

**Hybridmethode zur Lösung komplexer elektromagnetischer Feldprobleme:
Kombination der Finite-Elemente-Methode, eines Integralgleichungsverfahrens
und der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie**

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der
Bergischen Universität–Gesamthochschule Wuppertal
angenommene Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor–Ingenieurs
Dr.–Ing.

von
Mudrik Alaydrus
aus
Jakarta

Wuppertal, 2001

Dissertation eingereicht am: 09.10.2001
Tag der mündlichen Prüfung: 14.12.2001
Referenten: Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen
Prof. Dr.-Ing. Heinz Chaloupka

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Tabellenverzeichnis	x
Abkürzungen	xii
Verzeichnis häufig verwendeter Formelzeichen	xiii
1 Einleitung	1
1.1 Stand der Technik	2
1.2 Ziel der Arbeit	4
1.3 Entwurf eines Konzepts für das Hybrid ⁽²⁾ - Verfahren	6
1.4 Aufbau der Arbeit	7
2 Finite-Elemente-Methode (FEM)	9
2.1 Einführung	9
2.2 Variationsformulierung	10
2.3 Preprocessing und FE-Diskretisierung	11
2.4 Berechnung	15
2.4.1 Berechnung der Elementarmatrizen	15
2.4.2 Lösungsverfahren für das lineare Gleichungssystem	17
2.5 Postprocessing	18

3	Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV)	19
3.1	Einführung	19
3.2	Dyadische Greensche Funktionen	20
3.3	Formulierung eines Oberflächenintegralgleichungsverfahrens	22
3.4	Numerische Umsetzung des Integralgleichungsverfahrens	26
4	Asymptotische Methoden	35
4.1	Einführung	35
4.2	Feldtheoretische Grundlagen von asymptotischen Methoden	36
4.3	Geometrisch-optische Beschreibung von elektromagnetischen Feldern	38
4.4	Streumechanismen	42
4.4.1	Überblick	42
4.4.2	Reflexion an Polygonen	43
4.4.3	Reflexionen an geschichteten Strukturen	44
4.4.4	Transmission	46
4.4.5	Beugung	48
4.5	Anwendung der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie	53
4.6	Stetigkeitsüberprüfung	55
4.7	Grenzen der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie	59
4.7.1	Anwendbarkeit nur auf elektrisch große Körper	60
4.7.2	Unstetigkeit an den Schattengrenzen	60
4.7.3	Anwesenheit axialer Komponenten	60
4.7.4	Reflexion an verlustbehafteten Strukturen	60
4.7.5	Kaustiken	61

5	Strahlsuchverfahren	63
5.1	Einführung	63
5.2	Exakte Strahlsuchverfahren, Variationsrechnung	64
5.2.1	Einfache Mechanismen	66
5.2.2	Mehrfach-Mechanismen	68
5.3	Strahlabschussverfahren (Shooting and Bouncing Rays/SBR)	72
5.3.1	Prinzip des Verfahrens	72
5.3.2	Strahlgenerierung am Quellort	73
5.3.3	Strahlerkennung am Beobachtungspunkt	73
5.3.4	Suche des Schnittpunkts zwischen Strahlen und Objekten	76
5.3.5	Beschleunigung des Ray-Tracing-Algorithmus	79
5.4	Vergleich zwischen Variationsrechnung und Strahlabschussmethode	81
5.5	Beispiele	83
6	Hybridmethoden	85
6.1	Einführung	85
6.2	Hybridmethode (FE–OIG–Hybridmethode)	86
6.3	Hybrid ⁽²⁾ –Methode (FE–OIG–UTD–Hybridmethode)	88
6.4	Vergleich Hybrid- und Hybrid ⁽²⁾ –Methode	90
6.5	Auswahl der Quellpunkte auf den FE–OIG–Körpern	92
6.6	Hybrid ⁽²⁾ –Methode in geschichteten Strukturen	93
6.7	Zusammenfassende Bemerkungen zur Hybrid ⁽²⁾ –Methode	96

7	Beispiele zur Anwendung der entwickelten Methoden	99
7.1	Einführung	99
7.2	Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorplatte	99
7.3	Yagi-Antenne in komplexer Umgebung	105
7.4	Antennen in der Nähe von Dielektrika und metallischen Platten	109
7.5	Feldstärke-Vorhersage bei Mobilfunksystemen	112
7.6	Bestimmung von Sicherheitsabständen vor Basisstationsantennen in komplexer Umgebung	121
8	Zusammenfassung	131
A	Überprüfung der Stetigkeit	133
A.1	Schattengrenze	133
A.2	Reflexionsgrenze	136
	Literaturverzeichnis	139

Abbildungsverzeichnis

1.1	Konzept der Hybrid ⁽²⁾ -Methode	6
2.1	Modell für die Finite-Elemente-Methode, eine beliebig geformte und mit beliebigen Materialien gefüllte geschlossene Struktur	10
2.2	Diskretisierung eines aus einer Kugel und einem Zylinder zusammengesetzten Gebildes mit unterschiedlicher Auflösung	12
2.3	Tetraeder mit zugeordneten Freiheitsgraden (tangentiale Vektorelemente der Ordnung 0.5)	13
3.1	Beliebig geformte und mit beliebiger Materialverteilung gefüllte Streukörper im Raum	22
3.2	Nach dem Huygensschen Prinzip äquivalente Anordnung zu Abb. 3.1	22
3.3	Modell für die Integraldarstellung in planaren geschichteten Strukturen	25
3.4	Modell für die Integraldarstellung in planaren geschichteten Strukturen	26
3.5	Dreieck mit zugeordneten Freiheitsgraden und den zu den Eckpunkten gehörigen Teilflächen A_i . A_T ist die Fläche des Dreiecks, mit $A_T = A_1 + A_2 + A_3$	29
3.6	Vektorielle Zusammenhänge zur Herleitung der Ansatzfunktionen	30
3.7	Verlauf der elektrischen Stromdichte für die Kante ij	31
3.8	Verkopplung von Stromelementen i und j	33
3.9	Feldbeiträge von Quellen auf einer Kugeloberfläche im Beobachtungspunkt P	34
4.1	Hertzscher Dipol in der Nähe eines elektrisch großen Streuobjektes	37
4.2	Strahlröhre, entlang derer der Energieerhaltungssatz gilt	39

4.3	Astigmatische Strahlröhre	40
4.4	Drei unterschiedliche Wellenarten	42
4.5	Reflexion an Ebene und die flächen-orientierten Einheitsvektoren, ϑ^i : Einfallswinkel, ϑ^r : Reflexionswinkel	43
4.6	Reflexion an Ebene, im Reflexionspunkt gelten $\rho_1^r = \rho_1^i$ und $\rho_2^r = \rho_2^i$	43
4.7	Einfall einer ebenen homogenen Welle mit beliebiger Polarisation an einer planar geschichteten Struktur	45
4.8	Reflexion einer ebenen Welle an einer geschichteten Struktur, rekursive Berechnung	46
4.9	Transmission einer ebenen Welle durch eine geschichtete Struktur, rekursive und sukzessive Berechnung	46
4.10	Reflexions- und Transmissionsfaktor von Wand 1 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('soft'-Polarisation oder TE-Fall), $f = 950$ MHz	47
4.11	Reflexions- und Transmissionsfaktor von Wand 1 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('hard'-Polarisation oder TM-Fall), $f = 950$ MHz	47
4.12	Reflexion- und Transmissionsfaktor von Wand 2 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('soft'-Polarisation oder TE-Fall), $f = 950$ MHz	48
4.13	Reflexion- und Transmissionsfaktor von Wand 2 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('hard'-Polarisation oder TM-Fall), $f = 950$ MHz	48
4.14	Geometrische und elektrische Diskontinuitäten erzeugen Beugungsfelder	49
4.15	Beugung einer Kugelwelle an einer gekrümmten Kante	50
4.16	Kantenorientierte Koordinaten bei der Beugung	51
4.17	Zweidimensionale Darstellung einer Kante	51
4.18	Fresnelsche Funktion nach Betrag und Phase	52
4.19	Montage einer Basisstationsantenne des Mobilfunksystems an einer Ecke eines Gebäudes an einer Straßenkreuzung	54
4.20	Beispiele für mögliche Strahlarten infolge der komplexen Umgebung der Antenne	54
4.21	Teilfelder bei unterschiedlichen Beobachtungspunkten P_i	55
4.22	Schatten- und Reflexionsgrenzen	56

4.23	Zur Stetigkeitsüberprüfung an Schattengrenzen	56
4.24	Vergleich der elektrischen Feldstärke in P_1^- und in P_1^+ für $s' = \lambda$	58
4.25	Vergleich der elektrischen Feldstärke in P_1^- und in P_1^+ für $s' = 10 \lambda$	58
4.26	Zur Stetigkeitsüberprüfung an Reflexionsgrenzen	59
4.27	Zu den Phasenfronten bei einer Reflexion von elektromagnetischen Wellen an verlustbehafteten Strukturen	61
4.28	Unendlich viele Beugungsstrahlen führen zum Beobachtungspunkt auf der Scheibenachse	62
5.1	Zweifache Reflexion eines Strahls an gekrümmten Oberflächen	64
5.2	Reflexionsgesetz: Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel	65
5.3	Bestimmung des Reflexionspunktes bei einer Reflexion 1. Ordnung mit Hilfe der Spiegelungsmethode	66
5.4	Analytische Bestimmung des Beugungspunktes bei einer Beugung 1. Ordnung	67
5.5	Bestimmung des Beugungspunktes bei einer Beugung 1. Ordnung mit Hilfe eines adaptiven Suchverfahrens (Bisektionsverfahren)	68
5.6	Bestimmung der Reflexionspunkte bei einer Reflexion 2. Ordnung mit Hilfe der Spiegelungsmethode	69
5.7	Bestimmung der Reflexions- und Beugungspunkte bei einer Reflexion gefolgt von einer Beugung	70
5.8	Zweifache Beugung an geraden Kanten	70
5.9	Montage einer Basisstationsantenne am Gebäude zur Verdeutlichung des Mechanismus D–R–D	71
5.10	Die Vorgehensweise in Strahlverfolgungsmethode (Shooting and Bouncing Rays)	72
5.11	Strahlgenerierung am Quellpunkt	73
5.12	Festlegung von Empfangskugeln EK_1 (mit dem Mittelpunkt P_1) und EK_2 (mit dem Mittelpunkt P_2)	74
5.13	Empfangserkennung bei unterschiedlichen Entfernungen der Beobachtungspunkte	74
5.14	Auswirkung zu kleiner räumlicher Auflösung	75

5.15	Feldbeiträge in Beobachtungspunkten bei zu großen Radien der Empfangskugeln	76
5.16	Feldbeiträge in Beobachtungspunkten bei optimal gewählten Radien der Empfangskugeln	76
5.17	Erweiterung einer geraden Kante (eindimensionales Gebilde) zu einem Zylinder mit dem Radius R_k	79
5.18	Unterteilung des untersuchten Gebietes in kleineren Volumina	80
5.19	Reflexionen in einem rechteckigen Tunnel	82
5.20	Eine Büroetage mit einem Korridor und mehreren Räumen als Szenario für eine Indoor-Ausbreitung	84
5.21	Strahlen, die am vorgegebenen Beobachtungspunkt ankommen, werden bis auf Mechanismen 10. Ordnung berücksichtigt	84
5.22	Typische Gebäudeanordnung bei Outdoor-Ausbreitung in Mobilfunksystemen . .	84
5.23	Strahlen, die von der Basisstationsantenne am Beobachtungspunkt ankommen. Mechanismen bis zu 25 Ordnung werden berücksichtigt	84
6.1	Beliebig geformter und stark inhomogener Streukörper eingebettet in eine ebene geschichtete Struktur unter Anregung von beliebigen Antennen und oder ebenen Wellen	87
6.2	Ersetzen der Inhomogenitäten innerhalb der geschichteten Struktur durch äquivalente elektrische und magnetische Stromdichten	87
6.3	Feldbeiträge der äquivalenten Quellen \vec{J}_A, \vec{M}_A bei Anwesenheit von UTD-Körpern	88
6.4	Lösung eines Streuproblems, a: mit FE-OIG-Hybridmethode, b: mit Hybrid ⁽²⁾ -Methode	91
6.5	Unterschiedliche Einsätze von Hybrid ⁽²⁾ -Methode	92
6.6	Definitionen der Quellen für den Ray-Tracing-Algorithmus	93
6.7	Fall 1: Beobachtungspunkt P und Streupunkt Q_D befinden sich in unterschiedlichen Schichten: im Fall P unterhalb Q_D	94
6.8	Fall 2: Beobachtungspunkt P und Streupunkt Q_D befinden sich in unterschiedlichen Schichten: im Fall P oberhalb Q_D	95
6.9	Fall 3: Beobachtungspunkt P und Streupunkt Q_D befinden sich in gleicher Schicht	95

7.1	$\lambda/2$ -Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorplatte	100
7.2	Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne .	100
7.3	Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne in Abhängigkeit von der Lage der Antenne	101
7.4	Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne in Abhängigkeit von der Lage der Antenne ($d=\lambda/10$	102
7.5	Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne in Abhängigkeit vom Abstand zum Reflektor d	103
7.6	Horizontales elektrisches Nahfeld in V/m (in der Ebene $z = 0$)	103
7.7	Vier-Elemente-Yagi-Uda-Antenne	105
7.8	Yagi-Uda-Antenne auf einem Hausdach	106
7.9	Strahlungsdiagramme der Yagi-Uda-Antenne in der H-Ebene bei unterschiedlichen Montagen	108
7.10	Zwei-schichtiger dielektrischer Zylinder in der Nähe eines metallischen 90° -Winkels	109
7.11	Horizontales Strahlungsdiagramm der Struktur in Abb. 7.10, Frequenz 950 MHz	110
7.12	Horizontales Strahlungsdiagramm der Struktur in Abb. 7.10, Frequenz 2000 MHz	110
7.13	Nahfeld der Struktur in Abb. 7.10 entlang der x-Achse, Frequenz 950 MHz	111
7.14	Eingangsimpedanz der Dipolantenne dargestellt in Abb. 7.10 als Funktion der Frequenz	111
7.15	Stadtplan der Münchner Innenstadt mit den drei Messungs- und Berechnungsstrecken	113
7.16	Berechnung der Feldbeiträge von über die Hausdächer sich ausbreitenden Teilwellen	115
7.17	Wellenausbreitung über Gebäuden ('over-rooftop-propagation')	116
7.18	Betrag der Empfangsfeldstärke als Funktion der Höhe der linken Bebauung h_1 . .	116
7.19	Betrag der Empfangsfeldstärke als Funktion der Strassenbreite W	117
7.20	Dämpfungsverlauf entlang der Strecke 0	118
7.21	Dämpfungsverlauf entlang der Strecke 1	119

7.22	Dämpfungsverlauf entlang der Strecke 2	120
7.23	Basisstationsantenne des GSM-Systems (der Radom ist entfernt), alle Längenangaben in cm	123
7.24	Strahlungsdiagramm des Antennentyps 730368 (stark bündelnde Antenne) aus der Firma Kathrein	123
7.25	Strahlungsdiagramm des Antennentyps 736078 (schwach bündelnde Antenne) aus der Firma Kathrein, Schwenkung 6°	124
7.26	Elektrische Nahfelder des Antennentyps 736078	125
7.27	Magnetische Nahfelder des Antennentyps 736078	125
7.28	Montage einer Basisstationsantenne von zellularen Systemen an einer geschichteten Hausmauer neben einem Fenster und einer Hausecke	126
7.29	Elektrische Feldstärke des Antennentyps 730368 an der Wand 1 (links) und Wand 2 (rechts)	126
7.30	Elektrische Feldstärke des Antennentyps 736078 (0° vertikale Schwenkung) an der Wand 1 (links) und Wand 2 (rechts)	127
7.31	Elektrische Feldstärke des Antennentyps 730368 (links) und 736078 (rechts, 0° vertikale Schwenkung) montiert auf der Wand 2 neben einem 1 m x 1 m großen Fenster (Abstand 0.3 m)	128
7.32	Elektrische Feldstärke des Antennentyps 730368 (links) und 736078 (rechts, 0° vertikale Schwenkung) montiert auf der Wand 2 in der Nähe einer Hausecke (Abstand 1 m)	128

Tabellenverzeichnis

4.1	Geometrische und elektrische Daten von Wand 1 bei $f=950$ MHz	47
4.2	Geometrische und elektrische Daten von Wand 2 bei $f=950$ MHz	48
5.1	Vergleich der gefundenen Streupunkte bei Reflexionen 1. Ordnung	82
5.2	Vergleich der gefundenen Streupunkte bei Reflexionen 2. Ordnung	83
7.1	Vergleich der berechneten Ergebnisse für die Yagi–Uda–Antenne im Freiraum . .	106
7.2	Vergleich der benötigten Rechenspeicher und Rechenzeit	107
7.3	Der Mittelwert und die Standardabweichung der Fehler bzgl. Messdaten	120
7.4	Grenzwerte der abgeleiteten Größen bei der Frequenz 950 MHz [Icn98]	121
7.5	Daten der untersuchten Basisstationsantennen aus dem Antennenkatalog [Kat01]	122

Abkürzungen

DECT	Digital Enhanced Cordless Telecommunications
EFIE	Electric Field Integral Equation
ECM	Equivalent Current Method
EMVU	Elektromagnetische Verträglichkeit unter Umweltaspekten
FD	Finite Difference, Frequency Domain
FDFD	Finite Difference Frequency Domain
FDTD	Finite Difference Time Domain
FEM	Finite-Elemente-Methode (engl. <i>Finite Element Method</i>)
FIT	Finite Integrationstechnik
GO	Geometrische Optik (engl. <i>Geometrical Optics</i>)
GTD	Geometrical Theory of Diffraction
GSM	Global System for Mobile Communications
IGV	Integralgleichungsverfahren
ITD	Incremental Theory of Diffraction
LOS	Line of Sight
MEI	Measured Equation of Invariance
MFIE	Magnetic Field Integral Equation
MPIE	Mixed Potential Integral Equation
NLOS	Non Line of Sight
OIG	Oberflächenintegralgleichung
OIGV	Oberflächenintegralgleichungsverfahren
PML	Perfectly Matched Layer
PO	Physikalische Optik (engl. <i>Physical Optics</i>)
PTD	Physical Theory of Diffraction
RAM	Random Access Memory
SAR	Spezifische Absorbtionsrate
SBR	Shooting and Bouncing Ray
STD	Spectral Theory of Diffraction
TD	Time Domain
TE	transversal-elektrisch
TEM	transversal-elektromagnetisch
TLM	Transmission Line Matrix
TM	transversal-magnetisch
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System
UTD	Uniform Theory of Diffraction
WLAN	Wireless Local Area Network

Verzeichnis häufig verwendeter Formelzeichen

A	Oberfläche eines Körpers
\vec{A}	magnetisches Vektorpotential
A_R, A_D	Divergenzfaktor nach einer Reflexion oder nach einer Beugung
d_i	z -Koordinate der unteren Grenzfläche der Schicht i
\vec{E}	elektrische Feldstärke
\vec{E}^{ein}	elektrische Feldstärke von eingepägten Quellen
$\overset{\leftrightarrow}{G}_J^E$	dyadische Greensche Funktion des elektrischen Feldes elektrischer Quellen
$\overset{\leftrightarrow}{G}_M^E$	dyadische Greensche Funktion des elektrischen Feldes magnetischer Quellen
$\overset{\leftrightarrow}{G}_J^H$	dyadische Greensche Funktion des magnetischen Feldes elektrischer Quellen
$\overset{\leftrightarrow}{G}_M^H$	dyadische Greensche Funktion des magnetischen Feldes magnetischer Quellen
\vec{H}	magnetische Feldstärke
I	elektrischer Strom
\vec{J}	elektrische Stromdichte (allgemein)
\vec{J}_A	elektrische Flächenstromdichte
\vec{J}_V	elektrische Volumenstromdichte
k_0	Wellenzahl des freien Raumes
k_i	Wellenzahl der Schicht i
k_x, k_y, k_z	Wellenzahlen in kartesischen Koordinaten
\vec{M}	magnetische Stromdichte (allgemein)
\vec{M}_A	magnetische Flächenstromdichte
\vec{M}_V	magnetische Volumenstromdichte
P	Beobachtungspunkt
R_1, R_2	prinzipielle Krümmungsradien einer gekrümmten Oberfläche
R^{TE} oder R^s	Reflexionsfaktor für den TE-Fall oder die soft-Polarisierung
R^{TM} oder R^h	Reflexionsfaktor für den TM-Fall oder die hard-Polarisierung
$R_i^{TM,TE,h,s}$	Reflexionsfaktor an der Grenzfläche von der Schicht i und der Schicht $i + 1$
$T_{ij}^{TM,TE,h,s}$	Transmissionsfaktor von der Schicht i zur Schicht j mit
\hat{X}_1 und \hat{X}_2	prinzipielle Richtungen eines Strahls
\hat{X}_1^i und \hat{X}_2^i	prinzipielle Richtungen des einfallenden Strahls
\hat{X}_1^r und \hat{X}_2^r	prinzipielle Richtungen des reflektierten Strahls
$\delta(\vec{r})$	Diracsche δ -Funktion
ϵ_0	Permittivität des freien Raumes
ϵ_{ri}	relative Permittivität der Schicht i
ϵ_i	Permittivität der Schicht i ($\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri}$)
κ	elektrische Leitfähigkeit
λ	Wellenlänge

μ_0	Permeabilität des freien Raumes
μ_{ri}	relative Permeabilität der Schicht i
μ_i	Permeabilität der Schicht i ($\mu_i = \mu_0 \mu_{ri}$)
ω	Kreisfrequenz
ρ_1 und ρ_2	prinzipielle Krümmungsradien eines astigmatischen Strahls
ρ_1^i und ρ_2^i	prinzipielle Krümmungsradien eines astigmatischen einfallenden Strahls
ρ_1^r und ρ_2^r	prinzipielle Krümmungsradien eines astigmatischen reflektierten Strahls
ϑ^i	Einfallswinkel, Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und dem Normalenvektor
ϑ^r	Reflexionswinkel, Winkel zwischen dem reflektierten Strahl und dem Normalenvektor

Kapitel 1

Einleitung

Seit Jahren expandiert die Nachfrage nach mobilen Kommunikationssystemen weltweit. Um die erforderlichen Übertragungskapazitäten für die Vielzahl an Teilnehmern und unterschiedlichen Diensten zu erreichen, wird beispielsweise bei GSM-Systemen das zu versorgende Gebiet in räumlich voneinander getrennte Funkzellen unterteilt. Jeder Funkzelle wird eine Frequenzgruppe zugeordnet, um die Frequenzressourcen optimal auszunutzen. Der wachsende Bedarf an höheren Übertragungskapazitäten erfordert eine Unterteilung des Funknetzes in immer kleinere Zellen. Allerdings wächst damit wiederum die Gefahr von Funkstörungen durch benachbarte Sendestationen. Zur Reduzierung dieser Störungen müssen bereits im Planungsstadium die Funkzellen bezüglich ihrer Position, ihrer Ausdehnung und ihrer Frequenzkanäle optimal gestaltet werden. Für die Planung der Funknetze werden Verfahren zur Feldstärkeberechnung eingesetzt, die anhand geeigneter Modelle für die Funkzellen Aussagen über die Qualität und Sicherheit der Funkversorgung liefern. Die Funkzellen lassen sich in die Kategorien Makro-, Mikro- und Pikozellen einteilen. Eine Funkzelle wird als Makrozelle bezeichnet, wenn die Antenne der Basisstation deutlich oberhalb der Bebauung angebracht ist und sich ein Zellradius von bis zu mehreren 10 km ergibt. Andernfalls wird bei Funknetzen außerhalb von Gebäuden von Mikrozellen gesprochen. Bei einer Pikozelle befindet sich die Basisstation im Gebäude, und es ergibt sich ein Zellradius von bis zu ca. 100 m. Typischerweise können die Basisstationsantennen nur bei Makrozellen an Masten oder auf hohen Gebäuden positioniert werden, von wo aus zumindest angenähert eine ungehinderte Abstrahlung stattfindet und deshalb die Antennen zur Berechnung der Feldverteilung in dem Versorgungsgebiet durch ihre im freien Raume ermittelte Fernfeldrichtcharakteristik modelliert werden können. Häufig müssen die Basisstationsantennen jedoch an Fassadenflächen von Geschäfts- oder Wohnhäusern in einer Straße montiert werden, sodass sich Hausecken, Mauervorsprünge, weitere Hauswände benachbarter Häuser, aber auch Fensterdurchbrüche und Reklametafeln in der Nähe der Antenne befinden können. Bei Indoor-Ausbreitungsproblemen befindet sich die Basisstationsantenne meist im Winkel unterhalb der Decke oder an der Decke selbst. Es ist offensichtlich, dass in diesen Fällen zur Berechnung der von den Basisstationsantennen erzeugten Feldstärken meist

komplexe Randwertprobleme zu lösen sind.

Eine besonders genaue Kenntnis der von einer Basisstationsantenne erzeugten Feldstärke wird benötigt, wenn sich Menschen in unmittelbarer Nähe der Antenne aufhalten können. Dabei ist sicherzustellen, dass die jeweils gültigen Grenzwerte eingehalten werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Verfahren entwickelt, das besonders zur genauen Lösung von Feldproblemen in Verbindung mit Mobilfunksystemen geeignet ist. Es zeigt sich überdies, dass das Verfahren auch auf zahlreiche andere Antennen- und Streuprobleme anwendbar ist. Dazu zählen die Entwicklung von großen Antennensystemen (z. B. Reflektorantennen mit komplizierten Primärstrahlern und Subreflektoren), von Antennen in komplexer Umgebung (z. B. Bohrlochsonden zur Detektion von geophysikalischen Lagerstätten) und Rückstreuprobleme (z. B. von Triebwerkseinläufen großer Flugzeuge). Allen diesen Beispielen ist gemeinsam, dass in einem unendlich großen Lösungsgebiet sowohl elektrisch kleine als auch elektrisch große Körper mit zum Teil inhomogenen Materialverteilungen vorhanden sind.

1.1 Stand der Technik

Ein elektromagnetisches Randwertproblem lässt sich nur dann mit analytischen Methoden lösen, wenn die Quell- und Materialverteilung sehr eingeschränkten Bedingungen hinsichtlich der geometrischen Anordnung genügt [Bow69]. Bei den in der Praxis üblicherweise vorkommenden Strukturen (Streuobjekte) müssen meist numerische Methoden verwendet werden. Beispiele für numerische Methoden sind die Finite-Elemente-Methode (FEM) [Jin93, SF90, SSG98, VCK98], die Finite-Differenzen-Methode (FDM, FDTD, engl. *Finite Difference Time Domain*) [KL93, Taf98], die Transmission Line Matrix-Methode (TLM) [Chr95, HS91], das Integralgleichungsverfahren (IGV)/ Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV) [Har93, Mit87].

Alle genannten Verfahren haben –selbstverständlich– in Bezug auf ein bestimmtes Randwertproblem Vor- und Nachteile. Es ist deshalb nahe liegend zu versuchen, eine Verbesserung der Verfahren dadurch zu erreichen, dass man zwei einzelne Verfahren so miteinander kombiniert, dass die jeweiligen Vorteile genutzt und die jeweiligen Nachteile vermieden werden. Dabei ist es meist zweckmäßig, das gesamte Lösungsgebiet in zwei Bereichsgruppen zu unterteilen, sodass jede der beiden Methoden optimal eingesetzt werden kann.

Ein Beispiel für eine solche Hybridmethode ist die in der Dissertation von Eibert [Eib97] eingeführte Finite-Elemente-/ Oberflächenintegralgleichungs (FE/OIG)–Hybridmethode. Diese Methode verknüpft die Vorteile der Finite Elemente Methode mit denen eines Oberflächenintegralgleichungsverfahrens und erlaubt die Behandlung von im Freiraum befindlichen oder in ebene geschichtete Strukturen eingebetteten inhomogenen Streukörpern. Die Leistungsfähigkeit der FE/OIG–Hybridmethode wird durch ihre Anwendung auf unterschiedliche Problemstellungen eindrucksvoll belegt [EH96-1, EH97-4, EH97-5].

Bei allen genannten Methoden muss das Lösungsgebiet oder müssen zumindest Teile des Lösungsgebiets diskretisiert werden. Um physikalisch sinnvolle und insbesondere ausreichend genaue Ergebnisse zu erhalten, müssen die durch die Diskretisierung definierten Volumen-, Flächen- oder Linienelemente meist so klein sein, dass ihre maximale Abmessung viel kleiner als die Wellenlänge ist. Wenn das Lösungsgebiet im Vergleich zur Wellenlänge sehr groß ist, werden folglich ein sehr großer Rechnerpeicher und meist auch eine sehr lange Berechnungszeit benötigt, um das Problem zu lösen. Bei vielen Aufgabenstellungen, insbesondere aus der Mobilfunktechnik, sind Lösungen mit den heute verfügbaren Rechenressourcen überhaupt nicht erzielbar.

Als Ausweg bietet sich an, vorhandene Verfahren mit asymptotischen Verfahren [Bor94, Bou97, Jam86, MPM90] zu kombinieren. Beispiele für die asymptotischen Methoden sind die Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie (UTD, engl. *Uniform Theory of Diffraction*)¹, die Physikalische Beugungstheorie (PTD, engl. *Physical Theory of Diffraction*) und die Spektrale Beugungstheorie (STD, engl. *Spectral Theory of Diffraction*).

Bei diesen Methoden werden zur Berechnung des Streuverhaltens von elektrisch großen Objekten die Streufelder an den Streupunkten auf den Objekten ermittelt und aufaddiert. Dabei wird das Streuverhalten an den Streupunkten in der Regel über eine exakte Lösung eines zugeordneten kanonischen Problems bestimmt.

Charakteristisch für die asymptotischen Methoden ist, dass, wie der Name sagt, typischerweise die mit ihnen erzielbare Genauigkeit der Feldbeschreibung umso größer ist, je größer das Verhältnis der Abmessungen der behandelten Streuobjekte zur Wellenlänge ist. Sie sind dagegen meist nicht auf elektrisch kleine Objekte anwendbar.

Da nun, wie dargelegt, die FEM oder das OIGV effizient nur bei elektrisch kleinen Objekten und die asymptotischen Methoden mit hoher Genauigkeit nur bei elektrisch großen Objekten angewendet werden können, ist es nahe liegend, die beiden zuerst genannten Methoden mit einer asymptotischen Methode zu kombinieren, um Streuprobleme behandeln zu können, bei denen sowohl elektrisch kleine als auch elektrisch große Objekte vorkommen. Erste Berechnungen mit einer Hybridmethode aus der Kombination der Momentenmethode und der Kellerschen Geometrischen Beugungstheorie [Kel62] (GTD, engl. *Geometrical Theory of Diffraction*) wurden Anfang der siebziger Jahre für die Eingangsimpedanz einfacher Antennen (Dipol, Ringantenne) in der Nähe leitender Kanten durchgeführt [TN75].

Eine deutliche Erweiterung erfolgte zu Beginn der achtziger Jahre für die Berechnung der Ströme auf zur Wellenlänge großen leitenden Körpern (Zylinder mit rechteckigem und mit kreisförmigem Querschnitt), indem in der Nähe von Kanten die Stromverteilung als Überlagerung der PO-Lösung

¹In der englischen Literatur ist die Bezeichnung *Uniform Theory of Diffraction* (UTD) gebräuchlich, dagegen sind in den deutschsprachigen Arbeiten die Bezeichnungen *Geometrische Beugungstheorie* [JL98], *Verallgemeinerte Geometrische Beugungstheorie* [GW98, Sch97], *Einheitliche Geometrische Beugungstheorie* [HG94, Pod91] und *Vereinheitlichte Beugungstheorie* [Ges95] zu finden.

In dieser Arbeit wird die Bezeichnung *Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie* verwendet, d. h. die in [Ges95] gewählte Bezeichnung wird um das Wort *Geometrische* ergänzt. Dadurch wird verdeutlicht, dass das Verfahren zu der Klasse der *Geometrisch-Optischen Verfahren* gehört.

und eines durch Lösung einer Integralgleichung zu bestimmenden Anteils angesetzt wurde [KT82, MHT86]. Einen Überblick über den Stand dieser Arbeiten, die zum Teil auch bereits die UTD als asymptotisches Verfahren einsetzen, findet man in [Thi92]. Speziell die Beeinflussung von Drahtantennen oder von leitenden Objekten, die sich mit Hilfe von Drahtmodellen darstellen lassen, wird in den Arbeiten [HG94], [HG98], [TMP85] untersucht. Als asymptotisches Verfahren wurde zunächst die GTD, später die UTD eingesetzt, als Integralgleichung eine E-Feldformulierung für dünne Drähte. Auf der Basis von dreieckförmigen flächenhaften Ansatzfunktionen für die Stromverteilung erfolgt die Beschreibung der Objekte in [JL94]. Diese werden in einen Anteil, der mit Hilfe einer E-Feld Integralgleichung, und einen Anteil, der mit Hilfe der PO beschrieben wird, aufgeteilt. Damit können die PO-Ströme direkt mit den Strömen des Integralgleichungsteils gekoppelt werden, wodurch diese Ströme gewissermassen auch eine Art von Ansatzfunktionen werden. Neben den flächenhaften Elementen konnten auch dünne Drähte beschrieben werden, wobei für die Anbindung der Drähte an leitende Flächen spezielle Ansatzfunktionen eingesetzt werden. Dielektrische Körper werden mit Oberflächen oder Volumenintegralgleichungsformulierungen erfasst. Ein Nachteil der PO-Formulierung ist die Notwendigkeit, die Wirkung der PO-Ströme über eine rechenintensive Integration bestimmen zu müssen. Das Verfahren wurde deshalb um einen UTD-Teil erweitert [JL98], sodass insbesondere großflächige, mit Kanten versehene Körper sehr effizient bearbeitet werden können. Gegenüber der PO verbesserte Strombeschreibungen werden auch auf der Grundlage der Fock-Theorie [Foc65] vorgenommen. Als interessantes kanonisches Problem wird in [Bil91] die Streuung an einer zweidimensionalen Kante mit Wänden, die durch eine tensorielle Wandimpedanz beschrieben werden, mit Hilfe eines Hybridverfahrens untersucht. Die meisten bisher zitierten Verfahren berücksichtigen als Streuzentren nur Ecken und Kanten. Erwähnenswert ist deshalb der Beitrag [SPC86], in dem auch die Beugung an einer gekrümmten Oberfläche mit Hilfe einer asymptotischen Beschreibung erfasst wird. Anwendung von Hybridverfahren auf planare Antennen findet man in [APC98].

1.2 Ziel der Arbeit

Ziel der Arbeit ist es, die feldtheoretischen Grundlagen für eine Verknüpfung von drei unterschiedlichen Verfahren zu erarbeiten, ein Konzept für die programmtechnische Umsetzung zu entwerfen, ein lauffähiges Programm zu erstellen und als Anwendung einige technisch wichtige Beispiele zu analysieren. Dabei soll die von Eibert entwickelte FE/OIG-Hybridmethode durch ein asymptotisches Verfahren, die UTD, ergänzt werden. Zur Unterscheidung von der bisherigen Verknüpfung zweier Verfahren, dem Hybridverfahren nach Eibert, wird für die neu zu entwickelnde Vorgehensweise der Name “Hybrid⁽²⁾ - Verfahren“ gewählt.

Die in dieser Arbeit verwendeten Methoden sind also:

1. **Finite-Elemente-Methode (FEM)**. Sie zeichnet sich durch die flexible Modellierung der

Strukturen aus. Dabei können die beteiligten Streuobjekte beliebige geometrische Formen und beliebig inhomogene und anisotrope Materialverteilungen besitzen. Um 'Spurious Modes'-Ergebnisse zu vermeiden, werden Kantenelemente [Whi57] verwendet. Da die FEM auch in anderen Disziplinen geläufig ist, lassen sich einige Module, wie 'Preprocessor' (Mesh-generator), 'Postprocessor' (Visualisierungs-Module), austauschen. Die Finite-Elemente-Methode gehört zu den sogenannten lokalen Berechnungsverfahren,

2. **Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV).** Der markante Vorteil von Integralgleichungsverfahren in der elektromagnetischen Feldtheorie ist die automatische Erfüllung der offenen Randbedingung (Abstrahlung) über die verwendeten Greenschen Funktionen. Besonders bei Antennen- und Streuproblemen wird dann keine besondere zusätzliche Behandlung benötigt, wie sie bei der Finite-Elemente-Methode notwendig ist. Weitere Besonderheiten bei dem OIGV sind, dass, wenn die in dem betrachteten Medium gültigen Greenschen Funktionen bekannt sind, nur 'Materialsprünge' diskretisiert werden müssen. So muss zum Beispiel bei einem homogenen dielektrischen Streuobjekt im Freiraum nur die Oberfläche diskretisiert werden. Dadurch entsteht eine Rechenspeicher sparende Vorgehensweise. Befindet sich das Streuobjekt in einer planaren geschichteten Struktur, dann muss wiederum nur die Oberfläche des Objektes diskretisiert werden, da die Materialsprünge zwischen benachbarten Schichten über die Sommerfeldschen Greenschen Funktionen schon erfasst werden können. Dabei müssen zur Beschreibung von verlustbehafteten Objekten mit dem OIGV elektrische und magnetische Flächenströme angewendet werden. Das OIGV gehört zu den sogenannten globalen Berechnungsverfahren,
3. **Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie (UTD).** Bei der UTD lässt sich das Gesamtfeld in Teilfelder, wie direktes Feld, reflektierte Felder, gebeugte Felder, ... unterteilen, die getrennt voneinander betrachtet werden können. Dazu müssen die Ausbreitungswege, die die einzelnen Teilfelder zurücklegen, mit 'Ray-Tracing'-Algorithmen bestimmt werden.

Es soll besonders betont werden, dass die hier zu entwickelnde Hybrid⁽²⁾ - Methode eine vollständige Verkopplung aller drei Einzelverfahren enthalten soll. Die Lösung des Problems muss deshalb in einem Schritt und darf nicht sukzessiv für Teilbereiche mit einem oder mit zwei der Verfahren und anschließender Nachbearbeitung durch das dritte Verfahren erfolgen. In diesem Sinne handelt es sich bei dem zu entwickelnden Verfahren um eine 'doppelte Hybridisierung', deshalb wurde als Name Hybrid⁽²⁾ - Methode gewählt.

Es soll darauf hingewiesen werden, dass in der Literatur Arbeiten zu finden sind, bei denen die Wirkung elektrisch großer Körper mit Hilfe eines asymptotischen Verfahrens in Verbindung z. B. mit der Momentenmethode beschrieben wird [JNL95, ONV96, RDC96]. Bei diesen Arbeiten wird jedoch das Problem sukzessiv gelöst, d. h. in einem ersten Schritt wird das Problem mit Hilfe eines Integralgleichungsverfahrens bei Abwesenheit der elektrisch großen Körper behandelt, anschließend wird die Wirkung des so ermittelten Feldes auf die Streukörper berechnet.

Dadurch wird die Rückkopplung der großen Körper auf die Stromverteilung des mit dem Integralgleichungsverfahren behandelten Körpers vernachlässigt. Es handelt sich folglich nicht um Hybridverfahren im hier verwendeten Sinne.

1.3 Entwurf eines Konzepts für das Hybrid⁽²⁾ - Verfahren

Im Rahmen dieser Arbeit soll, wie dargestellt, ein theoretisches Konzept für die Anbindung von asymptotischen Methoden an das im Abschnitt 1.1 beschriebene FE/OIG-Hybridverfahren zur Lösung komplexer elektromagnetischer Randwertprobleme mit inhomogenen Objekten und elektrisch großen Streukörpern entworfen, realisiert und angewendet werden. In Abb. 1.1 ist in sche-

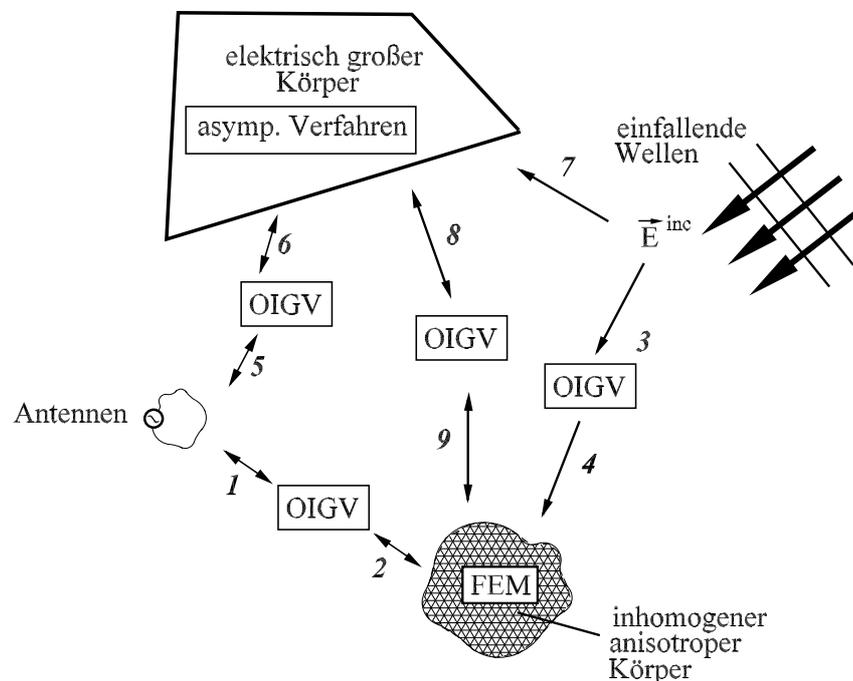


Abb. 1.1: Konzept der Hybrid⁽²⁾-Methode.

matischer Form eine mögliche Problemstellung skizziert: Im unendlich großen Lösungsgebiet befinden sich Körper unterschiedlicher Größen und Materialverteilungen und eine oder mehrere gespeiste Antennen. Zusätzlich wird das System durch eine oder mehrere einfallende Wellen angeregt. Zur Vorbereitung der weiteren Diskussion werden die einzelnen Objekte den im Abschnitt 1.2 genannten Methoden FEM, OIGV und UTD zugeordnet. Elektrisch nicht sehr große inhomogene Körper werden der FEM zugeordnet, sie werden deshalb als FE-Körper bezeichnet. Die Oberflächen dieser inhomogenen Körper werden zur exakten Erfüllung der Abstrahlungs-/Randbedingung mit Hilfe des OIGV modelliert. Nicht sehr große metallische Körper werden mit

dem OIGV behandelt, sie werden deshalb OIG-Körper genannt. Alle übrigen elektrisch großen Körper werden dann mit Hilfe der UTD modelliert und als UTD-Körper bezeichnet.

Die Verkopplung der bei dem bereits vorhandenen FE/OIG-Hybridverfahren beteiligten FEM mit dem OIGV wird in Abb. 1.1 mit den Pfeilen 1 und 2 verdeutlicht. Die in beiden Richtungen zeigenden Pfeile weisen auf die gegenseitige Beeinflussung der Ströme auf den OIG- und FE-Körpern hin. Den Einfluss der einfallenden Welle auf die FE- und OIG-Körper kennzeichnen die Pfeile 3 und 4. Da die einfallende Welle als eingepreßt betrachtet wird, handelt es sich um eine einseitige Beeinflussung (einfallende Welle \rightarrow FE-/OIG-Körper). Die Anbindung der UTD an das FE/OIG-Hybridverfahren wirkt sich dann dadurch aus, dass die FE- und OIG-Körper nicht nur über die Pfeile 1 und 2, sondern jetzt auch über die UTD-Körper, d. h. zusätzlich über die Pfeile 5-6-8-9 (Antennen \rightarrow inhomogener Körper) und zurück über die Pfeile 9-8-6-5 (inhomogener Körper \rightarrow Antennen) verkopplert sind. Der Einfluss der einfallenden Welle auf die OIG- und FE-Körper wird in analoger Weise (Pfeile 7-8-9) berücksichtigt. Da die Schnittstelle der FE-Körper zu ihrer Umgebung eine OIG-Formulierung ist, kann der Einfluss der elektrisch großen Körper auf OIG- und FE-Körper gemeinsam bearbeitet werden. Für die mathematische Formulierung heißt das, dass durch die Hinzunahme der elektrisch großen Körper der Kern der Integralgleichungsformulierung modifiziert werden muss.

1.4 Aufbau der Arbeit

Da beabsichtigt ist, das hier erstellte Hybrid⁽²⁾-Verfahren noch weiter zu entwickeln, soll durch die vorliegende Arbeit der jetzt insgesamt erreichte Stand weitgehend vollständig dokumentiert werden. Es werden deshalb nicht nur die im Rahmen dieser vorliegenden Arbeit erfolgten Erweiterungen des FE/OIG-Hybridverfahrens zur Hybrid⁽²⁾-Methode dargestellt, sondern es werden auch die davor von Eibert [Eib97] durchgeführten Überlegungen und wesentlichen methodischen Ansätze zur Erstellung der FE/OIG-Hybridmethode kurz referiert. Es sind deshalb zunächst in Kapitel 2 die wesentlichen Grundlagen zur FEM auf der Basis der Dissertation von Eibert [Eib97] dargestellt. Ebenfalls auf dieser Arbeit basiert die Darstellung in Kapitel 3 zu den Oberflächenintegralgleichungsverfahren. In Kapitel 4 sind die Grundlagen der UTD im Wesentlichen auf der Basis bereits vorhandener Literatur zusammengestellt. Im Hinblick auf die spätere Verwendung im Hybrid⁽²⁾-Verfahren wird dabei ein Konzept entwickelt, das es gestattet, sehr flexibel die im konkreten Fall benötigten Streumechanismen und deren Ordnung (z. B. Einfach-, Mehrfachreflexionen, Reflexion-Beugung-Beugung, usw.) auszuwählen. Ausführlich untersucht wird das Verhalten der UTD-Felder im Nahfeld, da, wie später gezeigt werden kann, die UTD in bestimmten Fällen auch bei relativ kleinen Abständen zwischen Quell- und Beobachtungspunkten eingesetzt werden kann, obwohl sie als asymptotisches Verfahren konzipiert wurde. Für den konkreten Einsatz der UTD werden leistungsfähige Strahlsuchverfahren benötigt. In Kapitel 5 werden deshalb

zwei unterschiedliche Vorgehensweise zur Strahlfindung vorgestellt, ein exaktes Strahlsuchverfahren und ein Strahlabschussverfahren. Die Durchsicht der umfangreichen Literatur zeigt, dass für den hier geplanten Einsatz der asymptotischen Verfahren auch über deren eigentlichen Gültigkeitsbereich hinaus entsprechende Strahlsuchverfahren nicht existieren (oder nicht zugänglich sind). Es besteht deshalb die Notwendigkeit, eigene Strahlsuchalgorithmen zu entwickeln, die es insbesondere gestatten, sehr gezielt Mechanismen höherer Ordnung zu berücksichtigen. Die mit dem exakten Strahlsuchverfahren und dem Strahlabschussverfahren erzielbaren Ergebnisse werden am Beispiel der Wellenausbreitung in einem rechteckigen Tunnel miteinander verglichen. Außerdem werden die mit dem Strahlabschussverfahren ermittelten Strahlverläufe für ein Indoor- und ein Outdoor-Ausbreitungsproblem diskutiert. In Kapitel 6 wird zunächst die bereits vorhandene FE/OIG-Hybridmethode referiert und dann dargestellt, dass sich die Anbindung der UTD durch eine Modifizierung der in der OIG-Darstellung verwendeten Greenschen Funktion mathematisch erfassen lässt. Diese Modifikation berücksichtigt, dass zusätzlich zu der Verkopplung innerhalb des OIGV solche aufgrund der UTD-Körper auftreten, wie anhand der Pfeildarstellung in Abschnitt 1.3 anschaulich erläutert wurde. Dabei gelingt es, eine Formulierung zu finden, die es gestattet, die Wirkung einzelner Effekte herauszuarbeiten. Das Konzept ist so allgemein aufgebaut, dass eine Vielzahl von Randwertproblemen der Elektrodynamik behandelt werden kann. Dazu gehören z. B. auch Antennen- und Streuprobleme in kompliziert geschichtet aufgebauten ebenen Strukturen. Aus der Vielzahl der möglichen Fälle werden im Kapitel 7 einige Problemstellungen konkretisiert, Lösungsmöglichkeiten auf der Basis der Hybrid⁽²⁾-Methode aufgezeigt und die erhaltenen Ergebnisse diskutiert. Zunächst werden einfache Antennen analysiert, die dann in einem weiteren Schritt in komplex aufgebaute Umgebung eingebettet werden. Diese Beispiele sind so gewählt, dass sie sich auch noch mit der bereits vorhandenen FE/OIG-Hybridmethode rechnen lassen, sodass die Zuverlässigkeit des neu entwickelten Verfahrens überprüft werden kann. Anschließend werden Beispiele aus der Netzplanung mobiler Kommunikationssysteme untersucht, bei denen insbesondere die neu hinzugefügte UTD zum Einsatz kommt. Eine Zusammenfassung der Arbeit wird in Kapitel 8 gegeben.

Kapitel 2

Finite-Elemente-Methode (FEM)

2.1 Einführung

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist eine der meist verwendeten numerischen Methoden zur Lösung von komplexen elektromagnetischen Randwertproblemen. Die Methode ist sehr flexibel und erlaubt, es beliebig geformte und mit beliebigen Materialien gefüllte Strukturen zu berücksichtigen. Die Berechnungsschritte bei der Methode der Finiten Elemente sind:

- Aufstellung eines Funktionals,
- Preprocessing und FE-Diskretisierung: Zeichnen der Strukturen, Aufbereitung der geometrischen Daten und Materialverteilung (Meshgenerierung), Feldansätze, Aufstellen eines linearen Gleichungssystems,
- Berechnung: Aufstellung der Matrizen und Lösen des linearen Gleichungssystems (direkt oder iterativ),
- Postprocessing: Berechnung von Feldgrößen, Darstellung der Ergebnisse.

In diesem Kapitel 2 werden – im Wesentlichen auf der Basis der Arbeiten von Eibert [EH96-1, EH97-4, Eib97] – die mathematischen Grundlagen und die für die Abschätzung des Rechenaufwandes notwendigen Informationen zusammengestellt, sodass auf diese bei der Diskussion der Verknüpfung der FEM mit anderen Methoden in Kapitel 6 zurückgegriffen werden kann.

2.2 Variationsformulierung

Eine typische Finite-Elemente-Modellierung des Volumenbereiches V_a mit beliebigen linearen, anisotropen, inhomogenen Materialeigenschaften ist in Abb. 2.1 angedeutet. Die Grundlage der in dieser Arbeit in Betracht kommenden FEM ist eine ‘‘schwache‘‘ Formulierung des Feldproblems und die Anwendung der Variationsrechnung [Jin93]. Eine schwache Formulierung des Feldproblems bedeutet, dass integrale Ausdrücke wie z.B. Energien betrachtet werden, die gewisse Stationaritätseigenschaften aufweisen. Die Vorgehensweise zur Lösung des FE-Problems mit der Benutzung eines Funktionals heißt Ritz–FE–Methode oder variationale FE Methode. Zunächst wird

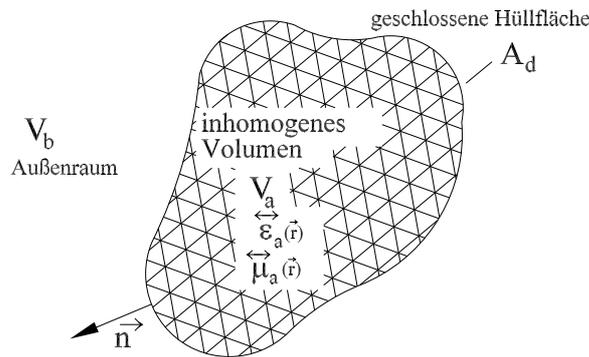


Abb. 2.1: Modell für die Finite-Elemente-Methode, eine beliebig geformte und mit beliebigen Materialien gefüllte geschlossene Struktur.

mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen mit der Zeitabhängigkeit $e^{j\omega t}$ das Funktional

$$F(\vec{E}_{ad}, \vec{E}) = \iiint_{V_a} [(\nabla \times \vec{E}_{ad}(\vec{r})) \cdot \vec{\mu}_r^{-1}(\vec{r}) \cdot (\nabla \times \vec{E}(\vec{r})) - k_0^2 \vec{E}_{ad}(\vec{r}) \cdot \vec{\varepsilon}_r(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) + j k_0 Z_0 \vec{E}_{ad}(\vec{r}) \cdot \vec{J}_d(\vec{r})] dv + j k_0 Z_0 \iint_{A_d} \vec{E}_{ad}(\vec{r}) \cdot (\vec{H}(\vec{r}) \times \vec{n}(\vec{r})) da \quad (2.1)$$

aufgestellt [Eib97]. \vec{E} ist die elektrische Feldstärke als Lösung des realen Feldproblems und \vec{E}_{ad} ist die adjungierte elektrische Feldstärke als Lösung des homogenen adjungierten Feldproblems, $\vec{\mu}_r$ und $\vec{\varepsilon}_r$ sind Materialtensoren, die im Allgemeinen komplexwertig sind. k_0 und Z_0 sind die Wellenzahl und der Feldwellenwiderstand des Freiraums. $\vec{J}_d(\vec{r})$ ist eine eingeprägte elektrische Stromdichte (als Anregung innerhalb V_a). Der Oberflächenintegralterm in Gl. 2.1 trägt der Tatsache Rechnung, dass bei der Formulierung des Feldproblems in V_a vorerst keine Aussage über den Außenraum V_b mit einbezogen wurde. Das bedeutet, dass die Feldlösung erst dann eindeutig ist, wenn über diesen Oberflächenintegralterm und die Stetigkeitsbedingungen eine Verknüpfung zum Außenraum V_b gegeben ist.

Zur Lösung des Feldproblems könnte ein Ansatz für die Felder aufgestellt werden, der die Form

einer globalen Reihenentwicklung hat. Die Reihen bestehen dann z. B. aus orthogonalen Basisfunktionen $\vec{\alpha}_n$ und noch zu bestimmenden Entwicklungskoeffizienten u_n . Nach dem Einsetzen des Feldansatzes in das Funktional (Gl. 2.1) und Nutzung seiner stationären Eigenschaft können die Entwicklungskoeffizienten bestimmt werden. Prinzipiell sind die Basisfunktionen $\vec{\alpha}_n$ frei wählbar. Die einzige Voraussetzung ist aber, dass sie die vorgegebenen Randbedingungen im gesamten Gebiet, z. B. in Volumen V_a in Abb. 2.1, erfüllen. Die Suche solcher globalen Basisfunktionen ist jedoch bei beliebig geformten Volumen sehr kompliziert und häufig sogar unmöglich. Eine andere Vorgehensweise zur Nutzung des Funktionals ist die Verwendung von sogenannten lokalen Basisfunktionen. Dabei wird das Volumen V_a zunächst in kleine nicht-überlappende Gebiete (sogenannte Finite Elemente) unterteilt. Auf diesen kleinen Elementen werden dann einfache Basisfunktionen angesetzt. Nach der Extremalbildung des Funktionals (Gl. 2.1) über die 1. Ableitung der Unbekannten u_n ergibt sich ein lineares Gleichungssystem (Abschnitt 2.3). Nach dem Lösen des Gleichungssystems (Abschnitt 2.4) sind die Entwicklungskoeffizienten und damit die Felder bekannt.

2.3 Preprocessing und FE-Diskretisierung

Zu dem Teil Preprocessing gehört das Zeichnen der zu untersuchenden Struktur. Dies erfolgt normalerweise über eine CAD-Oberfläche, mit der beliebig komplizierte Strukturen gezeichnet werden können. Basierend auf einfachen bekannten (kanonischen) Strukturen können weitere Objekte z. B. durch Boolesche Operationen 'Union', 'Intersection' und 'Subtraction' erzeugt werden. In dieser Weise lassen sich z. B. Autokarosserie, Flugzeugrumpf konstruieren. Dann zerlegt ein automatischer Meshgenerator die Objekte in kleinere, nicht-überlappende Teilbereiche (die sogenannten Finiten Elemente). Beispiele für solchen Finiten Elementen sind Dreiecke, Rechtecke, Quadrilaterale (zweidimensional) und Tetraeder, Quader, Hexagone (dreidimensional). In dieser Arbeit werden ausschließlich Tetraeder verwendet.

Abb. 2.2 zeigt die Diskretisierung eines aus einem Zylinder und einer Kugel zusammengesetzten Objektes mit unterschiedlicher Auflösung. Von links nach rechts wird die Auflösung immer feiner, die Anzahl der Tetraeder wird größer. Je größer die Anzahl der Tetraeder ist, desto größer wird der benötigte Rechnerspeicher und die Berechnungszeit. In den Tetraedern stecken über die zugeordneten Ansatzfunktionen die Freiheitsgrade der Methode, mit denen der richtige Feldverlauf nachgebildet werden soll. D. h. es werden viele Tetraeder an den Stellen benötigt, in denen sich die Felder stark ändern, z. B. in der Nähe einer scharfen Kante. Vorteilhaft ist die Benutzung von unregelmäßigen Gitterstrukturen, mit denen solche Stellen gezielt feiner diskretisiert werden. Es gibt auch andere Ansätze, z. B. die Verwendung eines adaptiven Meshgenerators, wobei die Diskretisierung im Laufe der Berechnung immer wieder aktualisiert wird. Man fängt mit einer groben Diskretisierung an. Im zweiten Berechnungsdurchgang wird basierend auf den Ergebnissen der ersten Berechnung eine neue Diskretisierung erzeugt, und zwar so, dass die Stellen, in denen sich

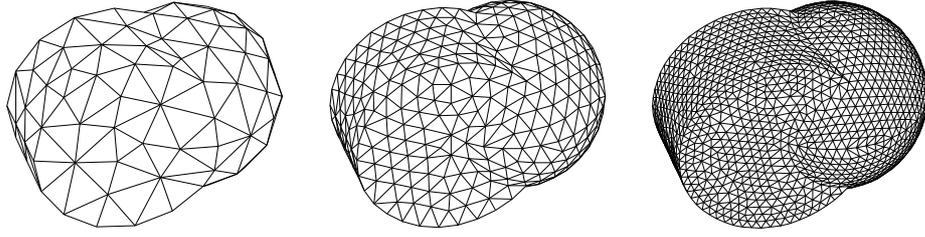


Abb. 2.2: Diskretisierung eines aus einer Kugel und einem Zylinder zusammengesetzten Gebildes mit unterschiedlicher Auflösung.

die Ergebnisse stark verändert haben, feiner diskretisiert werden, die Stellen, in denen sich die Felder nur geringfügig ändern oder konstant sind, werden ohne Änderung für den nächsten Berechnungsdurchgang beibehalten.

Durch die Diskretisierung des FEM-Körpers und das Ansetzen von reellen Vektoransatzfunktionen $\vec{\alpha}_n$ für die elektrische Feldstärke \vec{E} , die adjungierte elektrische Feldstärke \vec{E}_{ad} und die magnetische Feldstärke \vec{H}

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N u_n \vec{\alpha}_n(\vec{r}), \quad \vec{E}_{ad}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N u_n^{ad} \vec{\alpha}_n(\vec{r}), \quad \vec{H}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N i_n \vec{\alpha}_n(\vec{r}) \quad (2.2)$$

wird das Funktional unter Ausnutzung der Stationarität bezüglich der adjungierten Feldstärke \vec{E}_{ad} auf das folgende lineare Gleichungssystem mit den unbekanntenen Entwicklungskoeffizienten u_n und i_n zurückgeführt:

$$[R][u] - k_0^2[S][u] + j k_0 Z_0[T][i] = -j k_0 Z_0[w], \quad (2.3)$$

mit

$$R_{mn} = \iiint_{V_a} (\nabla \times \vec{\alpha}_n(\vec{r})) \cdot \vec{\mu}_r^{-1} \cdot (\nabla \times \vec{\alpha}_m(\vec{r})) dv, \quad (2.4)$$

$$S_{mn} = \iiint_{V_a} \vec{\alpha}_m(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}_r \cdot \vec{\alpha}_n(\vec{r}) dv, \quad (2.5)$$

$$T_{mn} = \oiint_{A_d} \vec{\alpha}_m(\vec{r}) \cdot (\vec{\alpha}_n(\vec{r}) \times \vec{n}(\vec{r})), \quad (2.6)$$

$$w_m = \iiint_{V_a} \vec{\alpha}_m(\vec{r}) \cdot \vec{J}_d dv, \quad (2.7)$$

$n, m = 1, \dots, N$.

Es handelt sich hier um ein Gleichungssystem von N Gleichungen. Bei einem eindeutig bestimmten FEM-Problem ist die Anzahl der Unbekannten gleich der Anzahl der Gleichungen, was dann der Fall ist, wenn das FEM-Problem vom Außenraum entkoppelt ist. Dies kann durch Vorgabe der Tangentialkomponenten von \vec{E} oder \vec{H} auf der Hüllfläche A_d oder einer festen Beziehung zwischen diesen beiden Größen erreicht werden.

Gegenüber dem Vorteil dieser Methode, beliebig inhomogene Körper behandeln zu können, steht der Nachteil, dass die FEM nur auf endlich große Lösungsgebiete anwendbar ist. Bei offenen Problemen, wie Antennen- oder Streuproblemen, werden meist lokale Randbedingungen angesetzt, die in der Regel jedoch das absorbierende Verhalten des homogenen freien Raumes nur näherungsweise wiedergeben können. Beispiele für solche Approximationen sind die sogenannte Einwegwellengleichung von Engquist und Madja [EM77], die Bayliss-Gunzberger-Turkel-Randbedingung [BGT82] und der Perfectly Matched Layer (PML) von Berenger [Ber94].

Tangentiale Vektorelemente der Ordnung 0.5 sind vor allem unter dem Namen *Edge Elements* bekannt. Diese Elemente können in die Klasse der sogenannten *Whitney-Differentialformen* eingeordnet werden [Whi57], weshalb sie oft auch als *Whitney-Edge-Elements* bezeichnet werden. Definiert sind die Edge Elements auf einem Tetraeder, wie in Abb. 2.3 dargestellt. Jeder einzelnen

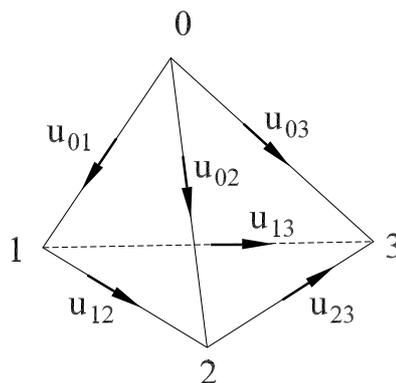


Abb. 2.3: Tetraeder mit zugeordneten Freiheitsgraden (tangentele Vektorelemente der Ordnung 0.5).

Kante des Tetraeders ist ein Freiheitsgrad zugeordnet. Das sind sechs Freiheitsgrade pro Tetraeder, wobei zu beachten ist, dass jeder Freiheitsgrad auch von den jeweils benachbarten Tetraedern belegt wird. Durch die Pfeile ist angedeutet, dass die Freiheitsgrade richtungsbehaftet zu verstehen sind.

Zur mathematischen Beschreibung der Ansatzfunktionen ist es sinnvoll, sogenannte Simplexkoordinaten (Barycentric Functions) einzuführen. Diese Koordinaten stellen ein lokales Koordinatensystem auf dem Tetraeder dar, außerhalb des Tetraeders haben sie den Wert 0.

Folgende Bezeichnungsweisen werden vereinbart [Eib97]:

- i Knoten mit Nummer i
- λ_i Simplexkoordinate zu Knoten i
- \vec{t}_{ij} Kantenvektor von Knoten i zu Knoten j
- \vec{A}_i Flächennormale zur Fläche gegenüber Knoten i , nach innen gerichtet
- \vec{r}_i Ortsvektor zu Knoten i
- V_T Volumen des Tetraeders

Mit einem Aufpunkt \vec{r} im Innern des Tetraeders wird dieses eindeutig in vier Teil-Tetraeder zerlegt, wobei V_i das Volumen des Teil-Tetraeders ist, das dem Knotenpunkt i gegenüberliegt. Dann ist die Simplexkoordinate λ_i zu Knoten i definiert durch

$$\lambda_i = \frac{V_i(\vec{r})}{V_T}, \quad (2.8)$$

wobei für alle Simplexkoordinaten

$$\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad (2.9)$$

gilt.

Mit Hilfe der Simplexkoordinaten kann die Ansatzfunktion, die der Kante von Knoten i nach Knoten j zugeordnet ist, angegeben werden zu

$$\vec{\alpha}_{ij}(\vec{r}) = \lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i \quad (2.10)$$

Es kann gezeigt werden, dass

$$\nabla \lambda_i = \frac{1}{3V_T} \vec{A}_i \quad (2.11)$$

ist.

Die Ansatzfunktion für den Freiheitsgrad u_{01} in der Ebene A_1 (d. h. mit $\lambda_1 = 0$) lautet

$$\vec{\alpha}_{01}|_{\text{in } A_1} = \lambda_0 \nabla \lambda_1, \quad (2.12)$$

die Ansatzfunktion $\vec{\alpha}_{01}$ in A_1 besitzt nur die Normalkomponente zu A_1 . Analoge Aussagen gelten für die Ansatzfunktionen für die Freiheitsgrade u_{12} und u_{13} . Die Vektorfunktionen haben nur auf der Kante, der sie zugeordnet sind, und auf Seitenflächen, die diese Kante enthalten, eine tangentielle Feldkomponente. Auf allen anderen Seitenflächen enden die Feldlinien senkrecht. Dies führt zu der gewünschten Eigenschaft, dass die tangentielle Stetigkeit der Feldstärken gewährleistet ist, wogegen die normalen Komponenten unstetig sein können. Man kann zeigen, dass Edge Elements, die gelegentlich auch als Tangentiale Vektorelemente der Ordnung 0.5 bezeichnet werden

(Mischung aus konstanter und linearer Interpolation), divergenzfrei sind. Diese Eigenschaft wurde in der Literatur gelegentlich als Begründung dafür angegeben, dass FE-Verfahren, die auf diesen Elementen basieren, frei von Spurious Modes sind, was jedoch falsch ist, da durch die Sprünge der Normalkomponenten an den Teilbereichsgrenzen durchaus divergenzbehaftete Lösungen entstehen könnten.

2.4 Berechnung

2.4.1 Berechnung der Elementarmatrizen

Im Folgenden sollen die in Gl. 2.3 beteiligten Matrizen aufgeführt werden, für die einzelne Herleitung wird auf die Arbeiten in [Eib97, LM92] verwiesen.

Die beiden Matrizen $[R]^e$ und $[S]^e$ beschreiben die Vorfaktoren der elektrischen Feldstärke, d. h. die gegenseitige Beeinflussung der Kantenelemente in einem Tetraeder:

$$[R]^e = \frac{1}{9V_T} \begin{bmatrix} t_{23}t_{23} & -t_{23}t_{13} & t_{23}t_{12} & t_{23}t_{03} & -t_{23}t_{02} & t_{23}t_{01} \\ -t_{13}t_{23} & t_{13}t_{13} & -t_{13}t_{12} & -t_{13}t_{03} & t_{13}t_{02} & -t_{13}t_{01} \\ t_{12}t_{23} & -t_{12}t_{13} & t_{12}t_{12} & t_{12}t_{03} & -t_{12}t_{02} & t_{12}t_{01} \\ t_{03}t_{23} & -t_{03}t_{13} & t_{03}t_{12} & t_{03}t_{03} & -t_{03}t_{02} & t_{03}t_{01} \\ -t_{02}t_{23} & t_{02}t_{13} & -t_{02}t_{12} & -t_{02}t_{03} & t_{02}t_{02} & -t_{02}t_{01} \\ t_{01}t_{23} & -t_{01}t_{13} & t_{01}t_{12} & t_{01}t_{03} & -t_{01}t_{02} & t_{01}t_{01} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

mit

$$t_{ij}t_{kl} = \vec{t}_{ij} \cdot \vec{\mu}_r^{-1} \cdot \vec{t}_{kl}. \quad (2.14)$$

\vec{t}_{ij} ist der Längenvektor von Knoten i zu Knoten j ,

$$\vec{t}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i, \quad (2.15)$$

und $\vec{\mu}_r^{-1}$ ist der inverse Tensor der anisotropen relativen Permeabilität $\vec{\mu}_r$, die im untersuchte Tetraeder konstant ist.

$$[S]^e = \frac{1}{180V_T} \cdot \begin{bmatrix} 2(I_{00} - I_{01} - I_{02} + I_{11}) & I_{00} - I_{01} - I_{02} + 2I_{12} & I_{00} - I_{01} - I_{03} + 2I_{13} & I_{01} - I_{11} - 2I_{02} + I_{12} & I_{01} - I_{11} - 2I_{03} + I_{13} & I_{02} - I_{12} - I_{03} + I_{13} \\ I_{00} - I_{01} - I_{02} + 2I_{12} & 2(I_{00} - I_{02} + I_{22}) & I_{00} - I_{02} - I_{03} + 2I_{23} & 2I_{01} - I_{12} - I_{02} + I_{22} & I_{01} - I_{12} - I_{03} + I_{23} & I_{02} - I_{22} - 2I_{03} + I_{23} \\ I_{00} - I_{01} - I_{03} + 2I_{12} & I_{00} - I_{02} - I_{03} + 2I_{23} & 2(I_{00} - I_{03} + I_{33}) & I_{01} - I_{13} - I_{02} + I_{23} & 2I_{01} - I_{13} - I_{03} + I_{33} & 2I_{02} - I_{23} - I_{03} + I_{33} \\ I_{01} - I_{11} - 2I_{02} + I_{12} & 2I_{01} - I_{12} - I_{02} + I_{22} & I_{01} - I_{13} - I_{02} + I_{23} & 2(I_{11} - I_{12} + I_{22}) & I_{11} - I_{12} - I_{13} + 2I_{23} & I_{12} - I_{22} - 2I_{13} + I_{23} \\ I_{01} - I_{11} - 2I_{03} + I_{13} & I_{01} - I_{12} - I_{03} + I_{23} & 2I_{01} - I_{13} - I_{03} + I_{33} & I_{11} - I_{12} - I_{13} + 2I_{23} & 2(I_{11} - I_{13} + I_{33}) & 2I_{12} - I_{23} - I_{13} + I_{33} \\ I_{02} - I_{12} - I_{03} + I_{13} & I_{02} - I_{22} - 2I_{03} + I_{23} & 2I_{02} - I_{23} - I_{03} + I_{33} & I_{12} - I_{22} - 2I_{13} + I_{23} & 2I_{12} - I_{23} - I_{13} + I_{33} & 2(I_{22} - I_{23} + I_{33}) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

mit

$$I_{ij} = \vec{A}_i \cdot \vec{\varepsilon}_r \cdot \vec{A}_j. \quad (2.17)$$

Für die Aussage über den Außenraum V_b ist die T-Matrix

$$[T]^e = \frac{1}{6} (\vec{n}_A \cdot \vec{n}(\vec{r})) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \vec{n}_A = \frac{\vec{A}_T}{A_T}. \quad (2.18)$$

zuständig.

Der Anregungsvektor $[w]$ innerhalb des Volumens V_a :

$$[w]^e = \frac{\vec{J}_d}{12} \begin{bmatrix} \vec{A}_1 - \vec{A}_0 \\ \vec{A}_2 - \vec{A}_0 \\ \vec{A}_3 - \vec{A}_0 \\ \vec{A}_2 - \vec{A}_1 \\ \vec{A}_3 - \vec{A}_1 \\ \vec{A}_3 - \vec{A}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

\vec{J}_d ist die im aktuellen Tetraeder herrschende konstante elektrische Stromdichte.

Sind die Elementarmatrizen für jedes Tetraeder aufgestellt, werden sie zu den Systemmatrizen in Gl. 2.3 durch Addition der Elementarmatrizen für gemeinsame Kanten bei mehreren Tetraedern

zusammengefügt ('assembly process').

$[R]$ - und $[S]$ -Matrizen sind schwach besetzt, was daran liegt, dass die einzelnen Freiheitsgrade nur lokal verknüpft sind. D. h. es gibt keine direkte gegenseitige Beeinflussung (Verkopplung) zwischen nicht-benachbarten Tetraedern. Die $[T]$ -Matrix gibt an, wie das Volumen V_a das Außengebiet sieht. Sie ist eine 3×3 -Matrix, da die Oberfläche eines Tetraeders aus Dreiecken (drei Freiheitsgrade) besteht. Eine vollständig metallische Berandung würde die Berechnung der $[T]$ -Matrix überflüssig machen, da der Integrand im Oberflächenintegralterm verschwindet. Die Elemente im Anregungsvektor $[w]$ sind dann von Null verschieden, wenn in den Tetraedern eine eingeprägte Stromdichte vorliegt.

2.4.2 Lösungsverfahren für das lineare Gleichungssystem

Die Lösung des linearen Gleichungssystems Gl. 2.3 erfordert die Information über die Feldverhältnisse auf der Berandung des Finite Elemente-Volumens. Dies kann erfolgen durch:

- das Ansetzen einer bestimmten elektrischen/magnetischen Feldstärke (Dirichletsche, Neumannsche Bedingung oder Kombinationen von den beiden). Z. B. wird bei der Analyse von Mikrowellenschaltungen die Information über die Feldverhältnisse in den Eingangs- und Ausgangs-Toren notwendig, um das Innere der Schaltung zu benachrichtigen, mit welchen Moden die Schaltung angeregt wird (Eigenwertanalyse).
- die Angabe der tangentialen Komponente der elektrischen/magnetischen Feldstärke. Z. B. verschwindet auf einer metallischen Berandung die tangentiale Komponente der elektrischen Feldstärke, s. Kapitel 3 und 6.
- die Vorgabe einer festen Beziehung zwischen der elektrischen und magnetischen Feldstärke, z. B. bei absorbierenden Randbedingungen.

Das Gleichungssystem in Gl. 2.3 lässt sich folgendermassen darstellen:

$$[M_u] [u] + [M_i] [i] = [b], \quad (2.20)$$

wobei die beiden Matrizen $[M_u]$ und $[M_i]$ schwach besetzt sind. Mit der oben diskutierten Information über das Außengebiet wird das Gleichungssystem eindeutig lösbar. Hierzu stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung, wobei grundsätzlich zwischen den direkten und den iterativen Lösern zu unterscheiden ist [GL83, Saa95]. Direkte Löser basieren auf dem Gaußschen Algorithmus. Sie liefern abgesehen von Rundungsfehlern exakte Lösungen, fordern aber bei großer Anzahl von Tetraedern hohen Rechenspeicher und große Rechenzeiten. Viele iterative Verfahren liefern bei einem Gleichungssystem mit n Unbekannten theoretisch spätestens nach n Iterationsschritten die exakte Lösung. Einer der bekanntesten Vertreter dieser Gruppe von Verfahren ist die Methode der konjugierten Gradienten. Die meisten iterativen Verfahren gehen davon aus, die Lösung

innerhalb eines Krylov–Unterraums aufzubauen. Praktisch sinnvoll einsetzbar werden die iterativen Methoden erst dann, wenn sie mit wenigen Iterationsschritten zu guten Ergebnissen führen. Dies kann in der Regel nur erreicht werden, wenn sie mit effektiven Vorkonditionierern verknüpft werden.

2.5 Postprocessing

Sind die Entwicklungskoeffizienten u_n für alle Kanten bekannt, erfolgt die Berechnung der elektrischen Feldstärke in einem Beobachtungspunkt, der sich in einem Tetraeder m befindet, über die Summe aller sechs Kantenbeiträge, die das Tetraeder m bilden

$$\vec{E}(\vec{r}) = \left[\sum_{n=1}^6 u_n \vec{\alpha}_n(\vec{r}) \right]_{\text{Tetraeder } m} . \quad (2.21)$$

Die Berechnung der magnetischen Feldstärke in einem beliebigen Beobachtungspunkt in Tetraeder m erfolgt über Gl. 2.21 unter Verwendung der 2. Maxwellschen Gleichung. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}) &= -\frac{1}{j\omega} \overset{\leftrightarrow}{\mu}_{r_m}{}^{-1} \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) \\ &= -\frac{1}{j\omega\mu_0} \overset{\leftrightarrow}{\mu}_{r_m}{}^{-1} \left[\sum_{n=1}^6 u_n \nabla \times \vec{\alpha}_n(\vec{r}) \right]_{\text{Tetraeder } m} \\ &= -\frac{2}{j\omega\mu_0 9 V_{T_m}} \overset{\leftrightarrow}{\mu}_{r_m}{}^{-1} \left[\sum_{n=1}^6 u_n \vec{A}_i \times \vec{A}_j \right]_{\text{Tetraeder } m} . \end{aligned} \quad (2.22)$$

Die Indizes i und j sind definiert bzgl. Abb. 2.3. Die tensorielle relative Permeabilität $\overset{\leftrightarrow}{\mu}_{r_m}$ ist im Tetraeder m konstant. In Gl. 2.22 ist zu sehen, dass bei tangentialen Vektorelementen der Ordnung 0.5 die magnetische Feldstärke in einem Tetraeder konstant ist.

Darüberhinaus lassen sich andere Größen berechnen, wie die Leistungsdichte, die z. B. für die Berechnung der spezifischen Absorbstionrate (SAR) Gebrauch gemacht wird [EAW98], oder die Streuparameter einer Mikrowellenschaltung [Jin93].

Kapitel 3

Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV)

3.1 Einführung

Die vektorielle Formulierung des Huygensschen Prinzips ermöglicht die Berechnung von Feldern in einem Lösungsgebiet aus einer Aufsummierung der Feldwerte auf dessen Berandung. Durch eine Aufteilung des Lösungsgebiets in Teilbereiche und das Verlegen von Beobachtungspunkten in das Innere oder auf die Oberfläche einzelner Teilbereiche lassen sich Integralgleichungsformulierungen zur Lösung elektromagnetischer Randwertprobleme aufstellen. Als ein wichtiges theoretisches Hilfsmittel für solche Darstellungen werden in Abschnitt 3.2 die dyadischen Greenschen Funktionen eingeführt. Für die in dieser Arbeit interessierende Verknüpfung unterschiedlicher Verfahren werden Oberflächenintegralgleichungsformulierungen benötigt. Diese werden in Abschnitt 3.3 auf der Basis elektrodynamischer Potentiale bereitgestellt. Die Verwendung des Konzepts der Greenschen Funktionen erlaubt dabei eine elegante Formulierung auch für den Fall, dass sich die Streukörper oder Antennen in oder über bzw. unter ebenen geschichteten Strukturen befinden. Für die Überführung der Integralgleichungsformulierung in ein lineares Gleichungssystem werden, wie in Abschnitt 2.3 bei der FEM, lokale Ansatzfunktionen auf den interessierenden Oberflächen von Teilbereichen eingesetzt. Durch diese gleichzeitige Verwendung der lokalen Ansatzfunktionen bei der FEM und bei dem OIGV wird die Verknüpfung dieser beiden Methoden vorbereitet.

Die Darstellung in Kapitel 3 basiert wieder im Wesentlichen auf der Arbeit von Eibert [Eib97]. Dabei wurden die bei der Aufbereitung der Gleichung für die Ansatzfunktionen benötigten vektoriellen Zusammenhänge neu hergeleitet, da die Darstellungen in der Literatur dazu sehr knapp

gehalten sind. Als Vorbereitung auf die Anbindung asymptotischer Verfahren wird auf der Basis der 'Mixed-Potential'-Formulierung eine Gleichung für das elektrische Feld, das in einem Beobachtungspunkt von den durch die Ansatzfunktionen beschriebenen elektrischen und magnetischen Oberflächenstromdichten und Ladungen erzeugt wird, entwickelt.

3.2 Dyadische Greensche Funktionen

Ziel dieses Abschnitts ist zu beschreiben, wie die elektromagnetischen Felder in beliebigen Beobachtungspunkten bei vorgegebenen Quellverteilungen bestimmt werden können. Allgemein kann dies darauf zurückgeführt werden, wie ein System (hier die Umgebung) auf eine Anregung (hier elektrische und magnetische Ströme) reagiert. Die Antwort auf die Anregung sind die Felder. In dieser Arbeit werden die Diskussionen auf solche Umgebungen beschränkt, bei denen entweder der ganze Raum homogen ist, oder in einer Richtung (z. B. in z-Richtung) aus jeweils schichtenweise homogenen Materialien besteht. Im ersten Fall redet man vom Freiraum und im zweiten von planaren geschichteten Strukturen.

Ausgangspunkt der Betrachtungen sind die Maxwell'schen Gleichungen für zeitharmonische Felder mit einem unterdrückten Zeitfaktor $e^{j\omega t}$, die angegeben werden können zu

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = j\omega \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) + \vec{J}(\vec{r}), \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) - \vec{M}(\vec{r}), \quad (3.2)$$

wobei $\vec{J}(\vec{r})$ und $\vec{M}(\vec{r})$ elektrische und magnetische Quellen im betrachteten Raum sind. $\varepsilon(\vec{r})$ und $\mu(\vec{r})$ können komplexe Größen sein. Dabei wird vorausgesetzt, dass das Medium linear und isotrop ist.

Im Freiraum sind $\varepsilon(\vec{r})$ konstant und $\mu(\vec{r})$ konstant. Im Fall einer planaren in z-Richtung geschichteten Struktur sind $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon(z \vec{e}_z)$ und $\mu(\vec{r}) = \mu(z \vec{e}_z)$.

Die Lösung der Maxwell'schen Gleichungen, d. h. die Bestimmung der elektrischen und magnetischen Feldstärke, erfolgt ausgehend von den inhomogenen Wellengleichungen, die durch die Rotationsbildung Gl. 3.1 und Gl. 3.2 und durch das Eliminieren jeweils einer Unbekannten (\vec{E} oder \vec{H}) entstehen,

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\vec{r})} \nabla \times \vec{E}_J(\vec{r}) - \omega^2 \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}_J(\vec{r}) = -j\omega \vec{J}(\vec{r}), \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\vec{r})} \nabla \times \vec{E}_M(\vec{r}) - \omega^2 \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}_M(\vec{r}) = -\nabla \times \frac{\vec{M}(\vec{r})}{\mu(\vec{r})}. \quad (3.4)$$

\vec{E}_J ist die elektrische Feldstärke, die allein von den elektrischen Quellen erzeugt wird, \vec{E}_M ist die Feldstärke, die die magnetischen Quellen verursachen. Die gesamte elektrische Feldstärke kann

dann durch die Summe der beiden Teilfelder berechnet werden:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_J(\vec{r}) + \vec{E}_M(\vec{r}). \quad (3.5)$$

In der mathematischen Physik (z. B. [MF65, Sta79]) wird das Konzept der Greenschen Funktionen eingeführt als Lösung der inhomogenen Wellengleichung unter Anregung einer in \vec{r}' liegenden Punktquelle:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\vec{r})} \nabla \times \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') - \omega^2 \varepsilon(\vec{r}) \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') = -j\omega \vec{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (3.6)$$

$$\nabla \times \frac{1}{\mu(\vec{r})} \nabla \times \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') - \omega^2 \varepsilon(\vec{r}) \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') = -\nabla \times \frac{1}{\mu(\vec{r})} \vec{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (3.7)$$

wobei \vec{I} die Einheitsdyade ist.

Befinden sich elektrische und magnetische Quellen verteilt im Raum, lassen sich die elektrische und magnetische Feldstärke in beliebigen Beobachtungspunkten unter Nutzung des Greenschen Satzes bei bekannten Greenschen Funktionen mit den folgenden Integrationen berechnen:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) = & \iiint_V \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_V(\vec{r}') dv' + \iiint_V \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_V(\vec{r}') dv' + \\ & \iint_A \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}), \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}) = & \iiint_V \vec{G}_J^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_V(\vec{r}') dv' + \iiint_V \vec{G}_M^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_V(\vec{r}') dv' + \\ & \iint_A \vec{G}_J^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_M^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{H}^{inc}(\vec{r}). \end{aligned} \quad (3.9)$$

$\vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}')$ und $\vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}')$ sind definiert in Gl. 3.6 und 3.7. $\vec{G}_J^H(\vec{r}, \vec{r}')$ und $\vec{G}_M^H(\vec{r}, \vec{r}')$ sind die entsprechenden Greenschen Funktionen für die magnetische Feldstärke. Diese lassen sich über die Dualität zwischen den elektrischen und magnetischen Größen herleiten [Kon90]. Die Volumenintegrale werden über alle vorhandenen Quellen im Lösungsgebiet V ausgeführt (Abb. 3.1). A ist die Berandung des Volumens V , und $\vec{E}^{inc}(\vec{r})$ ist eine eventuell vorhandene einfallende Welle.

Das Problem der Berechnung von elektromagnetischen Feldern wird auf die Bestimmung der Greenschen Funktionen und die Berechnung der Integrale zurückgeführt.

3.3 Formulierung eines Oberflächenintegralgleichungsverfahrens

In einem homogenen isotropen und quellenfreien Raum befinden sich Streukörper mit beliebigen Materialverteilungen unter Anregung einer einfallenden ebenen Welle (Abb. 3.1). Die Lösung dieses Streuproblems, die Bestimmung der elektrischen und magnetischen Feldstärke in beliebigen Beobachtungspunkten, erfolgt durch die Anwendung des Huygensschen Prinzips [SC39]. Das Huygenssche Prinzip erlaubt das Ersetzen von Inhomogenitäten durch äquivalente flächenhafte Stromdichten, $\vec{J}_A(\vec{r})$ und $\vec{M}_A(\vec{r})$, mit

$$\vec{J}_A(\vec{r}) = \vec{n}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r}), \quad (3.10)$$

$$\vec{M}_A(\vec{r}) = \vec{E}(\vec{r}) \times \vec{n}(\vec{r}) \quad (3.11)$$

über der Oberfläche des inhomogenen Körpers A . Dadurch ist das Innere des Streukörpers nach

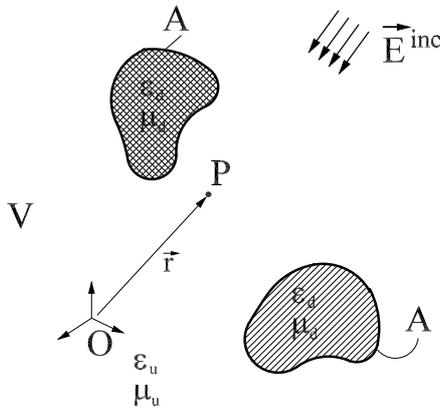


Abb. 3.1: Beliebige geformte und mit beliebiger Materialverteilung gefüllte Streukörper im Raum.

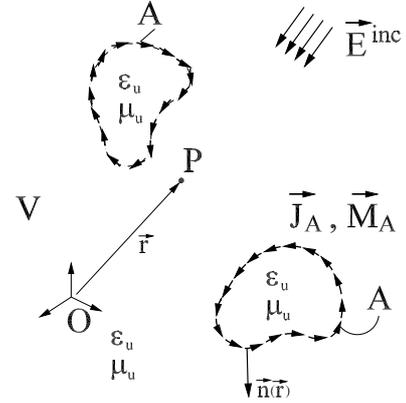


Abb. 3.2: Nach dem Huygensschen Prinzip äquivalente Anordnung zu Abb. 3.1.

der Stetigkeitsbedingung feldfrei, damit kann es durch die Materialien der Umgebung (in Abb. 3.1 ϵ_u, μ_u) gefüllt werden.

In dieser Weise wird das Problem der Streuung an inhomogenen Körpern in Abb. 3.1 in das Problem der Abstrahlung mit noch unbekanntenen Quellen, $\vec{J}_A(\vec{r})$ und $\vec{M}_A(\vec{r})$, in Abb. 3.2 übergeführt. Befinden sich in V keine weiteren Quellen außer auf der Huygensfläche A , müssen die Integrationen (Gl. 3.8 und 3.9) nur über A durchgeführt werden

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iint_A \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}), \quad (3.12)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \iint_A \vec{G}_J^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_M^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{H}^{inc}(\vec{r}). \quad (3.13)$$

Bei bekannten elektrischen und magnetischen Strömen über die gesamte Huygensfläche lassen sich die elektromagnetischen Felder mittels Gl. 3.12 und 3.13 für beliebige Beobachtungspunkte im Lösungsgebiet V , sowohl im Nahbereich (Nahfeld) als auch im Fernbereich (Fernfeld), berechnen. Zur Bestimmung der elektrischen und magnetischen Ströme ist es üblich, ein Integralgleichungsverfahren zu benutzen. In dieser Arbeit handelt es sich um ein Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV), da die Integrationen nur über Oberflächen erfolgen.

Da die Integralkerne (die Greenschen Funktionen in Gl. 3.12 und 3.13) stark singular sind, ist die Darstellung der elektromagnetischen Felder wie in Gl. 3.12 und 3.13 für die numerische Auswertung nicht geeignet. Deshalb wird versucht, bei der Lösung des Problems mit einem Integralgleichungsverfahren die elektromagnetischen Felder über elektrodynamische Potentiale zu beschreiben.

\vec{E} kann mit Hilfe von elektrodynamischen Potentialen folgendermaßen beschrieben werden [Bal89]

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\vec{A}(\vec{r}) - \nabla\phi(\vec{r}) - \frac{1}{\varepsilon}\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) \quad (3.14)$$

\vec{A} ist das magnetische Vektorpotential entsprechend

$$\vec{B}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}) \quad \text{im Fall von} \quad \vec{M}_A(\vec{r}) = 0 \quad (3.15)$$

und \vec{F} das elektrische Vektorpotential entsprechend

$$\vec{D}(\vec{r}) = -\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) \quad \text{im Fall von} \quad \vec{J}_A(\vec{r}) = 0. \quad (3.16)$$

ϕ ist das elektrische Skalarpotential, das zusammen mit dem magnetischen Vektorpotential der Lorentz-Eichung genügt,

$$\phi(\vec{r}) = \frac{j\omega}{k^2} \nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}). \quad (3.17)$$

Im Weiteren werden nur die beiden Terme mit dem magnetischen Vektorpotential \vec{A} und dem elektrischen Skalarpotential ϕ betrachtet, da eine Formulierung mit dem elektrischen Vektorpotential \vec{F} gegenüber der Darstellung mit der Greenschen Funktion des Feldes in Gl. 3.12 keine Vorteile bringt.

Somit kann die gewünschte Integraldarstellung mit elektrodynamischen Potentialen formal angegeben werden zu

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) = & -j\omega \iint_A \vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A da' - \nabla \iint_A G^\phi(\vec{r}, \vec{r}') \rho_A(\vec{r}') da' + \\ & \iint_A \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc} \end{aligned} \quad (3.18)$$

mit den Greenschen Funktionen im freien Raum [Kon90]

$$\vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\mu}{4\pi} \vec{I} \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (3.19)$$

$$G^\Phi(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (3.20)$$

$$\vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \vec{I} \times \nabla \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (3.21)$$

mit $r = |\vec{r} - \vec{r}'|$. \vec{J}_A und \vec{M}_A sind die äquivalenten Flächenstromdichten (Huygensschen Quellen), die aus den elektrischen und magnetischen Feldern an der Oberfläche der Streuobjekte mit den Gln. 3.10 und 3.11 bestimmt werden können. ρ_A ist die Flächenladungsdichte, die aus der Kontinuitätsgleichung

$$\rho_A(\vec{r}) = -\frac{1}{j\omega} \nabla_A \cdot \vec{J}_A(\vec{r}) \quad (3.22)$$

berechnet werden kann. Dabei ist $\nabla_A \cdot$ der Flächendivergenzoperator.

Mit der Spezialisierung der tangentialen Komponente der elektrischen Feldstärke auf die Oberfläche der Streuobjekte lässt sich Gl. 3.18 in eine Integralgleichung umsetzen

$$\begin{aligned} \vec{n}(\vec{r}) \times \left[\frac{1}{2} \vec{E}(\vec{r}) \right] \Big|_{\vec{r} \in A_d} &= \vec{n}(\vec{r}) \times \left[-j\omega \text{PV} \int \int_{A_c \cup A_d} \vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' \right. \\ &\left. - \nabla \text{PV} \int \int_{A_c \cup A_d} G^\Phi(\vec{r}, \vec{r}') \rho_A(\vec{r}') da' + \text{PV} \int \int_{A_d} \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \right] \Big|_{\vec{r} \in A_d} \end{aligned} \quad (3.23)$$

A ist die Huygensfläche, mit $A = A_d \cup A_c$. A_d ist die Hüllfläche eines dielektrischen Körpers und A_c ist eine ideal leitfähige Fläche, auf der die elektrische Feldstärke senkrecht steht, und deshalb gilt die Integralgleichung auf A_c

$$\begin{aligned} 0 &= \vec{n}(\vec{r}) \times \left[-j\omega \text{PV} \int \int_{A_c \cup A_d} \vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' - \nabla \text{PV} \int \int_{A_c \cup A_d} G^\Phi(\vec{r}, \vec{r}') \rho_A(\vec{r}') da' \right. \\ &\left. + \text{PV} \int \int_{A_d} \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \right] \Big|_{\vec{r} \in A_c}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Der Ausdruck auf der linken Seite kommt jeweils zustande aus der Auswertung der Integrale auf der Oberfläche der Streuobjekte, die Integrale auf der rechten Seite sind dann als Cauchysche Hauptwerte (PV) aufzufassen.

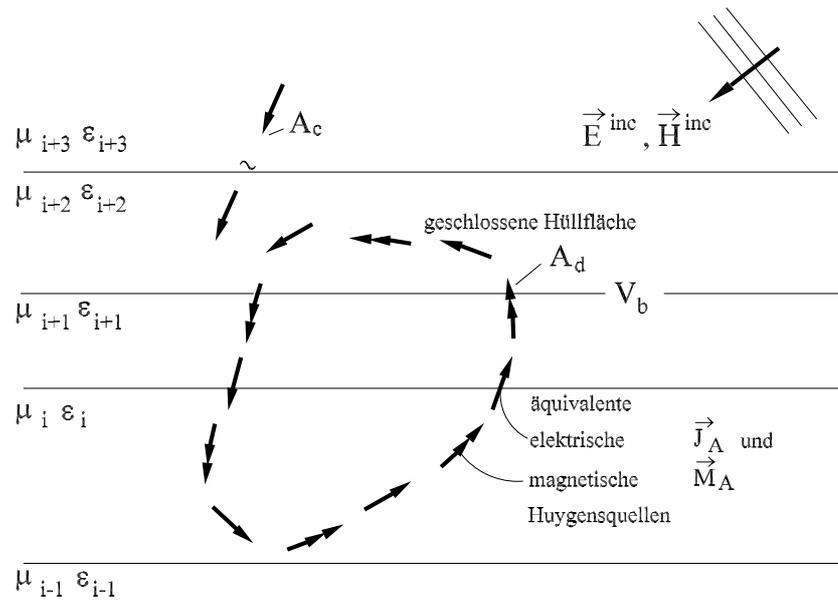


Abb. 3.3: Modell für die Integraldarstellung in planaren geschichteten Strukturen.

Die Übertragung der in [RWG82] beschriebenen Vorgehensweise auf die Streuprobleme in ebenen Schichtenstrukturen (Abb. 3.3) ist für beliebig orientierte Ströme nicht unmittelbar möglich, da in einer Schichtenstruktur die Angabe eines eindeutig definierten Skalarpotentials gewisse Probleme bereitet [Mic87]. Eibert [Eib97] hat eine Vorgehensweise, die auf dem klassischen Sommerfeldansatz [Som62] basiert, vorgeschlagen. Die klassische Form von Sommerfeld, die die Lorenz-Eichung nicht erfüllt, wurde durch die Einführung einer beliebigen Funktion g als Freiheitsgrad so erweitert, dass der Ansatz bzgl. der Maxwell'schen Gleichungen und der Lorenz-Eichung konsistent ist.

Da die Greenschen Funktionen für geschichtete Strukturen nur im Spektralbereich analytisch geschlossen angegeben werden können, müssen sie für die Anwendung in Gl. 3.18 in den Ortsbereich transformiert werden. Dazu müssen langwierige Auswertungen der Sommerfeldintegrale durchgeführt werden, wobei sowohl analytische Verfahren (Abspaltung von primärer Erregung, Spiegelquellen, ...) als auch numerische eingesetzt werden [CYF91, Eib97].

Die Auswertung der elektrischen Feldstärke auf der Oberfläche der Streuobjekte in ebenen geschichteten Strukturen liefert einen zusätzlichen Term, wenn die Huygensfläche in der Grenzfläche zweier Schichten liegt. Hier müssen nicht nur die primäre Erregung, wie im Freiraum-Fall, sondern auch die Spiegelquellen berücksichtigt werden. Die tangentialen Komponenten der elek-

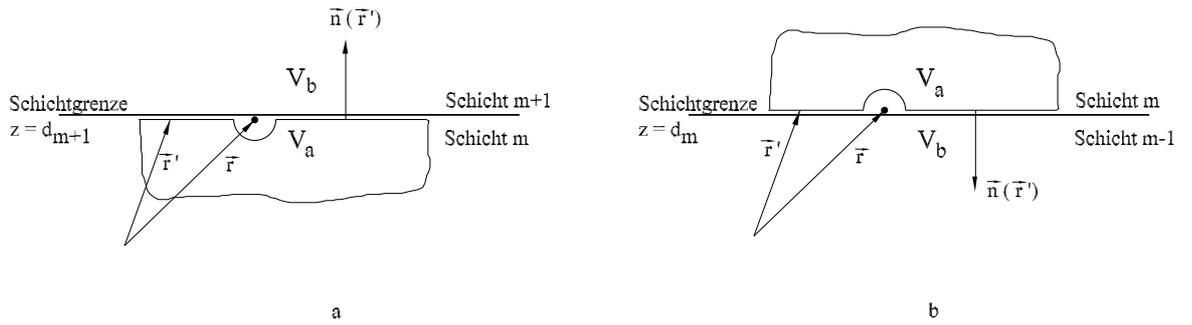


Abb. 3.4: Modell für die Integraldarstellung in planaren geschichteten Strukturen.

trischen Feldstärke in geschichteten Strukturen sehen dann wie folgt aus

$$\begin{aligned}
 & \vec{n}(\vec{r}) \times \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{\varepsilon_{m\pm 1} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{m\pm 1} + \varepsilon_m} - \frac{\mu_{m\pm 1} - \mu_m}{\mu_{m\pm 1} + \mu_m} \right\} \delta_{z, d_{m\pm 1}} \right) \vec{E}(\vec{r}) \right] \Big|_{\vec{r} \in A_d} \\
 = & \vec{n}(\vec{r}) \times \left[-j\omega \text{PV} \iint_{A_c \cup A_d} \vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' - \nabla \text{PV} \iint_{A_c \cup A_d} G^\phi(\vec{r}, \vec{r}') \rho_A(\vec{r}') da' \right. \\
 & \left. + \text{PV} \iint_{A_d} \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \right] \Big|_{\vec{r} \in A_d}. \quad (3.25)
 \end{aligned}$$

Der zweite Term kommt zusätzlich vor, wenn sich die Huygensfläche in der Grenzschicht zwischen zwei Schichten befindet. Befindet sich die Huygensfläche in der Grenzschicht zwischen den Schichten m und $m + 1$ (Abb. 3.4a), gilt der Ausdruck mit dem Vorzeichen $+$. Für den Fall in Abb. 3.4b gilt der Ausdruck mit dem Vorzeichen $-$. Liegt die Huygensfläche nicht in einer Grenzschicht, ist der Term Null (wie im Freiraum-Fall), dann geht Gl. 3.25 in Gl. 3.23 über.

3.4 Numerische Umsetzung des Integralgleichungsverfahrens

In Gl. 3.23 bis 3.25 wird nur die elektrische Feldstärke verwendet, deshalb werden sie in der Literatur elektrische Feldintegralgleichung (EFIE = Electric Field Integral Equation) genannt. Die Variante mit der magnetischen Feldstärke wird als magnetische Feldintegralgleichung (MFIE = Magnetic Field Integral Equation) bezeichnet. Da die elektrische Feldstärke in Gl. 3.23 bis 3.25 über elektrodynamische Potentiale beschrieben wird, werden die Gleichungen elektrische Feldintegralgleichung in MPIE-Formulierung (MPIE = Mixed Potential Integral Equation) genannt.

Die Felder sind auf den Huygensschen Flächen über die Gl. 3.10 und Gl. 3.11 mit den äquivalenten Stromdichten verknüpft, so lassen sich die Integralgleichungen in Gl. 3.23 bis 3.25 entweder als Funktionen nur der Felder \vec{E} , \vec{H} oder nur der Stromdichten \vec{M}_A , \vec{J}_A darstellen.

In der Praxis besitzen die Streukörper in Abb. 3.1 im Allgemeinen beliebige Formen, die die analytische Lösung der Integralgleichung erschweren oder unmöglich machen können. Ein Versuch zum Lösen des Problems wäre, wie in Kapitel 2 erwähnt, die Beschreibung der Felder über eine globale Reihenentwicklung, die ein System von orthogonalen Basisfunktionen beinhaltet. Problematisch ist aber die Bestimmung solcher Funktionen, die nicht nur zueinander orthogonal sind, sondern auch die an das Problem gestellten Randbedingungen erfüllen müssen.

Eine Alternative ist wiederum die in Kapitel 2 vorgeschlagene Vorgehensweise, die Verwendung von lokalen Ansatzfunktionen, die einen einfachen Verlauf über ihr Definitionsgebiet besitzen. Dies setzt voraus, dass das Definitionsgebiet jeder einzelnen Funktion klein genug ist. Nach der Diskretisierung der Oberfläche A in kleine Elemente lässt sich dann ein Ansatz, jeweils für \vec{E} und \vec{H} , aufstellen

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N u_n \vec{\alpha}_n(\vec{r}), \quad (3.26)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N i_n \vec{\alpha}_n(\vec{r}). \quad (3.27)$$

Die vektoriellen Funktionen $\vec{\alpha}_n$ sind dieselben Teilbereichsfunktionen wie im FE-Teil in Kapitel 2. u_n und i_n sind die unbekanntenen Amplituden der Ströme.

Mit Hilfe von Gl. 3.10 und Gl. 3.11 können die entsprechenden Ansatzfunktionen für die Huygensflächenstromdichten eingeführt werden. Es ergibt sich

$$\vec{M}_A(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N u_n (-\vec{n}(\vec{r}) \times \vec{\alpha}_n(\vec{r})) \Big|_{\vec{r} \in A_d} = \sum_{n=1}^N u_n (-\vec{\beta}_n(\vec{r})), \quad (3.28)$$

$$\vec{J}_A(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N i_n (\vec{n}(\vec{r}) \times \vec{\alpha}_n(\vec{r})) \Big|_{\vec{r} \in A_d, A_c} = \sum_{n=1}^N i_n \vec{\beta}_n(\vec{r}), \quad (3.29)$$

$$\rho_A(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N \frac{i_n}{-j\omega} \nabla_A \cdot \vec{\beta}_n(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N i_n \gamma_n(\vec{r}) \quad (3.30)$$

mit

$$\vec{\beta}_n(\vec{r}) = \vec{n}(\vec{r}) \times \vec{\alpha}_n(\vec{r}) \quad (3.31)$$

und

$$\gamma_n(\vec{r}) = -\frac{1}{j\omega} \nabla_A \cdot \vec{\beta}_n(\vec{r}). \quad (3.32)$$

Durch die Anwendung der Momentenmethode nach Galerkin und Durchführen einiger vektoranalytischer Umformungen wird die Integralgleichung (Gl. 3.25) in ein lineares Gleichungssystem übergeführt, das die unbekanntenen Entwicklungskoeffizienten (u_n und i_n) für die elektrische Feldstärke \vec{E} und die magnetische Feldstärke \vec{H} miteinander verknüpft:

$$[A][u] = -[B][i] + [C][i] - [D][u] + [g], \quad (3.33)$$

mit

$$A_{kl} = \iint_{A_d} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{\varepsilon_{m\pm 1} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{m\pm 1} + \varepsilon_m} - \frac{\mu_{m\pm 1} - \mu_m}{\mu_{m\pm 1} + \mu_m} \right\} \right) \vec{\beta}_k(\vec{r}) \cdot \vec{\alpha}_l(\vec{r}) da, \quad (3.34)$$

$$B_{kl} = j\omega \iint_A \vec{\beta}_k(\vec{r}) \cdot \text{PV} \iint_A \vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{\beta}_l(\vec{r}') da' da, \quad (3.35)$$

$$C_{kl} = \iint_A \nabla_A \cdot \vec{\beta}_k(\vec{r}) \text{PV} \iint_A G^\phi(\vec{r}, \vec{r}') \gamma_l(\vec{r}') da' da, \quad (3.36)$$

$$D_{kl} = \iint_A \vec{\beta}_k(\vec{r}) \cdot \text{PV} \iint_{A_d} \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{\beta}_l(\vec{r}') da' da, \quad (3.37)$$

$$w_k = \iint_A \vec{\beta}_k(\vec{r}) \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}) da, \quad (3.38)$$

$$k, l = 1 \dots N.$$

m ist die Schicht, in der sich der Beobachtungspunkt befindet, oder anders formuliert, in der die Integration über die Testfunktion durchzuführen ist. Der zweite Term im Matrixelement A_{kl} verschwindet, wenn sich die Huygensfläche nicht in der Grenzschicht zwischen zwei Schichten befindet. Allgemein ist die Matrix $[A]$ eine Null-Matrix, wenn die Huygensfläche eine ideal leitfähige Fläche ist. Die Berechnung der Ortsbereichsintegration erfolgt prinzipiell numerisch, allerdings ist es von entscheidender Bedeutung, die singulären Anteile weitgehend im voraus analytisch aufzubereiten [Eib97].

Die Lösung des linearen Gleichungssystems (Gl. 3.33) ist dann eindeutig möglich, wenn es eine zusätzliche Aussage über das Innere der Streukörper gibt. Damit ist die Situation ähnlich wie die in Kapitel 2. Es reicht schon aus, eine Aussage über die Verhältnisse zwischen den elektrischen und/oder magnetischen Feldern auf der Huygensfläche vorzugeben. Wenn die Streukörper ideal leitend sind, verschwinden die magnetischen Ströme auf der Huygensfläche, das Gleichungssystem wird eindeutig lösbar. Eine andere Möglichkeit ist die Hybridisierung des Integralgleichungsverfahrens mit der Finiten-Elemente-Methode (s. Kapitel 6). Dabei wird eine Aussage sowohl über die elektrische als auch über die magnetische Feldstärke auf der Schnittstelle (Huygensfläche) der beiden Verfahren integriert.

Für die Berechnung der Koppelintegrale werden die Ansatzfunktionen $\vec{\alpha}$ für die zur Fläche A

tangentialen Komponente der elektrischen Feldstärke (Matrix A , siehe Gl. 3.34) und die entsprechenden Funktionen $\vec{\beta}$ und γ für die Ersatzflächenstromdichten und Ersatzflächenladungen benutzt (Matrizen A , B , C und D , sowie der Vektor w , Gl. 3.34 bis 3.38).

Für die Berechnung der Elementmatrizen werden die Indizes k und l jeweils innerhalb der Teilbereiche von 1 bis 3 entsprechend den Kanten der Dreiecke (siehe Abb. 3.5) durchnummeriert, wobei die Kante $\{1, 2\}$ dem Index 1, die Kante $\{1, 3\}$ dem Index 2 und die Kante $\{2, 3\}$ dem Index 3

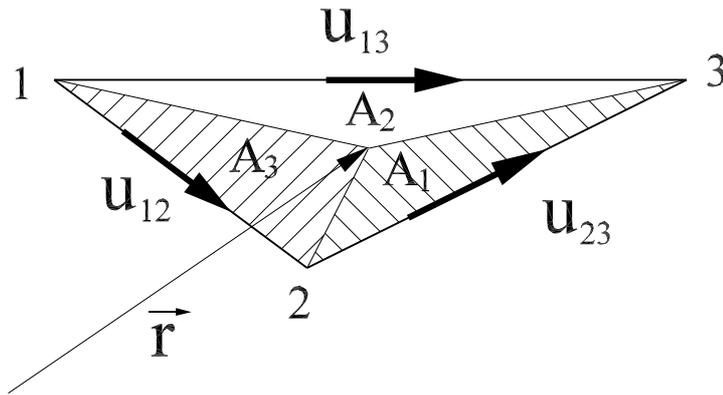


Abb. 3.5: Dreieck mit zugeordneten Freiheitsgraden und den zu den Eckpunkten gehörigen Teilflächen A_i . A_T ist die Fläche des Dreiecks, mit $A_T = A_1 + A_2 + A_3$.

zugeordnet ist.

Auf dem Dreieck in Abb. 3.5 gilt $\lambda_0 = 0$ und Gl. 2.10 wird zu

$$\alpha_n(\vec{r}) = \vec{\alpha}_{ij}(\vec{r}) = \lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i = \lambda_i \frac{\vec{l}_j}{2A_T} - \lambda_j \frac{\vec{l}_i}{2A_T}, \quad \{i, j\} = \{1, 2, 3\} \text{ mit } i < j, \quad (3.39)$$

wobei λ_i, λ_j die Simplexkoordinaten auf dem dreieckigen Teilbereich sind, $\lambda_i = A_i/A_T$. \vec{l}_j ist der zur gegenüber dem Knoten j liegenden Kante senkrechte Vektor, der ins Innere des Dreiecks zeigt und die Länge der Kante als Betrag hat (s. Abb. 3.6). A_i lässt sich dann mit Hilfe von \vec{l}_i darstellen,

$$A_i = \frac{1}{2} \vec{l}_i \cdot (\vec{r} - \vec{r}_k) \quad (3.40)$$

\vec{r}_k ist der Ortsvektor des Knotenpunkts k .

Mit $\vec{\beta} = \vec{n} \times \vec{\alpha}$ wird

$$\vec{\beta}_{ij}(\vec{r}) = \lambda_i \left(\vec{n}(\vec{r}) \times \frac{\vec{l}_j}{2A_T} \right) - \lambda_j \left(\vec{n}(\vec{r}) \times \frac{\vec{l}_i}{2A_T} \right). \quad (3.41)$$

In Abb. 3.6 gelten die folgenden Beziehungen

$$\vec{t}_{jk} = \vec{n} \times \vec{l}_i, \quad \vec{t}_{ki} = \vec{n} \times \vec{l}_j \quad \text{und} \quad \vec{t}_{ij} = \vec{n} \times \vec{l}_k. \quad (3.42)$$

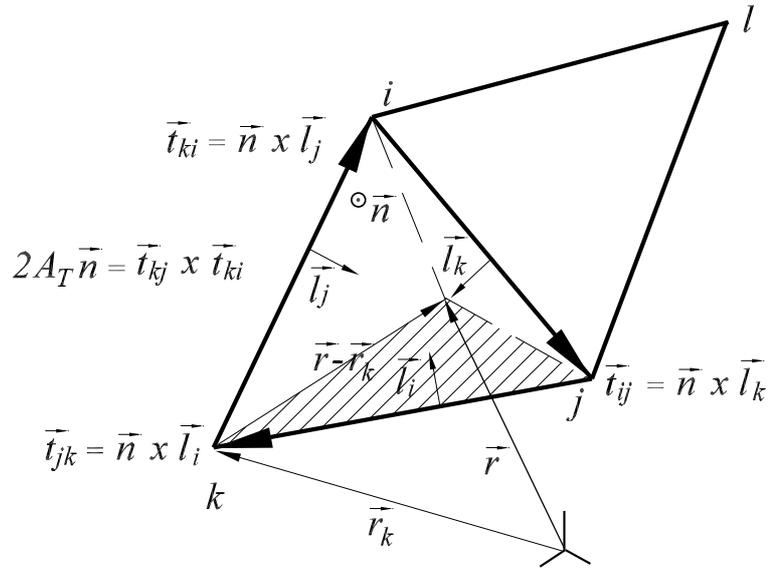


Abb. 3.6: Vektorielle Zusammenhänge zur Herleitung der Ansatzfunktionen.

Unter Verwendung Gl. 3.40 und 3.42 ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \vec{\beta}_{ij}(\vec{r}) &= \frac{1}{(2A_T)^2} \left(\vec{l}_i \cdot (\vec{r} - \vec{r}_k) \vec{t}_{ki} - \vec{l}_j \cdot (\vec{r} - \vec{r}_k) \vec{t}_{jk} \right) \\
 &= \frac{1}{(2A_T)^2} \left((\vec{t}_{jk} \times \vec{n}) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_k) \vec{t}_{ki} - (\vec{t}_{ki} \times \vec{n}) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_k) \vec{t}_{jk} \right) \\
 &= \frac{1}{(2A_T)^2} \left(\vec{t}_{jk} \cdot (\vec{n} \times (\vec{r} - \vec{r}_k)) \vec{t}_{ki} - \vec{t}_{ki} \cdot (\vec{n} \times (\vec{r} - \vec{r}_k)) \vec{t}_{jk} \right) \\
 &= \frac{1}{(2A_T)^2} (\vec{n} \times (\vec{r} - \vec{r}_k)) \times (\vec{t}_{ki} \times \vec{t}_{jk}) \\
 \vec{\beta}_{ij}(\vec{r}) &= \frac{\vec{r} - \vec{r}_k}{2A_T} \tag{3.43}
 \end{aligned}$$

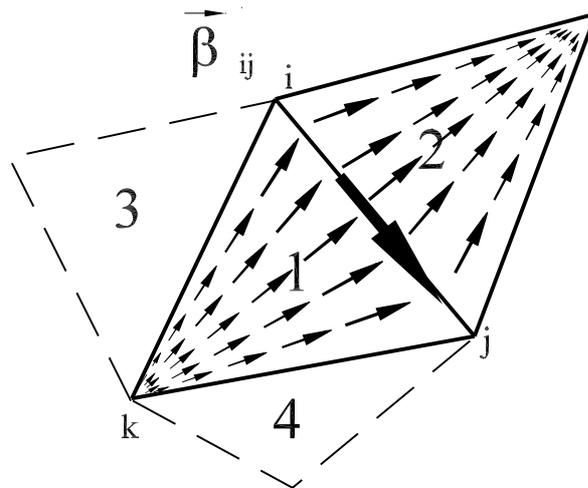
Analoge Rechnungen gelten auch für $\vec{\beta}_{ik}$ und $\vec{\beta}_{jk}$

$$\vec{\beta}_{ik}(\vec{r}) = -\frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{2A_T}, \quad \text{und} \quad \vec{\beta}_{jk}(\vec{r}) = \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{2A_T} \tag{3.44}$$

Mit $\gamma_{ij}(\vec{r}) = \frac{\nabla_A \cdot \vec{\beta}_{ij}(\vec{r})}{-j\omega}$ wird

$$\gamma_{ij}(\vec{r}) = -\frac{1}{j\omega A_T}, \quad \gamma_{ik}(\vec{r}) = \frac{1}{j\omega A_T} \quad \text{und} \quad \gamma_{jk}(\vec{r}) = -\frac{1}{j\omega A_T}. \tag{3.45}$$

Die Funktionen $\vec{\beta}_n$ und γ_n entsprechen den Ansatzfunktionen, die 1982 von Rao, Wilton und Glisson [RWG82] eingeführt wurden. Eine Veranschaulichung von $\vec{\beta}_n$ bzgl. des Freiheitsgrades ij ist

Abb. 3.7: Verlauf der elektrischen Stromdichte für die Kante ij .

in Abb. 3.7 zu sehen. Wären die Dreiecke 3 und 4 vorhanden, wären auch die Freiheitsgrade u_{ik} und u_{jk} von Null verschieden. Der elektrische Strom auf dem Dreieck 1 wäre dann die lineare Überlagerung der drei gewichteten Basisfunktionen.

Die Summe von Matrix B (Gl. 3.35) und Matrix C (Gl. 3.36) beschreibt die Verkopplung zwischen elektrischen Stromelementen, Matrix D (Gl. 3.37) die zwischen magnetischen Stromelementen. In den Hauptdiagonalen dieser Matrizen steckt die Selbstverkopplung der Stromelemente. Die Matrix A (Gl. 3.34) ist das Ergebnis der Auswertung der Integrationen für den Beobachtungspunkt auf der Huygensfläche, die gleich Null sind, wenn der Teilbereich eine metallische Fläche ist.

Die Auswertung der Verkopplungsintegration kann wegen der komplizierten Form der Integranden und Integrationsbereiche nicht analytisch durchgeführt werden. Sie muss deshalb numerisch ausgewertet werden. Dazu werden die in [HMS56] vorgestellten Quadraturformeln verwendet. Die Quadraturformeln benutzen die in der FEM (Kapitel 2) üblichen Simplexkoordinaten, dabei werden die Quellpunkte in Simplexkoordinaten-Schreibweise transformiert ($\vec{r}' \rightarrow (\vec{r}'_1, \vec{r}'_2, \vec{r}'_3, \lambda'_1, \lambda'_2)$)

$$I = \iint_A g(\vec{r}, \vec{r}') da' = 2A \int_0^1 \int_0^{1-\lambda'_2} g(\vec{r}, \lambda'_1 \vec{r}'_1 + \lambda'_2 \vec{r}'_2 + (1 - \lambda'_1 - \lambda'_2) \vec{r}'_3) d\lambda'_1 d\lambda'_2. \quad (3.46)$$

\vec{r}'_1, \vec{r}'_2 , und \vec{r}'_3 sind die Ortsvektoren der Dreiecksknoten, λ'_1 und λ'_2 sind die Simplexkoordinaten. Die Variation von λ'_1 und λ'_2 zwischen 0..1 beschreibt Ortspunkte auf dem Dreieck. $g(\vec{r}, \vec{r}')$ ist eine beliebige vektorielle oder skalare Funktion.

Die Quadraturformeln nähern die Integration durch die folgende Summation

$$\begin{aligned}
 I &= 2A \int_0^1 \int_0^{1-\lambda'_2} g(\vec{r}, \lambda'_1 \vec{r}'_1 + \lambda'_2 \vec{r}'_2 + (1 - \lambda'_1 - \lambda'_2) \vec{r}'_3) d\lambda'_1 d\lambda'_2 \\
 &\approx A \sum_{n=1}^N w_n g(\vec{r}, \lambda'_{1n} \vec{r}'_1 + \lambda'_{2n} \vec{r}'_2 + (1 - \lambda'_{1n} - \lambda'_{2n}) \vec{r}'_3)
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

Hier werden N Stützstellen verwendet, w_n sind die Wichtungen.

Bei der Berechnung der Verkopplung in Gl. 3.35, 3.36 und 3.37 tauchen zweifache Flächenintegrale auf. Analog mit der obigen Vorgehensweise gilt

$$\begin{aligned}
 I &= \iint_A \iint_{A'} g(\vec{r}, \vec{r}') da' da \\
 &\approx AA' \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N w_m w_n g(\vec{r}(\lambda_{1m}, \lambda_{2m}), \vec{r}'(\lambda'_{1n}, \lambda'_{2n}))
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \vec{r}'(\lambda'_{1n}, \lambda'_{2n}) &= \lambda'_{1n} \vec{r}'_1 + \lambda'_{2n} \vec{r}'_2 + (1 - \lambda'_{1n} - \lambda'_{2n}) \vec{r}'_3 \\
 \vec{r}(\lambda_{1m}, \lambda_{2m}) &= \lambda_{1m} \vec{r}_1 + \lambda_{2m} \vec{r}_2 + (1 - \lambda_{1m} - \lambda_{2m}) \vec{r}_3.
 \end{aligned}$$

\vec{r}_1, \vec{r}_2 , und \vec{r}_3 sind die Ortsvektoren der Knoten des Testdreiecks. λ_{1m} und λ_{2m} sind die Simplexkoordinaten für die m -te Stützstelle im Testdreieck.

Ein Problem bei der Auswertung der Ortsbereichsintegrale stellt das singuläre Verhalten der Green'schen Funktionen dar, wenn sich Quellpunkt und Beobachtungspunkt annähern. Da beim Grenzübergang die Integrationsfläche "schneller" gegen Null geht, als der Integrand gegen Unendlich, sind die Integrale zwar konvergent, jedoch ist mit den verfügbaren numerischen Integrationsformeln keine ausreichende Genauigkeit zu erreichen. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn unsymmetrische Gitternetze verwendet werden. Um die Ortsbereichsintegrale einer numerischen Auswertung zugänglich zu machen, werden die singulären Anteile aus den Integralen extrahiert und analytisch aufbereitet. Dies bedeutet, dass die singulären Anteile von den Integranden subtrahiert und nach ihrer analytischen Aufbereitung wieder zu den Integralen addiert werden. Für die Probleme in geschichteten Strukturen erfolgt die analytische Aufbereitung sowohl für die quasistatischen Anteile der primären Erregung als auch für die quasistatischen Spiegelquellen.

Abb. 3.8 veranschaulicht die Verkopplung zwischen den Stromelementen auf den schraffierten Dreiecken auf einer Kugeloberfläche. Die Gegenverkopplung besagt, wie ein Stromelement ein anderes beeinflusst und die dort herrschenden Ströme verändert.

Nach der Lösung des linearen Gleichungssystems in Gl. 3.33 sind die unbekanntenen Amplituden der äquivalenten Stromdichten i_n und u_n bestimmt und somit sind die Ströme auf der Huygensschen

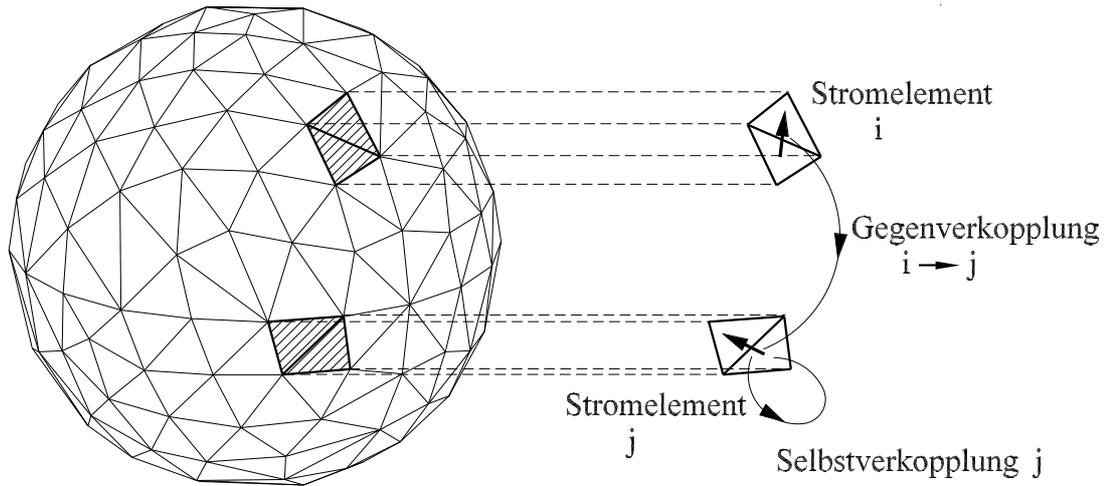


Abb. 3.8: Verkopplung von Stromelementen i und j.

Fläche bekannt. Unter Berücksichtigung von eventuell vorhandenen einfallenden Feldern \vec{E}^{inc} lässt sich die elektrische Feldstärke in beliebigen Beobachtungspunkten des Raumgebietes V_b über Gl. 3.18 berechnen.

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) = & -j\omega \iint_A \vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' - \nabla \iint_A G^\Phi(\vec{r}, \vec{r}') \rho_A(\vec{r}') da' \\ & + \iint_A \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}). \end{aligned} \quad (3.49)$$

Die Auswertung der Integrale erfolgt bei beliebig geformten Oberflächen A wieder über die in [HMS56] vorgestellten Quadraturformeln.

Der entsprechende Ausdruck für die magnetische Feldstärke $\vec{H}(\vec{r})$ kann in analoger Weise unter Anwendung der Fitzgeraldschen Transformation angegeben werden.

Abb. 3.9 veranschaulicht Feldbeiträge im Beobachtungspunkt P von den schraffierten Dreiecken. Dabei liegt in jedem Dreieck eine Punktquelle (1-Punkt-Regel), die Felder in den Raum unabhängig von den Nachbarquellen abstrahlt. Die Summe der Felder aus den einzelnen Quellen ist die gesamte Feldstärke

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) = & -j\omega \sum_{n=0}^N \vec{G}^A(\vec{r}, \vec{r}'_{n,S}) \cdot \vec{J}_A(\vec{r}'_{n,S}) A_{n,eff} - \sum_{n=0}^N \nabla G^\Phi(\vec{r}, \vec{r}'_{n,S}) \rho_A(\vec{r}'_{n,S}) A_{n,eff} \\ & + \sum_{n=0}^N \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}'_{n,S}) \cdot \vec{M}_A(\vec{r}'_{n,S}) A_{n,eff} + \vec{E}^{inc}(\vec{r}). \end{aligned} \quad (3.50)$$

N ist die Anzahl der Dreiecke, $A_{n,eff}$ ist die gewichtete Fläche des n -ten Dreiecks [HMS56,

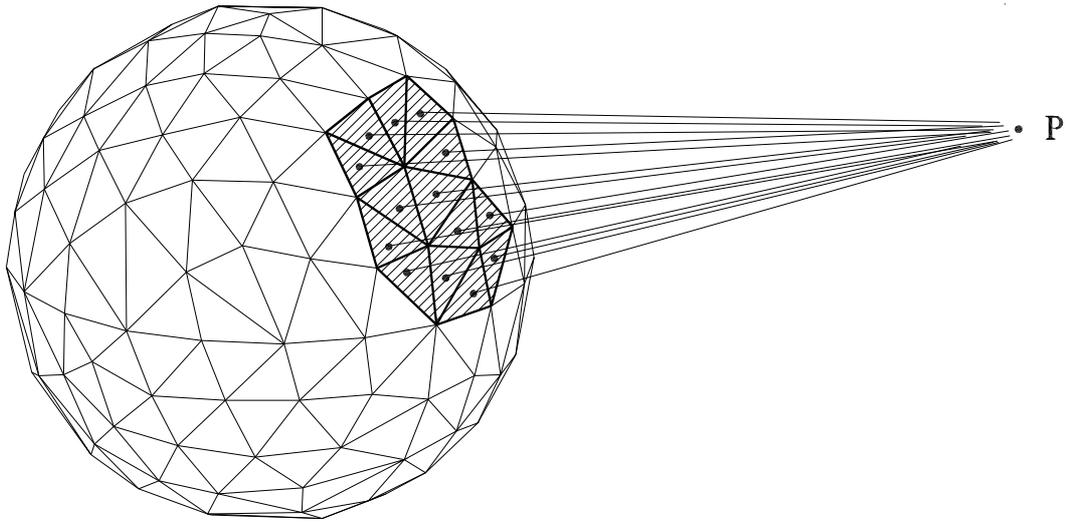


Abb. 3.9: Feldbeiträge von Quellen auf einer Kugeloberfläche im Beobachtungspunkt P.

SP96] und $\vec{r}'_{n,S}$ ist die Lage der Punktquelle im n-ten Dreieck.

Die Anwendung von Integrationen höherer Ordnungen bedeutet, dass statt einer Punktquelle mehrere Punktquellen auf jedem Dreieck zu berücksichtigen sind.

Diese Betrachtungsweise ist von großer Bedeutung. Denn hier werden die Quellen so behandelt, wie sie in der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie/UTD (s. Kapitel 4) geläufig sind. Damit wird die Schnittstelle zwischen dem OIGV und der UTD geschaffen.

Kapitel 4

Asymptotische Methoden

4.1 Einführung

Die in den Kapiteln 2 und 3 vorgestellten numerischen Methoden, die Finite Elemente Methode (FEM) und das Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV), erreichen bei der Lösung elektromagnetischer Feldprobleme mit elektrisch großen Objekten sehr schnell ihre Grenzen. Die Notwendigkeit, alle beteiligten Objekte in kleinere Elemente zu diskretisieren, erlaubt solchen Methoden, mit den heutzutage verfügbaren Rechnerressourcen Streuobjekte mit Abmessungen bis zu einigen Wellenlängen zu behandeln. Trotz der stürmischen Entwicklung von digitalen Rechenanlagen sind der Lösung feldtheoretischer Probleme mit elektrisch großen Objekten Grenzen gesetzt, da die zu lösenden Gleichungssysteme (s. Kapitel 2 und 3) so groß werden, dass die Bestimmung der unbekanntenen Größen (z. B. der Ströme) immer schwieriger oder sogar unmöglich wird.

Zur Bestimmung der Abstrahlungscharakteristika von Antennen, die an oder in der Nähe einer großen Struktur wie z. B. eines Gebäudes oder eines Flugzeuges montiert sind, wird deshalb eine andere Vorgehensweise bevorzugt. Asymptotische Methoden, die von dem strahlenoptischen Ansatz der Geometrischen Optik (GO) ausgehen, haben das Merkmal, dass sie immer besser arbeiten, wenn das Verhältnis zwischen Abmessungen der Streuobjekte und der Wellenlänge größer wird. Aufbauend auf der Geometrischen Optik wurde eine Reihe von hochentwickelten Techniken entwickelt, die zu deutlich besseren Ergebnissen gegenüber der ursprünglichen GO führen. Als wichtigste Verfahren sind die so genannte Geometrische Beugungstheorie (GTD, engl. *Geometrical Theory of Diffraction*) mit ihren Weiterentwicklungen (z. B. Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie (UTD, engl. *Uniform Theory of Diffraction*)) sowie die Physikalische Optik (PO) mit ihren Weiterentwicklungen, die unter dem Begriff Physikalische Beugungstheorie (PTD, engl. *Physical Theory of Diffraction*) zusammengefasst werden können, zu nennen [Bor94, Bou97, Jam86, MPM90].

Ziel dieses Kapitels ist es, die Grundlagen der UTD für die in Kapitel 6 vorgenommene Verknüpfung mit der FEM und dem OIGV zu einer neuen, erweiterten Hybridmethode bereitzustellen. Dazu wird im Wesentlichen auf die bereits genannte Literatur zurückgegriffen. Die Darstellung beginnt mit der feldtheoretischen Ableitung der Gleichungen für das Feld aus den Maxwell'schen Gleichungen und dem asymptotischen Ansatz, die trotz der der Methode zugrunde liegenden Näherungen einen weiten Gültigkeitsbereich der UTD gewährleisten. In Abschnitt 4.3 folgt die geometrisch-optische Darstellung von elektromagnetischen Wellen, die erlaubt, die elektromagnetischen Felder in beliebigen Beobachtungspunkten bei bekannten Feldern in einem Bezugspunkt durch einfache Operationen zu bestimmen.

Ein wichtiger Gesichtspunkt der UTD ist die Beschreibung der Gesamtwelle über die Summe von Teilwellen, die die Mehrwege-Ausbreitung der Wellen vom Quellpunkt zum Beobachtungspunkt repräsentieren. Es ist deshalb sinnvoll, in diesem Kapitel die Grund-Streumechanismen – direkte, reflektierte, transmittierte und gebeugte Wellen – zu erläutern und die Formel zu ihrer Berechnung rezeptartig bereitzustellen. Zwei Beispiele für die Transmission von Wellen durch Hauswände werden im Hinblick auf die in Abschnitt 7.5 behandelte Aufgabenstellung aus der Planung von Mobilfunknetzen ausführlich diskutiert.

Anschließend wird ein Konzept entwickelt, das es gestattet, sehr flexibel die im konkreten Fall benötigten Streumechanismen und deren Ordnung (z. B. Einfach- oder Mehrfachreflexion, Reflexion-Beugung-Beugung, s. Abschnitte 5.2.1 und 5.2.2) auszuwählen. Das in einer objekt-orientierten Vorgehensweise implementierte Konzept soll die einfache und fehlerfreie Anbindung an vorhandene Programmmodule gewährleisten (s. Kapitel 6) und die Erweiterbarkeit der Programme zur Berücksichtigung von weiteren kanonischen Objekten zulassen.

Danach wird ein praktisches Beispiel zur Montage von Basisstationsantennen an Hauswänden diskutiert (Abschnitt 4.5), an dem sich der sehr effektive und elegante Einsatz der UTD demonstrieren lässt. Bei dieser und anderen Anwendungen ist es offensichtlich wünschenswert, die UTD nicht nur unter Fernfeldbedingungen einzusetzen (s. Abschnitte 7.2, 7.3, 7.4 und 7.6). Zur Vorbereitung eines solchen, den eigentlichen Anwendungsbereich dieses asymptotischen Verfahrens überschreitenden Einsatzes wird in Abschnitt 4.6 die Stetigkeit der UTD-Felder im Nahfeld an den Schatten- und Reflexionsgrenzen untersucht. Abschließend werden Probleme aufgezeigt, die bei der Verwendung der UTD auftreten können (Abschnitt 4.7).

4.2 Feldtheoretische Grundlagen von asymptotischen Methoden

Die GTD, die von Keller [Kel62] etwa vor 40 Jahren eingeführt wurde, hat die Schwachstelle, dass sie an den so genannten Schatten- und Reflexionsgrenzen physikalisch falsche Ergebnisse liefert. Dort sind die vorhergesagten Felder unendlich groß. 1974 haben Kouyoumjian und Pathak [KP74] eine verbesserte Version der Beugungstheorie vorgestellt, die Uniform Theory of Diffraction (UTD) genannt wird. Mit der UTD bleiben die Felder an den Schatten- und Reflexionsgrenzen

endlich. Die dieser Arbeit zugrunde liegende Methode ist die UTD.

Ausgangspunkt der UTD ist die Berechnung der elektrischen Feldstärke mit Hilfe des in Gl. 3.12 angegebenen Beugungsintegrals

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iint_A \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' \quad (3.12)$$

für große Streuobjekte (A sehr groß). Dazu werden einfache Streuobjekte, die so genannten kano-

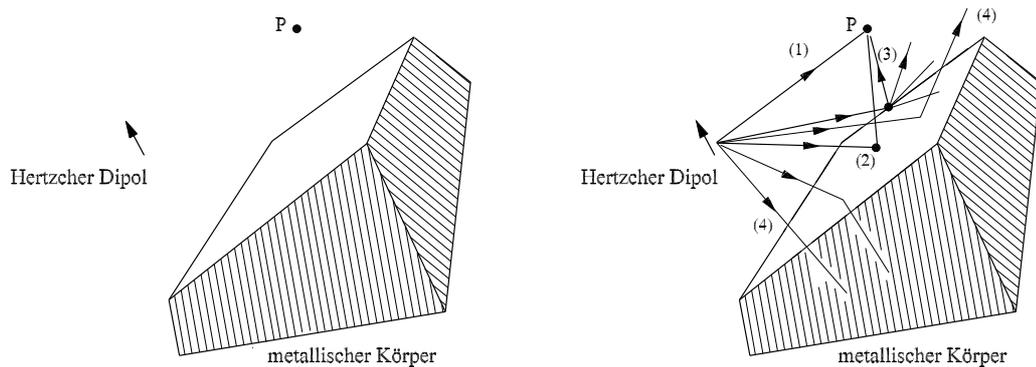


Abb. 4.1: Links: Hertzcher Dipol in der Nähe eines elektrisch großen Streuobjektes, rechts: strahlenoptische Behandlung der Streuung, (1) direkte, (2) reflektierte, (3) gebeugte Strahlen, (4) Strahlen, die nicht am Beobachtungspunkt P ankommen.

nischen Strukturen (Platte, Kugel, etc.), herangezogen. Mit Hilfe der Methode der stationären Phase [Bor94-2, FM94] kann gezeigt werden, dass sich die Integralbeiträge weitgehend auslöschen und es nur unter bestimmten Bedingungen Beiträge zu den Streufeldern gibt. Diese Felder werden quasi aus bestimmten diskreten Punkten (den so genannten Streuzentren) ausgestrahlt (Abb. 4.1). Ein sehr bekanntes Beispiel für dieses Phänomen ist die spekulare Reflexion eines Lichtstrahls an einer polierten metallischen Oberfläche. Dieser erzeugt einen hellen 'Spot' auf der Metallfläche. Andere Mechanismen sind Beugungsfelder und transmittierte Felder, deren Einzelheiten in Abschnitt 4.4 erläutert werden.

Über die Integraldarstellung in Gl. 3.12 steht eine exakte theoretische Einbindung der strahlenoptischen Verfahren in die Maxwell'sche Theorie zur Verfügung. Die sich daraus ergebende wichtige feldtheoretische Eigenschaft, die Lokalisierung der einzelnen Streuphänomene, die in der Regel dann gegeben ist, wenn die Abmessungen des Streukörpers deutlich größer sind als die Wellenlänge, erlaubt, dass die Streufelder einzelner Streuzentren unabhängig voneinander betrachtet und aufaddiert werden können. Entsprechend muss ein asymptotisches Verfahren die einzelnen Streuzentren erkennen, was im Rahmen eines Ray-Tracing-Algorithmus (Kapitel 5) gemacht wird, und eine Charakterisierung der Streumechanismen vornehmen können. Verkopplungen zwischen

den Streuzentren (die sogenannten Mechanismen höherer Ordnung) können rekursiv erfasst werden.

Eine andere Folgerung aus der Lokalisierung der einzelnen Streuphänomene ist, dass kompliziert aufgebaute Streuobjekte durch kanonische Strukturen ersetzt werden können, die die gleichen geometrischen Charakteristiken wie die Streuobjekte in der Umgebung der Streuzentren besitzen.

Zusammengefasst haben strahlenoptische Verfahren folgende Vorteile:

- Einblick in die verschiedenen Streumechanismen, die wegen der Lokalisierung der einzelnen Streuphänomene getrennt voneinander untersucht werden können,
- schnelle Feldberechnung ohne Integrationen,
- Zerlegung von kompliziert aufgebauten Strukturen in kanonische Strukturen (Platte, Kugel, etc.).

4.3 Geometrisch-optische Beschreibung von elektromagnetischen Feldern

Mit der Geometrischen Optik wird versucht, die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen bei ausreichend hohen Frequenzen zu beschreiben. Die Energieübertragung von einem Punkt zum anderen erfolgt nach dem Energieerhaltungssatz in einer 'Strahlröhre'. Nach dem Fermatschen Prinzip geht ein Strahl von einem Punkt zu einem anderen entlang des Pfades, bei dem die Zeit, die der Strahl braucht, den Weg zurückzulegen, minimal ist. In einem homogenen Medium ist der Pfad eine gerade Linie.

Abb. 4.2 zeigt eine Strahlröhre. Entlang dieser Strahlröhre wird eine bestimmte Menge von Energie von einem Punkt P_0 zu einem anderen Punkt P_1 übertragen. Die Energieströmung findet nur durch die beiden Flächen df_0 und df statt. Nach dem Energieerhaltungssatz muss, zunächst unter Annahme der Verlustfreiheit des Mediums, die Beziehung

$$S_0 df_0 = S df \tag{4.1}$$

gelten. S_0 und S sind die Strahlungsdichte in df_0 beziehungsweise in df . Mit der Annahme, dass es sich um Fernfelder handelt, d. h. $S \sim E^2$, E ist der Betrag der elektrischen Feldstärke ($E = |\vec{E}|$), ergibt sich

$$|\vec{E}(P_1)| = \sqrt{\frac{df_0}{df}} |\vec{E}(P_0)|. \tag{4.2}$$

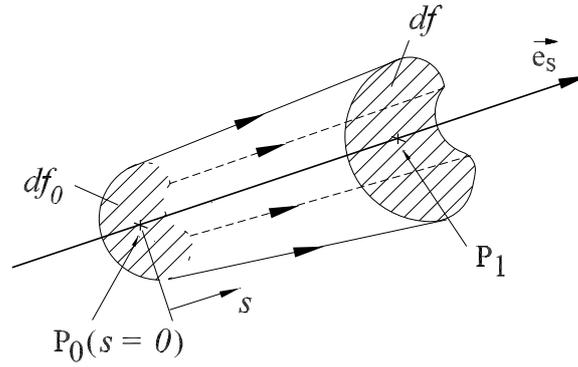


Abb. 4.2: Strahlröhre, entlang derer der Energieerhaltungssatz gilt.

In Abb. 4.3 ist die allgemeine Form der sogenannten astigmatischen Strahlröhre dargestellt. Astigmatisch bedeutet, dass die Begrenzungslinien des Strahls nicht alle in einem Punkt zusammentreffen sondern jeweils zwei Begrenzungslinien treffen sich in einem Punkt. Die Verbindungslinie zwischen zwei Treffpunkten ist die sogenannte Kaustiklinie. Auf den Kaustiklinien ist die elektrische Feldstärke unendlich groß, da die Fläche des Strahlquerschnittes Null ist.

Für die astigmatische Strahlröhre lässt sich die Feldstärke entlang des Strahles folgendermaßen berechnen [KK65]

$$|\vec{E}(s)| = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}} |\vec{E}(0)|. \quad (4.3)$$

$|\vec{E}(0)|$ ist die elektrische Feldstärke am Bezugspunkt P_0 ($s = 0$), ρ_1 und ρ_2 sind die prinzipiellen Krümmungsradien des Strahls im Bezugspunkt P_0 mit den dazugehörigen prinzipiellen Richtungen des Strahls \hat{X}_1 und \hat{X}_2 , s beschreibt den Beobachtungspunkt auf der Strahlachse.

Um die Information über die Polarisation und die Phase der elektrischen Feldstärke zu bekommen, wird auf die Vorgehensweise von Luneburg [Lun66] und Kline [KK65] zurückgegriffen. Die elektrische und magnetische Feldstärke wird dazu in eine Reihe entwickelt, die unter dem Namen Luneburg-Kline-Feldentwicklung bekannt ist:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) \approx e^{-jk\Psi(\vec{r})} \left(\vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{\vec{E}_1(\vec{r})}{j\omega} + \frac{\vec{E}_2(\vec{r})}{(j\omega)^2} + \dots \right) = e^{-jk\Psi(\vec{r})} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\vec{E}_n(\vec{r})}{(j\omega)^n} \quad (4.4)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) \approx e^{-jk\Psi(\vec{r})} \left(\vec{H}_0(\vec{r}) + \frac{\vec{H}_1(\vec{r})}{j\omega} + \frac{\vec{H}_2(\vec{r})}{(j\omega)^2} + \dots \right) = e^{-jk\Psi(\vec{r})} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\vec{H}_n(\vec{r})}{(j\omega)^n}. \quad (4.5)$$

$\Psi(\vec{r})$ ist die Phasenfunktion, $\vec{E}_n(\vec{r})$ und $\vec{H}_n(\vec{r})$ sind die Terme der beiden Reihen.

Wenn die Frequenz groß genug ist, lassen sich die Felder mit wenigen Reihengliedern in ausreichender Genauigkeit beschreiben.

Das erste Glied in der Reihe \vec{E}_0 und \vec{H}_0 ist das geometrisch-optische Feld. Wenn die Frequenz

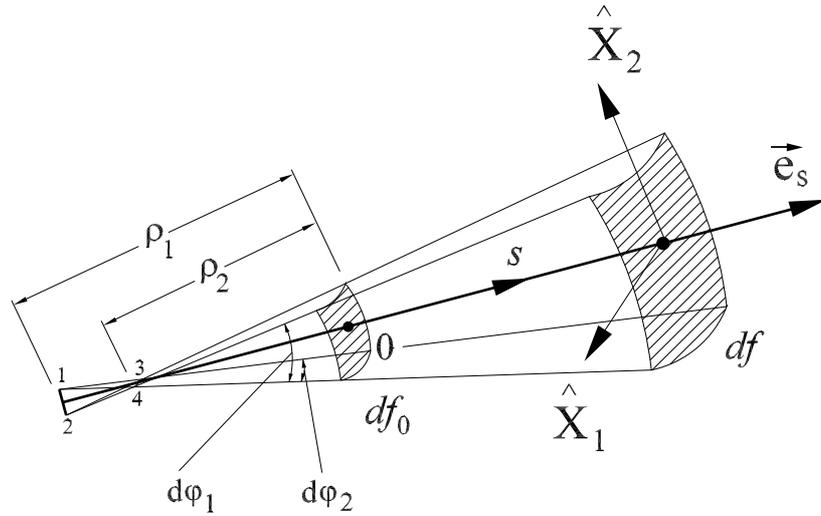


Abb. 4.3: Astigmatische Strahlröhre, ρ_1 und ρ_2 sind die prinzipiellen Krümmungsradien des Strahlfronts im Bezugspunkt $P_0(s = 0)$, der Beobachtungspunkt $P(s)$ befindet sich auf der Fläche df . \hat{X}_1 und \hat{X}_2 sind die prinzipiellen Richtungen des Strahls.

unendlich groß ist ($f \rightarrow \infty$), wird $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{-jk\Psi(\vec{r})}$ und $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0 e^{-jk\Psi(\vec{r})}$.

Mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen kann bewiesen werden, dass die folgenden Beziehungen erfüllt sind:

$$\frac{1}{Z_0}(\vec{e}_s \times \vec{E}_0) = \vec{H}_0, \quad (4.6)$$

$$\vec{e}_s \times \vec{H}_0 = -\frac{1}{Z_0}\vec{E}_0, \quad (4.7)$$

$$\vec{e}_s \cdot \vec{E}_0 = 0, \quad (4.8)$$

$$\vec{e}_s \cdot \vec{H}_0 = 0, \quad (4.9)$$

$$|\nabla\Psi|^2 = 1, \quad \text{und} \quad (4.10)$$

$$2(\nabla\Psi \cdot \nabla)\vec{E}_0 + (\nabla^2\Psi)\vec{E}_0 = 0. \quad (4.11)$$

Gl. 4.6 und 4.7 sind die Vorschriften zur Berechnung der Felder, wenn die elektrische oder die magnetische Feldstärke bekannt ist. Zusammen mit Gl. 4.8 und 4.9 ergibt sich, dass das erste Glied in der Luneburg-Kline-Feldentwicklung, also das geometrisch-optische Feld, eine ebene transversal-elektromagnetische (TEM) Welle ist. Gl. 4.10 ist die sogenannte Eikonalgleichung, die die Phase des Strahls beschreibt. Mit Gl. 4.6 und 4.7 und dem Poyntingvektor ergibt sich

$$\vec{e}_s = \nabla\Psi, \quad (4.12)$$

mit dieser Beziehung kann der exponentielle Ausdruck in der Luneburg-Kline-Reihe die Phasenänderung des Strahls entlang des Pfades beschreiben

$$e^{-jk\Psi(s)} = e^{-jk\Psi(0)} e^{-jks}. \quad (4.13)$$

$k\Psi(0)$ ist eine beliebige Bezugsphase. Gl. 4.13 ist die Gleichung der Phasenkontinuität, die besagt, dass sich die Phase einer in einem homogenen Medium sich ausbreitenden Welle linear ändert.

Gl. 4.11 ist die Transportgleichung für das erste Glied. Mit Hilfe der Transportgleichung und Gl. 4.8 kann gezeigt werden, dass die Polarisation eines Strahls in einem homogenen Medium erhalten bleibt,

$$\frac{d\vec{e}_E}{ds} = 0 \quad (4.14)$$

mit $\vec{e}_E = \frac{\vec{E}_0}{|\vec{E}_0|}$.

Wenn also die Polarisation des Strahls für ein bestimmtes s bekannt ist, bleibt sie für alle s unverändert. Wie in den nächsten Abschnitten dargestellt wird, kann die Polarisation eines Feldes durch Reflexion oder Beugung geändert werden.

Zusammengefasst kann die elektrische Feldstärke in einem beliebigen Beobachtungspunkt entlang des Strahls bei bekannter Feldstärke $\vec{E}(0)$ in einem Bezugspunkt und den zugehörigen prinzipiellen Krümmungsradien des Strahls ρ_1 und ρ_2 folgendermaßen berechnet werden:

$$\vec{E}(s) = \sqrt{\frac{\rho_1\rho_2}{(\rho_1+s)(\rho_2+s)}} \vec{E}(0) e^{-jks}. \quad (4.15)$$

Wenn $s = -\rho_1$ oder $s = -\rho_2$ ist, ist die Feldstärke in den beiden Punkten unendlich groß. Dies liegt daran, dass sich an den Stellen $s = -\rho_1$ oder $s = -\rho_2$ definitionsgemäß Quellen befinden. Es ist anzumerken, dass die Krümmungsradien von Strahlen von der Lage des Bezugspunktes abhängen. Der Ausdruck $\sqrt{\frac{\rho_1\rho_2}{(\rho_1+s)(\rho_2+s)}}$ beschreibt, wie sich der Strahl aufweitet. Deshalb heißt der Ausdruck Aufweitungsfaktor oder Divergenzfaktor.

Mit Gl. 4.1 und 4.5 lässt sich für die magnetische Feldstärke eine zu Gl. 4.15 analoge Berechnung angeben.

Üblicherweise charakterisieren Strahlen die von bestimmten Quellverteilungen ausgehenden Wellenfronten. Die drei wichtigsten Beispiele sind in Abb. 4.4 zusammengestellt. Die Kugelwellen sind die aus einer Punktquelle ausgehenden Wellenfronten. Bei einer gleichförmigen Linienquelle ergeben sich Zylinderwellen, deren Fronten koaxiale Zylinder bilden. Befinden sich alle Quellen im Unendlichen, entstehen ebene Wellenfronten.

Gl. 4.15 ergibt sich aus der Verknüpfung des geometrisch-optischen Ansatzes der Luneburg-

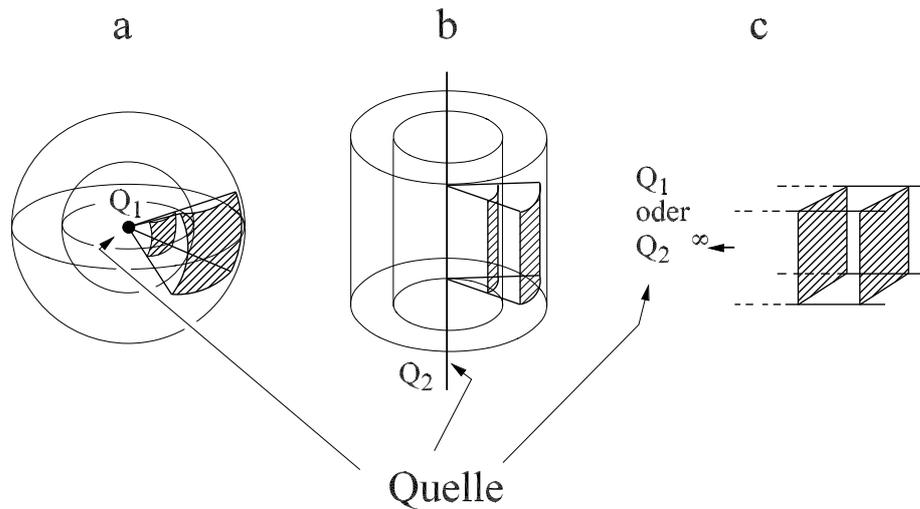


Abb. 4.4: Drei unterschiedliche Wellenarten, a. Kugelwellen ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$), b. Zylinderwellen ($\rho_1 = \infty, \rho_2 = \rho$), c. ebene Wellen ($\rho_1 = \infty, \rho_2 = \infty$).

Kline-Entwicklung (Gl. 4.4 und 4.5) mit den Maxwell'schen Gleichungen. Offensichtlich werden, wie bereits festgestellt, die mit Gl. 4.15 beschriebenen Felder in den Beobachtungspunkten $s = -\rho_1$ und $s = -\rho_2$, den sogenannten Kaustiken, unendlich. Kaustiken ergeben sich jedoch nicht nur, wenn sich in den betreffenden Beobachtungspunkten ideale physikalische Quellen (Abb. 4.4) befinden, sondern sie entstehen auch als Konsequenz des Fermatschen Prinzips (s. Kapitel 5) aufgrund von 'virtuellen Quellen'. Die in solchen Kaustiken mit der Geometrischen Beugungstheorie berechneten Feldwerte sind dann physikalisch nicht sinnvoll. In diesen Beobachtungspunkten versagt auch die von Kouyoumjian und Pathak [KP74] entwickelte UTD.

Ausgehend von der geometrisch-optischen Beschreibung mit Strahlen werden im nächsten Abschnitt einige Streumechanismen behandelt.

4.4 Streumechanismen

4.4.1 Überblick

Allgemein lassen sich im Rahmen der geometrischen Optik alle Streufelder durch die Gleichung

$$\vec{E}_s(\vec{r}) = A_s \vec{S} \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_s) e^{-jks} \quad (4.16)$$

darstellen.

\vec{E}_s ist das Streufeld (z. B. $s = R$ für reflektierte Felder), \vec{S} ist der tensorielle Streufaktor ($\vec{S} = \vec{R}$

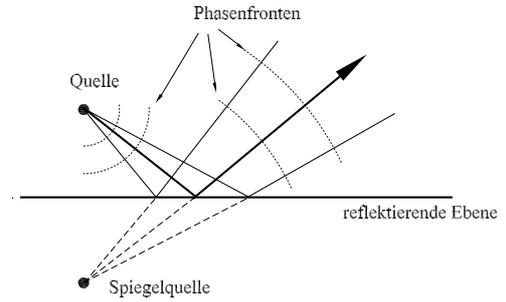
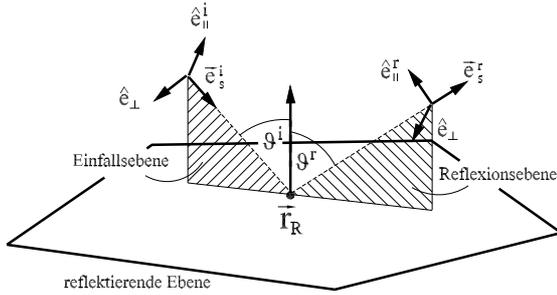


Abb. 4.5: Reflexion an Ebene und die flächenorientierten Einheitsvektoren, ϑ^i : Einfallswinkel, ϑ^r : Reflexionswinkel.

Abb. 4.6: Reflexion an Ebene, im Reflexionspunkt gelten $\rho_1^r = \rho_1^i$ und $\rho_2^r = \rho_2^i$.

für Reflexion (Abschnitt 4.4.2), $\vec{S} = \vec{T}$ für Transmission durch Dielektrika (Abschnitt 4.4.4) und $\vec{S} = \vec{D}$ für Beugung an Kanten oder Ecken (Abschnitt 4.4.5). \vec{E}^{inc} ist das einfallende Feld im Streupunkt, A_s ist der Divergenzfaktor, der die Feldaufweitung nach der Streuung beschreibt.

4.4.2 Reflexion an Polygonen

Reflektierte Felder lassen sich mit der Beziehung

$$\vec{E}_R(\vec{r}) = A_R \vec{R}(\vec{r}_R) \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_R) e^{-jks} \quad (4.17)$$

bestimmen.

A_R ist der Divergenzfaktor nach der Reflexion, der über die Beziehung

$$A_R = \sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s)(\rho_2^r + s)}} \quad (4.18)$$

berechnet werden kann. s ist der Abstand zwischen dem Reflexionspunkt \vec{r}_R und dem Beobachtungspunkt \vec{r} , ρ_1^r und ρ_2^r sind die prinzipiellen Krümmungsradien des Strahls nach der Reflexion bzgl. des Reflexionspunktes \vec{r}_R . $\vec{R}(\vec{r}_R)$ ist der tensorielle Reflexionsfaktor in der unmittelbaren Umgebung des Reflexionspunktes \vec{r}_R mit

$$\vec{R} = \hat{e}_{\parallel}^r \hat{e}_{\parallel}^i R^h + \hat{e}_{\perp} \hat{e}_{\perp} R^s, \quad (4.19)$$

wobei R^h und R^s die 'hard' und 'soft' polarisierten Fresnelschen Reflexionsfaktoren sind, die aus dem Problem der Reflexion von ebenen homogenen Wellen an unendlich ausgedehnten Ebenen hergeleitet werden. Die Verwendung der Begriffe 'hard' und 'soft' lehnt sich an Begebenheiten in der Akustik an, für die die Streutheorie zuerst entwickelt wurde. Für die 'hard'-Polarisation

gilt die Neumannsche Bedingung und für die 'soft'-Polarisation die Dirichletsche Bedingung. Bei metallischen Platten gelten deshalb $R^h = 1$ und $R^s = -1$. Bei verlustbehafteten Halbebenen berechnen sich die Reflexionsfaktoren nach

$$R^h = \frac{\varepsilon_r \cos \vartheta^i - (\varepsilon_r \mu_r - \sin^2 \vartheta^i)^{\frac{1}{2}}}{\varepsilon_r \cos \vartheta^i + (\varepsilon_r \mu_r - \sin^2 \vartheta^i)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.20)$$

$$R^s = \frac{\mu_r \cos \vartheta^i - (\varepsilon_r \mu_r - \sin^2 \vartheta^i)^{\frac{1}{2}}}{\mu_r \cos \vartheta^i + (\varepsilon_r \mu_r - \sin^2 \vartheta^i)^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.21)$$

wobei ε_r und μ_r die komplexwertigen Materialkonstanten des Dielektrikums und ϑ^i der Einfallswinkel sind (s. Abb. 4.5). Entsprechende Gleichungen für geschichtete Strukturen werden in Abschnitt 4.4.3 angegeben.

Die Umwandlung der flächen-orientierten Darstellung der Reflexionsfaktoren R^s und R^h in die allgemeine Form des tensoriellen Reflexionsfaktors $\vec{\vec{R}}$ in Gl. 4.19 erfolgt über die Einheitsvektoren \hat{e}_{\parallel}^i , \hat{e}_{\parallel}^r und \hat{e}_{\perp} , die parallel oder senkrecht zur Einfallsebene oder Reflexionsebene stehen (vgl. Abb. 4.5). $\vec{E}^{inc}(\vec{r}_R)$ ist das einfallende geometrisch-optische Feld im Reflexionspunkt \vec{r}_R .

Methoden zur Bestimmung der Reflexionspunkte sollen in Kapitel 5 vorgestellt werden.

Zur Bestimmung der prinzipiellen Krümmungsradien nach der Reflexion wird zwischen Reflexionen an Polygonen und an gekrümmten Oberflächen unterschieden.

Der Divergenzfaktor A_R (Gl. 4.18) gibt an, wie sich die Energie nach der Reflexion aufweitet. Abb. 4.6 zeigt die zweidimensionale Darstellung einer Reflexion einer Welle an einem Polygon. Die Form der Krümmungsradien bleibt nach der Reflexion unverändert. Im Reflexionspunkt gelten

$$\rho_1^r = \rho_1^i \text{ und } \rho_2^r = \rho_2^i. \quad (4.22)$$

Dies kann sehr anschaulich mittels der Spiegelungsmethode beschrieben werden: Die Strahlen kommen quasi von der Spiegelquelle und die Phasenfronten sind konzentrisch zur Spiegelquelle (Abb. 4.6).

4.4.3 Reflexionen an geschichteten Strukturen

Trifft eine Welle eine planar geschichtete Struktur, wird ein Teil der Feldenergie an der Grenzschicht Medium 0 – Medium 1 zurückreflektiert (Abb. 4.7). Ein Teil der Energie wird in das Medium 1 transmittiert. Diese Teilwelle breitet sich im Medium 1 gedämpft oder ungedämpft aus. Sie trifft dann die nächste Grenzschicht Medium 1 – Medium 2 und wird teilweise in das Medium 2 transmittiert und z. T. in die Richtung der Grenzschicht Medium 0 – Medium 1 zurückreflektiert.

Solch eine planare geschichtete Struktur ist z. B. ein Modell für eine Gebäudemauer. Für die Berechnung der Feldverteilung in Mobilfunk-Szenarien ist es wichtig zu wissen, wie die Feldverhältnisse vor und hinter der Mauer aussehen. Befinden sich die Quellen der Felder weit entfernt von der Schichtenstruktur, werden die Einflüsse der Mauer über deren Reflexions- \vec{R} und Transmissionsfaktor \vec{T} erfasst.

Genauso wie im Fall der Reflexion an Polygonen in Abschnitt 4.4.2 ist es auch hier üblich zwi-

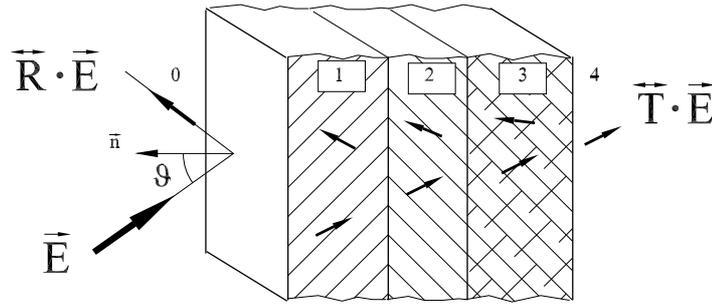


Abb. 4.7: Einfall einer ebenen homogenen Welle mit beliebiger Polarisation an einer planar geschichteten Struktur.

schen 'hard'- und 'soft'-Polarisation zu unterscheiden. Im Bezug auf Abb. 4.8 ist R_0 relevant, wenn die Welle aus Medium 0 einfällt. Die Berechnung des Reflexionsfaktors erfolgt rekursiv [Aro96, Han89]. Zunächst wird der Reflexionsfaktor am anderen Ende der Schichtenstruktur R_N bestimmt und dann werden über die Formeln

$$R_i^h = \frac{\varepsilon(-)_i^{i+1} + \varepsilon(+)_i^{i+1} R_{i+1}^h e^{-2jk_{zi+1}d_{i+1}}}{\varepsilon(+)_i^{i+1} + \varepsilon(-)_i^{i+1} R_{i+1}^h e^{-2jk_{zi+1}d_{i+1}}} \quad (4.23)$$

$$R_i^s = -\frac{\mu(-)_i^{i+1} + \mu(+)_i^{i+1} R_{i+1}^s e^{-2jk_{zi+1}d_{i+1}}}{\mu(+)_i^{i+1} + \mu(-)_i^{i+1} R_{i+1}^s e^{-2jk_{zi+1}d_{i+1}}} \quad (4.24)$$

mit

$$\begin{aligned} \varepsilon(\pm)_i^{i+1} &= \frac{\varepsilon_{i+1}}{\varepsilon_i} \pm \frac{k_{zi+1}}{k_{zi}} \quad \text{und} \\ \mu(\pm)_i^{i+1} &= \frac{\mu_{i+1}}{\mu_i} \pm \frac{k_{zi+1}}{k_{zi}}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

für $0 \leq i < N$ rekursiv die weiteren Schichten berücksichtigt. ε_i und μ_i in Gl. 4.25 sind jeweils die Dielektrizitäts- und Permeabilitätskonstanten der i -ten Schicht, deren Dicke d_i beträgt. k_{zi} ist die Wellenzahl in z -Richtung in der i -ten Schicht.

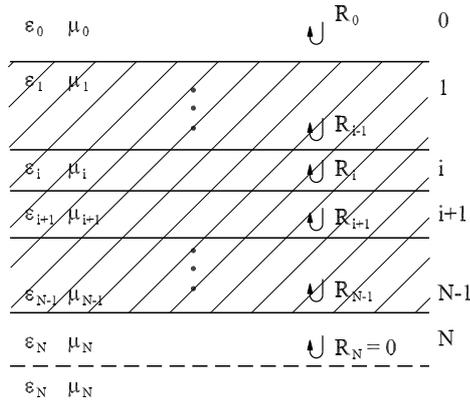


Abb. 4.8: Reflexion einer ebenen Welle an einer geschichteten Struktur, rekursive Berechnung.

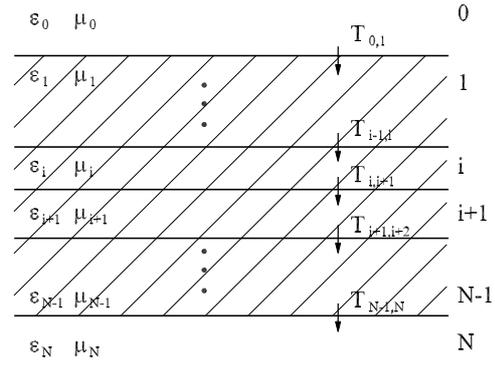


Abb. 4.9: Transmission einer ebenen Welle durch eine geschichtete Struktur, rekursive und sukzessive Berechnung.

4.4.4 Transmission

Der Transmissionsfaktor einer geschichteten Struktur beschreibt, wie die transmittierte Welle hinter der Struktur bei einer einfallenden Welle vor der Struktur aussieht.

Mit der Beziehung

$$\vec{E}^{Trans}(\vec{r}) = A_{Trans} \vec{T}(\vec{r}_{Trans}) \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_{Trans}) e^{-jks} \quad (4.26)$$

lässt sich die elektrische Feldstärke nach der Transmission bestimmen.

\vec{T} ist der tensorielle Transmissionsfaktor, der wie in vorangegangenen Abschnitten über die Transmissionsfaktoren der 'hard' und 'soft'-Polarisation

$$T_{i,i+1}^h = \frac{1}{2} e^{-j(k_{zi+1}-k_{zi})(z_i-z_1)} \{ \varepsilon(+)^i_{i+1} + R_i^h \varepsilon(-)^i_{i+1} \} \quad (4.27)$$

$$T_{i,i+1}^s = \frac{1}{2} e^{-j(k_{zi+1}-k_{zi})(z_i-z_1)} \{ \mu(+)^i_{i+1} + R_i^s \mu(-)^i_{i+1} \} \quad (4.28)$$

berechnet wird.

$\varepsilon(\pm)$, $\mu(\pm)$ und k_{zi} sind wie in Abschnitt 4.4.3 angegeben.

Die Transmissionsfaktoren in Gl. 4.27 und 4.28 beschreiben, wie die Welle von Schicht i zu Schicht $i+1$ übergeht, und berücksichtigen die Mehrfachreflexionen zwischen den einzelnen Grenzschichten. Näheres über die Herleitung der Gleichungen findet sich in [Aro96, Han89].

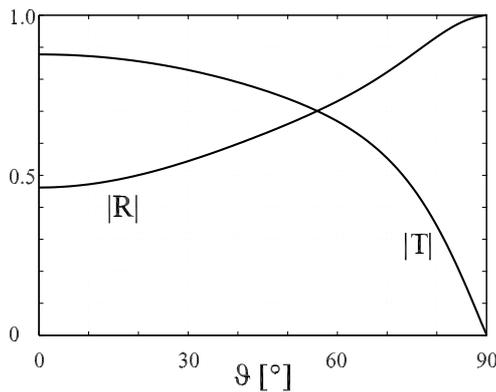


Abb. 4.10: Reflexions- und Transmissionsfaktor von Wand 1 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('soft'-Polarisation oder TE-Fall), $f = 950$ MHz.

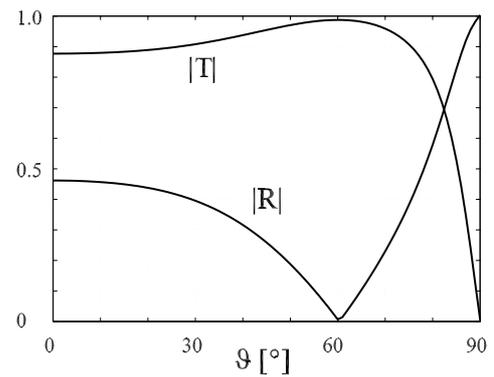


Abb. 4.11: Reflexions- und Transmissionsfaktor von Wand 1 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('hard'-Polarisation oder TM-Fall), $f = 950$ MHz.

Der Transmissionsfaktor von ebenen Wellen durch die gesamte Struktur lässt sich durch die Multiplikation der einzelnen Transmissionsfaktoren zwischen zwei benachbarten Schichten berechnen

$$T_{0,N}^{h,s} = T_{0,1}^{h,s} \cdot T_{1,2}^{h,s} \cdot \dots \cdot T_{N-1,N}^{h,s} = \prod_{n=0}^{N-1} T_{n,n+1}^{h,s} \quad (4.29)$$

Zur Illustration des Reflexions- und Transmissionsverhaltens von geschichteten Medien sollen zwei Hauswände und von außen einfallende Wellen betrachtet werden.

Die erste Wand ist eine verlustarme einschalige Wand aus Leichtbeton. Die Mauer wird beidseitig mit Putz überzogen, der aus feldtheoretischer Sicht auch als zusätzliche Schicht betrachtet wird. Tabelle 4.1 zeigt die Zusammensetzung von Wand 1, die Dicke der einzelnen Schichten und ihre dielektrischen Daten. Abb. 4.10 und 4.11 stellen die Reflexions- und Transmissionsfaktoren für

Schicht	Material	Dicke cm	ϵ'_r	ϵ''_r
1	Außenputz	2,0	3,0	0,01
2	Leichtbeton-Vollblöcke	11,5	2,5	0,01
3	Innenputz	1,5	3,0	0,01

Tabelle 4.1: Geometrische und elektrische Daten von Wand 1 bei $f = 950$ MHz.

den TE-Fall ('soft'-Polarisation) sowie für den TM-Fall ('hard'-Polarisation) bei der Frequenz 950 MHz in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ dar. Über einen breiten Winkelbereich wird mehr als 60 % der Feldstärke durch die Wand transmittiert.

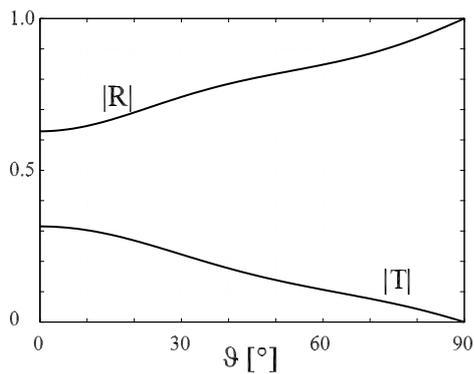


Abb. 4.12: Reflexion- und Transmissionsfaktor von Wand 2 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('soft'-Polarisation oder TE-Fall), $f = 950$ MHz.

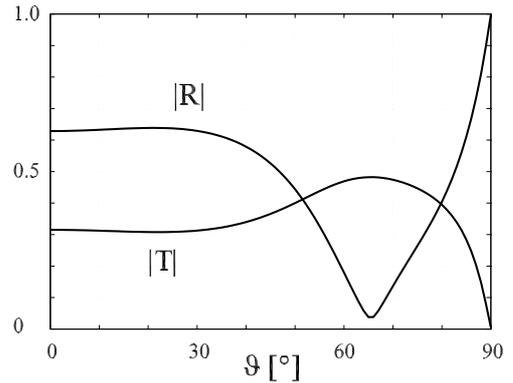


Abb. 4.13: Reflexion- und Transmissionsfaktor von Wand 2 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ ('hard'-Polarisation oder TM-Fall), $f = 950$ MHz.

Die zweite Wand ist eine zweischalige Wand mit Luftisolierung. Tabelle 4.2 zeigt die Zusammensetzung von Wand 2, die Dicke der einzelnen Schichten und ihre dielektrischen Daten. Die Trans-

Schicht	Material	Dicke cm	ϵ'_r	ϵ''_r
1	Kalkstein-Verblendmauerwerk	11,5	5,0	1,0
2	Mineralfaserplatte	10,0	1,0	0,0
3	Kalksand-Vollsteine	17,5	5,0	1,0
4	Innenputz	1,5	2,5	0,5

Tabelle 4.2: Geometrische und elektrische Daten von Wand 2 bei $f = 950$ MHz.

missionsfaktoren von Wand 2 für den TE-Fall (Abb. 4.12) sowie für den TM-Fall (Abb. 4.13) sind viel kleiner als die von Wand 1. Über den gesamten Winkelbereich wird weniger als die Hälfte der Feldamplitude durch die Wand transmittiert. Dagegen sehen die Reflexionsfaktoren für die beiden Wände recht ähnlich aus.

4.4.5 Beugung

In der UTD werden Beugungsfelder eingeführt, um mögliche Sprünge im Feldverlauf auszugleichen. Felddiskontinuitäten kommen vor, wenn ein Strahl eine geometrische und/oder elektrische Diskontinuität trifft. Beispiele sind in Abb. 4.14 dargestellt. Hinter dem Hindernis wird ein Bereich beleuchtet und ein anderer abgeschattet. In der Grenze der beiden Bereiche, der sogenannten Schattengrenze ändert sich das Feld ohne Beugungsfelder sprunghaft. Ähnliches tritt in der sogenannten Reflexionsgrenze auf, da in die zwei durch die Reflexionsgrenze sich berührende Berei-

chen ein unterschiedliches reflektiertes Feld gelangt. Ohne Beugungsfelder zeigt das Gesamtfeld in der Reflexionsgrenze trotz stetig verlaufenden einfallenden Felder eine Unstetigkeit.

Beugungsfelder haben folgende Eigenschaften:

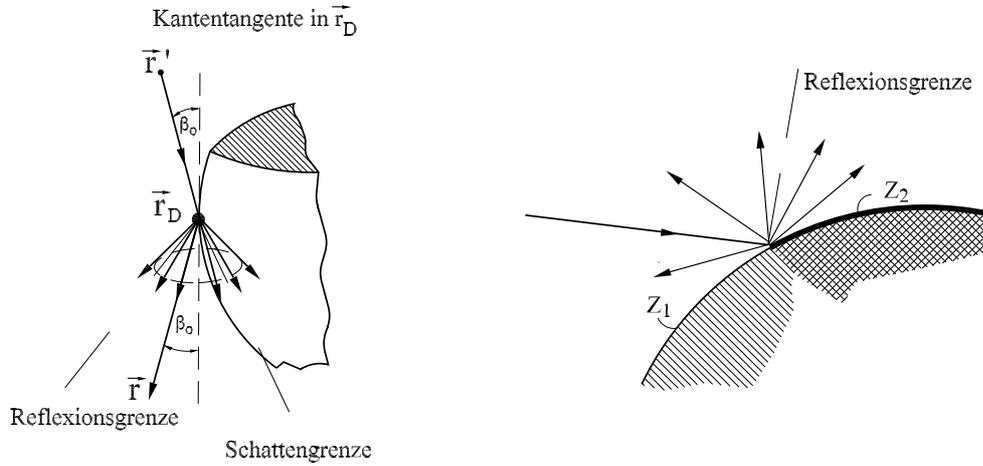


Abb. 4.14: Geometrische und elektrische Diskontinuitäten erzeugen Beugungsfelder.

1. Beugung ist bei hohen Frequenzen genauso wie Reflexion ein lokalisiertes Phänomen,
2. Beugungsfelder unterliegen dem verallgemeinerten Fermatschen Prinzip.

Die Beugungsfelder in einem Beobachtungspunkt lassen sich in analoger Weise wie bei der Reflexion über die Multiplikation mit dem tensoriellen Beugungsfaktor $\vec{D}(\vec{r}_D)$ und dem Aufweitungsfaktor A_D berechnen

$$\vec{E}_D(\vec{r}) = A_D \vec{D}(\vec{r}_D) \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_D) e^{-jks} \quad (4.30)$$

mit

$$A_D = \sqrt{\frac{\rho_c}{s(\rho_c + s)}}, \quad (4.31)$$

ρ_c ist der Abstand zwischen den Kautistiklinien (vgl. Abb. 4.15) und s ist der Abstand zwischen dem Beugungs- und dem Beobachtungspunkt.

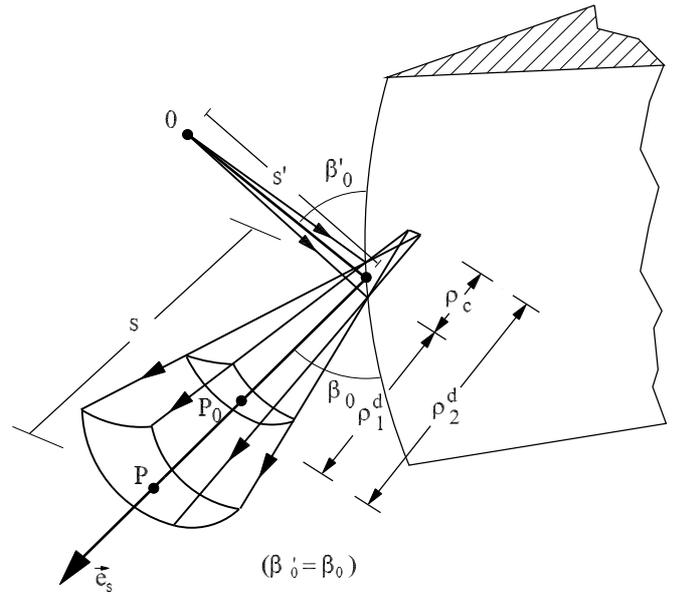


Abb. 4.15: Beugung einer Kugelwelle an einer gekrümmten Kante.

Bei einer Beugung an einer geraden Kante gilt

$$A_D = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{s}} & \text{für ebene Wellen} \\ \frac{1}{\sqrt{s \sin \beta_0}} & \text{für Zylinderwellen} \\ \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} & \text{für Kugelwellen.} \end{cases} \quad (4.32)$$

$\vec{E}^{inc}(\vec{r}_D)$ ist das am Beugungspunkt einfallende geometrisch-optische Feld.

$\vec{D}(\vec{r}_D)$ ist der lokale Beugungsfaktor im Punkt \vec{r}_D . Er kann über die kantenorientierten Koordinaten des einfallenden Strahls ($\hat{\varphi}'$, $\hat{\beta}'$, \hat{e}_s') und des gebeugten Strahls ($\hat{\varphi}$, $\hat{\beta}$, \hat{e}_s) aus den skalaren Beugungsfaktoren für 'hard'-Polarisation D_h und 'soft'-Polarisation D_s bestimmt werden:

$$\vec{D} = -\hat{\beta}_0 \hat{\beta}'_0 D_s - \hat{\varphi} \hat{\varphi}' D_h \quad (4.33)$$

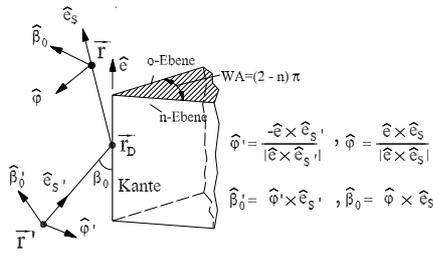


Abb. 4.16: Kantenorientierte Koordinaten bei der Beugung.

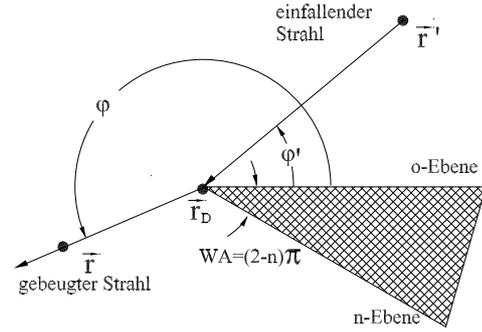


Abb. 4.17: Zweidimensionale Darstellung einer Kante.

mit

$$D_{s,h}(\varphi, \varphi'; \beta_0) = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta_0} \left[\cot\left(\frac{\pi + (\varphi - \varphi')}{2n}\right) F[kL^i a^+(\varphi - \varphi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\varphi - \varphi')}{2n}\right) F[kL^i a^-(\varphi - \varphi')] \mp \left\{ \cot\left(\frac{\pi + (\varphi + \varphi')}{2n}\right) F[kL^r a^+(\varphi + \varphi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\varphi + \varphi')}{2n}\right) F[kL^r a^-(\varphi + \varphi')] \right\} \right]. \quad (4.34)$$

Die Definition der kantenorientierten Koordinaten ist in Abb. 4.16 veranschaulicht. Darüberhinaus wird auch der Winkel der Kante (*engl.* wedge angle WA) angegeben, der mit n über $WA = (2 - n)\pi$ in Verbindung steht. Die Kanten einer Platte haben den Winkel $WA = 0$, d. h. $n = 2$. β_0 ist der Winkel zwischen dem einfallenden oder gebeugten Strahl und der Kante.

In Abb. 4.17 sind die azimuthalen Winkel φ und φ' angegeben. Die Bezugsebene für die Winkel ist die o-Ebene, die frei wählbar ist. Die andere Ebene ist die n-Ebene.

$F(X)$ ist die Übergangsfunktion, die sogenannte Fresnelsche Funktion, die in Form eines Fresnelschen Integrals angegeben werden kann zu

$$F(X) = 2j\sqrt{X} e^{jX} \int_{\sqrt{X}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau. \quad (4.35)$$

Für $X < 0.3$ gilt die Näherung

$$F(X) \approx \left[\sqrt{\pi X} - 2X e^{j\frac{\pi}{4}} - \frac{2}{3} X^2 e^{-j\frac{\pi}{4}} \right] e^{j(\frac{\pi}{4} + X)} \quad (4.36)$$

und für $X > 5.5$ gilt

$$F(X) \approx 1 + j \frac{1}{2X} - \frac{3}{4} \frac{1}{X^2} - j \frac{15}{8} \frac{1}{X^3} + \frac{75}{16} \frac{1}{X^4}. \quad (4.37)$$

Abb. 4.18 stellt den Verlauf des Fresnelschen Funktion dar.

L und a^\pm sind Parameter, die das Argument der Fresnelschen Funktion bilden. L^i ist ein Abstands-

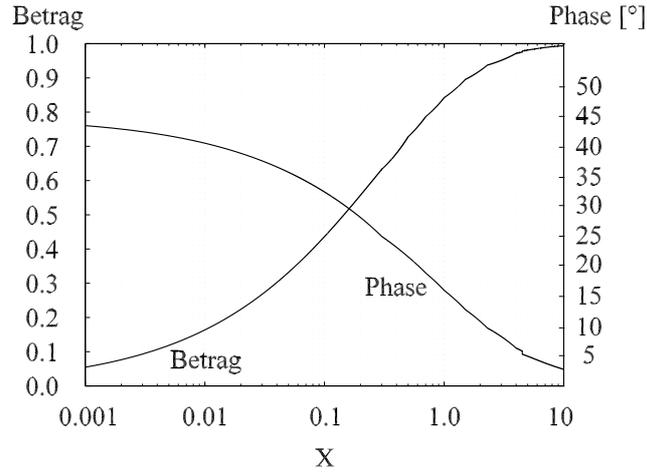


Abb. 4.18: Fresnelsche Funktion nach Betrag und Phase.

parameter, der auch von den Krümmungsradien der einfallenden Welle abhängig ist,

$$L^i = \frac{s(\rho_e^i + s)\rho_1^i \rho_2^i}{\rho_e^i(\rho_1^i + s)(\rho_2^i + s)} \sin^2 \beta_0, \quad (4.38)$$

wobei ρ_e^i der Krümmungsradius des einfallenden Wellenfrontes in kantenorientierten Koordinaten ist (ρ_1^i und ρ_2^i sind die Hauptkrümmungsradien der einfallenden Wellenfronten wie dargestellt in Abb. 4.3).

L^{ro} und L^{rn} sind die Abstandparameter bezüglich der reflektierten Wellenfronten,

$$L^{ro,n} = \frac{s(\rho_e^{ro,n} + s)\rho_1^{ro,n} \rho_2^{ro,n}}{\rho_e^{ro,n}(\rho_1^{ro,n} + s)(\rho_2^{ro,n} + s)} \sin^2 \beta_0. \quad (4.39)$$

$\rho_1^{ro,n}$ und $\rho_2^{ro,n}$ sind die Hauptkrümmungsradien der reflektierten Wellenfronten jeweils an der o- und n-Ebene (vgl. Abb. 4.16 und 4.17) sowie $\rho_e^{ro,n}$ ist der zugehörige Krümmungsradius in kantenorientierten Koordinaten. k ist die Wellenzahl und

$$a^\pm(\beta) = 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N^\pm - (\beta)}{2} \right). \quad (4.40)$$

n , β_0 , φ und φ' sind in Abb. 4.16 erklärt. N^\pm sind ganze Zahlen, die die Gleichungen

$$2\pi n N^\pm - (\beta) = \pm\pi \quad (4.41)$$

mit

$$\beta = \varphi \pm \varphi'$$

am besten erfüllen.

Zur Behandlung von verlustbehafteten Kanten hat Maliuzhinets in [Mal59] eine Vorgehensweise vorgeschlagen. Dabei wird eine funktionale Differentialgleichung 1. Ordnung verwendet, um

Beugungsfaktoren bei einer gegebenen Kante mit beliebigen konstanten Impedanzen zu extrahieren. Er hat den Beugungsfaktor bei senkrechtem Einfall ($\beta_0 = 90^\circ$) bestimmt. Fällt die Welle schräg auf die Kante ein, wird das Problem viel komplizierter. Dabei erhält man zwei gekoppelte Differentialgleichung 1. Ordnung. Die Eliminierung der einen Gleichung führt zu einer Differentialgleichungen 2. Ordnung und die Lösung dieser Differentialgleichung mit den vorhandenen Standardmethoden ist sehr schwer [SV95].

Eine andere Vorgehensweise ist die Verwendung heuristischer Beugungsfaktoren bei Vernachlässigung von Oberflächenwellen. In [BB83, Lue84] wurde die vereinfachte Behandlung von verlustbehafteten Kanten vorgestellt.

Die Verwendung der Beugungsfaktoren von Kanten mit zwei unterschiedlichen Impedanzflächen verbessert das Modell für die Behandlung von vielen Problemen, z. B. Beugung an Hausecken.

Die Berücksichtigung von endlichen Impedanzen der beiden Flächen führt zur Modifikation der Beugungsfaktoren gemäß

$$D_{s,h}(\varphi, \varphi'; \beta_0) = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}\sin\beta_0} \left[\cot\left(\frac{\pi + (\varphi - \varphi')}{2n}\right) F[kL^i a^+(\varphi - \varphi')] + \cot\left(\frac{\pi - (\varphi - \varphi')}{2n}\right) F[kL^i a^-(\varphi - \varphi')] + R_{s,h}^n \cot\left(\frac{\pi + (\varphi + \varphi')}{2n}\right) F[kL^{rn} a^+(\varphi + \varphi')] + R_{s,h}^o \cot\left(\frac{\pi - (\varphi + \varphi')}{2n}\right) F[kL^{ro} a^-(\varphi + \varphi')] \right]. \quad (4.42)$$

$R_{s,h}^{n,o}$ sind Fresnelsche Reflexionsfaktoren für n- oder o-Ebene jeweils für 'soft'- und 'hard'-Polarisation. Mit dieser einfachen Formel lassen sich die Beugungsfaktoren für beliebige Einfallswinkel berechnen. Ein Vergleich zwischen dieser Näherung mit den Maliuzhinetschen Beugungskoeffizienten wurde in [Lue88] dargestellt. Die Ergebnisse stimmen sehr gut miteinander überein.

4.5 Anwendung der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie

Zur Veranschaulichung der Verwendung der bisher vorgestellten Strahlarten wird ein Problem aus der Mobilfunktechnik (Abb. 4.19) betrachtet. In Abb. 4.19 handelt es sich um die Montage einer Basisstationsantenne an der Mauer eines Gebäudes. Die Mauer kann aus mehreren Schichten bestehen. Die Montage der Antenne in der Nähe einer Hausecke ist oft zu finden, wenn eine gleichzeitige Versorgung mehrerer von einer Kreuzung ausgehender Straßen gewünscht ist.

Abb. 4.20 zeigt einige Strahlen, die in Beobachtungspunkten Feldbeiträge liefern :

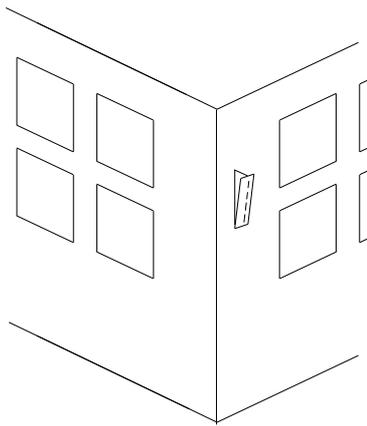


Abb. 4.19: Montage einer Basisstationsantenne des Mobilfunksystems an einer Ecke eines Gebäudes an einer Straßenkreuzung.

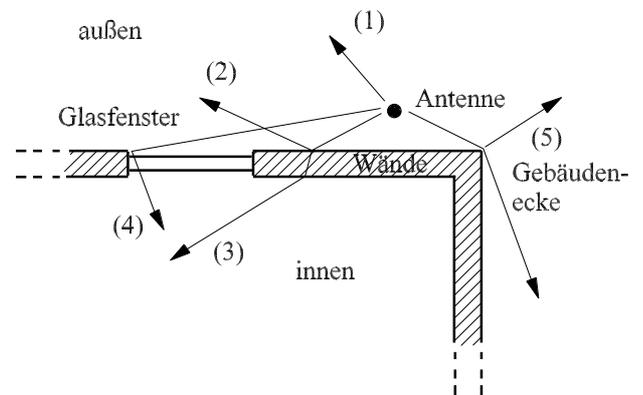


Abb. 4.20: Beispiele für mögliche Strahlarten infolge der komplexen Umgebung der Antenne.

1. Direkter Strahl, der vorhanden ist, wenn sich zwischen dem Quell- und dem Beobachtungspunkt kein Hindernis befindet. Dann erfolgt die Berechnung des direkten Strahls so, als ob alle Körper nicht da wären.
2. Strahlen, die an der geschichteten Mauer oder am Glasfenster reflektiert werden. Zunächst wird der Reflexionspunkt über einen Ray-Tracing-Algorithmus gesucht (Kapitel 5), dann wird die Berechnung der reflektierten Felder mit der in Abschnitt 4.4.2 beschriebenen Vorgehensweise durchgeführt.
3. Transmittierte Strahlen, die durch die geschichtete Mauer oder das Glasfenster ins Innere des Gebäudes eindringen. Je nachdem, welches Material durchdrungen wird, werden die zugehörigen Transmissionsfaktoren verwendet (Abschnitt 4.4.4).
4. Beugungsfelder, die am Fenster oder an der Hausecke gebeugt werden. Die Vorgehensweise findet sich in Abschnitt 4.4.5.

Das Gesamtfeld ist dann die Summe der einzelnen Teilfelder:

$$\vec{E} = \vec{E}_{dir} + \sum \vec{E}_{R,i} + \sum \vec{E}_{D,i} + \dots \quad (4.43)$$

Abb. 4.21 zeigt einen Keil mit einer Quelle und einigen Beobachtungspunkten P_i , $i=1, \dots, 7$. Man sieht, je nach der Lage der Beobachtungspunkte gelangen zu den Punkten P_5 , P_6 und P_7 nur Beugungsfelder (punktirierte Linien), zu dem Punkt P_4 direkte Felder (gestrichelte Linien) + Beugungsfelder, zu den Punkten P_1 , P_2 und P_3 direkte Felder + reflektierte Felder (durchgezogene

Linien) + Beugungsfelder.

Die Festlegung, welche Felder in welchen Beobachtungspunkten relevant sind, führt zum Problem der Strahlensuche (Suche der Streupunkte und Verdeckungsüberprüfung, siehe Kapitel 5).

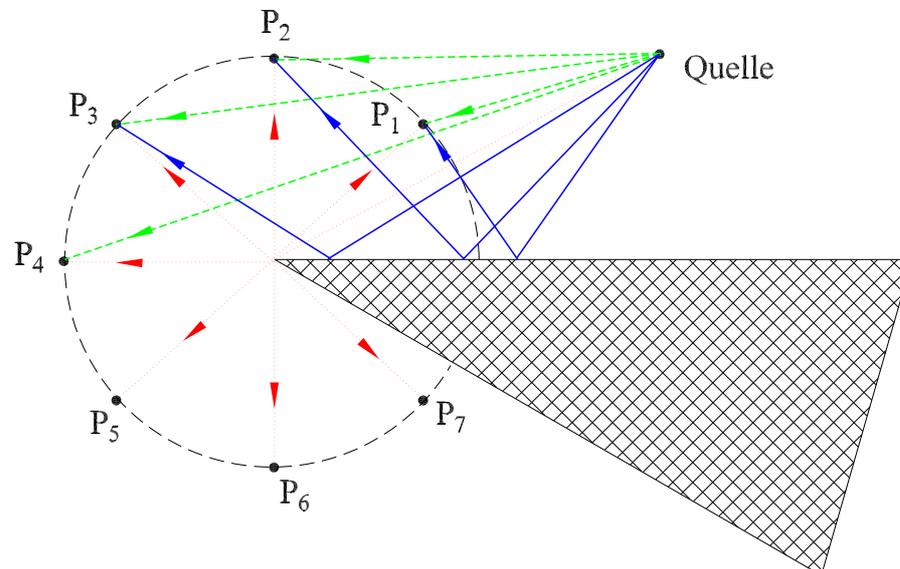


Abb. 4.21: Teilfelder bei unterschiedlichen Beobachtungspunkten P_i .

4.6 Stetigkeitsüberprüfung

Zur Untersuchung des Verhaltens der elektrischen Feldstärke an den Schatten- und Reflexionsgrenzen wird das an einer Platte, die in zwei Richtungen unendlich ausgedehnt ist (Abb. 4.22), gebeugte Feld untersucht. Aufgrund der Geometrie müssen nur zwei Flächen (Vorder- und Rückseite) und eine Kante berücksichtigt werden.

Als Quelle wird ein Hertzscher Dipol verwendet, der in z -Richtung orientiert ist und das Strommoment $I l$ hat. Der Quellpunkt und der Beobachtungspunkt befinden sich in der gleichen z -Ebene, es folgt dann $\beta = \pi/2$.

Abb. 4.23 zeigt die Koordinaten zur Stetigkeitsüberprüfung der elektrischen Feldstärke an den Schattengrenzen. In $P_1^- = P_1(\rho, \varphi' + \pi - \varepsilon, z)$, für $\varepsilon \rightarrow 0$ und $\varepsilon > 0$, gelangen das direkte Feld und Beugungsfelder. In $P_1^+ = P_1(\rho, \varphi' + \pi + \varepsilon, z)$ liefern nur Beugungsfelder einen Beitrag. Das Gesamtfeld in P_1^- beträgt dann (die Herleitung ist in Anhang A zu finden)

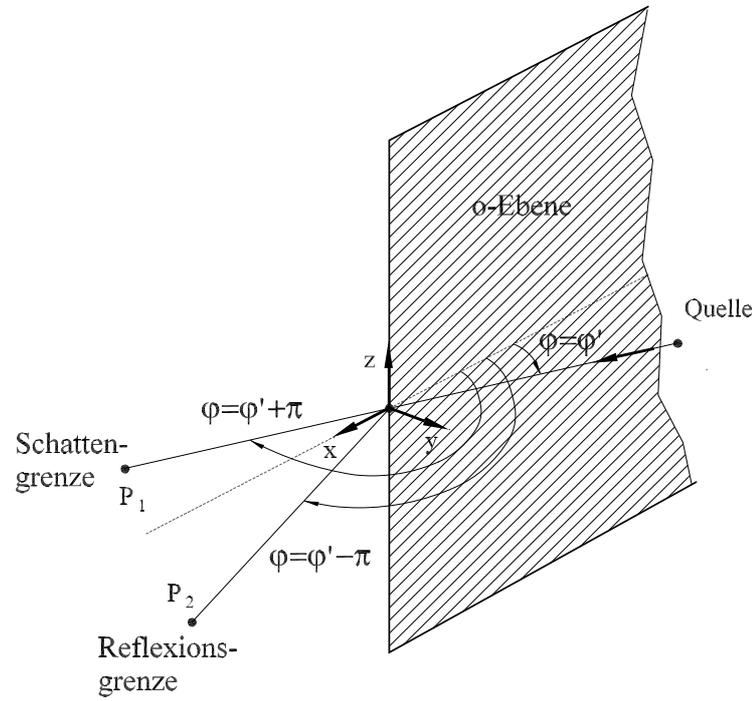


Abb. 4.22: Schatten- und Reflexionsgrenzen.

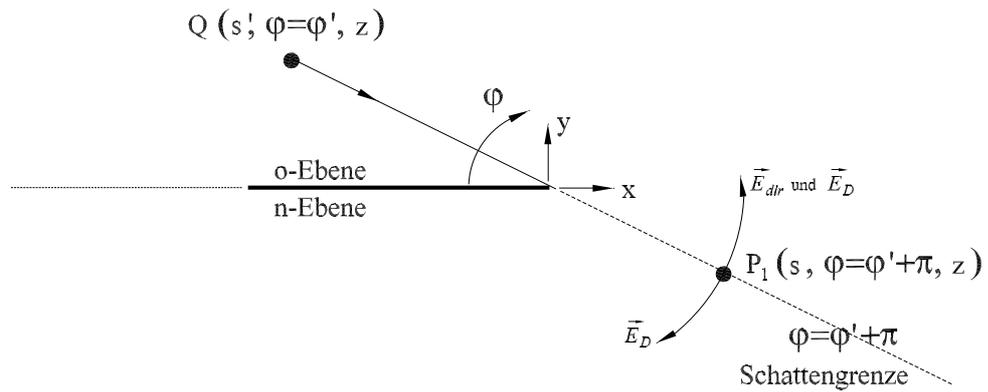


Abb. 4.23: Zur Stetigkeitsüberprüfung an Schattengrenzen.

$$\begin{aligned}
\vec{E}(P_1^-) &= \vec{E}_{dir}(P_1) + \vec{E}_D(P_1^-) \\
&= \frac{I l Z_F}{j 4 \pi k} e^{-jk(s'+s)} \left[-\frac{k^2}{2(s'+s)} + \frac{jk}{2s'(s'+s)} \frac{s'-s}{s'+s} + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2s'^2(s'+s)} \frac{s'^2 - s^2 - 2s's}{(s'+s)^2} + \tilde{D}_{3,4} \right] \vec{e}_z \quad (4.44)
\end{aligned}$$

und in P_1^+

$$\begin{aligned}
\vec{E}(P_1^+) &= \vec{E}_D(P_1^+) \\
&= \frac{I l Z_F}{j 4 \pi k} e^{-jk(s'+s)} \left[-\frac{k^2}{2(s'+s)} + \frac{jk}{2s'(s'+s)} + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2s'^2(s'+s)} + \tilde{D}_{3,4} \right] \vec{e}_z \quad (4.45)
\end{aligned}$$

mit

$$\tilde{D}_{3,4} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2 \sin \varphi' \sqrt{2\pi k}} F\left(2k \frac{s' s}{s'+s} \sin^2 \varphi'\right) \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right). \quad (4.46)$$

Der Vergleich von Gl. 4.44 und 4.45 ergibt, dass die Stetigkeit der Felder an den Schattengrenzen nur bedingt besteht.

Abb. 4.24 und 4.25 zeigen den Vergleich zwischen den Feldern in P_1^- und P_1^+ (ohne den Exponentialterm $e^{-jk(s'+s)}$). Bei kleineren Abständen der Quelle zur Kante ($s' = \lambda$ in Abb. 4.24) unterscheiden sich besonders die Imaginärteile der beiden Felder voneinander sowohl für kleine als auch für große Abstände der Beobachtungspunkte von der Kante.

Bei relativ großen Abständen der Quelle zur Kante ($s' = 10\lambda$ in Abb. 4.25) stimmen die Felder sowohl im Realteil als auch im Imaginärteil unabhängig von der Lage der Beobachtungspunkte zur Kante sehr gut überein.

Analog wird an dieser Stelle auch die Stetigkeit der elektrischen Feldstärke an den Reflexionsgrenzen überprüft (Abb. 4.26).

In $P_2^- = P_2(\rho, \pi - \varphi' - \varepsilon, z)$ für $\varepsilon \rightarrow 0$ und $\varepsilon > 0$ gelangen das direkte Feld, ein reflektiertes Feld und Beugungsfelder. In $P_2^+ = P_2(\rho, \pi - \varphi' + \varepsilon, z)$ liefern nur das direkte Feld und Beugungsfelder einen Beitrag.

Das Gesamtfeld in P_2^- beträgt

$$\begin{aligned}
\vec{E}(P_2^-) &= \vec{E}_{dir}(P_2) + \vec{E}_R(P_2^-) + \vec{E}_D(P_2^-) \\
&= \vec{E}_{dir}(P_2) + \frac{I l Z_F}{j 4 \pi k} e^{-jk(s'+s)} \left(-\frac{k^2}{s} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \left(\frac{-s'}{2(s'+s)} + \tilde{D}_{1,2} \right) \vec{e}_z, \quad (4.47)
\end{aligned}$$

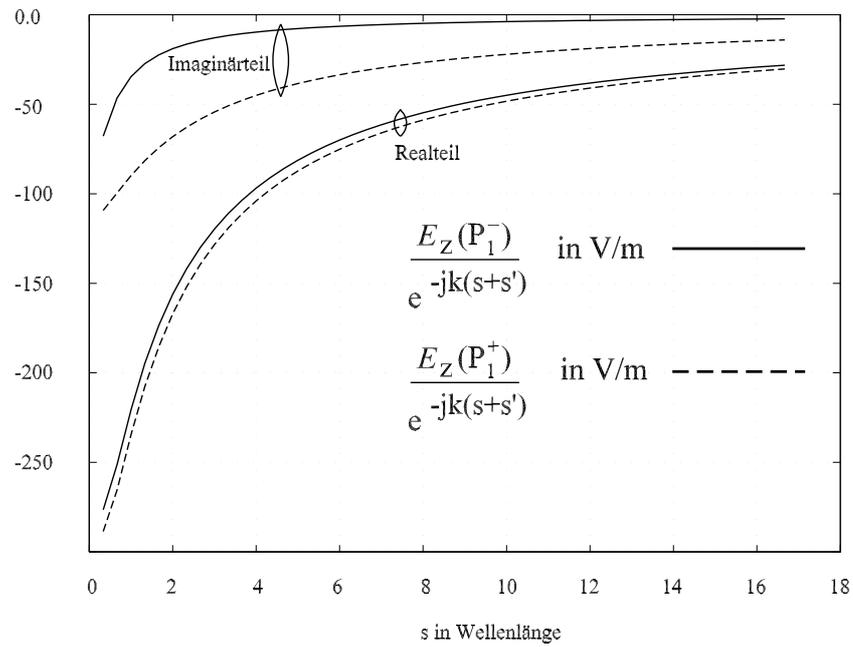


Abb. 4.24: Vergleich der elektrischen Feldstärke in P_1^- und in P_1^+ für $s' = \lambda$.

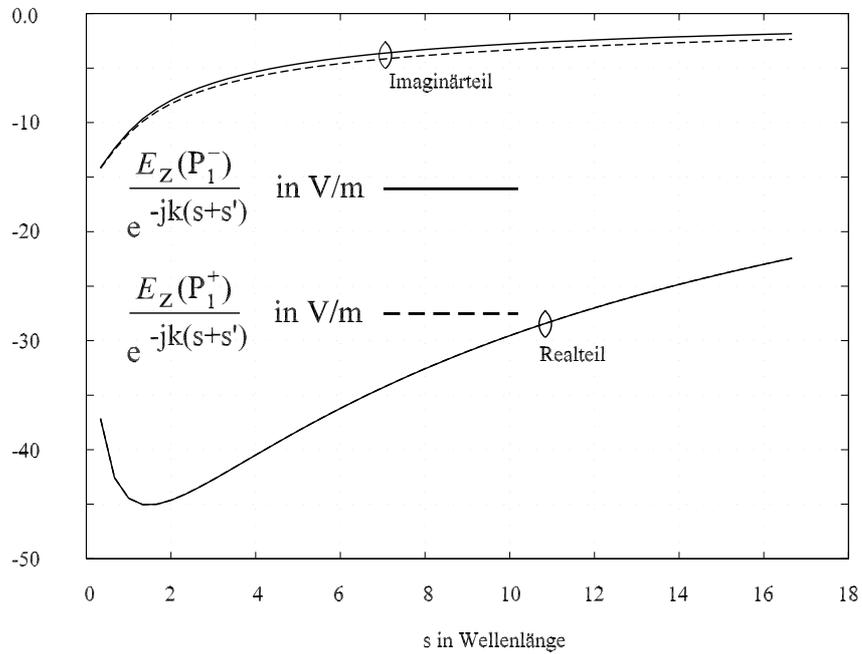


Abb. 4.25: Vergleich der elektrischen Feldstärke in P_1^- und in P_1^+ für $s' = 10 \lambda$.

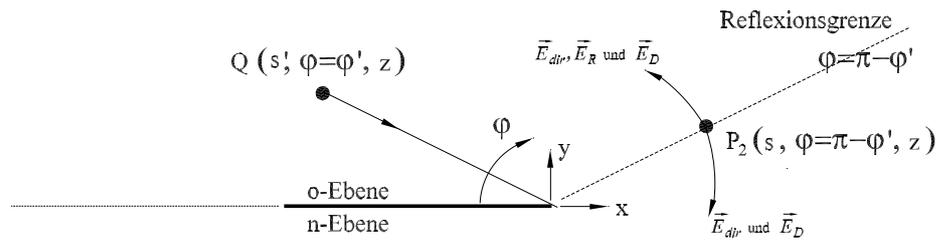


Abb. 4.26: Zur Stetigkeitsüberprüfung an Reflexionsgrenzen.

und in P_1^+

$$\begin{aligned}\vec{E}(P_1^+) &= \vec{E}_{dir}(P_2) + \vec{E}_D(P_2^+) \\ &= \vec{E}_{dir}(P_2) + \frac{IlZ_F}{j4\pi k} e^{-jk(s'+s)} \left(-\frac{k^2}{s} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \left(\frac{-s'}{2(s'+s)} + \tilde{D}_{1,2} \right) \vec{e}_z \quad (4.48)\end{aligned}$$

mit

$$\tilde{D}_{1,2} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2 \sin \varphi' \sqrt{2\pi k}} F\left(2k \frac{s' s}{s' + s} \sin^2 \varphi'\right) \sqrt{\frac{s'}{s(s' + s)}}. \quad (4.49)$$

Der Vergleich der Gl. 4.47 und 4.48 zeigt, dass die elektrische Feldstärke für beliebige Abstände der Quell- und Beobachtungspunkte über die Reflexionsgrenze stetig verläuft.

Die Untersuchung kann folgendermaßen zusammengefasst werden:

In der Schattengrenze tritt eine Unstetigkeit auf, die bei kleinen Abständen der Quelle zur Kante besonders stark ausgeprägt ist und für große Abstände immer mehr verschwindet. Der Grund dafür ist, dass die direkten Nahfelder \vec{E}_{dir} bei kleinen Abstände der Quelle zur Kante und die gebeugten Felder \vec{E}_D , die Fernfeldcharakter besitzen, nicht zusammenpassen. Bei großen Abständen der Quelle zur Kante wird dagegen der $\frac{1}{s}$ -Term im direkten Feld dominant, er besitzt denselben Charakter wie das gebeugte Feld. Der Beugungskoeffizient wird so definiert, dass keine Unstetigkeit in diesem Bereich auftritt.

In den Reflexionsgrenzen verläuft das Feld immer stetig, da das reflektierte Feld Fernfeldcharakter besitzt und sich damit die Beugungsterme so definieren lassen, dass Unstetigkeiten kompensiert werden.

4.7 Grenzen der Vereinheitlichten Geometrischen Beugungstheorie

In diesem Abschnitt sollen die vier wichtigsten Schwachpunkte der UTD noch einmal zusammenfassend aufgeführt werden:

4.7.1 Anwendbarkeit nur auf elektrisch große Körper

Die Beschreibung des Streuverhaltens von Körpern mit Hilfe von einzelner Streuzentren, deren Beiträge sich getrennt ermitteln und dann aufaddieren lassen, gilt nur bei Körpern, deren Abmessungen groß zur Wellenlänge sind.

4.7.2 Unstetigkeit an den Schattengrenzen

Wie in Abschnitt 4.6 untersucht wurde, sind die Felder an den Schattengrenzen im Allgemeinen nicht stetig. Das ist besonders bei kleinen Abständen der Quelle zur Beugungskante ($s' = |\vec{r}_D - \vec{r}'|$) bemerkbar. Bei größeren Abständen der Quelle zur Kante wird der Unterschied zwischen den Feldern auf der einer Seite der Schattengrenze und den auf der anderen Seite der Schattengrenze kleiner. Trotzdem liegen Unstetigkeiten auch bei großen Abständen des Beobachtungspunkts zur Kante ($s = |\vec{r} - \vec{r}_D|$) vor.

4.7.3 Anwesenheit axialer Komponenten

Befindet sich die Kante im Nahfeld der Quelle, haben die von der Quelle abgestrahlten Felder im Allgemeinen nicht nur transversale Komponenten (\vec{e}'_φ und \vec{e}'_β), sondern auch eine axiale Komponente (\vec{e}'_s). Mit den Reflexionsfaktoren in Gl. 4.19 und Beugungsfaktoren in Gl. 4.33 und 4.34 wird die axiale Komponente der einfallenden Welle ignoriert.

Die Berücksichtigung der axialen Komponente bei einer Reflexion an Polygonen kann dadurch erfolgen, dass die Quelle an den Polygonen gespiegelt wird und die Ströme der Spiegelquelle über die Spiegelungsmethode [AH00-1] berechnet werden. Statt des reflektierten Feldes erhält man jetzt eine Spiegelquelle, die dann genauso wie eine physikalische Quelle behandelt werden kann. Das Gesamtfeld setzt sich aus den Feldern der beiden Quellen zusammen. Die Benutzung der Spiegelungsmethode bei der Berechnung des reflektierten Feldes bewirkt aber eine Unstetigkeit des Gesamtfeldverlaufs in der Reflexionsgrenze.

4.7.4 Reflexion an verlustbehafteten Strukturen

Bei der Reflexion an verlustbehafteten Halbebenen oder an geschichtet aufgebauten Ebenen ist die Phase des Reflexionsfaktors eine Funktion des Einfallswinkels (s. Gl. 4.20, 4.21, 4.23, und 4.24). Daraus folgt, dass die Phasenfronten nach der Reflexion nicht mehr kugelförmig sind und sich deshalb nicht mehr eine Spiegelquelle als Quellpunkt für das gesamte reflektierte Feld angeben lässt. Außerdem stehen dann die Phasenfronten nicht mehr senkrecht auf dem reflektierten Strahl (s. Abb. 4.27), sodass die bisherige Beschreibung des lokalen Feldes als homogene ebene Welle

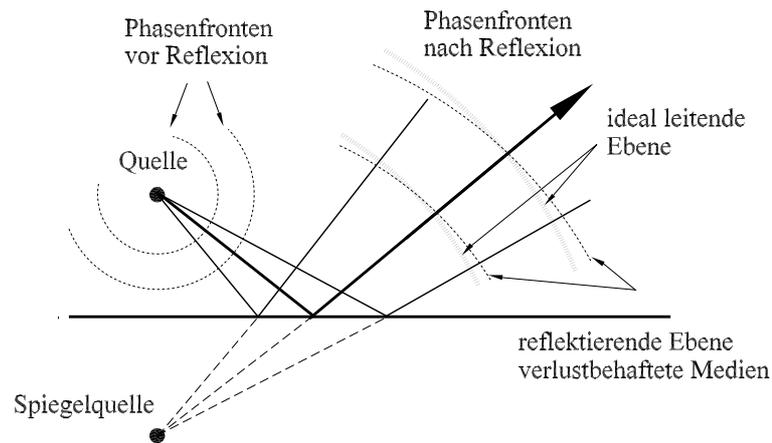


Abb. 4.27: Zu den Phasenfronten bei einer Reflexion von elektromagnetischen Wellen an verlustbehafteten Strukturen.

nicht mehr gültig ist. Dadurch werden die in Abschnitten 4.3 und 4.4 angegebenen Bedingungen für die geometrisch-optische Darstellung von elektromagnetischen Feldern verletzt, sodass z. B. die Beschreibung des Feldabfalls durch den Divergenzfaktor, aber auch die Behandlung der Streumechanismen (Reflexionen, Beugungen) nicht mehr streng gelten. Als Ausweg könnte man für einen konkreten Reflexionsfall durch die Bestimmung des Krümmungsradius der Phasenfront im Beobachtungspunkt den Ort des zugehörigen Phasenzentrums berechnen; dieses hängt folglich vom Einfallswinkels ab. Für die Anwendung der UTD könnte dann dieses Phasenzentrum als Quellpunkt der reflektierten Welle verwendet werden, wodurch gewährleistet wäre, dass der so neu definierte reflektierte Strahl senkrecht zur Phasenfront verläuft und sich damit das Feld wieder lokal näherungsweise als homogene ebene Welle beschreiben ließe. Damit wäre die Anwendbarkeit der UTD wieder sichergestellt. Wie jedoch im folgenden Kapitel 5 ausführlich erläutert wird, ist die Genauigkeit der Feldbestimmung mit Hilfe der UTD vor allem dadurch begrenzt, dass der Aufwand zur Berechnung aller wesentlichen Strahlen selbst bei nicht sehr komplexen Geometrien sehr schnell extrem groß wird und man sich deshalb meist auf die Berücksichtigung nur der allerwichtigsten Strahlbeiträge beschränken muss. Gegenüber diesem Problem ist das der einfallswinkelabhängigen Phase als nachrangig einzustufen, weshalb es hier nicht weiter diskutiert wird.

4.7.5 Kaustiken

Nähert sich der Beobachtungspunkt der Kante, werden die Beugungsfelder immer größer. Im Grenzfall liegt der Beobachtungspunkt auf der Kante (d. h. $s \rightarrow 0$), dann liefert die in Abschnitt 4.4.5 vorgestellte Vorgehensweise zur Berechnung von Beugungsfeldern unphysikalische Ergebnisse. Wie in Gl. 4.31 angedeutet wird, geht der Divergenzfaktor nach einer Beugung für

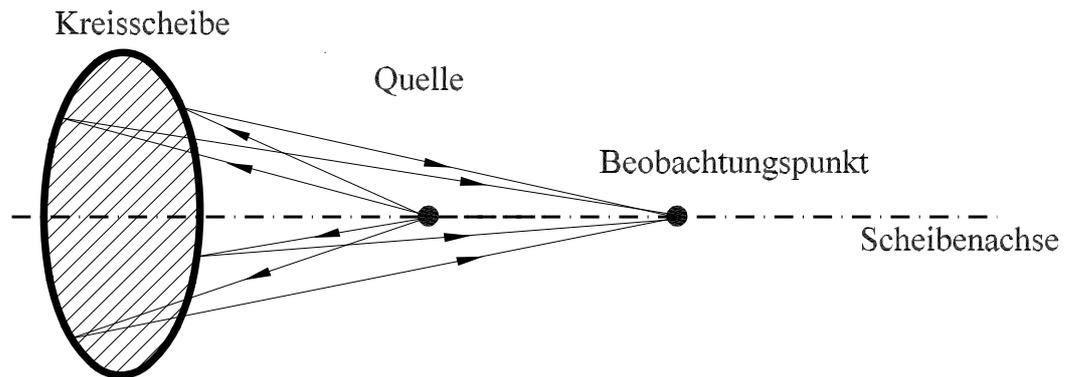


Abb. 4.28: Unendlich viele Beugungsstrahlen führen zum Beobachtungspunkt auf der Scheibenachse, Quell- und Beobachtungspunkt befinden sich auf der Scheibenachse.

$s \rightarrow 0$ gegen unendlich. Dies ist eine indirekte Folge des Fermatschen Prinzips, nach dem unendlich viele sich auf dem Kellerschen Beugungskegel befindende Beugungsstrahlen vorausgesagt werden. Diese Strahlen haben den Ursprung im Beugungspunkt, an dem folglich das Feld singular wird.

Wenn sich Quell- und Beobachtungspunkt auf der Achse von rotationsymmetrischen Objekten (Abb. 4.28) befinden, verlaufen alle auf dem Scheibenrand gebeugten Strahlen zu dem Beobachtungspunkt. Die Scheibenachse ist in diesem Fall eine Kaustiklinie.

Abhilfe dafür kann z. B. die Verwendung der Methode von äquivalenten Strömen (ECM *equivalent current method*) [Mic84, RP69] bieten, bei der fiktive, entlang der Kante fließende Ströme definiert werden.

Reflexionen von Strahlen an gekrümmten Oberflächen können auch Kaustiken verursachen. Besonders bei konkaven Oberflächen können Kaustiken (punktförmige, linienhafte oder flächenhafte Kaustiken) entstehen.

Wie stark sich die genannten Schwachstellen der UTD bei der Analyse eines konkreten Randwertproblems auswirken, lässt sich allgemein nicht abschätzen sondern nur ein Einzelfall klären. Dabei ist diese Klärung noch relativ einfach, wenn nur die UTD ohne Verknüpfung mit anderen Methoden eingesetzt wird. Im anderen Fall helfen meist nur umfangreiche numerische Tests, möglichst Vergleiche mit Ergebnissen auf der Basis anderer Methoden und –nicht zuletzt– viel Erfahrung (das unterscheidet die drei hier diskutierten und eingesetzten Methoden nicht von anderen feldtheoretischen Lösungsverfahren). Die in Kapitel 7 diskutierten Anwendungsbeispiele zeigen jedoch, dass der Einsatzbereich der Hybrid⁽²⁾-Methode unter Verwendung der UTD deutlich größer ist, als sich aufgrund der genannten Schwachstellen der UTD erwarten lässt.

Kapitel 5

Strahlsuchverfahren

5.1 Einführung

Wie in Kapitel 4 mehrmals erwähnt wurde, spielen Strahlsuchverfahren eine zentrale Rolle bei der Anwendung von asymptotischen Methoden. Bevor die Feldstärke der einzelnen Streumechanismen berechnet werden kann, müssen zunächst die Streupunkte lokalisiert werden. In diesem Kapitel werden zwei unterschiedliche Vorgehensweisen zur Strahlfindung vorgestellt: exakte Strahlsuchverfahren, die auf der Variationsrechnung (dem Fermatschen Prinzip) basieren, und Strahlabschussverfahren (engl. *Shooting and Bouncing Rays/SBR* oder *ray launching method*).

Unter exakten Strahlsuchverfahren ist hier zu verstehen, dass die exakten Streupunkte bei gegebenen Quell- und Beobachtungspunkten sowie Streukörpern (Flächen, Kanten, etc.) gesucht werden. Dagegen fließen in die zweite Methode auch einige zufällige Elemente mit ein.

Die wesentlichen Grundlagen der Ausbreitung von Strahlen sind aus der Optik seit langem bekannt. Auf dieser Basis wurden nach Einführung der Geometrischen Beugungstheorie durch Keller zahlreiche Arbeiten zur rechnergestützten Bestimmung der Strahlverläufe durchgeführt. Da sich besonders die UTD, wie bereits in Abschnitt 4.2 dargestellt, zur Feldanalyse in sehr großen Lösungsgebieten mit überwiegend elektrisch großen Streukörpern eignet, wurde sie in den letzten Jahren häufig zur Feldstärkebestimmung in Mobilfunkszenarien eingesetzt. Dazu mussten entsprechende Strahlsuchverfahren entwickelt werden. Die einschlägige Literatur zeigt jedoch, dass diese Verfahren entweder nicht zur Verfügung stehen oder z. B. nur wenige Mechanismen berücksichtigen. Ein wichtiges Ziel dieser Arbeit ist jedoch, wie in Abschnitt 4.5 dargestellt, die UTD auch bei Abständen zwischen Quell- und Beobachtungspunkten kleiner als die von der Fernfeldbedingung geforderten und auch bei elektrisch nicht sehr großen Körpern einzusetzen. Aufgrund sehr einfacher Überlegung ergibt sich daraus, dass für diese Arbeit Strahlsuchverfahren zur Verfügung stehen müssen, bei denen man gezielt auch Mechanismen sehr hoher Ordnung berücksichtigen kann.

Sehr leistungsfähige Ray-Tracing-Algorithmen wurden auch im Rahmen von Untersuchungen für Computer Graphics und Bildverarbeitung entwickelt. Diese sind hier nicht anwendbar, weil sie Beugungseffekte nicht berücksichtigen. Es wurde deshalb sehr früh entschieden, eigene Strahl-suchalgorithmen zu entwickeln. Als Vorbereitung dazu wurde eine geschlossene Darstellung der mathematischen Grundlagen erstellt. In Abschnitt 5.2 wird ein exaktes Strahl-suchverfahren, in Abschnitt 5.3 das Strahlabschussverfahren erläutert. Dabei werden zunächst die Grundlagen der beiden Vorgehensweisen diskutiert und der physikalische Zusammenhang zwischen den Ray-Tracing-Algorithmen und der Wellenausbreitung hervorgehoben. Danach wird die Prozedur hinsichtlich der Mechanismen 1. Ordnung, wie Reflexion und Beugung, Mechanismen höherer Ordnung, wie mehrfache Reflexionen gefolgt von mehrfachen Beugungen, spezialisiert. Die Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren werden herausgestellt.

Die Darstellung basiert im Wesentlichen auf [HBD92, LCL89, Sch97, SR92]. Besonders herausgearbeitet wird die exakte Bestimmung der Reflexions- und Beugungspunkte im Mechanismus Beugung-Reflexion-Beugung. In Abschnitt 5.4 werden die beiden Verfahren am Beispiel der Wellenausbreitung in einem rechteckigen Tunnel miteinander verglichen. Die mit der Strahlabschussmethode ermittelten Strahlverläufe für ein Indoor- und ein Outdoor-Ausbreitungsproblem in Verbindung mit Mobilfunksystemen werden in Abschnitt 5.5 aufgezeigt.

5.2 Exakte Strahl-suchverfahren, Variationsrechnung

Der Ausgangspunkt dieser Methoden ist das Fermatsche Prinzip, das besagt, dass sich eine elektromagnetische Welle bei sehr hohen Frequenzen entlang einer Strecke, die sie in kürzester Zeit zurücklegt, ausbreitet. In homogenen Medien (z. B. Luft) bedeutet das, dass die gesamte Strahlweglänge minimal sein muss.

Abb. 5.1 zeigt ein Beispiel für Streumechanismen 2. Ordnung (in diesem Fall eine Reflexion an

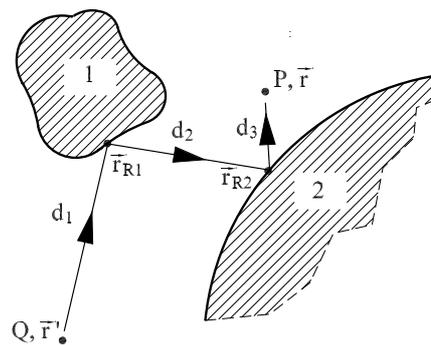


Abb. 5.1: Zweifache Reflexion eines Strahls an gekrümmten Oberflächen. Gegeben sind die Streukörper und Quell- sowie Beobachtungspunkte \vec{r}' und \vec{r} , gesucht die Reflexionspunkte $\vec{r}_{R,1}$ und $\vec{r}_{R,2}$.

einer gekrümmten Oberfläche gefolgt von einer Reflexion an einer anderen gekrümmten Oberfläche). Vorgegeben sind die beiden Streukörper sowie der Quell- und der Beobachtungspunkt. Es sollen die beiden Reflexionspunkte \vec{r}_{R1} und \vec{r}_{R2} bestimmt werden.

Die gesamte Strahlweglänge beträgt

$$d = d_1 + d_2 + d_3 = |\vec{r}_{R1} - \vec{r}'| + |\vec{r}_{R2} - \vec{r}_{R1}| + |\vec{r} - \vec{r}_{R2}| \quad (5.1)$$

mit $\vec{r}_{R1} = (x_1, y_1, z_1 = f_1(x_1, y_1)) \in \text{Streukörper 1 } (z = f_1(x, y))$ und $\vec{r}_{R2} = (x_2, y_2, z_2 = f_2(x_2, y_2)) \in \text{Streukörper 2 } (z = f_2(x, y))$.

Die Minimierung der Strahlweglänge erfolgt über das Nullsetzen deren 1. Ableitung nach den jeweiligen Unbekannten

$$\frac{\partial d}{\partial x_1} = \frac{\partial d}{\partial y_1} = \frac{\partial d}{\partial x_2} = \frac{\partial d}{\partial y_2} = 0. \quad (5.2)$$

Die Lösung der Gleichungen kann mehr oder weniger kompliziert sein.

Bei einer einfachen Reflexion (Abb. 5.2) führt das Fermatsche Prinzip auf das bekannte Reflexionsgesetz, dass der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel ist.

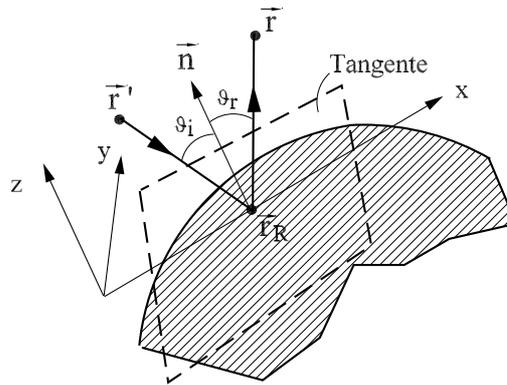


Abb. 5.2: Reflexionsgesetz: Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel.

xionsgesetz, dass der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel ist. Mit dem lokalen Koordinatensystem (x, y, z) lassen sich die im Raum beliebig angeordneten Quell-/Beobachtungspunkte, jeweils \vec{r}' und \vec{r} und die Platte, so anordnen, dass sich die Einfalls- und die Reflexionsebene in der xz -Ebene liegen. Damit berechnet sich die Gesamtstrahlänge zu

$$d = d_1 + d_2 = ((x - x_1)^2 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} + ((x - x_2)^2 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

mit den Koordinaten $\vec{r}' = (x_1, 0, z_1)$, $\vec{r}_R = (x, 0, z)$ und $\vec{r} = (x_2, 0, z_2)$.

Die Minimierung der Länge führt auf

$$\frac{dd}{dx} = 0 = \frac{x - x_1}{d_1} + \frac{x - x_2}{d_2} \Rightarrow \frac{x - x_1}{d_1} = \frac{x_2 - x}{d_2}. \quad (5.4)$$

Gl. 5.4 besagt, dass der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel ist ($\vartheta_i = \vartheta_r$, \vec{n} ist der Normalenvektor auf der Tangentialebene im Reflexionspunkt).

Bei der Beugung verläuft die Rechnung in analoger Art und Weise. Man definiert (siehe Abb. 5.2) die x -Achse in Richtung der Kante oder der Tangente am Beugungspunkt. Es ergibt sich das Beugungsgesetz, dass der Einfallswinkel gleich dem Beugungswinkel ist (Kellerscher Kegel).

Bei den Streuobjekten soll im Folgenden zwischen Polygonen (Platten, etc.) und Objekten mit gekrümmter Oberfläche (z. B. Zylinder, Kugel) unterschieden werden. Bei Polygonen lassen sich Streuungspunkte für Mechanismen 1. Ordnung durch geometrische Manipulation (Spiegelung, Drehung, etc.) analytisch exakt bestimmen. Die Lokalisierung von Streupunkten an gekrümmten Oberflächen erfolgt immer über Suchverfahren (Nullstellensuche/Newtonsches Verfahren).

5.2.1 Einfache Mechanismen

Reflexion (R)

Die Suche nach einem Reflexionspunkt bei gegebenen Quell- und Beobachtungspunkten erfolgt am einfachsten mit Hilfe der Spiegelungsmethode, die auf der Basis des Fermatschen Prinzips

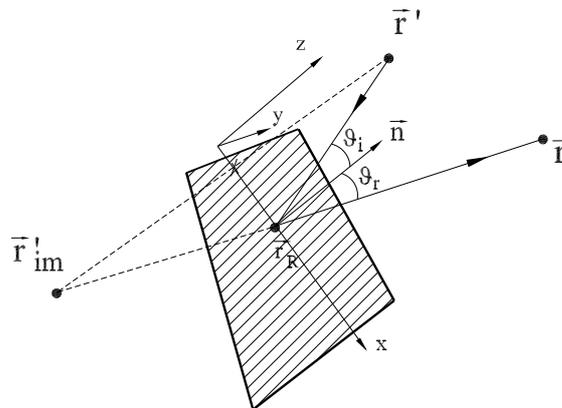


Abb. 5.3: Bestimmung des Reflexionspunktes bei einer Reflexion 1. Ordnung mit Hilfe der Spiegelungsmethode.

hergeleitet wird. Dabei wird einer der beiden Punkte an der Ebene gespiegelt. Eine Verbindungslinie wird zwischen dem Spiegelpunkt des Quellpunktes (oder des Beobachtungspunktes) und dem Beobachtungspunkt (oder dem Quellpunkt) gezogen. Der Schnittpunkt dieser Linie mit der Reflexionsebenen ist, wenn er in der 'endlichen' Ebene liegt, der gesuchte Reflexionspunkt (Abb. 5.3). Es muss aber noch untersucht werden, ob sich zwischen dem Quell- und dem Reflexionspunkt bzw. zwischen dem Reflexion- und dem Beobachtungspunkt opaque Hindernisse befinden. Wenn ja, gibt es keine direkte Sichtverbindung zwischen den Punkten, d. h. der Strahl existiert nicht.

Beugung (D)

Da die gebeugten Strahlen auf dem Kellerschen Kegel liegen, dessen Halbwinkel gleich dem Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der Kante ist, ist es möglich, die Suche des Beugungspunktes mit analytischen Methoden durchzuführen. Wenn der Beobachtungspunkt, der Quellpunkt und der Beugungspunkt, d. h. die Kante in der gleichen Ebene liegen, kann die gleiche Vorgehensweise wie bei der Suche des Reflexionspunktes verwendet werden. Zunächst wird der Beobachtungspunkt um den Winkel α in die Ebene gedreht, die die Kante und der Quellpunkt aufspannen; in Abb. 5.4 wird deren Normalvektor mit \vec{n}_1 bezeichnet. Mit

$$\alpha = \frac{(\vec{r} - \vec{r}_e) \cdot (\vec{r}_{rot} - \vec{r}_e)}{|\vec{r} - \vec{r}_e| |\vec{r}_{rot} - \vec{r}_e|} = \frac{(\vec{r} - \vec{r}_e) \cdot (\vec{r}_p - \vec{r}_e)}{|\vec{r} - \vec{r}_e| |\vec{r}_p - \vec{r}_e|}$$

erhält man den Punkt \vec{r}_{rot} , den ein durch Beugung am Punkt \vec{r}_D erzeugter Strahl trifft. Durch eine Drehung wird also der Winkel β zwischen der Kante und der Verbindungslinie $\vec{r}_D - \vec{r}$ beibehalten. Eine Projektion des Beobachtungspunktes \vec{r} würde einen anderen (kleineren) Winkel liefern, der das Beugungsgesetz nicht erfüllt. Mit dem berechneten Punkt \vec{r}_{rot} , dem Quellpunkt \vec{r}' und

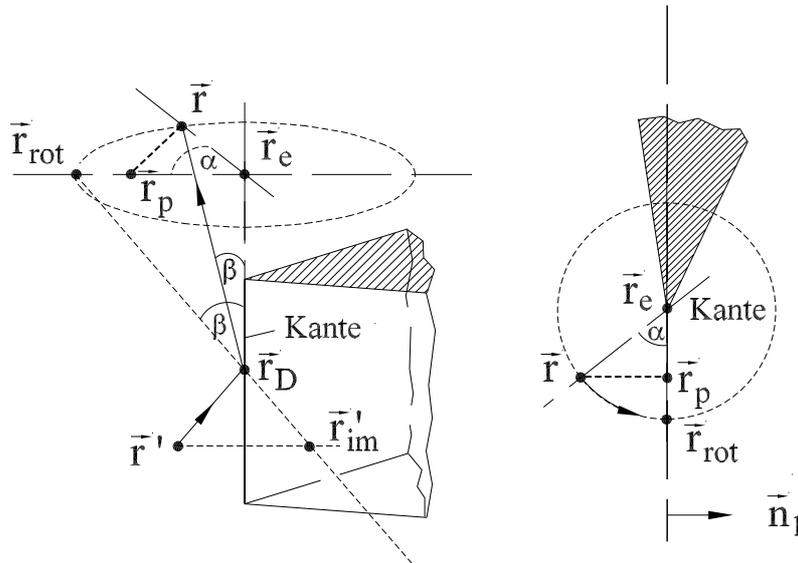


Abb. 5.4: Analytische Bestimmung des Beugungspunktes bei einer Beugung 1. Ordnung.

der Kante werden jetzt zweidimensionale Berechnungen durchgeführt: Die Kante kann als Ebene betrachtet werden. Die Suche nach dem Beugungspunkt wird auf die Suche nach dem Reflexionspunkt auf der Ebene (Spiegelungsmethode) zurückgeführt, mit dem Quellpunkt \vec{r}' und dem Beobachtungspunkt \vec{r}_{rot} . \vec{r}_D ist der Schnittpunkt der Linie $\vec{r}'_{im} - \vec{r}_{rot}$ mit der Kante. \vec{r}'_{im} ist der Spiegelungspunkt des Quellpunktes \vec{r}' an der Ebene.

Ein weiterer Algorithmus zur Bestimmung des Beugungspunktes nutzt ein Suchverfahren (Bisektionsverfahren). Angefangen von einem Endpunkt der Kante (hier dem Punkt P_1 , s. Abb. 5.5) werden Punkte auf der Kante abgetastet und überprüft, ob ein Punkt auf der Kante das Beugungs-

gesetz erfüllt. Die Suche verläuft dabei adaptiv, das heißt, die Scanweite Δt wird am Anfang groß gewählt. Wenn ein Umkehrpunkt gefunden ist (d. h. $(\beta_{ein}^i - \beta_d^i)(\beta_{ein}^{i-1} - \beta_d^{i-1}) < 0$, i ist die i -te Iteration, β_{ein} ist der Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der Kante, β_d ist zwischen dem gebeugten Strahl und der Kante.), erfolgt die Suche in entgegengesetzter Richtung mit einer neuen Scanweite $\Delta t_{neu} = 0.5\Delta t_{alt}$. Die Suche läuft weiter bis das Abbruchkriterium (z. B. $|\beta_{ein}^i - \beta_d^i| < \delta$) erfüllt ist. Dieses Suchverfahren ist allerdings zeitaufwendig. Ein anderer

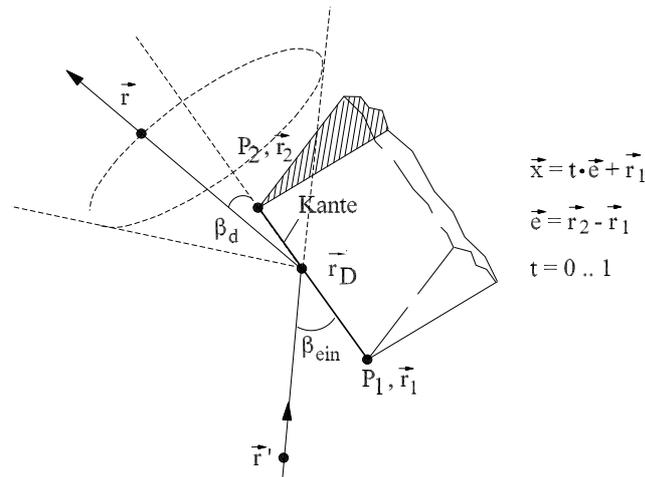


Abb. 5.5: Bestimmung des Beugungspunktes bei einer Beugung 1. Ordnung mit Hilfe eines adaptiven Suchverfahrens (Bisektionsverfahren).

Nachteil ist, dass der gefundene Beugungspunkt im Gegensatz zur vorher beschriebenen analytischen Methode nicht exakt ist.

5.2.2 Mehrfach-Mechanismen

Reflexion-Reflexion (RR)

Die Reflexionspunkte bei Reflexion 2. Ordnung werden in der gleichen Art und Weise wie bei 1. Ordnung bestimmt. Dabei wird der Quellpunkt zweimal gespiegelt, zuerst an der Ebene, an der die erste Reflexion auftreten soll, dann an der anderen Ebene, an der die zweite Reflexion erfolgen soll. Der zweite Spiegelpunkt $\vec{r}'_{im,2}$ (s. Abb. 5.6) entspricht in diesem Fall dem einzigen Spiegelpunkt bei Reflexion 1. Ordnung und wird benutzt, um den Reflexionspunkt $\vec{r}_{R,2}$ an der 2. Ebene zu finden. Durch das Verbinden dieses Reflexionspunktes mit dem 1. Spiegelpunkt $\vec{r}'_{im,1}$ bekommt man den Reflexionspunkt $\vec{r}_{R,1}$ an der 1. Ebene. Es muss dann überprüft werden, ob der Punkt $\vec{r}_{R,1}$ in der Ebene 1 und der $\vec{r}_{R,2}$ in der Ebene 2 liegen.

Diese Vorhensweise kann sukzessiv fortgesetzt werden, um Reflexionen höherer Ordnung zu analysieren.

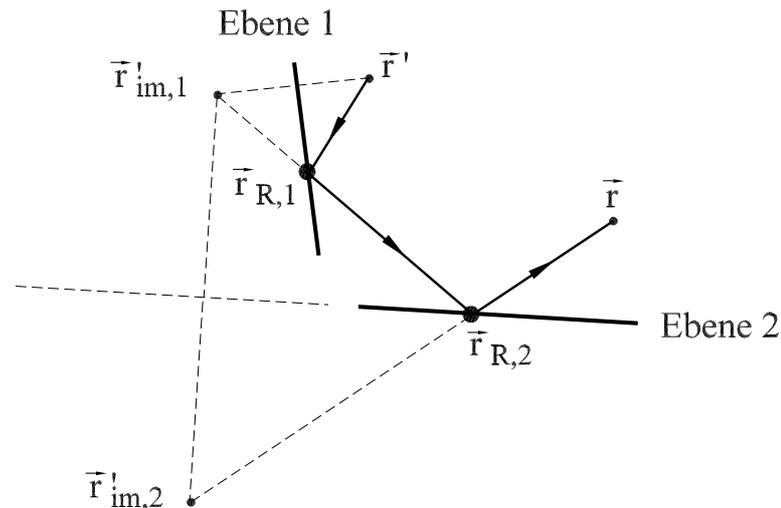


Abb. 5.6: Bestimmung der Reflexionspunkte bei einer Reflexion 2. Ordnung mit Hilfe der Spiegelungsmethode.

Reflexion-Beugung (RD)

Um die Punkte bei einer Reflexion gefolgt von einer Beugung zu finden, werden die Spiegelungsmethode und das Verfahren für die Bestimmung eines Beugungspunktes gemeinsam benutzt. Nach der Spiegelung des Quellpunktes kann der Spiegelpunkt \vec{r}'_{im} als Quelle betrachtet werden und anschließend wird die Methode für die Bestimmung des Beugungspunktes angewendet (s. Abb. 5.7).

Beugung-Reflexion (DR)

Bei diesem Mechanismus verfährt man praktisch identisch wie bei Reflexion-Beugung, es muss nur die Rolle des Quellpunktes mit der des Beobachtungspunktes vertauscht werden.

Beugung-Beugung (DD)

In diesem Fall führt die Benutzung des adaptiven Suchverfahrens zur Bestimmung der beiden Beugungspunkte zu einem Problem der zweidimensionalen Optimierung. Es werden deshalb die analytische Methode und das Suchverfahren gemeinsam benutzt. Die Suche des 2. Beugungspunktes an der 2. Kante erfolgt über das Suchverfahren und die Suche des 1. Beugungspunktes an der 1. Kante erfolgt analytisch (Abb. 5.8). Durch das Variieren des Punktes $\vec{r}_{D,2}$ auf der 2. Kante und die analytische Bestimmung von $\vec{r}_{D,1}$ ($\vec{r}_{D,2}$ als Beobachtungspunkt) lassen sich unter Zuhilfenahme des Beugungsgesetzes die beiden Beugungspunkte lokalisieren.

Weitere höhere Mechanismen, die mit den obigen Methoden behandelt werden können, sind Reflexion-Reflexion-Reflexion (RRR), Reflexion-Reflexion-Beugung (RRD), Reflexion-Beugung-Reflexion (RDR), Beugung-Reflexion-Reflexion (DRR), Beugung-Beugung-Reflexion (DDR), Reflexion-Beugung-Beugung (RDD), Beugung-Reflexion-Beugung (DRD).

Bei Beugung-Reflexion-Beugung muss nicht nur der Beobachtungspunkt an der Ebene, in dem die

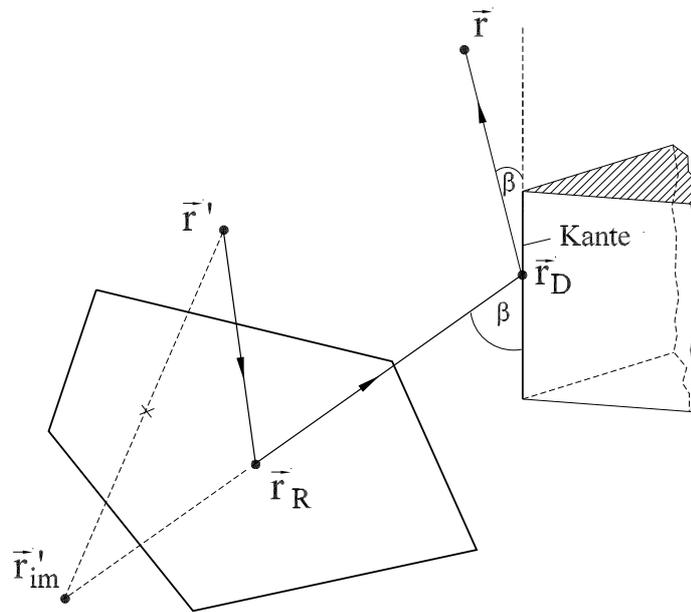


Abb. 5.7: Bestimmung der Reflexions- und Beugungspunkte bei einer Reflexion gefolgt von einer Beugung.

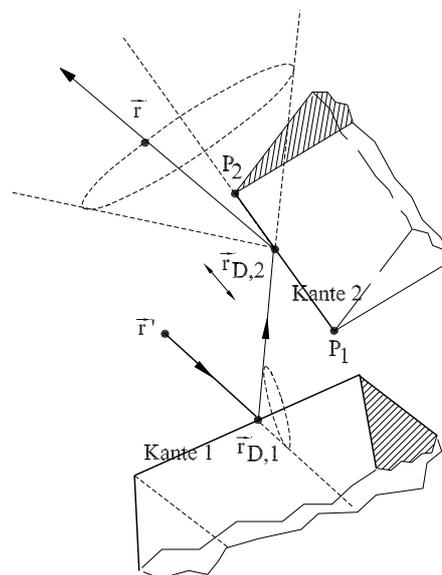


Abb. 5.8: Zweifache Beugung an geraden Kanten.

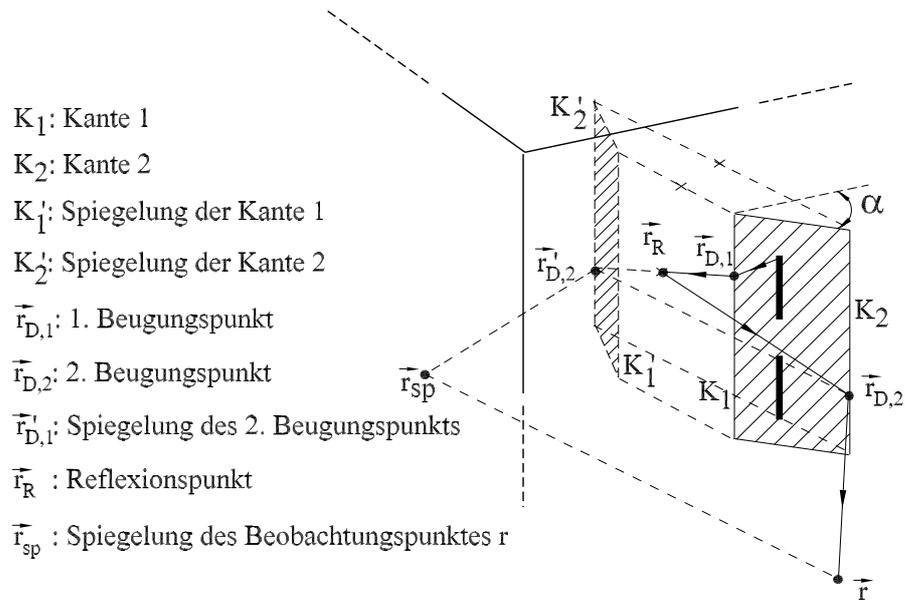


Abb. 5.9: Montage einer Basisstationsantenne am Gebäude zur Verdeutlichung des Mechanismus D–R–D.

Reflexion auftritt, gespiegelt werden, sondern auch die Kante 2, die für die 2. Beugung verantwortlich ist (Abb. 5.9). Das DRD–Problem wird in dieser Weise auf das DD–Problem zurückgeführt. Mit den bisherigen Verfahren ist die Suche der Punkte bei Beugungen 3. Ordnung problematisch. Eine Möglichkeit wäre allerdings, die Kanten durch geeignete Drehungen in eine gemeinsame Ebene zu bringen und das Problem zweidimensional zu lösen.

5.3 Strahlabschussverfahren (Shooting and Bouncing Rays/SBR)

5.3.1 Prinzip des Verfahrens

Mit der Variationsrechnung versucht man durch Variation der Streupunkte auf den Streukörpern den minimal zurückgelegten Weg zu finden. Mit dem Strahlabschussverfahren werden möglichst viele Strahlen von den Quellen in verschiedene Richtungen abgestrahlt [HBD92, LCL89, Sch97, SR92]. Die Strahlen werden dann in ihren Ausbreitungswegen verfolgt und schließlich werden die Strahlwege verwendet, die den wirklichen Strahlwegen am nächsten kommen.

Der Strahl i in Abb. 5.10 trifft das Objekt 2, wird reflektiert und in eine andere Richtung umgelenkt. Der Strahl i wird dann durch Objekt 1 nochmal in eine andere Richtung umgelenkt und verlässt schließlich das betrachtete Gebiet. Danach wird der nächste Strahl betrachtet. Der Strahl j trifft eine Kante des Objektes 1. Durch Beugung entstehen viele neue Strahlen, die ihrerseits genauso wie die anderen Strahlen auch verfolgt werden müssen.

Das Strahlabschussverfahren beschreibt die Wellenausbreitung in Form von Strahlen, die von einer

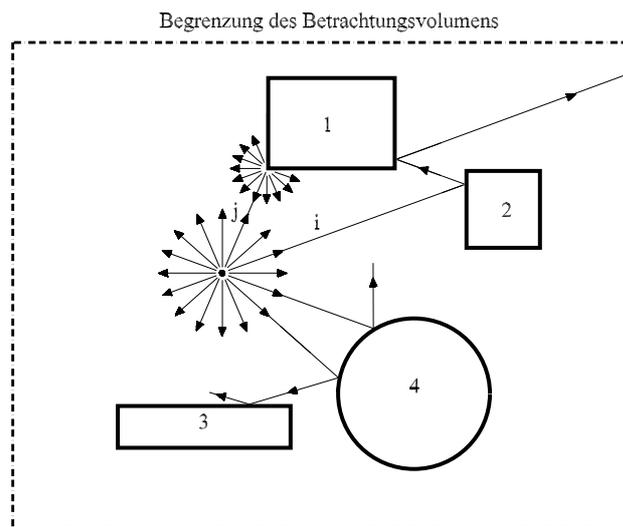


Abb. 5.10: Die Vorgehensweise in Strahlverfolgungsmethode (Shooting and Bouncing Rays).

Quelle abgestrahlt werden. Die Strahlen werden dann im Sinne der geometrischen Beugungstheorie verfolgt. Das Strahlabschussverfahren gliedert sich in drei wesentliche Teile:

- Strahlgenerierung am Quellenort
- Strahlverfolgung in der Ausbreitungsumgebung (Schnittpunktsuche)
- Strahlerkennung im Beobachtungspunkt

5.3.2 Strahlgenerierung am Quellort

Ausgehend von einer punktförmigen Quelle werden die Strahlen radial in verschiedene Richtungen ausgesendet. Abb. 5.11 zeigt drei in unterschiedliche Richtung vom Quellpunkt abgeschossene Strahlen. Die Winkelauflösung ist jeweils $\Delta\varphi$ in azimuthaler Richtung und $\Delta\vartheta$ in Elevation. Jedem Strahl wird eine Gewichtung zugeordnet, die z. B. der Amplitude der Feldstärke im Fernfeld (Strahlungsdiagramm) entspricht. Die Anzahl der 'abgeschossenen' Strahlen bestimmt einerseits die Genauigkeit der Methode und andererseits die benötigte Rechenzeit. Wenn die Anzahl der Strahlen zu gering ist, erreichen die Strahlen bestimmte Bereiche nicht. Dort, wo kein Strahl ankommt, ist die Feldstärke Null, was in Wirklichkeit nicht der Fall ist. Dieses Problem ist beim Ray-Tracing unter dem Namen Aliasing bekannt.

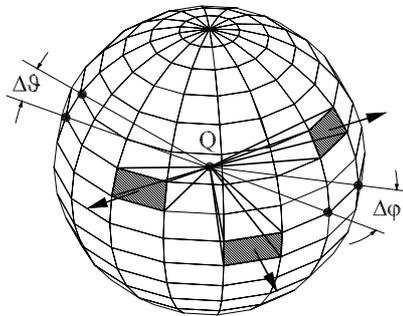


Abb. 5.11: Strahlgenerierung am Quellpunkt.

Der Aufwand der Methode ist aber proportional zu der Anzahl der abgeschossenen Strahlen. Deswegen ist es wünschenswert, einen Kompromiss derart zu machen, dass nicht zu viele Strahlen benötigt werden und dabei das Problem des Aliasing trotzdem nicht auftritt.

5.3.3 Strahlerkennung am Beobachtungspunkt

Weil die Auflösung der abgeschossenen Strahlen von der Quelle nicht beliebig klein ist, ist es sinnvoll bei der Erkennung der Strahlen in irgendeinem Beobachtungspunkt nicht den Punkt zu betrachten, sondern eine Kugel mit einem Radius r_K , deren Mittelpunkt gleich dem Beobachtungspunkt ist, zu definieren, um eine sichere Strahlerkennung zu ermöglichen. Jeder Strahl, der die Kugel trifft, trägt zum Gesamtfeld im Beobachtungspunkt bei.

Der Strahl i in Abb. 5.12 wird im Beobachtungspunkt P_1 über die Empfangskugel EK_1 detektiert, aber nicht im Beobachtungspunkt P_2 . Da der Strahl $i+1$ weder die Empfangskugel EK_1 noch die Empfangskugel EK_2 schneidet, trägt er in den beiden Beobachtungspunkten nicht zum Feld bei.

In Abb. 5.12 ist ersichtlich, dass die Kugel EK_1 bei kleinerem Radius nicht vom Strahl i getroffen

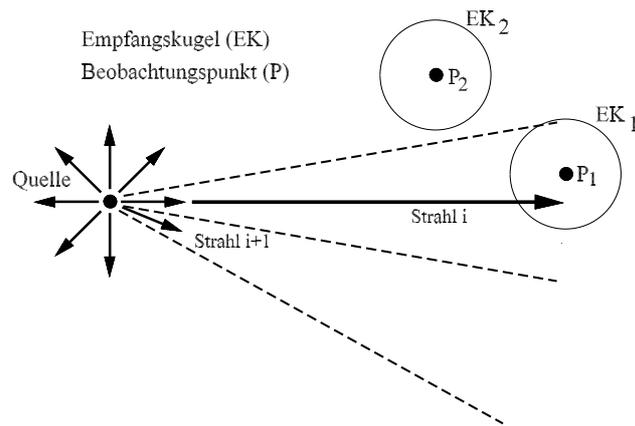


Abb. 5.12: Festlegung von Empfangskugeln EK_1 (mit dem Mittelpunkt P_1) und EK_2 (mit dem Mittelpunkt P_2).

würde. Hätte die Kugel EK_2 jedoch einen größeren Radius, würde der Strahl i auch im Beobachtungspunkt P_2 zum Gesamtfeld beitragen.

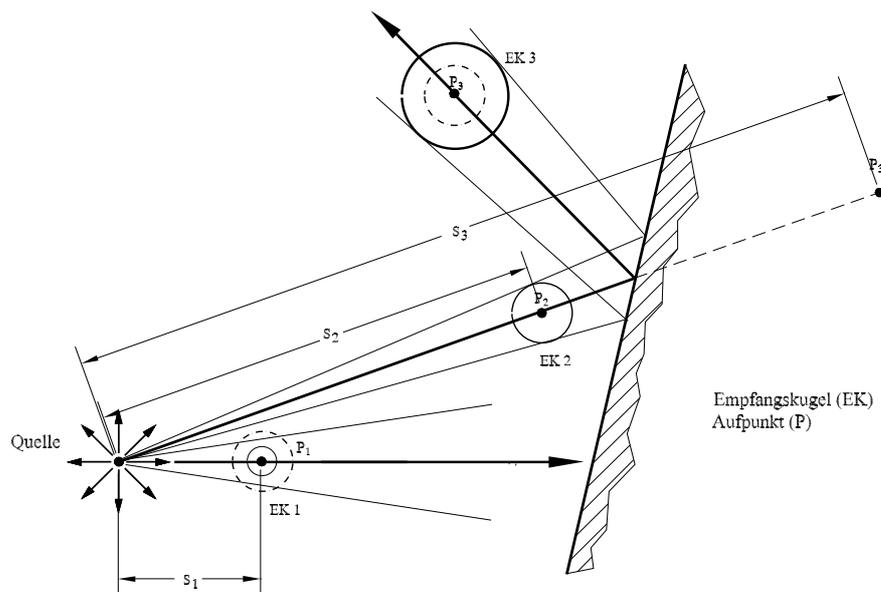


Abb. 5.13: Empfangserkennung bei unterschiedlichen Entfernungen der Beobachtungspunkte, gestrichelt gezeichnete Kugel: Kugel mit konstantem Radius r_k , durchgezogen gezeichnete Kugel: Kugel mit adaptivem Radius r_A ,

P_1 : Entfernung s_1 , $r_k > r_A$, P_2 : Entfernung s_2 , $r_k = r_A$, P_3 : Entfernung s_3 , $r_k < r_A$

Deshalb wird die Größe des Kugelradius adaptiv festgelegt, um ein mehrfaches Durchschneiden der Kugel durch zwei parallele Strahlen oder ein fehlendes Erkennen zu vermeiden. Abb. 5.13 zeigt solch eine adaptive Festlegung des Kugelradius. Man sieht, die Strahlen divergieren im Ver-

lauf der Ausbreitung. Zwei Strahlen, die während der Ausbreitung konstante Winkelauflösung besitzen, entfernen sich immer weiter, d. h. der Abstand zwischen den Strahlen vergrößert sich. Demzufolge wird der Radius der Kugel mit zunehmender Pfadlänge des Strahl größer gewählt. Für die worst case Abschätzung ergibt sich der Radius [Sch97]

$$r_k = \frac{\alpha l}{\sqrt{3}}, \quad (5.5)$$

wobei α die Winkelauflösung (hier $\Delta\varphi$ und $\Delta\vartheta$) und l ist die Pfadlänge des Strahls ist. Im Allgemeinen ist statt einer Empfangskugel ein Empfangsellipsoid zu verwenden, da zum einen die Winkelauflösungen in den beiden Richtungen unterschiedlich sind und zum anderen die Strahlröhre normalerweise astigmatisch ist.

In Abb. 5.14 sind zwei Auswirkungen von zu kleiner räumlicher Strahlaufösung dargestellt. Im

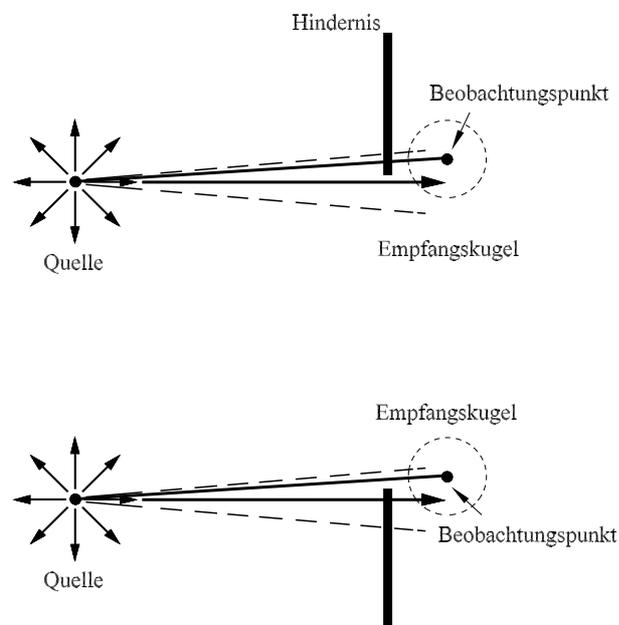


Abb. 5.14: Auswirkung zu kleiner räumlicher Auflösung [Hus96],
oben: Detektion des Hauptstrahles am Beobachtungspunkt bei einer Non-Line-Of-Sight(NLOS)-Verbindung,
unten: Verdeckung des Hauptstrahles bei einer Line-Of-Sight(LOS)-Verbindung.

oberen Teilbild gibt es physikalisch wegen der Verdeckung durch die Platte keine Sichtverbindung zwischen der Quelle und dem Empfänger (engl. *Non-Line-Of-Sight (NLOS)*), der Strahl wird aber in der Empfangskugel detektiert. Darüberhinaus wird das Beugungsfeld nicht erkannt. Hier trägt im Beobachtungspunkt statt des Beugungsfeldes das einfallende Feld zum Gesamtfeld bei. Abhilfe dafür ist die in Abschnitt 5.3.4.4 vorgestellte Vorgehensweise, dabei wird die Kante in einen

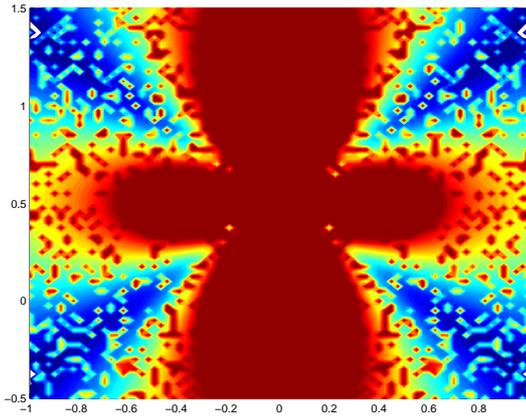


Abb. 5.15: Feldbeiträge in Beobachtungspunkten bei zu großen Radien der Empfangskugeln.

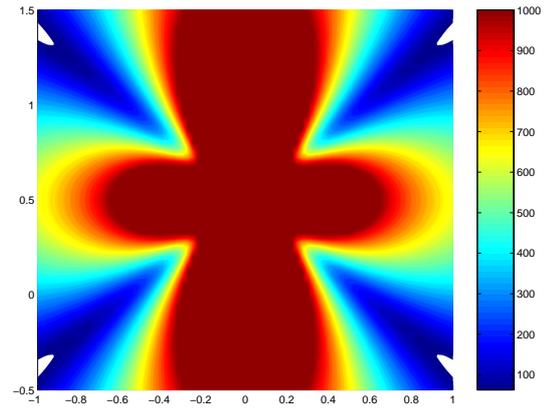


Abb. 5.16: Feldbeiträge in Beobachtungspunkten bei optimal gewählten Radien der Empfangskugeln

Zylinder mit dem Radius R_k erweitert. R_k soll so vergrößert werden, dass ein Beugungspunkt auf der Kante erkannt wird. Dadurch ist das Feld im Beobachtungspunkt nicht das einfallende Feld, sondern das an der Kante gebeugte Feld.

Im unteren Teilbild wird die Line-Of-Sight(LOS)-Verbindung durch die Verdeckung der Platte unterdrückt. Das Beugungsfeld wird auch nicht erkannt. In diesem Fall ist das Feld im Beobachtungspunkt statt der Summe des einfallenden Feldes und des Beugungsfeldes zu Null gesetzt. Abhilfe ist, wie beim vorherigen Problem, die Erweiterung des Kante zu einem Zylinder. Jetzt wird dann statt des einfallenden, das gebeugte Feld detektiert. Eine weitere Verbesserung des Ergebnisses ist, die Strahlen in drei Teilstrahlen zu splitten [KUG93]. Der 'obere' Strahl wird im Beobachtungspunkt detektiert, der 'mittlere' wird gebeugt und der gebeugte wird dann im Beobachtungspunkt detektiert, der 'untere' Strahl trifft das Hindernis und zurückreflektiert.

Am Beispiel von zwei, jeweils in Koordinaten $\vec{r}'_1 = (-0.1, 0.50, 0.0)$ und $\vec{r}'_2 = (0.1, 0.50, 0.0)$ angeordneten, Hertzschen Dipolen wird die Auswirkung der Radien von Empfangskugeln illustriert. Abb. 5.15 zeigt die Auswirkungen, wenn die Kugelradien zu groß sind, wobei Abb. 5.16 das richtige Ergebnis liefert. An einigen Stellen in Abb. 5.15 werden die Strahlen doppelt detektiert und die erhaltenen Felder sind größer oder kleiner als die richtigen, je nachdem ob die Überlagerung der Felder in den jeweiligen Beobachtungspunkten konstruktiv oder destruktiv erfolgt.

5.3.4 Suche des Schnittpunkts zwischen Strahlen und Objekten

5.3.4.1 Einleitung

In Abb. 5.10 ist zu sehen, dass die Überschneidungsüberprüfung im Strahlabschussverfahren von großer Bedeutung ist. Einige wichtige Fälle von Überschneidungen zwischen Strahlen und Objek-

ten sind im folgenden Abschnitt aufgeführt. Dabei gilt für die Strahlen die Gleichung

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \lambda \vec{t}. \quad (5.6)$$

\vec{r}_o ist der Strahlanfang (z. B. der Quellpunkt), \vec{t} ist die Strahlrichtung und λ parametrisiert die Ausbreitung.

5.3.4.2 Schnittpunkt zwischen Strahl und Ebene (Polygon)

Die allgemeine Gleichung für Polygone ist

$$\vec{r} \cdot \vec{n} + d = 0. \quad (5.7)$$

\vec{n} ist der Normalenvektor der Ebene und d ist der Abstand der Ebene vom Koordinatenursprung. Nach dem Einsetzen der Strahlgleichung (Gl. 5.6) in die Gleichung für die Polygone (Gl. 5.7) erhält man

$$\lambda_R = -\frac{d + \vec{r}_o \cdot \vec{n}}{\vec{t} \cdot \vec{n}}. \quad (5.8)$$

Mit der Voraussetzung, dass die Strahlrichtung zum Normalenvektor der Ebene nicht senkrecht steht ($\vec{t} \cdot \vec{n} \neq 0$), gibt es einen Schnittpunkt \vec{r}_R , mit

$$\vec{r}_R = \vec{r}_o + \lambda_R \vec{t}. \quad (5.9)$$

Danach muss noch überprüft werden, ob der Punkt \vec{r}_R innerhalb des Polygons liegt.

5.3.4.3 Schnittpunkt zwischen Strahl und Quadrik (allgemein)

In diesem Abschnitt wird die allgemeine Vorgehensweise der Schnittpunktsuche an Quadriken beschrieben. Es soll möglich sein, die Wechselwirkung zwischen den Strahlen und den Quadriken, zu denen Kugel, Zylinder, Kegel, Paraboloid, Hyperboloid gehören, zu untersuchen. Die allgemeine Gleichung für Quadriken ist

$$A x^2 + B y^2 + C z^2 + 2D x y + 2E x z + 2F y z + 2G x + 2H y + 2I z + J = 0. \quad (5.10)$$

oder in Matrixform

$$\vec{r}_{4D}^t \cdot \vec{Q} \cdot \vec{r}_{4D} = 0 \quad (5.11)$$

mit

$$\vec{Q} = \begin{pmatrix} A & D & E & G \\ D & B & F & H \\ E & F & C & I \\ G & H & I & J \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{r}_{4D} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ein Strahl in Gl.5.6 muss dann in die vier-dimensionale Darstellung abgeändert werden gemäß

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \lambda \vec{t} \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_{4D} = \vec{r}_{o,4D} + \lambda \vec{t}_{4D} \quad (5.12)$$

mit

$$\vec{r}_{o,4D} = \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{t}_{4D} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nach dem Einsetzen der Strahlgleichung (Gl. 5.12) in die allgemeine Gleichung für die Quadriken (Gl. 5.10) bekommt man eine quadratische Gleichung

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0 \quad (5.13)$$

mit

$$a = \vec{t}_{4D}^t \cdot \vec{Q} \cdot \vec{t}_{4D}, \quad b = \vec{r}_{o,4D}^t \cdot \vec{Q} \cdot \vec{t}_{4D} + \vec{t}_{4D}^t \cdot \vec{Q} \cdot \vec{r}_{o,4D}, \quad c = \vec{r}_{o,4D}^t \cdot \vec{Q} \cdot \vec{r}_{o,4D} \quad (5.14)$$

Im Folgenden werden einige Spezialfälle zur Suche des Schnittpunkts zwischen Strahlen und Quadriken gezeigt:

Strahl-Zylinder

Bei einem Zylinder, dessen Achse in z-Richtung liegt und der den Radius R hat, gelten $A = B = 1$, $J = -R^2$ und alle anderen Koeffizienten sind Null. Für den gefundenen Schnittpunkt \vec{r}_R muss überprüft werden, ob er auf dem Zylindermantel (mit endlicher Länge) liegt. Ein Schnitt durch den Deckel oder den Boden des Zylinders ist auch möglich, dafür ist die Vorgehensweise wie bei der Schnittpunktsuche an Polygonen maßgeblich. Die Überprüfung des Schnittpunktes zwischen einem Strahl und einem Zylinder ist wichtig, nicht nur um einen möglich vorhandenen Reflexionspunkt auf einem Zylinder zu finden, sondern auch, wie später gezeigt wird, um einen möglichen vorhandenen Beugungspunkt an einer geradlinigen Kante zu suchen.

Strahl-Kugel

Bei einer Kugel, deren Mittelpunkt im Ursprung liegt, gelten $A = B = C = 1$, $J = -R^2$, wobei alle anderen Koeffizienten Null sind.

5.3.4.4 Schnittpunkt zwischen Strahlen und Kanten

Abb. 5.17 zeigt den Beugungsmechanismus an einer geraden Kante eines Polygons. Die Beugung erfolgt im Punkt \vec{r}_D . Da Kanten eine eindimensionale Struktur sind, wird hier analog wie bei der Strahlerkennung im Empfänger ein Zylinder, dessen Mittellinie die Kante ist, mit dem Radius R definiert. Der Radius des Zylinders wird auch adaptiv gewählt, um zu wenig oder zu viele entstehende Beugungen zu vermeiden. D. h., das Problem der Beugung wird hier auf das Problem der Suche des Schnittpunktes eines Strahls an einen Zylinder zurückgeführt.

Wenn ein Strahl den Zylinder trifft, wird er gebeugt. Es entstehen jetzt im Prinzip unendlich viele

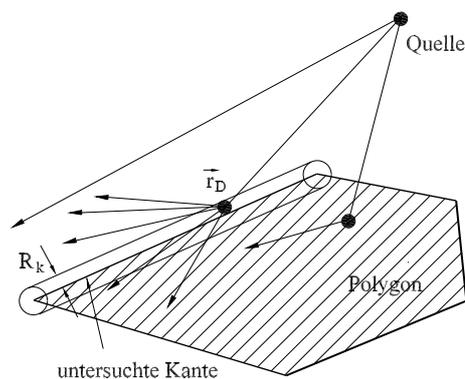


Abb. 5.17: Erweiterung einer geraden Kante (eindimensionales Gebilde) zu einem Zylinder mit dem Radius R_k .

gebeugte Strahlen, die aber durch die endliche Strahlaufösung reduziert werden. Es ist ersichtlich, wenn der Öffnungswinkel des Kellerschen Kegels groß ist, werden viele Strahlen benötigt. Die Auswahl der Auflösung kann dann wie beim Strahlgenerieren in Quellen erfolgen.

5.3.5 Beschleunigung des Ray-Tracing-Algorithmus

Wie man in vorherigen Abschnitten erfahren hat, handelt es sich bei der Strahlabschussmethode um einen rechenintensiven Algorithmus. Auf einer Seite muss die Anzahl der abgeschossenen Strahlen groß genug sein, um das Problem des Aliasing zu vermeiden. Auf der anderen Seite nimmt wegen der Vielzahl von vorhandenen Streuobjekten der Algorithmus zur Schnittpunktfindung viel Zeit in Anspruch. In diesem Abschnitt werden einige Möglichkeiten gezeigt, mit denen der Ray-Tracing-Algorithmus beschleunigt werden kann.

5.3.5.1 Wenige Strahlen

Hier wird vor dem Abschuss eines Strahls zunächst überprüft, ob der Strahl einen wesentlichen Beitrag liefert. Jeder Strahl wird gemäss des dreidimensionalen Strahlungsdiagramms der Quelle mit einem Wert gewichtet. Eine Wichtung des Strahls mit einem sehr kleinen Wert erlaubt, den Strahl direkt zu unterdrücken. Beim Hertzschen Dipol braucht man beispielsweise die Abstrahlung parallel zur Dipolachse ($\theta = 0^\circ$ oder $\theta = 180^\circ$) nicht zu berücksichtigen.

Besonders bei Anwendungen mit Richtantennen ist die Anzahl der abgeschossenen Strahlen noch weiter zu reduzieren.

5.3.5.2 Schnelle Schnittpunkt-Findung

Die Schnittpunkt-Findung ist der im Strahlabschussverfahren zeitaufwendigste Vorgang. Sämtliche Reflexions- und Beugungspunkte sind durch diesen Algorithmus zu lokalisieren. Außerdem erfolgt die Detektion von Strahlen in Beobachtungspunkten durch die Überprüfung, ob ein Strahl die Empfangskugel trifft. Es ist deshalb vorteilhaft, die Schnittpunkt-Findung zu beschleunigen und überflüssige Überprüfungen zu vermeiden. Abb. 5.18 zeigt einige Vorgehensweise, den Algorithmus in effizienter Art auszuführen. Man umschließt jedes Objekt durch eine relativ einfache

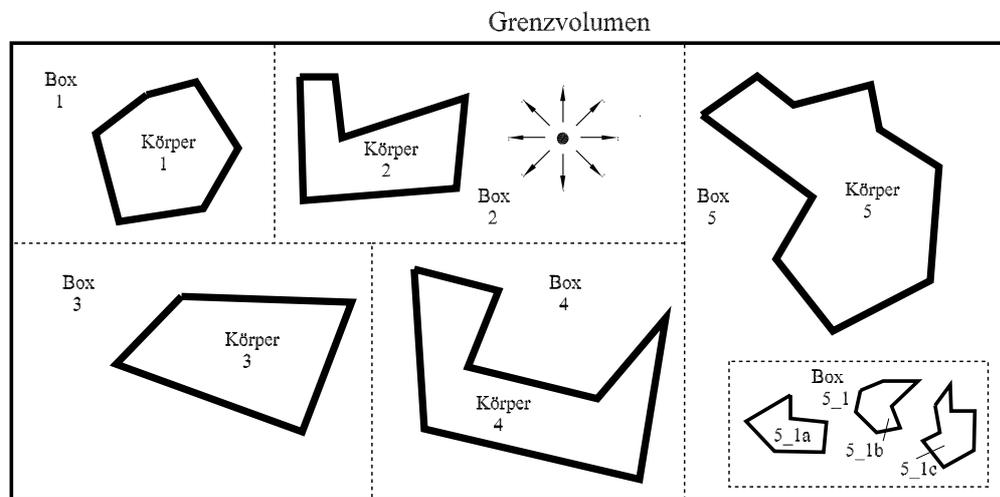


Abb. 5.18: Unterteilung des untersuchten Gebietes in kleineren Volumina.

Hüllfläche (in Abb. 5.18 werden quaderförmige Flächen verwendet) und überprüft zunächst, ob ein Strahl eine Hüllfläche trifft. Ist dies nicht der Fall, muss auch nicht mehr überprüft werden, ob der kompliziert aufgebaute Körper darin von dem Strahl durchstoßen wird. In [YIZ00] wird

als Begrenzungen für den zweidimensionalen Fall eine Kombination von Rechtecken und nicht-strukturierten Dreiecken verwendet.

Weitere Verbesserungen werden durch die hierarchische Begrenzungen erreicht. Eine Schnittpunkt-Überprüfung an den Körpern 5_1a, 5_1b und 5_1c wird nur dann ausgeführt, wenn ihre Begrenzungshülle von einem Strahl getroffen wird, und dies ist wiederum nur dann möglich, wenn die große Begrenzungshülle 5 von dem Strahl durchstoßen wird.

5.3.5.3 Beschleunigung des Ray-Tracing-Algorithmus auf der Basis der Rechnertechnologie

Weitere Beschleunigung eines Ray-Tracing-Algorithmus kann durch Parallelisierung oder Vektorisierung erreicht werden. Parallelrechner oder verteilte Rechner bieten eine kostengünstige Alternative für bessere Rechnerleistung. Dabei werden die Ressourcen von einigen Rechnern verknüpft und gemeinsam in einen sogenannten 'konkurrierenden' Vorgang für ein bestimmtes Ziel (zur Lösung eines Problems) verwendet. Besonders bei der Strahlensuche mit der Strahlabschussmethode können die abgeschossenen Strahlen unabhängig voneinander betrachtet werden.

5.4 Vergleich zwischen Variationsrechnung und Strahlabschussmethode

Vorgehensweise:

Die Variationsrechnung versucht, den von den Strahlen vom Quellpunkt zum Beobachtungspunkt zurückgelegten Weg zu minimieren. Diese Aufgabe ist ein Optimierungsproblem, das mehr oder weniger komplex sein kann. Bei einer einfachen Reflexion an einer Platte wird das Problem auf die Spiegelungsmethode zurückgeführt. Dagegen wird das Problem komplizierter, wenn die beteiligten Streukörper gekrümmte Oberfläche haben. Beispielsweise bei der Suche von Reflexionspunkten auf einem kreisförmigen Zylinder wird das Problem auf die Nullstellensuche eines Polynoms 4. Ordnung zurückgeführt. Diese Tatsache beschränkt die Anwendbarkeit der Variationsrechnung auf Mechanismen niedriger Ordnung.

Bei der Strahlabschussmethode versucht man durch Abschießen von möglichst vielen Strahlen in alle Richtungen Hindernisse zu treffen. Jeder Strahl wird nach dem Abschießen verfolgt. Trifft ein in irgendeine Richtung gesendeter Strahl ein Objekt, wird er in eine andere Richtung abgelenkt und in seiner neuer Ausbreitungsrichtung weiterverfolgt. Das Treffen des Strahls mit einem Objekt erfolgt relativ zufällig, weil die Richtung des Strahls und die Lage des Objektes beliebig sein können. Der Vorteil der Strahlabschussmethode im Vergleich mit dem auf der Variationsrechnung basierenden Ray-Tracing-Algorithmus ist, dass die Ordnung der dabei berücksichtigten Streumechanismen beliebig erhöht werden kann.

Genauigkeit:

Um die Genauigkeit der beiden Verfahren zu untersuchen, wird zunächst ein rechteckiger Zylinder betrachtet, der als Modell für einen Tunnel dienen soll. Der Querschnitt des Tunnels beträgt $7\text{ m} \times 5\text{ m}$ (s. Abb. 5.19). Die Quelle befindet sich in den Koordinaten $\vec{r}'=(2.00\text{ m}, 3.50\text{ m}, 2.00\text{ m})$ und ein Beobachtungspunkt in $\vec{r}=(2.00\text{ m}, 2.00\text{ m}, 50.00\text{ m})$. Es werden nur Reflexionen betrachtet. In Abb. 5.19 sind die beteiligten Strahlen bis zu Mechanismen 2. Ordnung dargestellt. Die grüne Linie zeigt den direkten Pfad. Blau gestrichelte Linien sind Strahlen der Reflexion 1. Ordnung und rot durchgezogene Linien Strahlen der Reflexion 2. Ordnung. In diesem Beispiel sind die

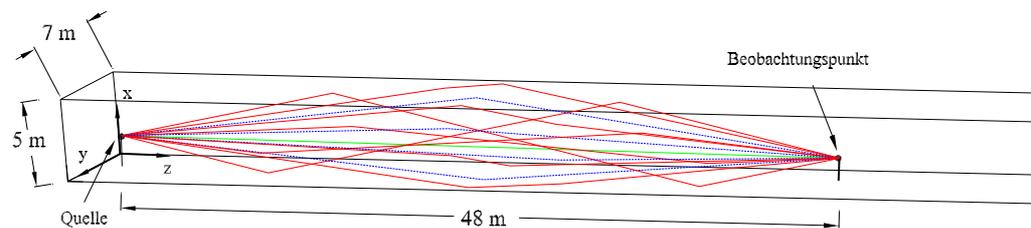


Abb. 5.19: Reflexionen in einem rechteckigen Tunnel.

Punkte aus der Variationsrechnung (Spiegelungsmethode) exakt. Sie dienen deshalb als Referenz. Tabelle 5.1 zeigt den Vergleich der gefundenen Reflexionspunkte 1. Ordnung. Abgesehen von dem 4. Reflexionspunkt \vec{r}_{R4} weichen die Ergebnisse um weniger als 10 cm voneinander ab. Bei einer Frequenz von 900 MHz entspricht dies zwar $\frac{1}{3}$ -Wellenlänge, aber im Vergleich zur Pfadlänge von der Quelle zum Reflexionspunkt (hier etwa 20 m) ist ein solcher Fehler für die moderat ausgewählte Anzahl von abgeschossenen Strahlen (16200 Strahlen) relativ klein. Tabelle 5.2 stellt die Punkte

	Variationsrechnung			SBR		
	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]
r_{R1}	2.00000	0.00000	32.54545	2.00000	0.00000	32.71911
r_{R2}	2.00000	7.00000	21.76471	2.02845	7.00000	21.85014
r_{R3}	0.00000	2.75000	26.00000	0.00000	2.83529	26.08962
r_{R4}	5.00000	2.75000	26.00000	5.00000	2.74705	25.49402

Tabelle 5.1: Vergleich der gefundenen Streupunkte bei Reflexionen 1. Ordnung.

bei Reflexionen 2. Ordnung aus den beiden Verfahren gegenüber. Besonders beim Pfad 2 ist die Abweichung von \vec{r}_{R2} um etwa 1.5 m.

Bessere Ergebnisse lassen sich durch noch mehr Strahlen erzielen. Dies kann entweder von An-

fang an bei der Strahlgenerierung im Quellpunkt geschehen, oder man kann einen Strahl nach einer bestimmten Laufstrecke 'splitten' [KUG93], um den Divergenzeffekt zu reduzieren.

	Variationsrechnung						SBR					
	r_{R1}			r_{R2}			r_{R1}			r_{R2}		
	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]
1	2.00	0.00	12.84	2.00	7.00	34.52	2.00	0.00	12.77	2.00	7.00	34.32
2	2.00	7.00	15.44	2.00	0.00	42.32	2.08	7.00	16.04	2.23	0.00	44.12
3	0.35	7.00	21.76	0.00	6.25	26.00	0.31	7.00	22.00	0.00	6.36	25.64
4	4.47	7.00	21.76	5.00	6.25	26.00	4.66	7.00	22.68	5.00	6.55	25.33
5	0.00	0.75	26.00	0.55	0.00	32.55	0.00	0.73	26.30	0.53	0.00	32.73
6	0.00	3.20	11.60	5.00	2.45	35.60	0.00	3.24	11.49	5.00	2.58	35.22
7	5.00	0.75	26.00	4.18	0.00	32.55	5.00	0.81	26.07	4.09	0.00	33.34
8	5.00	3.05	16.40	0.00	2.30	40.40	5.00	3.04	16.28	0.00	2.28	40.07

Tabelle 5.2: Vergleich der gefundenen Streupunkte bei Reflexionen 2. Ordnung.

5.5 Beispiele

Im Folgenden werden einige Ergebnisse der Strahlabschussmethode gezeigt. Besonders bei der Suche nach den Streupunkten von höheren Mechanismen ist die Methode sehr nützlich.

Abb. 5.20 zeigt ein übliches Szenario der Indoor-Ausbreitung bei Mobilfunksystemen. Solche Systeme sind aufgebaut, um beispielsweise die Mobilität von außerhalb des Gebäudes angelegten Mobilfunknetzen im Gebäude zu unterstützen oder interne Verbindungen zwischen den Personen oder auch Rechnern (engl. *wireless local area networks/WLAN* [Day97, SL94] oder Bluetooth-Systeme [BS01]) im Gebäude zu schaffen. Die Büroetage besteht aus einem langen und einem kurzen und dazu quer liegenden Korridor, zwei großen und einigen kleinen Räumen. Die Antenne ist an einem Ende des langen Korridors montiert. Abb. 5.21 zeigt Strahlen, die am einem vorgegebenen Beobachtungspunkt ankommen. Es werden Strahlen bis zu zehnfachen Mechanismen berücksichtigt.

In Abb. 5.22 ist ein übliches Szenario als Beispiel für eine Outdoor-Ausbreitung in Mobilfunksystemen dargestellt. Abb. 5.23 zeigt wiederum Strahlwege zwischen der Antenne und einem vorgegebenen Beobachtungspunkt. Es wurden Mechanismen bis zu 25 Ordnungen berücksichtigt.

Basierend auf diesen Ergebnissen lassen sich die Impulsantworten der Systeme bestimmen, in dem die einzelnen Laufzeiten der Strahlen aus der Strahlänge und die dazugehörige Feldstärke

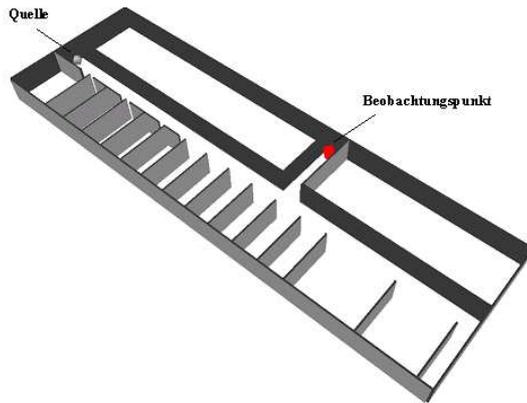


Abb. 5.20: Eine Büroetage mit einem Korridor und mehreren Räumen als Szenario für eine Indoor-Ausbreitung.

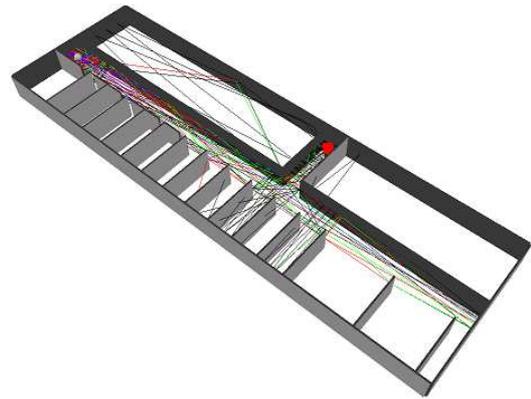


Abb. 5.21: Strahlen, die am vorgegebenen Beobachtungspunkt ankommen, werden bis auf Mechanismen 10. Ordnung berücksichtigt.

berechnet werden. Daraus lassen sich viele charakteristische Größen wie das Delay-Spread des Funksystems ableiten.

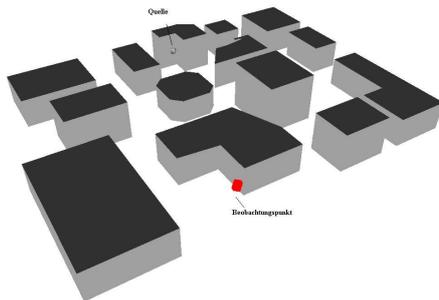


Abb. 5.22: Typische Gebäudeanordnung bei Outdoor-Ausbreitung in Mobilfunksystemen.

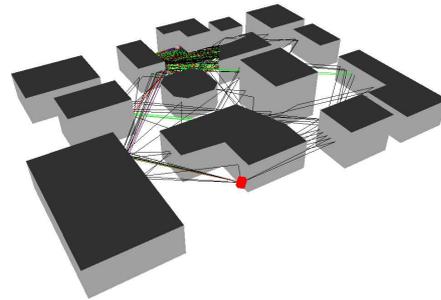


Abb. 5.23: Strahlen, die von der Basisstationsantenne am Beobachtungspunkt ankommen. Mechanismen bis zu 25. Ordnung werden berücksichtigt.

Kapitel 6

Hybridmethoden

6.1 Einführung

Die in den Kapiteln 2, 3 und 4 vorgestellten Methoden, die Finite-Elemente-Methode (FEM), das Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV) und die Vereinfachte Geometrische Beugungstheorie (UTD), haben jeweils Vor- und Nachteile bei der Behandlung elektromagnetischer Randwertprobleme. Wenn die zu untersuchenden Objekte inhomogen sind, hat die FEM den Vorzug, da alle Objekte in kleine nicht-überlappende Volumen (sogenannte Finite Elemente) unterteilt werden und somit unterschiedliche Materialeigenschaften besitzen können. Die Anwendung der FEM kann weiterhin ganz elegant erfolgen, wenn es sich um ein Problem handelt, das in einem begrenzten Volumen definiert ist. Soll ein in einem unbegrenzten Raum definiertes Problem gelöst werden, z. B. ein Abstrahlungsproblem, muss das zu diskretisierende Volumen begrenzt werden. Dies kann durch das 'Abschneiden' des unendlichen Volumens erfolgen. Auf der Oberfläche des neuen endlichen Volumens wird dann eine Beziehung zwischen den elektrischen und den magnetischen Feldern oder eine Randbedingung definiert. Diese Randbedingung soll dafür sorgen, dass die Felder innerhalb des Volumens durch das Abgrenzen des Volumens nicht gestört werden. Beispiele sind die Einwegwellengleichung oder der Perfectly Matched Layer (PML). Die Verwendung solcher Randbedingungen bringen jedoch gewisse Näherungen mit sich.

Befinden sich in einem homogenen Volumen mehrere inhomogene Objekte, die in Abständen von einigen Wellenlängen voneinander getrennt sind, nimmt die Lösung des Problems mit FEM viel Zeit in Anspruch, die Behandlung des Problems allein mit der FEM ist nicht mehr effizient.

Eine andere Möglichkeit ist die Kombination der FEM mit dem OIGV. Das OIGV, als ein globales Verfahren, modelliert die Verkopplung von weit entfernten Streuobjekten exakt. Beim OIGV braucht das untersuchte Lösungsvolumen nicht begrenzt zu werden, da eine Diskretisierung nur der Oberflächen der Streukörper benötigt wird. Die Zwischenräume werden nicht diskretisiert. Die

Abstrahlungsbedingung bei diesen sogenannten offenen Problemen (Abstrahlungs- und Streuprobleme) wird über die Greenschen Funktionen automatisch erfüllt. Gegenüber diesem Vorteil des OIGVs steht ein Nachteil: Das OIGV ist nur auf homogenes oder abschnittsweise homogenes Gebiet anwendbar. Dieses Problem kann gerade mit der FE-OIG-Hybridmethode, hier einfach Hybridmethode genannt, gelöst werden. Dabei lassen sich die inhomogenen Körper mit der FEM und der Außenraum einschließlich der Verkopplung zwischen räumlich getrennten Körpern über das OIGV behandeln. An der Schnittstelle zwischen den beiden Methoden, auf der Oberfläche der Streukörper, wird die Stetigkeit der tangentialen Komponenten der elektromagnetischen Felder gefordert. Dadurch ist die Randbedingung für die FEM, die die Felder mit äquivalenten Quellen über das Huygenssche Prinzip in Beziehung setzt, exakt. Durch die Verknüpfung der FEM mit dem OIGV lassen sich viele Streuprobleme, die inhomogene Streuobjekte in irgendeiner Umgebung beinhalten, sehr effizient untersuchen. Vorausgesetzt ist jedoch, dass die Greenschen Funktionen für die Umgebung verfügbar sind. Diese Verknüpfung wird in Abschnitt 6.2 auf der Basis der Arbeit in [Eib97] beschrieben.

Sind die Streuobjekte groß im Vergleich zur Wellenlänge, dann wird die zu lösende Matrix bei der Hybridmethode sehr groß. Die Lösung des Problems wird kompliziert, es werden große Computerspeicher und lange Berechnungszeiten benötigt.

Um das Problem zu umgehen, wird eine dritte Berechnungsmethode (Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie/UTD) verwendet. Die UTD benötigt im Gegensatz zu den beiden ersten Einzelmethoden (FEM und OIGV) keine Diskretisierung und arbeitet umso besser, je größer das Verhältnis Abmessung zur Wellenlänge ist. Im Rahmen dieser Arbeit werden Platten, Zylinder, Kugeln und Paraboloiden betrachtet. Dabei werden Reflexionen an Platten und an gekrümmten Oberflächen, Kantenbeugungen, Eckbeugungen und Kriechwellen berücksichtigt. Durch die Anwendung der Strahlabschussmethode kann die Ordnung der Streumechanismen in der UTD beliebig erweitert werden.

Die Kombination der FE-OIG-Hybridmethode mit der UTD wird wegen der zweifachen Hybridisierung Hybrid⁽²⁾-Methode genannt. Eine ausführliche Diskussion dieser im Rahmen der vorliegenden Arbeit ganz neu erstellten Vorgehensweise erfolgt im Abschnitt 6.3.

6.2 Hybridmethode (FE-OIG-Hybridmethode)

Durch die Anwendung des Huygensschen Prinzips lässt sich die Behandlung von inhomogenen Körpern besonders in geschichteten Strukturen stark vereinfachen, indem die inhomogenen Körper und eventuell vorhandene ideal leitfähige Strahlungsobjekte (s. Abb. 6.1 und Abb. 6.2) durch vollständige Umschließung mit Huygensflächen gewissermaßen entfernt werden. Ihre feldtheoretische Berücksichtigung erfolgt durch äquivalente Huygensquellen auf den Huygensflächen. Der Vorteil der Vorgehensweise ist, dass somit für die Feldbeschreibung im Außenraum (außerhalb der FEM-Körper) nicht die Greenschen Funktionen für das wirkliche Lösungsgebiet - nämlich

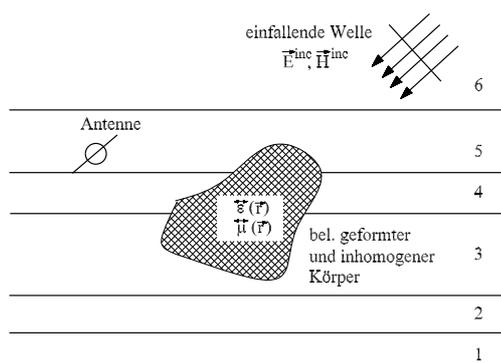


Abb. 6.1: Beliebige geformter und stark inhomogener Streukörper eingebettet in eine ebene geschichtete Struktur unter Anregung von beliebigen Antennen und oder ebenen Wellen.

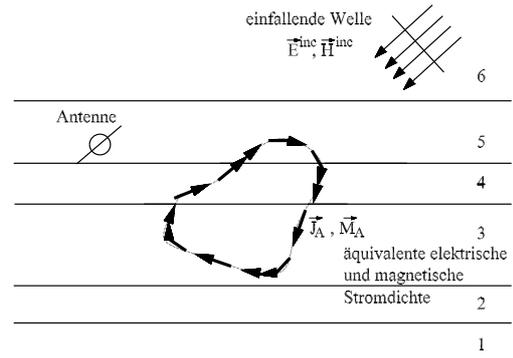


Abb. 6.2: Ersetzen der Inhomogenitäten innerhalb der geschichteten Struktur durch äquivalente elektrische und magnetische Stromdichten.

für die geschichtete Struktur mit inhomogenen Körpern - sondern für die ungestörte geschichtete Struktur verwendet werden können. Dies wird möglich, da nach Einführung der Ersatzquellen auf den Huygensflächen die ausgeschlossenen Volumenbereiche feldfrei sind und demnach mit beliebigen Materialien gefüllt werden können. Hier wird die geschichtete Struktur so ergänzt, dass die einzelnen Schichten homogen fortgesetzt werden. In Abb. 6.2 sind deshalb die Grenzflächen zwischen den einzelnen Schichten durchgezogen.

In dieser Weise wird der Außenraum mit Gl. 3.12 und 3.13

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iint_A \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}), \quad (3.12)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \iint_A \vec{G}_J^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_M^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{H}^{inc}(\vec{r}). \quad (3.13)$$

und der Innenraum mit dem Funktional in Gl. 2.1 beschrieben. \vec{G}_J^E , \vec{G}_M^E , \vec{G}_J^H und \vec{G}_M^H sind die Greenschen Funktionen in planar geschichteten Strukturen. \vec{J}_A und \vec{M}_A sind elektrische und magnetische Ströme auf der Huygensfläche.

Die beiden linearen Gleichungssysteme (Gl. 2.3 und Gl. 3.33) können zu einer Gesamtmatrix

$$\begin{pmatrix} M_u^{FE} & M_i^{FE} \\ M_u^{OIG} & M_i^{OIG} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b^{FE} \\ b^{OIG} \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

zusammengefasst werden, wobei die beiden oberen Untermatrizen der FEM-Anteil sind, jeweils bezogen auf die elektrische (M_u^{FE}) und auf die magnetische (M_i^{FE}) Feldstärke. Die unteren Untermatrizen beschreiben die Verkopplungen der Ersatzquellen, jeweils bezogen auf äquivalente magnetische (M_u^{OIG}) und auf elektrische (M_i^{OIG}) Stromquellen. Die Spaltenvektoren u und i

enthalten die unbekanntenen Entwicklungskoeffizienten. Auf der rechten Seite stehen die Anregungsvektoren. b^{FE} ist der Anregungsvektor aus dem FE-Teil (Stromdichte \vec{J}_d innerhalb des FE-Volumens) und b^{OIG} ist der Anregungsvektor aus einfallenden Wellen oder Einspeisungen von Antennen (Delta-Gap-Spannung).

Der Charakter der Matrizen in der FEM-OIGV-Hybridmethode ergibt sich unmittelbar aus den Matrizen in den einzelnen Methoden.

Es gilt:

$[M_u^{FE}]$: quadratisch, symmetrisch, spärlich besetzt,

$[M_i^{FE}]$: rechteckig, spärlich besetzt,

$[M_u^{OIG}]$: rechteckig, voll besetzt,

$[M_i^{OIG}]$: quadratisch, symmetrisch, voll besetzt.

6.3 Hybrid⁽²⁾-Methode (FE-OIG-UTD-Hybridmethode)

Befinden sich in der Umgebung der in Abschnitt 6.2 beschriebenen inhomogenen Streukörper andere Streukörper, wie in Abb. 6.3 dargestellt ist, ändern sich die über die Gl. 3.12 und 3.13 angegebenen Verhältnisse. Es werden auch Ströme auf den Oberflächen der Streukörper induziert,

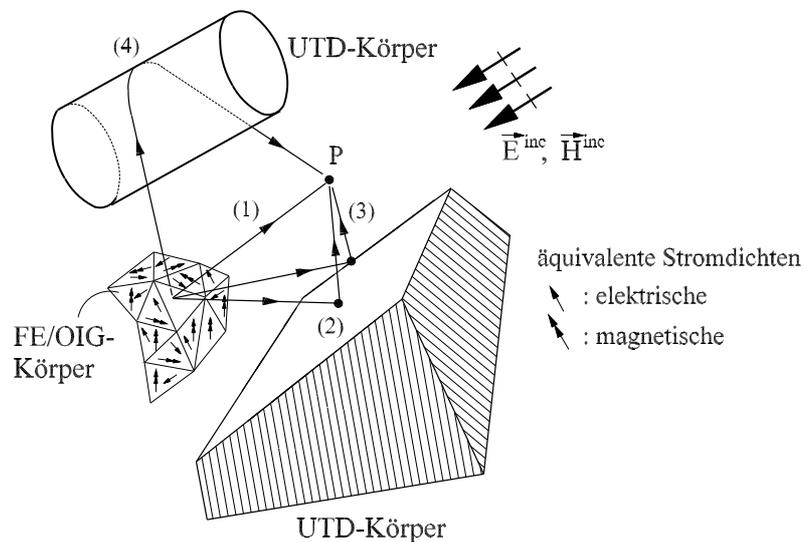


Abb. 6.3: Feldbeiträge der äquivalenten Quellen \vec{J}_A, \vec{M}_A bei Anwesenheit von UTD-Körpern, (1) direkte, (2) reflektierte, (3) gebeugte und (4) kriechende Welle.

die wiederum durch die Integration über die Oberflächen Streufelder erzeugen. Sind diese neu

eingeführten Streukörper im Vergleich zur Wellenlänge sehr groß, werden viele Diskretisierungselemente benötigt, um die richtige Stromverteilung auf den Körpern nachzubilden. Das bedeutet, es wird viel Rechenspeicher und Rechenzeit benötigt. Werden die Abmessungen der Körper zu groß, was bei einigen praktischen Anwendungen wie in der Wellenausbreitungsanalyse in der Mobilfunktechnik üblich ist, können die Probleme mit der in Abschnitt 6.2 beschriebenen Vorgehensweise nicht mehr gelöst werden. Ein Ausweg dafür ist die Anwendung von asymptotischen Methoden in Verbindung mit der vorhandenen Hybridmethode.

Die elektrisch großen Streukörper, im Folgenden UTD-Körper genannt, werden strahlenoptisch berücksichtigt, d. h. die Berücksichtigung der induzierten Ströme auf den UTD-Körpern erfolgt über Reflexionen und Beugungen. Im Beobachtungspunkt P in Abb. 6.3 überlagern sich die Feldanteile aus diesen Mechanismen zum Gesamtfeld

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{dir}(\vec{r}) + \vec{E}_R(\vec{r}) + \vec{E}_D(\vec{r}) + \vec{E}_{cr}(\vec{r}) + \vec{E}_{mod}^{inc}(\vec{r}), \quad (6.2)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_{dir}(\vec{r}) + \vec{H}_R(\vec{r}) + \vec{H}_D(\vec{r}) + \vec{H}_{cr}(\vec{r}) + \vec{H}_{mod}^{inc}(\vec{r}). \quad (6.3)$$

Mit den Greenschen Funktionen stellt man die elektrische und magnetische Feldstärke im Beobachtungspunkt P folgendermaßen dar [AH99-1, AH99-2, AHE01-2, HA99-3]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iint_A \vec{G}_{J,mod}^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_{M,mod}^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{E}_{mod}^{inc}(\vec{r}), \quad (6.4)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \iint_A \vec{G}_{J,mod}^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_A(\vec{r}') da' + \iint_A \vec{G}_{M,mod}^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') da' + \vec{H}_{mod}^{inc}(\vec{r}), \quad (6.5)$$

mit den modifizierten Greenschen Funktionen

$$\begin{aligned} \vec{G}_{J,mod}^E(\vec{r}, \vec{r}') &= \vec{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') + \sum_i \underline{A}_{R_i} \vec{R}_i \cdot \vec{G}_J^E(\vec{r}_{R_i}, \vec{r}') + \\ &\quad \sum_k \underline{A}_{D_k} \vec{D}_k \cdot \vec{G}_J^E(\vec{r}_{D_k}, \vec{r}') + \sum_l \underline{A}_{T_l} \vec{T}_l \cdot \vec{G}_J^E(\vec{r}_{T_l}, \vec{r}'), \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} \vec{G}_{M,mod}^E(\vec{r}, \vec{r}') &= \vec{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') + \sum_i \underline{A}_{R_i} \vec{R}_i \cdot \vec{G}_M^E(\vec{r}_{R_i}, \vec{r}') + \\ &\quad \sum_k \underline{A}_{D_k} \vec{D}_k \cdot \vec{G}_M^E(\vec{r}_{D_k}, \vec{r}') + \sum_l \underline{A}_{T_l} \vec{T}_l \cdot \vec{G}_M^E(\vec{r}_{T_l}, \vec{r}'), \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{mod}^{inc}(\vec{r}) &= \vec{E}^{inc}(\vec{r}) + \sum_j \underline{A}_{R_j} \vec{R}_j \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_{R_j}) + \\ &\quad \sum_m \underline{A}_{D_m} \vec{D}_m \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_{D_m}) + \sum_n \underline{A}_{T_n} \vec{T}_n \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_{T_n}, \vec{r}'). \end{aligned} \quad (6.8)$$

\underline{A}_{R_i} and \underline{A}_{D_i} sind das Produkt der Aufweitungsfaktoren und der Phasendrehung jeweils bzgl. der Reflexion im \vec{r}_{R_i} und bzgl. der Beugung im Punkt \vec{r}_{D_i} . \vec{R}_i , \vec{D}_i und \vec{T}_l sind die entsprechenden

tensoriellen Reflexion-, Beugungs- und Transportkoeffizienten (s. Kapitel 4). Die ersten Terme in Gl. 6.6 und 6.7 sind die Greenschen Funktionen in der FE–OIG–Hybridmethode. Im Falle einer Verdeckung zwischen dem Quellpunkt \vec{r}' und dem Beobachtungspunkt \vec{r} infolge von UTD–Körpern verschwinden sie. Der erste Term in Gl. 6.8 ist das einfallende Feld in der FE–OIG–Hybridmethode, es ist auch Null, wenn der Laufweg der Welle zum Beobachtungspunkt \vec{r} durch UTD–Körper versperrt wird.

Mit dieser Vorgehensweise werden Rückwirkungen der UTD–Körper auf die FEM- und OIG–Körper erfasst, was zu einer Veränderung der äquivalenten Stromverteilungen auf deren Oberfläche führt. Diese Rückwirkungen sind wiederum in den beiden unteren Untermatrizen auf der linken Seite von Gl. 6.1 zu finden. Offensichtlich müssen nur diese Untermatrizen beim Vorhandensein von UTD–Körpern modifiziert werden, da der Finite-Elemente-Anteil (die beiden oberen Untermatrizen) nach Einführen der äquivalenten Quellen \vec{J}_A und \vec{M}_A von dem Außenraum abgekoppelt wurde. Der Strahlverfolgungs-Algorithmus muss demzufolge nur für die äquivalenten Quellen auf der Oberfläche der FEM- und OIG–Körper ausgeführt werden. Die Änderung der Verkopplungsmatrix bewirkt eine globale Veränderung in den einzelnen Stromelementen einschließlich der Stromelemente innerhalb der FEM–Körper.

Die Berücksichtigung von Mechanismen höherer Ordnung erfolgt durch die Hinzunahme von weiteren Termen in die Greenschen Funktionen (Gl. 6.6 und 6.7) und in den Feldausdruck in Gl. 6.8. Beispielhaft für die Greensche Funktion $\vec{G}_{J,mod}^E$ sind folgende Terme von Mechanismen 2. Ordnung (Kombination Reflexion–Beugung) zu addieren:

$$\begin{aligned}
& \sum_k \sum_l A_{D,k} A_{R,l} \vec{D}_k \cdot \vec{R}_l \cdot \vec{G}_{J,0}^E(\vec{r}_{R,l}, \vec{r}') e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_{D,k}|} e^{-jk|\vec{r}_{D,k}-\vec{r}_{R,l}|} + \\
& \sum_m \sum_n A_{R,m} A_{R,n} \vec{R}_m \cdot \vec{R}_n \cdot \vec{G}_{J,0}^E(\vec{r}_{R,n}, \vec{r}') e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_{R,m}|} e^{-jk|\vec{r}_{R,m}-\vec{r}_{R,n}|} + \\
& \sum_p \sum_q A_{R,p} A_{D,q} \vec{R}_p \cdot \vec{D}_q \cdot \vec{G}_{J,0}^E(\vec{r}_{D,q}, \vec{r}') e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_{R,p}|} e^{-jk|\vec{r}_{R,p}-\vec{r}_{D,q}|} + \\
& \sum_r \sum_s A_{D,r} A_{D,s} \vec{D}_r \cdot \vec{D}_s \cdot \vec{G}_{J,0}^E(\vec{r}_{D,s}, \vec{r}') e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_{D,r}|} e^{-jk|\vec{r}_{D,r}-\vec{r}_{D,s}|}. \tag{6.9}
\end{aligned}$$

Der erste Term ist der Mechanismus Reflexion gefolgt von Beugung (RD), der zweite ist zweifache Reflexion (RR), der dritte ist Beugung gefolgt von Reflexion (DR) und der letzte ist zweifache Beugung (DD). Die Reihe kann beliebig fortgesetzt werden, um Mechanismen höherer Ordnungen (3. Ordnung usw.) Rechnung zu tragen.

6.4 Vergleich Hybrid- und Hybrid⁽²⁾–Methode

Abb. 6.4 zeigt ein Problem mit zwei beliebig geformten Streuobjekten, die mit der FEM und dem OIGV modelliert werden sollen. Dazwischen befindet sich eine einfache metallische Platte. In

Abb. 6.4a wird die Platte als FE–OIG–Körper und in Abb. 6.4b als UTD–Körper modelliert. Es wird die Verkopplung von zwei Stromelementen (oder Diskretisierungselementen), i und j , betrachtet. Im 1. Fall (Hybridmethode, Abb. 6.4a) gibt es eine 'direkte' Verkopplung zwischen i und j , da die Platte durch äquivalente Ströme ersetzt wurde, wodurch die Bereiche hinter der Platte sichtbar wurden. Im 2. Fall (Hybrid⁽²⁾–Methode, Abb. 6.4b) versperert die Platte die Sichtverbindung zwischen i und j (Pfad (1)). Die Verkopplung zwischen i und j erfolgt dann über die Beugungsfelder an den Kanten k_1 und k_2 (Pfad (2) und (3)). Die Verkopplung zwischen i und m erfolgt nicht nur über den direkten Weg, sondern auch über

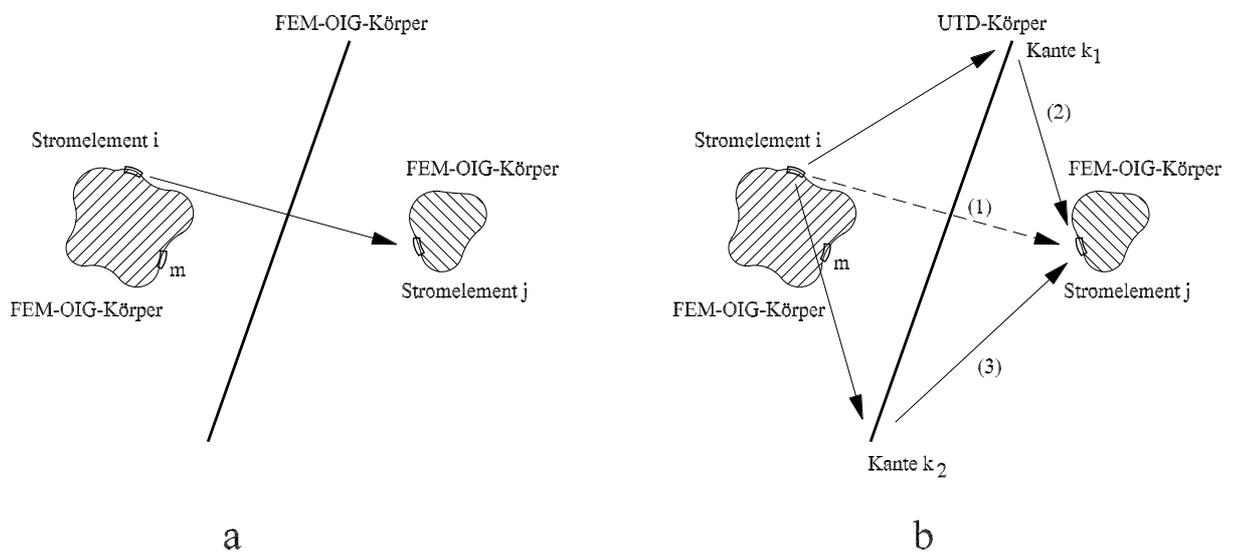


Abb. 6.4: Lösung eines Streuproblems,
a: mit FE–OIG–Hybridmethode, b: mit Hybrid⁽²⁾–Methode.

Reflexion an der Platte und Beugung an den Kanten (nur 1. Ordnung),

$$Z_{im} = Z_{im,dir} + Z_{im,R} + Z_{im,D}. \quad (6.10)$$

$Z_{im,dir}$ entspricht der Verkopplung zwischen i und m in der Hybridmethode. Die zusätzlichen Verkopplungsterme beschreiben die Verkopplung durch die Platte, die in der Hybridmethode die Elemente i und m in der Gesamtmatrix indirekt beeinflusst.

Bei der Anwendung der Hybrid⁽²⁾–Methode ist die Frage zu klären, welche Struktur als FE–OIG–Körper und welche als UTD–Körper zu definieren sind. Ein erstes Kriterium sind sicherlich die Abmessungen der Körper. Strukturen, die einige Wellenlängen groß sind, sollten auf jeden Fall als UTD–Körper modelliert werden. Ein anderes Kriterium ist, ob durch die Auswahl der Körper

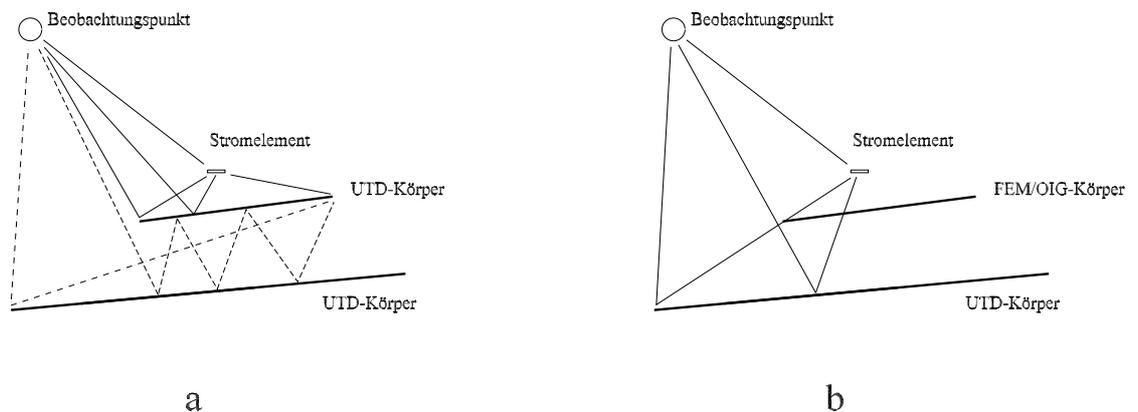


Abb. 6.5: Unterschiedliche Einsätze von Hybrid⁽²⁾-Methode.

die Verwendung der Hybrid⁽²⁾-Methode, besonders wegen des Ray-Tracing-Algorithmus, verkompliziert wird. Abb. 6.5 zeigt ein Streuproblem mit zwei Streukörpern. Der untere Streukörper wird immer als UTD-Körper modelliert. Der obere Streukörper wird zunächst als UTD-Körper betrachtet (Abb. 6.5a). Der Feldbeitrag im Beobachtungspunkt setzt sich dabei zusammen aus dem direkten Feld, den sowohl am unteren als auch am oberen Streukörper reflektierten und gebeugten Feldern sowie Feldern aufgrund von Streumechanismen höherer Ordnung. Die Streumechanismen höherer Ordnung kommen wegen der gegenseitigen Beeinflussung der beiden Streukörper zum Tragen und dürfen insbesondere bei kleinen Abständen zwischen beiden Streukörpern nicht vernachlässigt werden. Insgesamt erhält man also einen sehr komplexen und damit aufwendig zu behandelnden Strahlverlauf. Abb. 6.5b zeigt dagegen die beteiligten Strahlen, wenn der obere Streukörper ein FE-OIG-Körper ist. Dabei werden viele Strahlarten eingespart, allerdings vergrößert sich die Matrix erheblich.

6.5 Auswahl der Quellpunkte auf den FE-OIG-Körpern

Für die Erweiterung der FE-OIG-Hybridmethode zur FE-OIG-UTD-Hybridmethode (Hybrid⁽²⁾-Methode) muss, wie dargelegt, eine Schnittstelle definiert werden. Es wurde bereits in Kapitel 3 dargestellt, dass sich die Verknüpfung zwischen den OIGV- und UTD-Formulierungen anbietet. Basierend auf der numerischen Integration über Dreiecken wird auf jedem Dreieck ein Punkt abgetastet (Erweiterung auf mehrere Punkte pro Dreieck ist ohne weiteres möglich). Dieser Abtastpunkt wird dann als Quellpunkt für den Ray-Tracing-Algorithmus betrachtet. Diese so genannte dreieck-bezogene Schnittstelle (Abb. 6.6 links) hat den Nachteil, dass die axiale Komponente der elektrischen Feldstärke (Gl. 3.50) pro Dreieck nicht vernachlässigbar ist. Eine Alternative ist die

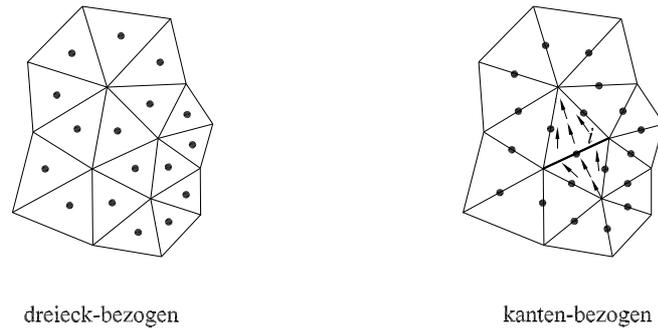


Abb. 6.6: Definitionen der Quellen für den Ray-Tracing-Algorithmus.

Verwendung der kanten-bezogenen Schnittstelle (Abb. 6.6 rechts). Mit dieser Schnittstelle wird die Feldstärke erzeugt von der Stromverteilung auf jeweils zwei Dreiecken, die sich an einer Kante (s. Kanten i) berühren, bestimmt. Die sich ergebende Feldstärke hat aufgrund der Kompensationseffekten einen kleineren Anteil axialer Komponenten.

Die Realisierung der dreieck-bezogenen Schnittstelle konnte unmittelbar auf der Basis der am Ende des Abschnittes 3.4 dargestellten Überlegung (Abb. 3.9) erfolgen. Mit ihr wurden die in Kapitel 7 vorgestellten Beispiele berechnet. Die programmtechnische Umsetzung der kanten-bezogenen Schnittstelle konnte noch nicht abgeschlossen werden, so dass ein unmittelbarer Vergleich beider Verfahren noch nicht durchgeführt und damit die erwarteten Vorteile der zweiten Vorgehensweise noch nicht demonstriert werden können.

6.6 Hybrid⁽²⁾-Methode in geschichteten Strukturen

Zur Behandlung von elektrisch großen Streuobjekten in geschichteten Strukturen werden drei Fälle betrachtet. Zusätzlich zum FE-OIG-Körper in Abb. 6.2 wird ein einfach geformtes, elektrisch großes Objekt in die planare geschichtete Struktur (Abb. 6.7) eingebettet. Für die weitere Diskussion wird die Lage des Streupunkts Q_D näher betrachtet. Abb. 6.7 zeigt den ersten Fall, bei dem sich der Beobachtungspunkt P (in Schicht 4) unterhalb des Streupunkts Q_D (in Schicht 5) befindet. Das Feld in P setzt sich aus drei Feldbeiträgen (Pfad (a), (c) und (d)) zusammen. Das direkte Feld in P (Pfad (a), $\vec{E}_{(a)}(\vec{r})$) und das direkte Feld im Streupunkt Q_D (Pfad (b), $\vec{E}_{(b)}(\vec{r}_{Q_D})$) berechnen sich exakt mit Gl. 3.12 und 3.13. Das am Streupunkt Q_D ankommende Feld (Pfad (b)) wird gebeugt. Bevor die Beugungsfelder zum Beobachtungspunkt P gelangen, treten sie in Wechselwirkung mit den Schichten. Die Berücksichtigung der Schichteinflüsse erfolgt näherungsweise über zwei weitere Feldbeiträge (Pfad (c) und (d)). Das Feld $\vec{E}_{(c)}(\vec{r})$ ist der Feldbeitrag direkt von Q_D zu P

$$\vec{E}_{(c)}(\vec{r}) = A_{D,(c)} \vec{T}_{(c)} \cdot \vec{D}_{(c)} \cdot \vec{E}_{(b)}(\vec{r}_{Q_D}) e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_{Q_D}|}. \quad (6.11)$$

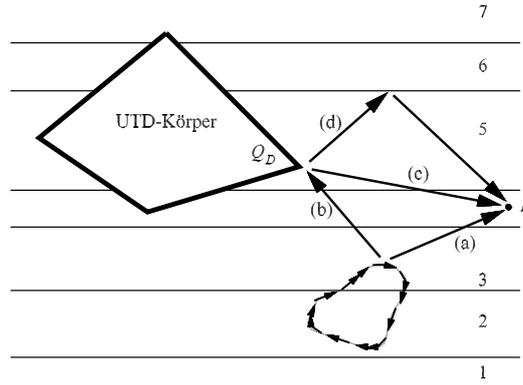


Abb. 6.7: Fall 1: Beobachtungspunkt P und Streupunkt Q_D befinden sich in unterschiedlichen Schichten: im Fall P unterhalb Q_D .

In diesem Beispiel ist $\vec{T}_{(c)}$ der Transmissionsfaktor von der Schicht 5 zur Schicht 4, der die Ausbreitung einer homogenen ebenen Welle durch die geschichtete Struktur darstellt. Dieser Faktor berücksichtigt den Einfluss der Schichten 1 bis 5 infolge der Mehrfach-Reflexionen der Welle zwischen diesen Schichten. Das Produkt $A_{D,(c)} e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_{Q_D}|}$ beschreibt die Aufweitung und die Phasendrehung der Welle entlang des Pfades (c).

Der Pfad (d) berücksichtigt die darüberliegenden Schichten. Das an Q_D gebeugte Feld läuft zunächst nach oben, wird an der Grenze der Schichten 5–6 reflektiert, und geht zu P .

Der Feldbeitrag entlang des Pfades (d) ($\vec{E}_{(d)}(\vec{r})$) ist durch

$$\vec{E}_{(d)}(\vec{r}) = A_{D,(d)} \vec{T}_{(d)} \cdot \vec{R}_{(d)} \cdot \vec{D}_{(d)} \cdot \vec{E}_{(b)}(\vec{r}_{Q_D}) e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_R|} e^{-jk|\vec{r}_R-\vec{r}_{Q_D}|} \quad (6.12)$$

gegeben und beschreibt den Einfluss der Schichten 5 bis 7. $\vec{R}_{(d)}$ ist der Reflexionsfaktor an der Grenze zwischen den Schichten 5 und 6 für die Ausbreitung nach oben. Dieser Reflexionsfaktor berücksichtigt den Einfluss der Schichten 5 bis 7 einschließlich der Mehrfach-Reflexionen zwischen diesen Schichten. \vec{r}_R ist der Reflexionspunkt auf der Grenzfläche. $\vec{T}_{(d)}$ beschreibt die Transmission der Welle von \vec{r}_R zu P . Der Ausdruck $e^{-jk|\vec{r}_R-\vec{r}_{Q_D}|}$ beschreibt die Phasendrehung von Q_D zu \vec{r}_R und $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_R|}$ die Phasendrehung von \vec{r}_R zu P .

Wenn sich der Beobachtungspunkt oberhalb des Streupunktes Q_D befindet (s. Abb. 6.8), beschreibt Gl. 6.11 die Ausbreitung zwischen den Schichten 5 und 7 und Gl. 6.12 berücksichtigt den Einfluss der Schichten 1 bis 4. In diesem Fall breitet sich die Welle entlang des Pfades (c) nach oben aus. Entlang des Pfades (d) breitet sich die Welle zunächst nach unten aus und wird nach oben an der Grenze zwischen den Schichten 4 und 5 reflektiert.

Im dritten Fall befindet sich der Beobachtungspunkt P in der gleichen Schicht wie der Streupunkt (s. Abb. 6.9). Gl. 6.11 berücksichtigt dabei nur die Schicht 5 (mit $\vec{T}_{(c)}$ Einheitsmatrix). Um den Einfluss der anderen Schichten Rechnung zu tragen, verwenden wir zwei weitere Gleichungen, die ähnlich zu Gl. 6.12 sind. Die Ausbreitung entlang des Pfades (d1) berücksichtigt die Schichten 1 bis 4 und die entlang des Pfades (d2) die Schichten 6 bis 7.

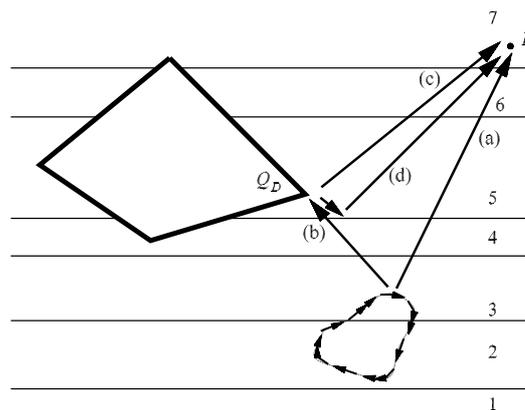


Abb. 6.8: Fall 2: Beobachtungspunkt P und Streupunkt Q_D befinden sich in unterschiedlichen Schichten: im Fall P oberhalb Q_D .

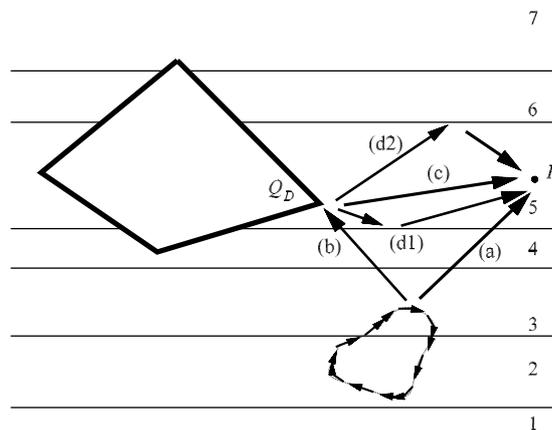


Abb. 6.9: Fall 3: Beobachtungspunkt P und Streupunkt Q_D befinden sich in gleicher Schicht.

Die Berechnung der tensoriellen Reflexions- und Transmissionsfaktoren von homogenen ebenen Wellen in geschichteten ebenen Strukturen ist in Kapitel 4 angegeben.

Wenn sich die FE-OIG- und UTD-Körper nicht in geschichteten Strukturen, sondern im Freiraum befinden, sind alle Transmissionsfaktoren gleich Eins und alle Reflexionsfaktoren gleich Null. Es trägt nur der Beugungs-Anteil entlang des Pfades (c) zum Gesamtfeld bei und die Vorgehensweise wird zu der Prozedur wie in Gln. 6.6 bis 6.8 angegeben.

Das in diesem Abschnitt diskutierte Modell wurde im Rahmen von Vorüberlegung zu einem Projekt in Zusammenarbeit mit Geophysikern zur Entwicklung eines richtungssensitiven Georadars erstellt. Im Rahmen dieses Projekts müssen feldtheoretische Modellrechnungen durchgeführt werden, um den Einfluss geologischer Strukturen, wie z. B. geologischer Schichtungen auf die gesuchte Abbildung lokaler Inhomogenitäten zu analysieren. Mit den bisher zur Verfügung stehenden

Rechenverfahren lässt sich das kaum durchführen, weil die sich im Bohrloch befindenden Antennen im Verhältnis zur Wellenlänge extrem kleine und die geologischen Inhomogenitäten extrem große Abmessungen besitzen. Das hier entwickelte Hybridverfahren dagegen ist optimal geeignet. Da das Projekt noch nicht genehmigt wurde, wurden bisher nach Fertigstellung der notwendigen Ergänzungen des Rechenprogramms noch keine aufwendige geophysikalische Anwendungsbeispiele durchgerechnet, sondern es wurden nur kleine Testrechnungen durchgeführt, um das einwandfreie Arbeiten des Gesamtpakets zu belegen. Sonderfälle zur Anwendung des Verfahrens stellen die in Abschnitt 7.5 berechneten Beispiele zur Bestimmung von Sicherheitsabständen vor Basisstationsantennen in komplexer Umgebung dar. Die dort durchgeführte Analyse für Beobachtungspunkte außerhalb des Gebäudes entspricht dem hier diskutierten Fall 3 (Abb. 6.9) und für Beobachtungspunkte innerhalb des Gebäudes dem Fall 1 (Abb. 6.7).

6.7 Zusammenfassende Bemerkungen zur Hybrid⁽²⁾-Methode

Durch die Fortentwicklung der Hybridmethode als Verknüpfung von FEM und OIGV zur Hybrid⁽²⁾-Methode durch Hinzunehmen der UTD ist eine Kombination von Methoden entstanden, mit der im konkreten Fall die jeweils günstigste Vorgehensweise sehr elegant ausgewählt werden kann. Dabei kann je nach Abstraktionsgrad der Probleme ein Kompromiss zwischen der geforderten Genauigkeit der Ergebnisse und den benötigten Rechnerressourcen (Computerspeicher und Rechenzeit) gemacht werden. So kann es erforderlich sein, wegen der Komplexität der Quell- und Materialverteilung und der geforderten Genauigkeit sehr große Bereiche sehr fein zu diskretisieren, d. h. das Lösungsgebiet wird überwiegend mit der FEM beschrieben. Ist es möglich, inhomogene Bereiche näherungsweise durch effektive Materialparameter zu beschreiben, dann können diese Bereiche Rechenaufwand sparend mit Hilfe des OIGV erfasst werden. Bei offenen Antennen- und Streuproblemen kann man das OIGV einsetzen, um die bei lokalen Verfahren (hier der FEM) sonst benötigten, nur näherungsweise formulierbaren 'offenen Randbedingungen' durch eine exakte Formulierung zu ersetzen. Elektrisch große Körper können bei homogenen Materialverteilungen (z. B. metallische Objekte) und entsprechendem Aufwand mit dem OIGV, bei inhomogenen Materialverteilungen mit der FEM beschrieben werden. Wenn jedoch die genaue Kenntniss der Stromdichteverteilung und der Feldverteilung in diesen Körpern nicht erforderlich ist, oder wenn diese Körper so groß sind, dass sie mit einer Volumen- oder Oberflächendiskretisierung gar nicht erfasst werden können, dann sollten möglichst große Bereiche des Lösungsgebiet als UTD-Körper definiert werden.

Es ist also offensichtlich, dass mit der Hybrid⁽²⁾-Methode ein sehr universelles Lösungsinstrument für eine sehr große Vielzahl von elektromagnetischen Randwertproblemen zur Verfügung steht.

Aus der Vielzahl der möglichen Fälle werden im folgenden Kapitel 7 einige Problemstellungen konkretisiert, Lösungsmöglichkeiten auf der Basis der Hybrid⁽²⁾-Methode aufgezeigt und

die erhaltenen Ergebnisse diskutiert. Im Abschnitt 7.2 wird eine Dipolantenne vor eine metallischen Reflektorplatte analysiert. Der Dipol wird immer mit dem OIGV, die Reflektorplatte entweder mit dem OIGV oder auch als UTD-Körper modelliert. Die Yagi-Antenne im Abschnitt 7.3 wird wieder als OIG-Körper, das Hausdach, auf dem die Antenne montiert wird, vorteilhaft als UTD-Körper modelliert. Die ebenfalls durchgeführte Modellierung des Hausdaches mit Hilfe der OIG-Formulierung zeigt die Grenze einer solchen Vorgehensweise. An dem Beispiel einer Dipolantenne in der Nähe eines metallischen 90°-Winkelstücks und eines inhomogenen dielektrischen Körpers wird die Verknüpfung aller drei Verfahren (FEM-OIGV-UTD) demonstriert. Die Feldstärkevorhersage bei Mobilfunksystemen, die im Abschnitt 7.5 behandelt wird, stützt sich ausschließlich auf die UTD, weil sonst extrem große Räume, hier Teile der Münchner Innenstadt, gar nicht behandelt werden können. In weiterführenden Arbeiten [AH00-1] wird jedoch gezeigt, dass es auch bei sehr großen Lösungsgebieten wichtig sein kann, die Rückwirkung von Körpern auf das Strahlungsverhalten von Basisstationsantennen zu berücksichtigen. Dieses ist mit der Kombination des OIGV und der UTD sehr elegant machbar.

Kapitel 7

Beispiele zur Anwendung der entwickelten Methoden

7.1 Einführung

In diesem Kapitel werden einige mögliche Anwendungen der in dieser Arbeit entwickelten Hybrid⁽²⁾-Methode gezeigt. Um den besonderen Vorteil der Methode zu demonstrieren, werden Antennen- und Streuprobleme analysiert, die elektrisch kleine und elektrisch große Strukturen beinhalten. Dabei werden die Abmessungen der Strukturen in den ersten sehr einfachen Beispielen so gewählt, dass diese auch ohne den Einsatz der asymptotischen Methoden berechenbar sind, um eine einfache Kontrolle der Ergebnisse zu ermöglichen.

7.2 Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorplatte

Zur Untersuchung des Einflusses eines metallischen Reflektors auf die Eingangsimpedanz einer $\lambda/2$ -Dipolantenne soll die Anordnung in Abb. 7.1 betrachtet werden. Die Dipolantenne wird vor einen quadratischen großen Reflektor (Abmessungen $2\lambda \times 2\lambda$) gebracht und symmetrisch bzgl. des Reflektors im Abstand d angeordnet.

Abb. 7.2 zeigt den Verlauf der Eingangsimpedanz (durchgezogene rote Kurve für den Realteil und blaue Kurve für den Imaginärteil der Impedanz) der Antenne in Abhängigkeit vom Reflektorabstand d . Dabei wird die Dipolantenne in schmale Dreiecke ('Patches') diskretisiert und der Reflektor als UTD-Körper (eine Platte und vier Kanten) modelliert. Als Vergleich wird die selbe Struktur mit einem reinen Oberflächenintegralgleichungsverfahren behandelt (Kurven mit ∇ -Symbolen). Dafür muss der relativ große metallische Reflektor in kleine Elemente unterteilt werden. Man

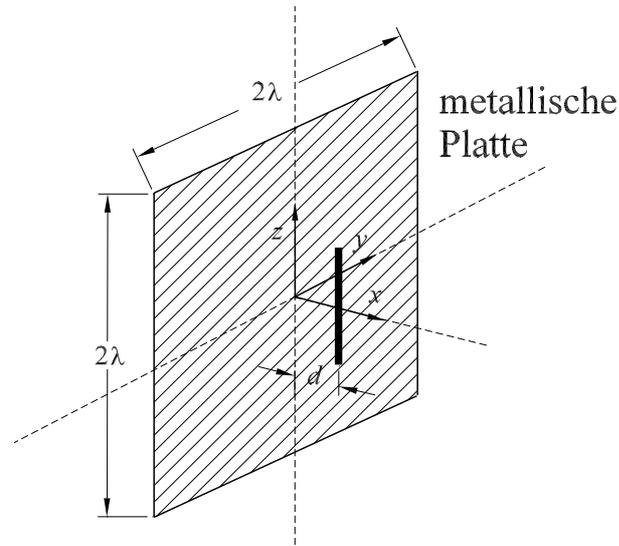


Abb. 7.1: $\lambda/2$ -Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorplatte.

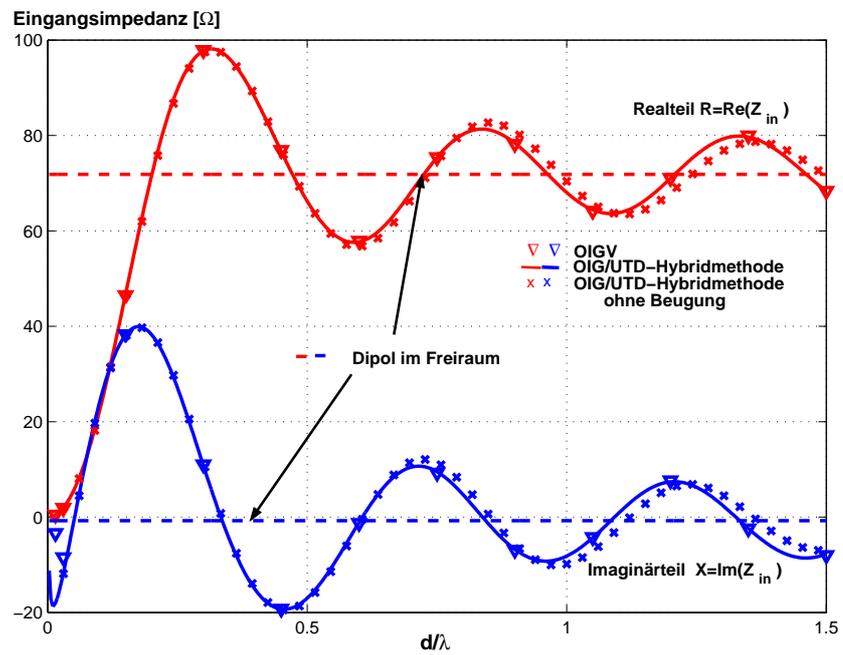


Abb. 7.2: Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne (Abmessungen $2\lambda \times 2\lambda$) in Abhängigkeit vom Abstand zum Reflektor d .

sieht, dass die beiden Ergebnisse sowohl hinsichtlich des Realteils als auch des Imaginärteils sogar bei extrem kleinen Abständen sehr gut übereinstimmen.

Ist der Reflektorabstand d groß genug, nähert sich die Eingangsimpedanz der einer im Freiraum befindlichen Antenne (gestrichelte Kurven) an. In Abb. 7.2 ist auch zu sehen, wie sich die Eingangsimpedanz ohne Berücksichtigung der Beugung an den Kanten verhält (Kurven mit x -Symbolen), d. h. wenn der Reflektor unendlich groß ist. Dieser Fall entspricht zwei gegenphasig gespeisten Antennen im Abstand $2d$. Bei kleineren Abständen sind die Kurven noch identisch, hier ist der Einfluss der Reflektoroberfläche in Form von Reflexionen dominant. Aber etwa ab 0.75λ -Reflektorabstand ist der Einfluss der Reflektorberandung (Kanten) zu sehen.

In Abb. 7.3 ist der Fall dargestellt, dass der Reflektorabstand mit $d=\lambda/3$ konstant gehalten und

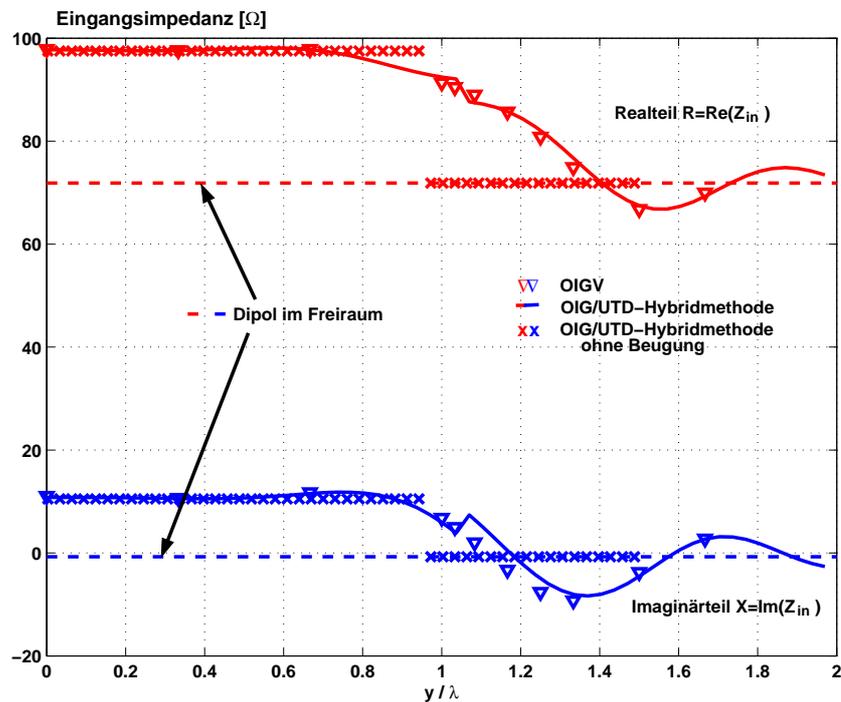


Abb. 7.3: Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne in Abhängigkeit von der Lage der Antenne ($d=\lambda/3$).

die Antenne seitlich (in y -Richtung) verschoben wird. Auch jetzt ist eine gute Übereinstimmung zwischen der OIG/UTD-Hybridmethode und dem OIGV (als Referenz) zu beobachten. Kleine Unterschiede sind bei $\lambda \lesssim y \lesssim 1.3\lambda$ zu sehen. An der Reflexionsgrenze entsteht eine Unstetigkeit im Kurvenverlauf (durchgezogene Kurven), wie in Abschnitt 4.7.3 angedeutet wurde. Wird y groß, nähert der Verlauf der Eingangsimpedanz dem der Antenne im Freiraum. In der Abbildung ist auch die Eingangsimpedanz ohne Berücksichtigung der Beugung dargestellt (Kurven mit x -Symbolen). Man sieht, dass die Kurve im Bereich $0 \lesssim y \lesssim \lambda$ in etwa konstant verläuft, da die reflektierten Felder unverändert bleiben. Bei $y \gtrsim \lambda$ liegt der Dipol außerhalb des Bereiches, in dem sich der reflektierte Anteil auswirken kann. Die Eingangsimpedanz ist dann identisch mit der

der Antenne im Freiraum. Abb. 7.4 zeigt das gleiche Ergebnis für den Reflektorabstand $d = \lambda/10$.

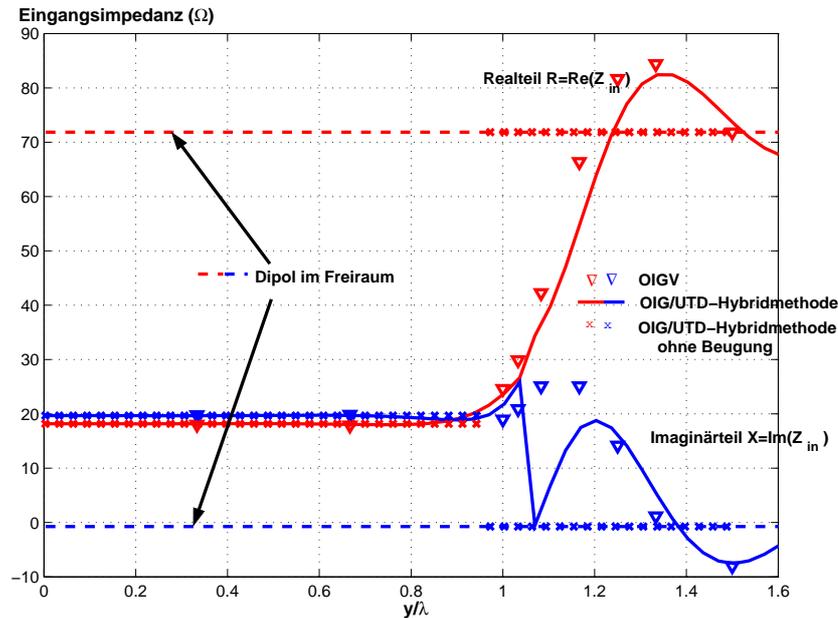


Abb. 7.4: Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne in Abhängigkeit von der Lage der Antenne ($d = \lambda/10$).

Hier sind schon merkliche Abweichungen im Bereich $\lambda \lesssim y \lesssim 1.3\lambda$ zu beobachten. Das liegt daran, dass die UTD in diesem geringen Abstand nicht mehr in der Lage ist, die richtigen gebeugten Felder zu berechnen. Aber ab $y \gtrsim 1.3\lambda$ liefert sie vernünftige Beugungsfelder, die für die Oszillation der Eingangsimpedanz sorgen.

Als nächstes soll im Gegensatz zu den vorherigen Untersuchungen ein kleinerer metallischer Reflektor (Abmessungen $0.5\lambda \times 0.5\lambda$) betrachtet werden. Trotz der kleinen Abmessungen liefert die OIG–UTD–Hybridmethode auch jetzt noch brauchbare Ergebnisse (durchgezogene Kurven in Abb. 7.5) verglichen mit denen aus der OIGV–Berechnung (Kurven mit ∇ –Symbolen). Darüberhinaus ist zu sehen, dass man im Vergleich mit Abb. 7.2 die Effekte von Beugungsfeldern beim $0.5\lambda \times 0.5\lambda$ –Reflektor nicht mehr vernachlässigen kann.

Abschließend werden elektrische Nahfelder miteinander verglichen (Abb. 7.6). Es handelt sich um einen $\lambda \times \lambda$ –großen Reflektor. Der Reflektorabstand beträgt 0.15λ . Dargestellt sind die elektrischen Nahfelder in der Ebene $z = 0$. Hier ist die Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen auch für ganz nah zur Kante liegende Beobachtungspunkte sehr gut.

Diese sehr einfachen Beispiele wurden, wie bereits gesagt, analysiert, um das entwickelte Verfahren zu testen. Ein anderer wichtiger Grund ist jedoch auch zu zeigen, wie extrem leistungsfähig das Verfahren ist: Die Gleichungen für die Felddarstellung auf der Basis des asymptotischen Verfahrens UTD werden, wie in Kapitel 4 dargestellt, unter der Voraussetzung abgeleitet, dass die Abstände der Reflexion–/Beugungspunkte zu den Beobachtungspunkten sehr viel größer als die Wellenlänge sind. Man erhält jedoch das erstaunliche Ergebnis, dass selbst für deutlich kleinere

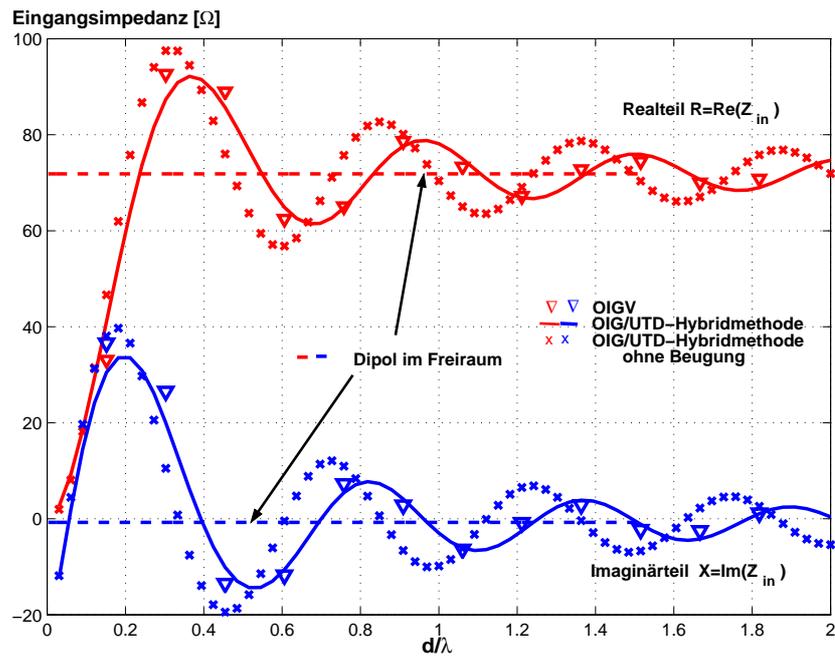


Abb. 7.5: Eingangsimpedanz einer Dipolantenne vor einer metallischen Reflektorantenne in Abhängigkeit vom Abstand zum Reflektor d . Abmessungen des Reflektors $0.5\lambda \times 0.5\lambda$.

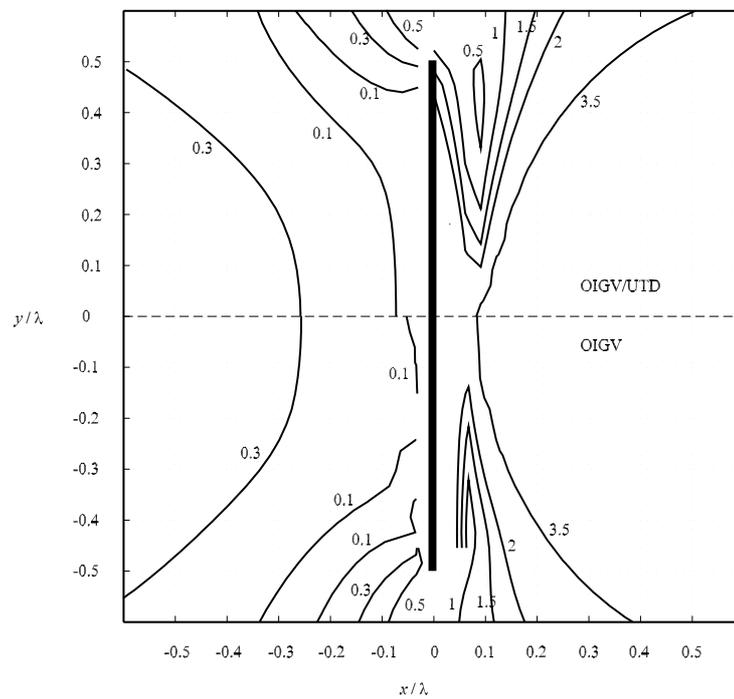


Abb. 7.6: Horizontales elektrisches Nahfeld in V/m (in der Ebene $z = 0$), Abstand zum Reflektor ist $d = 0.15\lambda$. Abmessungen des Reflektors $\lambda \times \lambda$.

Abstände zwischen dem Dipol und den beugenden Kanten als die Wellenlänge recht brauchbare Ergebnisse sowohl für die Eingangsimpedanz als auch für die Feldverteilung erzielt wurden. Dieser Sachverhalt wurde auf der Basis der theoretischen Ableitung in keiner Weise so vermutet. Ein wesentlicher Grund für die guten Ergebnisse ist, dass die Berechnungen sowohl der Eingangsimpedanz als auch der Feldverteilung in einem Beobachtungspunkt durch Integration einzelner Anteile erfolgen und somit eine gewisse Glättung stattfindet. Dadurch machen sich die Einflüsse nicht sehr genau berechneter Anteile nur wenig bemerkbar, solange sie nicht dominant sind.

In den nächsten beiden Beispielen (Abschnitte 7.3 und 7.4) werden zur Vertiefung dieser Ergebnisse zwei deutlich komplexere Anordnungen ebenfalls unter Nutzung der asymptotischen Felddarstellung auch für zur Wellenlänge sehr kleine Abstände zwischen Beugungs-/Reflexionspunkten und Beobachtungspunkten analysiert.

7.3 Yagi-Antenne in komplexer Umgebung

Als nächstes Beispiel wird eine Yagi-Uda-Antenne aus der Arbeit [JJ97] untersucht. Die Geometrie der Antenne entstand aus einer Optimierung mit einem Genetischen Algorithmus. Gefordert war eine hohe Nebenzipfeldämpfung. Die Antenne (Abb. 7.7) besteht aus vier Elementen. Die Länge der einzelnen Stäbe und die Abstände zwischen den Stäben sind in der Abbildung angegeben. Die Antenne ist in der Mitte des zweiten Stabes über eine Δ -Gap-Spannung gespeist. Zunächst wird die Antenne im Freiraum untersucht. Die Stäbe werden wieder mit Hilfe von

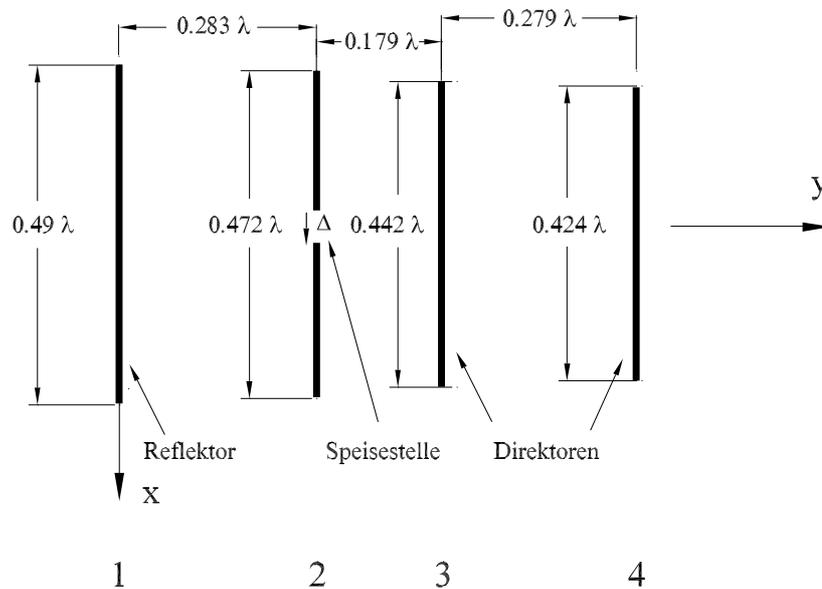


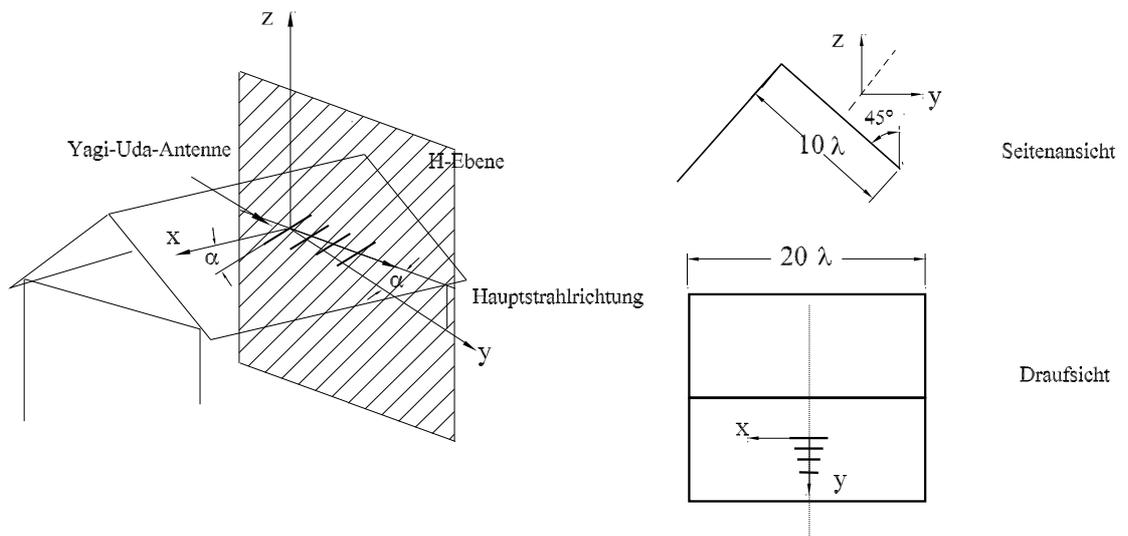
Abb. 7.7: Vier-Elemente-Yagi-Uda-Antenne.

schmalen flächenhaften Elementen ('Patches') der Breite $7,2 \cdot 10^{-3} \lambda$ modelliert. Die Stäbe 1 (Reflektor), 3 und 4 (Direktoren) werden mit 20 Dreiecken beschrieben, und der Stab 2 mit 32 Dreiecken.

Tabelle 7.1 zeigt eine Gegenüberstellung der Ergebnisse auf der Basis der flächenhaften Elemente, der Ergebnisse berechnet mit Mininec Professional [Ems96] (Drahtantennenmodell, Drahtradius $2,25 \cdot 10^{-3} \lambda$), und der Ergebnisse aus [JJ97], in der das Rechenprogramm NEC2 (Drahtantennenmodell, Drahtradius $2,25 \cdot 10^{-3} \lambda$) benutzt wurde. Alle drei Methoden liefern etwa die gleichen Ergebnisse für den Gewinn, die Nebenzipfeldämpfung und für die Halbwertsbreite der Antenne. Die mit dem OIGV und mit Mininec Pro berechneten Eingangsimpedanzen stimmen sehr gut überein. Dagegen weicht die in [JJ97] berechnete Eingangsimpedanz von diesen um mehr als 20% ab. Im praktischen Einsatz von Yagi-Antennen, z. B. als Empfangsantennen bei Rundfunk-Frequenzen werden sie in komplexer Umgebung montiert. Abb. 7.8 zeigt einen Montageort der Antenne auf

	diese Arbeit	Mininec Pro [Ems96]	Jones [JJ97]
Gewinn [dBi]	9.37	9.28	9.84
1. Nebenzipfeldämpfung [dBi] in H-Ebene	14.3	14.9	14.5
Eingangsimpedanz [Ω]	49.6-j 8.0	51.7-j 9.9	38.5-j 2.3
Halbwertsbreiten [$^\circ$] in H-Ebene	80	81.5	72

Tabelle 7.1: Vergleich der berechneten Ergebnisse für die Yagi-Uda-Antenne im Freiraum.

Abb. 7.8: Yagi-Uda-Antenne auf einem Hausdach, α ist die horizontale Drehung der Antenne.

einem Hausdach. Die Antenne sei so angebracht, dass sie in einer Ebene parallel zum Erdboden geschwenkt werden kann. Der Schwenkwinkel α sei 0° , wenn die Antenne senkrecht zum Dachfirst ausgerichtet ist. Die Antenne wird für den Empfang eines horizontal polarisierten Feldes genutzt, d. h. die Strahlungselemente sind immer parallel zum Erdboden orientiert. Die Art der Montage der Antenne in einer solchen Umgebung kann das Empfangsverhalten der Antenne verändern. Es ist deshalb interessant zu wissen, bei welcher Orientierung der Empfang optimal ist. Dazu wird der Einfluss des rechteckigen Daches berücksichtigt, dessen Seitenansicht und Draufsicht Abb. 7.8 zu entnehmen sind.

Die Abmessungen des Daches sind groß im Vergleich zur Wellenlänge. Unter diesen Umständen ist dann die Verwendung einer asymptotischen Methode nahe liegend. Da das Problem nicht nur elektrisch große Objekte (Hausdach), sondern auch elektrisch kleine Strukturen mit Speisung (Yagi-Antenne) beinhaltet, wird die OIG/UTD-Hybridmethode verwendet. Die Yagi-Antenne wird wie bei der Untersuchung im Freiraum mit Hilfe der schmalen dreieckförmigen Flächen-

elementen und das Hausdach als UTD-Körper modelliert.

In einem zweiten Schritt wird das Problem mit Hilfe eines reinen Oberflächenintegralgleichungsverfahrens gelöst. Dabei wird das Hausdach auch als OIG-Körper modelliert und muss deshalb diskretisiert werden. Wegen der großen Abmessungen des Hausdaches ist es mit den verfügbaren Computer-Ressourcen nicht möglich, die 'Faust-Regel' für eine Diskretisierung, dass die maximale Diskretisierungslänge 0.1λ nicht überschritten werden darf, zu erfüllen. Deswegen wird das Hausdach grober als eigentlich gefordert mit gleichseitigen Dreiecken der Schenkellänge 0.4λ modelliert.

Tabelle 7.2 zeigt die benötigten Rechenspeicher und die Rechenzeiten für die Berechnungen mit den beiden Varianten der in dieser Arbeit entwickelten Methoden. Die Verwendung der OIG/UTD-Hybridmethode für dieses Problem reduziert den erforderlichen Rechenspeicher um den Faktor 200 und die Rechenzeit um den Faktor 1000. Die Berechnungen wurden mit einem 450 MHz-Intel Prozessor mit 512 MB RAM durchgeführt.

Die Empfangscharakteristik der Antenne, hier über die relative Gewinnfunktion beschrieben, ist

	OIG/UTD-Hybridmethode	OIGV
Speicherbedarf (RAM) [MB]	1.03	223.40
Rechenzeit (s)	7.6	7258.0

Tabelle 7.2: Vergleich der benötigten Rechenspeicher und Rechenzeit.

in Abb. 7.9 zu sehen. Die blau durchgezogene Kurve zeigt das Strahlungsdiagramm der Antenne im Freiraum. Das Maximum befindet sich bei $\vartheta = 90^\circ$. Die schwarzen Kurven mit +-Symbolen sind die Strahlungsdiagramme für die Montage der Antenne am Hausdach, wenn die Hauptstrahlrichtung senkrecht zum Dachfirst orientiert ist ($\alpha = 0$ s. Abb. 7.8). Die schwarze durchgezogene Kurve mit +-Symbolen ist das Ergebnis mit Hilfe der OIG/UTD-Hybridmethode. Im Winkelbereich $-60^\circ \leq \vartheta \leq 180^\circ$ stimmt letztere mit dem Ergebnis aus der Berechnung mit einem reinen OIGV (schwarze gestrichelte Kurve mit +-Symbolen) sehr gut überein. Dagegen sind im tiefen Schattenbereich deutliche Unterschiede zu sehen. Der Grund dafür ist, dass die Modellierung des Hausdaches mit dreieckförmigen Flächenelementen der Seitenlänge von nur 0.4λ nicht ausreicht, den Abschattungseffekt korrekt zu beschreiben. Die Genauigkeit der Flächenströmdichten auf den das Dach beschreibenden Flächenelementen ist nicht hoch genug, um die eigentlich auftretenden Kompensationseffekte richtig darzustellen. Damit lässt die 'löcherige' Platte mehr Energie durch als tatsächlich in den Schattenbereich fließt und die Felder aus der OIGV-Berechnung liegen um etwa 15 dB höher als die aus der OIGV/UTD-Berechnung.

Wird jetzt die Hauptstrahlrichtung der Antenne parallel zum Dachfirst orientiert ($\alpha = 90^\circ$), dann wird die Hauptkeule des mit der OIG/UTD-Hybridmethode berechneten Strahlungsdiagramms schmaler (rote punktierte Kurve). Das Maximum liegt, wie bei $\alpha = 0^\circ$, etwa bei $\vartheta = 80^\circ$. Das OIG-Modell liefert für diese Montage dagegen wegen des mangelhaft diskretisierten Daches ein

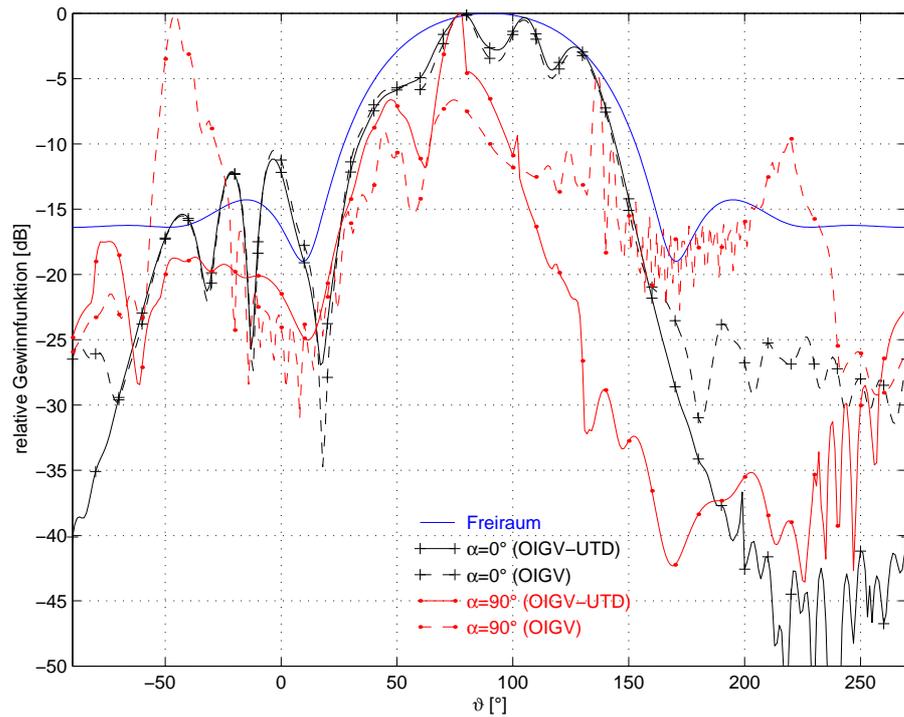


Abb. 7.9: Strahlungsdiagramme der Yagi-Uda-Antenne in der H-Ebene bei unterschiedlichen Montagen.

offensichtlich unsinniges Ergebnis. Nur bei kleinen Winkelbereichen sind Übereinstimmungen zu sehen.

7.4 Antennen in der Nähe von Dielektrika und metallischen Platten

Zur Überprüfung des FE-Modules im entwickelten Hybrid⁽²⁾-Verfahren wird in der Nähe einer Dipolantenne, die sich in der Umgebung eines metallischen 90°-Winkelstückes befindet, ein zwei-schichtiger dielektrischer Zylinder (s. Abb. 7.10) eingebracht. Die Länge der Dipolantenne beträgt 16 cm, d. h. die $\lambda/2$ -Resonanzfrequenz der Antenne liegt bei 937.5 MHz und die λ -Resonanzfrequenz bei 1875 MHz. Der Radius des Zylinderkerns ist 4 cm und der der Zylinderschale 6 cm. Die Höhe des Zylinders beträgt 8 cm. Der metallische 90°-Winkel besteht aus zwei identischen quadratischen Platten (30 cm \times 30 cm). Die Struktur ist symmetrisch bzgl. der xy -Ebene. Die relative Permittivität des Zylinderkerns beträgt $\epsilon_r = 3.0 - j0.3$ und die der Zylinderschale $\epsilon_r = 10.0 - j2.0$. Die relative Permeabilität des gesamten Zylindervolumens ist $\mu_r = 1.0$.

Für die Anwendung des FE/OIG/UTD-Hybrid⁽²⁾-Verfahrens werden die Antenne und der Zylinder

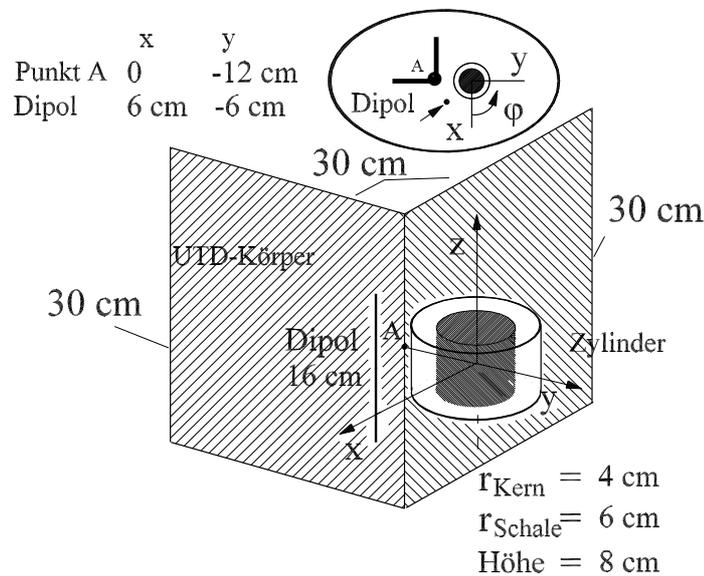


Abb. 7.10: Zwei-schichtiger dielektrischer Zylinder in der Nähe eines metallischen 90°-Winkels.

der diskretisiert und der metallische 90°-Winkel als UTD-Körper behandelt, d.h. die Wirkung des metallischen 90°-Winkels wird strahlenoptisch berücksichtigt. Der 90°-Winkel wird durch vier Flächen (jeweils Vor- und Rückseite je Platte) und acht Beugungskanten beschrieben. Zum Vergleich wird das gleiche Problem auch mit der FE/OIG-Hybridmethode untersucht, dabei werden die gesamten Strukturen, einschließlich des metallischen 90°-Winkels, diskretisiert.

Abb. 7.11 und 7.12 zeigen das horizontale Strahlungsdiagramm der Struktur jeweils für die Frequenzen 950 MHz und 2000 MHz. Der Vergleich zwischen den Ergebnissen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung in der Hauptstrahlrichtung, wobei kleine Unterschiede im Schattenbereich des 90°-Winkels zu beobachten sind. Bei 950 MHz liegt das Maximum der Abstrahlung bei etwa

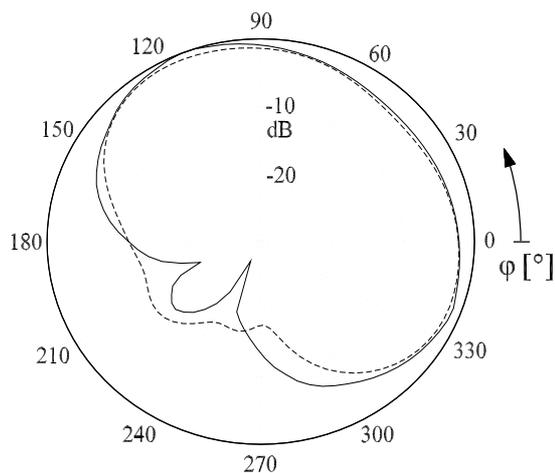


Abb. 7.11: Horizontales Strahlungsdiagramm der Struktur in Abb. 7.10, Frequenz 950 MHz, (—) Hybrid⁽²⁾ Methode (FEM-OIGV-UTD), (- - -) Hybridmethode (FEM-OIGV).

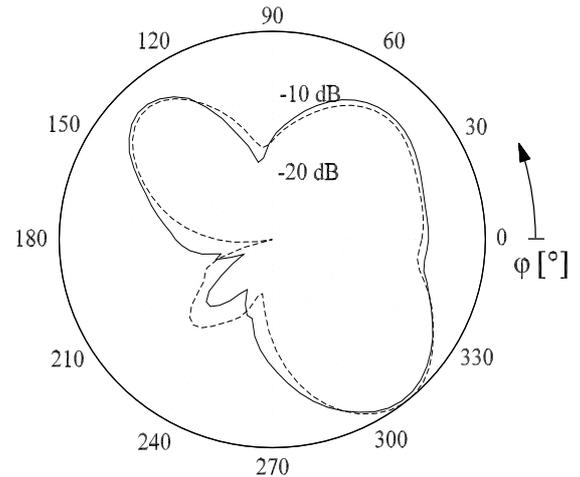


Abb. 7.12: Horizontales Strahlungsdiagramm der Struktur in Abb. 7.10, Frequenz 2000 MHz, (—) Hybrid⁽²⁾ Methode (FEM-OIGV-UTD), (- - -) Hybridmethode (FEM-OIGV).

$\varphi = 110^\circ$ und bei 2000 MHz bei etwa $\varphi = 310^\circ$, was eine fast 180° Drehung des Maximums bedeutet. Bei $f = 2000$ MHz liegt ein ausgeprägtes Minimum bei $\varphi = 90^\circ$, dieses Minimum ist bei $f = 950$ MHz nicht vorhanden. In 'Hauptstrahlrichtung' ($-90^\circ < \varphi < 180^\circ$) ist der Verlauf des Strahlungsdiagramms bei 950 MHz praktisch konstant, dagegen zeigt das Strahlungsdiagramm bei 2000 MHz einige Minima und Maxima, die auf die stärkere Wechselwirkung zwischen dem 90° -Winkel, dem dielektrischen Zylinder und der Dipolantenne bei der höheren Frequenz zurückzuführen sind. In den beiden Abbildungen ist die Störung der Symmetrie des horizontalen Strahlungsdiagramms zu sehen. Die Symmetrie bzgl. $\varphi = 45^\circ$ stellt sich, wie durch Kontrollrechnungen gezeigt werden kann, bei Abwesenheit des Zylinders ein.

In Abb. 7.13 ist das Nahfeld entlang der x-Achse ($y = z = 0$), wiederum berechnet mit den beiden Methoden, dargestellt. Die beiden Kurven stimmen miteinander sehr gut überein. Man sieht kleine Abweichungen in der Umgebung der Zylinderoberfläche (bei $x = \pm 0.06$ m).

Abb. 7.14 stellt die Eingangsimpedanz ($R + jX$) der Dipolantenne in Abhängigkeit von der Frequenz dar. Der Vergleich mit der Eingangsimpedanz der Dipolantenne im Freiraum (berechnet mit Mininec Pro [Ems96], Kurven mit Sternchen-Symbolen (Realteil) und mit o-Symbolen (Imaginärteil)) zeigt, dass der Einfluss des 90° -Winkels und des Zylinders in der Abflachung der beiden Kurven zu sehen ist. Darüberhinaus ist den Ergebnissen auch zu entnehmen, dass sich die Resonanzfrequenz der Antenne zu niedrigerem Frequenzbereich verschiebt.

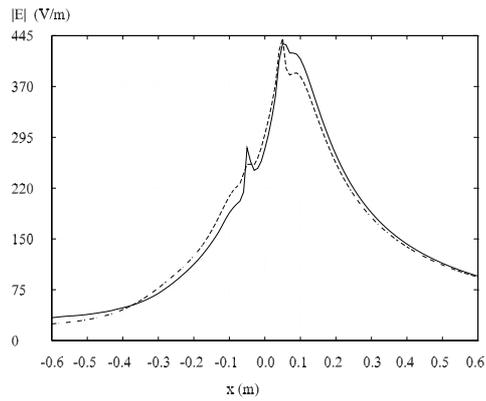


Abb. 7.13: Nahfeld der Struktur in Abb. 7.10 entlang der x-Achse, Frequenz 950 MHz, Eingangsleistung 40 W,
 (—) Hybrid⁽²⁾methode (FEM-OIGV-UTD),
 (- - -) Hybridmethode (FEM-OIGV).

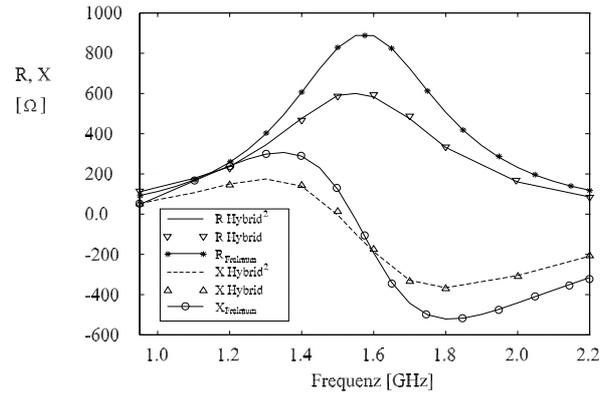


Abb. 7.14: Eingangsimpedanz der Dipolantenne dargestellt in Abb. 7.10 als Funktion der Frequenz.

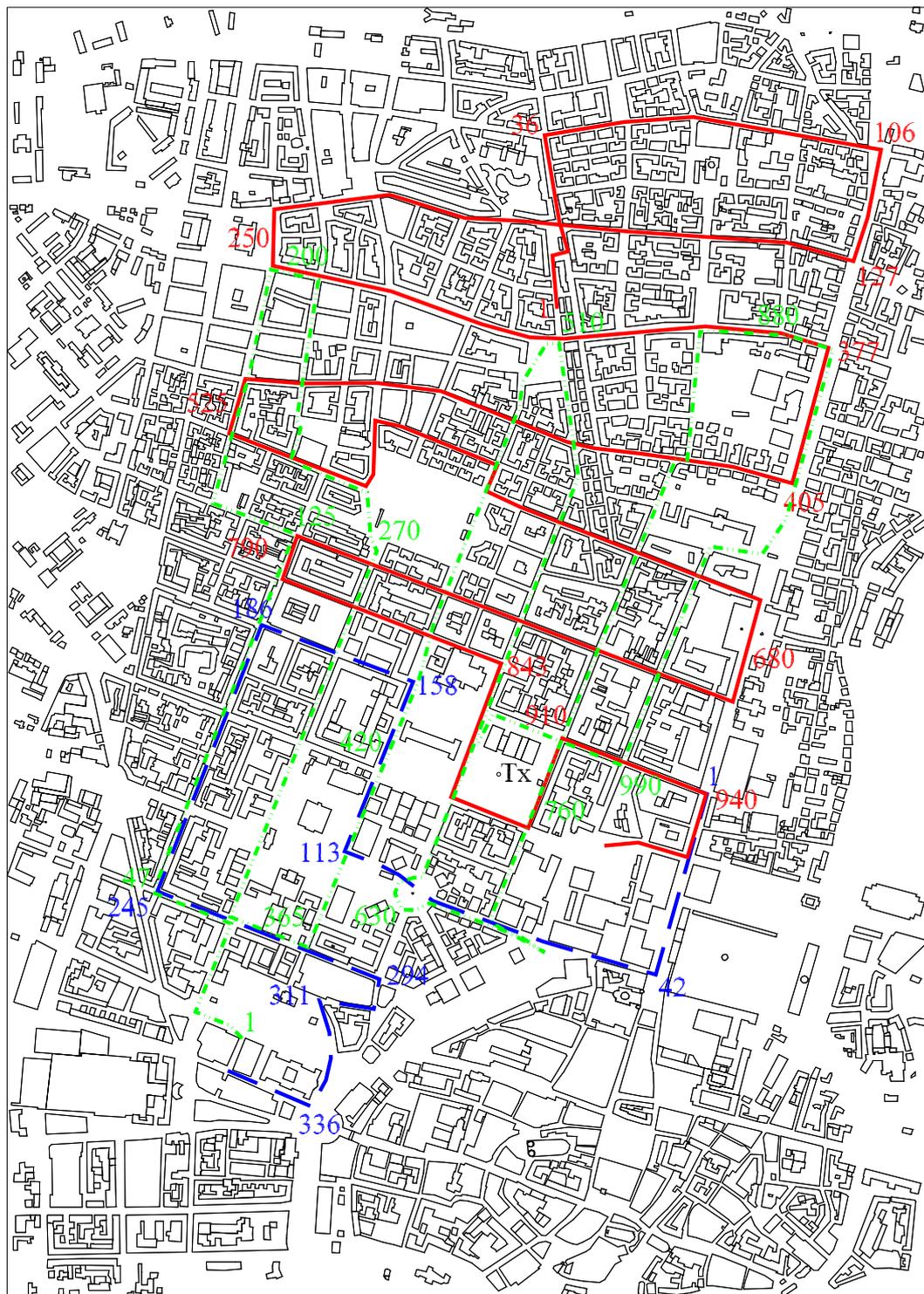
7.5 Feldstärke–Vorhersage bei Mobilfunksystemen

Das stetige Wachstum des Mobilfunkmarktes mit einer immer größer werdenden Anzahl an Dienst Anbietern hat in den letzten Jahren zu einem erhöhten Bedarf an leistungsfähigen Planungshilfsmitteln geführt. Steigende Teilnehmerzahlen und verschärfter Wettbewerb zwingen die Netzbetreiber, die vorhandenen Ressourcen z. B. an Frequenzbandbreite und geeigneten Senderstandorten optimal zu nutzen.

Eine Voraussetzung dafür ist die zuverlässige Abschätzung von elektromagnetischen Funkfeldern in den Versorgungsgebieten des Mobilfunksystems. Dazu gibt es einige Ansätze, die im Laufe der Zeit weltweit von vielen Forschern in unterschiedlichen Gruppen entwickelt wurden und immer noch verbessert werden (s. z. B. [Ber00, GW98]). Die erste Variante ist die direkte Messung der Felder in gewünschten Bereichen. Dies ist trotz der realitätsnahen Messergebnisse sehr schwierig und kostenintensiv (hoher apparativer, personeller und zeitlicher Aufwand). Eine Messung elektromagnetischer Felder entlang einer Strecke in einer Stadt bei einer bestimmten Lage der Basisstationsantennen wird normalerweise mit Hilfe eines Fahrzeugs, auf dem sich die Messinstrumente befinden, durchgeführt. Das Fahrzeug bewegt sich entlang der Messstrecke, während der Fahrt werden die Felder mit einer Empfangsantenne gemessen und dabei werden die Koordinaten, an denen sich das Fahrzeug im Zeitpunkt der Messung gerade befindet, gespeichert. Die Bestimmung der Felder über Messungen erlaubt nur beschränkte Variabilität der Parameter, z. B. eine Verlagerung der Lage einer Basisstationsantenne an einen anderen Montageort erfordert beträchtlichen Aufwand.

Andere Alternativen sind die theoretische Abschätzung von Funkfeldern, wobei man die sogenannten empirischen, semi–empirischen und deterministischen Methoden unterscheidet. Bei den empirischen und semi–empirischen Methoden werden mathematische Ausdrücke auf der Basis von Messdaten hergeleitet. Dadurch ergeben sich einfache Methoden, die bzgl. der Variation ihrer Parameter effizient sind. Diese Methoden sind aber abhängig von den Szenarien, für die die Messdaten gewonnen wurden. Die so gewonnenen Formeln lassen sich deshalb auch nur auf sehr ähnliche Szenarien anwenden.

Deterministische Methoden benutzen Ansätze aus der Elektromagnetik, die von den Maxwell'schen Gleichungen und den vorgegebenen Materialverteilungen (d.h. im diesem Fall von der Lage, der Form und der Materialbeschaffenheit von Häusern, Bäumen, etc.) ausgehen. Aus den in Kapiteln 4 und 6 genannten Gründen ist die UTD die am meisten favorisierte Methode. Mit ihr können die Einflüsse z. B. der groben Umrisse der Gebäude erfasst werden. Prinzipiell lassen sich die Details von Objekten, wie z. B. Fenster mit oder ohne Scheibe oder andere im Vergleich zur Wellenlänge kleine Materialänderungen im Rahmen der Hybrid⁽²⁾-Methode berücksichtigen. Dies erfordert aber konsequenterweise einen hohen Speicherbedarf und lange Berechnungszeiten. Solche Störungen wirken sich normalerweise jedoch nur lokal aus und lassen sich deshalb in erster Näherung oft vernachlässigen. Streuobjekte in der unmittelbaren Nähe von Basisstationsantennen sollten jedoch möglichst erfasst werden, da sie signifikante Änderungen des Strahlungsverhaltens



- Strecke 0
- Strecke 1
- - - Strecke 2

Abb. 7.15: Stadtplan der Münchner Innenstadt mit den drei Messungs- und Berechnungsstrecken, rot: Strecke 0, blau: Strecke 1 und grün: Strecke 2.

[AH00-1] im Nahfeld der Antenne bewirken können. Es ist dann im Einzelfall zu entscheiden, ob diese Details auch bei der Berechnung von Feldern in großen Gebieten noch miteinbezogen müssen.

In diesem Abschnitt wird ausschließlich der UTD–Teil des entwickelten Verfahrens zur Berechnung von Funkfeldern verwendet.

Es wird ein Benchmark–Test aus COST–231 herangezogen. Es handelt sich um die Berechnung der Übertragungsdämpfung in der Münchner Innenstadt (Abb. 7.15) [Manxx]. Angegeben sind die Gebäudedaten, die in Form von zweidimensionalen Polygonzügen der äußeren Wände mit zusätzlicher Höhenangabe dargestellt sind, und die Geländehöhe (Topographie).

Auf der Basis der Daten aus [Manxx] wird eine Eingabedatei für das in dieser Arbeit entwickelte Rechenprogramm erstellt. Die Anzahl der dabei entstandenen Ebenen (Wände) ist etwa 20 000 und die der Kanten über 50 000. Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren, werden bei der Simulation zunächst nur vertikale Kanten betrachtet. Dieser Entscheidung wurde mit der Begründung getroffen, dass sich die Wellen vor allem entlang der Straßenschluchten ausbreiten, weil die Antennenhöhen sowohl der Basisstation ($h_b = 13$ m) als auch der Mobilstation ($h_m = 1.5$ m) unterhalb der meisten in Betracht kommenden Häuser liegen. Der Beitrag von an horizontalen Kanten gebeugten Feldern sollte deshalb klein sein. Damit ist in den Beobachtungspunkten, in denen reflektierte Felder dominant sind, der Verzicht auf die horizontalen Kanten gerechtfertigt [Wu00]. Die Beobachtungspunkte, die weit von der Basisstation entfernt liegen, werden von den reflektierten Feldern erst nach vielen Streuungen oder gar nicht erreicht. Der Beitrag von an den vertikalen Kanten gebeugten Feldern in solchen Punkten ist auch sehr klein, da die dominante Komponente der elektrischen Felder wegen der vertikalen Polarisierung des gesendeten Feldes etwa parallel zu den Kanten verlaufen, d. h. es handelt sich um die sogenannte 'soft' Polarisierung. Da bei kleinen azimuthalen Winkeln φ der Beugungsfaktor für die 'soft' Polarisierung ebenfalls sehr klein ist, ist der Beitrag von Beugungsfeldern an vertikalen Kanten nach einigen Beugungen vernachlässigbar klein. Aufgrund dieser Überlegung sind in ausgeprägten Schattenbereichen sehr kleine Feldstärken zu erwarten.

Die Messergebnisse jedoch zeigen deutlich höhere Werte als theoretisch erwartet, die vermuteten Effekte sind also anzuzweifeln.

Es werden deshalb in einem weiteren Schritt zusätzlich die horizontalen Kanten berücksichtigt. Besonders beachtet wird die Wellenausbreitung über den Häusern (die sogenannte 'over-rooftop propagation'). Dabei werden die Wellen an den Hausdächern in Richtung der Beobachtungspunkte gebeugt. Um den Berechnungsaufwand klein zu halten, werden dabei nur in 'vertikalen Ebenen' liegende Mechanismen berücksichtigt, wie in Abb. 7.16 veranschaulicht wird: Dabei wird in jedem Beobachtungspunkt eine vertikale Ebene, in der sich der Quellpunkt (Tx) befindet, definiert. Es werden dann Schnittpunkte zwischen der vertikalen Ebene und den horizontalen Kanten als Kandidaten für Beugungspunkte bestimmt. Je nach den relativen Höhen zwischen den Kanten sind dann die Schnittpunkte Beugungspunkte oder nicht.

Die in Abb. 7.16 eingezeichneten Beobachtungspunkte MS 1 und MS 2 sind zwei Punkte aus der



Abb. 7.16: Berechnung der Feldbeiträge von über die Hausdächer sich ausbreitenden Teilwellen. Die Punkte deuten Beugungen an den Dächern.

Strecke 0 in Abb. 7.15. Die Welle zwischen Tx und MS 1 (Pfad 1) erfährt sechs und die Welle zwischen Tx und MS 2 (Pfad 2) vier Beugungen. Die Punkte zeigen die Position der Beugungspunkte.

Die Streuung an den Gebäudeteilen zwischen den Beugungspunkten 4 und 5 (Pfad 1) soll vernachlässigt werden, da die Kanten, auf denen sich die Beugungspunkte 4 und 5 befinden, höher als die der Zwischengebäude liegen.

Ähnliches gilt bei Pfad 2.

Die Berechnung der Felder erfolgt, wie in Kapitel 4 erläutert wurde, sukzessiv bis zur letzten Beugung (Punkt 6 in Pfad 1 und Punkt 4 in Pfad 2). Zur Bestimmung der Felder in den Beobachtungspunkten wird der letzte Mechanismus noch genauer betrachtet (Abb. 7.17):

Die Lage der letzten Beugungspunkte ist \vec{r}_{D1} und die schraffierten Bereiche in Abb. 7.17 sollen

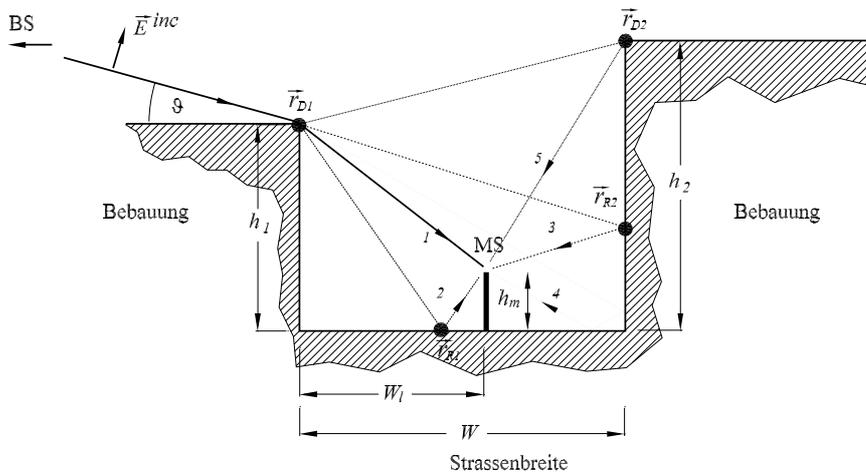


Abb. 7.17: Wellenausbreitung über Gebäuden ('over-rooftop-propagation').

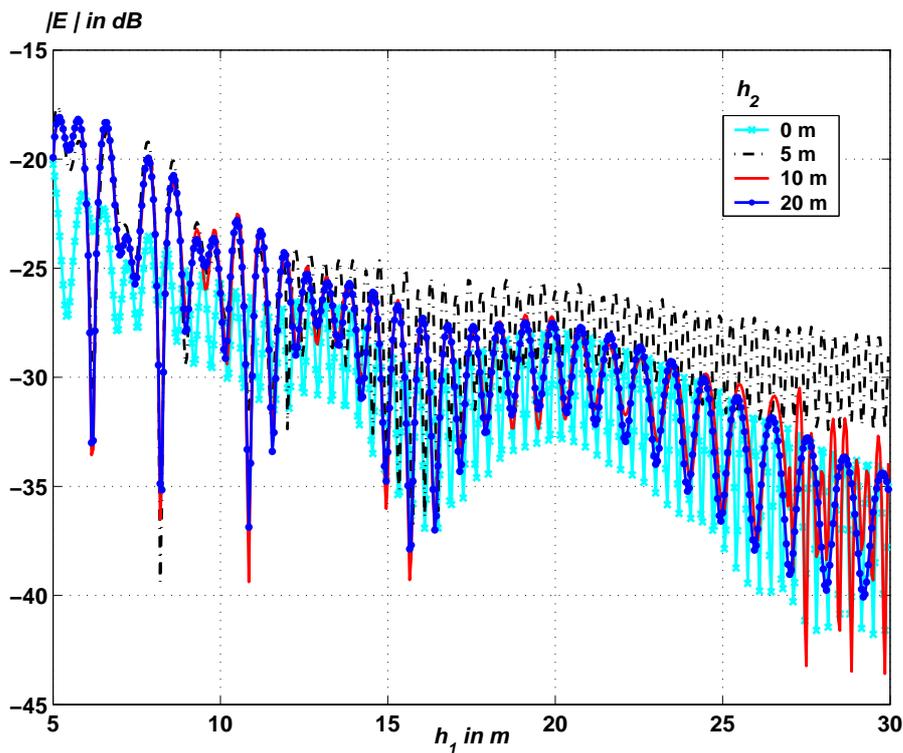


Abb. 7.18: Betrag der Empfangsfeldstärke als Funktion der Höhe der linken Bebauung h_1 , als Parameter die Höhe der rechten Bebauung h_2 , mit Strassenbreite $W = 20$ m, $W_l = 10$ m, $h_m = 1.5$ m und $\vartheta = 0^\circ$.

die in Abb. 7.16 ebenfalls schraffierten Häuser darstellen. Die Welle fällt unter dem Winkel ϑ in dem Beugungspunkt ein. Vom Beugungspunkt \vec{r}_{D1} zum Beobachtungspunkt MS sind mehrere Pfade zu berücksichtigen, die Feldbeiträge im Beobachtungspunkt liefern können. Hier werden der Übersichtlichkeit halber nur fünf Pfade dargestellt. Das Gesamtfeld in MS ist die vektorielle Überlagerung dieser Teilwellen. Untersuchungen zeigten, dass Mechanismen ab der zweiten Ordnung nach der Beugung an \vec{r}_{D1} (z. B. Teilwelle 4) und auch Teilwelle 5 (mit anschließender Beugung an \vec{r}_{D2}) nur geringfügige Beiträge liefern und sie deshalb zu vernachlässigen sind. Für die weiteren Untersuchungen werden nur die Teilwellen 1, 2 und 3 betrachtet.

Abb. 7.18 zeigt den Betrag der relativen elektrischen Feldstärke (bezogen auf das einfallende Feld in \vec{r}_{D1}) in Abhängigkeit von der Gebäudenhöhe h_1 . Dabei ist die Strassenbreite $W = 20$ m, der Beobachtungspunkt (Höhe $h_m = 1.5$ m) befindet sich in der Mitte der Strasse ($W_l = 10$ m) und die Welle fällt unter dem Winkel $\vartheta = 0^\circ$ ein. Der Abbildung zu entnehmen ist die Tatsache, dass sich das Ergebnis nicht ändert, wenn die Höhe des linken Hauses h_1 kleiner als die des rechten h_2 ist. Das liegt daran, dass das am rechten Haus reflektierte Feld neben dem vom Beugungspunkt \vec{r}_{D1} in MS direkt einfallende Feld den wesentlichen Beitrag liefert. Insgesamt erhält man, dass bei diesen Parametern eine zusätzliche Dämpfung von etwa 35 dB zwischen \vec{r}_{D1} und MS entsteht. Abb. 7.19 zeigt den Betrag der elektrischen Feldstärke in Abhängigkeit von der Stras-

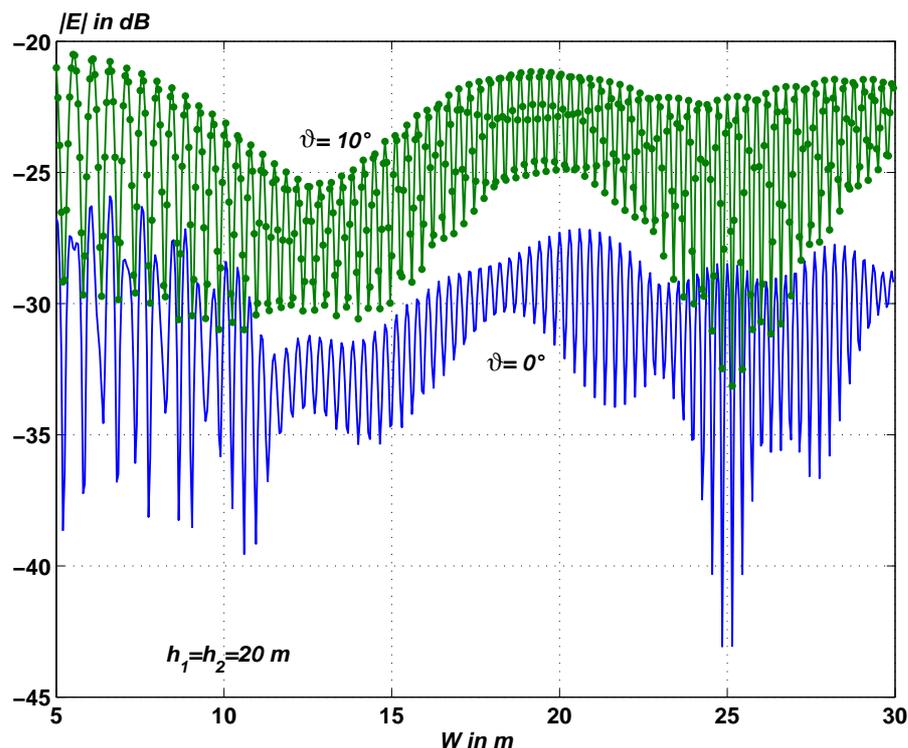


Abb. 7.19: Betrag der Empfangsfeldstärke als Funktion der Strassenbreite W , als Parameter der Winkel ϑ . h_1 und h_2 sind 20 m, sowie $h_m = 1.5$ m und $W_l = \frac{1}{2}W$.

senbreite W für zwei Einfallswinkel ϑ . Wie zu erwarten, liefert die Anhebung des Winkels ϑ eine

kleinere Dämpfung. Auch auf der Basis dieser Ergebnisse bleibt also die Aussage gültig, dass die Zusatzdämpfung der Welle in der vertikalen Ebene etwa bei 35 dB liegt.

Insgesamt zeigen die Berechnungen, dass neben den reflektierten Anteilen die wesentlichen Beiträge von den vertikalen Kanten und von den horizontal verlaufenden Dachfirsten herrühren.

Zusammen mit den Gebäudendaten aus [Manxx] stehen auch Messdaten zur Verfügung, die einen Vergleich mit den in dieser Arbeit gefundenen Ergebnissen erlauben. Die Messungen wurden mit einem fahrenden Messauto entlang dreier Strecken in der Münchner Innenstadt durchgeführt. Die Strecken sind in Abb. 7.15 in unterschiedlichen Farben ein gezeichnet. Die einzelnen Messpunkte wurden mit 1 beginnend aufsteigend nummeriert.

Die folgenden Abbildungen zeigen Vergleiche zwischen Messungen und Berechnungen entlang der einzelnen Strecken.

Abb. 7.20 zeigt den Vergleich zwischen Messung und Berechnung entlang der Strecke 0. Man

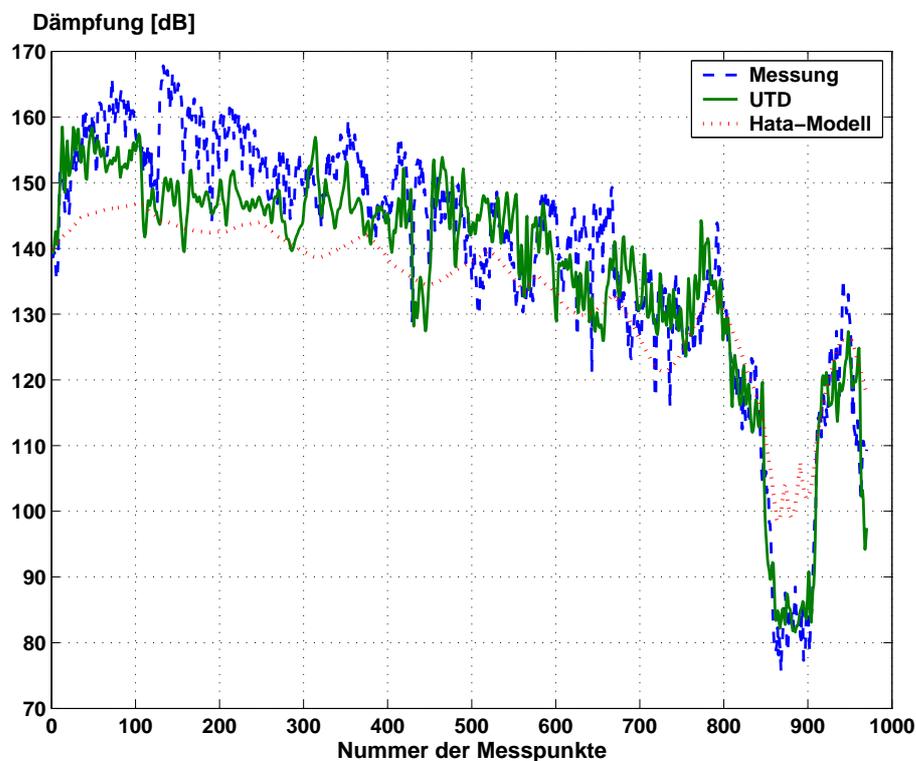


Abb. 7.20: Dämpfungsverlauf entlang der Strecke 0. Vergleich: Messung, UTD-Berechnung und das Hata-Modell.

sieht, dass die Dämpfung fast auf der gesamten Strecke sehr groß ist. Bei den Beobachtungspunkten 850 .. 910 ist die Dämpfung minimal, d. h. die Empfangsfeldstärke ist groß. Ein Vergleich mit Abb. 7.15 (rote durchgezogene Linie) zeigt, dass die Messpunkte 850 .. 910 in etwa gleichem Abstand um die Sendeantenne herum liegen und dass Sichtverbindung (LOS) zwischen der Sendeantenne und der Empfangsantenne besteht. Ein Vergleich zwischen den Dämpfungswerten in den Beobachtungspunkten 106 (Schattenbereich, verdeckt von sehr vielen Häusern) und 680

(Schattenbereich, verdeckt von einigen Häusern) zeigt, dass nur ein Unterschied von etwa 20 dB zwischen den Dämpfungswerten liegt, die sich als Zusatzdämpfungen wegen einigen zusätzlichen Beugungen ergeben. Die unterschiedlichen Entfernungen zwischen der Sendeantenne und diesen beiden Messpunkten (1920 m und 680 m) begründen nur eine Differenz von ca 10 dB. In Abb. 7.20 ist auch die Funkdämpfung aus dem Hata-Modell eingezeichnet. Dieses Modell liefert offensichtlich meist recht gute Ergebnisse, es versagt nur im LOS-Bereich (Messpunkte 850..910).

Abb. 7.21 zeigt die entsprechenden Ergebnisse entlang der Strecke 1. Hier liegt ein Dämpfungsmi-

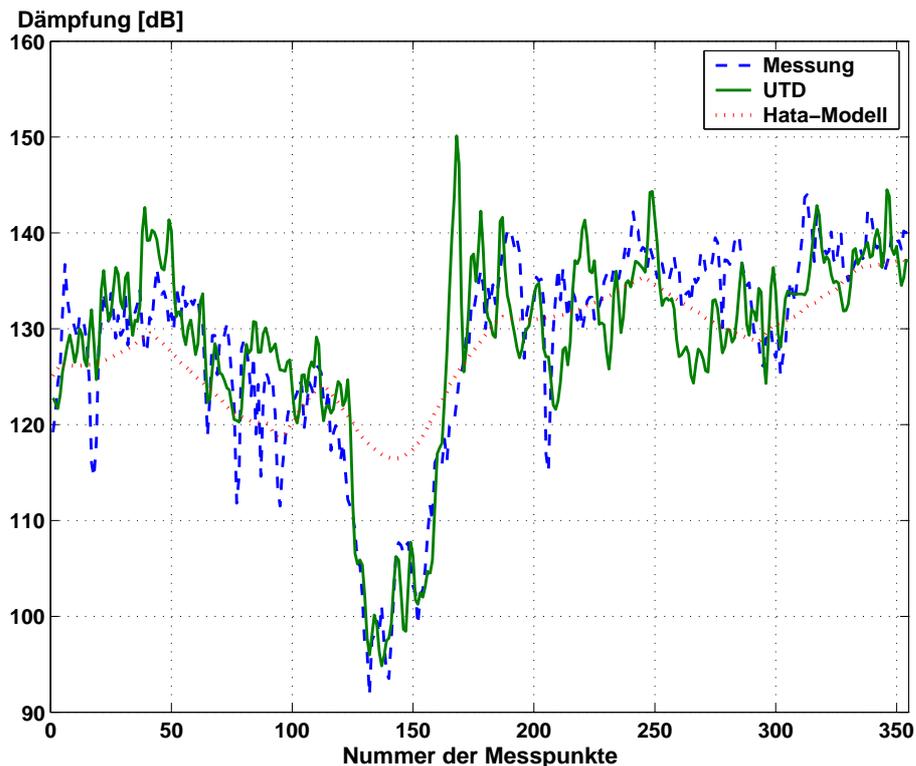


Abb. 7.21: Dämpfungsverlauf entlang der Strecke 1. Vergleich: Messung, UTD-Berechnung und das Hata-Modell.

nimum zwischen den Punkte 130 .. 150. Das Dämpfungsmaximum bei etwa 165 im berechneten Dämpfungsverlauf kommt zustande, weil sich der Beobachtungspunkt in fast geschlossener Umgebung befindet. Die Dämpfung in dieser Strecke ist insgesamt kleiner (etwa um 15 dB) verglichen mit der auf der Strecke 0. Das liegt daran, dass die Entfernungen der Beobachtungspunkte entlang der Strecke 1 kürzer als entlang der Strecke 0 sind. Hier zeigt das Hata-Modell, wieder abgesehen vom LOS-Bereich, ein sehr gutes Ergebnis.

In Abb. 7.22 sind die Ergebnisse für die Strecke 2 dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, dass, sobald sich der Empfänger der Sendeantenne nähert (Punkte 420, 610, 750 und 1030), Dämpfungsminima auftreten.

In Tabelle 7.3 werden der Fehler-Mittelwert und die Fehler-Standardabweichung der UTD-Ergebnissen und des Hata-Modells bzgl. auf die Messdaten dargestellt. Im Durchschnitt beträgt die

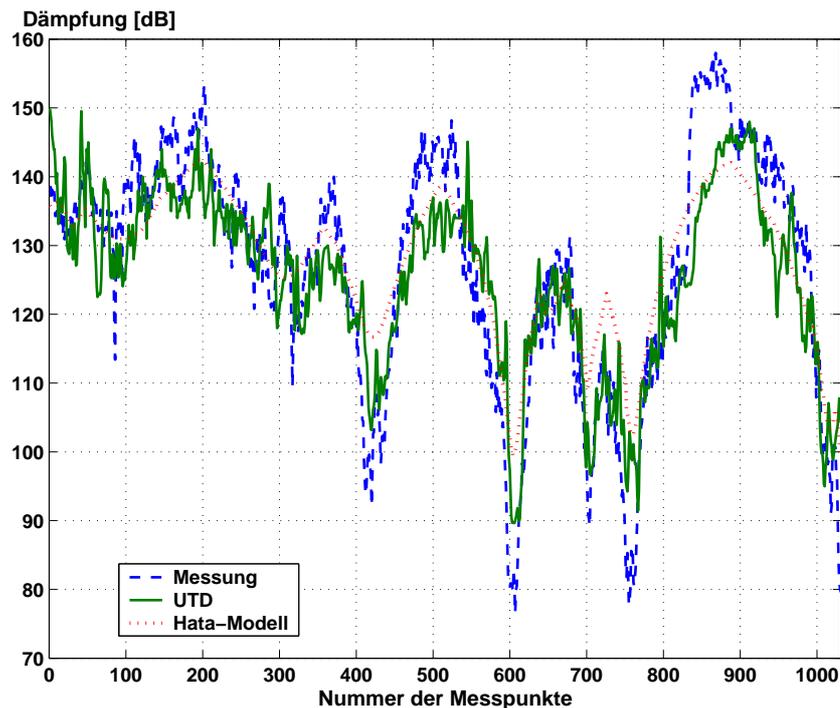


Abb. 7.22: Dämpfungsverlauf entlang der Strecke 2. Vergleich: Messung, UTD-Berechnung und das Hata-Modell.

Standardabweichung bei den UTD-Ergebnissen etwa 7.3 dB und beim Hata-Modell etwa 8.4 dB. Zusammenfassend kann festgestellt werden:

Da der UTD die Zerlegung der Felder in einem Beobachtungspunkt in einzelne reflektierte und gebeugte Teile zugrunde liegt, unterstützt sie eine fundierte physikalische Interpretation der Ergebnisse. Das Hata-Modell liefert trotz des einfachen mathematischen Ausdrucks ein zumindest für die erste Abschätzung der Funkdämpfung brauchbares Ergebnis. Es muss an dieser Stelle erwähnt werden, dass das Hata-Modell jedoch nicht in der Lage ist, die Mehrwegeausbreitung, und damit anderen wichtigen Größen wie 'Delay Spread', 'Angle Spread', zu beschreiben.

Methode	Strecke 0		Strecke 1		Strecke 2	
	Mittelwert [dB]	STD [dB]	Mittelwert [dB]	STD [dB]	Mittelwert [dB]	STD [dB]
UTD	2.7916	7.4679	-0.0192	5.9331	1.4878	8.5883
Hata-Modell	5.9602	9.5310	0.5841	6.7452	-0.7437	8.8691

Tabelle 7.3: Der Mittelwert und die Standardabweichung der Fehler bzgl. Messdaten.

7.6 Bestimmung von Sicherheitsabständen vor Basisstationsantennen in komplexer Umgebung

Parallel mit der fortschreitender Entwicklung der mobilen Kommunikationstechnik wächst die Sorge um möglicherweise gesundheitsschädliche Einwirkungen der von den mobilen Funksystemen erzeugten elektromagnetischen Felder auf den menschlichen Körper. Die in den menschlichen Körper eindringenden elektromagnetischen Felder können wegen der Verluste im menschlichen Gewebe Erwärmung verursachen und -möglicherweise- auch bei Intensitäten deutlich unterhalb der thermischen Grenze biologische Prozesse im Körper stören. Es werden deshalb Grenzwerte für Feldstärken, Leistungsdichten und Absorptionsraten (SAR, Spezifische Absorptionsraten) für die Frequenzen bis 300 GHz festgesetzt [Icn98].

In dieser Arbeit werden die Grenzwerte für die Feldstärken der Festlegung von Sicherheitsabständen zugrunde gelegt. Durch die Sicherheitsabstände werden dann Bereiche festgelegt, die für Arbeiter, die für die Funksysteme zuständig sind, oder für die allgemeine Bevölkerung zugänglich sind.

Die Grenzwerte für die Feldstärken sind sogenannte abgeleitete Grenzwerte, d. h. sie werden aus den sogenannten Basisgrößen für 'worst case'-Situation berechnet. Der wesentliche Vorteil der Verwendung der abgeleiteten Größen in der Praxis ist die deutliche einfachere Berechnung von Sicherheitsabständen, da nur die Feldstärken der jeweiligen Quellen bei Abwesenheit des Körpers berechnet werden müssen. Tabelle 7.4 zeigt die Grenzwerte für die elektrischen und magneti-

	E_{eff} (V/m)	H_{eff} (A/m)
Expositionsbereich 1	95	0,25
Expositionsbereich 2	42	0,11

Tabelle 7.4: Grenzwerte der abgeleiteten Größen bei der Frequenz 950 MHz [Icn98]. E_{eff} und H_{eff} sind jeweils der Effektivwert der elektrischen und magnetischen Feldstärke.

schen Feldstärken bei der Frequenz 950 MHz jeweils für den Expositionsbereich 1, in dem sich die Arbeiter maximal 6 Stunden am Tag aufhalten dürfen, und für den Expositionsbereich 2, der für die allgemeine Bevölkerung zugänglich ist.

In dieser Arbeit wird nur die Exposition im Feld von Basisstationsantennen ('Downlink') behandelt. Diese Antennen werden, wie bereits dargestellt wurde, häufig in komplexer Umgebung, z. B. an Hauswänden, neben einem Fenster, in der Nähe einer Hausecke, montiert [AH99-4, AHS00-2, AHS00-3, AHS01-1]. Ein wesentlicher Grund für die Notwendigkeit Basisstationsantennen auch an Orten, die sehr nahe zu bewohnten oder sonst allgemein zugänglichen Bereichen liegen, zu montieren, ist die Nutzung immer kleinerer Zellen zur Abdeckung des immer steigenden Kommunikationsbedarfs. Diese kleineren Zellen lassen sich nicht mehr durch Antennen auf Hausdächern versorgen.

Zur Untersuchung der Einflüsse von komplexen Umgebungen auf die Sicherheitsabstände von Basisstationsantennen werden zwei kommerziell verfügbare Antennen analysiert. Tabelle 7.5 zeigt die Daten der Antennen aus dem Herstellerkatalog. Bei beiden Antennen handelt sich um solche für das GSM-System (Frequenzbereich 870–960 MHz) der Firma Kathrein [Kat01]. In der vertikalen Ebene haben die Antennen etwa die gleiche Halbwertsbreite (jeweils 13° und 14°). Sie unterscheiden sich jedoch in der horizontalen Halbwertsbreite. Der Antennentyp 730368 besitzt eine horizontale Halbwertsbreite von 65° und der Antennentyp 736078 eine von 105° . In der folgenden Untersuchung werden deshalb die eine als stark und die andere als schwach bündelnde Antenne bezeichnet.

Antennentyp	730 368	736 078
Frequenzbereich [MHz]	870–960	870–960
Polarization	vertikal	vertikal
Gewinn [dBi]	15,5	13,0
Halbwertsbreiten	H-Ebene: 65° E-Ebene: 13°	H-Ebene: 105° E-Ebene: 14°
Abmessungen Länge/Breite/Tiefe [cm]	129/25.5/103	1294/25.5/103
Anmerkung	–	elektronisch schwenkbar

Tabelle 7.5: Daten der untersuchten Basisstationsantennen aus dem Antennenkatalog [Kat01].

Abb. 7.23 zeigt die Vorderansicht und die seitliche Ansicht der Antennen mit ihren geometrischen Daten, die Anzahl der Dipole, die Abstände zwischen den übereinander und nebeneinander liegenden Dipolen und der Abstand der Dipole zum Reflektor. Diese Daten wurden den folgenden beschriebenen Berechnungen zugrunde gelegt.

Abb. 7.24 zeigt die Strahlungsdiagramme des Antennentyps 730368. Die durchgezogene Kurve mit den o-Symbolen ist das Ergebnis aus der Berechnung mit der Momentenmethode, wobei die Dipole und der Reflektor mit Hilfe dreieckförmiger Flächenelemente modelliert werden. Die durchgezogene Kurve ist das Ergebnis aus der Berechnung mit Hilfe der OIG/UTD-Hybridmethode. Dabei werden die Dipole wieder mit Hilfe dreieckförmiger Flächenelemente (OIG-Körper) und der Reflektor als UTD-Körper bestehend aus Vorder- und Rückseite und vier Kanten modelliert. Der Einfluss der Ecken des UTD-Körpers wird vernachlässigt. Die gestrichelte Kurve gibt die Messergebnisse [Kat01] wieder. Die Ergebnisse stimmen in der horizontalen Ebene sehr gut überein. Das gleiche gilt auch für die vertikale Ebene bis zu Winkeln $\pm 60^\circ$ außerhalb der Hauptstrahlrichtung.

Abb. 7.25 zeigt die Strahlungsdiagramme des Antennentyps 736078. Qualitativ zeigen die Ergebnisse wieder recht gute Übereinstimmung. Die Schwenkung der Hauptkeule um 6° wird durch

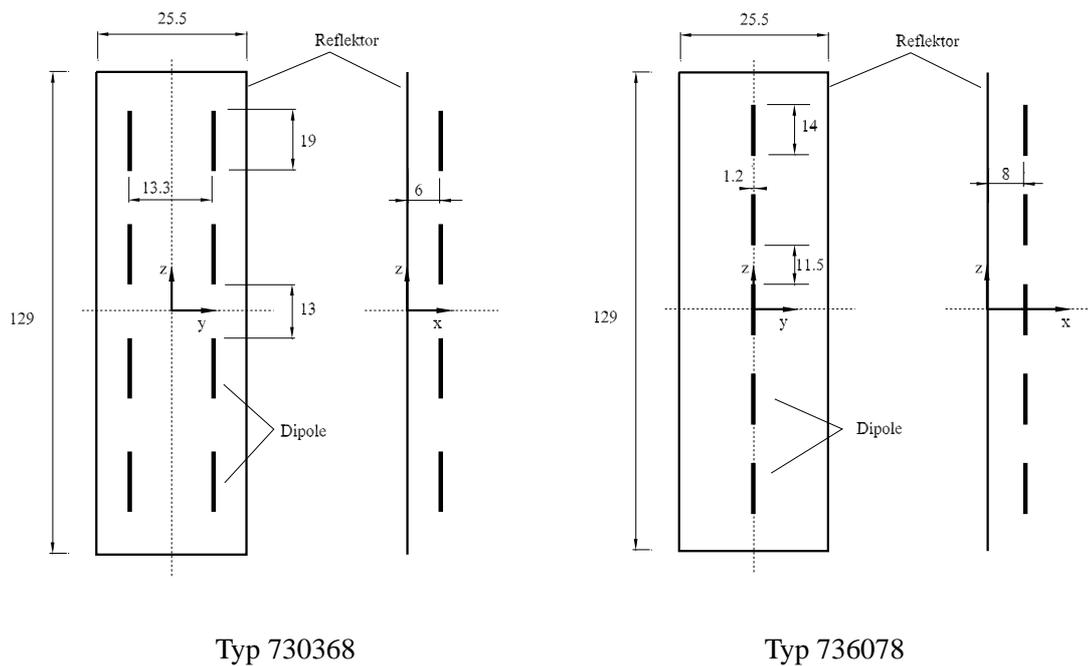


Abb. 7.23: Basisstationsantenne des GSM-Systems (der Radom ist entfernt), alle Längenangaben in cm.

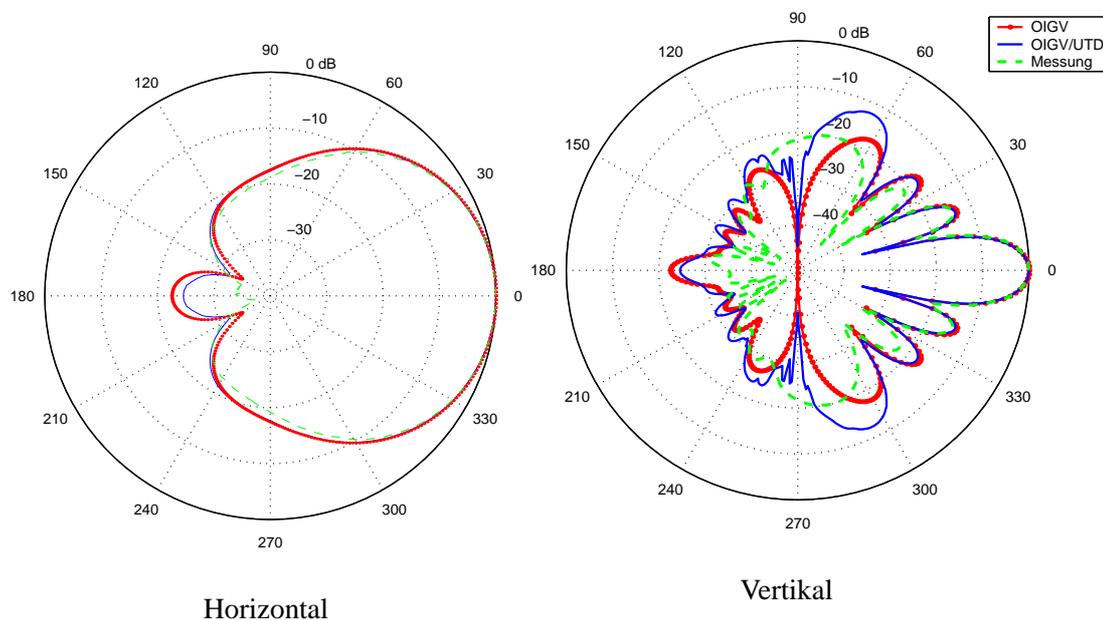


Abb. 7.24: Strahlungsdiagramm des Antennentyps 730368 (stark bündelnde Antenne) aus der Firma Kathrein.

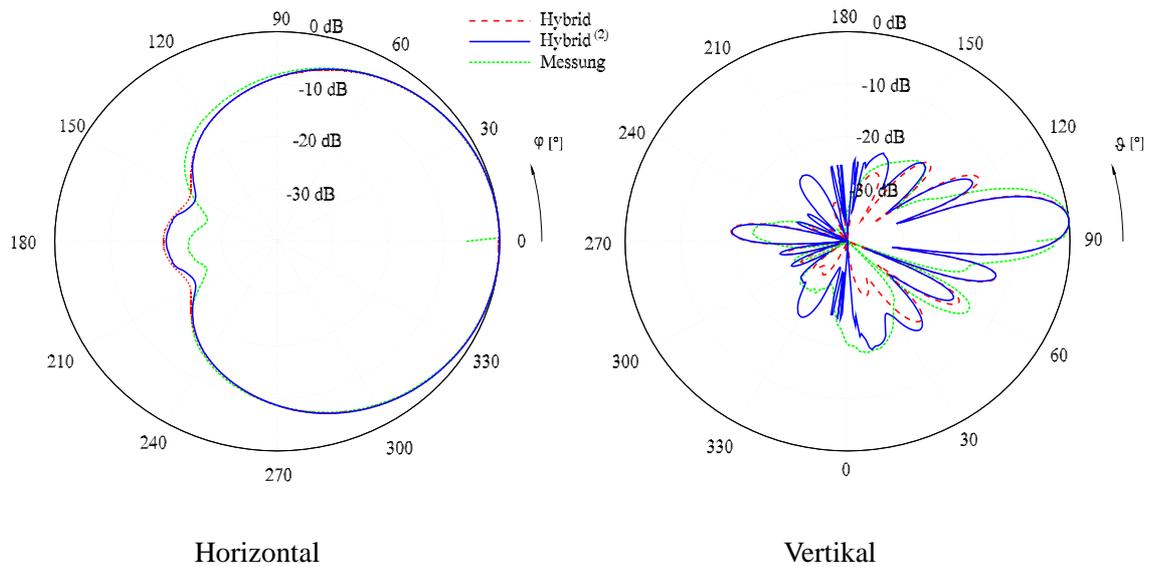


Abb. 7.25: Strahlungsdiagramm des Antennentyps 736078 (schwach bündelnde Antenne) aus der Firma Kathrein, Schwenkung 6° .

entsprechend eingestellte Phasenschieber erfolgt.

Die beiden folgenden Abbildungen 7.26 und 7.27 zeigen den Vergleich der berechneten Nahfelder des Antennentyps 736078 mit Messergebnissen. Für diese Messung wird die Hauptstrahlrichtung um 7° nach unten (in $-z$ -Richtung) geschwenkt. Um den Messaufwand gering zu halten, wird, wie dargestellt, nur in der einen Hälfte des abgebildeten Bereiches ausgemessen. Die Rechnung wird dagegen für der gesamten dargestellten Bereich durchgeführt. Mess- und Rechenwerte werden mit Hilfe linienkonstanter Feldstärke abgebildet. Für die elektrische Feldstärke werden die Werte 60 V/m, 67 V/m, 78 V/m, 95 V/m und 135 V/m, für die magnetische Feldstärke und 0.16 A/m, 0.18 A/m, 0.20 A/m, 0.25 A/m und 0.35 A/m ausgewählt. Simulation und Messung liefern recht gut übereinstimmende Ergebnisse. Insbesondere ist die Schwenkung der Hauptkeule um 7° nach unten bereits in der Nahfelddarstellung deutlich zu erkennen.

Im Folgenden wird das Strahlungsverhalten der Antennen für den Fall untersucht, dass sich sie nicht mehr im Freiraum befinden, sondern dass sie an Hauswänden montiert sind (Abb. 7.28). In einer ersten Untersuchung werden sie an unendlich ausgedehnten geschichtet aufgebauten Hauswänden so befestigt, dass die Hauptstrahlrichtung der Antennen senkrecht zu den Wänden (parallel zu dem Normalenvektor der Wände) orientiert ist. Da die horizontalen Halbwertsbreiten beider Antennen deutlich kleiner als 180° sind, wirken sich die Wände im Bereich der Hauptkeule (s. Abb. 7.26 und 7.27) kaum aus. Die Linien konstanter Feldstärke ändern sich nicht oder nur geringfügig. Ein wesentlicher Grund ist, dass der Antennenreflektor den Bereich hinter ihm ausreichend gut abschirmt. Numerische Untersuchungen bestätigten, dass z. B. ein Fenster in der Wand oder eine nahe Position zu einer Hausecke das Strahlungsverhalten nahezu nicht beeinflusst. Diese Feststellung ist nicht mehr uneingeschränkt gültig, wenn die Antennen so an Hauswänden

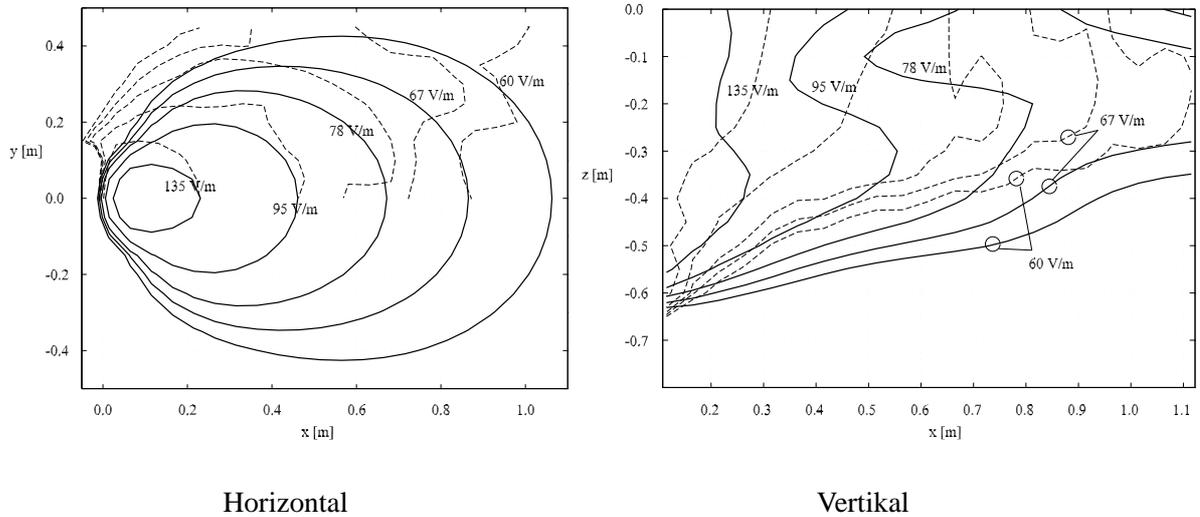


Abb. 7.26: Elektrische Nahfelder des Antennentyps 736078 (schwach bündelnde Antenne mit vertikaler Schwenkung von 7°), durchgezogen: Simulation, gestrichelt: Messung, jeweils in horizontaler Ebene (links) und vertikaler Ebene (rechts), Eingangsleistung 20 W, Frequenz 947 MHz.

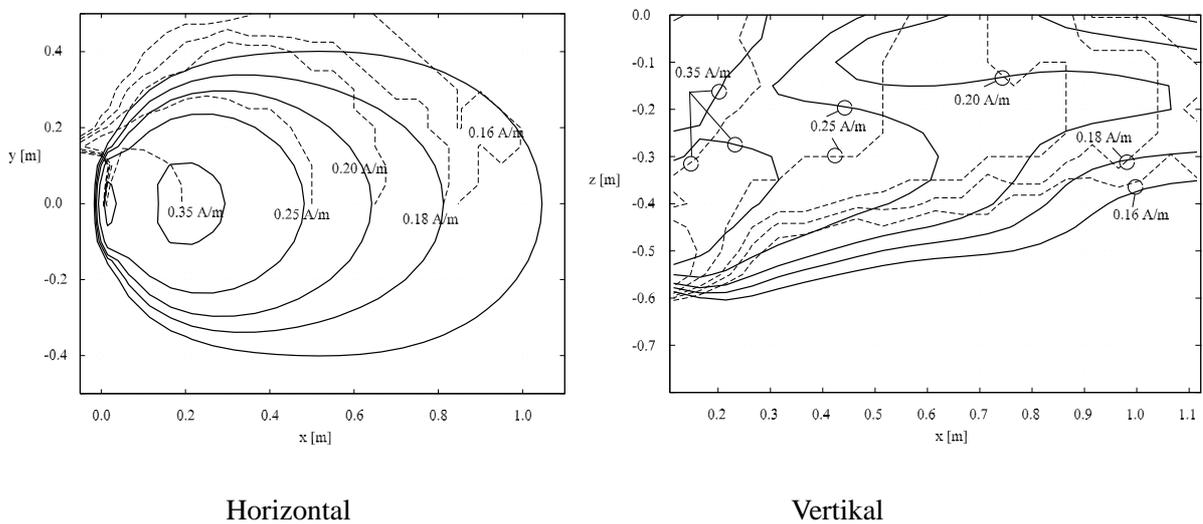


Abb. 7.27: Magnetische Nahfelder des Antennentyps 736078 (schwach bündelnde Antenne mit vertikaler Schwenkung von 7°), durchgezogen: Simulation, gestrichelt: Messung, jeweils in horizontaler Ebene (links) und vertikaler Ebene (rechts), Eingangsleistung 20 W, Frequenz 947 MHz.

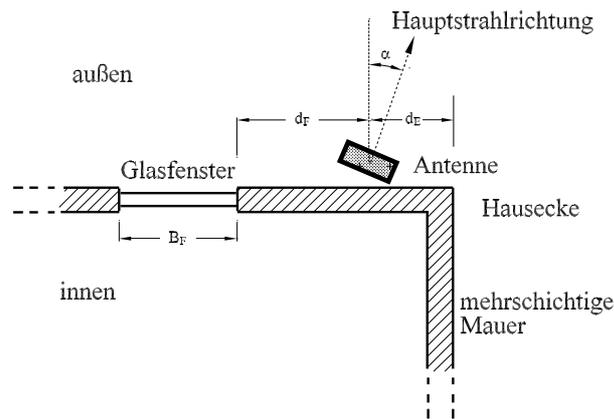


Abb. 7.28: Montage einer Basisstationsantenne von zellularen Systemen an einer geschichteten Hausmauer neben einem Fenster und einer Hausecke.

montiert sind, dass die Abstrahlung unter einem Winkel $\alpha < 90^\circ$ zur Hauswand erfolgt. Besonders deutlich wird dieses, wenn $\alpha = 90^\circ$ gewählt wird, also die Antenne parallel zur Wand strahlt, um z. B. eine Strassenschlucht zu versorgen.

Abb. 7.29 zeigt die elektrischen Nahfelder für den Antennentyp 730368 jeweils bei der Montage

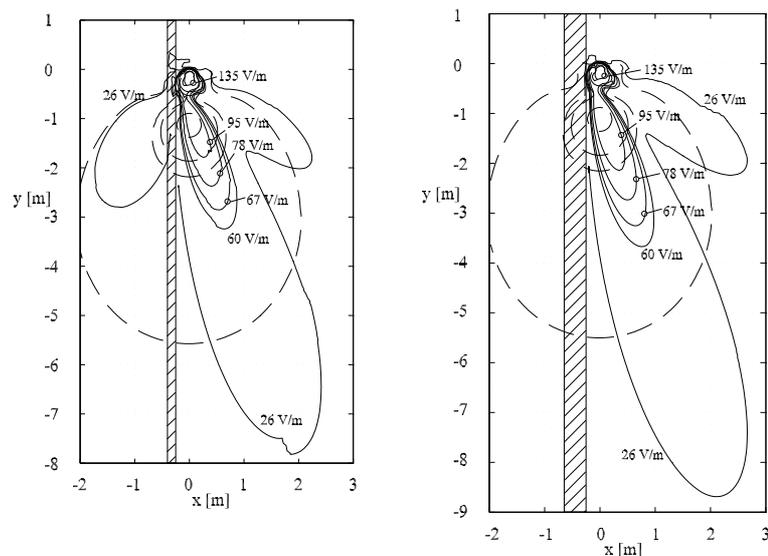


Abb. 7.29: Elektrische Feldstärke des Antennentyps 730368 an der Wand 1 (links) und Wand 2 (rechts), horizontale Drehung 90° , Eingangsleistung 20 W, Frequenz 950 MHz. Gestrichelt: Feldverteilung ohne die Wand.

an einer Wand 1 (links) und an einer Wand 2 (rechts). Der Aufbau der Wände und die Materialdaten der verwendeten Materialien wurde bereits in Abschnitt 4.4.4 angegeben. Wand 1 ist relativ dünn und aus verlustarmen Materialien, Wand 2 ist deutlich dicker und aus stark verlustbehaf-

teten Materialien. Zum Vergleich wird in Abbildung 7.29 die Feldverteilung der Antennen bei Abstrahlung im Freiraum gestrichelt gezeichnet. Offensichtlich wirken die Wände wie zusätzliche Reflektoren, dadurch wird die Hauptstrahlrichtung der Antennen um etwa 14° gegenüber der bei Abstrahlung im Freiraum verdreht. Die Feldstärken außerhalb der Hauswand werden deutlich größer und es entstehen zwei Nebenmaxima für die Linie $|E| = 26 \text{ V/m}$. Bei der Montage der Antenne an der dünnen verlustarmen Wand 1 durchdringt das Feld diese Wand, was am Verlauf der Linie 26 V/m zu sehen ist. Es ist offensichtlich, dass bei dieser Montage und höheren Sendeleistungen die Grenzwerte für die allgemeine Bevölkerung überschritten werden können. Die dickere verlustbehaftetere Wand 2 schirmt das Innere des Hauses sehr gut ab, dafür sind aber die Felder außerhalb des Hauses größer als im Fall der Wand 1.

Ähnliche Ergebnisse ergeben sich für den Antennentyp 736078 (Abb. 7.30). Allerdings steigt die

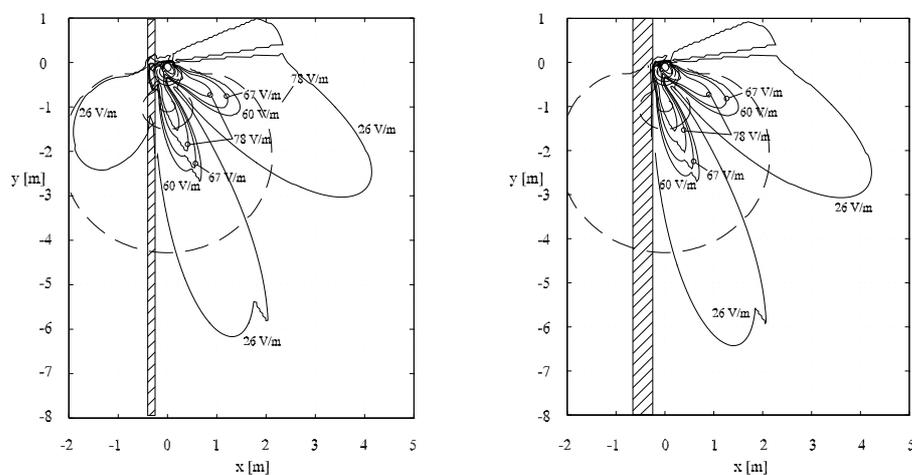


Abb. 7.30: Elektrische Feldstärke des Antennentyps 736078 (0° vertikale Schwenkung) an der Wand 1 (links) und Wand 2 (rechts), horizontale Drehung 90° , Eingangsleistung 20 W , Frequenz 950 MHz . Gestrichelt: Feldverteilung ohne die Wand.

Feldstärke im ersten Nebenmaximum außerhalb des Hauses noch deutlich an, so dass sie nur wenig unterhalb des Feldstärke-Wertes des Hauptmaximums ist.

Abb. 7.31 und 7.32 zeigen die Effekte von Fenstern und Gebäudeecken auf die Feldverteilungen der beiden Antennen montiert an der stark verlustbehafteten Wand 2. Man erkennt, dass sich die Feldverteilung außerhalb des Hauses nicht wesentlich von denen bei der Montage an unendlich ausgedehnten Wänden unterscheidet (Abb. 7.29 und 7.30).

Die Störungen verursacht durch die Fenster bzw. durch die Ecken bewirken jedoch ein stärkeres Eindringen der Felder in das Innere des Hauses. Ursache dafür ist, dass die Antennen die Kanten der Fensteröffnung und der Hausecke beleuchtet und diese Kanten dann wie sekundäre Quellen wirken. Diese Quellen strahlen dann auch in das Hausinnere.

Die Ergebnisse der Untersuchungen an den beiden Antennen montiert an Hauswänden können folgendermaßen zusammengefasst werden:

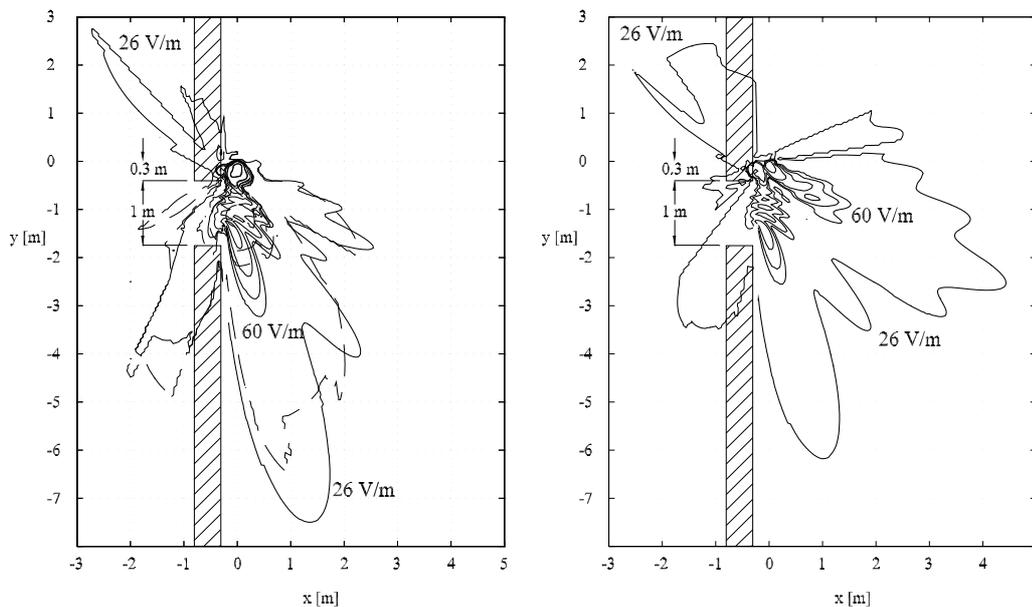


Abb. 7.31: Elektrische Feldstärke des Antennentyps 730368 (links) und 736078 (rechts, 0° vertikale Schwenkung) montiert auf der Wand 2 neben einem 1 m x 1 m großen Fenster (Abstand 0.3 m), horizontale Drehung 90°, Eingangsleistung 20 W, Frequenz 950 MHz.

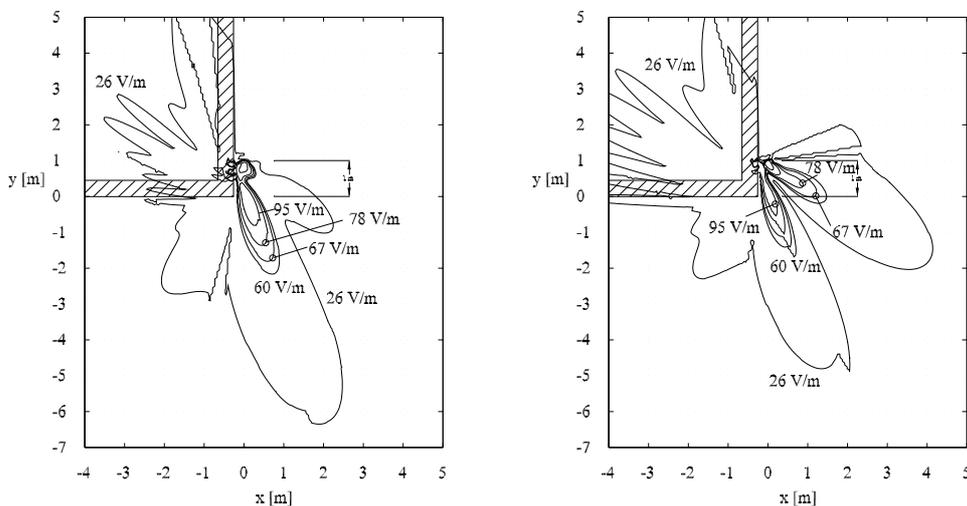


Abb. 7.32: Elektrische Feldstärke des Antennentyps 730368 (links) und 736078 (rechts, 0° vertikale Schwenkung) montiert auf der Wand 2 in der Nähe einer Hausecke (Abstand 1 m), horizontale Drehung 90°, Eingangsleistung 20 W, Frequenz 950 MHz.

- Die Montage der Antenne für Abstrahlung etwa senkrecht von der Wand weg bewirkt praktisch keine Änderung der Feldverteilung verglichen mit den Feldern der Antennen im Freiraum,
- werden die Antennen so montiert, dass die Hauptstrahlrichtung parallel oder in einem kleinen Winkel zur Wand verläuft, erhält man starke Feldverzerrungen,
- stark verlustbehaftete dicke Wände schützen das Innere des Hauses und
- Fenster und andere Wanddurchbrüche sowie Hausecken können bewirken, dass die Feldstärken innerhalb des Hauses steigen.

Bei einer Montage von Antennen relativ dicht zu solchen Wandinhomogenitäten (Abstände etwa kleiner als 5λ) sind deshalb detaillierte Untersuchungen notwendig, um ein Überschreiten von Grenzwerte ausschließen zu können.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, die feldtheoretischen Grundlagen für ein universell einsetzbares Lösungsverfahren zu erarbeiten, ein Konzept für die programmtechnische Umsetzung zu entwerfen, ein lauffähiges Programm zu erstellen und als Anwendung einige wichtige technische Beispiele zu analysieren.

Ausgangspunkt der Arbeit war die in [Eib97] entwickelte FE–OIG–Hybridmethode, die die Finite–Elemente–Methode (FEM) und ein Oberflächenintegralgleichungsverfahren (OIGV) miteinander kombiniert. Mit dieser Hybridmethode konnten bereits Streu– und Antennenprobleme behandelt werden, bei denen sich beliebig inhomogene und geformte Körper im Freiraum oder einer ebenen geschichteten Struktur befinden.

Allerdings dürfen die Objekte, die einer Diskretisierung ihres Volumens oder ihrer Oberflächen unterworfen werden müssen, nicht sehr groß zur Wellenlänge sein, da dann die benötigten Rechenspeicher und –zeiten sehr schnell die verfügbaren Ressourcen übersteigen. Gerade feldtheoretische Fragestellungen aus dem Bereich der Mobilfunktechnik sind dadurch gekennzeichnet, dass relativ kleine Objekte, z. B. Strahlungselemente von Basisstationsantennen, aber auch relativ große Objekte, wie Hauswände, Gebäudeteile, Lastwagen, sich im Lösungsraum befinden und die Feldlösung stark beeinflussen.

Zur Beschreibung solcher elektrisch großen Objekte eignen sich besonders asymptotische Verfahren. In dieser Arbeit wurde als asymptotisches Verfahren die Vereinheitlichte Geometrische Beugungstheorie (engl. *Uniform Theory of Diffraction*, UTD) dem vorhandenen FE–OIG–Hybridverfahren hinzugefügt. Dabei erfolgt die Lösung des Problems so, dass alle drei Verfahren gleichzeitig berücksichtigt werden, d. h. die Lösung wird in einem Schritt und nicht durch sukzessive Anwendung der Verfahren nacheinander erzielt. Es handelt sich deshalb bei dieser Kombination von FEM, OIGV und UTD um eine 'doppelte Hybridisierung', deshalb wurde der Name Hybrid⁽²⁾–Methode gewählt.

Das in dieser Arbeit entwickelte Konzept erlaubt eine sehr flexible Anwendung des Verfahrens, wodurch jeweils ein Kompromiss zwischen der geforderten Genauigkeit der Ergebnisse und den

benötigten Rechenressourcen gefunden werden kann: Bei hohen Genauigkeitsanforderungen können weite Bereiche des Lösungsgebiets mit Hilfe der FEM oder des OIGV beschrieben werden, und die UTD als asymptotisches Verfahren wird nur für sehr große Abstände zwischen den Quell- und Beobachtungspunkten und für sehr große Objekte eingesetzt. Wenn jedoch die genaue Kenntnis der Stromdichteverteilung und der Feldverteilung in Streukörpern und Antennen nicht erforderlich ist, können entsprechend große Bereiche des Lösungsgebiets als UTD-Körper definiert werden.

Wesentliches Ziel der Darstellung des verwendeten asymptotischen Verfahrens, der UTD, ist zum einen, die einzelnen Streumechanismen (Reflexion, Beugung, Mehrfachreflexion, Kombinationen von Beugung und Reflexion) so aufzubereiten, dass die im konkreten Fall benötigten Streumechanismen weitgehend beliebiger Ordnung systematisch zusammengestellt werden können. Zum anderen wurde das Verhalten der UTD-Felder auch im Nahfeld untersucht, da Rechnungen zeigten, dass Ergebnisse unter Nutzung der UTD auch für relativ kleine Abstände zwischen den Quell- und Beobachtungspunkten überraschend genau sind.

Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens unter Einbindung der UTD hängt im Wesentlichen davon ab, ob effiziente Strahlsuchverfahren zur Verfügung stehen. Da solche aus der vorhandenen Literatur nicht beschafft werden konnten, wurde früh entschieden, eigene Strahlsuchalgorithmen zu entwickeln. Diese basieren zum einen auf Verfahren, die eine genaue Lokalisierung der Streupunkte ermöglichen, wobei der Aufwand für höhere Streumechanismen sehr hoch werden kann. Als Alternative wurde auch das Strahlabschussverfahren untersucht, mit dem auch in komplexen Umgebungen ein effizientes Vorgehen ermöglicht wird.

Die Anbindung der UTD an das vorhandene FE-OIG-Hybridverfahren erfolgt durch eine Modifikation der Greenschen Funktionen in der OIG-Formulierung. Die Veränderung des Lösungsraums durch das Hinzunehmen elektrisch großer Körper wird in Form von Reflexionen, Beugungen und Kombinationen von Reflexion und Beugung erfasst und durch Addition entsprechender Terme zu den ursprünglich vorhandenen Greenschen Funktionen berücksichtigt.

Die Anwendung des Hybrid⁽²⁾-Verfahrens auf einige Beispiele, insbesondere aus dem Bereich der Mobilfunktechnik, zeigt die Leistungsfähigkeit des entwickelten Rechenprogramms. Dabei wurden zunächst einfache Antennen- und Streuprobleme analysiert. Durch den Vergleich der mit dem Hybrid⁽²⁾-Verfahren berechneten Ergebnisse mit solchen, die mit dem FE-OIG-Hybridverfahren bestimmt wurden, konnten die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit belegt werden. Insbesondere zeigen weitere Beispiele, dass das vorgegebene Ziel, Antennen auch bei Anwesenheit sehr großer Körper sehr genau analysieren zu können, erreicht werden konnte.

Anhang A

Überprüfung der Stetigkeit

Ausgehend von Abb. 4.22 in Kapitel 4 werden die Gl. 4.44 und 4.45 sowie 4.47 und 4.48 hergeleitet.

Das Nahfeld eines Hertzischen Dipols mit dem Strommoment $\vec{IL} = IL\vec{e}_z$ in irgendeinem Beobachtungspunkt \vec{r} lautet

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{j IL Z_F k e^{-jkr}}{4\pi r} \left[2 \left(\frac{1}{jkr} + \frac{1}{(jkr)^2} \right) \cos \vartheta \vec{e}_r + \left(1 + \frac{1}{jkr} + \frac{1}{(jkr)^2} \right) \sin \vartheta \vec{e}_\vartheta \right]. \quad (\text{A.1})$$

Befindet sich der Beobachtungspunkt \vec{r} in der gleichen Ebene wie der Hertzische Dipol, ergibt sich

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{j IL Z_F k e^{-jkr}}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} + \frac{1}{(jkr)^2} \right) \vec{e}_z. \quad (\text{A.2})$$

Da das Feld in Gl. A.2 parallel zur Kante einfällt, ist dann nur der 'soft' Beugungsfaktor D_s für die weitere Rechnung interessant.

Außerdem gelten hier: $n = 2$ und $\beta = 90^\circ \Rightarrow \sin \beta = 1$.

A.1 Schattengrenze

Zunächst wird der Fall P_1^- untersucht, bei dem sich der Beobachtungspunkt „oberhalb“ der Schattengrenze (Abb. 4.23) befindet. Es gilt die folgende Beziehung:

$$\varphi = \pi + \varphi' - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0. \quad (\text{A.3})$$

Das Gesamtfeld am Beobachtungspunkt P_1^- ergibt sich aus der Summe des direkten Feld und des gebeugten Feldes, d.h.

$$\vec{E}(P_1^-) = \vec{E}_{dir}(P_1) + \vec{E}_D(P_1^-). \quad (\text{A.4})$$

Zur Berechnung des gebeugten Feldes $\vec{E}_D(P_1^-)$ wird nur der Beugungsfaktor D_s benötigt. Aus Gl. (A.3) und Gl. (4.41) folgt: $N^\pm = 0$. Mit $\varepsilon \rightarrow 0$ ergeben sich dann

$$a^+(\varphi - \varphi') \approx \frac{\varepsilon^2}{2}, \quad \text{und} \quad a^+(\varphi + \varphi') \approx 2 \sin^2 \varphi'. \quad (\text{A.5})$$

Die Argumente des Fresnel-Integrals $X = kLa^\pm(\varphi \pm \varphi')$ lauten:

$$X = kL \frac{\varepsilon^2}{2} \quad \text{für } D_1 \text{ und } D_2 \quad \text{und} \quad X = 2kL \sin^2 \varphi' \quad \text{für } D_3 \text{ und } D_4, \quad (\text{A.6})$$

wobei für sphärische Wellen $L = \frac{s's}{s'+s}$ gilt.

Im Folgenden werden die cot-Funktionen in D_1 bis D_4 ebenfalls mit der Winkelbeziehung $\varphi = \pi - \varphi' - \varepsilon$ und der Grenzwertbetrachtung $\varepsilon \rightarrow 0$ berechnet:

$$\begin{aligned} \cot\left(\frac{\pi+(\varphi-\varphi')}{2n}\right) &\approx \cot\left(\frac{\pi}{n}\right), & \cot\left(\frac{\pi-(\varphi-\varphi')}{2n}\right) &\approx \frac{2n}{\varepsilon}, \\ \cot\left(\frac{\pi+(\varphi+\varphi')}{2n}\right) &\approx \cot\left(\frac{\pi+\varphi'}{n}\right), & \cot\left(\frac{\pi-(\varphi+\varphi')}{2n}\right) &\approx -\cot\left(\frac{\varphi'}{n}\right). \end{aligned}$$

Damit wird:

$$\begin{aligned} D_s &= D_1 + D_2 - D_3 - D_4 \\ &= \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \left[\cot\left(\frac{\pi}{n}\right) F\left(kL \frac{\varepsilon^2}{2}\right) + \frac{2n}{\varepsilon} F\left(kL \frac{\varepsilon^2}{2}\right) \right] + \\ &\quad \underbrace{\frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \left[-\cot\left(\frac{\pi+\varphi'}{n}\right) F(2kL \sin^2 \varphi') + \cot\left(\frac{\varphi'}{n}\right) F(2kL \sin^2 \varphi') \right]}_{\widetilde{D}_{3,4}} \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

Die Koeffizienten D_3 und D_4 werden zu $\widetilde{D}_{3,4}$ zusammengefasst. Da das Argument des Fresnel-Integrals $F\left(kL \frac{\varepsilon^2}{2}\right)$ in den Koeffizienten D_1 und D_2 sehr klein ist, kann die Gl. (4.36) angewendet werden. Bei Berücksichtigung des 1. Terms der Reihendarstellung nach Gl. (4.36) ergibt sich insgesamt für D_s :

$$D_s = \frac{-1}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \left[\cot\left(\frac{\pi}{n}\right) \sqrt{\pi k L \frac{\varepsilon^2}{2}} + \frac{2n}{\varepsilon} \sqrt{\pi k L \frac{\varepsilon^2}{2}} \right] + \widetilde{D}_{3,4}. \quad (\text{A.8})$$

Also folgt für $\beta = 90^\circ$, $n = 2$ und $\varepsilon > 0$:

$$D_s = -\frac{1}{2}\sqrt{L} + \widetilde{D}_{3,4}. \quad (\text{A.9})$$

Nach der Bestimmung von D_s lässt sich das gebeugte Feld $\vec{E}_D(P_1^-)$ mit Hilfe der Gl. 4.30 für den Fall $\varepsilon \rightarrow 0$ ermitteln (hier gilt $\rho_c = s'$):

$$\vec{E}_D(P_1^-) = D_s \vec{E}^{inc}(\vec{r}_D) \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} e^{-jks}. \quad (\text{A.10})$$

Mit dem einfallenden Feld (Feld eines Hertzschens Dipols mit dem Dipolmoment $IL\vec{e}_z$) am Beugungspunkt \vec{r}_D :

$$\vec{E}^{inc}(\vec{r}_D) = \underbrace{\frac{ILZ_F}{j4\pi k}}_{A_0} e^{-jk s'} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \vec{e}_z . \quad (\text{A.11})$$

Das gebeugte Feld ergibt sich dann zu

$$\vec{E}_D(P_1^-) = -A_0 e^{-jk(s'+s)} \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \left(\frac{1}{2}\sqrt{L} - \widetilde{D}_{3,4} \right) \vec{e}_z . \quad (\text{A.12})$$

Das direkte Feld für den Fall $\varepsilon \rightarrow 0$ wird durch

$$\vec{E}_{dir}(P_1) = A_0 e^{-jk(s'+s)} \left(-\frac{k^2}{(s'+s)} + \frac{jk}{(s'+s)^2} + \frac{1}{(s'+s)^3} \right) \vec{e}_z \quad (\text{A.13})$$

angegeben.

Mit $L = \frac{s's}{s'+s}$ ergibt sich das Gesamtfeld zu

$$\vec{E}(P_1^-) = A_0 e^{-jk(s'+s)} \left[\frac{jk}{2s'(s'+s)} \frac{s'-s}{s'+s} + \frac{1}{2s'^2(s'+s)} \frac{s'^2-s^2-2s's}{(s'+s)^2} - \frac{k^2}{2(s'+s)} + \widetilde{D}_{3,4} \right] \vec{e}_z , \quad (\text{A.14})$$

wobei

$$\widetilde{D}_{3,4} = \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \widetilde{D}_{3,4} \quad (\text{A.15})$$

ist.

Für den Fall P_1^+ , der Beobachtungspunkt P_1 befindet sich „unterhalb“ der Schattengrenze, verschwindet das direkte Feld, d.h.

$$\vec{E}(P_1^+) = \vec{E}_D(P_1^+) . \quad (\text{A.16})$$

Analog zu Fall (1) ergibt sich

$$D_s = \frac{1}{2}\sqrt{L} + \widetilde{D}_{3,4} . \quad (\text{A.17})$$

Das gebeugte Feld am Beobachtungspunkt P_1^+ berechnet sich zu:

$$\vec{E}(\vec{r}_2)_{\varepsilon \rightarrow 0} = A_0 e^{-jk(s'+s)} \left[\frac{jk}{2s'(s'+s)} + \frac{1}{2s'^2(s'+s)} - \frac{k^2}{2(s'+s)} + \widetilde{D}_{3,4} \right] \vec{e}_z . \quad (\text{A.18})$$

Ein Vergleich der Gl. A.14 und A.18 zeigt, dass die Stetigkeitsbedingung

$$\vec{E}(\vec{r}_1)_{\varepsilon \rightarrow 0} \doteq \vec{E}(\vec{r}_2)_{\varepsilon \rightarrow 0} \quad (\text{A.19})$$

im Allgemeinen nicht erfüllt ist. Trotz der Kompensationen durch das gebeugte Feld weist das Gesamtfeld Diskontinuitäten an der Schattengrenze auf.

Nun werden die unterschiedlichen Terme in Gl. (A.14) und Gl. (A.18) etwas näher betrachtet. Für den Fall

$$s' \gg s \quad \text{folgt} \quad \frac{s' - s}{s' + s} \rightarrow 1 \quad \text{und} \quad \frac{s'^2 - s^2 - 2s's}{(s' + s)^2} \rightarrow 1 .$$

Damit wird

$$\vec{E}(\vec{r}_1)_{\varepsilon \rightarrow 0} \approx \vec{E}(\vec{r}_2)_{\varepsilon \rightarrow 0} ,$$

d.h. das Gesamtfeld kann einen stetigen Verlauf besitzen, wenn der Quellpunkt im Vergleich zum Beobachtungspunkt sehr weit weg vom Streukörper liegt.

A.2 Reflexionsgrenze

Analog kann die Stetigkeitsbedingung für die Reflexionsgrenze (siehe Abb. 4.26) überprüft werden. Das Gesamtfeld ergibt sich aus der Überlagerung des direkten-, reflektierten- und gebeugten Feldes (für Beobachtungspunkte „oberhalb“ der Reflexionsgrenze) bzw. des direkten- und gebeugten Feldes („unterhalb“):

$$\vec{E}(P_2^-) = \vec{E}_{dir}(P_2) + \vec{E}_R(P_2) + \vec{E}_D(P_2^-) , \quad (\text{A.20})$$

$$\vec{E}(P_2^+) = \vec{E}_{dir}(P_2) + \vec{E}_D(P_2^+) . \quad (\text{A.21})$$

Aufgrund der Polarisation des einfallenden Felds sind hier nur der Reflexions- und Beugungsfaktor für die 'soft'-Polarisation von Interesse.

Das reflektierte Feld am Beobachtungspunkt \vec{r}_1 lässt sich ebenfalls unter der Grenzwertebetrachtung $\varepsilon \rightarrow 0$ mit Hilfe der Gl. (4.17) bestimmen:

$$\begin{aligned} \vec{E}_R(P_2)_{\varepsilon \rightarrow 0} &= R_s \vec{E}^{inc}(\vec{r}_R) \sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s)(\rho_2^r + s)}} e^{-jks} \\ &= -A_0 e^{-jk(s'+s)} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s)(\rho_2^r + s)}} \vec{e}_z . \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Für die Hauptkrümmungsradien gilt hier:

$$\rho_1^r = \rho_2^r = \rho = s' . \quad (\text{A.23})$$

Daraus folgt

$$\sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s)(\rho_2^r + s)}} = \frac{s'}{s' + s}, \quad (\text{A.24})$$

und

$$\vec{E}_R(P_2) = -A_0 e^{-jk(s'+s)} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \frac{s'}{s'+s} \vec{e}_z. \quad (\text{A.25})$$

Für die Berechnung des Beugungsfaktoren D_s gelten weiterhin

$$n = 2, \beta = 90^\circ \quad \text{und} \quad L = \frac{s's}{s' + s}, \quad (\text{A.26})$$

sowie

$$N^+ = 1, \quad \text{und} \quad N^- = 0. \quad (\text{A.27})$$

Im Folgenden wird D_s für den Fall (1), d.h. $\varphi = \pi - \varphi' - \varepsilon$, bestimmt.

Aus der Gleichung

$$a^\pm(\varphi \pm \varphi') = 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N^\pm - (\varphi \pm \varphi')}{2} \right) \quad (\text{A.28})$$

folgt:

$$a^+(\varphi + \varphi') = a^-(\varphi + \varphi') \approx \frac{\varepsilon^2}{2}, \quad \text{und} \quad a^+(\varphi - \varphi') = a^-(\varphi - \varphi') \approx 2 \sin^2 \varphi',$$

Damit wird

$$X = 2kL \sin^2 \varphi' \quad \text{für } D_1 \text{ und } D_2 \quad \text{sowie} \quad X = kL \frac{\varepsilon^2}{2} \quad \text{für } D_3 \text{ und } D_4 \quad (\text{A.29})$$

Die cot-Funktionen lassen sich folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned} \cot \left(\frac{\pi + (\varphi - \varphi')}{2n} \right) &\approx \cot \left(\frac{\pi - \varphi'}{n} \right), & \cot \left(\frac{\pi - (\varphi - \varphi')}{2n} \right) &\approx \cot \left(\frac{\varphi'}{n} \right), \\ \cot \left(\frac{\pi + (\varphi + \varphi')}{2n} \right) &\approx \cot \left(\frac{\pi}{n} \right), & \cot \left(\frac{\pi - (\varphi + \varphi')}{2n} \right) &\approx \frac{2n}{\varepsilon}. \end{aligned}$$

Es folgt

$$\begin{aligned} D_s &= D_1 + D_2 - D_3 - D_4 \\ &= \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \underbrace{\left[\cot \left(\frac{\pi - \varphi'}{n} \right) F(2kL \sin^2 \varphi') + \cot \left(\frac{\varphi'}{n} \right) F(2kL \sin^2 \varphi') \right]}_{\widetilde{D}_{1,2}} + \\ &\quad \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \left[-\cot \left(\frac{\pi}{n} \right) F \left(kL \frac{\varepsilon^2}{2} \right) - \frac{2n}{\varepsilon} F \left(kL \frac{\varepsilon^2}{2} \right) \right] \\ &\approx \frac{1}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \left[\cot \left(\frac{\pi}{n} \right) \sqrt{\pi kL \frac{\varepsilon^2}{2}} + \frac{2n}{\varepsilon} \sqrt{\pi kL \frac{\varepsilon^2}{2}} \right] + \widetilde{D}_{1,2}. \quad (\text{A.30}) \end{aligned}$$

Mit $\beta = 90^\circ$, $n = 2$ und $\varepsilon > 0$ vereinfacht sich D_s zu:

$$D_s = \frac{1}{2}\sqrt{L} + \widetilde{D}_{1,2}. \quad (\text{A.31})$$

Analog zum Abschnitt 3.1 lässt sich das gebeugte Feld angeben durch:

$$\vec{E}_D(P_2^-) = A_0 e^{-jk(s'+s)} \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \left(\frac{1}{2}\sqrt{L} + \widetilde{D}_{1,2} \right) \vec{e}_z. \quad (\text{A.32})$$

Mit $L = \frac{s's}{s'+s}$ ergibt sich dann das Gesamtfeld zu

$$\vec{E}(P_2^-) = \vec{E}_{dir}(P_2) + A_0 e^{-jk(s'+s)} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \left(-\frac{s'}{2(s'+s)} + \widetilde{D}_{1,2} \right) \vec{e}_z, \quad (\text{A.33})$$

wobei

$$\widetilde{D}_{1,2} = \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} \widetilde{D}_{1,2}$$

ist.

Im Fall „unterhalb“ ($\varphi = \pi - \varphi' + \varepsilon$) verschwindet das reflektierte Feld (siehe Gl. A.21) und der Beugungsfaktor D_s beträgt

$$D_s = -\frac{1}{2}\sqrt{L} + \widetilde{D}_{1,2}. \quad (\text{A.34})$$

Das Gesamtfeld ergibt sich schließlich zu:

$$\vec{E}(P_2^+) = \vec{E}_{dir}(P_2) + A_0 e^{-jk(s'+s)} \left(-\frac{k^2}{s'} + \frac{jk}{s'^2} + \frac{1}{s'^3} \right) \left(-\frac{s'}{2(s'+s)} + \widetilde{D}_{1,2} \right) \vec{e}_z. \quad (\text{A.35})$$

Der Vergleich der Gl. (A.33) mit Gl. (A.35) zeigt, dass das Gesamtfeld an der Reflexionsgrenze einen stetigen Verlauf zeigt.

Literaturverzeichnis

- [AH99-1] Alaydrus, M., Hansen, V., Das Hybrid²-Verfahren: Die Verknüpfung der Hybridmethode (Finite-Elemente-/Integralgleichungsverfahren) mit der geometrischen Beugungstheorie, *Kleinheubacher Berichte, Band 42*, 1999, S. 102–108.
- [AH99-2] Alaydrus, M., Hansen, V., The Hybrid²-Method: Combination of the FE/BE Hybrid Method with the UTD, *IEEE Antennas and Propagation Symposium*, Orlando, Florida, 1999, pp. 1704–1707.
- [AH99-4] Alaydrus, M., Hansen, V., A Hybrid Method Combining FE/BEM with the UTD for Calculating the Effects of Real Surroundings on Antenna Characteristics, *European Wireless '99*, Munich, October 1999, pp. 465–470.
- [AH00-1] Alaydrus, M., Hansen, V., Higher Order Mechanisms and Coupling in the Hybrid² Method for Calculating Near and Far Fields of Complex Composite Radiating Structures, *IEEE Antennas and Propagation Symposium*, Salt Lake City, Utah, 2000, pp. 480–483.
- [AHS00-2] Alaydrus, M., Hansen, V., Streckert, J., Sicherheitsabstände im Nahfeld von Basisstationsantennen, *Kleinheubacher Berichte, Band 44*, pp. 130-136, 2001.
- [AHS00-3] Alaydrus, M., Hansen, V., Streckert, J., Die Anwendung der Hybrid⁽²⁾-Methode zur Analyse von Basisstationsantennen in realen Umgebungen, *VDE ITG Diskussionsitzung über Antennen für die mobile Systeme*, Starnberg 2000, S. 125–128.
- [AHS01-1] Alaydrus, M., Hansen, V., Streckert, J., Field Analysis of Base Station Antennas in Complex Environments (Paper 19.1), *European Wireless 2001*, Vienna, 2001.
- [AHE01-2] Alaydrus, M., Hansen, V., Eibert, T., F., Hybrid²: Combining the Three-Dimensional Hybrid Finite Element- Boundary Integral Technique for Planar Multilayered Media with the Uniform Geometrical Theory of Diffraction, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, angenommen für Veröffentlichung Januar 2002.
- [Aro96] Aroudaki, H., Spektralbereichsanalyse von mehrlagigen planaren Schaltungen mit dreidimensionalen Diskontinuitäten. *Dissertation, Universität Wuppertal*, 1996.

- [APC98] Aydin Civi, Ö., Pathak, P. H., Chou, H. T., A Hybrid UTD-MOM for Efficient Analysis of EM Radiation/Scattering from Large Finite Planar Arrays, *URSI Thessaloniki*, 1998, pp. 172–174.
- [Bal89] Balanis, C. A., *Advanced Engineering Electromagnetics*, Wiley, New York, 1989.
- [BB83] Burnside, W. D., Burgener, K. W., High Frequency Scattering by a Thin Lossless Dielectric Slab, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 31, No. 1, Jan. 1983, pp. 104–110.
- [Ber94] Berenger, J.-P., A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves, *J. of Comp. Phys.* 114, 1994, pp. 185–200.
- [Ber00] Bertoni, H. L., *Radio Propagation for Modern Wireless Systems*, Prentice Hall, New Jersey, 2000.
- [BGT82] Bayliss, A., Gunzberger, M., Turkel, E., Boundary Conditions for the Numerical Solution of Elliptic Equations in Exterior Regions, *SIAM J. Appl. Math.*, Vol. 42, No. 2, April 1982, pp. 430–451.
- [Bil91] Bilow, H. J., Scattering by Infinite Wedge with Tensor Impedance Boundary Conditions - A Moment Method/Physical Optics Solution for the Currents, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 39, No. 6, June 1991, pp. 767–773.
- [Bor94] Borovikov, V. A., Kinber, B. Ye., *Geometrical Theory of Diffraction*, IEE Press, London, 1994.
- [Bor94-2] Borovikov, V. A., *Uniform Stationary Phase Method*, IEE Press, London, 1994.
- [Bou97] Bouche, D., Molinet, F., Mittra, R., *Asymptotic Methods in Electromagnetics*, Springer, Berlin, 1997.
- [Bow69] Bowman, J. J., Senior, T. B. A., Uslenghi, P. L., *Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes*, North-Holland, Amsterdam, 1969.
- [BS01] Bray, J., Sturman, C. F., *Bluetooth, Connect Without Cables*, Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [Chr95] Christopoulos, C., *The Transmission-Line Modeling Method : TLM*, IEEE Press, New Jersey, 1995.
- [CYF91] Chow, Y. L., Yang, J. J., Fang, D. G., Howard, G. E., A Closed-Form Spatial Green's Function for the Thick Microstrip Substrate, *IEEE Trans. on Microwave Techniques and Theory*, Vol. 39, No. 3, March 1991, pp. 588–592.

- [Day97] Dayem R. A., *Mobile Data and Wireless LAN Technologies*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1997.
- [EAW98] Eibert, T. F., Alaydrus, M., Wilczewski, F., Hansen, V. W., Electromagnetic and Thermal Analysis for Lipid Bilayer Membranes Exposed to RF Fields, *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, Vol. 46, No. 8, August 1998, pp. 1013–1021.
- [EH96-1] Eibert, T., Hansen, V., Calculation of Unbounded Field Problems in Free Space by a 3D FEM/BEM–Hybrid Approach, *J. of El. Waves and Appl.*, Vol. 10, No. 1, Jan. 1996, pp. 61–78.
- [EH97-4] Eibert, T. F., Hansen, V., 3D FEM/BEM–Hybrid Approach Based on a General Formulation of Huygens’ Principle for Planar Layered Media, *IEEE Trans. MTT*, July 1997.
- [EH97-5] Eibert, T. F., Hansen, V., Calculation of the Coupling of Dielectric Resonators to Microstrip Circuits with a FEM/BEM–Hybrid Technique (invited), *PIERS '97 in Hongkong, Proceedings*, 1997, p. 92.
- [Eib97] Eibert, T. F., Verknüpfung der Methode der Finiten Elemente mit einem Integralgleichungsverfahren für ebene geschichtete Strukturen, *Dissertation, Universität Wuppertal*, 1997.
- [EM77] Engquist, B., Majda, A., Radiation Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves, *Math. Comp.*, Vol. 31, No. 139, July 1977, pp. 629–651.
- [Ems96] EM Scientific, *Mininec Broadcast Professional for Windows*, Method of moments for wire antennas, EM Scientific, INC., 1996.
- [FM94] Felsen, L. B., Marcuvitz, N., *Radiation and Scattering of Waves*, IEEE Press Series on Electromagnetic Waves, 1994.
- [Foc65] Fock, V. A., *Electromagnetic Diffraction and Propagation Problems*, Pergamon, New York, 1965.
- [Ges95] Geschwendtner, B., Adaptive Wellenausbreitungsmodelle für die Funknetzplanung, *Dissertation, Universität Stuttgart*, 1995.
- [GL83] Golub, G. H., van Loan, C. F., *Matrix Computations*, John Hopkins Univ. Press, Baltimore, 1983.
- [GW98] Geng, N., Wiesbeck, W., *Planungsmethoden für die Mobilkommunikation*, Springer Verlag, Berlin, 1998.
- [Han89] Hansen, V. W., *Numerical Solution of Antennas in Layered Media*, Wiley, New York, 1989.

- [HA99-3] Hansen, V., Alaydrus, M., Combination of BEM, FEM and UTD for the Analysis of Antennas in the Vicinity of Electrically Large Bodies, *URSI XXVI General Assembly*, Toronto, Canada, August 1999, pp. 130.
- [Har93] Harrington, R. F., *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, New Jersey, 1993.
- [HBD92] Honcharenko, W., Bertoni, H. L., Dailing, J. L., Qian, J., Yee, H. D., Mechanism Governing UHF Propagation on Single Floors in Modern Office Buildings, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol. 41, No. 4, Nov. 1992, pp. 496–504. Vol. 42, No. 6, June 1994, pp. 798–805.
- [HG94] Harms, H. -F., Gonschorek, K. -H., Hybridverfahren - eine Möglichkeit der Berechnung elektromagnetisch komplexer Strukturen über einen weiten Frequenzbereich, *ITG-Tagung Antennen*, 1994, S. 211–216.
- [HG98] Harms, H. -F., Gonschorek, K. -H., Einkopplung elektromagnetischer Wellen in Koaxialkabel bestimmt mittels einer Kombination der UTD mit der MoM, *ITG Tagung Antennen*, 1998, S. 239–244.
- [HMS56] Hammer, P. C., Marlowe, O. J., Stroud, A. H., Numerical Integration over Simplexes and Cones, *Math. Tables and other Aids to Comp.*, Vol. 10, pp. 130–137.
- [HS91] Hoefler, W. J. R., So, P. P. M., *The Electromagnetic Wave Simulator : a Dynamic Visual Electromagnetics Laboratory based on the Two-Dimensional TLM Method*, John Wiley, New York, 1991.
- [Hus96] Huschka, T., Untersuchungen zum Funkkanal innerhalb von Gebäuden , *Dissertation, Universität Ulm*, 1996.
- [Icn98] ICNIRP, Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic and electromagnetic fields (up to 300 GHz). *Health Phys.*, vol. 74, pp. 494-522, 1998.
- [Jam86] James, G. L., *Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves*, Peregrinus, London, 1986.
- [Jin93] Jin, J., *The Finite Element Method in Electromagnetics*, John Wiley, New York, 1993.
- [JJ97] Jones, E. A., Joines, W. T., Design of Yagi–Uda Antennas Using Genetic Algorithms, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 9, Sept. 1997, pp. 1386–1392.
- [JL94] Jakobus, U., Landstorfer, F. M., Erweiterte Momentenmethode zur Berechnung komplizierter elektromagnetischer Streuprobleme, *Kleinheubacher Berichte*, 1994, S. 19–28.

- [JL98] Jakobus, U., Landstorfer, F. M., Hybride Kopplung von MoM, PO und UTD zur Analyse hochfrequenter Abstrahlprobleme, *ITG-Fachtagung Antennen*, Apr. 1998, S. 219–224.
- [JNL95] Jin, J., Ni, S. S., Lee, S. W., Hybridization of SBR and FEM for Scattering by Large Bodies with Cracks and Cavities, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 43, No. 10, Nov. 1995, pp. 1130–1139.
- [Kat01] Fa. Kathrein, *790–2200 MHz Base Station Antennas for Mobile Communication*, CD-ROM, Version 5, Edition 01/01, No.:9986–297.
- [Kel62] Keller, J. B., Geometrical Theory of Diffraction, *J. Optical Society of America*, vol. 52, 1962, pp. 116–130.
- [KK65] Kline, M., Kay, I., *Electromagnetic Theory and Geometrical Optics*, Interscience, New York, 1965.
- [KL93] Kunz, K. S., Luebbers, R. J., *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, Boca Raton, 1993.
- [Kon90] Kong, J. A., *Electromagnetic Wave Theory, Second Edition*, John Wiley & Sons, New York, 1990.
- [KP74] Kouyoumjian, R. G., Pathak, P. H., A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conducting Surface, *Proc. IEEE*, vol. 62, Nov. 1974, pp. 1448–1461.
- [KT82] Kim, T. J., Thiele, G. A., A Hybrid Diffraction Technique - General Theory and Applications, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 30, No. 5, Sep. 1982, pp. 888–897.
- [KUG93] Kreuzgruber, P., Unterberger, P., Gahleitner, R., A Ray Splitting Model for Indoor Radio Propagation Associated with Complex Geometries, *Vehicular Technology Conference*, 1993, pp. 227–230.
- [LCL89] Ling, H., Chou, R.-C., Lee, S.-W., Shooting and Bouncing Rays: Calculating the RCS of an Arbitrarily Shaped Cavity, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 37, Feb. 1989, pp. 194–205.
- [LM92] Lee, J.-F., Mittra, R., A Note on the Application of Edge-Elements for Modeling Three-Dimensional Inhomogeneously-Filled Cavities, *IEEE Trans. on Microwave Techniques and Theory*, Vol. 40, No. 4, Sep. 1992, pp. 1767–1773.
- [Lue84] Luebbers, R. J., Finite Conductivity Uniform GTD Versus Knife Edge Diffraction in Prediction of Propagation Path Loss, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 32, No. 1, Jan. 1984, pp. 70–76.

- [Lue88] Luebbers, R. J., Comparison of Lossy Wedge Diffraction Coefficients with Applications to Mixed Path Propagation Loss Prediction, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 36, No. 7, July 1988, pp. 1031–1034.
- [Lun66] Luneburg, R. K., *Mathematical Theory of Optics*, University of California Press, Los Angeles, 1966.
- [Mal59] Maliuzhinets, G. D., Excitation, Reflection and Emission of Surface Waves from a Wedge with Given Face Impedance, *Sov. Phys. Dokl.*, 3, 1959, pp. 752–755.
- [Manxx] Mannesmann Mobilfunk GmbH, , keine Jahresangabe.
- [MF65] Morse, P. M., Feshbach, H., *Methods in Theoretical Physics*, McGraw-Hill, New York, 1953.
- [MHT86] Murthy, P. K., Hill, K. C., Thiele, G. A., A Hybrid-Iterative Method for Scattering Problems, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 34, No. 10, Oct. 1986, pp. 1173–1180.
- [Mic84] Michaeli, A., Equivalent Currents for Arbitrary Aspects of Observation, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 32, March 1984, pp. 252–258. Correction in *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 33, Jan. 1985, p. 227.
- [Mic87] Michalski, K. A., On the Scalar Potential of a Point Charge Associated with a Time-Harmonic Dipole in a Layered Medium, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 35, No. 11, Nov. 1987, pp. 1299–1301.
- [Mit87] Mittra, R., *Computer Techniques for Electromagnetics*, Hemisphere Pub. Corp, Washington, 1987.
- [MPM90] Mc Namara, D. A., Pistorius, C. W. I., Malherbe, J. A. G., *Introduction to the Uniform Theory of Diffraction*, Artech House, Massachusetts, 1990.
- [ONV96] Özdemir, T., Nurnberger, M. W., Volakis, J. L., Kipp, R., Berrie, J., A Hybridization of Finite-Element and High-Frequency Methods for Pattern Prediction for Antennas on Aircraft Structures, *IEEE on Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 38, No. 3, Jun. 1996, pp. 28–37.
- [Pod91] Poddig, R., Feldberechnung mit automatischer Strahlensuche bei Mehrfach-Streuprozessen nach der Theorie der Geometrischen Beugung, *Dissertation, TU Harburg*, 1991.
- [RDC96] Reddy, C. J., Deshpande, M. D., Cockrell, C. R., Beck, F. B., Radiation Characteristics of Cavity Backed Aperture Antennas in Finite Ground Plane Using the Hybrid FEM/MOM Technique and Geometrical Theory of Diffraction, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 44, No. 10, Oct. 1996, pp. 1327–1333.

- [RP69] Ryan, C. E., Peters Jr, L., Evaluation of Edge Diffracted Fields Including Equivalent Currents for the Caustic Regions, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 17, May. 1969, pp. 292–299. Correction in *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 18, March 70, p. 275.
- [RWG82] Rao, S. M., Wilton, D. R., Glisson, A. W., Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 30, No. 3, May 1982, pp. 409–418.
- [Saa95] Saad, Y., *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, PWS Publ., Boston, 1995.
- [SC39] Stratton, J. A., Chu, L. J., Diffraction Theory of Electromagnetic Waves, *Physical Review*, Vol. 56, 1939, p. 99.
- [Sch97] Schöberl, T., Polarimetrische Modellierung der elektromagnetischen Wellenausbreitung in pikozellularen Funknetzen, *Dissertation TH Aachen*, Shaker Verlag, 1997.
- [SF90] Silvester, P. P., Ferrari, R. L., *Finite Elements for Electrical Engineers*, Second Ed. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [SL94] Santamaria, A., Lopez-Hernandez, F. J., *Wireless LAN Systems*, Artech House, Massachusetts, 1994.
- [Som62] Sommerfeld, A., *Partielle Differentialgleichungen der Physik*, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1962.
- [SP96] Savage, J. S., Peterson, A. F., Quadrature Rules for Numerical Integration over Triangles and Tetrahedra, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 38, No. 3, June 1996, pp. 100–102.
- [SPC86] Srikanth, S., Pathak, P. H., Chuang, C. W., Hybrid UTD-MM Analysis of the Scattering by a Perfectly Conducting Semicircular Cylinder, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 34, No. 10, Oct. 1986, pp. 1250–1257.
- [SR92] Seidel, S. Y., Rappaport, T. S., A Ray Tracing Technique to predict Path Loss and Delay Spread inside Buildings, *Proc. IEEE Globecom*, 1992, pp. 649–653.
- [SSG98] Salazar-Palma, M., Sarkar, T. K., Garcia-Castillo, L.-E., Roy, T., Djordjevic, A., *Iterative and Self-Adaptive Finite Elements in Electromagnetic Modeling*, Artech House, Massachusetts, 1998.
- [Sta79] Stakgold, I., *Green's Functions and Boundary Value Problems*, John Wiley, New York, 1979.
- [SV95] Senior, T. B. A., Volakis, J. L., *Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics*, IEE Press, London, 1995.

- [Taf98] Taflove, A. (ed.), *Advances in Computational Electrodynamics : The Finite Difference Time Domain Method*, Artech House, Boston, 1998.
- [Thi92] Thiele, G. A., Overview of Selected Hybrid Methods in Radiating System Analysis, *Proceed. of IEEE*, Vol. 80, No. 1, Jan. 1992, pp. 66–78.
- [TMP85] Tiberio, R., Manara, G., Pelosi, G., A Hybrid Technique for Analyzing Wire Antennas in the Presence of a Plane Interface, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 33, No. 8, Aug. 1985, pp. 881–885.
- [TN75] Thiele, G. A., Newhouse, T. H., A Hybrid Technique for Combining Moment Methods with the Geometrical Theory of Diffraction, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 23, No. 1, Jan. 1975, pp. 62–69.
- [VCK98] Volakis, J. L., Chatterjee, A., Kempel, L. C., *Finite Element Method for Electromagnetics*, IEEE Press, New Jersey, 1998.
- [Whi57] Whitney, H., *Geometric Integration Theory*, Princeton Univ. Press, 1957.
- [Wu00] Wu, G., Entwicklung eines Rechenprogramms zur Bestimmung von Feldverteilungen in Mobilfunk-Szenarien, *Diplomarbeit, Universität Wuppertal*, 2000.
- [YIZ00] Yun, Z., Iskander, M. F., Zhang, Z., A Fast Indoor/Outdoor Ray Tracing Procedure Using Combined Uniform Rectangular and Unstructured Triangular Grids, *IEEE Antennas and Propagation Symposium*, Salt Lake City, Utah, 2000, pp. 1134–1137.

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeiten als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Bergischen Universität-Gesamthochschule Wuppertal.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen, der mir die Durchführung der Arbeit ermöglichte. Sein vielseitiges persönliches Engagement und seine ständige Bereitschaft zu Diskussionen haben sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Chaloupka danke ich sehr für die Übernahme des Korreferates.

Außerdem bedanke ich mich bei allen Kollegen, insbesondere Herrn Dr.-Ing. Joachim Streckert, Herrn Andreas Bitz, Herrn Hervé Ndoumbè Mbonjo Mbonjo, Herrn Andreas Becker und Herrn Dr.-Ing. Thomas Eibert, die in vielfältiger Form zum Fortgang der Arbeit beigetragen haben.

Last but not least möchte ich meiner Frau und meinen Kindern danken, die mich mit viel Geduld bei der Anfertigung der Arbeit unterstützt haben.