

**Elektrodynamische Analyse von
(M)MIC- und Submm-Wellenstrukturen basierend auf einem
Oberflächen/Volumenintegralgleichungsverfahren**

Vom Fachbereich Elektrotechnik der
Bergischen Universität–Gesamthochschule Wuppertal
genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor-Ingenieurs

von
Diplom-Ingenieur
Thomas Vaupel
geboren am
23.9.1963
in
Bochum

Mündliche Prüfung: 22.01.1999

Referent: Prof. Dr.-Ing. Volkert Hansen

Korreferent: Prof. Dr. -Ing. Heinz Chaloupka

Verzeichnis häufig verwendeter Formelzeichen

a_{lvn}	Bodenfläche der n -ten Volumenstrombasisfunktion der Ebene lv
\vec{A}	magnetisches Vektorpotential
A_i	Feldamplituden von TM -Wellen innerhalb einer Schicht i bei Ausbreitung in negativer z -Richtung
B_i	Feldamplituden von TE -Wellen innerhalb einer Schicht i bei Ausbreitung in positiver z -Richtung
b_{len}, b_{lbn}	Breite oder Normierungsgröße der n -ten planaren Basisfunktion innerhalb einer elektrischen Flächenstromebene le oder Blendenebene lb
C_i	Feldamplituden von TE -Wellen innerhalb einer Schicht i bei Ausbreitung in negativer z -Richtung
d_i	z -Koordinate der unteren Grenzfläche der Schicht i
$\hat{d}_{i,spez}$	z -Koordinate einer spezifizierten oberen Schichtgrenze einer Schicht i
D_i	Feldamplituden von TE -Wellen innerhalb einer Schicht i bei Ausbreitung in positiver z -Richtung
$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$	kartesische Einheitsvektoren
\vec{E}	elektrische Feldstärke
\vec{E}_{lb}	elektrische Feldstärke oberhalb einer Blendenebene lb
\vec{E}^{imp}	elektrische Feldstärke von eingepägten Quellen
\vec{E}_{leq}^{Δ}	elektrische Feldstärke zur Beschreibung der q -ten Δ -gap Quelle in der elektrischen Flächenstromebene le
\vec{f}_{lem}	m -te planare Basisfunktion der elektrischen Flächenstromebene le
\vec{f}_{lbn}	m -te planare Basisfunktion der Blendenebene lb
\vec{f}_{lvm}	m -te Volumenstrombasisfunktion auf der zugeordneten Ebene lv
\vec{F}_{lem}	m -te planare Basisfunktion der elektrischen Flächenstromebene le (Spektralbereich)
\vec{F}_{lbn}	m -te planare Basisfunktion der Blendenebene lb (Spektralbereich)
\vec{F}_{lvm}	m -te Volumenstrombasisfunktion auf der zugeordneten Ebene lv (Spektralbereich)
\vec{g}_{len}	n -te Testfunktion in der elektrischen Flächenstromebene le (Momentenmethode)

$\overset{\leftrightarrow E}{G}_J$	dyadische Greensche Funktion des elektrischen Feldes elektrischer Quellen
$\overset{\leftrightarrow E}{G}_M$	dyadische Greensche Funktion des elektrischen Feldes magnetischer Quellen
$\overset{\leftrightarrow H}{G}_J$	dyadische Greensche Funktion des magnetischen Feldes elektrischer Quellen
$\overset{\leftrightarrow H}{G}_M$	dyadische Greensche Funktion des magnetischen Feldes magnetischer Quellen
\vec{H}	magnetische Feldstärke
I_{lem}	Stromamplitude der m -ten Flächenstrombasisfunktion der Ebene le
I_{lem}^{imp}	eingeprägte Stromamplitude der m -ten Flächenstrombasisfunktion der Ebene le
I_{lvm}	Stromamplitude der m -ten Volumenstrombasisfunktion der Ebene lv
I_{lbq}^Δ	Stromamplitude der q -ten Δ -gap Stromquelle der Ebene der Blendenebene lb
I_{nq}^{ein}	Anregungsterm in Verbindung mit magnetischen Flächenströmen
IG_{uv}	verallgemeinerter Spektralbereichsausdruck, z.B. entstanden aus der analytischen Ortsbereichsintegration eines Dyadenelements
\vec{J}	elektrische Stromdichte
\vec{M}	magnetische Stromdichte
k_0	Wellenzahl des freien Raumes
k_i	Wellenzahl der Schicht i
k_{xl}	Ausbreitungskonstante einer Zuleitungsmode
k_ρ	Wellenzahl (Polarkoordinaten)
k_{ti}	Nulldurchgang eines Greenschen Dyadenelements in der Nähe des Pols i .
k_x, k_y, k_z	Wellenzahlen in kartesischen Koordinaten
L_E	Anzahl der elektrischen Flächenstromebenen le
L_B	Anzahl der Blendenebenen lb
L_V	Anzahl der Volumenstromebenen lv

N_{le}, N_{lb}, N_{lv}	Anzahl der Basisfunktionen in den jeweiligen Ebenen le, lb und lv
$\text{rect}(x)$	Rechteckfunktion
$\text{si}(x)$	si-Funktion
$\text{Si}(x)$	Integralsinus
$\text{sgn}(x)$	Signumfunktion
S_{ij}	Elemente von Streumatrizen
$\hat{T}_{ij}^{TM,TE}$	Transmissionsfaktor von der Schicht i zur Schicht j mit $j > i$ (in $\leftrightarrow z$ -Richtung)
$T_{ij}^{TM,TE}$	Transmissionsfaktor von der Schicht i zur Schicht j mit $j < i$ (in $+z$ -Richtung)
U_{leq}^{Δ}	Amplitude der q -ten Δ -gap Spannungsquelle der Ebene le
U_{lbm}	Stromamplitude der m ten Basisfunktion der Blendenebene lb (magnetischer Flächenstrom)
U_{lbm}^{imp}	eingeprägte Stromamplitude der m ten Basisfunktion der Blendenebene lb (magnetischer Flächenstrom)
V_{nm}	allgemeines Matrixelement der Systemmatrix
w_{xm}, w_{ym}	Längen und Breiten von Basisfunktionen
w_{xrm}, w_{xlm}	Segmentlängen von Basisfunktionen
w_{yrm}, w_{ylm}	Segmentlängen von Basisfunktionen
x	kartesische Ortskoordinate
Δx_{nm}	lateraler Abstand zweier Basisfunktionen bez. x
y	kartesische Ortskoordinate
Δy_{nm}	lateraler Abstand zweier Basisfunktionen bez. y
Y_{nm}	Element der Systemmatrix (Verkopplung magnetischer Flächenströme)
z	kartesische Ortskoordinate
z_{le}	z -Koordinate der elektrischen Flächenstromebene le
z_{lb}	z -Koordinate der Blendenebene lb
z_{lv}	z -Koordinate (Bodenfläche) der Volumenstromebene lv
Z_F	Oberflächenimpedanz

Z_{nm}^F	Element der Systemmatrix, hervorgerufen durch eine Oberflächenimpedanz
Z_{nm}^{pol}	Element der Systemmatrix in Verbindung mit Volumenstrombereichen mit endlicher Leitfähigkeit oder Polarisationsströmen
ZY_{nm}	Element der Systemmatrix, Verkopplung zwischen einem elektrischen und einem magnetischen Strom
Z_L	Leitungswellenwiderstand
φ	Polarwinkel (Spektralbereich)
$\Gamma_i^{TM,TE}$	Reflexionsfaktor in der Schicht i nach unten
$\hat{\Gamma}_i^{TM,TE}$	Reflexionsfaktor in der Schicht i nach oben
δ	Eindringtiefe
$\delta(\vec{r})$	Dirac'sche δ -Funktion
ϵ_0	Permittivität des freien Raumes
ϵ_{ri}	relative Permittivität der Schicht i
ϵ_i	Permittivität der Schicht i ($\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri}$)
ϵ_{lvk}	der k -ten Volumenstrombasisfunktion in der Ebene lv zugewiesene Permittivität (Polarisationsstrombeschreibung)
$\epsilon(\pm)$	Hilfsgröße
κ	elektrische Leitfähigkeit
κ_{lvk}	der k -ten Volumenstrombasisfunktion in der Ebene lv zugewiesene Leitfähigkeit
λ	Wellenlänge
λ_g	Wellenlänge einer Leitungsmode
μ_0	Permeabilität des freien Raumes
μ_{ri}	relative Permeabilität der Schicht i
μ_i	Permeabilität der Schicht i ($\mu_i = \mu_0 \mu_{ri}$)
$\mu(\pm)$	Hilfsgröße
ϑ_r, φ_r	Aufpunktichtung im Fernfeld
ν, μ	Laufindizes innerhalb analytischer Lösungsterme von asymptotischen Integralanteilen
ω	Kreisfrequenz

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der häufigsten Formelzeichen	i
1 Einleitung	4
2 Die Modellbildung	11
2.1 Beschreibung der Schichtstruktur	11
2.2 Beschreibung der Schaltungsstrukturen	11
2.3 Modellierung der Stromverteilung	12
2.3.1 Basisfunktionen für planare Schaltungsbereiche	13
2.3.2 Basisfunktionen für 3-D Komponenten	16
2.3.3 Modellierung von Blendenebenen	19
2.3.4 Strukturanregung mit eingepprägten Quellen	20
2.3.5 Modellierung metallischer Verluste und ortsabhängiger Impedanz- bereiche	21
3 Greensche Funktionen der geschichteten Struktur	24
3.1 Entwicklung der Felder von Quellen im homogenen Raum	25
3.2 Feldberechnung innerhalb der geschichteten Struktur	27
3.3 Die Greenschen Funktionen $\overset{\leftrightarrow E}{G}_M$, $\overset{\leftrightarrow H}{G}_M$ und $\overset{\leftrightarrow H}{G}_J$	30
4 Modifizierte Greensche Funktionen und Formulierung des Integralgleichungs- systems	32
4.1 Stetigkeitsbedingungen und Integralgleichung für das H-Feld	32
4.2 Randbedingungen und Integralgleichung für das E-Feld	39
5 Diskretisierung und Lösung des Integralgleichungssystems	43
5.1 Diskretisierung der Integralgleichungen	44
5.2 Darstellung und Aufbereitung der Matrixelemente	50

5.3	Asymptotische Integrandenentwicklungen	54
5.4	Numerische Integration	58
5.5	Analytische Integration der asymptotischen Anteile	62
5.5.1	Integration bezüglich der Variable k_ρ	63
5.5.2	Integration bezüglich der Variable φ	66
5.6	Fernfeldberechnung	71
6	Redundanzmindernde Verfahren	73
6.1	Detektion von Verkopplungsidentitäten	73
6.2	Anwendung von Datenbasisstrategien	77
7	Eigenwertanalyse von Zuleitungsstrukturen und Deembeddingverfahren	82
7.1	Modellierung der Stromverteilung auf den Zuleitungen	83
7.2	Lösung der Integralgleichung	85
7.3	Berechnung von Mikrostripleitungen	86
7.4	Berechnung von koplanaren Streifenleitungen	89
7.5	Berechnung von Koplanarstrukturen	90
7.6	Deembeddingverfahren und S-Parameterbestimmung	94
8	Berechnung praktischer Problemstellungen	98
8.1	Elektrodynamisch angekoppelte Patchantenne	98
8.2	Gestockte aperturgekoppelte Patchantennen	102
8.3	Spiralinduktivität in Mikrostriptechnik	107
8.4	Koppler in Mikrostriptechnik mit zwei Metallisierungsebenen	110
8.5	Charakterisierung integrierter Submm-Wellenempfänger mit Substratlinsen	113
8.5.1	Integrierte Empfänger mit Ringschlitzantennen	114
8.5.2	Analyse der isolierten Ringschlitzantenne	116
8.5.3	Mischerstrukturen mit Serienschaltung der Diode	117
8.5.4	Mischerstrukturen mit Parallelschaltung der Diode	122
8.6	Koplanarstrukturen mit dreidimensionalen Komponenten	128
8.6.1	Analyse eines koplanaren Bandstoppfilters	128
8.6.2	Modellierung von SMD-Bauelementen in koplanaren Strukturen . .	135
9	Zusammenfassung und Ausblick	137

A	Liste der Greenschen Dyaden	140
A.1	Greensche Dyade für das magnetische Feld elektrischer Quellen	140
A.2	Greensche Dyade für das elektrische Feld magnetischer Quellen	142
A.3	Greensche Dyade für das elektrische Feld elektrischer Quellen	144
A.4	Greensche Dyade für das magnetische Feld magnetischer Quellen	147
B	5-Komponentenfelder	149
C	Orts- und Spektralbereichsdarstellungen der Basisfunktionen	151
C.1	Planare Teilbereichsfunktionen	151
C.2	Basisfunktionen für Volumenströme	152
D	Zur analytischen Lösung der asymptotischen Anteile	153
	Literaturverzeichnis	155

Kapitel 1

Einleitung

Die Entwicklung und Verwendung von Schaltungsstrukturen eingebettet in planare geschichtete Medien hat auch den letzten Jahren weiter zugenommen. Dazu hat insbesondere auch der stark wachsende Markt der im Mikrowellenbereich angesiedelten Mobilfunktechnik beigetragen, desweiteren finden sich auch immer neue Anwendungsbereiche u.a. in der satellitengestützten Kommunikationstechnik, der Navigations-, Verkehrsleit- und Sicherheitstechnik. Neben diesen Einsatzgebieten mit weiter Verbreitung treten in letzter Zeit auch neue, auf planaren Schaltungsstrukturen basierende Konzepte in der satellitengestützten Erdbeobachtung und der Radioastronomie für Frequenzen im THz-Bereich in den Blickpunkt des Interesses und verdrängen zusehens die dort bisher hauptsächlich verwendeten Komponenten in Hohlleitertechnik.

In den breiten Einsatzgebieten mit Arbeitsfrequenzen im Mikrowellenbereich herrschen weiterhin die monolithisch integrierten Mikrowellenschaltungen (MMIC) vor. Diese haben gegenüber den älteren hybriden Mikrowellenschaltungen (MIC) den Vorteil einer hohen Reproduzierbarkeit und damit einfacheren Massenproduktion verbunden mit einer hohen Zuverlässigkeit. Sie beinhalten jedoch den Nachteil, daß an ihnen nach Fertigstellung keine Modifikationen mehr möglich sind, um bestimmte Betriebsparameter zu verändern oder bei einem Fehlverhalten die geforderten Spezifikationen noch zu erreichen. Ein Einsatz von rechnergestützten Simulationsverfahren ist daher für eine kostengünstige Entwicklung solcher Schaltkreise zwingend erforderlich.

Bei der Entwicklung von neuartigen Konzepten für Empfangskomponenten im Terahertzbereich ist es unabdingbar, in einer Vorentscheidung erst einzelne Komponenten und ihre Zusammenschaltung auf ihre elektromagnetischen Eigenschaften zu überprüfen, was oft mangels meßtechnischer Möglichkeiten in diesen Frequenzbereichen nur mit Hilfe von Simulationsverfahren möglich ist. Zwar läßt sich dieser Mangel teilweise durch den Einsatz skaliert Modelle umgehen, doch ist ihre Herstellung und meßtechnische Untersuchung in der Regel so kostspielig und zeitintensiv, daß sich ihr Einsatz oft nur lohnt, wenn einem Prototyp im Vorfeld aufgrund elektrodynamischer Simulationen schon realistische Erfolgsaussichten eingeräumt werden können. Die rechnergestützte Simulation erlaubt dabei durch die Darstellung von Strom- und/oder Feldverteilungen, die durch keine äußeren Meßeinflüsse gestört sind, einen detaillierten Einblick in die feldtheoretischen Mechanismen einer

Struktur.

Der durch die obigen Sachverhalte steigenden Nachfrage nach rechnergestützten Simulationsmöglichkeiten wurde in den letzten Jahren auch von kommerzieller Seite Rechnung getragen, so daß mittlerweile eine ansehnliche Zahl von leistungsfähigen Softwareprodukten auch kommerziell verfügbar ist.

Die angebotenen Programmpakete basieren hierbei entweder auf lokalen, rein numerischen Berechnungsverfahren oder globalen Konzepten. Von den lokalen Verfahren werden die Methode der Finiten Differenzen [155], der Finiten Integrationstechnik [156] und besonders die Methode der Finiten Elemente [157, 160, 161] als Basis kommerzieller Programmpakete verwendet. Sie ermöglichen eine dreidimensionale Feldberechnung innerhalb eines abgeschlossenen Lösungsgebietes mit weitgehend beliebig geformten Materialverteilungen. Ihre problematische Anwendbarkeit auf unendlich ausgedehnte Lösungsgebiete hat sich seit Einführung der Perfectly Matched Layer Methode (PML) [147, 148] zwar deutlich verbessert, doch ist dieses Verfahren in der Regel mit einem recht hohen zusätzlichen Diskretisierungsaufwand zur Modellierung der absorbierenden Schichten um das Lösungsgebiet verbunden. Allen lokalen Verfahren zu eigen ist der hohe Speicherbedarf und die stark steigenden Rechenzeiten z.B. in Verbindung mit größeren Lösungsgebieten und gleichzeitig vorhandenen feinen Strukturdetails. Dementsprechend verlangen die oben angeführten Programmpakete typischerweise Computerplattformen mit großen Ressourcen wie z.B. Workstations oder Parallelrechner.

Im Gegensatz zu den lokalen Verfahren beruhen die globalen Verfahren in der Regel auf Integralgleichungsformulierungen, in denen das elektrodynamische Verhalten einer Struktur mittels Ersatzquellen modelliert wird, die sich z.B. aus dem Huygenschen Prinzip ableiten lassen oder die sich als effektive Quellen wie z.B. Polarisationsströme beschreiben lassen. Die Eigenschaften des diese Quellen umgebenden Lösungsraumes, im einfachsten Fall der freie Raum, werden bei den globalen Verfahren mittels Greenscher Funktionen berücksichtigt, so daß sie für die Behandlung offener Probleme wie z.B. der Charakterisierung von Antennen prädestiniert sind. Eine in der Praxis besonders häufig auftretende Strukturumgebung ist die eines mehrfach geschichteten Mediums mit planaren Schichtgrenzen, auf welches sich auch viele ähnliche Problemstellungen in guter Näherung zurückführen lassen. Bei der numerischen Umsetzung dieses ebenen Schichtenmodells liegen die Schwierigkeiten in der Bereitstellung der Greenschen Funktion, da hier keine geschlossenen Darstellungen existieren und auf uneigentliche Integraldarstellungen zurückgegriffen werden muß. Dementsprechend kann die Berechnung der Matrixelemente des aus der Diskretisierung hervorgehenden linearen Gleichungssystems mit erheblichen numerischen und/oder analytischen Aufwand verbunden sein.

Die Integralgleichungsverfahren lassen sich prinzipiell in die Klassen Ortsbereichs- und Spektralbereichsverfahren einteilen. Bei den Ortsbereichsverfahren wird die Greensche Funktion der Schichtumgebung durch Auswertung einer geeigneten Integraldarstellung, z.B. Sommerfeldintegrale [88, 137] in den Ortsbereich transformiert. Die anschließende Auswertung der Ortsbereichsintegrale (=Matrixelemente) ist infolge ihres singulären Verhaltens nur unter Verwendung besonderer Vorgehensweisen, wie u.a. der Mixed Potential Integral Equation [133, 125] mit akzeptabler Zuverlässigkeit und Effizienz möglich.

Bei den Spektralbereichsverfahren wird die Tatsache ausgenutzt, daß sich die Greensche Funktion zusammen mit den Quellenverteilungen als zweidimensionale Fourierintegrale ebener Wellenspektren darstellen lassen. Die Matrixelemente lassen sich auf diese Weise ohne den Umweg über die Auswertung von Sommerfeldintegralen direkt als zweidimensionale uneigentliche Spektralbereichintegrale darstellen und auswerten.

Zu den Nachteilen aller Integralgleichungsverfahren zählt der ab einem gewissen Diskretisierungsaufwand stark steigende Rechenzeit- und Speicherplatzbedarf, da infolge ihrer globalen Natur die auftretenden Gleichungssysteme vollständig besetzte Systemmatrizen besitzen, so daß sie gegenwärtig nur für die Analyse kleinerer bis mittlerer Problemstellungen mit einigen hundert bis wenigen Tausend Unbekannten effektiv einzusetzen sind. Es zeigt sich aber in der Regel, daß sich der weitaus größte Teil der in der Praxis relevanten Problemstellungen mit einem moderaten Diskretisierungsaufwand bewältigen lassen. Bisher wurde auch der bei den Integralgleichungsverfahren erforderliche hohe analytische Aufwand als nachteilig angesehen, es bietet sich aber hier im Gegenteil oft die Möglichkeit, durch weiteren Ausbau des analytischen Verfahrensanteils die Genauigkeit und numerische Effizienz dieser Verfahren deutlich zu verbessern. Dies ist sowohl bei den Ortsbereichsverfahren möglich, wie in [73, 69, 37, 139, 96] dargestellt, als auch bei den Spektralbereichsverfahren und wurde vor allem im Rahmen dieser Arbeit entscheidend vorangetrieben [80, 81, 7].

Von der Industrie werden auf Ortsbereichsverfahren beruhende Programmpakete angeboten, die die elektrodynamische Analyse weitgehend beliebiger metallischer Anordnungen in mehrfach geschichteten Medien ermöglichen, wie z.B. [159, 97], sowie Produkte, die auf Konfigurationen mit weitgehend planaren Metallisierungen zugeschnitten sind [87, 154].

Die ersten kommerziell angebotenen Softwaretools basierten auf Spektralbereichsimplementierungen, hier ist insbesondere seit Ende der achtziger Jahre das Programm EM [165] zu nennen, größere Verbreitung haben heute auch die Tools [162, 163, 164].

Diese Programmpakete erweisen sich in der Regel als sehr geeignet für Analyse und Design von Standardstrukturen wie z.B. Patchantennen oder Mikrostripschaltungen mit gängigen Metallisierungsgeometrien und Substratkonfigurationen, wobei [159, 97] als sehr allgemein gehaltene Oberflächenintegralgleichungsformulierungen auch Metallisierungen mit beliebigen Raumorientierungen und so z.B. auch endlich dicke metallische Strukturen modellieren können.

Die kommerziellen Spektralbereichsimplementierungen basieren zur Effizienzsteigerung alle auf bereichsweise gleichmäßigen Diskretisierungsstrategien in Verbindung mit einer schnellen Fouriertransformation, was zu einer starken Einschränkung ihrer Modellierungsflexibilität führt [3, 21, 49, 52, 57, 66, 46]. Sie ermöglichen jedoch zum Teil durch den Einsatz von Volumenstromansatzfunktionen auch eine begrenzte Modellierung von dreidimensionalen Komponenten wie Durchverbindungen und Luftbrücken.

Die Vorteile der kommerziellen Programmpakete bestehen in ihrer in der Regel guten numerischen Effizienz, der komfortablen Modellerstellung mit oft automatischer Diskretisierung und den visuellen Ergebnisdarstellungsmöglichkeiten. Sie ermöglichen dadurch eine wirtschaftliche Analyse und Design gängiger Komponenten in (M)MIC-Technik, Patchantennen und Arraysynthese.

Trotz des mittlerweile hohen Leistungsstandes dieser Programme zeigen sich bei Untersuchungen innovativer Konzepte oder spezieller Strukturen oft die Grenzen ihrer Anwendbarkeit [143].

So ist es auffallend, daß die koplanare Schaltungstechnik mit ihrer immer größer werdenden Bedeutung von den kommerziellen Produkten praktisch nicht unterstützt wird. Die einzige Ausnahme bildet hier [154], doch wie später noch ausgeführt, ergeben sich auch hier wieder deutliche Einschränkungen von anderer Seite.

Bei speziellen Strukturen, wie z.B. Leitungsstrukturen mit sehr dünnen und/oder sehr dicken Schichten, liefern kommerzielle Programme oft drastisch falsche Ergebnisse, da sie auf außerhalb der Konvergenz liegenden Zwischenresultaten beruhen. Solche fehlerhafte Resultate sind oft nur schwer aufzudecken, da sie meistens physikalisch plausibel erscheinen und geeignete Kontrollmechanismen bei den kommerziellen Programmen in der Regel nicht vorhanden sind.

Desweiteren ist ein Zugriff auf interne Parameter in der Regel nicht möglich, die für eine Anpassung an spezielle Anforderungen oder erweiterter Simulationen wie z.B. auf Raytracing beruhende Fernfeldanalysen notwendig wären. Eine Definition von Klemmengrößen oder erweiterte Anregungskonzepte für modifizierte Deembeddingstrategien mit Eigenwertlösern, z.B. zur Untersuchung von Modenkonzersionen sind ebenfalls nicht vorhanden. Diese Tatbestände sind jedoch auch nicht überraschend, denn der kommerzielle Softwareentwickler und –vertreiber kann seine Produkte aus wirtschaftlichen Gründen nur so konzipieren, daß er einen möglichst breiten Markt abdeckt, so daß eine individuelle Abstimmung praktisch nicht in Frage kommt.

Aufgrund dieser Sachlagen ist die Entwicklung erweiterter Simulationsverfahren mit hoher Flexibilität auf außerkommerzieller Ebene weiterhin zwingend erforderlich. So wurde z.B. in letzter Zeit mit der Entwicklung der Hybridverfahren Kombinationen zwischen den lokalen Verfahren und den globalen Verfahren geschaffen, um so die Vorteile der jeweiligen Verfahren in den betreffenden Lösungsgebieten auszunutzen [75, 76, 77].

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich vor diesem Hintergrund mit einem Integralgleichungsverfahren, welches die aus der Momentenmethode nach Galerkin hervorgehenden Matrixelemente der Systemmatrix durch eine kombinierte Auswertung im Orts- und Spektralbereich generiert, wodurch es am ehesten den Konzepten in [165, 162, 163, 164] gegenübergestellt werden kann. Die vorrangige Zielsetzung lag in der Entwicklung eines Verfahrens, welches durch eine hohe Modellierungsflexibilität die Simulation einer möglichst großen Klasse von Schaltungsstrukturen und feldtheoretischer Problemstellungen ermöglichen soll bei einer ähnlichen oder besseren numerischen Effizienz und Genauigkeit als vergleichbare kommerzielle Programmentwicklungen. Gleichzeitig soll es durch ein offenes Programmkonzept, zusätzliche Leistungsmerkmale und Kontrollstrukturen flexibel an spezielle Aufgabenstellungen angepaßt werden können, erweiterte Modellierungsmöglichkeiten erschließen und eine präzise Kontrolle der numerischen Genauigkeit erlauben.

Das Verfahren baut zunächst auf Entwicklungen früherer Arbeiten [91, 93, 94] auf, an deren Ende ein Analyseverfahren stand, welches die Berechnung planarer Mikrostripstrukturen mit ortsabhängigen Impedanzbereichen und einem flexiblen, ungleichmäßigen Diskretisie-

rungskonzept ermöglichte. Weitere Arbeiten [29, 12] ermöglichten schließlich die Analyse von Schlitzleitungsstrukturen mit Hilfe des Dualitätsprinzips. Die Verfahren waren bis zu diesem Zeitpunkt jedoch auf die Analyse von Schaltungen mit nur jeweils einer Metallisierungsebene beschränkt.

Diese Einschränkung konnte in der Folgezeit zunächst im Rahmen der Analyse von frequenzselektiven periodischen Schirmen mit mehreren Ebenen [92, 5, 13] aufgehoben werden.

Desweiteren verlangte die zunehmende Komplexität der Schaltungskonzepte nach einem Verfahren, welches auch die Analyse von Diskontinuitäten und Komponenten mit dreidimensionalen Metallisierungsanteilen ermöglichen sollte.

Dieses Ziel wurde schließlich mit einem Verfahren erreicht, welches auf einem Oberflächenstromkonzept mit zusätzlichen, senkrecht zur Schichtstruktur verlaufenden Komponenten zwischen zwei möglichen Metallisierungsebenen einer Mikrostripschaltung beruht [9, 10, 11]. Die aus den senkrechten Stromkomponenten resultierenden Spektralbereichsausdrücke weisen jedoch ein unübersichtliches und in der Regel schlechtes Konvergenzverhalten auf, was zusammen mit der gewählten Implementierung der notwendigen analytischen Ortsbereichsintegrationen die numerische Effizienz deutlich herabsetzt.

In Anknüpfung an diese vorangegangenen Verfahren gelang es schließlich, basierend auf einem Oberflächen/Volumenintegralgleichungskonzept deren Modellierungsmöglichkeiten deutlich zu steigern und parallel dazu die Effizienz bezüglich der Rechenzeit sowie die Zuverlässigkeit und Genauigkeit entscheidend zu verbessern.

So wird im 2. Kapitel ein Konzept beschrieben, das die Analyse von Strukturen mit prinzipiell beliebig vielen Metallisierungsebenen ermöglicht, welche in Kombination sowohl typische Mikrostrip- oder Stripline Komponenten als auch Komponenten mit Schlitz- oder Blendencharakter beinhalten können. Desweiteren sollen dreidimensionale Strukturkomponenten mit möglichst geringen Einschränkungen zwischen den Metallisierungsebenen angeordnet werden können. Es werden die zur Nachbildung von Flächenströmen und vertikalen Volumenströmen verwendeten Basisfunktionen vorgestellt. Darüber hinaus werden erweiterte Anregungskonzepte dargelegt und zusätzliche Modellierungsmöglichkeiten von endlichen dielektrischen Bereichen mittels Polarisationsvolumenströmen aufgezeigt.

Ein Kernthema wird von der zuverlässigen Ableitung und Implementierung der verschiedenen Greenschen Funktionen gebildet. Dazu werden in Kapitel 3 die wichtigsten Schritte für die Herleitung der Greenschen Funktion des elektrischen Feldes, angeregt durch elektrische Punktquellen, rekapituliert, um anschließend die in diesem Verfahren zusätzlich erforderlichen Greenschen Funktionen für elektrische und magnetische Felder, angeregt durch sowohl elektrische als auch magnetische Quellen, herleiten zu können.

Durch den Einzug von Blendenebenen mit weitgehend beliebiger Anzahl und Position in die zuvor ungestörte Schichtstruktur müssen die in Kapitel 3 hergeleiteten Greenschen Funktionen deutlich modifiziert werden. In Kapitel 4 wird neben diesen Modifikationen der Aufbau des verkoppelten Oberflächen/Volumenintegralgleichungssystems dargelegt.

In Kapitel 5 wird der wesentliche Teil des Verfahrens, die Lösung des Integralgleichungssystems, entwickelt. Hierzu wird zunächst das Wesen der Momentenmethode beschrieben,

welche das Integralgleichungssystem in ein lineares Gleichungssystem überführt. Durch die sehr allgemeine Modellbildung treten verschiedene Klassen von Matrixelementen innerhalb der Systemmatrix auf. Anschließend wird der Kern des Verfahrens zur Erzielung einer hohen Effizienz und Genauigkeit, die Entwicklung eines verallgemeinerten asymptotischen Subtraktionskonzeptes, vorgestellt, welches zu einer entscheidenden Konvergenz- und Genauigkeitssteigerung bei der Berechnung der Matrixelemente führt.

Die Konvergenzsteigerung durch eine Subtraktion asymptotischer Entwicklungen kann aber nur dann sinnvoll ausgenutzt werden, wenn die Matrixelemente der hierbei entstehenden asymptotischen Systemmatrix mit hoher Effizienz und Genauigkeit, z.B. mittels analytischer Vorgehensweisen, generiert werden können. Teilanalytische Strategien wurden im Rahmen dieser Arbeit erstmals in [80, 79, 81] vorgestellt, die vollständig analytische Lösung der asymptotischen Systemmatrix für Strukturen mit dreidimensionalen Komponenten wurde schließlich in [7, 8] präsentiert.

In diesem Zusammenhang konnte außerdem gezeigt werden, daß nur die Verwendung eines Volumenstromkonzeptes für die Beschreibung dreidimensionaler Strukturen eine gleichmäßige Behandlung aller asymptotischen Integrale mit den entwickelten analytischen Lösungsstrategien ermöglicht, so daß die in [9] vorgestellten Konzepte aufgegeben werden mußten.

In Kapitel 6 werden verschiedene Verfahren diskutiert, welche basierend auf einer Analyse der jeweils gewählten Diskretisierung eine starke Redundanzreduktion bei der Berechnung der Systemmatrix bewirken. Die Effizienzsteigerung durch diese Verfahren ist hier zum Teil sogar größer als die durch eine schnelle Fouriertransformation (FFT) bei den erwähnten kommerziellen Verfahren bewirkte Effektivität. Der entscheidende Vorteil besteht bei den in dieser Arbeit entwickelten Verfahren darin, daß diese nicht auf eine unflexible, gleichmäßige Diskretisierung angewiesen sind wie die FFT-basierten Konzepte.

Zur Charakterisierung von Schaltungseigenschaften bei hohen Frequenzen hat sich die Streuparameterbeschreibung allgemein durchgesetzt. Für die Bestimmung dieser Streuparameter als auch für eine Vorabanalyse von Schaltungseigenschaften ist die genaue Kenntnis der elektromagnetischen Leitungseigenschaften wie die Ausbreitungskonstanten der verschiedenen Leitungsmoden mit ihren Stromverteilungen von großer Bedeutung. Dazu wird in Kapitel 7 ein Verfahren vorgestellt, welches auf einer Eigenwertanalyse der Zuleitungsstrukturen basierend auf der elektrischen Feldintegralgleichung beruht. Die Anwendung des Verfahrens wird ausführlich anhand der praktischen Berechnung von Mikrostripleitungen, Stripline- und Koplanarstrukturen demonstriert. Die Kenntnis der aus der Eigenwertanalyse ermittelten Ausbreitungskonstanten und Stromverteilungen auf den Zuleitungen erlauben die Anwendung effektiver Anregungs- und Deembeddingkonzepte. Letztere erlauben die Extraktion der hin- und rücklaufenden Wellenamplituden auf den Zuleitungen bei verschiedenen Anregungszuständen mit anschließender Berechnung der Streumatrix.

In Kapitel 8 wird die Anwendung des Gesamtverfahrens auf eine breite Klasse praktischer Problemstellungen präsentiert. Hier werden zunächst Mikrostripantennen mit verschiedenen Ankopplungsarten und Mikrostripstrukturen mit dreidimensionalen Komponenten wie Spiralinduktoren und MIM-Koppler behandelt. Ein Kernthema bildet die Analyse und Dimen-

sionierung neuartiger integrierter Submm-Wellenempfänger mit Substratlinsen, welche im Rahmen eines internationalen Kooperationsprojektes unter Leitung der ESA durchgeführt wurde.

Den Abschluß bildet die Analyse hybrider koplanarer Baugruppen mit dreidimensionalen Komponenten. Aus der großen Zahl möglicher Strukturen wurde hier ein Bandstoppfilter für Anwendungen in Frequenzverdopplern bis 40 GHz und die Simulation von SMD-Bauelementen innerhalb koplanarer Strukturen ausgewählt.

In Kapitel 9 werden die Ergebnisse zusammengefaßt und mögliche Weiterentwicklungen aufgezeigt.

Kapitel 2

Die Modellbildung

Die mathematisch–elektrodynamische Analyse von Schaltungsstrukturen erfordert zwangsläufig eine Modellbildung für die Strukturen und ihrer geschichteten Schaltungsumgebungen. Da die heutigen praxisrelevanten Schaltungskonzepte zunehmend komplexer werden, sollten die mit jeder Modellierung einhergehenden Einschränkungen und Idealisierungen jedoch so gering wie möglich ausfallen. Das Kapitel beschreibt die in dieser Arbeit verwendeten Modellierungskonzepte mit ihren physikalisch–mathematischen Hintergründen und zeigt deren Leistungsfähigkeit und Grenzen auf.

2.1 Beschreibung der Schichtstruktur

Abbildung 2.1 zeigt den allgemeinen Fall eines ebenen, in lateraler Richtung unendlich ausgedehnten Schichtenmodells mit m Schichten, welches die Umgebung der einzubettenden Schaltungsstrukturen darstellt. Jede Schicht besteht aus homogenem, isotropem Material, dessen elektromagnetische Eigenschaften durch die Permittivitätskonstante $\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri}$ und Permeabilitätskonstante $\mu_i = \mu_0 \mu_{ri}$ charakterisiert werden (ϵ_0, μ_0 Materialkonstanten des Vakuums), die z -Koordinate der unteren Schichtgrenze wird mit d_i bezeichnet. Die Schicht m und die Schicht 1 können optional durch Halbräume unendlicher elektrischer oder magnetischer Leitfähigkeit begrenzt sein, endliche Leitfähigkeiten der Reflektoren oder dielektrische Verluste der Schichten können durch entsprechende komplexe Materialkonstanten erfaßt werden.

2.2 Beschreibung der Schaltungsstrukturen

In die ursprüngliche Schichtstruktur aus Abbildung 2.1 sind im allgemeinen Fall $L_E + L_B$ Metallisierungsebenen eingebettet. Die Strukturkomponenten in den Ebenen le werden dabei durch elektrische Flächenströme charakterisiert, eine Beschreibung, die besonders zur Modellierung der planaren Teile von Mikrostrip– oder Striplinestrukturen geeignet ist. Die Ebenen lb bestehen aus Blenden– oder Schlitzbereichen, modelliert durch geeignet ange-

ordnete magnetische Flächenströme ober- und unterhalb einer lateral unendlich ausgedehnten Massemetallisierung. Diese Beschreibung ist besonders geeignet zur Modellierung von Schlitzleitungs- und Koplanarstrukturen. Desweiteren können die Metallisierungsstrukturen durch senkrechte Durchverbindungen miteinander verbunden sein. Wie später gezeigt, werden diese Durchverbindungen mittels elektrischer, in z-Richtung orientiert Volumenströme modelliert. Diese Volumenströme sind nicht nur für die Modellierung metallischer Durchverbindungen geeignet, sondern auch zur Erfassung von an planare Metallisierungen gebundene Polarisationsströme, was eine effiziente Modellierung endlicher dielektrischer Träger und Isolierungen ermöglicht. Die kombinierte Modellierung der Strukturen mit Berücksichtigung aller elektromagnetischen Wechselwirkungen untereinander erlaubt die Erfassung einer großen Klasse von Schaltungen und feldtheoretischer Problemstellungen. Ein typisches Beispiel einer allgemeinen Schaltungsstruktur zeigt Abbildung 2.2

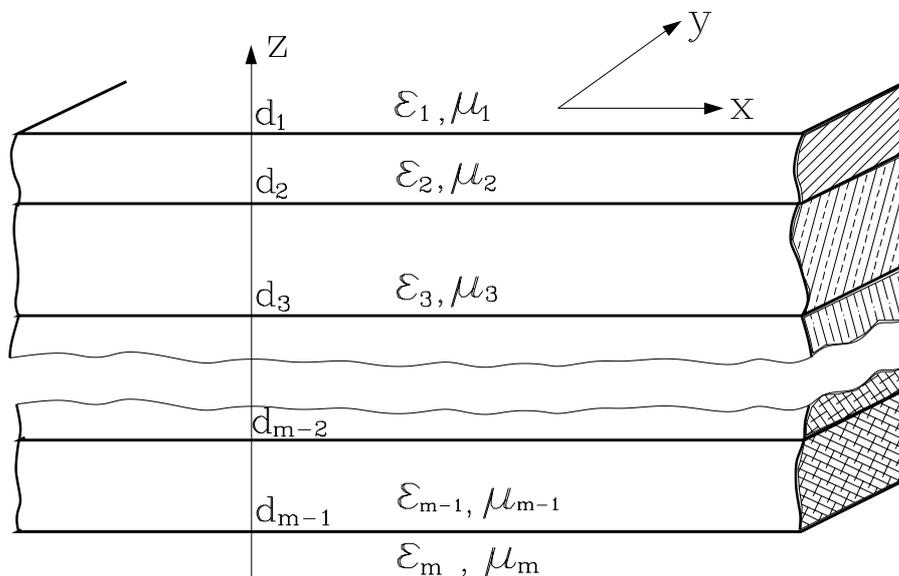


Abbildung 2.1: Schichtstruktur mit Geometrieparametern

2.3 Modellierung der Stromverteilung

Zur Lösung des in Kapitel 4 vorgestellten Integralgleichungssystems ist es notwendig, die unbekannt Größen, in diesem Fall die elektrische, magnetische oder Polarisationsstromverteilung mit Hilfe von Basis- oder Entwicklungsfunktionen geeignet zu diskretisieren. Diese Basisfunktionen lassen sich allgemein in die Klassen Ganzbereichs- und Teilbereichsfunktionen unterteilen. Ganzbereichsfunktionen können Ausdehnungen von mehr als einer Wellenlänge haben, zur Beschreibung der Stromverteilung auf diesen Bereichen werden in der Regel Orthogonalentwicklungen verwendet. Der Vorteil dieser Ganzbereichsfunktionen liegt darin, daß mit ihnen komplexe Stromverteilungen auf größeren Schaltungsbereichen mit wenigen Funktionen approximiert werden können, der große Nachteil besteht aber in ihrer Anwendbarkeit auf nur einfache Geometrien wie rechteckförmige Patches oder Kreis-

flächen. Dagegen lassen sich mit Teilbereichsfunktionen weitgehend beliebige Schaltungsgeometrien diskretisieren. Diese Funktionen sind nur in Teilbereichen der Struktur von Null verschieden, die in der Regel deutlich kleiner als eine Wellenlänge sind und erlauben dort eine stückweise Approximation der Stromverteilung. Dies ist mit dem Nachteil verbunden, daß eine wesentlich größere Anzahl von Basisfunktionen zur Stromapproximation notwendig ist. In bestimmten Fällen kann daher eine Kombination von Ganzbereichs- und Teilbereichsfunktionen sinnvoll sein, doch bestehen dann oft große Modellierungsschwierigkeiten an den Übergangsstellen der unterschiedlich diskretisierten Bereiche. Trotz der geschilderten Nachteile werden im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Teilbereichsfunktionen verwendet. Denn die Zielsetzung, eine möglichst große Klasse von Strukturen feldtheoretisch erfassen zu können, erzwingt größtmögliche Flexibilität in der Diskretisierung und damit zwangsläufig die Verwendung von Teilbereichsfunktionen. Noch entscheidender in diesem Zusammenhang ist jedoch die mit der einheitlichen Verwendung von Teilbereichsfunktionen verbundene Möglichkeit, ein einheitliches und effizientes numerisches und analytisches Instrumentarium zur Lösung des Integralgleichungssystems anwenden zu können. Denn wie später noch ausgeführt, sind Art und Form der verwendeten Basisfunktionen enge Grenzen gesetzt, was ihre Implementierbarkeit in rechenzeit- und speicherplatzeffiziente Lösungsstrategien betrifft.

Allgemeiner Ansatz

Wie später noch ausführlicher dargelegt, werden zur elektrodynamischen Modellierung der Strukturen elektrische Flächenströme $\vec{J}(\vec{r})$, magnetische Flächenströme $\vec{M}(\vec{r})$ sowie elektrische oder Polarisationsvolumenströme $\vec{J}_V(\vec{r})$ angesetzt. Man erhält für den Gesamtstrom die Darstellung:

$$\vec{J}_{ges}(\vec{r}) = \sum_{le=1}^{L_E} \sum_{m=1}^{N_{le}} \vec{J}_{lem}(\vec{r}) + \sum_{lb=0}^{L_B} \sum_{m=N_{le}+1}^{N_{le}+N_{lb}} \vec{M}_{lbm}(\vec{r}) + \sum_{lv=1}^{L_V} \sum_{k=1}^{N_{lv}} \vec{J}_{V,lvk}(\vec{r}) \quad (2.1)$$

Hierbei repräsentieren $\vec{J}_{lem}(\vec{r})$ die m 'te Basisfunktion des elektrischen Flächenstroms auf der Ebene le , analog $\vec{M}_{lbm}(\vec{r})$ die m 'te Basisfunktion für den magnetischen Flächenstrom auf Ebene lb , die Basisfunktionen der Volumenströme $\vec{J}_{V,lvk}(\vec{r})$ werden Ebenen lv zugeordnet.

2.3.1 Basisfunktionen für planare Schaltungsbereiche

Für die Diskretisierung der Flächenströme werden asymmetrische, stückweise lineare vektorielle Basisfunktionen verwendet. Diese Basisfunktionen werden gleichermaßen für elektrische und magnetische Flächenströme verwendet, wobei zwei Klassen von Basisfunktionen unterschieden werden. Abbildung 2.3 zeigt die beiden Klassen von Basisfunktionen, wobei exemplarisch nur in x-Richtung orientierte Funktionen dargestellt sind. Beide Klassen erlauben durch Überlappung der Teilbereiche in Stromrichtung eine stückweise lineare Approximation des Stromverlaufes in Stromrichtung. In Stromrichtung wurde zunächst ein stückweise sinusförmiger Verlauf angesetzt.

Im Laufe der Modellentwicklung zeigte sich aber, daß die Diskretisierung in Stromrichtung in der Regel so fein gewählt werden muß, daß der stückweise sinusförmige Verlauf in einen

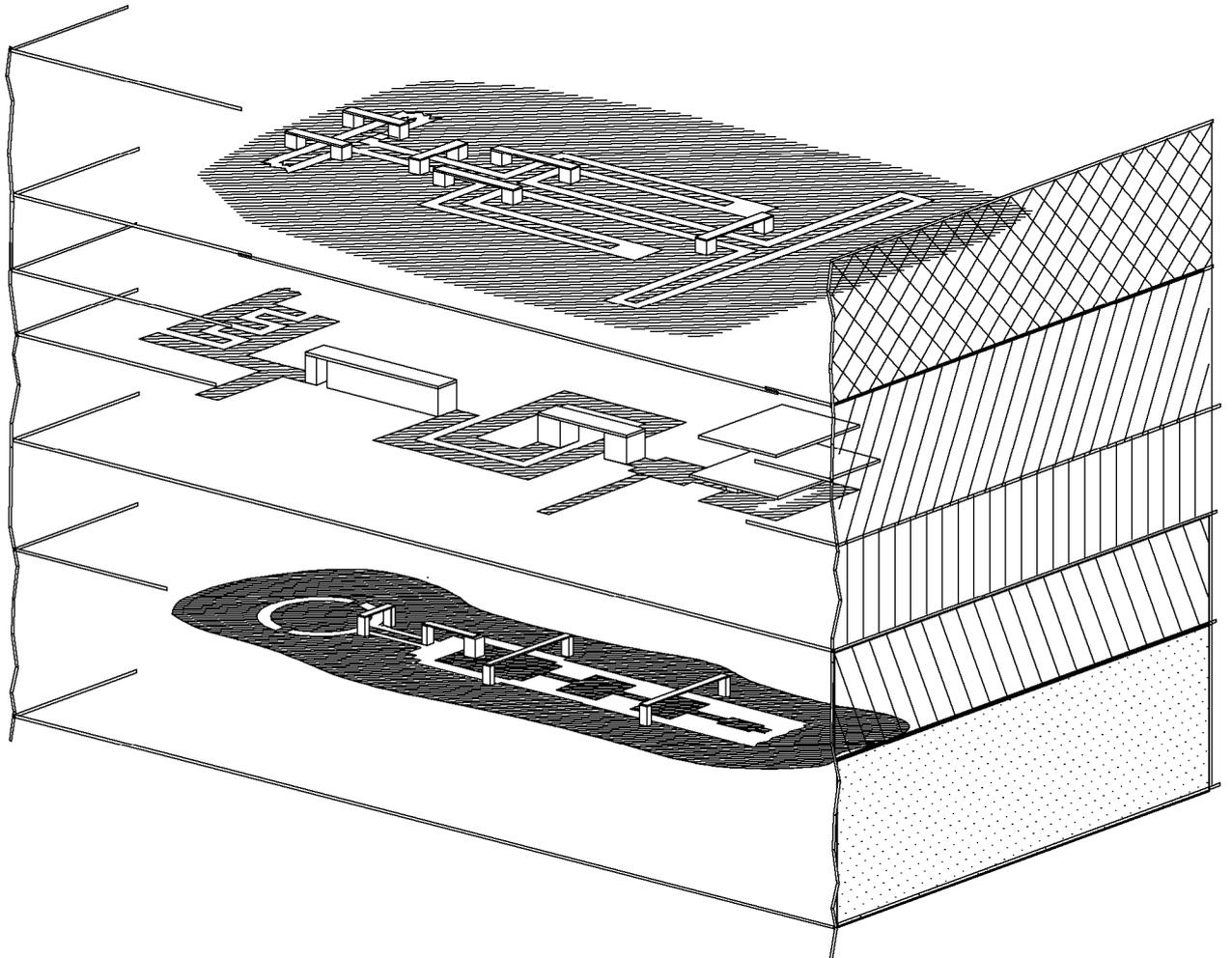


Abbildung 2.2: Allgemeine Schaltungsstruktur mit asymmetrischen Koplanar- und Schlitzkomponenten, Mikrostrip- und symmetrischen Koplanarkomponenten mit dreidimensionalen Strukturen

stückweise linearen Verlauf übergeht. Der sinusförmige Ansatz wurde daher später durch einen linearen Ansatz mit weitreichenden Folgen für spätere analytische Aufbereitungen ersetzt. Der sinusförmige Ansatz ist im wesentlichen historisch begründet durch erste Anwendungen bei der Berechnung von Drahtmodellen [4] und bei späteren Erweiterungen in [60] für die Berechnung von Patchantennen.

Die erste Klasse von Basisfunktionen, repräsentiert durch die in Abbildung 2.3 links dargestellte Funktion, erlaubt quer zur Stromrichtung eine stückweise konstante Approximation, während die zweite Klasse von Basisfunktionen, repräsentiert durch die beiden rechts dargestellten Funktionen, durch geeignete Überlappung quer zur Stromrichtung ebenfalls eine stückweise lineare Approximation in dieser Richtung erlauben.

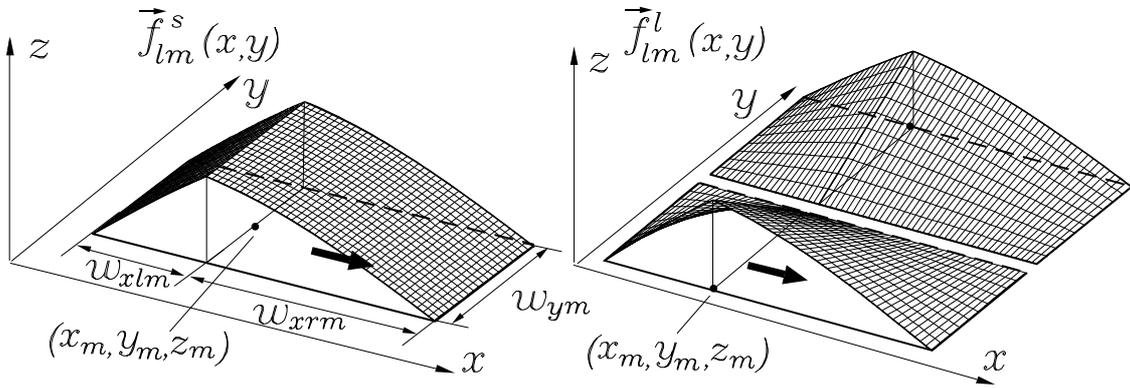


Abbildung 2.3: Verschiedene Klassen planarer Basisfunktionen

Die mathematische Beschreibung der in Abbildung 2.3 links dargestellten Basisfunktion lautet:

$$\vec{f}_m^s(x, y, z) = \left[\left(\frac{1}{w_{xlm}}(x \Leftrightarrow x_m) + 1 \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) + w_{xlm}/2}{w_{xlm}/2} \right) + \left(1 \Leftrightarrow \frac{1}{w_{xrm}}(x \Leftrightarrow x_m) \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) \Leftrightarrow w_{xrm}/2}{w_{xrm}/2} \right) \right] \text{rect} \left(\frac{1}{w_{ym}/2}(y \Leftrightarrow y_m) \right) \delta(z \Leftrightarrow z_m) \vec{e}_x \quad (2.2)$$

Für Basisfunktionen mit Stromfluß in y-Richtung ist nur w_{xlm}, w_{xrm}, w_{ym} gegen w_{ylm}, w_{yrm}, w_{xm} und x gegen y auszutauschen.

Für die in Abbildung 2.3 rechts dargestellten Basisfunktionen lautet die mathematische Beschreibung:

$$\vec{f}_m^l(x, y, z) = \left[\left(\frac{1}{w_{xlm}}(x \Leftrightarrow x_m) + 1 \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) + w_{xlm}/2}{w_{xlm}/2} \right) + \left(1 \Leftrightarrow \frac{1}{w_{xrm}}(x \Leftrightarrow x_m) \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) \Leftrightarrow w_{xrm}/2}{w_{xrm}/2} \right) \right] \left(1 \pm (y \Leftrightarrow y_m)/w_{ym} \right) \text{rect} \left(\frac{(y \Leftrightarrow y_m) \pm w_{ym}/2}{w_{ym}/2} \right) \delta(z \Leftrightarrow z_m) \vec{e}_x \quad (2.3)$$

Hierbei ist das Vorzeichen '+' gültig für die Funktionen mit linken Kanten in Stromrichtung und '↔' für die entsprechenden Funktionen mit rechten Kanten. Für Funktionen mit y-Orientierungen muß neben den schon für Gl.(2.2) geltenden Austauschvorschriften \pm gegen \mp ersetzt werden. Die obigen Basisfunktionen werden sowohl für die Modellierung von elektrischen Flächenströmen als auch für magnetische Flächenströme eingesetzt. Die genaue Kennzeichnung erfolgt, wie später gezeigt, über die Nummer der elektrischen Flächenstromebene le bzw Blendenebene lb .

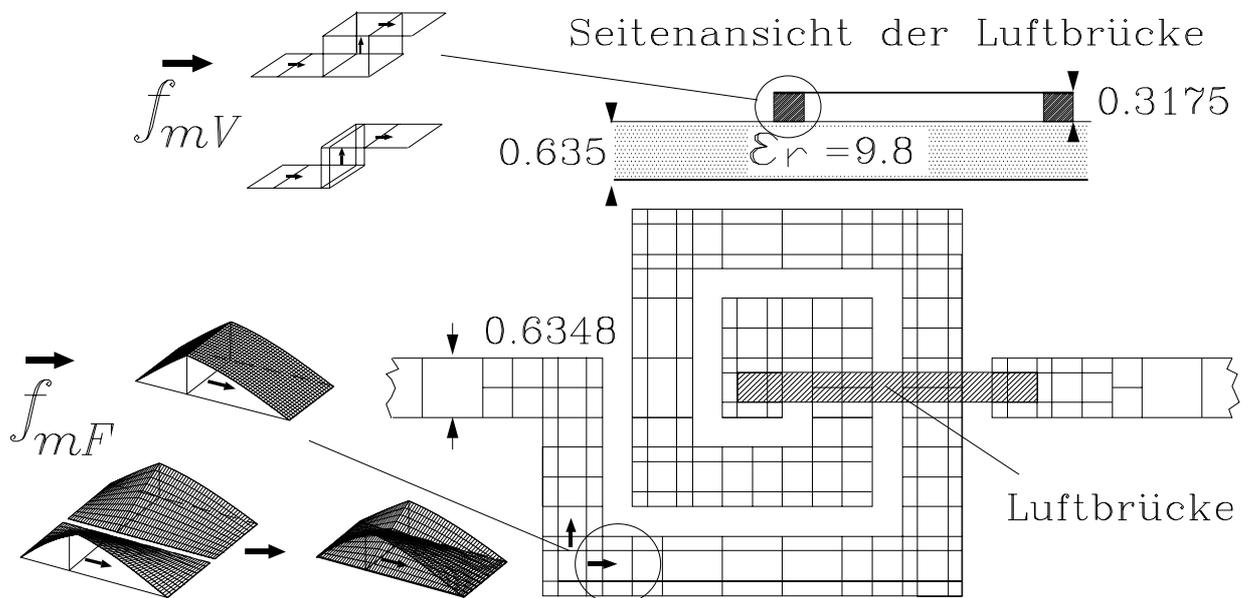
An dieser Stelle ist die Frage legitim, warum nicht zusätzlich eine Basisfunktion mit zwei abfallenden Rampen quer zur Stromrichtung zur Anwendung kommt, die, analog zur Beschreibung in Stromrichtung, innerhalb eines Bereiches eine stetige lineare Interpolation quer zum Strom erlauben würde. Eingehende Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit haben in diesem Zusammenhang ergeben, daß die Verwendung solcher Basisfunktionen in vielen Fällen mit völlig unphysikalischen Stromverteilungen einhergeht. Diese Phänomene sind aller Voraussicht nach sehr mit dem Problem der sog 'spurious modes' verknüpft, welches sich hauptsächlich im Zusammenhang mit der Entwicklung der Methode der Finiten Elemente (FE-Verfahren) manifestierte. Die Problematik innerhalb der FE-Verfahren kann jedoch heute als gelöst angesehen werden und die Ergebnisse aus diesem Lösungsprozess können zum größten Teil sinngemäß auch auf andere Verfahren, wie der in dieser Arbeit verwendeten Momentenmethode, übertragen werden. Bei der Momentenmethode führt dies bezüglich der verwendeten Entwicklungsfunktionen auf das Resultat, daß für die Normalkomponente des Stromes an Zellengrenzen eine möglichst 'glatte' Interpolation erzielt werden sollte (Neben der Stetigkeit des Normalkomponente wäre z.B. auch die Stetigkeit der ersten Ortsableitung in dieser Richtung wünschenswert s. z.B. [30]), die Tangentialkomponente des Stromes muß aber an Zellengrenzen die Möglichkeit haben, zu springen, auch wenn keine Sprünge in den Materialeigenschaften, wie z.B eine Änderung der Oberflächenimpedanz, vorliegen. Mit den Basisfunktionen Gl.(2.2) und Gl.(2.3) werden diese Forderungen erfüllt.

In Abbildung 2.4 ist als Diskretisierungsbeispiel eine Spiralinduktivität in Mikrostrip-technik dargestellt. Zur Diskretisierung der planaren Metallisierungen wurde hier eine ungleichförmige Rasterung gewählt. Da die Segmentierung der Basisfunktionen beliebig gewählt werden können, ist die Diskretisierungsauflösung nicht mehr von der kleinsten geometrischen Abmessung abhängig und kann so sehr genau auf die physikalischen und geometrischen Erfordernisse zugeschnitten werden, während dies bei vielen kommerziellen Programmen oft nur mit starken Restriktionen möglich ist [164, 165, 162]. Desweiteren wird im Abbildung 2.4 links unten angedeutet, wie die Basisfunktionen den Rastersegmenten zugeordnet und die Basisfunktionen Gl.(2.3) paarweise überlagert werden. Daraus wird auch ersichtlich, daß durch gemischte Anwendung der beiden Klassen von Basisfunktionen eine genaue und sehr flexible Modellierung der Stromverteilung möglich wird.

2.3.2 Basisfunktionen für 3-D Komponenten

Die Modellierung von senkrechten Durchverbindungen und Polarisationsströmen erfolgt mittels Basisfunktionen, die einen Volumenstrom in z-Richtung beschreiben. Die mathe-

Volumenstrombeschreibung
der 3-D Komponenten:



Verschiedene Klassen
planarer Basisfunktionen

Abbildung 2.4: Diskretisierung einer Mikrostripstruktur mit dreidimensionalen Komponenten

matische Beschreibung für diese Funktionen lautet:

$$\vec{f}_{lv m}(x, y, z) = \text{rect}\left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m)}{w_x/2}\right) \text{rect}\left(\frac{(y \Leftrightarrow y_m)}{w_y/2}\right) \text{rect}\left(\frac{(z \Leftrightarrow \Delta z/2 \Leftrightarrow z_{lv m})}{\Delta z/2}\right) \vec{e}_z \quad (2.4)$$

d.h. es wird ein konstanter Strom in z-Richtung mit der Höhe Δz über einem Bereich mit Länge und Breite w_x und w_y angesetzt. Dieses Konzept scheint zunächst in einem starken Gegensatz zu einer möglichst homogenen Modellierung der Gesamtstromverteilung zu stehen. Ein Blick auf Abbildung 2.5 zeigt jedoch, daß die Anwendung dieser Basisfunktionen in vollkommener Konformität mit den planaren Basisfunktionen Abbildung 2.3 links stehen, wenn diese auf einer von diesen planaren Basisfunktionen gebildeten Zelle angeordnet werden. Denn die Bildung der Divergenz in diesem Bereich zeigt, daß diese Zelle mit einer konstanten Ladungsverteilung belegt ist in Konformität mit einer konstanten Oberflächenladungsdichte am oberen und unteren Ende des Volumenstroms.

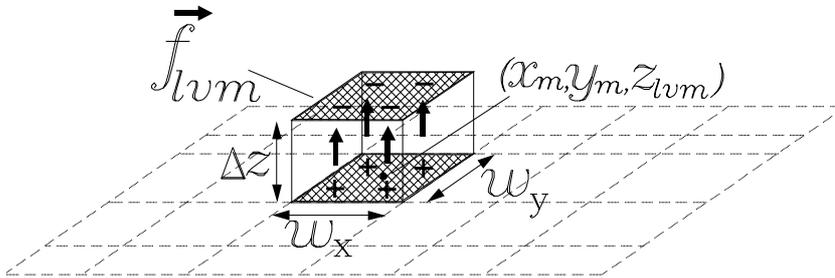


Abbildung 2.5: Basisfunktion für Volumenströme

Dies bedeutet, daß die integrale Kontinuitätsgleichung bei geeigneten Amplituden der Basisfunktionen für ein Volumen um den Bereich der Zelle erfüllt werden kann, ohne daß zusätzliche Anpaßfunktionen erforderlich sind. Darüber hinaus kann der Volumenstrom auch zur Modellierung eines dielektrischen Belages ober- und/oder unterhalb einer Metallisierung dienen. Ausgangspunkt ist die Definition eines Polarisationsstromes

$$\vec{J}_{pol}(\vec{r}) = j\omega(\epsilon_2 \Leftrightarrow \epsilon) \vec{E}_{ges}(\vec{r}) \quad (2.5)$$

mit ϵ der Permittivität der umgebenden Schichtung und ϵ_2 der Permittivität des dielektrischen Belages sowie \vec{E}_{ges} dem elektrische Feld innerhalb des Belages.

Führt z.B. ein Streifenleiter im homogenen Raum (Permittivität ϵ) den Oberflächenstrom $\vec{J}_F = I(x)/b \cdot \vec{e}_x$ mit konstanter Verteilung über die Breite b , so ist mit diesem Strom ein H-Feld $H_y(x) = \mp I(x)/(2b)\vec{e}_y$ ober- und unterhalb des Streifens verknüpft. Trägt dieser Streifen oberhalb und unterhalb einen dielektrischen Belag (Permittivität ϵ_2), so erhält man:

$$\text{rot} \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \vec{e}_z \frac{dI(x)}{2bdx} = j\omega\epsilon_2 E_z \vec{e}_z \Rightarrow E_z \vec{e}_z = \vec{E}_{ges} = \mp \vec{e}_z \frac{dI(x)}{2bdx} \frac{1}{j\omega\epsilon_2} \quad (2.6)$$

Damit ergibt sich ein effektiver Polarisationsstrom

$$\vec{J}_{eff} = \mp \vec{e}_z \frac{dI(x)}{2bdx} \frac{\epsilon_2 \Leftrightarrow \epsilon}{\epsilon_2} \quad (2.7)$$

Falls die H6he Δz klein gegen6ber der Wellenl6nge bleibt, so dominiert die z-Komponente des elektrischen Feldes innerhalb des dielektrischen Belages. Wird der Streifen mit den Basisfunktionen Abbildung 2.3 links diskretisiert, so gilt auf einem Segment $\frac{dI(x)}{dx} = const$, d.h. es flie6t ein konstanter Polarisationsstrom oberhalb und unterhalb des Segmentes, der sich in sehr guter N6herung mit den Basisfunktionen Abbildung 2.5 approximieren l66t. Im homogenen Raum oder weiter entfernten Schichtgrenzen l66t sich aber auch schon mit guter Genauigkeit direkt die N6herung Gl.(2.7) anwenden, wie in [82] f6ur die Modellierung isolierter Herzschrittmacherelektroden gezeigt wurde.

Befindet sich der Streifenleiter jedoch im allgemeinen Fall z.B. mit nur einem einseitigen Belag innerhalb einer Schicht/Reflektorumgebung, so gilt die Amplitudenabsch6tzung Gl.(2.7) wegen der dort vorausgesetzten Symmetrie nicht mehr und mu6 durch den allgemeinen Ansatz mit den Basisfunktionen Gl.(2.4) ersetzt werden.

Eine Abh6ngigkeit in z-Richtung kann, ebenso wie bei l6ngeren Durchverbindungen, durch zus6tzliche Diskretisierung in dieser Richtung erfa6t werden. Die st6ckweise konstante Beschreibung des Stromes in z-Richtung hat jedoch den Nachteil, da6 an den Sprungstellen zus6tzliche unphysikalische Fl6chenladungen entstehen, d.h die Divergenzfreiheit des elektrischen Feldes innerhalb homogener Materialien wird verletzt. Wie sich aber in der Praxis zeigt, hat dieser Nachteil in der Regel keinen sichtbaren negativen Einflu6 auf die Ergebnisse.

Abbildung 2.4 zeigt links oben die Modellierung der vertikalen Anteile einer Luftbr6cke mit Volumenstr6men. Durch die beliebig w6hlbaren Segmentierungen k6nnen auch sehr d6nne, streifenf6rmige Volumenstr6me modelliert werden, so da6 in z-Richtung auch eine Quasi-Oberfl6chenstrombeschreibung m6glich ist.

2.3.3 Modellierung von Blendenebenen

Wie im folgendem gezeigt, lassen sich Blenden- und Schlitzbereiche innerhalb einer lateral unendlich ausgedehnten Grundmetallisierung mit Hilfe des Dualit6tsprinzips in ein 6quivalentes Feldproblem 6berf6hren, bei welchem der Diskretisierungsaufwand auf die Blenden- und Schlitzbereiche beschr6nkt bleibt.

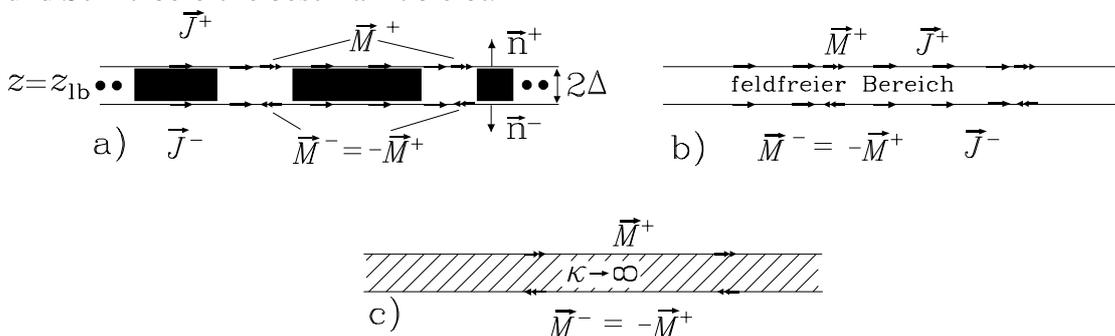


Abbildung 2.6: Schrittweiser Ersatz von Schlitzbereichen durch magnetische Fl6chenstr6me

Abbildung 2.6 zeigt eine Metallisierungsebene mit Schlitzten bei $z = z_{lb}$ mit einer zun6chst

endlichen Dicke $2\Delta z$. Es werden zwei Huygensebenen bei $z = \pm\Delta z$ eingeführt mit entsprechenden Huygensquellen

$$\vec{M}^\pm = \Leftrightarrow \vec{n}^\pm \times \vec{E}^\pm, \quad \vec{J}^\pm = \vec{n}^\pm \times \vec{H}^\pm \quad (2.8)$$

Auf der Grundmetallisierung verschwinden die \vec{M}^\pm wegen $\vec{E}_{tan}^\pm = 0$. Durch $\vec{M}^+ = \Leftrightarrow \vec{M}^- \Leftrightarrow \vec{E}_{tan}^+ = \vec{E}_{tan}^-$

im Bereich der Blenden wird schon im Ansatz die Stetigkeitsbedingung für das E-Feld erfüllt. Nun ist durch Einführung der Blendenebenen der Bereich zwischen den Huygensebenen $z = z_{lb} + \Delta z$ und $z = z_{lb} \Leftrightarrow \Delta z$ feldfrei und kann mit einem beliebigen Material ausgefüllt werden, ohne die bestehenden Feldverhältnisse außerhalb zu verändern. In diesem Fall ist es zweckmäßig, diesen Bereich mit ideal leitendem Material auszufüllen, da so infolge des Spiegelungsprinzips die elektrischen Quellen \vec{J}^\pm vor den ideal leitenden Wänden wirkungslos werden und zu Null gesetzt werden können. Somit verbleiben nur noch die Quellen \vec{M}^\pm in den Schlitzbereichen, welche über die Stetigkeitsbedingung für das magnetische Feld miteinander verkoppelt sind. Die Dicke $2\Delta z$ dieser Blendenebene wird anschließend wieder als unendlich dünn angenommen.

2.3.4 Strukturanregung mit eingepprägten Quellen

Eine Systemanregung kann in sehr einfacher Weise bei Mikrostripstrukturen mittels eingepprägter Δ -gap Spannungsquellen und analog bei Schlitzstrukturen mittels Δ -gap Stromquellen erfolgen, die jeweils im Amplitudenmaximum der zugehörigen Basisfunktion lokalisiert sind. Wie später gezeigt, lassen sich mit diesen Modellen sehr effektiv Eingangsklemmen innerhalb von Schaltungsstrukturen definieren, mit denen über Spannungs–Strombeziehungen sehr zuverlässige Eingansimpedanzbestimmungen möglich sind. Für mathematische Beschreibung und physikalische Interpretation dieser Quellen sei auf [9] und [1] verwiesen.

Eine homogene Anregungen komplexerer Zuleitungsgeometrien wie asymmetrischer Stripline– oder Koplanarleitungen ist mit diesen Quellen jedoch nur unvollkommen und mit stark erhöhten Diskretisierungsaufwand möglich. Wie später gezeigt, läßt sich in diesen Fällen mit Hilfe von verteilten eingepprägten Stromquellen eine homogene Systemanregung mit minimalen Diskretisierungsaufwand bewirken. Diese Stromquellen werden mit Hilfe der eingeführten Basisfunktionen gebildet mit dem Unterschied, daß sie mit einer bekannten, eingepprägten Amplitude versehen werden, d.h.

$$\vec{J}_{imp}(x, y, z) = I_{imp} \vec{f}_{lem}(x, y, z), \quad \vec{M}_{imp}(x, y, z) = U_{imp} \vec{f}_{tbn}(x, y, z) \quad (2.9)$$

Dies ist in Abbildung 2.7 anhand einer asymmetrischen Stripline demonstriert. Auf den schraffierten Segmenten werden hier Basisfunktionen mit eingepprägten Amplituden verwendet ($J_{F,imp}$), in einem Übergangsbereich überlappen sie sich mit den Basisfunktionen zur Modellierung der Streuströme (unbekannte Amplituden). Zu erkennen ist die gegenphasige Anregung der beiden Leiter, welche zusätzlich die Einhaltung der Strombilanz erfüllt. Für die genaue Querschnittsverteilung können hier die Ergebnisse aus einer Eigenwertanalyse

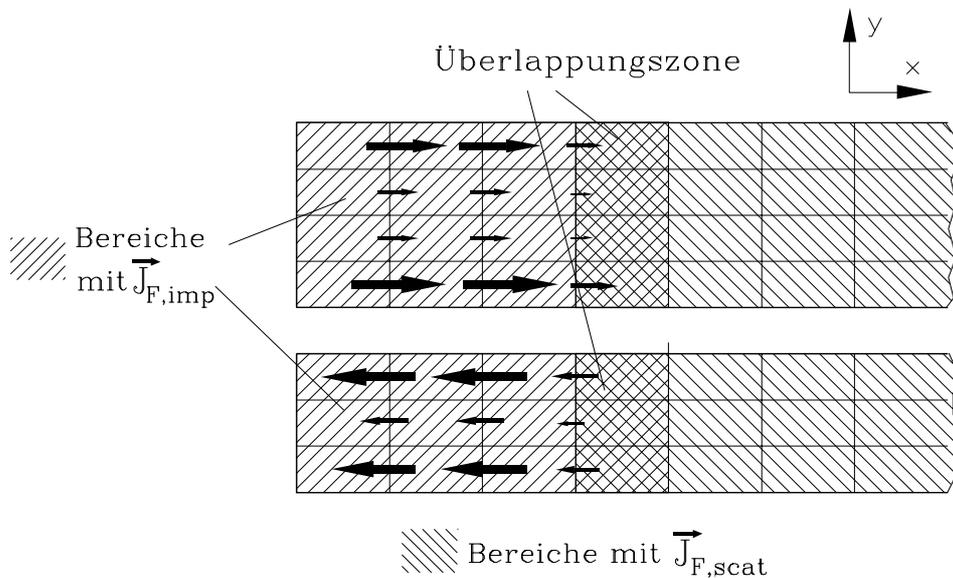


Abbildung 2.7: Strukturanregung mittels Bereiche eingepprägter Quellen

herangezogen werden (s. Kapitel 7). Mit einem solchen Konzept gelingt die Anregung insbesondere von Mehrleitersystemen mit einem Minimum an Störungen und Diskretisierungsaufwand, da der Übergang von der Anregung bis zur gewünschten Mode auf der Leitung nur eine kurze Strecke erfordert. Das Konzept erweist sich in der Praxis auch deutlich flexibler als die Methoden, welche auf einer Ganzbereichsentwicklung mittels Leitungsmoden beruhen [9] [1],[14]. Diese Moden mit einer Länge von mehreren Wellenlängen stören insbesondere die mathematische Homogenität des Gesamtverfahrens, so sind zusätzliche Anpassungs- und Testfunktionen erforderlich, die den Diskretisierungs- und Verfahrensaufwand insbesondere bei der Berücksichtigung einer komplexeren Querschnittsverteilung oder Mehrleitersystemen stark erhöhen. Desweiteren ist bei Verwendung dieser Leitungsmoden eine teilweise Abkehr von dem später erläuterten Galerkinverfahren notwendig.

2.3.5 Modellierung metallischer Verluste und ortsabhängiger Impedanzbereiche

Die Modellierung metallischer Verluste kann näherungsweise über Oberflächenimpedanzen erfolgen. Dazu wird in Abbildung 2.8 eine Metallisierung mit der endlichen Dicke $|d_0|$ betrachtet, welche sich auf einem Halbraum oder einem mehrfach geschichteten Träger befindet.

Bei einer hohen Leitfähigkeit der Metallisierung werden sich im Metall Wellen ausbreiten, bei denen fast unabhängig von der äußeren Feldverteilung die z -Komponente des Ausbreitungsvektors deutlich dominiert. Man kann so für die z -Abhängigkeit der Stromverteilung

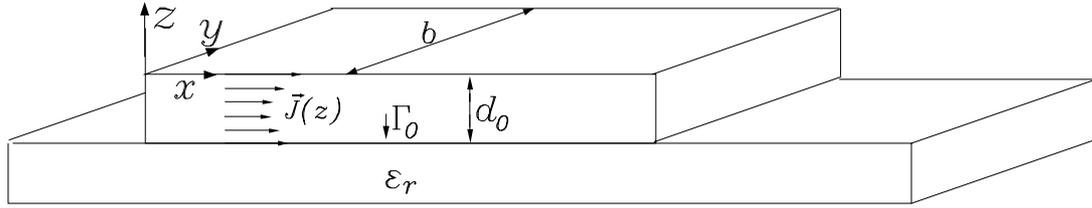


Abbildung 2.8: Zur Herleitung von Oberflächenimpedanzen

im Leiter ansetzen:

$$|\vec{J}(x, y = \text{const}, z)| = Ae^{jk_m z} + A\Gamma_0 e^{2jk_m d_0} e^{-jk_m z}, \quad (2.10)$$

wobei im Metall $\epsilon_m = \Leftrightarrow j \frac{\kappa}{\omega \epsilon_0}$, $k_m = k_0 \sqrt{\epsilon_m} = k_0 \sqrt{\Leftrightarrow j \frac{\kappa}{\omega \epsilon_0}}$ anzusetzen ist. Weiterhin ist Γ_0 der Reflexionsfaktor an der Grenzschicht Metall-Träger. Gl.(2.10) läßt sich auf die bei $z = 0$ herrschende Volumenstromdichte $|\vec{J}(z = 0)|$ normieren. Anschließend wird über die Breite und Dicke des Leiters integriert, was den Volumenstrom

$$I = b \int_{d_0}^0 |\vec{J}(x, y = \text{const}, z)| dz = \frac{b |\vec{J}(x, y = \text{const}, z = 0)| (1 \Leftrightarrow e^{jk_m d_0})(1 + \Gamma_0 e^{jk_m d_0})}{jk_m (1 + \Gamma_0 e^{2jk_m d_0})} \quad (2.11)$$

liefert, wobei die transversale Stromverteilung im Bereich der Breite b als konstant angenommen wird. Da die Metallisierung sehr dünn gegenüber der Wellenlänge ist, kann der Volumenstrom durch Division mit der Breite b auch einheitsmäßig als Oberflächenstrom

$$|\vec{J}_F| = \frac{I}{b} \quad (2.12)$$

angesehen werden. Diese Interpretation beinhaltet auch den Fall $\kappa \rightarrow \infty$, die sich dann einstellenden Ströme an Ober- und Unterseite des Leiters können dann zu einem Summenstrom zusammengefaßt werden.

Eine Definition einer Oberflächenimpedanz erhält man über

$$Z_F = \frac{|\vec{E}_{tan}|}{|\vec{J}_F|}, \quad \text{mit } \vec{E}_{tan} = \frac{\vec{J}(z = 0)}{\kappa} \quad (2.13)$$

Weiterhin zeigt sich, daß Γ_0 auch für Frequenzen im Submm-Wellenbereich unabhängig vom Trägersubstrat in sehr guter Näherung zu eins gesetzt werden kann, so daß man für die Oberflächenimpedanz

$$Z_F = \frac{1 + j}{\kappa \delta} \coth\left((1 + j) \frac{d_0}{\delta}\right) \quad (2.14)$$

erhält.

Bei sehr dünnen Leitern gilt die Näherung $\tanh(x) \approx x$ und damit $Z_F \approx 1/(\kappa d_0)$.

Neben der allgemeinen Berücksichtigung metallischer Verluste können zusätzliche, ortsabhängige Impedanzbereiche innerhalb einer Schaltung modelliert werden. Die Diskretisierung erfolgt bereichsweise konstant anhand des schon vorgegebenen Rasters der Basisfunktionen, d.h. jedem Segment einer Basisfunktion kann optional eine zusätzliche konstante Oberflächenimpedanz zugewiesen werden. Eine weitere Möglichkeit zur Modellierung einer ortsabhängigen Impedanz ist mit der Implementierung von konzentrierten Linienimpedanzen gegeben, die jeweils in den Maxima der Basisfunktionen als δ -funktionsförmige Impedanzen positioniert werden. Mit diesen Oberflächen- und Linienimpedanzen lassen sich so z.B. supraleitende Bereiche in Schaltungen simulieren oder die Einflüsse von SMD-Bauelementen feldtheoretisch exakt erfassen.

Werden Koplanar- oder Schlitzleitungsstrukturen mit magnetischen Flächenströmen modelliert, so ist die Berücksichtigung von metallischen Verlusten der Grundmetallisierung nicht möglich, da zur Herleitung der äquivalenten Struktur eine ideale Leitfähigkeit der Grundmetallisierung vorausgesetzt werden mußte, um die Wirkung der elektrischen Huygensquellen zu unterdrücken. Trotzdem kann, wie später gezeigt, durch kombinierte Anwendung von elektrischen und magnetischen Feldintegralgleichungen innerhalb äquivalenter Strukturen bereichsweise Oberflächenimpedanzrandbedingungen angesetzt werden. Diese Vorgehensweise erlaubt die Modellierung von Schlitz- und/oder Koplanarstrukturen mit konzentrierten Impedanzen oder SMD-Bauelementen mit einem Minimum an Diskretisierungsaufwand.

Kapitel 3

Greensche Funktionen der geschichteten Struktur

In der hier vorgestellten Arbeit werden Schaltungen sehr allgemeiner Art untersucht, die aus Streifenleitern, Schlitzstrukturen, endlichen dielektrischen Bereichen und sämtlichen Kombination dieser Komponenten bestehen können. Da die Schlitzstrukturen mit Hilfe äquivalenter magnetischer Quellen modelliert werden, treten im allgemeinen Fall elektrische, magnetische und Polarisationsströme kombiniert auf, so daß zur Charakterisierung des Feldproblems die Greenschen Funktionen der elektrischen und magnetischen Felder, erzeugt von sowohl elektrischen als auch magnetischen Quellen benötigt werden. Zwar wurde die Herleitung der Greenschen Funktion des elektrischen Feldes elektrischer Quellen schon in den vorangegangenen Arbeiten [1, 9] vorgestellt, dennoch sollen die wesentlichen Schritte an dieser Stelle rekapituliert werden, um eine konsistente Herleitung der in dieser Arbeit zusätzlich benötigten Greenschen Funktionen zu ermöglichen. So ermöglichen die Darstellungen in diesem Kapitel zusammen mit einigen Angaben im Anhang B eine schnelle und zuverlässige Herleitung aller Greenschen Dyadenelemente, was auch in Hinblick auf mögliche spätere Erweiterungen oder Untersuchung spezieller mathematisch-physikalischer Zusammenhänge nützlich ist. Weiterhin wird auf zusätzliche Details eingegangen, die das Verständnis der physikalischen Zusammenhänge erleichtern.

Grundsätzliche Überlegungen

Für die Formulierung von Integralgleichungen z.B zur Lösung von Randwertproblemen hat sich eine Beschreibung des Lösungsraumes mittels dyadischer Greenscher Funktionen als sehr vorteilhaft erwiesen. Diese Funktionen ergeben sich aus der Lösung des Feldproblems bei deltaförmiger Anregung. So ergeben sich für die Felder bei Anwesenheit von sowohl elektrischen als auch magnetischen Quellen:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iiint_V \overset{\leftrightarrow}{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') dv' + \iiint_V \overset{\leftrightarrow}{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}(\vec{r}') dv' \quad (3.1)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \iiint_V \overset{\leftrightarrow}{G}_J^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') dv' + \iiint_V \overset{\leftrightarrow}{G}_M^H(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}(\vec{r}') dv' \quad (3.2)$$

mit den Greenschen Dyaden $\overset{\leftrightarrow}{G}_J^E(\vec{r}, \vec{r}')$ und $\overset{\leftrightarrow}{G}_M^E(\vec{r}, \vec{r}')$ für das elektrische Feld (Superscript E) bei Anregung mittels elektrischer (Index J) und magnetischer Punktquellen (Index M) und den entsprechenden Greenschen Dyaden $\overset{\leftrightarrow}{G}_J^H(\vec{r}, \vec{r}')$ und $\overset{\leftrightarrow}{G}_M^H(\vec{r}, \vec{r}')$ für das magnetische Feld.

Zur Konstruktion der Dyadenelemente eines mehrfach geschichteten Lösungsraumes werden die Felder in den einzelnen Schichten zunächst als Überlagerung zweier 5-Komponentenfelder dargestellt. Als besonders vorteilhaft hat sich eine Zerlegung der Felder bezüglich transversalmagnetischer (TM) Komponenten und transversalelektrischer (TE) Komponenten bezüglich der z-Achse herausgestellt. Es sind jedoch auch andere Zerlegungen möglich [33]. Wie später gezeigt, können die Stetigkeitsbedingungen an Schichtgrenzen und Randbedingungen an optionalen Reflektoren von beiden Teilfeldern durch Einführung geeigneter Reflexions- und Transmissionsfaktoren einzeln erfüllt werden, was zu einer sehr übersichtlichen Konstruktion der Dyadenelemente führt.

Da die Schichtgrenzen des Lösungsraumes eben sind, bietet sich für den allgemeinen Feldansatz besonders die Entwicklung der Felder nach ebenen Wellen an (Spektラルbereichsdarstellung). Wir erhalten so für die Feldkomponenten:

$$\vec{E}_z^{TM}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{k_x k_y} [A(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + B(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] e^{jk_x x} e^{jk_y y} dk_x dk_y \quad (3.3)$$

$$\vec{H}_z^{TE}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{k_x k_y} [C(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + D(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] e^{jk_x x} e^{jk_y y} dk_x dk_y \quad (3.4)$$

In dieser Darstellung bilden $A(k_x, k_y)$, $B(k_x, k_y)$, $C(k_x, k_y)$ sowie $D(k_x, k_y)$ kontinuierliche Wellenspektren, die Faktoren $e^{\pm jk_z(z-z')}$ können als Übertragungsfunktionen des jeweiligen homogenen Raumes innerhalb einer Schicht, \pm je nach hinunter- oder hinauflaufenden Wellenanteilen, interpretiert werden. Diese Spektren sind über eine zweidimensionale Fouriertransformation

$$F(k_x, k_y, z) = \int \int_{y x} f(x, y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \Leftrightarrow f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty-\infty}^{\infty \infty} F(k_x, k_y, z) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (3.5)$$

mit den Größen im Ortsbereich, $f(x, y, z)$, verknüpft.

3.1 Entwicklung der Felder von Quellen im homogenen Raum

Ein wichtiger Schritt bei der Konstruktion der Greenschen Funktionen ist die Entwicklung der Felder von elektrischen und magnetischen Stromelementen nach ebenen Wellenfunktio-

nen, wobei zunächst vom homogenen Raum ausgegangen wird. Die Einführung von Vektorpotentialen und Anwendung der Lorentz-Eichung ermöglicht die Entkopplung der Maxwell'schen Gleichungen, man erhält die vektoriellen Helmholtzgleichungen für das elektrische und magnetische Vektorpotential zu

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}) + k^2 \vec{A}(\vec{r}) = \Leftrightarrow \vec{J}(\vec{r}), \quad \Delta \vec{F}(\vec{r}) + k^2 \vec{F}(\vec{r}) = \Leftrightarrow \vec{M}(\vec{r}) \quad (3.6)$$

mit der Partikulärlösung für \vec{A} :

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r} \Leftrightarrow \vec{r}'|} dv' \quad (3.7)$$

Für ein elektrisches Stromelement der Form $\vec{J}(\vec{r}) = J_0 \delta(\vec{r} \Leftrightarrow \vec{r}') \vec{e}_z$ erhält man für das Vektorpotential mit Hilfe der Sommerfeld-Identität

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} J_0 \vec{e}_z \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r} \Leftrightarrow \vec{r}'|} = \frac{\Leftrightarrow j J_0 \vec{e}_z}{8\pi^2} \int_{k_y} \int_{k_x} \frac{e^{-jk_z|z-z'|}}{k_z} e^{-j(k_x x' + k_y y')} e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (3.8)$$

wobei infolge der Separationsbedingung $k_z = \sqrt{k^2 \Leftrightarrow k_x^2 \Leftrightarrow k_y^2}$ gilt. Diese Darstellung läßt sich über eine Identitätsbetrachtung der spektralen Feldkomponenten eines Stromelementes unter Ausnutzung der Stetigkeitsbedingungen für das H-Feld in der Ebene des Stromelementes gewinnen [5, 101].

Die elektrischen und magnetischen Felder gewinnt man aus dem Vektorpotential über

$$\vec{H}(\vec{r}) = \text{rot} \vec{A}(\vec{r}), \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon} [\text{rot} \text{rot} \vec{A}(\vec{r}) \Leftrightarrow \vec{J}(\vec{r})] \quad (3.9)$$

Für ein Stromelement in z-Richtung führt Gl(3.9) auf

$$E_z(\vec{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[\Leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z(\vec{r}) \Leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z(\vec{r}) \Leftrightarrow J_0 \delta(\vec{r} \Leftrightarrow \vec{r}') \right], \quad H_z(\vec{r}) = 0 \quad (3.10)$$

Infolge $H_z(\vec{r}) = 0$ verschwinden in diesem Fall die TE-Anteile. Ein zusätzlicher Koeffizientenvergleich mit dem Ansatz Gl.(3.4) und Verwendung von Gl.(3.5) liefert für die E_z -Komponente die Darstellung:

Für $z \geq z'$:

$$E_z^{TM}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iint_{k_y k_x} \left[B_{J,z}(k_x, k_y) e^{-jk_z(z-z')} \Leftrightarrow \frac{J_0}{j\omega\epsilon} \delta(z \Leftrightarrow z') \right] e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (3.11)$$

$$\text{mit} \quad B_{J,z}(k_x, k_y) = \Leftrightarrow \frac{J_0}{2\omega\epsilon} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_z} e^{-j(k_x x' + k_y y')}, \quad A_{J,z}(k_x, k_y) = 0 \quad (3.12)$$

Für $z \leq z'$:

$$E_z^{TM}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iint_{k_y k_x} \left[A_{J,z}(k_x, k_y) e^{+jk_z(z-z')} \Leftrightarrow \frac{J_0}{j\omega\epsilon} \delta(z \Leftrightarrow z') \right] e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (3.13)$$

$$\text{mit} \quad A_{J,z}(k_x, k_y) = \Leftrightarrow \frac{J_0}{2\omega\epsilon} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_z} e^{-j(k_x x' + k_y y')}, \quad B_{J,z}(k_x, k_y) = 0 \quad (3.14)$$

Aus der Darstellung ist ersichtlich, daß infolge fehlender Reflexionen im homogenen Raum oberhalb des Stromelements nur hinauflaufende Wellen mit den Amplituden $B(k_x, k_y)$ existieren, unterhalb des Stromelements nur hinunterlaufende Wellen mit Amplituden $A(k_x, k_y)$.

Eine Besonderheit im Zusammenhang mit sowohl Feldkomponenten als auch Stromelementen in z-Richtung stellt der in den Gleichungen auftretende δ -Anteil dar. Eine weitere Vertiefung dieses Sachverhaltes ist in [9] zu finden.

Mit analogen Betrachtungen erhält man zusammengefaßt die Amplituden von elektrischen Stromelementen mit x-, y- oder z-Ausrichtung:

$$\begin{aligned} B_{J,x} &= \Leftrightarrow A_{J,x} = \frac{-1}{2\omega\epsilon} k_x J_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} & , & \quad B_{J,y} = \Leftrightarrow A_{J,y} = \frac{-1}{2\omega\epsilon} k_y J_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} \\ C_{J,x} &= D_{J,x} = \frac{-k_y}{2k_z} J_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} & , & \quad C_{J,y} = D_{J,y} = \frac{+k_x}{2k_z} J_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} \\ B_{J,z} &= A_{J,z} = \frac{-J_0}{2\omega\epsilon} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_z} e^{-j(k_x x' + k_y y')} & , & \quad D_{J,z} = C_{J,z} = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Für magnetische Stromelemente:

$$\begin{aligned} B_{M,x} &= A_{M,x} = \frac{k_y}{2k_z} M_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} & , & \quad B_{M,y} = A_{M,y} = \frac{-k_x}{2k_z} M_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} \\ C_{M,x} &= \Leftrightarrow D_{M,x} = \frac{k_x}{2\omega\mu} M_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} & , & \quad C_{M,y} = D_{M,y} = \frac{k_y}{2\omega\mu} M_0 e^{-j(k_x x' + k_y y')} \\ B_{M,z} &= A_{M,z} = 0 & , & \quad D_{M,z} = C_{M,z} = \frac{-M_0}{2\omega\mu} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_z} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \end{aligned} \quad (3.16)$$

3.2 Feldberechnung innerhalb der geschichteten Struktur

Werden die Stromelemente in eine geschichtete Struktur eingebettet, so können durch Mehrfachreflexionen und Brechungen an den Schichtgrenzen sehr komplexe Feldverteilungen entstehen. Die Einführung von Reflexions- und Transmissionfaktoren erlauben die Berechnung der resultierenden Feldverteilung über die Erfüllung der Stetigkeitsbedingungen der tangentialen Feldkomponenten an den Schichtgrenzen.

Wie aus Abbildung 3.1 zu ersehen ist, wird zwischen Reflexionsfaktoren $\hat{\Gamma}_i$ an den oberen Schichtgrenzen und Γ_i an den unteren Schichtgrenzen unterschieden, analog werden Transmissionfaktoren nach oben, $\hat{T}_{i,j}$, und nach unten, $T_{i,j}$, definiert.

Mit den Abkürzungen

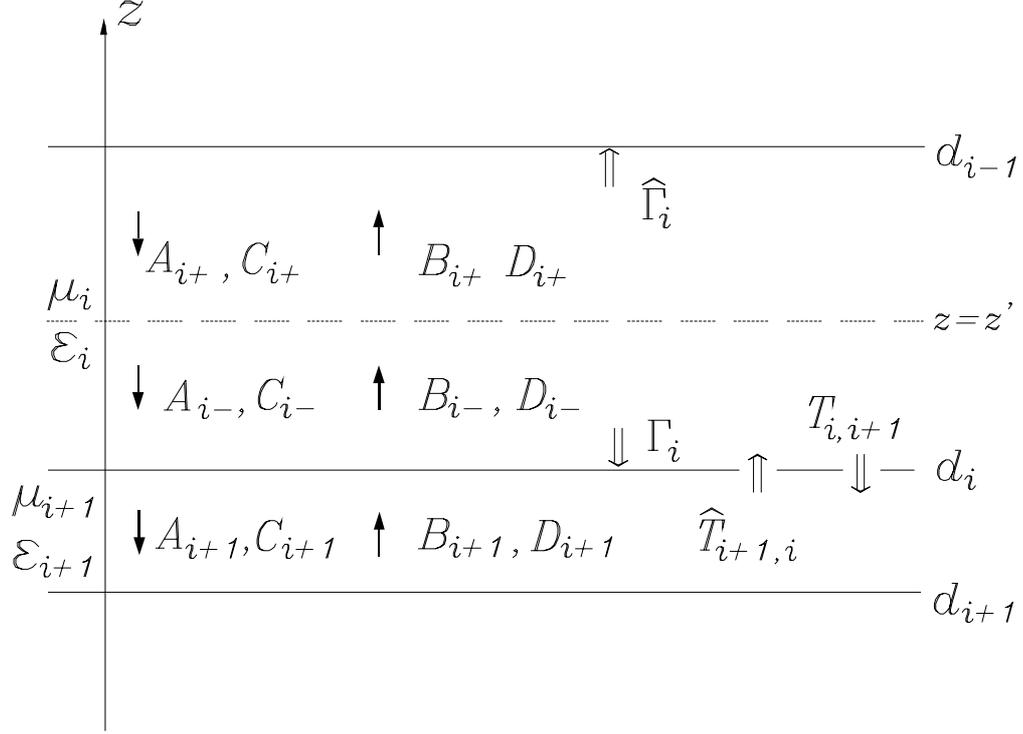


Abbildung 3.1: Wellenamplituden, Reflexions- und Transmissionsfaktoren bezüglich der Schicht i'

$$\epsilon(\pm)_q^p = \left(\frac{\epsilon_p}{\epsilon_q} \pm \frac{k_{zp}}{k_{zq}} \right), \quad \mu(\pm)_q^p = \left(\frac{\mu_p}{\mu_q} \pm \frac{k_{zp}}{k_{zq}} \right) \quad (3.17)$$

ergeben sich für die Reflexionsfaktoren die folgenden rekursiven Berechnungsvorschriften [90]:

$$\Gamma_i^{TM}(k_\rho) = \frac{B_i}{A_i} e^{-2jk_{zi}(d_i - z')} = \frac{\epsilon(\Leftrightarrow)_i^{i+1} + \epsilon(+)_i^{i+1} \Gamma_{i+1}^{TM}(k_\rho) e^{j2k_{zi+1}(d_{i+1} - d_i)}}{\epsilon(+)_i^{i+1} + \epsilon(\Leftrightarrow)_i^{i+1} \Gamma_{i+1}^{TM}(k_\rho) e^{j2k_{zi+1}(d_{i+1} - d_i)}} \quad (3.18)$$

$$\hat{\Gamma}_i^{TM}(k_\rho) = \frac{A_i}{B_i} e^{2jk_{zi}(d_{i-1} - z')} = \frac{\epsilon(\Leftrightarrow)_i^{i-1} + \epsilon(+)_i^{i-1} \hat{\Gamma}_{i-1}^{TM}(k_\rho) e^{j2k_{zi-1}(d_{i-2} - d_{i-1})}}{\epsilon(+)_i^{i-1} + \epsilon(\Leftrightarrow)_i^{i-1} \hat{\Gamma}_{i-1}^{TM}(k_\rho) e^{j2k_{zi-1}(d_{i-2} - d_{i-1})}} \quad (3.19)$$

$$\Gamma_i^{TE}(k_\rho) = \frac{D_i}{C_i} e^{-2jk_{zi}(d_i - z')} = \frac{\mu(\Leftrightarrow)_i^{i+1} + \mu(+)_i^{i+1} \Gamma_{i+1}^{TE}(k_\rho) e^{j2k_{zi+1}(d_{i+1} - d_i)}}{\mu(+)_i^{i+1} + \mu(\Leftrightarrow)_i^{i+1} \Gamma_{i+1}^{TE}(k_\rho) e^{j2k_{zi+1}(d_{i+1} - d_i)}} \quad (3.20)$$

$$\hat{\Gamma}_i^{TE}(k_\rho) = \frac{C_i}{D_i} e^{2jk_{zi}(d_{i-1} - z')} = \frac{\mu(\Leftrightarrow)_i^{i-1} + \mu(+)_i^{i-1} \hat{\Gamma}_{i-1}^{TE}(k_\rho) e^{j2k_{zi-1}(d_{i-2} - d_{i-1})}}{\mu(+)_i^{i-1} + \mu(\Leftrightarrow)_i^{i-1} \hat{\Gamma}_{i-1}^{TE}(k_\rho) e^{j2k_{zi-1}(d_{i-2} - d_{i-1})}} \quad (3.21)$$

wobei als Anfangswerte im Fall unendlich ausgedehnter Halbräume

$$\Gamma_m^{TM} = \hat{\Gamma}_1^{TM} = \Gamma_m^{TE} = \hat{\Gamma}_1^{TE} = 0 \quad (3.22)$$

zu wählen sind.

Wird eine Schicht i nach oben oder unten von einem ideal elektrisch leitenden Reflektor abgeschlossen, so ist

$$\Gamma_i^{TM} = \hat{\Gamma}_1^{TM} = 1, \quad \Gamma_i^{TE} = \hat{\Gamma}_1^{TE} = \Leftrightarrow 1 \quad (3.23)$$

zu setzen. Optional können durch Modifikation dieser Reflexionsfaktoren auch Reflektoren mit endlicher Leitfähigkeit oder magnetische Abschirmungen simuliert werden.

Für die Transmissionsfaktoren erhält man:

Für $i < j$:

$$T_{i,j}^{TM}(k_\rho) = \frac{A_j}{A_i} = \frac{1}{2^{j-i}} e^{-j \sum_{n=i}^{j-1} (k_{zn+1} - k_{zn})(d_n - z')} \cdot \prod_{n=i}^{j-1} [\epsilon(+)^n_{n+1} + \Gamma_n^{TM}(k_\rho) \epsilon(\Leftrightarrow)^n_{n+1}] \quad (3.24)$$

$$T_{i,j}^{TE}(k_\rho) = \frac{C_j}{C_i} = \frac{1}{2^{j-i}} e^{-j \sum_{n=i}^{j-1} (k_{zn+1} - k_{zn})(d_n - z')} \cdot \prod_{n=i}^{j-1} [\mu(+)^n_{n+1} + \Gamma_n^{TE}(k_\rho) \mu(\Leftrightarrow)^n_{n+1}] \quad (3.25)$$

sowie für $j < i$:

$$\hat{T}_{i,j}^{TM}(k_\rho) = \frac{B_j}{B_i} = \frac{1}{2^{i-j}} e^{j \sum_{n=i}^{j+1} (k_{zn-1} - k_{zn})(d_{n-1} - z')} \cdot \prod_{n=i}^{j+1} [\epsilon(+)^n_{n-1} + \hat{\Gamma}_n^{TM}(k_\rho) \epsilon(\Leftrightarrow)^n_{n-1}] \quad (3.26)$$

$$\hat{T}_{i,j}^{TE}(k_\rho) = \frac{D_j}{D_i} = \frac{1}{2^{i-j}} e^{j \sum_{n=i}^{j+1} (k_{zn-1} - k_{zn})(d_{n-1} - z')} \cdot \prod_{n=i}^{j+1} [\mu(+)^n_{n-1} + \hat{\Gamma}_n^{TE}(k_\rho) \mu(\Leftrightarrow)^n_{n-1}] \quad (3.27)$$

Mit Hilfe der Reflexions- und Transmissionsfaktoren läßt sich anschließend das resultierende Feld beliebiger Stromelemente eingebettet in einer Schicht i bestimmen. Die Zusammenhänge lassen sich sowohl rekursiv ermitteln, wie in [92] dargestellt, als auch iterativ [6, 5]. Man erhält für die Amplituden:

$$A_{i-} = A \cdot \frac{1 + \frac{B}{A} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}}, \quad B_{i-} = A_{i-} \cdot \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')} \quad (3.28)$$

$$B_{i+} = B \cdot \frac{1 + \frac{A}{B} \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}}, \quad A_{i+} = B_{i+} \cdot \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')} \quad (3.29)$$

$$C_{i-} = C \cdot \frac{1 + \frac{D}{C} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}}, \quad D_{i-} = C_{i-} \cdot \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')} \quad (3.30)$$

$$D_{i+} = D \cdot \frac{1 + \frac{C}{D} \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}}, \quad C_{i+} = D_{i+} \cdot \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')} \quad (3.31)$$

Hierbei müssen für A,B,C und D die Feldamplituden des jeweiligen Stromelementes im homogenen Raum, spezifiziert in den Gln.(3.15) und (3.16), eingesetzt werden. $A_{i\pm}, B_{i\pm}, C_{i\pm}$ und $D_{i\pm}$ stehen für die Amplituden des resultierenden Feldes für Aufpunkte $z > z'$ (+) und $z < z'$ (-), womit die Amplituden innerhalb der Schicht 'i' eindeutig bestimmt sind. Das Feld in Aufpunkten innerhalb einer beliebigen Schicht 'j' erhält man mit Hilfe der Transmissionsfaktoren und Reflektionsfaktoren, exemplarisch für B_j und A_j mit $j < i$:

$$B_j = \hat{T}_{i,j} \cdot B_{i+}, \quad A_j = B_j \cdot \hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(d_{j-1}-z')} \quad (3.32)$$

und für $j > i$:

$$A_j = T_{i,j} \cdot A_{i-}, \quad B_j = A_j \cdot \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(d_j-z')}, \quad (3.33)$$

analog für C_j und D_j .

Mit Hilfe der 5-Komponentendarstellung der Felder in Anhang B und den Amplituden des eingebetteten Stromelements lassen sich so alle Feldkomponenten bestimmen. Exemplarisch erhält man für die Komponente E_x^{TM} eines elektrischen Stromelements in x-Richtung und den Amplituden $A_{J,x}$ und $B_{J,x}$ aus (3.15) für Aufpunkte $z \geq z'$ und $j \leq i$:

$$E_x^{TM}(k_x, k_y, z, z') = \frac{J_0}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (3.34)$$

Analog für $z \leq z'$ und $j \geq i$:

$$E_x^{TM}(k_x, k_y, z, z') = \frac{\Leftrightarrow J_0}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (3.35)$$

Das entsprechende Dyadenelement $G_{Jxx}^{E, TM}$ erhält man durch Normierung der obigen Darstellungen auf J_0 . Eine Zusammenfassung aller Dyadenelemente $\overset{\Leftrightarrow E}{G}_J$ ist im Anhang A.1 zu finden.

3.3 Die Greenschen Funktionen $\overset{\Leftrightarrow E}{G}_M, \overset{\Leftrightarrow H}{G}_M$ und $\overset{\Leftrightarrow H}{G}_J$

Bei der Berechnung der Greenschen Funktion des H-Feldes magnetischer Quellen wird von den Amplituden in Tabelle 3.16 ausgegangen. Die Beziehungen im Anhang B erlauben zusammen mit den Amplituden der eingebetteten magnetischen Stromelemente die Herleitung der Dyadenelemente in wenigen Schritten. Eine weitere Herleitungsmöglichkeit bietet die Anwendung der Fitzgeraldschen Transformation: Diese erlaubt die Herleitung der Elemente G_{Muv}^H aus den Elementen G_{Juv}^E , indem die Größen E, H, ϵ und μ durch $H, \overset{\Leftrightarrow E}{E}, \mu$ und ϵ ersetzt werden. Eine Übersicht über die Elemente ist in Anhang A.2 gegeben. Die Herleitung der Greenschen Funktion des elektrischen Feldes magnetischer Quellen und umgekehrt kann

in analoger Weise erfolgen. Hierbei ist sorgfältig auf die Indizierung der Materialparameter $\epsilon_{i,j}, \mu_{i,j}$ nach Quell- und Aufpunktschichten zu achten, um die Stetigkeit der tangentialen Feldkomponenten an Schichtgrenzen zu garantieren. Der Test auf Stetigkeit der tangentialen Feldkomponenten an Schichtgrenzen stellt insbesondere ein wichtiges Instrument zur Verifikation der späteren numerischen Umsetzung dar. Die entsprechenden Dyadenelemente sind im Anhang A.3 und A.4 aufgeführt, wobei auf die Aufführung der Elemente $G_{Mu_z}^E$, $G_{Mu_z}^H$ und G_{Jzz}^H ($u = x, y$ oder z) verzichtet wurde, da magnetischen Quellen in z -Richtung innerhalb der Modellbildung nicht erforderlich sind.

Kapitel 4

Modifizierte Greensche Funktionen und Formulierung des Integralgleichungssystems

Im letzten Kapitel wurden die Konstruktion der verschiedenen Greenschen Funktionen für das E- und H-Feld in Abhängigkeit von der Anregung mittels elektrischer oder magnetischer Quellen dargelegt. In Kapitel 2 wurde die Modellierung von Blenden- und Schlitzstrukturen mit Hilfe des Dualitätsprinzips erläutert, was auf im Modell als unendlich dünn angenommene Reflektorebenen aus elektrisch idealleitendem Material mit geeignet aufgetragten magnetischen Flächenströmen führt. Von diesen im folgenden als Blendenebenen bezeichneten Strukturen kann eine beliebige Anzahl in die zuvor ungestörte Schichtstruktur eingebettet werden. Die durch den Blendeneinzug verursachten Modifikationen der verschiedenen Greenschen Funktionen müssen anschließend durch eine sorgfältige Spezifikation der Reflexionsfaktoren, Schichtgrenzen und Materialparameter erfaßt werden. Die Herleitung dieser modifizierten Greenschen Funktionen ist zusammen mit der Aufstellung des jeweiligen strukturspezifischen Integralgleichungssystems Thema dieses Kapitels.

4.1 Stetigkeitsbedingungen und Integralgleichung für das H-Feld

Zur Formulierung der Stetigkeitsbedingungen für das H-Feld werden anhand des Beispiels der Blendenebene lb in Abbildung 4.1 die folgende Bezeichnungen eingeführt:

$\vec{H}^+(\vec{M}_i), \vec{H}^+(\vec{J}_i)|_{z_{lb}}$: Tangentiale magnetische Felder oberhalb der Blendenebene lb , hervorgerufen durch Ströme \vec{M}_i bzw. \vec{J}_i .

$\vec{H}^-(\vec{M}_i), \vec{H}^-(\vec{J}_i)|_{z_{lb}}$: Tangentiale magnetische Felder unterhalb der Blendenebene lb , hervorgerufen durch Ströme \vec{M}_i, \vec{J}_i .

$\overset{\leftrightarrow H, M}{G}_{lb}(k_x, k_y, z_i, z_j)$: Die Greensche Funktion für den Bereich oberhalb der Ebene lb mit

Quellpunkt in einer Schicht j und Aufpunkt in einer Schicht i.

Mit \vec{J}_{lb} und \vec{J}_{lb-1} werden allgemein elektrische Flächen- oder Volumenstromverteilungen oberhalb (Index lb) und unterhalb (Index $lb \Leftrightarrow 1$) der Blendenebene lb bezeichnet.

In Abhängigkeit von der Lage der möglichen umgebenden Blendenebenen lauten die Stetigkeitsbedingungen für die Blendenebene lb in einer allgemeingültigen Form:

$$\left[\vec{H}^+(\vec{M}_{lb}) \Leftrightarrow \vec{H}^-(\vec{M}_{lb}) + (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B lb}) \vec{H}^+(\vec{M}_{lb+1}) \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{1lb}) \vec{H}^-(\vec{M}_{lb-1}) + \vec{H}^+(\vec{J}_{lb}) \Leftrightarrow \vec{H}^-(\vec{J}_{lb-1}) \right]_{z=z_{lb}, \tan} = \Leftrightarrow \vec{e}_z \times \vec{J}_L^\Delta(x, y) \tag{4.1}$$

mit L_B der Gesamtzahl aller Blendenebenen.

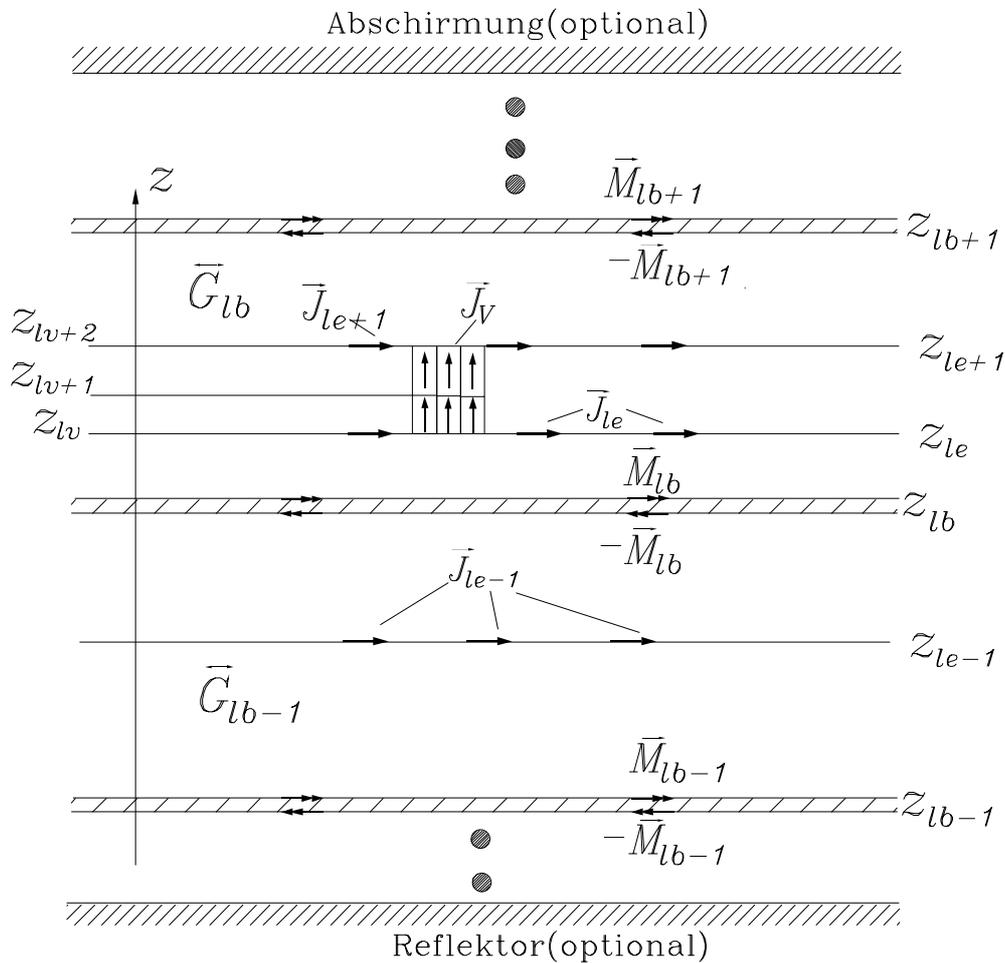


Abbildung 4.1: Zur allgemeinen Modellbildung

Mit Hilfe von modifizierten Greenschen Funktionen erhält man hieraus die Integralgleichungsformulierung:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4\pi^2} \left[\Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B lb}) \iint_{k_x, k_y} \overset{\leftrightarrow H}{G}_{M, lb} (k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb+1}) \cdot \vec{M}_{lb+1}(k_x, k_y) e^{jk_x x + jk_y y} dk_x dk_y \right. \\
& + \iint_{k_x, k_y} \left[\overset{\leftrightarrow H}{G}_{M, lb} (k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb}) + \overset{\leftrightarrow H}{G}_{M, lb-1} (k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb}) \right] \cdot \vec{M}_{lb}(k_x, k_y) e^{jk_x x + jk_y y} dk_x dk_y \\
& \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{1lb}) \iint_{k_x, k_y} \overset{\leftrightarrow H}{G}_{M, lb-1} (k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb-1}) \cdot \vec{M}_{lb-1}(k_x, k_y) e^{jk_x x + jk_y y} dk_x dk_y \\
& + \iint_{k_x, k_y} \int_{z'} \overset{\leftrightarrow H}{G}_{J, lb} (k_x, k_y, z_{lb}, z' > z_{lb}) \cdot \vec{J}_{lb}(k_x, k_y, z') e^{jk_x x + jk_y y} dz' dk_x dk_y \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \iint_{k_x, k_y} \int_{z'} \overset{\leftrightarrow H}{G}_{J, lb-1} (k_x, k_y, z_{lb}, z' < z_{lb}) \cdot \vec{J}_{lb-1}(k_x, k_y, z') e^{jk_x x + jk_y y} dz' dk_x dk_y \Big]_{tan} = \\
& = \Leftrightarrow \vec{e}_z \times \vec{J}_{lb}^\Delta(x, y)
\end{aligned} \tag{4.2}$$

mit $\vec{J}_{lb}^\Delta(x, y)$ möglichen anregenden δ -gap Stromquellen. Zusätzliche eingeprägte elektrische und magnetische Stromquellen können in den Quellen der linken Seite enthalten sein, werden hier aber nicht explizit aufgeführt.

Zusätzlich wurde von den Kroneckersymbolen

$$\delta_{L_B lb} = \begin{cases} 1 : lb = L_B \\ 0 : \text{sonst} \end{cases} \quad \delta_{1lb} = \begin{cases} 1 : lb = 1 \\ 0 : \text{sonst} \end{cases} \tag{4.3}$$

Gebrauch gemacht.

Zur Herleitung der entsprechend modifizierten Greenschen Dyadenelemente werden zunächst die folgenden Bezeichnungen eingeführt (s. Abbildung 4.2):

up : Schichtnummer oberhalb der Ebene z_{lb-1}

om : Schichtnummer unterhalb der Ebene z_{lb+1}

p : Schichtnummer oberhalb der Ebene z_{lb}

m : Schichtnummer unterhalb der Ebene z_{lb}

Im Gegensatz zu einer Ebene mit elektrischen Flächenströmen ist es bei einer Blendenebene zwingend notwendig, die Schichtparameter ober- und unterhalb der Blendenebene zu spezifizieren, da die Blendenebene als neue Begrenzungsfläche die Schichtbereiche oberhalb und unterhalb voneinander entkoppelt. Liegt z.B. eine Blendenebene in der Grenze zweier Schichten, so darf die Blende nicht einer bestimmten Schicht zugeordnet werden, wie es bei einer elektrischen Flächenstromebene infolge der Stetigkeit der tangentialen Feldkomponenten möglich ist. Dementsprechend müssen die ursprünglichen Schichtgrenzen sorgfältig spezifiziert und bei der Berechnung der modifizierten Greenschen Funktionen die Reflexions- und Transmissionsfaktoren in Abhängigkeit von der Lage der benachbarten Blendenebenen neu berechnet werden.

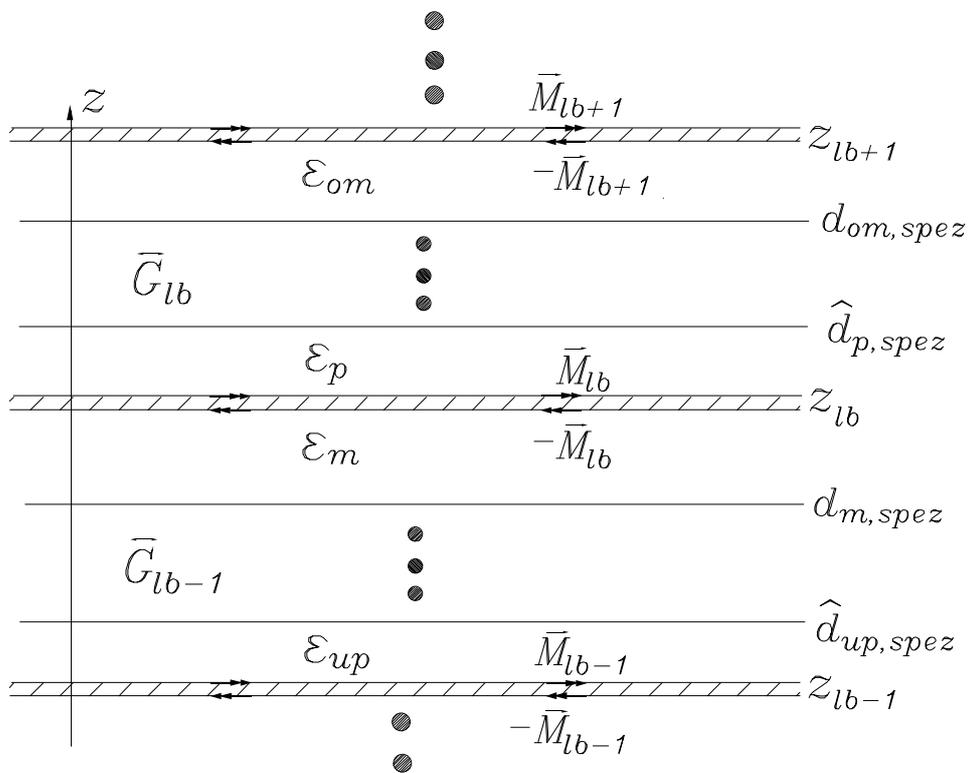


Abbildung 4.2: Zur Spezifizierung der Schichtparameter beim Einzug von Blendenebenen

Man erhält so für die xx -Komponenten:

TM-Anteil:

$$G_{Mxx,lb}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb}) = \Leftrightarrow \frac{1}{k_{zp}} \frac{\omega \epsilon_p k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \frac{1 + \hat{\Gamma}_{p,spesz}^{TM} e^{-j2k_{zp}(\hat{d}_{p,spesz} - z_{lb})}}{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_{p,spesz}^{TM} e^{-j2k_{zp}(\hat{d}_{p,spesz} - z_{lb})}} \quad (4.4)$$

$$G_{Mxx,lb-1}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb}) = \Leftrightarrow \frac{1}{k_{zm}} \frac{\omega \epsilon_m k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \frac{1 + \Gamma_{m,spesz}^{TM} e^{j2k_{zm}(d_{m,spesz} - z_{lb})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{m,spesz}^{TM} e^{-j2k_{zm}(z_{lb} - d_{m,spesz})}} \quad (4.5)$$

$$G_{Mxx,lb}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb+1}) = \Leftrightarrow \frac{1}{k_{zom}} \frac{\omega \epsilon_p k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} T_{om,p}^{TM} \frac{2e^{j2k_{zp}(z_{lb} - z_{lb+1})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{om,spesz}^{TM} e^{-j2k_{zom}(z_{lb+1} - d_{om,spesz})}} \quad (4.6)$$

$$G_{Mxx,lb-1}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb-1}) = \Leftrightarrow \frac{1}{k_{zup}} \frac{\omega \epsilon_m k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \hat{T}_{up,m}^{TM} \frac{2e^{-j2k_{zm}(z_{lb} - z_{lb-1})}}{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_{up,spesz}^{TM} e^{-j2k_{zup}(\hat{d}_{up,spesz} - z_{lb-1})}} \quad (4.7)$$

TE-Anteil:

$$G_{Mxx,lb}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb}) = \Leftrightarrow \frac{1}{\omega \mu_p} \frac{k_x^2 k_{zp}}{k_x^2 + k_y^2} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_{p,spesz}^{TE} e^{-j2k_{zp}(\hat{d}_{p,spesz} - z_{lb})}}{1 + \hat{\Gamma}_{p,spesz}^{TE} e^{-j2k_{zp}(\hat{d}_{p,spesz} - z_{lb})}} \quad (4.8)$$

$$G_{Mxx,lb-1}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb}) = \Leftrightarrow \frac{1}{\omega \mu_m} \frac{k_x^2 k_{zm}}{k_x^2 + k_y^2} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_{m,spesz}^{TE} e^{j2k_{zm}(d_{m,spesz} - z_{lb})}}{1 + \Gamma_{m,spesz}^{TE} e^{-j2k_{zm}(z_{lb} - d_{m,spesz})}} \quad (4.9)$$

$$G_{Mxx,lb}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb+1}) = \Leftrightarrow \frac{1}{\omega \mu_{om}} \frac{k_x^2 k_{zp}}{k_x^2 + k_y^2} T_{om,p}^{TE} \frac{2e^{j2k_{zp}(z_{lb} - z_{lb+1})}}{1 + \Gamma_{om,spesz}^{TE} e^{-j2k_{zom}(z_{lb+1} - d_{om,spesz})}} \quad (4.10)$$

$$G_{Mxx,lb-1}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb-1}) = \Leftrightarrow \frac{1}{\omega \mu_{up}} \frac{k_x^2 k_{zp}}{k_x^2 + k_y^2} \hat{T}_{up,m}^{TE} \frac{2e^{-j2k_{zm}(z_{lb} - z_{lb-1})}}{1 + \hat{\Gamma}_{up,spesz}^{TE} e^{-j2k_{zup}(\hat{d}_{up,spesz} - z_{lb-1})}} \quad (4.11)$$

mit folgenden spezifizierten Schichtgrenzen und Reflexionsfaktoren:

$$\hat{d}_{p,spesz} = \begin{cases} z_{lb+1} : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb+1} \\ d_{p-1} : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.12)$$

$$d_{m,spesz} = \begin{cases} z_{lb-1} : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb-1} \\ d_m : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.13)$$

$$\hat{d}_{up,spec} = \begin{cases} z_{lb} : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb-1} \\ d_{up-1} : \text{sonst} \end{cases}$$

$$d_{om,spec} = \begin{cases} z_{lb} : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb+1} \\ d_{om} : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\hat{\Gamma}_{p,spec}^{TM,TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb+1} \\ \hat{\Gamma}_p^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\Gamma_{m,spec}^{TM,TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb-1} \\ \Gamma_m^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\Gamma_{om,spec}^{TM,TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb+1} \\ \Gamma_{om}^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.17)$$

$$\hat{\Gamma}_{up,spec}^{TM,TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{lb} \text{ und } z_{lb-1} \\ \hat{\Gamma}_{up}^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases}$$

Die anderen modifizierten Elemente der Greenschen Dyade lassen sich hieraus leicht mit Hilfe der Darstellungen im Anhang herleiten.

Für die Berechnung des magnetischen Feldes auf einer Blende oberhalb der erzeugenden elektrischen Quellen erhält man die modifizierte Greensche Funktion:

TM-Anteil:

$$G_{Jxx,lb-1}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{le}) = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_x k_y}{(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_{i,spec}^{TM} e^{j2k_{zi}(d_{i,spec} - z_{le})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{i,spec}^{TM} \hat{\Gamma}_{i,spec}^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spec} - d_{i,spec})}} \cdot \hat{T}_{i,m}^{TM} e^{-jk_{zm}(z_{lb} - z_{le})} \quad (4.18)$$

$$G_{Jxz,lb-1}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z') = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_y}{k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_{i,spec}^{TM} e^{j2k_{zi}(d_{i,spec} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{i,spec}^{TM} \hat{\Gamma}_{i,spec}^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spec} - d_{i,spec})}} \cdot \hat{T}_{i,m}^{TM} e^{-jk_{zm}(z_{lb} - z')} \quad (4.19)$$

TE-Anteil:

$$G_{Jxx,lb-1}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{le}) = \frac{k_{zm}}{k_{zi}} \frac{k_x k_y}{(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_{i,spec}^{TE} e^{j2k_{zi}(d_{i,spec} - z_{le})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{i,spec}^{TE} \hat{\Gamma}_{i,spec}^{TE} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spec} - d_{i,spec})}} \cdot \hat{T}_{i,m}^{TE} e^{-jk_{zm}(z_{lb} - z_{le})} \quad (4.20)$$

$$G_{Jxz,lb-1}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z') = 0 \quad (4.21)$$

mit den spezifizierten Schichtgrenzen und Reflexionsfaktoren

$$\begin{aligned} d_{i,spez} &= \begin{cases} z_{lb-1} : \text{falls } lb \Leftrightarrow 1 \geq 1 \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \wedge z_{lb-1} \\ d_i : \text{sonst} \end{cases} \\ \hat{d}_{i,spez} &= \begin{cases} z_{lb} : \text{falls keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \wedge z_{lb} \\ \hat{d}_i : \text{sonst} \end{cases} \\ \Gamma_{i,spez}^{TM,TE} &= \begin{cases} \pm 1 : \text{falls } lb \Leftrightarrow 1 \geq 1 \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \wedge z_{lb-1} \\ \Gamma_i^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases} \\ \hat{\Gamma}_{i,spez}^{TM,TE} &= \begin{cases} \pm 1 : \text{falls keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \wedge z_{lb} \\ \hat{\Gamma}_i^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Für die Berechnung des magnetischen Feldes auf einer Blende unterhalb der erzeugenden elektrischen Quellen erhält man die modifizierte Greensche Funktion:

TM-Anteil:

$$\begin{aligned} G_{Jxz,lb}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{le}) &= \frac{\epsilon_j \Leftrightarrow k_x k_y}{\epsilon_i (k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_{i,spez}^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spez} - z_{le})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{i,spez}^{TM} \hat{\Gamma}_{i,spez}^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spez} - d_{i,spez})}} \\ &\cdot T_{i,p}^{TM} e^{jk_{zp}(z_{lb} - z_{le})} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} G_{Jxz,lb}^{H,TM}(k_x, k_y, z_{lb}, z') &= \frac{\epsilon_j k_y}{\epsilon_i k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_{i,spez}^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spez} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{i,spez}^{TM} \hat{\Gamma}_{i,spez}^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spez} - d_{i,spez})}} \\ &\cdot T_{i,p}^{TM} e^{jk_{zp}(z_{lb} - z')} \end{aligned} \quad (4.24)$$

TE-Anteil:

$$\begin{aligned} G_{Jxz,lb}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{le}) &= \frac{k_{zp} k_x k_y}{k_{zi} (k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_{i,spez}^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i,spez} - z_{le})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{i,spez}^{TE} \hat{\Gamma}_{i,spez}^{TE} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i,spez} - d_{i,spez})}} \\ &\cdot T_{i,p}^{TE} e^{jk_{zp}(z_{lb} - z_{le})} \end{aligned}$$

$$G_{Jxz,lb}^{H,TE}(k_x, k_y, z_{lb}, z') = 0 \quad (4.25)$$

$$(4.26)$$

$$d_{i,spez} = \begin{cases} z_{lb} : \text{falls keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \text{ und } z_{lb} \\ d_i : \text{sonst} \end{cases}$$

$$\hat{d}_{i,spez} = \begin{cases} z_{lb+1} : \text{falls } lb + 1 \leq L_B \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \wedge z_{lb+1} \\ \hat{d}_i : \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Gamma_{i,spez}^{TM,TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{falls keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \wedge z_{lb} \\ \Gamma_i^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\hat{\Gamma}_{i,spez}^{TM,TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{falls } lb + 1 \leq L_B \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z' \wedge z_{lb+1} \\ \hat{\Gamma}_i^{TM,TE} : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.28)$$

4.2 Randbedingungen und Integralgleichung für das E-Feld

Die Formulierung eines Integralgleichungssystems für das elektrische Feld soll exemplarisch anhand des Bereiches zwischen den Blenden lb und $lb+1$ in Abbildung 4.1 illustriert werden. Das elektrische Gesamtfeld \vec{E}_{lb} innerhalb dieses Bereiches ergibt sich aus den anregenden Quellen $\Leftrightarrow \vec{M}_{lb+1}, \vec{M}_{lb}, \vec{J}_{le}, \vec{J}_{le+1}$ und \vec{J}_V zu

$$\begin{aligned} \vec{E}_{lb}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \left[\iint_{k_x k_y} \overset{\leftrightarrow}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z_{le}) \cdot \vec{J}_{le}(k_x, k_y) e^{jk_x x + jk_y y} dk_x dk_y + \right. \\ &+ \iint_{k_x k_y} \overset{\leftrightarrow}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z_{le+1}) \cdot \vec{J}_{le+1}(k_x, k_y) e^{jk_x x + jk_y y} dk_x dk_y + \\ &+ \int \iint_{k_x k_y} \overset{\leftrightarrow}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \vec{J}_V(k_x, k_y, z') e^{jk_x x + jk_y y} dz' dk_x dk_y + \\ &+ (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \iint_{k_x, k_y} \overset{\leftrightarrow}{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z_{lb}) \cdot \vec{M}_{lb}(k_x, k_y) e^{jk_x x + jk_y y} dk_x dk_y \Leftrightarrow \\ &\left. \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B+1, lb+1}) \iint_{k_x, k_y} \overset{\leftrightarrow}{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z_{lb+1}) \cdot \vec{M}_{lb+1}(k_x, k_y) e^{jk_x x + jk_y y} dk_x dk_y \right] \end{aligned}$$

(4.29)

Dieses elektrische Feld muß in Abhängigkeit von den Aufpunktskoordinaten den folgenden Bedingungen genügen:

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times \vec{E}_{lb}(x, y, z_{le})) &= Z_F(x, y, z_{le})(\vec{J}_{le}(x, y, z_{le})) + \vec{E}_i(x, y, z_{le}) \\ \Leftrightarrow \vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times \vec{E}_{lb}(x, y, z_{le+1})) &= Z_F(x, y, z_{le+1})(\vec{J}_{le+1}(x, y, z_{le+1})) + \vec{E}_i(x, y, z_{le+1}) \\ &(x, y) \in \text{Schaltungsmetallisierung}\end{aligned}\quad (4.30)$$

$$\vec{E}_{lb}(x, y, z) = \frac{\vec{J}_V(x, y, z)}{j\omega(\epsilon(x, y, z) \Leftrightarrow j\kappa(x, y, z)/\omega \Leftrightarrow \bar{\epsilon})}, \quad (x, y, z) \in \text{Polarisationsstrombereich}\quad (4.31)$$

Darin stehen \vec{E}_i für δ -gap Spannungsquellen, in $\vec{J}_{le}, \vec{J}_{le+1}$ können zusätzliche eingeprägte Stromquellen enthalten sein. Gl.(4.31) beschreibt die Bedingung für das elektrische Feld innerhalb der von Polarisationsvolumenströmen beschriebenen Bereiche, wobei von der Definition Gl.(2.4) ausgegangen wurde. Dabei bedeutet $\bar{\epsilon}$ die Permittivität der Schichtumgebung, in welche die Volumenströme eingebettet sind. Die ortsabhängige Permittivität $\epsilon(x, y, z)$ charakterisiert mögliche endliche dielektrische Bereiche, $\kappa(x, y, z)$ entsprechende Bereiche vertikaler metallischer Durchverbindungen.

Für die Berechnung des elektrischen Feldes oberhalb einer Blendenebene lb mit magnetischen Quellen \vec{M} ergibt sich die modifizierte Greensche Funktion:

TM-Anteil:

$$\begin{aligned}G_{Mxx,lb}^{E,TM}(k_x, k_y, z_{le}, z_{lb}) &= \frac{k_{zj} \Leftrightarrow k_x k_y}{k_{zi} (k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{\hat{T}_{p,j}^{TM}}{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_{p,spesz}^{TM} e^{-j2k_{zp}(\hat{d}_{p,spesz} - z_{lb})}} \\ &\cdot \left[\hat{\Gamma}_{j,spesz}^{TM} e^{-jk_{zj}(2\hat{d}_{j,spesz} - z_{le} - z_{lb})} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z_{le} - z_{lb})} \right]\end{aligned}\quad (4.32)$$

$$\begin{aligned}G_{Mzx,lb}^{E,TM}(k_x, k_y, z, z_{lb}) &= \frac{k_y}{k_{zp}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{\hat{T}_{p,j}^{TM}}{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_{p,spesz}^{TM} e^{-j2k_{zp}(\hat{d}_{p,spesz} - z_{lb})}} \\ &\cdot \left[\hat{\Gamma}_{j,spesz}^{TM} e^{-jk_{zj}(2\hat{d}_{j,spesz} - z - z_{lb})} + e^{-jk_{zj}(z - z_{lb})} \right]\end{aligned}\quad (4.33)$$

TE-Anteil:

$$\begin{aligned}G_{Mxx,lb}^{E,TE}(k_x, k_y, z_{le}, z_{lb}) &= \frac{\mu_j \Leftrightarrow k_x k_y}{\mu_i (k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{\hat{T}_{p,j}^{TE}}{1 + \hat{\Gamma}_{p,spesz}^{TE} e^{-j2k_{zp}(\hat{d}_{p,spesz} - z_{lb})}} \\ &\cdot \left[\hat{\Gamma}_{j,spesz}^{TE} e^{-jk_{zj}(2\hat{d}_{j,spesz} - z_{le} - z_{lb})} + e^{-jk_{zj}(z_{le} - z_{lb})} \right]\end{aligned}\quad (4.34)$$

$$G_{Mzx,lb}^{E,TE} = 0\quad (4.35)$$

wobei die Schichtbezeichnungen aus Abbildung 4.1 weiterhin gültig bleiben.

Die folgenden Schichtgrenzen und Reflexionsfaktoren müssen zusätzlich spezifiziert werden:

$$\hat{d}_{j, \text{spez}} = \begin{cases} z_{lb+1} : \text{falls } lb + 1 \leq L_B \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z \wedge z_{lb+1} \\ d_{j-1} : \text{sonst} \end{cases}$$

$$\hat{\Gamma}_{j, \text{spez}}^{TM, TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{falls } lb + 1 \leq L_B \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z \wedge z_{lb+1} \\ \hat{\Gamma}_p^{TM, TE} : \text{sonst} \end{cases}$$

Für $\hat{\Gamma}_{p, \text{spez}}^{TM, TE}$ gilt die Spezifikation Gl.(4.15), für $\hat{d}_{p, \text{spez}}$ gilt Gl.(4.12).

Für das elektrische Feld unterhalb einer Blendenebene mit magnetischen Quellen \vec{M} ergibt sich die modifizierte Greensche Funktion:

TM-Anteil:

$$G_{Mxx, lb-1}^{E, TM}(k_x, k_y, z_{le}, z_{lb}) = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_x k_y}{(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{T_{m,j}^{TM}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{m, \text{spez}}^{TM} e^{-j2k_{zm}(z_{lb} - d_{m, \text{spez}})}} \cdot \left[e^{jk_{zj}(z_{le} - z_{lb})} \Leftrightarrow \Gamma_{j, \text{spez}}^{TM} e^{jk_{zj}(2d_{j, \text{spez}} - z_{le} - z_{lb})} \right] \quad (4.36)$$

$$G_{Mzx, lb-1}^{E, TM}(k_x, k_y, z, z_{lb}) = \frac{k_y}{k_{zm}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{T_{m,j}^{TM}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_{m, \text{spez}}^{TM} e^{-j2k_{zm}(z_{lb} - d_{m, \text{spez}})}} \cdot \left[e^{jk_{zj}(z - z_{lb})} + \Gamma_{j, \text{spez}}^{TM} e^{jk_{zj}(2d_{j, \text{spez}} - z - z_{lb})} \right] \quad (4.37)$$

TE-Anteil:

$$G_{Mxx, lb-1}^{E, TE}(k_x, k_y, z_{le}, z_{lb}) = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{k_x k_y}{(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{T_{m,j}^{TE}}{1 + \Gamma_{m, \text{spez}}^{TE} e^{-j2k_{zm}(z_{lb} - d_{m, \text{spez}})}} \cdot \left[e^{jk_{zj}(z_{le} - z_{lb})} + \Gamma_{j, \text{spez}}^{TE} e^{jk_{zj}(2d_{j, \text{spez}} - z_{le} - z_{lb})} \right] \quad (4.38)$$

$$G_{Mzx, lb-1}^{E, TE}(k_x, k_y, z, z_{lb}) = 0 \quad (4.39)$$

mit den spezifizierten Schichtgrenzen und Reflexionsfaktoren:

$$d_{j, \text{spez}} = \begin{cases} z_{lb-1} : \text{falls } lb \Leftrightarrow 1 \geq 1 \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z \wedge z_{lb-1} \\ d_j : \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Gamma_{j, spez}^{TM, TE} = \begin{cases} \pm 1 : \text{falls } lb \Leftrightarrow 1 \geq 1 \wedge \text{keine Schichtgrenze zwischen } z_{le}, z \wedge z_{lb-1} \\ \Gamma_j^{TM, TE} : \text{sonst} \end{cases}$$

und $\Gamma_{m, spez}^{TE}$ gemäß Gl.(4.16) und $d_{m, spez}$ gemäß Gl.(4.13).

Bei der Berechnung der modifizierten Greenschen Funktion der elektrischen Felder elektrischer Quellen unter Berücksichtigung der Blendenumgebung bleibt die Struktur der Darstellungen im Anhang A.1 erhalten, doch müssen auch hier alle Schichtgrenzen, Reflexions- und Transmissionsfaktoren in Abhängigkeit von der Blendenumgebung in ähnlicher Weise spezifiziert werden.

Kapitel 5

Diskretisierung und Lösung des Integralgleichungssystems

Ziel dieses Kapitels ist es, für das im letzten Kapitel formulierte Integralgleichungssystem, welches aus einer Kombination verkoppelter elektrischer und magnetischer Oberflächen- und Volumenintegralgleichungen besteht, ein effizientes analytisches und numerisches Instrumentarium für dessen Lösung bereitzustellen. Ausgangspunkt ist die Diskretisierung des Integralgleichungssystems mit Hilfe der in Kapitel 2 vorgestellten Entwicklungsfunktionen für die elektrischen und magnetischen Flächenströme sowie der Volumenströme. Das so diskretisierte Integralgleichungssystem wird anschließend mit der Momentenmethode nach Galerkin in ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Amplituden der Basisfunktionen überführt. Das Galerkin-Verfahren hat sich für die hier vorliegenden Integralgleichungen als die Methode der Wahl erwiesen, da es eine Fehlerminimierung im Sinne einer Kleinste-Quadrate Approximation ermöglicht. Eine detaillierte Beleuchtung des Variationscharakters dieses Verfahrens ist in [31] und [27] zu finden. Die Einträge der Systemmatrix, welche aus dem Galerkin-Verfahren resultiert, bestehen aus Reaktionsintegralen, die eine gemischte Integration über sowohl Ortsbereichs- als auch Spektralbereichsvariablen beinhalten. Die analytische Behandlung dieser Ortsbereichsintegrationen führt schließlich auf eine reine Spektralbereichsdarstellung der Integrale. Diese Integrale weisen für eine numerische Auswertung zwar oft schon brauchbare Konvergenzeigenschaften auf, doch sind diese stark von der gewählten Diskretisierung, d.h. den geometrischen Abmessungen und den gegenseitigen Abständen der Basisfunktionen abhängig. Um hier eine gleichmäßige und auch deutlich schnellere Konvergenz zu erzielen, wird eine verallgemeinerte asymptotische Integrandenentwicklung für alle Integralklassen durchgeführt, die eine Aufspaltung der Integrale in einen sehr schnell konvergierenden, numerisch auszuwertenden Anteil und einen langsam konvergierenden, aber u.a. durch die spezielle Auswahl der Basisfunktionen vollständig analytisch behandelbaren Anteil ermöglicht. Anschließend werden Eigenschaften der schnell konvergierenden Anteile dargelegt und die numerischen Integrationsstrategien erläutert. Einen Kernpunkt des Kapitels bildet die analytische Behandlung der Integralanteile mit den asymptotischen Integrandenentwicklungen.

5.1 Diskretisierung der Integralgleichungen

Für die Diskretisierung der Gesamtstromverteilung im Spektralbereich erhält man:

$$\begin{aligned} \vec{J}_{ges}(k_x, k_y, z) &= \sum_{le}^{L_E} \sum_{m=1}^{N_{le}} I_{lem} \frac{\vec{F}_{lem}(k_x, k_y) \delta(z \Leftrightarrow z_{le})}{b_{lem}} + \\ &+ \sum_{lb=1}^{L_B} \sum_{m=N_{le}+1}^{N_{le}+N_{lb}} U_{lbm} \frac{\vec{F}_{lbm}(k_x, k_y) \delta(z \Leftrightarrow z_{lb})}{b_{lbm}} + \sum_{lv=1}^{L_V} \sum_{k=1}^{N_{lv}} I_{lvk} \frac{\vec{F}_{lvk}(k_x, k_y, z)}{a_{lvk}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

In dieser Darstellung bilden die b_{lem} , b_{lbm} und a_{lvk} Normierungsgrößen, so daß die unbekannt Amplituden alle die Einheit einer Spannung oder Stromes erhalten. Für die Basisfunktionen Gl.(2.2) ist dies die Breite der Funktion, bei den Funktionen Gl.(2.3) die Hälfte ihrer Breite und bei den Volumenströmen die Querschnittsfläche $a_{lvk} = w_x \cdot w_y$.

Im allgemeinen Fall wird der Lösungsraum durch L_B Blendenebenen in $L_B + 1$ Bereiche aufgeteilt, die im folgenden von $0..L_B$ durchnummeriert werden. Der Bereich '0' bedeutet in dieser Darstellung den Bereich unter der ersten Blendenebene. Unter Verwendung der Diskretisierungsdarstellung Gl.(5.1) erhält man für das elektrische Feld im Bereich lb :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{lb}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y} \left[\int_{z'}^{\Leftrightarrow E} \vec{G}_{J,lb'}(k_x, k_y, z, z') \cdot \right. \\ &\sum_{le'} \left[\sum_{m=1}^{N_{le'}} I_{le'm} \frac{\vec{F}_{le'm}(k_x, k_y, z')}{b_{le'm}} + \sum_{k=N_{le'}+1}^{N_{le'}+K_{le'}} I_{le'k}^{imp} \frac{\vec{F}_{le'k}(k_x, k_y, z')}{b_{le'k}} \right] dz' \\ &+ \int_{z'}^{\Leftrightarrow E} \vec{G}_{J,lb'}(k_x, k_y, z, z') \cdot \sum_{lv'} \sum_{k=1}^{N_{lv'}} I_{lv'k} \frac{\vec{F}_{lv'k}(k_x, k_y, z')}{a_{lv'k}} dz' + \\ &+ (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \int_{z'}^{\Leftrightarrow E} \vec{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \left[\sum_{m=1}^{N_{lb}} U_{lbm} \frac{\vec{F}_{lbm}(k_x, k_y, z')}{b_{lbm}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=N_{lb}+1}^{N_{lb}+K_{lb}} U_{lbk}^{imp} \frac{\vec{F}_{lbk}(k_x, k_y, z')}{b_{lbk}} \right] dz' \\ &\Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B+1,lb+1}) \int_{z'}^{\Leftrightarrow E} \vec{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \left[\sum_{m=1}^{N_{lb+1}} U_{lb+1,m} \frac{\vec{F}_{lb+1,m}(k_x, k_y, z')}{b_{lb+1,m}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=N_{lb+1}+1}^{N_{lb+1}+K_{lb+1}} U_{lb+1,k}^{imp} \frac{\vec{F}_{lb+1,k}(k_x, k_y, z')}{b_{lb+1,k}} \right] dz' \Big] e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ &\forall le', lv' \quad \text{mit} \quad z_{lb} < z_{le'} < z_{lb+1} \wedge z_{lb} < z_{lv'} \leq z_{lb+1}, \quad lb = 0..L_B \end{aligned} \quad (5.2)$$

wobei wie ersichtlich die Summenbildung über alle Ebenen le' elektrischer Flächenströme und den Ebenen der zugeordneten Volumenströme lv' zu erfolgen hat, die zwischen den beiden (optionalen) Blendenebenen lb und $lb + 1$ liegen. Eine Integralgleichungsformulierung erhält man hieraus, indem obige Beziehung für das elektrische Feld den Bedingungen

Gl.(4.30) und Gl.(4.31) gegenübergestellt wird. Mit dem elektrischen Feld der eingepprägten Quellen

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{lb}^{imp}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y} \int_{z'} \overset{\leftrightarrow}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \sum_{le'} \sum_{k=N_{le'}+1}^{N_{le'}+K_{le'}} I_{le'k}^{imp} \frac{\vec{F}_{le'k}(k_x, k_y, z')}{b_{le'k}} dz' \\
+ (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \int_{z'} \overset{\leftrightarrow}{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \sum_{k=N_{lb}+1}^{N_{lb}+K_{lb}} U_{lbk}^{imp} \frac{\vec{F}_{lbk}(k_x, k_y, z')}{b_{lbk}} dz' \\
\Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_{B+1},lb+1}) \int_{z'} \overset{\leftrightarrow}{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \sum_{k=N_{lb+1}+1}^{N_{lb+1}+K_{lb+1}} U_{lb+1,k}^{imp} \frac{\vec{F}_{lb+1,k}(k_x, k_y, z')}{b_{lb+1,k}} dz' \\
e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad \forall \quad le', lv' \quad \text{mit} \quad z_{lb} < z_{le'} < z_{lb+1} \wedge z_{lb} < z_{lv'} \leq z_{lb+1}, \\
lb = 0..L_B
\end{aligned} \tag{5.3}$$

und der zusätzlichen Sortierung des Systems nach unbekanntem (linke Seite) und bekannten Termen (rechte Seite) erhält für die Felder auf den Metallisierungsebenen z_{le} :

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow \vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times [\vec{E}_{lb}(x, y, z_{le}) \Leftrightarrow \vec{E}_{lb}^{imp}(x, y, z_{le})]) \Leftrightarrow Z_F(x, y, z_{le}) \sum_{m=1}^{N_{le}} I_{lem} \frac{\vec{f}_{lem}(x, y)}{b_{lem}} = \\
= Z_F(x, y, z_{le}) \sum_{k=N_{le}+1}^{N_{le}+K_{le}} I_{lek}^{imp} \frac{\vec{f}_{lek}(x, y)}{b_{lek}} + \sum_{q=1}^{Q_{le}} \vec{E}_{leq}^{\Delta}(x, y, z_{le}) + \\
+ \vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times \vec{E}_{lb}^{imp}(x, y, z_{le})) \quad \forall \quad le \quad \text{mit} \quad z_{lb} < z_{le} < z_{lb+1}, \quad lb = 0..L_B
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Dabei treten neben den Basisfunktionen \vec{f}_{lem} mit den unbekanntem Amplituden I_{lem} zusätzlich die den eingepprägten Quellen zugeordneten Basisfunktionen \vec{f}_{lek} mit bekannten Amplituden I_{lek}^{imp} der Anzahl K_{le} auf. Die \vec{E}_{leq}^{Δ} repräsentieren die eingepprägten δ -gap Spannungsquellen.

Für die Bereiche mit Volumenströmen muß gelte:

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{lv}(x, y, z) \Leftrightarrow \vec{E}_{lv}^{imp}(x, y, z) \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{N_{lv}} I_{lvk} \frac{\vec{f}_{lvk}(x, y, z)}{a_{lvk}} \frac{1}{j\omega(\epsilon_{lvk} \Leftrightarrow j\kappa_{lvk}/\omega \Leftrightarrow \vec{e})} = \\
= \Leftrightarrow \vec{E}_{lv}^{imp}(x, y, z) \quad \forall \quad lv \quad \text{mit} \quad z_{lb} \leq z_{lv} < z_{lb+1}, \quad lb = 0..L_B
\end{aligned} \tag{5.5}$$

Darin bedeutet ϵ_{lvk} und κ_{lvk} eine dem Volumenbereich der Basisfunktion \vec{f}_{lvk} zugeordnete konstante Permittivität und Leitfähigkeit.

Dieses Integralgleichungssystem ist in dieser Form noch unterbestimmt, ein eindeutig lösbares Gesamtsystem mit Verkopplung aller durch die Blendenebenen zunächst isolierten Teilbereichen entsteht erst durch die parallele Betrachtung des magnetischen Feldintegralgleichungssystems. Dazu wird die Darstellung Gl.(4.2) des letzten Kapitels in analoger Weise wie in (5.2) durch Einsetzen von Gl.(5.1) diskretisiert.

Zur Lösung des Systems wird die Momentenmethode angewendet, welche hier exemplarisch anhand der diskretisierten elektrischen Feldintegralgleichung demonstriert wird. Hierzu wird

jede Gleichung aus (5.4) N_{le} -mal skalar mit einer Testfunktion $\vec{g}_{len}(x, y, z)$ multipliziert und darauffolgend über den Definitionsbereich dieser Testfunktion integriert, was der Operation

$$\iiint_z \iiint_y \iiint_x [\dots] \cdot \vec{g}_{len}(x, y, z) dx dy dz \quad (5.6)$$

entspricht. Als Ausdrücke in den eckigen Klammern werden jeweils die linke und rechte Seite aus den Gln.(5.4) eingesetzt. Analog wird jede Gleichung in (5.5) N_{lv} -mal mit Testfunktionen $\frac{\vec{f}_{lvn}(x,y,z)}{a_{lvn}}$ skalar multipliziert und integriert. Als Testfunktionen können im einfachsten Fall punkt- oder linienförmige Funktionen verwendet werden, mit der eine stellenweise Erfüllung der Integralgleichung erzielt wird (Point-Matching Verfahren).

Die optimale Wahl stellt hier jedoch die Verwendung der Entwicklungsfunktionen selbst als Testfunktionen dar, was auf das Galerkin-Verfahren führt. Da die Diskretisierung der Schaltungsstrukturen in dieser Arbeit einheitlich mit Hilfe von Teilbereichsfunktionen erfolgt, entfällt die in [1, 9] und [15] [16] beschriebene notwendige Modifikation des Galerkin-Verfahrens, bei der im Zuleitungsbereich ein pointmatchingähnliches Verfahren verwendet werden mußte, um Probleme bei der numerischen Umsetzung zu umgehen. Dies bedeutete für die dortige Anwendung besonderer Ganzbereichsentwicklungsfunktionen im Zuleitungsbereich (Leitungsmoden) neben einer möglichen Verschlechterung der Genauigkeit auch noch eine Erhöhung des Verfahrensaufwandes. Neben weiteren Modellierungsnachteilen, die noch in den Folgekapiteln erläutert werden, würden diese Leitungsmoden auch die Anwendung der in dieser Arbeit entwickelten analytischen und numerischen Umsetzung verhindern. Die Anwendung des Galerkin-Verfahrens soll exemplarisch anhand des Teilsystems Gln.(5.5) demonstriert werden. Die Multiplikation mit $\frac{\vec{f}_{lvn}(x,y,z)}{a_{lvn}}$ und Integration analog zu Gl.(5.6) liefert das lineare Teilsystem:

$$\begin{aligned} & \sum_{le'} \sum_{m=1}^{N_{le'}} I_{le'm} \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{k_x k_y z'} \int_z^{\leftrightarrow E} G_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{le'm}(k_x, k_y, z')}{b_{le'm}} \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \\ & + \sum_{lv'} \sum_{k=1}^{N_{lv'}} I_{lv'k} \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{k_x k_y z'} \int_z^{\leftrightarrow E} G_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lv'k}(k_x, k_y, z')}{a_{lv'k}} \cdot \frac{F_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \\ & + (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \sum_{m=1}^{N_{lb}} U_{lbm} \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{k_x k_y z'} \int_z^{\leftrightarrow E} G_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lbm}(k_x, k_y, z')}{b_{lbm}} \cdot \\ & \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \\ & \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B+1, lb+1}) \sum_{m=1}^{N_{lb+1}} U_{lb+1,m} \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{k_x k_y z'} \int_z^{\leftrightarrow E} G_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lb+1,m}(k_x, k_y, z')}{b_{lb+1,m}} \cdot \\ & \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{N_{lv}} I_{lvk} \iint \int \frac{f_{lvk}(x, y, z)}{a_{lvk}} \frac{f_{lvn}(x, y, z)}{a_{lvn}} \frac{1}{j\omega(\epsilon_{lvk} \Leftrightarrow j\kappa_{lvk}/\omega \Leftrightarrow \bar{\epsilon})} dx dy dz \\
& = \sum_{le'}^{N_{le'}+K_{le'}} \sum_{k=N_{le'}+1}^{K_{le'}} I_{le'k}^{imp} \frac{1}{4\pi^2} \iiint \int \overset{\leftrightarrow E}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{le'k}(k_x, k_y, z')}{b_{le'k}} \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \\
& + (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \sum_{k=N_{lb}+1}^{N_{lb}+K_{lb}} U_{lbk}^{imp} \frac{1}{4\pi^2} \iiint \int \overset{\leftrightarrow E}{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lbk}(k_x, k_y, z')}{b_{lbk}} \cdot \\
& \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \\
& \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B+1,lb+1}) \sum_{k=N_{lb+1}+1}^{N_{lb+1}+K_{lb+1}} U_{lb+1,k}^{imp} \frac{1}{4\pi^2} \iiint \int \overset{\leftrightarrow E}{G}_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lb+1,k}(k_x, k_y, z')}{b_{lb+1,k}} \cdot \\
& \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \\
& \forall le', lv' \text{ mit } z_{lb} < z_{le'} < z_{lb+1} \wedge z_{lb} < z_{lv'} \leq z_{lb+1}, n = 1..N_{lv}, \\
& lb = 0..L_B, lv = 1..L_V
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Dieser Teil des linearen Gesamtgleichungssystems läßt sich in der folgenden Weise in etwas kompakterer Form darstellen:

$$\begin{aligned}
& \sum_{le'}^{N_{le'}} \sum_{m=1}^{N_{le'}} I_{le'm} Z_{nm}(lv, le') + \sum_{lv'}^{N_{lv'}} \sum_{k=1}^{N_{lv'}} I_{lv'k} (Z_{nk}(lv, lv') \Leftrightarrow \delta_{lv,lv'} Z_{nk}^{pol}(lv)) + \\
& + (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \sum_{m=1}^{N_{lb}} U_{lbm} ZY_{nm}(lv, lb) \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B+1,lb+1}) \sum_{m=1}^{N_{lb+1}} U_{lb+1,m} ZY_{nm}(lv, lb+1) = \\
& = \sum_{le'}^{N_{le'}+K_{le'}} \sum_{k=N_{le'}+1}^{K_{le'}} I_{le'k}^{imp} Z_{nk}(lv, le') + (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \sum_{k=N_{lb}+1}^{N_{lb}+K_{lb}} U_{lbk}^{imp} ZY_{nk}(lv, lb) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B+1,lb+1}) \sum_{k=N_{lb+1}+1}^{N_{lb+1}+K_{lb+1}} U_{lb+1,k}^{imp} ZY_{nk}(lv, lb+1), \quad n = 1..N_{lv}, lv = 1..L_V \tag{5.8}
\end{aligned}$$

mit den integralen Ausdrücken:

$$Z_{nm}(lv, le') = \frac{1}{4\pi^2} \iiint \int \overset{\leftrightarrow E}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{le'm}(k_x, k_y, z')}{b_{le'm}} \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \tag{5.9}$$

$$Z_{nk}(lv, lv') = \frac{1}{4\pi^2} \iiint \int \overset{\leftrightarrow E}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lv'k}(k_x, k_y, z')}{a_{lv'k}} \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \tag{5.10}$$

$$Z_{nk}^{pol}(lv) = \iiint \int \frac{f_{lvk}(x, y, z)}{a_{lvk}} \frac{f_{lvn}(x, y, z)}{a_{lvn}} \frac{1}{j\omega(\epsilon_{lvk} \Leftrightarrow j\kappa_{lvk}/\omega \Leftrightarrow \bar{\epsilon})} dx dy dz$$

(5.11)

$$ZY_{nk}(lv, lb) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{k_x k_y z'}^{\leftrightarrow E} G_{M,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lbk}(k_x, k_y, z')}{b_{lbk}} \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y \quad (5.12)$$

Hierbei zeigt sich, daß die Verkopplungen zwischen elektrischen und magnetischen Strömen dimensionslose Größen darstellen, was an dieser Stelle durch die Bezeichnung ZY hervor-
gehoben wird.

Analog erhält man für die Gln.(5.4) das Teilsystem:

$$\begin{aligned} & \sum_{le'} \sum_{m=1}^{N_{le'}} I_{le'm} ((Z_{nm}(le, le') \Leftrightarrow \delta(le, le') Z_{nm}^F(le)) + \sum_{lv'} \sum_{k=1}^{N_{lv'}} I_{lv'k} Z_{nk}(le, lv') + \\ & (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \sum_{m=1}^{N_{lb}} U_{lbm} ZY_{nm}(le, lb) \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B+1, lb+1}) \sum_{m=1}^{N_{lb+1}} U_{lb+1,m} ZY_{nm}(le, lb+1) = \\ & \sum_{le'} \sum_{k=N_{le'}+1}^{N_{le'}+K_{le'}} I_{le'k}^{imp} (\Leftrightarrow Z_{nk}(le, le') + Z_{nk}^F(le)) + (1 \Leftrightarrow \delta_{0,lb}) \sum_{k=N_{lb+1}}^{N_{lb}+K_{lb}} \Leftrightarrow U_{lbk}^{imp} ZY_{nk}(le, lb) + \\ & \sum_{k=N_{lb+1}+1}^{N_{lb+1}+K_{lb+1}} U_{lb+1,k}^{imp} ZY_{nk}(le, lb+1) + \sum_{q=1}^{Q_{le}} U_{nq}^\Delta(le), \quad n = 1..N_{le}, le = 1..L_E. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Die hier zusätzlichen auftretenden integralen Ausdrücke lauten:

$$\begin{aligned} Z_{nm}(le, le') &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y}^{\leftrightarrow E} G_{J,lb}(k_x, k_y, z_{le}, z_{le'}) \cdot \frac{\vec{F}_{le'm}(k_x, k_y)}{b_{le'm}} \cdot \frac{\vec{F}_{len}^*(k_x, k_y)}{b_{len}} dk_x dk_y \\ Z_{nm}^F(le) &= \iint_{x y} Z_F(x, y, z_{le}) \frac{\vec{f}_{lem}(x, y)}{b_{len}} \frac{\vec{f}_{len}(x, y)}{b_{len}} dx dy \\ ZY_{nm}(le, lb) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y}^{\leftrightarrow E} G_{M,lb}(k_x, k_y, z_{le}, z_{lb}) \cdot \frac{\vec{F}_{lbm}(k_x, k_y)}{b_{lbm}} \cdot \frac{\vec{F}_{len}^*(k_x, k_y)}{b_{len}} dk_x dk_y \\ U_{nq}^\Delta(le) &= \iint_{x y} \vec{E}_{leq}^\Delta(x, y, z_{le}) \frac{\vec{f}_{len}(x, y)}{b_{len}} dx dy \end{aligned} \quad (5.14)$$

Schließlich erhält man durch Anwendung der Momentenmethode auf die Integralgleichung für das magnetische Feld Gl.(4.2) das schematisierte lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B lb}) \sum_{m=1}^{N_{lb+1}} U_{lb+1,m} Y_{nm}(lb, lb+1) + \sum_{m=1}^{N_{lb}} U_{lbm} Y_{nm}(lb, lb) + \\ & + \sum_{le'} \sum_{m=1}^{N_{le'}} v(le') I_{le'm} ZY_{nm}(lb, le') + \sum_{lv'} \sum_{m=1}^{N_{lv'}} v(lv') I_{lv'm} ZY_{nm}(lb, lv') = \\ & = \sum_{le'} \sum_{k=N_{le'}+1}^{N_{le'}+K_{le'}} I_{le'k}^{imp} v(le') (\Leftrightarrow ZY_{nk}(lb, le')) + (1 \Leftrightarrow \delta_{L_B lb}) \sum_{k=N_{lb+1}+1}^{N_{lb+1}+K_{lb+1}} U_{lb+1,k}^{imp} Y_{nk}(lb, lb+1) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k=N_{lb}+1}^{N_{lb}+K_{lb}} U_{lb}^{imp} Y_{nk}(lb, lb) + (1 \Leftrightarrow \delta_{1lb}) \sum_{k=N_{lb-1}+1}^{N_{lb-1}+K_{lb-1}} U_{lb-1}^{imp} Y_{nk}(lb, lb \Leftrightarrow 1) + \sum_{q=1}^{Q_{lb}} I_{nq}^{ein}(lb),$$

$$n = 1..N_{lb}, lb = 1..L_B. \quad (5.15)$$

Hierbei müssen die Vorzeichen $v(le')$ und $v(lv')$ zu $\Leftrightarrow 1$ gesetzt werden, wenn $z_{le'}, z_{lv'} \leq z_{lb}$ gilt und zu $+1$, wenn $z_{le'}, z_{lv'} > z_{lb}$ gilt. Weiterhin entstehen die integralen Ausdrücke

$$Y_{nm}(lb, lb+1) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y}^{\Leftrightarrow H} G_{M,lb}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb+1}) \cdot \frac{\vec{F}_{lb+1,m}(k_x, k_y)}{b_{lb+1,m}} \cdot \frac{\vec{F}_{lb,n}^*(k_x, k_y)}{b_{lb,n}} dk_x dk_y \quad (5.16)$$

$$Y_{nm}(lb, lb) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y}^{\Leftrightarrow H} [G_{M,lb}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb}) + G_{M,lb-1}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb})] \cdot \frac{\vec{F}_{lb,m}(k_x, k_y)}{b_{lb,m}} \cdot \frac{\vec{F}_{lb,n}^*(k_x, k_y)}{b_{lb,n}} dk_x dk_y \quad (5.17)$$

$$Y_{nm}(lb, lb \Leftrightarrow 1) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y}^{\Leftrightarrow H} G_{M,lb-1}(k_x, k_y, z_{lb}, z_{lb-1}) \cdot \frac{\vec{F}_{lb-1,m}(k_x, k_y)}{b_{lb-1,m}} \cdot \frac{\vec{F}_{lb,n}^*(k_x, k_y)}{b_{lb,n}} dk_x dk_y \quad (5.18)$$

$$I_{nq}^{ein}(lb) = \Leftrightarrow \int_y \int_x (\vec{e}_z \times \vec{J}_{lbq}^\Delta(x, y)) \cdot \frac{\vec{f}_{lb,n}(x, y)}{b_{lb,n}} dx dy \quad (5.19)$$

Hierbei wird durch die Bezeichnung Y der Admittanzcharakter der Matrixelemente betont. Die allgemeine Struktur des Gesamtgleichungssystems läßt sich in der Form

$$[V] \cdot \begin{pmatrix} \vec{I} \\ \vec{I}_V \\ \vec{U} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [U^{imp}] \\ 0 \\ [I^{imp}] \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

darstellen mit der quadratischen Systemmatrix $[V]$, dem Vektor \vec{I} der unbekanntenen Amplituden der elektrischen Flächenstromebenen, \vec{I}_V mit den Amplituden der Volumenstrombereiche und \vec{U} den Amplituden der Blendenebenen. Die Systemmatrix $[V]$ kann je nach Strukturordnung ein sehr unterschiedliches Aussehen annehmen, so daß hier keine einheitliche schematische Darstellung möglich ist. Um einen Überblick über den typischen Aufbau der Systemmatrix zu bekommen, sei diese schematisch für eine Anordnung bestehend aus drei Blendenebenen $lb1..lb3$, zwei elektrische Flächenstromebenen $le1, le2$ und zwei Ebenen $lv1, lv2$ denen Volumenströme zugeordnet sind, angegeben. Dabei mögen sich die Ebenen $le1$ und $lv1$ zwischen der ersten und zweiten Blendenebene befinden, die Ebenen $le2$ und $lv2$

zwischen der zweiten und dritten Blendenebene:

$$[V] = \begin{bmatrix} [Z_{le1,le1'}] & 0 & [Z_{le1,lv1'}] & 0 & \Leftrightarrow [ZY_{le1,lb1}] & \Leftrightarrow [ZY_{le1,lb2}] & 0 \\ 0 & [Z_{le2,le2'}] & 0 & [Z_{le2,lv2'}] & 0 & \Leftrightarrow [ZY_{le2,lb2}] & \Leftrightarrow [ZY_{le2,lb3}] \\ [Z_{lv1,le1'}] & 0 & [Z_{lv1,lv1'}] & 0 & \Leftrightarrow [ZY_{lv1,lb1}] & \Leftrightarrow [ZY_{lv1,lb2}] & 0 \\ 0 & [Z_{lv2,le2'}] & 0 & [Z_{lv2,lv2'}] & 0 & \Leftrightarrow [ZY_{lv2,lb2}] & \Leftrightarrow [ZY_{lv2,lb3}] \\ [ZY_{lb1,le1'}] & 0 & [ZY_{lb1,lv1'}] & 0 & [Y_{lb1,lb1}] & [Y_{lb1,lb2}] & 0 \\ [ZY_{lb2,le1'}] & [ZY_{lb2,le2'}] & [ZY_{lb2,lv1'}] & [ZY_{lb2,lv2'}] & [Y_{lb2,lb1}] & [Y_{lb2,lb2}] & [Y_{lb2,lb3}] \\ 0 & [ZY_{lb3,le2'}] & 0 & [ZY_{lb3,lv2'}] & 0 & [Y_{lb3,lb2}] & [Y_{lb3,lb3}] \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Darin bilden die einzelnen Einträge Untermatrizen, so erhält man exemplarisch für $[Z_{le,le'}]$:

$$[Z_{le,le'}] = \begin{bmatrix} Z_{11}(le, le') & \dots & Z_{1N_{le'}}(le, le') \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N_{le}1}(le, le') & \dots & Z_{N_{le}N_{le'}}(le, le') \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

In Gl.(5.21) ist insbesondere zu erkennen, daß einige Untermatrizen Nulleinträge enthalten, da die mit diesen Matrizen verbundenen Entwicklungs- und Testbasisfunktionen durch dazwischenliegende Blendenebenen elektromagnetisch entkoppelt sind. Zusätzlich ist zu erkennen, daß die Systemmatrix nicht vollständig symmetrisch ist. Dies ist auf den Reziprozitätssatz für elektrische und magnetische Quellen zurückzuführen, so erhält man in Anwesenheit von Quellen \vec{J}_a und \vec{M}_b mit ihren zugehörigen Feldern \vec{E}_b und \vec{H}_a die Relation

$$\iiint_V \vec{J}_a \vec{E}_b dv = \Leftrightarrow \iiint_V \vec{M}_b \vec{H}_a dv, \quad (5.23)$$

d.h. es gilt allgemein bei Verkopplungen zwischen Basisfunktionen von elektrischen und magnetischen Strömen die Beziehung

$$ZY_{12} = \Leftrightarrow ZY_{21} \quad (5.24)$$

Es sei betont, daß sich diese Beziehung nicht immer unmittelbar aus den Greenschen Dyaden ablesen läßt, sondern oft erst im Zusammenhang mit den genauen Positionen der Quellen und den im folgenden noch aufgezeigten Beziehungen Gln.(5.57–5.60).

5.2 Darstellung und Aufbereitung der Matrixelemente

Nachdem der Aufbau der Systemmatrix bekannt ist, besteht der nächste Schritt darin, eine Aufbereitung für die durch die integralen Ausdrücke im letzten Unterabschnitt repräsentierten Matrixelemente zu finden, die ihre Auswertung mit möglichst geringem numerischen

Aufwand bei gleichzeitig hoher Genauigkeit ermöglicht. Dazu wird im folgenden die Aufbereitung der Koppelintegrale näher betrachtet, welche die Reaktionen zwischen elektrischen Stromverteilungen beschreiben. Ausgehend von den Darstellungen im letzten Abschnitt, müssen hier drei Integraltypen betrachtet werden. So beschreibt

$$Z_{nm}(le, le') = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y} \overset{\leftrightarrow}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z_{le}, z_{le'}) \cdot \frac{\vec{F}_{le'm}(k_x, k_y)}{b_{le'm}} \cdot \frac{\vec{F}_{len}^*(k_x, k_y)}{b_{len}} dk_x dk_y \quad (5.25)$$

die Verkopplung planarer Basisfunktionen in den Ebenen le und le' . Da die z und z' -Abhängigkeit der planaren Basisfunktionen durch je eine δ -Funktionen beschrieben wird, können mit deren Ausblendeigenschaften die Ortsbereichsintegration über z und z' unmittelbar ausgeführt werden. Weiterhin beschreibt

$$Z_{nm}(lv, le') = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y} \int_z \overset{\leftrightarrow}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z_{le'}) \cdot \frac{\vec{F}_{le'm}(k_x, k_y)}{b_{le'm}} \cdot \frac{F_{V,lvn}^*(k_x, k_y, z) \vec{e}_z}{a_{lvn}} dz dk_x dk_y \quad (5.26)$$

die Verkopplungen planarer Basisfunktionen mit Volumenströmen. Hier kann infolge der planaren Basisfunktion die Integration über z' unmittelbar ausgeführt werden. Der dritte Integraltyp

$$Z_{nm}(lv, lv') = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{k_x k_y} \int_z \int_{z'} \overset{\leftrightarrow}{G}_{J,lb}(k_x, k_y, z, z') \cdot \frac{\vec{F}_{lv'k}(k_x, k_y, z')}{a_{lv'k}} \cdot \frac{\vec{F}_{lvn}^*(k_x, k_y, z)}{a_{lvn}} dz dz' dk_x dk_y, \quad (5.27)$$

welcher die Verkopplung von Volumenstrombasisfunktionen beschreibt, die auf den Ebenen lv' und lv angeordnet sind, beinhaltet zusätzliche Ortsbereichsintegrationen über z und z' . Die notwendigen Schritte für die Ortsbereichsintegrationen in Gl.(5.26) und Gl.(5.27) sollen im folgenden zusammengefaßt werden. Die für die Integrationen erforderlichen Greenschen Dyadenelemente (s. Anhang A.1) lauten

$$G_{Jxz}^{E, z_{le} \geq z'}(k_x, k_y, z_{le}, z') = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} k_x \frac{e^{jk_z z'} + \Gamma_i^{TM} e^{jk_z(2d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z(d_{i-1} - d_i)}} [\hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-jk_z(2d_{i-1} - z_{le})} \Leftrightarrow e^{-jk_z z_{le}}] \quad (5.28)$$

$$G_{Jxz}^{E, z_{le} \leq z'}(k_x, k_y, z_{le}, z') = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} k_x \frac{e^{-jk_z z'} + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-jk_z(2d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z(d_{i-1} - d_i)}} [e^{jk_z z_{le}} \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{jk_z(2d_i - z_{le})}] \quad (5.29)$$

$$G_{Jxz}^{E, z \geq z_{le'}}(k_x, k_y, z, z_{le'}) = \Leftrightarrow \frac{1}{2\omega\epsilon_i} k_x \frac{e^{jk_z z_{le'}} \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{jk_z(2d_i - z_{le'})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z(d_{i-1} - d_i)}} [\hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-jk_z(2d_{i-1} - z)} + e^{-jk_z z}] \quad (5.30)$$

$$G_{Jzx}^{E, z \leq z_{le'}}(k_x, k_y, z, z_{le'}) = \Leftrightarrow \frac{1}{2\omega\epsilon_i} k_x \frac{e^{-jk_z z_{le'}} \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-jk_z i(2d_{i-1}-z_{le'})}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z i(d_{i-1}-d_i)}} \\ [\Gamma_i^{TM} e^{jk_z i(2d_i-z)} + e^{jk_z i z}] \quad (5.31)$$

für Verkopplungen planarer mit vertikalen Anteilen und

$$G_{Jzz}^{E, z \geq z'}(k_x, k_y, z, z') = \Leftrightarrow \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_{zi}} \frac{e^{jk_z i z'} + \Gamma_i^{TM} e^{jk_z i(2d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z i(d_{i-1}-d_i)}} \\ [\hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-jk_z i(2d_{i-1}-z)} + e^{-jk_z i z}] \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega\epsilon_i} \delta(z \Leftrightarrow z') \quad (5.32)$$

$$G_{Jzz}^{E, z \leq z'}(k_x, k_y, z, z') = \Leftrightarrow \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_{zi}} \frac{e^{-jk_z i z'} + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-jk_z i(2d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z i(d_{i-1}-d_i)}} \\ [e^{jk_z i z} + \Gamma_i^{TM} e^{jk_z i(2d_i-z)}] \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega\epsilon_i} \delta(z \Leftrightarrow z') \quad (5.33)$$

für Verkopplungen zweier vertikaler Anteile. Da die Volumenstrombasisfunktionen einen konstanten Funktionsverlauf in z -Richtung besitzen, können sie bezüglich der z -Koordinate eindeutig durch Angabe ihrer unteren und oberen Grenze z_{lv} und z_{lv+1} charakterisiert werden. Wir erhalten so für die Ortsbereichsintegrationen bei der Reaktion eines Volumenstromes (Entwicklungsfunktion) und einer planaren Basisfunktion (Testfunktion) im Fall $z_{le} \geq z_{lv+1}$:

$$IEHV(k_{zi}, z_{le} \geq z_{lv+1}) = \\ \int_{z_{lv}}^{z_{lv+1}} G_{Jxz}^{E, z_{le} \geq z'}(k_{zi}, z_{le}, z') dz' / k_x = \frac{j}{2\omega\epsilon_i k_{zi}} \frac{1}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z i(d_{i-1}-d_i)}} \\ \left\{ \hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{jk_z i(z_{lv}-2d_{i-1}+z_{le})} \Leftrightarrow e^{jk_z i(z_{lv+1}-2d_{i-1}+z_{le})}] + \right. \\ \left. + \Gamma_i^{TM} [e^{jk_z i(2d_i-z_{lv}-z_{le})} \Leftrightarrow e^{jk_z i(2d_i-z_{le}-z_{lv+1})}] \right. \\ \left. + \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{jk_z i(2d_i-2d_{i-1}+z_{le}-z_{lv+1})} \Leftrightarrow e^{jk_z i(2d_i-2d_{i-1}+z_{le}-z_{lv})}] \right. \\ \left. + e^{jk_z i(z_{lv+1}-z_{le})} \Leftrightarrow e^{jk_z i(z_{lv}-z_{le})} \right\} \quad (5.34)$$

desweiteren für $z_{le} \leq z_{lv}$:

$$IEHV(k_{zi}, z_{le} \leq z_{lv}) = \\ = \int_{z_{lv}}^{z_{lv+1}} G_{Jxz}^{E, z_{le} \leq z'}(k_{zi}, z_{le}, z') / k_x dz' = \frac{j}{2\omega\epsilon_i k_{zi}} \frac{1}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_z i(d_{i-1}-d_i)}} \\ \left\{ \hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{jk_z i(z_{lv}-2d_{i-1}+z_{le})} \Leftrightarrow e^{jk_z i(z_{lv+1}-2d_{i-1}+z_{le})}] + \right. \\ \left. + \Gamma_i^{TM} [e^{jk_z i(2d_i-z_{lv}-z_{le})} \Leftrightarrow e^{jk_z i(2d_i-z_{le}-z_{lv+1})}] + \right. \\ \left. + \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{jk_z i(2d_i-2d_{i-1}-z_{le}+z_{lv+1})} \Leftrightarrow e^{jk_z i(2d_i-2d_{i-1}-z_{le}+z_{lv})}] + \right. \\ \left. + e^{-jk_z i(z_{lv+1}-z_{le})} \Leftrightarrow e^{-jk_z i(z_{lv}-z_{le})} \right\} \quad (5.35)$$

Dabei wurden die Ausdrücke durch k_x dividiert, so daß diese zunächst unabhängig von der Orientierung der planaren Basisfunktion werden. Zusätzlich wird zunächst vorausgesetzt, daß sich die Funktionen innerhalb einer Schicht befinden. Die Berechnung von $IEVH$ für planare Basisfunktionen als Entwicklungsfunktionen und Volumenströmen als Testfunktionen ist nicht zwingend notwendig, da diese Fälle aufgrund der Reziprozität auf Verkopplungen mit $IEHV$ zurückgeführt werden können. Die Berechnung des Terms IVV , welcher für die Verkopplungen von Volumenströmen unter sich relevant ist, erfolgt allgemein über

$$IVV(k_{zi}, z_{lv}, z_{lv'}) = \int \left\{ \int_{z_{lv'}}^z G_{Jzz}^{E,z \geq z'}(k_{zi}, z, z') dz' + \int_z^{z_{lv'+1}} G_{Jzz}^{E,z \leq z'}(k_{zi}, z, z') dz' \right\} dz \quad (5.36)$$

Hierbei muß jedoch zwischen den Fällen $z_{lv} = z_{lv'}$ und $z_{lv} \neq z_{lv'}$ unterschieden werden.

Im Fall $z_{lv} = z_{lv'}$ muß der δ -Anteil der Greenschen Dyadenelements G_{Jzz}^E berücksichtigt werden, man erhält so zunächst für die Integration über z' :

$$\begin{aligned} I_z &= \underbrace{\frac{j}{k_{zi}^2} \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega \epsilon_i}}_{=T_1} \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega \epsilon_i} \Leftrightarrow \frac{j(k_x^2 + k_y^2)}{k_{zi}^2} \frac{1}{2\omega \epsilon_i} \frac{1}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \\ &\left\{ \hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{jk_{zi}(z+z_{lv'}-2d_{i-1})} \Leftrightarrow e^{jk_{zi}(z+z_{lv'+1}-2d_{i-1})}] + \right. \\ &+ \Gamma_i^{TM} [e^{jk_{zi}(2d_i-z-z_{lv'+1})} \Leftrightarrow e^{jk_{zi}(2d_i-z-z_{lv'})}] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{jk_{zi}(2(d_i-d_{i-1})-z-z_{lv'})} + e^{jk_{zi}(2(d_i-d_{i-1})-z-z_{lv'+1})}] + \\ &\left. + e^{-jk_{zi}(z-z_{lv'})} + e^{-jk_{zi}(z-z_{lv'+1})} \right\} \quad (5.37) \end{aligned}$$

Der Term T_1 in Gl.(5.37) läßt sich über die Separationsbedingung in folgender Weise zusammenfassen:

$$T_1 = \frac{j}{k_{zi}^2} \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega \epsilon_i} \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega \epsilon_i} = \frac{j}{k_{zi}^2} \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega \epsilon_i} + \frac{jk_{zi}^2}{\omega \epsilon_i k_{zi}^2} = \frac{j}{\omega \epsilon_i k_{zi}^2} \underbrace{(k_x^2 + k_y^2 + k_{zi}^2)}_{=k_i^2} \quad (5.38)$$

Die Integration über z liefert schließlich:

$$\begin{aligned} IVV(k_{zi}, z_{lv} = z_{lv'}) &= \frac{jk_i^2}{\omega \epsilon_i k_{zi}^2} (z_{lv'+1} \Leftrightarrow z_{lv'}) \Leftrightarrow \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_{zi}^3} \frac{1}{\omega \epsilon_i} \frac{1}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \\ &\left\{ \Gamma_i^{TM} [e^{jk_{zi}(2d_i-z_{lv'+1}-z_{lv'})} \Leftrightarrow e^{j2k_{zi}(d_i-z_{lv'+1})} \Leftrightarrow e^{j2k_{zi}(d_i-z_{lv'})}] + \right. \\ &\hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{-jk_{zi}(2d_{i-1}-z_{lv'+1}-z_{lv'})} \Leftrightarrow e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z_{lv'+1})} \Leftrightarrow e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z_{lv'})}] \\ &\left. + \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} [e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)} \Leftrightarrow e^{-jk_{zi}(2(d_{i-1}-d_i)+z_{lv'}-z_{lv'+1})}] + 1 \Leftrightarrow e^{-jk_{zi}(z_{lv'+1}-z_{lv'})} \right\} \quad (5.39) \end{aligned}$$

Auf die Darstellung des sehr umfangreichen Terms für den Fall $z_{lv} \neq z_{lv'}$ sei an dieser Stelle verzichtet, die Auswertung der langwierigen analytischen Integrationen läßt sich effektiv mit

Programmpaketen, die für die Verarbeitung symbolischer Algebra geeignet sind, bewältigen. In dieser Arbeit wurde hierzu und für weitere analytische Aufbereitungen das Paket MAPLE [167] verwendet.

Für die Wechselwirkung der Volumenströme mit den magnetischen Strömen der Blendenebenen sind weiterhin die folgenden Ortsbereichsintegrationen erforderlich. Für die Wechselwirkung eines magnetischen Stromes einer Blendenebene unterhalb eines Volumenstromes erhält man:

$$\begin{aligned}
 IBHV(k_{zi}, z_{lb} \leq z_{lv}) = & \\
 \int_{z_{lv}}^{z_{lv+1}} G_{Jxz, lb}^{H, TM}(k_{zi}, z_{lb}, z')/k_y dz' = & \frac{j}{k_{zi}^2} \frac{1}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i, spez} - d_{i, spez})}} \\
 \left\{ \hat{\Gamma}_{i, spez}^{TM} [e^{jk_{zi}(z_{lv} - 2\hat{d}_{i, spez} + z_{lb})} \Leftrightarrow e^{jk_{zi}(z_{lv+1} - 2\hat{d}_{i, spez} + z_{lb})}] + e^{jk_{zi}(z_{lb} - z_{lv+1})} \Leftrightarrow e^{jk_{zi}(z_{lb} - z_{lv})} \right\} & \quad (5.40)
 \end{aligned}$$

und analog für eine Blendenebene oberhalb eines Volumenstroms:

$$\begin{aligned}
 IBHV(k_{zi}, z_{lb} \geq z_{lv+1}) = & \\
 \int_{z_{lv}}^{z_{lv+1}} G_{Jxz, lb-1}^{H, TM}(k_{zi}, z_{lb}, z')/k_y dz' = & \frac{j}{k_{zi}^2} \frac{1}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(\hat{d}_{i, spez} - d_{i, spez})}} \\
 \left\{ \Gamma_{i, spez}^{TM} [e^{jk_{zi}(2d_{i, spez} - z_{lb} - z_{lv+1})} \Leftrightarrow e^{jk_{zi}(2d_{i, spez} - z_{lb} - z_{lv})}] + e^{jk_{zi}(z_{lv} - z_{lb})} \Leftrightarrow e^{jk_{zi}(z_{lv+1} - z_{lb})} \right\} & \quad (5.41)
 \end{aligned}$$

5.3 Asymptotische Integrandenentwicklungen

Nach analytischer Auswertung der Ortsbereichsintegrationen verbleibt für die Berechnung der Matrixelemente die Auswertung der Spektralbereichsintegrale über k_x und k_y . Aufgrund der sehr komplexen Zusammensetzung der Greenschen Funktionen und der Spektralbereichsausdrücke $IEHV$, $IBHV$ und IVV ist hier eine direkte analytische Auswertung nicht mehr möglich, so daß numerische Vorgehensweisen unumgänglich sind. Das Konvergenzverhalten der Integrale Gl.(5.25) wurde in vielen Beiträgen untersucht. In fast allen dieser Beiträge wurde für die numerische Auswertung eine Polarkoordinatendarstellung im Spektralbereich gewählt, die durch

$$k_\rho = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad , \quad \varphi = \arctan\left(\frac{k_y}{k_x}\right) \quad (5.42)$$

gegeben ist. Diese Darstellung kann für alle Koppelintegrale, verallgemeinert mit V_{nm} bezeichnet, angewendet werden, so daß man erhält:

$$V_{nm}(l, l') = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \overset{\leftrightarrow}{IG}(k_\rho, \varphi, z_l, z_{l'}) \cdot \frac{\vec{F}_{l'm}(k_\rho, \varphi)}{b_{l'm}} \cdot \frac{\vec{F}_{ln}^*(k_\rho, \varphi)}{b_{ln}} k_\rho dk_\rho d\varphi \quad (5.43)$$

wobei zusätzlich die Funktionaldeterminante k_ρ berücksichtigt werden muß. In dieser Darstellung bedeutet $\overset{\leftrightarrow}{IG}$ die resultierende Spektralbereichsdarstellung, die sich nach Auswertung aller notwendigen Ortsbereichintegrationen ergibt, l und l' steht stellvertretend für le , lb , lv und die entsprechenden gestrichenen Ebenen. Der erste direkt erkennbare Vorteil der Darstellung Gl.(5.43) besteht in der Reduktion von zwei uneigentlichen Integrationen über k_x und k_y auf nur noch ein uneigentliches Integral über k_ρ verbunden mit einem äußeren Integral über die Variable φ mit endlichen Integrationsgrenzen.

Weitere Vorteile werden bei den folgenden asymptotischen Integrandenentwicklungen und der sich anschließenden numerischen Integration deutlich. Die bisherigen Untersuchungen der Konvergenzeigenschaften der Koppelintegrale zeigten oft ein sehr uneinheitliches Verhalten mit einer starken Abhängigkeit von den beteiligten Entwicklungsfunktionen und von der Variable φ . So klingen die mit geometrisch kleinen Basisfunktionen verbundenen Integranden nur sehr langsam ab, da die Spektren solcher Basisfunktionen sehr breit werden, desweiteren ist das Konvergenzverhalten in der Nähe der Achse $\varphi = 0$ oft deutlich schlechter als für Werte aus dem Innern des Integrationsintervalls. Ein weiteres Problem tritt bei Koppelintegralen von Basisfunktionen auf, die größere laterale Abstände Δx_{nm} , Δy_{nm} voneinander haben. In diesem Fall weisen die Integranden aufgrund der Verschiebungsfaktoren $e^{jk_x \Delta x_{nm}}$ $e^{jk_y \Delta y_{nm}}$ ein stark oszillierendes Verhalten auf, so daß verbunden mit einem langsamen Abklingen des Integranden eine große Anzahl Stützstellen erforderlich wird.

Es wird daher auf weitergehende Betrachtungen in dieser Richtung verzichtet und vielmehr eine verallgemeinerte Analyse des asymptotischen Verhaltens von $\overset{\leftrightarrow}{IG}$ in Gl.(5.43) für große Werte von k_ρ durchgeführt. Dazu wird zunächst die Verkopplung planarer elektrischer Ströme mit x-Orientierung betrachtet. Das relevante Dyadenelement, exemplarisch für den TM -Anteil lautet hier

$$G_{Jxx}^{E, TM} = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z - z')}] \quad (5.44)$$

Befinden sich die Basisfunktionen in verschiedenen Ebenen, gilt also $z \neq z'$, so weisen die beiden letzten Exponentialfunktionen von Gl.(5.44) immer ein abklingendes Verhalten auf, da infolge der Ausstrahlungsbedingung $k_{zi} = \Leftrightarrow j \sqrt{k_\rho^2 \Leftrightarrow k_i^2}$ für $k_\rho \geq k_i$ gelten muß. Wenn die Abstände $d_i \Leftrightarrow z'$ und Schichtdicken $d_{i-1} \Leftrightarrow d_i$ nicht zu klein werden, was bei technisch relevanten Sub/Superstratmaterialien in der Regel gegeben ist, so wird durch diesen exponentiellen Abfall immer eine sehr gute Konvergenz der Koppelintegrale garantiert. Wesentlich schlechter ist die Konvergenz im Fall $z = z'$. In diesem Fall wird der Exponentenalterm $e^{-jk_{zi}(z - z')}$ in (5.44) zu eins und es läßt sich eine asymptotische Entwicklung für die Dyadenelemente in der Form

$$G_{Juv}^{E,A} = G_{Juv}^E |_{k_\rho \gg k_i} = G_{Juv}^{E, TM, A}(\varphi) k_\rho + G_{Juv}^{E, TE, A}(\varphi) \frac{1}{k_\rho} \quad (5.45)$$

mit

$$G_{Jxx}^{E, TM, A} = \frac{j \cos^2 \varphi}{2\omega\epsilon_i} \quad , \quad G_{Jxx}^{E, TE, A} = \frac{\omega\mu_i \sin^2 \varphi}{2j} \quad (5.46)$$

$$G_{Jxy}^{E,TM,A} = \frac{j \cos \varphi \sin \varphi}{2\omega\epsilon_i} \quad , \quad G_{Jxy}^{E,TE,A} = \frac{\omega\mu_i \cos \varphi \sin \varphi}{2j} \quad (5.47)$$

angeben. Liegen die beteiligten Basisfunktionen in der Grenzebene zweier Schichten mit unterschiedlichen Permittivitäten ϵ_i und ϵ_{i+1} , so ist eine zusätzliche asymptotische Entwicklung des Reflexionsfaktors Γ_i^{TM} erforderlich. Mit Gl.(3.18) und $\lim_{k_\rho \rightarrow \infty} \frac{k_{zi+1}}{k_{zi}} = 1$ erhält man

$$\Gamma_i^{TM,A} = \Gamma_i^{TM} |_{k_\rho \gg k_i} = \frac{\epsilon_{i+1} \leftrightarrow \epsilon_i}{\epsilon_{i+1} + \epsilon_i} \quad (5.48)$$

woraus die modifizierten asymptotischen TM -Anteile

$$G_{Jxx}^{E,TM,A} = \frac{j \cos^2 \varphi}{\omega(\epsilon_i + \epsilon_{i+1})} \quad , \quad G_{Jxy}^{E,TM,a} = \frac{j \cos \varphi \sin \varphi}{\omega(\epsilon_i + \epsilon_{i+1})} \quad (5.49)$$

resultieren. Mit analoger Vorgehensweise erhält man aus den Gln.(4.4) und (4.5) die asymptotischen Entwicklungen der Greenschen Dyaden für Blendenstrukturen

$$G_{Mxx}^{H,TM,A} = \frac{\omega\epsilon_{p,m} \sin^2 \varphi}{jk_\rho} \quad , \quad G_{Mxx}^{H,TE,A} = \frac{jk_\rho \cos^2 \varphi}{\omega\mu_{p,m}} \quad (5.50)$$

$$G_{Mxy}^{H,TM,A} = \frac{\leftrightarrow \omega\epsilon_{p,m} \sin \varphi \cos \varphi}{jk_\rho} \quad , \quad G_{Mxy}^{H,TE,A} = \frac{jk_\rho \sin \varphi \cos \varphi}{\omega\mu_{p,m}} \quad (5.51)$$

wobei für die Indizes p und m die Bedeutungen nach Abbildung 4.2 gelten. Es ist zu erkennen, daß die Greenschen Dyadenelemente schlechtestenfalls proportional zu k_ρ anklängen, so daß die Konvergenz des Gesamtintegrals nur durch das abklingende Verhalten der Fouriertransformierten der Basisfunktionen sichergestellt wird. Eine genaue Analyse der Exponentialterme in den Gln.(5.34) und (5.35) liefert die Entwicklungen

$$IEHV^A(z_{le} = z_{lv+1}) = \frac{1}{2\omega\epsilon_i k_\rho} (\hat{\Gamma}_i^{TM,A} \leftrightarrow 1), \quad \hat{\Gamma}_i^{TM,A} = \frac{\epsilon_{i-1} \leftrightarrow \epsilon_i}{\epsilon_{i-1} + \epsilon_i} \quad (5.52)$$

$$IEHV^A(z_{le} = z_{lv}) = \frac{1}{2\omega\epsilon_i k_\rho} (1 \leftrightarrow \Gamma_i^{TM,A}), \quad \Gamma_i^{TM,A} = \frac{\epsilon_{i+1} \leftrightarrow \epsilon_i}{\epsilon_{i+1} + \epsilon_i} \quad (5.53)$$

Die asymptotischen Reflexionsfaktoren sind nur dann von Null verschieden, wenn die Ebene der beteiligten planaren Basisfunktion eine Grenzebene zweier benachbarter Schichten mit den Permittivitäten ϵ_i und ϵ_{i+1} bzw. ϵ_i und ϵ_{i-1} bildet mit dem Volumenstrom in der Schicht 'i'. Eine ähnliche Darstellung läßt sich auch für das asymptotische Verhalten von IVV in Gl.(5.39) gewinnen:

$$IVV^A(z_{lv} = z_{lv'}) = \frac{j}{2k_\rho \omega \epsilon_i} (2 \leftrightarrow \Gamma_i^{TM,A} \leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM,A}) \quad (5.54)$$

Besonders sorgfältig muß hier der Fall berücksichtigt werden, daß sich eine Volumenstrombasisfunktion direkt auf einer Blendenebene oder Reflektorebene befindet, wie es bei Brückenstrukturen in Koplanarschaltungen und Kurzschlußstiften in Mikrostripkomponenten häufig der Fall ist.

Mit Hilfe dieser asymptotischen Integrandenentwicklungen läßt sich durch Subtraktion eine Aufspaltung des ursprünglichen Integrals in zwei Teilintegrale vornehmen:

$$\begin{aligned}
 V_{nm} = & \frac{1}{4\pi^2} \underbrace{\int_0^{2\pi} \int_0^{k_{\rho,A}} (\overleftrightarrow{IG}(k_{\rho}, \varphi) \Leftrightarrow \overleftrightarrow{IG}^A(k_{\rho}, \varphi)) \cdot \vec{F}_m(k_{\rho}, \varphi) \cdot \vec{F}_n^*(k_{\rho}, \varphi) dk_{\rho} d\varphi}_{\text{numerische Integration}} + \\
 & + \frac{1}{4\pi^2} \underbrace{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \overleftrightarrow{IG}^A(k_{\rho}, \varphi) \cdot \vec{F}_m(k_{\rho}, \varphi) \cdot \vec{F}_n^*(k_{\rho}, \varphi) dk_{\rho} d\varphi}_{\text{analytische Integration}} \quad (5.55)
 \end{aligned}$$

Die \overleftrightarrow{IG} stehen hier stellvertretend für Dyadenelemente oder für die Terme $IEHV, IVV, IBHV$.

Wie in den folgenden Abschnitten erläutert, lassen sich für das erste Integral effiziente numerische Integrationsstrategien anwenden, während die Auswertung des zweiten Integrals mit sehr schlechter Konvergenz mit analytischen oder teilanalytischen Konzepten möglich ist.

Ein weiterer wichtiger Schritt in der Aufbereitung der Matrixelemente ergibt sich aus der Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften der Elemente von \overleftrightarrow{IG} und einzelner Faktoren der Fouriertransformierten der Basisfunktionen. Diese Symmetrien beziehen sich auf das gerade oder ungerade Verhalten dieser Faktoren bezüglich der ursprünglichen Integrationsvariablen k_x und k_y . So läßt ein Blick auf die Fouriertransformierten der Basisfunktionen (s. Anhang C) erkennen, daß sich diese allgemein in der Produktform

$$\vec{F}_m(k_x, k_y) = F_m(k_x) \cdot F_m(k_y) \vec{e}_m \quad (5.56)$$

darstellen lassen. Im folgenden wird gezeigt, wie sich über Real- oder Imaginärteilbildung über diese Faktoren in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Komponenten von \overleftrightarrow{IG} der Integrationsbereich von Gl.(5.55) auf den ersten Quadranten der k_{ρ} - φ -Ebene reduziert werden kann. Man erhält die Darstellungen:

$$V_{nm} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} IG_{uv}(k_x, k_y) \text{Re}\{F_m(k_x)F_n^*(k_x)\} \cdot \text{Re}\{F_m(k_y)F_n^*(k_y)\} k_{\rho} dk_{\rho} d\varphi \quad (5.57)$$

für IG_{uv} gerade in k_x und gerade in k_y ,

$$V_{nm} = \Leftrightarrow \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} IG_{uv}(k_x, k_y) \text{Im}\{F_m(k_x)F_n^*(k_x)\} \cdot \text{Im}\{F_m(k_y)F_n^*(k_y)\} k_{\rho} dk_{\rho} d\varphi \quad (5.58)$$

für IG_{uv} ungerade in k_x und ungerade in k_y ,

$$V_{nm} = j \cdot \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} IG_{uv}(k_x, k_y) \text{Re}\{F_m(k_x)F_n^*(k_x)\} \cdot \text{Im}\{F_m(k_y)F_n^*(k_y)\} k_{\rho} dk_{\rho} d\varphi \quad (5.59)$$

für IG_{uv} gerade in k_x und ungerade in k_y ,

$$V_{nm} = j \cdot \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} IG_{uv}(k_x, k_y) \operatorname{Im}\{F_m(k_x)F_n^*(k_x)\} \cdot \operatorname{Re}\{F_m(k_y)F_n^*(k_y)\} k_\rho dk_\rho d\varphi \quad (5.60)$$

für IG_{uv} ungerade in k_x und gerade in k_y ,

mit $k_x = k_\rho \cos \varphi$, $k_y = k_\rho \sin \varphi$.

5.4 Numerische Integration

Nach Abzug der asymptotischen Entwicklungen zeigen Integranden des ersten Integrals Gl.(5.55) bei technisch relevanten Schichtstrukturen einen schnellen exponentiellen Abfall, wodurch eine sehr gute Konvergenz der Koppelintegrale garantiert ist. Das Abklingverhalten der Integranden ist außerdem fast unabhängig von den Abmessungen der Basisfunktionen und der äußeren Integrationsvariable φ und vollzieht sich in der Regel so schnell, daß sich Oszillationen durch größere laterale Abstände der Basisfunktionen kaum negativ auf den numerischen Aufwand auswirken können. Trotzdem ist die numerische Integration über k_ρ nicht unproblematisch, da die Greenschen Funktionen geschichteter Strukturen Polstellen infolge Oberflächen-, Parallelplatten- und Leckwellen aufweisen. Desweiteren treten in der Regel Verzweigungspunkte auf, da infolge der Separationsbedingung $k_z = \sqrt{k^2} \Leftrightarrow k_\rho^2$ die Greenschen Dyadenelemente als Funktionen der komplexen Variablen $k_\rho = k'_\rho + jk''_\rho$ auf einer zweiblättrigen Riemanschen Fläche definiert werden müssen. Die Verzweigungsschnitte lassen sich, wie z.B. in [30, 52] demonstriert, vorteilhaft in einer L-Form anordnen, wodurch die Ausstrahlungsbedingung auf dem gesamten oberen Blatt der Riemanschen Fläche erfüllt ist. Bei verlustlosen Materialien treten die Polstellen aus Oberflächen- und Parallelplattenwellen sowie die Verzweigungspunkte direkt auf dem Integrationsweg längs der reellen k_ρ -Achse auf, die Polstellen müßten dann durch Halbkreise mit infinitesimalen Radien ausgespart werden, so daß sich das gesamte Wegintegral aus den Residuenbeiträgen der Pole und dem Cauchy-Hauptwert des Integrals über die reelle k_ρ -Achse ergeben würde. Das Wegintegral über den Verzweigungspunkt hinweg existiert jedoch, da dieser Punkt hier nur eine schwache Singularität darstellt. Die Polstellen der Leckwellen befinden sich in der Regel nicht in der Nähe der reellen Achse.

Werden den Materialien leichte Verluste zugewiesen, so wandern die Polstellen in den vierten Quadranten des jeweiligen Riemanschen Blattes, so daß ein Aussparen der Polstellen bei Integration längs der reellen k_ρ -Achse nicht mehr notwendig ist. Doch auch in diesem Fall treten starke Schwankungen der Greenschen Funktion in der Nähe der Polstellen und des Verzweigungspunktes auf.

In Abbildung 5.1 ist das Verhalten des Dyadenelements G_{Mxx}^H einer Schlitzantennenstruktur dargestellt. An die Blendenebene schließt sich nach oben ein Quarzhalbraum an, unterhalb der Blendenebene befindet sich eine Luftschicht der Dicke d_0 , begrenzt durch einen idealen Reflektor. Die Blendenebene und der Reflektor wirken hier als ein Parallelplattenleiter. Bei der Frequenz von 890 GHz ist neben der TEM-Parallelplattenwelle noch die TM_{z0} -Welle

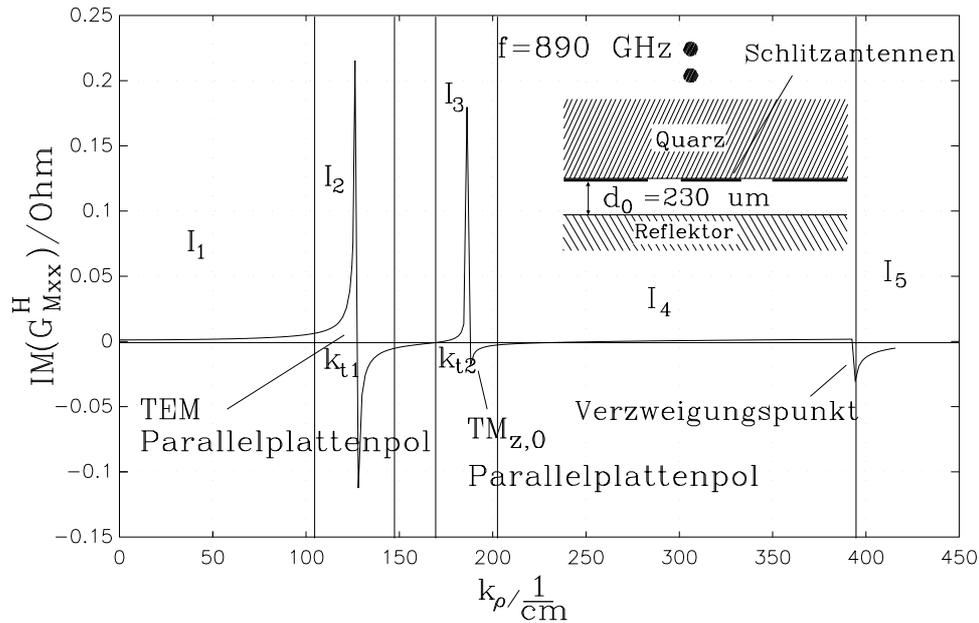


Abbildung 5.1: Typisches Verhalten eines Greenschen Dyadenelements in der Nähe von Polen und Verzweigungsschnitten

ausbreitungsfähig. Durch die Verluste des Quarzhalbraumes von etwa $\tan \delta = 0.001$ erreichen die Funktionswerte in der Nähe der Pole nur noch endliche Werte, welche über einen Nulldurchgang miteinander verbunden sind. Ein ähnliches Verhalten ist am Verzweigungspunkt zu beobachten. Zur Lösung der mit diesen Singularitäten verbundenen numerischen Schwierigkeiten sind bisher die beiden folgenden, auf funktionentheoretischen Methoden basierenden Strategien am häufigsten diskutiert worden:

Eine Strategie beruht auf der Deformation des Integrationsweges in die komplexe k_ρ Ebene hinein, um die Auswirkung der Polstellen zu vermeiden. Da der Integrand in Bereichen oberhalb der reellen Achse holomorph ist, führt eine Deformation des Integrationsweges in die obere Halbebene zu keiner Änderung des Wegintegrals [59], [71],[86].

Eine weitere Strategie beruht auf der Extraktion und z.B. einer analytischen Weiterbehandlung der Polbeiträge mit der Form

$$f_p(k_\rho) = \frac{\text{Res}(k_{ppi})}{k_\rho \leftrightarrow k_{ppi}} \quad (5.61)$$

mit $\text{Res}(k_{ppi})$ dem Residuum des jeweiligen Oberflächenwellenpols [57, 42]. Der Nachteil der Strategien mit Deformationen des Integrationsweges besteht im deutlich höheren numerischen Aufwand bei der Berechnung von Integranden mit komplexwertigen Argumenten. Desweiteren klingen die Integranden oberhalb der reellen Achse oft stark an, so daß eine sorgfältige Auswahl des deformierten Integrationsweges erforderlich ist. Daneben treten zusätzliche Schwierigkeiten auf, wenn die Symmetrien in den Gln.(5.57–5.60) weiterhin ausgenutzt werden sollen. Da die Real- und Imaginärteilbildung keine holomorphen Funktionen darstellen, müssen die Fouriertransformierten und Verschiebungsterme vor der Deformation

des Integrationsweges geeignet zerlegt werden, was mit nicht unerheblichen analytischen und verfahrenstechnischen Mehraufwand verbunden ist. Trotzdem können Strategien mit Integrationswegedeformation bei späteren Erweiterungen in Richtung sogenannter schneller Integralgleichungsverfahren wieder interessant werden.

Bei Methoden mit Extraktion der Polbeiträge müssen die komplexen Polstellen mit hoher Genauigkeit lokalisiert werden, desweiteren ist die Auswertung der Residuen und die Weiterbehandlung der Polbeiträge mit nicht unerheblichen numerischen und/oder analytischen Aufwand verbunden.

Aus den obigen Nachteilen wurde in dieser Arbeit auf die direkte Anwendung funktions-theoretischer Verfahren verzichtet.

Das im folgenden erläuterte Integrationskonzept beruht auf der Annahme von auch in der Realität immer vorhandenen (leichten) dielektrische Verlusten der Schichtstruktur und einer Integration längs der reellen k_ρ -Achse. So zeigt ein Blick auf den typischen Verlauf der Dya-denelemente im Bereich des Poleinflusses, daß hier eine Integration ähnlich wie die Bildung eines Cauchy-Hauptwertes sehr vorteilhaft angewendet werden kann. Dazu werden wie in Abbildung 5.1 zu erkennen, die Orte der mit den Polen verbundenen Nulldurchgänge $k_{\rho ti}$ lokalisiert, was mittels Bisektionsverfahren, hier wurde die Anderson-Bjoerg Methode [53] verwendet, mit guter Genauigkeit möglich ist. In einer Vorabanalyse wird der für Polstellen in Frage kommende Bereich von k_0 bis $\sqrt{\epsilon_{r,max}}k_0$ mittels Intervallschachtelung analysiert und nur die mit Polstellen einhergehenden Nulldurchgänge, welche einen Vorzeichenwechsel von positiv nach negativ aufweisen, mit Intervallen grob erfaßt. Die hiermit verbundenen Intervallgrenzen werden anschließend als Startwerte für den Bisektionsalgorithmus verwendet.

Anschließend werden Integrationsintervalle symmetrisch zu diesen Nulldurchgängen angeordnet. Durch die symmetrische Anordnung der Stützstellen zu den Nulldurchgängen tritt ein Kompensationseffekt auf, der eine genaue Integration dieser Poleinflüsse mit einer sehr geringen Anzahl von Stützstellen ermöglicht. In einer ähnlichen Weise wird auch am Verzweigungspunkt vorgegangen. Anschließend werden die verbleibenden Bereiche des Integranden mit einer angepaßten Stützstellenzahl aufgefüllt. Zur numerischen Integration werden dabei Gauß-Legendre Quadraturformeln der größtmöglichen Ordnung verwendet, d.h die Ordnung der Formeln entspricht jeweils der Anzahl der Stützstellen innerhalb eines Intervalls. Die Aufteilung des gesamten Integranden in Intervalle ist noch einmal in Abbildung 5.2 anhand der Verkopplung zweier Patchelemente zu erkennen. Auf der linken Seite ist der Einfluß eines Oberflächenwellenpoles erkennbar.

Zum Vergleich wurde der Verlauf des Integranden mit und ohne Subtraktion der asymptotischen Entwicklungen aufgetragen. Wie ersichtlich, klingt der Integrand ohne Subtraktion des asymptotischen Anteils innerhalb des dargestellten Abschnittes der k_ρ -Achse sogar noch an (Abfall erst ab $k_\rho > 500/cm$), während der Verlauf mit Subtraktion schon ab $k_\rho = 150/cm$ fast mit der k_ρ -Achse zusammenfällt. Für die Integration bezüglich k_ρ sind so bei Anwendung aller aufgeführten Maßnahmen in der Regel weniger als 100 Stützstellen notwendig. Als Faustregel kann gelten, daß bei Subtraktion der asymptotischen Anteile die Integration bei $k_{\rho,A} = 50k_0$ abgebrochen werden kann.

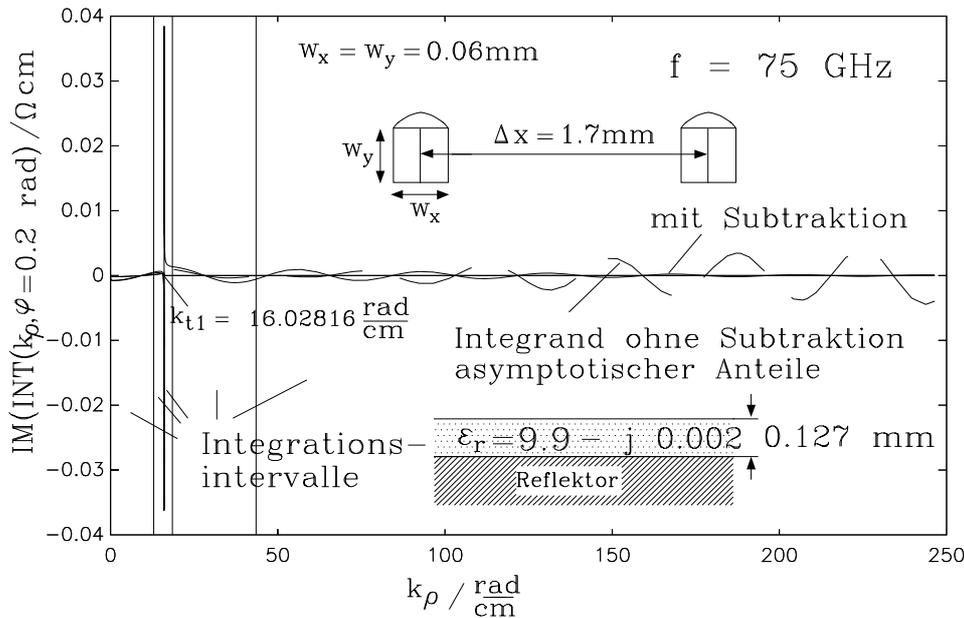


Abbildung 5.2: Exemplarisches Integrandenverhalten mit und ohne Subtraktion asymptotischer Entwicklungen

Für die Integration bezüglich der Variable φ wird ebenfalls eine Gauß-Legendre Quadratur verwendet, wobei in der Regel 12–30 Stützstellen ausreichend sind. Prinzipiell können individuell für jedes Koppelintegral noch weitergehende adaptive Integrationsstrategien verwendet werden, die zum Beispiel eine bessere Anpassung an die bez. der Variable φ unterschiedlich oszillierenden Integranden bezwecken oder unterschiedliche obere Schranken $k_{\rho,A}$ für die einzelnen Koppelintegrale ansetzen. Dies wurde im Rahmen der Arbeit u.a. mit Hilfe einer adaptiven Clenshaw-Curtis Quadratur untersucht, führte aber zu keiner verbesserten Genauigkeit oder Effizienz, sondern im Gegenteil teilweise zu einer starken Instabilität des Lösungsverhaltens. Eine Erklärung für dieses Verhalten ist aller Voraussicht nach im Grundprinzip des Spektralbereichsverfahrens zu suchen, der Entwicklung der Feld- und Stromverteilungen nach ebenen Wellen. Wird dieses Wellenspektrum bei der Auswertung der einzelnen Koppelintegrale unterschiedlich diskretisiert, so wird offensichtlich ein fundamentales Prinzip des Spektralbereichskonzeptes verletzt, welches nach einer einheitlichen Diskretisierung aller spektralen Größen verlangt. In diesen Fällen können aus zwei Gleichungssystemen stark unterschiedliche Ergebnisse für die Stromamplituden resultieren, obwohl sich die Matrixelemente dieser Gleichungssysteme nur geringfügig unterscheiden. Werden jedoch die oben beschriebenen Abtastkonzepte einheitlich für alle Koppelintegrale angewendet, so erhält man in der Regel selbst dann noch zuverlässige Ergebnisse, wenn die Integrationsgenauigkeit z.B. für stärker oszillierende Integranden nicht mehr ausreicht oder $k_{\rho,A}$ zu niedrig angesetzt wurde. In diesen Fällen führen auch Gleichungssysteme mit sehr unterschiedliche Systemmatrizen zu sehr ähnlichen Stromverteilungen.

5.5 Analytische Integration der asymptotischen Anteile

Die schnelle und genaue Auswertung der Integrale mit den im letzten Abschnitt eingeführten asymptotischen Integrandenentwicklungen ist von entscheidender Bedeutung für die Effizienz des Gesamtverfahrens. Bisher sind hauptsächlich Verfahren für Anwendungen auf rein planare Mikrostripschaltungen in einer größeren Anzahl von Arbeiten vorgestellt worden. In [57] wurde die gesamte asymptotische Systemmatrix mit Hilfe einer zweidimensionalen FFT ausgewertet. Der große Nachteil liegt hier in der geringen Modellierungsflexibilität, da die Anwendung von FFT-Algorithmen eine im wesentlichen gleichmäßige Diskretisierung der Strukturen erzwingt. Ein ähnliches Verfahren wurde auch in [47] und [46] angewendet. In [72] kommt die Greensche Funktion eines homogenen Raumes mit geeigneten Materialparametern als asymptotische Entwicklung zum Einsatz. Die entsprechenden asymptotischen Integralbeiträge wurden anschließend approximativ einer Auswertung im Ortsbereich unterzogen. Eine genauere Auswertung dieser Ortsbereichsintegrale verlangt jedoch sehr sorgfältige analytische und/oder numerische Vorgehensweisen, so daß eine vollständige Ortsbereichsauswertung unter Verwendung von Sommerfeldintegralen hier wesentlich sinnvoller erscheint. Die mit solchen numerischen Umsetzungen verbundenen Schwierigkeiten wurden erst in neuerer Zeit überwunden [73],[37],[78].

In [158],[86] wird eine Auswertung der asymptotischen Integralanteile in kartesischen Wellenzahlen k_x und k_y vorgeschlagen. Die Integranden weisen hier ein besseres Konvergenzverhalten auf und zeigen verringerte Oszillationen, desweiteren können Interpolationsverfahren verwendet werden. Trotzdem bleiben die Integrationen aber numerisch und verfahrensmäßig aufwendig.

In [83] wurde eine Integraltransformation verwendet, so daß eine teilweise analytische Auswertung der Integrale möglich wird. Eine effiziente Anwendung wurde aber bisher nur für einfache Mikrostrip-Patchstrukturen demonstriert [84].

In weiteren Arbeiten wird eine Integration in kartesischen Wellenzahlen vorgeschlagen, wo bei der zuerst ausgeführten inneren Integration in der komplexen k_x -Ebene der aus der örtlichen Separation herrührende Verschiebungsterm $e^{-jk_x \Delta x}$ durch eine Integration längs der imaginären Achse $\Leftrightarrow jk'_x$ als Dämpfungsterm auftritt [22]. Das Verfahren kann aber nur bei nicht überlappenden Basisfunktionen angewendet werden, desweiteren müssen zur Anwendung des Verfahrens laufend neue, koordinatengedrehte Fouriertransformierte der Basisfunktionen berechnet werden, was den numerischen Aufwand im Gegenzug wieder stark erhöht.

Das in dieser Arbeit verwendete Verfahren basiert auf einem Konzept, welches letztendlich die vollständige analytische Auswertung der asymptotischen Integralanteile ermöglicht. Das anfängliche Konzept basierte auf Entwicklungsfunktionen mit stückweise sinusförmigen Verlauf in Stromrichtung und wurde ausführlich in [80] beschrieben. Es erlaubte die teilanalytische Integration der asymptotischen Anteile bezüglich der Variablen k_ρ . Weitergehende Anwendung folgten in [81] und [79]. Im folgenden wird zunächst ein allgemeines Verfahren erläutert, welches die systematische analytische Integration bezüglich der Variable k_ρ für alle Kombinationen der eingesetzten Basisfunktionen ermöglicht. Wie noch weiter ausgeführt, treten bei der Berechnung größerer Schaltungskomplexe aber gravierende Nachteile dieser teilanalytischen Vorgehensweise zutage, da bei der Anwendung der analy-

tischen Lösungsterme starke Rundungsfehler an den Intervallgrenzen bezüglich der Variable φ (Auslöschung führender Stellen) auftreten können. Eine Beherrschung dieser Problematik war auch durch Anwendung spezieller Entwicklungen und Fallunterscheidungen nicht möglich.

Als entscheidend erwies sich schließlich, daß sich durch den Ersatz der stückweise sinusförmigen Stromapproximation durch eine stückweise lineare Darstellung in Kombination mit dem Einsatz von Volumenstrombasisfunktionen eine einheitliche Lösungsstruktur entwickeln läßt, die auch für die Integration über die Variable φ die Anwendung einer analytischen Lösungsstrategie ermöglicht [7, 8].

5.5.1 Integration bezüglich der Variable k_ρ

Die Vorgehensweise soll zunächst am Beispiel der Verkopplung zweier Basisfunktionen elektrischer Ströme in x-Richtung vom Typ Gl.(2.2) demonstriert werden. Da die hier relevante Komponente G_{xx} gerade sowohl bezüglich k_x als auch k_y ist, erhält man mit Gl.(5.57) für den asymptotischen Integralanteil:

$$Z_{nm}^A = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} Z_{nm}^A(\varphi) d\varphi, \quad \text{mit} \quad (5.62)$$

$$Z_{nm}^A(\varphi) = \int_0^\infty G_{Jxx}^A(k_x, k_y) \operatorname{Re}\{F_m(k_x)F_n^*(k_x)\} \operatorname{Re}\{F_m(k_y)F_n^*(k_y)\} k_\rho dk_\rho, \\ k_x = k_\rho \cos \varphi, \quad k_y = k_\rho \sin \varphi \quad (5.63)$$

Unter Ausnutzung von trigonometrischen Additionstheoremen läßt sich für Gl.(5.63) die folgende Darstellung finden:

$$Z_{nm}^A(\varphi) = \frac{K_{nm}}{\sin^2(\varphi) \cos^4(\varphi)} \int_0^\infty \sum_{\mu=1}^9 C_{1\mu} \cos(C_{2\mu} k_\rho) \sum_{\nu=1}^4 \left[G_{Jxx}^{E,TM,A}(\varphi) \frac{\cos(C_{3\nu} k_\rho)}{k_\rho^4} + \right. \\ \left. G_{Jxx}^{E,TE,A}(\varphi) \frac{\cos(C_{3\nu} k_\rho)}{k_\rho^6} \right] dk_\rho, \quad (5.64)$$

mit Koeffizienten K_{nm} und $C_{1\mu}$, $C_{2\nu}$, welche von den geometrischen Parametern der Basisfunktionen und von $\cos \varphi$, $\sin \varphi$ abhängig sind. Eine Auflistung dieser Koeffizienten ist im Anhang D zu finden.

Werden die asymptotischen Anteile aller relevanten Kombinationen von Basisfunktionen und Integrandenentwicklungen in ähnlicher Weise entwickelt, so läßt sich stark schematisch die folgende Darstellung angeben:

$$V_{nm}^A(\varphi) = \int_0^\infty \underbrace{\left\{ \sum_{\mu} A_{\mu} \frac{\cos(\hat{a}_{\mu}(\varphi) k_{\rho})}{k_{\rho}^{2i}} + \sum_{\nu} B_{\nu} \frac{\sin(\hat{b}_{\nu}(\varphi) k_{\rho})}{k_{\rho}^{2j-1}} \right\}}_{=\operatorname{int}(k_{\rho})} dk_{\rho}, \quad \text{mit } i, j \in [1..4], \quad (5.65)$$

Die entsprechenden asymptotischen Entwicklungen seien zusammen mit den Parametern der Basisfunktionen und verschiedenen Potenzen von $\cos \varphi$, $\sin \varphi$ in den Koeffizienten A_μ , \hat{a}_μ und B_ν , \hat{b}_ν zusammengefaßt. Für die weitere Vorgehensweise wesentlich ist hier das Auftreten von Summanden mit Kosinusfunktionen verbunden mit Polstellen gerader Ordnung für $k_\rho = 0$ und Summanden mit Sinusfunktionen verbunden mit entsprechenden Polstellen ungerader Ordnung. Für den speziellen Fall Gl.(5.64) treten exemplarisch nur Summanden mit Kosinusfunktionen verbunden mit Polstellen der Ordnung 6 und 4 auf. Die Gesamtintegrale können prinzipiell in eine Summe von Teilintegralen mit hebbaren Singularitäten für $k_\rho = 0$ entwickelt werden, wie es im einfachen Fall symmetrischer rooftop-Funktionen demonstriert wurde [46], dies erwies sich aber bei den hier verwendeten Basisfunktionen als nicht praktikabel, da die Summendarstellungen und Fallunterscheidungen eine nicht mehr beherrschbare Komplexität und Umfang annehmen. Der entscheidende Ausweg führt hier über die Entwicklung eines zunächst noch unbestimmten Integrals durch sukzessive partielle Integration von $\text{int}(k_\rho)$ in Gl.(5.65).

So liefert exemplarisch ein Anteil mit einer vierfachen Polstelle den Beitrag:

$$\int \frac{\cos(ak_\rho)}{k_\rho^4} dk_\rho \Leftrightarrow \frac{1}{3} \frac{\cos(ak_\rho)}{a^3 k_\rho^3} + \frac{1}{6} \frac{\sin(ak_\rho)}{a^2 k_\rho^2} + \frac{1}{6} \frac{\cos(ak_\rho)}{ak_\rho} + \frac{1}{6} \text{Si}(ak_\rho) a^3, \quad (5.66)$$

Für alle auftretenden Teilintegrale lassen sich die folgenden verallgemeinerten Darstellungen finden:

$$\int \frac{\cos(a_\mu k_\rho)}{k_\rho^{2i}} dk_\rho = \sum_{l=1}^i A_l \frac{\cos(a_\mu k_\rho)}{(a_\mu k_\rho)^{2l-1}} + \sum_{l=1}^{i-1} B_l \frac{\sin(a_\mu k_\rho)}{(a_\mu k_\rho)^{2l}} + D_{2i} \text{Si}(a_\mu k_\rho) a_\mu^{2i-1} \quad (5.67)$$

und

$$\int \frac{\sin(b_\nu k_\rho)}{k_\rho^{2j-1}} dk_\rho = \sum_{l=1}^{j-1} C_l \frac{\sin(b_\nu k_\rho)}{(b_\nu k_\rho)^{2l}} + \sum_{l=1}^{j-1} D_l \frac{\cos(b_\nu k_\rho)}{(b_\nu k_\rho)^{2l-1}} + D_{2j-1} \text{Si}(b_\nu k_\rho) b_\nu^{2j-2} \quad (5.68)$$

Die Koeffizienten D_i in den Anteilen, welche den Integralsinus beinhalten, lassen sich über eine Rekursionsvorschrift bestimmen:

$$D_i = v \cdot D_{i-1} \frac{1}{i \Leftrightarrow 1}, \quad v = +1 \quad \text{für} \quad i = 2 + 4k \wedge i = 3 + 4k, \\ v = \Leftrightarrow 1 \quad \text{für} \quad i = 4 + 4k \wedge i = 5 + 4k, \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (5.69)$$

und dem Startwert $D_1 = 1$. Für die anderen Koeffizienten in den Gln.(5.67) und (5.68) lassen sich ähnliche Rekursionsvorschriften finden, doch wie im folgenden gezeigt, sind ihre genauen Werte für die weitere Vorgehensweise irrelevant. Werden die Gln.(5.67) und (5.68) in Gl.(5.65) berücksichtigt, so läßt sich für das unbestimmte Integral $\text{Int}(k_\rho)$ stark schematisch die Darstellung

$$\text{Int}(k_\rho) = \int \text{int}(k_\rho) dk_\rho = \underbrace{\sum_p \hat{A}_p \frac{\cos(\hat{a}_p(\varphi)k_\rho)}{k_\rho^{2i-1}} + \sum_q \hat{B}_q \frac{\sin(\hat{b}_q(\varphi)k_\rho)}{k_\rho^{2i}}}_{=\text{Intsing}(k_\rho)} +$$

$$+ \sum_{\mu} A_{\mu} D_{2i} \text{Si}(\hat{a}_{\mu}(\varphi) k_{\rho}) \hat{a}_{\mu}^{2i-1}(\varphi) + \sum_{\nu} B_{\nu} D_{2j-1} \text{Si}(\hat{b}_{\nu}(\varphi) k_{\rho}) \hat{b}_{\nu}^{2j-2}(\varphi), \quad i, j \in [1..4] \quad (5.70)$$

finden. Der Anteil $\text{Intsing}(k_{\rho})$ besteht aus den beiden ersten sehr umfangreichen Summenausdrücken mit den neuen Koeffizienten \hat{A}_p und \hat{B}_q , welche durch weitere Zusammenfassungen von Termen in Verbindung mit den Gln.(5.67) und (5.68) entstanden sind. Die Koeffizienten $A_{\mu}, B_{\nu}, \hat{a}_{\mu}, \hat{b}_{\nu}$ entsprechen den ursprünglichen Koeffizienten in Gl.(5.65).

Die Lösung für das interessierende bestimmte uneigentliche Integral läßt sich entsprechend über den Grenzwertprozess

$$\int_0^{\infty} \text{int}(k_{\rho}) dk_{\rho} = \lim_{k_{\rho} \rightarrow \infty} \text{Int}(k_{\rho}) \Leftrightarrow \lim_{k_{\rho} \rightarrow 0} \text{Int}(k_{\rho}) \quad (5.71)$$

bestimmen. Die mit den Singularitäten verbundenen Summanden des Anteils $\text{Intsing}(k_{\rho})$ verlangen eine weitergehende Analyse des Grenzprozesses $k_{\rho} \rightarrow 0$.

Mit Hilfe der Regel von l'Hospital erhält man für die Summenausdrücke mit Sinusfunktionen:

$$\lim_{k_{\rho} \rightarrow 0} \frac{\sin(\hat{b}_{\nu} k_{\rho})}{k_{\rho}^{2i}} = \lim_{k_{\rho} \rightarrow 0} \hat{b}_{\nu} \frac{\cos(\hat{b}_{\nu} k_{\rho})}{2i k_{\rho}^{2i-1}} \sim \frac{\hat{b}_{\nu}}{2i k_{\rho}^{2i-1}} \Big|_{k_{\rho} \ll 1}, \quad i \in [1..4] \quad (5.72)$$

desweiteren

$$\frac{\cos(\hat{a}_{\mu} k_{\rho})}{k_{\rho}^{2i-1}} \sim \frac{1}{k_{\rho}^{2i-1}} \Big|_{k_{\rho} \ll 1}, \quad i \in [1..4] \quad (5.73)$$

d.h. im Grenzübergang enthält $\text{Intsing}(k_{\rho})$ nur noch Polstellen ungerader Ordnung. Die einzelnen Summanden dieses Anteil wachsen zwar beim Grenzübergang unbegrenzt, das Koppelintegral zweier Basisfunktionen hat aber immer einen endlichen Wert. Mit Hilfe von Gl.(5.72) und (5.73) sowie der letzten Überlegung läßt sich allgemein zeigen, daß sich $\text{Intsing}(k_{\rho})$ im Grenzübergang wie der folgende Ausdruck verhält:

$$\lim_{k_{\rho} \rightarrow 0} \text{Intsing}(k_{\rho}) = \lim_{k_{\rho} \rightarrow 0} \sum_i \frac{1}{k_{\rho}^{2i-1}} \sum_{k=1}^{K_i} C_{ik} = 0, \quad i \in [1..4] \quad (5.74)$$

d.h. im Grenzübergang lassen sich alle den jeweiligen Polen $2i \Leftrightarrow 1$ zugeordneten Koeffizienten C_{ik} zu Summen $\sum_{k=1}^{K_i} C_{ik}$ zusammenfassen. Die Existenz der Koppelintegrale erzwingt, daß sich die Koeffizienten aller Teilsummen gegenseitig kompensieren müssen, d.h. es muß gelten:

$$\sum_{k=1}^{K_i} C_{ik} = 0 \quad \forall i \quad (5.75)$$

Mit $\lim_{k_{\rho} \rightarrow 0} \text{Si}(k_{\rho}) = 0$ und $\lim_{k_{\rho} \rightarrow \infty} \text{Si}(ak_{\rho}) = \frac{\pi}{2} \text{sgn}(a)$ erhält man mit Gl.(5.70) die geschlossene Darstellung:

$$\int_0^{\infty} \text{int}(k_{\rho}) dk_{\rho} = \lim_{k_{\rho} \rightarrow \infty} \text{Int}(k_{\rho}) = \frac{\pi}{2} \sum_{\mu} A_{\mu} D_{2i} \text{sgn}(\hat{a}_{\mu}(\varphi)) \hat{a}_{\mu}^{2i-1}(\varphi) + \frac{\pi}{2} \sum_{\nu} B_{\nu} D_{2j-1} \text{sgn}(\hat{b}_{\nu}(\varphi)) \hat{b}_{\nu}^{2j-1}(\varphi), \quad i, j \in [1..4]. \quad (5.76)$$

Die analytischen Lösungen für die Verkopplung zweier x -orientierter Basisfunktionen und der Verkopplung einer x -orientierten Entwicklungsfunktion mit einer y -orientierten Testfunktion sind nebst den benötigten Koeffizienten im Anhang D aufgeführt. Die etwas aufwendigeren Lösungen für alle anderen relevanten Verkopplungssituationen wurden mit Unterstützung des Programmpaketes MAPLE [167] generiert.

Diese teilanalytische Behandlung der asymptotischen Anteile konnte bei der Berechnung einer großen Klasse von Schaltungsstrukturen erfolgreich angewendet werden [79][80][81].

Bei späteren Berechnungen von Strukturen mit größerer lateraler Ausdehnung und hochaufgelösten Bereichen zeigten sich jedoch zunehmend Instabilitäten insbesondere bezüglich den Stromverteilungen innerhalb hochaufgelöster Schaltungsbereiche. Die Ursache für dieses Verhalten ist in hebbaren Singularitäten der Integranden bezüglich der Variablen φ an den Intervallenden $\varphi = 0$ und $\varphi = \pi/2$ zu suchen. Diese Stellen werden zwar durch die Verwendung der Gauß–Legendre Quadratur ausgespart, doch kommt es in der Nähe der Intervallenden insbesondere bei Verkopplungen kleinerer Basisfunktionen über größere laterale Abstände zu immer größer werdenden Rundungsfehlern bei der Auswertung der Ausdrücke Gl.(5.76). Zwar könnte der Einsatz spezieller Entwicklungen in der Nähe der Intervallenden diese Problematik abmildern, doch beinhaltet diese uneinheitliche Behandlung die Gefahr anderer strukturabhängiger Instabilitäten. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt, besteht die bestmögliche Lösung für diese Problematik in einer Vorgehensweise, welches die systematische analytischen Auswertung der asymptotischen Anteile Gl.(5.76) auch bezüglich der Variable φ ermöglicht. Dabei zeigt sich, daß gerade das Wissen um die Existenz dieser hebbaren Singularitäten eine systematische Zerlegung in Teilintegrale mit separater Auswertung ermöglicht.

5.5.2 Integration bezüglich der Variable φ

Die Vorgehensweise soll wiederum exemplarisch anhand der Verkopplung von Basisfunktionen mit stückweise konstanter Approximation quer zum Strom demonstriert werden. Werden für x -orientierte Basisfunktionen in Gl.(2.2) die von φ abhängigen Terme zusammengefaßt, so erhält man die Darstellung:

$$Z_{nm}^{xx,A} = \int_0^{\pi/2} Z_{nm}^{xx,A}(\varphi) d\varphi = \frac{1}{\pi^2} K_{nm}^{xx} \sum_{\mu=1}^9 \frac{\pi}{4} C_{1\mu} \sum_{\nu=1}^4 (\Leftrightarrow)^{\nu-1} \left(\frac{j}{2\omega\epsilon_i} D_4 \cdot \text{IXX}_{\mu\nu}^{TM} + \frac{\omega\mu_i}{2j} D_6 \cdot \text{IXX}_{\mu\nu}^{TE} \right) \quad (5.77)$$

mit den Teilintegralen $\text{IXX}_{\mu\nu}^{TM}$ und $\text{IXX}_{\mu\nu}^{TE}$. Anhand der Koeffizienten $CP_{\mu\nu}$ und $CM_{\mu\nu}$ im Anhang D läßt sich erkennen, daß sich diese in der Form

$$CP_{\mu\nu} = (a_\mu \cos \varphi + b_\nu \sin \varphi)$$

$$CM_{\mu\nu} = (a_\mu \cos \varphi \Leftrightarrow b_\nu \sin \varphi)$$

darstellen lassen mit a_μ, b_ν nur von geometrischen Parametern abhängigen Koeffizienten.

Für die Teilintegrale mit den transversalmagnetischen Anteilen erhält man so:

$$\begin{aligned} \text{IXX}_{\mu\nu}^{TM} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(a_\mu \cos \varphi + b_\nu \sin \varphi)^3}{\cos^2 \varphi \sin^2 \varphi} \text{sgn}(a_\mu \cos \varphi + b_\nu \sin \varphi) d\varphi \\ &+ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(a_\mu \cos \varphi \Leftrightarrow b_\nu \sin \varphi)^3}{\cos^2 \varphi \sin^2 \varphi} \text{sgn}(a_\mu \cos \varphi \Leftrightarrow b_\nu \sin \varphi) d\varphi \end{aligned} \quad (5.78)$$

Für die Integranden ohne die Signumfunktionen läßt sich eine analytische Stammfunktion, bezeichnet mit $\text{IXXID}[\pm]_{\mu\nu}^{TM}$, angeben:

$$\begin{aligned} \text{IXXID}[\pm]_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) &= \int \frac{(a_\mu \cos \varphi \pm b_\nu \sin \varphi)^3}{\cos^2 \varphi \sin^2 \varphi} d\varphi = \\ &\Leftrightarrow \frac{a_\mu^3}{\sin \varphi} \pm 3a_\mu^2 b_\nu \ln(\csc \varphi \Leftrightarrow \cot \varphi) + 3a_\mu b_\nu^2 \ln(\sec \varphi + \tan \varphi) \pm \frac{b_\nu^3}{\cos \varphi} \end{aligned} \quad (5.79)$$

Für die weitere analytische Auswertung von Gl.(5.78) ist eine sorgfältige Analyse des Verhaltens der Signumfunktionen notwendig. In Abhängigkeit von den Vorzeichen der Koeffizienten a_μ und b_ν tritt beim Winkel

$$\varphi_{\mu\nu} = \arctan \left| \frac{a_\mu}{b_\nu} \right| \quad (5.80)$$

ein Vorzeichenwechsel in einem der beiden Argumente $a_\mu \cos \varphi \pm b_\nu \sin \varphi$ der Signumfunktionen auf.

Das Gesamtverhalten dieser Signumfunktionen läßt sich folgendermaßen charakterisieren:

$$\text{sgn}(a_\mu \cos \varphi + b_\nu \sin \varphi) = \begin{cases} \text{sgn}(a_\mu) & : 0 \leq \varphi < \varphi_{\mu\nu} \\ \text{sgn}(b_\nu) & : \varphi_{\mu\nu} < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (5.81)$$

$$\text{sgn}(a_\mu \cos \varphi \Leftrightarrow b_\nu \sin \varphi) = \begin{cases} \text{sgn}(a_\mu) & : 0 \leq \varphi < \varphi_{\mu\nu} \\ \Leftrightarrow \text{sgn}(b_\nu) & : \varphi_{\mu\nu} < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (5.82)$$

Unter Berücksichtigung dieser Eigenschaften und den Abkürzungen

$$\text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) = \text{IXXID}[+]_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) + \text{IXXID}[\Leftrightarrow]_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) \quad (5.83)$$

$$\text{IXXIDO}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) = \text{IXXID}[+]_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) \Leftrightarrow \text{IXXID}[\Leftrightarrow]_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) \quad (5.84)$$

erhält man für das bestimmte Integral Gl.(5.78) die Darstellung:

$$\begin{aligned} \text{IXX}_{\mu\nu}^{TM} &= \text{sgn}(a_\mu)[\text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi_{\mu\nu}) \Leftrightarrow \lim_{\varphi \rightarrow 0} \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi)] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \text{sgn}(b_\nu)[\lim_{\varphi \rightarrow \pi/2} \text{IXXIDO}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) \Leftrightarrow \text{IXXIDO}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi_{\mu\nu})] \end{aligned} \quad (5.85)$$

Nun zeigt ein Blick auf Gl.(5.79), daß die Grenzwerte in Gl.(5.85) infolge der Terme $\sim 1/\sin \varphi$ und $\sim 1/\cos \varphi$, isoliert betrachtet, nicht existieren. Mit einer ähnlichen Beweisführung wie bei der Berechnung der analytischen Lösungen bez. k_ρ läßt sich hier mit dem Hinweis auf die Existenz des Gesamtintegrals zeigen, daß immer

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \sum_{\mu=1}^9 C_{1\mu} \sum_{\nu=1}^4 (\Leftrightarrow 1)^{\nu-1} \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) = \lim_{\varphi \rightarrow \pi/2} \sum_{\mu=1}^9 C_{1\mu} \sum_{\nu=1}^4 (\Leftrightarrow 1)^{\nu-1} \text{IXXIDO}_{\mu\nu}^{TM}(\varphi) = 0 \quad (5.86)$$

gelten muß, die singulären Anteile kompensieren sich bei der Bildung des Gesamtintegrals. Dementsprechend erhält man als Beiträge der Teilintegrale $\text{IXX}_{\mu\nu}^{TM}$ zum Gesamtintegral:

$$\begin{aligned} \text{IXX}_{\mu\nu}^{TM} &= \text{sgn}(a_\mu) \left[\Leftrightarrow \frac{2a_\mu^3}{\sin \varphi_{\mu\nu}} + 6a_\mu b_\nu^2 \ln(\sec \varphi_{\mu\nu} + \tan \varphi_{\mu\nu}) \right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \text{sgn}(b_\nu) \left[\frac{2b_\nu^3}{\cos \varphi_{\mu\nu}} + 6a_\mu^2 b_\nu \ln(\csc \varphi_{\mu\nu} \Leftrightarrow \cot \varphi_{\mu\nu}) \right] \end{aligned} \quad (5.87)$$

Für die Berechnung der Beiträge der TE -Anteile ist die Auswertung des Integrals

$$\begin{aligned} \text{IXX}_{\mu\nu}^{TE} &= \int_0^{\pi/2} \frac{(a_\mu \cos \varphi + b_\nu \sin \varphi)^5}{\cos^4 \varphi} \text{sgn}(a_\mu \cos \varphi + b_\nu \sin \varphi) d\varphi \\ &+ \int_0^{\pi/2} \frac{(a_\mu \cos \varphi \Leftrightarrow b_\nu \sin \varphi)^5}{\cos^4 \varphi} \text{sgn}(a_\mu \cos \varphi \Leftrightarrow b_\nu \sin \varphi) d\varphi \end{aligned} \quad (5.88)$$

erforderlich. Für die Integranden ohne die Signumfunktionen läßt sich eine zunächst recht umfangreiche analytische Stammfunktion

$$\begin{aligned} \text{IXXID}[\pm]_{\mu\nu}^{TE}(\varphi) &= \int \frac{(a_\mu \cos \varphi \pm b_\nu \sin \varphi)^5}{\cos^4 \varphi} d\varphi = \\ &= a_\mu^5 \sin \varphi \mp 5a_\mu^4 b_\nu \cos \varphi \Leftrightarrow 10a_\mu^3 b_\nu^2 \sin \varphi + 10a_\mu^3 b_\nu^2 \ln(\sec \varphi + \tan \varphi) \pm \\ &\pm 10 \frac{a_\mu^2 b_\nu^3 \sin^4 \varphi}{\cos \varphi} \pm 10a_\mu^2 b_\nu^3 \sin^2 \varphi \cos \varphi \pm 20a_\mu^2 b_\nu^3 \cos \varphi + \frac{5a_\mu b_\nu^4 \sin^5 \varphi}{2 \cos^2 \varphi} + \\ &+ \frac{5a_\mu b_\nu^4 \sin^3 \varphi}{2} + \frac{15a_\mu b_\nu^4 \sin \varphi}{2} \Leftrightarrow \frac{15a_\mu b_\nu \ln(\sec \varphi + \tan \varphi)}{2} \pm \frac{1}{3} \frac{b_\nu^5 \sin^6 \varphi}{\cos^3 \varphi} \mp \\ &\mp \frac{b_\nu^5 \sin^6 \varphi}{\cos \varphi} \mp b_\nu^5 \sin^4 \varphi \cos \varphi \mp \frac{4}{3} b_\nu^5 \sin^2 \varphi \cos \varphi \mp \frac{8}{3} b_\nu^5 \cos \varphi \end{aligned} \quad (5.89)$$

gewinnen.

Mit analoger Vorgehensweise wie für die TM -Anteile liefern die TE -Anteile die Beiträge:

$$\text{IXX}_{\mu\nu}^{TE} = \text{sgn}(a_\mu) \cdot \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi_{\mu\nu}) \Leftrightarrow \text{sgn}(b_\nu) \cdot \text{IXXIDO}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi_{\mu\nu}) \quad (5.90)$$

mit den Ausdrücken:

$$\begin{aligned} \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi) &= 2a_\mu^5 \sin \varphi \Leftrightarrow 20a_\mu^3 b_\nu^2 \sin \varphi + 20a_\mu^3 b_\nu^2 \ln(\sec \varphi + \tan \varphi) + 5a_\mu b_\nu^4 \sin^3 \varphi + \\ &+ 15a_\mu b_\nu^4 \sin \varphi \Leftrightarrow 15a_\mu b_\nu^4 \ln(\sec \varphi + \tan \varphi) + 5 \frac{a_\mu b_\nu^4 \sin^5 \varphi}{\cos^2 \varphi} \end{aligned} \quad (5.91)$$

$$\begin{aligned} \text{IXXIDO}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi) &= \Leftrightarrow \frac{16}{3} b_\nu^5 \cos \varphi \Leftrightarrow 10a_\mu^4 b_\nu \cos \varphi + 40a_\mu^2 b_\nu^3 \cos \varphi + \frac{2b_\nu^5 \sin^6 \varphi}{3 \cos^3 \varphi} \Leftrightarrow 2 \frac{b_\nu^5 \sin^6 \varphi}{\cos \varphi} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2b_\nu^5 \sin^4 \varphi \cos \varphi \Leftrightarrow \frac{8}{3} b_\nu^5 \sin^2 \varphi \cos \varphi + 20 \frac{a_\mu^2 b_\nu^3 \sin^4 \varphi}{\cos \varphi} + 20a_\mu^2 b_\nu^3 \sin^2 \varphi \cos \varphi \end{aligned} \quad (5.92)$$

Zur Herleitung von Gl.(5.90) müssen analog wie bei den TM -Anteilen die Grenzwerte $\lim_{\varphi \rightarrow 0} \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi)$ und $\lim_{\varphi \rightarrow \pi/2} \text{IXXIDO}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi)$ untersucht werden. Ein Blick auf Gl.(5.91) zeigt, daß hier für $\varphi \rightarrow 0$ nur reguläre Terme auftreten, die für $\varphi = 0$ alle verschwinden.

Gl.(5.92) weist für $\varphi \rightarrow \pi/2$ drei singuläre Terme auf ($\sim 1/\cos^n \varphi$), die anderen sich für $\varphi \rightarrow \pi/2$ regulär verhaltenen Terme verschwinden ebenfalls für $\varphi = \pi/2$. Da sich die singulären Terme bei der Zusammenfassung zum Gesamtintegral wieder gegenseitig kompensieren, ergeben sich aus den beiden Grenzprozessen auch hier keine Beiträge zum Gesamtintegral, so daß Gl.(5.90) die vollständige Lösung darstellt.

In ähnlicher Weise erhält man für die Verkopplung einer x -orientierten Entwicklungsfunktion mit einer y -orientierten Testfunktion die Darstellung:

$$Z_{nm}^{xy,A} = \frac{1}{\pi^2} K_{nm}^{xy} \sum_{\mu=1}^6 \frac{\pi}{4} C_{1\mu} \sum_{\nu=1}^6 V_\nu \left(\frac{j}{2\omega \epsilon_i} D_4 \cdot \text{IXY}_{\mu\nu}^{TM} + \frac{\omega \mu_i}{2j} D_6 \cdot \text{IXY}_{\mu\nu}^{TE} \right) \quad (5.93)$$

Dabei zeigt sich, daß für die Teilintegrale $\text{IXY}_{\mu\nu}^{TM}$ ebenfalls die Gl.(5.87) verwendet werden kann mit den entsprechenden Koeffizienten a_μ, b_ν (s. Anhang D) für den Verkopplungsfall xy . Für $\text{IXY}_{\mu\nu}^{TE}$ ist zusätzlich die Auswertung des Integrals

$$\text{IXYID}[\pm]_{\mu\nu}^{TE}(\varphi) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(a_\mu \cos \varphi \pm b_\nu \sin \varphi)^5}{\cos^2 \varphi \sin^2 \varphi} \text{sgn}(a_\mu \cos \varphi \pm b_\nu \sin \varphi) d\varphi \quad (5.94)$$

erforderlich. Auf die Angabe der Stammfunktion sei hier verzichtet, man erhält in analoger Weise die Lösung über:

$$\text{IXY}_{\mu\nu}^{TE} = \text{sgn}(a_\mu) \cdot \text{IXYIDU}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi_{\mu\nu}) \Leftrightarrow \text{sgn}(b_\nu) \cdot \text{IXYIDO}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi_{\mu\nu}) \quad (5.95)$$

mit

$$\begin{aligned} \text{IXYIDU}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi) &= \Leftrightarrow 2 \frac{a_\mu^5 \cos^4 \varphi}{\sin \varphi} \Leftrightarrow 2a_\mu^5 \cos^2 \varphi \sin \varphi \Leftrightarrow 4a_\mu^5 \sin \varphi + \\ &+ 20a_\mu^3 b_\nu^2 \sin \varphi \Leftrightarrow 10a_\mu b_\nu^4 \sin \varphi + 10a_\mu b_\nu^4 \ln(\sec \varphi + \tan \varphi) \end{aligned} \quad (5.96)$$

$$\begin{aligned} \text{IXYIDO}_{\mu\nu}^{TE}(\varphi) &= 10a_\mu^4 b_\nu \cos \varphi + 10a_\mu^4 b_\nu \ln(\csc \varphi \Leftrightarrow \cot \varphi) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 20a_\mu^2 b_\nu^3 \cos \varphi + 2 \frac{b_\nu^5 \sin^4 \varphi}{\cos \varphi} + 2b_\nu^5 \sin^2 \varphi \cos \varphi + 4b_\nu^5 \cos \varphi \end{aligned} \quad (5.97)$$

Sämtliche aufgeführten Darstellungen gelten infolge der Definition $\text{sgn}(0) = 0$ auch für den Fall, daß einer der beiden Koeffizienten a_μ oder b_ν verschwindet. Wegen $\varphi_{\mu\nu} = 0$ bei $a_\mu = 0$ $\varphi_{\mu\nu} = \pi/2$ bei $b_\nu = 0$ kommt es hier aber bei der numerischen Umsetzung zu Schwierigkeiten, da Grenzwerte der Form $0/\infty$ auftreten. Für numerische Stabilität ist es daher erforderlich, Fallunterscheidungen zu implementieren. Zusammengefaßt erhält man:

$$\begin{aligned} \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TM}|_{b_\nu=0} &= \Leftrightarrow 2a_\mu^3 \text{sgn}(a_\mu), & \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TE}|_{b_\nu=0} &= 2a_\mu^5 \text{sgn}(a_\mu) \\ \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TM}|_{a_\mu=0} &= \Leftrightarrow 2b_\nu^3 \text{sgn}(b_\nu), & \text{IXXIDU}_{\mu\nu}^{TE}|_{a_\mu=0} &= \frac{16}{3} b_\nu^5 \text{sgn}(b_\nu) \end{aligned} \quad (5.98)$$

$$\begin{aligned} \text{IXYIDU}_{\mu\nu}^{TM}|_{b_\nu=0} &= \Leftrightarrow 2a_\mu^3 \text{sgn}(a_\mu), & \text{IXYIDU}_{\mu\nu}^{TE}|_{b_\nu=0} &= \Leftrightarrow 4a_\mu^5 \text{sgn}(a_\mu) \\ \text{IXYIDU}_{\mu\nu}^{TM}|_{a_\mu=0} &= \Leftrightarrow 2b_\nu^3 \text{sgn}(b_\nu), & \text{IXYIDU}_{\mu\nu}^{TE}|_{a_\mu=0} &= \Leftrightarrow 4b_\nu^5 \text{sgn}(b_\nu) \end{aligned} \quad (5.99)$$

Die analytischen Lösungen für die Verkopplungen der übrigen Kombinationen von Basisfunktionen, die keinen exponentiellen Abfall aufweisen, lassen sich in analoger Weise herleiten.

Zusätzliche Bemerkungen

Im Zusammenhang mit der Entwicklung der asymptotischen Integraldarstellungen tritt in Verbindung mit dem Term T_1 (Gl.(5.38)) ein Integralanteil der Form

$$I_{T_1}(\varphi) = \int_0^{k_\rho a} \frac{j k_i^2 \Delta z}{\omega \epsilon_0 k_{zi}^2} F_{mn}^{VV}(k_\rho, \varphi) k_\rho dk_\rho \quad (5.100)$$

mit $F_{mn}^{VV}(k_\rho, \varphi) = \text{Re}\{F_{lvm}(k_\rho \cos \varphi) F_{vn}^*(k_\rho \cos \varphi)\} \text{Re}\{F_{lvn}(k_\rho \sin \varphi) F_{vn}^*(k_\rho \sin \varphi)\}$ auf. Die mit diesem Integralanteil verbundene asymptotische Entwicklung wird, ebenso wie ein ähnlicher Anteil in Zusammenhang mit den Termen Gl.(5.40), nicht von dem Integranden in Gl.(5.100) subtrahiert. Dies liegt darin begründet, daß sich die mit diesen Integralanteilen verbundenen asymptotischen Integrandenentwicklungen nicht mit dem im Abschnitt 5.4 vorgestellten Instrumentarium auswerten lassen. Nach dem bisherigen Kenntnisstand existieren

für diese Anteile aller Voraussicht nach keine analytischen Lösungen. Eingehende Untersuchungen haben aber gezeigt, daß sich das Konvergenzverhalten des Gesamtverfahrens nur unwesentlich verschlechtert, wenn die Anwendung des asymptotischen Subtraktionsverfahrens bei diesen Anteilen unterlassen wird. Dies liegt zum einen darin begründet, daß diese Anteile auch ohne weitere Behandlung schon eine deutlich bessere Konvergenz zeigen, als die unbehandelten Integralausdrücke der übrigen Verkopplungen. Zum anderen ist ihr Gesamtbeitrag zur Lösung nur sehr gering (Der Ausdruck nach Gl.(5.100) hat nur einen Anteil von ca. 1 % am Gesamtbetrag einer Verkopplung von Volumenströmen), so daß Integrationsfehler keine relevanten Auswirkungen haben. Die bisherigen Erfahrungen haben gezeigt, daß ein um ca. 15 % vergrößerter Wert für $k_{\rho,A}$ bei Strukturen mit Volumenströmen eine sichere Integration gewährleisten.

Im Gegensatz hierzu treten in Verbindung mit den in [9] verwendeten Eckfunktionen asymptotische Integralanteile mit einem dominanten Charakter auf, für die aller Voraussicht nach keine analytischen Lösungen existieren. Aus diesem Grund konnte für dieses dort vorgestellte Oberflächenintegralgleichungskonzept kein effizientes Lösungsverfahren formuliert werden. Ähnliche Schwierigkeiten mit noch deutlich verschärften Konvergenzproblemen treten auch bei der Formulierung eines verallgemeinerten Volumenintegralgleichungskonzeptes auf, welches auch Volumenströme mit x- und y-Orientierungen vorsieht. Demzufolge wurde ein solches verallgemeinertes Konzept im Rahmen dieser Arbeit zunächst nicht weiter verfolgt.

5.6 Fernfeldberechnung

Da die Integralgleichungsverfahren zu den globalen Verfahren mit einem unendlich ausgedehnten Lösungsraum gehören, sind sie besonders gut geeignet für die Analyse des Abstrahlungsverhaltens von Schaltungen und Antennen. In diesem Zusammenhang ist typischerweise die Fernfeldcharakteristik einer Struktur von Interesse, die sich im Falle einer ebenen geschichteten Strukturumgebung effizient mit Hilfe der Sattelpunktmethode bestimmen läßt. Diese Methode ermittelt die Feldanteile, die in Richtung des mehrere Wellenlängen entfernten Aufpunktes ebene Wellen beschreiben. Diese Feldanteile werden durch asymptotische Auswertung der Sommerfeldintegrale [88] gewonnen, welche durch den Einsatz von funktionentheoretischen Methoden wie komplexe Abbildungen und einer Verlegung des Integrationsweges über den sog. Sattelpunkt analytisch möglich ist [30, 90, 57, 95], da der Integrand in der Umgebung dieses Sattelpunktes einen nichtoszillierenden, stark abfallenden Verlauf aufweist.

Ohne auf die speziellen Details der Methode einzugehen, seien an dieser Stelle nur die Ergebnisse der Methode näher erläutert. So erhält man für Aufpunkte $(|\vec{r} \Leftrightarrow \vec{r}'|, \vartheta_r, \varphi_r)$ im Fernfeld für die einzelnen Greenschen Dyaden die Darstellung:

$$\overset{\leftrightarrow}{G}^{FF}(|\vec{r} \Leftrightarrow \vec{r}'|, \vartheta_r, \varphi_r) = \frac{j k_{Nmin} \cos \vartheta_r}{2\pi r} \overset{\leftrightarrow}{G}(k_{xr}, k_{yr}, z, z') e^{jk_{xr}(x-x')} e^{jk_{yr}(y-y')} \quad (5.101)$$

mit der Substitution

$$k_{xr} = \leftrightarrow k_{Nmin} \sin \vartheta_r \cos \varphi_r \quad (5.102)$$

$$k_{yr} = \leftrightarrow k_{Nmin} \sin \vartheta_r \sin \varphi_r \quad (5.103)$$

$Nmin$ bedeutet hierbei die Nummer der obersten Schicht.

In Anlehnung an die Definitionen Gl(3.2) erhält man exemplarisch für elektrische Ströme das Fernfeld

$$\vec{E}^{FF}(\vec{r}) = \iiint_{x' y' z'} \leftrightarrow G_J^{E,FF}(\vec{r}, x', y', z') \cdot \vec{J}(x', y', z') dx' dy' dz' \quad (5.104)$$

Wird in diese Beziehung Gl.(5.101) eingesetzt, so entsteht

$$\vec{E}^{FF}(\vec{r}, \vartheta_r, \varphi_r) = \frac{j k_{Nmin} \cos \vartheta_r}{2\pi r} \iiint_{x' y' z'} \leftrightarrow G_J^E(k_{xr}, k_{yr}, z, z') \cdot \vec{J}(x', y', z') e^{jk_{xr}(x-x')} e^{jk_{yr}(y-y')} dx' dy' dz' \quad (5.105)$$

Wird wiederum die Reihenentwicklung Gl.(5.1) der Stromverteilung verwendet, so erhält man das Fernfeld nach einer zweidimensionalen Fouriertransformation bezüglich der Variablen x' und y' :

$$\begin{aligned} \vec{E}^{FF}(\vec{r}, \vartheta_r, \varphi_r) = & \frac{j k_{Nmin} \cos \vartheta_r}{2\pi r} e^{jk_{xr}x} e^{jk_{yr}y} \cdot \\ & \int_{z'} \left(\leftrightarrow G_J^E(k_{xr}, k_{yr}, z, z') \left[\sum_{le}^{Le} \sum_{m=1}^{N_{le}} I_{lem} \frac{\vec{F}_{lem}(k_{xr}, k_{yr}, z')}{b_{lem}} + \sum_{lv=1}^{L_v} \sum_{k=1}^{N_{lv}} I_{lvk} \frac{F_{V,lvk}(k_{xr}, k_{yr}, z) \vec{e}_z}{a_{lvk}} \right] + \right. \\ & \left. \leftrightarrow G_M^E(k_{xr}, k_{yr}, z, z') \sum_{lb=1}^{L_b} \sum_{m=N_{le}+1}^{N_{le}+N_{lb}} U_{lbm} \frac{\vec{F}_{lbm}(k_{xr}, k_{yr})}{b_{lbm}} \right) dz' \end{aligned} \quad (5.106)$$

Die in dieser Darstellung auftretenden Ortsbereichsintegrationen bezüglich z' können wie schon bei der Auswertung der Koppelintegrale analytisch ausgeführt werden. Auf diese Weise kann das Fernfeld einer Stromverteilung ohne zusätzliche numerische Integrationen bestimmt werden. Es sei aber betont, daß die hier dargestellte Form der Sattelpunktmethode nur für die Fälle gilt, in denen Leck- oder Oberflächenwellen keinen signifikanten Einfluß auf das Fernfeldverhalten haben. Anderenfalls muß eine modifizierte Sattelpunktmethode zum Einsatz kommen, in welcher der Einfluß der Leck- oder Oberflächenwellenpole in der Nähe des Sattelpunktes durch Extraktionsverfahren und den Einsatz von Fehlerintegralen gesondert berücksichtigt wird. Neuere Ansätze hierzu sind z.B. in [98] zu finden. Merkliche Auswirkungen sind aber auch in diesen Fällen in der Regel nur bei Beobachtungswinkeln $\vartheta_r > 60^\circ$ zu beobachten.

Kapitel 6

Redundanzmindernde Verfahren

Bei der Anwendung der Momentenmethode entsteht typischerweise eine vollständig besetzte Systemmatrix, falls nicht größere Schaltungsbereiche durch den Einzug von Blendenebenen voneinander entkoppelt sind. Dieser Tatbestand führte bei früheren Implementierungen der Momentenmethode schon bei einer mäßig hohen Anzahl von Unbekannten zu großen Rechenzeiten beim Aufbau der Systemmatrix. Nun sind aber infolge der in dieser Arbeit verwendeten asymptotischen Subtraktionsstrategien nur noch eine sehr geringe Anzahl von Integrationsstützstellen erforderlich. Dieser Umstand erlaubt, wie in diesem Kapitel gezeigt, zusammen mit speziellen Eigenschaften der Integranden und der Art der Diskretisierung den Einsatz verschiedener redundanzmindernder Strategien, welche im wesentlichen auf der Verschiebungsinvarianz der verschiedenen Greenschen Funktionen bezüglich den lateralen Richtungen und dem Verschiebungssatz der Fouriertransformation basieren. Sie erlauben dadurch zum einen eine deutliche Reduktion der Anzahl der tatsächlich zu berechnenden Matrixelemente und zum anderen eine signifikante Verminderung des mittleren Rechenaufwandes pro Integrationsstützstelle. Das Kapitel soll gleichzeitig auch einen Einblick in die Struktur und die Ablaufalgorithmen des realisierten Computerprogramms geben. Dazu sind in Abbildung 6.4 in grober Form die wichtigsten Programmodule mit ihren Abhängigkeitsverhältnissen und ihrer Einreihung in den Zeitablauf dargestellt. Die Bedeutung der einzelnen Module wird durch Textverweise bei der folgenden Besprechung der wichtigsten Programmstrategien erläutert.

6.1 Detektion von Verkopplungsidentitäten

Die Verschiebungsinvarianz der Greenschen Funktionen bezüglich den lateralen Richtungen x und y läßt sich mit Hilfe der Beziehung

$$\overset{\leftrightarrow}{G}(x, y, z, x', y', z') = \overset{\leftrightarrow}{G}(x \Leftrightarrow x', y \Leftrightarrow y', z, z') \quad (6.1)$$

beschreiben. Sie geht unmittelbar aus der Fourierrücktransformation der Dyadenelemente in den Ortsbereich hervor und ist infolge der Isotropie der Schichtstruktur in lateraler Richtung

auch unmittelbar einleuchtend. Durch diesen Umstand sind auch bei irregulärer Diskretisierung viele Matrixelemente identisch oder unterscheiden sich nur in ihren Vorzeichen. Dazu wird zunächst die Verkopplung von symmetrischen Basisfunktionen elektrischer Flächenströme betrachtet. Mit Hilfe der Beziehungen Gln.(5.57–5.60) erhält man für zwei Basisfunktionen gleicher Orientierung die spezialisierte Darstellung:

$$Z_{nm} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^{\frac{\pi}{2}} \overset{\leftrightarrow E}{G}_{Juu}(k_x, k_y, z_{le}, z_{le'}) F_{le'0m}(k_x) F_{le'0n}^*(k_x) F_{le'0m}(k_y) F_{le'0n}^*(k_y) \frac{1}{b_m b_n} \cos(k_x \Delta x_{nm}) \cos(k_y \Delta y_{nm}) k_\rho dk_\rho d\varphi, \quad k_x = k_\rho \cos \varphi, \quad k_y = k_\rho \sin \varphi, \quad (6.2)$$

mit dem Index uu stellvertretend für xx oder yy . Analog entsteht für zwei symmetrische Basisfunktionen mit unterschiedlicher Orientierung:

$$Z_{nm} = \overset{\leftrightarrow E}{G}_{Jxy} \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^{\frac{\pi}{2}} (k_x, k_y, z_{le}, z_{le'}) F_{le'0m}(k_x) F_{le'0n}^*(k_x) F_{le'0m}(k_y) F_{le'0n}^*(k_y) \frac{1}{b_m b_n} \sin(k_x \Delta x_{nm}) \sin(k_y \Delta y_{nm}) k_\rho dk_\rho d\varphi, \quad k_x = k_\rho \cos \varphi, \quad k_y = k_\rho \sin \varphi \quad (6.3)$$

Als symmetrische Basisfunktion wird in diesem Zusammenhang eine Basisfunktion mit konstanter Belegung quer zur Stromrichtung und symmetrischer Belegung längs zur Stromrichtung bezeichnet, d.h sie entsprechen den in anderen Arbeiten und Programmkonzepten häufig verwendeten Rooftop-Funktionen [66, 46]. In den obigen Darstellungen bedeuten $\vec{F}_{le'0m}$, $\vec{F}_{le'0n}$ die Fouriertransformierten der unverschobenen Basisfunktionen, diese sind im Fall symmetrischer Basisfunktionen rein reellwertig. $\Delta x_{nm} = x_n \leftrightarrow x_m$, $\Delta y_{nm} = y_n \leftrightarrow y_m$ bezeichnen die lateralen Abstände der Basisfunktionen untereinander. Anhand der trigonometrischen Verschiebungsterme in Gl.(6.2) und (6.3) ergibt sich als notwendige Bedingung für die Betragsidentität der Verkopplung von $\vec{f}_{le'm}$ mit \vec{f}_{len} und einer Verkopplung von $\vec{f}_{le'q}$ mit einer Basisfunktion \vec{f}_{lep} die Identität der Absolutbeträge $|\Delta x_{nm}| = |\Delta x_{qp}|$ und $|\Delta y_{nm}| = |\Delta y_{qp}|$ und als hinreichende Bedingung die Identität der unverschobenen Basisfunktionen $\vec{f}_{le'0n} = \vec{f}_{le'0p}$ und $\vec{f}_{le'0m} = \vec{f}_{le'0q}$. Im Verkopplungsfall von Basisfunktionen mit unterschiedlichen Orientierungen kann bei Erfüllung der obigen Bedingungen zusätzlich ein Vorzeichenwechsel auftreten. Die sich ergebenden Identitäten sind zusammengefaßt in Abbildung 6.1 dargestellt. Die Stromverteilungen der Basisfunktionen quer und längs zu Stromrichtung sind schematisch neben ihren Grundflächen eingezeichnet.

Die mathematische Herleitung von Identitäten für beliebige Basisfunktionen kann prinzipiell ähnlich durch fallspezifische Auswertungen der Gln.(5.57–5.60) erfolgen, doch führt dies auf eine Vielzahl von Fallunterscheidungen mit sehr umfangreichen Ausdrücken (s. z.B. [5]).

In Abbildung 6.1 sind Verkopplungssituationen für den allgemeinsten Fall asymmetrischer Basisfunktionen mit linearer Verteilung quer zur Stromrichtung dargestellt. Von den jeweils vier in der Mitte eingezeichneten Funktionen überlagern sich jeweils zwei Basisfunktionen mit gespiegelter Belegung quer zur Stromrichtung. Die angegebenen Identitäten sind auch ohne strikte mathematische Begründung anhand physikalischer Überlegungen z.B. anhand schematischer Feldlinienverläufe plausibel.

Ein Suchalgorithmus für solche Identitäten könnte z.B. über ein sukzessives Abfragen von notwendigen und hinreichenden Bedingungen konstruiert werden, doch würde dies auf mehr als 50 oft unübersichtliche Fallunterscheidungen allein für Verkopplungen elektrischer Flächenströme führen.

Wesentlich effektiver ist an dieser Stelle eine globale Untersuchung der Verkopplungen nach verschiedenen Symmetrieklassen. Gilt z.B. für zwei Verkopplungen die Bedingung

$$\Delta x_{nm} = \Leftrightarrow \Delta x_{qp} \wedge \Delta y_{nm} = \Delta y_{qp}$$

so müssen die entsprechenden Entwicklungs- und Testfunktionen sich jeweils symmetrisch bezüglich einer durch ihren Bezugspunkt laufenden, y -orientierten Achse verhalten, andere Konstellationen müssen Punktsymmetrien oder eine x -Achsensymmetrie aufweisen. Die Abfrage der Symmetrien kann sehr effizient über eine verallgemeinerte Segmentierung der Basisfunktionen und anschließendem Vergleich der Segmentgrößen erfolgen. Die hierbei angewendete Systematik ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Jeder Basisfunktion werden hierbei zunächst unabhängig von ihrer Orientierung vier Segmentgrößen wl, wr, wo und wu zugeordnet. Wie zu erkennen, verschwindet bei den Basisfunktionen mit stückweise linearer Belegung jeweils eine Segmentgröße. Durch diese Eigenschaft werden zusätzliche, programmtechnisch schwerfällige Typabfragen bei den Symmetrietests unnötig.

Neben diesen Symmetrietests muß zusätzlich berücksichtigt werden, ob Verkopplungen bezüglich rein elektrischer oder magnetischer Ströme vorliegen oder der gemischte Fall magnetischer Ströme mit elektrischen Strömen zu behandeln ist. Wie u.a. eine Untersuchung der entsprechenden Greenschen Dyaden zeigt, verhalten sich Verkopplungen zwischen zwei Basisfunktionen eines elektrischen und magnetischen Flächenstromes mit jeweils unterschiedlicher Orientierung in ähnlicher Weise wie die Verkopplungen zwischen rein elektrischen und magnetischen Flächenströmen gleicher Orientierung, was die oben erläuterten Symmetrien betrifft. Die Verhältnisse sind zusätzlich in Abbildung 6.1 aufgeführt und können anschaulich z.B. anhand der schematischen magnetischen Feldlinienverläufe der elektrischen Flächenströme plausibilisiert werden.

Die Bestimmung der tatsächlich zu berechnenden Matrixelemente erfolgt innerhalb des Moduls MODFELD (Abbildung 6.4), die Überprüfung notwendiger Bedingungen für mögliche Identitäten und Symmetrietests erfolgen in den Unterprogrammen MODXY und MODXYZ. Als entscheidend für eine effiziente Redundanzanalyse hat sich die Abfrage notwendiger Bedingungen mittels schneller Zeichenkettenvergleiche erwiesen.

Notwendige Bedingungen für eine Verkopplungsidentität ist die schon erwähnte Gleichheit der absoluten lateralen Abstände, die Entwicklungs- und Testfunktionen müssen paarweise den gleichen Ebenen zugehören und die Grundflächen der Basisfunktionen müssen paarweise identisch sein. Diese Bedingungen können durch einen einzigen Zeichenkettenvergleich abgeklärt werden, so daß weitere Tests erst bei einem berechtigten Verdacht auf eine Identität durchgeführt werden müssen. Es sei aber auch nicht verschwiegen, daß der Aufwand für die Identitätssuche bei wachsender Anzahl von Basisfunktionen deutlich ansteigen kann, da immer längere Zeichenkettenarrays durchsucht werden müssen. Im Vergleich zur Matrixberechnung und Lösung des Gleichungssystems ist der Zeitaufwand für die Identitätssuche aber auch bei mehr als 1000 Unbekannten in der Regel vernachlässigbar.

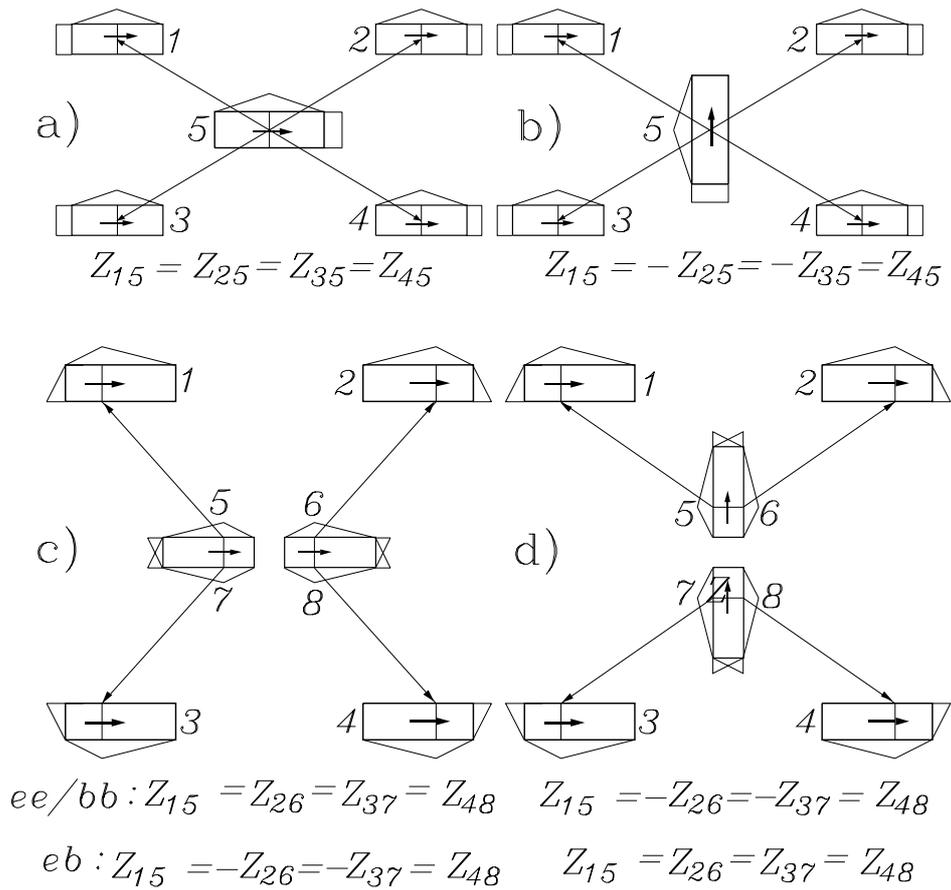


Abbildung 6.1: Beispiele von Verschiebungsinvarianzen zwischen Basisfunktionen elektrischer und magnetischer Ströme. ee/bb: Beziehungen bei Verkopplungen rein elektrischer und magnetischer Flächenströme. eb: Beziehungen bei gemischten Verkopplungen zwischen elektrischen und magnetischen Flächenströmen.

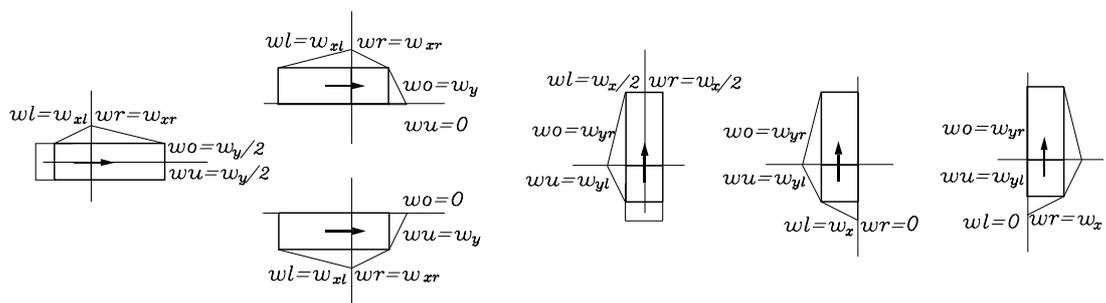


Abbildung 6.2: Gewähltes Segmentierungsschema zur Identitätssuche

6.2 Anwendung von Datenbasisstrategien

Wie im letzten Abschnitt gezeigt, ist eine ungleichförmige Schaltungsdiskretisierung zwar mit einer Vielzahl unterschiedlicher Verkopplungssituationen verbunden, trotzdem treten in der Regel eine hohe Zahl redundanter Matrixeinträge innerhalb der Systemmatrix auf. Wie in diesem Abschnitt gezeigt, ist auch schon die Auswertung der einzelnen Koppelintegrale mit einer großen Zahl prinzipiell redundanter Berechnungsschritte verbunden. Wird exemplarisch die Verkopplung zweier Basisfunktionen gleicher Orientierung herangezogen, so erhält man im allgemeinen Fall asymmetrischer Basisfunktionen die Darstellung:

$$Z_{nm} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^{\frac{\pi}{2}} \overset{\leftrightarrow E}{G}_{Juu}(k_x, k_y, z_{le}, z_{le'}) \operatorname{Re} \left\{ F_{le'0m}(k_x) F_{le0n}^*(k_x) e^{jk_x \Delta x} \right\} \cdot \operatorname{Re} \left\{ F_{le'0m}(k_y) F_{le0n}^*(k_y) e^{jk_y \Delta y} \right\} \frac{1}{b_m b_n} k_\rho dk_\rho d\varphi, \quad k_x = k_\rho \cos \varphi, \quad k_y = k_\rho \sin \varphi \quad (6.4)$$

Daraus läßt sich entnehmen, daß sich die Integranden der Koppelintegrale allgemein aus einer Datenbasis bestehend aus den Greenschen Dyaden bzw. den durch die Ortsbereichsintegrationen verallgemeinerten Spektralbereichsausdrücken IG_{uv} , den unverschobenen Basisfunktionen \vec{F}_{l0m} und den Verschiebungsfaktoren $e^{jk_x \Delta x}$, $e^{jk_y \Delta y}$ zusammensetzen lassen. Die Greenschen Dyaden bzw. die Terme IG_{uv} lassen sich allgemein in einen von der Variable φ unabhängigen Teil und einen von φ abhängigen Vorfaktor zerlegen. Dieser Vorfaktor lautet z.B. k_x^2 beim Dyadenelement $G_{Jxx}^{E,TM}$ und $k_x k_y$ bei den Elementen $G_{Jxy}^{E,TM,TE}$ (s. Anhang A.1). Demzufolge können schon vor der Berechnung der einzelnen Matrixelemente alle später benötigten Dyadenelemente und Ausdrücke IG_{uv} an den Integrationsstützstellen $k_{\rho i}$ berechnet und in Arrays abgelegt werden. Die Berechnungen erfolgen in den Routinen GRMM-GRBVZ (Abbildung 6.4). Die Berechnung der Koppelintegrale erfolgt später, wie schon in den vorherigen Arbeiten [1][9] und [61] pro Winkelintegrationsstelle φ_l für alle Matrixelemente simultan. Dazu werden für jeden Winkelschritt φ_l zunächst die in GRMM-GRBVZ berechneten Ausdrücke mit den φ -abhängigen Vorfaktoren und den Gauß-Legendre Gewichtungen multipliziert, falls erforderlich TM - und TE -Komponenten zusammengefügt und in den Fällen GRMM, GRBB, GRMVZ und GRVVZ die asymptotischen Anteile subtrahiert. Diese Schritte erfolgen mit der Ablage in weitere Arrays in den Routinen QBB-QVVZ.

Weitere Möglichkeiten für drastische Rechenzeiteinsparungen werden anhand Abbildung 6.3, welches ein typisches Diskretisierungsbeispiel zeigt, deutlich. So ist offensichtlich, daß in der Regel auch bei komplexen Strukturen mit sehr ungleichmäßiger Diskretisierung die Anzahl der verschiedenen unverschobenen Basisfunktionen \vec{F}_{l0m} selten mehr als 1-2 Dutzend beträgt. Dementsprechend erfolgt zunächst eine Vorabdetektion dieser Basisfunktionen innerhalb der Routine INOUTN. Nachdem in den Routinen PANALYT, KOEFF, FUELL und FUELLPOL die Stützstellen $k_{\rho i}$ nach den in Kapitel 5 dargelegten Kriterien festgelegt worden sind, erfolgt anschließend in der Routine KXKY für jeden Winkelschritt die Berechnung der Fouriertransformierten aller unverschobenen Basisfunktionen bez. der $k_{\rho i}$ mit Arrayzuweisung und Adressierung. Wie in Abbildung 6.3 skizziert, beschränkt sich durch die im

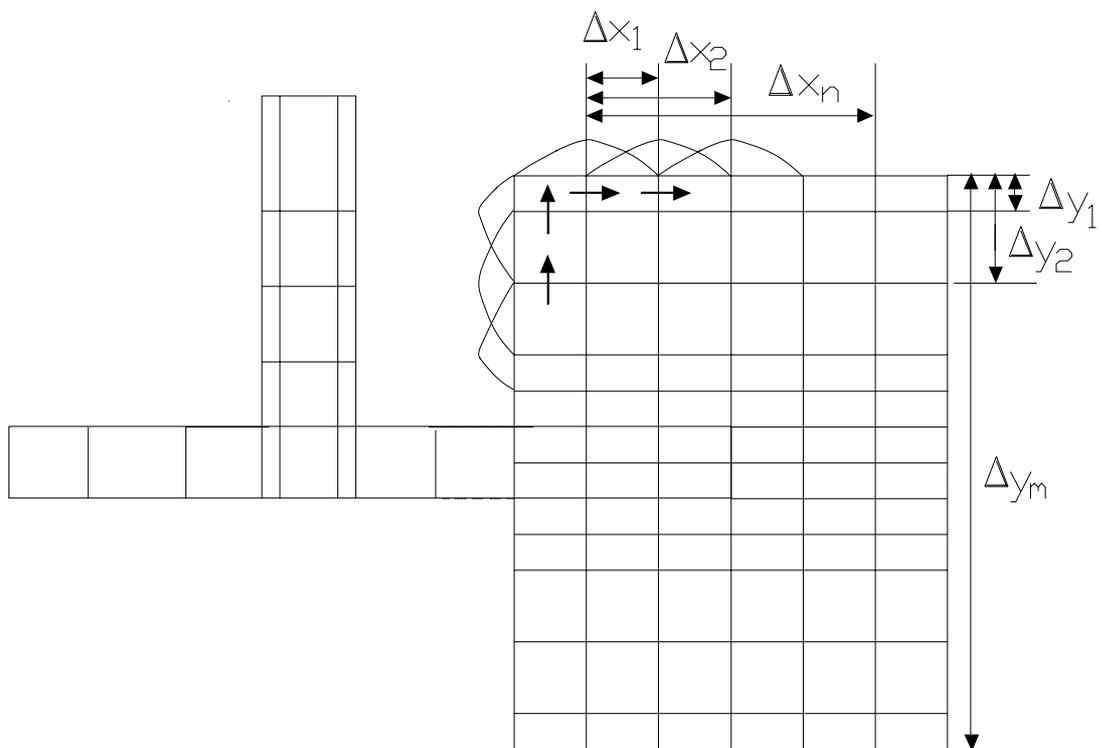


Abbildung 6.3: Zur Anwendung von Datenbasisstrategien

wesentlichen reihenförmige Anordnung der Basisfunktionen auch bei nichtgleichförmiger Diskretisierung die Anzahl der bei einer Struktur auftretenden unterschiedlichen lateralen Abstände Δx_k und Δy_k typischerweise auf wenige Dutzend bis einige hundert.

Um diese Eigenschaft auszunutzen, werden die zu berechnenden Matrixelemente am Ende der Prozedur MODFELD zunächst nach Blöcken mit gleichen lateralen Abständen Δy_k sortiert. Bei der Berechnung der Systemmatrix wird für jeden neuen Block von Matrixelementen mit identischem oder nur im Vorzeichen unterschiedlichen lateralen Abstand Δy_k ein Vektor $\vec{V}_{\Delta y_k}$ mit den Abtastwerten des Verschiebungsterms

$$\vec{V}_{\Delta y_k} = \left(e^{jk_{\rho 1} \sin \varphi_l \Delta y_k} \dots e^{jk_{\rho i} \sin \varphi_l \Delta y_k} \dots e^{jk_{\rho, Nges} \sin \varphi_l \Delta y_k} \right)^T, \quad (6.5)$$

erzeugt mit $Nges$ der Gesamtzahl Stützstellen $k_{\rho i}$. Während der Berechnung des ersten Blockes wird zusätzlich ein Array $[V_{\Delta x}]$ erzeugt:

$$[V_{\Delta x}] = \left[\vec{V}_{\Delta x 1} \dots \vec{V}_{\Delta x k} \dots \vec{V}_{\Delta x Ndx} \right]$$

mit $\vec{V}_{\Delta x k} = \left(e^{jk_{\rho 1} \cos \varphi_l \Delta x_k} \dots e^{jk_{\rho i} \cos \varphi_l \Delta x_k} \dots e^{jk_{\rho, Nges} \cos \varphi_l \Delta x_k} \right)^T, \quad (6.6)$

in welches sukzessive für alle neu auftretenden lateralen Abstände $|\Delta x_k|$ die entsprechenden Vektoren für die Verschiebungsterme $e^{jk_{\rho i} \cos \varphi_l \Delta x_k}$ eingelesen werden. Ndx ist hierbei die Gesamtzahl der unterschiedlichen $|\Delta x_k|$ dieses Blocks.

Beim Übergang zum nächsten Block von Matrixelementen ist zunächst ein neuer Vektor $\vec{V}_{\Delta y_k}$ zu berechnen. Bei der anschließenden Berechnung der weiteren Matrixelemente ist die Wahrscheinlichkeit groß, daß die meisten lateralen Abstände Δx_k identisch sind mit denen der Matrixelemente des vorangegangenen Blockes. Dementsprechend wird vor jeder Berechnung ein zum Array $[V_{\Delta x}]$ gehörendes Adressarray nach dem Lateralabstand Δx_k durchsucht, so daß bei erfolgreicher Suche der entsprechende Vektor des Verschiebungsterms $e^{jk_{\rho i} \cos \varphi_l \Delta x_k}$ ausgelesen und wiederholt verwendet werden kann. Bei negativer Suche wird ein neuer Vektor berechnet und an das Array $[V_{\Delta x}]$ angehängt. Eine negative Suche kann jedoch auch die Ursache haben, daß ein neuer Block mit gänzlich unterschiedlicher x -Diskretisierung zur Berechnung ansteht. Dies wird vom Algorithmus erkannt und das Array $[V_{\Delta x}]$ mit den neuen Verschiebungstermen überschrieben.

Wie in Gl.(6.2) und Gl.(6.3) zu erkennen, brauchen bei der Berechnung der Verkopplungen von symmetrischen Basisfunktionen keine komplexen Exponentialfunktionen als Verschiebungsterme berechnet werden, sondern nur reelle trigonometrische Funktionen. Dieser Sachverhalt kann den Aufwand bezüglich der Berechnung der Verschiebungsterme bis zu einem Faktor drei verringern. Dementsprechend werden beim Auftreten von Verkopplungen mit symmetrischen Basisfunktionen die Arrays der Verschiebungsterme nur mit reellen bzw. rein imaginären trigonometrischen Ausdrücken $\cos(k_{\rho} \cos \varphi_l \Delta x_k)$, $\Leftrightarrow j \sin(k_{\rho} \cos \varphi_l \Delta x_k)$ und $\cos(k_{\rho} \sin \varphi_l \Delta y_k)$, $\Leftrightarrow j \sin(k_{\rho} \sin \varphi_l \Delta y_k)$ belegt. Treten beim Aufbau der Systemmatrix Verkopplungen mit asymmetrischen Basisfunktionen auf, so werden die Arrays der Verschiebungsterme bei gleichen Lateralabständen zu den komplexen Exponentialtermen $e^{jk_{\rho i} \cos \varphi_l \Delta x_k}$, $e^{jk_{\rho i} \sin \varphi_l \Delta y_k}$ ergänzt.

Auf diese Weise entsteht eine dynamische Datenbasisstrategie, die sich mit minimalen Rechenzeit- und Speicherplatzaufwand an die gegebene Strukturdiskretisierung anpaßt. Damit die gesamte Ablaufsteuerung nicht für jeden Winkel φ_l neu initiiert werden muß, wird der spätere Aufbau der Systemmatrix bezüglich der Berechnung und Speicherverwaltung der Verschiebungsterme vorab einmal in der Prozedur ZINTV durchlaufen. Dadurch wird jedem zu berechnenden Matrixelement eine Adresse für den Verschiebungsfaktor bezüglich Δx_i zugewiesen sowie eine Sprungadresse für eine von insgesamt 36 Berechnungsroutinen. Diese Routinen bestehen aus einer kurzen Schleife, welche die Berechnung des Integranden samt der notwendigen Arrayoperationen mit einem Minimum an arithmetischen Operationen ermöglicht (Routinen ZMATRIX, ZMATZ) und in welchen sich die Berechnungsvorschriften Gln(5.57–5.60) wiederfinden. Durch die mit diesem Verfahren verbundene drastische Einsparung von transzendenten Funktionsberechnungen sind pro Integrationsstützpunkt im Mittel oft nur 4 Multiplikationen und eine Addition notwendig. Wie schon erwähnt, verhält sich eine Verkopplung zwischen einer Basisfunktion eines elektrischen Stromes und einer Basisfunktion eines magnetischen Stromes ähnlich wie eine Verkopplung zwischen Basisfunktionen rein elektrischer oder magnetischer Ströme. Um die oben angedeuteten 36 Berechnungsroutinen zusammen mit der Datenbasis für alle Verkopplungsfälle nutzen zu können, werden für bestimmte Unterprogramme y -orientierte Basisfunktionen magnetischer Ströme organisatorisch als x -orientierte Basisfunktionen elektrischer Ströme angesehen und umgekehrt. Durch diesen Kunstgriff braucht für die gemischten Verkopplungen magnetischer und elektrischer Ströme keine eigene Datenbasis für die Verschiebungsterme aufgebaut werden. Die Unterscheidung der verschiedenen Verkopplungssituationen geschieht explizit in den Routinen QBB-QVVZ.

Die maximale Redundanzreduktion wird erwartungsgemäß bei einer gleichmäßigen Diskretisierung einer Struktur erreicht. Wird z.B. ein rechteckförmiger Bereich mit N gleichen Entwicklungsfunktionen diskretisiert, so müssen auch nur N unterschiedliche Matrixelemente berechnet werden. Dies bedeutet in diesem Fall, daß die Komplexität des Verfahrens bezüglich der Berechnung der Systemmatrix nur $O(N)$ beträgt. Desweiteren müssen beim Aufbau der Systemmatrix nur ca. \sqrt{N} unterschiedliche Verschiebungsterme berechnet werden. Bei ungleichmäßiger Diskretisierung wird die Redundanzreduktion zwar geringer, die Komplexität bleibt aber oft deutlich unter $O(N^2)$, während die Anzahl der zu berechnenden Verschiebungsterme in der Regel kleiner als die Zahl der Unbekannten N bleibt.

Dies bedeutet als Fazit, daß das hier vorgestellte Verfahren bei einer gleichmäßigen Diskretisierung in der Regel sogar eine bessere Effizienz als die auf einer schnellen zweidimensionalen FFT basierenden Verfahren wie in [66, 3, 21, 47] erreicht, ohne aber deren gravierenden Nachteil zu besitzen, an gleichmäßige Diskretisierungsstrategien gebunden zu sein.

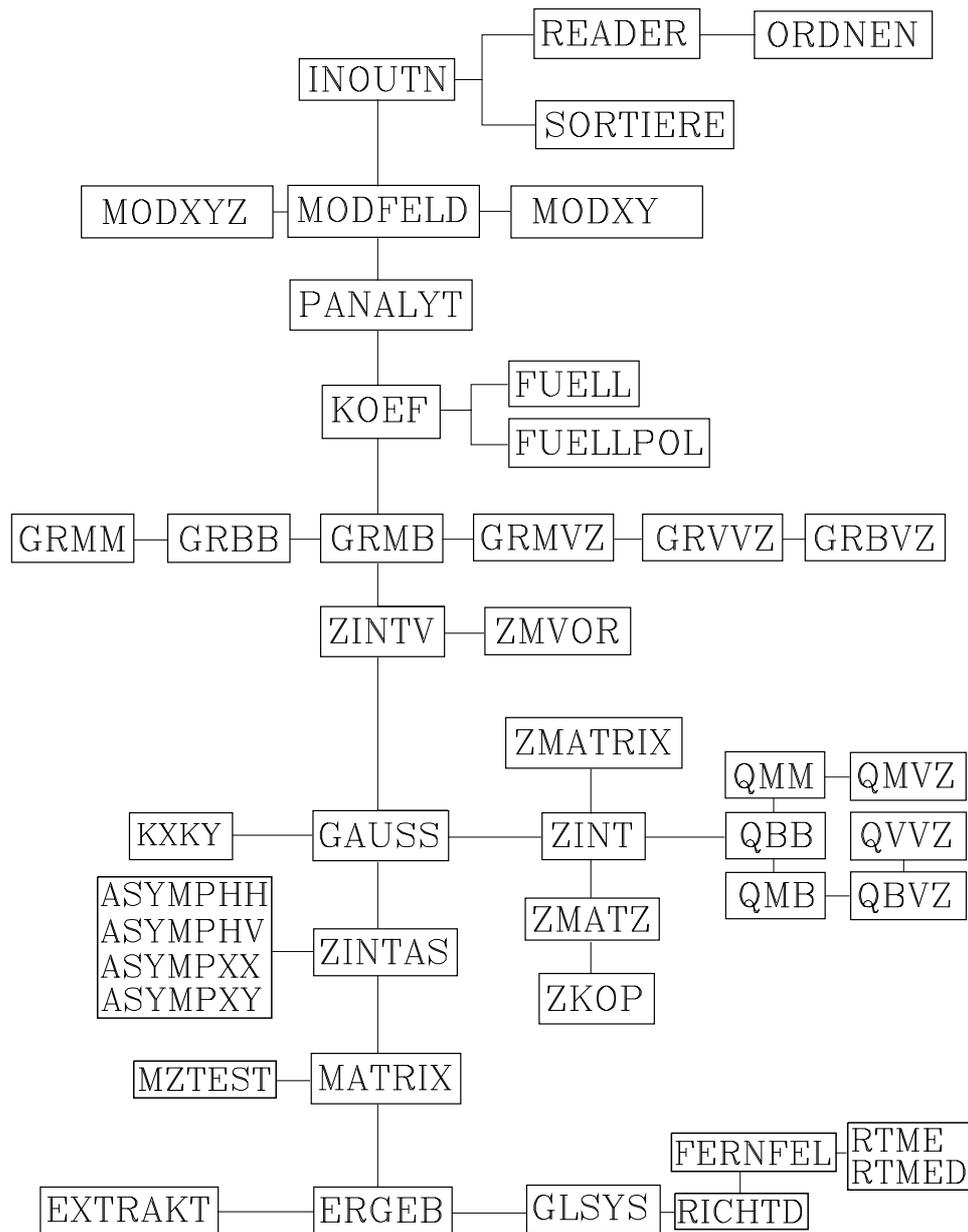


Abbildung 6.4: Strukturierung der wesentlichen Programmteile

Kapitel 7

Eigenwertanalyse von Zuleitungsstrukturen und Deembeddingverfahren

Die elektrodynamische Analyse der Zuleitungen eines Schaltungskomplexes gewährt schon vor der Analyse der Gesamtschaltung einen tiefen Einblick in das elektromagnetische Verhalten einzelner Komponenten (Verbindungsleitungen, Leitungsbaulemente) bei gegebener Frequenz und Schaltungsumgebung.

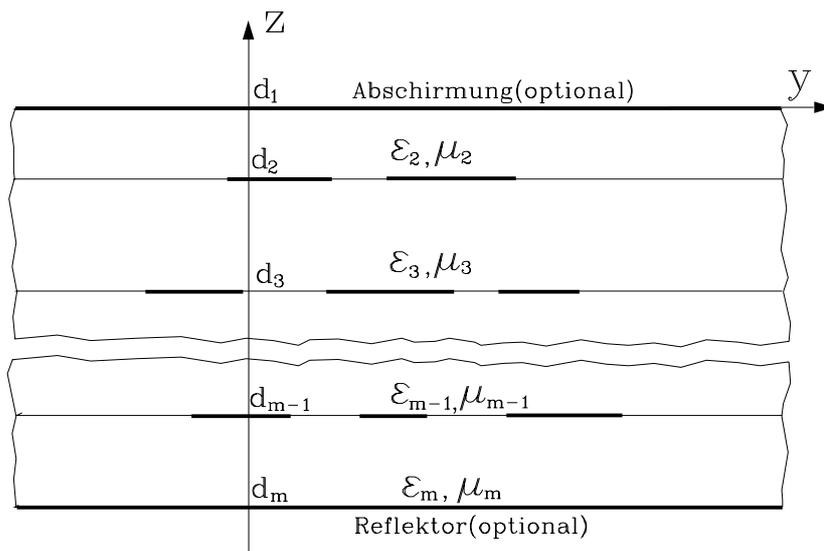


Abbildung 7.1: Leitungsstrukturen innerhalb eines geschichteten Mediums

So ermöglicht die Kenntnis der Ausbreitungs- und Dämpfungskonstanten der einzelnen Leitungsmoden schon eine sehr brauchbare Vorabdimensionierung von Schaltungskomponenten und eine zuverlässige Festlegung der Diskretisierungsauflösung. Desweiteren ist die Querschnittsverteilung der Ströme bzw. Felder erforderlich, um das Anregungskonzept mit Berei-

chen eingprägter Ströme aus Kapitel 2 anwenden zu können.

Eine der wichtigsten Parameter zur Charakterisierung von Mikrowellenschaltungen stellen die Streuparameter dar, welche aus den hin- und rücklaufenden Amplituden der Eigenwellen auf den entsprechenden Zuleitungen gebildet werden. Wie am Ende des Kapitels gezeigt wird, können mit der Vorabkenntnis der Eigenwelleneigenschaften sehr zuverlässige Verfahren zur Extraktion der Streuparameter angewendet werden.

7.1 Modellierung der Stromverteilung auf den Zuleitungen

Die für die in dieser Arbeit betrachteten Schaltungskomplexe relevanten Zuleitungsstrukturen bestehen aus $N_{sys} + N_{ref} \geq 2$ planaren, voneinander isolierten Leitungselektroden, welche in Ebenen $z = const$ in eine beliebige Schichtenstruktur eingebettet sein können. N_{sys} ist dabei die Anzahl der isolierten, streifenförmigen Leitungselektroden, N_{ref} die Anzahl möglicher Reflektoren (max. 2, s. Abbildung 7.1).

Eine solche Leitungsstruktur ist in der Lage, $N_{sys} \Leftrightarrow N_{ref} \Leftrightarrow 1$ Quasi-TEM Grundwellentypen zu führen. Infolge der vorausgesetzten Längshomogenität der betrachteten Leitungsstrukturen ist eine Analyse der Felder und Ströme auf einer Ebene quer zur Ausbreitungsrichtung ausreichend.

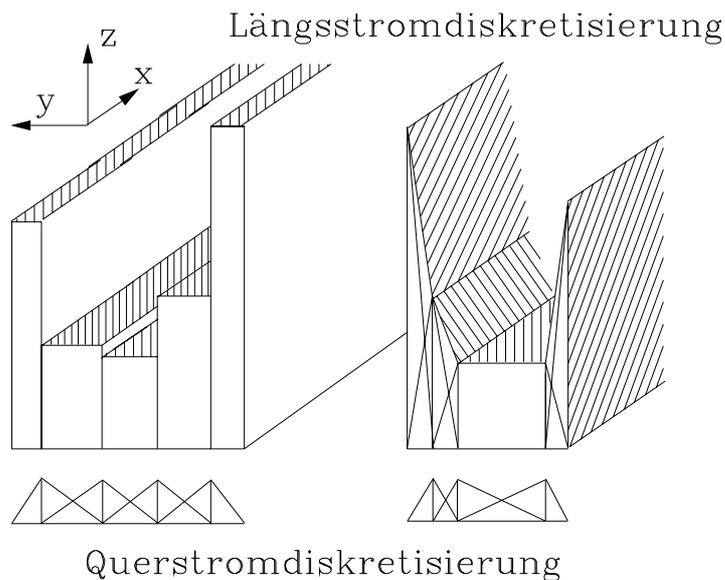


Abbildung 7.2: Diskretisierungsstrategien am Beispiel einer Doppelleitung

Wie in Abbildung 7.2 dargestellt, lässt sich die Stromverteilung auf der Leitung in der folgenden Weise diskretisieren:

$$\vec{J}_L(x, y) = \left(\sum_{m=1}^{N_x} I_m f_{mx}(y) \vec{e}_x + \sum_{m=N_x+1}^{N_x+N_y} I_m f_{my}(y) \vec{e}_y \right) e^{-jk_x x} \quad (7.1)$$

Das Verhalten in longitudinaler Richtung wird vollständig durch den Phasenfaktor mit der im allgemeinen komplexen Ausbreitungskonstante k_{xl} beschrieben. Die Beschreibung der Basisfunktionen im Orts- und Spektralbereich für die Ströme in longitudinaler Richtung lautet:

$$f_{mx}^s(y) = \text{rect}\left(\frac{y}{w_{ym}/2}\right) \Leftrightarrow F_{mx}^s(k_y) = w_{ym} \text{si}\left(k_y \frac{w_{ym}}{2}\right) \quad (7.2)$$

$$f_{mx}^l(y) = (1 \pm y/w_{ym}) \text{rect}\left(\frac{y \pm w_{ym}/2}{w_{ym}/2}\right) \Leftrightarrow F_{mx}^l(k_y) = \frac{1}{w_{ym} k_y^2} (2 \pm j 2 w_{ym} k_y \Leftrightarrow 2 e^{\pm j k_y w_{ym}}) \quad (7.3)$$

wobei die Funktionen f_{mx}^s eine stückweise konstante Beschreibung des Längsstroms erlauben und f_{mx}^l optional eine stückweise lineare Beschreibung ermöglichen. Wie Abbildung 7.2 zeigt, können beide Klassen von Basisfunktionen auch kombiniert eingesetzt werden. Die Diskretisierung der Ströme transversal zur Ausbreitungsrichtung erfolgt einheitlich über Basisfunktionen mit asymmetrischer Segmentierung:

$$f_{my}(y) = \left(\frac{1}{w_{ylm}} y + 1\right) \text{rect}\left(\frac{y + w_{ylm}/2}{w_{ylm}/2}\right) + \left(1 \Leftrightarrow \frac{1}{w_{yrm}} y\right) \text{rect}\left(\frac{y \Leftrightarrow w_{yrm}/2}{w_{yrm}/2}\right) \quad (7.4)$$

$$f_{my}(y) \Leftrightarrow F_{my}(k_y) = \frac{1}{w_{ylm} w_{yrm} k_y^2} (w_{ym} \Leftrightarrow w_{yrm} e^{j w_{ylm} k_y} \Leftrightarrow w_{ylm} e^{-j w_{yrm} k_y}) \quad (7.5)$$

Für eine konsistente Strombeschreibung ist es notwendig, daß alle Basisfunktionen an einem einheitlichen Raster ausgerichtet werden, wie ebenfalls in Abbildung 7.2 angedeutet ist.

Die Ströme auf der Leitungsstruktur erzeugen ein elektrisches Feld, welches auf der Oberfläche der Metallisierungen der Randbedingung

$$\vec{E}_L(x, y)|_{tan} = Z_F \vec{J}_L(x, y) \quad (7.6)$$

genügen muß, wobei Z_F wiederum die in Kapitel 2 erläuterte Oberflächenimpedanz darstellt. Für den Gesamtstrom läßt sich im Spektralbereich formulieren:

$$\vec{J}_L(k_x, k_y) = 2\pi \delta(k_x \Leftrightarrow k_{xl}) \underbrace{\left(\sum_{m=1}^{N_x} I_m F_{mx}(k_y) \vec{e}_x + \sum_{m=N_x+1}^{N_x+N_y} I_m F_{my}(k_y) \vec{e}_y \right)}_{= \vec{J}_L(k_y)} \quad (7.7)$$

Mit diesen Beziehungen läßt sich zusammen mit Gl.(7.6) eine Spektralbereichsformulierung einer Integralgleichung für die unbekanntenen Stromamplituden und der Ausbreitungskonstante k_{xl} angeben:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{k_y} \left[\overset{\leftrightarrow E}{G}_J(k_{xl}, k_y, z, z') \Leftrightarrow Z_F \overset{\leftrightarrow}{I} \right] \cdot \vec{J}_L(k_y) e^{j k_y y} dk_y \Big|_{tan} = 0 \quad (7.8)$$

wobei von der Ausblendeigenschaft der δ -Funktion Gebrauch gemacht wurde und $\overset{\leftrightarrow}{I}$ für die Einheitsmatrix steht.

7.2 Lösung der Integralgleichung

Zur Lösung der Integralgleichung wird wiederum die Momentenmethode nach Galerkin angewendet, wobei bei der inneren Produktbildung mit den Testfunktionen $\vec{f}_n(y)$ nur eine eindimensionale Integration über y durchzuführen ist. Analog zur Vorgehensweise im letzten Kapitel erhält man ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Stromamplituden in der Form:

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^{N_x+N_y} I_m \int_{k_y=-\infty}^{\infty} [\overset{\leftrightarrow}{G}_J^E(k_{xl}, k_y, z, z') \Leftrightarrow Z_F \overset{\leftrightarrow}{I}] \cdot \vec{F}_m(k_y) \cdot \vec{F}_n^*(k_y) dk_y = 0$$

$$n = 1..N_x + N_y, \quad (7.9)$$

bzw. in Matrixschreibweise

$$[Z(k_{xl})] \cdot [I] = 0 \quad (7.10)$$

Im Gegensatz zu den bisher behandelten Anregungsproblemen liegt hier ein homogenes Gleichungssystem vor. Zur nichttrivialen Lösung des homogenen Gleichungssystems muß daher zunächst ein nichtlineares Eigenwertproblem gelöst werden, indem die Bedingung

$$\det\{[Z(k_{xl})]\} = 0 \quad (7.11)$$

durch Variation des noch freien Parameters k_{xl} erfüllt wird. Die Lösung der Integrale in (7.9) wird wiederum mit einer Gauß-Legendre Quadratur durchgeführt, durch Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften braucht nur über den positiven Teil der k_y Achse integriert werden. Man erhält so für die Matrixelemente:

$$Z_{ij}^{uu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [G_{uu}(k_{xl}, k_y, z, z') \Leftrightarrow Z_F] \operatorname{Re}(F_{iu}(k_y)) \operatorname{Re}(F_{ju}^*(k_y)) dk_y \quad (7.12)$$

mit uu stellvertretend für xx und yy . Durch das Auftreten der Oberflächenimpedanz Z_F fällt der Integrand nur $\sim 1/k_y^2$ ab. Dies führt bei gegenüber der Wellenlänge schmalen Leitungsstrukturen zu Konvergenzproblemen, so daß eine kombinierte Auswertung im Spektral- und Ortsbereich numerisch deutlich günstiger ist. Man erhält so:

$$Z_{ij}^{uu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_{uu}(k_{xl}, k_y, z, z') \operatorname{Re}(F_{ix}(k_y)) \operatorname{Re}(F_{jx}^*(k_y)) dk_y \Leftrightarrow \int_y f_{iu}(y) f_{ju}(y) dy \quad (7.13)$$

wobei das Ortsbereichsintegral nur bei den Eigenverkopplungen oder einer Überlappung der Basisfunktionen von Null verschieden und einfach analytisch auswertbar ist. Trotz dieser Maßnahmen kann das Konvergenzverhalten problematisch werden, besonders, wenn eine hohe Stromauflösung z.B. an Kanten notwendig ist. Eine Anwendung asymptotischer Subtraktionsverfahren wie bei den Integralen in Kapitel 5 ist daher wünschenswert, wurde aber bisher nicht durchgeführt, da eine Rückführung auf schon bekannte Integraltypen nicht

möglich ist. Jedoch erscheint eine zukünftige analytische Auswertung der asymptotischen Integralanteile mittels Partialbruchzerlegung und Residuensatz aussichtsreich.

Für die Verkopplungen von Basisfunktionen unterschiedlicher Orientierungen erhält man:

$$Z_{ij,xy} = j \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_{xy}(k_{xl}, k_y, z, z') \cdot \text{Im}(F_{ix}(k_y)) \text{Im}(F_{jy}^*(k_y)) dk_y \quad (7.14)$$

Insgesamt zeigen die Integranden einen sehr gutmütigen Funktionsverlauf, da sie keine Polstellen beinhalten. Denn für technisch interessante Leitungstypen und Frequenzbereiche kann in aller Regel die Erfahrung gemacht werden, daß $\text{Re}(k_{xli}) > \text{Re}(k_{OW})$ gilt, d.h. die Ausbreitungskonstanten der Leitungsgrundwellen sind größer als die Ausbreitungskonstante der ersten Oberflächenwelle k_{OW} . Nun bilden, wie in Kapitel 5 erörtert, die Oberflächenwellen Polringe mit der Gleichung $k_x^2 + k_y^2 = k_{OW}^2$. Mit den festen Ausbreitungskonstanten für die Leitungsgrundwellen k_{xli} erhält man aufgelöst nach k_y :

$$k_y = \sqrt{k_{OW}^2 \Leftrightarrow k_{xli}^2} = \pm j \sqrt{k_{xli}^2 \Leftrightarrow k_{OW}^2}, \quad (7.15)$$

d.h. mit $\text{Re}(k_{xli}) > \text{Re}(k_{OW})$ sind die Pole im verlustlosen Fall imaginär und auch im verlustbehafteten Fall weit vom Integrationsweg der reellen k_y -Achse entfernt. Da die entstehenden Systemmatrizen durch die eindimensionale Diskretisierung nur eine kleine Dimension besitzen, wurden bisher nur einfache Redundanzminderungsstrategien verwendet.

Für die anschließende Eigenwertsuche wurde ein zweidimensionales Newton-Rhapson Verfahren nach [53] und alternativ ein mehrdimensionales Funktionsminimierungsverfahren, basierend auf dem Verfahren der conjugate directions nach Powell kombiniert mit der parabolischen Interpolation nach Brent für die eindimensionale Minimasuche, verwendet [54]. Problematisch für die Anwendung des Newton-Verfahren ist der Umstand, daß die Nullstellen der Determinante gleichzeitig Funktionsminima sind. Da die partiellen Ableitungen numerisch ermittelt werden müssen, können Rundungsfehler in der Nähe der Minima zu einem Abbruch des Algorithmus führen. Diese Schwierigkeiten treten beim Powell/Brent Verfahren zwar nicht auf, da es keine Funktionsableitungen benötigt, doch ist die Konvergenzgeschwindigkeit oft deutlich geringer. Ein Newton-Rhapson Verfahren mit doppelter Rechengenauigkeit und angepaßten Abbruchkriterien zeigte schließlich ein ausreichend stabiles Verhalten.

7.3 Berechnung von Mikrostripleitungen

Die Mikrostripleitung findet nach wie vor ein breites Anwendungsfeld bis zu Arbeitsfrequenzen im Submm-Wellenbereich. Da sie in der Vergangenheit das Objekt einer breiten Klasse von Analyseverfahren war, soll an dieser Stelle nur eine typische Konfiguration numerisch untersucht werden. Abbildung 7.3 zeigt das Konvergenzverhalten der relativen Permittivität einer solchen Leitung in Abhängigkeit von der Diskretisierungsgenauigkeit.

Man erkennt, daß schon mit einer einzigen Basisfunktion ein brauchbares Ergebnis zu erzielen ist, ab einer Unterteilung der Leitung in drei Segmente wird eine Genauigkeit mit zwei signifikanten Nachkommastellen erzielt.

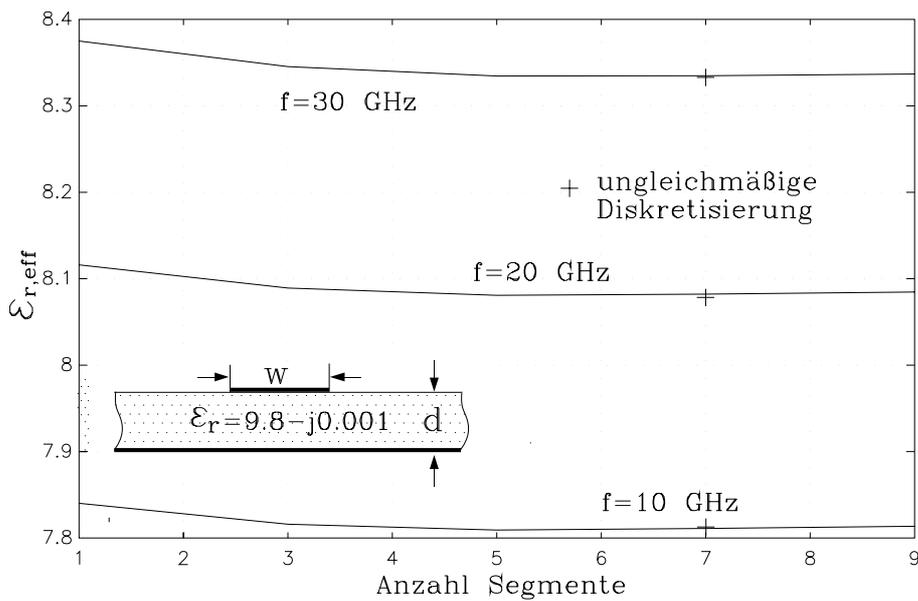


Abbildung 7.3: Konvergenz der relativen Permittivität bei einer Mikrostripleitung, $w = 1013 \mu m$, $d = 250 \mu m$

Abbildung 7.4 zeigt die berechneten Stromverteilungen bei verschiedenen Diskretisierungsstrategien. Die ebenfalls eingetragenen Amplituden der y -Querströme sind überhöht eingezeichnet, sie betragen maximal 1 Prozent der Längsstromamplituden.

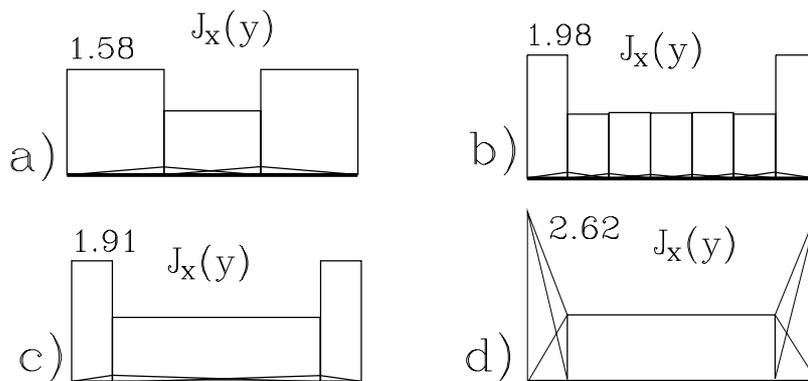


Abbildung 7.4: Diskretisierungsabhängige Stromverteilung bei einer Mikrostripleitung

Dies bedeutet aber keineswegs, daß die Erfassung der Querströme unterlassen werden kann, wie in [1] angedeutet ist. Werden die Querströme vernachlässigt, so fallen die Kantenstromüberhöhungen deutlich geringer aus, darüber hinaus kann die Eigenwertsuche divergieren oder es werden Eigenvektoren mit unphysikalischen 180° -Phasensprüngen zwischen Amplituden benachbarter Längstrombasisfunktionen ermittelt.

Denn es ist auch physikalisch einleuchtend, daß zum Aufbau einer konsistenten Längsstrom-

verteilung einer Leitungsmode mit ihren starken Kantenüberhöhungen auch Querströme erforderlich sind, die als stehende Wellen quer zur Ausbreitungsrichtung interpretierbar sind. Wegen der geringen Amplitude dieser Querströme wird aber auf ihre Darstellung bei den Stromverteilungen der weiteren Strukturen verzichtet.

In Abbildung 7.4 ist der besondere Vorteil einer asymmetrischen Segmentierung zu erkennen, so entsteht bei einer ungleichförmigen Aufteilung in drei Segmente eine ähnlich große Kantenüberhöhung wie mit 7 Segmenten bei fast identischen Ergebnissen für $\epsilon_{r,eff}$. Eine zusätzliche Kantenstromauflösung ermöglicht die lineare Längsstromapproximation, wie in Abbildung 7.4 c) demonstriert ist.

Abbildung 7.5 zeigt das Dispersionsverhalten von $\epsilon_{r,eff}$ und der Dämpfungseigenschaften in Vergleich mit Messungen [23][46]. Die Abweichungen zwischen Messung und Rechnung bei der relativen Permittivität liegen noch im Rahmen der Messgenauigkeit, desweiteren sind Abweichungen in der Leitungsbreite zwischen der gemessenen und berechneten Struktur wahrscheinlich.

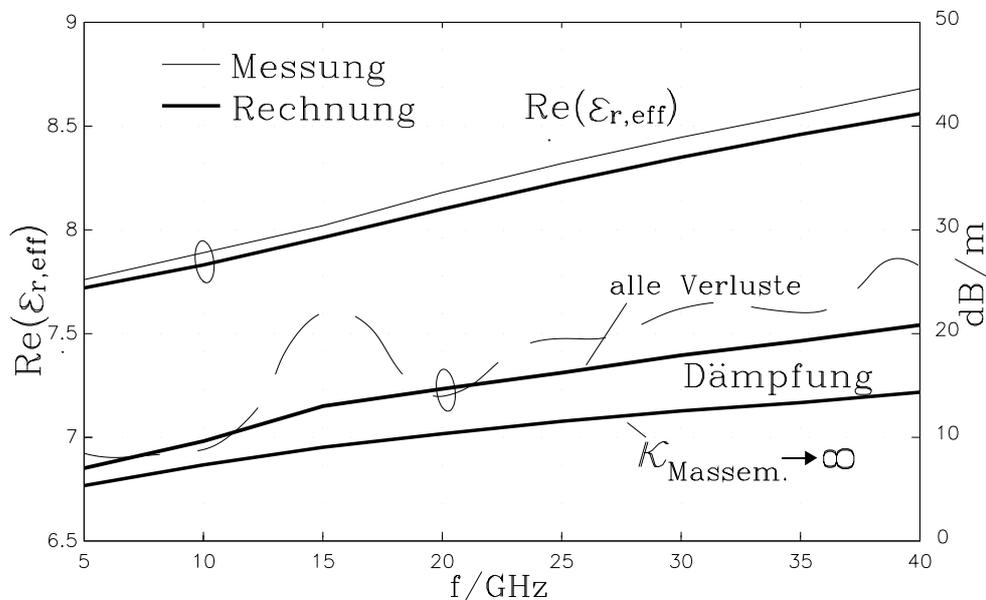


Abbildung 7.5: Gemessenes und berechnetes Dispersionsverhalten bei einer Mikrostripleitung. Dicke der Streifenmetallisierung $d_0 = 5\mu m$, $\kappa_m = 41.6 \times 10^6 \text{ 1}/(\Omega m)$

Es ist eine deutliche Dispersion zu erkennen, die in Bezug auf die relative Permittivität auf die zunehmende Feldkonzentration im Substrat bei ansteigender Frequenz zurückzuführen ist, was sich z.B. nachteilig auf die Übertragung von Signalen mit hoher Flankensteilheit auswirkt.

Bei der Berechnung der Dämpfung wurde die Massemetallisierung einerseits als ideal leitend angenommen, in einer weiteren Simulation wurde die Masse durch einen Halbraum mit frequenzabhängigen $\epsilon_r = \Leftrightarrow j\kappa_m/\omega\epsilon_0$ simuliert, wodurch eine brauchbare Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung erzielt werden konnte. Kontrollrechnungen mit weiteren

Strukturen aus [46] zeigten sehr gute Übereinstimmungen mit Meßwerten.

7.4 Berechnung von koplanaren Streifenleitungen

Koplanare Streifenleiterstrukturen finden gegenwärtig ein wachsendes Interesse, da sie im Gegentaktbetrieb geringe Dispersion aufweisen und alle Beschaltungen ohne vertikale Durchverbindungen möglich sind [43, 44]. Abbildung 7.6 zeigt das Dispersionsverhalten der relativen Permittivität einer Streifenleiterstruktur mit Massemetallisierung, welche in der Lage ist, zwei Grundwellen zu führen.

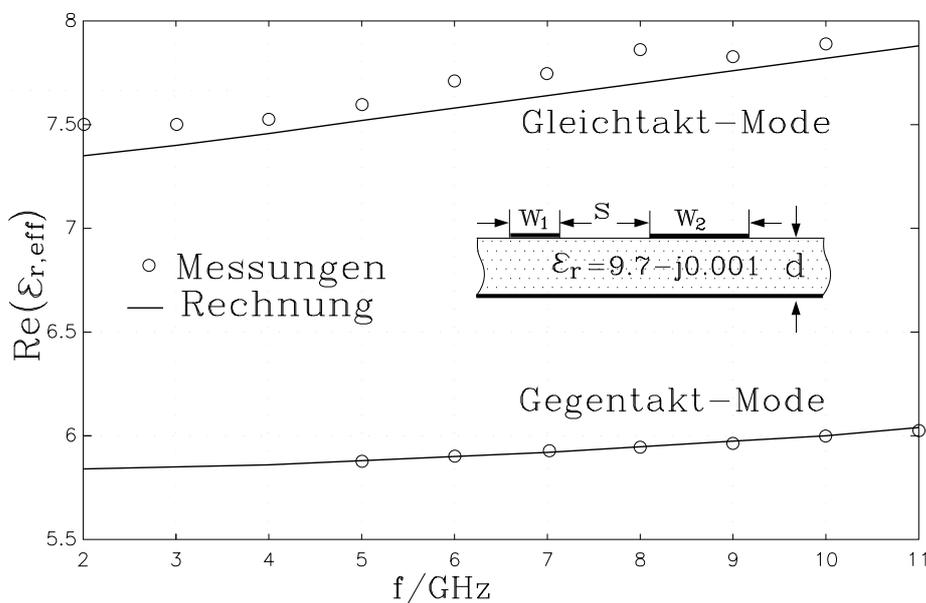


Abbildung 7.6: Gemessenes und berechnetes Dispersionsverhalten bei einer koplanaren Streifenleitung. $w_1 = 0.6\text{mm}$, $w_2 = 1.2\text{mm}$, $s = 0.4\text{mm}$, $h = 0.635\text{mm}$

Zu erkennen ist, daß die Gegentakt-Mode nur eine geringe Dispersion aufweist, da bei diesem Wellentyp die Feldaufteilung in Luft und Substrat kaum frequenzabhängig ist. Abbildung 7.7 a) zeigt die berechnete Längsstromverteilung für die Gegentakt-Mode bei 2 GHz. Hier ist die Stromüberhöhung an den Innenkanten deutlicher ausgeprägt, da die maximale Feldstärke zwischen den beiden Streifenleitern auftritt.

Im Gegensatz dazu zeigt die Gleichtakt-Mode eine deutliche Dispersion, da die Eigenschaften dieses Wellentyps der einer Mikrostripwelle gleichkommen. Dies ist auch anhand der Stromverteilung Abbildung 7.7 b) zu erkennen, wo die maximalen Stromüberhöhungen an den Außenkanten auftreten.

Der Vergleich mit Messungen aus [55] zeigt nur beim Gleichtakt-Typ leichte Abweichungen, es wurden daher zusätzliche Berechnungen mit einer linearen Längsstromapproximation an den Kanten durchgeführt (Abbildung 7.7 c)). Die Berechnungen bestätigten jedoch die Ergebnisse mit treppenförmiger Approximation, so daß auch hier größere Meß- und Abmaß-

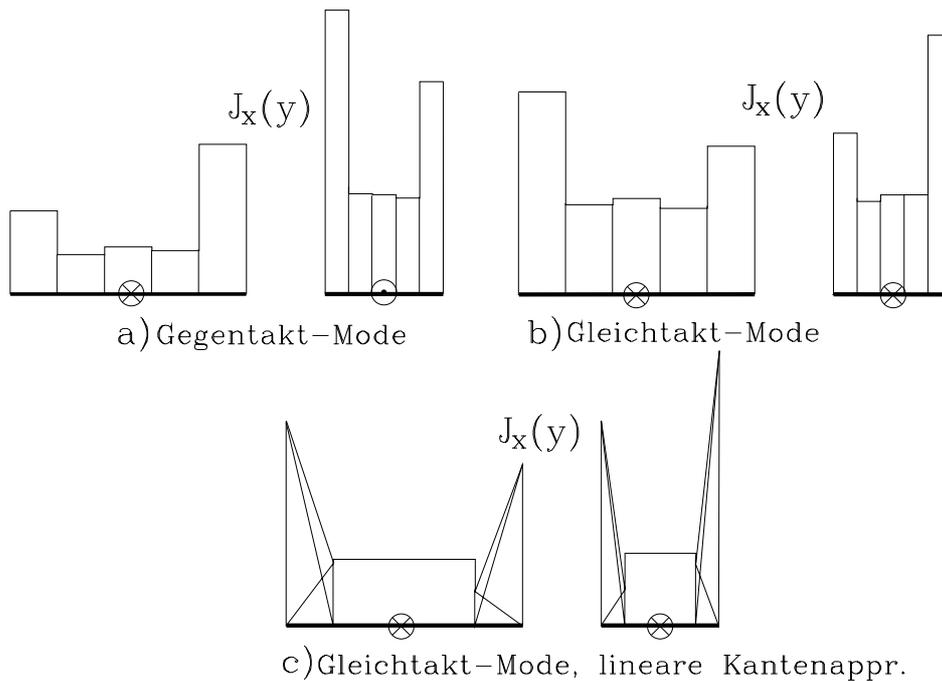


Abbildung 7.7: Berechnete Stromverteilungen bei einer koplanaren Streifenleitung

toleranzen zu vermuten sind. Insgesamt zeigen die Ergebnisse bezüglich der Diskretisierung eine ähnlich gute Konvergenz wie bei der Mikrostripleitung. Dagegen muß bei der numerischen Auswertung deutlich sorgfältiger als bei Mikrostripstrukturen vorgegangen werden. So zeigt sich, daß bei einer Auflösung von mehr als drei Segmenten pro Streifen schon aus geringen Integrationsfehlern Stromverteilungen mit unphysikalischen 180° Phasensprüngen innerhalb eines Streifens resultieren können. Erst wenn die Integration auf eine obere Grenze von ca. $500 \Leftrightarrow 600 \cdot k_0$ mit etwa 500 Stützstellen ausgedehnt wird, stellten sich stabile Stromverteilungen zu den jeweiligen Eigenwerten ein.

7.5 Berechnung von Koplanarstrukturen

Ein typischer koplanarer Wellenleiter besteht aus einem Mittelleiter der Breite w , welcher durch zwei Schlitze der Breiten s_1 und s_2 von der in der Regel wesentlich breiteren Massemetallisierung getrennt ist. Vom numerischem Standpunkt wäre hier eine Berechnung über die äquivalenten magnetischen Quellen in den Schlitzen vorteilhafter, wie es in [46] praktiziert wurde, doch kann in diesem Fall wie schon erläutert, keine Berücksichtigung der metallischen Verluste und damit des dominierenden Dämpfungsmechanismus erfolgen. Demzufolge werden an dieser Stelle Koplanarstrukturen ebenfalls mit Hilfe der elektrischen Feldintegralgleichung und dem Oberflächenimpedanzkonzept analysiert. Dabei zeigt die Analyse typischer Koplanarleitungen, daß der Einfluß der Breite der Masseflächen vernachlässigbar ist, wenn ihre Breite mehr als die Hälfte ihres Abstandes $w + s_1 + s_2$ voneinander beträgt

[141]. Dies ist auch physikalisch einsichtig, denn durch die hohe Feldkonzentration in den Schlitzten bleiben die Ströme auf die Kantenbereiche beschränkt und fallen auf den Masseflächen schnell ab. Diesem Verhalten kann wieder besonders vorteilhaft durch stark asymmetrische Segmentierungen Rechnung getragen werden. Durch die Anwendungsmöglichkeit stark asymmetrischer Segmentierungen zur Anpassung an die physikalischen Gegebenheiten ist das vorliegende Konzept deutlich leistungsfähiger als das in [46] verwendete Verfahren, welches auch bei Eigenwertanalysen auf gleichmäßige Diskretisierungen angewiesen ist.

Da Standardstrukturen in [46] ausgiebig untersucht wurden, soll an dieser Stelle zunächst eine recht schwierig zu analysierende Struktur einer symmetrischen Koplanarleitung analysiert werden. Die Metallisierung aus Silber mit einer Dicke von $0.8\mu\text{m}$ wurde auf einem Träger bestehend aus einer Silizium/GaAs Mischung aufgedampft [56] und ist für Frequenzen bis etwa 45 GHz ausgelegt. Mit einem Abstand der Masseflächen von $24\mu\text{m}$ ist die Leitung sehr schmal gegenüber der Wellenlänge, woraus entsprechende Konvergenzschwierigkeiten resultieren können.

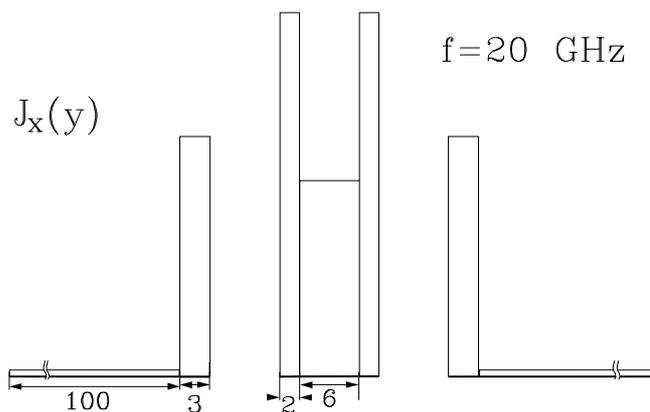


Abbildung 7.8: Diskretisierung und Stromverteilung für eine Koplanarleitung (Abmessungen in μm)

Abbildung 7.8 zeigt die gewählte Diskretisierung zusammen mit der berechneten Stromverteilung bei 20 GHz. Zwar hat die in [56] gemessene Struktur Masseleiter von jeweils $500\mu\text{m}$ Breite, doch zeigten die numerischen Untersuchungen wie erwartet, daß die Eigenschaften der Leitung nur durch die unmittelbar an den Kanten konzentrierten Ströme bestimmt wird. Dementsprechend wurden an den Kanten sehr schmale Entwicklungsfunktionen von $2\mu\text{m}$ und $3\mu\text{m}$ angesetzt, von den restlichen Masseleitern wurden jeweils $100\mu\text{m}$ breite Streifen mit einer Längsstrombasisfunktion erfaßt. Höhere Auflösungen und breitere Masseflächen ergaben hier keine relevanten Änderungen der Ergebnisse, so daß das Augenmerk auf die Auflösung der Kantenströme gerichtet werden konnte. Dabei wurde die Breite der Basisfunktionen solange reduziert, bis eine Konvergenz der Leitungsparameter festzustellen war. Die Konvergenz der Koppelintegrale stellte sich erst bei einer oberen Integrationsgrenze von ca. $10000 \cdot k_0$ ein, durch die geringe Leitungsbreite oszillieren die Integranden aber nur sehr gering, so daß mit einer moderaten Anzahl Stützstellen stabile Ergebnisse erzielt werden

konnten. Es sei aber nicht verschwiegen, daß es oft schwierig ist, den Eigenwert des koplaren Wellentyps zu finden, was auf die recht hohen metallischen Verluste zurückzuführen ist. Eine Konvergenz gegen den koplaren Wellentyp wird hier nur erzielt, wenn die Startwerte von k_{xl} , insbesondere des Imaginärteils, deutlich oberhalb des vermuteten Eigenwerts liegen, bei niedrigen Frequenzen erfolgt oft eine Konvergenz gegen Eigenwerte, die mit physikalisch unsinnigen Eigenvektoren verknüpft sind.

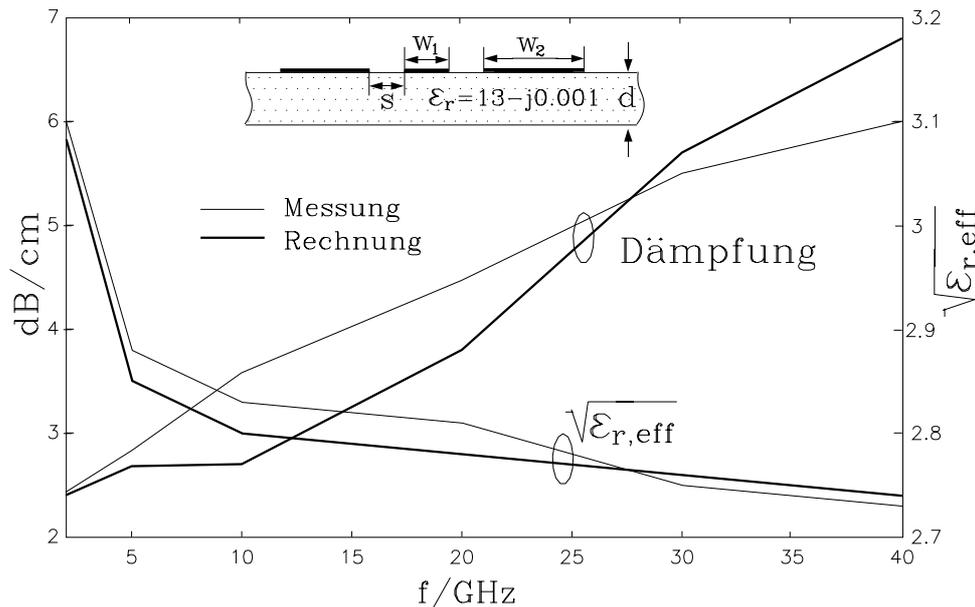


Abbildung 7.9: Gemessene und berechnete Dispersion für eine Koplanarleitung, $w_1 = 10\mu m$, $w_2 = 100\mu m$, $s = 7\mu m$, $d = 500\mu m$, $\kappa_m = 6 \times 10^5 1/(\Omega m)$

Abbildung 7.9 zeigt die berechneten und gemessenen Ergebnisse [56] für die Struktur. Für das Dispersionsverhalten der relativen Permittivität ist eine gute Übereinstimmung gegeben, es ist ein starker Anstieg der Dispersion für Frequenzen < 10 GHz zu beobachten, während im eigentlichen Arbeitsbereich die für koplanare Leitungsstrukturen typische geringe Dispersion zu beobachten ist. Aufgetragen ist hier analog zu [56] die Wurzel aus der effektiven Permittivität.

Der Vergleich der Dämpfungskoeffizienten weist zwar teilweise größere Abweichungen auf, doch ist hier zu bemerken, daß mit dieser Struktur, welche eher ein quasistatisches Verhalten aufweist, die Grenzen eines elektrodynamischen Analyseverfahrens erreicht sind. Desweiteren basiert die Berechnung der metallischen Verluste auf der Annahme einer ortsunabhängigen Oberflächenimpedanz, welche an den Kanten an Gültigkeit verliert. Darüber hinaus können auch noch andere Verlustmechanismen, verursacht von z.B. der Oberflächenrauigkeit der Metallisierungen, eine größere Rolle spielen, die hier nur schwer abschätzbar sind. Vor diesem Hintergrund kann die erzielte Charakterisierung des Verlustverhaltens daher noch als ausreichend gut bezeichnet werden.

Als weiteres Beispiel wurde eine Koplanarstruktur auf einem Aluminiumoxid-Keramiks substrat ($\epsilon_r = 9.8$, $d = 635\mu$) herangezogen, die in einem später noch untersuchten

Bandstopfilter bei Arbeitsfrequenzen bis 40 GHz Verwendung findet. Hier wurde zur Modellierung der Grundmetallisierung 150μ breite Streifen verwendet, eine weitere Verbreiterung führt auch hier zu vernachlässigbaren Ergebnissänderungen.

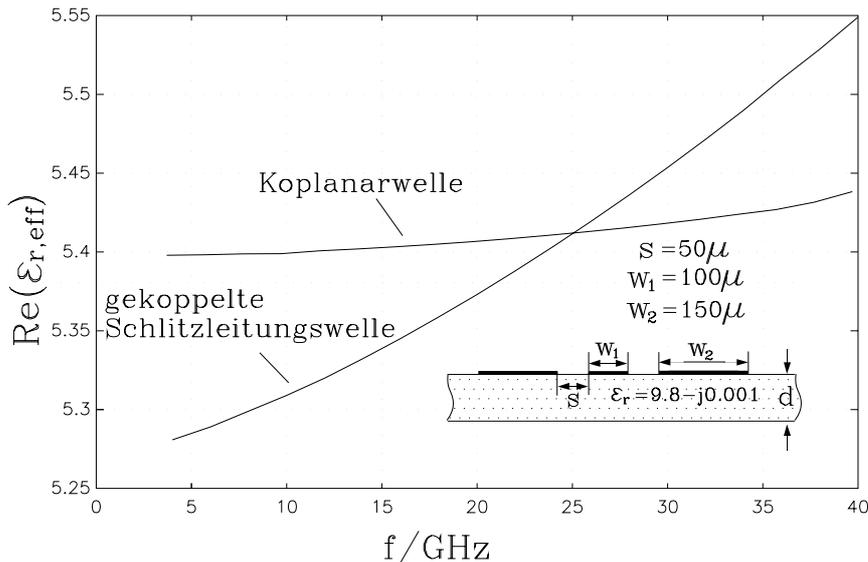


Abbildung 7.10: Berechnete Dispersion des koplanaren und Schlitzleitungswellentyps für eine Koplanarleitung. $d = 635\mu\text{m}$

Die Struktur wurde asymmetrisch mit jeweils einer y-orientierten Basisfunktion und zwei x-orientierten Basisfunktionen pro Leiterstreifen diskretisiert und die effektive Permittivität der Koplanarwelle und der gekoppelten Schlitzleitungswelle berechnet. In Abbildung 7.10 wird die geringe Dispersion des koplanaren Wellentyps im Gegensatz zur hohen Dispersion der gekoppelten Schlitzleitungswelle deutlich. Auffällig ist in diesem Fall die Entartung von Schlitzleitungs- und Koplanarwelle im Bereich 26 GHz, sie weisen hier in etwa gleiche Ausbreitungskonstanten auf, was ihre Trennung bei der Eigenwertanalyse erschwert. In diesem Fall stehen zwar keine Meßwerte oder Vergleichsanalysen zur Verfügung, die Ergebnisse aus Abbildung 7.10 fanden später aber bei der S-Parameterextraktion einer erfolgreichen koplanaren Bandstopfiltersimulation Verwendung.

Die geringe Dispersion der Koplanarwelle kommt durch ihre hohe Feldkonzentration in den Schlitzen und im Substrat zustande, welche sich mit der Frequenz kaum ändert. Diese vorteilhaften Eigenschaften des Koplanartyps haben in letzter Zeit zu einem starken Entwicklungssprung bei den koplanaren Schaltungskonzepten geführt.

Im Gegensatz dazu ist bei der gekoppelten Schlitzleitungswelle die Feldbindung an die Schlitze und dem Substrat deutlich geringer, die hiermit verbundene hohe Frequenzabhängigkeit der Feldverteilung bewirkt die hohe Dispersion dieses Wellentyps [46, 141]. Sie tritt jedoch infolge geometrischer Unsymmetrien in koplanaren Schaltungen als parasitärer Wellentyp auf und muß durch geeignete Schaltungskomponenten wie Luftbrücken unterdrückt werden. Dieses Thema wird bei den späteren Simulationsbeispielen weiter ver-

tieft.

7.6 Deembeddingverfahren und S-Parameterbestimmung

In Hinblick auf eine systemtheoretischen Betrachtungsweise hat sich die Charakterisierung von Mikro- und Millimeterwellenschaltungen mittels Streuparameter allgemein durchgesetzt. Zur Ermittlung der Streuparameter ist es notwendig, die einem bestimmten Wellentyp zugeordneten Amplituden der hin- und rücklaufenden Strom- oder Spannungswellen auf den Zuleitungen zu bestimmen. Zwar werden bei Verwendung von Ganzbereichsentwicklungsfunktionen zur Modellierung der Wellen auf den Zuleitungen diese Amplituden direkt bei der Lösung der Integralgleichung bestimmt, ihre Verwendung ist aber wie mehrfach ausgeführt, mit gravierenden Nachteilen verknüpft. Demzufolge werden hier zur Anregung δ -gap Quellen oder die in Kapitel 1 vorgestellten Stromeinprägungen verwendet. Ähnliche Anregungskonzepte wurden auch in [21] und [46] verwendet.

Die Strukturanregung kann bei einfachen Mikrostrip- und/oder Koplanarstrukturen mittels δ -gap Quellen erfolgen, bei komplexeren Zuleitungsstrukturen mit asymmetrischen Geometrien oder höheren Genauigkeitsanforderungen mittels Bereichen eingepprägter Ströme.

Zur Extraktion der hin- und rücklaufenden Ströme auf den Zuleitungen können z.B. verschiedene, auf der Signaltheorie basierende Verfahren herangezogen werden. Ein zu diesem Zweck schon häufig eingesetztes Verfahren ist die Methode von Prony, wie in [134, 135] demonstriert wird. Bei diesem Verfahren wird im einfachsten Fall einer Mikrostripleitung eine hin- und rücklaufende Welle angesetzt mit jeweils einer unbekannt komplexen Amplitude und Ausbreitungskonstante (d.h. die Ausbreitungskonstanten der hin- und rücklaufenden Welle werden nicht als identisch vorausgesetzt). Anschließend werden die Stromamplituden an vier Testebenen der Zuleitung bestimmt, welche die Datenbasis für das Prony-Verfahren zur Bestimmung der unbekannt Amplituden und Ausbreitungskonstanten bilden. Bei signifikanten höheren Wellentypen oder Koplanarleitungen mit geraden und ungeraden Wellentypen können entsprechend mehr Wellenfunktionen angesetzt werden mit entsprechender Erhöhung der Anzahl der Testebenen. Zur Theorie des Prony-Verfahrens s. z.B. [124]. Der Nachteil des Prony-Verfahrens besteht in der teilweise großen Empfindlichkeit gegenüber verfahrensbedingten Störanteilen in der numerisch ermittelten Stromverteilung, verursacht z.B. durch Rundungs-, Integrationsfehler oder Ungenauigkeiten bei der Lösung des Gleichungssystems. Ist z.B. infolge guter Anpassung eines Tores die rücklaufende Welle nur schwach ausgeprägt, so ergeben sich oft deutliche Unterschiede in den ermittelten Ausbreitungskonstanten der hin- und rücklaufenden Wellen, welche identisch sein müßten. Ähnliche Schwierigkeiten wurden auch bei der Analyse koplanarer Zuleitungen beobachtet.

Ein weiteres Verfahren, welches die Identität der Ausbreitungskonstanten voraussetzt, wird in [37] erläutert. Ein Verfahren, welches auch bei stark störbehafteten Eingangsdaten zuverlässig ist, stellt die pencil-of-function Methode dar, die in [38, 39] verwendet wurde. Nachteilig ist hier jedoch die notwendige Anzahl an Testebenen und der deutlich erhöhte

verfahrensmäßige Aufwand.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Streumatrix ergibt sich über die Ermittlung von Toreingangsimpedanzen s. z.B. [52, 66, 48]. Störende Einflüsse der Quellenumgebung werden durch Kalibrierungsrechnungen eliminiert. Nachteilig ist hier der zusätzliche verfahrenstechnische Aufwand für die Kalibrierungen, desweiteren ist zu bedenken, daß die dort gewählten Anregungen mit δ -gap Spannungsquellen und die Kalibrierungsrechnungen im wesentlichen nur für mikrostripartige Zuleitungen brauchbar sind. Nach Ermittlung der Impedanzmatrix müssen die Streuparameter mit Hilfe geeigneter Leitungswellenwiderstände berechnet werden. Die Suche nach einer praxisnahen, verallgemeinerten Wellenwiderstandsdefinition für Quasi-TEM Wellenleitern ist aber bis heute nicht abgeschlossen, s. auch [1, 51, 48].

Nach umfangreichen Tests wurde hier ein Verfahren gewählt, welches die mit der Eigenwertanalyse vorab mit hoher Genauigkeit ermittelten Ausbreitungskonstanten verwendet.

Bei einer Leitung in x-Richtung gilt für den Strom in einer Querschnittsebene x_1 :

$$I(x_1) = i_h e^{-jk_{xi}x_1} \Leftrightarrow i_r e^{jk_{xi}x_1}, \quad U(x_1) = u_h e^{-jk_{xi}x_1} + u_r e^{jk_{xi}x_1} \quad (7.16)$$

Um die unbekanntenen Amplituden der Spannungs- oder Stromwellen zu erhalten, genügt es, die Ströme an zwei Querschnittsebenen x_R und x_T heranzuziehen. Für die Stromwellen erhält man exemplarisch die Lösung

$$i_r = \frac{I(x_T) \Leftrightarrow I(x_R) e^{jk_{xi}(x_R-x_T)}}{e^{jk_{xi}(2x_R-x_T)} \Leftrightarrow e^{jk_{xi}x_T}}, \quad i_h = I(x_R) e^{jk_{xi}x_R} + i_r e^{j2k_{xi}x_R} \quad (7.17)$$

Um die Auswirkung von Störanteilen in der berechneten Stromverteilung zu reduzieren, werden in der Praxis neben der Referenzebene $x = x_R$ drei Testebenen x_{T1} , x_{T2} und x_{T3} herangezogen und jeweils drei Amplituden für die hin- und rücklaufenden Wellenanteile ermittelt, aus denen anschließend der arithmetische Mittelwert gebildet wird.

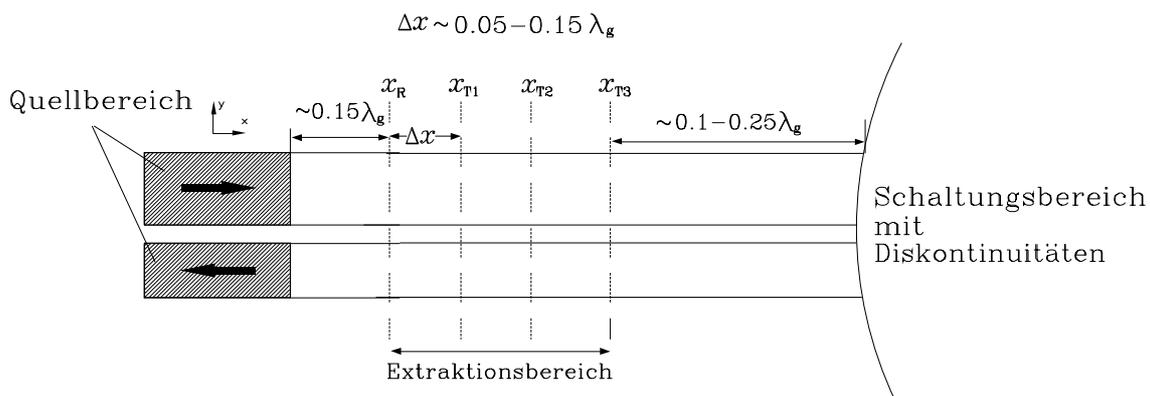


Abbildung 7.11: Referenz- und Testebenenanordnung bei einer Zweileiterstruktur

Abbildung 7.11 zeigt eine typische Konfiguration einer Zuleitung mit Anregungsbereich, Referenzebene und Testebenen. Die Referenzebene sollte einen Abstand von ca. $0.1 \Leftrightarrow 0.2\lambda_g$ vom Anregungsbereich haben, die letzte Testebene einen Abstand von $> 0.15\lambda_g$ von der

ersten Leitungsdiskontinuität. In diesem Fall kann davon ausgegangen werden, daß Amplituden höherer Wellentypen, die durch den Anregungsprozess oder an Diskontinuitäten entstanden sind, innerhalb des Extraktionsbereiches hinreichend stark abgeklungen sind. Der Abstand Δx kann in Hinblick auf einen möglichst kleinen Extraktionsbereich auf eine Segmentlänge ($\approx 0.1\lambda_g$) festgelegt werden. Die Vorabkenntnis der modalen Wellenlänge λ_g aus der Eigenwertanalyse läßt eine genaue Dimensionierung des Extraktionsbereiches zu.

In der Praxis zeigt das entwickelte Extraktionskonzept eine hohe Robustheit, so können in der Regel die Wellenamplituden und später die S-Parameter einer Schaltung bis zu einer Frequenzdekade ohne Änderung des Extraktionsbereiches zuverlässig ermittelt werden.

Die normierten Wellengrößen a und b erhält man anschließend mit Hilfe des Leitungswellenwiderstandes Z_L über die Beziehungen

$$a = \sqrt{Z_L} i_h = \frac{u_h}{\sqrt{Z_L}}, \quad b = \sqrt{Z_L} i_r = \frac{u_r}{\sqrt{Z_L}}. \quad (7.18)$$

Hier ergibt sich zwar wiederum das Problem, eine geeignete Definition eines Leitungswellenwiderstands zu wählen, befinden sich jedoch die Tore einer Schaltung alle auf demselben Impedanzniveau, was häufig der Fall ist, so können alle Streuparameter ohne Berücksichtigung der Leitungswellenwiderstände ermittelt werden.

Nun sind die Streuparameter eines Mehrtores definiert als die Quotienten aus hin- und rücklaufenden Wellentypen bei reflexionsfreien Abschlüssen der jeweils nicht gespeisten Tore. Reflexionsarme Abschlüsse können z.B. mit ortabhängigen Impedanzbereichen modelliert werden, doch ergäbe dies einen zusätzlichen Diskretisierungsaufwand und die Ergebnisse wären von der Qualität dieser Abschlüsse abhängig. Zwar wird in [45] ein Verfahren beschrieben, welches mit zusätzlichen absorbierenden Randbedingungen angepaßte Abschlüsse simulieren kann, doch ist auch hier die genaue Kenntnis der Ausbreitungskonstanten notwendig, darüberhinaus wird eine weitere Klasse von Basisfunktionen benötigt (sog. 'half rooftop'-Funktionen). Nun sind zur Ermittlung sämtlicher Streuparameter, unabhängig von dem jeweils verwendeten Verfahren, bei N Toren insgesamt N Anregungszustände einer Schaltungsstruktur zu untersuchen. Anstatt immer nur jeweils ein Tor anzuregen, was bei der Verwendung reflexionsarmer Abschlüsse oder Leitungsmoden die Methode der Wahl ist, können auch Quellen an allen Toren vorgesehen werden und diese mit gleichen Amplituden, aber in jedem Anregungszustand mit unterschiedlichen Phasen belegt werden. Eine direkte Auswertung der Streuparameter ist dann zwar nicht mehr möglich, sie können aber effizient durch Lösen eines Gleichungssystems ermittelt werden. Die sich ergebende Situation ist in Abbildung 7.12 dargestellt.

Zu erkennen sind die N Tore, die mit Stromquellen $I_1^i \dots I_N^i$ beschaltet sind. Der Superscript 'i' markiert hierbei den 'i'-ten Anregungszustand der Struktur. Die Innenwiderstände Z_n der Stromquellen liegen jedoch keineswegs in der Nähe der Leitungswellenwiderstände Z_{Ln} , wie z.B. in [46] angenommen wird, sie sind in der Regel sehr groß und werden u.a. von Form und Größe des Anregungsbereiches beeinflusst. Eine angepaßte Quelle ist an dieser Stelle ohnehin nicht wünschenswert, da eine erhöhte Stehwelligkeit auf den Zuleitungen einen positiven Einfluß auf die numerische Genauigkeit der Extraktionsverfahren hat. Werden insgesamt N Anregungszustände durchlaufen, so läßt sich das Gleichungssystem

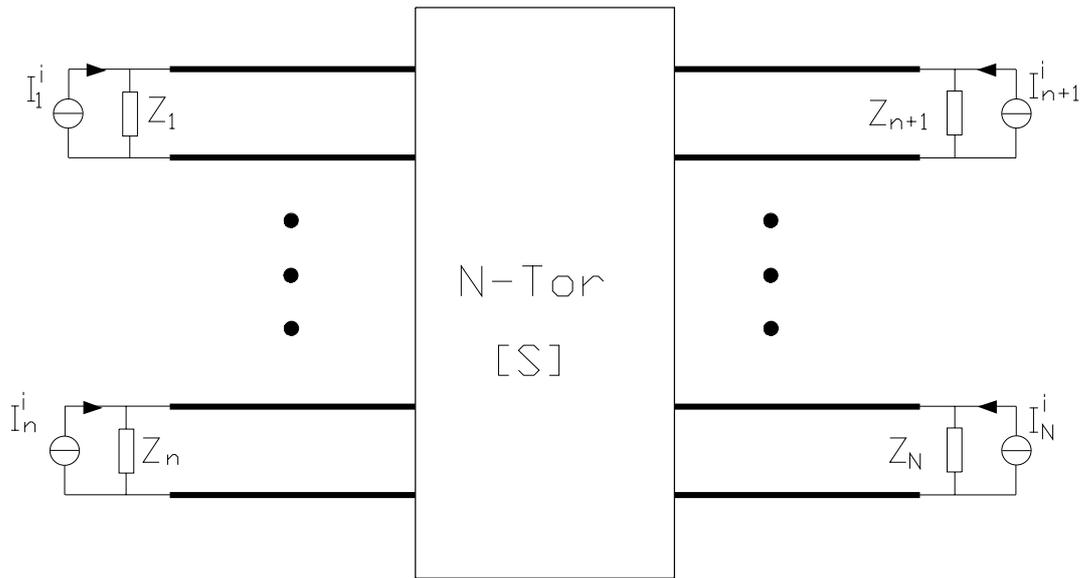


Abbildung 7.12: Zur Streuparameterbestimmung bei einem Mehrport

$$\begin{pmatrix} [a^1] \\ [a^2] \\ \vdots \\ [a^N] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{S}_1 \\ \vec{S}_2 \\ \vdots \\ \vec{S}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{b}^1 \\ \vec{b}^2 \\ \vdots \\ \vec{b}^N \end{pmatrix}, \quad \text{mit } [a^i] = \begin{pmatrix} \vec{a}^{iT} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \vec{a}^{iT} & 0 & \dots \\ 0 & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \vec{a}^{iT} \end{pmatrix} \quad (7.19)$$

aufstellen. Darin bedeuten $\vec{S}_n = (S_{n1} S_{n2} \dots S_{nN})^T$ die n -te Zeile der Streumatrix, $\vec{b}^i = (b_1^i b_2^i \dots b_N^i)^T$ der Vektor der reflektierten Wellen für die Anregung 'i', entsprechend steht $\vec{a}^i = (a_1^i a_2^i \dots a_N^i)^T$ für den Vektor der einfallenden Wellen. Die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems besteht so aus N übereinander angeordneten Bandmatrizen mit den einfallenden Wellenamplituden.

Kapitel 8

Berechnung praktischer Problemstellungen

Wie schon in den ersten Kapiteln dieser Arbeit verdeutlicht, erlaubt das Modell ebener Schichten kombiniert mit magnetischen Flächenströmen zur Modellierung von Blendenebenen, elektrischen Flächenströmen zur Charakterisierung von weitgehend beliebig geformten planaren Metallisierungen und Volumenströmen zur Beschreibung von dreidimensionalen Komponenten wie Brücken, Durchverbindungen und begrenzter dielektrischer Bereiche die Simulation einer großen Klasse von Schaltungsstrukturen und feldtheoretischen Problemstellungen.

Zur Demonstration der Leistungsfähigkeit des entwickelten Programmpakets und dessen Verifikation werden in diesem Kapitel zunächst Mikrostripstrukturen aus rein planaren Metallisierungsebenen behandelt, wobei der Schwerpunkt von Patchantennensystemen gebildet wird. Eine weitere Klasse bilden Mikrostripschaltungen, die auch dreidimensionale Komponenten beinhalten, hier wird eine gedruckte Spiralinduktivität mit Luftbrücke und ein Zweiebenenkoppler mit einem endlichen dielektrischen Träger vorgestellt.

Die Koplanar/Schlitzleitungsstrukturen lassen sich unterteilen in symmetrisch aufgebaute Komponenten, die ohne zusätzliche dreidimensionale Baugruppen funktionsfähig sind und Strukturen, die zwingend den Einsatz von z.B. Luftbrücken zur Unterdrückung von Modenkonzersionen zwischen dem erwünschten koplanaren Wellentyp und der parasitären Schlitzleitungswelle erfordern. Exemplarisch für die erste Klasse wird schwerpunktmäßig Analyse und Design neuartiger Submm-Wellenempfängerkonzepte mit Ringschlitzantennen vorgestellt. Die Analyse eines koplanaren Bandstopfilters wird als Beispiel einer allgemeinen Koplanarschaltung vorgestellt.

8.1 Elektrodynamisch angekoppelte Patchantenne

Bei der in Abbildung 8.1 vorgestellten Patchantenne erfolgt die Ankopplung der Speiseleitung nicht durch direkte galvanische Verbindung mit dem Patch (z.B. [42], [6]), sondern

durch elektromagnetische Verkopplung mit einer tiefer in das Substrat verlegten Speiseleitung, was mehrere Vorteile mit sich bringt. So fällt durch die zusätzliche dielektrische Schicht zum einen die Störstrahlung des Speisernetzwerkes geringer aus und zum anderen ist diese Art der Ankopplung in der Regel mit einer größeren Bandbreite des Antennenelements verbunden. Die meßtechnische Untersuchung der Struktur aus Abbildung 8.1 erfolgte in [62]. Wie zu erkennen, entspricht der Überlappungsbereich l_{in} zwischen Speiseleitung und dem Patch der Hälfte der Patchlänge l . Als Substrat für Speiseleitung und Patch wurde ein Material mit der Permittivität $\epsilon_r = 2.5$ verwendet. Alternativ könnte als Träger der Speiseleitung auch ein Material mit einer höheren Permittivität gewählt werden, um die Störstrahlung des Speisernetzwerkes noch weiter zu reduzieren.

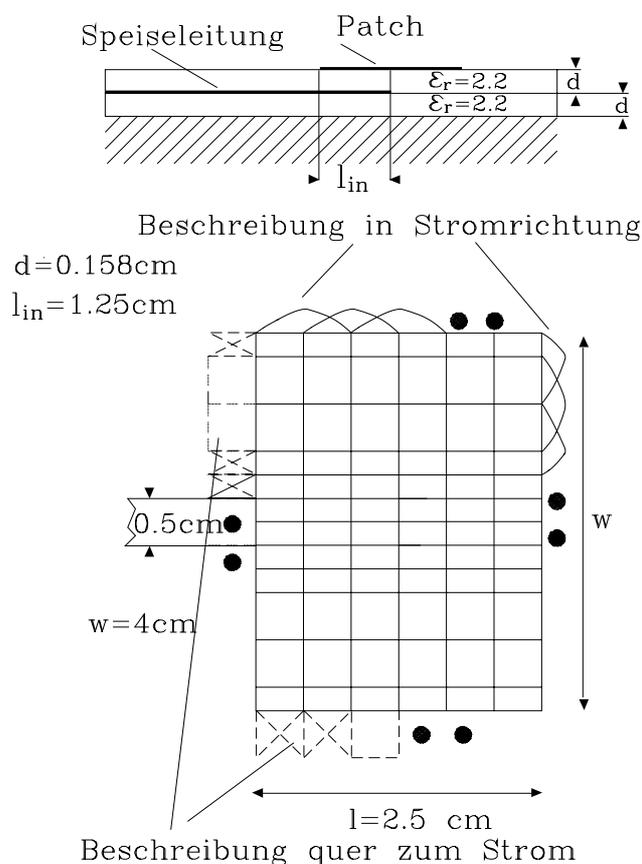


Abbildung 8.1: Geometrie und Diskretisierungsoptionen bei einer elektrodynamisch angekoppelten Patchantenne

Allgemeine Designregeln für diese Art von Mikrostripantennen sind z.B. in [58] zu finden. Für die Approximation der Stromverteilung kam eine Mischung aus Basisfunktionen mit stückweise linearer und stückweise konstanter Beschreibung quer zur Stromrichtung zur Anwendung. Wie in Abbildung 8.1 b) zu erkennen, wurde in den Kantenbereichen und im Überlappungsbereich mit der Speiseleitung Basisfunktionen mit stückweise linearem Verlauf quer zur Stromrichtung verwendet, ebenso auf der Speiseleitung.

Ein Blick auf die berechnete Stromverteilung in Abbildung 8.2 zeigt, daß durch diese Maßnahme eine besonders gute Auflösung der Kantenüberhöhungen und der Stromverteilung im Überlappungsbereich erzielt wird.

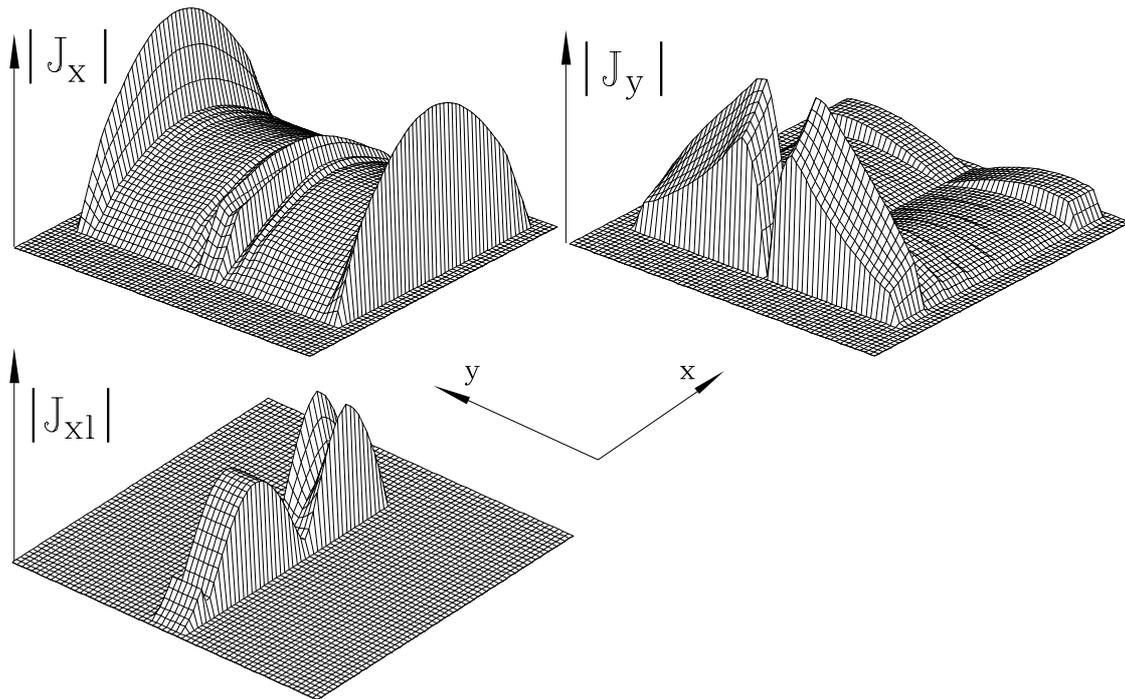


Abbildung 8.2: Stromverteilung der elektrodynamisch angekoppelten Patchantenne

Die berechnete und gemessene Eingangsimpedanz ist in Abbildung 8.3 dargestellt, mit der vorderen Patchkante als Phasenreferenzebene. Im induktiven Bereich der Eingangsimpedanz ist eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung zu beobachten, während beim Imaginärteil im kapazitiven Bereich größere Abweichungen auftreten. Zur Kontrolle wurde die Antenne zusätzlich mit dem kommerziellen Programmpaket ENSEMBLE [87] mit konstanter Approximation quer zur Stromrichtung simuliert, doch zeigen sich fast dieselben Abweichungen zwischen Simulation und Messung im kapazitiven Bereich. Die Diskrepanzen sind demzufolge aller Voraussicht nach mehr auf Unterschiede zwischen berechneter und gemessener Struktur oder zusätzliche Einflüsse innerhalb des Meßverfahrens zurückzuführen. In dem besonders interessierenden Frequenzbereich um die Resonanz ist jedoch eine gute Übereinstimmung gegeben, das Entwurfsziel eines Antennenelementes mit guter Anpassung und relativ großer Bandbreite ohne zusätzliche Komponenten kann als erfüllt angesehen werden.

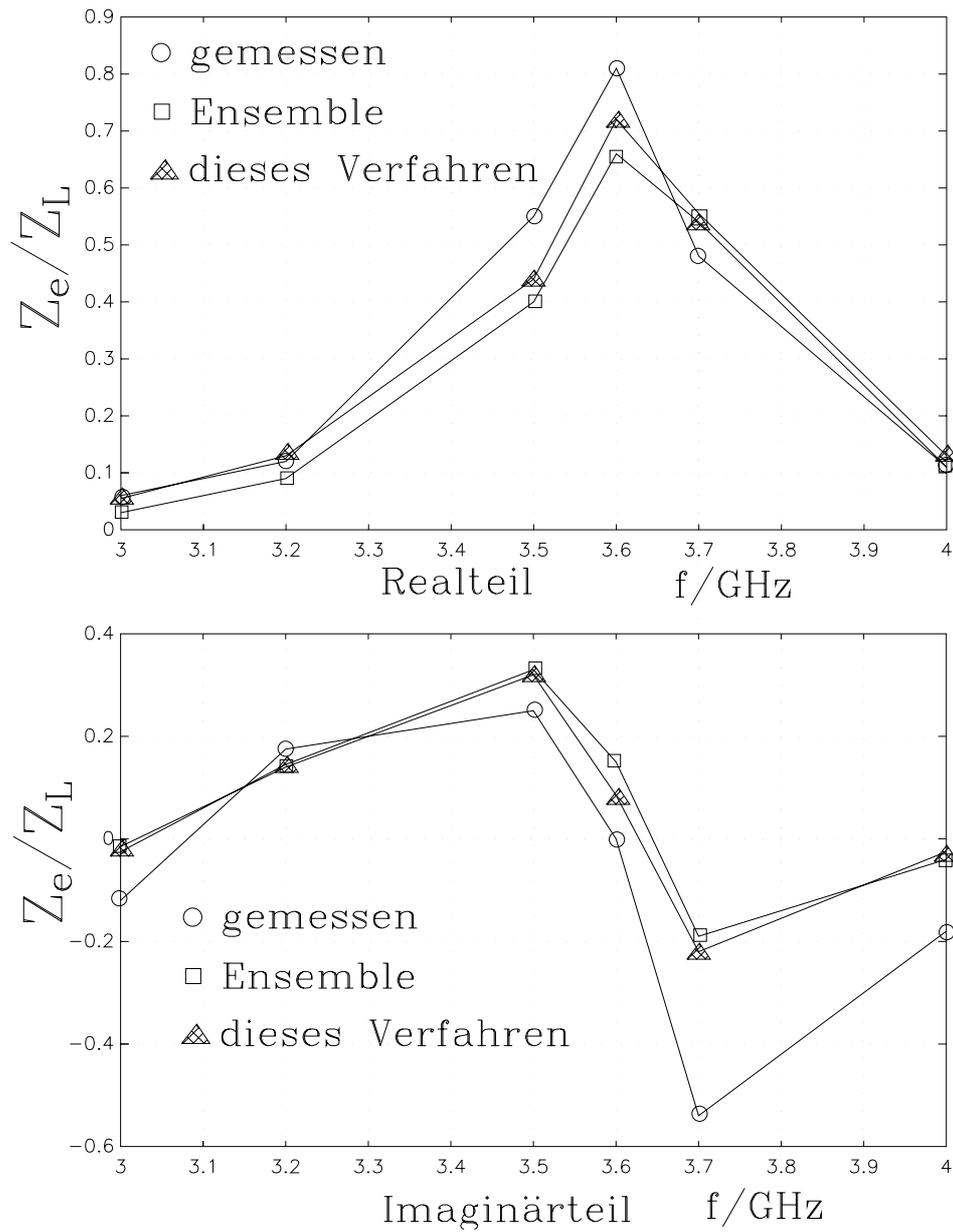


Abbildung 8.3: Gemessene und berechnete Eingangsimpedanz der elektrodynamisch angekoppelten Patchantenne

8.2 Gestockte aperturgekoppelte Patchantennen

Die Bandbreite von Patchantennen lässt sich durch die Verwendung von übereinander angeordneten Patchelementen noch deutlich steigern. Zusätzlich lässt sich die Störstrahlung des Speisetzwerkes in Hauptstrahlrichtung durch die Technik der Aperturankopplung vollständig unterdrücken. Die Geometrie solcher gestockter aperturgekoppelter Antennenstrukturen ist in Abbildung 8.4 wiedergegeben.

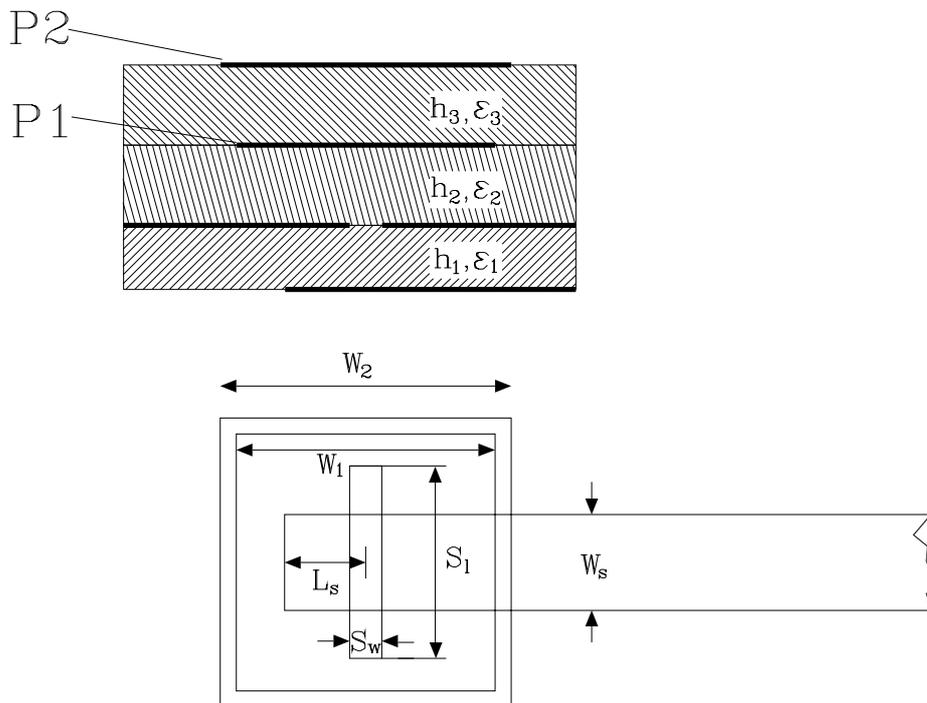
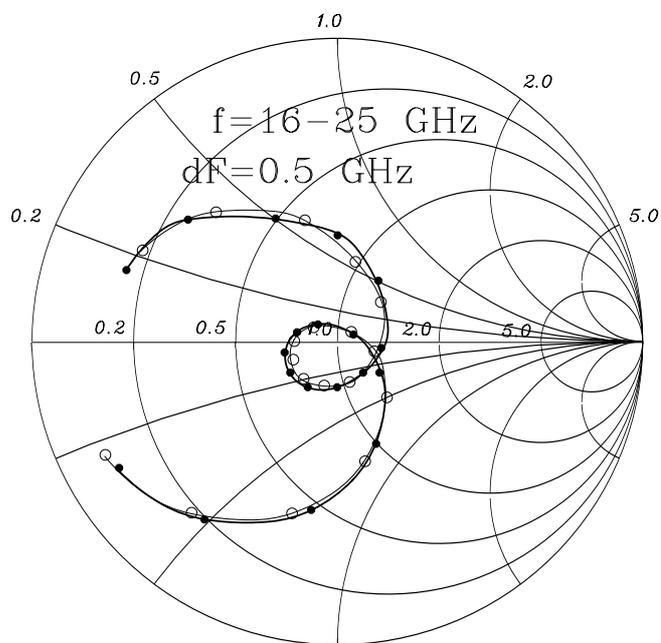


Abbildung 8.4: Geometrie einer gestockten, aperturgekoppelten Patchantenne

Sie sind gleichzeitig auch ein gutes Beispiel für eine allgemeine Struktur mit sowohl Blenden- als auch elektrischen Flächenstromebenen. Für eine Vergleichsanalyse wurden u.a. die Untersuchungen in [140] herangezogen, welche auf einer Erweiterung des in [62] vorgestellten Verfahrens basieren. Das Verfahren beruht im wesentlichen auf einer Kombination eines Segmentierungsverfahrens mit einer Ersatzschaltbildbeschreibung der Strukturen und der Momentenmethode mit einer Ganzbereichsentwicklung der Patch- und Aperturströme und ist speziell auf diese Art von Antennen zugeschnitten.

Es wurde zunächst eine Struktur mit den Parametern $h_1 = 0.508\text{mm}$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 2.2$, $h_2 = 0.5\text{mm}$, $h_3 = 1.0\text{mm}$, $W_2 = 3.8\text{mm}$, $W_1 = 3.5\text{mm}$, $S_l = 3.2\text{mm}$, $S_w = 0.4\text{mm}$, $L_s = 1.8\text{mm}$ und $W_s = 1.55\text{mm}$ analysiert.



- dieses Verfahren
- Rechnung nach Croq/Pozar

Abbildung 8.5: Vergleichsanalyse einer Antennenstruktur mit Berechnungen nach Croq/Pozar. Strukturparameter siehe Text

Die Ergebnisse in Abbildung 8.5 zeigen für diese Struktur eine sehr gute Übereinstimmung beider Verfahren. Infolge der dicken Trägerschichten für die Antennenelemente treten ausgeprägte Oberflächenwellenpole auf. Für eine effiziente Integration erwies es sich als zweckmäßig, die Intervalle um die Polstellen sehr schmal (Breite ca. $k_0\sqrt{\epsilon_{rmax}}/60$) zu wählen. Die Phasenreferenzebene verläuft bei dieser und den weiteren Strukturen durch das Zentrum der Aperturöffnung.

Vergleichsanalysen mit in der Literatur angegebenen Meßergebnissen erweisen sich bei dieser Art von Antennenstrukturen in der Regel als problematisch.

Hierzu wurde zunächst eine Struktur mit den Parametern $h_1 = 0.508mm$, $\epsilon_1 = 2.2$, $\epsilon_2 = 2.2$, $\epsilon_3 = 2.33$, $h_2 = 0.508mm$, $h_3 = 1.15mm$, $W_2 = 3.5mm$, $W_1 = 3.3mm$, $S_l = 3.1mm$, $S_w = 0.4mm$, $L_s = 1.9mm$ und $W_s = 1.55mm$ analysiert.

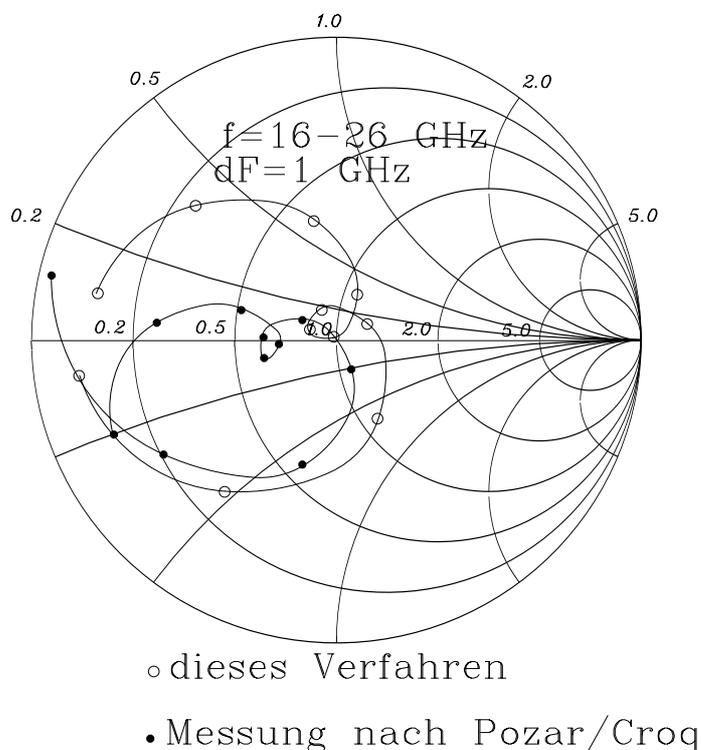


Abbildung 8.6: Vergleichsanalyse einer Antennenstruktur mit Messungen nach Croq/Pozar. Strukturparameter siehe Text

Der Vergleich zwischen Messung und Rechnung in Abbildung 8.6 liefert in diesem Fall größere Abweichungen, ähnliche Abweichungen treten aber auch bei der numerischen Analyse in [140] auf. Die Abweichungen sind zum einen auf Meßprobleme, die mit Korrekturen bezüglich der Anschlußstecker und der Dispersion der Zuleitungen in diesem Frequenzbereich zusammenhängen, und zum anderen auf Parameterabweichungen zwischen gemessener Struktur und berechneten Modell zurückzuführen. So können sich bei verkoppelten Resonatoren, wie sie die gestockten Patchelemente darstellen, schon leichte Parameterabweich-

nungen signifikant auswirken, wie auch z.B. in [57] festgestellt wurde.

Die Untersuchung einer zweiten, in [140] berechneten und gemessenen Struktur mit dem vorliegenden Verfahren zeigt jedoch eine auffallend schlechtere Übereinstimmung mit den Meßergebnissen als die dortige numerische Analyse, wie in Abbildung 8.7 zu erkennen ist.

Die Parameter der Struktur lauten: $h_1 = 0.508\text{mm}$, $\epsilon_1 = 2.2$, $\epsilon_2 = 2.2$, $\epsilon_3 = 2.33$, $h_2 = 0.508\text{mm}$, $h_3 = 0.7874\text{mm}$, $W_2 = 3.8\text{mm}$, $W_1 = 3.5\text{mm}$, $S_l = 3.2\text{mm}$, $S_w = 0.4\text{mm}$, $L_s = 1.8\text{mm}$ und $W_s = 1.55\text{mm}$.

Zur weiteren Abklärung dieser Situation wurde wie schon bei den Betrachtungen im letzten Abschnitt das kommerzielle Programmpaket ENSEMBLE herangezogen, welches bei gängigen Schichtgeometrien sehr zuverlässige Ergebnisse liefert. Dabei zeigt sich eine fast deckungsgleiche Übereinstimmung mit den Ergebnissen des vorliegenden Verfahrens. Infolge des systematischen Versatzes der Schleife um den Anpassungspunkt erscheint es wahrscheinlich, daß in [140] ein Modellparameter versehentlich falsch angegeben ist.

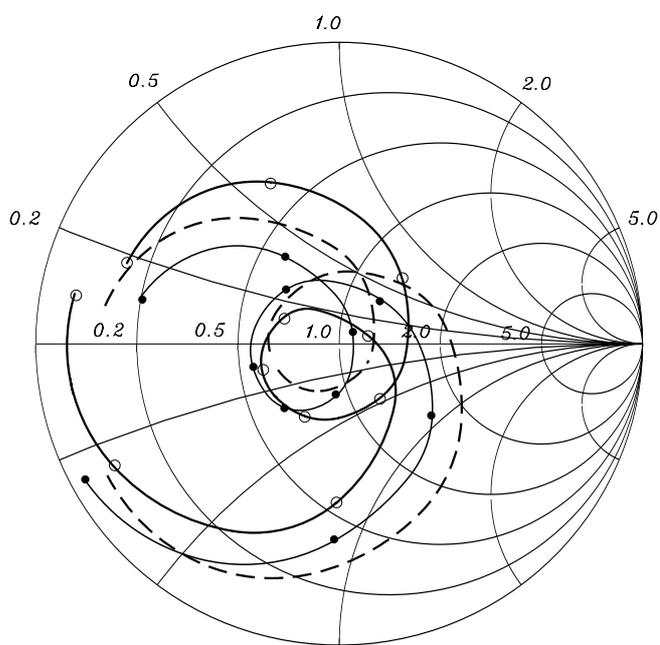
Weitere Vergleichsanalysen mit aufgeführten Meßergebnissen aus [62, 36, 35, 57], die an dieser Stelle nicht im Detail diskutiert werden sollen, zeigten Resultate, die oft nur schwer interpretierbar sind. So traten systematische Verschiebungen in der Resonanzfrequenz auch bei Vergleichsrechnungen mit Messungen in [62, 36] (einlagige aperturgekoppelte Antennen) auf, während die Ergebnisse des vorliegenden Verfahrens und ENSEMBLE für diese Fälle wieder fast deckungsgleich sind.

Bei der in [35] analysierten gestockten Antennenstruktur wiesen die mit dem vorliegenden Verfahren und die mit ENSEMBLE berechneten, ebenfalls fast deckungsgleichen Ortskurven keine erkennbaren Gemeinsamkeiten mit den dort dargestellten Ortskurven auf.

Diese Erfahrungen deuten darauf hin, daß der Umgang mit Literaturdokumentationen von Meß und Simulationsergebnissen nicht unvoreingenommen, sondern in der Regel sehr vorsichtig zu erfolgen hat.

Bei der in [57] untersuchten gestockten Antennenstruktur ($f = 1.21 \Leftrightarrow 1.4\text{GHz}$) mit Aperturkopplung mußte schließlich auch ein Versagen des Programmpakets ENSEMBLE festgestellt werden. Bei dieser Struktur sind in zur Wellenlänge relativ dicken Schaumstoffschichten ($h = 3.3\text{mm}$, 6.2mm , $\epsilon_r = 1.07$) dünne dielektrische Träger ($h = 0.2\text{mm}$, $\epsilon_r = 4.6$) für die Antennenelemente eingebettet. Infolge einer fehlerhaften Charakterisierung der dünnen Trägerschichten durch das Programm ENSEMBLE ergaben sich sehr zweifelhafte Resultate, so war insbesondere kein Ankopplungsmechanismus der Apertur an die Antennenelemente erkennbar. Ähnliche Schwierigkeiten konnten auch im Zusammenhang mit der in [143] dargestellten Struktur festgestellt werden. Dagegen konnte mit dem vorliegenden Verfahren physikalisch sinnvolle und sehr stabile Ergebnisse erzielt werden. Da aber auch in diesem Fall noch Diskrepanzen bezüglich der in [57] angegebenen Meßergebnisse einhergehend mit Mehrdeutigkeiten bei den Phasenreferenzen festzustellen sind, erscheint eine weitergehende Vertiefung der Problematik an dieser Stelle nicht sinnvoll.

Zusammenfassend läßt sich jedoch feststellen, daß die kommerziellen Analyseverfahren, in diesem Fall ENSEMBLE, in der Regel nur sehr unzureichende Möglichkeiten bieten, die Zuverlässigkeit der Resultate z.B. anhand von Konvergenztests o.ä. zu überprüfen. Dagegen bietet das vorliegende Verfahren die Möglichkeit, sehr detailliert das Konvergenzverhalten,



- dieses Verfahren
- Messung nach Croq/Pozar
- Rechnung nach Croq/Pozar

Abbildung 8.7: Zur Problematik von Vergleichsanalysen

die numerische Genauigkeit aufgrund unterschiedlicher Diskretisierungen oder den Beitrag von Polstellen zu untersuchen.

8.3 Spiralinduktivität in Mikrostriptechnik

Als erste Testschaltung mit dreidimensionalen Komponenten wurde die in Abbildung 8.8 gezeigte Spiralinduktivität gewählt, zu deren Realisierung zwingend der Einsatz einer Luftbrücke zur Auskopplung des rechten Tores notwendig ist. Diese Struktur wurde schon ausgiebig in [46] und weiteren Publikationen [100, 96] untersucht. Zur Überprüfung der Robust-

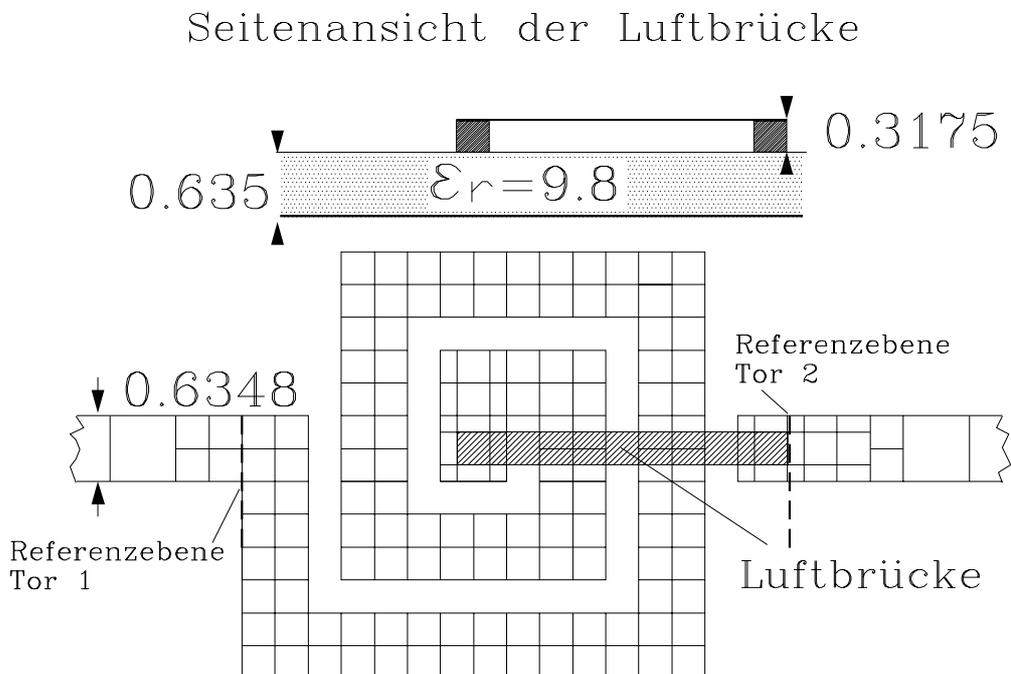


Abbildung 8.8: Geometrie und Diskretisierung einer Spiralinduktivität in Mikrostriptechnik. (Angaben in mm)

heit des Volumenstromkonzeptes wurde absichtlich eine grobe Modellierung mit nur 279 Unbekannten gewählt. So wurden die Zuleitungen ohne Unterteilung in der Breite nur sehr grob modelliert, für die planaren Windungen wurde eine gleichförmige Diskretisierung mit zwei Unterteilungen in der Breite gewählt, um den starken elektromagnetischen Verkopplungen zwischen den Windungen Rechnung zu tragen. Die vertikalen Bonddrähte der Luftbrücke wurde sehr grob mit jeweils nur einem Volumenstrom ohne weitere Unterteilung in Höhe oder Breite modelliert, die Anpassung an die planaren Leiterbereiche erfolgt mit einer ungleichförmigen Diskretisierung in der Umgebung der Bonddrähte. An dieser Stelle zeigt sich insbesondere ein Vorteil im Modellierungsaufwand bei der Beschreibung der Bonddrähte mit Volumenströmen im Gegensatz zu einer Beschreibung mit Oberflächenströmen wie z.B. in

[9, 146]: Dort müssen zur Charakterisierung eines Bonddrahtes mindestens 8 der dort verwendeten Eckfunktionen angesetzt werden; vier zur Beschreibung des Stromflusses von der unteren Ebene auf den Draht und weitere 4 zur Stromübernahme auf die obere Ebene.

In Abbildung 8.9 ist der Betrag des Reflexionsverlaufes am linken Tor dargestellt, in Abbildung 8.10 a) und b) der Betrag und Phasenverlauf der Transmission.

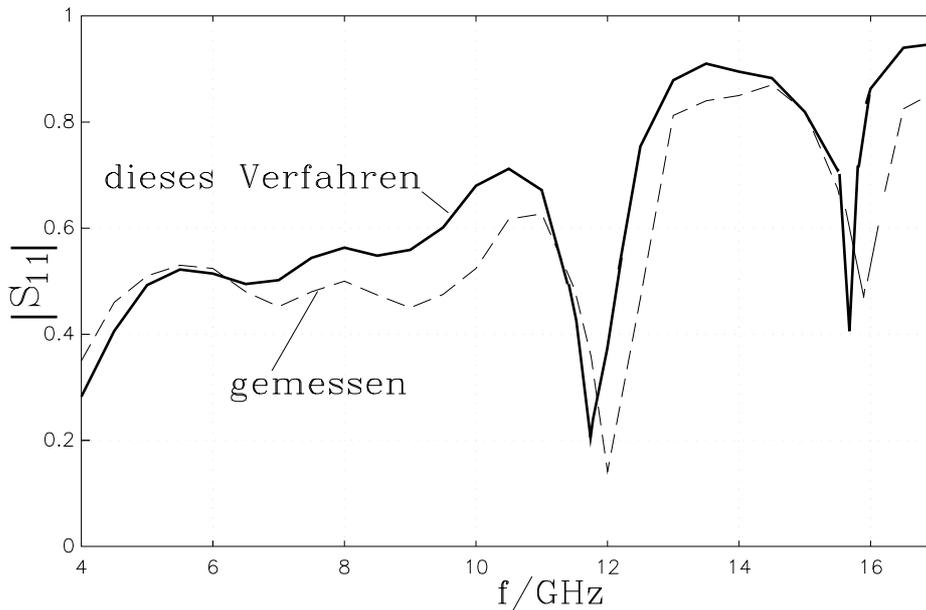


Abbildung 8.9: Betrag des Reflexionsfaktors an Tor 1

Trotz der groben Modellierung zeigen die Simulationen schon eine ausreichend gute Übereinstimmung mit Messungen, wobei nur ca. 16 Sekunden Rechenzeit pro Frequenzpunkt für den Aufbau der Systemmatrix auf einer RS6000 benötigt wurden.

Durch die kompakte Struktur, die mit einer Vielzahl innerer Verkopplungen verbunden ist, treten komplexe parasitäre Effekte und Resonanzphänomene auf. Dies ist auch anhand der Stromverteilung in Abbildung 8.11 zu erkennen. Die Stromverzerrungen aufgrund des Einflusses der oberen Brückenmetallisierung sind ebenfalls gut sichtbar.

Die verbleibenden Unterschiede zwischen Messung und Rechnung sind möglicherweise auch auf einige Unterschiede zwischen gemessener Struktur und berechneten Modell zurückzuführen: So wurde anstelle der quadratischen Bonddrähte im Modell in der gemessenen Struktur ein runder Draht von ca. 0.32mm Durchmesser verwendet, desweiteren wurde für den oberen, im Modell planar modellierten Teil der Luftbrücke in der gemessenen Struktur ebenfalls ein Bonddraht mit rundem Querschnitt eingesetzt, wobei dessen Unterseite der Höhe der planaren Verbindung im berechneten Modell entspricht. Desweiteren können sich derartige Resonanzphänomene schon durch geringfügig unterschiedliche Strukturparameter signifikant verschieben. In den Berechnungen der oben zitierten Publikationen wurden die beiden gemessenen Resonanzphänomene und Phasenverläufe zwar etwas besser wieder-

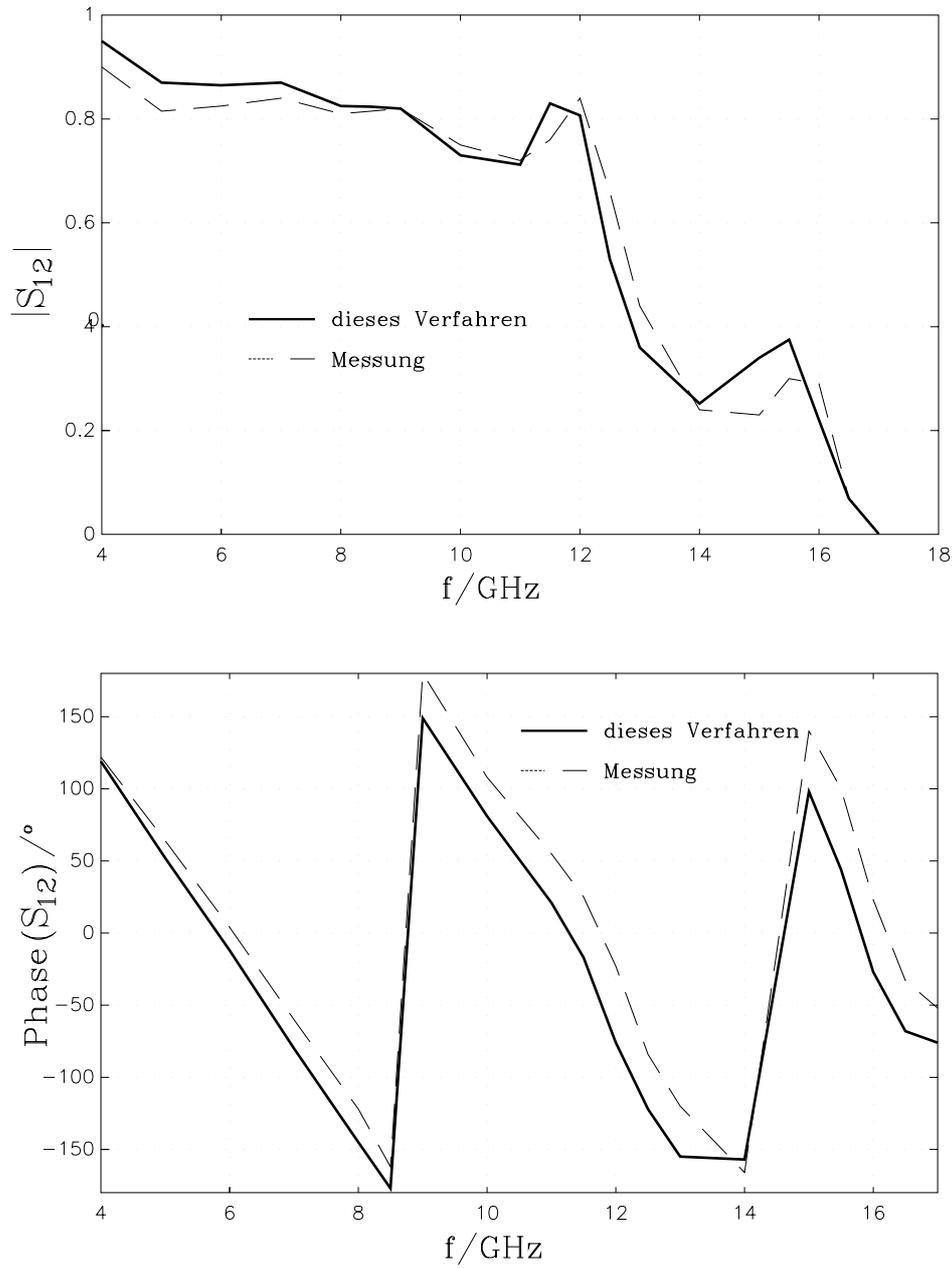


Abbildung 8.10: Betrag und Phase des Transmissionsfaktors der Spiralinduktivität

gegeben, es wurden dort aber in der Regel auch wesentlich höhere Auflösungen verwendet (> 1300 Unbekannte). So ist eine genauere Diskretisierung der Leitungsbreite und der Bonddrähte ab Frequenzen von ca. 9 GHz sicherlich angebracht, um die elektrische Länge der Struktur für höhere Frequenzen genauer zu charakterisieren.

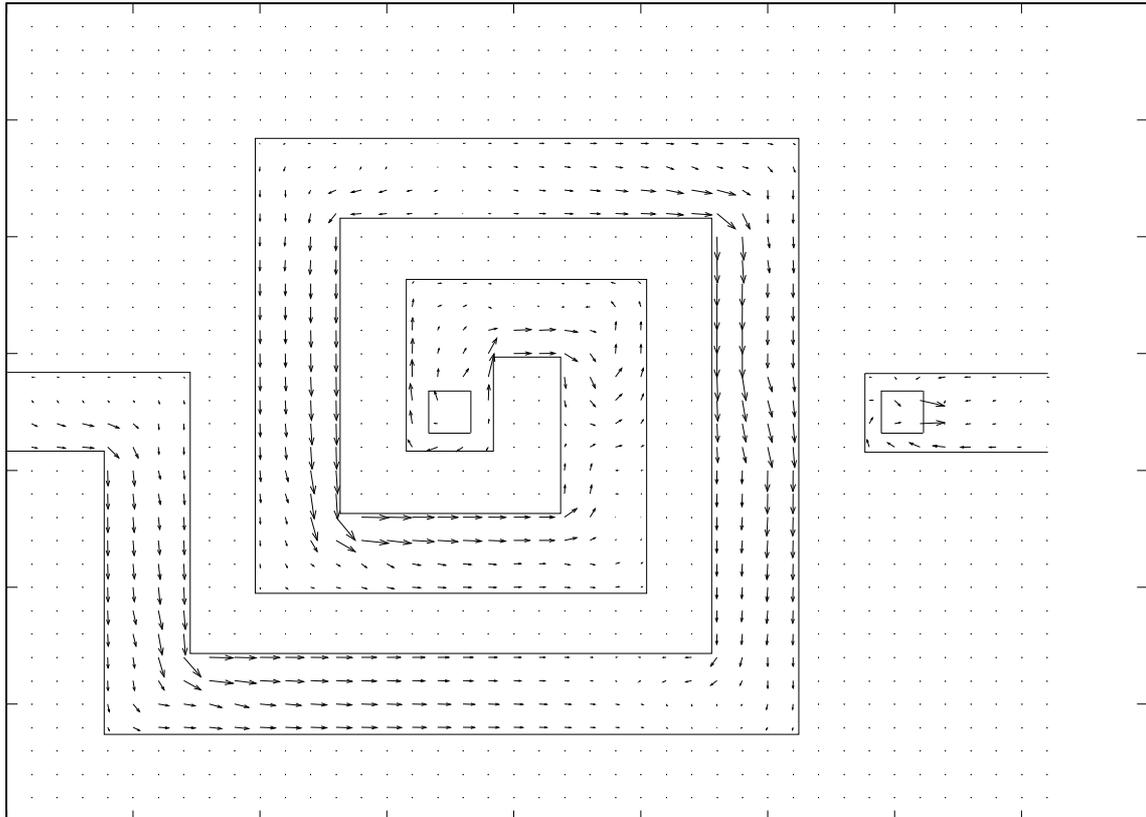


Abbildung 8.11: Stromverteilung auf der unteren Leiterbahnebene bei 14 GHz

Infolge der oben erwähnten geometrischen Diskrepanzen zwischen Modellbildung und gemessener Struktur wurde aber auf eine weitere vertiefende Analyse dieser Struktur verzichtet.

8.4 Koppler in Mikrostriptechnik mit zwei Metallisierungsebenen

Der in Abbildung 8.12 a) dargestellte Koppler besteht aus zwei übereinander angeordneten, parallelgeführten Metallisierungstreifen, wobei der obere Streifen über eine dünne vertikale Durchverbindung von 0.1mm Höhe und Dicke mit der Streifenleitung des linken Tores verbunden ist. Zwischen der vertikalen Durchverbindung und der Streifenleitung des rechten

Tores besteht ein Spalt von 0.1 mm Breite. Der Raum zwischen der oberen und unteren Metallisierung kann optional mit einem dielektrischen Material, hier mit $\epsilon_r = 5$, ausgefüllt werden. Die Besonderheit dieser Struktur ist u.a. die im Verhältnis zu den anderen Schaltungskomponenten sehr kleine Durchverbindung und der schmale Spalt in der unteren Metallisierungsebene. Wie in Abbildung 8.12 a) ebenfalls angedeutet, läßt sich die Durchverbindung sehr effizient mit stark asymmetrischen Basisfunktionen in die planaren Teile der Struktur einbinden, während dies bei Verfahren basierend auf bereichsweise einheitliche Diskretisierungen nur mit hohem Aufwand möglich oder unpraktikabel ist. Durch die gezeigte Modellierung lassen sich mit dem Volumenstromkonzept somit auch Quasi-Oberflächenstrombeschreibungen ansetzen. So waren bei der hier gewählten Modellierung nur ca. 40 Basisfunktionen inklusive der Zuleitungen notwendig. Diese Struktur wurde zum Teil schon einmal in [10],[11] untersucht. Als Vergleich wurden dort Analysen des kommerziellen Programmpaketes SUPERCOMPACT herangezogen [103]. Dieses Programm beruht auf einer Schaltungsbibliothek, in welcher die S-Parameter typischer Mikrostrip-Schaltungskomponenten abgelegt sind. Diese S-Parameter wurden in der Regel mittels Messungen oder mit hochauflösenden lokalen Verfahren wie dem Verfahren der Finiten Differenzen ermittelt.

Der Vergleich der berechneten S-Parameter zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von SUPERCOMPACT, während die Ergebnisse in [10] einen leichten Frequenzversatz aufweisen. Um die Auswirkung von dielektrischem Material zwischen den Metallisierungstreifen zu untersuchen, wurden die mit dem Dielektrikum verbundenen Polarisationsströme zwischen den Metallisierungsebenen mit zusätzlichen Volumenstrombasisfunktionen diskretisiert. Man erkennt ein deutlich verändertes Schaltungsverhalten mit einem Resonanzphänomen bei ca. 15 GHz. Es liegen für diesen Fall zwar keine Vergleichsergebnisse vor, doch ergibt sich für 15 GHz bei einer effektiven Permittivität von ca. $\epsilon_r = 3$ eine Wellenlänge von ca 11.5 mm, so daß die Länge des Kopplers bei 15 GHz in den Bereich der halben Wellenlänge gelangt, was für die Zuverlässigkeit der berechneten Ergebnisse spricht. Insgesamt beträgt die Rechenzeit für die gewählte Modellierung nur ca. 1-2 Sekunden auf einer RS 6000.

Die vorliegende Struktur findet bei entsprechender Dimensionierung auch als MIM-(Metall-Isolator-Metall)Kondensator in (M)MIC-Strukturen zunehmende Verbreitung, wie z.B. in [102] zur Gleichspannungsauftrennung in aktiven Antennensystemen. Somit ist deren Berücksichtigung innerhalb größerer Schaltungskomplexe bei Verwendung des in dieser Arbeit vorgestellten Volumenstromkonzeptes mit einem nur sehr geringen zusätzlichen Diskretisierungsaufwand möglich.

Modellierung dünner vertikaler Streifen

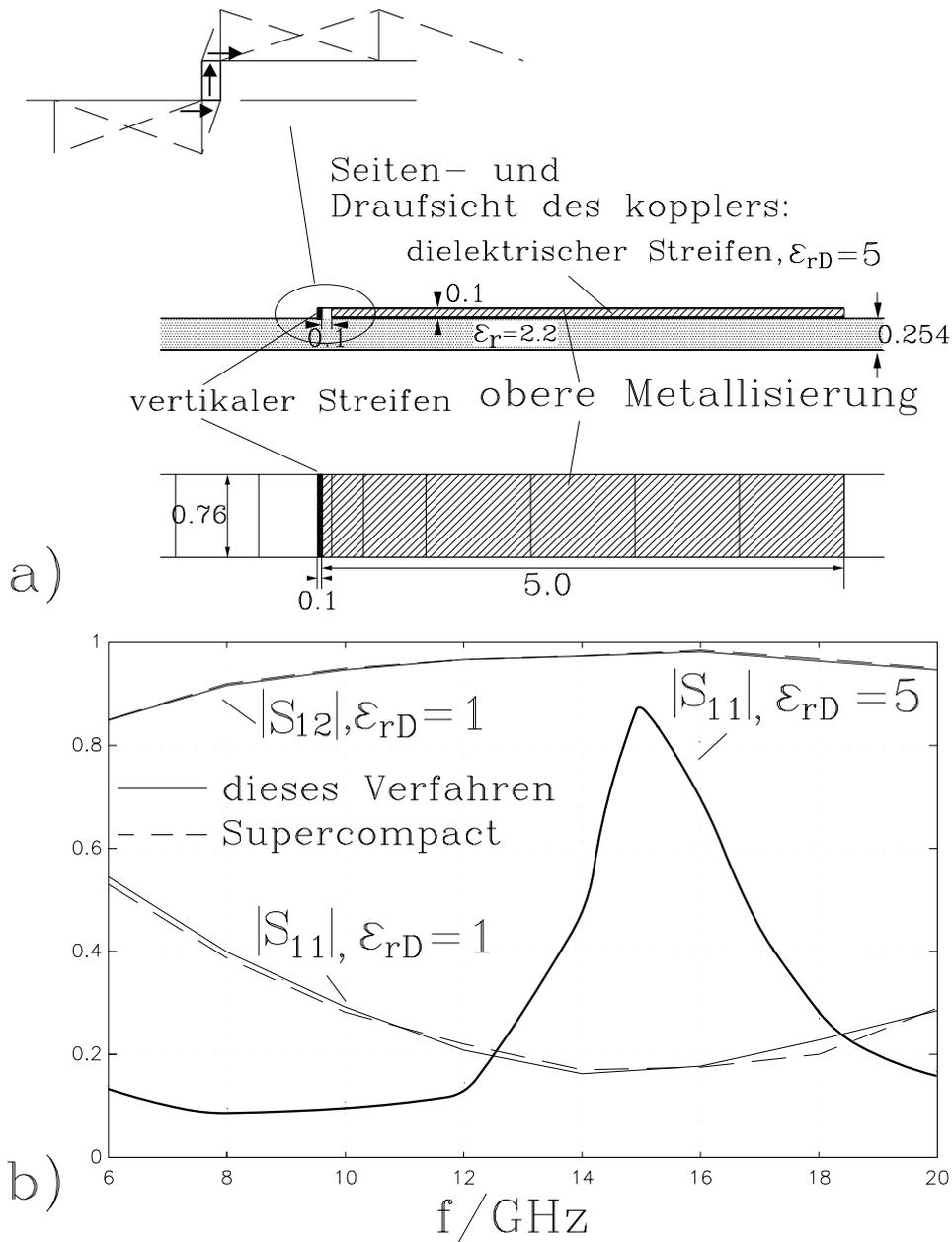


Abbildung 8.12: a) Geometrie und Diskretisierungsstrategie eines Mikrostrippkopplers (Angaben in mm), b) Streuparameter

8.5 Charakterisierung integrierter Submm-Wellenempfänger mit Substratlinsen

Die Entwicklung neuartiger Empfangskonzepte für den Submm-Wellenbereich bildete einen Schwerpunkt für die Anwendung des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens. Empfangskonzepte für Frequenzen bis in den THz-Bereich spielen sowohl in der Radioastronomie als auch in der satellitengestützten Erdbeobachtung eine zunehmende Rolle. Während solche Empfänger bisher hauptsächlich unter Verwendung von Komponenten aus geschlossenen Wellenleitern realisiert wurden, erlangen derzeit offene integrierte Strukturen in koplanarer Technik und/oder Mikrostriptechnik, montiert auf dielektrischen Linsen, ein wachsendes Interesse. Hohlleiterkomponenten weisen in diesen Frequenzbereichen häufig unvermeidbar hohe Verluste sowie eine schlechte Integrationsfähigkeit auf, desweiteren sind sie für eine Serienfertigung i.a. zu kostspielig, so daß sie z.B. für eine Anwendung innerhalb bildverarbeitender Arrays [114] kaum geeignet sind. Demgegenüber werden Arrays aus gedruckten Elementen wie Dipole oder Schlitze auf dielektrischen Halbräumen schon seit längerer Zeit untersucht [104]. Die Fortschritte bei den photolithografischen Verfahren ermöglichen neben der Realisierung der planaren Antennenelemente zusätzlich den Aufbau aller weiteren Empfangskomponenten wie Mischer, Biaszuführung, Anpassungsnetzwerke und Zwischenfrequenzfilter auf dem gleichen Substrat, wobei zur zusätzlichen Verlustreduktion auch supraleitende Materialien in Kombination mit normalleitenden Komponenten zum Einsatz kommen. Supraleiter werden aber hauptsächlich zum Aufbau von rauscharmen SIS (Superconductor–Isolator–Superconductor)–Strukturen als aktive Mischerkomponenten verwendet [107, 105, 106].

Als Ersatz für den dielektrischen Halbraum wird bei Konzepten mit nur einer oder zwei Antennen eine dielektrische Linse verwendet, auf welcher der Träger mit den Antennen- und Mischerkomponenten aufmontiert wird. Die Bündelungseigenschaften der Linse kann durch ihre Formgebung und geometrischen Abmessungen sehr genau auf die Eigenschaften des integrierten Mixers und auf die Erfordernisse innerhalb eines größeren quasioptischen Systems zugeschnitten werden [110, 109].

Wie in [9, 109] ausführlicher diskutiert wird, ermöglichen Linsen mit einem Durchmesser ab mehreren Wellenlängen gleichzeitig auch eine ausreichende Unterdrückung von geführten Substratwellen im Trägermaterial, falls sich die Permittivitäten von Träger und Linse nicht zu stark unterscheiden [108]. Als Linsenmaterial wird in der Radioastronomie häufig Quarz eingesetzt, welches den Vorteil einer geringen Permittivität von ca. 4.4 besitzt, wodurch die Reflexionen an der Linsenoberfläche noch in einem vertretbaren Rahmen bleiben. Neben den SIS-Elementen sind jedoch auch Schottky-Dioden als aktive Mischerbauelemente sehr geeignet, die sich zusammen mit den Antennenelementen und allen weiteren Strukturen auf Halbleiterträgern aus Galliumarsenid(GaAs) oder Silizium [113] integrieren lassen. Die Reflexionen an einer in diesem Fall verwendeten Siliziumlinse mit einem ϵ_r von ca. 12 werden dann aber unvermeidbar hoch und müssen mit Hilfe einer $\lambda/4$ Anpassungsschicht aus geeignetem Material reduziert werden. Zur Theorie und Auslegung solcher Anpassungsschichten s. z.B. [116, 115]. Die große Permittivität von Siliziumlinsen ist aber auch ein signifikanter Vorteil, da bei ihnen ein wesentlich größerer Teil der Leistung in die Linse eingekoppelt wird

als bei einer Quarzlinse, so daß bei Konzepten mit Quarzlinzen oft zusätzliche Maßnahmen wie Reflektoren notwendig werden, die aber auch wieder Probleme wie z.B. die Anregung von Parallelplattenwellen mit sich bringen [106]. Desweiteren können mit erweiterten hemisphärischen Siliziumlinsen elliptische Linsen (sog. synthetisierte elliptische Linsen) wesentlich besser approximiert werden als mit Quarzlinzen [109]

Eine andere Möglichkeit zum Aufbau von integrierten Submm-Wellenempfängern besteht in der Verwendung von quasi-integrierten Hornantennen. Die planare Antennen- und Mischerstruktur wird in diesem Fall auf einer Membran aufgebracht, die gegenüber der Wellenlänge so dünn ist, daß keine signifikante Oberflächenwellenanregung in Erscheinung tritt [111, 112].

Als Antennenformen zur Ausleuchtung der Linse sind in der Vergangenheit je nach Einsatzbereich eine Vielzahl von Antennenformen eingesetzt worden, die von den relativ schmalbandigen Streifendipolen [85] und den schon besonders häufig eingesetzten Doppelschlitzantennen [107, 109, 106, 142] über die Bow-tie Antenne [117] bis zu den für die Radioastronomie interessanten sehr breitbandigen logperiodischen Antennen [118, 108] und logarithmischen Spiralantennen [119] reicht.

8.5.1 Integrierte Empfänger mit Ringschlitzantennen

Neben den Konzepten mit Doppelschlitzantennen gewinnen in neuerer Zeit Anwendungen mit Schlitzfaltdipolen [120] und Schlitzantennen aus quadratischen Ringen [121] oder Kreisringen [123, 127] an Bedeutung. So werden mit Schlitzfaltdipolen oft bessere Anpassungsbedingungen erzielt, der Vorteil von quadratischen Ringen oder Kreisringen liegt in ihrer Eigenschaft, daß sie schon als Einzelantenne gut zur Ausleuchtung einer Linse geeignet sind und sich gut in koplanare Mischerstrukturen einbetten lassen. Dadurch kann die gesamte Antennen- und Mischerstruktur mit Ausnahme einiger Drahtbrücken innerhalb einer Ebene aufgebaut und mögliche technologische Probleme mit Polyimide-Substraten, welche im Frequenzbereich um 650 GHz für den Aufbau des Mikrostrip-Speisenetzwerkes einer alternativen Doppelschlitzantenne Verwendung finden, umgangen werden. Aus diesen Gründen wurden verschiedene Empfängerkonzepte, bestehend aus einer Kreisringschlitzantenne eingebunden in einer Mischerstruktur in koplanarer Technik und einer sog. QV(Quasi-Vertical)-Diode als aktivem Element im Rahmen einer internationalen Kooperation unter Leitung der ESA eingehend theoretisch und meßtechnisch untersucht [128]. Die Zielsetzung dieser Kooperation lag im Design und Realisierung neuartiger, satellitengestützter integrierter Empfängerkonzepte für die Messung der Zusammensetzung der oberen Erdatmosphäre (s. auch [153]).

Für die theoretischen Untersuchungen wurde ein Berechnungskonzept verwendet, welches aus dem in dieser Arbeit vorgestellten Integralgleichungsverfahren in Kombination mit einem geometrisch-optischen Analyseverfahren mit Aperturfeldintegration zur Charakterisierung der Linseneigenschaften besteht. Ein nachgeschaltetes Verfahren erlaubt anschließend die Bestimmung eines Gaußschen Strahles mit den optimierten Parametern Fleckdurchmesser und Phasenbelegung, mit welchen die maximale Gaußsche Koppeleffizienz der gesamten Empfängerstruktur erzielt werden kann. Die Verfahren zur Linsencharakterisierung und

Berechnung der Gaußschen Koppelleffizienz sind zwar parallel zum dem hier vorgestellten Integralgleichungsverfahren entwickelt worden, sollen aber an dieser Stelle nicht theoretisch abgehandelt werden, um den thematischen Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen. Für die theoretischen Hintergründe sei daher auf [130, 129] verwiesen.

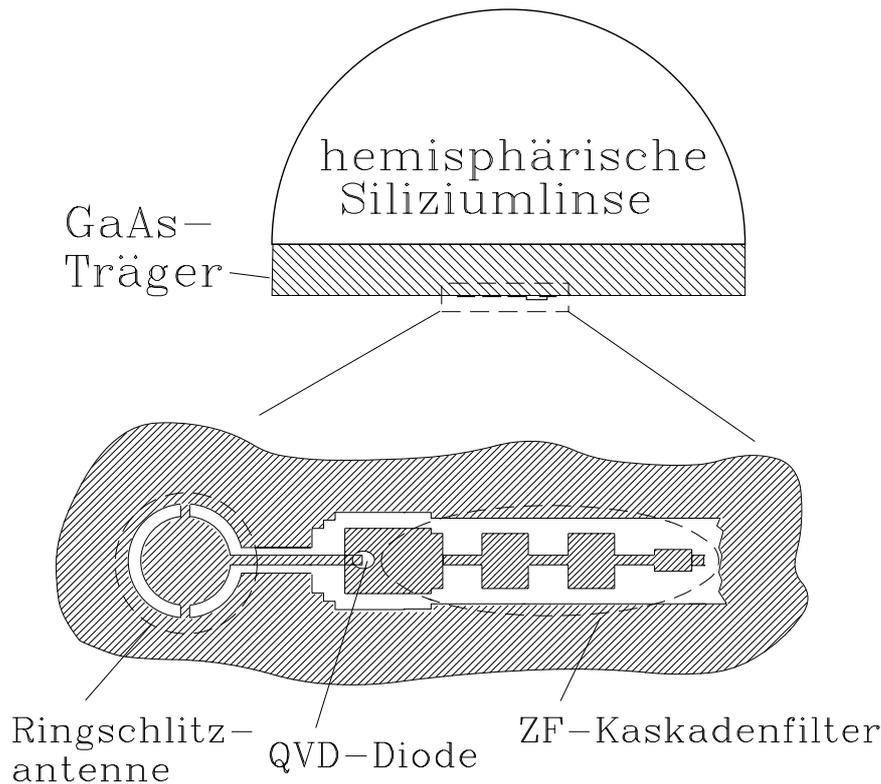


Abbildung 8.13: Aufbau eines integrierten Submm-Wellenempfängers mit Ringschlitzantenne und Mischer in koplanarer Technik

Einen Gesamteindruck vom Aufbau eines solchen integrierten quasioptischen Empfängers vermittelt Abbildung 8.13. Zu erkennen ist eine hemisphärische Linse aus Silizium, auf der eine planare Lage aus Galliumarsenid aufgebracht ist, welche als Träger für die Ringschlitzantenne und die weiteren Mischerkomponenten dient. Die Eigenschaften der Linse können optional durch weitere planare Zwischenlagen aus Silizium verändert werden, es entsteht dann eine sog. erweiterte hemisphärische Linse. Die Unterschiede zwischen den Permittivitäten von Galliumarsenid ($\epsilon_r = 12.9$) und Silizium ($\epsilon_r = 11.7$) sind so gering, daß eine signifikante Anregung von Oberflächenwellen nicht zu befürchten ist.

Die wichtigsten Vertreter dieser Linsenklasse stellen hier die hyperhemisphärische Linse und die synthetisierte elliptische Linse. Für weitere Details bezüglich Linsengeometrien sei auf [109, 114] verwiesen. Desweiteren ist in Abbildung 8.13 die Anordnung der Ringschlitzantenne und der weiteren Mischerkomponenten dargestellt. Zu erkennen ist die schmale koplanare Zuleitung der Antenne, der eigentliche Mischerbereich mit der sog. QVD-Diode und das nachfolgende stufenförmige Zwischenfrequenzfilter. Zur Theorie der QVD-Diode s. [132].

8.5.2 Analyse der isolierten Ringschlitzantenne

Das Impedanzverhalten der isolierten Ringschlitzantenne mit Zuleitung ist von entscheidender Bedeutung zur Erzielung einer brauchbaren Anpassung an eine Diode mit einer gegebenen Eingangsimpedanz. Dazu wird in einem ersten Schritt eine Schlitzantenne mit $5\mu\text{m}$ Schlitzdurchmesser, $32\mu\text{m}$ Radius und $35\mu\text{m}$ Zuleitung analysiert (Abbildung 8.14). Ein wichtiges Detail stellen hier die beiden $3\mu\text{m}$ breiten gedruckten Brücken im Umfang der Antenne dar, sie dienen in der späteren Gesamtschaltung als Rückführung für den DC-Biasstrom der QVD-Diode. Antenne und Zuleitung wurden mit ca. 550 Basisfunktionen diskretisiert. Für diese Struktur waren zu Vergleichszwecken Ergebnisse des kommerziellen Programmpaketes MOMENTUM [154] verfügbar. Dieses Produkt war bis zur Abfassung dieser Arbeit das einzige kommerzielle Programmpaket, welches mittels Momentenmethode und magnetischer Ströme eine zuverlässige Charakterisierung koplanarer Strukturen ermöglichte.

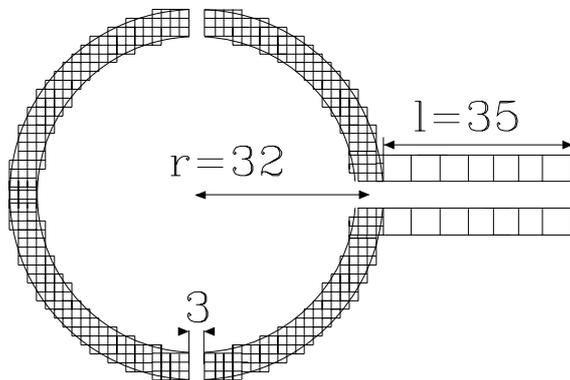


Abbildung 8.14: Geometrie und Diskretisierung einer Ringschlitzantenne mit gedruckten Brücken (Angaben in μm)

Die Berechnung der Koppelintegrale geschieht bei diesem Programm vollständig im Ortsbereich. Als Vorteil bietet dieses Verfahren den Einsatz von Basisfunktionen auf dreieckförmigen Teibereichen nach Rao/Wilton/Glisson [133], die besonders zur Beschreibung krummlinig berandeter Strukturen geeignet sind. Für die Modellierung mit MOMENTUM wurde eine ähnliche Auflösung gewählt wie in Abbildung 8.14. Die Ergebnisse beider Verfahren in Abbildung 8.15 a) zeigen eine sehr gute Übereinstimmung. Dies beweist neben einer Bestätigung der Zuverlässigkeit des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens bezüglich koplanarer Strukturen auch die Tatsache, daß mit einer Stufenapproximation von krummlinigen Berandungen gute Ergebnisse erzielt werden können. Dies wurde auch schon in [46, 21, 1] mehrfach bestätigt. In Abbildung 8.15 b) ist die bei 650 GHz berechnete magnetische Stromverteilung auf dem Ring nach Real- und Imaginärteil dargestellt. Daraus wird deutlich, daß eine Phasenverschiebung zwischen den Strömen der linken und rechten Ringhälfte auftritt, welche auf die gedruckten Brücken zurückzuführen sind. Diese sind zwar in einem Bereich eingesetzt, in welchem bei der zweiten Resonanz des Ringes ohnehin ein Spannungsminimum herrscht, trotzdem kommt es schon bei leichten Abweichungen von dieser Resonanz

zu einer Verschiebung dieses Bereiches. Wird durch die gedruckten Brücken das Spannungsminimum an einer festen Stelle erzwungen, so treten die beobachteten Phasenverschiebungen auf. Die in Abbildung 8.15 b) zu beobachteten peakartigen Stromspitzen sind nicht auf Modellierungsfehler zurückzuführen, sondern ergeben sich hauptsächlich aus der Art der Darstellung.

Die deutliche Wirkung der Brücken auf die Eingangsimpedanz ist zusätzlich in Abbildung 8.15 a) zu erkennen, die Brücken verursachen eine leichte Erhöhung der Bandbreite. Im Bereich der Designfrequenz 650 GHz ($\Delta f = 18$ GHz) wird mit den Brücken das Entwurfsziel, eine Eingangsimpedanz von ca. $(25-j30)\Omega$ für die konjugiert komplexe Anpassung einer infolge des Anschlußfingers induktive Diodenimpedanz von ca. $(25+j30)\Omega$, erreicht.

Infolge der oben erläuterten Phasenverschiebung der Ringströme tritt im Richtdiagramm jedoch ein frequenzabhängiger Versatz der Hauptstrahlrichtung innerhalb der E-Ebene (parallel zur Zuleitung) auf (Abbildung 8.16), während die H-Ebene davon aus Symmetriegründen nicht betroffen ist. Dabei zeigt die Abbildung das Richtdiagramm innerhalb der Linse. Wie später noch demonstriert, wirkt sich dieser Versatz jedoch nur geringfügig nachteilig auf das Gesamtdesign auf, da die Linse eine stark korrigierende Wirkung auf diese Art von Degradation ausübt.

8.5.3 Mischerstrukturen mit Serienschaltung der Diode

In der weiteren Designphase wurde eine Vielzahl von Strukturgeometrien diskutiert und analysiert, welche auf einer Serienschaltung der Diode zusammen mit der Antenne und dem Zwischenfrequenzfilter basieren.

An dieser Stelle sollen jedoch nur die Ergebnisse der Endphase dieses Entwicklungsabschnittes präsentiert werden. Zu diesem Zeitpunkt waren noch die in Abbildung 8.17 a) und b) dargestellten Geometrien in der Diskussion. Zusätzlich ist das Ersatzschaltbild mit den notwendigen Impedanzverhältnissen wiedergegeben.

Die Hauptproblematik dieser Strukturen und aller Vorläufer liegt in der Aufweitung von der schmalen Speiseleitung der Antenne auf die breite Koplanarleitung für den Diodenbereich und das Zwischenfrequenzfilter. Diese breite Koplanarleitung ist notwendig, um die QVD-Diode mit ihrem großen ohmschen Kontaktbereich auf dem Mittelleiter montieren zu können [132]. Die Motivation der in Abbildung 8.17 dargestellten Strukturen ist es, durch Taperung einen möglichst ungestörten Übergang der magnetischen Ströme von der Antennenleitung auf den Dioden- und ZF-Bereich zu erzielen.

Um den Modellierungsaufwand zu reduzieren, wurde die dreidimensionale Ausdehnung der Diode, wie sie in Abbildung 8.17 oben dargestellt ist, nicht berücksichtigt und die Wirkung der Diode durch eine Stromeinprägung an geeignet definierten Klemmen ersetzt. Desweiteren wurde nur die erste Stufe des ZF-Filters modelliert. Da dieses Filter für die HF in der Ebene der Diode einen Kurzschluß darstellen muß, wurde es durch ein ca. $\lambda/2$ langes Leitungsstück (68μ) ersetzt. Trotzdem sind zur Modellierung der Struktur in Abbildung 8.17 b) noch ca. 1300 Basisfunktionen notwendig.

Eine Analyse dieser Strukturen ist mit MOMENTUM nicht möglich, da hier der Mechanis-

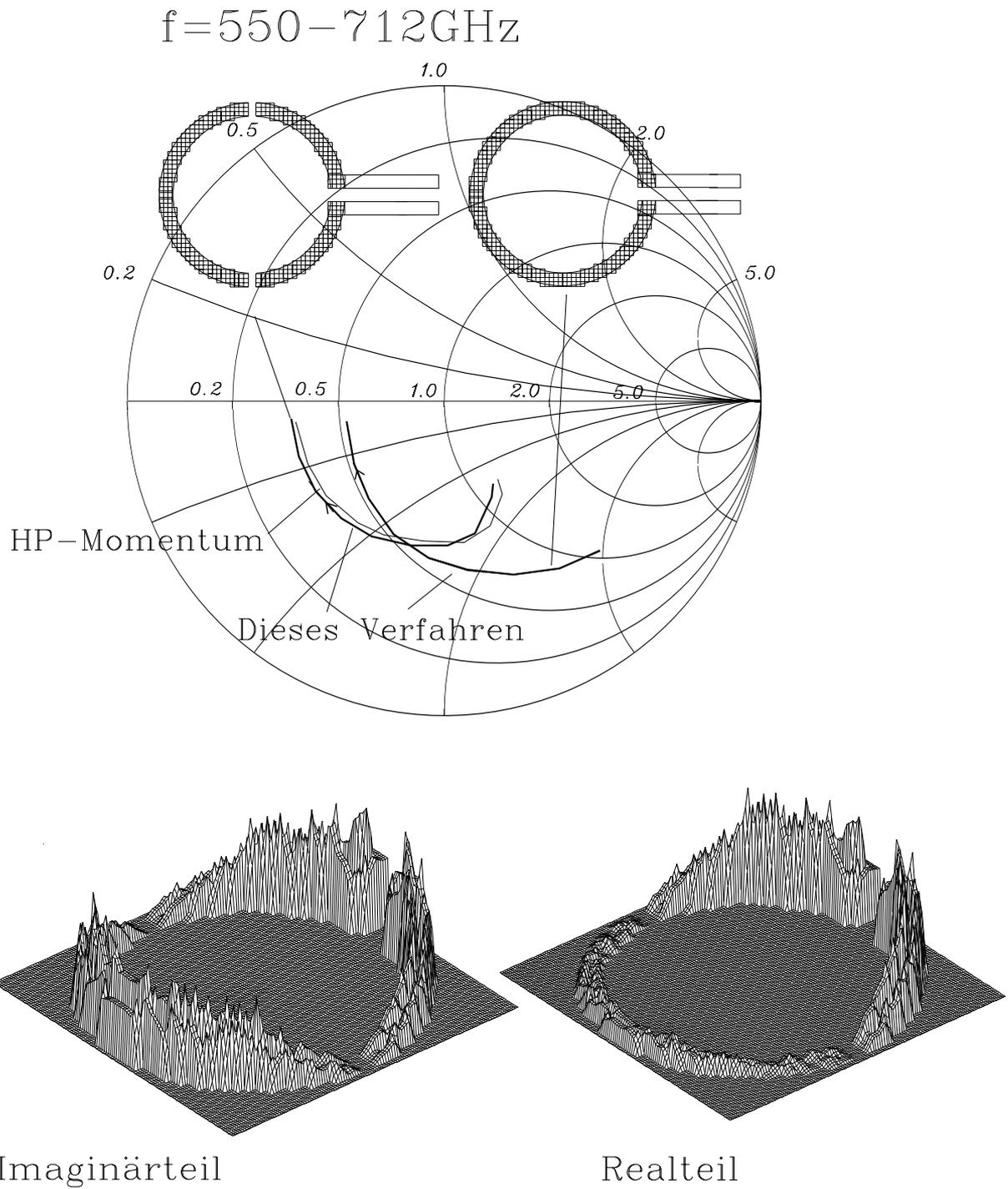


Abbildung 8.15: Eingangsimpedanz und magnetische Stromverteilung der Ringschlitzantenne mit gedruckten Brücken

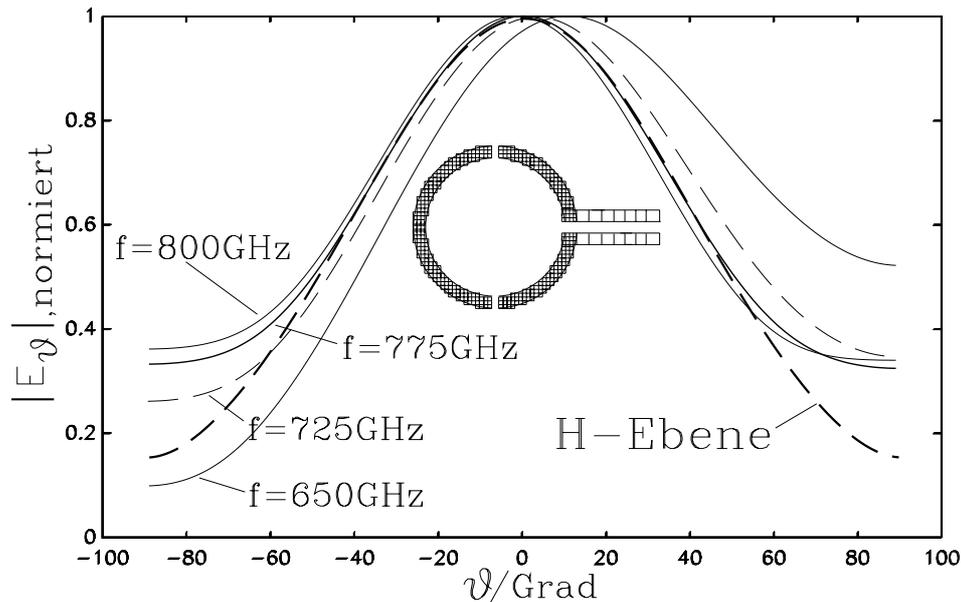


Abbildung 8.16: Abhängigkeit des Richtdiagramms der E-Ebene von der Frequenz. Gestrichelt: H-Ebene für alle Frequenzen

mus der Klemmenanregung und eine detaillierte Fernfeldanalyse nicht zur Verfügung stehen. Die Klemmenanregung ist insbesondere zwingend erforderlich zur Berücksichtigung einer möglichen parasitären Abstrahlung im Speisebereich, desweiteren ermöglicht sie in diesem Fall eine genauere Bestimmung der Eingangsimpedanz als mit einer S-Parameterextraktion, da Diskontinuitäten wie das offene Ende der Speiseleitung vollständig mit in die Analyse eingehen.

Die sich einstellende Stromverteilung in der Diodenumgebung beider Strukturen ist in Abbildung 8.18 wiedergegeben, die sich ergebenden typischen Richtdiagramme sind in Abbildung 8.19 dargestellt und zeigen die trotz aller Maßnahmen nicht überwindbare Problematik dieser Klasse von Mischerstrukturen auf:

Denn wie die Stromverteilungen erkennen lassen, treten im Diodenbereich fast unabhängig von der genauen Formgebung der Übergänge starke Stromkomponenten quer zur Richtung der Antennen- und ZF-Leitung auf, die die Wirkung einer parasitären Antenne ausüben mit ähnlichen Feldstärken wie denen des Nutzfeldes der Ringantenne. Bei der Struktur in Abbildung 8.17 b) wirkt der Bereich um die Diodenklemmen sogar wie eine parasitäre Vivaldi-Antenne. Diese Effekte führen erwartungsgemäß zu starken, breitbandigen Interferenzen mit dem Feld der Primäranterie, die an den Richtdiagrammen Abbildung 8.19 a) innerhalb der Linse zu erkennen ist. Zusätzlich ist in b) das resultierende Richtdiagramm der kompletten Struktur mit einer synthetisierten elliptischen Linse angegeben, die Hauptkeule tritt hier zwar durch die Glättungseigenschaften der Linse auch bei ca. $\vartheta = 0^\circ$ auf, das Niveau der Nebenkeulen ist aber unverträglich hoch. Dementsprechend erreicht die Gaußsche Koppelleffizienz dieser Strukturen auch nur Werte von maximal ca. 60 Prozent, während mit der Ringantenne

Querschnitt des Diodenbereichs

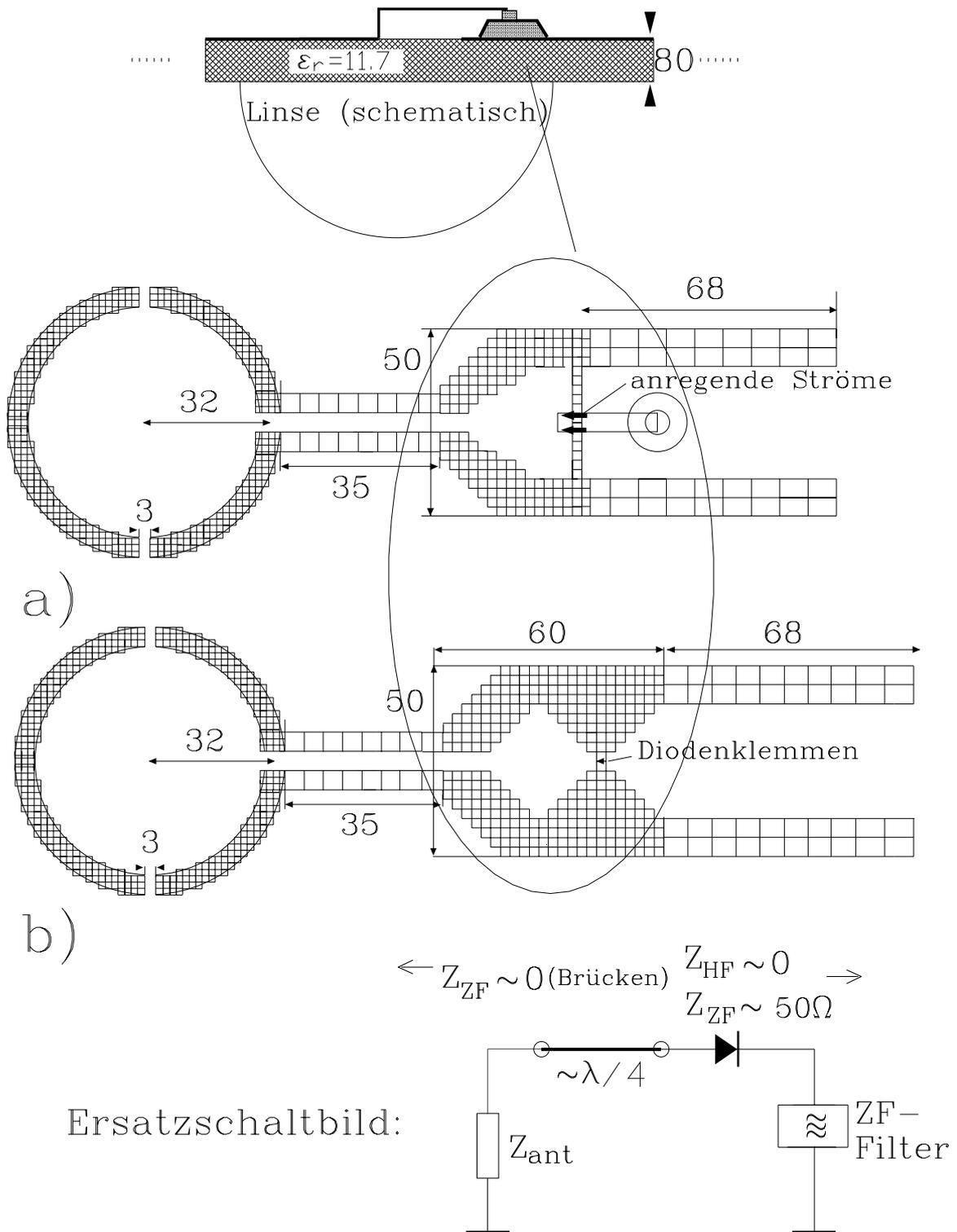


Abbildung 8.17: Strukturbeispiele mit Serienschaltung der Komponenten (Angaben in μm)

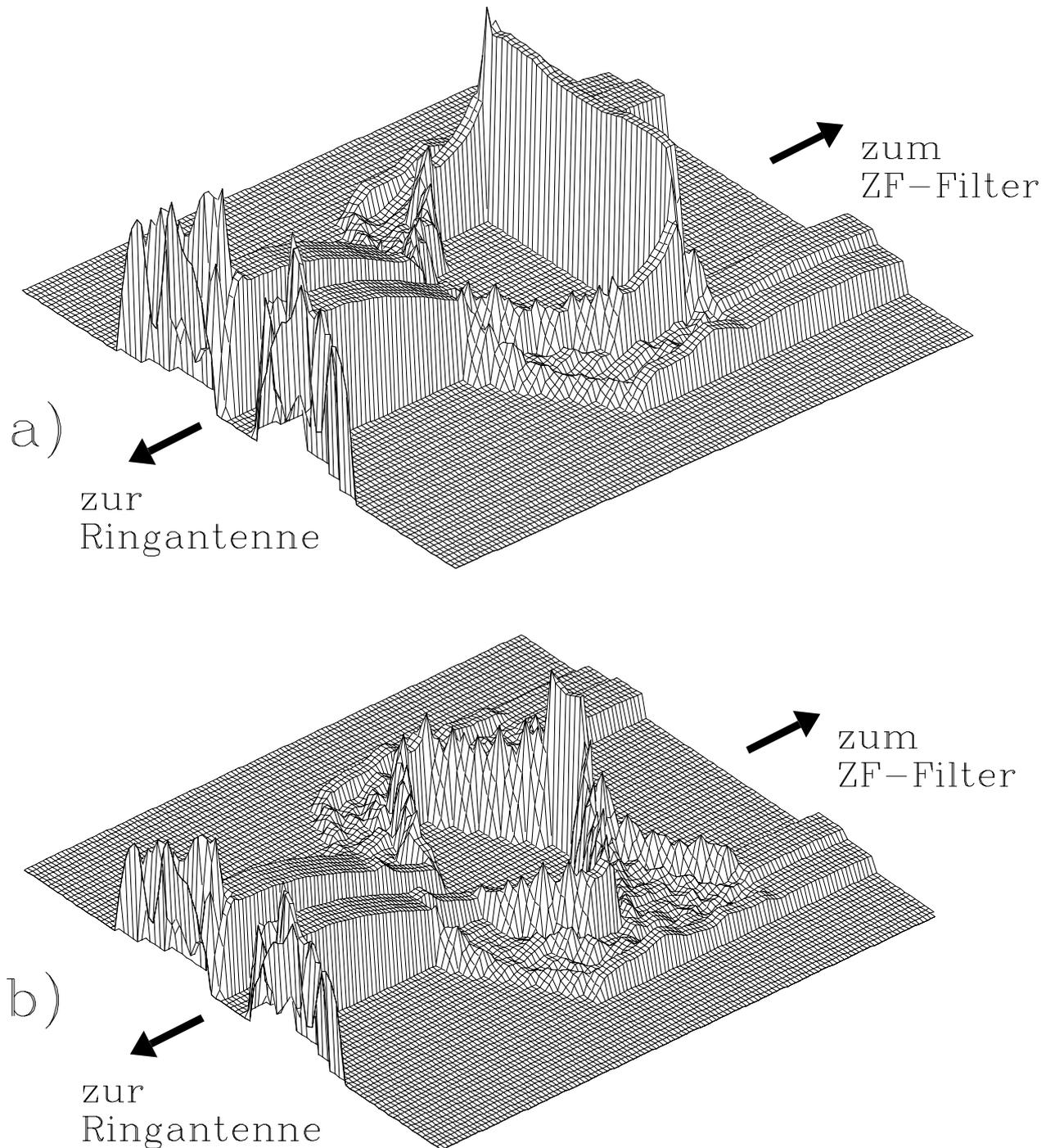


Abbildung 8.18: Magnetische Stromverteilungen bei den Strukturen mit Serienschaltung der Komponenten

allein und geeigneter Linse Werte bis deutlich über 90 Prozent erreicht werden können.

Das Aufdecken der Effekte durch die Simulationen ersparte in diesem Fall Aufbau und Tests kostenintensiver Prototypen. Die berechneten Effekte wurden später durch Messungen an skalierten Modellen bestätigt.

8.5.4 Mischerstrukturen mit Parallelschaltung der Diode

Die Ergebnisse der bisherigen Simulationen zeigen deutlich, daß eine signifikante Verbesserung des Empfangsverhaltens nur durch eine grundlegende Änderung des Schaltungsprinzips erwartet werden kann. Das Ergebnis der weiteren Überlegungen führte auf die Struktur in Abbildung 8.20, welche auf einer Parallelschaltung der wesentlichen Komponenten beruht. Der signifikante Vorteil dieser Struktur besteht darin, daß die QVD-Diode nun mit ihrem großen ohmschen Kontaktbereich auf der Massefläche außerhalb der eigentlichen Struktur montiert ist. Zur Kontaktierung mit der Struktur ist jetzt nur noch der schmale Diodenfinger notwendig, der auf das Ende der Speiseleitung montiert wird. Die Wirkung der Diode kann hier wieder durch die Einprägung eines Stromes in das leerlaufende Ende der Speiseleitung nachgebildet werden

Durch diese Anordnung ist die Diodenstruktur durch die Massefläche vollständig vom Linsenhalbraum isoliert.

Da das ZF-Filter in dieser Konfiguration so ausgelegt werden muß, daß es für die HF einen Leerlauf repräsentiert, kann es zur Auskopplung der Zwischenfrequenz besonders vorteilhaft auf der anderen Seite der Ringantenne im Spannungsmaximum positioniert werden, ohne die Feldverteilung wesentlich zu stören. Desweiteren sind Brücken zu Biasstromrückführung nicht mehr notwendig, so daß auch deren störender Einfluß entfällt.

Bezüglich möglicher parasitärer Strahlung liegen die einzigen kritischen Stellen der Struktur am Ende der Speiseleitung und am Übergang von der ersten schmalen Sektion des ZF-Filters ($l = 38\mu \approx \lambda/4$) auf die breite Sektion. Das ZF-Filter kann aber wiederum so dimensioniert werden, daß in der Ebene dieses Impedanzsprunges einen Kurzschluß mit fast verschwindenden elektrischen Feldern vorliegt. Diese Eigenschaft kann hier wiederum durch ein $\lambda/2 \approx 85.66\mu m$ langes Leitungsstück nachgebildet werden, deren Länge durch numerischen Abgleich ermittelt wurde.

Die Berechnung der Strahlungseigenschaften dieser Struktur zeigen sehr vielversprechende Ergebnisse, Abbildung 8.21 a) zeigt das Richtdiagramm innerhalb der Linse für drei Frequenzen, b) das Richtdiagramm mit einer synthetisierten elliptischen Linse. Es ergeben sich nur noch leichte Unsymmetrien der E-Ebene gegenüber der H-Ebene, welche sich unter Einbeziehung der Linse in ein leicht erhöhtes Niveau einer Nebenkeule niederschlagen. Berechnungen der Gaußschen Koppeleffizienz ergaben Werte bis zu 90 Prozent, so daß die Spezifikationen bezüglich der Strahlungseigenschaften insgesamt erfüllt werden.

Das unkritische Verhalten der Struktur bezüglich parasitärer Strahlung ist auch anhand der Stromverteilung ersichtlich, die in Abbildung 8.22 dargestellt ist. Durch die oben erläuterte Auslegung des ZF-Filters treten an der Stelle des Leitungssprunges nur kleine magnetische Ströme auf, die Belegung der Ringantenne ist von guter Symmetrie. Zwar treten an der Spei-

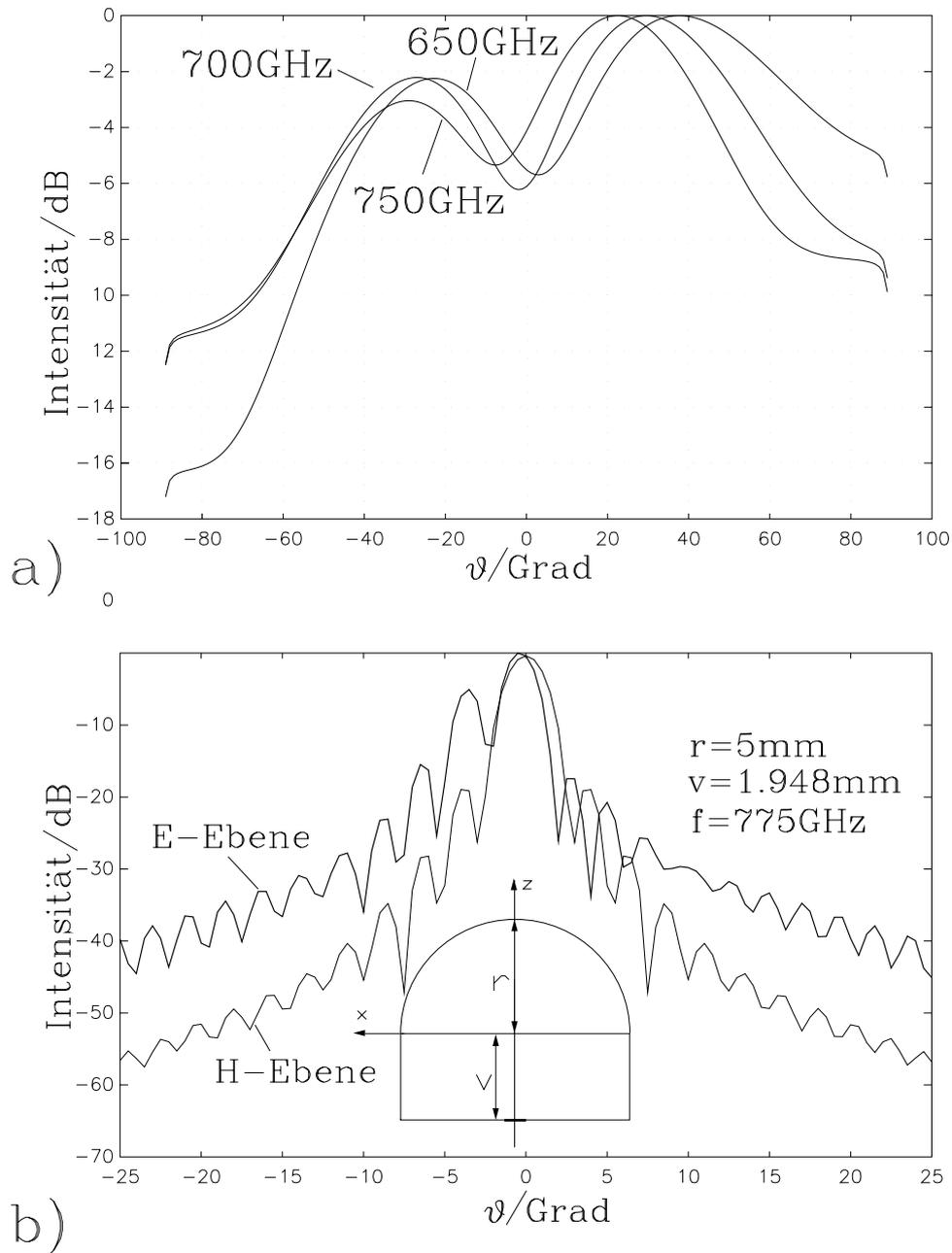
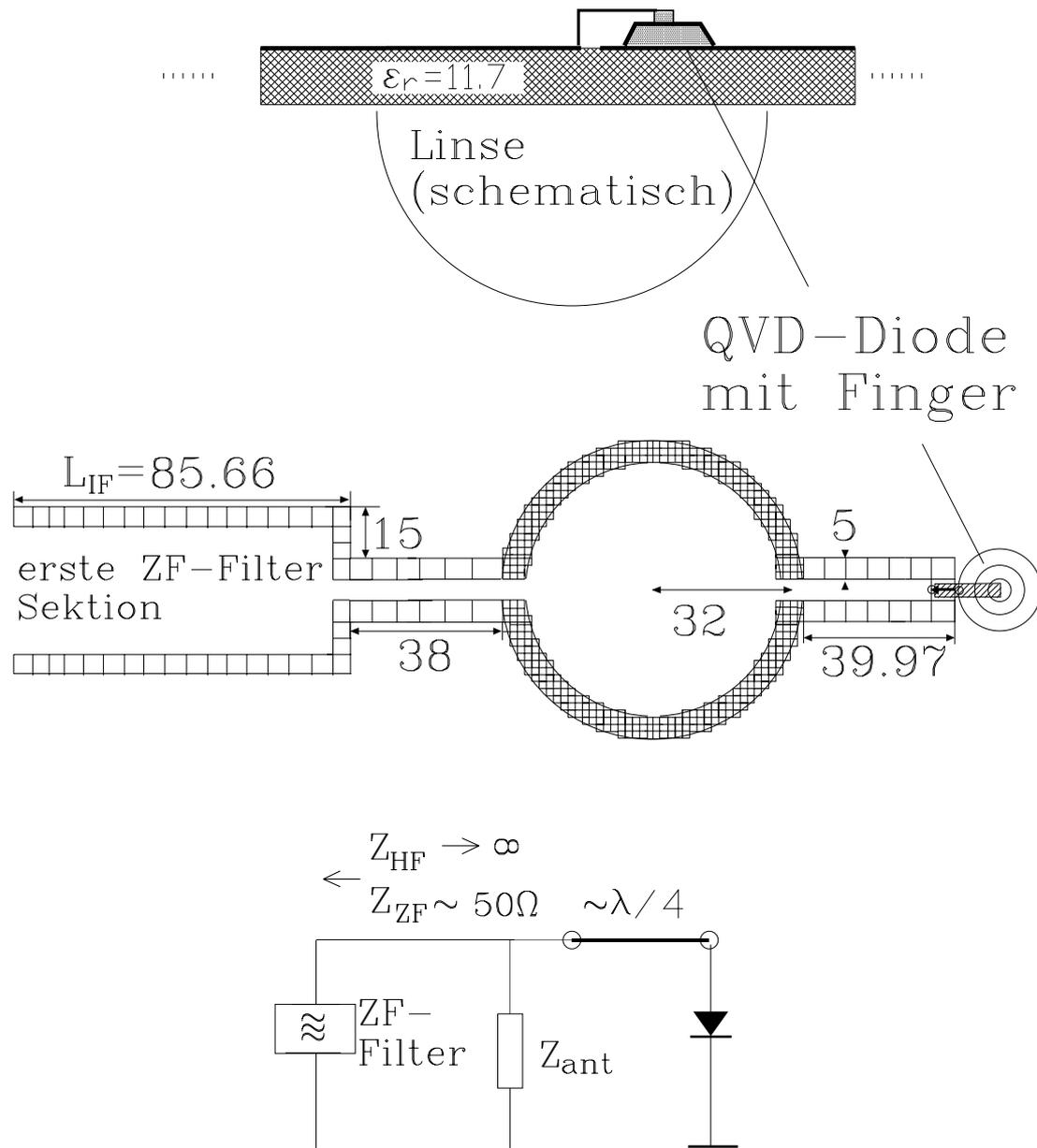


Abbildung 8.19: a): Degradiertes Richtdiagramm der Struktur Abbildung 8.18 a) innerhalb der Linse in Abhängigkeit der Frequenz. b): Resultierendes Richtdiagramm bei Verwendung einer synthetisierten elliptischen Linse (700 GHz)

Abbildung 8.20: Strukturkonzept mit Parallelschaltung der Komponenten (Angaben in μm)

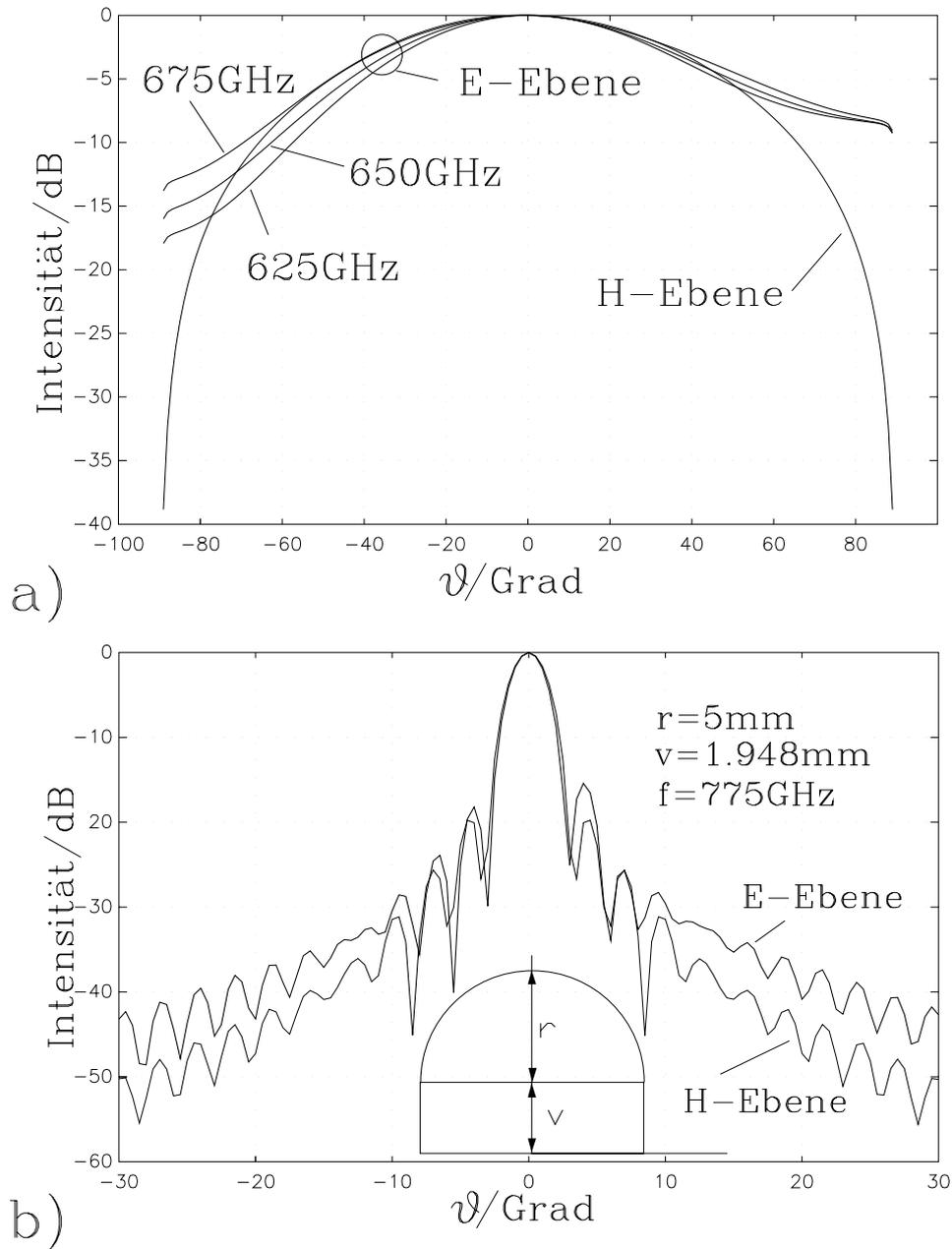


Abbildung 8.21: a): Richtdiagramm der Struktur Abbildung 8.20 innerhalb der Linse in Abhängigkeit der Frequenz. b): Resultierendes Richtdiagramm bei Verwendung einer synthetisierten elliptischen Linse (650 GHz)

stelle höhere Ströme quer zur Längsachse der Speiseleitung auf, doch ist ihre Ausdehnung jetzt auf die Breite der Speiseleitung begrenzt, was mit einer entsprechend geringen parasitären Strahlung verbunden ist.

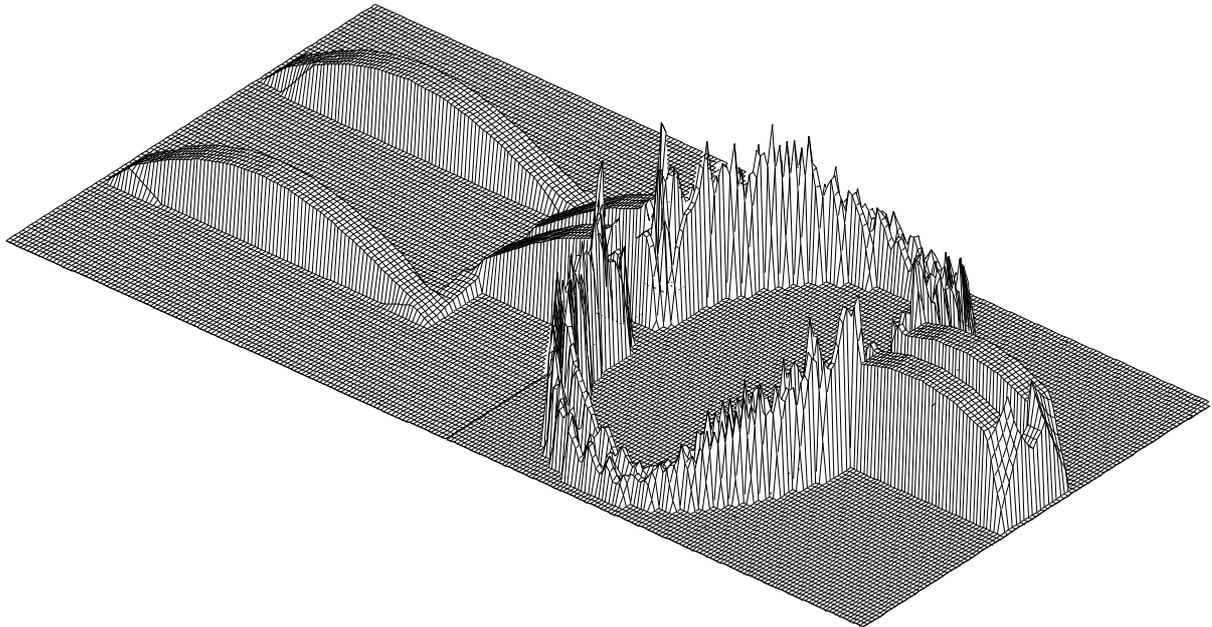


Abbildung 8.22: Magnetische Stromverteilung der Struktur Abbildung 8.20 bei 650 GHz

Von gleicher Wichtigkeit ist jedoch auch die Einhaltung einer brauchbaren Anpassung in der Region um 650 GHz bei einer maximalen Bandbreite von ca. 10 Prozent. Wie die Ergebnisse der Eingangsimpedanz im Frequenzbereich von 625 GHz bis 675 GHz Abbildung 8.23 zeigen, ergibt sich im Bereich um 650 GHz mit der gegebenen Dimensionierung eine ausreichend gute Anpassung, wenn von einer gewünschten Impedanz von ca. $(25-j25)\Omega$ ausgegangen wird.

Eine weitere wichtige Eigenschaft, die über die praktische Realisierbarkeit einer Konfiguration entscheidet, ist ihre Robustheit gegenüber leichten Änderungen geometrischer oder werkstofftechnischer Parameter. Zu diesem Zweck wurde die Eingangsimpedanz des ZF-Filters über die Länge L_{IF} des breiten Leitungssektors von $66.4\mu m$ bis $91\mu m$ variiert. Die sich daraus ergebende Ortskurve ist in Abbildung 8.24 dargestellt.

Trotz der relativ großen Längenvariation ergeben sich nur moderate Impedanzänderungen; darüber hinaus wird hier ersichtlich, daß sich die Eingangsimpedanz der Struktur, insbesondere der Betrag des Reflexionsfaktors, durch gezielte Änderungen des ZF-Filters zusätzlich abgleichen läßt.

Messungen an skalierten Modellen bestätigten die guten Eigenschaften der modifizierten Empfängerstruktur, so daß sich die Hauptproblematik bei der späteren Realisierung im 650 GHz Bereich auf die Fertigungstechnik verlagert. Hauptausschlaggebend sind hier die Herstellung von Dioden mit reproduzierbaren Eigenschaften und eine maßhaltige und homogene Herstellung der Masken.

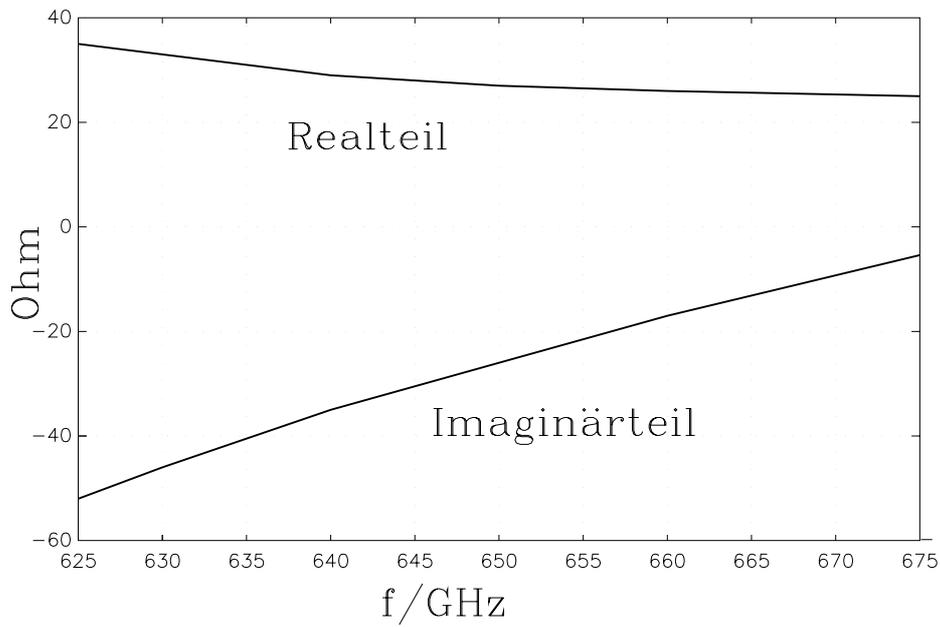


Abbildung 8.23: Frequenzabhängige Eingangsimpedanz der Struktur Abbildung 8.20

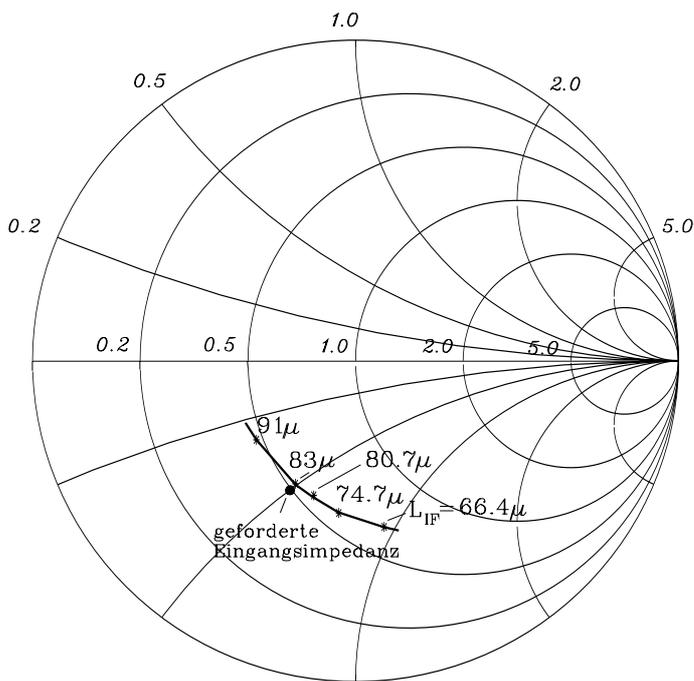


Abbildung 8.24: Veränderung der Eingangsimpedanz bei Variation der Länge L_{IP} in Abbildung 8.20

8.6 Koplanarstrukturen mit dreidimensionalen Komponenten

Die Entwicklung und Anwendung koplanarer Schaltungskonzepte hat in den letzten Jahren weiter deutlich zugenommen, da bei den immer höher werdenden Arbeitsfrequenzen und Packungsdichten die Vorteile der koplanaren Technik besonders zum Tragen kommen.

Wie schon im Kapitel Eigenwertanalyse gezeigt wurde, weist der koplanare Wellentyp durch die Feldkonzentration auf die Schlitzbereiche eine besonders geringe Dispersion auf, so daß er sich besonders für Signalübertragungen bei hohen Frequenzen eignet. Durch die Feldkonzentration fällt weiterhin die Anregung von Oberflächenwellen und die Verkopplung zu benachbarten Schaltungskomponenten sehr gering aus, so daß eine hohe Packungsdichte möglich ist. Quasikonzentrierte Bauelemente können sowohl in Serie als auch zur Massemetallisierung kontaktiert werden, ohne auf Durchbohrungen angewiesen zu sein. Das Einbringen aktiver Bauelemente wird ebenfalls erleichtert, da z.B. viele HF-Transistoren von ihrem internen Aufbau her besonders einfach in eine Koplanarstruktur eingebracht werden können. Durch die Variation von Schlitz- und Innenleiterbreite läßt sich ihr Wellenwiderstand in einem weiten Rahmen einstellen, ohne das Substratmaterial oder deren Dicke ändern zu müssen. Diese Vorteile der koplanaren Technik führten u.a. auch zu den im letzten Kapitel analysierten Schlitzantennen- und Koplanarstrukturen. Diese Strukturen haben als Besonderheit, daß sich deren Komponenten alle symmetrisch bezüglich des koplanaren Wellentyps verhalten und so keine Modenkonversionen vom koplanaren Wellentyp in die ungewollte, gekoppelte Schlitzleitungswelle auftreten können. Ein derartiger Aufbau ist bei allgemeinen koplanaren Strukturen in der Regel jedoch nicht möglich, da z.B. schon ein einfacher Leitungswinkel zu einer signifikanten Anregung der Schlitzleitungswelle führt. Eine Unterdrückung dieser Schlitzleitungswellen ist nur durch den Einsatz von dreidimensionalen Luftbrückenstrukturen möglich, welche durch Verbindung der Massemetallisierungen ohne Berührung des Mittelleiters potentialausgleichend wirken und damit einen möglichst guten Kurzschluß für die Schlitzleitungswelle bilden sollen. Die senkrechten Komponenten dieser Luftbrückenstrukturen können feldtheoretisch wieder besonders effizient mit Hilfe von Volumenströmen modelliert werden, welche direkt auf der Metallisierung der zugehörigen Blendenebene positioniert werden. Die horizontalen Komponenten werden über elektrische Flächenströme modelliert.

8.6.1 Analyse eines koplanaren Bandstopppfilters

Als Beispiel für eine Koplanarstruktur, welche den Einsatz von Luftbrücken zur Erzielung der gewünschten Übertragungscharakteristik zwingend erfordert, wurde ein Bandstopppfilter bestehend aus einer Kreuzverzweigung und zwei abgewinkelten Stichleitungen herangezogen (Abbildung 8.25). Diese Struktur wurde schon einmal in [17] meßtechnisch und mit Hilfe des lokalen Verfahrens der Finiten Differenzen im Zeitbereich (FDTD) untersucht. Als Spezifikationen sind für diese Struktur eine Stopffrequenz von 18 GHz und eine Durchlaßfrequenz von 36 GHz vorgegeben. Bezüglich der Zuleitungen verhält sich die Struktur

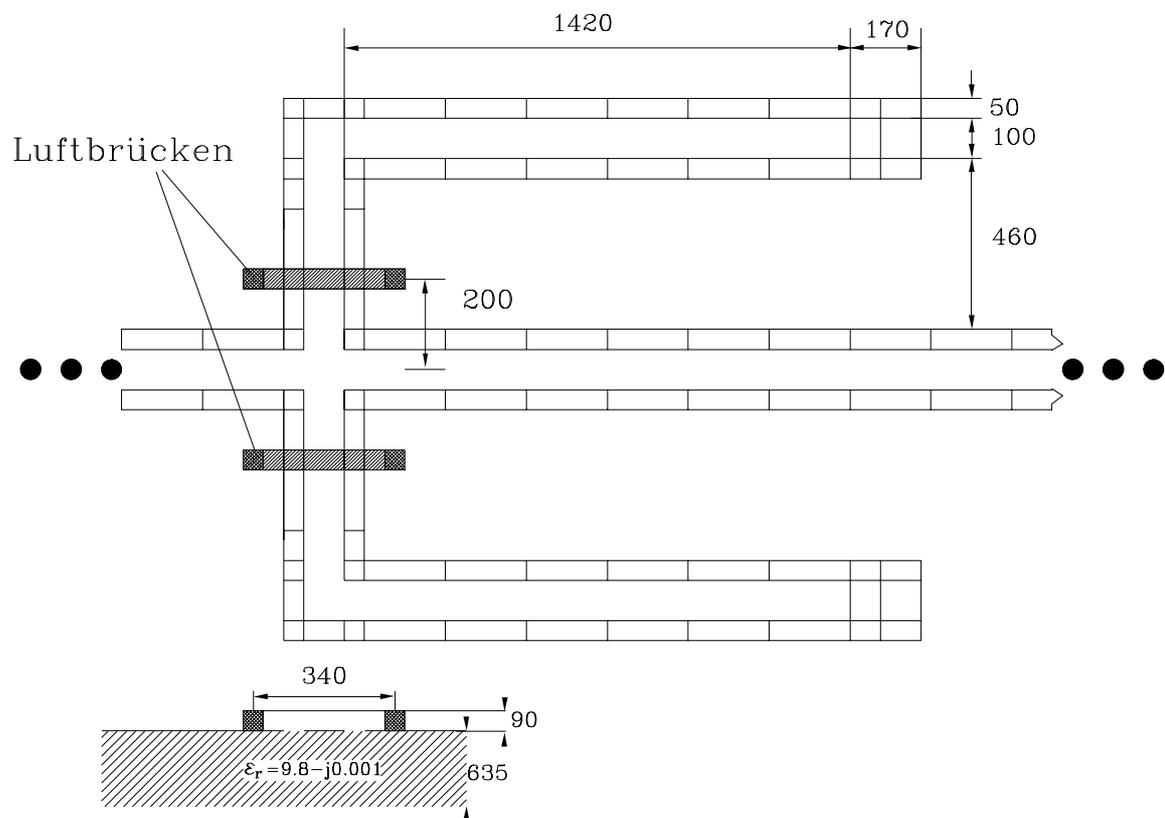


Abbildung 8.25: Geometrie und Diskretisierung eines koplanaren Bandstopfilters in hybrider Technik. (Angaben in μm)

symmetrisch bezüglich des koplanaren Wellentyps, so daß hier kein Einsatz von Drahtbrücken erforderlich ist. Die gekoppelte Schlitzleitungswelle kann jedoch auf den Stichleitungen signifikant angeregt werden.

Abbildung 8.26 zeigt zunächst die Analyse der Struktur ohne Verwendung von Drahtbrücken auf den Stichleitungen, wobei die Ergebnisse aus den Messungen und der FDTD-Analyse aus [17] und die Ergebnisse des vorliegenden Verfahrens gegenübergestellt werden. Man erkennt, daß keinerlei Ähnlichkeit mit dem geforderten Bandstoppverhalten vorhanden ist; insbesondere am Verlauf von $|S_{21}|$ zeigt sich ein mehr oder weniger ausgeprägter Allpaßcharakter. Dieses Verhalten liegt darin begründet, daß auf den Stichleitungen praktisch keine Koplanarwelle angeregt wird, sondern diese die Funktion einer Umwegleitung für jeweils eine einfache Schlitzleitungswelle annehmen, die sich hinter der Kreuzverzweigung wieder zu einer Koplanarwelle ergänzen.

Dieses Verhalten wird besonders anhand der Stromverteilung in Abbildung 8.27 deutlich: Im Bereich der Kreuzverzweigung tritt eine gleichphasige und unsymmetrische Anregung der Schlitze auf.

Die Simulationsergebnisse mit dem vorliegenden Verfahren liegen insbesondere bei höheren Frequenzen etwas näher an den Meßergebnissen als die FDTD-Simulation. Dies ist teilweise darauf zurückzuführen, daß bei der FDTD-Analyse keinerlei Verluste berücksichtigt werden, während mit dem vorliegenden Verfahren dielektrische Verluste einfließen und Abstrahlungsphänomene sehr genau erfaßt werden. Durch die starke Schlitzwellenanregung in den Stichleitungen wirken diese mit steigender Frequenz zunehmend als Schlitzantennen. Abstrahlungseffekte werden ab ca. 20 GHz signifikant, was bei den Berechnungen mit dem vorliegenden Verfahren durch eine deutliche Verletzung der Unitarität und erhöhter Oberflächenwellenpolbeiträge augenfällig wurde.

Die verbleibenden Unterschiede sind sehr wahrscheinlich, wie auch in [17] dargelegt, auf Meßschwierigkeiten wie u.a. eine mögliche Fehlanpassung des Meßaufbaus an das Impedanzniveau der Filterschaltung zurückzuführen.

Das Verhalten der Struktur ändert sich völlig, wenn zwei Luftbrücken auf die Stichleitungen in der Nähe der Kreuzverzweigung angebracht werden (Abbildung 8.28). Bis auf das Resonanzphänomen bei 26 GHz entspricht das Verhalten der Struktur jetzt den Spezifikationen. Die Stoppwirkung bei ca. 18 GHz wird von beiden Analyseverfahren sehr gut wiedergegeben. Das Resonanzphänomen bei ca. 26 GHz ist auf die nicht vollständige Unterdrückung der Schlitzleitungswelle zurückzuführen. So sind die Leitungswinkel der Stichleitungen noch nicht kompensiert, so daß an ihnen noch Modenkonzentrationen auftreten können.

Die magnetische Stromverteilung mit Luftbrücken ist in Abbildung 8.29 wiedergegeben. Deutlich ist der jetzt im wesentlichen vorherrschende koplanare Wellentyp zu erkennen.

Weitere Untersuchungen mit dem vorliegenden Verfahren haben gezeigt, daß die verwendeten Bonddrahtbrücken mit ihrer relativ großen Länge von $340\mu\text{m}$ nur eine mäßige, noch verbesserungswürdige Kurzschlußwirkung auf die Schlitzleitungswelle ausüben. Die genaue Ausbildung des Resonanzphänomens ist daher auch, wie der Vergleich der Messungen und der Simulationen zeigen, stark modellierungs- und parameterabhängig, insbesondere von den Verlustmechanismen, sie tritt aber bei allen drei Analysen auf. Da bei der FDTD-Simulation

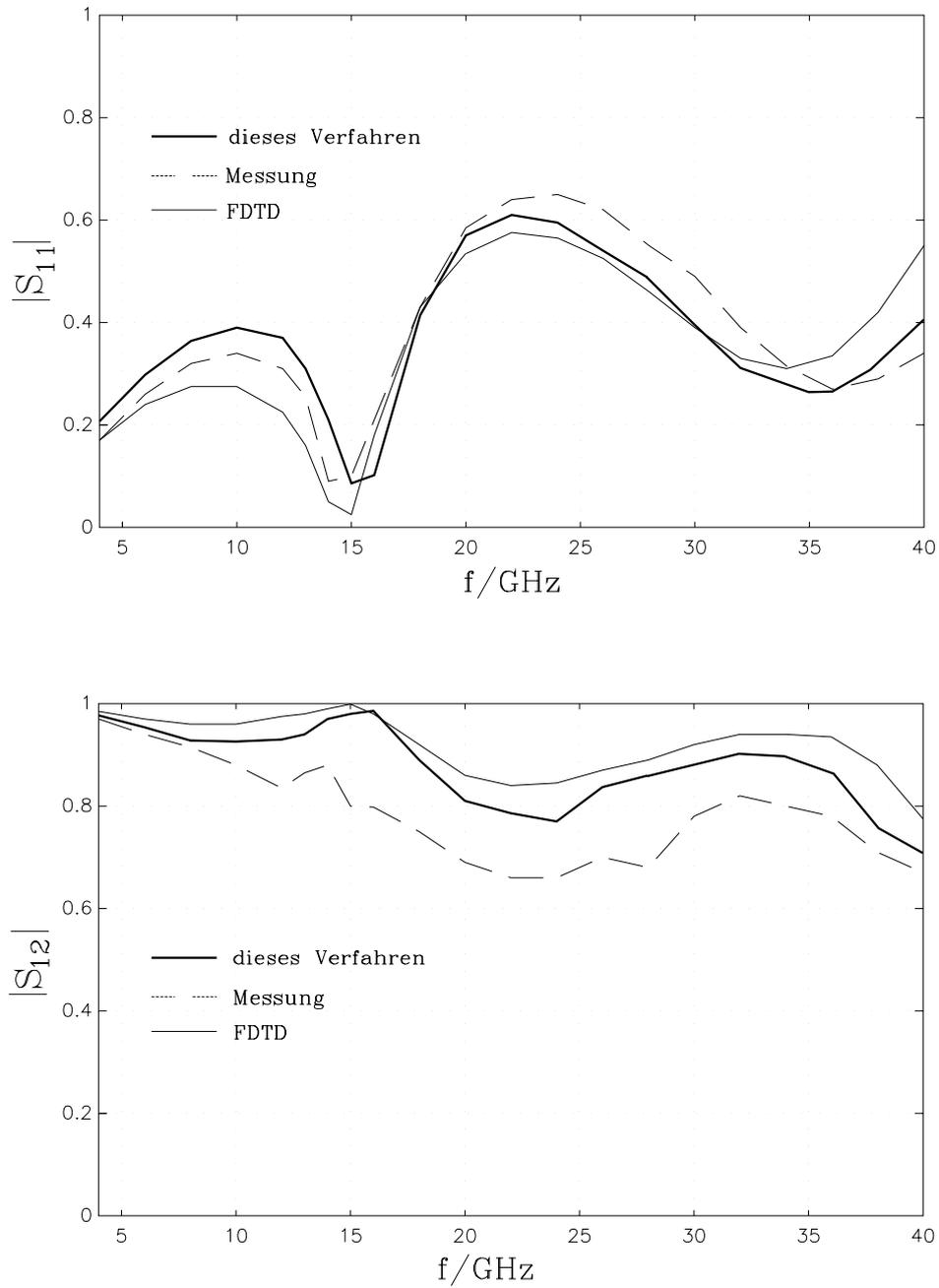


Abbildung 8.26: Streuparameter des koplanaren Bandstopfilters ohne Luftbrücken

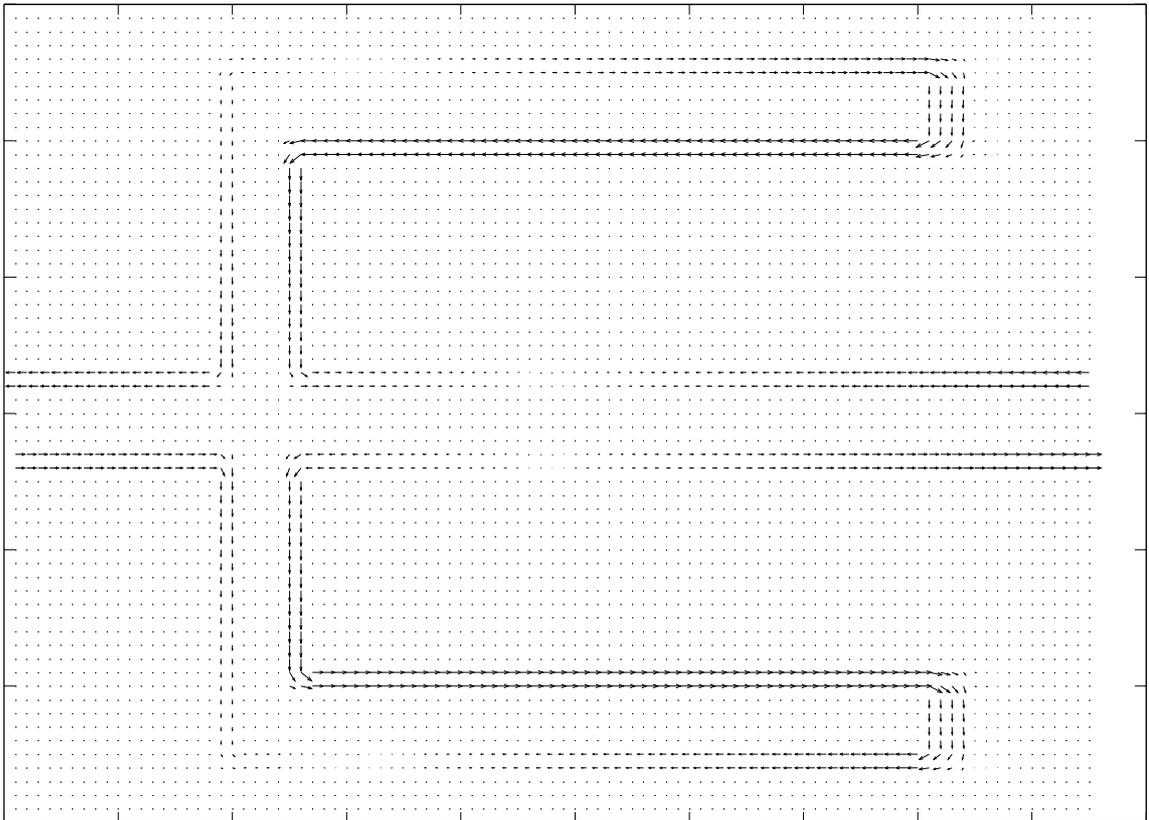


Abbildung 8.27: Magnetische Stromverteilung des koplanaren Bandstopfilters ohne Luftbrücken ($f=17$ GHz)

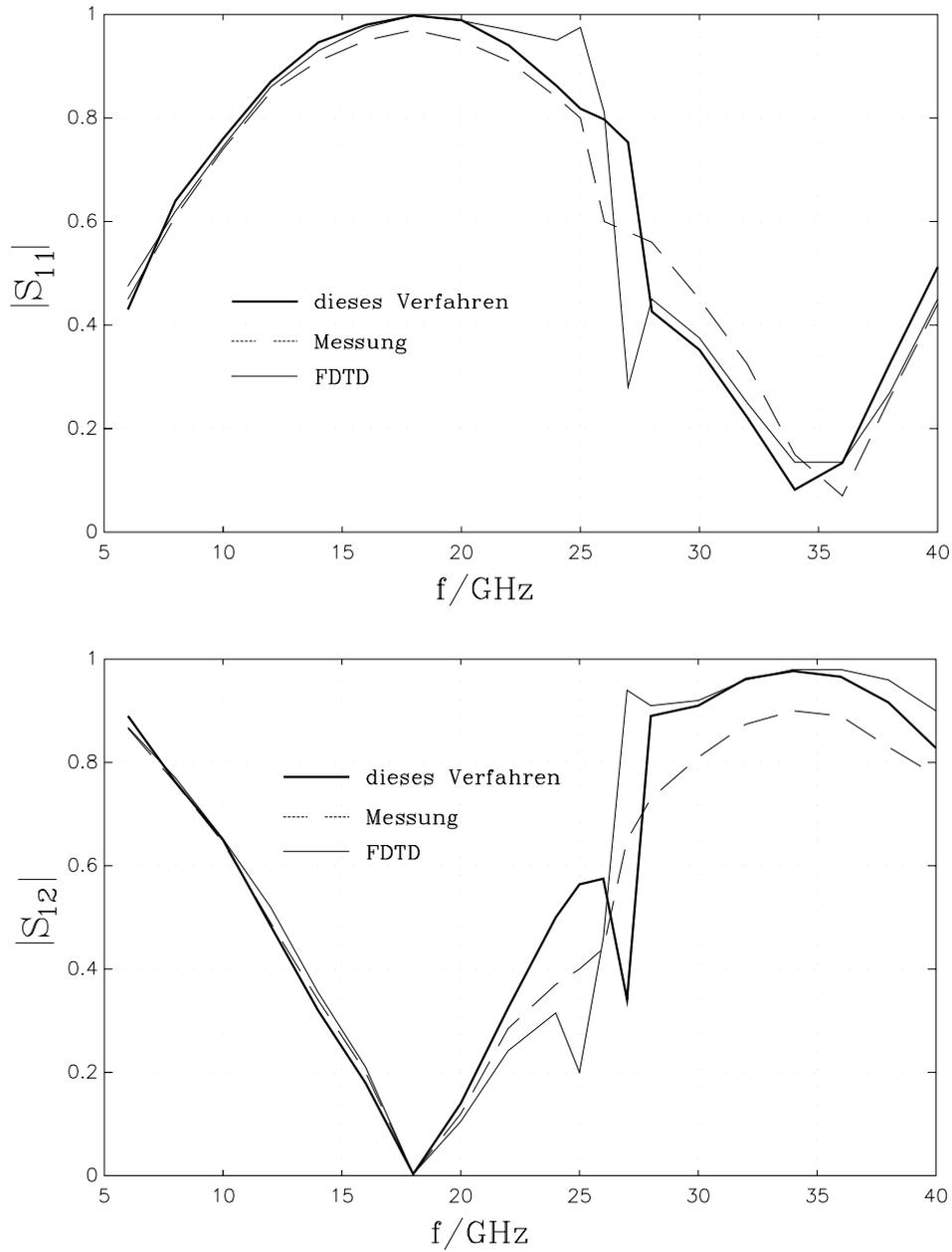


Abbildung 8.28: Streuparameter des koplanaren Bandstoppfilters mit Luftbrücken

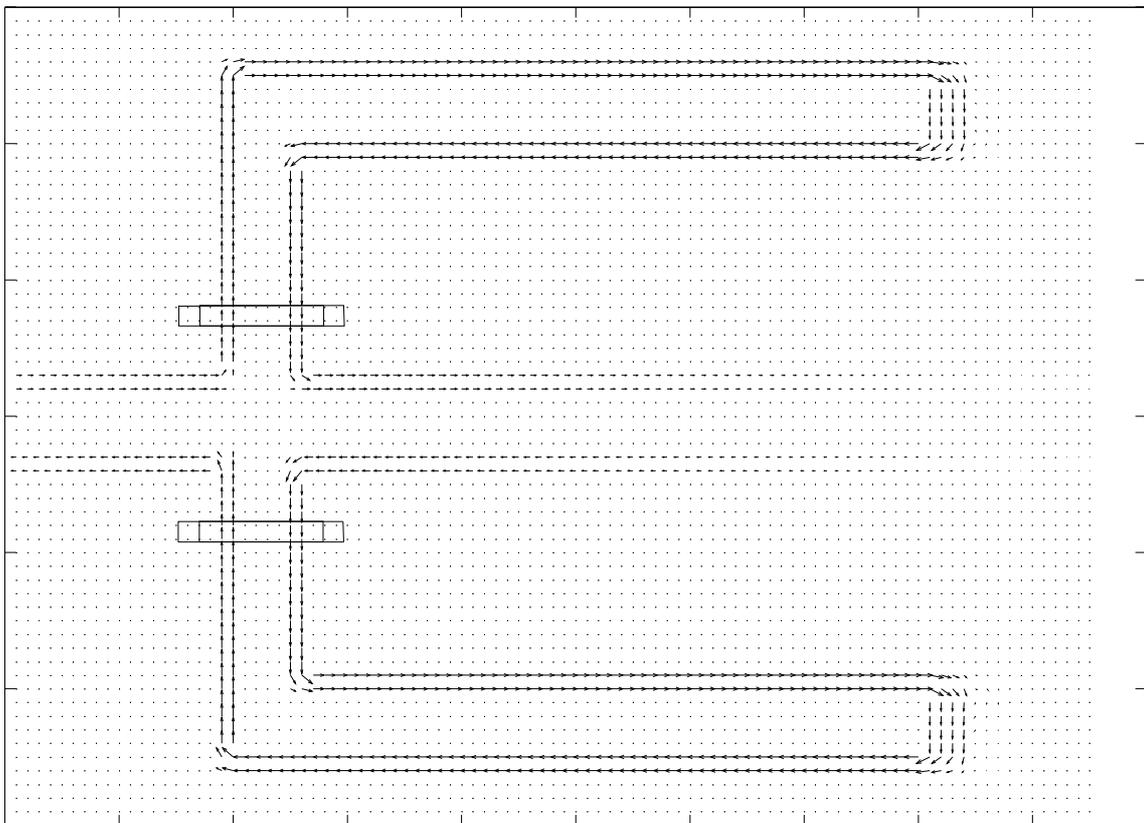


Abbildung 8.29: Magnetische Stromverteilung des koplanaren Bandstopfilters mit Luftbrücken ($f=10$ GHz)

keine Materialverluste berücksichtigt wurden, zeigt sich hier infolge der hohen Güte auch der schmalbandigste Verlauf mit starken Amplitudenvariationen.

Weitere Modellunterschiede bestehen in der Modellierung der Brücken. So wurde bei der FDTD-Simulation die Brücken aus unendlich dünnen, filamentartigen Drähten modelliert, während sie bei dem vorliegenden Verfahren aus quadratischen 50μ breiten Volumenströmen und ebenso breiten planaren Verbindungstreifen modelliert wurden.

Weitere Verbesserungen dieser Struktur zur Unterdrückung des parasitären Resonanzphänomens (Aufbau in monolithischer Technik) werden in [19] vorgestellt, sie wurden aber an dieser Stelle mangels genauer geometrischer Parameterangaben zunächst nicht weiter untersucht. Komponenten in monolithischer Technik bieten aber ein weites Feld für zukünftige Untersuchungen mit dem vorliegenden Verfahren. Sehr interessant sind hier z.B. Luftbrückenkonstruktionen mit zusätzlichen dielektrischen Materialien zwischen den Metallisierungsebenen zur Erzielung einer verbesserten Wellenwiderstandsanpassung für den koplanaren Wellentyp [149]. Zunehmende Verbreitung finden auch MIM-Koppler in koplanarer Technik. Die bei diesen Anwendungen notwendigen dielektrischen Komponenten können wiederum effektiv mit Polarisationsvolumenströmen modelliert werden.

Das Verhalten der vorliegenden Struktur zeigt, daß eine idealisierte Berücksichtigung von Luftbrücken wie z.B. in [135, 136] oder auf Segmentierungen beruhende CAD-Simulationen für eine Charakterisierung von asymmetrischen Koplanarschaltungen oft nicht ausreichend ist.

Demgegenüber ermöglicht das vorliegende Verfahren hier mit nur ca. 150 Basisfunktionen die Analyse der Struktur mit allen parasitären Effekten, wobei die Generierung der Systemmatrix weniger als 10 Sekunden pro Frequenzpunkt erfordert.

8.6.2 Modellierung von SMD-Bauelementen in koplanaren Strukturen

Wie die Anwendungen zeigen, erlaubt die gemischte Anwendung der elektrischen und magnetischen Feldintegralgleichung eine sehr effektive Charakterisierung von koplanaren Schaltungen mit dreidimensionalen Komponenten mit einem Minimum an Diskretisierungsaufwand. Die Anwendung der elektrischen Feldintegralgleichung auf Brückenstrukturen und Komponenten mit Mikrostripcharakter bietet hier die besondere Möglichkeit, unter Anwendung der Oberflächenimpedanzrandbedingung quasikonzentrierte Bauelemente in einer koplanaren Strukturumgebung feldtheoretisch exakt modellieren zu können. Dies sei exemplarisch anhand der Struktur in Abbildung 8.30 demonstriert. Die aus Darstellungsgründen relativ groß gewählte Brücke verbindet hier den Mittelleiter mit den beiden Massemetallisierungen. Auf der oberen Brückenmetallisierung können anschließend Linienimpedanzen angesetzt werden.

Abbildung 8.31 a) zeigt zunächst das Ergebnis ohne Linienimpedanzen, die Brücke wirkt als Kurzschluß für den koplanaren Wellentyp, wobei zu erkennen ist, daß die Brücke nur eine begrenzte Kurzschlußwirkung ausübt, da noch ein elektrisches Restfeld in der Ebene der Brücke auftritt. Abbildung 8.31 b) zeigt das Ergebnis mit zwei Linienimpedanzen von jeweils 100Ω . Durch das $\lambda_g/4$ -lange Leitungsstück hinter der Brücke herrscht nun in der Ebe-

ne der Brücke eine Impedanz von ca. 50Ω , durch die geringe Welligkeit des magnetischen Stromes vor der Brücke kann geschlossen werden, daß der Wellenwiderstand der Koplanarleitung ebenfalls in der Nähe von 50Ω liegt. Zur Simulation kleinerer SMD-Bauelemente können die vertikalen Komponenten und die Brückenhöhe entsprechend schmäler und geringer gewählt werden.

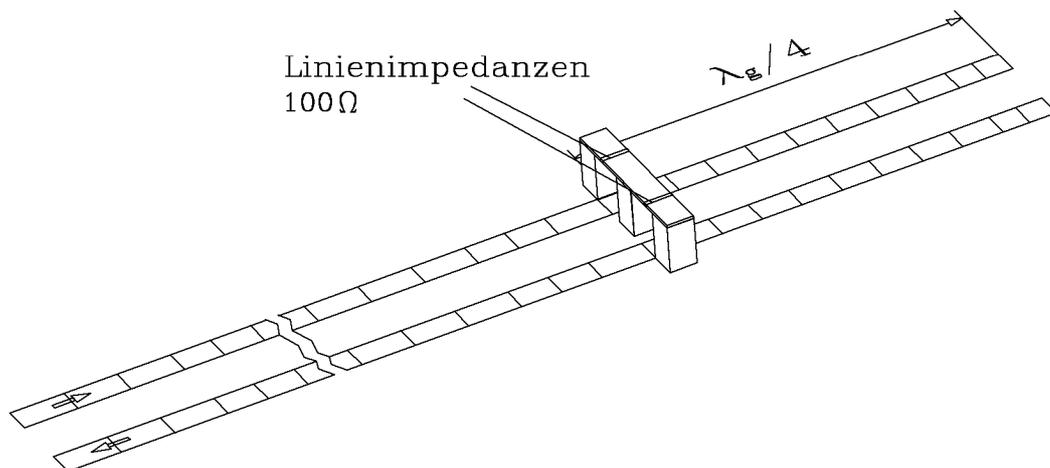


Abbildung 8.30: Luftbrückenstruktur mit Linienimpedanzen zur Simulation von SMD-Elementen in Koplanarschaltungen

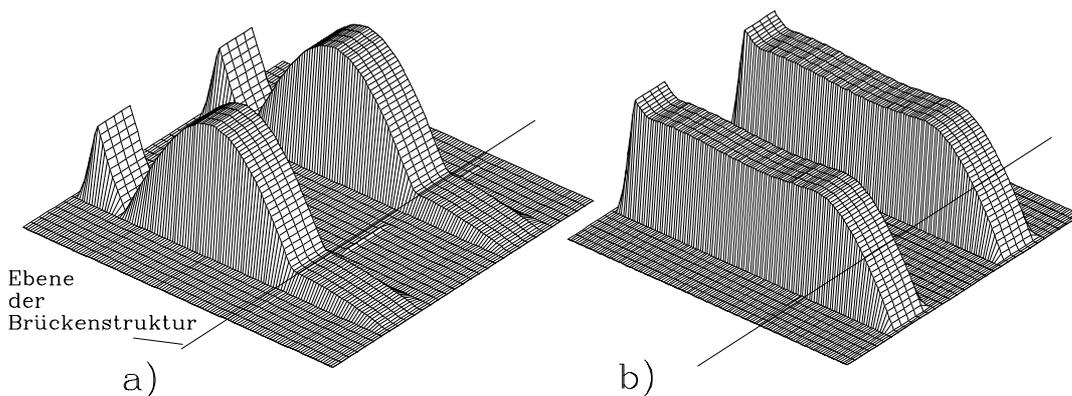


Abbildung 8.31: Stromverteilung auf der Struktur Abbildung 8.30 ($f=27\text{ GHz}$). a) Ohne Linienimpedanzen (Kurzschluß) b) Mit Linienimpedanzen von jeweils 100Ω

Kapitel 9

Zusammenfassung und Ausblick

Mit dem vorliegenden elektrodynamischen Berechnungsverfahren, welches auf einem Oberflächen/Volumenintegralgleichungsverfahren beruht, kann eine große Klasse von Schaltungsstrukturen und feldtheoretischer Problemstellungen innerhalb einer ebenen Schichtenumgebung modelliert werden. Durch die kombinierte Formulierung einer elektrischen Oberflächenintegralgleichung für planare Metallisierungen, einer magnetischen Feldintegralgleichung für Blenden- und Schlitzbereiche und einer Volumenintegralgleichung für vertikale Metallisierungen und zusätzlicher dielektrischer Strukturen kann jede Schaltungskomponente individuell mit einem Minimum an Diskretisierungsaufwand modelliert werden. Desweiteren konnte der für Integralgleichungsverfahren typisch hohe Aufwand für die Berechnung der Systemmatrix durch eine Reihe analytischer, numerischer und programmtechnischer Strategien entscheidend reduziert werden bei gleichzeitiger Erhöhung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit. Die Basis hierzu wird von einer in Kapitel 5 vorgestellten verallgemeinerten asymptotischen Integrandenentwicklung der resultierenden Spektralbereichsintegrale in Verbindung mit einer leistungsfähigen numerischen Integration sowie Strategien zur vollständig analytischen Generierung der asymptotischen Systemmatrix gebildet. Die Anwendung redundanzmindernder Verfahren wie einer Identitätsanalyse der Systemmatrix und adaptiver Datenbasisstrategien führen zu einer weiteren deutlichen Verringerung des numerischen Aufwandes. Die Effektivität dieser Verfahren ist typischerweise höher als die auf einer schnellen Fouriertransformation basierten kommerziellen Programmkonzepte mit dem weiteren entscheidenden Vorteil, nicht wie letztere auf bereichsweise gleichmäßige Diskretisierungsstrategien angewiesen zu sein.

Darüber hinaus stehen eine Reihe zusätzlicher Leistungsmerkmale, wie flexible, auf der Eigenwertanalyse der Zuleitungen basierende Anregungs- und Deembeddingverfahren, zugeschnittene Fernfeldanalysen und erweiterte Modellierungs- und Kontrollmechanismen zur Verfügung. Diese erlauben insbesondere die Analyse innovativer Konzepte und spezieller Problemstellungen, bei denen kommerzielle Programmkonzepte oft die Grenzen ihrer Anwendbarkeit zeigen. Stichworte sind hier Strukturen mit sehr dünnen und/oder sehr dicken Schichten, komplexere koplanare Strukturen, nachgeschaltete Simulationen, Modenkversionsanalysen, quasikonzentrierte Bauelemente und MIM-Komponenten etc..

Die in Kapitel 8 vorgestellten praktischen Problemstellungen stellen daher auch nur einen

kleinen Ausschnitt aus der Palette der Anwendungsmöglichkeiten dar, die das vorliegende Verfahren bietet.

Trotz der demonstrierten hohen Leistungsfähigkeit des vorgestellten Verfahrens sind noch in vielerlei Hinsicht Verbesserungsmöglichkeiten bezüglich erweiterter Modellierungsmöglichkeiten und Effizienzsteigerungen denkbar.

So wäre eine zusätzliche Implementierung von Basisfunktionen auf dreieckförmigen Teilbereichen [133] für eine erweiterte Modellierung von Strukturen mit krummlinigen Berandungen wünschenswert. Spektralbereichsformulierungen hierzu wurden schon einmal in [74, 72] vorgestellt. Hierzu müßten zunächst die Einbindungsmöglichkeiten in das bestehende analytische und numerische Instrumentarium untersucht werden.

Wesentliche Verbesserungsmöglichkeiten ergeben sich auch aus der zukünftigen Verwendung effizienter Lösungsverfahren für die entstehenden linearen Gleichungssysteme. Da der Aufwand bei den zur Zeit noch verwendeten direkten Lösern $\sim N^3$ mit der Anzahl N der Unbekannten steigt, wird der Aufwand zur Lösung des Gleichungssystems schon ab 300–400 Unbekannten zum dominierenden Zeitfaktor. Wie schon in [52] demonstriert, sind iterative Gleichungslöser besonders für Matrizen geeignet, die aus der Momentenmethode hervorgegangen sind [89]. Im Vergleich zu direkten Lösern steigt der Rechenaufwand bei einer Verwendung von iterativen Lösern nur noch $\sim N^2$ mit der Anzahl der Unbekannten an. Es bietet sich hier besonders die Implementierung iterativer Verfahren vom Typ der konjugierten Gradienten mit geeigneten Vorkonditionierern an.

Noch interessanter sind vor diesem Hintergrund die Entwicklungsmöglichkeiten sog. schneller Integralgleichungsverfahren. Ziel dieser Verfahren ist es, den Verfahrensaufwand, der in Verbindung mit iterativen Lösungsverfahren erreicht wird, noch weiter zu reduzieren, bis bestenfalls der Rechenaufwand nur noch linear mit der Anzahl der Unbekannten ansteigt.

Hier sind in letzter Zeit sog. diakoptische Lösungsverfahren in den Blickpunkt des Interesses gerückt, bei der eine Gesamtstruktur sukzessive in Teilstrukturen aufgespalten wird, welche zunächst isoliert mit der Momentenmethode analysiert werden. Die Lösungen bezüglich dieser Teilstrukturen werden anschließend unter Berücksichtigung von Stetigkeitsbedingungen und einer beschleunigten Verkopplungsanalyse zwischen den Teilstrukturen zu einer Gesamtlösung zusammengesetzt [150, 152, 151].

Die meisten Ansätze zu schnellen Integralgleichungsverfahren streben eine Verringerung des Aufwandes zur Ausführung der Matrix–Vektor Multiplikationen an, welche die Grundlage der iterativen Gleichungslöser bilden. Hier sind wiederum Ansätze zu nennen, die auf der Verwendung von schnellen Fouriertransformationen in Verbindung mit gleichmäßigen Strukturdiskretisierungen beruhen [3]. Weitere Möglichkeiten eröffnen die Fast Multipole Verfahren, die nicht auf die Anwendung gleichmäßiger Diskretisierungsstrategien angewiesen sind [24].

Am erfolgsversprechendsten erscheinen zur Zeit Ansätze, die direkt die Eigenschaften der Spektralbereichszerlegung für eine Entkopplung der Quellpunkt- und Aufpunktkoordinaten ausnutzen, so daß der Aufwand für eine Matrix–Vektormultiplikation nur noch linear mit der Anzahl der Unbekannten ansteigt [166]. Die Grundlage dieser Verfahren bildet die Aufsummierung der gewichteten Fouriertransformierten der gewählten Diskretisierungsbasis über

alle diskreten Wellenzahlen, so daß für jeden Iterationsschritt nur eine kleine Anzahl von verallgemeinerten Spektralbereichsausdrücken entsteht, die nach Multiplikation mit den Gemeinschen Dyaden und den Testfunktionen aufintegriert werden. Erste Untersuchungen haben ergeben, daß insbesondere das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Volumenstromkonzept zusammen mit einigen schon implementierten Datenbasisstrategien für eine Implementierung in ein solches schnelles Integralgleichungskonzept geeignet sind.

Anhang A

Liste der Greenschen Dyaden

A.1 Greensche Dyade für das magnetische Feld elektrischer Quellen

Der Aufpunkt liegt oberhalb des Quellpunktes ($i \geq j$, $z \geq z'$)

$$G_{Jxx}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z - z')}]}$$
 (A.1)

$$G_{Jxx}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z - z')}]}$$
 (A.2)

$$G_{Jxy}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z - z')}]}$$
 (A.3)

$$G_{Jxy}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z - z')}]}$$
 (A.4)

$$G_{Jxz}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_y}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z - z')}]}$$
 (A.5)

$$G_{Jxz}^{H,TE} = 0$$
 (A.6)

$$G_{Jyx}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{\Leftrightarrow k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z - z')}]}$$
 (A.7)

$$G_{Jyx}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z - z')}] \quad (\text{A.8})$$

$$G_{Jyy}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{\Leftrightarrow k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z - z')}] \quad (\text{A.9})$$

$$G_{Jyy}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z - z')}] \quad (\text{A.10})$$

$$G_{Jyz}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{\Leftrightarrow k_x}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z - z')}] \quad (\text{A.11})$$

$$G_{Jyz}^{H,TE} = 0 \quad (\text{A.12})$$

Der Aufpunkt liegt unterhalb des Quellpunktes ($i \leq j$, $z \leq z'$)

$$G_{Jxx}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{\Leftrightarrow k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.13})$$

$$G_{Jxx}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z - z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.14})$$

$$G_{Jxy}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{\Leftrightarrow k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.15})$$

$$G_{Jxy}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z - z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.16})$$

$$G_{Jxz}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_y}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.17})$$

$$G_{Jxz}^{H,TE} = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$G_{Jyx}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.19})$$

$$G_{Jyx}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.20})$$

$$G_{Jyy}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.21})$$

$$G_{Jyy}^{H,TE} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.22})$$

$$G_{Jyz}^{H,TM} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \frac{\Leftrightarrow k_x}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.23})$$

$$G_{Jyz}^{H,TE} = 0 \quad (\text{A.24})$$

A.2 Greensche Dyade für das elektrische Feld magnetischer Quellen

Der Aufpunkt liegt oberhalb des Quellpunktes ($i \geq j$, $z \geq z'$)

$$G_{Mzx}^{E,TM} = \frac{k_y}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.25})$$

$$G_{Mzx}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.26})$$

$$G_{zy,M}^{E,TM} = \frac{\Leftrightarrow k_x}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.27})$$

$$G_{Mzy}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.28})$$

$$G_{yx,M}^{E,TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.29})$$

$$G_{Myx}^{E,TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.30})$$

$$G_{Myy}^{E,TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}}$$

$$\hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.31})$$

$$G_{Myy}^{E,TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.32})$$

$$G_{Mxx}^{E,TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.33})$$

$$G_{Mxx}^{E,TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{\Leftrightarrow k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.34})$$

$$G_{Mxy}^{E,TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.35})$$

$$G_{Mxy}^{E,TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{\Leftrightarrow k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.36})$$

Der Aufpunkt liegt unterhalb des Quellpunktes ($i \leq j$, $z \leq z'$)

$$G_{Mzx}^{E,TM} = \frac{k_y}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.37})$$

$$G_{Mzx}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.38})$$

$$G_{Mzy}^{E,TM} = \frac{\Leftrightarrow k_x}{2k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.39})$$

$$G_{Mzy}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.40})$$

$$G_{yx,M}^{E,TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{\Leftrightarrow k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.41})$$

$$G_{Myx}^{E,TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{\Leftrightarrow k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.42})$$

$$G_{Myy}^{E, TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.43})$$

$$G_{Myy}^{E, TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.44})$$

$$G_{Mxx}^{E, TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.45})$$

$$G_{Mxx}^{E, TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{k_x k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.46})$$

$$G_{Mxy}^{E, TM} = \frac{k_{zj}}{k_{zi}} \frac{k_x^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.47})$$

$$G_{Mxy}^{E, TE} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{k_y^2}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.48})$$

A.3 Greensche Dyade für das elektrische Feld elektrischer Quellen

Der Aufpunkt liegt oberhalb des Quellpunktes ($i \geq j$, $z \geq z'$)

$$G_{Jxx}^{E, TM} = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.49})$$

$$G_{Jxx}^{E, TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega\mu_j k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.50})$$

$$G_{Jyy}^{E, TM} = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_y^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.51})$$

$$G_{Jyy}^{E, TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega\mu_j k_x^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}]$$

$$\hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.52})$$

$$G_{Jxy}^{E, TM} = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x k_y k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.53})$$

$$G_{Jyy}^{E, TE} = \frac{1}{2k_{zi}} \frac{\omega\mu_j k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.54})$$

$$G_{Jyx}^{E, TM} = G_{xy, J}^{E, TM} \quad (\text{A.55})$$

$$G_{Jyx}^{E, TE} = G_{xy, J}^{E, TE} \quad (\text{A.56})$$

$$G_{Jzz}^{E, TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega\epsilon_i} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \delta(z \Leftrightarrow z') \quad (\text{A.57})$$

$$G_{Jzz}^{E, TE} = 0 \quad (\text{A.58})$$

$$G_{Jxz}^{E, TM} = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x k_{zj}}{k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.59})$$

$$G_{Jyz}^{E, TM} = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_y k_{zj}}{k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.60})$$

$$G_{Jyz}^{E, TE} = 0 \quad (\text{A.61})$$

$$G_{zx, J}^{E, TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\epsilon_i} k_x e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.62})$$

$$G_{Jzx}^{E, TE} = 0 \quad (\text{A.63})$$

$$G_{zy, J}^{E, TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\epsilon_i} k_y e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.64})$$

$$G_{Jzy}^{E, TE} = 0 \quad (\text{A.65})$$

Der Aufpunkt liegt unterhalb des Quellpunktes ($i \leq j$, $z \leq z'$)

$$G_{Jxx}^{E, TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\epsilon_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.66})$$

$$G_{Jxx}^{E,TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega \mu_j k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.67})$$

$$G_{Jyy}^{E,TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega \epsilon_i} \frac{k_y^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.68})$$

$$G_{Jyy}^{E,TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega \mu_j k_x^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.69})$$

$$G_{Jxy}^{E,TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega \epsilon_i} \frac{k_x k_y k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.70})$$

$$G_{Jxy}^{E,TE} = \frac{1}{2k_{zi}} \frac{\omega \mu_j k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.71})$$

$$G_{Jyx}^{E,TM} = G_{xy,J}^{E,TM} \quad (\text{A.72})$$

$$G_{Jyx}^{E,TE} = G_{xy,J}^{E,TE} \quad (\text{A.73})$$

$$G_{Jzz}^{E,TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega \epsilon_i} \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega \epsilon_i} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \delta(z \Leftrightarrow z') \quad (\text{A.74})$$

$$G_{Jzz}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.75})$$

$$G_{Jxz}^{E,TM} = \frac{1}{2\omega \epsilon_i} \frac{k_x k_{zj}}{k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.76})$$

$$G_{Jxz}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.77})$$

$$G_{Jyz}^{E,TM} = \frac{1}{2\omega \epsilon_i} \frac{k_y k_{zj}}{k_{zi}} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.78})$$

$$G_{Jyz}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.79})$$

$$G_{Jzx}^{E,TM} = \frac{1}{2\omega \epsilon_i} k_x e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.80})$$

$$G_{Jzx}^{E,TE} = 0 \quad (\text{A.81})$$

$$G_{Jzy}^{E, TM} = \frac{1}{2\omega\epsilon_i} k_y e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z-z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j-z-z')}] \quad (\text{A.82})$$

$$G_{Jzy}^{E, TE} = 0 \quad (\text{A.83})$$

A.4 Greensche Dyade für das magnetische Feld magnetischer Quellen

Der Aufpunkt liegt oberhalb des Quellpunktes ($i \geq j, z \geq z'$)

$$G_{Mxx}^{H, TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega\epsilon_j k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.84})$$

$$G_{Mxx}^{H, TE} = \frac{1}{2\omega\mu_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.85})$$

$$G_{Myy}^{H, TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega\epsilon_j k_x^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.86})$$

$$G_{Myy}^{H, TE} = \frac{1}{2\omega\mu_i} \frac{k_y^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.87})$$

$$G_{Mxy}^{H, TM} = \frac{1}{2k_{zi}} \frac{\omega\epsilon_j k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \Gamma_i^{TM} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TM} [\hat{\Gamma}_j^{TM} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.88})$$

$$G_{Mxy}^{H, TE} = \frac{1}{2\omega\mu_i} \frac{k_x k_y k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} \Leftrightarrow e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.89})$$

$$G_{Myx}^{H, TM} = G_{xy, M}^{H, TM} \quad (\text{A.90})$$

$$G_{Myx}^{H, TE} = G_{xy, M}^{H, TE} \quad (\text{A.91})$$

$$G_{Mzx}^{H, TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\mu_i} k_x e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i-z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1}-d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1}-z-z')} + e^{-jk_{zj}(z-z')}] \quad (\text{A.92})$$

$$G_{Mzx}^{H, TM} = 0 \quad (\text{A.93})$$

$$G_{Mzy}^{H,TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\mu_i} k_y e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} e^{j2k_{zi}(d_i - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} \hat{T}_{i,j}^{TE} [\hat{\Gamma}_j^{TE} e^{-jk_{zj}(2d_{j-1} - z - z')} + e^{-jk_{zj}(z - z')}] \quad (\text{A.94})$$

$$G_{Mzy}^{H,TM} = 0 \quad (\text{A.95})$$

Der Aufpunkt liegt unterhalb des Quellpunktes ($i \leq j, z \leq z'$)

$$G_{Mxx}^{H,TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega\epsilon_j k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.96})$$

$$G_{Mxx}^{H,TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\mu_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z - z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.97})$$

$$G_{Myy}^{H,TM} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2k_{zi}} \frac{\omega\epsilon_j k_x^2}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.98})$$

$$G_{Myy}^{H,TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\mu_i} \frac{k_x^2 k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z - z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.99})$$

$$G_{Mxy}^{H,TM} = \frac{1}{2k_{zi}} \frac{\omega\epsilon_j k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 + \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TM} \hat{\Gamma}_i^{TM} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TM} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TM} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.100})$$

$$G_{Mxy}^{H,TE} = \frac{\Leftrightarrow 1}{2\omega\mu_i} \frac{k_x k_y k_{zj}}{k_x^2 + k_y^2} e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z - z')} \Leftrightarrow \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.101})$$

$$G_{Myx}^{H,TM} = G_{xy,M}^{H,TM} \quad (\text{A.102})$$

$$G_{yx,M}^{H,TE} = G_{xy,M}^{H,TE} \quad (\text{A.103})$$

$$G_{Mzx}^{H,TE} = \frac{1}{2\omega\mu_i} k_x e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.104})$$

$$G_{Mzx}^{H,TM} = 0 \quad (\text{A.105})$$

$$G_{Mzy}^{H,TE} = \frac{1}{2\omega\mu_i} k_y e^{-j(k_x x' + k_y y')} \frac{1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - z')}}{1 \Leftrightarrow \Gamma_i^{TE} \hat{\Gamma}_i^{TE} e^{-j2k_{zi}(d_{i-1} - d_i)}} T_{i,j}^{TE} [e^{jk_{zj}(z - z')} + \Gamma_j^{TE} e^{jk_{zj}(2d_j - z - z')}] \quad (\text{A.106})$$

$$G_{Mzy}^{H,TM} = 0 \quad (\text{A.107})$$

Anhang B

5-Komponentenfelder

Bei einer Aufspaltung einer Feldverteilung in einem TM- und TE- Anteil bezüglich der z-Achse, erhält man im Orts- und Spektralbereich:

TM-Anteile:

$$\begin{aligned}
 \vec{H}_z^{TM}(\vec{r}) &= 0 \\
 \vec{E}_x^{TM}(\vec{r}) &= \frac{1}{k^2 \Leftrightarrow k_z^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \vec{E}_z^{TM}(\vec{r}) \quad , \quad \vec{E}_y^{TM}(\vec{r}) = \frac{1}{k^2 \Leftrightarrow k_z^2} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \vec{E}_z^{TM}(\vec{r}) \\
 \vec{H}_x^{TM}(\vec{r}) &= \frac{j\omega\epsilon}{k_x^2 + k_y^2} \frac{\partial}{\partial y} \vec{E}_z^{TM}(\vec{r}) \quad , \quad \vec{H}_y^{TM}(\vec{r}) = \frac{\Leftrightarrow j\omega\epsilon}{k_x^2 + k_y^2} \frac{\partial}{\partial x} \vec{E}_z^{TM}(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_z^{TM}(k_x, k_y, z) &= [A(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + B(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\
 \vec{H}_x^{TM}(k_x, k_y, z) &= \frac{\Leftrightarrow \omega\epsilon k_y}{k_x^2 + k_y^2} [A(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + B(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\
 \vec{E}_y^{TM}(k_x, k_y, z) &= \frac{\Leftrightarrow k_y k_z}{k_x^2 + k_y^2} [A(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} \Leftrightarrow B(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\
 \vec{H}_y^{TM}(k_x, k_y, z) &= \frac{\omega\epsilon k_x}{k_x^2 + k_y^2} [A(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + B(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\
 \vec{E}_x^{TM}(k_x, k_y, z) &= \frac{\Leftrightarrow k_x k_z}{k_x^2 + k_y^2} [A(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} \Leftrightarrow B(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}]
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

TE-Anteile

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_z^{TE}(\vec{r}) &= 0 \\
 \vec{E}_x^{TE}(\vec{r}) &= \frac{\Leftrightarrow j\omega\mu}{k_x^2 + k_y^2} \frac{\partial}{\partial y} \vec{H}_z^{TE}(\vec{r}) \quad , \quad \vec{E}_y^{TE}(\vec{r}) = \frac{j\omega\mu}{k_x^2 + k_y^2} \frac{\partial}{\partial x} \vec{H}_z^{TE}(\vec{r})
 \end{aligned}$$

$$\vec{H}_x^{TE}(\vec{r}) = \frac{1}{k^2 \Leftrightarrow k_z^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \vec{H}_z^{TE}(\vec{r}) , \vec{H}_y^{TE}(\vec{r}) = \frac{1}{k^2 \Leftrightarrow k_z^2} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \vec{H}_z^{TE}(\vec{r}) \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_z^{TE}(k_x, k_y, z) &= [C(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + D(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\ \vec{E}_x^{TE}(k_x, k_y, z) &= \frac{\omega \mu k_y}{k_x^2 + k_y^2} [C(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + D(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\ \vec{H}_y^{TE}(k_x, k_y, z) &= \frac{\Leftrightarrow k_y k_z}{k_x^2 + k_y^2} [C(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} \Leftrightarrow D(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\ \vec{E}_y^{TE}(k_x, k_y, z) &= \frac{\Leftrightarrow \omega \mu k_x}{k_x^2 + k_y^2} [C(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} + D(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \\ \vec{H}_x^{TE}(k_x, k_y, z) &= \frac{\Leftrightarrow k_x k_z}{k_x^2 + k_y^2} [C(k_x, k_y)e^{jk_z(z-z')} \Leftrightarrow D(k_x, k_y)e^{-jk_z(z-z')}] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Anhang C

Orts- und Spektralbereichsdarstellungen der Basisfunktionen

C.1 Planare Teilbereichsfunktionen

Für die Diskretisierung planarer Schaltungsbereiche stehen zwei Klassen von Basisfunktionen zur Verfügung.

Die mathematische Beschreibung der ersten Klasse von Basisfunktionen, welche eine stückweise konstante Approximation quer zur Stromrichtung erlauben, lautet für eine x-gerichtete Basisfunktion:

Im Ortsbereich

$$\vec{f}_m^s(x, y, z) = \left[\left(\frac{1}{w_{xlm}}(x \Leftrightarrow x_m) + 1 \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) + w_{xlm}/2}{w_{xlm}/2} \right) + \left(1 \Leftrightarrow \frac{1}{w_{xrm}}(x \Leftrightarrow x_m) \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) \Leftrightarrow w_{xrm}/2}{w_{xrm}/2} \right) \right] \text{rect} \left(\frac{1}{w_{ym}/2}(y \Leftrightarrow y_m) \right) \delta(z \Leftrightarrow z_m) \vec{e}_x \quad (\text{C.1})$$

Im Spektralbereich

$$\vec{F}_m^s(k_x, k_y, z) = \frac{1}{w_{xlm}w_{xrm}k_x^2} (w_{xm} \Leftrightarrow w_{xrm} e^{jw_{xlm}k_x} \Leftrightarrow w_{xlm} e^{-jw_{xrm}k_x}) \cdot w_{ym} \text{si} \left(k_y \frac{w_{ym}}{2} \right) \delta(z \Leftrightarrow z_m) e^{jk_x x_m} e^{jk_y y_m} \vec{e}_x \quad (\text{C.2})$$

Für Basisfunktionen mit y-Orientierung ist w_{xlm} , w_{xrm} , w_{ym} gegen w_{ylm} , w_{yrm} , w_{xm} auszutauschen, zusätzlich ist im Ortsbereich x gegen y und im Spektralbereich k_x gegen k_y auszutauschen.

Die mathematische Beschreibung der Basisfunktionen für stückweise lineare Approximation quer zur Stromrichtung lautet bei x-Orientierung:

Im Ortsbereich

$$\vec{f}_m^l(x, y, z) = \left[\left(\frac{1}{w_{xlm}}(x \Leftrightarrow x_m) + 1 \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) + w_{xlm}/2}{w_{xlm}/2} \right) + \left(1 \Leftrightarrow \frac{1}{w_{xrm}}(x \Leftrightarrow x_m) \right) \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m) \Leftrightarrow w_{xrm}/2}{w_{xrm}/2} \right) \right] (1 \pm (y \Leftrightarrow y_m)/w_{ym}) \text{rect} \left(\frac{(y \Leftrightarrow y_m) \pm w_{ym}/2}{w_{ym}/2} \right) \delta(z \Leftrightarrow z_m) \vec{e}_x \quad (\text{C.3})$$

mit Vorzeichen '+' für Funktionen mit linken Kanten in Stromrichtung und '↔' für rechte Kanten.

Im Spektralbereich

$$\vec{F}_m^l(k_x, k_y, z) = \frac{1}{w_{xlm}w_{xrm}k_x^2} (w_{xm} \Leftrightarrow w_{xrm} e^{jw_{xlm}k_x} \Leftrightarrow w_{xlm} e^{-jw_{xrm}k_x}) \cdot \frac{1}{w_{ym}k_y^2} (e^{\pm jk_y w_{ym}} \mp jw_{ym}k_y \Leftrightarrow 1) \delta(z \Leftrightarrow z_m) e^{jk_x x_m} e^{jk_y y_m} \vec{e}_x \quad (\text{C.4})$$

mit dem oberen Vorzeichen von \pm, \mp für Funktionen mit linken Kanten in Stromrichtung und den unteren Vorzeichen für rechte Kanten.

Für y-orientierte Basisfunktionen ist neben den für die erste Klasse gültigen Austauschregeln zusätzlich \pm gegen \mp auszutauschen. Die Kennzeichnung bezüglich eines elektrischen oder magnetischen Flächenstromes erfolgt über die Zuweisung an eine elektrische Flächenstromebene le oder Blendenebene lb .

C.2 Basisfunktionen für Volumenströme

Im Ortsbereich

$$\vec{f}_{lv}^l(x, y, z) = \text{rect} \left(\frac{(x \Leftrightarrow x_m)}{w_x/2} \right) \text{rect} \left(\frac{(y \Leftrightarrow y_m)}{w_y/2} \right) \text{rect} \left(\frac{(z \Leftrightarrow \Delta z/2 \Leftrightarrow z_{lv})}{\Delta z/2} \right) \vec{e}_z \quad (\text{C.5})$$

Im Spektralbereich

$$\vec{F}_{mV}^l(k_x, k_y, z) = w_x \text{si} \left(k_x \frac{w_x}{2} \right) w_y \text{si} \left(k_y \frac{w_y}{2} \right) \text{rect} \left(\frac{(z \Leftrightarrow \Delta z/2 \Leftrightarrow z_{lv})}{\Delta z/2} \right) e^{jk_x x_m} e^{jk_y y_m} \vec{e}_z \quad (\text{C.6})$$

Anhang D

Zur analytischen Lösung der asymptotischen Anteile

Im folgenden sind die in der Gl.(5.64) auftretenden Koeffizienten aufgelistet:

μ, ν	$C_{1\mu}$	$C_{2\mu}$	$C_{3\nu}$
1	$\Leftrightarrow w_{xm} \cdot w_{xrn}$	$\Leftrightarrow (w_{xln} + \Delta x) \cos \varphi$	$(\frac{w_{yn} - w_{ym}}{2} + \Delta y) \sin \varphi$
2	$\Leftrightarrow w_{xlm} \cdot w_{xn}$	$\Leftrightarrow (w_{xrm} + \Delta x) \cos \varphi$	$(\Leftrightarrow \frac{w_{ym} + w_{yn}}{2} + \Delta y) \sin \varphi$
3	$\Leftrightarrow w_{xm} \cdot w_{xln}$	$(w_{xrm} + \Delta x) \cos \varphi$	$(\frac{w_{ym} - w_{yn}}{2} \Leftrightarrow \Delta y) \sin \varphi$
4	$\Leftrightarrow w_{xrm} \cdot w_{xn}$	$(w_{xlm} + \Delta x) \cos \varphi$	$(\frac{w_{ym} + w_{yn}}{2} + \Delta y) \sin \varphi$
5	$w_{xrm} \cdot w_{xrn}$	$(w_{xlm} \Leftrightarrow w_{xln} + \Delta x) \cos \varphi$	
6	$w_{xlm} \cdot w_{xln}$	$(w_{xrn} \Leftrightarrow w_{xrm} + \Delta x) \cos \varphi$	
7	$w_{xlm} \cdot w_{xrn}$	$(\Leftrightarrow w_{xrm} \Leftrightarrow w_{xln} + \Delta x) \cos \varphi$	
8	$w_{xrm} \cdot w_{xln}$	$(w_{xlm} + w_{xrn} + \Delta x) \cos \varphi$	
9	$w_{xm} \cdot w_{xn}$	$\Delta x \cos \varphi$	

sowie $K_{nm}^{xx} = 1/(w_{xlm}w_{xrm}w_{xln}w_{xrn})$, $\Delta x = x_n \Leftrightarrow x_m$, $\Delta y = y_n \Leftrightarrow y_m$.

Mit der Darstellung Gl.(5.76) und weiteren Anwendungen von Additionstheoremen erhält man analytische Lösung bez. der Integration über k_ρ :

$$Z_{nm}^{xx,A} = \frac{1}{\pi^2} \frac{K_{nm}^{xx}}{\cos^4 \varphi \sin^2 \varphi} \sum_{\mu=1}^9 \frac{\pi}{4} C_{1\mu} \sum_{\nu=1}^4 (\Leftrightarrow 1)^{\nu-1} \left(D_4 \cdot G_{Jxx}^{E, TM, A} [CP_{\mu\nu}^3 \text{sgn}(CP_{\mu\nu}) + CM_{\mu\nu}^3 \text{sgn}(CM_{\mu\nu})] + D_6 \cdot G_{Jxx}^{E, TE, A} [CP_{\mu\nu}^5 \text{sgn}(CP_{\mu\nu}) + CM_{\mu\nu}^5 \text{sgn}(CM_{\mu\nu})] \right) \quad (\text{D.1})$$

mit $D_4 = 1/6$ und $D_6 = \Leftrightarrow 1/120$ nach Gl.(5.69)

und den Abkürzungen

$$CP_{\mu\nu} = C_{2\mu} + C_{3\nu}, \quad CM_{\mu\nu} = C_{2\mu} \Leftrightarrow C_{3\nu}. \quad (\text{D.2})$$

Desweiteren sei noch die analytische Lösung für eine x-orientierte Entwicklungsfunktion mit einer y-orientierten Testfunktion angegeben:

$$Z_{nm}^{xy,A} = \frac{1}{\pi^2} \frac{K_{nm}^{xy}}{\cos^3 \varphi \sin^3 \varphi} \sum_{\mu=1}^6 \frac{\pi}{4} C_{1\mu} \sum_{\nu=1}^6 V_{\nu} \left(D_4 \cdot G_{Jxy}^{E,TM,A} \left[CP_{\mu\nu}^3 \text{sgn}(CP_{\mu\nu}) + \right. \right. \\ \left. \left. + CM_{\mu\nu}^3 \text{sgn}(CM_{\mu\nu}) \right] + D_6 \cdot G_{Jxy}^{E,TE,A} \left[CP_{\mu\nu}^5 \text{sgn}(CP_{\mu\nu}) + CM_{\mu\nu}^5 \text{sgn}(CM_{\mu\nu}) \right] \right) \quad (\text{D.3})$$

mit den Koeffizienten $K_{nm}^{xy} = 1/(w_{xlm}w_{xrm}w_{yln}w_{yrn})$ und $C_{1\mu}, C_{2\mu}$:

μ	$C_{1\mu}$	$C_{2\mu}$
1	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{xrm}$	$(\Delta x + \frac{1}{2} w_{xn} + w_{xlm}) \cos \varphi$
2	$\frac{1}{2} w_{xrm}$	$(\Delta x \Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{xn} + w_{xlm}) \cos \varphi$
3	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{xm}$	$(\Leftrightarrow \Delta x + \frac{1}{2} w_{xn}) \cos \varphi$
4	$\frac{1}{2} w_{xm}$	$(\Delta x + \frac{1}{2} w_{xn}) \cos \varphi$
5	$\frac{1}{2} w_{xlm}$	$(\Leftrightarrow \Delta x + \frac{1}{2} w_{xn} + w_{xrm}) \cos \varphi$
6	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{xlm}$	$(\Leftrightarrow \Delta x \Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{xn} + w_{xrm}) \cos \varphi$

und $C_{3\nu}$:

ν	$C_{3\nu}$	ν	$C_{3\nu}$
1	$(\Delta y + \frac{1}{2} w_{yn} + w_{ylm}) \sin \varphi$	4	$(\Delta y + \frac{1}{2} w_{yn}) \sin \varphi$
2	$(\Delta y \Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{yn} + w_{ylm}) \sin \varphi$	5	$(\Delta y \Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{yn} \Leftrightarrow w_{yrm}) \sin \varphi$
3	$(\Delta y \Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{ym}) \sin \varphi$	6	$(\Delta y + \frac{1}{2} w_{yn} \Leftrightarrow w_{yrm}) \sin \varphi$

sowie den Vorfaktoren:

ν	V_{ν}	ν	V_{ν}
1	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{yrm}$	4	$\frac{1}{2} w_{ym}$
2	$\frac{1}{2} w_{yrm}$	5	$\frac{1}{2} w_{ylm}$
3	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} w_{ym}$	6	$\frac{1}{2} w_{ylm}$

Die Bildung der $CP_{\mu\nu}, CM_{\mu\nu}$ erfolgt wiederum mit Gl.(D.2).

Literaturverzeichnis

- [1] Janhsen, A., Berechnung planarer Mikrowellschaltungen mit Integralgleichungsverfahren und Bilineartransformation, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1992.
- [2] Bossavit, A., Solving Maxwell Equations in a Closed Cavity, And The Question of Spurious Modes, IEEE Trans. on Magnetics, Vol.26, NO. 2, March 1990, S. 702–705.
- [3] Basterrecha, J., Catedra, M., F., Electromagnetic analysis of complex microstrip structures using a CG-FFT scheme. IEEE MTT-S Digest 1993, pp. 528–530
- [4] Richmond, J. H., Radiation and Scattering of Thin Wire Structures in the Complex Frequency Domain, NASA Contractor Report CR-2396, May 1974.
- [5] Vaupel, T., Untersuchungen zu frequenzselektiven planaren Schirmen, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1992.
- [6] Vaupel, T., Untersuchung zur Konvergenz einer hochauflösenden Spektralbereichsanalyse, Studienarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1989.
- [7] Vaupel, T., Hansen, V., Improved Spectral Domain Analysis Based On Complete Analytical Solutions of the Asymptotic System Matrix, International Symposium on Electromagnetic Theory, URSI-B, May 1998, Thessaloniki, Greece, S. 557–559.
- [8] Vaupel, T., Hansen, V., Simulation of Integrated Open Structure Receivers Using Improved Spectral Domain and Raytracing/Aperture Field Integration Methods, Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS), Nantes, France, July 1998, S. 1073.
- [9] Aroudaki, H., Spektralbereichsanalyse von mehrlagigen planaren Schaltungen mit dreidimensionalen Diskontinuitäten. Dissertation, Bergische Universität-Gesamthochschule Wuppertal, 1996.
- [10] Aroudaki, H., Hansen, V., Einbeziehung von senkrecht verlaufenden Strömen in die Analyse planarer Schaltungen mit Hilfe des Spektralbereichsverfahrens, ITG Fachtagung Antennen, Dresden 1994, Band 128.
- [11] Aroudaki, H., Hansen, V., Analyse von mehrlagigen komplex aufgebauten planaren Mikrowellschaltungen mit Hilfe des Spektralbereichsverfahrens, Kongreß für Mikrowellen und Optronik, MIOP '95, Sindelfingen, 1995, S. 474–478.

- [12] Aroudaki, H., Vaupel, T., Hansen, V., Schäfer, F., Full-Wave analysis of CPW fed slot antennas for the submillimeter wave region by the spectral domain method, Progress in Electromagnetic Research Symposium, Noordwijk, Holland, 1994, S. 1437–1440.
- [13] Aroudaki, H., Hansen, V., Spectral domain analysis of multiple stacked FSS for applications in the submillimetre frequency region, Proc. of European Workshop on Low-Noise Quasioptics, Bonn, 1994.
- [14] Jackson, R. W., Mode Conversion at Discontinuities in Finite-Width Conductor-Backed Coplanar Waveguide, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 37, Oct. 1989, S. 1582–1587.
- [15] Jackson, R. W., Pozar, D. M., Full-wave analysis of microstrip open-end and gap discontinuities, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 33, 1985, S. 1036-1042.
- [16] Wolff, I., Modellierung und meßtechnische Überprüfung von Mikrostreifenleitungs-Diskontinuitäten. Arbeits- und Ergebnisbericht des Sonderforschungsbereiches 254, Höchsthfrequenz- und Höchstgeschwindigkeitsschaltungen aus III-V-Halbleitern. Universität Duisburg, Gesamthochschule, 1987–1988–1989, S. 289–298.
- [17] Wolff, I., Finite Difference Time-Domain Simulation of Electromagnetic Fields And Microwave Circuits, International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering, Vol. 5, No.3 1992, S. 163–182.
- [18] Abdo Tuko, M., Wolff, I., Novel 36 GHz GaAs FET Frequency Doublers Using (M)MIC Coplanar Technology, IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, June 1992, S. 1167–1170.
- [19] Wolff, Tegude, Beyer, Arbeits- und Ergebnisbericht Sonderforschungsbereich 254, 1990, 1991, 1992, S. 665–670.
- [20] Ulrich, V. G. et al., Full-Wave Analysis of a Two Slot Microstrip Filter Using a New Algorithm for Computation of the Spectral Integrals., IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 41, Jan. 1993, S. 101–108.
- [21] Wertgen, W., Jansen, R., H., Efficient Direct And Iterative Electrodynamical Analysis of Geometrically Complex MIC and MMIC Structures, Int. Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Vol. 2, 1989, S. 153-186
- [22] Sereno-Garino, M., Vecci, G., Orefice, M., Efficient Spectral Evaluation of Mutual Coupling Between Planar Antennas, International Symposium on Electromagnetic Theory, URSI-B, May 1998, Thessaloniki, S. 633–635.
- [23] Naghed, M., Analyse koplanarer Mikrowellenstrukturen mit der Methode der quasistatischen Finiten-Differenzen. Dissertation, Universität Duisburg, Duisburg, 1992.

- [24] Engheta, N., Murphy, W. D., Rohklin, V., Vassiliou, M. S., The Fast Multipole Method (FFM) for Electromagnetic Scattering Problems, *IEEE Trans. Antennas Prop.*, Vol. 40, No. 6, June 1992, S. 634–641.
- [25] Full-Wave Characterization of the Mode Conversion in a Coplanar Waveguide Right-Angled Bend, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 43, Nov. 1995, S. 2532–2538.
- [26] Theron, I. P., Cloete, J. H., On the surface impedance used to model the conductor losses of microstrip structures, *IEE Proc. on Microwave Antenna Propagation*, Vol. 142, No. 1, February 1995. S. 35–40.
- [27] Richmond, J. H., On the variational aspects of the moment method, *IEEE Trans. Antennas Prop.*, Vol. 39, No.4, April 1991, S. 473–479.
- [28] Ney, M. M., Method of Moments as Applied to Electromagnetic Problems, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 33, No. 10. Oct. 1985, S. 972–980.
- [29] Paßmann, Ch., Steufeld von Blenden in ebenen geschichteten Medien, Diplomarbeit, Ruhr–Universität Bochum, 1992.
- [30] Mahr, U., Analyse planarer Streifenleitungsantennen, Dissertation Fernuniversität Hagen, 1983.
- [31] Harrington, R., From the historian–origin and development of the method of moments for field computation, *IEEE Antennas Propagation Society Magazin*, Vol. 32, No. 3, June 1990, S. 31–36.
- [32] Chaloupka, H., Klein, N., Orbach, S. et al. The effective microwave surface impedance of high- T_c thin films, *Journal Appl. Physics*, June 1990, S. 6940–6945.
- [33] Itoh, T., Spectral Domain Immitance Approach for Dispersion Characteristics of Generalized Printed Transmission Lines, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 28, July 1980, S. 733–736.
- [34] Wu, S.–C., Design of Multilayer Planar Transmission Lines by Generalized Spectral–Domain Immitance Approach, *Electromagnetics*, No. 15, 1995, S. 347–362.
- [35] Wu, C., Wu, K.–L., Bi, Z.–Q. et al., Accurate Characterization of Planar Printed Antennas Using Finite–Difference Time–Domain Method, *IEEE Trans. Antennas Prop.*, Vol. 40, No. 5, May 1992, S. 526–534.
- [36] Hindi, M., Daniel, J. P., Terret, C., Analysis of Aperture–Coupled Microstrip Antenna Using Cavity Method, *Electronic Letters*, Vol. 25, No. 6, March 1989, S. 391–392.
- [37] Chang, D. C., Zheng, J. X., Electromagnetic Modeling of Passive Circuit Elements in MMIC, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 40, Sept. 1992, S. 1741–1747.

- [38] Andrew, J. M., Andrew, M., An Improved Pencil-of-Function Method and Comparisons with Traditional Methods of Pole Extraction, *IEEE Trans. Antennas Prop.*, AP-35, Apr. 1987, S. 435–441
- [39] Show-Gwo Hsu, Rucy-Beei Wu, Full Wave Characterization of a Through Hole Via Using the Matrix-Penciled Moment Method, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 42, No. 8, August 1994, S. 1540–1547.
- [40] Hua, Y., Sarkar, T., Generalizes Pencil-of-Function Method for Extracting Poles of an EM System from its Transient Response, *IEEE Trans. Antennas Prop.*, Vol. 37, No. 2, Feb. 1989, S. 229–234.
- [41] Harokopus, W. P., Katehi, P. B., Characterization of Microstrip Discontinuities on Multilayer Dielectric Substrates Including Radiation Losses, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 37, Dec. 1989, S. 2058–2063.
- [42] Pozar, D. M., Voda, S. M., A Rigorous Analysis of a Microstripline Fed Patch Antenna, *IEEE Trans. Antennas Prop.*, AP-35, Dec. 1987, S. 1343–1348.
- [43] Simons, R. N., Dib, N. I., Katehi, L. P. B., Modeling of Coplanar Stripline Discontinuities, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 44, No. 5 May 1996, S. 711–716.
- [44] Goverdhanam, K., Simons, R. N., Katehi, L. P. B., Coplanar Stripline Components for High-Frequency Applications, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 45, No. 10 Oct. 1997, S. 1725–1729.
- [45] Gillard, J.-H. C., Drissi, M., A General Treatment of Matched Terminations Using Integral Equations—Modeling and Applications, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 42, Dec. 1994, S. 2545–2552.
- [46] Becks, T., Elektrodynamische Simulation von passiven, dreidimensionalen Komponenten in (M)MIC-Schaltungen mit dem Spektralbereichsverfahren, Dissertation Universität Duisburg, Duisburg 1993.
- [47] Becks, T., Wolff, I., Analysis of 3-D Metallization Structures by a Full-Wave Spectral Domain Technique. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, MTT-40, 1992, S. 2219–2227.
- [48] Rautio, J. C., A De-Embedding Algorithm for Electromagnetics, *International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer Aided Engineering*, Vol.1 No. 3, 1991, S. 282–287.
- [49] Wertgen, W., Jansen, R. H., Spectral Iterative Techniques For The Full Wave 3D Analysis of (M)MIC Structures. *IEEE MTT-S Digest* 1988, pp. 709–712.
- [50] Wertgen, W., Jansen, R. H., A 3D Field-Theoretical Simulation Tool for the CAD of mm-Wave MMICs. *Alta Frequenza*, LVII (1988), pp. 203–216.

- [51] Vaupel, T., Hansen, V., Effiziente Berechnung von Koplanarschaltungen aus HTSL-Materialien mit der Spektralbereichsanalyse, Kleinheubacher Berichte, 1996, S. 31–39.
- [52] Splitt, G., Verbesserte numerische Berechnungsverfahren zur Analyse von Mikrostripantennen. ITG Fachberichte, 128, 1994, pp. 247–252.
- [53] Press, Teukolsky, Vetterling, Numerical Recipes in C, Second Edition, Cambridge University Press 1992.
- [54] Press, Flannery, Numerical Recipes in Fortran, Cambridge University Press.
- [55] Petre, P., Spectral Domain Technique Using Surface Wave Excitation for the Analysis of Interconnects, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Special Issue Part II, Vol. 42, Sept. 1994, S. 1744–1749.
- [56] Tuncer, E., Lee, B.-T., Islam, S., Neikirk, D. P., Quasi-Static Conductor Loss Calculations in Transmission Lines Using a New Conformal Mapping Technique, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Special Issue Part II, Vol. 42, No. 9, Sept. 1994, S. 1807–1815.
- [57] Splitt, G., Effiziente Rechenverfahren zur Analyse von komplexen Einzel- und Gruppenantennen in Streifenleitungstechnik, Dissertation, Bergische Universität- Gesamthochschule Wuppertal, 1990.
- [58] Splitt, G., Davidovitz, M., Guidelines for Design of Electromagnetically Coupled Microstrip Patch Antennas on Two-Layer Substrates, IEEE Trans. Antennas Prop., Vol. 38, No. 7, July 1990, S. 1136–1140.
- [59] Newman, E.H., Scattering from a Microstrip Patch. IEEE Trans. Antennas Prop., AP-35, 1987, pp. 245-251.
- [60] Pozar, D., M., Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip Antennas. IEEE Trans. Antennas Prop., AP-30, 1983 S. 1191-1196.
- [61] Pozar, D., M., Analysis of Finite Phased Arrays of Printed Dipoles, IEEE Trans. Antennas Prop., AP-33, 1985, S. 1045–1053.
- [62] Pozar, D., M., Kaufman, B., Increasing the Bandwidth of a Microstrip Antenna by Proximity Coupling, Electronic Letters, Vol. 23, No. 8, April 1987, S. 368–369.
- [63] Pozar, D., M., A Reciprocity Method of Analysis for Printed Slot and Slot-Coupled Microstrip Antennas, IEEE Trans. Antennas Prop., Vol. 34, No. 12, Dec 1986, S. 1439–1446.
- [64] Vandenbosch G. A. E, Van de Capelle, A. R., Use of subsectional edge expansion functions (SEEFs) to analyse rectangular microstrip antennas with the method of moments. IEE Proceedings-H, Vol. 139, No. 2, Apr. 1992, pp. 159–164.

- [65] Coen, G., Faché, De Zutter, D., Comparison Between Two Sets of Basis Functions for the Current Modeling in the Galerkin Spectral Domain Solution for Microstrips. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 42, No. 3, March 1994, pp. 505–513.
- [66] Rautio, J. C., An Electromagnetic Time-Harmonic Analysis of Shielded Microstrip Circuits. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 35, No.8, Aug. 1987, S. 726–730.
- [67] Kormanyos, Harokopus, W., Katehi, L. P. B., Rebeiz, G. M., CPW–Fed Active Slot Antennas, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 42, No. 4, April 1994, S. 541–545.
- [68] Tsai, H.–S., York, R. A., FDTD Analysis of CPW–Fed Folded–Slot and Multiple–Slot Antennas on Thin Substrates, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 44, No. 2, Feb. 1996, S. 217–226.
- [69] Alatan, L., Aksun, M. I., et al., Analytical Evaluation of the MoM Matrix Elements, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 44, No. 4, April 1996, S. 519–525.
- [70] Becks, T., Wolff, I., Analysis of 3-D Metallization Structures by a Full-Wave Spectral Domain Technique. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 40, No. 12, Dec. 1992, pp. 2219–2227
- [71] Horng, T.-S., Alexopoulos, N., G. et. al., Full–Wave Spectral Domain for Open Microstrip Discontinuities of Arbitrary Shape Including Radiation and Surface–Wave Losses, *International Journal of Microwave and Millimeter–Wave Computer–Aided Engineering*, Vol. 2, No. 4 1992, S. 224–240.
- [72] Horng, T.-S., McKinzie, W. E., Alexopoulos, N., G., Full–Wave Spectral Domain Analysis of Compensation of Microstrip Discontinuities Using Triangular Subdomain Functions, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 40, No. 12, Dec. 1992, S. 2137–2147.
- [73] Eibert, T. F., Verknüpfung der Methode der Finiten Elemente mit einem Integralgleichungsverfahren für ebene geschichtete Strukturen, Dissertation, Bergische Universität/Gesamthochschule Wuppertal, 1997.
- [74] Eibert, T. F., Spektralbereichsanalyse planarer Schaltungsstrukturen mit nichtrechtwinkligen Geometrien, Diplomarbeit, Ruhr–Universität Bochum, 1992.
- [75] Eibert, T. F., Hansen, V., Calculation of unbounded field problems in free space by a 3D FEM/BEM–hybrid approach, *Journal Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 10, No. 1, 1996, S. 61–78.
- [76] Eibert, T. F., Hansen, V., 3D FEM/BEM–hybrid approach for planar layered media, *Electromagnetics*, 1996.

- [77] Eibert, T. F., Hansen, V., 3-D FEM/BEM-Hybrid Approach Based on a General Formulation of Huygens' Principle for Planar Layered Media, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 45, No. 7, July 1997, S. 1105–1112.
- [78] Sercu, Jeannick, Faché, N. et al., Mixed Potential Integral Equation Technique for Hybrid Microstrip–Slotline Multilayered Circuits Using a Mixed Rectangular–Triangular Mesh, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 43, No. 5, May 1995, S. 1163–1170.
- [79] Vaupel, T., Hansen, V., Efficient implementation of higher order expansion functions into the spectral domain analysis of planar circuits, *MTT-S Digest*, San Francisco, CA, 1996, S. 201-204.
- [80] Vaupel, T., Hansen, V., Effective Spectral Domain Analysis of Planar Circuits with Different Kinds of Expansion Functions on Rectangular Subdomains, *Spezialausgabe des International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering*, Nov. 1997, p. 455-467.
- [81] Vaupel, T., Hansen, V., Efficient Spectral Domain Analysis of Planar Circuits Using Higher Order Expansion Functions Combined With Fast System Matrix Computation Methods, *IEEE AFRICON' 96*, Stellenbosch, South Africa, Vol. II pp. 765-770.
- [82] Vaupel, T., Hansen, V., Berechnung der Eingangsimpedanz von Herzschrittmachern, *Edition Wissenschaft, Forschungsgemeinschaft Funk*, Ausgabe Nr.6, April 1996.
- [83] Park, S. O., Balanis, C. A., Analytical Technique to Evaluate the Asymptotic Part of the Impedance Matrix of Sommerfeld–Type Integrals, *IEEE Trans. Antennas Prop.*, Vol. 45, No. 5, May 1997, S. 798–805.
- [84] Park, S. O., Balanis, C. A., Analytical Evaluation of the Asymptotic Impedance Matrix of a Grounded Dielectric Slab with Roof-Top Functions, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 46, Feb. 1998, pp. 251-259.
- [85] Fetterman, H. R., Sollner, T. C., Parrish, P. T., Parker, C. D., Mathews, R. H., and Tannenwald, P. E., Printed Dipole Millimeter Wave Antenna for Imaging Array Applications, *Electromagnetics*, Vol. 3, 1983, 209–215.
- [86] Yang, H.–Y., Nakatani, A. et al., Efficient Evaluation of Spectral Integrals in the Moment Method Solution of Microstrip Antennas and Circuits, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 38, No. 7, July 1990, S. 1127–1129.
- [87] ENSEMBLE, Boulder Microwave Technologies, Inc., 2336 Canyon Boulevard, Suite 102, Boulder, Colorado 80302
- [88] Sommerfeld, A., *Partielle Differentialgleichungen der Physik*, Verlag Harry Deutsch, Frankfurt, 1978.

- [89] Jackson, J. P., Robinson, P. C., A Numerical Study of Various Algorithms Related to the Preconditioned Conjugate Gradient Method, *Int. Journal for Num. Meth. in Eng.*, Vol. 21, 1985, S. 1315–1338.
- [90] Hansen, V., *Numerical Solutions of Antennas in Layered Media*, Research Studies Press LTD., Taunton, Somerset, England, 1989.
- [91] Hansen, V., Janhsen, A., Spectral domain Analysis of microstrip arrays including the feed network with space-varying surface impedances and lumped elements', *Electromagnetics*, Vol. 11, 1991, S. 69–88.
- [92] Kornatz, A., *Analyse planarer Schaltungen aus Leiterbahnen unterschiedlicher Leitfähigkeit*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1990.
- [93] Janhsen, A., *Spektralbereichsanalyse des Strahlungsverhaltens rechteckförmiger Strahlungselemente in ebenen geschichteten Strukturen*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1988.
- [94] Janhsen, A., Hansen, V., Modeling of planar circuits including the effect of space-varying surface impedances, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 1, 1991, S. 158–160.
- [95] Felsen, L. B., Marcuvitz, N., *Radiation and Scattering of Waves*, IEEE Press Series on Electromagnetic Waves, 1994.
- [96] Zheng, J-X., Three-Dimensional Electromagnetic Simulation of Electronic Circuits of General Shape, *International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering*, Vol. 4, No. 4, 1994, S. 384–395.
- [97] IE3D, Bay Technology Inc., Aptos, Calif., www.bay-technology.com
- [98] Brand, Y. Alvarez-Melcon, A., Mosig, J. R., et al., Large Distance Behavior of Stratified Media Spatial Green's Functions, *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium 1997 Digest*, Vol. 4, S. 2334–2337.
- [99] Naishadham, K., Efficient Analysis of Passive Microstrip Elements in MMICs, *International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering*, Vol. 4, No. 3, 1994, S. 219–229.
- [100] Tsai, M.-J., Chinglung, C., Alexopoulos, N. G., Multiple Arbitrary Shape Via-Hole and Airbridge Transitions in Multilayered Structures, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 44, No. 12, Dec. 1996, S. 2504–2511.
- [101] *Elektromagnetische Theorie für die Hochfrequenztechnik, Teil I und II*, Eltex Studienreihe Elektrotechnik, Hüthig Verlag Heidelberg.
- [102] Singer, M., Biebl, E. M., Entwurf und Charakterisierung einer synchronisierbaren aktiven SIMMWIC-Antenne bei 76.5 GHz, *ITG Fachtagung Antennen 1998*, S. 493–502.

- [103] SUPERCOMPACT, Compact Software, Paterson, N. J., USA.
- [104] Kominami, M., Pozar, D. M., Dipole and Slot Elements and Array on Semi-Infinite Substrates, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 33, No. 6, June 1985, S. 600–607.
- [105] Kooi, J. W., Petry, J. P., Bumble, B., et al., A 850-GHz Waveguide Receiver Employing a Niobium SIS Junction Fabricated on a 1- μm Si_3N_4 Membrane, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 46, No. 2, Feb. 1998, S. 151–161.
- [106] Schäfer, F., van der Wal, P., Kreysa, E., Gundlach, K. H., A quasioptical SIS receiver with normal metal tuning for the 800–900 GHz band., *Proc. of the 8th International Symp. on Space Terahertz Technology*, March 1997, Cambridge, USA.
- [107] Zmuidzinas, J., LeDuc, H. G., Quasi-optical slot antenna SIS mixers, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 40., No. 9, Sep. 1992, S. 1797–1804.
- [108] Gearhart, S. S., Hesler, J., Bishop, W. L., Crowe, T. W., and Rebeiz, G. M., A wide-band 760 GHz planar integrated schottky receiver, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 3, No. 7, July 1993, S. 205–207.
- [109] Filipovitz, D. F., Gearhart, S. S., and Gabriel Rebeiz, Double-Slot Antennas on Extended Hemispherical and Elliptical Silicon Dielectric Lenses, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 41, No. 10, Oct. 1993, S. 1738–1749.
- [110] Rebeiz, G. M., Millimeter-Wave and Terahertz Integrated Circuit Antennas, *Proc. IEEE*, Vol. 80, No. 11, Nov. 1992, S. 1748–1770.
- [111] Eleftheriades, G. V., A 20-dB Quasi-Integrated Horn Antenna, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 2, Feb. 1992, S.73–75.
- [112] Walid, Y. A.–A., Rebeiz, G. M., A 335 GHz Quasi-Optical Schottky Receiver, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 4, No. 2, Feb. 1994, S. 37–39.
- [113] Russer, P., Biebl, E., Heinrich, W. Planar Millimeterwave Circuits on Silicon, *International Workshop of the German IEEE Joint MTT/AP Chapter, Günzburg– Schloá Reisensburg*, November 1994, S. 1–15.
- [114] Rutledge, D., Muha, M. S., Imaging Antenna Arrays, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 30, No. 4, July 1982, S. 535–540.
- [115] de Maagt, P. J. I., van der Vorst, M.J.M., Herben, M. H. A. J., Internal Refections of and Matching Layers for Integrated Lens Antennas, *7 th. International Symposium on Space Terahertz Techology*, Charlottesville, March 1996, S. 282–287.
- [116] Lee, S. W. et al., Refraction at a curved dielectric interface: Geometrical Optics solution, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques* 1993, Vol. 41, No. 10, S. 1738–1749.

- [117] Compton, R. C., McPhedran, R. C., Popovic, Z., Rebeiz, G. M., et al., Bow-Tie Antenna on a Dielectric Half-Space: Theory and Experiment, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 35, No. 6, June 1987, S. 622–631.
- [118] Fernandez, J. A. L., Lehnert, T., Mattiocco, F., Low Noise Log-Periodic SIS Open Structure Receiver at 180 and 305 GHz, *Proc. 23rd European Microwave Conference*, 1993, S. 944–945.
- [119] Büttgenbach, T. H., Miller, R. E., Wengler, M. J., et al., A Broad-Band Low Noise SIS Receiver for Submillimeter Astronomy, *IEEE Trans. Appl. Superconductivity*, Vol. 2, No. 3, Sep. 1992, S. 165–175.
- [120] Weller, T. M., Katehi, L. P. B., Rebeiz, G. M., Single and Double Folded-Slot Antennas on Semi-Infinite Substrates, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 43, No. 12, Dec. 1995, S. 1423–1428.
- [121] Otero, P., Eleftheriades, G. V., Mosig, J. R., Slot-Loop Antennas on Substrate Lenses For Submillimeter-Wave Open Structure Mixers, *20th ESTEC Antenna Workshop on Millimetre Wave Antenna Technology and Antenna Measurement*, Noordwijk, June 1997, S. 193–200.
- [122] Otero, P., Eleftheriades, G. V., Mosig, J. R., Rectangular-Loop Slot Antennas on Substrate Lenses For Millimeter- And Submillimeter-Wave Mixer Applications, *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium Digest*, 1997, Montréal, S. 2512–2515.
- [123] Tong, C. E., Blundell, R., An Annular Slot Antenna on a Dielectric Half-Space, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 42, No. 7, July 1994, S. 967–974.
- [124] Marple, S. L., *Digital Spectral Analysis: with Applications*, Prentice Hall, New York, 1987.
- [125] Mosig, J. R., Arbitrarily Shaped Microstrip Structures and Their Analysis with a Mixed Potential Integral Equation, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 36, No. 2, Feb. 1988, S. 314–323.
- [126] Zhao, J.-S., Weng, C. C., Cai-Cheng, L., et al., Thin-Stratified Medium Fast-Multipole Algorithm for Solving Microstrip Structures, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 46, No. 4, April 1998, S. 395–403.
- [127] Raman, S., Rebeiz, G. M., Single- and Dual-Polarized Millimeter-Wave Slot-Ring Antennas, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 44, No. 11, Nov. 1996, S. 1438–1444.
- [128] Mees, J., Simon, A., Hartnagel, H., Eleftheriades, G., Brand, Y., Mosig, J., Vaupel, T., Hansen, V., Piironen, P., Räisänen, A., Ekström, H., Kollberg, E., Open Structure Integrated Schottky Receiver For Space Applications, *20th ESTEC Antenna Workshop on Millimetre Wave Antenna Technology and Antenna Measurement*, Noordwijk, The Netherlands, June 1997, S. 257–264.

- [129] Vaupel, T., Hansen, V., Radiation Property Computation of Integrated Submm-Wave Receivers With Dielectric Lenses, 20th ESTEC Antenna Workshop on Millimetre Wave Antenna Technology and Antenna Measurement, Noordwijk, The Netherlands, June 1997, S. 203–210.
- [130] Vaupel, T., Hansen, V., Berechnung der Empfangseigenschaften integrierter Submm-Wellenempfänger mit Substratlinsen, ITG Fachtagung Antennen 1998, München, S. 187–192.
- [131] Vaupel, T., Hansen, V., Berechnung des Strahlungsverhaltens von Schaltungsstrukturen im freien Raum und in einer TEM-Zelle mit Hilfe des Spektralbereichsverfahrens, ITG Fachtagung Antennen 1994, Dresden.
- [132] Simon, A., Grüb, A., Krozer, V., Beilenhoff, H., Hartnagel, H. L., Planar THz Schottky Diodes Based On A Quasi-Vertical Diode Structure, 4th Int. Symp. on Space Terahertz Technology, Los Angeles, 1993.
- [133] Rao, S., Wilton, D. R., Glisson, A. W., Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape, IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. 30, No. 3, May 1982, S. 409–418.
- [134] Dib, N., Katehi, L. P. B., Ponchak, G. E., et al., Theoretical and Experimental Characterization of Coplanar Waveguide Discontinuities for Filter Applications, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques , Vol. 39, No. 5, May 1991, S. 873–881.
- [135] Dib, N., Ponchak, G. E., Katehi, L. P. B., A Theoretical and Experimental Study of Coplanar Waveguide Shunt Stubs, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques , Vol. 41, No. 1, Jan. 1993, S. 38–44.
- [136] Dib, N., Gupta, M., Ponchak, G. E., Katehi, L. P. B., Characterization of Asymmetric Coplanar Waveguide Discontinuities, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques , Vol. 41, No. 9, Sep. 1993, S. 1549–1559.
- [137] Tai, C.-T., Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory, Second Edition, IEEE Press Series on Electromagnetic Waves, 1993.
- [138] Bradley, G. P., Gearhart, S. S., Theoretical Analysis of Coupling and Cross Polarization of Perpendicular Slot Antennas on a Dielectric Half-Space, IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. 46, No. 3, March 1998, S.383–390.
- [139] Aksun, M. I., Mittra, R., Derivation of Closed-Form Green's Functions for a General Microstrip Geometry, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques , Vol. 40, Nov. 1992, S. 2055–2062.
- [140] Croq, F., Pozar, D. M., Millimeter-Wave Design of Wide-Band Aperture-Coupled Stacked Microstrip Antennas, IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. 39, No. 12, Dec. 1991, S. 1770–1776

- [141] Gupta, K. C., Garg, R., Bahl, I., Bhartia, P., *Mikrostrip Lines and Slotlines*, 1996 Artech House, Inc. 685 Canton Street, Norwood, MA 02062.
- [142] Laheurte, J.-M., CPW-Fed Slot Antennas on Multilayer Dielectric Substrates, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 44, No. 8, August 1996, S. 1102–1111.
- [143] Vaupel, T., Hansen, V., Particular Applications of an Advanced Spectral Domain Approach, 1997 North American Radio Science Meeting, URSI, Montréal, Canada, S. 229.
- [144] Filipovic, D. F., Gauthier, G. P., Raman, S., Rebeiz, G. M., Off-Axis Properties of Silicon and Quartz Dielectric Lens Antennas, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 45, No. 5, May 1997, S. 760–766.
- [145] Kinayman, N., Dural, G., Aksun, M. I., A Numerically Efficient Technique for the Analysis of Slots in Multilayered Media, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 46, No. 4, April 1998.
- [146] Kinayman, N., Aksun, M., I., Efficient Use of Closed-Form Green's Functions for the Analysis of Planar Geometries with Vertical Connections, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 45, No. 5, May 1997, S. 593–603.
- [147] Berenger, J.-P., A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves, *J. of Comp. Phys.* 114, S. 185–200.
- [148] Sacks, Z. S., Kingsland, D. M., Lee, R., et al., A Perfectly Matched Anisotropic Absorber for Use as an Absorbing Boundary Condition, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 43, No. 12, Dec 1995, S. 1460–1463.
- [149] Sporkmann, T., The Current State of The Art in Coplanar MMICs, *Microwave Journal*, August 1998, S. 60–74.
- [150] Kalbasi, K., Demarest, K. R., A Multilevel Formulation of the Method of Moments, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 41, No. 5, May 1993, S. 589–598.
- [151] Schwering, F., Puri, N. N., Butler, C. M., Modified Diakoptic Theory of Antennas, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 34, No. 11, Nov. 1986, S. 1273–1280.
- [152] Ooms, S., de Zutter, D., Diakoptics and the Multilevel Moments Method For Planar Circuits, 1997 MTT-S Digest, S. 1803–1806.
- [153] Mees, J., Crewell, S., Nett, H., de Lange, G., van de Stadt, H., Kuipers, J. J., Panhuizen, R. A., ASUR—An Airborne SIS Receiver for Atmospheric Measurements of Trace Gases at 625 to 760 GHz, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 43, No. 11, Nov. 1995, S. 2543–2548.
- [154] MOMENTUM, Hewlett-Packard Co. (HP Eesof) Westlake Village, Calif. www.tmo.hp.com.

- [155] XFDTD, Remcom Inc., Calder Square, P.O. Box 10023, State College, PA 16805–0023.
- [156] CST Software, Prof. Dr. T. Weiland, Darmstadt.
- [157] Maxwell Eminence, Ansoft Corporation, Pittsburgh, Four Station Square, Suite 660, Pittsburgh, PA 15219-1119.
- [158] Pan, G. W. G., Tan, J. et. al., Full-Wave Analysis of Microstrip Floating-Line Discontinuities, IEEE Trans. Electromagn. Compat., Vol. 36, Feb. 1994, pp. 49-59.
- [159] Maxwell Strata, Ansoft Corporation, Pittsburgh, Four Station Square, Suite 660, Pittsburgh, PA 15219-1119.
- [160] HFFS, Hewlett-Packard Co. (HP Eesof) Westlake Village, Calif. www.tmo.hp.com.
- [161] EMAS, McNeal–Schwendler Corporation, Los Angeles, www.masch.com
- [162] Microwave Explorer, Compact Software, 201 McLean Blvd., Paterson, NJ 07504.
- [163] MultiSTRIP, Prof. Dr. G. Splitt, FH Kiel, Institut für Nachrichtentechnik, Legienstr. 35, 24103 Kiel.
- [164] Jansen Microwave GmbH, Kackertstr. 16–18, D-52072 Aachen.
- [165] Sonnet Software, 135 Old Cove Road, Suite 203, Liverpool (USA), NY 13090–3775.
- [166] Eibert, T. F., Volakis, J. L., Fast Spectral Domain Algorithm For Rapid Solution of Integral Equations, Electronic Letters, Vol. 34, No. 13, June 1998, S.1297–1299.
- [167] MAPLE, Waterloo Maple Software, University of Waterloo, Waterloo, Ont., Canada.

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeiten als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Hochfrequenztechnik der Ruhr-Universität Bochum und am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik der Bergischen Universität/Gesamthochschule Wuppertal.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. V. Hansen, der mir die Durchführung der Arbeit ermöglichte. Sein vielseitiges persönliches Engagement und seine ständige Bereitschaft zu Diskussionen haben sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Chaloupka danke ich sehr für die Übernahme des Korreferates.

Außerdem bedanke ich mich bei allen Kollegen, wobei insbesondere die Herren Dr.-Ing. Hicham Aroudaki und Dr.-Ing. Thomas Eibert in vielfältiger Form zum Fortgang der Arbeit beigetragen haben.