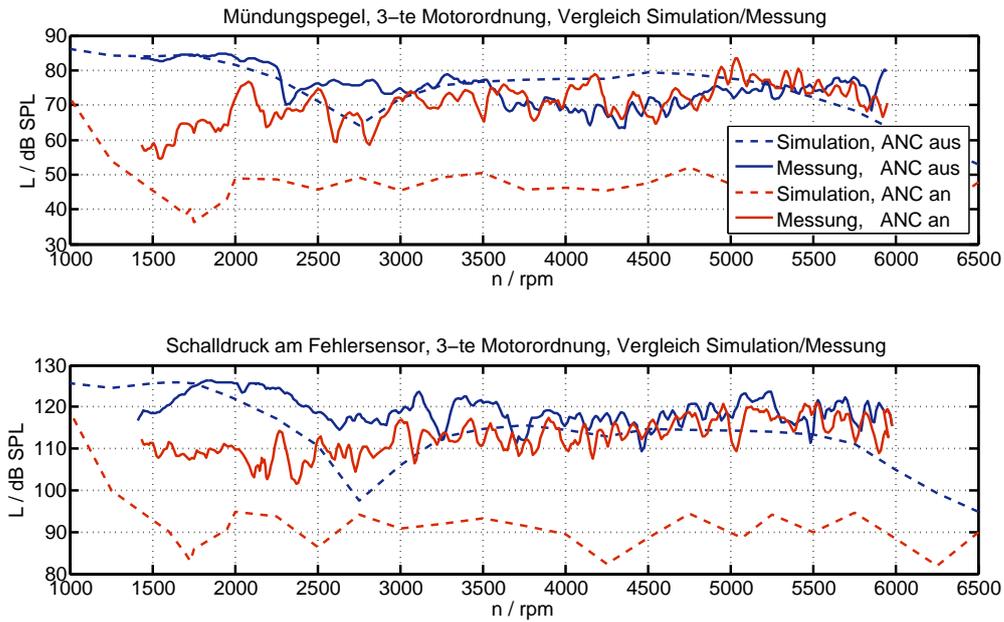


Abbildung 6.5: Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 3-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor

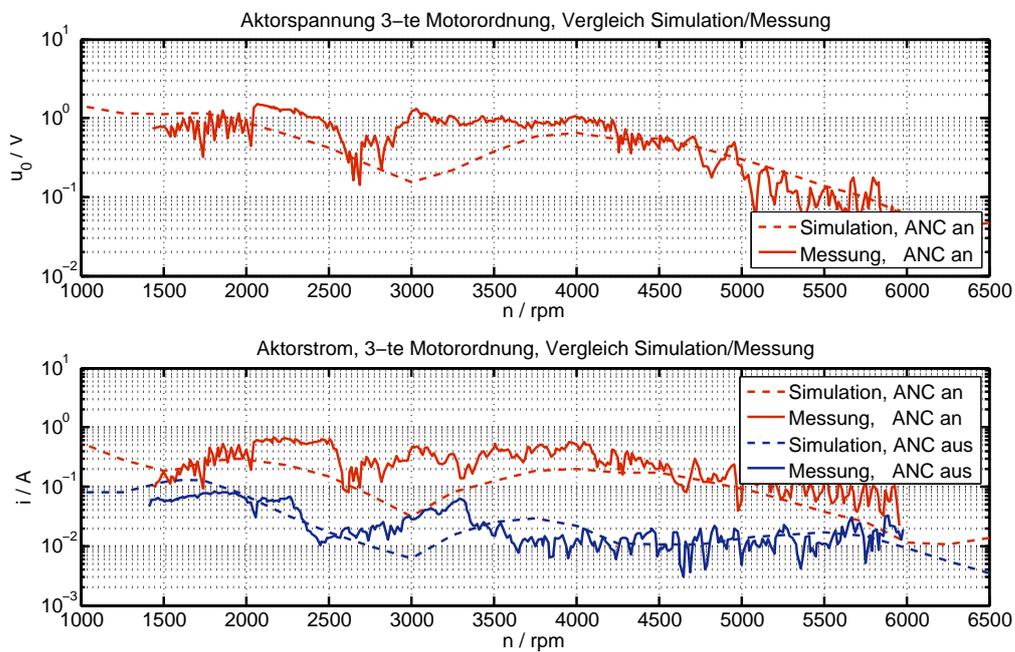


Abbildung 6.6: Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Aktorstrom 3-ten Motorordnung

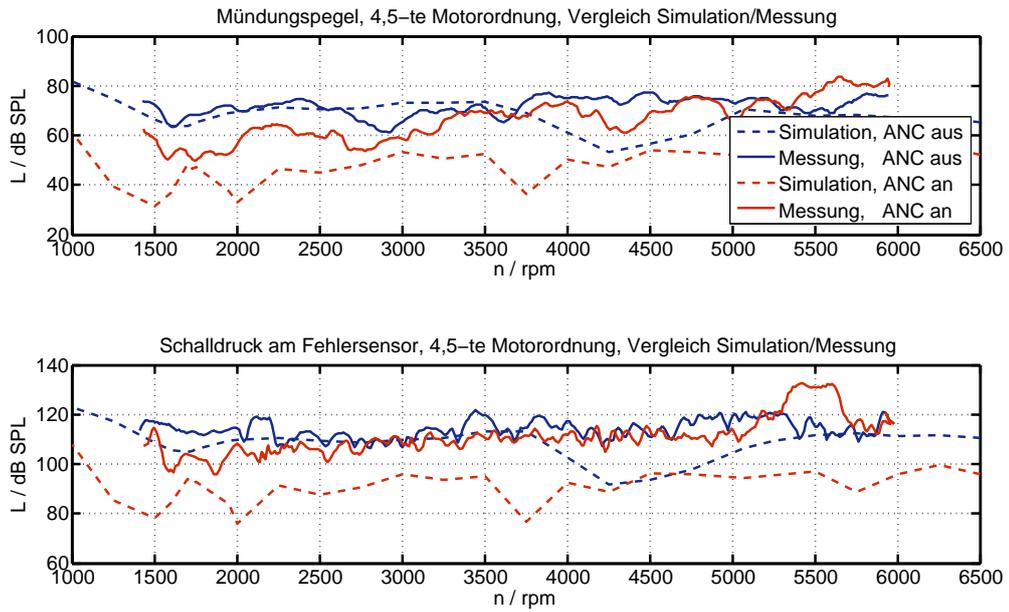


Abbildung 6.7: Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 4,5-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor

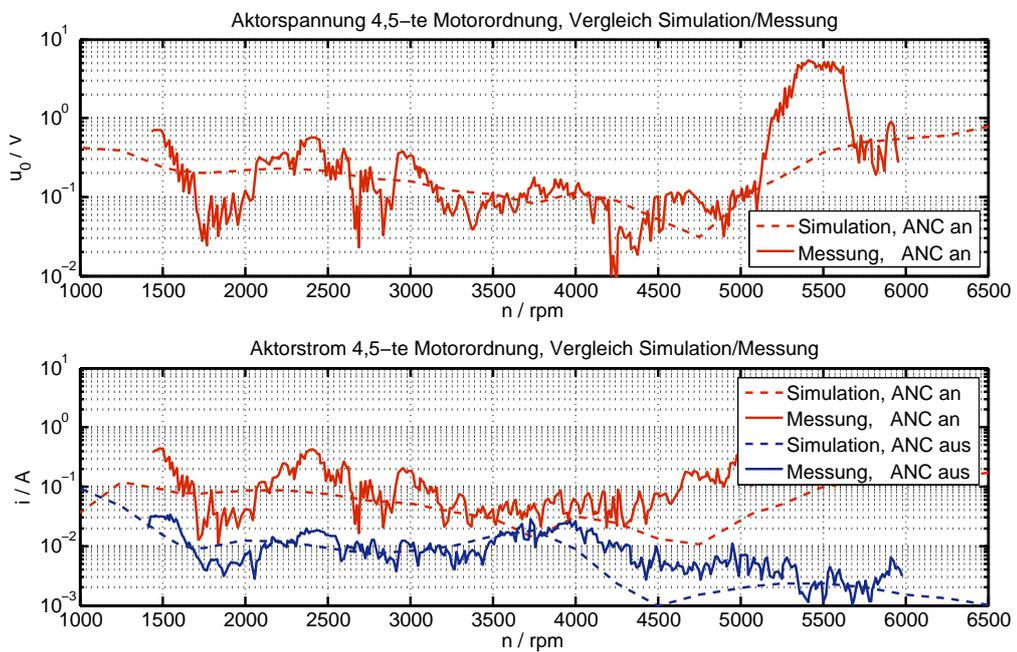


Abbildung 6.8: Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Actorstrom der 4,5-ten Motorordnung

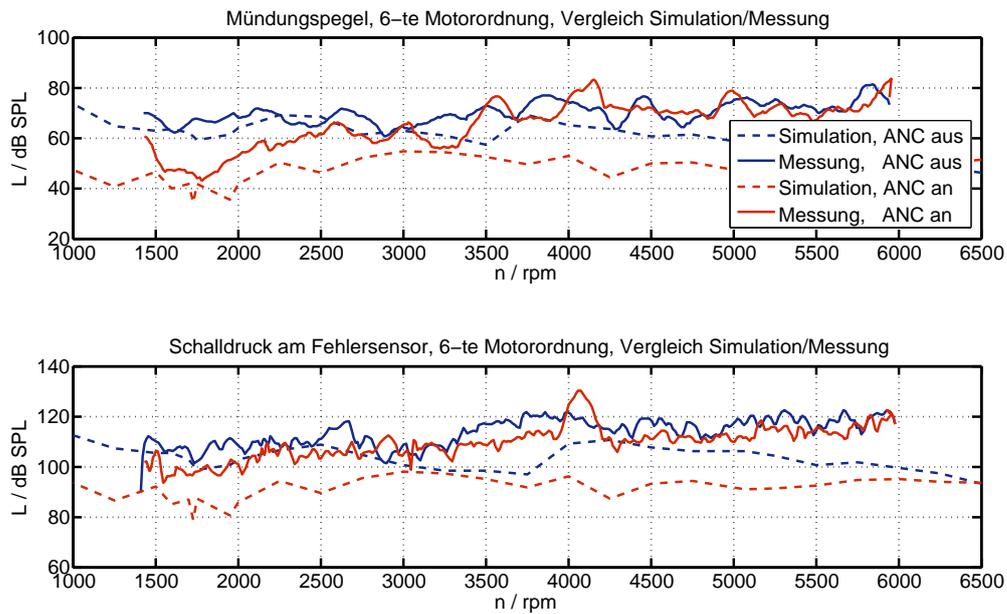


Abbildung 6.9: Versuchs- und Simulationsergebnisse für den Schalldruckpegel der 6-ten Motorordnung an der Mündung und am Fehlersensor

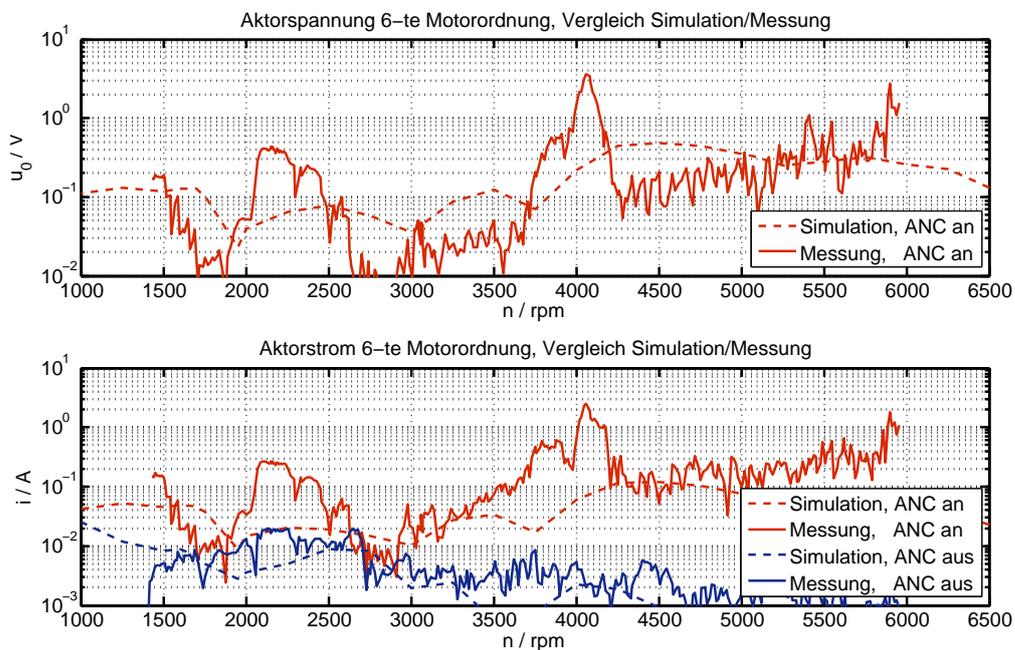


Abbildung 6.10: Versuchs- und Simulationsergebnisse für die Aktorspannung und den Actorstrom der 6-ten Motorordnung

Kapitel 7

Modellvalidierung und Ergebnisdiskussion

Bei der Betrachtung der Schalldruckpegel der 1,5-ten Motorordnung aus Abbildung 6.3 zeigt sich für den Fall der deaktivierten Minderung (ANC aus) und somit für den kurzgeschlossenen Aktor eine gute Übereinstimmung zwischen den Simulations- und Versuchsergebnissen sowohl für Schalldruckpegel im Freifeld aus auch am Fehlersensor. Das passive Abgasanlagen- und Motormodell scheint also für die Prognose der 1,5-ten Motorordnung geeignet zu sein. Bei der Betrachtung des Aktorstroms in Abbildung 6.4 zeigt sich auch hier eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung für den kurzgeschlossenen Aktor. Dies lässt darauf schließen, dass die elektroakustischen Wechselwirkungen, welche zwischen der Gasdynamik im Abgasanlagen- und dem elektrodynamischen Aktor auftreten, durch die vorgestellte Co-Simulation für die 1,5-ten Motorordnung gut abgebildet werden. Bei der Betrachtung der Schalldruckpegel für aktivierte Minderung (ANC an) der 1,5-ten Motorordnung in Abbildung 6.3 zeigt sich, im Vergleich zum Messzustand mit deaktivierter Regelung, eine gute Minderung der 1,5-ten Motorordnung von bis zu 20 dB an der Freifeldmessposition, wobei das erreichte Minderungspotenzial mit zunehmender Drehzahl abnimmt. Der durch die Simulation prognostizierte Schalldruckpegel im Freifeld liegt dabei weit unterhalb der tatsächlich erreichten Pegel des Versuchs. Es zeigt sich außerdem, dass die Abweichungen von Simulation und Messung für den Freifeldpunkt größer sind als die am Fehlersensor. Für die Diskussion dieser Abweichungen ist die Betrachtung der entsprechenden elektrischen Größen aus Abbildung 6.4 hilfreich. Hier zeigt sich sowohl für die Ansteuerspannung des Aktors u_0 als auch für die Stromstärke i eine recht gute Übereinstimmung von Versuchs- und Simulationsergebnissen für die 1,5-ten Motorordnung. Die maximale Spannungsamplitude

lag dabei in der Messung bei ca. 4.5 V und somit weit unterhalb der maximal zulässigen Spannungsamplitude von 14.14 V. Für die vorgestellte Versuchsanlage wird also nur ein Teil des Potentials des Versuchsaktors ausgenutzt. Die großen Abweichungen zwischen Simulation und Versuch für den geregelten Zustand in Abbildung 6.3 können folglich nicht auf ein Leistungsdefizit des Aktors zurückgeführt werden. Dafür sprechen auch die guten Übereinstimmungen der Spannungs- und Stromwerte für Simulation und Versuch aus Abbildung 6.4. Die Abweichungen zwischen den Schalldruckpegeln der Simulation von denen der Messungen sind deshalb wahrscheinlich eher auf messtechnische Ungenauigkeiten oder auf Idealisierungen in der Simulation zurückzuführen. Messtechnische Ungenauigkeiten können beispielsweise durch weitere Geräuschquellen verursacht werden, welche den gemessenen Pegel im Freifeld entsprechend erhöhen und im Versuch nicht gänzlich auszuschließen sind. Aufgrund des relativ großen Nachschalldämpfers kann es durch Vibrationen dessen Oberfläche beispielsweise zu tieffrequenter Schallabstrahlung in der 1,5-ten Motorordnung kommen. Des Weiteren ist es denkbar, dass trotz des Aufbaus des Verbrennungsmotors im Nebenraum, Schall vom Motor in den Messraum gelangt. Für das Vorhandensein einer oder mehrerer Störquellen spricht auch die Tatsache, dass die Pegeldifferenz zwischen aktiver und deaktivierter Regelung im Freifeld mit zunehmender Drehzahl abnimmt, während diese am Fehlersensor in weiten Bereichen relativ konstant bleibt und erst zu sehr hohen Drehzahlen schwindet. Weitere mögliche Gründe für die Abweichungen zwischen simulierten und gemessenen Pegeln im geregelten Zustand könnten in der idealisierten Simulationsmethodik liegen. Hierbei ist es denkbar, dass die rein eindimensionale Modellierung des Systems gerade im Bereich der Zusammenführung von Aktorrohr und Abgasanlage nicht ausreichend ist, um die realen (teilweise turbulenten) Wechselwirkungen zwischen dem Gleichanteil des Massenstroms und des Massenstroms des Aktors darzustellen. Weitere idealisierte Zustände kommen aus der stationären Simulation der insgesamt 27 Betriebspunkte. So kann in der Simulation für jeden Rechenlauf von zeitlich relativ konstanten und reproduzierbaren Mediumstemperaturen in der Abgasanlage ausgegangen werden. Folglich kann auch das in einem vorherigen Rechenlauf bestimmte Modell der Sekundärstrecke $C(z)$ bzw. das Polynom zur Approximation dessen Phase als ideal hinsichtlich der untersuchten Betriebspunkte angesehen werden. Da die Messungen, wie bereits beschrieben, im Rahmen eines dynamischen Vollasthochlaufs durchgeführt wurden, kann davon ausgegangen werden, dass das im Algorithmus hinterlegte Sekundärstreckenmodell von dem jeweils realen Übertragungsverhalten in der Abgasanlage stärker abweicht, als in der idealisierten Simulationsumgebung. Um diesen Effekt teilweise

zu kompensieren, wurde, wie bereits beschrieben, im Rahmen der Messungen ein temperaturabhängiges Sekundärstreckenmodell eingesetzt, welches auf einen im Aktorrohr verbauten Temperatursensor referenziert ist (siehe Abbildung 6.1, T2). Es ist allerdings anzunehmen, dass auch ein solches temperaturabhängiges Sekundärstreckenmodell nicht der Güte der idealisierten Bedingungen der Simulation entsprechen kann. Wie Abbildung 2.7 zu entnehmen ist, ist für eine Pegelminderung von mehr als 20 dB selbst bei einer Pegeldifferenz von $\Delta L = 0$ dB zwischen Primär- und Sekundärquelle bereits ein Phasenfehler $\Delta\phi \leq 5^\circ$ nötig, was die Frage aufwirft, ob diese Anforderung im Rahmen der durchgeführten Messungen am Motorprüfstand eingehalten werden kann.

Die Abbildungen 6.5 und 6.6 zeigen die Gegenüberstellung der Simulations- und Versuchsergebnisse der 3-ten Motorordnung. Für den unregulierten Zustand (ANC aus) zeigen sich für die Schalldruckpegel an der Mündung und am Fehlersensor in Abbildung 6.5 einige Abweichungen zwischen Simulation und Versuch. Diese liegen für beide Messpunkte im Bereich von $2500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 3500 \text{ min}^{-1}$. Für den Messpunkt im Freifeld ergeben sich außerdem weitere Abweichungen im Bereich von $3500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 5000 \text{ min}^{-1}$. Bei Betrachtung von Abbildung 6.6 zeigt sich dennoch eine relativ gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messungen hinsichtlich des Aktorstroms. Auch hier ergeben sich die größten Abweichungen im Bereich von $2500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 3500 \text{ min}^{-1}$. Da in diesem Bereich sowohl in den Schalldruckpegeln beider Messpunkte als auch in den Ergebnissen des Aktorstroms Abweichungen vorhanden sind, sind die Gründe hierfür eher in der Abstimmung der passiven Komponenten des Abgasanlagen-systems als in der Kopplung zwischen Aktor und Abgasanlagenmodell zu suchen. Die Schalldruckpegel der Messungen für den Zustand der aktivierten Regelung (ANC an) zeigen in Abbildung 6.5 im Bereich von $1500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 2500 \text{ min}^{-1}$ zunächst gute Minderungsergebnisse von bis zu 20 dB, wobei auch hier die Minderung der 3-ten Motorordnung mit zunehmender Drehzahl abnimmt und schließlich für $n \geq 3000 \text{ min}^{-1}$ praktisch kein Minderungsergebnis mehr erreicht wird. Bei der Betrachtung der elektrischen Größen in Abbildung 6.6 zeigen sich erneut relativ gute Übereinstimmungen zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen. Größere Abweichungen ergeben sich dabei allerdings erneut im Bereich von $2500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 3500 \text{ min}^{-1}$. Die Amplitude der Ansteuerungsspannung u_0 ist dabei wie erwartet bereits auf einem relativ niedrigen Niveau. Ähnlich der Ergebnisse der 1,5-ten Motorordnung ergibt sich gemäß Abbildung 6.5 auch für die 3-te Motorordnung eine große Abweichung zwischen den Schalldruckpegeln der

Simulation zu denen der Messungen. Dabei sind diese Abweichungen in der 3-ten Motorordnung allerdings deutlich geringer als in den Ergebnissen der 1,5-ten Motorordnung. Als mögliche Ursachen für diese Abweichungen können erneut die im vorherigen Abschnitt diskutierten Einflüsse genannt werden. Dabei ist zu erwähnen, dass Laufzeitunterschiede in der Sekundärstrecke mit zunehmenden Frequenzen zu größeren Phasenfehlern führen.

Weitere Erkenntnisse können bei der Betrachtung von Abbildung 6.7 und Abbildung 6.8 gewonnen werden. Diese zeigen die Ergebnisse aus Simulation und Messung für die 4,5-te Motorordnung. Für den Zustand der deaktivierten Regelung zeigen sich bei niedrigen Drehzahlen gute Übereinstimmungen zwischen den Versuchs- und Simulationsergebnissen. Allerdings ergeben sich im Bereich von $3750 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 5000 \text{ min}^{-1}$ sowohl im Mündungspegel als auch im Schalldruckpegel am Fehlersensor größere Abweichungen. Größere Abweichungen von Simulation und Messungen zeigen sich in diesem Bereich auch bei der Betrachtung des Aktorstroms in Abbildung 6.8. Im Frequenzbereich ausgedrückt erstreckt sich dieser Bereich von ca. 125 Hz bis 175 Hz und entspricht damit in etwa dem Frequenzbereich, in dem bereits in der 3-ten Motorordnung größere Abweichungen aufgetreten sind. Bei Betrachtung von Abbildung 6.7 zeigen sich für die 4,5-te Motorordnung gute Minderungsergebnisse von bis zu 15 dB an der Mündungsposition im Bereich von $1500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 3500 \text{ min}^{-1}$. Die Abweichungen zwischen den simulierten Schalldruckpegeln für aktivierte Regelung und denen der Messungen sind in diesem Bereich im Mittel nicht mehr so groß wie für die ersten beiden Motorordnungen. Im Bereich von $5250 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 5750 \text{ min}^{-1}$ ist sowohl in den Schalldruckpegeln an der Mündung als auch an der Fehlerposition eine deutliche Überhöhung der Pegel im Vergleich zum Zustand mit deaktivierter Regelung zu sehen. Auch in der Aktorspannung in Abbildung 6.8 lässt sich eine deutliche Überhöhung erkennen. Es scheint in diesem Drehzahlbereich zu einer Instabilität des Reglers gekommen zu sein. Generell zeigt sich bei der Betrachtung von Aktorstrom und Aktorspannung allerdings eine brauchbare Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch.

Schließlich zeigen die Abbildungen 6.9 und 6.10 die Simulations- und Versuchsergebnisse der 6-ten Motorordnung. Für den Zustand mit deaktivierter Regelung zeigen sich gemäß Abbildung 6.9 bereits bei relativ niedrigen Drehzahlen größere Abweichungen zwischen Simulation und Messung für den Schalldruckpegel im Freifeld. Die Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsergebnissen für den

Schalldruckpegel am Fehlersensor ist im Bereich von $1500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 3000 \text{ min}^{-1}$ im Mittel noch nicht zu groß. Für Drehzahlen $n \geq 3000 \text{ min}^{-1}$ ist allerdings auch hier die Übereinstimmung weniger gut. Bei der Betrachtung des Aktorstroms in Abbildung 6.10 zeigen sich wie erwartet nur noch sehr geringe Werte für i . Wie Abbildung 6.9 zeigt, kann der Schalldruckpegel an der Mündung im Bereich von $1500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 2500 \text{ min}^{-1}$ noch relativ effektiv gemindert werden. In diesem Bereich nähern sich die Kurven für den simulierten und den gemessenen Schalldruckpegel weiter an. Die Messungen zeigen außerdem eine erneute Instabilität des Reglers im Bereich von $3500 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 4250 \text{ min}^{-1}$. Diese ist sowohl im Verlauf der Aktorspannung in Abbildung 6.10 als auch in den Überhöhungen der Schalldruckpegel in Abbildung 6.9 zu sehen.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

In der Fahrzeugentwicklung werden die Zielkonflikte bei der Entwicklung von konventionellen Abgasanlagen immer schärfer. Neuartige aktive Abgasanlagen verwenden eine im Abgasstrang befindliche, geregelt angesteuerte Sekundärschallquelle dazu, akustische Funktionen konventioneller Anlagen zu substituieren und somit diese Zielkonflikte zu entschärfen. Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Aufbau und der Validierung einer Simulationsmethodik, die es möglich macht, neuartige aktive Abgasanlagen virtuell abbilden und entwickeln zu können. Bei der Entwicklung konventioneller Abgasanlagen ist die Verwendung von eindimensionalen Ladungswechselsimulationssystemen heutzutage Industriestandard. In dieser Arbeit wird ein gängiges Ladungswechselsimulationssystem um ein virtuelles Aktor- und um ein Fehlersensormodell erweitert und außerdem ein FxLMS-Algorithmus implementiert. Durch die so entstandene Co-Simulation wird es möglich, in Abhängigkeit der Komponenteneigenschaften von passiver Abgasanlage, Aktor und Sensor, Prognosen hinsichtlich Minderung oder Verstärkung von Spektralanteilen des Mündungsgeräusches der Abgasanlage sowie Prognosen bezüglich der elektrischen Leistungsaufnahme des Aktors berechnen zu können. Die Grundlage der vorgestellten Simulationsmethodik bildet in dieser Arbeit die Simulationssoftware GT-Suite. Die Software basiert auf der Technik der finiten Differenzen für eindimensionale, kompressible und reibungsbehaftete Fluidströmungen. Analog zur Auslegung konventioneller Abgasanlagen wird im Rahmen dieses Simulationssystems der Ladungswechsel des Verbrennungsmotors und die akustische Wellenausbreitung in einem am Motor angeschlossenen Abgassystem berechnet. Um die vom Motor erzeugten Schallfelder aktiv beeinflussen zu können, wurde im Rahmen einer Co-Simulation ein Modell eines elektrodynamischen Laut-

sprechers erstellt und als Submodell in die Ladungswechselsimulation implementiert. Dieses Modell bildet bei entsprechender Parametrisierung zum einen alle nötigen elektrischen, mechanischen und akustischen Eigenschaften des Aktors ab und berücksichtigt zum anderen Rückwirkungen auf diesen, welche durch die Gasdynamik in der Abgasanlage induziert werden. Je nach Eigenschaften des Aktors kann es bei großen Auslenkungen der Lautsprechermembran nötig sein, nicht-lineare Effekte in die Modellierung des Aktors mit einzubeziehen. Aus diesem Grund wurden außerdem die für den vorliegenden Anwendungsfall wichtigsten nicht-linearen Effekte beschrieben und in das Aktormodell integriert. Durch entsprechende Komponentenversuche an einem Versuchsaktor wurden die für die Parametrisierung des Aktormodells nötigen Werte gewonnen. Der für die Regelung des aktiven Systems nötige Fehlersensor wurde ebenfalls durch ein entsprechendes Modell abgebildet und in das Gesamtsimulationsmodell implementiert. Dabei stand vor allem die, durch die Quantisierung des Sensors, eingeschränkte Messgenauigkeit im Zentrum der Untersuchungen. Auch hier wurden die nötigen Werte für die Modellparametrisierung aus entsprechenden Komponentenversuchen gewonnen. Um das Ansteuerungssignal des Aktormodells berechnen zu können, wurde ein auf dem FxLMS-Algorithmus basierender Adaptive Notch Filter in der Simulationsumgebung implementiert. Zur Sekundärstreckenidentifikation wurde ein Verfahren vorgestellt, welches synthetisch erzeugte Motorordnungen als Testsignal nutzt. Um den Arbeitsbereich des Aktors auf einen realistischen Bereich zu begrenzen, wurde außerdem eine übersteuerungsfreie Begrenzung des Ansteuerungssignals des Aktors vorgestellt. Diese ermöglicht es, die Leistungsgrenzen des aktiven Systems bei der Auslegung von aktiven Abgasanlagen evaluieren zu können. Um bereits in der virtuellen Auslegung einer aktiven Abgasanlage ein erwünschtes Sound-Design evaluieren zu können, wurde außerdem eine Funktion zur Zielpegelminderung in den Algorithmus implementiert. Diese ermöglicht sowohl die gezielte Minderung als auch die Verstärkung bestimmter spektraler Anteile des Mündungsgeräusches. Schließlich wurde eine Wellentrennung im Zeitbereich vorgestellt, die eine Außenpegelprognose und somit eine Zielpegelregelung bezüglich des Pegels im Freifeld ermöglicht. Um die Qualität der Simulationsmethodik untersuchen zu können, wurde eine Versuchsabgasanlage in Verbindung mit einem Versuchsmotor simuliert und analoge Messungen an einem Motorprüfstand durchgeführt. Die Simulationsergebnisse des Gesamtsystems zeigen die Wirksamkeit der aktiven Minderung sowie den Einfluss der Spannungslimitierung und den Einfluss der Sensorquantisierung. Es zeigt sich außerdem, dass eine Zielpegelminderung auf den Außenpegel auch bei der Verwendung nur eines Fehlersensors möglich ist, wenn der Reflexionsfaktor an

der Mündung durch analytische Annahmen geschätzt wird. Dabei spielt der Einfluss der Abgastemperatur tendenziell eine größere Rolle als die Mediumsgeschwindigkeit im Endrohr. Beim Vergleich der Simulations- und Versuchsergebnisse zeigt sich eine relativ gute Übereinstimmung für den Zustand mit deaktivierter Regelung. Die Ergebnisse von Simulation und Messung für den Schalldruckpegel am Fehlersensor sowie im Freifeld stimmen dabei gut überein. Auch der gemessene Kurzschlussstrom des Aktors ist durchaus mit den entsprechenden Ergebnissen der Simulation vergleichbar. Generell zeigen sich die besten Übereinstimmungen bei der Betrachtung der 1,5. Motorordnung. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass diese Ordnung im Vergleich zu den restlichen drei betrachteten Ordnungen die höchsten Pegel aufweist. Für den Zustand mit aktivierter Minderung zeigen sich für die elektrische Ansteuerspannung des Aktors und für den Aktorstrom relativ gute Übereinstimmungen zwischen Simulation und Versuch. Dabei liegt der durch die Simulation prognostizierte Minderungspegel teilweise weit unter dem im Versuch erreichten Pegel. Da der Aktor in der untersuchten Konfiguration weit unterhalb seiner Leistungsgrenze arbeitet scheinen diese Abweichungen nicht auf ein mangelndes Leistungsvermögen des Aktors zurückzuführen zu sein. Gründe hierfür liegen wahrscheinlich vielmehr in den nicht idealen Voraussetzungen der Messung bzw. in einer zu starken Idealisierung der Zusammenführung und der Schallabstrahlung in dem Simulationsmodell. Da in realen Anwendungsfällen eine Auslegung der Abgasanlage an die Leistungsgrenze des Aktors wahrscheinlich ist, ist anzunehmen, dass in diesem Fall das Maß der Pegelminderung der Simulation stark von der Spannungslimitierung bestimmt wird. Für diesen Fall wird eine bessere Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch und somit eine höhere Güte bezüglich einer Absolutprognose des Erreichbaren Pegels erwartet.

8.2 Ausblick

Für die weitere Validierung der vorgestellten Simulationsmethodik ist es sinnvoll, weitere Messungen für verschiedene Systemkonfigurationen durchzuführen und mit den entsprechenden Simulationsergebnissen abzugleichen. Hierbei sollten insbesondere Abgasanlagenkonfigurationen untersucht werden, welche an der Leistungsgrenze des Aktors ausgelegt sind, da eine solche Konfiguration in der praktischen Anwendung einer aktiven Abgasanlage aufgrund der angespannten Zielkonflikte am wahrscheinlichsten ist. Darüber hinaus stellt sich die Frage, welche Ergebnisse bei der aktiven Minderung in Teillastzuständen des Verbrennungsmotors erzielt werden können. Diese Frage hat besonders deswegen praktische Relevanz, da anzunehmen ist, dass das

Minderungspotenzial im Gegensatz zu passiven Maßnahmen abhängig von der Höhe der Motoranregung (und so abhängig von der Motorlast) ist. Diese Tatsache könnte Vorteile im Teillastbetrieb des Motors bringen. In der vorliegenden Arbeit wurden alle Simulationen auf Basis von zeitlich konstanten Betriebspunkten durchgeführt. Eine besonders interessante Erweiterung der Simulationen stellt die Betrachtung transienter Drehzahlhochläufe dar. Dabei wird die Drehzahl während eines Simulationslaufes in Abhängigkeit eines vorgegebenen Profils kontinuierlich erhöht. Besonders interessant ist diese Randbedingung, da auf diese Weise auch das Tracking-Verhalten des Algorithmus mit berücksichtigt werden kann. Gerade in Bezug auf das Tracking-Verhalten werden weitere Untersuchungen empfohlen, um verschiedene Algorithmen in Verbindung mit der vorgestellten Simulationstechnik vergleichend zu bewerten.

Anhang A

Glossar

Abkürzungen

ANC	Active Noise Control
ANF	Adaptive Notch Filter
ASD.....	Active Sound Design
FFT.....	Fast Fourier Transformation
FIR	Finite Impuls Response
IIR.....	Infinite Impuls Response
KW	Kurbelwinkel
LMS.....	Least Mean Square
MO	Motorordnung
RMS	Root Mean Square
SPL.....	Sound Pressure Level

Mathematische Operatoren und Definitionen

$div\{.\}$	Divergenz
x	Skalar
\vec{x}	Vektor
\mathbf{X}	Matrix
\hat{x}	Amplitude
\tilde{x}	Effektivwert
$x(t)$	Funktion der Zeit t
$x(k)$	Funktion der diskreten Zeitpunkte k
\underline{x}	Komplexe Größe
\underline{x}^*	Konjugiert komplexe Größe
∇	Nabla-Operator
Δ	Laplace-Operator

Symbole
Akustische Größen

c	Schallgeschwindigkeit
f	Frequenz
f_{c1}	Cut-on Frequenz der ersten Quermode eines Rohrelementes
k	Wellenzahl
L_p	Schalldruckpegel
\underline{p}_P	Primärschallfeld
\underline{p}_S	Sekundärschallfeld
\underline{p}_{hin}	In positiver x-Richtung laufende Druckwelle
\underline{p}_{rueck}	In negativer x-Richtung laufende Druckwelle
P	Schalleistung
p_{DS}	Druck am Fehlersensor
p_r	Referenzdruck der Hörschwelle
p_M	Druck vor der Aktormembran
q_M	Volumenstrom vor der Aktormembran
\underline{q}_S	Volumenstrom einer Sekundärschallquelle
r	Komplexer Reflexionsfaktor
R	Betrag des komplexen Reflexionsfaktors
T_t	Periodendauer
Z_0	Wellenwiderstand bzw. Schallkennimpedanz eines Mediums
\underline{Z}_a	Akustische Impedanz bzw. Flussimpedanz
$\underline{Z}_{a,G}$	Akustische Gesamtimpedanz des (kurzgeschlossenen) Aktors
\underline{Z}_{ml}	Imaginärer Teil der Abstrahlimpedanz einer Kugelquelle
Z_r	Reeller Abstrahlwiderstand einer Kugelquelle
\underline{Z}_s	Komplexe Feldimpedanz
ΔL	Pegeldifferenz von Primär- und Sekundärschallfeld
ΔL_{Mind}	Theoretisch erreichbare Minderung
$\Delta\phi$	Phasenfehler
λ	Wellenlänge
ω	Kreisfrequenz

Symbole

Hydrodynamische & Thermodynamische Größen

c_W	Wärmeleitungskoeffizient
C_f	Fanning Friction Factor
E	Energie
h	Spezifische Enthalpie
k_v	Quasi-konstanter Koeffizient der inneren Fluidreibung
p	Schalldruck
p_0	Stationärer Druck eines Gases
p_G	Gesamtdruck eines Gases
P_t	Technische Leistung
q	Volumenstrom
Q	Wärmemenge
Re	Reynoldszahl
R_s	Spezifische Gaskonstante
T	Schalltemperatur
T_0	Statische Temperatur eines Gases
T_G	Gesamttemperatur eines Gases
T_{Wand}	Wandtemperatur eines Rohrelementes
u	Spezifische innere Energie
v	Schallschnelle in x-Richtung
\vec{v}	Schallschnelle
\vec{v}_G	Gesamthafte Bewegungsgeschwindigkeit eines Gases
\vec{v}_0	Stationäre Bewegungsgeschwindigkeit eines Gases
η	Dynamische Viskosität
ϵ	Gemittelte Rautiefe
λ_R	Rohrreibungskoeffizient
ν	Kinematische Viskosität
κ	Adiabatexponent
ρ	Schalldichte
ρ_0	Statische Dichte eines Gases
ρ_G	Gesamtdichte eines Gases
ζ	Volumenviskosität

Symbole

Elektrische & Magnetische Größen

B	Magnetische Flussdichte
C	Elektrische Kapazität
E	Elektrisches Feld
i	Elektrische Stromstärke
L	Elektrische Induktivität
N_S	Wicklungszahl der Schwingspule
Q_e	Elektrische Güte
Q_G	Gesamtgüte eines Lautsprechers
R_e	Elektrischer Widerstand
R_{me}	Auf elektrische Domäne transformierter mechanischer Reibwiderstand
u	Elektrische Spannung
Z_e	Elektrische Impedanz
$Z_{e,G}$	Elektrische Impedanz des elektroakustischen Gesamtsystems des Aktors
α	Wandlerkonstante
μ_0	magnetische Feldkonstante
μ_r	Relative Permeabilität
Φ	Magnetischer Fluss

Symbole

Mechanische Größen

D_G	Gesamtmembransteifigkeit eines Aktors mit geschlossenem Rückvolumen
D_M	Federsteifigkeit der Membranaufhängung des Aktors
D_{rv}	Federsteifigkeit der Luftfeder des Aktorrückvolumens
f_r	Resonanzfrequenz
F	Kraft
F_a	Trägheitskraft
F_D	Federkraft der Membranaufhängung
F_{Mr}	Kraft, die auf die Membranrückseite des Aktors wirkt
F_{Mv}	Kraft, die auf die Membranvorderseite des Aktors wirkt
F_R	Reibungskraft
F_S	Magnetische Kraft der Schwingspule
$H_x(s)$	Übertragungsfunktion von Anregungsspannung auf Membranauslenkung des Aktors
m_G	Bewegte Gesamtmasse des Aktors ($m_L + m_M$)
m_L	Bewegte Luftmasse
m_M	Masse von Membran und Schwingspule des Aktors
Q_m	Mechanische Güte
R_m	Mechanischer Reibwiderstand
v_M	Membranschnelle
\underline{Z}_m	Mechanische Impedanz

Motortechnische Größen

f_0	Zündfrequenz eines Verbrennungsmotors
n	Drehzahl
N_Z	Zylinderanzahl eines Verbrennungsmotors
ZO	Zündordnung eines Verbrennungsmotors

Symbole

Geometrische Größen

A_D	Leiterquerschnittsfläche
A_M	Membranfläche
A_R	Querschnittsfläche eines Rohrelementes
A_S	Spulenquerschnittsfläche
A_W	Mantelfläche eines Rohrelementes
a	Radius der Abgasanlagenmündung
d	Durchmesser
$d_{hydr.}$	Hydraulischer Durchmesser eines Rohrelementes
d_R	Durchmesser eines Rohrelementes
h	Höhe einer Schwingspule
l	Gesamtlänge des Spulenleiters
N_S	Wicklungszahl einer Spule
r_M	Membranradius des Aktors
r_R	Radius eines Rohrelementes
r_S	Radius einer Schwingspule
R	Abstand eines Aufpunktes im Freifeld von der Abgasanlagenmündung
U_R	Umfang eines Rohrelementes
V_r	Rückvolumen des Aktors
x_M	Auslenkung der Aktormembran

Simulationstechnische Größen

C_C	Courantzahl
Δt	Zeitliche Diskretisierungsschrittweite
Δx	Diskretisierungslänge

Symbole

Größen der Signalverarbeitung

$A(k, i)$	Aktuelle Amplituden der Sekundärsignale i
$A(z)$	Übertragungsfunktion des Aktors
$C(z)$	Modell der Sekundärstrecke
$d(k)$	Primärsignal
$e(k)$	Fehlersignal
$e_f(k, i)$	Bandpassgefiltertes Fehlersignal
$\hat{e}_f(k, i)$	Aktuelle Amplitude des bandpassgefilterten Fehlersignals
$e_m(k, i)$	Modifiziertes Fehlersignal
$e_{norm}(k, i)$	Normiertes Fehlersignal
$e_z(k, i, n)$	Fehlersignal mit aktueller Zielamplitude
f_a	Abtastfrequenz
$\vec{G}(\vec{\omega}, k)$	Schätzwert des Gradienten
$G_{DS}(z)$	Übertragungsfunktion des Drucksensors
$H(z)$	Übertragungsfunktion von der Zusammenführung von Aktor- und Abgasrohr zum Drucksensor
$J(\vec{w})$	Fehlerfunktion
$\hat{J}(\vec{w})$	Schätzwert der Fehlerfunktion
$K(k)$	Aktueller Korrekturfaktor der Sekundärsignale i zur Span- nungsbegrenzung
$L_{Ze}(n, i)$	Zielpegel am Fehlersensor
M	Binäre Wortbreite
$Ord(i)$	Ordnungswert der i -ten Ordnung mit $i \in \mathbb{N}$
\vec{p}	Kreuzkorrelationsvektor von Primär- und Referenzsignal
\hat{p}_Z	Zielschalldruckamplitude
$P(z)$	Übertragungsfunktion der Primärstrecke
$P_1(z)$	Übertragungsfunktion vom Verbrennungsmotor zur Zusam- menführung von Aktor- und Abgasrohr
P_{er}	Periodogramm des Sensorrauschens
$q_P(k)$	Durch den Motor erzeugter Volumenstrom an der Zusam- menführung von Aktor- und Abgasrohr
$q_S(k)$	Durch den Aktor erzeugter Volumenstrom an der Zusam- menführung von Aktor- und Abgasrohr

Symbole

\mathbf{R}	Autokorrelationsmatrix des Referenzsignals
$R(z)$	Übertragungsfunktion zwischen Motoranregung und synthetischem Referenzsignal
$S(z)$	Übertragungsfunktion der Sekundärstrecke
$u_{DS}(k)$	Spannungssignal des Drucksensors
\hat{u}_{Lim}	Begrenzungswert der Ansteuerspannung des Aktors
$u_{Q,DS}(k)$	Quantisiertes Spannungssignal des Drucksensors
w_0, w_1	Filterkoeffizienten eines ANF
$W(z)$	Adaptives Filter
$x(k)$	Referenzsignal (Anregungssignal des Motors)
$x_0(k), x_0(k)$	Synthetische Referenzsignale
$x_f(k)$	Gefiltertes Referenzsignal
$\Delta\varphi(f)$	Modell der Phase der Sekundärstrecke
μ	Schrittweite
$\varphi(k, i)$	Aktuelle Phase der Sekundärsignale i
φ_i	Phasenlage einer MO im Fehlersignal
ω_i	Kreisfrequenz der Ordnung $Ord(i)$
σ^2	Varianz des Primärsignals

Anhang B

Anhang

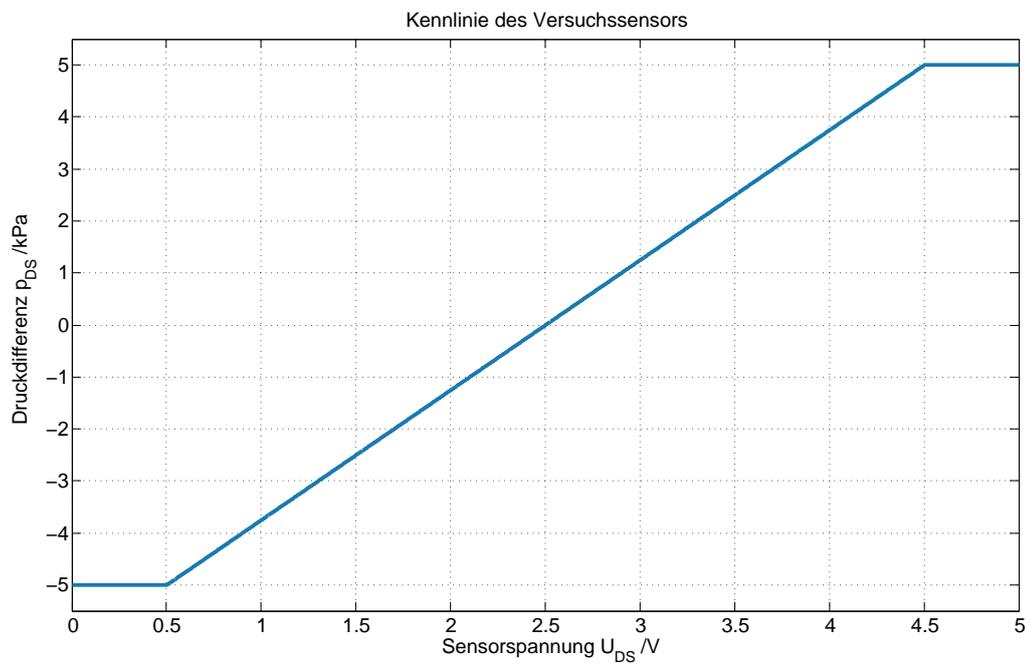


Abbildung B.1: Kennlinie des Versuchssensors

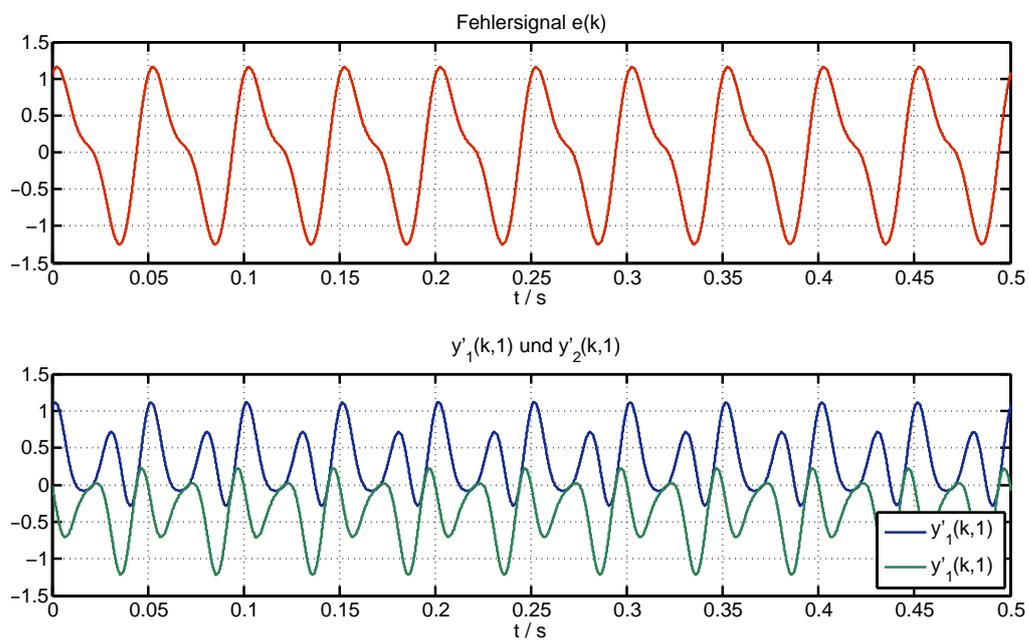


Abbildung B.2: Beispielhafter Verlauf des Fehlersignals $e(k)$ sowie die durch den Quadratmischer erzeugten Signale $y'_1(k, 1)$ und $y'_2(k, 1)$

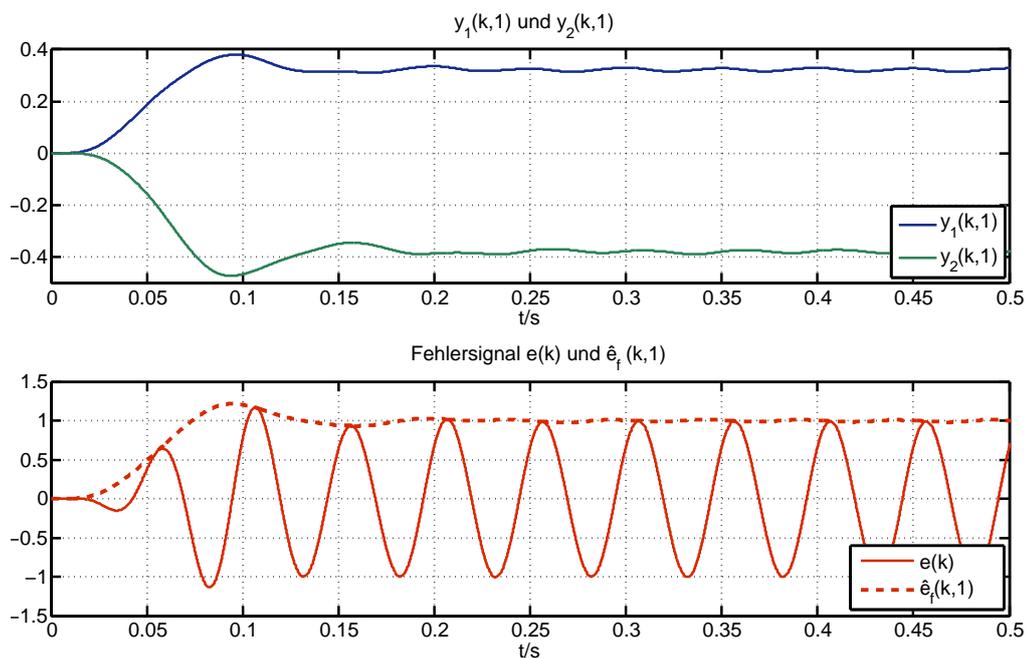


Abbildung B.3: Beispielhafter Verlauf der Signale $y_1(k, 1)$ und $y_2(k, 1)$ sowie die aus diesen berechnete Amplitude $\hat{e}_f(k, 1)$ des Fehlersignals $e(k)$

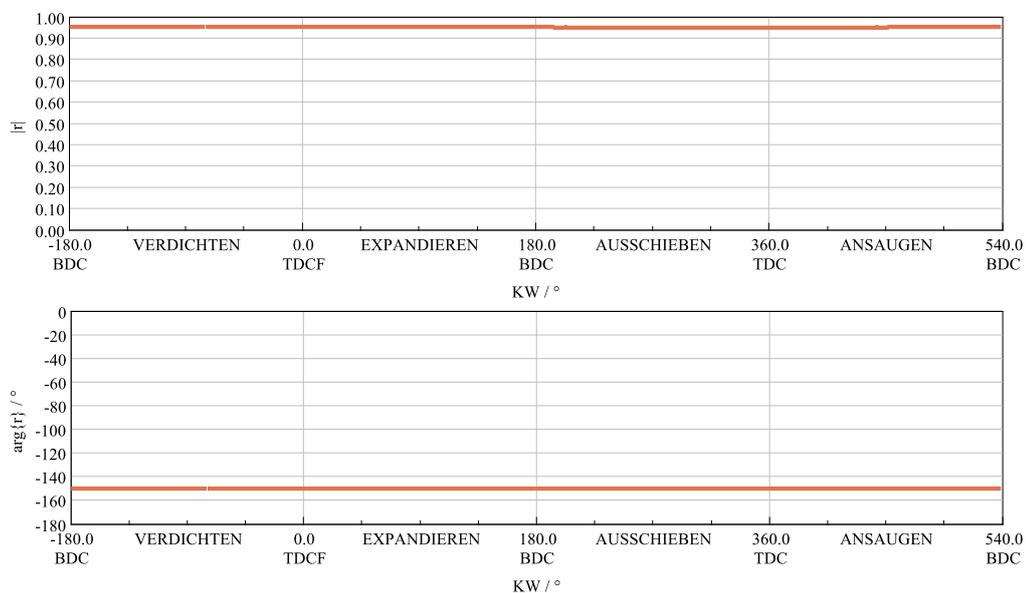


Abbildung B.4: Betrag und Phase des durch den Algorithmus berechneten komplexen Reflexionsfaktors bei einer Drehzahl von $n = 5250 \text{ min}^{-1}$

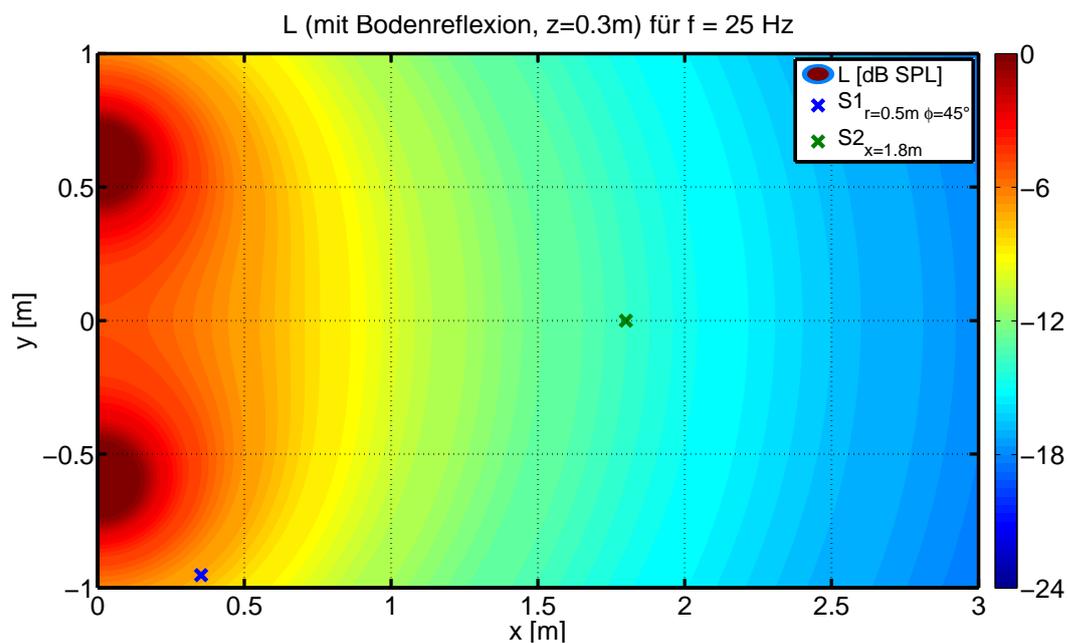


Abbildung B.5: Differenzschalldruckpegel zwischen Mündungspegel und Freifeldpegel von zwei identischen Mündungen im Abstand von $1,2\text{ m}$ auf der Höhe von $z = 0,3\text{ m}$ (mit Bodenreflexionen)

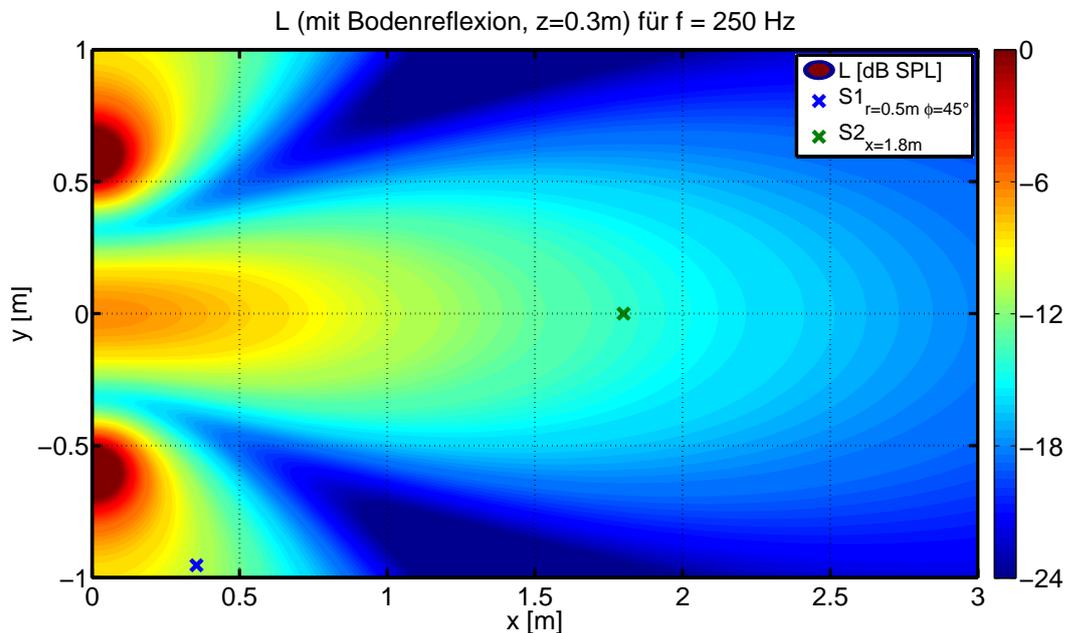


Abbildung B.6: Differenzschalldruckpegel zwischen Mündungspegel und Freifeldpegel von zwei identischen Mündungen im Abstand von $1,2\text{ m}$ auf der Höhe von $z = 0,3\text{ m}$ (mit Bodenreflexionen)

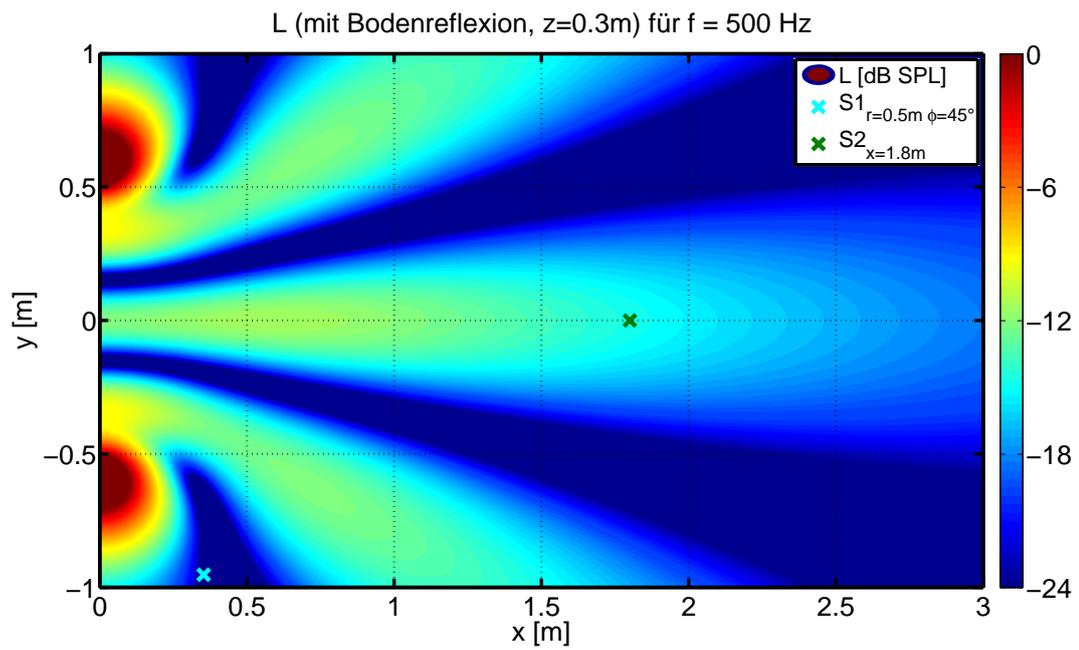


Abbildung B.7: Differenzschalldruckpegel zwischen Mündungspegel und Freifeldpegel von zwei identischen Mündungen im Abstand von $1,2\text{ m}$ auf der Höhe von $z = 0,3\text{ m}$ (mit Bodenreflexionen)

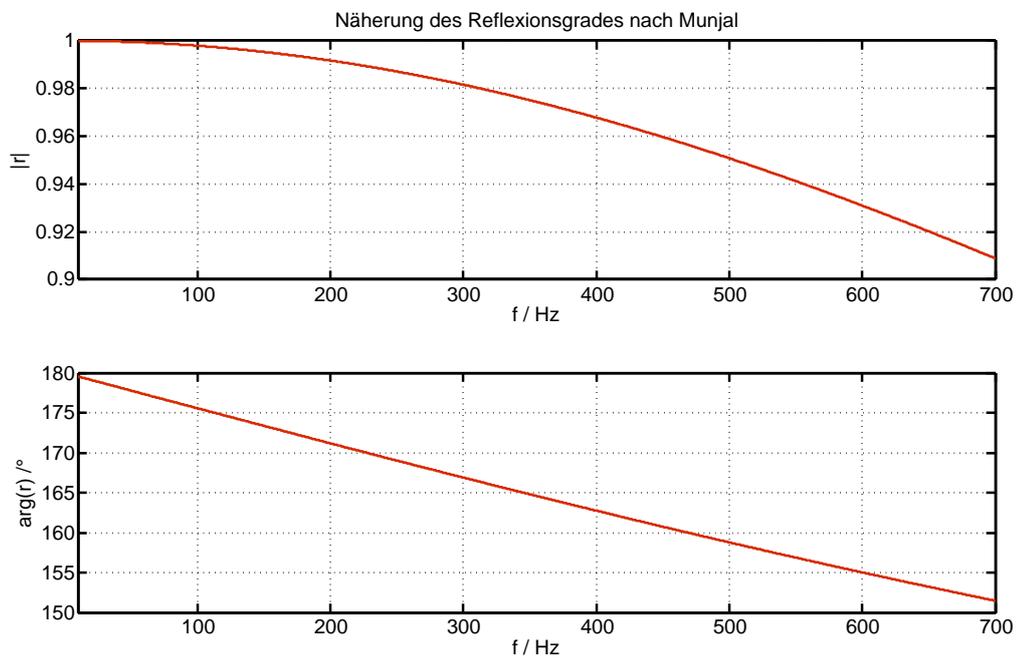


Abbildung B.8: Näherung des Reflexionsfaktors nach Munjal für den Mündungsradius $a = 0,035\text{ m}$

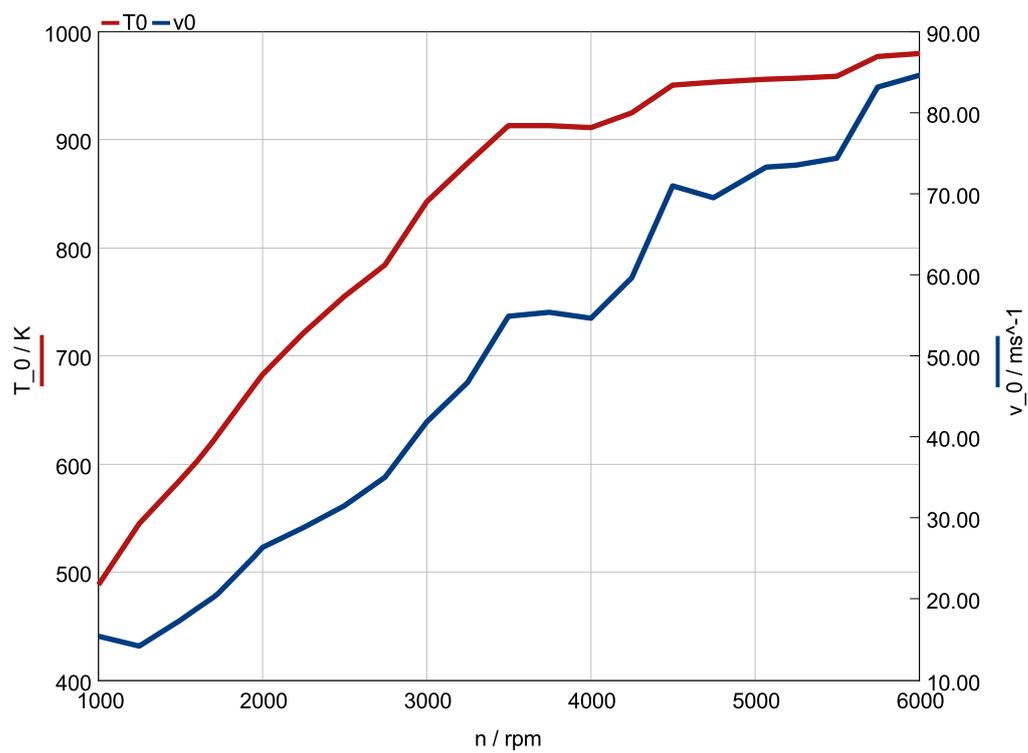


Abbildung B.9: Mediumtemperatur T_0 und Mediumgeschwindigkeit v_0 der simulierten Versuchsanlage im Endrohr

Literaturverzeichnis

- [Aku06] DEGA (Hrsg.): *DEGA-Empfehlung 101 - Akustische Wellen und Felder*. <http://www.dega-akustik.de/publikationen/online-publikationen/dega-empfehlung-101>. Version: März 2006. – (besucht am 03.12.2015)
- [All65] ALLISON, Roy F.: Low-Frequency Response and Efficiency Relationships in Direct-Radiator Loudspeaker Systems. In: *Journal of Audio Engineering Society* 13.1 (1965)
- [Alp] ALPINE ELECTRONICS GMBH (Hrsg.): *PDX-F6, PDX-F4 - Owners's Manual*. Alpine Electronics GmbH, <http://www.alpine.de/p/Products/pdx-amplifiers31/pdx-f6>. – (besucht am 08.03.2016)
- [Ave60] AVEDON, Robert C.: More on the air spring and the ultra-compact loudspeaker. In: *Audio Magazin* 44.6 (1960)
- [BK12] BAEHR, H. ; KABELAC, Stephan: *Thermodynamik: Grundlagen und technische Anwendungen*. 15. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012
- [Brü95] BRÜEL&KJÆR (Hrsg.): *Microphone Handbook for the Falcon Range of Microphone Products*. Brüel&Kjaer, 1995. <http://www.bksv.com/doc/ba5105.pdf>. – (besucht am 07.03.2016)
- [BS99] BOONEN, R. ; SAS, P.: Development of an active exhaust silencer for internal combustion engines using feedback control. In: *SAE Technical Paper 1999-01-1844* (1999)
- [Bös04] BÖSWIRTH, Leopold: *Technische Strömungslehre - Lehr- und Übungsbuch*. 5. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2004

- [Bur81] BURGESS, J. C.: Active adaptive sound control in a duct: A computer simulation. In: *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 70 (1981)
- [But12] BUTZ, Tilman: *Fouriertransformation für Fußgänger*. 7. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2012
- [Col39] COLEBROOK, Cyril F.: Turbulent Flow in Pipes, with particular reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws. In: *Journal of the Institution of Civil Engineers* 11.4 (1939)
- [CS83] CHAPLIN, G B. ; SMITH, R A.: Waveform Synthesis - The Essex Solution to Repetitive Noise and Vibration. In: *Proceedings Inter-noise* 83.1 (1983)
- [DAp99] DAPPOLITO, Joseph: *Lautsprecher-Meßtechnik*. Elektor-Verlag Aachen, 1999
- [DSD08] DOERING, Ernst ; SCHEDWILL, Herbert ; DEHLI, Martin: *Grundlagen der Technischen Thermodynamik*. 6. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2008
- [dSp11] DSPACE GMBH (Hrsg.): *Data Sheet MicroAutoBox 1401/1505/1507*. dSpace GmbH, 2011
- [EA89] ERIKSSON, L. J. ; ALLIE, M. C.: Use of random noise for on-line transducer modeling in an adaptive active attenuation system. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 85 (1989)
- [ED85] ELLIOTT, S. J. ; DARLINGTON, P.: Adaptive Cancellation of Periodic, Synchronously Sampled Interference. In: *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 33.3 (1985)
- [EL83] EGHTESEADI, K ; LEVENTHALL, H. G.: A Study of n-Source Active Attenuator Arrays for Noise in Ducts. In: *Journal of Sound and Vibration* 91.1 (1983)
- [Ell01] ELLIOTT, S.J.: *Signal Processing for Active Control*. Academic Press London, 2001
- [Fra78] FRANKORT, F. J. M.: Vibration Patterns and Radiation Behavior of Loudspeaker Cones. In: *Journal of Audio Engineering Society* 26.9 (1978)
- [Fra90] FRANZ, Dieter: *Elektroakustik*. Franzis-Verlag München, 1990

- [GA82] GUICKING, D. ; ALBRECHT, M.: Elektretlautsprecher für Anlagen zur aktiven Schallfeldbeeinflussung. In: *Fortschritt der Akustik - DAGA, Göttingen* (1982)
- [Gam14] GAMMA TECHNOLOGIES (Hrsg.): *Flow Theory Manual*. Version 7.4. Gamma Technologies, 2014
- [Gen04] GENENDER, Peter J.: *Ordnungen in Mündungsgeräuschen von Verbrennungsmotoren*, Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Diss., 2004
- [Gen10] GENUIT, Klaus: *Sound-Engineering im Automobilbereich - Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [Gui89] GUICKING, D.: Aktiver Lärmschutz - Erfolge, Probleme und Perspektiven. In: *Fortschritt der Akustik - DAGA, Duisburg* (1989)
- [Gui07] GUICKING, D.: Aktive Lärm- und Schwingungsminderung - Von einer Laborkuriosität zum technischen Produkt. In: *Manuskript, Drittes Physikalischen Institut der Universität Göttingen* (2007)
- [Hag00] HAGERODT, Bernd: Berechnung zur akustischen Auslegung von Abgasanlagen in der Fahrzeugentwicklung. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift 102* (2000)
- [Han01] HANSEN, Colin N.: *Understanding Active Noise Cancellation*. Taylor & Francis, New York, 2001
- [IT98] IKATA, E. ; TAY, G.: Finite-difference time domain acoustic-wave algorithm. In: *Il Nuovo Cimento* 20 (1998)
- [Kam96] KAMMEYER, Dirk: *Nachrichtenübertragung*. 2. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 1996
- [KJ93] KNUDSEN, Morten H. ; JENSEN, J. G.: Low-Frequency Loudspeaker Models That Include Suspension Creep. In: *Journal of Audio Engineering Society* 41.1 (1993)
- [KK02] KAMMEYER, Kari-Dirk ; KROSCHER, Kristian: *Digitale Signalverarbeitung*. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2002

- [Kli99] KLIPPEL, Wolfgang: Measurement of Large-Signal Parameters of Electrodynamic Transducer. In: *Audio Engineering Society Convention 107*, 1999
- [Kli00] KLIPPEL, Wolfgang: Distortion Analyzer-A New Tool for Assessing and Improving Electrodynamic Transducer. In: *Audio Engineering Society Convention 108*, 2000
- [Kli01] KLIPPEL, Wolfgang: Prediction of Speaker Performance at High Amplitudes. In: *Audio Engineering Society Convention 111*, 2001
- [Kli05] KLIPPEL, Wolfgang: Loudspeaker Nonlinearities - Causes, Parameters, Symptoms. In: *Audio Engineering Society Convention 119*, 2005
- [Kli15a] KLIPPEL GMBH (Hrsg.): *Distortion Analyzer 2 - Digital Processor Unit of the KLIPPEL R&D SYSTEM*. Document Revision 1.9. Klippel GmbH, 2015. <https://www.klippel.de/our-products/rd-system/hardware/da2-distortion-analyzer.html>. – (besucht am 05.03.2016)
- [Kli15b] KLIPPEL GMBH (Hrsg.): *Laser Displacement Sensors - Accessory of the KLIPPEL R&D SYSTEM*. Document Revision 1.3. Klippel GmbH, 2015. <https://www.klippel.de/our-products/rd-system/accessories/laser.html>. – (besucht am 05.03.2016)
- [KRJ14] KRÜGER, Jan J. ; ROSE, Thomas ; JORACH, Rainer W.: Innovative active exhaust systems for turbocharged engines. In: *Proc. Aachen Acoustics Colloquium 6* (2014)
- [KS04] KIM, Benjamin J. ; SWANSON, David C.: A linear independence method for system identification/secondary path modeling for active control. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 115 (2004)
- [Kut04] KUTTRUFF, H.: *Akustik: eine Einführung*. Hirzel Verlag Stuttgart, Leipzig, 2004
- [LJS06] LANGEHEINECKE, K. ; JANY, P. ; SAPPER, E.: *Thermodynamik für Ingenieure: Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Studium*. 6. Auflage. Springer Vieweg, 2006
- [LPW01] LENK, Arno ; PFEIFER, Günther ; WERTSCHÜTZKY, Roland: *Elektromechanische Systeme*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2001

- [LS48] LEVINE, Harold ; SCHWINGER, Julian: On the Radiation of Sound from an Unflanged Circular Pipe. In: *Physical Review* 73.4 (1948)
- [LSW09] LERCH, R. ; SESSLER, G. ; WOLF, D.: *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*. Berlin : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009
- [Lue37] LUEG, Paul: *Verfahren zur Dämpfung von Schallschwingungen*. 1937. – DPR Nr. 655508.
- [Man77] MANGIANTE, G. A.: Active sound absorption. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 61 (1977)
- [ME89] MUNJAL, M. L. ; ERIKSSON, L. J.: Analysis of a hybrid noise control system for a duct. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 86 (1989)
- [Mer10] MERTINS, Alfred: *Signaltheorie*. 2. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2010
- [MG04] MESCHÉDE, Dieter ; GERTHSEN, Christian: *Gerthsen Physik*. 22. Auflage. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2004
- [MH00] MOSCHYTZ, George S. ; HOFBAUER, Markus: *Adaptive Filter*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2000
- [MI67] MORSE, P.M.C. ; INGARD, K.U.: *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, 1967
- [Moo44] MOODY, Lewis F.: Friction Factors for Pipe Flow. In: *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* (1944)
- [Mor80] MORGAN, Dennis R.: Analysis of Multiple Correlation Cancellation Loop With a Filter in the Auxiliary Path. In: *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 28.4 (1980)
- [Mös12] MÖSER, M.: *Technische Akustik*. 9. aktualisierte Auflage. Berlin : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012 (VDI-Buch)
- [MS01] MERKER, Günther P. ; SCHWARZ, C.: *Technische Verbrennung - Simulation verbrennungsmotorischer Prozesse*. Teubner, Stuttgart/Leipzig/Wiesbaden, 2001

- [MSSO06] MERKER, Günter ; SCHWARZ, Christian ; STIESCH, Gunnar ; OTTO, Frank: *Verbrennungsmotoren - Simulation der Verbrennung und Schadstoffbildung*. 3. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2006
- [Mun87] MUNJAL, M. L.: *Acoustics of Ducts and Mufflers: With Applications to Exhaust and Ventilation System Design*. John Wiley and Sons New York Chichester Brisbane Toronto Singapore, 1987
- [NE92] NELSON, P.A. ; ELLIOTT, S.J.: *Active Control of Sound*. Academic Press, 1992
- [Nik33] NIKURADSE, Johann: Strömungsgesetze in rauhen Rohren. In: *VDI-Forschungsheft 361. Beilage zu "Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens", Ausgabe B, Band 4* (1933)
- [Ols56] OLSON, H. F.: Electronic Control of Noise, Vibration, and Reverberation. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 28.5 (1956)
- [OM53] OLSON, Harry F. ; MAY, Everett G.: Electronic Sound Absorber. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 25.6 (1953)
- [PL76] POOLE, J. H. B. ; LEVENTHALL, H. G.: An Experimental Study of Swingbanks' Method of Active Attenuation of Sound in Ducts. In: *Journal of Sound and Vibration* Vol. 49.2 (1976)
- [PS09] PLASSMANN, Wilfried ; SCHULZ, Detlef: *Handbuch Elektrotechnik - Grundlagen und Anwendungen für Elektrotechniker*. 5. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2009
- [RC83] ROSS, David F. ; CROCKER, Malcom J.: Measurement of the acoustic internal source impedance of an internal combustion engine. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 74.18 (1983)
- [Rei11] REIF, Konrad (Hrsg.): *Bosch Grundlagen Fahrzeug- und Motorentechnik*. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2011
- [Ris96] RIST, Dieter: *Dynamik realer Gase - Grundlagen, Berechnung und Daten für Thermogasdynamik, Strömungsmechanik und Gastechnik*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1996
- [RKHR05] REMINGTON, Paul J. ; KNIGHT, J. S. ; HANNA, Doug ; ROWLEY, Craig: A hybrid active/passive exhaust noise control system for locomotives. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 117.1 (2005)

- [Sah78] SAHM, Heinz: *Hifi-Lautsprecher - Grundlagen der elektrodynamischen Lautsprecher in unendlicher Schallwand und im Gehäuse*. Franzis-Verlag München, 1978
- [Sch15] SCHNEIDER, J. B.: Understanding the Finite-Difference Time-Domain Method. (2015). <http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd/>. – (besucht am 26.02.2016)
- [Ser84] SERGHIDES, T.K.: Estimate friction factor accurately. In: *Chemical Engineering Journal* 91.5 (1984)
- [SK01] SEIDEL, Ulf ; KLIPPEL, Wolfgang: Fast and Accurate Measurement of the Linear Transducer Parameters. In: *Audio Engineering Society Convention 110*, 2001
- [Sku71] SKUDRZYK, Eugen: *The Foundations of Acoustics - Basic Mathematics and Basic Acoustics*. Springer-Verlag Vienna, 1971
- [Sma72a] SMALL, Richard H.: Closed-Box Loudspeaker Systems-Part 1: Analysis. In: *Journal of Audio Engineering Society* 20.10 (1972)
- [Sma72b] SMALL, Richard H.: Direct Radiator Loudspeaker System Analysis. In: *Journal of Audio Engineering Society* 20.5 (1972)
- [SSSM13] STEPHAN, Peter ; SCHABER, Karlheinz ; STEPHAN, Karl ; MAYINGER, Franz: *Thermodynamik - Grundlagen und technische Anwendungen Band 1: Einstoffsysteme*. 19. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013
- [ST08] SIEKMANN, H.E. ; THAMSEN, P. U.: *Strömungslehre - Grundlagen*. 2. Auflage. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2008
- [Swi73] SWINBANKS, M. A.: The active control of sound propagation in long ducts. In: *Journal of Sound and Vibration* 27.3 (1973)
- [Thi71] THIELE, Albert N.: Loudspeakers in vented boxes (Part 1 & 2). In: *Journal of Audio Engineering Society* 19.5 & 19.6 (1971)
- [Vil60] VILLCHUR, Edgar M.: Another Look at Acoustic Suspension. In: *Audio Magazin* 44.1 (1960)
- [WE94] WINKLER, J. ; ELLIOTT, S. J.: Aktive Kompensation von breitbandigem Schall in Kanälen mittels zweier Lautsprecher. In: *Fortschritt der Akustik - DAGA, Dresden* (1994)

- [Wei08] WEINZIERL, Stefan: *Handbuch der Audiotechnik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [Yee66] YEE, Kane: Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 14 (1966)
- [Zel09] ZELLER, Peter (Hrsg.): *Handbuch Fahrzeugakustik - Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2009
- [Zie89] ZIEGLER, E. W.: *Selective Active Cancellation System for Repetitive Phenomena*. 1989. – US 4878188 A
- [ZZ87] ZWICKER, E. ; ZOLLNER, M.: *Elektroakustik*. 2. Auflage. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1987

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

München, den 5. August 2016

Julius Rachor