



BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
INSTITUT FÜR KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU

Baustofftechnologie und Brandschutz

Heft 10

2002

**Ein Modell zur wirklichkeitsnahen
instationären Berechnung von Stahl- und
Spannbetonstrukturen im Tieftemperaturbereich**

Wenfeng GUO

Herausgeber: Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. Klingsch

**Ein Modell
zur wirklichkeitsnahen instationären Berechnung
von Stahl- und Spannbetonstrukturen
im Tieftemperaturbereich**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
DOKTOR-INGENIEUR (Dr. -Ing.)
des
Fachbereichs Bauingenieurwesen
der
Bergischen Universität Wuppertal

von
M.Sc. Eng. Wenfeng GUO
Peking

Wuppertal-Deutschland 2001

Dissertation eingereicht am: 10.10.2000
Tag der mündlichen Prüfung: 13.07.2001

Gutachter:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. Klingsch,
Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Harte,

Bergische Universität Wuppertal
Bergische Universität Wuppertal

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl und Forschungsgebiet Baustofftechnologie und Brandschutz des Fachbereiches Bauingenieurwesen der Bergischen Universität Wuppertal.

Herrn Prof. Dr. –Ing. W. Klingsch möchte ich für seine Betreuung und Förderung dieser Arbeit, seine großzügige wissenschaftliche Unterstützung und seine vielen wertvollen Ratschläge sehr herzlich danken.

Herrn Prof. Dr. –Ing. R. Harte bin ich für die Übernahme des Referates und für seine zahlreichen Anregungen und Hinweise zu großem Dank verpflichtet.

Mein Dank gilt auch all denen, die zum Gelingen dieser Arbeit mit beigetragen haben, insbesondere den Kolleginnen und Kollegen für die freundliche Zusammenarbeit, für die vielfältige Unterstützung und die hilfreichen Ratschläge.

Der größte Dank gebührt jedoch meiner Ehefrau Wei für ihr Verständnis und für ihre Unterstützung, die sie mir bei der Erstellung dieser Arbeit entgegen gebracht hat.

Wuppertal, im Juli 2001

Wenfeng GUO

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen	V
Zusammenfassung	VIII
Abstract	IX
1 Einleitung	1
1.1 Allgemeines	1
1.2 Problemstellung.....	1
1.3 Stand der Forschung	3
1.4 Analyse bislang vorliegender Forschungsergebnisse.....	4
1.5 Zielsetzung der Arbeit	5
2 Stoffgesetze der Komponenten von Stahl- und Spannbeton im TT-Bereich	7
2.1 Allgemeines	7
2.2 Betoneigenschaften	7
2.2.1 Gefriervorgänge beim Abkühlen von Zementstein und Beton	8
2.2.2 Druckfestigkeit von Beton im TT-Bereich	9
2.2.3 Spannungs-Dehnungslinie unter einaxialer Druckbeanspruchung.....	11
2.2.4 Spannungs-Dehnungslinie unter einaxialer Zugbeanspruchung.....	16
2.2.4.1 Werkstoffverhalten von Beton bei einaxialer Zugbeanspruchung....	16
2.2.4.2 Zuwachs der Zugfestigkeit von Beton im TT-Bereich.....	18
2.2.4.3 Zuwachs der Bruchenergie von Beton im TT-Bereich.....	19
2.2.5 Mehraxiales Werkstoffverhalten von Beton.....	24
2.2.6 Die Querdehnzahl von Beton.....	27
2.2.7 Thermisches Dehnverhalten von Beton im TT-Bereich.....	27
2.3 Spann- und Bewehrungstahl.....	29
2.2.1 Festigkeits- und Verformungsverhalten	29
2.2.2 Temperaturdehnverhalten	30
2.4 Der Verbund zwischen Beton und Stahl im TT-Bereich.....	30

3	Thermische Materialeigenschaften	33
3.1	Vorbemerkungen.....	33
3.2	Thermische Eigenschaften des Verbundwerkstoffs Stahl- und Spannbeton.....	33
3.2.1	Temperaturleitvermögen von Beton	34
3.2.2	Temperaturleitvermögen von Spann- und Bewehrungsstahl	35
3.2.3	Thermische Eigenschaften von Spaltluft	35
3.3	Wärmeübergang	37
3.3.1	Wärmeübergang auf der Kaltschockseite.....	37
3.3.2	Wärmeübergang auf der Luftseite.....	37
4	Berechnung des instationären Temperaturfelds	39
4.1	Grundgesetz der Wärmeleitung.....	39
4.2	FE-Formulierung der <i>Fourier</i> 'schen Differentialgleichung.....	40
5	Strukturanalyse in der FE-Methode	43
5.1	Charakteristische Bewegungsgleichung zur Problemlösung der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität.....	43
5.2	Elementwahl.....	45
5.3	Diskretisierung mit dem Mehrschichtenmodell.....	46
5.4	Implementation.....	48
6	Das 3D-Materialmodell des Werkstoffs Beton	49
6.1	Vorbemerkungen.....	49
6.2	Formulierung der Fließ- und Bruchfläche im <i>Haigh-Westergaard</i> -Spannungsraum.....	49
6.3	Das 3D-Materialmodell des Werkstoffs Beton.....	51
6.3.1	Vorbemerkungen.....	51
6.3.2	Der Bruchansatz des 3D-Materialmodells.....	51
6.3.3	Die elastische Grenzfläche des 3D-Materialmodells.....	53
6.3.4	Die Belastungsfläche des 3D-Materialmodells.....	55
6.4	Erweiterung des 3D-Materialmodells in den TT-Bereich.....	56
6.5	Die konstitutive Modellierung des Werkstoffverhaltens von Beton.....	59
6.5.1	Die thermodynamischen Prinzipien und die Fließregel.....	59
6.5.2	Die konstitutive Modellierung des anisotropen Werkstoffverhaltens von Beton.....	60

6.6	Implementierung des 3D–Materialmodells.....	65
7	Numerische Behandlung der Spanngliedkräfte im TT–Bereich	67
7.1	Vorbemerkungen.....	67
7.1	Das Äquivalenzlastverfahren zur Ermittlung der Spanngliedkräfte bei Raumtemperatur.....	67
7.3	Modifikation des Äquivalenzlastverfahrens im TT–Bereich.....	69
8	Beispiele zur Verifizierung.....	72
8.1	Übersicht.....	72
8.2	Berechnung der instationären Temperaturfelder	73
8.2.1	Vorbemerkungen.....	73
8.2.2	Die instationäre Temperaturentwicklung von einseitig vollständig abgekühlten Balken.....	73
8.2.3	Die instationäre Temperaturentwicklung von einseitig lokal abgekühlten Platten mit und ohne Linerschutz.....	75
8.3	Statische Berechnung in Kombination mit thermischen Beanspruchungen.....	76
8.3.1	Grundlgen.....	76
8.3.2	Last–Verformungsbeziehungen der Stahlbetonbalken bei normaler Temperatur und bei homogen tiefer Temperatur -170 °C	77
8.3.3	Momenten–Krümmungsbeziehungen der Spannbetonbalken bei normaler Temperatur und homogen tiefer Temperatur -60 °C	78
8.3.4	Momenten–Krümmungsbeziehungen der Stahlbetonbalken unter der Einwirkung der Temperaturgradienten.....	80
8.3.5	Momenten–Krümmungsbeziehungen der Spannbetonbalken unter der Einwirkung der Temperaturgradienten.....	81
8.3.6	Freie Temperaturverformung der Stahlbetonbalken infolge des instationären Kälteschocks.....	82
8.3.7	Schnittgrößen einer Zylinderschale infolge Einwirkung von Temperaturgradienten.....	84
9	FE–Untersuchungen an einem LNG–Modellbehälter	88
9.1	Vorbemerkungen.....	88
9.2	Konstruktion und 3D–FE–Diskretisierung des Modellbehälters.....	88
9.3	Beziehungen zwischen Schnittgrößen und Spannungen der Spannbetonschale des Modellbehälters	89

9.4	Annahmen für die Analyse des Liner–Leckagefalls.....	91
9.5	Instationäre Temperaturentwicklung im Leckagefall.....	92
9.6	Thermische Strukturanalyse des Außenbehälters im Leckagefall.....	93
9.6.1	Verformung und Tragverhalten des Außenbehälters im Leckagefall.....	93
9.6.2	Instationäre Schnittgrößenverläufe des Außenbehälters im Leckagefall.....	94
9.6.3	Instationäre Spannungsentwicklungen und Rissbildung von Beton.....	96
9.7	Zyklische Beanspruchungen im Befüllungs- und Entleerungsvorgang	101
9.7.1	Vorbemerkungen.....	101
9.7.2	Zyklische Temperaturwechsel im Befüllungs- und Entleerungsvorgang.....	101
9.7.2	Instationäre Schnittgrößenverläufe im Befüllungsvorgang.....	103
9.7.4	Instationäre Spannungen und Betonrissbildung im Befüllungsvorgang.....	105
9.7.5	Instationäre Schnittgrößenverläufe im Entleerungsvorgang.....	107
9.7.6	Instationäre Spannungen und Betonrissbildung im Entleerungsvorgang.....	109
9.8	Zusammenstellung der FE–Untersuchungsergebnisse.....	110
10	Zusammenfassung und Ausblick	112
	Anlage	115
I.	Rechenwerte der entwickelten Stoffgesetze für Berechnungen im TT-Bereich.....	115
II.	Instationäre thermische Strukturanalyse von Stahl- und Spannbetonstrukturen im TT-Bereich Berechnung mit ANSYS.....	123
	Literaturverzeichnis	126

Bezeichnungen

Symbol	Bedeutung	Dimension
E_c	Elastizitätsmodul des Betons im Ursprung	N/mm^2
E_s	Elastizitätsmodul des Stahls	N/mm^2
G_f	Bruchenergie von Beton beim Zugversagen	Nm/m^2
K_{IC}	Rißzähigkeit	$\text{N/mm}^{2/3}$
M	Moment	Nm/m
N	Normalkraft	N/m
R	thermodynamische Kraft, assoziiert mit der Verfestigung	
T	Temperatur	$^{\circ}\text{C}$
c_p	Spezifische Wärmekapazität	Wh/kgK
f_c	Zylinderdruckfestigkeit von Beton	N/mm^2
$f_{cst,T}$	temperaturabhängige Spaltzugfestigkeit von Beton im TT-Bereich	N/mm^2
f_{ct}	Zugfestigkeit des Betons	N/mm^2
f_y	Streckgrenze des Stahls	N/mm^2
l_c	charakteristische Länge des Betons	mm
t	Zeitpunkte	
C_0, C_1, C_2	Konstanten des 3D-Materialmodells	
r, s, t	Koordinaten im lokalen System	
x, y, z	Koordinaten im globalen System	
$\alpha_{c,T}$	thermische Dehnungszahl des Betons im TT-Bereich	
$\alpha_{s,T}$	thermische Dehnungszahl des Stahls im TT-Bereich	
χ	Krümmung der Spanngliedkurve	
χ_{ij}	thermodynamische Kraft, assoziiert mit der Translation	
ε_c	Druckbruchstauchung des Betons	
γ_0	spezifische Oberflächenenergie des Werkstoffs	Nm/m^2
λ	Wärmeleitfähigkeit bzw. Konsistenzparameter	W/mK
μ	Reibungsbeiwert	
ρ	Dichte	kg/m^3
σ_{cr}	kritische Spannung der Rißentwicklung	N/mm^2

σ_e	äquivalente Spannung
σ_i	Hauptspannungen ($i = 1, 2, 3$)
$\bar{\sigma}_{ij}$	Reduzierter Spannungstensor
σ_{ij}	Komponenten des Spannungstensors zweiter Stufe
ω	W/Z-Wert
Ψ	freie Energie

Vektoren und Matrizen

$[B]$	Verzerrungs–Verschiebungs–Matrix
$[C_e^t]$	spezifische Wärmekapazitätsmatrix
$\{F_e^{Knoten}\}$	Vektor der wirkenden Kräfte
$\{F_e^{Pr}\}$	Vektor der Elementdrücke
$\{F_e^{nd}\}$	Vektor der Knotenkraft
$\{F_e^{th}\}$	Vektor der thermischen Belastung
$\{F_i^a\}$	Vektor der Lasten
$\{F_i^{nr}\}$	Vektor der Newton–Raphson–Kräfte
$\{F_i^a\}$	Vektor der Lasten
$[K_e]$	Matrix der Elementssteifigkeit
$\{Q_e^Q\}$	Wärmefluss der Quelle
$\{Q_e^K\}$	Wärmefluss infolge Konvektion am freien Rand
$\{u\}$	Verschiebungsvektor der Knoten
$\{q\}$	Vektor des Wärmeflusses
$\{\sigma\}$	Spannungsvektor
$\{\varepsilon\}$	Verzerrungsvektor

Nebenzeichen (Fußzeiger und Kopfzeiger)

0	bezogen auf die Normaltemperatur
d	Schädigung
e	elastisch(Kopfzeiger) bzw. äquivalent (Fußzeiger)
i	i-ter Iterationsschritt

p	plastisch
T	bezogen auf die aktuelle Tieftemperatur
tr	Prädiktorzustand

Abkürzungen

epd	elastoplastische Schädigung
i	initial bzw. elastisch
pl	plastisch
ref	Referenz
th	thermisch
TT	Tieftemperatur

Zeichen

\otimes	Tensorielles Produkt zweier Vektoren bzw. Matrizen
:	Skalarprodukt zweier Vektoren bzw. Matrizen
$\partial_x y$	Differenzierung von y bezogen auf x
$\sigma; \mathbf{C}$	Fettegeschriebene Buchstaben stellen Matrizen oder Tensoren dar

Nicht aufgeführte Bezeichnungen werden am Ort ihres Erscheinens erklärt oder können als bekannt vorausgesetzt werden.

Zusammenfassung

Die LNG Stahl- und Spannbetonbehälter sind thermisch und mechanisch beansprucht. Sie sind sowohl für Betriebsfälle als auch für Störfälle zu bemessen. Infolge der instationären nichtlinearen Temperaturzustände im Leckagefall und im Befüllungs- und Entleerungsvorgang wird das statisch unbestimmte Tragwerksystem von solchen Bauten temperaturbedingt zwangbeansprucht.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren zur wirklichkeitsnahen instationären Berechnung von Stahl- und Spannbetonstrukturen auf der Basis der FE-Methode entwickelt, wobei auf die wesentlichen Einflüsse, wie die temperaturbedingte physikalische Nichtlinearität von Komponenten der Stahl- und Spannbetonstruktur, mehraxiales Werkstoffverhalten des Betons und nichtproportionale thermische Zwangbeanspruchung sowie Vorspannungen der Spannglieder usw. besondere Rücksicht genommen werden.

In dem entwickelten FE-Modell wird die wirklichkeitsgerechte Formulierung des mehraxialen Tragverhaltens für LNG Stahl- und Spannbetonbehälter neben den thermisch instationären Vorgängen insbesondere auch unter Berücksichtigung der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität realisiert. Hierfür ermöglicht das neu erarbeitete 3D-Materialmodell des Werkstoffs Beton sowohl die zutreffende Beschreibung des temperaturbedingten nichtlinearen Werkstoffverhaltens unter dreidimensionalen Beanspruchungen in bezug auf Ver- und Entfestigung im TT-Bereich als auch die numerische Implementierung in konzeptioneller Formulierung der elastoplastischen Schädigung im Rahmen der Kontinuummmechanik. Darauf aufbauend können die Spannungszustände der Stahl- und Spannbetonstruktur bestimmt und deren Auswirkung auf das Tragvermögen ermittelt werden, damit sich die Aussagen über die Grenzzustände der Tragfähigkeit und Sicherheit von LNG Stahl- und Spannbetonbehältern im TT-Bereich erarbeiten lassen. Aufgrund solcher genaueren Untersuchungen besteht die Möglichkeit, wirtschaftlichere und auch werkstoffgerechtere Lösungen für Konstruktion und Ausführung solcher Bauwerke anzubieten.

Abstract

The LNG (Liquefied Natural Gas) RPC (reinforced and prestressed concrete) tanks are loaded thermally and mechanically. They must be calculated both for operating cases and for break-downs. The statically indeterminate system of such buildings is loaded under compulsion due to the non-linear instationary temperature states in the leakage case and in the process of fill and emptiness.

Within the framework of present work, a procedure for the realistic instationary computation of RPC structures will be developed on the basis of the FE-method. It is here taken special regard to essential influences, as temperature-related physical non-linearity of components of RPC structure, multiaxial material behaviour of the concrete and non-proportional thermal load as well as prestressing of the tendons.

The multiaxial mechanical behaviour for LNG RPC tanks is in faith with realisty formulated in the new FE-model also in particular considering temperature-related physical non-linearity beside the thermal process. The new 3D-model of material for concrete makes it possible both for the analytical description of the temperature-related non-linear material behaviour under tridimensional loads with respect to hardening or strain-softening at the low temperature and for the numeric implementation in concept of the elastoplastic damage within the framework of continuum mechanics. The stress states of RPC structure and its effect onto the property of bearing can be determined on this basis. In this way, the load-carrying capacity and the safety can be accurate predetermined for the LNG RPC tanks at the low temperature. On account of such more precise investigations is it enable to offer more economical and also more material solutions for design and execution of such buildings.

1 Einleitung

1.1 Allgemeines

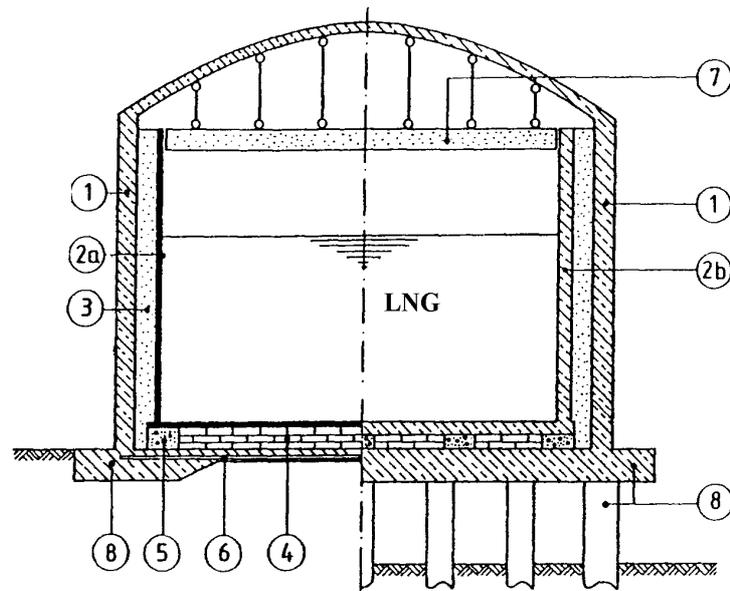
Die heutige Energiepolitik hat verantwortungsbewußt darauf abgezielt, die Energieversorgung so weit wie möglich und langfristig durch solche Energieträger sicherzustellen, die zu einer möglichst geringen Umweltbelastung führen und wirtschaftlich genutzt werden können. Das Erdgas ist ein weltweit verfügbarer Energieträger, der im Vergleich mit anderen fossilen Brennstoffen durch geringere Umweltbelastung und Klimabeeinflussung charakterisiert ist. Es erfüllt alle wesentlichen Anforderungen, welche an einen Energieträger gestellt werden. Zahlreiche Analysen und Fachberichte über die Frage zukünftiger Energieversorgung weisen darauf hin, daß ein zunehmender Energiebedarf, der aus Gründen des Klimaschutzes verstärkt durch den kohlenstoffärmeren Energieträger Erdgas gedeckt werden muß, die Wettbewerbsbedingung auf dem Welterdgasmarkt in absehbarer Zukunft noch verschärfen kann [R06]. Demzufolge wird Erdgas zunehmend an Bedeutung in der zukünftigen Energiewirtschaft gewinnen.

Die Erschließung der Reserven von Erdgas blickt auf eine Entwicklung von mehreren Jahrzehnten zurück: Bereits 1914 wurde ein erstes Patent für Lagerung und Transport von verflüssigtem Erdgas – „liquefied natural gas“ – (in englisch LNG) erteilt. Die heutige Transportkette für Erdgas sieht hauptsächlich ein Abgabeterminal im Erzeugerland, Transportschiffe für die Weiterleitung und ein Empfangsterminal für den Abnehmer vor. Hauptabnehmer von Erdgas ist wegen seiner schwierigen geographischen Lage der Inselstaat Japan. Im europäischen Raum sind Erdgas–Empfangsterminals in Belgien, Frankreich, Spanien und Italien in Betrieb. Andere Beispiele von Empfangsterminals sind große LNG – Speicherbehälter in Südafrika, Griechenland und Brunei [S05].

1.2 Problemstellung

Die Lagerung von LNG – ebenso wie andere verflüssigte Gase – erfolgt in der Regel bei etwa atmosphärischem Druck. Solche verflüssigten Gase sind hierbei als siedende Flüssigkeiten zu betrachten. Der Siedepunkt von LNG liegt bei ca. -165°C , von Ethylen bei ca. -104°C , von Ethan bei ca. -89°C und von Stickstoff bei ca. -196°C . In den zurückliegenden Jahren ent

wickelten sich vielfältige Ansätze verschiedener Sicherheitskonzepte von Speicherbehältern. Gegenüber einschaligen Behältern, welche vorwiegend in Japan aus Gründen der dort herrschenden Erdbebensituation unterirdisch gebaut werden [I04], werden heute in Europa die Speicherbehälter in der Regel zweischalig ausgeführt, mit Sicherheitsaußenbehältern aus Spannbeton und selbsttragenden Innenbehältern aus tieftemperaturgeeignetem Stahl oder ebenfalls aus Spannbeton besteht. Ein neuzeitliches Behälterkonzept mit vorbildlicher Dämmung sowohl für den Normalbetrieb als auch für den Leckagefall ist dem Bild 1.1 [S05] zu entnehmen.



- | | | |
|------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|
| 1 – Spannbetonaußenbehälter | 3 – Wandisolierung | 6 – Heizrohre |
| 2a – Ni-Stahl Innenbehälter | 4 – Druckfeste Bodenisolierung | 7 – Abgehängte Decke mit Isolierung |
| 2b – Spannbetoninnenbehälter | 5 – Gasbetonring | 8 – Gründung |

Bild 1.1 Speicherbehältersysteme mit selbsttragendem Innenbehälter und Spannbeton–Außenbehälter [S05]

Für solche zweischalig ausgeführten Speicherbehälter stellt der kreiszylindrische Innenbehälter das eigentliche Lagerbehältnis von Flüssiggas dar. Er wird vor seiner ersten Befüllung auf seine Betriebstemperatur langsam und planmäßig abgekühlt und anschließend während der gesamten Betriebsdauer den tiefkalten Temperaturen ausgesetzt. Die Temperaturverteilung über den Wandquerschnitt ist im Betriebsfall homogen und stationär. Maßgeblich für die Dimensionierung des Innenbehälters ist deswegen üblicherweise die hydrostatische Belastung aus dem Füllmedium LNG. Dagegen hat der Außenbehälter eine Reihe von Schutzfunktionen gegen Leckage, Beschuß, Brand und Flugzeugabsturz usw. zu erfüllen und erhält im Normalbetrieb keine Lasten. Für seine Bemessung sind in der Regel außergewöhnliche Einwirkungen maßgebend.

Je nach Sicherheitsanspruch lässt sich das Anbringen einer Auskleidung aus Metallfolien – auch "Liner" genannt – auf der Innenseite der Zylinderwand (je nach Linerart) mittels Bolzens oder neu entwickelter Klebstoffe vornehmen. Die geforderte Dichtigkeitsgarantie gegen Diffusion von LNG wird damit entweder durch den Außenbehälter oder durch den tieftemperaturbeständigen Liner sichergestellt.

Außerdem verhindert die zwischen dem Innen- und Außenbehälter angeordnete Wärmeisolierung allseitig das Eindringen von Wärme [F03].

1.3 Stand der Forschung

Die Anwendung des Stahl- und Spannbetons zur Lagerung von LNG warf bei Entwurf und Konstruktion von Speicherbehältern eine Reihe von schwierigen und neuartigen materialtechnischen und konstruktiven Problemen auf. Im Vergleich zur Raumtemperatur verändern sich die Materialeigenschaften von Beton, Bewehrung, Spannstahl und Wasser (im Beton) infolge der Einwirkung tiefer Temperaturen. Dadurch wird eine temperaturbedingte physikalische Nichtlinearität der Werkstoffe, insbesondere beim Beton, verursacht. In dem Zusammenhang musste zum einen die Verwendbarkeit von derartigen Baustoffen bei tiefkalten Temperaturen geklärt werden. Nach bisherigem Forschungsstand ist es jedoch bereits heute gestattet, grundsätzlich solche Bauwerke mit herkömmlichen Baustoffen zu errichten. Zum anderen musste das Trag- und Verformungsverhalten von Bauteilen und Bauwerk sowohl unter dauernden Tieftemperaturen im Betriebsfall als auch bei schockartigen Abkühlungen im Leckagefall untersucht werden.

In den letzten Jahrzehnten sind zahlreiche Arbeiten zu dieser Thematik entstanden. Die Fachliteratur zeigt, dass sich die überwiegende Zahl der Forschungsvorhaben [I03, K05, K07, O01, R03, S03, S07] bislang mit dem Verformungsverhalten bzw. der Rißbildung von lastbeanspruchten Stahlbetonstäben unter mittigem Zug und reiner Biegung im homogenen TT-Bereich beschäftigt hat. Die Querschnitte wurden unter Lastbeanspruchung und im stationären Temperaturfeld untersucht. Solche Arbeiten orientierten sich an den Randbedingungen von Innenbehältern im Betriebsfall. Die Arbeiten von *Schäper* [S05], *Welsch* [W01] und *Nguyen* [N03] befaßten sich jeweils mit der Beanspruchung und Rißbildung örtlich kälteschockter, äußerlich ungezwängter Stahlbetonplatten, dem zentrischen Zwang langsam fortschreitend abgekühlter Stahlbetonplattenstreifen und dem Biegezwang einseitig kälteschockter Stahlbetonplattenstreifen. Die gleichzeitig dabei auftretenden Verformungen wurden in den Arbeiten von *Welsch* und *Nguyen* nicht behandelt. Umfassende rechnerische Un

tersuchungen zur Beanspruchung und Ribbildung von last- und zwangbeanspruchten Stahlbeton- und Spannbetonstäben wurden in der Arbeit von *Schnell* [S07] durchgeführt. Die Arbeit von *Pusch* u. *Rostásy* [P03] gilt als das systematische Forschungsergebnis in diesem Bereich. Basierend auf einem eindimensionalen Lamellenmodell mit Bernoulli-Hypothese haben die beiden Forscher relevante Beanspruchungskombination von Belastung, Zwangbeanspruchung und Vorspannung nach in [M01] beschriebenen theoretischen Analysen ansatzweise erforscht.

1.4 Analyse bislang vorliegender Forschungsergebnisse

Die o. g. Arbeiten hatten das Ziel, die Veränderung von Beanspruchung, Verformung und Ribbildung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen in zwei unterschiedlichen Beanspruchungsarten bei tiefer Temperatur zu untersuchen. Zum einen wurden lastbeanspruchte Bauteile bei homogenem Tieftemperaturfeld behandelt – diese Beanspruchung entspricht dem Betriebsfall des mit LNG gefüllten Innenbehälters. Zum anderen wurden Bauteile untersucht, die infolge Temperaturgradienten bzw. einseitigen Kälteschocks nur thermisch beansprucht werden – dies entspricht einem großflächigen, innenseitigen Kälteschock des Außenbehälters als Folge eines Störfalles (Leckage) des Innenbehälters. Es verbleiben jedoch Fragestellungen, welche bislang noch nicht zufriedenstellend gelöst wurden. Diese Probleme sind im wesentlichen:

- *Bei Störfällen mit Leckagen des Innenbehälters wird der stählerne Innenbehälter reißverschlußartig aufgerissen und es trifft unmittelbar eine Strahlkraft von LNG auf den Außenbehälter. Der Außenbehälter wird großflächig schockartig abgekühlt und zugleich quasi-statisch beansprucht. In dem Zusammenhang wird der Außenbehälter nicht nur einen instationären Temperaturzwang sondern auch eine hydrostatische Beanspruchung durch das Füllmedium LNG erleiden.*
- *Der Innenbehälter eines LNG-Spannbetonbehälter wird vor der ersten Befüllung auf seine Betriebtemperatur -162 °C geregelt abgekühlt. Die Temperaturverteilung über den Wandquerschnitt ist im Betriebsfall homogen. Aus betrieblichen Gründen und in Störfällen kann die vollständige Entleerung des Innenbehälters notwendig werden, der eine erneute Befüllung folgt. Es liegt dann eine temperaturbedingt zyklische Beanspruchung des LNG-Behälters vor. Damit stellt sich die Frage, ob zyklischer Temperaturwechsel zu einer Beeinträchtigung der Stahl- und Spannbetonstruktur bzw. Behälterkonstruktion führen kann.*

Die Literaturstudie verdeutlicht, dass ein allgemeingültiges 3D-Berechnungsverfahren zur Behandlung der Stahl- und Spannbetonstruktur unter beliebig kombinierten Beanspruchungen aus äußerer Last und instationärer Temperatureinwirkung mit und ohne Zwangbeanspruchung im TT-Bereich zur Zeit noch nicht existiert. Insbesondere fehlt die Klärung der Fragen des mehraxialen Verhaltens von Stahl- und Spannbetonbehälter unter Berücksichtigung der möglichen instationären Temperaturentwicklung (nicht nur im Störfall, sondern auch im zyklischen Befüllungs- und Entleerungsvorgang) und der möglichen statischen Belastungs- und Lagerungsbedingung im TT-Bereich.

Der entwerfende Ingenieur benötigt zur Berechnung von LNG-Behältern nicht nur realistische Steifigkeitswerte (M - κ -Linien und N - ε -Linien) von Bauteilen und zur Beurteilung der Linerintegrität zutreffende Ansätze für die Bestimmung der Rissbildung, sondern auch die Vorausbestimmung der Tragfähigkeit und Verformung bei mehraxialen Beanspruchungen. Die Antworten auf diese Fragestellungen werden dann zu umfassenden Planungen führen und einen weiteren Beitrag zur wirtschaftlichen Bauausführung und gleichzeitig zur Vollständigkeit der Bemessung von LNG-Behältern im Betriebs- und Störfall darstellen.

1.5 Zielsetzung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit setzt sich zum Ziel, ein allgemeingültiges Berechnungsverfahren in der bewährten Finite-Elemente-Methode für die Berechnung der Stahl- und Spannbetonstruktur unter statischer (einschließlich mehraxialer) Belastung und zugleich gekoppelt mit instationären thermischen Beanspruchungen zur Verfügung zu stellen. Daher ist es notwendig, ein modifiziertes FE-Programm im Rahmen implizierter Algorithmen zu entwickeln. In dem Programmsystem werden die thermischen und mechanischen Materialkennwerte temperaturbedingt eingeführt und das mehraxiale Werkstoffverhalten von Stahl- und Spannbeton wirklichkeitsnah modelliert. Hierbei kann die zu betrachtende Stahl- und Spannbetonstruktur hinsichtlich ihrer möglichen Geometrie durch räumliche Diskretisierung abgebildet werden.

Mit dem Programm wird zunächst die generelle Problematik des instationären Temperaturfeldes mit ihren thermischen Randbedingungen untersucht, damit sich die Temperatureinwirkung an die nachfolgende Strukturanalyse koppeln lässt. Daran anschließende Modellstudien zur Simulation des Luftspalts zwischen Liner und Zylinderwand sollen über die Anwendbarkeit der derzeit in der Diskussion befindlichen Näherungsverfahren Aufschluß geben.

Die Zunahme der Zugfestigkeit und Bruchenergie von Beton dient als Kriterium für die Erfassung von Ribildung und Ribentwicklung von Beton unter instationär thermoschockartigen

Beanspruchungen im TT-Bereich. Auf der Grundlage des Bruchmodells I der Bruchmechanik wird diese entfestigende Zugspannungs-Dehnungs-Linie in bezug auf Zugbruchenergie des Betons bei normaler Temperatur erweiternd im TT-Bereich vervollständigt.

Im weiteren wird die instationäre thermische Strukturanalyse für den Verbundwerkstoff Stahl- und Spannbeton angesichts der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität lastschrittweise iterativ durchgeführt. Hierzu wird das Werkstoffverhalten von Beton mit einem speziellen 3D-Materialmodell modelliert, welches gemäß den thermodynamischen Energieprinzipien im Rahmen elastoplastischer Schädigung hinsichtlich allgemeiner dreidimensionaler Beanspruchungen konstitutiv entwickelt und in einer Subroutine realisiert wird.

Als letzte Behandlung wird die Modifikation des "Äquivalentlastverfahrens" vorgenommen, so dass die Spannkkräfte der Spannbetonstruktur und ihre Veränderungen infolge instationärer Betondeformation im TT-Bereich rechnerisch bestimmt werden können. Hierbei wird die äquivalente Dehnung anstelle der äquivalenten Kraft als Eingabegröße im FE-Modell eingesetzt.

In dem entwickelten Programmsystem wird die wirklichkeitsgerechte Formulierung des mehraxialen Tragverhaltens von LNG Stahl- und Spannbetonbehältern neben den thermisch instationären Vorgängen insbesondere auch unter Berücksichtigung der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität realisiert. Darauf aufbauend können die Verformungen der Stahl- und Spannbetonstruktur bestimmt und ihre Auswirkung auf das Tragvermögen ermittelt werden, damit sich die Aussagen über die Grenzzustände der Tragfähigkeit und Gebrauchsfähigkeit der Stahl- und Spannbetonstruktur im TT-Bereich erarbeiten lassen. Aufgrund solcher genaueren Untersuchungen besteht die Möglichkeit, wirtschaftlichere und auch werkstoffgerechtere Lösungen anzubieten.

2 Stoffgesetze der Komponenten von Stahl- und Spannbeton im TT-Bereich

2.1 Allgemeines

Während die Modellierung von Stahl- und Spannbetonstrukturen unter thermischen und mechanischen Beanspruchungen in allen gängigen FE-Programmen mit vertretbarem Aufwand durchgeführt werden kann, unterscheiden sich die Programme vor allem in Umfang und Qualität der Materialmodelle. Zur wirklichkeitsnahen Modellbildung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens einer Stahl- und Spannbetonstruktur liegt im Rahmen der FE-Methode besonderes Augenmerk auf der Formulierung der *temperaturbedingt* nichtlinearen Stoffgesetze für alle Komponenten des Verbundwerkstoffes Stahl- und Spannbeton im TT-Bereich. Unter dem Sammelbegriff „Stoffgesetze“ sollen im folgenden all jene Eigenschaften verstanden werden, die zur Formulierung eines Materialmodells benötigt werden, also sowohl temperaturbedingt nichtlineare Festigkeits- und Verformungseigenschaften als auch mit Temperatur verbundene Ausdehnungseigenschaften.

Zahlreiche experimentelle Forschungsarbeiten beschäftigten sich mit den Tieftemperatur-Eigenschaften von Beton, Bewehrung und Spannstahl. Es zeigt sich, dass sich bei tiefen Temperaturen nahezu alle Materialeigenschaften temperaturabhängig wesentlich verändern. In diesem Kapitel werden typische Materialeigenschaften von Beton für einaxiale, zwei- oder dreiaxiale Spannungszustände im TT-Bereich gegenüber jenen mit normaler Temperatur erörtert. Ebenso wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Bewehrungsstahl angesprochen. Derartige Materialdaten sind Ausgangsbasis zur Formulierung der Stoffgesetze und deren Verifikation, welche der Entwicklung des eigenen 3D-Materialmodells und der entsprechenden konstitutiven Umsetzung zugrunde gelegt werden.

2.2 Betoneigenschaften

Der Werkstoff Beton weist im TT-Bereich charakteristische Materialeigenschaften mit physikalischer Nichtlinearität bei statischen Beanspruchungen auf. Bei allseitigem Druck verhält sich Beton zunehmend duktil, bei allseitigem Zug dagegen ausgesprochen spröde. Zum anderen nehmen seine Festigkeit, sein E-Modul sowie seine Stauchung mit abnehmender Temperatur zu, und die Spannungs-Dehnungs-Linien verlaufen immer gradliniger.

Nachfolgend werden die Gefriermechanismen beim Abkühlen von Zementstein (Beton) erörtert. Im Zusammenhang mit den Gefriervorgängen verändern sich die mechanischen Eigenschaften des Betons im TT-Bereich erheblich.

2.2.1 Gefriervorgänge beim Abkühlen von Zementstein und Beton

Zu den Gefriervorgängen beim Abkühlen von Zementstein und Beton sind in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Forschungsarbeiten entstanden so z. B. [S05, W01, W02].

Bei abnehmenden Temperaturen ist es vor allem das in den Betonporen unterschiedlicher Abmessung vorhandene, zu hochfestem Eis gefrierende Wasser, welches die grundsätzlichen Materialeigenschaften des Betons verändert. Aufgrund zahlreicher Versuchsergebnisse erwies sich im TT-Bereich der Feuchtegehalt des Betons als Hauptparameter für Beton, der die mechanischen Eigenschaften des Betons stark beeinflusst. Die Porenstruktur eines Betons wird gegenüber den dichten Zuschlägen von dem hochporösen Zementstein bestimmt. Mit abnehmenden Porenabmessungen kann zwischen Verdichtungsporen, Kapillarporen und Gelporen unterschieden werden. Das Wasser in den Verdichtungsporen ist adsorptiv schwach mit der Zementsteinmatrix verbunden und hat sich intensiv an dem Massetransport zwischen Zementstein und Umgebung beteiligt, wohingegen das Kapillarwasser adsorptiv stark gebunden ist und nur langsam bei Lagerung in einer Umgebung mit niedriger relativer Feuchtigkeit verdampft. Die Feuchteverteilung innerhalb der Betonstruktur wird wesentlich durch den Feuchtetransport zwischen Zementstein und Umgebung bestimmt. Dieser Feuchtetransport in dem porösen Baustoff Zementstein findet als integraler Prozeß einschließlich Diffusion, Strömung, Kapillarleitung und Effusion usw. statt [K02]. Seine Intensität wird stark durch die Umgebungsbedingungen der Bauteile, charakterisiert durch die Parameter Lufttemperatur und relative Luftfeuchtigkeit beeinflusst.

Neben der Phasenumwandlung von Wasser in Eis bei 0 °C unter Atmosphärendruck und einer damit verbundenen Volumenzunahme um 9,1% können die wesentlichen Erkenntnisse wie folgt zusammengefasst werden:

Der Gefrierpunkt des Porenwassers sinkt wegen des Kapillareffekts mit abnehmenden Porenradien. Die im Porenwasser gelösten Substanzen führen gleichzeitig auch zu einer Gefrierpunkterniedrigung. Solche dynamischen Mechanismen steuern die Gefriervorgänge beim Abkühlen von Zementstein und Beton in einem relativ breiten TT-Bereich. Bei abnehmenden Temperaturen zeigen sich verschiedene Modifikationen. *Wischers* u. *Dahms* [W04] unterscheiden Eis I im Temperaturbereich von 0 °C bis -115 °C mit hexagonaler, Eis II im Temperaturbereich von -115 °C bis -155 °C mit orthogonaler und Eis III im Temperaturbereich

unter -155 °C mit tetragonaler Kristallstruktur. Die Phasenumwandlung von Wasser in Eis und die unterschiedlichen Modifikationen von Eis haben die Veränderungen der thermischen und mechanischen Eigenschaften von Beton zur Folge.

Den Gefiervorgang und seine Auswirkung auf die mechanischen Eigenschaften von Beton unterteilen *Wiedemann* [W02] und *Schäper* [S05] wie folgt:

1. $0\text{ °C} > T > -20\text{ °C}$

Das Eis bildet sich zunächst in den größeren Poren. Im Temperaturbereich von -4 °C bis -16 °C steigt die Druckfestigkeit des Eises Typ I von rd. 2 auf 6 N/mm^2 . Das neu gebildete Eis als zusätzliches Festkörperskelett ist in der Lage, Kräfte zu übernehmen und Mikrorisse zu verhindern.

2. $-20\text{ °C} > T > -60\text{ °C}$

Das Eis füllt die größeren Poren vollständig aus und gefriert in den dazwischen liegenden kleineren Poren. Transportphänomene werden zunehmend unterbunden; ein hydraulischer Druck baut sich auf. Die hieraus entstehende Sprengwirkung infolge der Phasenumwandlung kann die Mikrostruktur des Betons insbesondere bei zyklischen Temperaturwechseln schädigen. Nach Angaben von *Yamane et al* [Y01] steigt die Druckfestigkeit des Eises bis -14 °C auf 14 N/mm^2 und bleibt bis -70 °C etwa konstant.

3. $-60\text{ °C} > T > -90\text{ °C}$

In diesem Temperaturbereich verringert sich das Volumen des Eises stärker als das der Zementsteinmatrix. Deswegen füllt das Eis den Porenraum nicht ganz aus und die Sprengwirkung der Eisbildung baut sich dementsprechend ab. Außerdem ist die Temperaturdehnung des Zuschlags kleiner als die der Zementsteinmatrix, als Folge baut sich zusätzlich eine rißhemmende Vorspannung in der Kontaktzone zwischen Zuschlag und Matrix auf.

4. $-90\text{ °C} > T > -170\text{ °C}$

Das Schrumpfen des Eises gegenüber der Zementsteinmatrix nimmt weiter zu, es kann zu Ablösungen des Eises von der Porenwand kommen, wohingegen der Verbund zwischen Matrix und Zuschlag wegen der „Vorspannungs“ – Effekte weiter verstärkt wird.

2.2.2 Druckfestigkeit von Beton im TT-Bereich

Die Druckfestigkeit von normal gelagertem Beton hängt wesentlich von Mischungsverhältnis und Betonalter ab. Eine umfassende Literaturlauswertung zum Festigkeitsverhalten von Betonen im TT-Bereich nahmen *Brown* u. *Bamforth* [B07] sowie *Welsch* [W01] vor. Sie zeigen,

daß der erzielbare absolute Festigkeitszuwachs lediglich von der abnehmenden Temperatur und dem Feuchtegehalt des Betons abhängig ist. Bild 2.1 zeigt eine zusammenfassende Darstellung zahlreicher Versuchsergebnisse in bezug auf den Druckfestigkeitszuwachs in Abhängigkeit von abnehmender Temperatur und Feuchtegehalt nach [B07].

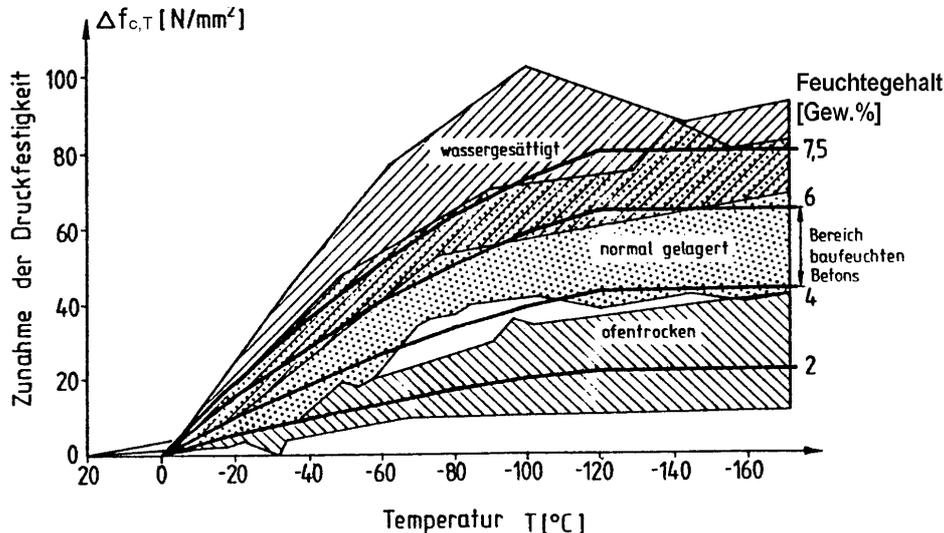


Bild 2.1
Druckfestigkeitszuwachs von Beton im TT-Bereich nach [B07]

Zusätzlich ist der von Goto [G02] vorgeschlagenen Näherungsansatz wiedergegeben:

$$\Delta f_{c,T} = \left\{ \begin{array}{l} \left[12 - \frac{1}{2700} (T + 180)^2 \right] * U_m \\ 10,7 * U_m \end{array} \right\} \quad \text{für } \left\{ \begin{array}{l} -120^\circ\text{C} < T \leq 20^\circ\text{C} \\ -196^\circ\text{C} < T \leq 120^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

mit: $\Delta f_{c,T}$ – Zuwachs der Druckfestigkeit in N/mm^2

U_m – Mittlerer Betonfeuchtegehalt in Gew.%

Die Darstellung der Untersuchungen von Klingsch [K05] zeigt in Bild 2.2 die gleiche Tendenz des erzielbaren Festigkeitszuwachses des Betons mit abnehmender Temperatur.

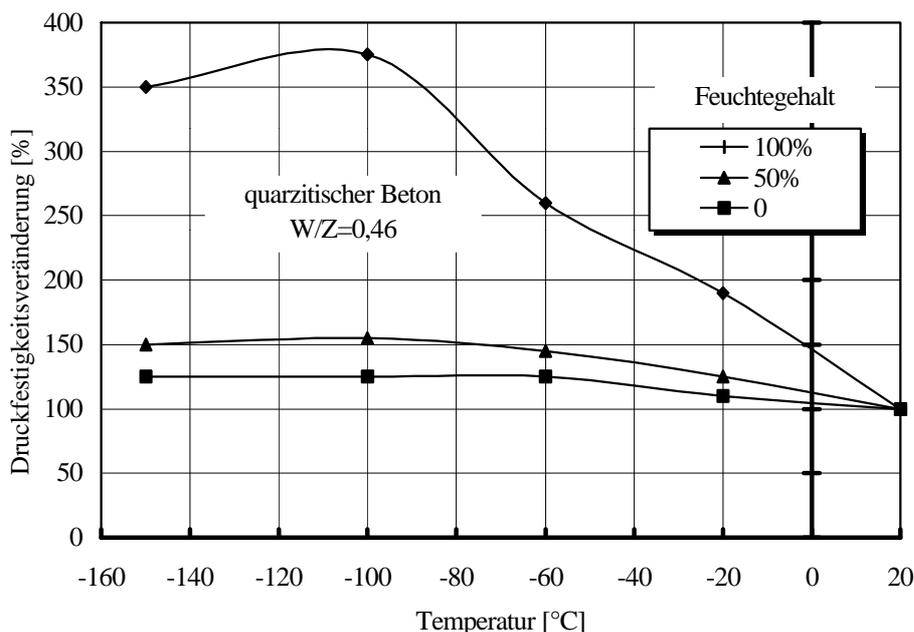


Bild 2.2 TT-Druckfestigkeit von Beton nach Klingsch [K05]
(Feuchtigkeit von wassergesättigtem Beton = 100%)

Nach Angaben in [S06] lässt sich der Zuwachs der Zylinderdruckfestigkeit des Betons im TT-Bereich formulieren:

$$f_{c,T} = f_{c,0} + 12U_m \left[1 - \left(\frac{T+170}{190} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

mit: $f_{c,T}$ – Temperaturabhängige Zylinderdruckfestigkeit von Beton in N/mm^2

$f_{c,0}$ – Zylinderdruckfestigkeit von Beton bei 20 °C in N/mm^2

In der vorliegenden Arbeit wird der Ansatz (2.1), dargestellt in Bild 2.3, für die rechnerische Formulierung des Druckfestigkeitszuwachses verwendet.

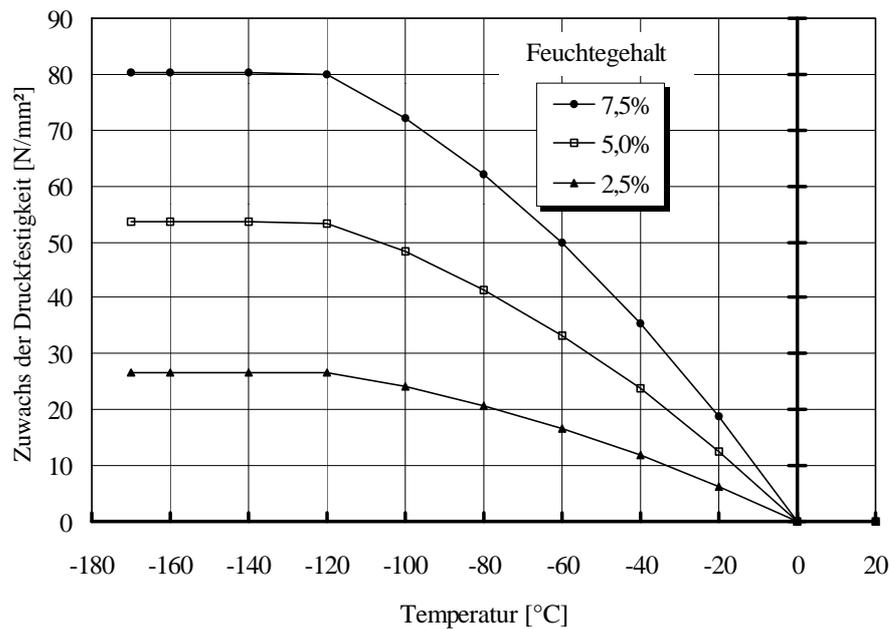


Bild 2.3 Rechenwerte der TT-Druckfestigkeit von Beton

2.2.3 Spannungs–Dehnungslinie unter einaxialer Druckbeanspruchung

Der Werkstoff Beton weist folgende physikalische Nichtlinearität bei kurzzeitigen statischen und dynamischen Beanspruchungen im Normaltemperaturbereich auf:

- Das Druckversagen
- Die Nichtlinearität der σ – ε –Linie
- Die Festigkeitssteigerung durch mehraxialen Druck im Rahmen eines mehraxialen Stoffgesetzes

In Bild 2.4 sind die einaxialen σ – ε –Linien von Beton unterschiedlicher Festigkeit für den Druckbereich dargestellt [D01]. Demnach zeigt Beton im Bereich geringer Beanspruchungen bis zu etwa 30 – 40% der Festigkeit nahezu ein lineares Verhalten. Ab hier zeichnet sich eine Verfestigung bzw. eine anwachsende duktile Eigenschaft bis zu etwa 90 % der Druckfestig-

keit ab. Über diesen Wert hinaus nimmt die Nichtlinearität sehr stark bis zum Erreichen der maximalen Betondruckspannung zu. Dementsprechend ist das Betonverhalten bei höheren Ausnutzungsgraden stark nichtlinear ausgeprägt. Nach dem Überschreiten der Bruchspannung zeigt sich eine von der Betongüte stark abhängige Entfestigung. Je größer die Druckfestigkeit des Betons ist, desto steiler ist der dazugehörige Festigkeitsabfall. Ein derartiger Spannungsabfall tritt bei dreiaxialen Druckspannungszuständen infolge Umschnürungseffekt nicht auf. Wie Bild 2.5 [D02] zu entnehmen ist, steigt die Festigkeit mit Querdruck erheblich an und die Bruchdehnung nimmt ebenfalls zu.

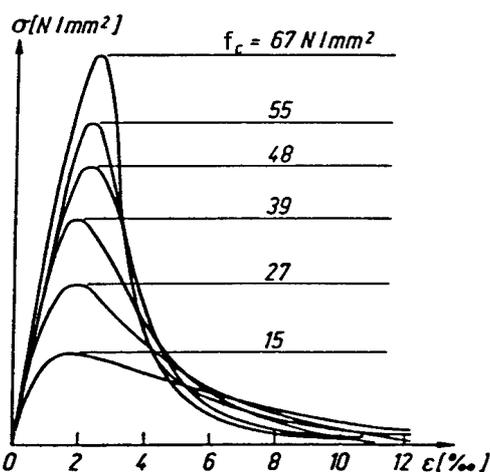


Bild 2.4 Spannungs-Dehnungs-Linien von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung [D01]

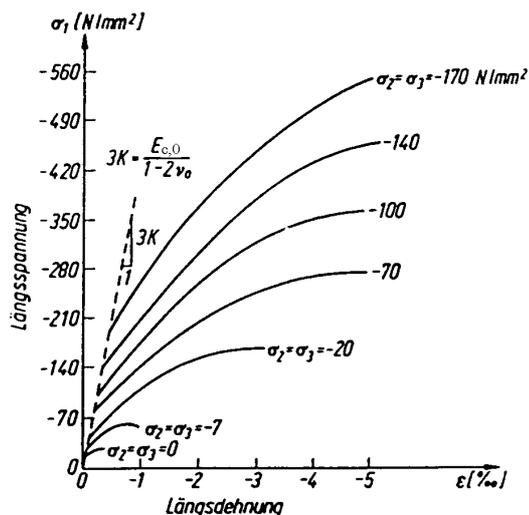


Bild 2.5 Spannungs-Dehnungs-Linien von Beton unter dreiaxialer Druckbeanspruchung [D02]

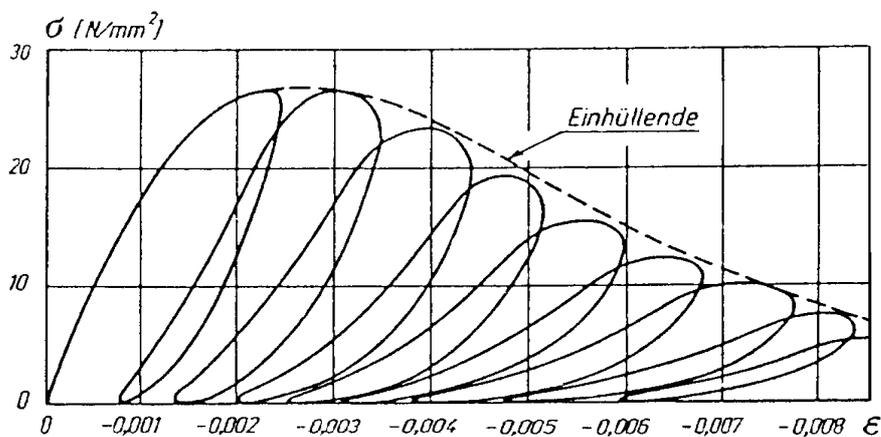


Bild 2.6 Beton unter einaxialer zyklischer Druckbeanspruchung [S10]

Außerdem verhält sich die σ - ϵ -Linie bei Ent- und Wiederbelastung des Betons gegenüber kurzzeitigen statischen und dynamischen Beanspruchungen nicht nur nichtlinear, sondern es bilden sich Hystereseschleifen [S10] bei mehrfachen Wiederbelastungen, wie dies in Bild 2.6 gezeigt wird. Für die analytische Formulierung der obigen einaxialen σ - ϵ -Linie im Druckbereich können verschiedene Ansätze herangezogen werden. In Bild 2.7 sind zwei oft benutzte Ansätze dargestellt. Die dazugehörigen analytischen Formulierungen sind im folgenden wiedergegeben. Die Saenz-Kurve [S01] wird durch Gleichung (2.3) beschrieben und zur Abbildung der Verfestigung der σ - ϵ -Linie benutzt. Die Entfestigung wird mit einer Geraden verein-

facht. Dahingegen hat *Sargin's* Ansatz [S02] mit der Gleichung (2.4) sowohl die Verfestigung als auch die Entfestigung approximiert.

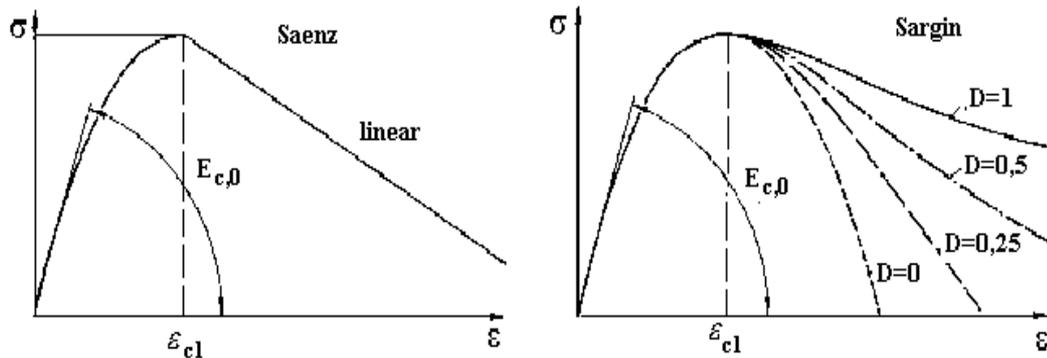


Bild 2.7 Approximierte einaxiale Druckspannungs-Dehnungs-Linien im Druckbereich [S01, S02]

- Für die Saenz-Kurve [S01]:

$$\sigma = \frac{E_{c,0} \cdot \epsilon}{1 + \left(\frac{E_{c,0}}{E_{c,s}} - 2 \right) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} \right)^2} \quad (2.3)$$

mit: $E_{c,s} = \frac{f_c}{\epsilon_{c1}}$ und $\frac{E_{c,0}}{E_{c,s}} \geq 2$

- Für die Sargin-Kurve [S02]:

$$\sigma = \frac{\frac{E_{c,0}}{E_{c,s}} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} + (D-1) \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left(\frac{E_{c,0}}{E_{c,s}} - 2 \right) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} + D \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} \right)^2} \cdot f_c \quad (2.4)$$

mit: $\frac{E_{c,0}}{E_{c,s}} = A \geq 4/3$ $\left\{ \begin{array}{l} (1 - A/2)^2 < D \leq A \cdot (A - 2) \\ 0 \leq D \leq 1 \end{array} \right\}$ für $\left\{ \begin{array}{l} A \leq 2 \\ 2 \geq A \end{array} \right\}$

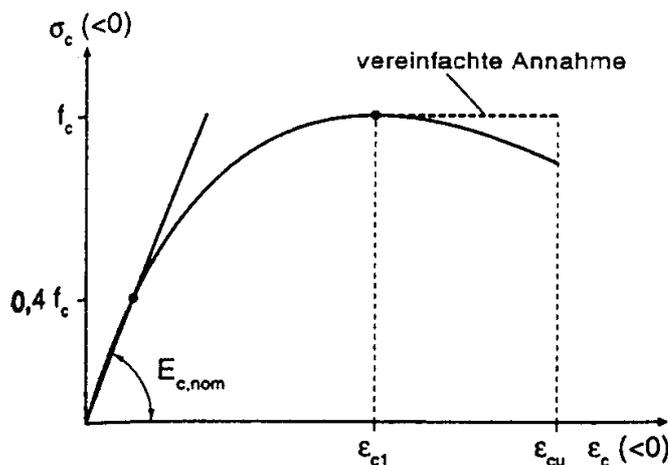


Bild 2.8 Druckspannungs-Dehnungs-Linie von Beton für die Schnittgrößenermittlung in EC2 Teil 1

Eine in EC2 Teil 1 gemäß CEB-Model-Code [C02] für die nichtlineare Berechnung zulässige σ - ϵ -Linie für den Beton ist dem Bild 2.8 zu entnehmen. Demnach kann der Beton unter kurzzeitiger Beanspruchung ohne Langzeitauswirkungen bemessen werden. Der Verlauf der Arbeitslinie ist mit Gl. (2.5) charakterisiert:

$$\sigma = \frac{\frac{E_{c,0}}{E_{c,s}} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{cl}} - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{cl}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_{c,0}}{E_{c,s}} - 2\right) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{cl}}} \cdot f_c \quad (2.5)$$

Die drei Ausdrücke eignen sich gleichermaßen zur analytischen Formulierung der σ - ϵ -Linie von Beton im Druckbereich. Die Form der Kurve kann durch in Grenzen frei wählbare Parameter $E_{c,0}$, ϵ_{cl} und f_c usw. gesteuert werden. Welchem Verfahren letztlich der Vorzug gegeben wird, hängt oftmals einzig und allein von dem gestellten Problem und dem damit verbundenen Programmieraufwand ab.

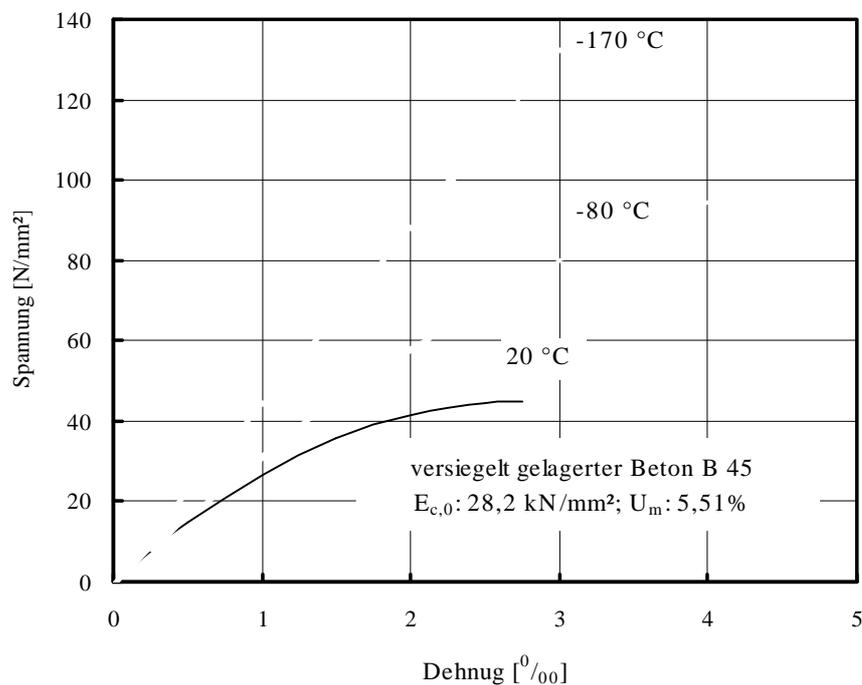


Bild 2.9 Druckspannungs-Dehnungs-Linien [P03]

Mit abnehmender Temperatur werden σ - ϵ -Linien von Beton im Druckbereich zunehmend geradlinig. Die duktile Eigenschaft des Betons, meßbar als Arbeitsvermögen im Spannungs-Dehnungsverhalten, ist damit geringer gegenüber Beton im normalen Temperaturbereich.

Basierend auf den Versuchsergebnissen [P03] lassen sich die σ - ϵ -Linien für Beton im TT-Bereich wie folgt analytisch ansetzen:

$$\frac{\sigma_c}{f_{c,T}} = 1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c,T}}\right)^n \quad (2.6)$$

$$\text{mit: } 1 \leq n = 1 + \frac{T+170}{190} \leq 2$$

In Bild 2.9 werden solche σ - ϵ -Linien auszugsweise für versiegelt gelagerten B45 dargestellt. Dabei kann die Formulierung der Druckstauchung in Anlehnung an die Beschreibungen [P05, S06], wie in Bild 2.10 dargestellt, in zwei Temperaturbereichen erfolgen:

$$\varepsilon_{c1,T} = \begin{cases} \varepsilon_{c1} + \left[1 - \left(\frac{T+80}{100} \right)^2 \right] \frac{U_m}{5} \\ \varepsilon_{c1} + \frac{T+170}{90} \frac{U_m}{5} \end{cases} \text{ für } \begin{cases} -80^\circ\text{C} \leq T \leq 20^\circ\text{C} \\ -170^\circ\text{C} \leq T \leq -80^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2.7)$$

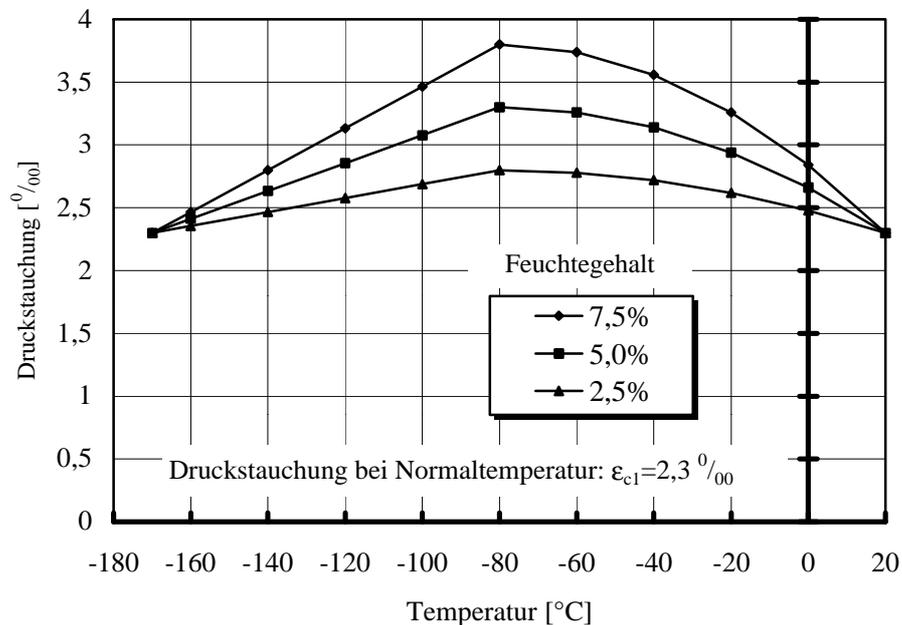


Bild 2.10 Druckstauchung von Beton im TT-Bereich [P05, S06]

Abhängig vom mittleren Feuchtegehalt des Betons wurde der E-Modul von Beton im TT-Bereich in der Arbeit [R03] mit folgenden Ansatz analytisch formuliert:

$$E_{c,T} = E_{c,0} + 4U_m \left[1 - \frac{T+170}{190} \right] \quad (2.8)$$

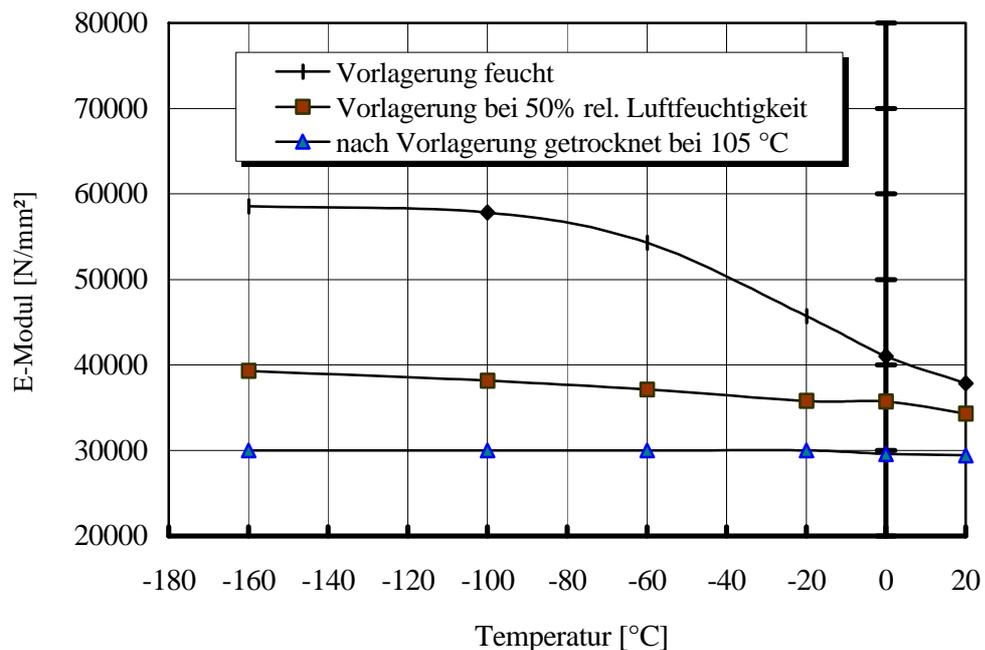


Bild 2.11 TT-Elastizitätsmodul unterschiedlich feuchter Beton [W02]

In Bild 2.11 sind die Zunahmen des E-Moduls von Beton mit abnehmender Temperatur nach Welsch [W01] zusammengestellt.

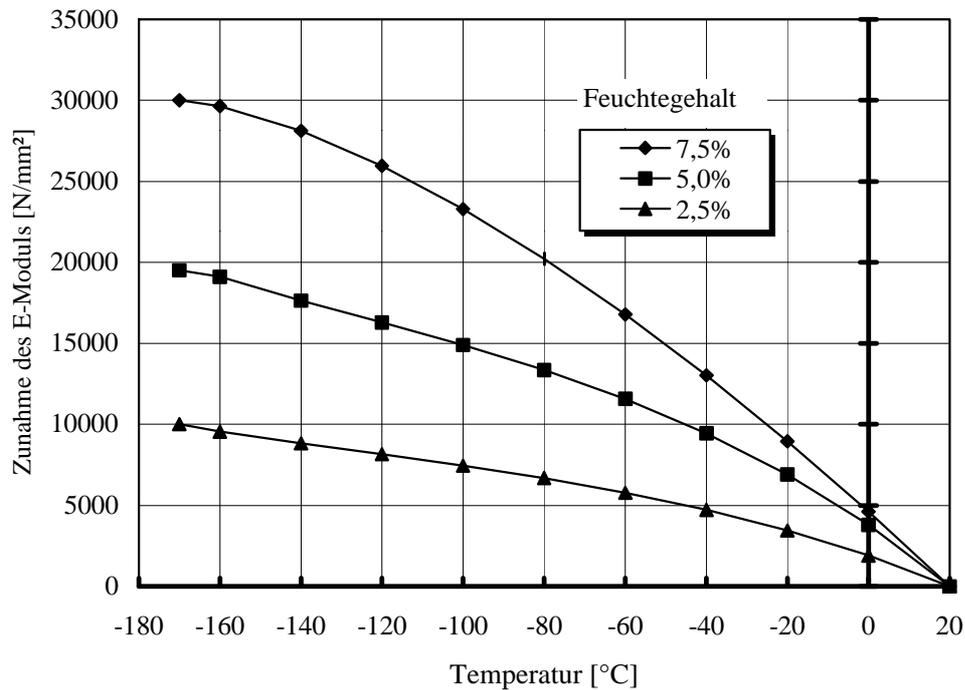


Bild 2.12 Zuwachs des E-Moduls im TT-Bereich nach dem Ansatz (2.9)

Basierend auf Bild 2.11 und in Anlehnung an den Ansatz (2.8) wird der Zuwachs des E-Moduls von Beton im TT-Bereich, dargestellt in Bild 2.12, in der vorliegenden Arbeit analytisch formuliert zu:

$$E_{c,T} = E_{c,0} + 4U_m \left[1 - \left(\frac{T+170}{190} \right)^n \right] \quad (2.9)$$

mit: $1 \leq n = 1 + \frac{T+170}{190} \leq 2$

2.2.4 Spannungs-Dehnungslinie unter einaxialer Zugbeanspruchung

2.2.4.1 Werkstoffverhalten von Beton bei einaxialer Zugbeanspruchung

In Bild 2.13 ist die σ - ϵ -Linie für Beton im Zugbereich dargestellt [C07]. Es ist zu erkennen, daß der ansteigende Ast weitgehend einem linearen Verlauf entspricht. Nach Erreichen der Zugfestigkeit versagt der Beton nicht spröde, sondern folgt einem abfallenden Ast. Dieses Verhalten wird als „Strain Softening“ bzw. Entfestigung bezeichnet.

Aufgrund der experimentellen Ermittlung wird die Entfestigung häufig nicht als σ - ϵ -Linie, sondern als σ - δ -Beziehung definiert, wobei δ die Rissöffnung der Prozesszone bedeutet. Für die σ - δ -Beziehung existieren für anwachsende Verformungen eine große Anzahl von Vorschlägen. Sie lassen sich vereinfacht in lineare, bilineare, multilineare und exponentielle Funktionen einteilen.

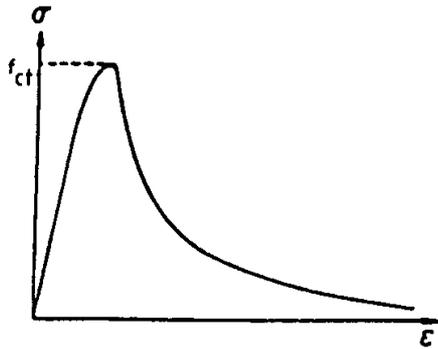


Bild 2.13(a) Spannung-Dehnungs-Linie von Beton im Zugbereich

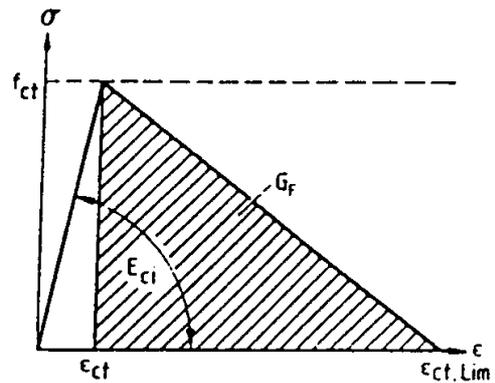


Bild 2.13(b) Mögliche Approximation von Bild 2.13(a)

In Bild 2.14 sind einige Vorschläge gegenübergestellt. Die entsprechenden analytischen Ansätze lassen sich im folgenden wiedergeben:

- Gopalaratnam [G01]

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \cdot e^{-\kappa \cdot \delta^\lambda} \tag{2.10}$$

mit: $\lambda = 1,01$ $\kappa \approx 0,061 \mu\text{m}^{-1}$

- Cornelissen [C06]+

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \cdot \left[\left(1 + \left(C_1 \cdot \frac{\delta}{\delta_c} \right)^3 \right) \cdot e^{-C_2 \cdot \frac{\delta}{\delta_c}} - \frac{\delta}{\delta_c} \cdot (1 - C_1^3) \cdot e^{-C_2} \right] \tag{2.11}$$

mit: $C_1 = 3$ $C_2 = 6,93$ $\delta_c = 160 \mu\text{m}$

- Duda [D02]

$$\sigma_{ct}(\delta) = \sigma_{a,0} \cdot e^{-(\delta/\delta_a)^2} + \sigma_{b,0} \cdot e^{-(\delta/\delta_b)} \tag{2.12}$$

mit: $\delta_a \approx 20 \mu\text{m}$ $\delta_b \approx 100 \mu\text{m}$ $\sigma_{a,0} \approx \frac{2}{3} \cdot f_{ct}$ $\sigma_{b,0} \approx \frac{1}{3} \cdot f_{ct}$

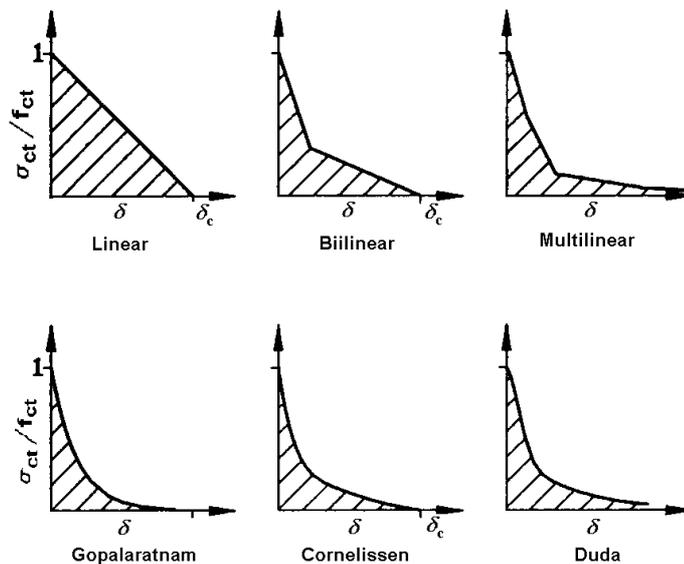


Bild 2.14 Vorschläge zur Spannungs-Rissbreite-Beziehung

Tabelle 2.1 Bruchenergie G_f [Nm/m²] nach CEB–Model–Code 90

Zuschlag	G_f [Nm/m ²]							
d_{\max} [mm]	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80
8	40	50	65	70	85	95	105	115
16	50	60	75	90	105	115	125	135
32	60	80	95	115	130	145	160	175

Die Fläche unterhalb der Kurve in Bild 2.13 bzw. 2.14 wird als Bruchenergie G_f bezeichnet:

$$G_f = \int_{x=0}^{\delta} \sigma(x) \cdot dx \quad (2.13)$$

Da sie weitgehend unabhängig von Probengröße oder Prüfmethode ist, kann die Bruchenergie G_f als Materialkonstante betrachtet werden. Im CEB–Model–Code 90 [C02] wird der Bruchenergiewert für verschiedene Betonklassen in Abhängigkeit vom Größtkorndurchmesser des Zuschlages in Tabelle 2.1 angegeben.

Im Konzept der FE–Methode ist es jedoch für das Entfestigungsgesetz zweckmäßig, die Dehnung und nicht die Verformung als Variable zu benutzen. Die Rißöffnung muß daher in eine äquivalente Dehnung $\bar{\varepsilon}$ überführt werden, indem durch eine charakteristische Länge l_c dividiert wird:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\delta}{l_c} \quad (2.14)$$

Nach Angaben von *Brameshuber* [B06] ergibt sich näherungsweise die charakteristische Länge l_c von Beton zu:

$$l_c = G_f \cdot \frac{E_{c,0}}{f_{ct}^2} \quad (2.15)$$

Aus den Gleichungen (2.14) und (2.15) folgt unmittelbar eine neue Beziehung

$$\bar{\varepsilon} = \frac{f_{ct}^2}{G_f \cdot E_{c,0}} \cdot \delta \quad \text{bzw.} \quad \delta = \frac{G_f \cdot E_{c,0}}{f_{ct}^2} \cdot \bar{\varepsilon} \quad (2.16)$$

Für einen vorgegebenen Verlauf der σ – δ –Beziehung lässt sich mit Hilfe von Gl. (2.16) das Entfestigungsgesetz als σ – ε –Linie eindeutig erhalten. Dies weist darauf hin, daß bei der Formulierung des Entfestigungsgesetzes die σ – ε –Linie über einen ähnlichen Verlauf verfügt wie die σ – δ –Linie.

2.2.4.2 Zuwachs der Zugfestigkeit von Beton im TT–Bereich

Wegen der technischen Schwierigkeit bei der direkten Ermittlung der zentrischen Zugfestigkeit beschränkten sich bislang die Untersuchungen im wesentlichen auf die Prüfung der

Biegezugfestigkeit bzw. Spaltzugfestigkeit. Im TT-Bereich sind die Ergebnisse von Spaltzugversuchen am besten dokumentiert.

Von einigen Autoren wird, wie im Normaltemperaturbereich üblich, eine Koppelung der Spaltzugfestigkeit an die Druckfestigkeit vorgeschlagen. *Hohberg* [H04] schlägt in Anlehnung an den Ansatz von *Okada* u. *Iguro* [O01] für die Spaltzugversuche vor, die Veränderung der Spaltzugfestigkeit im TT-Bereich durch zwei Regressionsgeraden anzunähern:

$$f_{\text{cst},T} = \begin{cases} 0,049f_{\text{c},T} + 2,16 \\ 0,008f_{\text{c},T} + 7,45 \end{cases} \text{ für } \begin{cases} +2^\circ\text{C} < T < 24^\circ\text{C} \\ -156^\circ\text{C} < T < -18^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2.17)$$

In der Arbeit von *Schäper* [S05] wurde für die temperaturabhängige zentrische Zugfestigkeit des Betons folgender Ansatz verwendet:

$$f_{\text{ct},T} = \begin{cases} 0,21(f_{\text{c}_{\text{cube}},20^\circ\text{C}})^{0,75} \\ f_{\text{ct},0^\circ\text{C}} - \frac{T}{20}(f_{\text{ct},-20^\circ\text{C}} - f_{\text{ct},0^\circ\text{C}}) \\ 0,21(f_{\text{c}_{\text{cube}},-120^\circ\text{C}})^{0,75} \end{cases} \text{ für } \begin{cases} 0^\circ\text{C} < T < 20^\circ\text{C} \\ -20^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C} \\ -196^\circ\text{C} < T < -20^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2.18)$$

Nach dem CEB-FIP-Model Code [C02] lässt sich die Spaltzugfestigkeit mit der Betondruckfestigkeit über den folgenden Ansatz verknüpfen:

$$f_{\text{cst},T} = c_T f_{\text{c},T}^{2/3} \quad (2.19)$$

Nach Auswertung zahlreicher Versuchsergebnisse ergeben sich die folgenden Faktoren c_T und c_m im TT-Bereich [P03, R03, S06]:

$$c_T = 0,30 \sim 0,56; \quad c_m = 0,43$$

In Anlehnung an EC2 Teil I wird für das Verhältnis zentrischer Zugfestigkeit zu Spaltzugfestigkeit der Wert von $f_{\text{ct},T}/f_{\text{cst},T} = 0,90$ angenommen.

2.2.4.3 Zuwachs der Bruchenergie von Beton im TT-Bereich

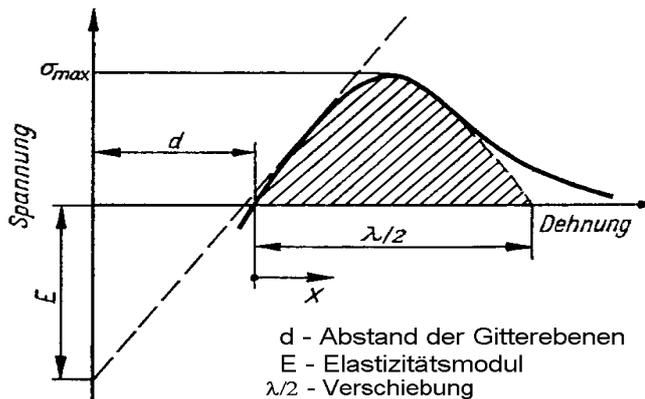
Vorbemerkungen

Die einaxiale σ - ε -Linie bei Zugbeanspruchung, insbesondere das Entfestigungsgesetz, ist ferner das Kriterium für die Erfassung von Rissbildung und Rissentwicklung im TT-Bereich. Aus diesem Grund wird ein Ansatz zur analytischen Formulierung des Entfestigungsgesetzes in bezug auf die Bruchenergie von Beton im TT-Bereich zwingend erforderlich. Die Literaturstudie zeigt, dass die Frage nach einer solchen σ - ε -Linie von Beton im TT-Bereich noch offen ist. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein theoretischer Ansatz für die Berechnung des Zuwachses der Bruchenergie von Beton im TT-Bereich entwickelt. Darauf aufbau-

end kann die einaxiale σ - ϵ -Linie bei Zugbeanspruchung im TT-Bereich, insbesondere das Entfestigungsgesetz, analytisch erfasst werden.

Grundlage der Bruchmechanik

Der physikalische Mechanismus einer Rißbildung besteht darin, daß infolge äußerer und/oder innerer mechanischer Spannungen die atomaren bzw. molekularen Bindungen des Werkstoffs zerstört werden und dementsprechend eine freie Oberfläche bzw. Werkstofftrennung im makroskopischen Bereich entsteht. Dadurch verliert der Werkstoff seine mechanische Tragfähigkeit. Bild 2.15 stellt die theoretische atomare Spannungs-Dehnungs-Linie eines Werkstoffs nach [B05] dar.



Dadurch verliert der Werkstoff seine mechanische Tragfähigkeit. Bild 2.15 stellt die theoretische atomare Spannungs-Dehnungs-Linie eines Werkstoffs nach [B05] dar.

Bild 2.15 Atomare Spannungs-Dehnungs-Linie [B05]

Für jeden Werkstoff gibt es eine von den Bindungskräften abhängige theoretische Bruchspannung σ_{\max} , die unter Annahme der Wirkung einer gleichmäßigen Zugbeanspruchung in einem Kristallgitter bestimmt werden kann [B05]:

$$\sigma_{\max} = \frac{E \cdot \lambda}{2\pi \cdot d} \quad (2.20)$$

Dabei stellt der Abstand $\lambda/2$ die kleinste Verschiebung dar, bei der die Bindungskraft null beträgt. Die beim Zerreißen der Bindung zwischen den Atomen zu leistende Arbeit (schraffierter Bereich in Bild 2.15) beträgt [B5]:

$$\int_{x=0}^{\lambda/2} \sigma_{\max} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} dx = \frac{\sigma_{\max} \lambda}{\pi} = 2\gamma_0 \quad (2.21)$$

Dabei wird die Materialgröße γ_0 als *spezifische Oberflächenenergie* bezeichnet.

Das bekannte Rissmodell unter der Annahme des elastischen Bruches wurde von *Griffith* im Jahr 1924 [G03] in Verbindung mit seiner energetischen Bruchhypothese eingeführt. Das Modell wurde später von *Inglis* [I01] weiter ausgearbeitet, indem die Berechnung des Spannungsfeldes in einer Scheibe mit der vorgegebenen Rissbreite vorgenommen wurde. Ohne Berücksichtigung anderer energetischer Dissipation führte das Modell zu dem bekannten *Griffith-Kriterium* für die Rissentwicklung:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\text{cr}} \cdot \sqrt{\pi a} \\ \sigma \cdot \sqrt{\pi a_{\text{cr}}} \end{array} \right\} = \sqrt{2E\gamma_0} = K_{\text{IC}} \quad (2.22)$$

Der kritische Wert K_{IC} wird als Bruch- oder Reißfähigkeit bezeichnet. Es ist eine Materialgröße. Das Kriterium weist darauf hin, dass ein Material dann abreißt, wenn die einwirkende Spannung die kritische Spannung σ_{cr} oder ein vorhandener Riss im Bauteil die kritische Risslänge a_{cr} überschreitet.

Ein anderer Zugang zu den Bruchkriterien der elastischen Bruchmechanik kann durch die Modifikation der im *Griffith*-Modell benutzten Energiebilanz bei der Rissentwicklung erreicht werden. Zu ihrer Ableitung kann von einem durch die Kraft F um den Betrag Δl elastisch verlängerten Bauteil mit der Einheitsdicke ausgegangen werden. Für das gerissene Bauteil, auf das die Kraft F wirkt und in dem sich eine Lastangriffspunktverschiebung Δl einstellt, bewirkt gleichzeitig die Zugspannung eine Vergrößerung des Innenrisses der Länge $2a$ um den Betrag $d(2a)$. In dem Fall ergibt sich der Wert von Rissausbreitungskraft bzw. Energiefreisetzungsrate G unabhängig von der Lagerungsart des Bauteils zu:

$$G = \frac{dW_e}{d(2a)} = \frac{F^2}{2} \frac{dC}{d(2a)} \quad (2.23)$$

wobei $C = f(l_0, E, 2a)$ die mit zunehmender Risslänge anwachsende reziproke Federkonstante des Systems ist, auch als Nachgiebigkeit bezeichnet. Der kritische Wert G_c der Energiefreisetzungsrates heißt Rissausbreitungsenergie und ist ebenso eine Materialgröße.

Sowohl Rissausbreitungsenergie G_c als auch Reißfähigkeit K_{IC} sind als Parameter des elastischen Spannungsfeldes an der Reißspitze verwendbar. Zwischen diesen beiden besteht die folgende Beziehung [B05]:

$$G_{IC} = \begin{cases} \frac{1}{E} K_{IC}^2 \\ \frac{1+\nu}{E} K_{IC}^2 \end{cases} \text{ für } \begin{cases} \text{den ebenen Spannungszustand} \\ \text{den ebenen Dehnungszustand} \end{cases} \quad (2.24)$$

Theoretischer Ansatz der Bruchenergie von Beton im TT – Bereich

Das bisher angenommene elastische Verhalten des Werkstoffs ist eine idealisierte Modellvorstellung. Auch bei makroskopisch sprödem Bruchverhalten führt die Spannungsüberhöhung vor der Rissspitze zu plastischer Verformung bzw. zur Ausbildung einer plastischen Zone. Während der Rissentwicklung im quasispröden Werkstoff Beton wird für den energiedissipativen Prozess zwischen plastischer Verformung und neu gebildeter Bruchoberfläche unterschieden. Die Dissipation von beiden Energieformen wird beim Zugversuch an Beton mit der Materialgröße Bruchenergie G_f zusammengefasst.

Gemäß der Definitionen der Bruchenergie G_f und Rissausbreitungsenergie G_{IC} wird angenommen, dass die beiden Materialgrößen der proportionalen Beziehung folgen:

$$G_f = k_g G_{IC} \quad (2.25)$$

wobei k_g eine temperaturabhängige Konstante darstellt.

Mit Hilfe der Gl. (2.22), (2.24) und (2.25) ergibt sich die neue Formulierung der Bruchenergie G_f für Beton:

$$G_f = \frac{k_g E \lambda^2}{2\pi^2 d} \quad \text{bzw.} \quad G_f = 2 \frac{k_g d \sigma_{\max}^2}{E} \quad (2.26)$$

Zur Bestimmung der Bruchenergie von Beton im TT-Bereich – gekennzeichnet mit $G_{f,T}$ – lässt sich eine Modifikation der Gleichung (2.26) im Zusammenhang zwischen mikroskopischer Struktur und makroskopisch mechanischer Eigenschaft unter den folgenden Annahmen vornehmen:

- *Beton gilt als homogener und kontinuierlicher Werkstoff*
- *Das Verhältnis zwischen der Probelänge und dem Abstand der Gitterebenen bleibt unveränderlich im TT-Bereich.*
- *Die theoretische Bruchspannung σ_{\max} und die Zugfestigkeit des Betons sind einander proportional mit bestimmtem Verhältnis im TT-Bereich.*

Demgemäß folgen die Beziehungen:

$$d_T = d_{+20^\circ\text{C}} (1 - \alpha_T \cdot \Delta T) \quad (2.27)$$

$$\text{und} \quad \sigma_{\max,T} = k_\sigma f_{ct,T} \quad (2.28)$$

$$\text{mit:} \quad k_\sigma = \text{const.}; \quad \Delta T = T - T_{\text{ref}}$$

Nach Einführung der Gl. (2.27) und (2.28) in (2.26) ergibt sich die zu ermittelnde Bruchenergie $G_{f,T}$ im TT-Bereich zu:

$$G_{f,T} = 2k_g k_\sigma^2 \cdot \frac{d_{+20^\circ\text{C}} (1 - \alpha_T \cdot \Delta T) f_{ct,T}^2}{E_{c,T}} \quad (2.29)$$

Lässt sich die Bruchenergie $G_{f,T}$ auf ihren Wert bei Normaltemperatur $G_{f,+20^\circ\text{C}}$ beziehen, dann ergibt sich die folgende Formulierung:

$$G_{f,T} = f(T) \cdot G_{f,+20^\circ\text{C}} \quad (2.30)$$

wobei $G_{f,T}$ und $f(T)$ nach folgenden Gleichungen festgelegt werden können:

$$G_{f,+20^\circ\text{C}} = 2k_g k_\sigma^2 \cdot \frac{d_{+20^\circ\text{C}} f_{ct,+20^\circ\text{C}}^2}{E_{c,+20^\circ\text{C}}} \quad (2.31)$$

$$f(T) = \frac{(1 - \alpha_T \cdot \Delta T) (f_{ct,T} / f_{ct,+20^\circ\text{C}})^2}{E_{c,T} / E_{c,+20^\circ\text{C}}} \quad (2.32)$$

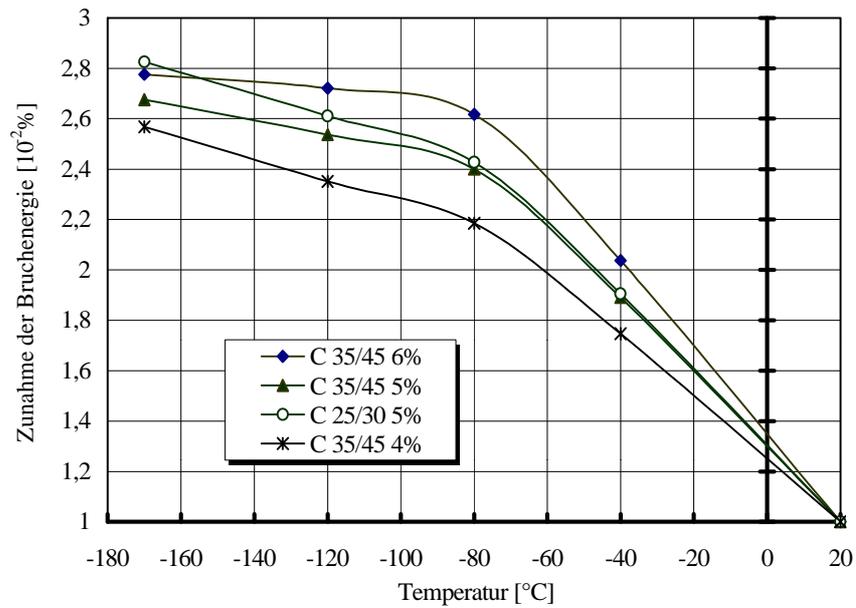


Bild 2.16 Bruchenergie von Beton im TT – Bereich nach (2.32)

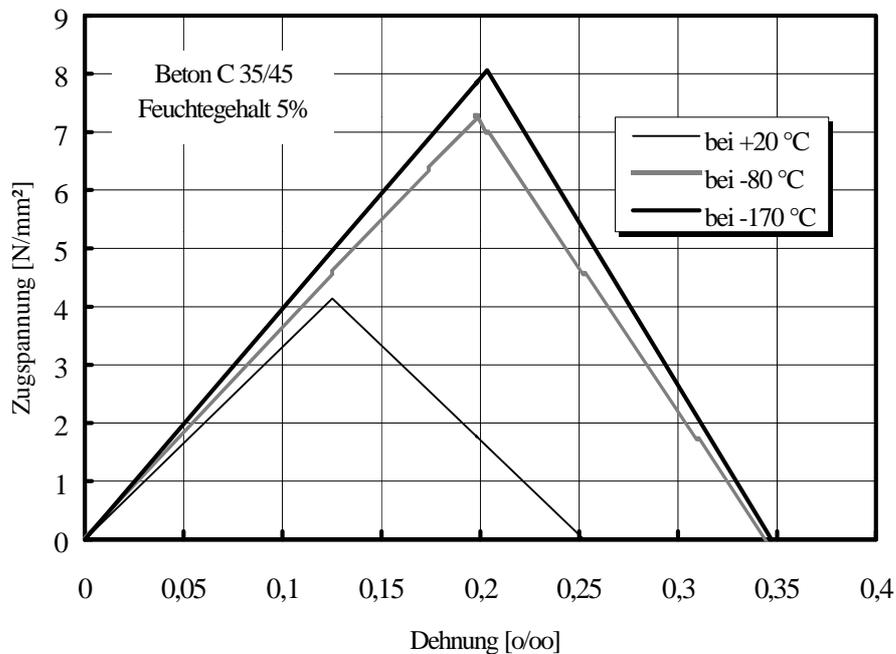


Bild 2.17 Zugspannungs-Dehnungs-Linien von Beton im TT-Bereich

Nach Gl. (2.17) ergibt sich die charakteristische Länge $l_{c,T}$ von Beton im TT-Bereich zu:

$$l_{c,T} = (1 - \alpha_T \cdot \Delta T) l_{c,+20^\circ\text{C}} \quad (2.33a)$$

Aus der Gl. (2.33) ergibt sich eine näherungsweise unveränderliche charakteristische Länge $l_{c,T}$ von Beton im TT-Bereich.

$$l_{c,T} \approx l_{c,+20^\circ\text{C}} \quad (2.33b)$$

In Bild 2.16 wird die Zunahme der Bruchenergie $G_{f,T}$ von Betons im TT-Bereich in Abhängigkeit von für unterschiedliche Parameter von Festigkeitsklasse und Feuchtegehalt des Betons dargestellt.

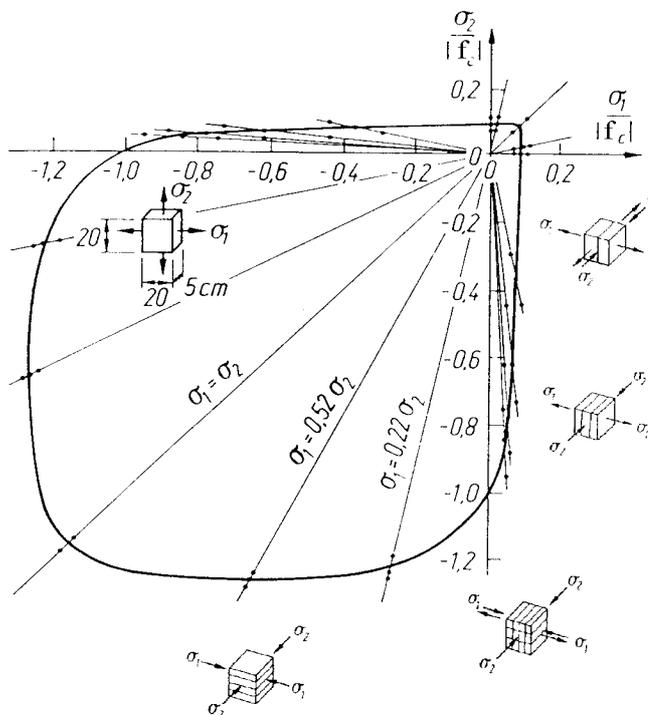
In Bild 2.17 werden die aufgrund der in obigen Analysen gewonnenen vollständigen theoretischen σ - δ -Linien auszugsweise für Beton C35/45 mit einem Feuchtegehalt von 5% schematisch dargestellt. Dabei wird der übliche vereinfachte Ansatz einer Geraden für die Entfestigungsgesetze gewählt und im Vergleich zu Bild 2.13 (b) ergeben sich die folgenden Definitionen:

$$E_{ct,T} = E_{c,T}; \quad \epsilon_{ct,T} = \frac{f_{ct,T}}{E_{ct,T}}; \quad \epsilon_{ct,lim,T} = \frac{f_{ct,T}}{E_{ct,T}} + 2 \frac{G_{f,T}}{f_{ct}} \quad (2.34)$$

2.2.5 Mehraxiales Werkstoffverhalten von Beton

Zum Problem des mehraxialen Betonverhaltens liegt bereits eine kaum mehr überschaubare Anzahl von Veröffentlichungen vor. Andererseits existiert bislang keine Angabe über solche Materialeigenschaften im TT-Bereich.

Die Anwendung der FE-Methode zur wirklichkeitsnahen Modellierung des Betonverhaltens geschieht im allgemeinen jedoch mit Hilfe der Kontinuumsmechanik. Hierzu ist die Kenntnis der Spannungs-Verzerrungszusammenhänge unter zwei- und dreidimensionalen Beanspruchungen für Beton erforderlich.



In Bild 2.18 ist die von *Kupfer/Hilsdorf/Rüsch* [K12] angegebene, experimentell ermittelte Einhüllende der auf die einaxiale Druckfestigkeit bezogenen zweiaxialen Festigkeit des Betons dargestellt. Diese symmetrische Kurve ist nahezu unabhängig von Belastungspfad, d.h. von der Art, wie die Bruchspannung erreicht wird.

Bild 2.18 Zweiaxiale Versagenskurve von *Kupfer/Hilsdorf/Rüsch* [K12]

Demnach können die Spannungscombinationen in zweiaxialen Druck, eine Kombination von Zug und Druck sowie zweiaxialen Zug eingeteilt werden, deren Spannungszustände den drei Zonen IV. Quadrant, II./III. Quadrant und I. Quadrant zugewiesen wurden.

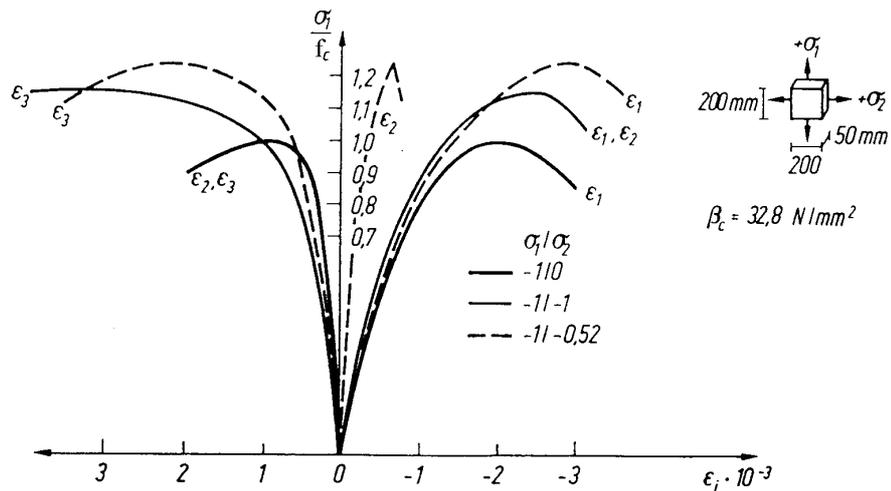


Bild 2.19(a) Spannungs-Dehnungs-Linie für zweiachial belasteten Beton bei zweiachialem Druck [K12]

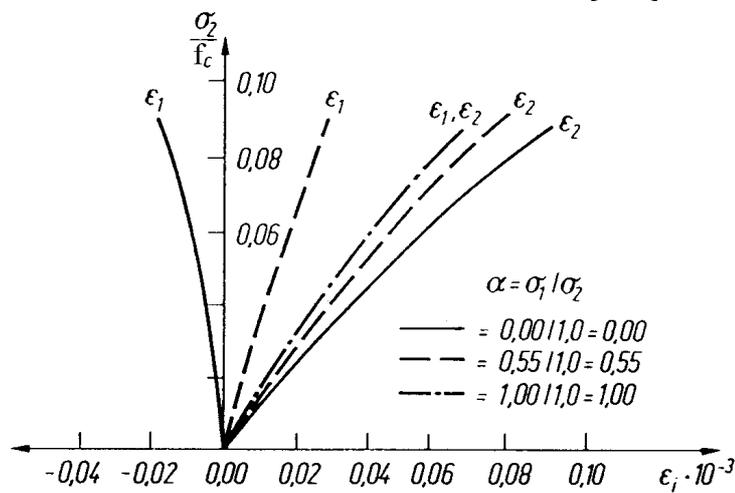


Bild 2.19(b) Spannungs-Dehnungs-Linie für zweiachial belasteten Beton bei zweiachialem Zug [K12]

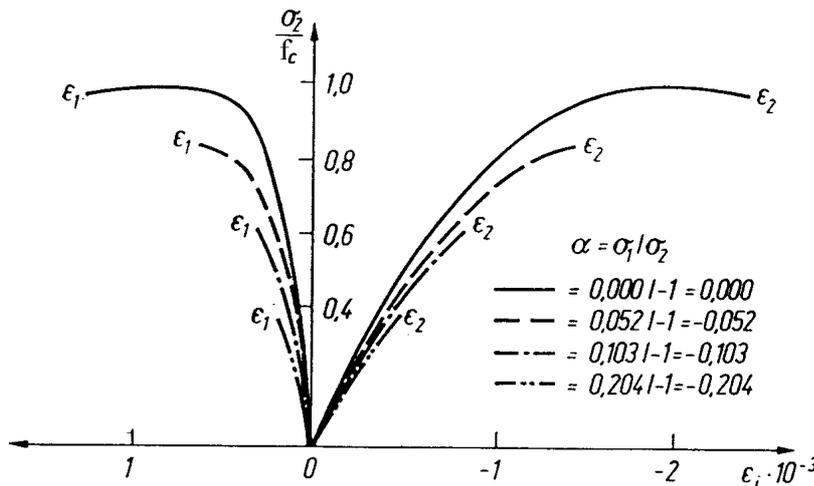


Bild 2.19 (c) Spannungs-Dehnungs-Linie für zweiachial belasteten Beton bei gleichzeitigem Druck und Zug [K12]

Die gleich große zweiachiale Druckbelastung ($\sigma_{11} = \sigma_{22}$) führt zu einer Steigerung der Festigkeit von ca. 16% gegenüber der einaxialen Festigkeit. Bei einem Lastpfad mit $\sigma_{11} = 2\sigma_{22}$ ergibt sich die größte Festigkeitssteigerung mit ca. 25%. Wird der Beton unter einer zweiachialen Spannungscombination von Druck und Zug beansprucht, ergibt sich eine Abminderung

der aufnehmbaren Druckspannungen. Nach Angabe in [M03] erfolgt das Druckversagen für Lastpfade mit einem Belastungsverhältnisse $\sigma_{11} \leq -12,9\sigma_{22}$, während sich für Verhältnisse wie $\sigma_{11} \geq -9,7\sigma_{22}$ Trennbrüche einstellen.

Bild 2.19 zeigt die auf die einaxialen Beanspruchungen bezogenen Spannungs–Verzerrungsdiagramme für verschiedene Spannungskombinationen. Der Verlauf solcher Versagenskurven kann nach [K12] näherungsweise durch folgende Ausdrücke beschrieben werden, wobei der Parameter a das Verhältnis σ_{11}/σ_{22} bezeichnet. Die zu einem Hauptspannungsverhältnis zugehörigen vorhandenen zwei axialen Festigkeiten können dann als Funktion der einaxialen Betonfestigkeit mit dem Parameter a angegeben werden:

- Für Druck–Druck Bereich ($\sigma_{11} \leq 0 \wedge \sigma_{22} \leq 0$):

$$\left. \begin{aligned} f_{2c} &= \frac{1 + 3,65a}{(1+a)^2} f_c \\ f_{1c} &= af_{2c} \end{aligned} \right\} \quad (2.35a)$$

- Für Druck–Zug Bereich ($\sigma_{11} > 0 \wedge \sigma_{22} \leq 0$):

$$\left. \begin{aligned} f_{2c} &= \frac{1 + 3,28 a}{(1 + a)^2} f_c \geq 0,65 f_c \\ f_{1t} &= f_{ct} \end{aligned} \right\} \quad (2.35b)$$

- Für Zug–Zug Bereich ($\sigma_{11} > 0 \wedge \sigma_{22} > 0$):

$$\left. \begin{aligned} f_{1t} &= f_{ct} \\ f_{2t} &= f_{ct} \end{aligned} \right\} \quad (2.35c)$$

In Bild 2.5 sind typische Spannungs–Verzerrungs–Linien von Beton unter dreiaxialer Belastung dargestellt. Ein Spannungsabfall wie bei einaxialen oder zwei axialen Spannungszuständen (vgl. Bild 2.4 und 2.19), tritt aufgrund der Umschnürungswirkung bei dreiaxialer Druckspeisung kaum oder gar nicht auf.

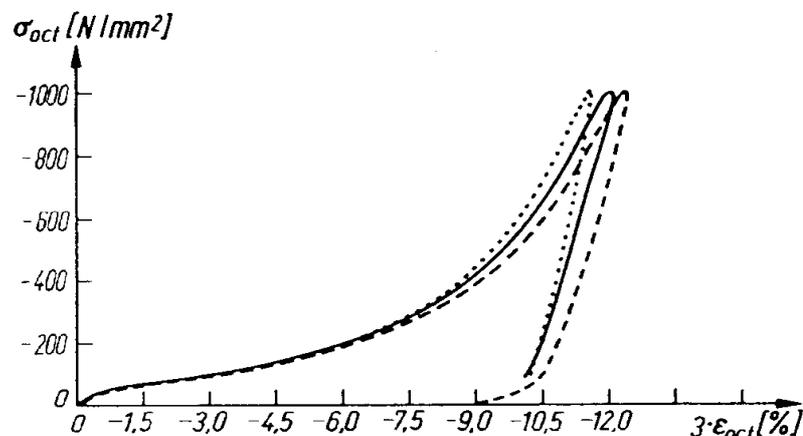


Bild 2.20 Verhalten von Beton unter hydrostatischem Spannungszustand [K04]

Bei reinen hydrostatischen Belastungen können experimentell extrem hohe Beanspruchungen erreicht werden, was Bild 2.20 zeigt. Danach ist deutlich zu erkennen, dass der hydrostatische

Belastungsast nichtlinear ist, der Entlastungsast hingegen nahezu linear verläuft. Bei einem dreiaxialen Zugspannungszustand wird in der Regel von einem linearen Verhältnis zwischen Spannung und Dehnung ausgegangen. Experimente mit dreiaxialer Zugbeanspruchung für Normaltemperatur liegen bislang kaum vor, im TT-Bereich sind keine Ergebnisse bekannt.

2.2.6 Die Querdehnzahl von Beton

Die Querdehnzahl von Beton variiert gewöhnlich bei Raumtemperatur unter einaxialen Beanspruchungen in einem Bereich von 0,15 bis 0,22. Der Wert bleibt nahezu konstant bis zu etwa 80% der Druckfestigkeit. Danach wächst er bis auf einen Wert von ca. 0,40 an [C03]. Im TT-Bereich steigt die Querdehnzahl für wassergesättigten Beton nach *Wiedemann* [W02] um bis zu 50%, nach *Okada* [O01] um bis zu 35% im Vergleich zu der bei Raumtemperatur an.

2.2.7 Thermisches Dehnverhalten von Beton im TT-Bereich

Das thermische Dehnverhalten von Beton im TT-Bereich setzt sich aus dem überlagerten Dehnverhalten des schrumpfenden Betons und des beim Gefrieren zunächst expandierenden

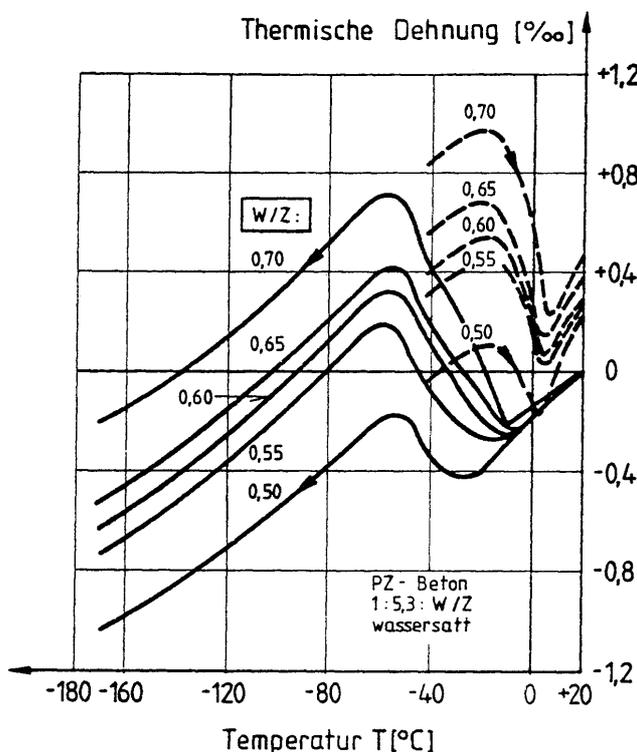


Bild 2.21 Einfluss des W/Z-Werts auf das Dehnverhalten von Beton [W02]

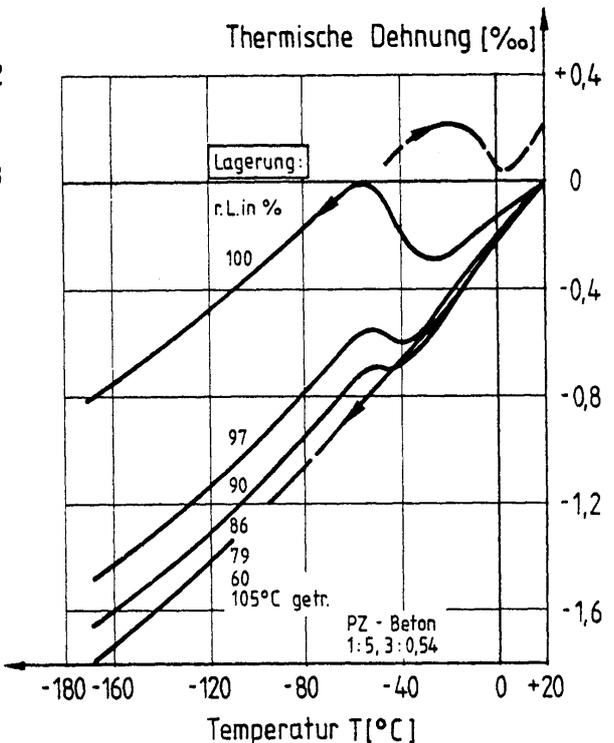


Bild 2.22 Einfluss der Lagerungsbedingung auf das Dehnverhalten von Beton [W02]

Wassers zusammen. Diese komplexen Zusammenhänge wurden systematisch von *Scheuermann* [S06] und *Wiedemann* [W02] untersucht. Nach ihren Versuchsergebnissen sind neben dem Feuchtegehalt des Betons darum auch die Parameter signifikant, welche die Porenstruk-

tur des Zementsteins beeinflussen, wie Zementart und W/Z-Wert. Der Einfluss der Abkühlungsgeschwindigkeit auf das Dehnverhalten des Betons wurde nur bei wassergesättigten Betonen mit signifikanter Auswirkung festgestellt, so dass hieraus resultierende Änderungen im TT-Bereich auch bei Kälteschockbeanspruchungen außer acht bleiben können.

In den Bildern 2.21 und 2.22 ist das thermische Dehnverhalten von Beton im TT-Bereich nach unterschiedlich dominierenden Parametern, nämlich Wasserzementwert, Feuchtegehalt des Betons und Lagerungsbedingung nach [W02] gegenübergestellt.

Für baupraktische Stahl- und Spannbetonkonstruktionen liegt der W/Z-Wert unterhalb 0,5. Dementsprechend weist ein Konstruktionsbeton, auch bei dickwandigen Bauten, einen niedrigeren Feuchtegehalt auf als ein wassergesättigter Beton. Aus dem Grund wird in der vorliegenden Arbeit davon ausgegangen, dass Beton im TT-Bereich nicht expandiert. Für die numerischen Berechnungen in der vorliegenden Arbeit wird die in [S06] vorgeschlagene Formulierung der thermischen Dehnung von Beton im TT-Bereich, wie in Bild 2.23 dargestellt, angesetzt:

$$\varepsilon_{c,T} = \alpha_{c,T} (T - 20) \quad (2.36)$$

$$\text{mit: } \alpha_{c,T} = \left(\frac{273 + T}{6,55 \omega 10^{-10}} \right)^{(0,088 - \omega/100)} * 10^{-6} \quad [^{\circ}\text{C}^{-1}]$$

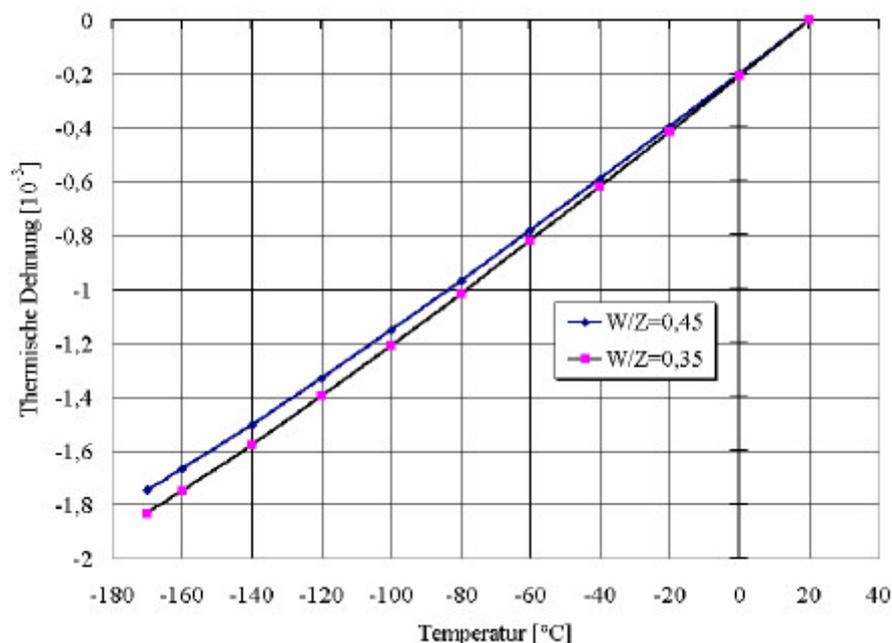
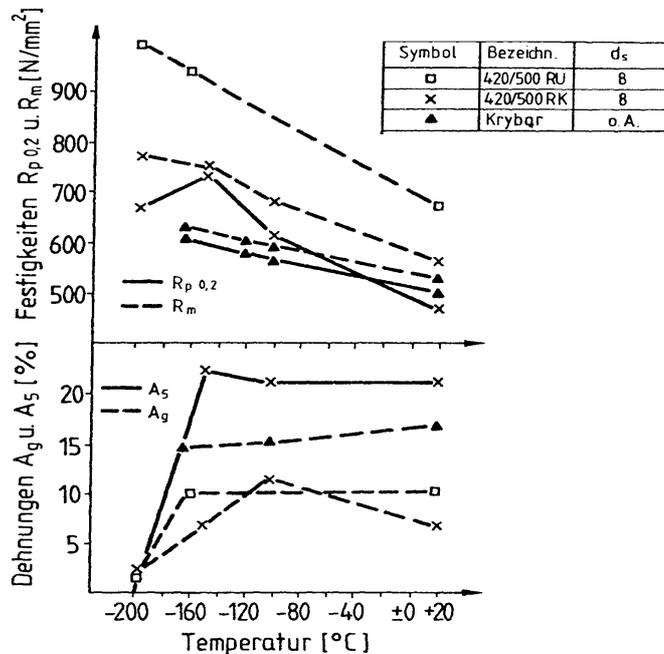


Bild 2.23 Thermische Dehnung von Beton im TT – Bereich nach (2.36)

2.3 Spann- und Bewehrungsstahl

2.3.1 Festigkeits- und Verformungsverhalten

Für die konstruktive Durchbildung von LNG-Behältern sind umfassende Kenntnisse des Verhaltens von Spann- und Bewehrungsstahl im TT-Bereich erforderlich. Die mechanischen Eigenschaften von solchen Werkstoffen sind aus zahlreichen Versuchen



aus zahlreichen Versuchen [E01, F01, R05] – wie in Bild 2.24 dargestellt – bekannt. In der folgenden Ausführung wird das Wesentliche über die analytischen Formulierungen zur Berechnung des Festigkeits- und Verformungsverhaltens von Spann- und Bewehrungsstahl im TT-Bereich zusammengestellt, welches als Grundlage für die numerischen Berechnungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit dient.

Bild 2.24 Festigkeits- und Verformungsverhalten von Stahl im TT-Bereich [R05]

- **Elastizitätsmodul $E_{s,T}$**

Der Zuwachs des Elastizitätsmoduls von Spann- und Bewehrungsstahl erfolgt nahezu linear und beträgt zwischen 3 und 10% im TT-Bereich. Der E-Modul im TT-Bereich kann mit dem folgenden Berechnungsansatz beschrieben werden [P03, S06]:

$$E_{s,T} = E_{s,0} + \frac{E_{s,0}}{10} \left(1 - \frac{T+170}{190}\right) \quad (2.37)$$

- **Streckgrenze f_y**

Die Steigerungen der Streckgrenze von Spann- und Bewehrungsstahl im TT-Bereich lassen sich nach unterschiedlichen Ansätzen für Bewehrungsstahl und Spannstahl beschreiben [S06, R05]:

Bewehrungsstahl:

$$f_{y,T} = f_{y,0} + \Delta f_f \left(1 - \sqrt{\frac{T+170}{190}}\right) \quad (2.38)$$

Spannstahl:

$$f_{y,T} = f_{y,0} + \Delta f_f \left(1 - \frac{T+170}{190}\right) \quad (2.39)$$

Die absolute Steigerung beträgt bei Bewehrungsstahl zwischen 300 bis 500 N/mm² und bei Spannstahl zwischen 150 bis 300 N/mm²

2.3.2 Temperaturdehnverhalten

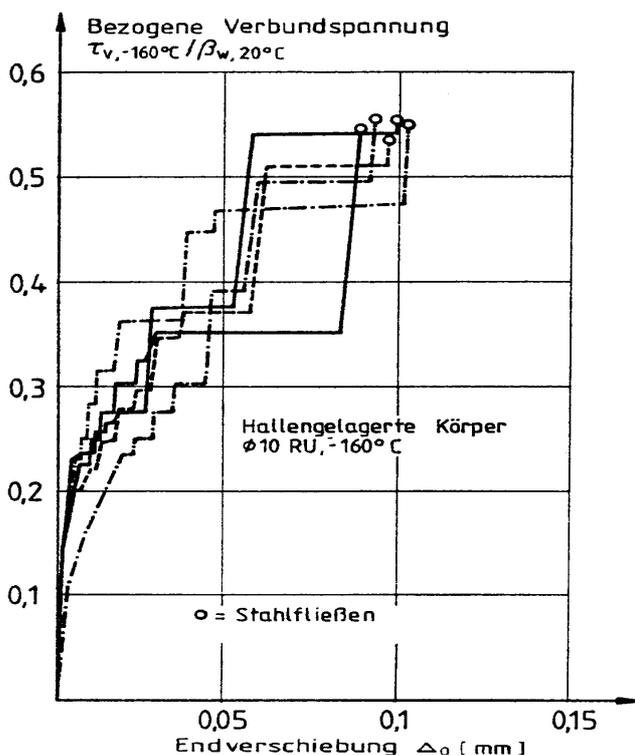
Die Temperaturdehnzahl von Spann- und Bewehrungsstahl nimmt im TT-Bereich ab, jedoch nicht in dem Maße, wie die von feuchtem Beton. Nichtlegierter Stahl weist eine einheitliche und stetige Abnahme der Temperaturdehnzahl von $1,15 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ bei Raumtemperatur bis $0,9 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ bei ca. $-175 \text{ }^\circ\text{C}$ auf, wohingegen die Temperaturdehnzahl von hochlegierten Stählen nur wenig temperaturabhängig ist [R5]. In der vorliegenden Arbeit wird die Temperaturdehnzahl von Spann- und Bewehrungsstahl nach dem in [S06] vorgeschlagenen Ansatz wie folgt berechnet:

$$\alpha_{s,T} = \left(\frac{273 + T}{3,181 \cdot 10^{-6}} \right)^{\frac{1}{7,59}} \cdot 10^{-6} \quad (2.40)$$

2.4 Der Verbund zwischen Beton und Stahl im TT – Bereich

Voraussetzung für das Zusammenwirken von Beton und Stahl in einer beanspruchten Stahlbetonkonstruktion ist der effektive Verbund zwischen beiden Komponenten. Im allgemeinen wird das Stoffgesetz des Verbundes mit Verbundspannung τ_v als Funktion der Relativverschiebung $V(x)$ zwischen dem Stahl und dem umgebenden Beton beschrieben [R02]:

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{4}{d_s} \frac{1 + \eta \mu}{E_s} \tau_v(x) \quad (2.41)$$



Die konkreten mathematischen Formulierungen des Verbundgesetzes werden bei Normaltemperatur neben der Betongüte vor allem durch den Oberflächencharakter des Bewehrungsstabes, beschrieben durch die bezogene Rippenfläche, beeinflusst. In den letzten Jahrzehnten sind zahlreiche Arbeiten [R04, S06, V01, Y01] zum Thema des Verbundverhaltens von Stahlbeton im TT-Bereich entstanden.

Bild 2.25 Verschiebungssprünge während der Ausziehversuche bei $-160 \text{ }^\circ\text{C}$ [P01]

Charakteristisch traten dabei die Verschiebungssprünge immer wiederholt während des Ausziehvorganges bei TT-Versuchen auf (Bild 2.25), wohingegen sich stets eine kontinuierliche Verschiebung während der Ausziehversuche bei Raumtemperatur ergab.

Im folgenden wird lediglich die rechnerische Verschiebung im baupraktisch interessierenden Bereich der Stabendverschiebungen V_0 von 0,01 bis 0,3 mm zusammengestellt. Die Verschiebungssprünge unter -160 °C lassen sich hier mit den folgenden Berechnungsansätzen jedoch nicht erfassen.

- **Einfluß tiefer Temperatur**

In Anlehnung an die Arbeiten [R04, S06] lässt sich das Verbundgesetz im TT-Bereich nach folgendem Ansatz analytisch wiedergeben:

$$\tau_{VT} = A(T) * V^{B(T)} \quad (2.42)$$

Gleichzeitig kann die Verbundfestigkeit bei eintretendem Gleitbruch τ_{VUT}^G näherungsweise auf die Zylinderdruckfestigkeit bezogen werden:

$$\tau_{VUT}^G \cong 0,47f_{ct} \quad (2.43)$$

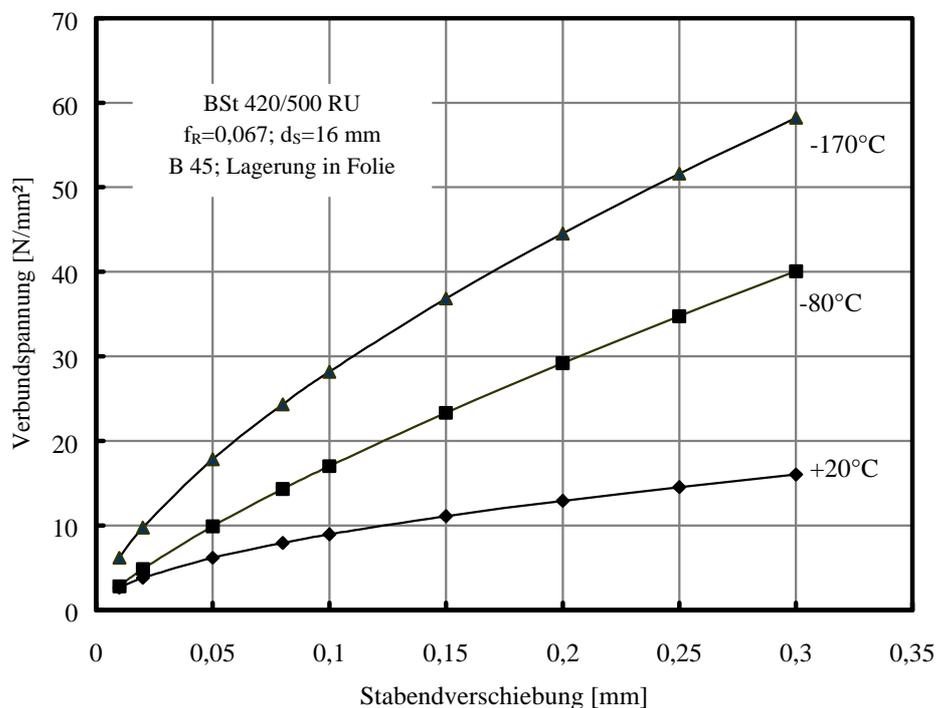


Bild 2.26 Einfluss der Tieftemperatur auf das Verbundgesetz nach Gl (2.42)

Die Koeffizienten $A(T)$ und $B(T)$ des Verbundgesetzes (2.42) sind der Tabelle 2.2 zu entnehmen. Auszugsweise werden hier nur die Werte zweckmäßigerweise für einen B 45 bei Temperaturen $+20\text{ °C}$, -80 °C und -170 °C nach den experimentellen Untersuchungsergebnissen [R04, S06] angegeben, wobei die Versuchsparameter maßgebend sind: Mittige Stablage, Be-

tonierichtung in Stablängsrichtung sowie die Prüfkörper-Lagerung in Folie. In Bild 2.26 zeigt sich die τ_V - V_0 -Linie nach Gl. (2.42).

Tabelle 2.2 Koeffizienten des Verbundgesetzes für Beton B45

Versuchsparameter	T [°C]	A(T) [N/mm ^(2+B)]	B(T)
Mittige Stablage, Betonier- richtung in Stabrichtung und Lagerung in Folie	+20	30,30	0,53
	-80	102,46	0,78
	-170	128,84	0,66

- **Einfluss des Feuchtegehaltes**

Der Einfluss des Feuchtegehaltes von Beton auf das Verbundverhalten im TT-Bereich wurde an wassergelagerten und hallengelagerten Ausziehproben untersucht [P01]. Bild 2.27 stellt wieder die aus den Ausziehversuchen gewonnenen Verbundgesetze dar.

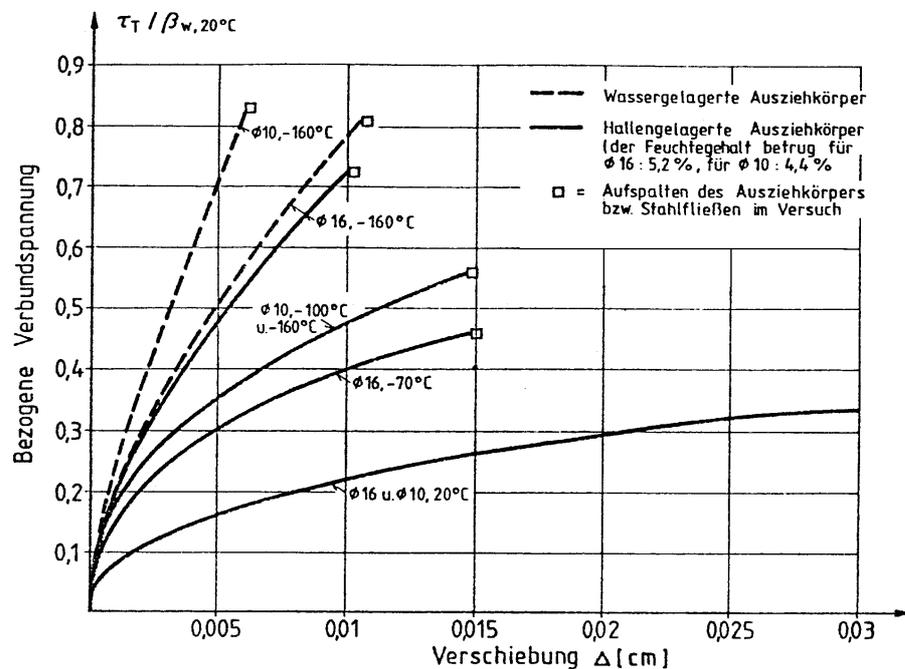


Bild 2.27 Einfluss des Feuchtegehaltes auf das Verbundgesetz im TT-Bereich [P01]

Aus den Ergebnissen von Ausziehversuchen lässt sich zusammenfassen, dass das Verbundverhalten von Stahlbetonen den Stoffgesetzen folgt, denen die Festigkeitseigenschaften von Beton unterliegen: Verbundfestigkeit und Verbundsteifigkeit steigen mit fallender Temperatur und zunehmender Betonfeuchte an.

Über das Verbundverhalten von Spannstählen im Einpressmörtel liegen im TT-Bereich bislang kaum Versuchsergebnisse vor. Wegen des niedrigeren Scherverbundes von erhärtetem Verpressmörtel, der im Vergleich zu Beton keinen groben Zuschlag enthält, ist der Verbund der für die Ringvorspannung in LNG-Behälterschalen mittig eingebetteten Litzenspannglieder schwächer als der Verbund einbetonierter Rippenstähle. Trotzdem kann nach Angabe in [P03] die Annahme getroffen werden, dass im TT-Bereich das Verbundverhalten von Spannstahl im Einpressmörtel verbessert wird gegenüber der Normaltemperatur.

3 Thermische Materialeigenschaften

3.1 Vorbemerkungen

Für numerische Berechnungen der instationären Temperaturvorgänge muss das Temperaturleitvermögen – ausgedrückt durch die Temperaturleitzahl a – in sämtlichen Temperaturbereichen bekannt sein. Die Temperaturleitzahl ist die funktionale Kopplung mehrerer thermischer Materialgrößen:

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \quad (3.1)$$

Die Einzelwerte, Wärmeleitfähigkeit λ , spezifische Wärmekapazität c_p und Dichte ρ , unterliegen sämtlich einer eigenen Temperaturabhängigkeit, deren Ermittlung in den letzten Jahrzehnten Gegenstand der Forschungen war [C05, L03, W04].

3.2 Thermische Eigenschaften des Verbundwerkstoffs Stahl- und Spannbeton

3.2.1 Temperaturleitvermögen von Beton

Für Beton hängen Wärmeleitfähigkeit und spezifische Wärmekapazität von Art und Anteil der verwendeten Zuschlagstoffe, Anteil des Zementsteins, vom Porenanteil und insbesondere vom Porenwasser ab. Infolge Eisbildung von Porenwasser steigt die Wärmeleitfähigkeit im TT-Bereich, hingegen sinkt seine spezifische Wärmekapazität. Bei der analytischen Formulierung hatten *Niemann* u. *Nguyen* [N04] in Anlehnung an die Arbeit [K10] folgende Ansätze zur Bestimmung solcher thermischen Materialkennwerte vorgeschlagen:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1-a}{(1-p) \cdot \lambda_s + p \cdot \lambda_L} + a \left[\frac{1-p}{\lambda_s} + \frac{p}{\lambda_L} \right] \quad (3.2)$$

$$c_B = c_{Ze} \cdot G_{Ze} + c_{Zu} \cdot G_{Zu} + c_W \cdot G_W + c_E \cdot G_E \quad (3.3)$$

mit:

c_{Ze}, c_{Zu}, c_W, c_E – Spezif. Wärmekapazität von Zementstein, Zuschlagstoff, Wasser und Eis

G_{Ze}, G_{Zu}, G_W, G_E – Gewichtsanteil von Zementstein, Zuschlagstoff, Wasser und Eis

Neben dem Volumenanteil von Poren p wurde zusätzlich ein Volumenanteil a in Gl. (3.2) eingeführt, bei dem sich die Wärmeleitfähigkeiten der Feststoffe und Poren in Richtung des

Temperaturgradienten miteinander summieren. Nach Angabe in [N04] beträgt der Volumenanteil a ca. 3% und beeinflusst merklich die Wärmeleitfähigkeit von Beton.

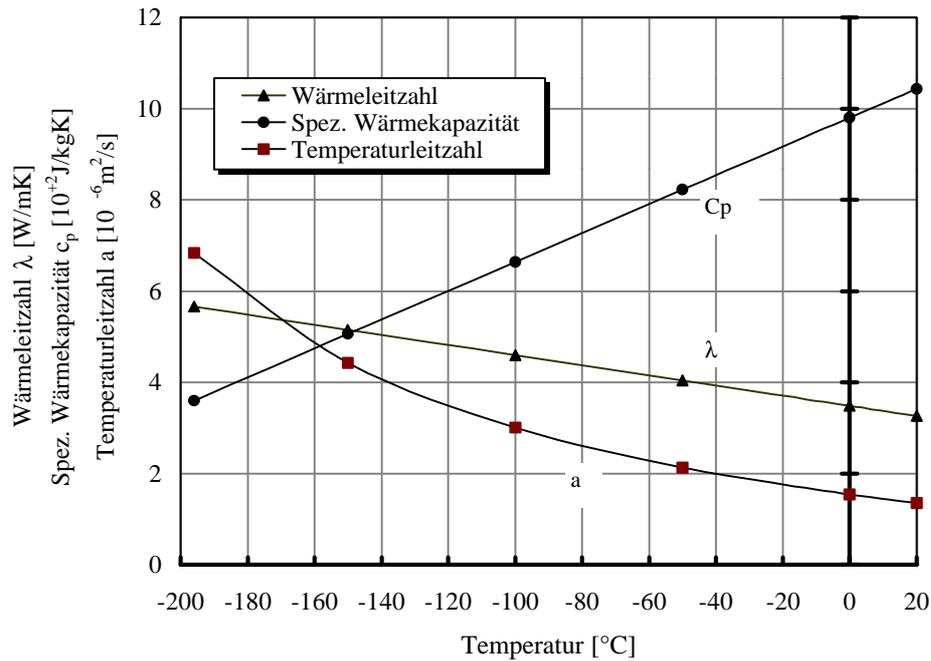


Bild 3.1 Thermische Materialkennwerte von Beton [P03]

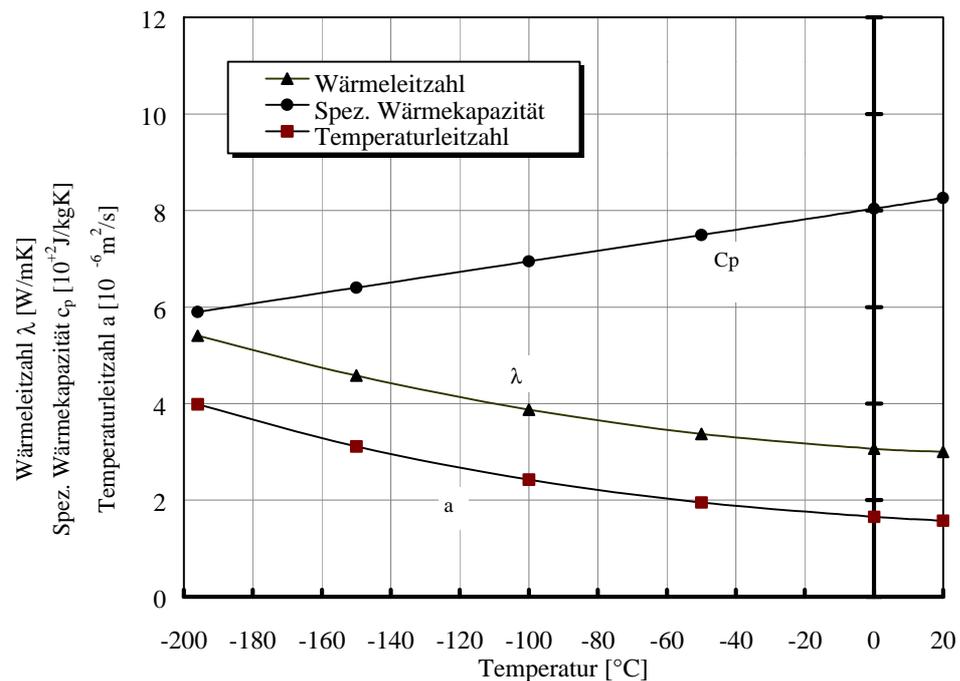


Bild 3.2 Thermische Materialkennwerte von Beton [K03]

Mangels genauer quantitativer Daten wurden die Steigerung der Wärmeleitfähigkeit und die Abminderung der spezifischen Wärmekapazität von *Pusch* u. *Rostásy* [P03] im TT-Bereich linear angenommen. Sie lassen sich annäherungsweise wie folgt formulieren:

$$\lambda(T) = \lambda_{RT} + 2,4 \cdot \left(1 - \frac{T+196}{216}\right) \quad (3.4)$$

$$c_p(T) = c_{p,RT} - 0,19 \cdot \left(1 - \frac{T+196}{216}\right) \quad (3.5)$$

Dabei bezeichnen λ_{RT} die Wärmeleitfähigkeit und $c_{p,RT}$ die spezifische Wärmekapazität bei Normaltemperatur T_0 ; die Werte betragen $\lambda(T_0) = 3,26 \text{ W/mK}$ und $c_p(T_0) = 0,29 \text{ Wh/kgK}$.

Die Bilder 3.1 und 3.2 zeigen den Verlauf der thermischen Materialkennwerte von Beton für die Näherung $\rho = \text{const.}$ Werden die Angaben über die Temperaturleitzahl in den Bildern 3.1 und 3.2 miteinander verglichen, ergibt sich eine ähnliche temperaturabhängige Tendenz, jedoch liegen die Werte von [P03] im TT-Bereich um bis zu 70% höher als die von [N03]. Bei Berechnungen haben die thermischen Materialkennwerte nach [P03] ein entsprechend schnelleres Erreichen des stationären Zustands zur Folge. In dieser Arbeit kommen die Ansätze (3.2) und (3.3) zur Berechnung der instationären Temperaturentwicklung zur Anwendung.

3.2.2 Temperaturleitvermögen von Spann- und Bewehrungsstahl

Im Vergleich mit Beton weist Stahl eine mehrfach höhere Wärmeleitfähigkeit auf. Dies kann dazu führen, daß Spann- und Bewehrungsstahl einen zusätzlichen, gerichteten und lokal konzentrierten Wärmetransport bewirkt und demzufolge die Temperaturverteilung erheblich beeinflusst wird. Die Temperaturleitzahl für Stahl zeigt eine ähnliche temperaturabhängige Tendenz [T01], wie dies bereits für Beton galt. Es ergeben sich jedoch unterschiedliche Werte zwischen Stahl und Beton. Infolge solcher Differenzen stellen Stahleinlagen im Inneren eines Betonquerschnitts eine zusätzliche Inhomogenität für die Ermittlung des Temperaturfeldes dar. Versuche, diese Wirkung global zu erfassen, ergaben keine befriedigende Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen [N04]. Da jedoch mit guter Näherung dieser Einfluss – zumindest bei Betonquerschnitten mit üblichen Bewehrungsprozentsätzen – vernachlässigt werden kann, wird im allgemeinen auf eine temperaturabhängig funktionelle Darstellung der Temperaturleitzahl für Stahl verzichtet.

In üblichen FEM-Modellen werden die Spann- und Bewehrungsstähle als eindimensionale Stabelemente abgebildet. Dabei wird eine ideale Wärmeübertragung der Stahleinlagen zum benachbarten Beton angenommen, so dass Stahleinlagen und Beton in Verbindungsknoten über die gleiche Temperatur verfügen.

3.2.3 Thermische Eigenschaften eines Luftspaltes

Neben der Dichtigkeitsfunktion hat der generell innenseitig in LNG-Behältern als Dichthaut angeordnete Liner auch eine wärmedämmende Wirkung. Bei Kopfbolzenlinern wird diese Wirkung durch das Abheben des Liners von der Betonoberfläche infolge seiner schlagartigen Verkürzung unter schockartiger Kälteeinwirkung verstärkt. Der Luftspalt, der dann entsteht,

stellt eine gute Wärmeisolierung dar. Hier spricht man von einem „Polygonalisierungseffekt“. Bild 3.3 zeigt diese Erscheinung schematisch. Nach Angabe von *Nguyen* [N03] kann die Stärke des Luftspaltes an lokalen Stellen größer als 1 mm sein.

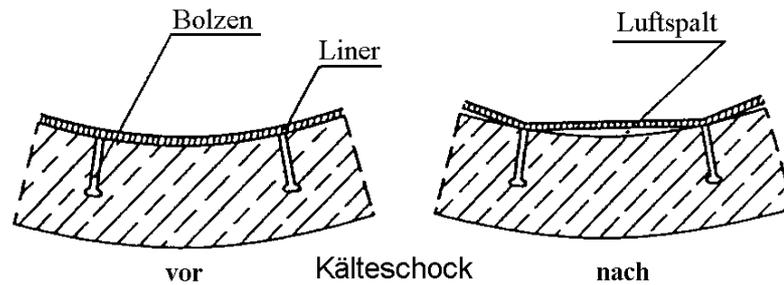


Bild 3.3 Wärmeisolierende Wirkung eines Stahlbolzenliners

Über die thermischen Eigenschaften der Luftspalte liegen keinerlei Versuchsergebnisse vor. Bei Berechnungen im Rahmen der Arbeit wird nach den Angaben [G04] in Bild 3.4 dargestellten Größen gearbeitet, da diese mit experimentellen Ergebnissen gut in Einklang gebracht werden konnten.

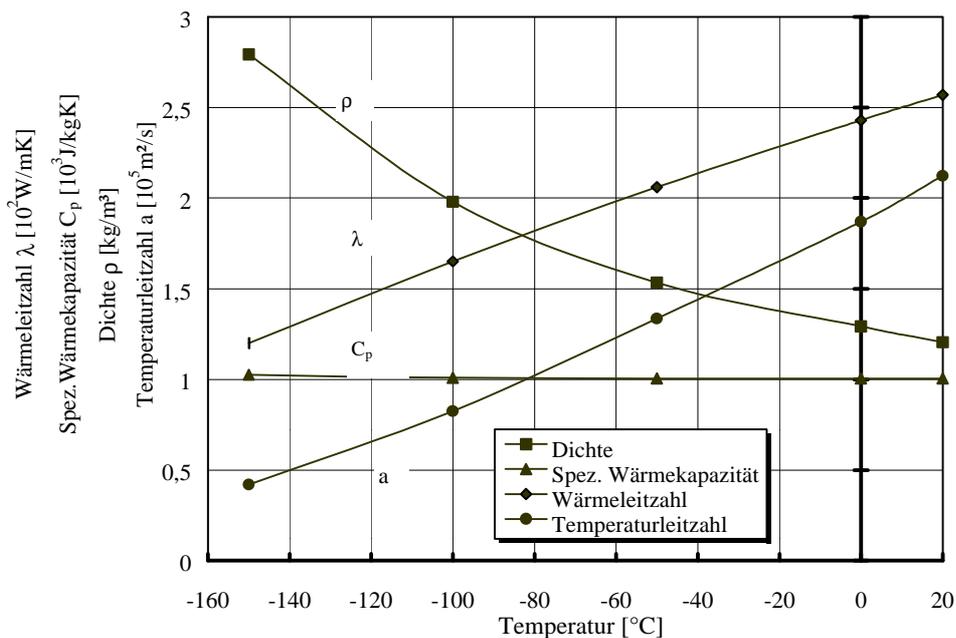


Bild 3.4 Thermische Materialkennwerte der Luftspalte

In Gl. (3.6) wird die temperaturbedingte Abhängigkeit solcher physikalischen Größen mathematisch wiedergegeben.

$$\rho = 5e - 5 * T^2 - 0,0025 * T + 1,262 \quad [\text{kg/m}^3] \quad (3.6a)$$

$$\lambda = 0,008 * T + 2,43 \quad [10^2 \text{ W/m}^*\text{K}] \quad (3.6b)$$

$$c_p = 1000 \quad [\text{J/kg}^*\text{K}] \quad (3.6c)$$

$$a = 0,01 * T + 1,88 \quad [10 \text{ m}^2/\text{s}] \quad (3.6d)$$

3.3 Wärmeübergang

3.3.1 Wärmeübergang auf der Kaltschockseite

Aus wirtschaftlichen Gründen werden Flüssiggase üblicherweise knapp unter dem Siedepunkt gelagert. Bei plötzlicher Berührung mit einem relativ warmen Bauteil wird die Siedetemperatur unmittelbar erreicht. Der Wärmeübergang zwischen Flüssiggasen und Bauteilen kann in der Form von Konvektion, Blasen und Filmsieden infolge Verdampfung der Flüssiggase stattfinden [G04]. Für den bei siedendem Wasser ablaufenden Vorgang wurden Übergangszahlen im Bereich etwa von 300 bis 30.000 W/m²K festgestellt [S05]. Nach Angabe von *Höring* [H05] liegen Vergleichswerte für tiefkalte Flüssiggase in der gleichen Größenordnung oder darüber. Zahlreiche Versuchsergebnisse [N02, N03, N04] haben nachgewiesen, dass die Randbedingung erster Art dort eingesetzt werden kann, wo die Flüssiggase in unmittelbarer Berührung mit der Oberfläche von Bauteilen stehen. Demgemäß werden die instationären Temperaturberechnungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit unter der Annahme $T = T_{\text{LNG}}$ auf der Kaltschockseite durchgeführt.

3.3.2 Wärmeübergang auf der Luftseite

Der Wärmeübergang zwischen einem Bauteil und der Umgebungsluft erfolgt in der Form von natürlicher Konvektion. Mittels des *Newton*'schen Abkühlungsgesetzes kann der komplexe Wärmevergange pauschal beschrieben werden:

$$q_s = -\alpha(T_U - T_S) \quad (3.7)$$

mit: T_U, T_S – Luft- bzw. Oberflächentemperatur in K
 α – Konvektionszahl in W/m²K

Versuchsergebnisse über die Konvektionszahl α im TT-Bereich liegen bislang nicht vor. Mit folgenden Ansätzen nach [G04] kann vor allem der komplizierte und problematische Strömungsmechanismus auf der Luftseite des Bauteils theoretisch beschrieben werden:

$$\text{Nu} = C * (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^n \quad (3.8)$$

mit: $\alpha/\lambda = \text{Nu}$ *Nußelt* – Zahl
 $g\beta T l^3/\nu = \text{Gr}$ *Grashof* – Zahl
 $\nu/a = \text{Pr}$ *Prandtl* – Zahl

Dabei sind C und n Konstante, die von den Strömungseigenschaften, insbesondere vom Wärmeübergang bei einer laminaren Strömung oder bei einer turbulenten Strömung abhängen. Ausgehend von (3.8) und (3.9) lässt sich Konvektionszahl α analytisch ansetzen:

$$\alpha = \frac{\lambda}{l} * C * (Gr \cdot Pr)^n \quad (3.10)$$

Ansatz (3.10) weist darauf hin, dass die Konvektionszahl eine funktionale Kopplung mehrerer Größen ist, die von den thermischen Materialkennwerten der Luft, der Geometrie des Bauteils sowie der Temperaturdifferenz zwischen Bauteil und Umgebungsluft bestimmt werden. Außerdem wird es je nach Feuchtgehalt der Luft auf der luftseitigen Oberfläche des Bauteils durch Kondensation mehr oder weniger zur Bildung einer Eisschicht kommen, die in eine wirklichkeitsnahe Berechnung der instationären Temperaturverteilung mit ihrer wärmeisolierenden Wirkung eingehen müsste.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Berechnung des Wärmeübergangs auf der Luftseite des Bauteils in Anlehnung an die Angaben in [G04, N03] nach der empirischen Formel (3.11) für die Konvektionszahl α , dargestellt in [Bild 3.5](#), durchgeführt.

$$\alpha = 2 \cdot (20 - T)^{[-1,5 \cdot 10^{-4} \cdot T + 0,25]} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (3.11)$$

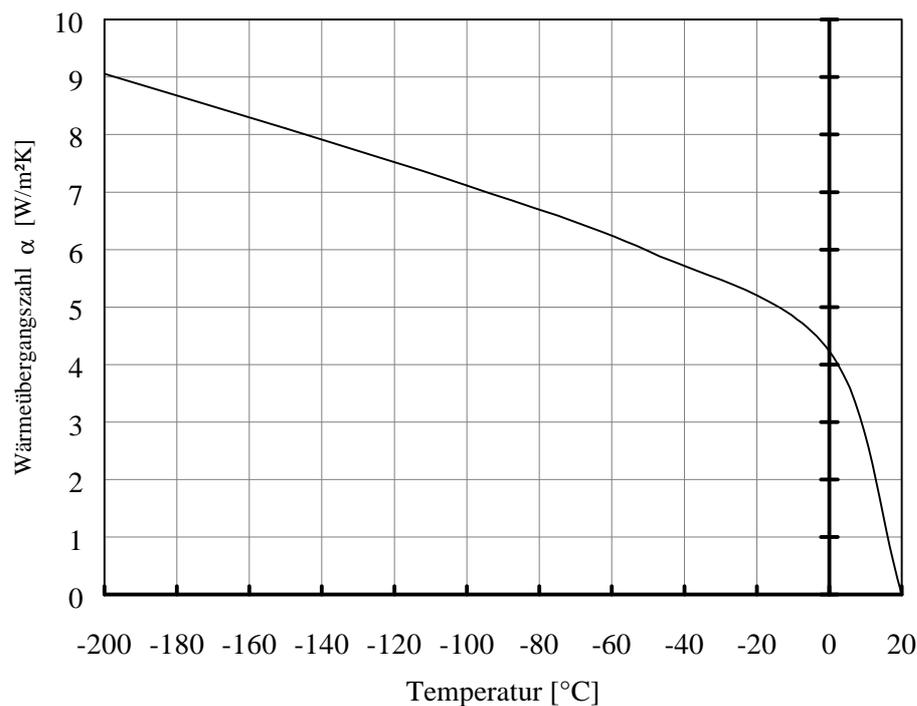


Bild 3.5 Wärmeübergangszahl für der Luftseite

4 Berechnung des instationären Temperaturfeldes

4.1 Grundgesetz der Wärmeleitung

Die Gesetzmäßigkeit des instationären Wärmetransports wurde 1804 von *Biot* entwickelt. *Fourier* untersuchte die Beziehung später eingehender und lieferte im Jahre 1822 die mathematische Formulierung in der Form [G04]:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_Q \quad (4.1)$$

Ihre Anwendung auf Stahl- und Spannbeton stellt jedoch nur eine Näherung dar, da sich infolge der Stahleinlagen und einer damit verbundenen Differenz der Temperaturleitzahlen zwischen Beton und Stahl eine örtliche Temperatursenke bildet und insbesondere neben der Wärmeleitung eine Feuchtigkeitsdiffusion mit gegenseitiger Beeinflussung abläuft. Thermodynamisch wären hier also zwei miteinander gekoppelte Vorgänge zu unterscheiden, die durch ein System von gekoppelten partiellen Differentialgleichungen zu beschreiben sind. Für technische Probleme kann jedoch in der Regel eine solche Aufgabe auf das Lösen der Differentialgleichung (4.1) reduziert werden [K06]. Des Weiteren sind Stoffwerte c , ρ , λ keine Konstanten, sondern temperaturabhängige Variablen. Sie werden zusätzlich auch durch die thermischen Randbedingungen in einer temperaturabhängigen Funktion beschrieben.

Im wesentlichen erfaßt die *Fourier*'sche Differentialgleichung (4.1) den Wärmetransport durch Wärmeleitung innerhalb eines Körpers. Am freien Rand des Körpers kann so z.B. durch Konvektion zusätzlich ein Wärmeübergang stattfinden, welcher als Randbedingung beim Lösen dieser Differentialgleichung eingearbeitet werden muß. Bei der hier betrachteten Schockkühlung liegt ein instationärer Vorgang vor, zu dem der Zustand des Anfangszeitpunktes bekannt sein muß. Außerdem können drei Arten von Randbedingungen auftreten:

- Bei der Randbedingung erster Art wird am freien Rand S die Temperatur $T_S = T^*$ vorgeschrieben. Dies trifft im Bereich des Kälteschocks weitgehend zu, wo das Kältemittel LNG im unmittelbaren Kontakt mit der Oberfläche des Bauteils steht.
- Die Randbedingung zweiter Art besteht in der direkten Angabe eines Wärmeflus-

ses durch den freien Rand. Die mathematische Formulierung gilt in der Form:

$$q_s = -\lambda_n \frac{\partial T}{\partial n} \quad (4.2)$$

mit: n – Normalrichtung des Randes

wobei der Wärmefluss q_s pro Zeit und die Oberfläche ebenso wie die Normalrichtung des Randes nach außen positiv gerechnet ist. Mangels quantitativer Informationen zum Wärmefluss kommt diese Randbedingung bei der Behandlung des Kälteschocks in der vorliegenden Arbeit nicht zur Anwendung.

- Die Randbedingung dritter Art beschreibt ebenfalls einen Wärmefluß durch den freien Rand, jedoch findet der Wärmeübergang in der Form von Konvektion zwischen Bauteil und der Umgebung statt. Als Ansatz wird das *Newton'sche* Abkühlungsgesetz benutzt:

$$q_s = -\alpha(T_U - T_S) \quad (4.3)$$

mit: T_U, T_S – Medium bzw. Oberflächentemperatur in K
 α – Wärmeübergangszahl in W/m^2K

Damit wird vor allem der Wärmeübergang auf der Luftseite des Bauteils beschrieben. Analytische Lösungen der Differentialgleichung (4.1) liegen nur für einfache Sonderfälle vor. Die Auswertung der Differentialgleichung kann daher in der Regel nur numerisch erfolgen, wobei sowohl die bestimmten thermischen Randbedingungen in Zeit- und Ortsabhängigkeit als auch die thermischen Stoffwerte temperaturabhängig wirklichkeitsnah berücksichtigt werden können [K06]. Als leistungsfähiges Verfahren wird heute überwiegend die FE-Methode benutzt.

4.2 FE-Formulierung der *Fourier'schen* Differentialgleichung

Die Formulierung der *Fourier'schen* Differentialgleichung (4.1) im Rahmen der FE – Methode repräsentiert nichts anderes als die numerische Darstellung der Erhaltung der Energie innerhalb eines betrachteten differentialen Kontrollelements gemäß dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik. Demnach gilt zum einen die Gl.(4.4) als die allgemeine Form zur Erfassung der instationären Temperaturverteilung eines Bauteils infolge einer Wärmeleitung mit drei Orts- und einer Zeitvariablen:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \{L\}^T \{q\} = \ddot{q} \quad (4.4)$$

mit: $\{q\}$ – Vektor des Wärmeflusses

\ddot{q} – Intensität der Wärmefreisetzung pro Volumen- und Zeiteinheit

$$\{\mathbf{L}\}^T = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\} - \text{Vektor Operator}$$

Zum anderen stellt das *Fourier*'sche Gesetz die Formulierung der Beziehung zwischen Vektor des Wärmeflusses und Temperaturgradient dar [A02]:

$$\{\mathbf{q}\} = -[\mathbf{D}]\{\mathbf{L}\}T \quad (4.5)$$

mit: $[\mathbf{D}] = \begin{vmatrix} \lambda_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{zz} \end{vmatrix}$ – Matrix der Wärmeleitung

$\lambda_{xx}, \lambda_{yy}, \lambda_{zz}$ – Wärmeleitfähigkeit in der x-, y-, und z- Richtung des Elements

In Kombination der Gl. (4.4) und (4.5) ergibt sich eine neue numerische Darstellung der *Fourier*'schen Differentialgleichung :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \{\mathbf{L}\}^T ([\mathbf{D}]\{\mathbf{L}\}T) + \ddot{q} \quad (4.6)$$

In der Gleichung sind drei Arten von Randbedingungen zu berücksichtigen:

- Bestimmte Temperatur in der Fläche S_1

$$T = T^* \quad (4.7)$$

- bestimmter Wärmefluss durch die Fläche S_2

$$\{\mathbf{q}\}^T \{\mathbf{n}\} = -q^* \quad (4.8)$$

- Wärmeübergang in der Form von Konvektion über die Fläche S_3

$$\{\mathbf{q}\}^T \{\mathbf{n}\} = -\alpha_T (T_U - T_S) \quad (4.9)$$

Nach Multiplikation der Gl. (4.6) mit einer virtuellen Temperaturänderung unter Berücksichtigung der obigen Randbedingungen von (4.7) bis (4.9) lässt sich eine Integration über das Volumen des betrachteten Elements durchführen. Anschließend wird eine zweckmäßige Formulierung für FE-Methode geliefert:

$$\int_{\text{vol}} \left(\rho c \delta T \frac{\partial T}{\partial t} + \{\mathbf{L}\}^T (\delta T) [\mathbf{D}] \{\mathbf{L}\} T \right) d(\text{vol}) = \int_{S_2} \delta T q^* d(S_2) + \int_{S_3} \delta T \alpha_T (T_U - T) d(S_3) + \int_{\text{vol}} \delta T \ddot{q} d(\text{vol}) \quad (4.10)$$

mit: vol – Volumen des Elements
 $\delta T = \delta T(x, y, z, t)$ – eine virtuelle Temperatur

Zur weiteren Behandlung wird hier für das zu ermittelnde Temperaturfeld eine Ansatzfunktion T eingeführt, die aus den N Knotentemperaturen $\tilde{T}_i = \tilde{T}_i(t)$ an den Knoten des FE-Netzes und N Formfunktionen $N_i = N_i(x, y, z)$ besteht:

$$\mathbf{T} = \{\mathbf{N}\}^T \{\tilde{\mathbf{T}}\} \quad (4.11)$$

Die Ansatzfunktion wird so gewählt, dass die Randbedingung erster Art von vornherein erfüllt werden kann.

In dem hier betrachteten instationären Fall wird eine numerische Zeitintegration erforderlich. In bezug auf Gl. (4.11) wird diese Zeitintegration mit Hilfe eines Zeitinkrements δt berechnet:

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} = \frac{\mathbf{T}(t + \Delta t) - \mathbf{T}(t)}{\delta t} \quad (4.12a)$$

$$\text{bzw.} \quad \delta \mathbf{T} = \{\delta \tilde{\mathbf{T}}\}^T \{\mathbf{N}\} \quad (4.12b)$$

An jedem Knotenpunkt entsteht ein Fehler, der über das Volumen des Elements integriert wird und dadurch im Gleichgewicht bleibt. Die Forderung, daß der Gesamtfehler verschwinden soll, führt zu einem Gleichungssystem zur Bestimmung der Knotentemperaturen:

$$\text{bzw.} \quad \left[\mathbf{C}_e^t \right] \left\{ \frac{\partial \tilde{\mathbf{T}}}{\partial t} \right\} + \left(\left[\mathbf{K}_e^{ta} \right] + \left[\mathbf{K}_e^{tb} \right] \right) \{\tilde{\mathbf{T}}\} = \{\mathbf{Q}_e^Q\} + \{\mathbf{Q}_e^K\} + \{\mathbf{Q}_e^S\} \quad (4.13)$$

mit:

$$[\mathbf{B}] = \{\mathbf{L}\} \{\mathbf{N}\}^T$$

$$[\mathbf{C}_e^t] = \rho \int_{\text{vol}} c \{\mathbf{N}\} \{\mathbf{N}\}^T d(\text{vol}) \quad - \text{spezifische Wärmekapazitäts-Matrix}$$

$$[\mathbf{C}_e^{ta}] = \int_{\text{vol}} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] d(\text{vol})$$

$$[\mathbf{C}_e^{tb}] = \int_{S_3} \alpha_T \{\mathbf{N}\} \{\mathbf{N}\}^T d(S_3) \quad - \text{totale Wärmeleitungs-Matrix}$$

$$\{\mathbf{Q}_e^Q\} = \int_{\text{vol}} \ddot{q} \{\mathbf{N}\} d(\text{vol}) \quad - \text{Wärmefluss der Quelle}$$

$$\{\mathbf{Q}_e^K\} = \int_{S_3} T_U \alpha_T \{\mathbf{N}\} d(S_3) \quad - \text{Wärmefluss infolge Konvektion über den freien Rand}$$

$$\{\mathbf{Q}_e^S\} = \int_{S_2} \{\mathbf{N}\} q^* d(S_2) \quad - \text{äußerer Wärmefluss, von außen durch Heizung oder Kühlung eines freien Randes zugeführt}$$

Alle Werte auf der rechten Seite sind entweder aus dem vorherigen Schritt oder aus den Randbedingungen bekannt. Da in der vorliegenden Arbeit die thermischen Stoffwerte temperaturabhängig sind, wird Gl. (4.13) nichtlinear. Dementsprechend ist eine zusätzliche Iterationsschleife erforderlich, bei der das anfängliche, mit linearen Stoffwerten berechnete Ungleichgewicht des Wärmeflusses ausgeglichen wird. Bei der folgenden Berechnung mit dem FE – Programmsystem ANSYS® wird die Zeitintegration mit der *Newmark*–Methode und die Iteration mit dem *Newton–Raphson*–Verfahren durchgeführt [A02].

5 Strukturanalyse in der FE-Methode

In den 60er Jahren wurde mit den Arbeiten von *Ngo* u. *Scordelis* [N01] und *Rashid* [R01] der Grundstein für den Einsatz der *FE-Methoden* für die Berechnung von Stahlbetonstrukturen gelegt. Im deutschen Sprachraum wurden bereits seit den 70er Jahren wesentliche Beiträge z.B. [K03, S04] zur numerischen Modellierung des mechanischen Verhaltens des Werkstoffs Beton und des Verbundwerkstoffs Stahlbeton sowie zu Finite-Elemente-Analysen von Stahlbetonkonstruktionen geleistet. Die FE-Methode ist heute zweifellos ein praktisch bewährtes und allgemein anerkanntes Verfahren zur Lösung des Problems der Strukturmechanik, Temperaturfeldberechnung und gekoppelter Felderanalyse. Außer größerer Flexibilität bei der Erfassung komplizierter Tragwerksgeometrie ist diese Methode durch ihre besondere Eignung zur Erfassung des nichtlinearen Werkstoff- und Tragwerksverhalten gekennzeichnet, was bei physikalischer und geometrischer Nichtlinearität von Bedeutung ist.

Im folgenden werden nur diejenigen Grundlagen diskutiert, die zur numerischen Umsetzung der nachfolgenden Abschnitte resp. der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität von Spann- und Stahlbetonstruktur unbedingt erforderlich erscheinen. Für die anderen Eigenschaften, ermittelt über die FE-Methode, sei auf das ausführliche Schrifttum [A02, B01, Z01] verwiesen.

5.1 Charakteristische Bewegungsgleichung zur Problemlösung der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität

Die Berechnung der Verformung einer Struktur aus physikalisch nichtlinearen Werkstoffen unter statischen oder dynamischen Lasten erfolgt aus einem nichtlinearen Gleichungssystem durch abschnittsweise Linearisierung in inkrementell aufgebrachten Lastschritten. Ausgehend von einem bekannten Gleichungssystem zum Zeitpunkt t wird die Lösung für einen Zeitpunkt $t + \Delta t$ gesucht. Dabei bezeichnet Δt das Inkrement der Zeit, mit dem die Änderung der Lastkonfiguration verbunden ist. Da man für die hier diskutierte Problemstellung nicht an Schwingungsproblemen interessiert ist, vernachlässigt man die strukturellen Trägheitsterme. Gemäß dem Prinzip der virtuellen Arbeit ergibt sich in dem Fall die charakteristische Gleichung für den Betrag der Verschiebungen eines Elements zu [A02]:

$$[\mathbf{K}_e] \{u\} = \{F_e^{pr}\} + \{F_e^{nd}\} + \{F_e^{th}\} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
\text{mit: } \quad [K_e] &= \int_{\text{vol}} [B]^T [C][B] d(\text{vol}) && - \text{Matrix der Elementsteifigkeit} \\
\{F_e^{\text{pr}}\} &= \int_{\text{Fläche}_p} [N_n]^T \{P\} d(\text{Fläche}_p) && - \text{Vektor der Flächenlasten} \\
\{F_e^{\text{nd}}\} & && - \text{Vektor der Knotenkraft} \\
\{F_e^{\text{th}}\} &= \int_{\text{vol}} [B]^T [C] \{\epsilon^{\text{th}}\} d(\text{vol}) && - \text{Vektor der thermischen Belastung}
\end{aligned}$$

Hierbei wird die Operatormatrix $[B]$ aus den Ableitungen der Verschiebungsansätze gebildet,

$$d\{\epsilon\} = [B]d\{u\}_e \quad (5.2)$$

während sich der thermische Dehnungsvektor $\{\epsilon^{\text{th}}\}$ für willkürliche Temperatur nach folgender Gleichung bestimmen läßt:

$$\{\epsilon^{\text{th}}\} = (T - T_{\text{Ref}}) [\alpha_x \quad \alpha_y \quad \alpha_z \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned}
\text{mit: } \quad T & \quad - \text{aktuelle Temperatur} \\
T_{\text{ref}} & \quad - \text{Referenztemperatur}
\end{aligned}$$

Sobald die Knotenverschiebungen ermittelt sind, lassen sich die Spannungen für jeden beliebigen Punkt des Elements angeben:

$$\{\sigma\} = [C](\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (5.4)$$

Für den linearen bzw. elastischen Werkstoff ergibt sich die Inverse der Elastizitätsmatrix $[C]$ als:

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E & -\nu_{xy}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xy}/E & -\nu_{xy}/E & -\nu_{xy}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xy}/E & -\nu_{xy}/E & -\nu_{xy}/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} \end{bmatrix} \quad - \text{Elastische Matrix}$$

Basierend auf der vorigen Temperaturfeldanalyse werden die aktuellen Knotentemperaturen in die konstitutive Elastizitätsmatrix $[C]$ und den thermische Dehnungsvektor $\{\epsilon^{\text{th}}\}$ eingelesen. Dadurch wird die Kopplung der thermischen Beanspruchung an die bevorstehende Strukturanalyse realisiert.

Bei der hier diskutierten Problemstellung kann die lineare Abhängigkeit von Gl. (5.1) nicht mehr aufrechterhalten werden. Statt dessen tritt eine temperaturbedingte physikalische Nichtlinearität in der betrachteten Struktur auf. Bei den temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearitätsproblemen wird die dazugehörige Steifigkeitsmatrix $[K_e]$ in Gl. (5.1) somit gesteuert, indem die nichtlinearen Werkstoffgesetze in die konstitutive Matrix $[C]$ einfließen. Dementsprechend ist die exakte Lösung von Gl. (5.1) in der vorliegenden Arbeit nur in Ausnahmefällen möglich. Für allgemeine Fälle ist es erforderlich, die temperaturbedingte physikalische Nichtlinearität des Werkstoffs bei der numerischen Ermittlung der Steifigkeitsmatrix $[K_e]$

wirklichkeitsnah zu berücksichtigen, ohne die bereits entwickelte numerische Gleichung (5.1) zu verändern. Darüber hinaus muß in pfadabhängigen nichtlinearen Berechnungen der unbekannte Lösungspfad vom Lösungsalgorithmus genügend genau abschritten werden.

Über die Grundlage der FE-Methode zur Lösung der Gl. (5.1) so z. B. Lösungsalgorithmen der *Newton-Raphson*-Methode, Konvergenzkriterien und isoparametrische Formulierung der finiten Kontinuumelemente usw. sei auf das ausführliche Schrifttum [A02, A03, B01, B03, Z01] verwiesen.

5.2 Elementwahl

Üblicherweise wird die gesamte betrachtete Stahl- und Spannbetonstruktur in endliche große Finite Elemente aufgeteilt, um die Gleichung in das bekannte FE-System überzuführen. Wie im linearen Fall wird für jedes Element eine Ansatzfunktion für die Verschiebung bei gegebener Elementgeometrie eingeführt. Ausgehend von den Ansatzfunktionen werden die Gleichgewichtsbedingungen in Matrixgleichungen auf Elementebene resp. globale Matrixgleichung für die Knoten überführt. Man erhält so schließlich die linearisierte Matrizendifferentialgleichung in der Form von Gl. (5.1).

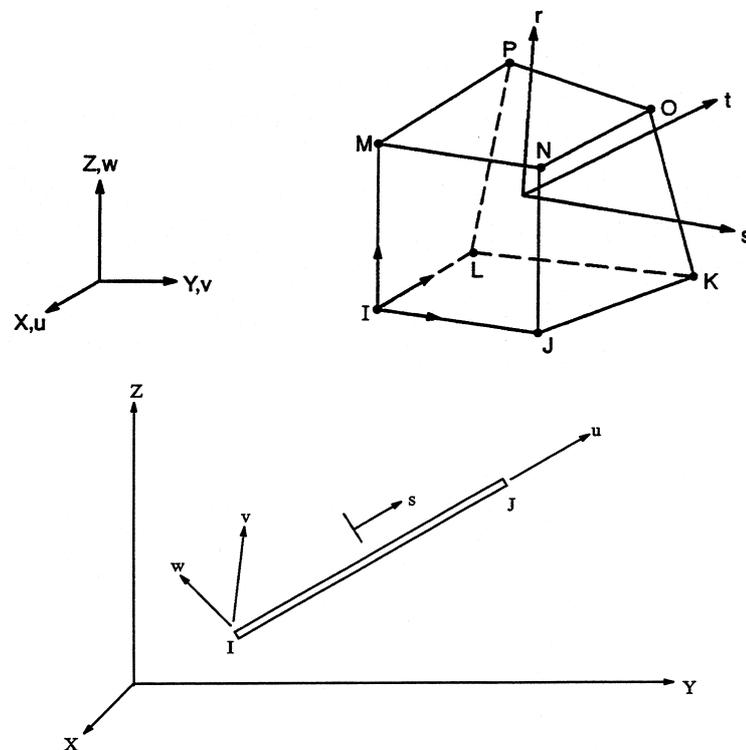


Bild 5.1 Beton- und Stahlinlagenelemente in bezug auf ein globales Koordinatensystem

In der vorliegenden Arbeit wird das dreidimensional isoparametrische 8-Knoten-Kontinuumelement mit trilinearem Geometrie- und Verschiebungsansatz zur Diskretisierung

räumlicher Betonstrukturen verwendet. Demgegenüber setzt sich die diskrete Struktur der Spann- und Bewehrungsstahleinlagen aus eindimensionalen isoparametrischen 2-Knoten-Stabelementen mit linearem Ansatz für Geometrie und Verschiebung zusammen.

In Bild 5.1 wurden die beiden Elemente im lokalen Koordinatensystem in bezug auf ein globales Koordinatensystem schematisch dargestellt. Die zugehörigen Ansatzfunktionen zur Geometrie- und Verschiebungsinterpolation werden in Tabelle 5.1 in bezug auf die lokalen Koordinaten r, s, t angegeben. Für das dreidimensionale Betonelement gelten die Ansatzfunktionen für die acht Elementknoten ($i = 8$) mit drei Knotenverschiebungen als:

Tabelle 5.1 Ansatzfunktion des Solidelements

Knoten (i)	Koordinaten (r, s, t)	Ansatzfunktion
I	-1, -1, -1	$(1-r)(1-s)(1-t)/8$
J	+1, -1, -1	$(1+r)(1-s)(1-t)/8$
K	+1, +1, -1	$(1+r)(1+s)(1-t)/8$
L	-1, +1, -1	$(1-r)(1+s)(1-t)/8$
M	-1, -1, +1	$(1-r)(1-s)(1+t)/8$
N	+1, -1, +1	$(1+r)(1-s)(1+t)/8$
O	+1, +1, +1	$(1+r)(1+s)(1+t)/8$
P	-1, +1, +1	$(1-r)(1+s)(1+t)/8$

Für das Stabelement mit zwei Elementknoten ($i = 2$) und ebenfalls jeweils drei Knotenverschiebungen gilt hingegen:

$$N_I = \frac{1}{2}(1-s) \quad \text{und} \quad N_J = \frac{1}{2}(1+s) \quad (5.5)$$

5.3 Diskretisierung mit dem Mehrschichtenmodell

Infolge der instationären Temperaturentwicklung werden Eigen- und Zwangsspannungen innerhalb des Schalenquerschnitts des Behälters so stark und intensiv aufgebaut, dass eine fortlaufende Rissbildung in Ring- und Meridianrichtung der Betonschale im Zug der schockartigen Abkühlung verursacht werden kann. Neben der Standsicherheit muss die Dichtigkeit der Betonschale in einem solchen Störfall nachgewiesen werden. Nach Angabe von *Harte* [H02] ist es notwendig, dass die hinreichende Flüssigkeitsdichtigkeit durch eine verbleibende Restdruckzone im Beton von mindestens 100 mm gewährleistet werden kann.

Basierend auf dem Mehrschichtenmodell [H02, K08, Z02] wird in der vorliegenden Arbeit ein diskretes Mehrschichtenmodell zur Abbildung bzw. für die Diskretisierung der Stahl- und Spannbetonstruktur benutzt, mit dem das Werkstoffverhalten von Stahl- und Spannbeton insbesondere des dissipativen Prozesses (so z.B. Rissbildung von Beton und eventuelles Fließen von Stahleinlagen) wirklichkeitsnah modelliert werden können.

In dem neuen Mehrschichtenmodell werden Stahl- und Spannbetonschalen der Behälter in der radialen Richtung mehrfach unterteilt und beliebig orientierte Stahleinlagen, sowohl Betonstahl als auch Spannglieder, als isoparametrisches 2-Knoten-Stabelemente idealisiert. Die Stahleinlagen verhalten sich *einaxial elastoplastisch kinematisch* [A02, C04] mit dreidimensionalen Verschiebungsmöglichkeiten, während sich das Betonverhalten mit dem im nachfolgenden Kapitel erarbeiteten 3D-Materialmodell beschreiben lässt. Aufgrund besserer Verbundeigenschaften im TT-Bereich als bei Raumtemperatur wird beim Verbund von einer starren Verbindung zwischen Beton- und Stahleinlagenelement ausgegangen. Dadurch kann der Verbundwerkstoff Stahl- und Spannbeton durch eine einfache Überlagerung von verschiedenen Materialsteifigkeiten seiner Komponenten realisiert werden.

Das neue diskrete Mehrschichtenmodell wird in Bild 5.2 schematisch dargestellt. Im Vergleich zum „Sandwichmodell“, in dem die Bewehrungslagen als zweidimensionale Stahlschichten in Betonelementen verschmiert wurden, lassen sich hier alle Stahleinlagen als eindimensionale Stabelemente mit beliebiger Orientierung diskret betrachten. Der Vorteil dieser Behandlungsweise ist besonders bei der Abbildung der Spannglieder für die Spannbetonstruktur zu ersehen, bei denen die Vorspannungen im allgemeinen mit dem "Äquivalentlastverfahren" simuliert werden müssen. Diese Vorgehensweise wird in Kapitel 7 detailliert diskutiert.

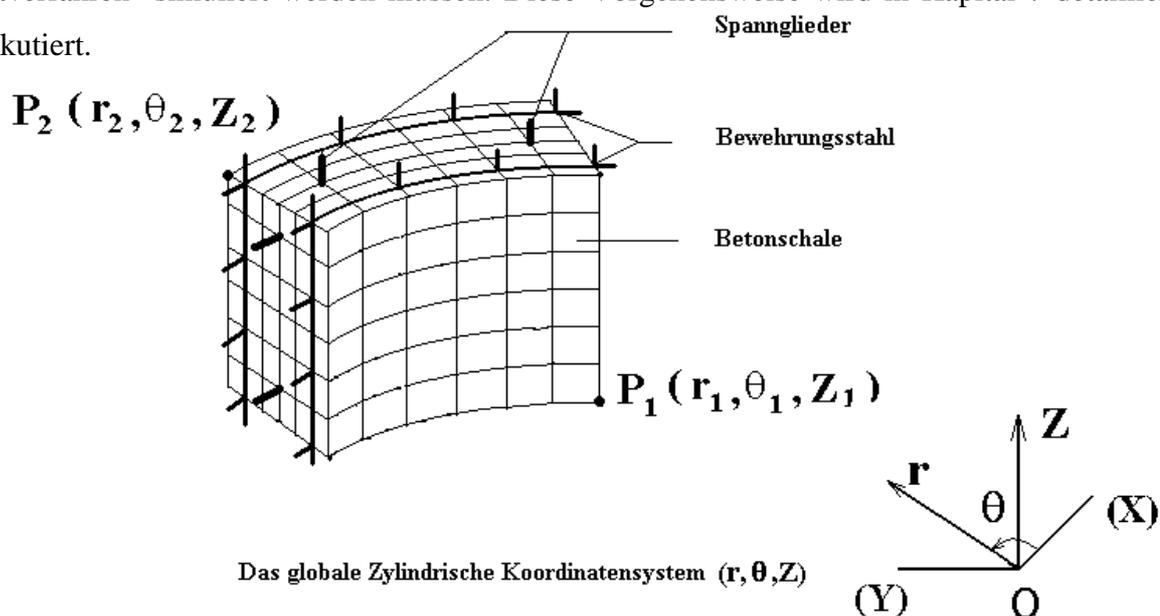


Bild 5.2 Diskretisierung der Stahl- und Spannbetonstruktur mit dem neuen Mehrschichtenmodell

5.4 Implementation

Die räumliche Diskretisierung der Stahl- und Spannbetonstruktur mit dem neuen FE-Mehrschichtenmodell, der Realisierung des Werkstoffgesetzes für Beton- und Spannstahl sowie der Implementierung des im Kapitel 6 entwickelten 3D – Materialmodells für den Werkstoff Beton gelingt mit Hilfe des FE-Programmsystems ANSYS®. Das Programmsystem bietet für die nährungsweise numerische Lösung und die Analyse von Anfangsrandwertproblemen der Kontinuumsmechanik zahlreiche Möglichkeiten im Pre-, Solution- und Post-processing an. Als Beispiele seien hier die einfache Generierung und Vernetzung logischer Strukturen im Preprozessor und die zahlreichen Auswertungs- und Darstellungsmöglichkeiten von numerischen Ergebnissen im Postprozessor hervorgehoben.

Für die FE-Modellabbildung der Betonstruktur werden die Solidelemente für Strukturanalyse und Temperaturberechnung benutzt. Mit den Elementen lassen sich die Betonstruktur einschließlich Luftspalte dreidimensional diskretisieren. Hierbei gilt die gleiche Netzdichte sowohl für die Temperaturfeldanalyse als auch für die Strukturanalyse, so dass die bei der FE-Temperaturberechnung ermittelte Knotentemperatur unmittelbar an die nachfolgende Strukturanalyse gekoppelt werden kann. Weiter werden Bewehrungsstahl und Spannglieder mit Stabelement unter Berücksichtigung des temperaturbedingten *elastoplastischen kinematischen* Werkstoffverhaltens modelliert.

Dank der offenen Algorithmusstruktur von ANSYS® wird die Einbindung des entwickelten 3D-Materialmodells in den Berechnungsablauf (Solutionprozessor) mit Hilfe einer Subroutine realisiert. In der Subroutine wird im Konzept der elastoplastischen Schädigung im Rahmen der Kontinuumsmechanik ein geeigneter Algorithmus zur Berechnung der konstitutiven Matrix $[C]$ und der inelastischen Verzerrungsinckremente usw. für den nächsten Zeitschritt in FORTRAN programmiert. Der implizite Algorithmus wird in jedem Zeitschritt für jedes Element durchlaufen und anschließend in den Berechnungsablauf am Ende eines jeden Zeitschritts für jedes Element integriert.

Im nachfolgenden Kapitel wird das 3D-Materialmodell für den Werkstoff Beton im Konzept der elastoplastischen Schädigung der Kontinuumsmechanik unter Berücksichtigung der *temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität* behandelt. Ebenso wird auch die Methodologie für die numerische Integration der konstitutiven Beziehung des Materialmodells erörtert.

6 Das 3D–Materialmodell des Werkstoffs Beton

6.1 Vorbemerkungen

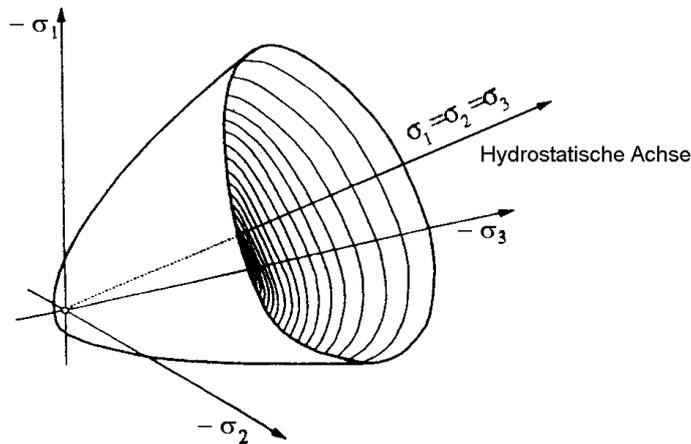
Im allgemeinen ist das Tragverhalten von normgemäß bewehrten Stahl- und Spannbetonkonstruktionen tatsächlich durch eine Vielzahl von mehr oder weniger regelmäßig verteilten Rissen infolge der geringen Zugfestigkeit des Betons geprägt. Diese Rissbildung führt zur Abminderung des E–Moduls und hat dementsprechend eine Reduzierung der Steifigkeit des Tragwerks zur Folge. Außerdem weist der Werkstoff Beton die ausgeprägte physikalische Nichtlinearität bei höherer Druckbeanspruchung auf. Zur wirklichkeitsnahen Modellbildung solchen physikalisch nichtlinearen Betonverhaltens stehen im Rahmen der Kontinuumsmechanik und der FE–Methode verschiedene Modelle zur Verfügung, die gruppenweise beschrieben werden können [C04, K09]. Darunter sind die bekanntesten und für die Baupraxis nützlichen Elastizitätsmodelle für die zyklischen zweiaxialen Beanspruchungen sowie für die dreidimensionale Berechnung mit den Namen von *Darwin* u. *Pecknold* [D01] und *Ottosen* [O02] verbunden, die sich bei Scheibenelementen für die Modellierung der Schubwände von erdbebenbeanspruchten Stahlbetonhochhäusern [K09] und bei der dreidimensionalen Simulation von „Sandia–Behältern“ unter Beanspruchung von innerem Druck [B02] bewährt haben. Allerdings eignen sich die meisten dieser Materialmodelle nur für eine begrenzte Klasse von Spannungspfaden gut zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens. Für allgemeinere Spannungspfade führen sie hingegen auf inakzeptable Unterschiede zwischen experimentell festgelegtem und rechnerisch beschriebenem Werkstoffverhalten.

In der vorliegenden Arbeit wird ein 3D–Materialmodell für Beton im Konzept elastoplastischer Schädigung im Rahmen der Kontinuumsmechanik hinsichtlich allgemeiner Spannungspfade bearbeitet. Hierbei wird zum einen das anisotrope Betonverhalten unter Berücksichtigung der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität wirklichkeitsnah erfasst; zum anderen lässt sich auch bei Behandlung anisotropen Werkstoffverhaltens eine *isotrop symmetrische* FE–Matrixformulierung erhalten.

6.2 Formulierung der Fliess- und Bruchfläche im *Haigh–Westergaard*–Spannungsraum

Das Materialmodell für den Werkstoff Beton soll einen Zusammenhang zwischen beliebigen Spannungen und Verzerrungen bis hin zur Angabe einer Grenzspannungskombination beschreiben. Die Formulierung des Fliess- und Bruchkriteriums dient dazu, das Betonverhal-

ten für beliebige Belastungspfade insbesondere in mehraxialen Spannungszuständen analytisch zu erfassen. In der Regel erfolgt die Darstellung eines solchen Kriteriums in ähnlicher Form und mit vergleichbaren Mitteln wie die Fließbedingungen zäher Werkstoffe oder körniger Materialien. Wie in Bild 6.1 dargestellt, handelt es sich hierbei im Hauptspannungsraum stets um offene oder geschlossene Flächen mit mindestens dreifach symmetrischem Querschnitt senkrecht zur hydrostatischen Achse.



schnitt senkrecht zur hydrostatischen Achse.

Bild 6.1 Typische Darstellung des Fließ- und Bruchkriteriums für den Werkstoff Beton im Hauptspannungsraum

Zur Vereinfachung der mathematischen Beschreibung in der vorliegenden Arbeit wird das Fließ- und Bruchkriterium für Beton im *Haigh–Westergaard–Spannungsraum* formuliert, wonach sich die Spannungszustände in einen *hydrostatischen Anteil* σ_0 , der Volumenänderung verursacht, und einen deviatorischen Anteil bzw. eine *oktaederische Scherspannung* τ_0 , die zur Gestaltänderung und letztendlich Gefügezerstörung führt, zerlegen lassen:

$$f(\sigma_0, \tau_0, \theta, k_1, k_2, \dots) = 0 \tag{6.1}$$

mit: $J = \cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}}$

$$\sigma_0 = \frac{I_1}{3} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\tau_0 = \sqrt{2J_2/3} = \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/9}$$

wobei die freien Parametern k_i ($i = 1, 2, \dots$) nach Versuchsergebnissen zu bestimmen sind.

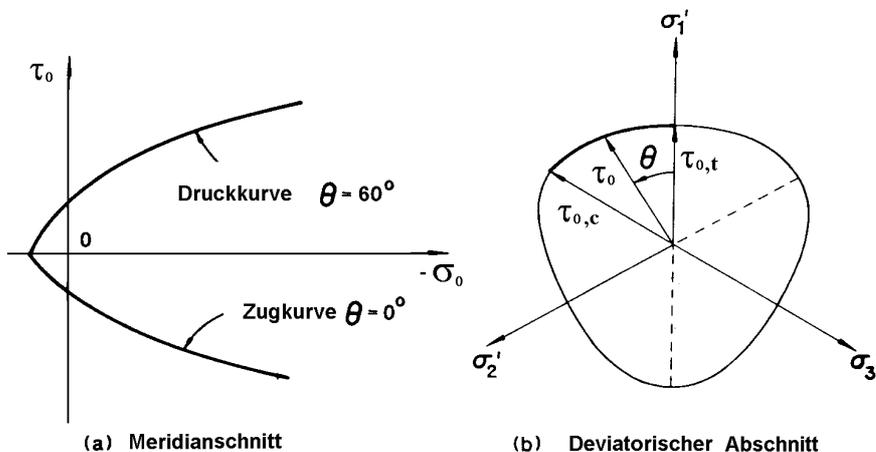


Bild 6.2 Allgemeine Darstellung des Fließ- und Bruchkriteriums im *Haigh–Westergaard–Spannungsraum*

Wie in Bild 6.2 dargestellt, sind zwei spezielle Schnitte für die geometrische Darstellung der dreifach symmetrischen Fließ- und Bruchflächen im Spannungsraum erforderlich: Zum einen

ist es der zur hydrostatischen Achse bei $\sigma_0 = \text{const.}$ senkrecht geführte Schnitt mit den entsprechenden Polarfiguren; zum anderen ist es der Meridianschnitt der Zustandsfläche mit einer Ebene, welche die hydrostatische Achse enthält. Im zweiten Fall ist der zum deviatorischen Vektor \mathbf{t}_0 in der π –Ebene gehörende Polarwinkel θ mit anzugeben. Die Ebenen, die außer der hydrostatischen Achse zugleich auch eine Koordinatenachse enthalten, schneiden zwei wichtige Leitkurven mit der Zustandsfläche ab, nämlich die „dreiaxiale Druckkurve $\theta = 60^\circ$ “, für die

$$\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3 \quad (6.2a)$$

gilt und die „dreiaxiale Zugkurve $\theta = 0^\circ$ “ mit

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \quad (6.2b)$$

6.3 Das 3D–Materialmodell des Werkstoffs Beton

6.3.1 Vorbemerkungen

Infolge der Ähnlichkeiten der mathematischen Formulierung führen die Darstellungen der Fließ- bzw. Bruchkriterien in bezug auf elastisches Verhalten und duktiles Fließen sowie finalen Bruch von Beton stets zu ähnlichen geometrischen Flächen im Spannungsraum, unter den sich jeder mechanische Werkstoffzustand von Beton bereits eingestellt hat. Im wesentlichen stellen alle Flächen, sowohl die elastische Grenzfläche als auch die Fließ- und Bruchfläche, den Energiezustand gegenüber dem im Ursprungspunkt dar. Der Unterschied liegt nur darin, dass durch die elastische Grenzfläche der elastische Bereich getrennt beschrieben wird, während der energetische Dissipationsprozeß in einer Form von plastischer Verformung oder Rissbildung usw. beim Fließen bzw. Bruch stattfindet.

6.3.2 Der Bruchansatz des 3D–Materialmodells

Der Bruchansatz des 3D–Materialmodells baut auf der Formulierung von *Podgórski* [P04] auf. Er ist vergleichsweise mathematisch einfach zu handhaben und beschreibt die experimentell gewonnenen Ergebnisse gut. Basierend auf den Bruchkriterien von *Ottosen* [O02] und *Willam; Warnke et al.* [W03] konstruierte *Podgórski* die Bruchfläche aus einer trigonometrisch beschriebenen Polarfigur mit der parabelförmigen Zug- und Druckkurve:

$$C_2 \tau_0^2 + C_1 P \tau_0 - C_0 + \sigma_0 = 0 \quad (6.3)$$

$$\text{mit: } P = \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \alpha J - \beta\right)$$

die nunmehr ein stetiges, überall konvexes Modell ergeben. Dabei sind die fünf Konstanten C_2 , C_1 , C_0 , α und β lediglich von den Stoffgesetzen des Betons abhängig.

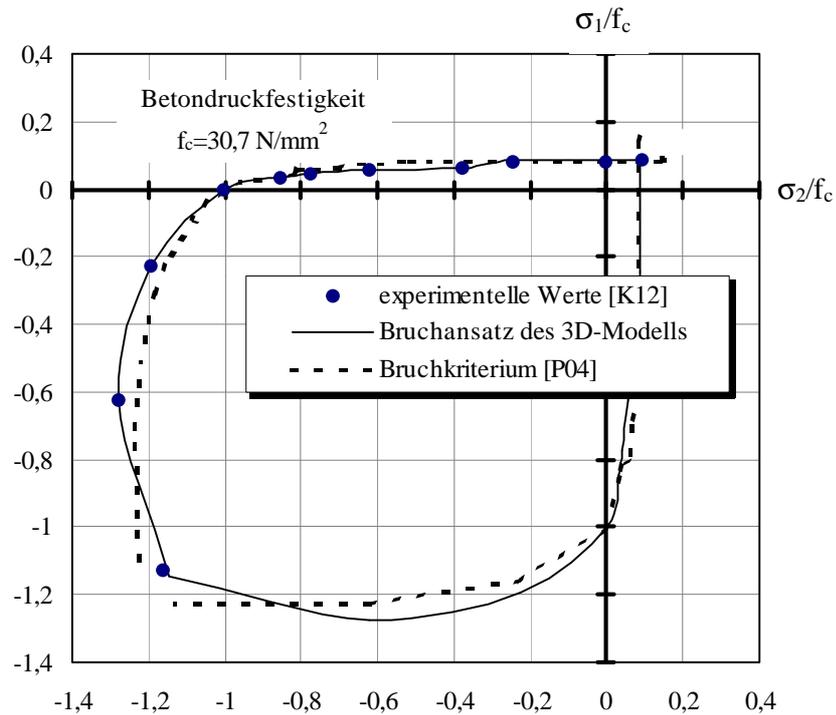


Bild 6.3 Vergleich der Bruchansätze mit Versuchsdaten

Tabelle 6.1 Der Bruchansatz des 3D–Materialmodells für den Werkstoff Beton

Spannungszustand und Bruchfestigkeit			σ_o / f_c	τ_o / f_c	θ
1	Einaxialer Druck	$(0, 0, -f_c)$	-0,333	0,471	60°
2	Einaxialer Zug	$(f_{ct}, 0, 0)$ $f_{ct} = 0,3\sqrt[3]{f_c^2}$	$0,1/\sqrt[3]{f_c}$	$0,141/\sqrt[3]{f_c}$	0°
3	Zweiaxialer Druck	$(0, -f_{cb}, -f_{cb})$ $f_{cb} = 1,1625f_c$	0,773	0,547	0°
4	Dreiaxialer Zug	$(f_{ttt}, f_{ttt}, f_{ttt})$ $f_{ttt} = f_{ct}$	$0,3/\sqrt[3]{f_c}$	0	0°
5	Dreiaxialer Druck		-2,500	2,000	60°

Hinsichtlich der Fragestellung kann das Bruchkriterium durch freie Wahl der charakteristischen mehr- und einaxialen Festigkeiten, anders als von *Podgórski*, bestimmt werden. Dadurch lässt sich das Bruchkriterium mit den jeweiligen experimentellen Ergebnissen besser abgleichen. In der vorliegenden Arbeit werden für die Formulierung des Bruchansatzes des 3D–Materialmodells die folgenden charakteristischen Werte herangezogen, die auf den zweiaxialen Versuchen von *Kupfer et al.* [K12] und den dreiaxialen Druckversuchen von *München* [G05] basieren. Im weiteren wird die einaxiale Zugfestigkeit standardmäßig nach Gl. (2.19) bestimmt, während sich die dreiaxiale Zugfestigkeit nach dem *Rankine*’schen Kriterium [C04] festlegen lässt. Alle Festigkeitswerte sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Die gute Übereinstimmung des eigenen 5–P Bruchansatzes mit den experimentellen Versuchsdaten von *Kupfer et al.* [K12] ist dem *Podgórski* Bruchkriterium in Bild 6.3 gegenübergestellt.

6.3.3 Die elastische Grenzfläche des 3D–Materialmodells

Die Existenz des unelastischen Bereichs von Beton wurde durch zahlreiche Arbeiten in Verbindung mit unmittelbar mikroskopischer Beobachtung der Rissfortpflanzung bestätigt. Beispielfhaft zeigen dies die Spannungs–Dehnungs–Linien für die einaxialen Druckbeanspruchungen beim normalen Mischungsverhältnis des Betons. Danach kann die elastische Grenze mit etwa vierzigprozentiger Druckfestigkeit als gute Näherung betrachtet werden, welche in EC 2 Teil I standardisiert wurde. Über diese Grenze hinaus verhält sich Beton unelastisch bis zum Bruchversagen.

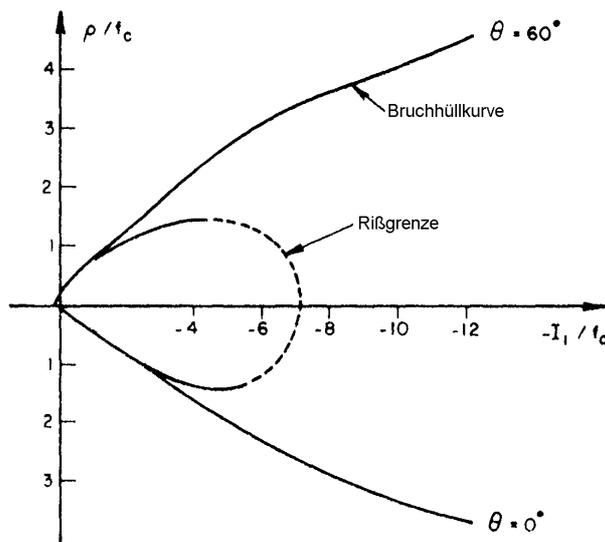


Bild 6.4 Experimentelle Kurven von Bruch und Rissgrenze [L01]

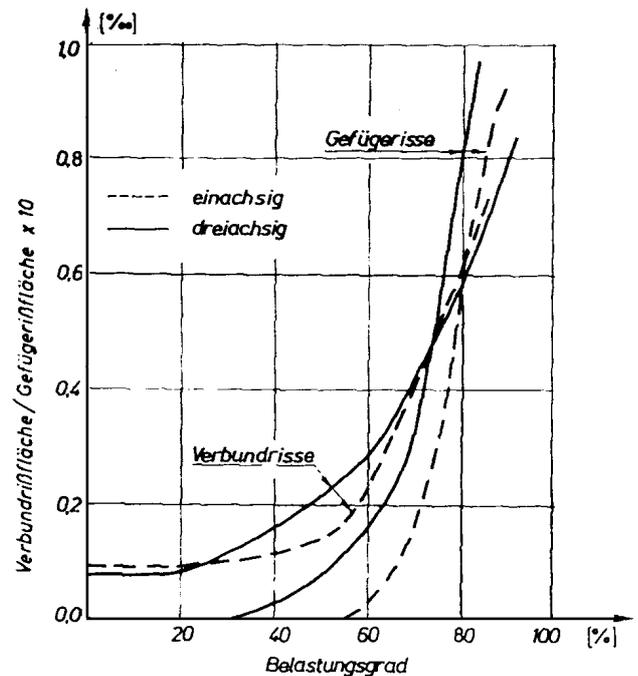


Bild 6.5 Entwicklung der Verbund- und Gefügerisse bei ein- und dreiaxialer Druckbeanspruchung [K11]

Die elastischen Grenzfläche im Spannungsraum analytisch zu beschreiben, stellt ein äußerst schwieriges Problem infolge des anisotropen Betonverhaltens dar. Bislang existieren wenige experimentelle Ergebnisse für die analytische Formulierung der elastischen Grenzfläche im Spannungsraum. Trotzdem haben *Launay* u. *Gachon* [L01] die elastische Grenze und das Auftreten der Rissbildung mit den Kurven in hydrostatischer Ebene, dargestellt in Bild 6.4, wiedergegeben. Diese Arbeit kann als erste qualitative Beschreibung der Gefügelockerung bzw. der elastischen Grenzfläche für Beton im dreiaxialen Druckbereich betrachtet werden. Davon ausgehend fällt die elastische Grenze im Zug–Zug–Bereich und Zug–Druck–Bereich nahezu mit der Bruchkurve zusammen und dementsprechend findet keine Verfestigung statt. Dahingegen verhält sich Beton im Druck–Zug–Bereich und Druck–Druck–Bereich über die elastische Grenze hinaus insbesondere mit hohen Umschnürungsbeanspruchungen unelastisch bis zum Versagen. Die Untersuchungen von *Krishmawamy* [K11] gelten als die quantitative Verallgemeinerung der einaxialen Nichtlinearität auf beliebige, mehraxiale Druckzustände. In

Bild 6.5 ist die lastabhängige Entwicklung der Verbund- und Gefügerisse dem Belastungsgrad bei ein- und dreiaxialer Druckbeanspruchung – für letztere bei konstantem Spannungsverhältnis bis zum Bruch – gegenübergestellt.

Basierend auf diesen experimentellen Untersuchungen kann die elastische Grenzfläche des 3D-Materialmodells für den Werkstoff Beton analytisch beschrieben werden:

$$\gamma_2 \tau_0^2 + C_1 P \tau_0 - \gamma_0 + \gamma \sigma_0 = 0 \quad (6.4)$$

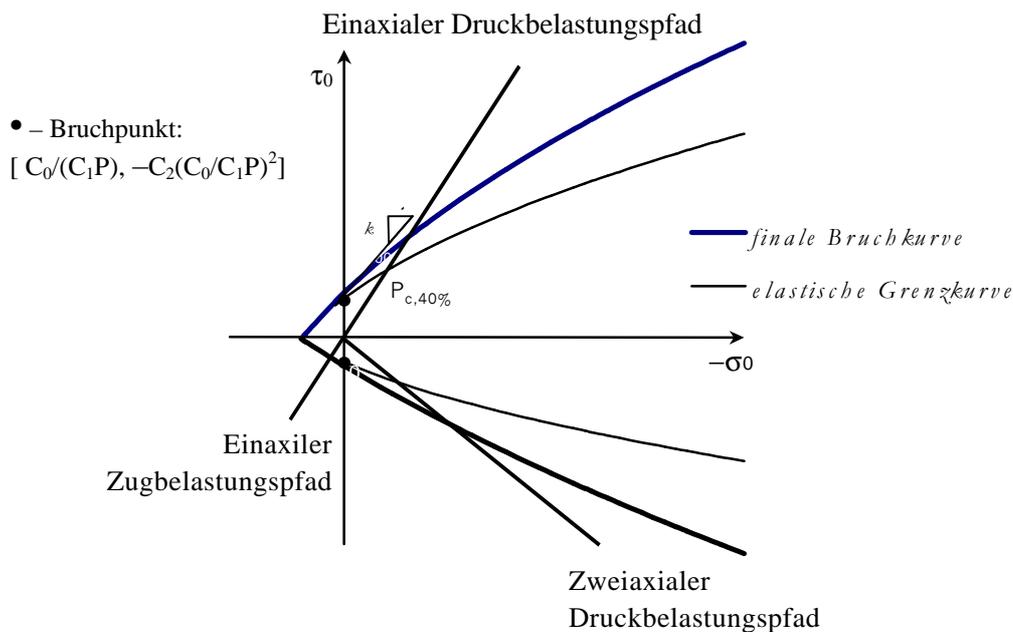


Bild 6.6 Meridianschnitt der elastischen Grenzfläche

Hierbei kann die Suche nach den Konstanten γ_2 , γ_0 , und γ in Gl. (6.4) auf eine „mathematische“ Aufgabenstellung reduziert werden, wonach die parabelförmige Leitkurve der elastischen Grenzfläche unter die drei Bedingungen

- Verlaufen durch den Bruchpunkt: $[\tau_0, \sigma_0] = [C_0/(C_1 P), -C_2(C_0/C_1 P)^2]$
- identische Tangente mit der Bruchleitkurve in diesem Bruchpunkt
- Verlaufen durch die elastischen Grenzpunkte, die etwa einer vierzigprozentigen Bruchbelastung bei einaxialen Druckbelastungspfaden entsprechen.

wie folgt bestimmt werden kann:

$$\gamma = \frac{\frac{(C_1 P)^2}{2C_0} \left(\frac{\sqrt{2}}{3} f_{c,y} \right)^2 - \frac{\sqrt{2}}{3} C_1 P_c f_{c,y} - \frac{1}{6} f_{c,y}}{\left(\frac{(C_1 P)^2}{2C_0} + C_2 \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{3} f_{c,y} \right)^2 - \frac{1}{2} C_0 - \frac{1}{3} f_{c,y}} \quad (6.5a)$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} C_0 \gamma + \frac{1}{2} C_0 \quad (6.5b)$$

$$\gamma_2 = \left(\frac{(C_1 P)^2}{2C_0} + C_2 \right) \gamma - \frac{(C_1 P)^2}{2C_0} \quad (6.5c)$$

$$\text{mit : } P_c = \cos\left(\frac{1}{3} \arccos(-\alpha) - \beta\right)$$

In Bild 6.6 wird die elastische Grenzfläche der Bruchfläche gegenübergestellt. Mit der elastischen Grenzfläche wird der Bereich, in dem sich Beton bei allseitigem Zug und unter niedrigem Druck elastisch verhält, von dem hohen Druckbereich mit ansteigender Umschnürungswirkung hinreichend analytisch abgetrennt.

6.3.4 Die Belastungsfläche des 3D–Materialmodells

Die Verfestigung von Beton im vorliegenden 3D–Materialmodell ist in Hinsicht auf den Spannungszustand ungleichmäßig, da sich die Belastungsfläche entlang der hydrostatischen Achse bewegt und zugleich expandiert. Unter Annahme der mathematischen Ähnlichkeit mit der elastischen Grenzfläche bzw. finalen Bruchfläche ergibt sich die Belastungsfläche in bezug auf die äquivalente Spannung σ_e zu:

$$C_2(\sigma_e)\tau_0^2 + C_1P\tau_0 + C_0(\sigma_e) + (k_\alpha\sigma_e + k_\beta)\sigma_0 = 0 \quad (6.6)$$

In zwei extremen Fällen muss die Belastungsfläche am Rand mit der elastischen Grenzfläche bzw. Bruchfläche zusammenfallen. Die gesuchten Konstanten k_α und k_β können dementsprechend mit den folgenden Randbedingungen:

$$\begin{aligned} k_\alpha\sigma_e + k_\beta &= \gamma & \text{für } \sigma_e &= f_{c,y} \\ k_\alpha\sigma_e + k_\beta &= 1 & \sigma_e &= f_c \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$\text{zu } k_\alpha = \frac{1-\gamma}{f_c - f_{c,y}} \quad \text{und} \quad k_\beta = \frac{\gamma f_c - f_{c,y}}{f_c - f_{c,y}} \quad (6.8)$$

bestimmt werden. Außerdem verläuft die Belastungsfläche durch den Bruchpunkt $[\tau_0, \sigma_0] = [C_0/(C_1P), -C_2(C_0/C_1P)^2]$ und hat auch die gleiche Tangente wie die Bruchfläche. Unter diesen Bedingungen kann die Belastungsfläche auf die folgende Form übergeführt werden:

$$F(\sigma_0, \tau_0, \theta) = \frac{\left[\frac{(C_2P)^2}{2C_0}(k_\beta - 1) + C_2k_\beta \right] \tau_0^2 + C_1P\tau_0 + \frac{1}{2}C_0(k_\beta + 1) + k_\beta\sigma_0}{\left[\frac{(C_2P)^2}{2C_0}k_\alpha + C_2k_\alpha \right] \tau_0^2 + \frac{1}{2}C_0k_\alpha + k_\alpha\sigma_0} - \sigma_e = 0 \quad (6.9)$$

Das endgültige 3D–Materialmodell (6.9) wird in Bild 6.7 dargestellt. Im Vergleich zu anderen Fließmodellen für Beton [C04, P02] zeichnet sich hier das 3D–Materialmodell durch seine überall konvexe Regularität und Kontinuität aus. Zugleich wird kein neuer Figurparameter eingeführt.

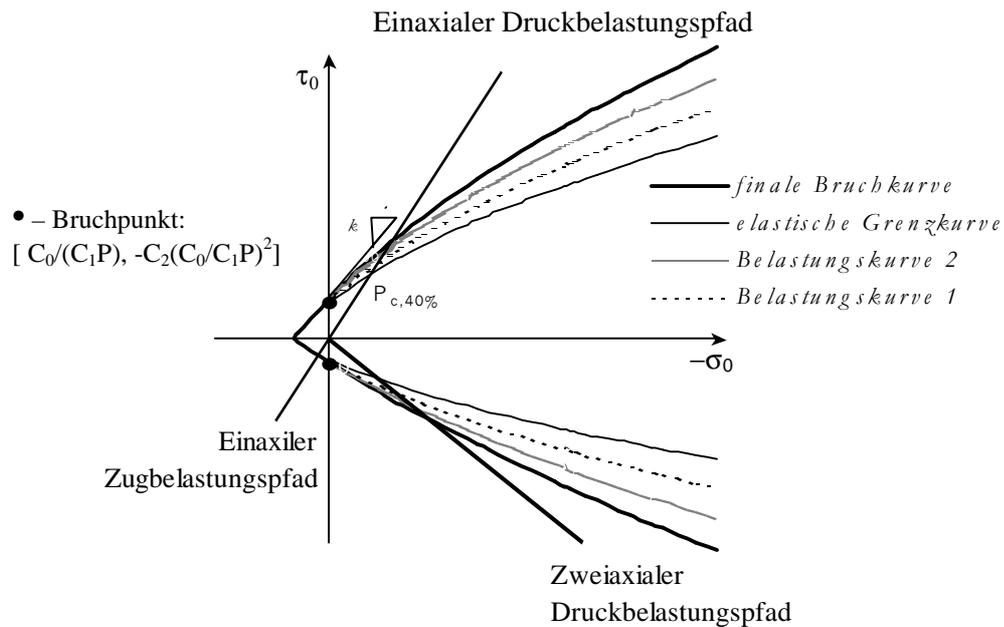
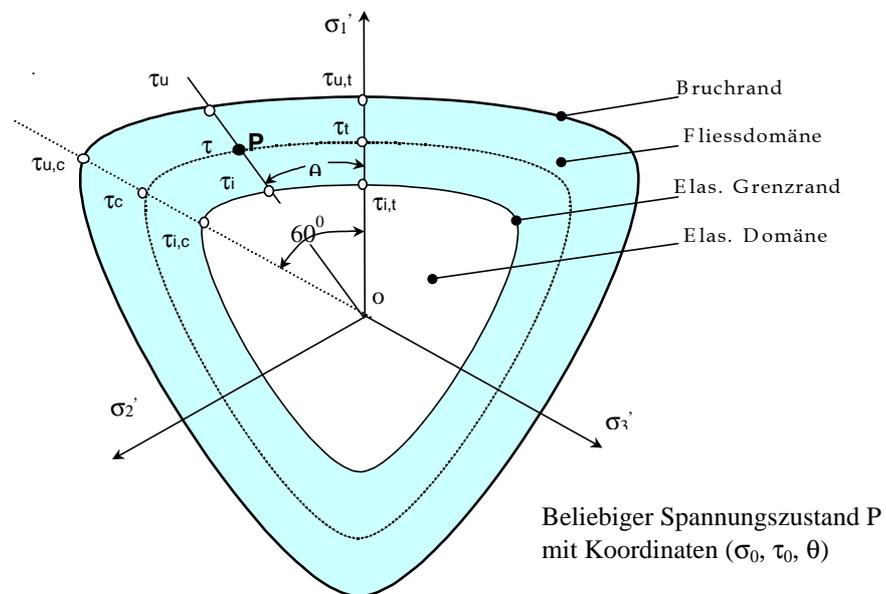


Bild 6.7(a) Meridianschnitt des 3D-Materialmodells im Spannungsraum

Bild 6.7(b) Deviatorische Abschnitte des 3D-Materialmodells mit $s_0 < -C_2(C_0/C_1P)^2$

6.4 Erweiterung des 3D-Materialmodells für den TT-Bereich

Gegenüber dem normalen Temperaturbereich nehmen die Festigkeit, der E-Modul sowie die Stauchung von Beton mit abnehmender Temperatur im TT-Bereich zu und die Spannungs-Dehnungs-Linien verlaufen immer geradliniger. Diese temperaturbedingte physikalische Nichtlinearität kann typisiert z. B. durch Spannungs-Dehnungs-Linien nach Bild 6.8 schematisch dargestellt werden.

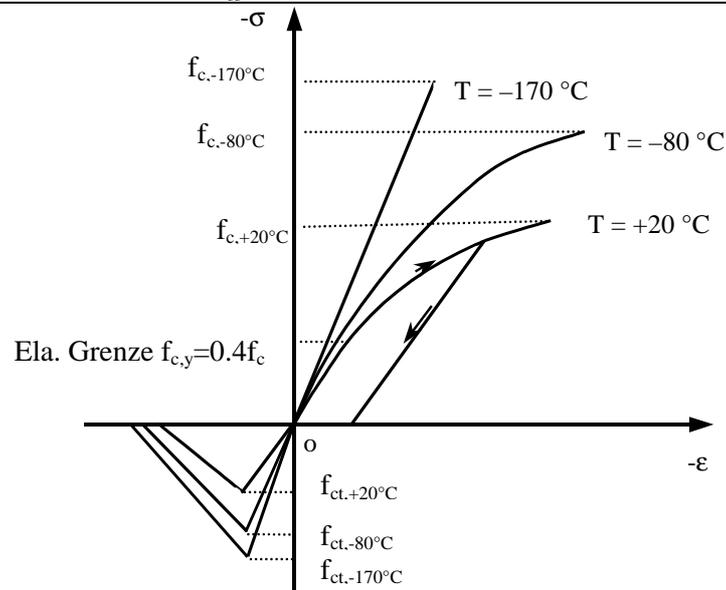


Bild 6.8 Spannungs-Dehnungs-Linien von Beton im TT-Bereich

Bislang existieren keine experimentellen Daten zum mehraxialen Betonverhalten im TT-Bereich. Zur näherungsweisen Berücksichtigung der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität des Werkstoffs Beton wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit das Normaltemperatur-3D-Materialmodell unter nachfolgenden Annahmen auf den TT-Bereich erweitert:

- I. Die mehraxiale Betonfestigkeit im TT-Bereich folgt einem vergleichbaren Stoffgesetz wie unter normaler Temperatur. Demgemäß kann die mehraxiale Betonfestigkeit, welche für die Beschreibung des 3D-Materialmodells bei bestimmter Tieftemperatur erforderlich ist, nach Tabelle 6.1 und in Verbindung mit Gl. (2.19) ermittelt werden.

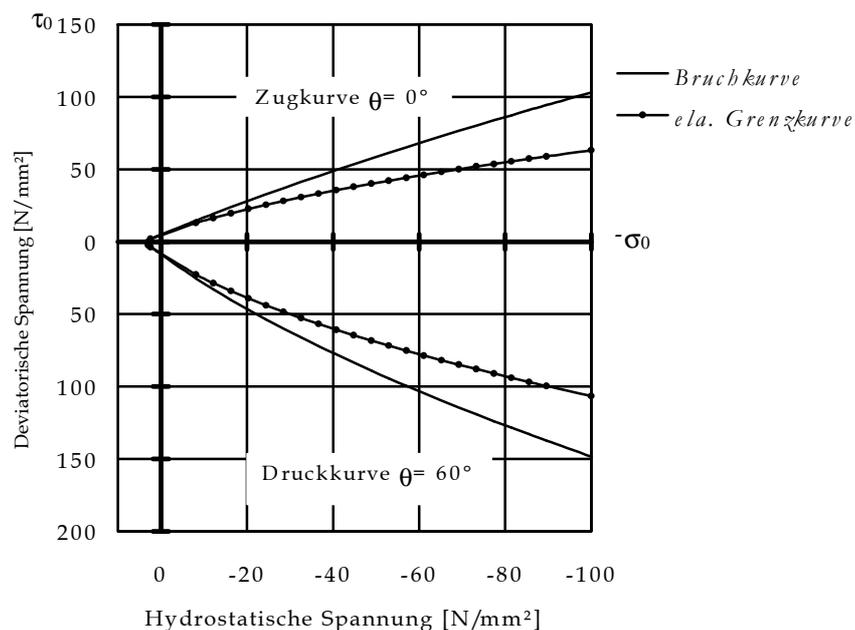
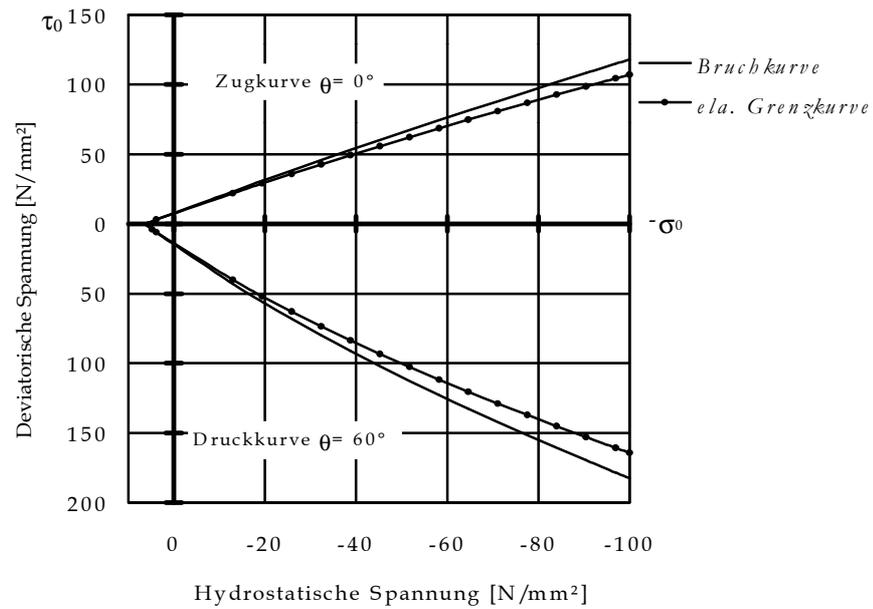
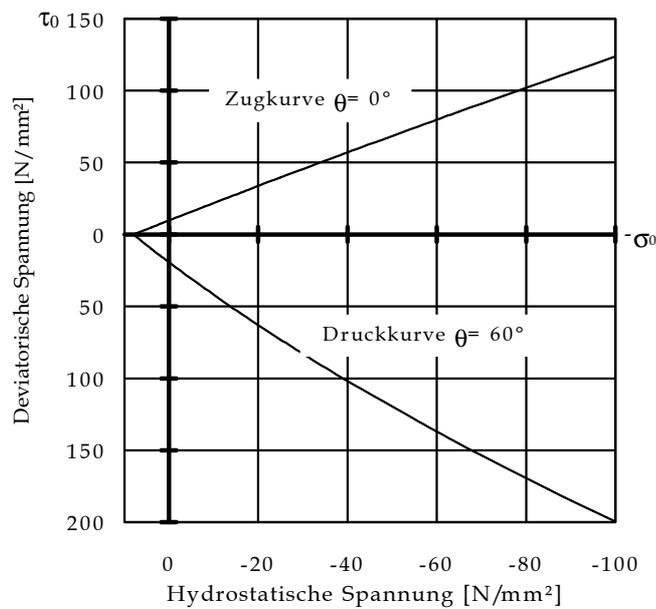


Bild 6.9 (a) 3D-Materialmodell bei T = +20 °C

Bild 6.9 (b) 3D-Materialmodell bei $T = -80 \text{ } ^\circ\text{C}$ Bild 6.9 (c) 3D-Materialmodell bei $T = -170 \text{ } ^\circ\text{C}$

II. Die elastische Grenze nimmt mit Absenkung der Temperatur bis $-170 \text{ } ^\circ\text{C}$ proportional linear zu.

Daraus folgt die analytische Formulierung für die Bestimmung einaxialer elastischer Grenzen im TT-Bereich bis $T = -170 \text{ } ^\circ\text{C}$:

$$f_{c,T}^e = \frac{f_{c,-170^\circ\text{C}} - 0,4f_c}{190} (20 - T) + 0,4f_c \quad (6.10)$$

Unter den vorstehenden Annahmen kann das oben entwickelte 3D-Materialmodell für den TT-Bereich übernommen werden, ohne dabei seine wesentlichen Eigendaten zu verändern. Als Beispiel werden die Druck- und Zugleitkurven in Bild 6.9 auszugsweise für einen versiegelten Beton mit der Druckfestigkeit 50 N/mm^2 schematisch dargestellt.

6.5 Die konstitutive Modellierung des Werkstoffverhaltens von Beton

6.5.1 Vorbemerkungen

Die konstitutive Modellierung des anisotropen Betonverhaltens hat in der Ingenieurmechanik große Bedeutung nicht nur im Belastungsprozess, sondern insbesondere auch im Bereich des Nachbruches erlangt [A01, C01, F02, H01, K08, M02, P02]. In Rahmen dieser Arbeit wird das anisotrope Betonverhalten auf der Basis des oben entwickelten 3D–Materialmodells im Konzept elastoplastischer Schädigung im Rahmen der Kontinuummechanik konstitutiv modelliert. Hierbei kontrolliert das 3D–Materialmodell sowohl die plastische Verfestigung von Beton im Druckbereich ($\sigma_0 < 0$) als auch das elastische Verhalten im Zugbereich ($\sigma_0 > 0$), während sich das quasispröde Betonverhalten nach dem Zugbruch durch die kinematische Schädigung steuern lässt.

6.5.2 Die thermodynamischen Prinzipien und die Fließregel

Im Rahmen der phänomenologischen Betrachtungsweise kann die freie Energie des Werkstoffs Beton unter Berücksichtigung der Schädigung mathematisch beschrieben werden:

$$\Psi = \frac{1}{2} C_{ijkl} \hat{a}_{ij}^e \hat{e}_{kl}^e + S(\epsilon_{ij}^p, V_k) \quad (k=1, 2, \dots, k) \quad (6.11)$$

Hierbei charakterisiert die innere Variable V_k ($k=1, 2, \dots, k$) das irreversible bzw. energiedissipative Betonverhalten so z.B. die plastische Verzerrung und die ungleichmäßige Verfestigung. Der Elastizitätstensor C_{ijkl} stellt sich als andere unabhängige innere Variable zur Kontrolle des mechanischen Bruches dar. Diese Betrachtungsweise wurde zuerst von *Ortiz* [O03] zur analytischen Erfassung der Betonschädigung infolge der Rissbildung und der damit verbundenen Degradierung der Werkstoffsteifigkeit vorgeschlagen.

An dieser Stelle tritt naturgemäß die Dissipationsgleichung zur Kontrolle der energetischen Dissipation ein, die nach dem thermodynamischen Entropieprinzip in der Form der *Clausius–Duhem–Ungleichheit* [L02] nicht negativ sein darf:

$$\phi = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_{ij} \dot{D}_{ijkl} \hat{\sigma}_{kl} + \hat{\sigma}_{ij} \dot{a}_{ij}^p + A_k(V)_k \dot{V}_k \geq 0 \quad (k=1, 2, \dots, k) \quad (6.12)$$

Dabei wird D_{ijkl} als Nachgiebigkeitstensor bezeichnet und die thermodynamische Kraft A_k ($k=1, 2, \dots, k$) ist mit der inneren Variabel V_k assoziiert.

Gemäß dem Prinzip der maximalen Schädigungsdissipation wird gefordert, dass sich die Dissipationswerte ϕ im thermodynamischen Raum (σ_{ij}, A_k) entweder im maximalen Punkt oder im kritischen befinden müssen. Im Rahmen dieser Arbeit wird die *assoziierte Lagrange* 'funktion zur Lösung des Zwangsproblems herangezogen:

$$L(\sigma_{ij}, A_k) = -\phi + \lambda f(\sigma_{ij}, A_k) \quad (k=1, 2, \dots, k) \quad (6.13)$$

mit: f – Fließ- bzw. Schädigungspotential, mit der Belastungsfläche identisch

Hierbei stellt der *Lagrange*’faktor $\lambda \geq 0$ den **Konsistenzparameter** dar. Die gesuchten extremen *Lagrange*’punkte werden unter der klassischen Optimalbedingungen gefunden:

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_{ij}} = 0 ; \quad \frac{\partial L}{\partial A_k} = 0 \quad (6.14a)$$

$$\text{und} \quad f(\sigma_{ij}, A_k) \leq 0, \quad \lambda \geq 0 \quad \text{und} \quad \lambda f = 0 \quad (6.14b)$$

Die **Fließregel** wird dann für die elastoplastische Schädigung durch Ermittlung eines stationären Dissipationswertes erhalten:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{ij}^p + \dot{D}_{ijkl} \sigma_{kl} &= \ddot{\epsilon} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \\ \dot{V}_k &= \lambda \frac{\partial f}{\partial A_k} \end{aligned} \quad (6.15)$$

In dem vorliegenden 3D–Materialmodell wird das anisotrope Betonverhalten in zwei unabhängigen Ansätzen beschrieben. Dabei verhält sich Beton im „Druckbereich ($\sigma_0 < 0$)“ nach dem ungleichmäßigen Verfestigungsgesetz plastisch verfestigend, wohingegen das kinematische Schädigungsmodell nach dem Zugbruch im „Zugbereich ($\sigma_0 \geq 0$)“ aktiviert wird. Dementsprechend folgen das elastoplastische Modell ($\sigma_0 < 0$) und das Schädigungsmodell ($\sigma_0 \geq 0$) für die Evolution der plastischen Verzerrungen ϵ_{ij}^p und des Nachgiebigkeitstensors D_{ijkl} sowie der anderen inneren Variable V_k als:

$$\dot{a}_{ij}^p = \ddot{\epsilon} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{im Druckbereich } (\sigma_0 < 0) \quad (6.16a)$$

$$\dot{D}_{ijkl} = \ddot{\epsilon} \frac{\partial_\sigma f \otimes \partial_\sigma f}{\partial_\sigma g : \sigma} \quad \text{im Zugbereich } (\sigma_0 \geq 0) \quad (6.16b)$$

$$\dot{V}_k = \ddot{\epsilon} \frac{\partial f}{\partial A_k} \quad (6.16c)$$

6.5.3 Konstitutive Modellierung des anisotropen Werkstoffverhaltens von Beton

Im Rahmen kleiner Verzerrungen setzen sich die Gesamtverzerrungen aus einem elastischen und einem inelastischen Anteil zusammen:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^{pd} \quad (6.17)$$

$$\text{mit:} \quad \epsilon_{ij} = \left\{ \epsilon_x, \quad \epsilon_y, \quad \epsilon_z, \quad \epsilon_{xy}, \quad \epsilon_{yz}, \quad \epsilon_{zx} \right\}$$

Aufgrund des irreversiblen bzw. pfadabhängigen Betonverhaltens muss die konstitutive Beziehung für die unelastischen Verzerrungen und den Nachgiebigkeitstensor in Ratenform dargestellt werden. Die differentielle **konstitutive Beziehung** ergibt sich entsprechend in der Inkrementform zu:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^{pd}) \quad (6.18)$$

bzw.
$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{epd} d\varepsilon_{kl} \quad (6.19)$$

mit: $\sigma_{ij} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\}$

C_{ijkl}^{epd} - *Tangentiale Steifigkeitsmatrix elastoplastischer Schädigung*

Zur konstitutiven Umsetzung des 3D–Materialmodells werden zusätzlich zwei thermodynamische Kräfte σ_e und χ_{ij} (A_k mit $k=2$) in den Spannungsraum eingeführt. Hierbei kontrolliert die äquivalente Spannung σ_e die ungleichmäßige Verfestigung des Betons ($\sigma_0 < 0$), während die Translation des Fließzentrums χ_{ij} als andere thermodynamische Kraft zur Steuerung der kinematischen Entfestigung nach Zugbruch ($\sigma_0 = 0$) gilt. Gegenüber den beiden thermodynamischen Kräften stehen die inneren Variable ε_e^p und α_{ij} (V_k mit $k=2$) im Zusammenhang, die jeweilig mit σ_e und χ_{ij} assoziiert sind.

Die ungleichmäßige Verfestigung im Druckbereich ($\sigma_0 < 0$)

Bei einaxialer und mehraxialer Druckbeanspruchung wird das duktile Betonverhalten durch die ungleichmäßig verfestigende Fließ- bzw. Belastungsfunktion, dargestellt in Bild 6.7, gekennzeichneten. In diesem Fall hat die Belastungsfläche die folgende Formulierung:

$$f \equiv F(\sigma_0, \tau_0, \theta) = \frac{\left[\frac{(C_2 P)^2}{2C_0} (k_\beta - 1) + C_2 k_\beta \right] \tau_0^2 + C_1 P \tau_0 + \frac{1}{2} C_0 (k_\beta + 1) + k\beta \sigma_0}{\left[\frac{(C_2 P)^2}{2C_0} k_\alpha + C_2 k_\alpha \right] \tau_0^2 + \frac{1}{2} C_0 k_\alpha + k_\alpha \sigma_0} - \sigma_e = 0 \quad (6.20)$$

Die **Konsistenzbedingung** schreibt vor, dass sich jeder Spannungszustand während der Verfestigung immer in der Belastungsfläche befinden muss:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_e} d\sigma_e = 0 \quad (6.21)$$

In Verbindung mit Gl. (6.19) ergibt sich Gl.(6.24) entsprechend zu:

$$df = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_e^p} d\varepsilon_e^p = 0 \quad (6.22)$$

bzw.
$$df = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - H_{\text{verf.}} \lambda = 0 \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned}
\text{mit: } H_{\text{Verf.}} &= H_p \sqrt{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ji}}} && - \text{Verfestigungsmodul} \\
H_p &= H_p(\sigma_e) = \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_e^p} && - \text{plastischer Modul} \\
d\varepsilon_e^p &= \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} && - \text{Definition der äquivalenten plastischen Dehnung}
\end{aligned}$$

Dabei wird die äquivalente $\sigma_e - \varepsilon_e^p$ -Beziehung in der Regel auf die $\sigma - \varepsilon^p$ -Linie des einaxialen Druckexperiments zurückgeführt und lässt sich somit kalibrieren.

Nach Einführung der Gl. (6.19) in (6.23) ergeben sich die Rate der Konsistenzparameter und die Evolution der plastischen Verzerrungssinkremente entsprechend zu:

$$\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{H_{\text{Verf.}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}} \quad (6.24a)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnst} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\varepsilon_{st}}{H_{\text{Verf.}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}} \quad (6.24b)$$

Die konstitutive Beziehung (6.19) wird dann zweckmäßig ausgedrückt als:

$$d\sigma_{ij} = (C_{ijkl} - C_{ijkl}^p) d\varepsilon_{kl} = C_{ijkl}^{\text{ep}} d\varepsilon_{kl} \quad (6.25)$$

$$\text{mit: } C_{ijkl}^{\text{ep}} = C_{ijkl} - \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnkl} C_{ijst} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{st}}}{H_{\text{Verf.}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}}$$

Die Degradierung der Werkstoffsteifigkeit infolge plastischer Verzerrungen wird somit durch die plastische tangentielle Steifigkeitsmatrix C_{ijkl}^{ep} berücksichtigt.

Die kinematische Schädigung nach dem Zugbruch ($\sigma_0 \geq 0$)

Gegenüber duktilem Betonverhalten im Druckbereich ($\sigma_0 < 0$) tritt die Entfestigung nach Zugbruch sofort auf. Der Steifigkeitsmatrix C_{ijkl}^{ed} wird infolge der Betonschädigung bei der Entfestigung degradiert erhalten.

In diesem Fall nimmt die Schädigungsfläche die nachstehende Form ein:

$$f(\bar{\sigma}_{ij}) = (C_{u,2} \bar{\tau}_0^2 + C_{u,1} \bar{P} \bar{\tau}_0 + \bar{\sigma}_0) - f_{ct} = 0 \quad (6.26)$$

$$\text{mit: } \bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \chi_{ij} \quad - \text{reduzierter Spannungstensor}$$

Dabei steuert die Entfestigungsvariable χ_{ij} die Translation der Schädigungsfläche im Spannungsraum.

Die strenge Einhaltung von *Druckers* Stabilitätspostulaten verlangt eine assoziierte Fließregel. Bei einer Verwendung der nichtassozierten Fließregeln ist jedoch auf jeden Fall gesichert, dass keine fortschreitende Energiegewinnung im System beschrieben wird. Das heißt, dass mit der nichtassozierten Fließregel neben dem plastischen Fließen weitere energetische Dissipation, wie z. B. die Energieumwandlung bei der Bildung einer neuen Oberfläche während der Betonrissbildung, berücksichtigt werden kann. Andererseits wird die Rissbildung von Beton nicht nur allein durch Zugspannungen verursacht, sondern auch von Schubspannungskomponenten abhängig beeinflusst. Zur Berücksichtigung eines solchen Phänomens wird das Schädigungsmodell im Rahmen der Arbeit dadurch erarbeitet, dass *Ziegler's* Entfestigungsregel statt der *Prager's* zur Steuerung des kinematischen Schädigungsprozesses in die *Konsistenzbedingung* eingesetzt wird. Gegenüber dem von *Meschke* u. *Mang* [M02] ausgearbeiteten Modell, wo das *Rankine's*che Versagenskriterium hauptsächlich im Rahmen der Plastizität für die ebenen Spannungszustände unter Vernachlässigung der Schubspannung untersucht wurde, wird hier eine größere Energiedissipation als mit dem assoziierten kinematischen Entfestigungsgesetz *Prager's* gesichert. Die wichtigsten Eigenschaften der Entfestigungsregel werden mit Hilfe des in Bild 6.10 dargestellten Modells veranschaulicht.

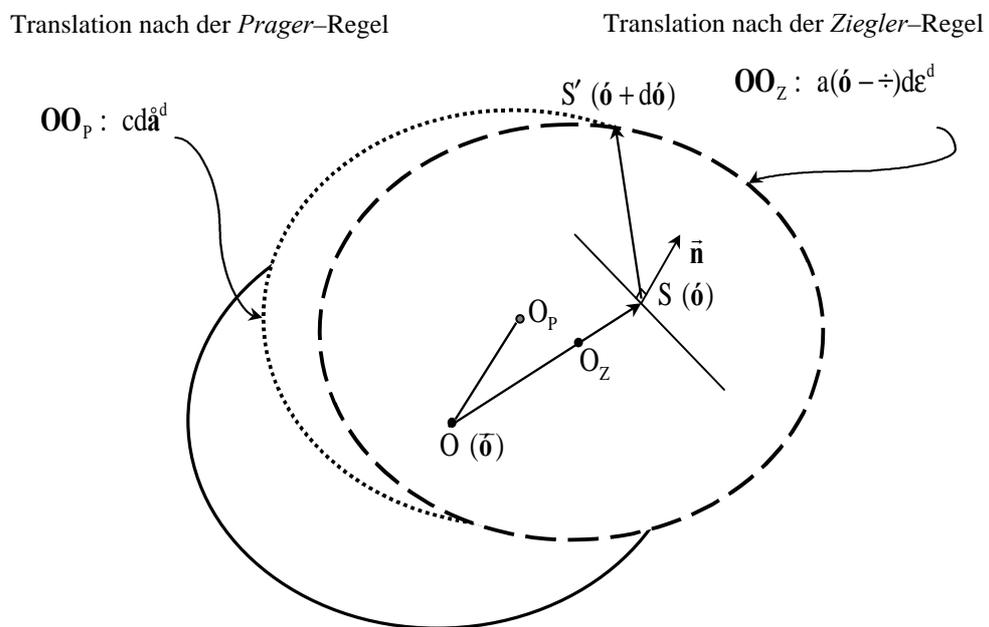


Bild 6.10 Fließflächen infolge verschiedener Fließregeln

Die Formulierung der Entfestigungsregel nach *Ziegler* ist angegeben als:

$$d\chi_{ij} = d\mu(\sigma_{ij} - \chi_{ij}) \quad (6.27)$$

Dabei hängt der positive Faktor $d\mu$ vom äquivalenten Verzerrungsinkrement ab:

$$d\mu = a d\varepsilon_e^d \quad (6.28)$$

$$\text{mit: } \varepsilon_e^d = \int d\varepsilon_e^d = \int \sqrt{d\varepsilon_{ij}^d d\varepsilon_{ji}^d} \quad a - \text{positiver Parameter}$$

Als Folge wird das Translationsinkrement erhalten zu:

$$d\chi_{ij} = a(\sigma_{ij} - \chi_{ij}) d\varepsilon_e^d \quad (6.29)$$

Bei einaxialer Zugbeanspruchung ergibt sich die Schädigungsfließfläche als:

$$f = (\sigma_{11} - \chi_{11}) - f_{ct} = 0 \quad (6.30)$$

Durch Differenzierung der Gl. (6.30) und unter Beachtung der Bedingungen $d\sigma_{11} = d\sigma_e$ und $d\varepsilon_{11} = d\varepsilon_e^d$ wird der Ziegler–Parameter a letztlich durch die Beziehung:

$$\frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_e^d} = a \bar{\sigma}_e = H_d \quad (6.31)$$

$$\text{zu} \quad a = \frac{H_d}{f_{ct}} \quad (6.32)$$

erhalten. Hierbei hängt der kinematische Schädigungsmodul H_d von der Bruchenergie des Betons und dem Entfestigungsgesetz sowie der Elementlänge ab.

Als Konsistenzbedingung gilt in diesem Fall:

$$df = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \chi_{ij}} d\chi_{ij} = 0 \quad (6.33)$$

Mit Hilfe der mathematischen Beziehungen

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \delta_{ik} \delta_{jl} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \quad (6.34a)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \chi_{ij}} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial \chi_{ij}} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} (-\delta_{ik} \delta_{jl}) = -\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} = -\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6.34b)$$

wird die Konsistenzbedingung (6.33) für die kinematische Entfestigung weiter umformuliert:

$$df = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - H_{\text{Entf.}} \lambda = 0 \quad (6.35)$$

$$\text{mit: } H_{\text{Entf.}} = \left[a \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} (\sigma_{ij} - \chi_{ij}) \right] \sqrt{\frac{dF}{d\sigma_{ij}} \frac{dF}{d\sigma_{ji}}} - \text{kinematischer Entfestigungsmodul}$$

Unter Berücksichtigung der Gesamtverzerrungen folgen für die kinematische Schädigung die wichtigen Raten der Konsistenzparameter:

$$\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{H_{\text{Entf.}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}} \quad (6.36a)$$

und des Nachgiebigkeitstensors:

$$\dot{D}_{ijkl} = \lambda \frac{\partial F_6 \otimes \partial F_6}{\partial F_6 : \delta} \quad (6.36b)$$

Die konstitutiven Beziehungen wird dann zu

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ed} d\epsilon_{ij} \quad (6.37)$$

$$\text{mit: } C_{ijkl}^{ed} = C_{ijkl} - \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnl} C_{ijst} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{st}}}{H_{Entf.} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}}$$

Dadurch wird die Degradierung der Werkstoffsteifigkeit infolge der Schädigung im Zugbereich mit der Steifigkeitsmatrix C_{ijkl}^{ed} berücksichtigt.

6.6 Implementierung des 3D–Materialmodells

Im Rahmen der Arbeit wird das 3D–Materialmodell in der Strategie des Return–Mapping–Algorithmus[A02, S08]implementiert. Im Vergleich zu anderen Algorithmen für die Implementierung der Materialmodelle ist diese Methode durch eine besonders große Effizienz und unbedingte numerische Stabilität gekennzeichnet. Die Erweiterung des 3D–Materialmodells im TT–Bereich wird durch Einlesung der aktuellen Temperatur des zu betrachtenden Betonelements realisiert, welche in der vorhergehenden Temperaturberechnung ermittelt wurde. In diesem Zusammenhang werden die temperaturabhängigen Stoffgesetze, welche für die Formulierung der Belastungsfläche $f(\mathbf{s}, A, T) = f(\mathbf{s}_T, A_T)$ erforderlich sind, im Zeitpunkt t_{n+1} berechnet und danach innerhalb der Zeitintervalle $[t_n, t_{n+1}]$ konstant gehalten. Dadurch wird die temperaturbedingte physikalische Nichtlinearität von Beton wirklichkeitsnah berücksichtigt.

Zuerst wird der Prädiktorzustand $(\hat{\delta}_{T,n+1}^{tr}, A_{T,n+1}^{tr})$ für die Zeitintervalle $[t_n, t_{n+1}]$ durch „Einfrieren“ des elastoplastischen Schädigungszustandes mit allen bekannten Variablen im Zeitpunkt t_n definiert. Die aktuellen Spannungen lassen sich durch die Projektion des Prädiktorzustandes im elastischen Bereich bekommen:

$$\text{mit: } \hat{\mathbf{a}}_{T,n+1}^{e,tr} = \hat{\mathbf{a}}_{T,n+1} - \hat{\mathbf{a}}_{T,n}^{pd} \hat{\delta}_{T,n+1}^{tr} = \mathbf{C}_{T,n} \hat{\mathbf{a}}_{T,n+1}^{e,tr} \quad (6.38)$$

Die anderen Variablen werden entsprechend definiert als:

$$\sigma_{eT,n+1}^{tr} = H_p(\epsilon_{eT,n}^p) \quad \text{im Druckbereich } \sigma_0 < 0 \quad (6.39)$$

$$\dot{\epsilon}_{T,n+1}^{tr} = \dot{\epsilon}_{T,n} \quad (6.40a)$$

$$\mathbf{D}_{T,n+1}^{tr} = \mathbf{D}_{T,n} \quad \left. \vphantom{\mathbf{D}_{T,n+1}^{tr}} \right\} \text{im Zugbereich } \sigma_0 \geq 0 \quad (6.40b)$$

Die konstitutive Beziehung im Zeitpunkt t^{n+1} wird diskret formuliert als:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1} = \mathbf{C}_{n+1} [\dot{\mathbf{a}}_{T,n+1} - \dot{\mathbf{a}}_{T,n+1}^{\text{pd}}] \quad (6.41)$$

$$\text{mit: } \mathbf{C}_{T,n+1} = \mathbf{D}_{T,n+1}^{-1}$$

unter den diskreten elastoplastischen Schädigungsbedingungen bzw. den Be- und Entlastungsbedingungen:

$$f(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1}, \mathbf{A}_{t,n+1}) \leq 0 \quad (6.42a)$$

$$\lambda_{T,n+1} \geq 0, \quad \lambda_{T,n+1} f(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1}, \mathbf{A}_{T,n+1}) = 0 \quad (6.42b)$$

welche vorschreiben, dass sich am Ende jedes Zeitintervalls $[t_n, t_{n+1}]$ der zugelassene Spannungszustand entweder innerhalb oder in den Belastungsflächen befinden muss. Wird die Belastungsbedingung (6.42) seitens dieser Prädiktorspannung $(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1}^{\text{tr}}, \mathbf{A}_{T,n+1}^{\text{tr}})$ ($\mathbf{A} = \boldsymbol{\sigma}_e, \chi_{ij}$) verletzt, so werden in einem weiteren Schritt $\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{tr}}$ und $\mathbf{A}_{T,n+1}^{\text{tr}}$ auf die Belastungsfläche projiziert. In Anwendung des impliziten Return–Mapping–Algorithmus zusammen mit der assoziierten Fließregel (6.19) ergibt sich:

$$\Delta \dot{\mathbf{a}}_{T,n+1}^{\text{pd}} = \lambda_{T,n+1} \frac{\partial F^{n+1}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (6.43)$$

Einsetzen der Gl. (6.43) in die konstitutive Beziehung (6.41) für das Ende des Zeitpunkts $n+1$, und Erfüllung der Belastungsbedingung führen zu

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1}^{\text{tr}} - \lambda_{T,n+1} \mathbf{C}_{T,n+1} : \frac{\partial f^{n+1}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (6.44)$$

Die ungleichmäßige Verfestigung bzw. die Translation der Belastungsfläche und der Nachgiebigkeitstensor ergeben sich, korrigiert durch diese konvergierten Werte, folglich zu:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{eT,n+1}^{\text{p}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{eT,n+1}^{\text{p, tr}} + \lambda_{T,n+1} \sqrt{\frac{\partial f^{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \frac{\partial f^{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (6.45a)$$

$$\text{bzw. } \boldsymbol{\sigma}_{eT,n+1} = \mathbf{H}_p(\boldsymbol{\varepsilon}_{eT,n+1}^{\text{p}}) \quad \text{im Druckbereich } \sigma_0 < 0 \quad (6.45b)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1}^{\text{tr}} + \lambda_{T,n+1} \frac{\mathbf{H}_d}{f_{ct}} \sqrt{\frac{\partial F^{n+1}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}} : \frac{\partial F^{n+1}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}}} (\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n+1} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{T,n}) \quad (6.46a)$$

$$\mathbf{D}_{T,n+1} = \mathbf{D}_{T,n+1}^{\text{tr}} + \lambda_{T,n+1} \frac{\frac{\partial F^{n+1}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}} \otimes \frac{\partial F^{n+1}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}}}{\frac{\partial F^{n+1}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (6.46b)$$

} im Zugbereich $\sigma_0 \geq 0$

7 Numerische Behandlung der Spanngliedkräfte im TT-Bereich

7.1 Vorbemerkungen

Im allgemeinen gelten zwei Berechnungsverfahren, das Äquivalenzlastverfahren und das Äquivalenzdeformationsverfahren, für Vorspannung mit nachträglichem Verbund und für Vorspannung ohne Verbund mit Spanngliedern innerhalb des Betonquerschnittes bei Normaltemperatur[B04], mit denen die auf die Betonstruktur ausgeübten Spanngliedkräfte analytisch erfaßt und anschließend die Schnittgrößen infolge Vorspannung weitergehend rechnerisch bestimmt werden können.

Nach dem Verankern der Spannglieder treten in der Regel Spannkraftänderungen auf. Die von Spanngliedern auf die Betonstruktur ausgeübten Kräfte verändern sich auch innerhalb der Benutzungszeit durch Spanngliedkraftänderungen, welche zeitunabhängig oder zeitabhängig sein können. Zu den zeitunabhängigen Änderungen gehören dabei die be- und entlastungs- sowie temperaturbedingten Betondeformationen, wohingegen die zeitabhängigen Spannkraftänderungen durch Schwinden und Kriechen des Betons sowie Relaxation des Spannstahls verursacht werden.

In diesem Kapitel wird eine Modifikation des Äquivalenzlastverfahrens basierend auf der algorithmischen Grundlage der FE-Methode vorgenommen. Hierbei wird ein numerisches Berechnungsverfahren für die Ermittlung von u.a. räumlich gekrümmten Spanngliedern auf die Betonstruktur ausgeübten Kräfte im TT-Bereich entwickelt. Dadurch wird die Spannkraftänderung infolge temperaturbedingter Betondeformationen und die zusätzliche Zwangskraft in den Spanngliedern numerisch berücksichtigt.

7.2 Das Äquivalenzlastverfahren zur Ermittlung der Spanngliedkräfte bei Raumtemperatur

Das Konzept des Äquivalenzlastverfahrens zur Berücksichtigung der Vorspannung von gekrümmten Flächentragwerken unter Einschluß der ebenen Sonderfälle beruht auf dem Schnittprinzip der Mechanik. Dabei werden die Spannglieder aus dem Tragwerk gedanklich herausgeschnitten und die von ihnen auf den Beton ausgeübten Kräfte, welche im Zusammenhang mit den zusätzlichen Auflagerkräften beim statisch unbestimmten System ein

Gleichgewichtssystem darstellten, in arbeitsäquivalente Knotenkräfte umgerechnet. Dementsprechend wirkt jedes Spannglied über Verankerungs-, Reibungs- und Umlenkkräfte auf das zugehörige Tragwerk ein. Zur Bestimmung des Spannkraftverlaufs infolge Vorspannens unter Berücksichtigung der Reibung zwischen dem Spannglied und dem Hüllrohr dient in der Regel eine Erweiterung der klassischen *Euler*'schen Seilreibungsgleichung für räumlich gekrümmte Spannglieder [H03].

In Bild 7.1 werden die auf ein infinitesimales Bogensegment ds des räumlich gekrümmten Spanngliedes wirkenden Kräfte dargestellt, wobei die mathematische Beschreibung dieser allgemeinen räumlichen Kurve PQ abhängig von einem Parameter t bekannt ist.

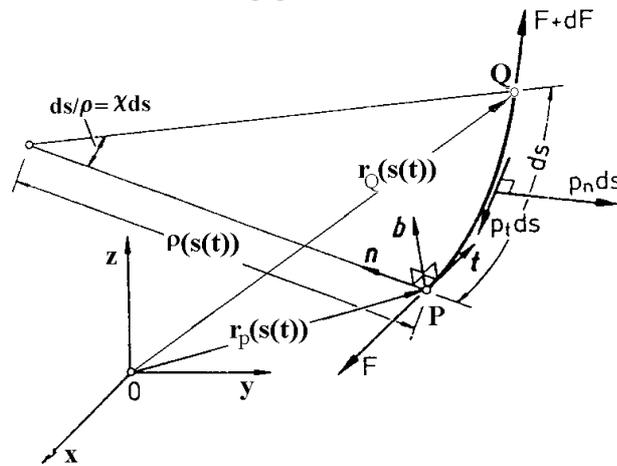


Bild 7.1 Geometrische Darstellung der auf ein Bogenelement des Spanngliedes wirkenden Kräfte

Unter Annahme der Zunahme der Spannkraft $F = F(s)$ mit wachsender Bogenlänge s ergibt sich beim Einhalten des Gleichgewichts der Kräfte die Beziehung:

$$F_Q = F_P e^{\mu \int_{s_P}^{s_Q} \chi ds} \quad (7.1)$$

mit: $F_P = F(s = s_P)$; $F_Q = F(s = s_Q)$
 $s = (x = f_x(t), \quad y = f_y(t), \quad z = f_z(t))$ - Bogenlänge des Spanngliedes
 $\chi = \frac{d^2 s}{dt^2} = (f_x''(t), \quad f_y''(t), \quad f_z''(t))$ - Krümmung der Spanngliedkurve
 μ - Reibungsbeiwert zwischen Spannglied und Hüllrohr

Bei FE-Diskretisierungen des Spanngliedes kann man die Schnittpunkte P und Q mit den Kanten eines Betonelements zusammenfallen lassen. Unter der Voraussetzung, dass die Spannkraft in einem der beiden Punkte bekannt ist, kann man mit Hilfe der Gl. (7.1) eindeutig die Spannkraft im anderen Punkt bestimmen. Wird das Spannglied von beiden Enden vorgespannt, dann sind die beiden *Ankerkräfte* $F_A = F(s = s_A = 0)$ und $F_B = F(s = s_B)$ bekannt. Sie stellen die Startwerte zur Berechnung des Spannkraftverlaufes in allen Schnittpunkten des

Spannglieds mit den Elementknoten dar. Der Vorteil des Äquivalenzlastverfahrens ist nicht nur bei Bestimmung des Verlaufs der Spanngliedkraft zu ersehen. Es ermöglicht auch eine einfache Erfassung der längs des Spannglieds wirkenden Reibungs- bzw. Verbundkräfte und der in Normalrichtung wirkende Umlenkraft:

$$F_n(s) = F(s)\chi = F(s)\chi(f_x''(t), f_y''(t), f_z''(t)) \quad (7.2)$$

$$F_R(x) = -\frac{dF(s)}{ds} = \mu F_n(s) \quad (7.3)$$

7.3 Modifikation des Äquivalenzlastverfahrens im TT-Bereich

Basierend auf der numerisch strukturierten Matrixgleichung (5.1) und zugleich mit Hilfe der modifizierten *Lagrange*'schen Formulierung können die Elementmatrix und der Lastvektor für Spannglieder ohne Berücksichtigung dynamischer Einwirkungen im folgenden wiedergegeben werden:

$$[\bar{K}_i^T] \Delta u_i = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (7.4)$$

In der neuen Formulierung setzt sich die tangentielle Steifigkeitsmatrix $[\bar{K}_i^T]$ aus der Matrix der Elementsteifigkeit $[K_i]$ und der Matrix der Spannungssteifigkeit $[S_i]$ zusammen:

$$[\bar{K}_i] = [K_i] + [S_i] \quad (7.5)$$

$$\text{mit: } [K_i] = \int [B_i]^T [D_i] [B_i] d(\text{vol}) \text{ und } [S_i] = \int [G_i]^T [\tau_i] [G_i] d(\text{vol})$$

während sich der Vektor der resultierenden Kräfte in folgender Form ergibt:

$$[F_i^{nr}] = \int [B_i]^T \{\sigma_i\} d(\text{vol}) \quad (7.6)$$

Dabei lässt sich die Matrix $[G_i]$ aus der Formfunktion des Elementes ableiten und stellt $[\tau_i]$ eine Matrix der *Cauchy*-Spannungen $\{\sigma_i\}$ im globalen Koordinatensystem dar [A02].

Im allgemeinen kommt bei der Diskretisierung der räumlich ausgeführten Spannglieder das isoparametrische 2-Knoten-Stabelement zur Anwendung, welches über einen linearen Ansatz sowohl für die Geometrie und als auch für die Verschiebung verfügt. Somit ergibt sich die Spannungssteifigkeitmatrix für Spanngliedelemente [A02]:

$$[S_i] = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

$$\text{mit: } F = \begin{cases} AE \varepsilon^{\text{in}} & \text{für die erste Iteration} \\ F_{n-1} & \text{für jede kommende Iteration} \end{cases}$$

A – Querfläche des Spanngliedes; E – E-Modul des Spanngliedes

Dabei dienen die *initialen Dehnungen* ε^{in} als Eingabegrößen für jedes Spanngliedelement und können vorher unter Berücksichtigung des Spanngliedverlaufes sowie der Anker- und Reibungskräfte ermittelt werden.

Der Residualkraftvektor in Gl. (7.4) ergibt sich zu:

$$\{F_1\} = \{F_1^a\} - \{F_1^{\text{nr}}\} = AE(\varepsilon_n^{\text{T}} - \varepsilon_{n-1}^{\text{el}}) \quad (7.8)$$

$$\text{mit: } \{F_1^a\} = AE \varepsilon_n^{\text{T}} [-1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^{\text{T}} - \text{Lastvektor}$$

$$\{F_1^{\text{nr}}\} = AE \varepsilon_{n-1}^{\text{el}} [-1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^{\text{T}} - \text{Vektor der Newton-Raphson-Kräfte}$$

Die rechnerische Bestimmung des Terms ε_n^{T} in Gl. (7.8) unterscheidet zwei Fälle. Für eine lineare Analyse oder die erste Iteration einer nichtlinearen *Newton-Raphson-Analyse* entspricht dies

$$\varepsilon_n^{\text{T}} = \varepsilon_n^{\text{th}} - \varepsilon^{\text{in}} \quad (7.9)$$

$$\text{mit: } \varepsilon_n^{\text{th}} = \alpha_{\text{T},n} (T_n - T_{\text{ref}})$$

$\alpha_{\text{T},n}$ - *thermischer Dehnungskoeffizient der Spannglieder bei Temperatur T_n*

T_n - *Temperatur des Spanngliedelements in laufender Iteration*

T_{ref} - *Referenztemperatur*

dagegen für jede folgende Iteration einer *Newton-Raphson-Analyse*:

$$\varepsilon_n^{\text{T}} = \Delta \varepsilon_n^{\text{th}} \quad (7.10)$$

mit lediglich thermischem Dehnungsincrement :

$$\Delta \varepsilon_n^{\text{th}} = \alpha_{\text{T},n} (T_n - T_{\text{ref}}) - \alpha_{\text{T},n-1} (T_{n-1} - T_{\text{ref}}) \quad (7.11)$$

mit: $\alpha_{\text{T},n}, \alpha_{\text{T},n-1}$ - *thermischer Dehnungskoeffizient des Spannstahls*

T_n, T_{n-1} - *die Temperatur des Spanngliedelements in jetziger und letzter Iteration*

Für eine lineare Analyse oder die erste Iteration einer nichtlinearen *Newton-Raphson-Analyse* folgt die elastische Dehnung der Form:

$$\varepsilon_n^{\text{el}} = \varepsilon_n - \varepsilon_n^{\text{th}} + \varepsilon^{\text{in}} \quad (7.12)$$

während für jede folgende *Newton-Raphson-Iteration* die elastische Dehnung entsprechend der folgenden Gleichung bestimmt wird:

$$\varepsilon_n^{\text{el}} = \varepsilon_{n-1}^{\text{el}} + \Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon^{\text{th}} - \varepsilon^{\text{pl}} \quad (7.13)$$

mit: $\varepsilon_n = u / L$ - *totale Dehnung*

u - *Knotenverschiebung des Elements längs der Achse*

$\Delta \varepsilon = \Delta u / L$ - *Dehnungsincrement*

$\Delta \varepsilon^{\text{pl}}$ - *plastisches Dehnungsincrement*

Basierend auf dem Dehnungszustand des Spanngliedelements lassen sich Spannung und Spannkraft längs der Spanngliedachse ermitteln:

$$\sigma = E\varepsilon^{\text{el}} \quad (7.14)$$

$$F = A\sigma \quad (7.15)$$

Im Vergleich zum herkömmlichen Äquivalenzlastverfahren dient die Vordehnung, d.h. die initiale Dehnung des Spanngliedelements, anstelle der äquivalenten Kräfte als Eingabegröße für das algorithmische Konzept. Die aus der Vordehnung resultierende Kraft wird als Spanngliedkraft über Knoten weiter an die Betonelemente übertragen. Durch diese Modifikation wird die Spannbetonstruktur als ein integriertes Gleichgewichtssystem ohne gedankliche Herauslösung des Spannglieds betrachtet. Dadurch wird die Interaktion zwischen Spanngliedern und Beton unter Berücksichtigung der Spannkraftänderungen infolge der instationären Abkühlung im TT-Bereich wirklichkeitsnah numerisch ermitteln.

8 Beispiele zur Verifizierung

8.1 Übersicht

Selbstverständlich sind Programmsysteme, die das reale Tragverhalten der Strukturen simulieren sollen, stets an experimentellen Ergebnissen zu überprüfen und zu verifizieren. Dadurch können solche Berechnungsverfahren für die praktische Anwendung allseitig abgesichert werden. Nach heutigem Stand der FE-Methode ist es durchaus vertretbar, Methoden – nicht konkrete Ergebnisse – auf komplexe Strukturen zu übertragen, wenn sie mit dem Experiment am Einzelbauteil oder einer Teilstruktur in überzeugender Weise und systematisch übereinstimmen.

Die nachfolgenden FE-Berechnungen an experimentellen Versuchen sollen nicht dazu dienen, detaillierte Aussagen zum allgemeinen Bauteilverhalten beizutragen, da diese in der Literatur [I03, N02, N03, P03, P05, S03, S07] ausreichend publiziert sind. Die durchgeführten FE-Berechnungen sollen vielmehr dazu dienen, das neu entwickelte FE-Modell einschließlich der getroffenen Annahmen über temperaturabhängige thermische und mechanische Stoffgesetze sowie der Algorithmen und insbesondere auch des neuen Materialmodells für TT-Bereiche an vorhandenen Versuchen zu verifizieren. Zweckmäßig werden die Probleme so ausgewählt, dass möglichst unterschiedliche statische Beanspruchungen in der Koppelung mit thermischer Einwirkung an Stahl- und Spannbetonstrukturen getestet und die dazugehörige thermische Strukturanalyse mit FE-Methode durchgeführt werden. Folgende Probleme werden für die Vergleichsrechnungen solcher numerischen Simulationen herangezogen:

- **Beispiele für die Temperaturberechnungen**

Beispiel 8.1.1 Instationäre Temperaturentwicklung von einseitig vollständig abgekühlten Balken.

Beispiel 8.1.2 Instationäre Temperaturentwicklung von einseitig lokal abgekühlten Platten mit und ohne Linerschutz.

- **Beispiel für die statischen Berechnungen unter verschiedenen temperaturbedingten Einwirkungen**

Beispiel 8.2.1 Last-Verformungsbeziehungen der Stahlbetonbalken bei normaler Temperatur und bei homogen tiefer Temperatur (-170 °C)

Beispiel 8.2.2 Momenten-Krümmungsbeziehungen der Spannbetonbalken bei normaler Temperatur und bei homogen tiefer Temperatur (-60 °C)

Beispiel 8.2.3 Momenten-Krümmungsbeziehungen der Stahlbetonbalken unter der Einwirkung des Temperaturgradienten.

Beispiel 8.2.4 Momenten–Krümmungsbeziehungen der Spannbetonbalken unter Einwirkung des Temperaturgradienten.

Beispiel 8.2.5 Freie Temperaturverformung der Stahlbetonbalken unter Einwirkung der instationären Temperaturentwicklung.

Beispiel 8.2.6 Schnittgrößen einer Zylinderschale infolge Einwirkung des Temperaturgradienten.

8.2 Berechnung der instationären Temperaturfelder

8.2.1 Vorbemerkungen

Um den Temperaturzwang in Spannbetonbehältern zu untersuchen, wurden Balkenversuche bzw. Plattenversuche unter einseitig, vollständig oder lokal begrenzter schockartiger Abkühlung auf sehr tiefe Temperaturen durchgeführt [N03, P03, P05, W02]. Darunter spiegelten die experimentellen Arbeiten von *Rostásy* u. *Pusch* [P03, P05] und *Niemann* [N03] solche Versuche beispielhaft wieder. Das Kühlmedium war flüssiger Stickstoff (LN_2) mit $T = -196\text{ °C}$. Die Bauteile wurden unmittelbar mit diesem Kühlmedium schockartig abgekühlt. Dabei wurden die instationären Temperaturverteilungen über den Querschnitt des Bauteils und zeitliche Temperaturverläufe an einzelnen diskreten Punkten untersucht.

8.2.2 Die instationäre Temperaturentwicklung von einseitig vollständig abgekühlten Balken

Die erste vorgenommene FE–Berechnung behandelt einen nicht linergeschützten, einseitig vollständig abgekühlten Balken mit Rechteckprofil von $400 \times 200\text{ mm}$. Die entsprechenden experimentellen Untersuchungen wurden am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig durchgeführt und sind in [P03, P05] wiedergegeben. Die Versuchskonfiguration und Abmessung der Balken sowie Materialkennwerte können Bild 8.1 und Tabelle 8.1 entnommen werden.

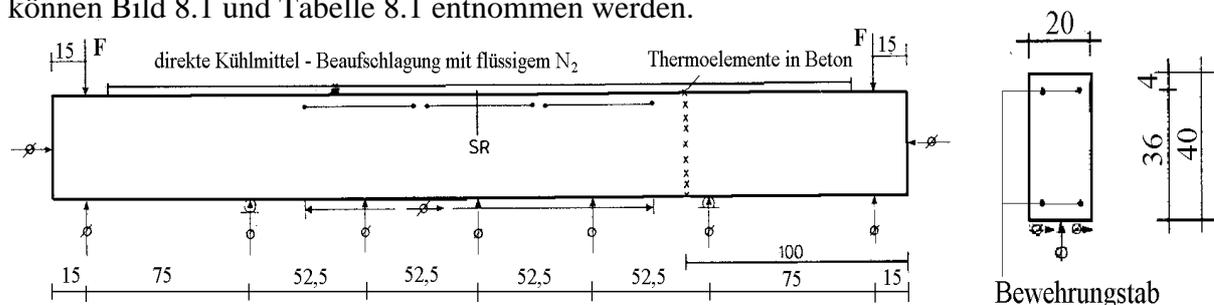


Bild 8.1 Versuchsbalken [P03]

Das Bild 8.1 zeigt den Vergleich zwischen Versuch und FE–Berechnung für die ausgewählte Kühlzeit. Es ist deutlich zu erkennen, dass mit dem FE–Modell eine gute Beschreibung der instationären Temperaturentwicklungen infolge einseitiger schockartiger Abkühlung gelingt.

Tabelle 8.1 Materialkennwerte

Versuchskörper	Bewehrung		Temperatur T [°C]	Lagerung	Beton	W/Z-Wert
	Type	$\mu_1=\mu_2$ [%]				
Balken	BSt 420/500/RU	0,50	instationär	versiegelt	B 45	0,6

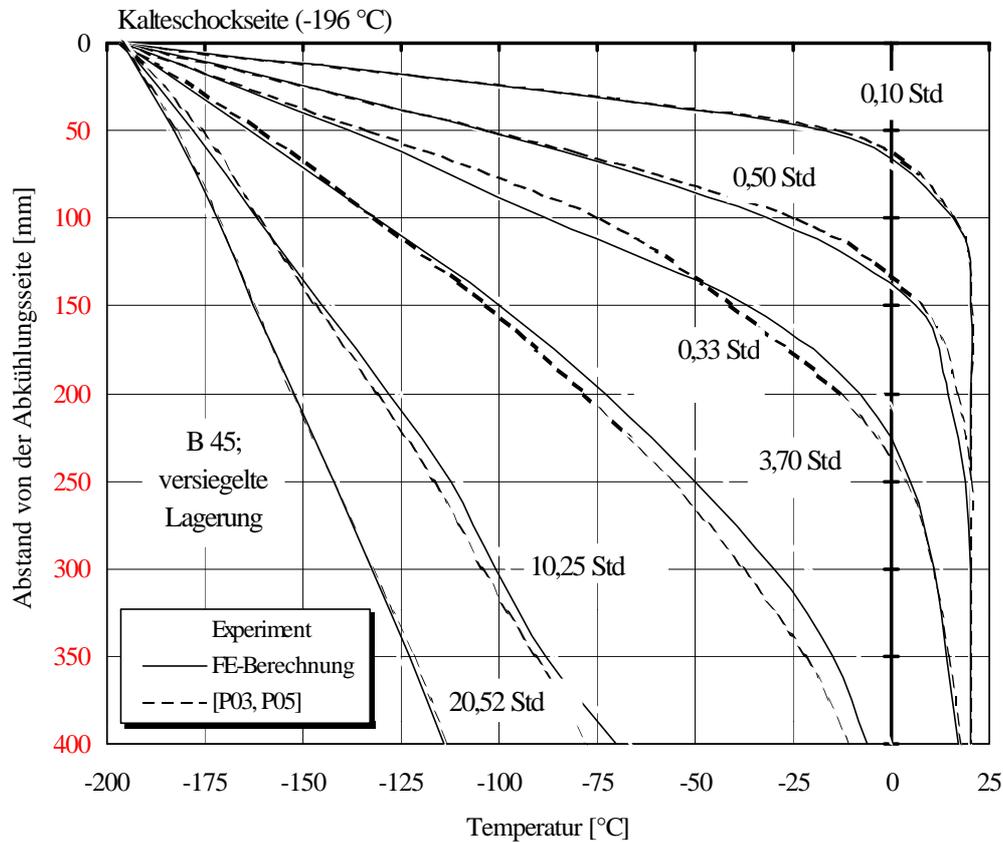


Bild 8.2 Die instationäre Temperaturentwicklung

Die Temperaturentwicklung infolge einseitiger schockartiger Abkühlung der Betonbalken mit versiegeltem B 45 lässt sich wie folgt beschreiben:

Kurz nach Kühlbeginn stellen sich sehr steile Temperaturgradienten ein. Während dieser Zeit herrscht über nahezu die gesamte Dicke des Versuchskörpers noch die Raumtemperatur. Die Betonoberfläche ist nach sehr kurzer Zeit auf die Eigentemperatur des Flüssigstickstoffs von -196 °C abgekühlt. Aufgrund dieser Beschaffenheit kann die erste Randbedingung auf der Kälteschockseite für FE-Berechnungen getroffen werden. Mit zunehmender Kühldauer wird der Gradient flacher. Die Temperaturänderung wird zum Inneren des Versuchskörpers hin immer langsamer. Der stationäre Endzustand ist nach ca. 20 Stunden erreicht. Die Temperaturverteilung innerhalb des Querschnitts ist zu diesem Zeitpunkt nahezu geradlinig und die Temperatur an der Unterseite beträgt ca. -120 °C .

8.2.3 Die instationäre Temperaturentwicklung von einseitig lokal abgekühlten Platten mit und ohne Linerschutz

Um den Temperaturzwang in Spannbetonbehältern zu untersuchen, wurden auch Plattenversuche mit und ohne Linerschutz unter einseitiger, lokal begrenzter schockartiger TT-Beaufschlagung an der Ruhr Universität Bochum durchgeführt [N03]. Die Versuchsanordnung wurde in Bild 8.3 schematisch dargestellt.

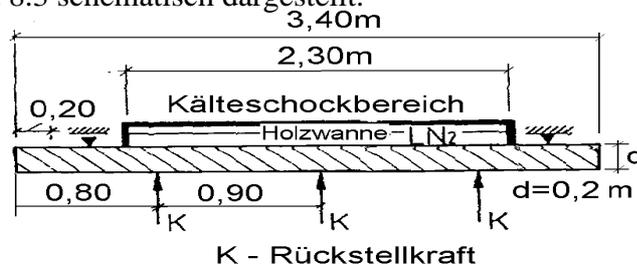


Bild 8.3 Schematische Darstellung der Versuchsanordnung [N03]

Die Ergebnisse der FE-Berechnung sind in der Form von zeitlichen Temperaturverläufen in Plattenoberseite, Plattenmitte und Plattenunterseite in [Bildern 8.4 und 8.5](#) wiedergegeben. Es zeigte sich, dass eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung für linerlose Platten unter Berücksichtigung der thermischen Nichtlinearitäten erzielt werden konnte.

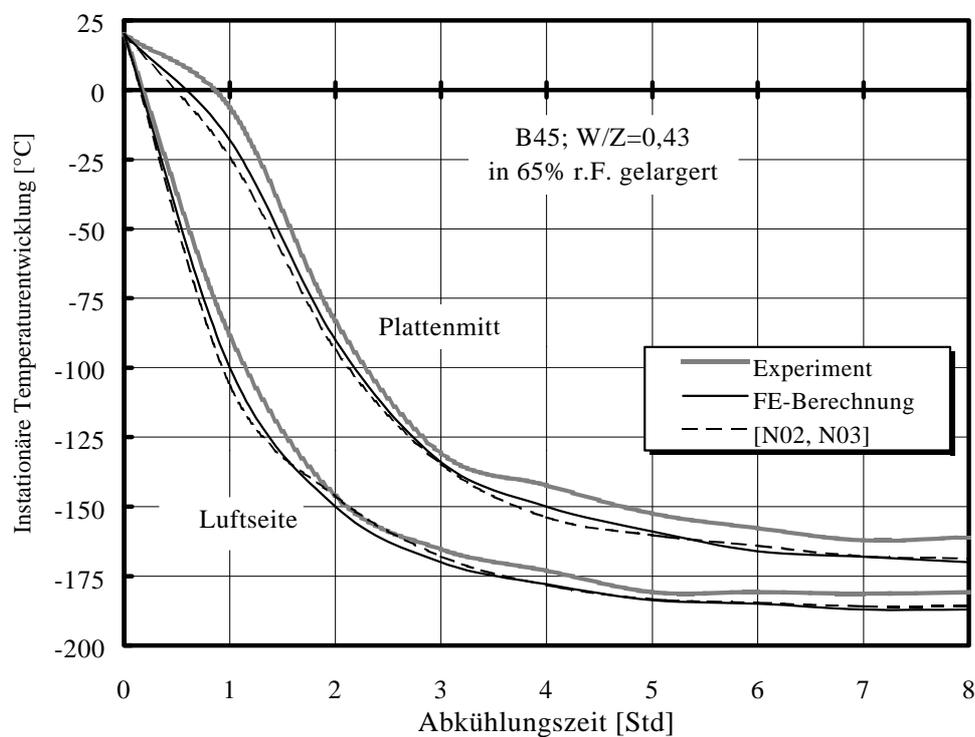


Bild 8.4 Plattenversuche ohne Linerschutz

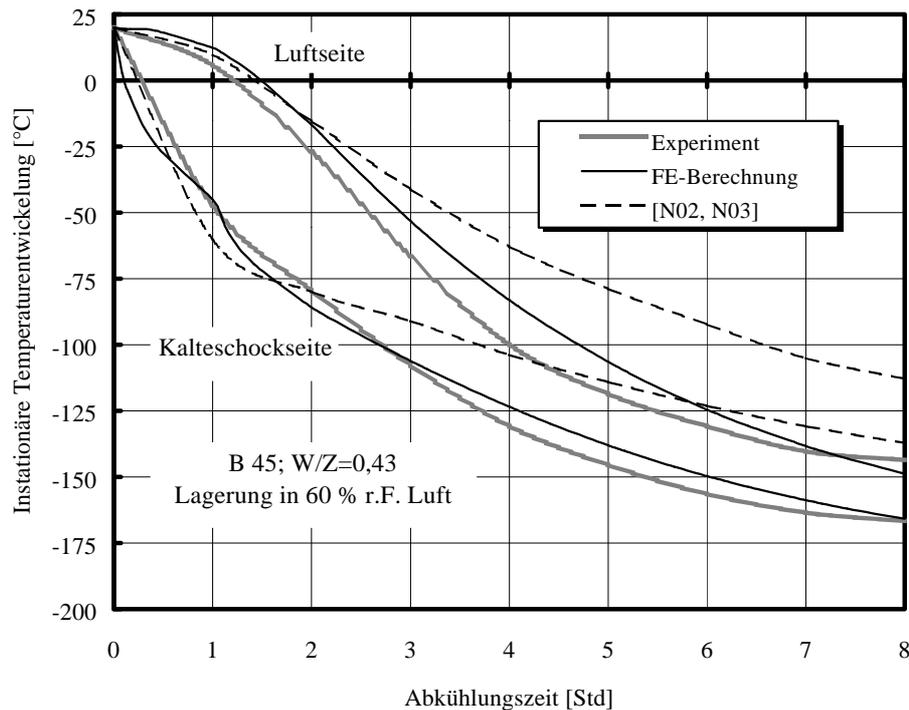


Bild 8.5 Plattenversuche mit Linerschutz

Wie in Bild 8.5 zu erkennen, ist die Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Temperaturen deutlich schlechter als bei einer Platte ohne Kopfbolzenliner. Ursache hierfür ist der Einfluss des Luftspalts unter dem Liner. Im FE-Rechenmodell wird der Luftspalt mit der konstanten Dicke des Luftelements abgebildet.

Tatsächlich öffnet sich der Luftspalt zunächst schlagartig beim Eintreten des Kälteschocks. Anschließend schließt er sich aber wieder mit fortschreitender Durchkühlung des Bauteils. Dieser Effekt wird am Verlauf der Oberseiten- und Unterseitentemperatur auch verdeutlicht: die berechnete Temperatur simuliert eine stärkere Isolierwirkung als die Messungen nach ca. 2 Stunden nach dem Eintreten des Kälteschocks zeigen. Messung und Berechnung zeigen die erhebliche Auswirkung des Luftspalts.

8.3 Statische Berechnung in Kombination mit thermischen Beanspruchungen

8.3.1 Grundlagen

Die Beanspruchungen von Stahlbeton- und Spannbetonstrukturen infolge mechanischer Belastung und der thermischen Einwirkung aus einseitigem Kälteschock bestehen aus folgenden Teilen: Spannungen infolge Lasten und planmäßiger Vorspannung, Zwangspannungen und Eigenspannungen. Unter der Einwirkung eines Temperaturprofils resultieren Längsdehnung aus gleichmäßiger Temperatur T_m und Krümmung aus linearer Temperatur-

differenz bzw. Temperaturgradienten T_{zw} sowie die infolge des nichtlinearen Temperaturprofils verursachten Eigenspannungen. Bild 8.6 zeigt die allgemeine Zerlegung eines instationären Temperaturprofils und die thermischen Beanspruchungen über den Querschnitt infolge des nichtlinearen Temperaturprofils.

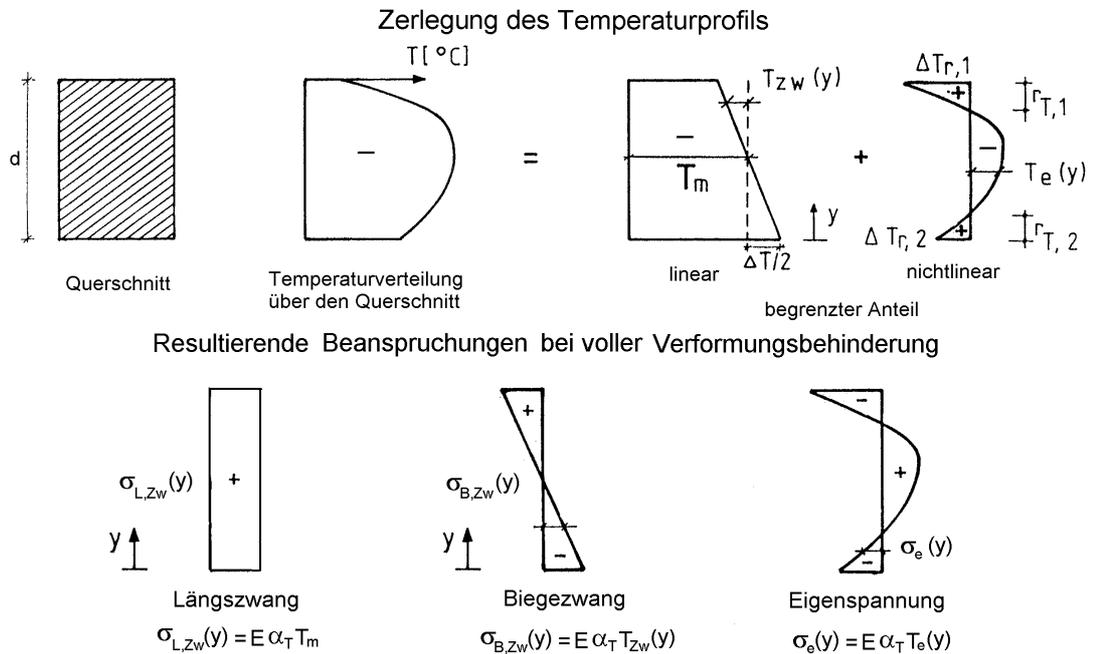


Bild 8.6 Thermisch bedingte Zwangsbeanspruchungen infolge nichtlinearer Temperaturverteilung

8.3.2 Last-Verformungsbeziehungen der Stahlbetonbalken bei normaler Temperatur und bei homogen tiefer Temperatur $-170\text{ }^{\circ}\text{C}$

In dem folgenden Beispiel werden die zwei veröffentlichten Stahlbetonbalken aus einer Serie nachgerechnet, die von *Iványi* u. *Schäper* [I03] experimentell getestet wurden. Diese Versuche zeigten die Tragfähigkeit tiefkalter Balken im Vergleich zu den Balken bei normalen Temperaturen. Die Abmessungen der Betonbalken und die Anordnung der Bewehrung sind in Bild 8.7 dargestellt. Eine Nachrechnung liegt jedoch in der Arbeit [I03] nicht vor.

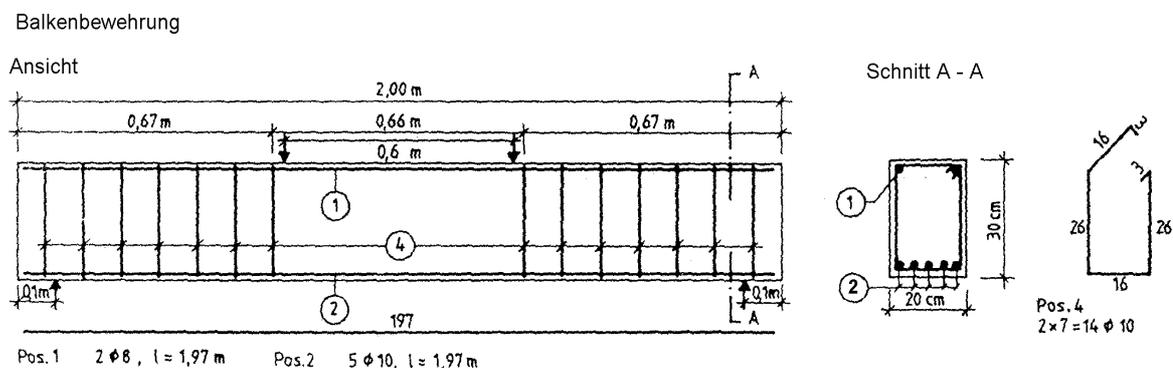


Bild 8.7 Versuchs balken an der Universität Essen nach [I03]

Der Versuchskörper wurde im Stickstoffbad „eigenspannungsfrei“ innerhalb des Querschnitts homogen bis -170 °C durchgekühlt. Während des Versuchsablaufes wurde die Versuchskörper nach Herausnahme aus dem Stickstoffbad der natürlichen Erwärmung überlassen.

Aus dem Vergleich der Last–Verformungsdiagramme in Bild 8.8 ist zu erkennen, dass keine "Versprödung" der tiefkalt geprüften Balken gegenüber Normaltemperatur auftritt.

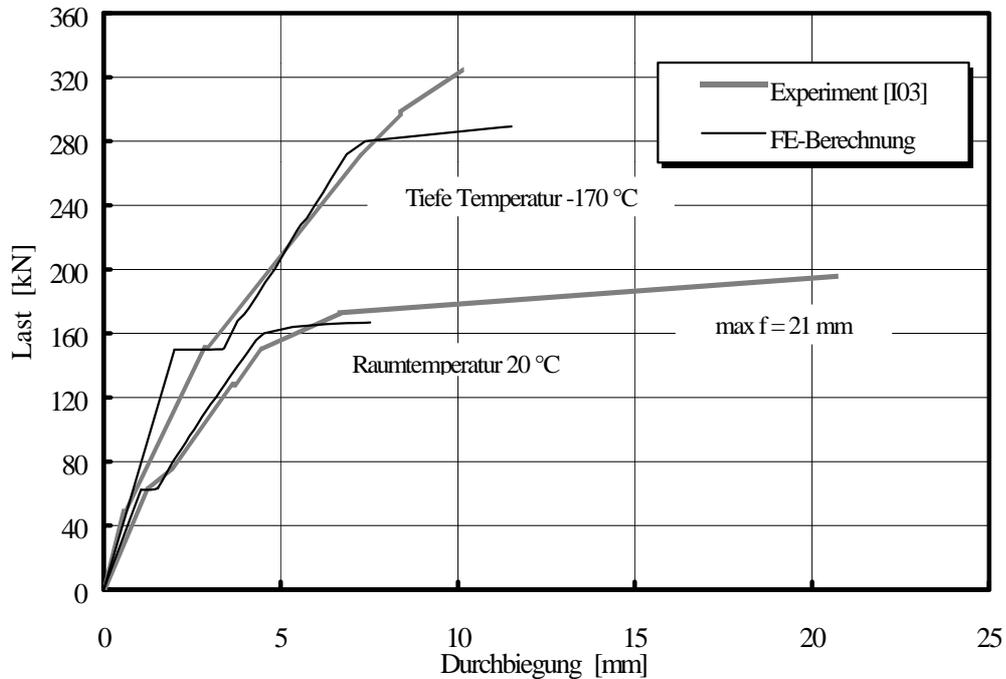


Bild 8.8 Last–Verformungsdiagramm der Balken

8.3.3 Momenten–Krümmungsbeziehungen der Spannbetonbalken bei normaler Temperatur und homogen tiefer Temperatur -60 °C

Das Beispiel entstammt den Arbeiten von *Sato* [S03]. In den Arbeiten wurde eine Reihe von experimentellen Untersuchungen an wassergelagerten Biegebalken bei normaler und tiefer Temperatur durchgeführt, wobei hauptsächlich die Einflußfaktoren Temperatur, Bewehrungsgrad, Stabdurchmesser und Vorspannung auf deren Auswirkung auf Rißmomente, Rißabstand, Rißbreite und Krümmung untersucht wurden. Zweckmäßig wird hier eine Serie von Spannbeton–Versuchsbalken bei tiefer Temperatur gegenüber normaler Temperatur herangezogen. Die Versuchsbalken sind mitsamt der Bewehrungsanordnung in Bild 8.9 dargestellt. Bei den TT–Versuchen wurden die Balken vollständig von einer Kühlbox umgeschlossen. Versuche wurden bei einer Temperatur von -60 °C durchgeführt. Bild 8.10 zeigt die Versuchsanordnung schematisch.

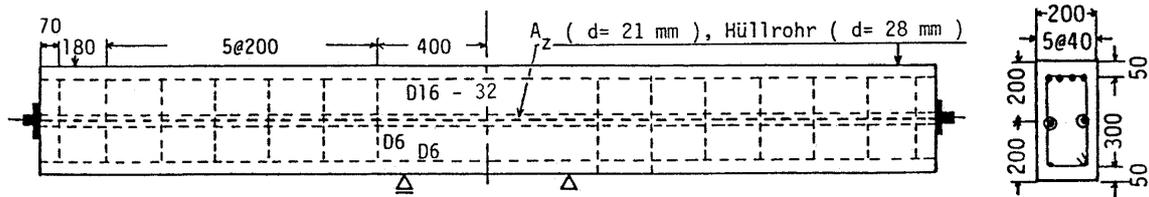


Bild 8.9 Versuchsbalken mit Bewehrungsanordnung nach [S03]

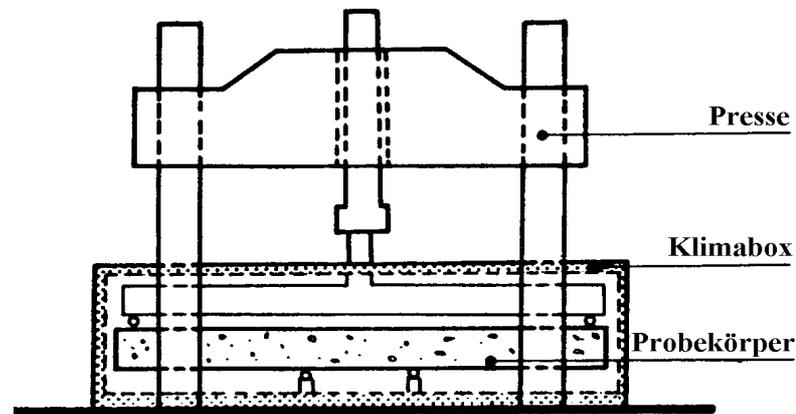


Bild 8.10 Schematische Darstellung der Versuchsanordnung

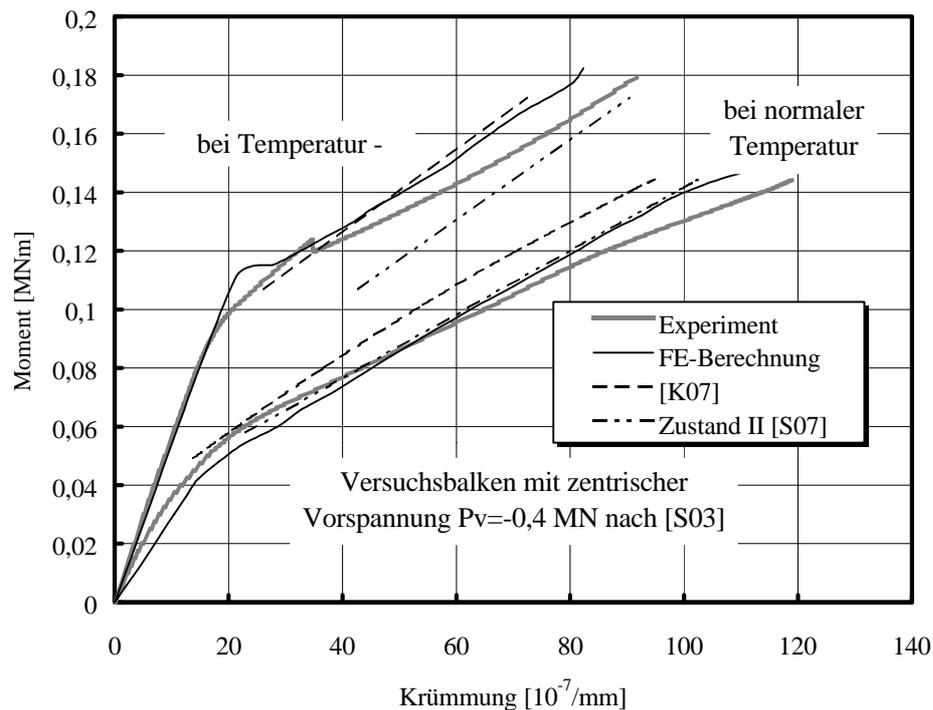


Bild 8.11 Momenten–Krümmungsbeziehung der Spannbetonbalken bei NT und TT

In Bild 8.11 sind die Ergebnisse von FE-Berechnungen den experimentell gemessenen Werten gegenübergestellt, wobei die Nachrechnungen von König u. Schnell [K07, S07] auch mit einbezogen werden. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Ergebnisse von FE-Berechnungen eng „parallel“ zu den experimentellen Kurven innerhalb des Bereiches verlaufen, welcher bei einer tiefen Temperatur von $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ von den Nachrechnungswerten von König *et al.* [K07]

und *Schnell* [S07] und bei normaler Temperatur mit dem Zustand II und der experimentellen Kurve begrenzt wurde. Die Momenten–Krümmungskurven der FE–Berechnungen stimmen sehr gut mit den Versuchen überein. Sie liefern genauere Angaben über das Bauteilverhalten. Damit kann festgestellt werden, dass die Auswirkung von Vorspannung auf das Bauteilverhalten gut simuliert werden kann und die Zuverlässigkeit der FE–Berechnung durch planmäßige Vorspannung nicht verändert wird.

8.3.4 Momenten–Krümmungsbeziehungen der Stahlbetonbalken unter der Einwirkung der Temperaturgradienten

Zur Untersuchung, wie sich Stahlbetonbauteile bei Einwirkung von Temperaturgradienten verhalten, wurde eine Reihe experimenteller Versuche von *Sato, Aoyagi u. Kanazu* [K01, S03] durchgeführt. Dabei wurden Stahlbetonbalken ($b/d/l=20/40/220$ cm) aus hochfestem Beton hergestellt, die liegend in den in Bild 8.12 gezeigten Rahmen eingebaut wurden. Die Versuchsbalken wurden statisch bestimmt gelagert. Die durch Temperaturgradienten entstehende Verkrümmung wurde durch Einleitung äußerer Kräfte zur Balken – Schwerlinie mittels eines Hebelarms von 273 cm ausgeglichen. Die Angaben zum Versuch konnten weitgehend aus der Literatur entnommen werden. Auszugsweise sind die Versuchsdaten in Tabelle 8.2 aufgelistet.

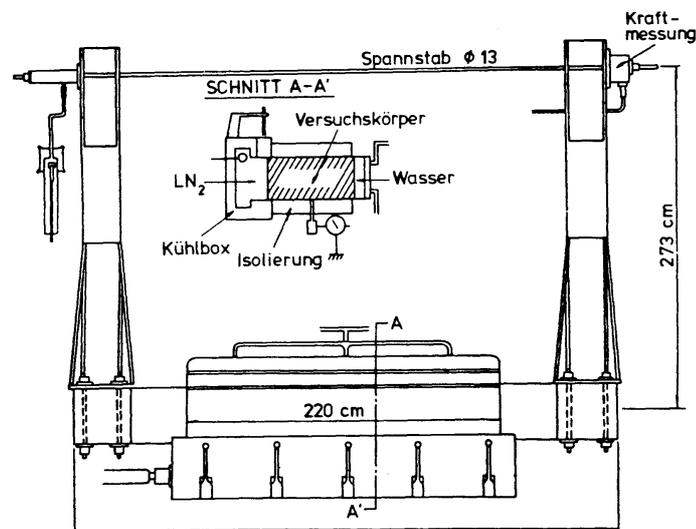


Bild 8.12 Versuchsrahmen nach [K01]

Tabelle 8.2 Materialkennwerte

Versuchs-Nr.	Bewehrung		Temperatur T [°C]	Vorspannkraft P _V [MN]	Druckfestigkeit f _{w,N,T} [MN/m ²]	E–Modul E _{b,N,T} [MN/m ²]
	d _s [mm]	μ ₁ =μ ₂ [%]				
L–2	16	1,0	T.G.	0	68,18	36500

Verglichen werden die eigenen Ergebnisse mit den von *Sato, Aoyagi, Kanazu* [K01, S03] veröffentlichten Versuchsergebnissen und mit einer Nachberechnung von *Schnell* [S07] an

der TH Darmstadt, der dafür ein Lamellenmodell mit Differenzenverfahren benutzte. Werden die experimentellen und rechnerischen Momenten–Krümmungskurven in Bild 8.13 miteinander verglichen, so lässt sich eine recht gute Übereinstimmung zwischen Versuchsergebnissen und FE–Berechnung feststellen. Nach Angabe in [K01] haben sich im Fall des Versuchs überhaupt nur drei Risse auf der 2,20 m langen Messstrecke gebildet. Dies wurde besonders deutlich durch die Unstetigkeiten gekennzeichnet, bei denen die Risse auftraten. Diese Übereinstimmung zeigt nicht nur im eng parallelen Verlaufen der FE–Berechnung zu den experimentellen Ergebnissen sondern erstaunlicherweise auch im nahezu Zusammenfallen mit ersten zwei Knipunkten.

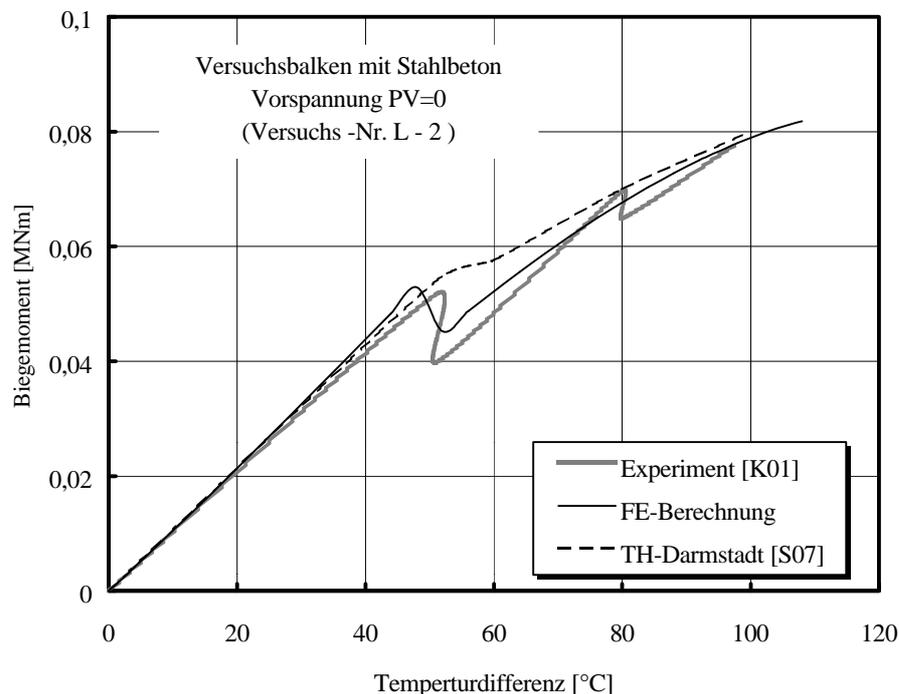


Bild 8.13 Momenten–Krümmungsbeziehung von Versuchsbalken ohne Vorspannung

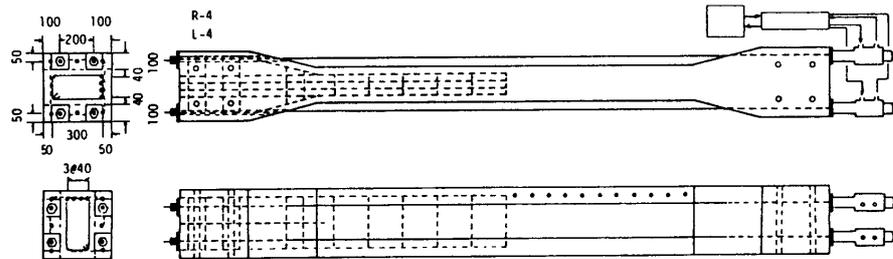
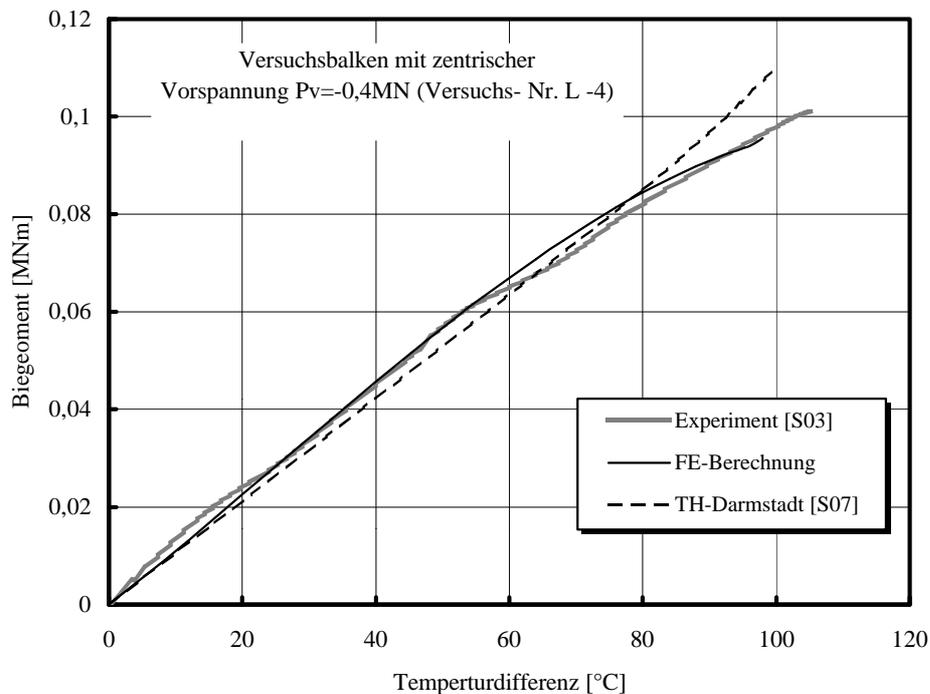
8.3.5 Momenten–Krümmungsbeziehungen der Spannbetonbalken unter der Einwirkung der Temperaturgradienten

Die Berechnung der Spannbetonbalken unter Einwirkung des Temperaturgradienten ist ebenso ein gutes Beispiel zur Überprüfung des neuen Modells bei thermisch und mechanisch gekoppelter Nichtlinearität. Der Versuch entstammt den genannten experimentellen Arbeiten von *Sato, Aoyagi* u. *Kanazu* [K01, S03]. Geometrie und Materialkennwerte können dem Bild 8.14 und Tabelle 8.3 entnommen werden, wobei angevoutete Balkenenden dafür sorgen, daß außerhalb der Meßstrecke keine Risse auftreten.

Tabelle 8.3 Materialkennwerte

Versuchs-Nr.	Bewehrung		Temperatur T [°C]	Vorspannkraft P _V [MN]	Druckfestigkeit f _{w,N,T} [MN/m ²]	E-Modul E _{b,N,T} [MN/m ²]
	d _s [mm]	μ ₁ =μ ₂ [%]				
L-4	16	1,0	T.G.	-0,4	65,88	36200

Der Vergleich von experimentellen mit berechneten Werten wird in Bild 8.15 gegenübergestellt. Bei der FE-Berechnung ergibt sich ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung von neuem Modell mit den Versuchsergebnissen.

**Bild 8.14** Versuchs balken mit Vorspannung nach [S03]**Bild 8.15** Momenten–Krümmungsbeziehung von Versuchs balken mit Vorspannung

8.3.6 Freie Temperaturverformung der Stahlbetonbalken infolge des instationären Kälteschocks

Um die Leistungsfähigkeit des neuen entwickelten FE-Modells unter Berücksichtigung instationär temperaturbedingter physikalischer Nichtlinearität weitergehend zu verifizieren, wird ein weiterer Stahlbetonbalken unter vollständig einseitiger schockartiger Abkühlung numerisch untersucht. Dieses Beispiel entstammt den Versuchen am Institut für Baustoffe, Massiv-

bau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, die schon von *Pusch* u. *Rostásy* [P03, P05] mit Hilfe des Differenzenverfahrens unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung nachgerechnet wurden. Die Versuchskonfiguration und Abmessung der Balken sowie Materialkennwerte können dem Bild 8.1 sowie der Tabelle 8.1 entnommen werden.

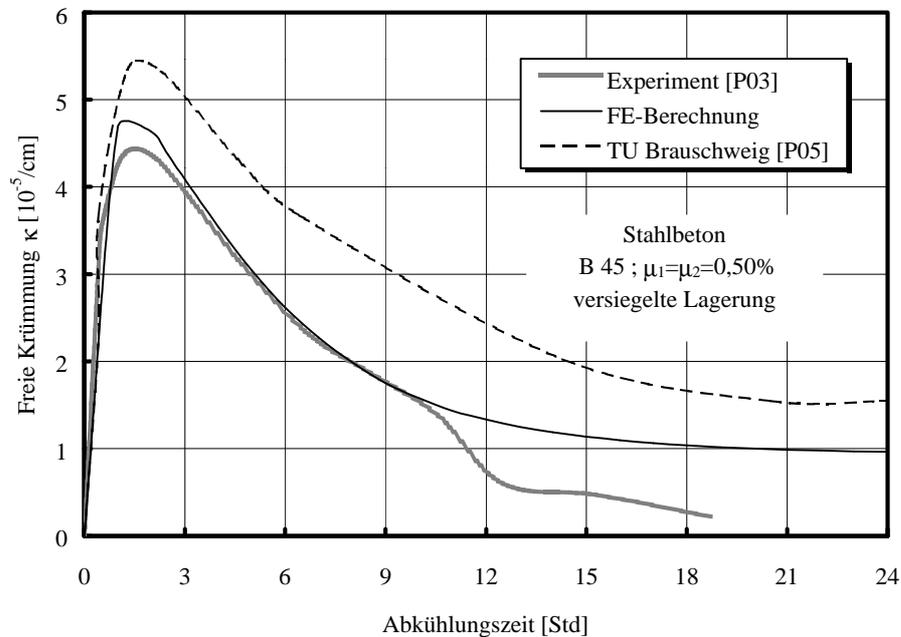


Bild 8.16 Freie Krümmung von Versuchsbalken infolge einseitigen Kälteschocks

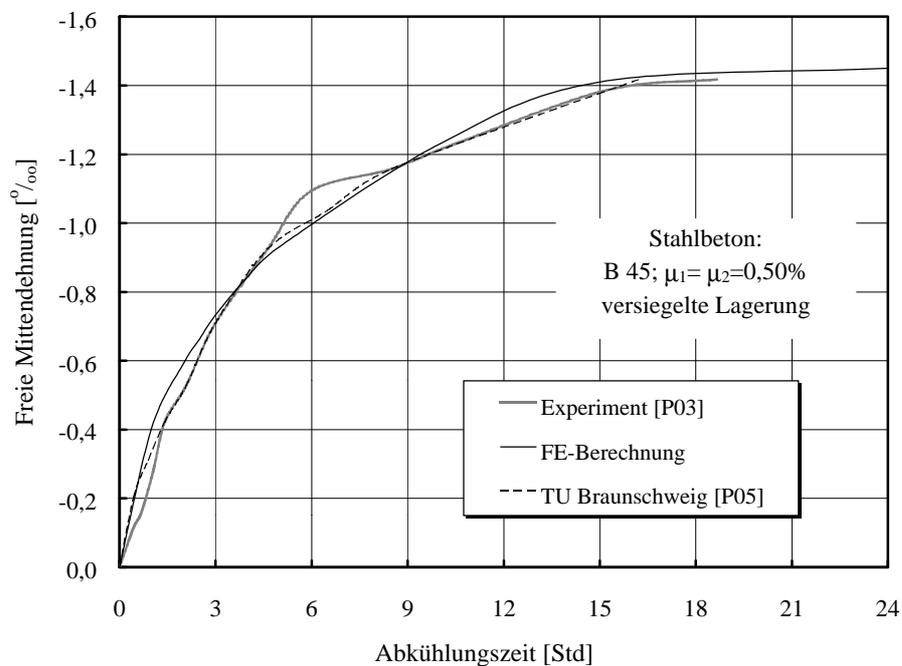


Bild 8.17 Freie Mittendehnung der Versuchsbalken infolge einseitigen Kälteschocks

In dem Beispiel verläuft die Temperaturverteilung über den Querschnitt des Versuchskörpers – wie in Bild 8.2 dargestellt – nicht nur instationär, sondern nichtlinear. Wegen der statisch bestimmten Lagerung des freien Versuchskörpers entstand keine Zwangspannung. Trotzdem

wurden auch hohe Eigenspannungen infolge des nichtlinearen begrenzten Anteils, wie in [Bild 8.6](#) dargestellt, hervorgerufen. Selbstverständlich konnten solche Eigenspannungen nur durch Rißbildung abgebaut werden. Die freie Krümmung und die freie Mittendehnung der Versuchsbalken infolge einseitigen Kälteschocks werden in [Bild 8.16](#) und [8.17](#) abhängig von der Abkühlungszeit aufgezeigt.

Die Nachberechnung von *Pusch* u. *Rostásy* [P03] benötigt eine spezielle Bestimmungsgleichung anhand der *Bernoulli*-Hypothese „Ebenbleiben der Querschnitte“, um das Gleichgewicht von Schnittgrößen zu erfassen. Dagegen kommt die FE-Berechnung des neuen Modells ohne eine zusätzliche Angabe zur Festlegung des Gleichgewichts an jedem Querschnitt aus, da das neue Modell von einem vollständigen kontinuummechanischen Ansatz ausgeht. Die freien Verformungskurven stimmen sehr gut mit dem Versuch überein und liefern darüber genauere Angaben. Mit dem Beispiel ist deutlich festzustellen, dass die Verformungen des Bauteils unter instationär temperaturbedingter Einwirkung realistisch mit dem neuen FE-Modell erfasst werden können.

8.3.7 Schnittgrößen einer Zylinderschale infolge Einwirkung des Temperaturgradienten

Nachdem die FE-Modelle und Algorithmen in den vorangegangenen Abschnitten getestet wurden, werden nun die Untersuchungen an komplexeren Behälterstrukturen in überzeugender Weise vorgenommen. Im Vergleich zu statisch bestimmt gelagerten Versuchskörpern – wie z.B. die in den obigen Beispielen simulierten Stahlbetonbalken und -platten – werden Stahl- und Spannbetonbehälter rotationsymmetrisch ausgeführt und bildet damit ein statisch unbestimmtes Tragwerkssystem. Im Leckagefall wird das Tragverhalten solcher Stahl- und Spannbetonstrukturen im wesentlichen durch die Verhinderung der von thermischen Verformungen verursachten Zwangsschnittgrößen beeinflusst. Die numerische Simulation der thermisch und mechanisch gekoppelten Vorgänge setzt sich hier zum Ziel, das neue FE-Modell an einem solchen exemplarisch ausgewählten Behälter zu verifizieren, der von *Márkus* [M01] mit der klassischen Biegetheorie berechnet wurde, um prinzipielle Aussagen über die Tragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonbehältern unter thermischer Beanspruchung erhalten zu können. Damit wird die Anwendung des neuen FE-Modells an solchen komplexeren, dreidimensional beanspruchten Betonstrukturen abgesichert.

In Bild 8.18 wird die zu untersuchende Behälterstruktur schematisch dargestellt, die aus [M01] entnommen wurde. Wie bei den klassischen Berechnungen werden hier Behälter mit

einem Verhältnis von $H/R = 3$ zugrunde gelegt, wobei der Radius $R = 3,00$ m beträgt.

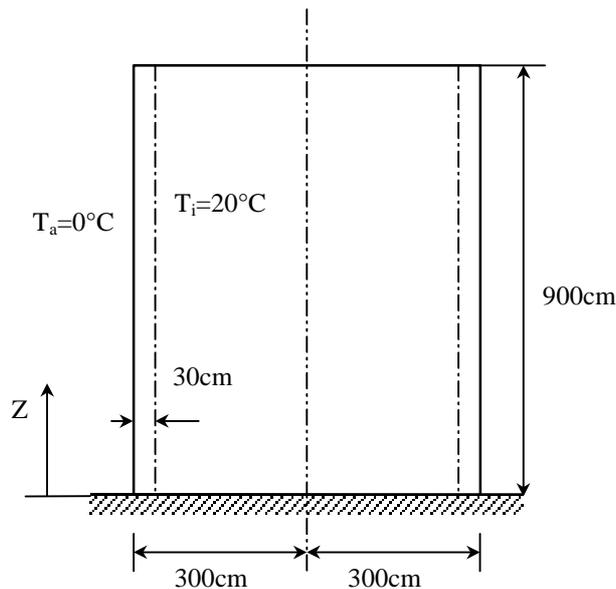


Bild 8.18 Betonbehälter unter Einwirkung von Temperaturgradienten nach [M01]

Die Dicke der Zylinderschale h wird mit $h = 0,40$ m konstant über die Höhe angenommen. Diese Zylinderschale wird mit Boden monolithisch ausgeführt angenommen. Im Vergleich zum Bauzustand war die Temperatur der Schaleninnenseite um 20 K höher. Die daraus resultierenden Schnittgrößen bestimmt werden. Die Materialkennwerte sind: $\alpha_T = 10^{-5}/\text{K}$, $\mu = 1/6$ und $E = 21000$ N/mm².

In der Aufgabestellung handelt es sich um die Bestimmung der Schnittgrößen infolge Einwirkung von stationären Temperaturgradienten. In Gl. (8.1) werden die Beziehungen zwischen Schnittgrößen und Verschiebungen sowie Einwirkungen aus Temperatur mathematisch dargestellt. In Kombination mit anderen Gleichgewichtsbedingungen lässt sich das Gleichungssystem (8.1) lösen. Damit sind alle unbekanntenen Ringnormalkraft N_θ , Ringbiegemoment M_θ und Meridianbiegemoment M_z eindeutig bestimmbar. Über weitere Einzelheiten sei auf *Márkus* [M01] verwiesen.

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= D \left[\frac{w}{a} + \mu \frac{dv}{dz} - (1 + \mu) \alpha_T T_m \right] \\ M_\varphi &= K \left[\mu \frac{d^2 w}{dz^2} - 2(1 + \mu) \alpha_T \frac{\Delta T}{h} \right] \\ M_z &= K \left[\frac{d^2 w}{dz^2} - 2(1 + \mu) \alpha_T \frac{\Delta T}{h} \right] \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

mit:

v – Verschiebung in Meridianrichtung	w – Verschiebung in Richtung Flächennormalen
D – Dehnsteifigkeit $Eh/(1-\mathbf{m}^2)$	K – Biegesteifigkeit $Eh^3/12(1-\mathbf{m}^2)$
T_m – Mittlere Temperatur	ΔT – Temperaturdifferenz

Für die FE – Berechnung erfolgt zum ersten die räumliche 3D–Diskretisierung der Zylinderschale. Durch Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften muss der Vorgang nur an einem abgeschnittenen Streifen der Zylinderschale über die Zylinderhöhe vorgenommen werden. Die Zylinderschale wurde in Richtung der Flächennormalen mit zehn und in der Meridianrichtung mit 108 voll integrierten dreidimensionalen 8–Knoten–Solidelementen abgebildet. Weitere Netzstudien wurden hier nicht durchgeführt. In Bild 8.19 sind die entsprechenden numerischen Ergebnisse den klassischen Berechnungen der Biegetheorie [M01] gegenübergestellt. Die Übereinstimmung der FE–Berechnung mit der Biegetheorie zeigt, dass mit dem neuen FE–Modell ebenfalls eine gute Vorherbestimmung der Tragfähigkeit für symmetrische Bauwerke erzielt werden kann.

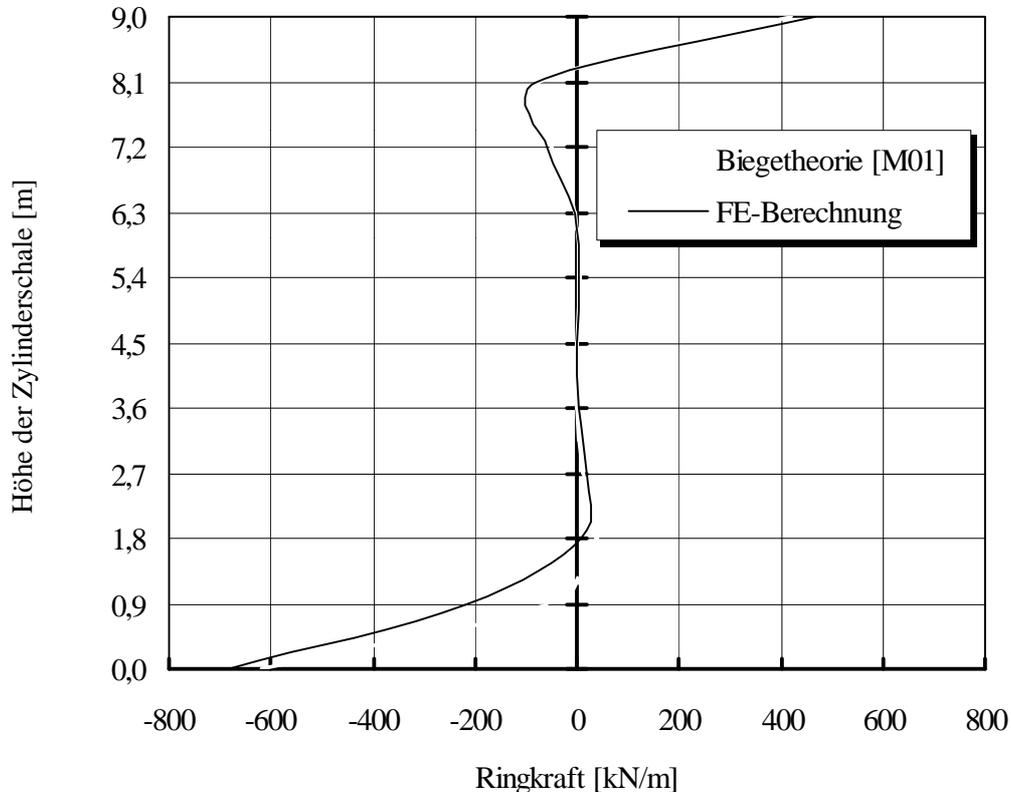
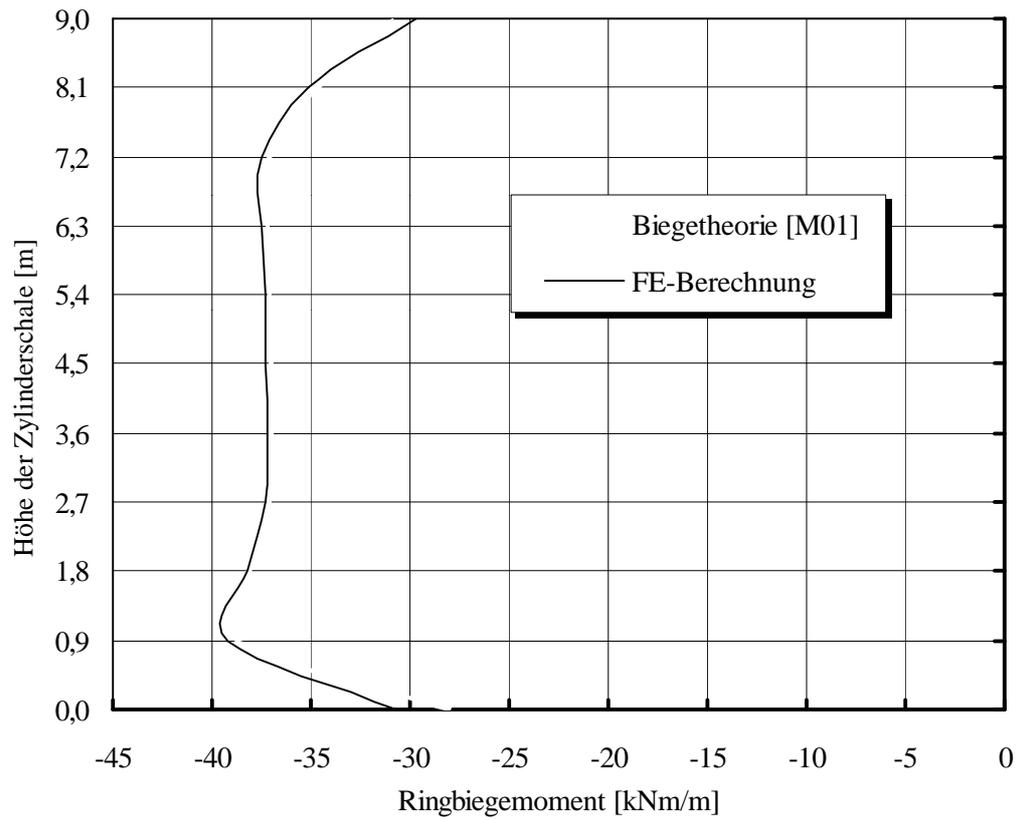
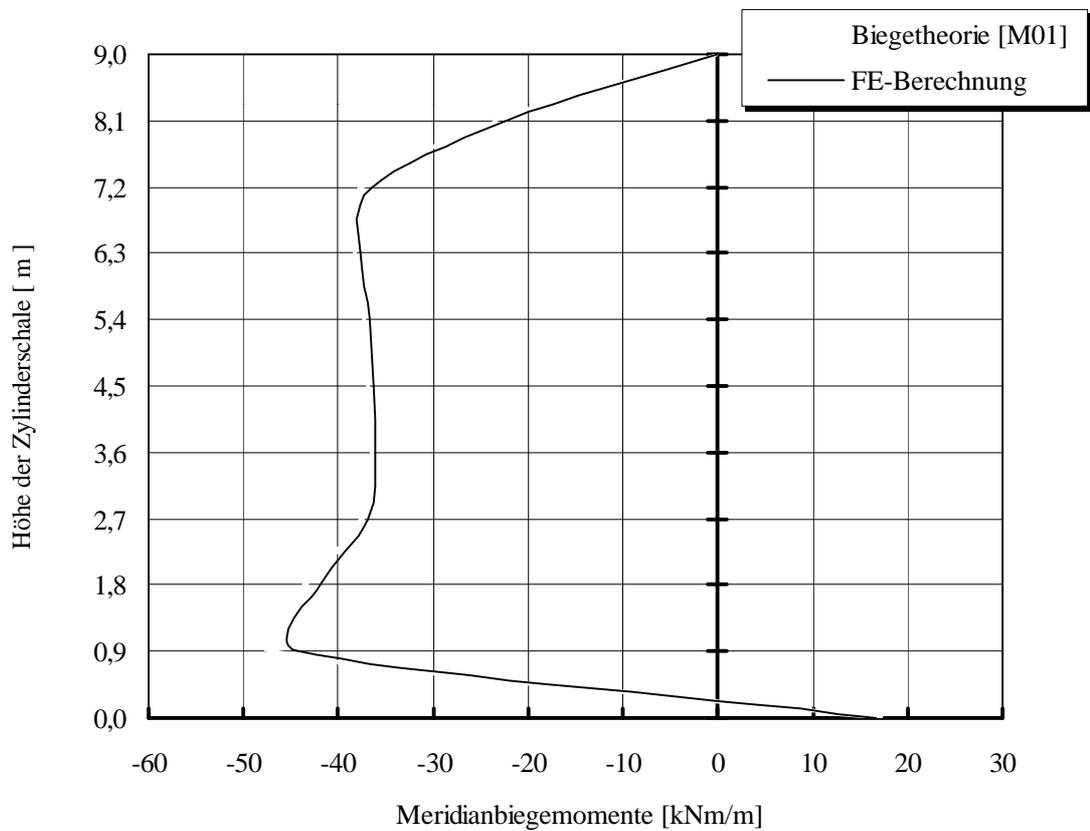


Bild 8.19(a) Verlauf der Ringkraft N_q über die Zylinderhöhe

Bild 8.19(b) Verlauf des Ringbiegemoments M_q über die ZylinderhöheBild 8.19(c) Verlauf des Meridianbiegemoments M_z über die Zylinderhöhe

9 FE–Untersuchungen an einem LNG–Modellbehälter

9.1 Vorbemerkungen

Die vorstehenden Verifizierungen an den vorhandenen experimentellen Untersuchungen haben die geeignete Modellierung zum Werkstoff- und Bauteilverhalten von Stahl- und Spannbetonstrukturen im TT–Bereich bestätigt. Diese Erkenntnisse sind jedoch nicht vollständig und nicht uneingeschränkt auf LNG–Spannbetonbehälter übertragbar. Die Lagerungsbedingungen des statisch unbestimmten Systems eines realen LNG–Behälters sind mit den Versuchen an stab- und plattenförmigen Bauteilen nicht zutreffend zu beurteilen, auch werden die komplizierten mehraxialen Spannungszustände des Spannbetonbehälters bei solchen einfachen Versuchsdurchführungen außer acht gelassen.

Die Literaturstudie ergab, dass Veröffentlichungen über experimentelle Untersuchungsergebnisse an einem Stahl- und Spannbetonbehälter im TT–Bereich bislang offenbar nicht existieren. Für die instationäre Strukturanalyse unter Berücksichtigung verschiedener thermischer Randbedingungen liegen für Stahl- und Spannbetonbehälter gleichfalls kaum Aussagen vor. Die nachfolgend präsentierten Simulationen haben das Ziel, das durch vorstehende Verifizierungen abgesicherte FE–Modell an einem LNG–Modellbehälter exemplarisch anzuwenden. Anhand des Modellbehälters werden die instationären Spannungszustände und die Schnittgrößenverläufe unter Berücksichtigung der möglichen Ribbildung numerisch untersucht. Nachzuweisen ist, dass die berechneten instationären Zwangsschnittgrößen von der Stahl- und Spannbetonkonstruktion aufgenommen und die von einem solchen Bauwerk geforderte Tragfähigkeit und Sicherheit im TT–Bereich gewährleistet werden können.

9.2 Konstruktion und 3D FE–Diskretisierung des Modellbehälters

Der zu untersuchende LNG–Modellbehälter ist rotationssymmetrisch aufgebaut. Für den Innenbehälter wird das Verhältnis $H/R = 1/1,5$ zugrunde gelegt, wobei die Höhe des Innenbehälters $H=3,00$ m beträgt. Die Dicke der Zylinderschale sowohl für den Innenbehälter als auch für den Außenbehälter wird mit $h = 0,30$ m konstant über die Höhe angenommen. Die Bodenplatte des Innenbehälters hat ebenfalls eine Dicke von $0,30$ m, während für den Außenbehälter eine Dicke von $0,50$ m festgelegt wird. Der Eckbereich zwischen der Zylinderschale

und der Bodenplatte wird biegesteif monolithisch ausgebildet. Die anderen Abmessungen und die Konstruktionsdetails des Spannbetonbehälters sind dem Bild 9.1 entnommen.

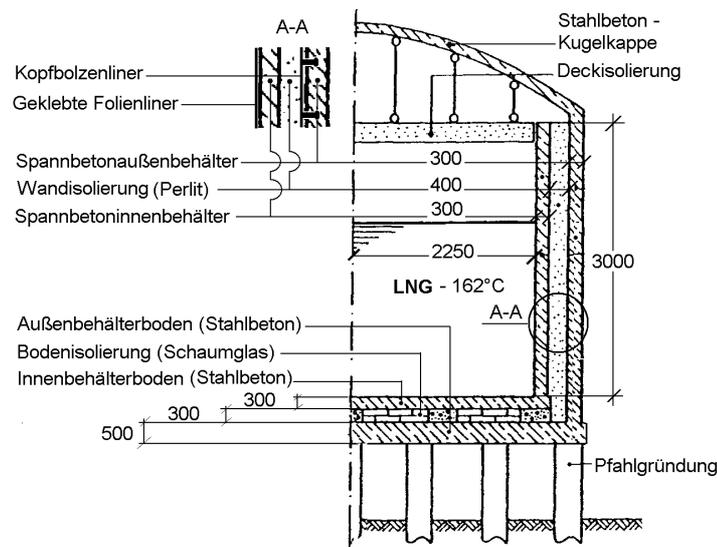


Bild 9.1 Konstruktionsaufbau des LNG – Modellbehälters nach [S05]

Bei dem verwendeten Beton handelt es sich um einen B 45 mit einem W/Z-Wert von 0,45. Die Zylinderschale des Innen- und Außenbehälters wird in Ring- und Meridianrichtung zentrisch mit Spanngliedern St 1570/1770 vorgespannt. Unter Berücksichtigung der zulässigen Spannstahlspannung ergibt sich der Spannstahlbewehrungsgrad $\mu_{z,1} = 0,50\%$ in Ringrichtung und $\mu_{z,2} = 0,20\%$ in Meridianrichtung konstant über die gesamte Höhe des Modellbehälters. Die Bodenplatte ist nicht vorgespannt. Als schlaife Bewehrung dient BSt 500/550. Der Bewehrungsgrad für die Zylinderschalen beträgt $2 \cdot 0,75\%$ in Ring- und Meridianrichtung. Der gleiche Wert gilt für die Bodenplatte in radialer und tangentialer Richtung.

Auf der Innenseite des Außenbehälters, wo mit größerer Verformung und entsprechender Rissbildung infolge des instationären Kälteschocks im Leakagefall zu rechnen ist, wird zur Gewährleistung der Dichtigkeit gegen LNG-Diffusion ein Kopfbolzenliner verwendet. Auf der Innenseite des Innenbehälters wird ein geklebter Folienliner aufgebracht. Es sei hier darauf hingewiesen, dass der allgemein baupraktisch verwendete 3 mm starke Kopfbolzenliner neben seiner thermischen Isolierwirkung infolge der durch den „Polygonalisierungseffekt“ gebildeten Luftspalte insbesondere auch die Schnittgrößen aufnehmen kann. Sein Beitrag am Tragvermögen des LNG-Behälters wird jedoch für den Modellbehälter in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt.

Die räumliche 3D-FE-Diskretisierung des Modellbehälters und die thermischen und mechanischen FE-Untersuchungen erfolgen unter Ausnutzung der vorliegenden Rotationssymmetrie zur Behälterachse für ein Segment der Zylinderschale und Bodenplatte. Für die FE-Modellierung des Segments werden die 8-Knoten-Solidelemente für die Strukturanalyse

und die Temperaturberechnung mit jeweils 2*2*2 Integrationspunkten benutzt. Bewehrungsstahl und Spannglieder wurden mit dem Stabelement modelliert. Sowohl für die Temperaturberechnung als auch für die thermische Strukturanalyse wurde die gleiche Netzdicke gewählt, so dass die bei der FE–Temperaturberechnung ermittelte Knotentemperatur unmittelbar an die nachfolgende Strukturanalyse gekoppelt werden kann. Die Zylinderschale wird in Richtung der Flächennormalen und Meridianrichtung durch voll integrierten 8–Knoten–Solidelemente mit 50 mm Kantenlänge diskretisiert. Da die Bodenplatte im Innenbereich nicht so ausgeprägt thermisch beansprucht wird wie die Zylinderschale, nimmt die Kantenlänge der Elemente in der radialen Richtung verhältnismäßig zu, so dass sie in der Mitte der Bodenplatte 100 mm beträgt. Weitere Netzstudien werden hier nicht durchgeführt.

9.3 Beziehungen zwischen Schnittgrößen und Spannungen der Spannbetonschale des Modellbehälters

Der Kälteschock infolge Leckage führt zu starken temperaturbedingten Zwangsspannungen innerhalb des Spannbetonquerschnitts der Zylinderschale. Die Behinderungen der Dehnungen und Krümmungen durch die relativ „wärmere“ Bodenplatte führen zu instationär temperaturbedingten Zwangsnormalkräften und Zwangsbiegemomenten in Ringrichtung.

Zugleich wird die Zylinderschale des Außenbehälters in Meridianrichtung biegezwangbeansprucht, während sich ihre Mittendehnung frei entfalten kann. Im Befüllungs- und Entleerungsvorgang, in dem die Temperaturentwicklungen bei weitem nicht so ausgeprägt wie im Leckagefall sind, werden jedoch die Schnittgrößenverläufe und die Spannungsentwicklungen maßgeblich instationär beeinflusst und ist es dementsprechend mit der Schädigung der Betonschale zu rechnen. Mit den instationär thermischen Strukturanalysen ist der Nachweis der Tragfähigkeit des Außenbehälters im Leckagefall und des Innenbehälters im zyklischen Befüllungs- und Entleerungsvorgang möglich. Hauptaugenmerk gilt hierbei den instationären Schnittgrößenverläufen und Spannungsentwicklungen sowie der Rissbildung der Betonschale nach dem Kälteschock bzw. im Kalt- und Warmfahren.

In Bild 9.2 werden die Schnittgrößen und die Betonrissbildungen innerhalb Querschnitte der Spannbetonschale schematisch dargestellt. Anhand der Biegetheorie der Rotationsschalen [M01] ergeben sich die diskretisierten Beziehungen zwischen Schnittgrößen und Spannungen innerhalb des Querschnitts für die Spannbetonschale in der vorliegenden Arbeit zu:

- Ringnormalkraft N_θ und Ringbiegemoment M_θ :

$$N_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\theta s} ds = \int_R^{R+h} \sigma_\theta dx = \sum_{i=1}^n \sigma_{\theta,i} \Delta x + \mu h \sum_{i=\text{Innenlage}}^{\text{Außenlage}} \sigma_{\theta,i}^s + \mu_z h \sigma_\theta^v \quad (9.1a)$$

$$\begin{aligned}
 M_{\theta} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\theta s} s ds = \int_R^{R+h} \sigma_{\theta} (x - R_c) dx \\
 &= \sum_{i=1}^n \sigma_{\theta,i} (x_i - R_c) \Delta x + \mu h \sum_{i=\text{Innenlage}}^{\text{Außenlage}} \sigma_{\theta,i}^s (x_i - R_c)
 \end{aligned} \quad (9.1b)$$

- Meridianbiegemoment M_z :

$$\begin{aligned}
 M_z &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{zs} \left(1 + \frac{s}{R_c}\right) s ds = \int_R^{R+h} \sigma_z (x - R_c) \frac{x}{R_c} dx \\
 &= \sum_{i=1}^n \sigma_{z,i} (x_i - R_c) \frac{x_i}{R_c} \Delta x + \mu h \sum_{i=\text{Innenlage}}^{\text{Außenlage}} \sigma_{z,i}^s (x_i - R_c) \frac{x_i}{R_c}
 \end{aligned} \quad (9.1c)$$

mit: $n = 6$ – die Anzahl der Knoten h – Dicke der Zylinderschale
 $R_c = 3,1 \text{ m}$ – Mittenradius der Zylinderschale R – Innenradius der Schale
 Δx – Breite des Betonelements 50 mm

wobei das Moment positiv ist, wenn es an der Schaleninnenfläche Zugspannungen erzeugt.

Das entsprechende Auswertungsprogramm wurde in FORTRAN programmiert und auf der Macroebene im „Postprocessing“ des Programmsystems ANSYS® durchgeführt. In Verbindung mit der Ausgabe der Spannungen und geometrischen Größen lassen sich die Normalkräfte und Biegemomente eindeutig bestimmen.

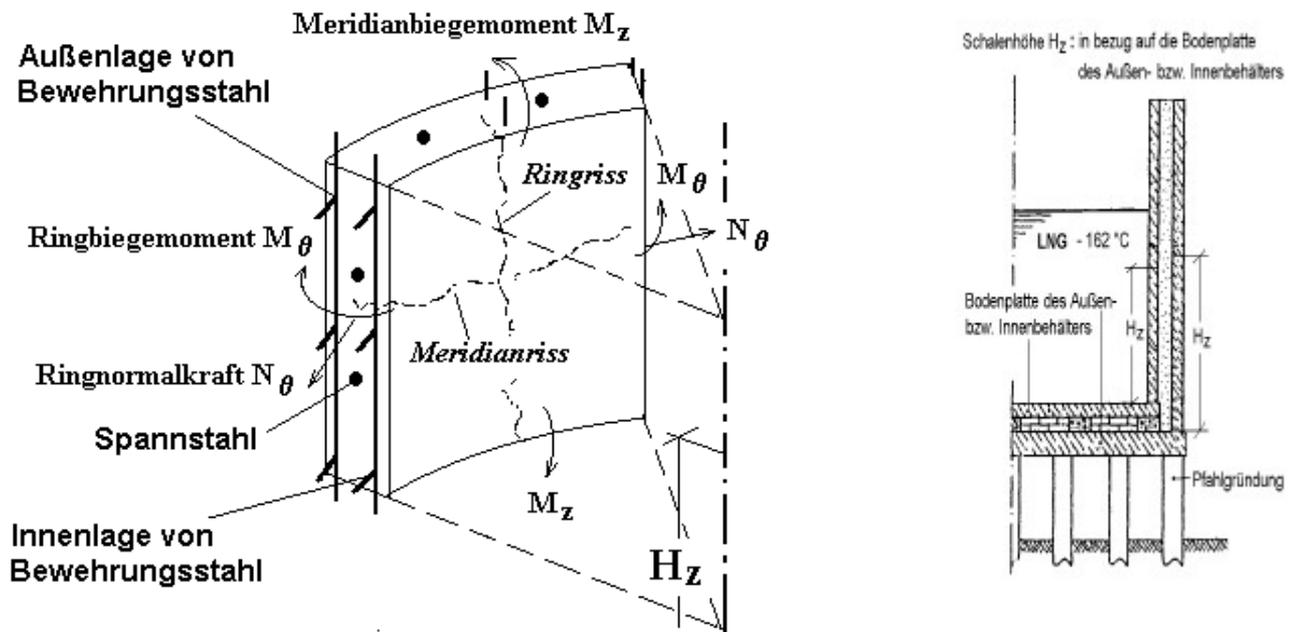


Bild 9.2 Schnittgrößen innerhalb eines Querschnitts der Spannbetonschale

9.4 Annahmen für die Analyse des Liner-Leckagefalls

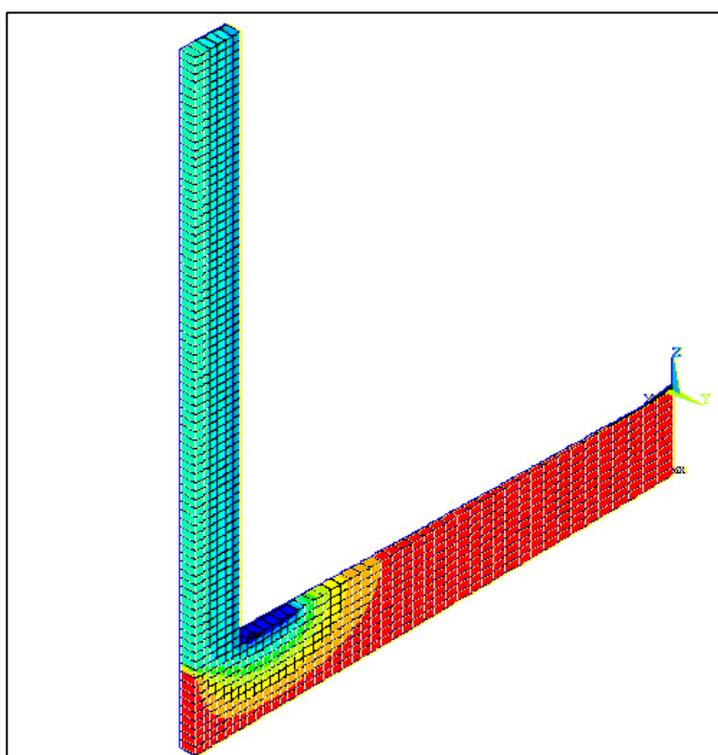
Die Leckage des Innenbehälters kann durch einen kleinen Riss verursacht sein, durch welchen das tiefgekühlte Füllmedium LNG austritt und es zur langsamen Füllung des Ringspaltes führt. In dem Fall wird der Außenbehälter somit sowohl nicht rotationssymmetrisch instationär thermisch als auch hydrostatisch durch das Füllmedium LNG belastet.

Im ungünstigsten Fall, der für die FE-Untersuchungen zugrunde gelegt wird, bleibt die Bodenplatte außerhalb des Ringspaltbereiches beim großflächigen Kälteschock der Zylinderschale „warm“. Die Dauer der LNG-Flutung wird unter Annahme einer raschen Füllung des Ringspaltbereiches vernachlässigt. Die Flutungshöhe und die Rohdichte von LNG werden zur hydrostatischen Lastannahme als $H_{\text{LNG}} = 3,00 \text{ m}$ und $\rho_{\text{LNG}} = 700 \text{ kg/m}^3$ angesetzt.

9.5 Instationäre Temperaturentwicklung im Leckagefall

Für den mit Kopfbolzenliner geschützten Außenbehälter ergibt sich die Wärmeübertragung beim Kälteschock im Leckagefall für die Komponente unter dem Füllmedium LNG – Kopfbolzenliner – Luftspalt – Betonbehälter – Umgebungsluft. Hierbei kann die Temperatur auf der „kalten“ Innenseite infolge der Überspülung von LNG durch die thermische Randbedingung erster Art mit $T = -162 \text{ °C}$ bestimmt werden, während sich der Wärmeübergang auf der „warmen“ Außenseite des Außenbehälters durch die Randbedingung dritter Art in der Form von Konvektion zwischen Außenbehälter und Umgebungsluft beschreiben lässt. Ferner wird die Anfangstemperatur des Außenbehälters unter der Annahme perfekter Wand- und Bodenisolierung als $+20 \text{ °C}$ gleich der Umgebungstemperatur angesetzt.

Die Berechnung der Temperaturentwicklung innerhalb der Querschnitte der Behälterbauteile erfolgte mit einer Luftspaltdicke von ca. 1,0 mm, was bei der Nachrechnung der experimentellen Untersuchung [N03] in Kapitel 8.1.2 gut übereinstimmend simuliert wurde. Die Temperaturentwicklungen für die Zylinderschale an der Bodenplatte zeigt Bild 9.4. Nach ca. 24



Stunden Kühlzeit ist näherungsweise der stationäre Endzustand erreicht, was die Bilder 9.3 und 9.4 erkennen lassen.

[°C]

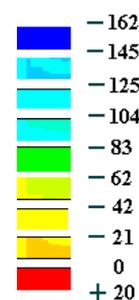


Bild 9.3 Temperaturverteilung nach 24 Stunden Kälteschock im Leckagefall

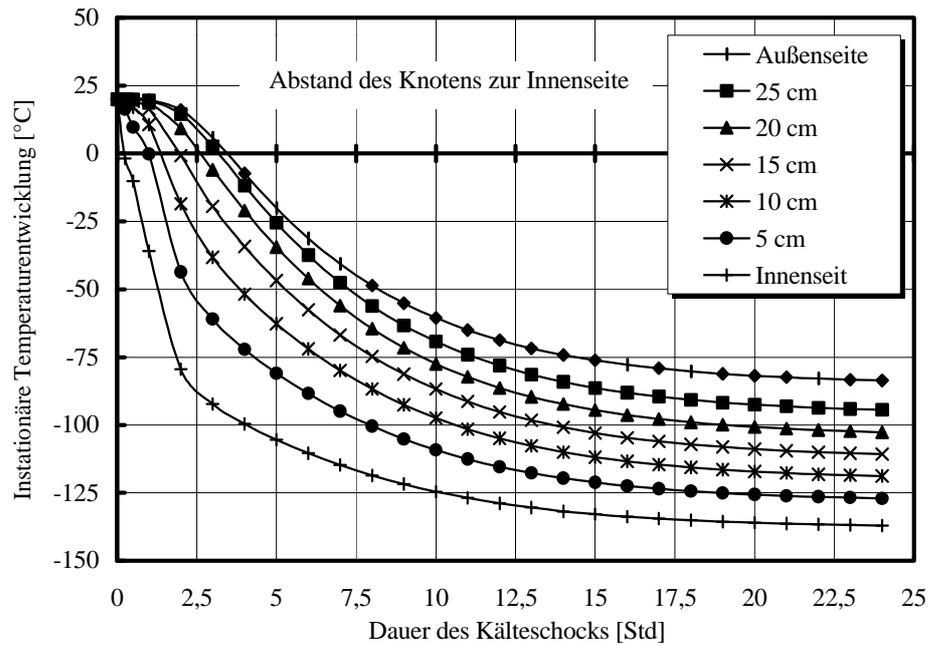
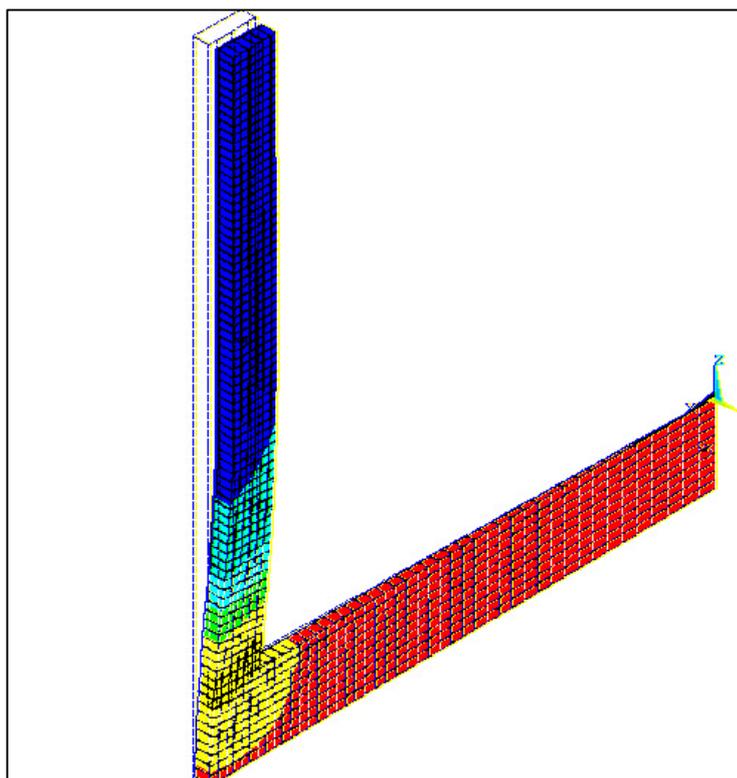


Bild 9.4 Instationäre Temperaturentwicklung der Betonschale an der Bodenplatte

9.6 Thermische Strukturanalyse des Außenbehälters im Leckagefall

9.6.1 Verformung des Außenbehälters im Leckagefall

Unter der Einwirkung des Kälteschockes zieht sich die Zylinderschale zusammen. Im Eckbereich sind die Verformungen infolge Behinderung durch die relativ „warme“ Bodenplatte außerhalb des Ringspaltbereiches nur zum Teil möglich. Die maximale Verformung des Außenbehälters wurde mit 4,371 mm in radialer Richtung nach 24 Stunden berechnet, was dem Bild 9.5 entnommen wird.



Radiale Verformung des Außenbehälters wurde mit 4,371 mm in radialer Richtung nach 24 Stunden berechnet, was dem Bild 9.5 entnommen wird.

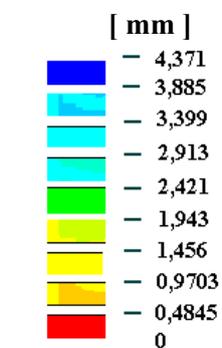


Bild 9.5 Radiale Verformung des Außenbehälters nach 24 Stunden Kälteschock im Leckagefall

9.6.2 instationäre Schnittgrößenverläufe des Außenbehälters im Leckagefall

In den Bildern von 9.6 bis 9.8 werden die instationären Entwicklungen der Ringnormalkräfte und der Ring- und Meridianbiegemomente im Leckagefall unter Berücksichtigung des hydrostatischen Drucks des LNG-Füllmediums über die gesamte Höhe der Zylinderschale

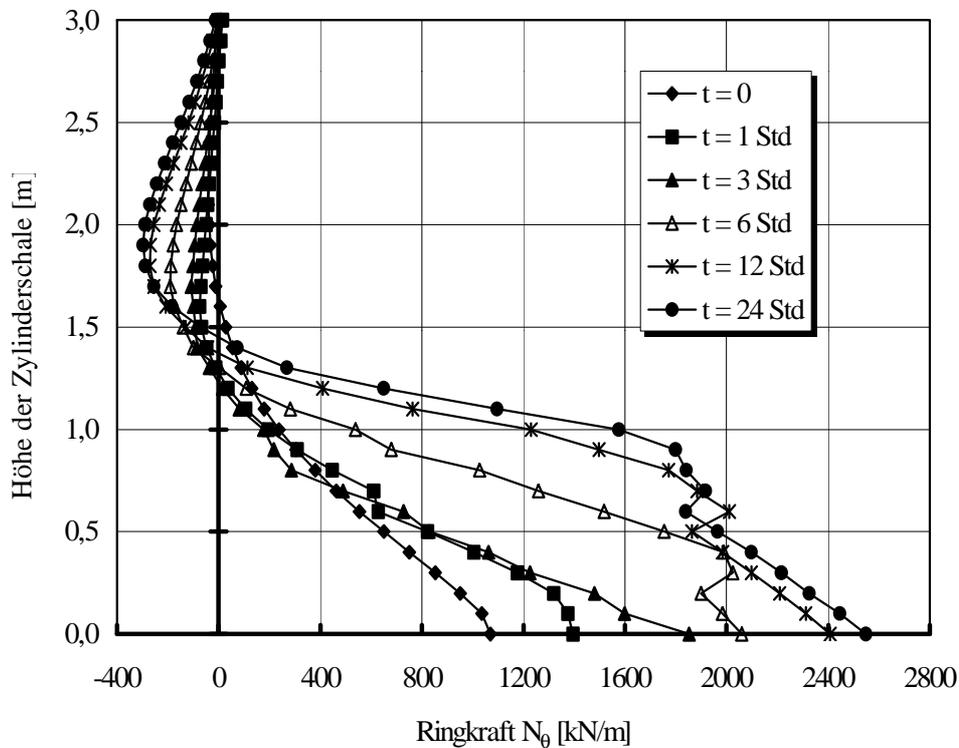


Bild 9.6 Instationäre Ringnormalkräfte N_q im Leckagefall

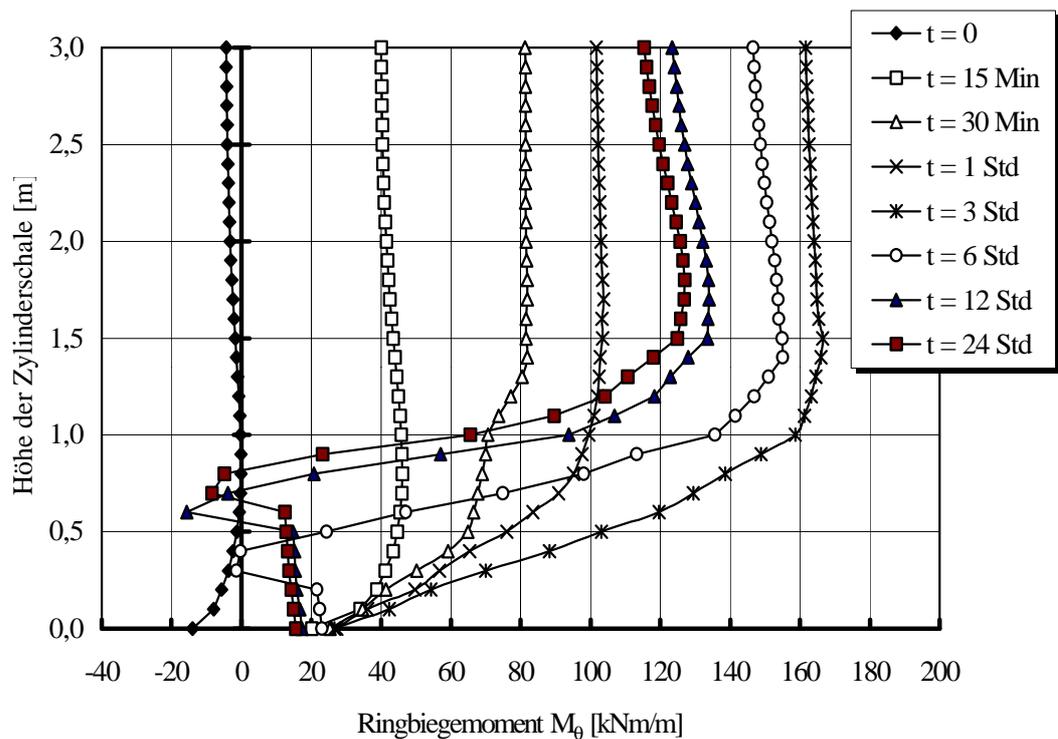


Bild 9.7 Instationäre Ringbiegemomente M_q im Leckagefall

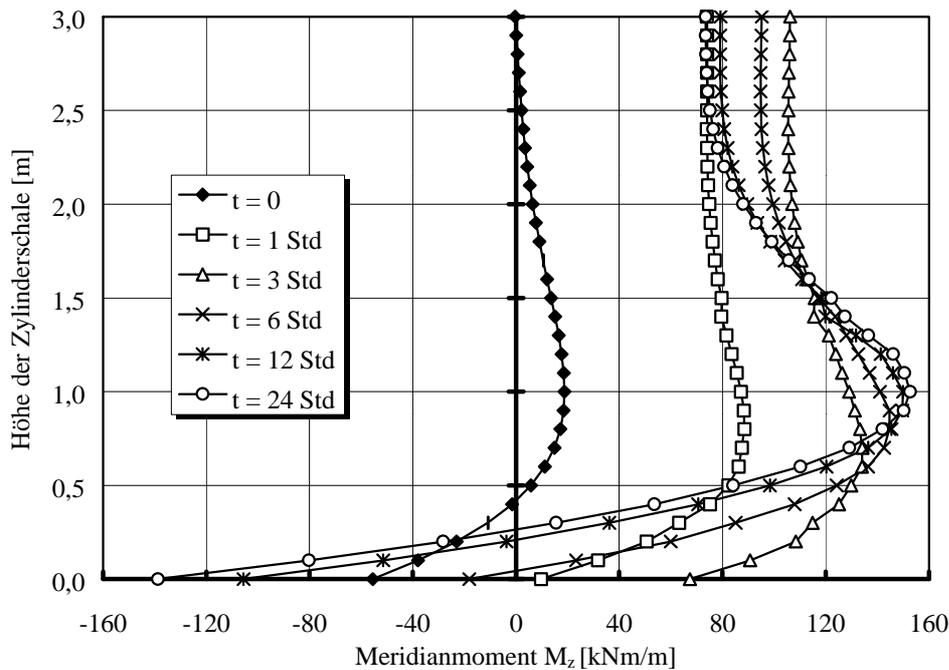


Bild 9.8 Instationäre Meridianbiegemomente M_z im Leckagefall

schematisch dargestellt. Die unstetige Veränderung in den Schnittgrößenverläufen zur untersuchten Kühlzeit an manchen Stellen der Zylinderschale ist hierbei auf die Rissbildung der Betonschale und die damit verbundenen Steifigkeitsabminderungen zurückzuführen. Die Schnittgrößenverläufe sind durch die folgenden Merkmale gekennzeichnet:

- Im Bereich der Fußbeanspruchung überwiegen die positiven Ringnormalkräfte infolge der Verformungsbehinderung durch die Bodenplatte. Im Abkühlungsvorgang nehmen die Zwangsnormalkräfte zu und führen zum Durchreißen der Betonschale im Eckbereich von der Bodenplatte bis Schalenhöhe $H_Z = 639$ mm (Bild 9.6).
- Nach 3 Stunden Abkühlung erreichen die Ringbiegemomente ihren maximalen Wert von 167 kNm/m in der Schalenhöhe $H_Z = 1,511$ m. Mit fortschreitender Abkühlung fallen sie jedoch auf ihr Minimum in dem stationären Endzustand ab. Infolge Betonrissbildung in Ringrichtung führt die Steifigkeitsabminderung der Betonschale zu einer Verringerung der Ringnormalkraft und des Ringbiegemoments im Eckbereich (Bild 9.7).
- In der frühen Abkühlungsphase bis zu ca. 3 Stunden Kühlzeit herrschen über die gesamte Höhe der Zylinderschale die positiven Meridianbiegemomente. Mit fortschreitender Kühlung fallen die Meridianbiegemomente nur an der Bodenplatte und am oberen Rand in der negativen Richtung ab. Im Mittenbereich der Zylinderschale werden die Querschnitte jedoch unter zunehmend positiveren Meridianbiegemomenten rein biegebeansprucht. Dabei wird die Betonschale in der Schalenhöhe $H_Z = 1,011$ m am stärksten beansprucht (Bild 9.8).

9.6.3 Instationäre Spannungsentwicklung und Rissbildung von Beton

Vorbemerkungen

Die mehraxialen Spannungszustände der Zylinderschale werden unter Berücksichtigung der Betonrissbildung am Modellbehälter für den Leakagefall numerisch untersucht. Infolge Benutzung des $2*2*2$ integrierten 3D–8–Knoten Volumenelementes bei der Diskretisierung der Zylinderschale ergeben sich die Betonspannungen als Intergralwerte durch die Verbindung der Spannungsordinaten an den Integrationspunkten.

Instationäre Spannungen und Betonrissbildung in Ringrichtung

Anhand der vorstehenden Schnittgrößenverläufe können die instationäre Spannungsentwicklung und die Betonrissbildung in Ringrichtung in bezug auf die Schalenhöhe und die Dauer des Kälteschocks in den folgenden Bereichen, dargestellt in Bild 9.9, analytisch beschrieben werden:

- Eckbereich von der Bodenplatte bis $H_Z = 639$ mm
- Übergangsbereich von $H_Z = 639$ mm bis $H_Z = 1,039$ m
- Zylinderbereich von $H_Z = 1,039$ m $H_Z = 3,000$ m

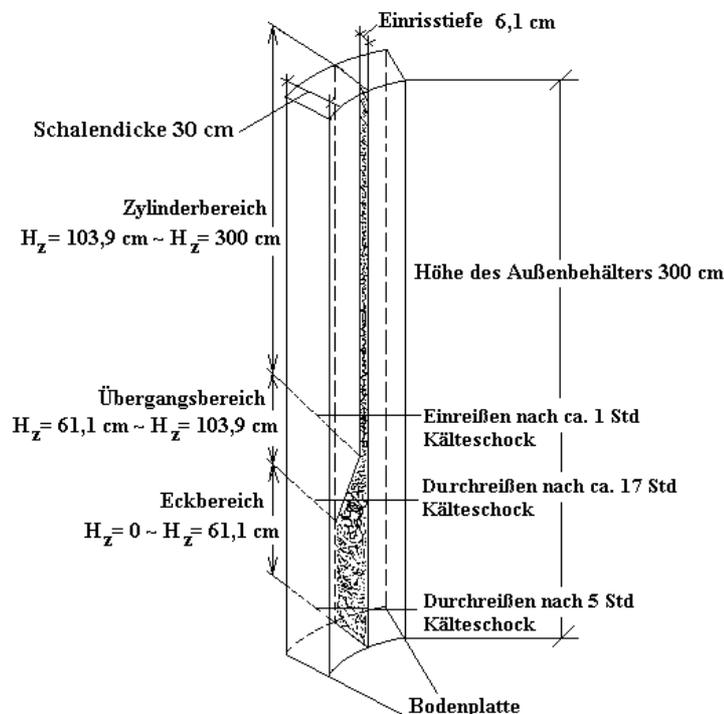


Bild 9.9 Rissbereich und Risstiefe der Betonschale in Ringrichtung

Im Eckbereich dürften sich als Folge des Kälteschocks im wesentlichen nur Durchrisse bilden. Im Vergleich zum Durchreißen der Betonschale an der Bodenplatte nach 5 Stunden Kälteschock tritt Betonriss in der Schalenhöhe $H_Z = 611$ mm erst nach 17 Stunden Kälteschock über den gesamten Querschnitt auf, was den Bildern 9.10 und 9.11 entnommen werden kann.

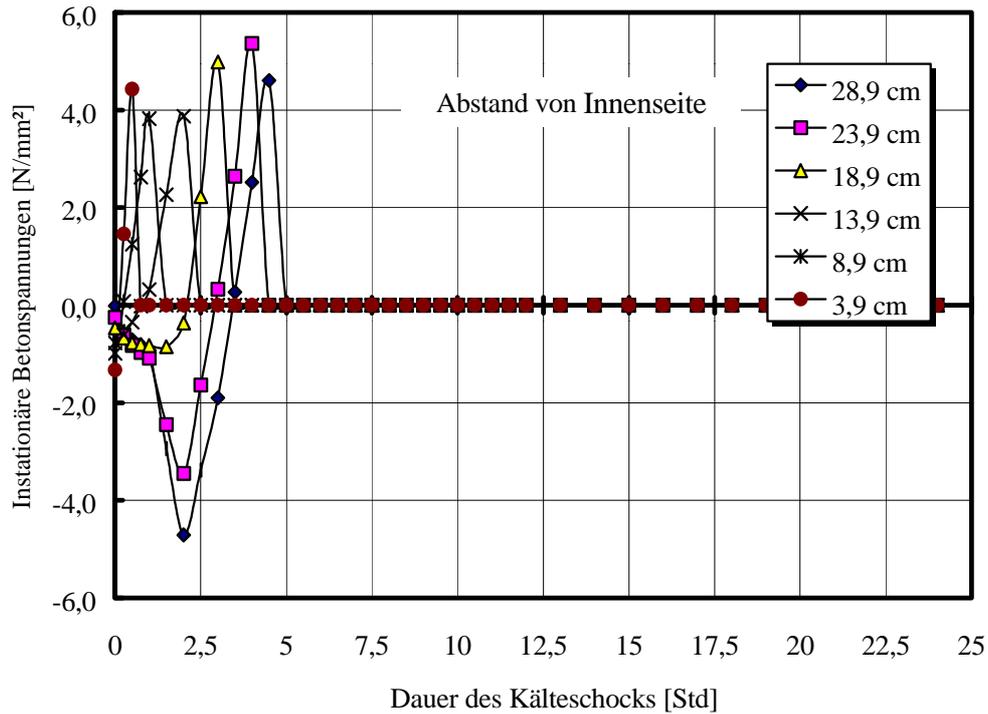


Bild 9.10 Instationäre Betonspannungen innerhalb des Querschnitts in $H_z = 0$

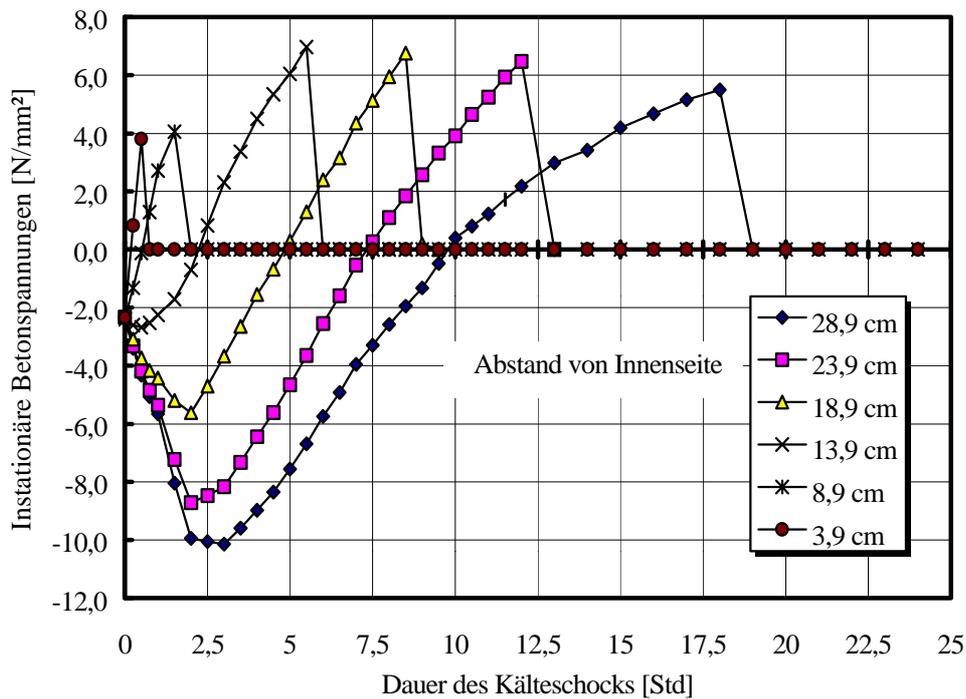


Bild 9.11 Instationäre Betonspannungen innerhalb des Querschnitts in $H_z = 611$ mm

Im Übergangsbereich wird die Verformung der Zylinderschale mit zunehmendem Abstand zu der Bodenplatte nicht so stark wie im Eckbereich behindert. Demzufolge werden die Zwangsspannungen abgemindert. Wie in Bild 9.12 dargestellt geht die Risstiefe in der Schalenhöhe $H_z = 639$ mm auf ca. 261 mm zurück und fällt mit zunehmendem Abstand zur Bodenplatte ab. Bei $H_z = 1,011$ m beträgt die Risstiefe nur noch ca. 89 mm (Bild 9.13).

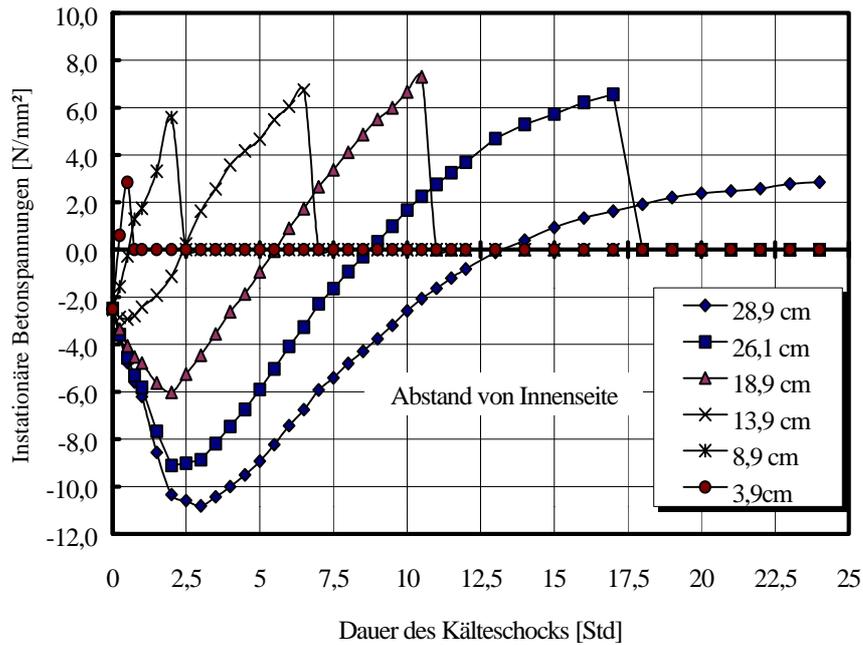


Bild 9.12 Instationäre Betonspannungen innerhalb des Querschnitts in $H_z = 639$ mm

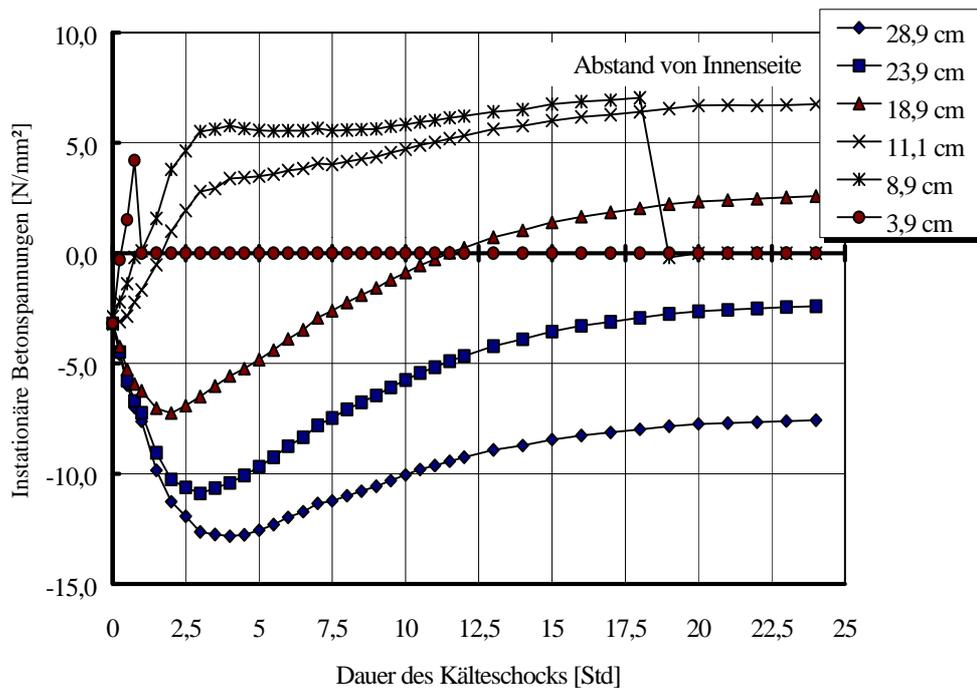


Bild 9.13 Instationäre Betonspannungen innerhalb des Querschnitts in $H_z = 1,011$ m

Im Zylinderbereich wird die Betonschale nach etwa einstündigem Kälteschock ca. 61 mm in Ringrichtung aufgerissen. Diese Einrisstiefe verbleibt unverändert bei weiterer Abkühlung. Dementsprechend verbleibt eine Restdruckzone von mindestens 211 mm über die gesamte Höhe des Bereichs.

Parallel zur stärksten Schädigung der Betonschale in der Form von Durchreißen werden die Stahleinlagen in Ringrichtung auch im Eckbereich im Leakagefall im höchsten Maß zwangbeansprucht. Bild 9.14 zeigt die Spannungsentwicklungen von Stahleinlagen innerhalb zweier

Querschnitte in diesem Bereich. Unmittelbar nach Kühlbeginn werden die Spannungen im Bewehrungsstahl in der Innenlage zunehmend positiv. Dahingegen wird der Bewehrungsstahl in der Außenlage zunächst druckbeansprucht. Nach etwa zweieinhalbstündiger Kühlung werden die Stahldruckspannungen durch den anwachsenden Zugzwang abgebaut und im weiteren Verlauf entstehen nur noch Zugspannungen. Wegen der zentrischen Position nimmt die Zugspannung im Spannstahl schneller als die im Bewehrungsstahl zu, in der Außenlage jedoch langsamer als in der Innenlage. Es wird festgestellt, dass die Stahleinlagenspannung sowohl für Bewehrungsstahl als auch für Spannstahl an keiner Stelle die Streckgrenze überschreitet

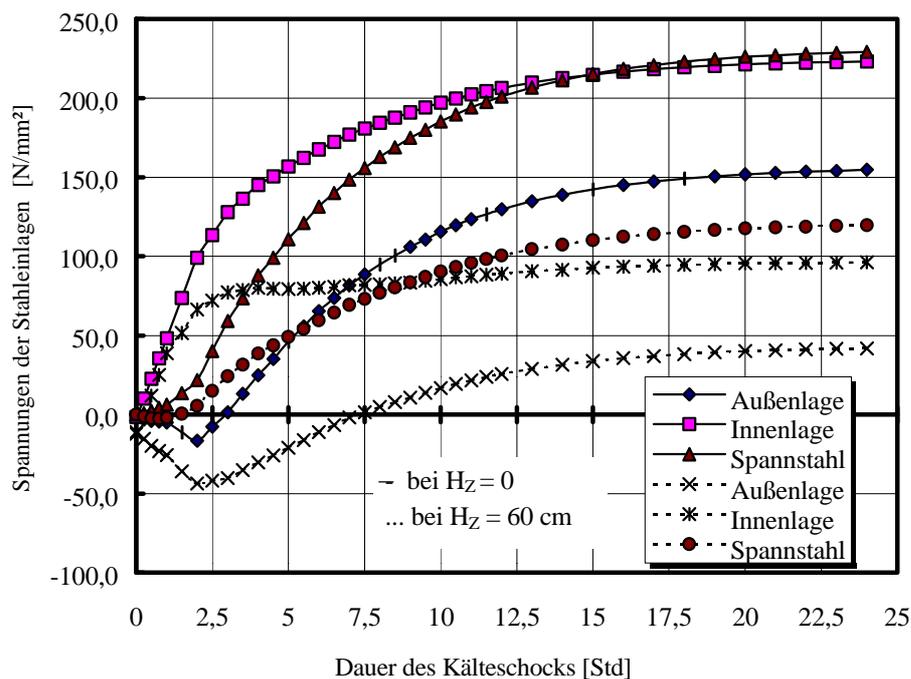


Bild 9.14 Instationäre Stahleinlagenspannungen innerhalb der Querschnitte in $H_Z = 0$ und $H_Z = 600$ mm

Instationäre Spannungen und Betonrissbildung in Meridianrichtung

In Vergleich zur Betonrissbildung in Ringrichtung wird die Betonschale in Meridianrichtung nur beschränkt beschädigt. Nach den FE–Untersuchungen ergibt sich ein unterer Bereich von Fußspannung bis zu Schalenhöhe $H_Z = 1,639$ m, in dem die Betonschale unregelmäßig eingerissen wird. Dahingegen wird die Betonschale im oberen Bereich, von der Schalenhöhe $H_Z = 1,639$ m bis zum oberen Rand des Außenbehälters, mit gleichmäßiger Einrisstiefe bis ca. 111 mm waagrecht aufgerissen wird.

Wie Bild 9.15 zeigt, befindet sich der tiefste meridianale Einriss mit ca. 189 mm in der Schalenhöhe $H_Z = 1,011$ m. Mit zunehmender Entfernung von dieser Stelle geht die Einrisstiefe auf ca. 111 mm zurück. Im Bereich der Bodenplatte ist die Betonschale jedoch frei von Ein-

rissen. In Bild 9.16 werden die instationären Betonspannungen innerhalb des Querschnitts in der Schalenhöhe $H_z = 1,011$ m schematisch dargestellt. An dieser Stelle wird die Betonschale stets unter zunehmend größtem Meridianbiegemoment beansprucht und am stärksten in Meridianrichtung beschädigt. Nach 14 Stunden Kälteschock wird die Betonschale bis zu 189 mm tief eingerissen und es verbleibt eine Restdruckzone von mindestens ca. 111 mm.

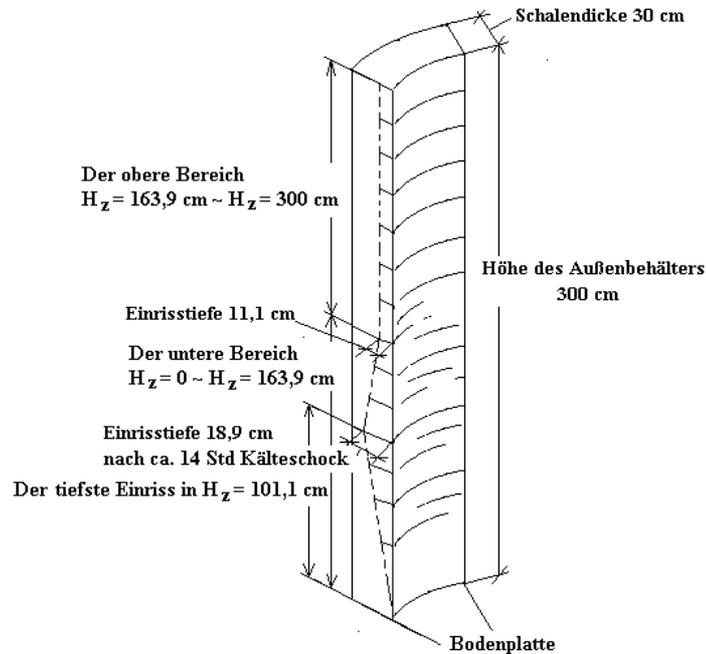


Bild 9.15 Rissbereich und Risstiefe der Betonschale in Meridianrichtung

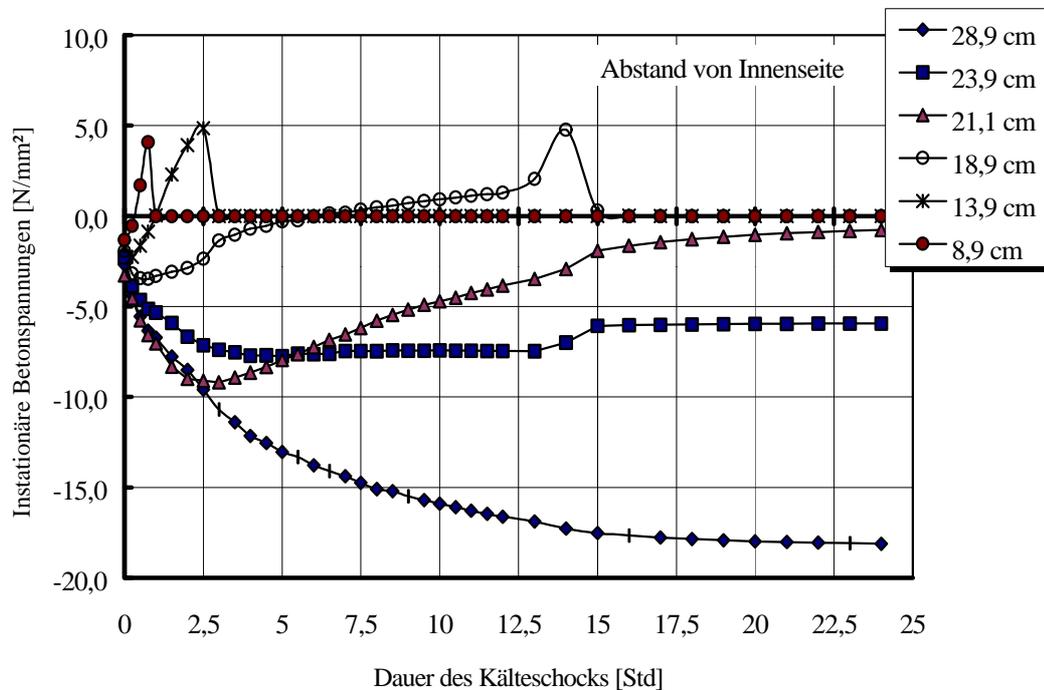


Bild 9.16 Instationäre meridionale Betonspannungen innerhalb des Querschnitts in $H_z = 1,011$ m

Die Stahleinlagenspannung innerhalb des Querschnitts sowohl für Bewehrungsstahl als auch für Spannstahl, dargestellt in Bild 9.17, überschreitet an keiner Stelle die Streckgrenze, ob-

wohl die Spannstahlzugspannung durch Überlagerung des Zugzwangs infolge Betonrissbildung sprunghaft zunimmt.

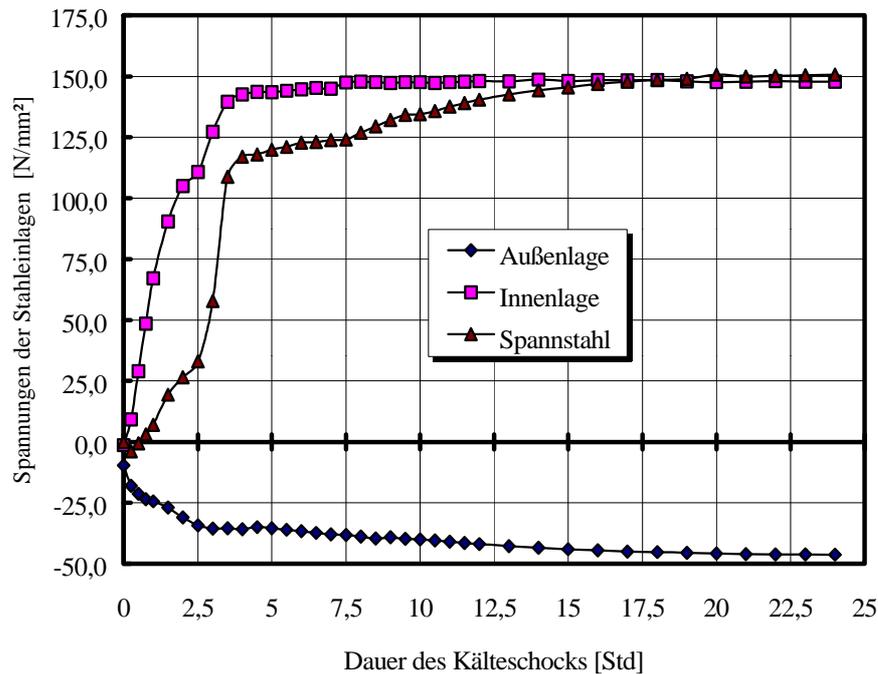


Bild 9.17 Instationäre meridionale Stahleinlagenspannungen innerhalb des Querschnitts in $H_z = 1,000$ m

9.7 Zyklische Beanspruchungen im Befüllungs- und Entleerungsvorgang

9.7.1 Vorbemerkungen

Bei jedem Befüllungs- und Entleerungsvorgang eines LNG-Spannbetoninnenbehälters resultieren instationär temperaturbedingte Zwangsschnittgrößen innerhalb des Querschnitts der Zylinderschale. Solche thermischen Beanspruchungen können nur kontrolliert werden, indem das allmähliche Anfahren an die Betriebs- bzw. Normaltemperatur mit möglichst kleinen Gradienten über die Wanddicke durch Steuerung der Wandtemperatur erreichen wird. Vor jedem weiteren Kalt- bzw. Warmfahren wird die jeweilige Temperatur auf der Innenseite des Innenbehälters so lang konstant gehalten, bis sich die Temperaturen von Außen- und Innenseite einander angeglichen haben.

9.7.2 Zyklische Temperaturwechsel im Befüllung- und Entleerungsvorgang

In Anlehnung an der Arbeit von *Welsch* [W01], in dessen experimenteller Versuchsdurchführung die Abkühlung einer 200 mm dicke Spannbetonplatte mit einer Geschwindigkeit von im Mittel 4,4 K/h erfolgt, wird in der vorliegenden Arbeit eine Geschwindigkeit von 5 K/h –

sowohl für das Kaltfahren als auch für das Warmfahren – zugrunde gelegt. Mit dieser praktisch realisierbaren Geschwindigkeit wird die Temperatur auf der Innenseite des Innenbehälters innerhalb von 36 Stunden von Normaltemperatur $+20\text{ °C}$ auf die Betriebtemperatur -162 °C langsam herabgebracht. Um eine stationär homogene Temperaturverteilung innerhalb des Querschnitts des Innenbehälters zu gewährleisten, erfolgt die 24 stündige Durchkühlung bei der Temperatur von -162 °C . Die Erwärmung im Entleerungsvorgang dauert ebenso 36 Stunden. Danach wird die Temperatur bei $+20\text{ °C}$ für weitere 36 Stunden gehalten, bis der Innenbehälter den stationär homogenen Zustand bei Normaltemperatur $+20\text{ °C}$ wieder erreicht hat.

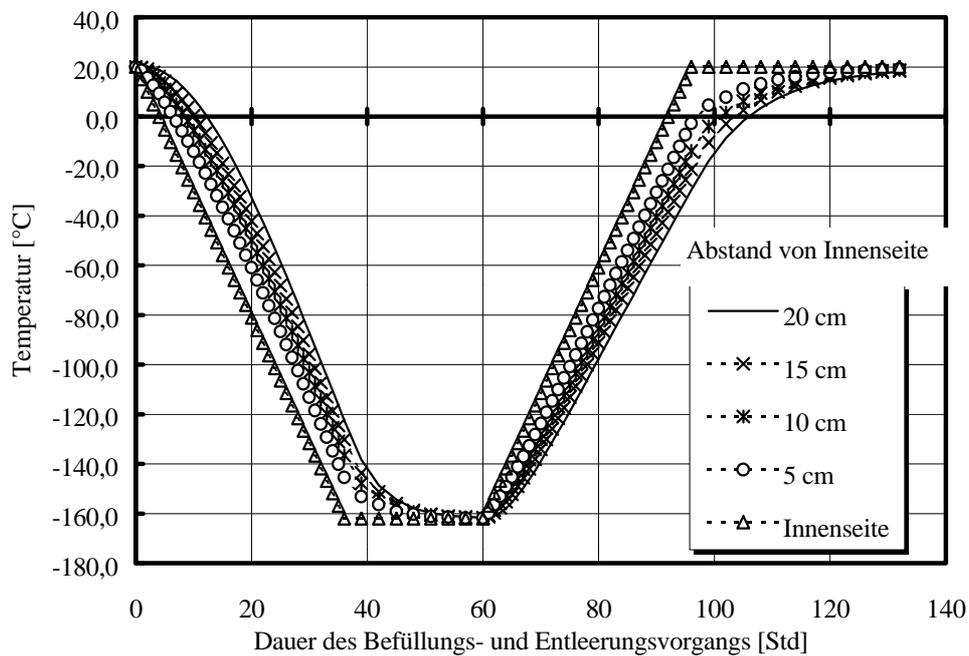


Bild 9.18 Zyklische Temperaturverläufe im Befüllungs- und Entleerungsvorgang

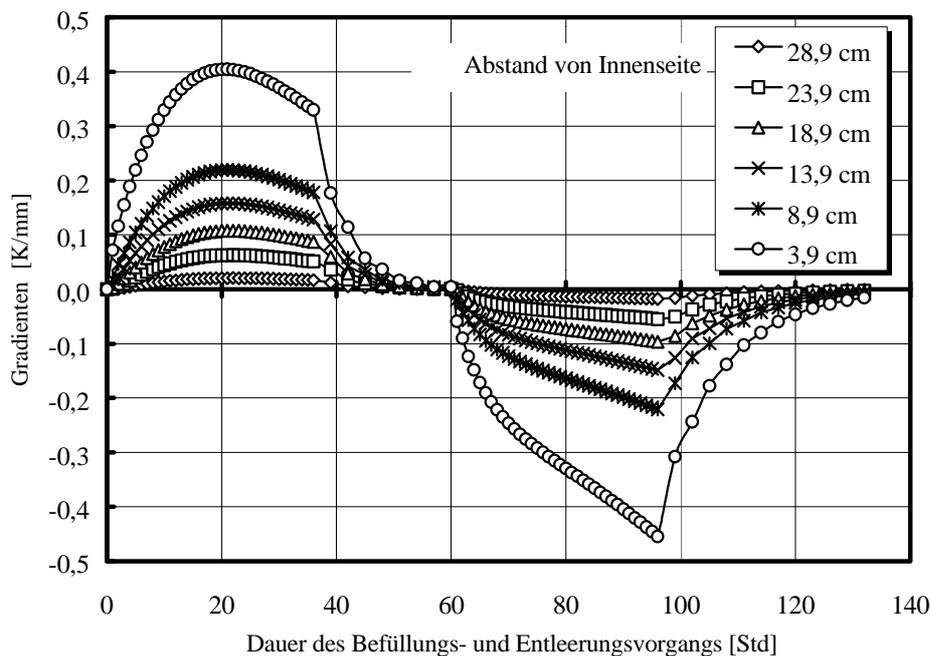


Bild 9.19 Instationäre Temperaturgradienten innerhalb des Betonquerschnitts

Bild 9.18 zeigt die instationären Temperaturentwicklungen innerhalb des Querschnitts der Zylinderschale in dem Temperaturzyklus. In Bild 9.19 sind die Temperaturgradienten über die Schalendicke innerhalb des Querschnitts schematisch aufgetragen. Die Darstellung in den beiden Bildern verdeutlicht, dass die Temperaturverläufe in der Anfang- und Endphase relativ stark gekrümmt sind. In fortlaufender Abkühlung fallen die Temperaturgradienten nach dem Erreichen ihrer maximalen Werte nach 21 Stunden Kühlzeit und in 36 Stunden Warmfahren wieder ab. Aufgrund solcher instationären Zustände, in denen die Temperaturdifferenz bzw. der Temperaturgradient bei weitem nicht so ausgeprägt wie im Leckagefall ist, wird jedoch die Zylinderschale temperaturbedingt zwangbeansprucht. Dadurch werden die Schnittgrößenverläufe und die Spannungsentwicklungen maßgeblich instationär beeinflusst und ist es dementsprechend mit Rissbildung der Betonschale zu rechnen.

9.7.3 Instationäre Schnittgrößenverläufe im Befüllungsvorgang

Im Befüllungsvorgang wirkt die Abkühlung auf der gesamten Innenseite des Innenbehälters. Dementsprechend führt der infolge geringerer Verformungsbehinderung schwächer resultierende Temperaturzwang nur zur beschränkten Schädigung der Spannbetonstruktur des Innenbehälters. In den Bildern von 9.20 bis 9.22 werden die Schnittgrößenverläufe im Befüllungsvorgang dargestellt, welche durch die folgenden Merkmale gekennzeichnet sind:

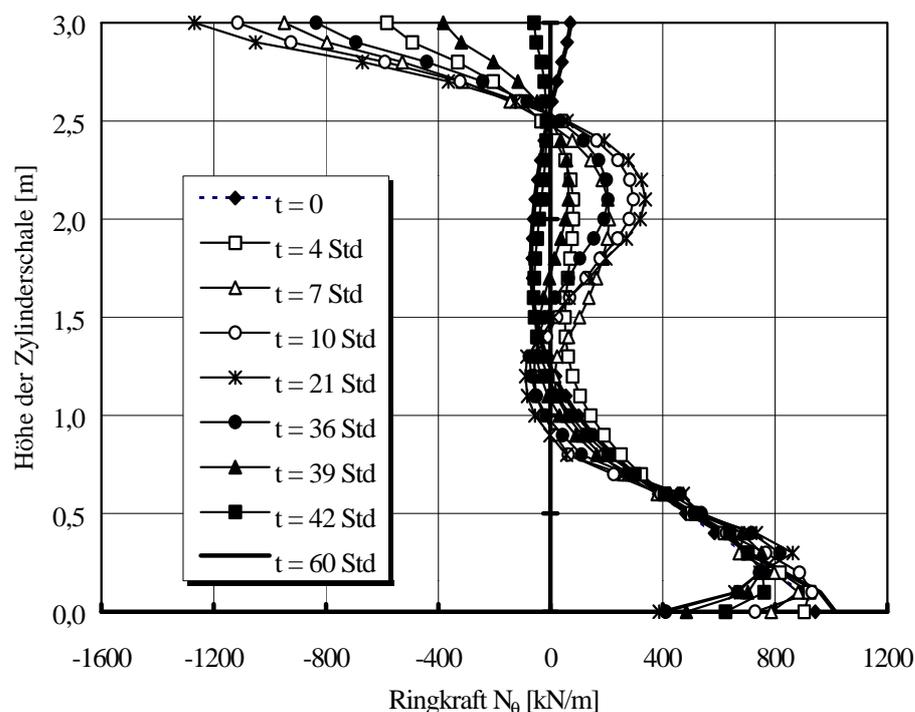
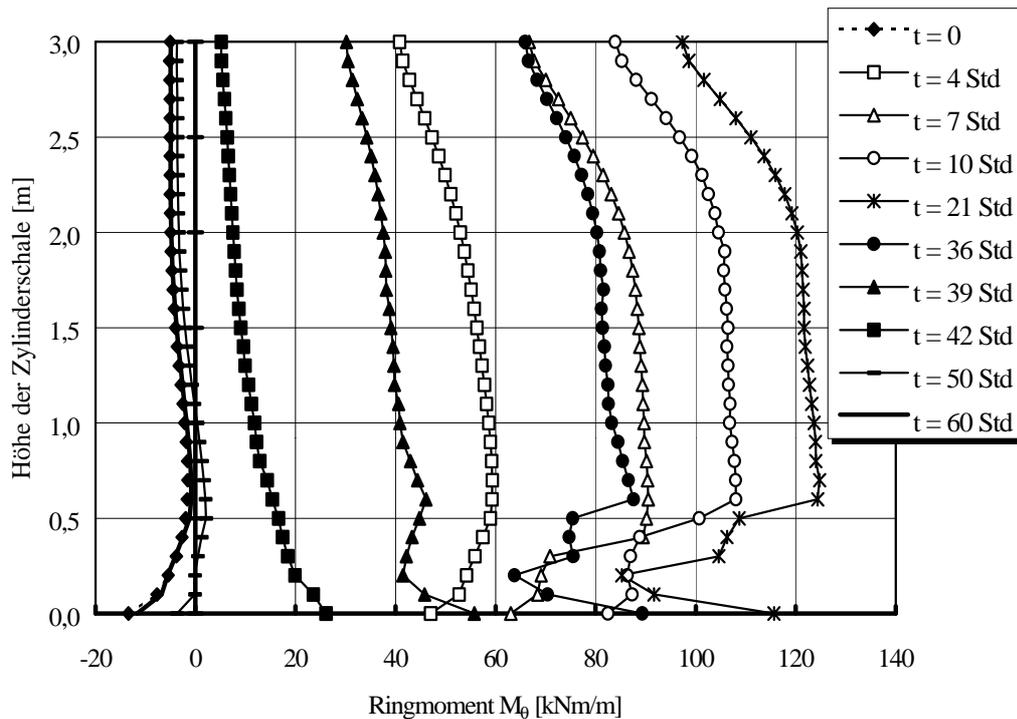
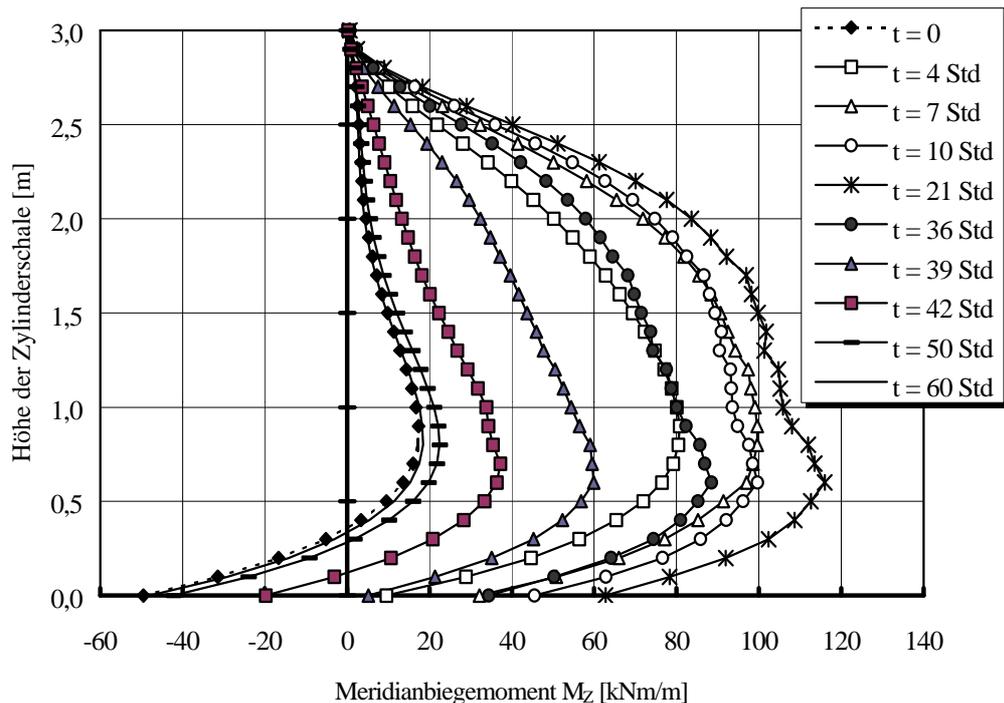


Bild 9.20 Instationäre Ringkräfte N_{ϕ} im Befüllungsvorgang

Bild 9.21 Instationäre Ringbiegemomente M_0 im BefüllungsvorgangBild 9.22 Instationäre Meridianbiegemomente M_Z im Befüllungsvorgang

- Nach dem Erreichen ihres maximalen Gradienten nach 21 Stunden Kühlzeit fallen die Schnittgrößen, sowohl in Ringrichtung als auch in Meridianrichtung, wieder ab. Im homogenen Temperaturzustand bei -162 °C gehen sie auf die gleichen Werte wie im stationären Zustand bei der Anfangstemperatur von $+20\text{ °C}$ zurück.
- Infolge Einrissens der Betonschale in Ringrichtung von der Fußeinspannung bis zu Schalenhöhe $H_Z = 661\text{ mm}$ findet die Steifigkeitsabminderung statt, welche ihrer-

seits zu einer Verringerung der Ringnormalkraft und des Ringbiegemoments führt. In der Schalenhöhe $H_Z = 211$ mm wird die Betonschale am stärksten beschädigt.

- In Meridianrichtung wird die Betonschale dagegen innerhalb des Bereichs von der Schalenhöhe $H_Z = 611$ mm bis $H_Z = 1,689$ m beschädigt. An der Stelle $H_Z = 861$ mm ergibt sich die maximale Einrisstiefe.

9.7.4 Instationäre Spannungen und Betonrissbildung im Befüllungsvorgang

Bei der geregelten Abkühlung im Befüllungsvorgang wird der Innenbehälter im wesentlichen schwächer als der Außenbehälter im Leckagefall zwangbeansprucht. Erst nach 11 Stunden Kühlzeit wird der Innenbehälter nur weniger als 89 mm in Ringrichtung in der Schalenhöhe $H_Z = 211$ mm eingerissen. Dementsprechend verbleibt die Restdruckzone von mindestens 211 mm. In Meridianrichtung wird die Betonschale in der Schalenhöhe $H_Z = 861$ mm am stärksten beschädigt. Die Einrisstiefe beträgt jedoch weniger als 139 mm. Dieser Wert ist um 50 mm geringer als der des tiefsten Einrisses bei $H_Z = 1,011$ m im Leckagefall.

In den Bildern 9.23 und 9.24 werden die instationären Betonspannungen innerhalb der beiden Querschnitte in bezug auf die größte Ringkraft in der Schalenhöhe $H_Z = 211$ mm und das größte Meridianbiegemoment in $H_Z = 861$ mm exemplarisch dargestellt, wo die Betonschale jeweils in Ring- und Meridianrichtung im Befüllungsvorgang am stärksten beschädigt wird.

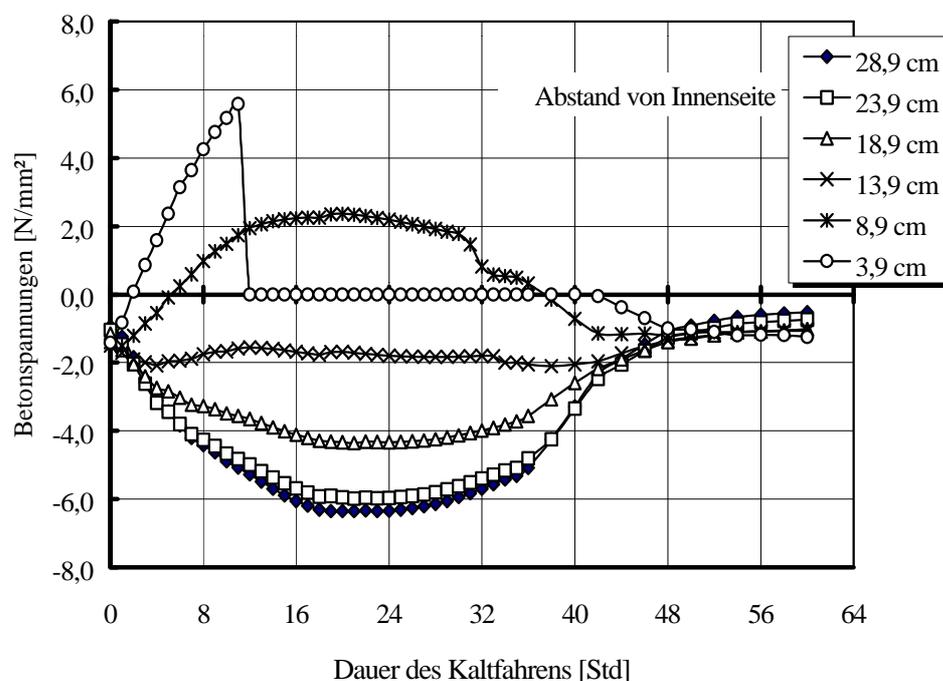


Bild 9.23 Instationäre Betonspannungen in Ringrichtung innerhalb des Querschnitts in $H_Z = 211$ mm im Befüllungsvorgang

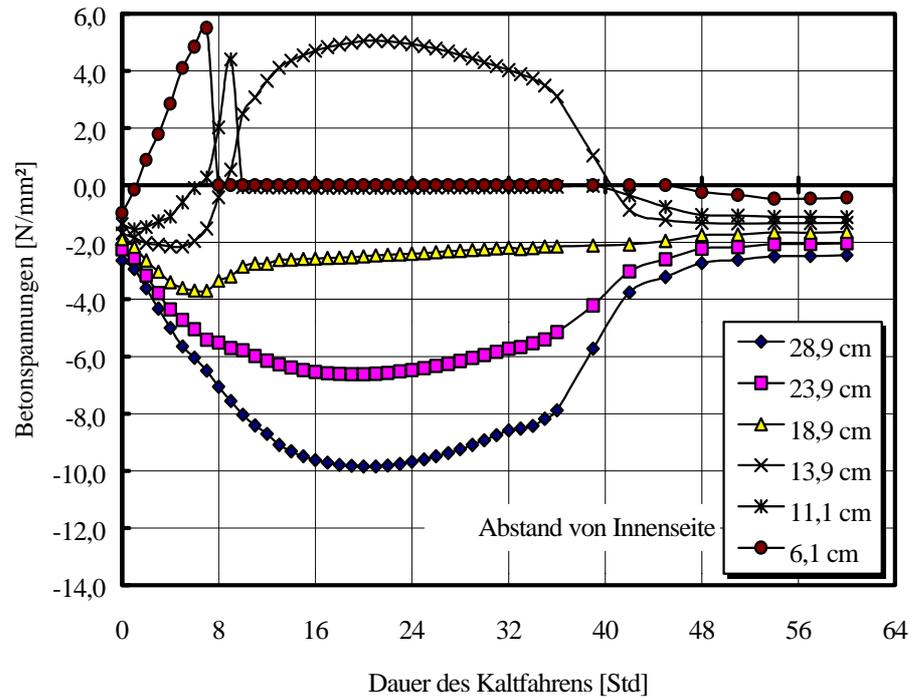


Bild 9.24 Instationäre meridionale Betonspannungen innerhalb des Querschnitts in $H_z = 861$ mm im Befüllungsvorgang

Wie in Bild 9.25 zeigt, steigen die absoluten Werte der Stahleinlagenspannungen innerhalb der beiden Querschnitte unmittelbar nach Kühlbeginn an. In fortlaufender Abkühlung werden sie jedoch nach dem Erreichen ihrer maximalen Werte abgebaut.

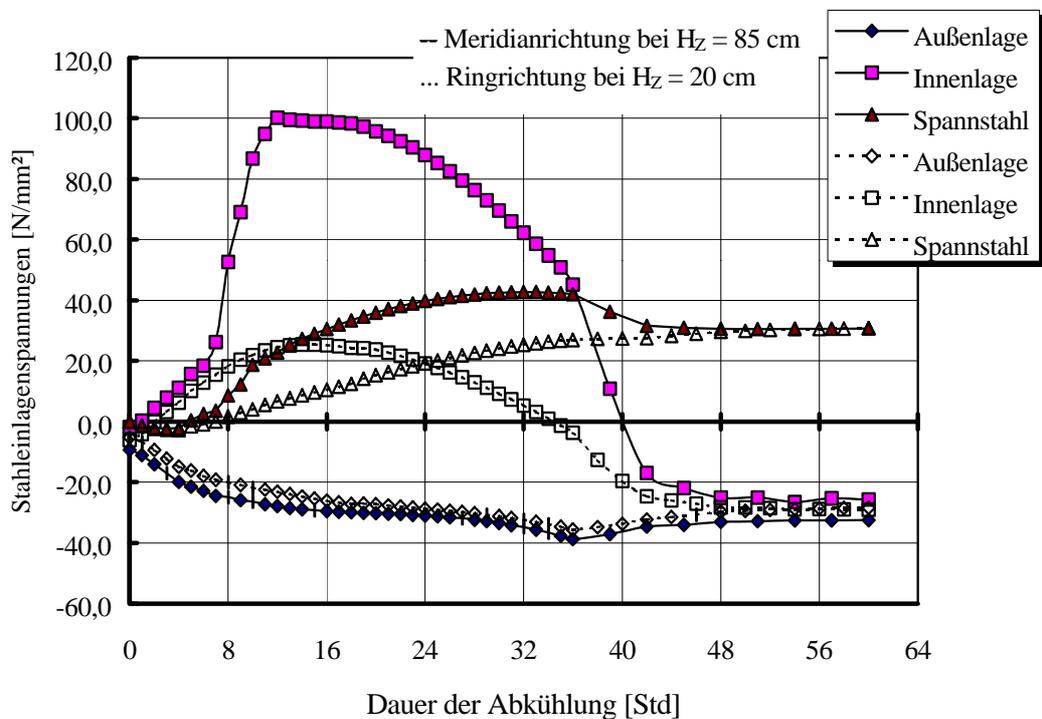


Bild 9.25 Instationäre Stahleinlagenspannungen innerhalb der Querschnitte in $H_z = 200$ mm und $H_z = 850$ mm im Befüllungsvorgang

9.7.5 Instationäre Schnittgrößenverläufe im Entleerungsvorgang

Die thermische Beanspruchungsart im Entleerungsvorgang ergibt sich durch das Warmfahren des Innenbehälters mit der gleichen Geschwindigkeit wie bei den Untersuchungen des Befüllungsvorganges. Statt Abkühlung steht jetzt die Erwärmung auf der Innenseite des durchgekühlten Innenbehälters im Vordergrund. In Anlehnung an Bild 9.20 können für die o. a. Temperaturverläufe die resultierenden Schnittgrößen innerhalb der Querschnitte des Innenbehälters errechnet werden.

In ähnlicher Vorgehensweise werden die instationären Schnittgrößenverläufe des Entleerungsvorganges in den Bildern von 9.26 bis 9.28 schematisch dargestellt, welche durch die folgenden Merkmale gekennzeichnet sind:

- Nach dem Erreichen ihres maximalen Temperaturgradienten beim 36 Stunden Warmfahren fallen die Schnittgrößen in Ring- und Meridianrichtung wieder ab. Im homogenen Temperaturzustand bei $+20\text{ °C}$ gehen sie auf die gleichen Werte wie bei der Anfangstemperatur von $+20\text{ °C}$ bzw. bei der Durchkühlung auf -162 °C zurück.

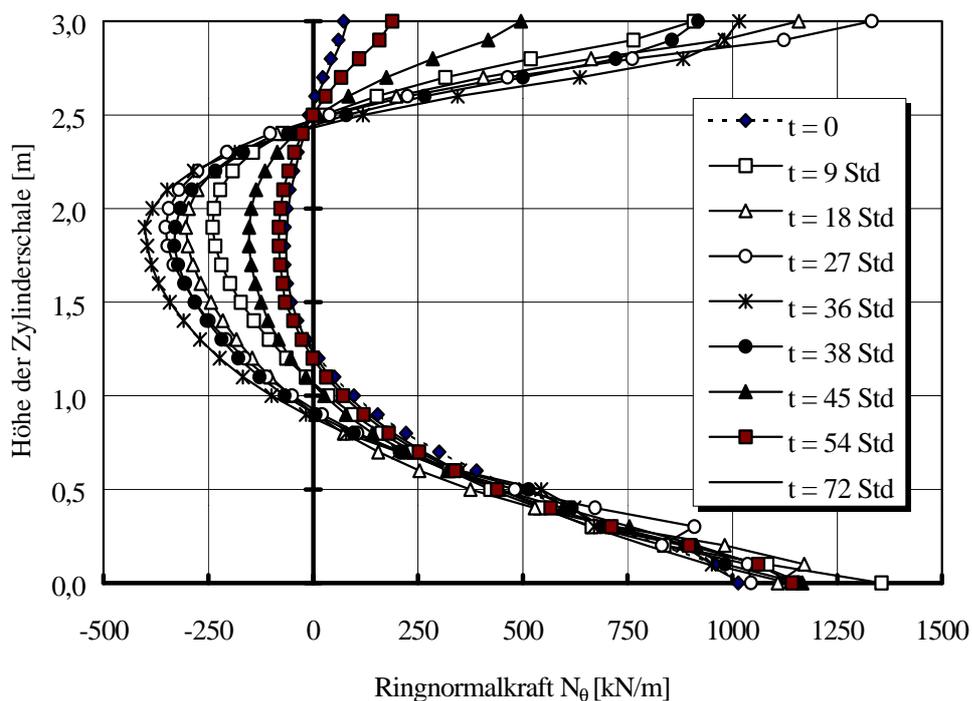


Bild 9.26 Instationäre Ringkräfte N_q im Entleerungsvorgang

- Der Innenbehälter wird stets unter negativen Ringbiegemomenten beansprucht. Im Eckbereich oberhalb der Fußeinspannung bis zur Schalenhöhe $H_Z = 511\text{ mm}$ und im Randbereich von $H_Z = 2,761\text{ m}$ bis zum freien Rand des Innenbehälters wirken positive Ringnormalkräfte. Die Überlagerung von Ringnormalkraft und Ringbiegemoment führt zur Rissbildung der Betonschale innerhalb der beiden Bereiche. Dement-

sprechend ist eine Steifigkeitsabminderung des Innenbehälters die Folge. Im Bereich der Bodenplatte wird die Betonschale am stärksten beschädigt.

- In Meridianrichtung wird die Zylinderschale überwiegend unter reinen negativen Meridianbiegemomenten beansprucht. Über der gesamten Höhe der Zylinderschale tritt jedoch keine Rissbildung auf.

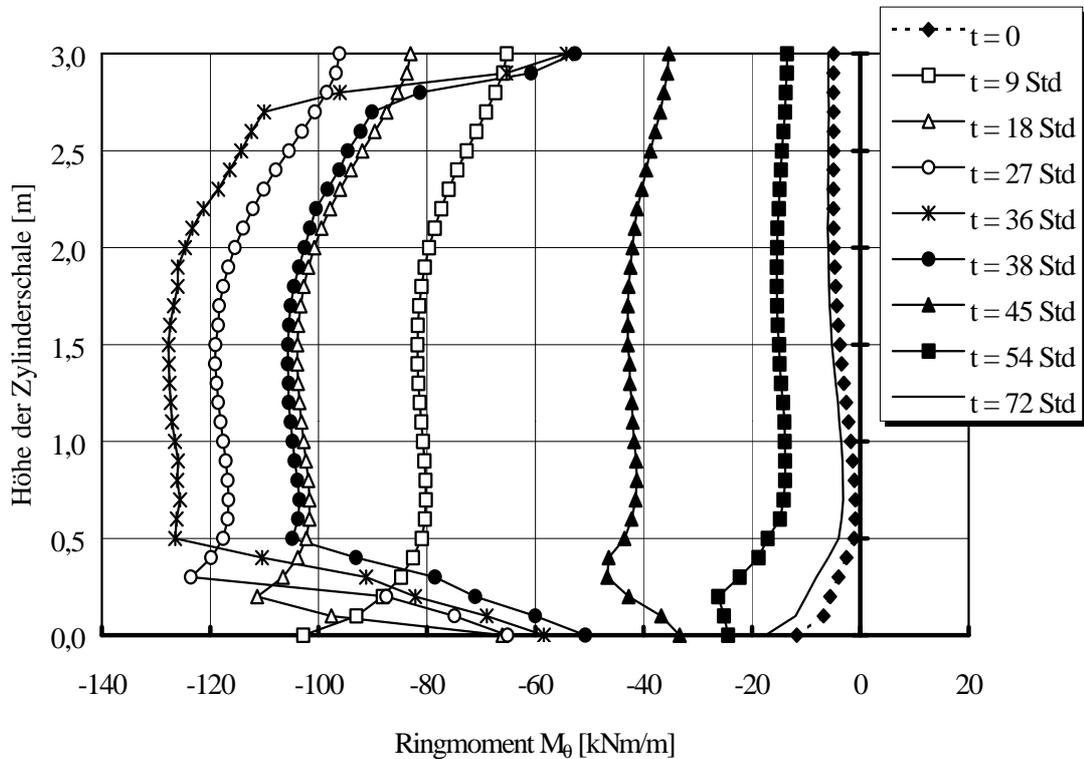


Bild 9.27 Instationäre Ringbiegemomente M_θ im Entleerungsvorgang

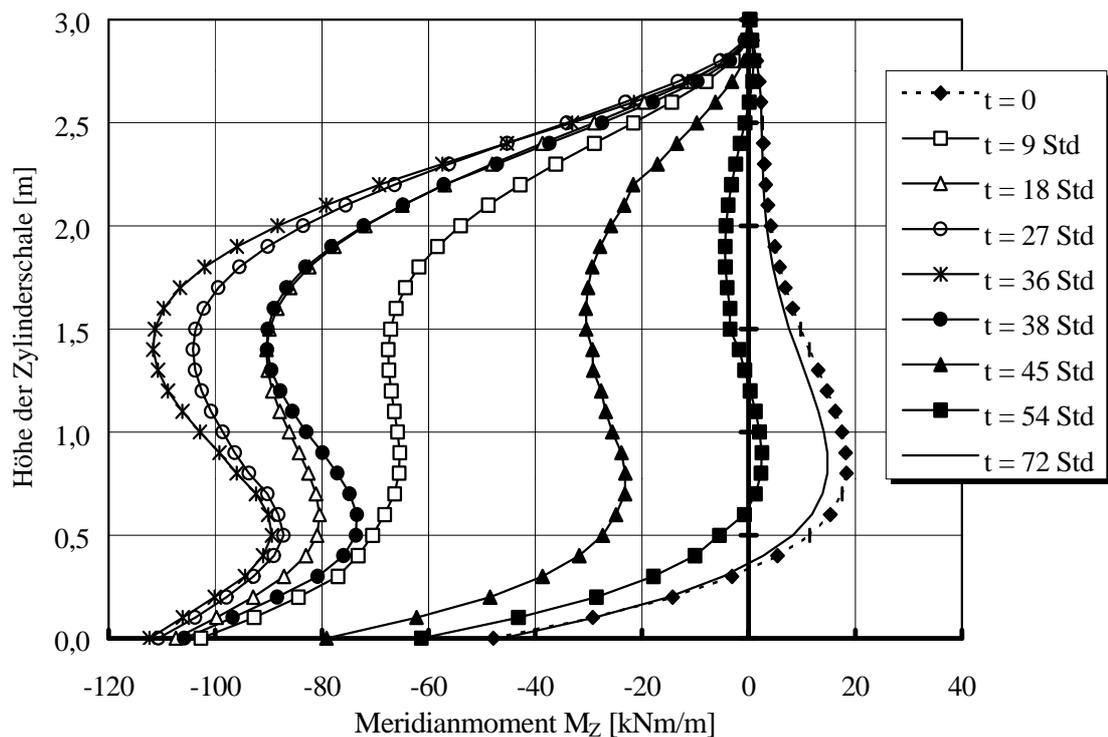


Bild 9.28 Instationäre Meridianbiegemomente M_Z im Entleerungsvorgang

9.7.6 Instationäre Spannungen und Betonrissbildung im Entleerungsvorgang

Im Entleerungsvorgang resultieren Zugspannungen in der Außenseite und Druckspannungen an der Innenseite des Innenbehälters. Es ist daher nicht auszuschließen, dass Zugspannungen bzw. Zugeigenspannungen die Zugfestigkeit des Betons überschreiten. Dies bedeutet außen-seitige Rissbildung des Innenbehälters im Entleerungsvorgang.

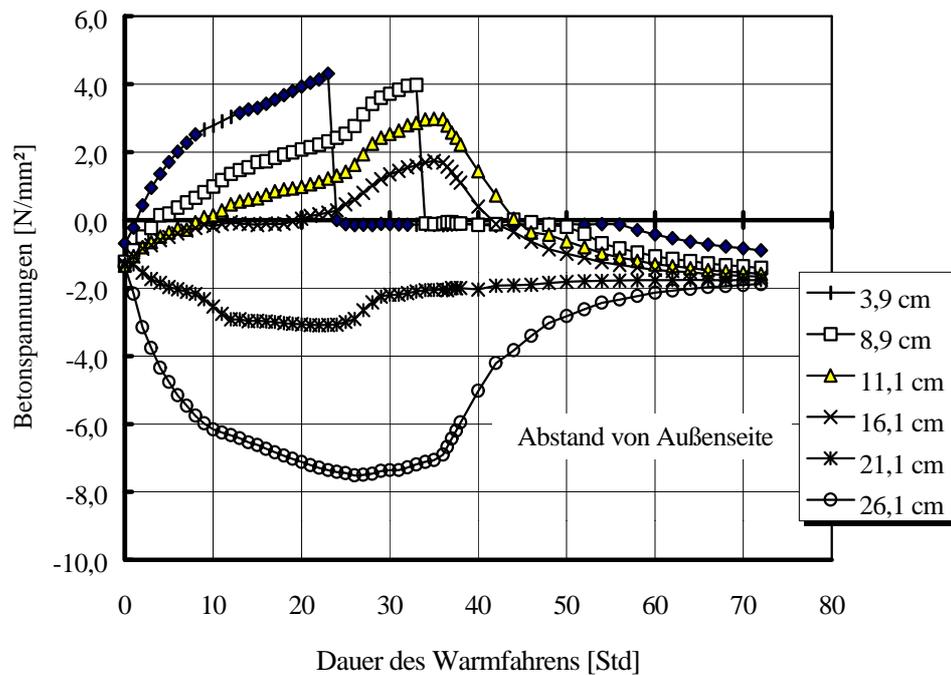


Bild 9.29 Instationäre Betonspannungen innerhalb des Querschnitts an der Bodenplatte im Entleerungsvorgang

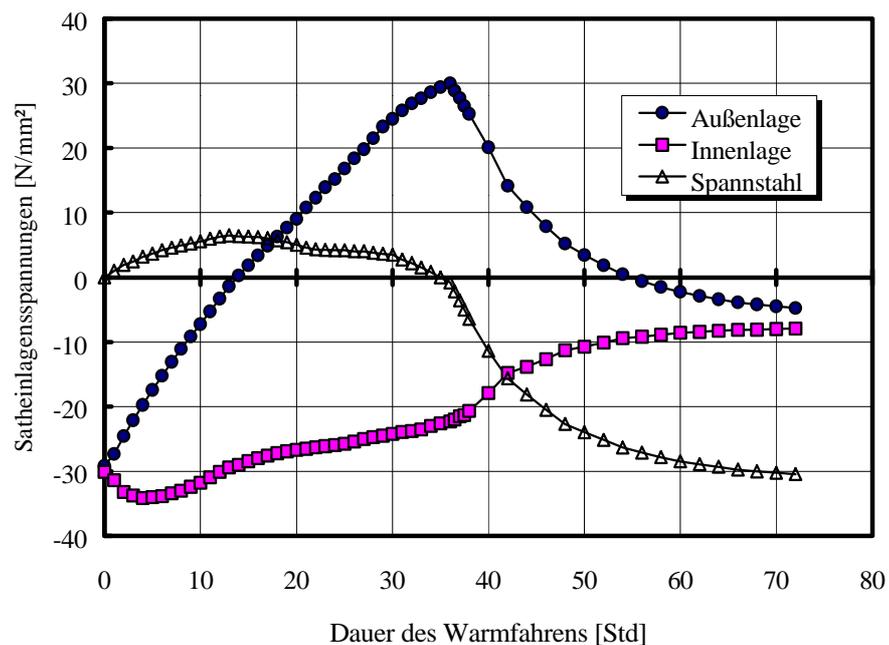


Bild 9.30 Instationäre Stahleinlagenspannungen innerhalb des Querschnitts an der Bodenplatte im Entleerungsvorgang

Die vorstehenden Schnittgrößenverläufe im Entleerungsvorgang verdeutlichen, dass der Querschnitt des Innenbehälters im Bereich der Bodenplatte durch die Überlagerung von Ringkraft und Ringbiegemoment am stärksten zugzwangsbeansprucht. In den Bildern 9.29 und 9.30 werden die instationären Spannungen in Ringrichtung sowohl für Beton als auch für Stahleinlagen innerhalb des Querschnitts an der Bodenplatte schematisch dargestellt. Die Darstellung zeigt, dass der Betonquerschnitt nach 33 Stunden Warmfahren mindestens 89 mm jedoch nicht über 111 mm von außen nach innen eingerissen wird. Nach dem Erreichen des maximalen Gradienten beim 36 Stunden Warmfahren werden die Spannungen sowohl für Beton als auch für Stahleinlagen mit weiterer Erwärmung rasch abgebaut.

9.8 Zusammenstellung der FE–Untersuchungsergebnisse

Die bisherigen numerischen Untersuchungen an dem LNG–Modellbehälter zeigen, dass anstelle von experimenteller Versuchsdurchführung das Werkstoff- und Konstruktionsverhaltens von LNG–Spannbetonbehältern mit dem neuen FE–Modell wirklichkeitsnahe numerisch simuliert werden kann. Mit genauen Angaben über Werkstoffgesetze können die Temperaturverläufe und die daraus resultierenden Zwangsschnittgrößen sowohl in Leckagefällen als auch in Befüllungs- und Entleerungsvorgängen neben den instationär thermischen Vorgängen insbesondere auch unter Berücksichtigung der temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität zutreffend ermittelt werden. Basierend auf vorstehenden FE–Untersuchungen lassen sich die folgenden Aussagen über das Tragvermögen und die Gebrauchsfähigkeit der LNG–Spannbetonbehältern im TT–Bereich erarbeiten:

- Der mit Stahl- und Spannbeton konstruktiv aufgebaute LNG–Behälter kann die von einem solchen Bauwerk geforderte Tragfähigkeit und Sicherheit im TT–Bereich sowohl im Liner – Leckagefall als auch im Befüllungs- und Entleerungsvorgang ausreichend gewährleisten.
- Die FE–Untersuchungsergebnisse verdeutlichen, dass die Stahleinlagen in Ringrichtung im Leckagefall im Eckbereich in hohem Maß zwangsbeansprucht werden. Im allgemeinen liegt die resultierende Zugbeanspruchung von Bewehrungs- und Spannstahl jedoch unterhalb seiner Streckgrenze im TT–Bereich. Ein konstruktives Versagen infolge der Brüche von Stahleinlagen kann demnach ausgeschlossen werden.
- Der biegesteif monolithisch ausgebildete Eckbereich zwischen Zylinderschale und Bodenplatte ist die schwächste Stelle des Außenbehälters im Leckagefall. Infolge der großen

Ringnormalkräfte kann die Betonschale bis zur gewissen Höhe oberhalb der Fußeinspannung durchgerissen werden. Mit zunehmendem Abstand von der Bodenplatte werden die Zwangsspannungen abgemindert. Dahingegen wird die Betonschale in Meridianrichtung nur beschränkt beschädigt. Die Dichtigkeit gegen LNG–Diffusion wird in dem Fall in besonderem Maß durch den angebrachten Liner gewährleistet.

Für den LNG–Modellbehälter ergibt sich im Leckagefall der Eckbereich mit Durchreißen der Betonschale in Ringrichtung von der Fußeinspannung bis zur Schalenhöhe $H_Z = 639$ mm. Der tiefste meridianale Einriss befindet sich in $H_Z = 1,011$ m und beträgt ca. 189 mm.

Die Verhinderung von Durchreißen bzw. die Rissbeschränkung kann durch z. B. Erhöhung der zentrischen Vorspannung oder Einbau der Wandfußdämmung erreicht werden.

- Im Befüllungs- und Entleerungsvorgang kann der Innenbehälter mit vorgegebener Geschwindigkeit kontrolliert langsam kalt- und warmgefahren werden, ohne dabei die Stahl- und Spannbetonstruktur des Innenbehälters stark zu beeinträchtigen. Bei der geregelten Abkühlung im Befüllungsvorgang führen die schwachen resultierenden Zwangsschnittgrößen zur innenseitigen Rissbildung, sowohl in Ringrichtung als auch in Meridianrichtung, mit beschränkter Einrisstiefe in gewisser Schalenhöhe der Betonschale. Dementsprechend verbleibt ausreichende Restdruckzone. Im Warmfahren des Entleerungsvorgangs wird der Innenbehälter in Ringrichtung durch die Überlagerung von Ringnormalkräften und Ringbiegemomenten im Eckbereich und im Randbereich des Innenbehälters stark zugzwangsbeansprucht. Im Bereich der Bodenplatte wird die Betonschale von außen nach innen am stärksten beschädigt.

Bei zyklischer Temperaturbeanspruchung des LNG–Modellbehälters mit der Geschwindigkeit von 5,0 K/h wird die Betonschale des Modell-Innenbehälters in der Schalenhöhe $H_Z = 850$ mm in Meridianrichtung durch Abkühlung am stärksten beschädigt und die innenseitige Einrisstiefe beträgt 89 bis 111 mm. Demgegenüber tritt die Rissbildung während Erwärmung im Eckbereich und Randbereich des Innenbehälters in Ringrichtung auf. Dabei ergibt sich der tiefste außenseitige Einriss von 89 bis 111 mm an der Stelle der Fußeinspannung.

Bei der ingenieurgemäßen Bemessung des Innenbehälters stellt die Optimierung des Bewehrungs- bzw. Vorspanngrads in bezug auf die Wanddicke und die Geschwindigkeit des Kalt- und Warmfahrens damit eine wichtige Aufgabe dar.

10 Zusammenfassung und Ausblick

Starke Beschädigungen von Behältern infolge der instationären Tieftemperatureinwirkung zeigten, daß sich Behälterbauwerke viel komplexer verhalten, als in den heute üblichen Vorschriften berücksichtigt wird [S09]. Beim Störfall einer Leckage verhalten sich Stahl- und Spannbetonbehälter, hervorgerufen durch instationäre und schockartige Abkühlung, in besonderem Maße temperaturbedingt physikalisch nichtlinear. Ihr Tragverhalten wird in hohem Maß durch enorme temperaturbedingte Zwangsschnittgrößen innerhalb der Zylinderschale und Bodenplatte beeinflusst. Quantitative Aussagen darüber liegen aber heute kaum vor. Daher sind Untersuchungen bzw. numerische Simulationen, die eine wirklichkeitsnahe Betrachtung solchen Tragverhaltens erlauben, von besonderem Interesse.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Berechnungsverfahren auf der Basis der FE-Methode entwickelt, wobei auf die wesentlichen Einflüsse, wie die temperaturbedingte physikalische Nichtlinearität von Komponenten des Verbundwerkstoffs Stahl- und Spannbeton, mehrachsiges Werkstoffverhalten des Betons sowie nichtproportionale thermische Zwangsbeanspruchung, besondere Rücksicht genommen wurde.

Das entwickelte 3D-Materialmodell für den Werkstoff Beton ermöglichte sowohl die zutreffende Beschreibung des Werkstoffverhaltens unter mehraxialen Beanspruchungen als auch die analytische Formulierung seiner temperaturbedingten physikalischen Nichtlinearität im TT – Bereich. In dem Zusammenhang kontrolliert das konstitutiv umgesetzte Materialmodell die plastische Verfestigung des Betons im Druckbereich, während das quasispröde Betonverhalten nach dem Zugbruch durch die kinematische Schädigung gesteuert wurde. Dadurch wurde die einfache Modellbildung von gerissenem Beton gemäß der thermodynamischen Energieprinzipien in konzeptioneller Formulierung der elastoplastischen Schädigung als auch in algorithmischer Hinsicht realisiert, ohne dabei die generelle Struktur des elastoplastischen Werkstoffmodells zu verändern.

Mit dem Mehrschichtmodell können die zu untersuchenden Stahl- und Spannbetonstrukturen über die Bauteildicke hinsichtlich der instationären Temperaturentwicklung und der damit verbundenen physikalischen Nichtlinearität diskretisiert werden, während sich der beliebig orientierte Betonstahl und die Spannglieder als Stabelemente idealisieren lassen. Dadurch kann der Verbundwerkstoff Stahl- und Spannbeton durch eine einfache Überlagerung der verschiedenen Materialsteifigkeiten seiner Komponenten realisiert werden. Diese Behandlungs-

weise ist besonders bei der Abbildung der Spannglieder für die Spannbetonstruktur von großer Bedeutung.

Im weiteren wurde der innere thermische Zwang zwischen Beton und Spanngliedern bzw. die Veränderung der Spanngliedkräfte infolge der instationären Abkühlung durch die Modifikation des Äquivalenzlastverfahrens im TT-Bereich berücksichtigt.

Ferner dienen sowohl die zunehmende Zugfestigkeit als auch die entfestigende Spannungs-Dehnungs-Linie als Kriterium für die Erfassung von Rißbildung und Rißentwicklung des Betons unter instationär thermoschockartigen Beanspruchungen im TT-Bereich. Im Rißmodell I im Sinne der Bruchmechanik wurde die entfestigende Zugspannungs-Dehnungs-Linie in bezug auf Zugbruchenergie des Betons bei normaler Temperatur für den TT-Bereich vervollständigt.

Anhand von ausgewählten Beispielen wurden die wesentlichen Komponenten des neu entwickelten FE-Modells, d.h. Elemente, Stoffgesetze, Materialmodell sowie Algorithmus der thermomechanischen gekoppelten Analyse und das Zeitintegrationsverfahren, auf ihre Anwendbarkeit und Grenzen überprüft und verifiziert. Zugleich wurden die Einsatzmöglichkeiten dieser modernen nichtlinearen FE-Berechnungsmethode demonstriert.

In einem der Schwerpunkte der Verifizierung wurden mit dem entwickelten Programm systematisch mehrere Stahl- und Spannbetonbauteile, welche die Zylinderwand der Behälter bzw. ihre Abschnitte widerspiegeln, rechnerisch untersucht, um erste numerische Erkenntnisse über die instationäre Temperaturentwicklung, das Tragverhalten im TT-Bereich und die Standsicherheit derartiger Bauteile zu erlangen.

Untersucht wurden Bauteile, deren thermische Beanspruchungen sich in der homogenen Tieftemperatur sowie den Temperaturgradienten und der instationären schockartigen Abkühlung unterschieden. Bei den thermomechanischen gekoppelten Untersuchungen wurden die Bauteile zuerst einem Tieftemperaturfeld ausgesetzt, das entweder die homogene Tieftemperatur, die Temperaturgradienten oder den instationären Kälteschock erzeugt. Im Anschluß an diese thermische Beanspruchung wurde die statische Belastung der Bauteile bis zum Eintreten des Versagens simuliert. Die numerisch ermittelte Temperaturentwicklung und Tragfähigkeit von Bauteilen wurden mit experimentellen Versuchen der internationalen Fachliteratur verglichen. Festgestellt werden konnte dabei, daß die numerischen Untersuchungen mit dem Experiment am einzelnen Stahl- und Spannbetonbauteil sowohl thermisch als auch mechanisch in überzeugender Weise und systematisch übereinstimmten.

Um die Übertragbarkeit auf mindestens zweiachsig beanspruchte Behälter zu testen, wurde ein Behälter unter Einwirkung eines Temperaturgradienten rechnerisch untersucht und weitergehend mit der Biegetheorie verglichen. Eine im wesentlichen gute Übereinstimmung zwischen der numerischen und der theoretischen Lösung konnte festgestellt werden.

Bei einem Leckagefall erleidet der LNG–Außenbehälter einen Kälteschock, der zu hohen temperaturbedingten Zugzwangsschnittgrößen innerhalb der Zylinderwand und der Bodenplatte infolge behinderter Dehnung und Krümmung führen kann. Aufgrund der zyklisch instationären Zustände im Befüllung- und Entleerungsvorgang, in denen die Temperaturdifferenz bzw. der Temperaturgradient bei weitem nicht so ausgeprägt ist wie im Leckagefall, wird jedoch die Zylinderinnenschale temperaturbedingt zwangsbeansprucht. Durch die FE–Untersuchungen an einem Modellbehälter wurde nachgewiesen, daß die aus instationären Temperatureinwirkungen resultierenden Zwangsschnittgrößen sowohl im Leckagefall als auch im Befüllung- und Entleerungsvorgang von der Stahl- und Spannbetonkonstruktion des LNG–Behälters aufgenommen und dementsprechend die von solchem Bauwerk geforderte Tragfähigkeit und Sicherheit des Spannbetonbehälters im TT–Bereich gewährleistet werden kann.

Abschließend sollen folgende Bemerkungen angefügt werden:

Im Leckagefall des LNG – Behälters wird die Dichtigkeit gegen LNG – Diffusion in besonderem Maß durch den angebrachten Liner gewährleistet. Das Durchreißen bzw. die Rissbildung in Ringrichtung im Eckbereich des Außenbehälters kann durch Ergreifen von Maßnahmen – z. B. Erhöhung der zentrischen Vorspannung oder Einbau der Wandfußdämmung usw. beeinflusst werden. Bei der Bemessung des Innenbehälters sollte der Bewehrungs- bzw. Vorspanngrad in bezug auf die Wanddicke und die Geschwindigkeit für das Kalt- und Warmfahren optimiert werden, damit die Reißfreiheit bzw. Rissbeschränkung für den Innenbehälter gewährleistet werden.

Für eine baupraktische Anwendung sollte die Entwicklung eines adaptiven Verfahrens zur Verringerung möglicher Diskretisierungsfehler zum Inhalt haben. Damit verbunden ist die weitere Entwicklung der "Substrukturtechnik" erforderlich, um möglichst nicht auf komplexe Stahl- und Spannbetonstrukturen zurückgreifen zu müssen und um damit Rechenzeit und Speicherkapazität zu sparen.

I. Rechenwerte der entwickelten Stoffgesetze für Berechnungen im Tieftemperaturbereich

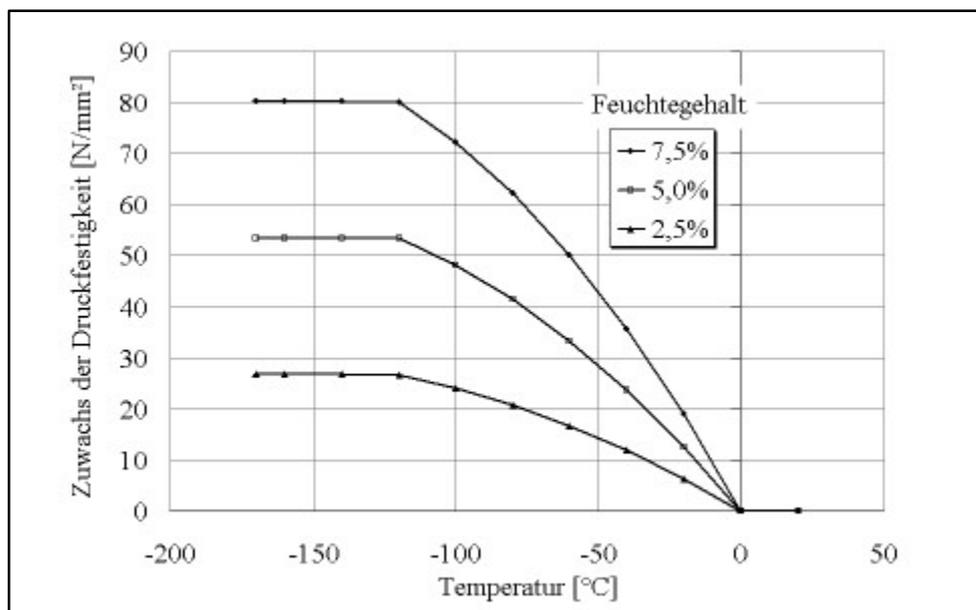
Stoffgesetze von Beton

Druckfestigkeit

Formel 2.1 (Seite 10):

$$\Delta f_{c,T} = \left\{ \left[\begin{array}{l} 12 - \frac{1}{2700} (T+180)^2 \\ 10,7 * U_m \end{array} \right] * U_m \right\} \quad [\text{N/mm}^2] \quad \left\{ \begin{array}{l} -120^\circ\text{C} < T \leq 20^\circ\text{C} \\ -196^\circ\text{C} < T \leq 120^\circ\text{C} \end{array} \right.$$

Diagramm 2.3 (Seite 11):

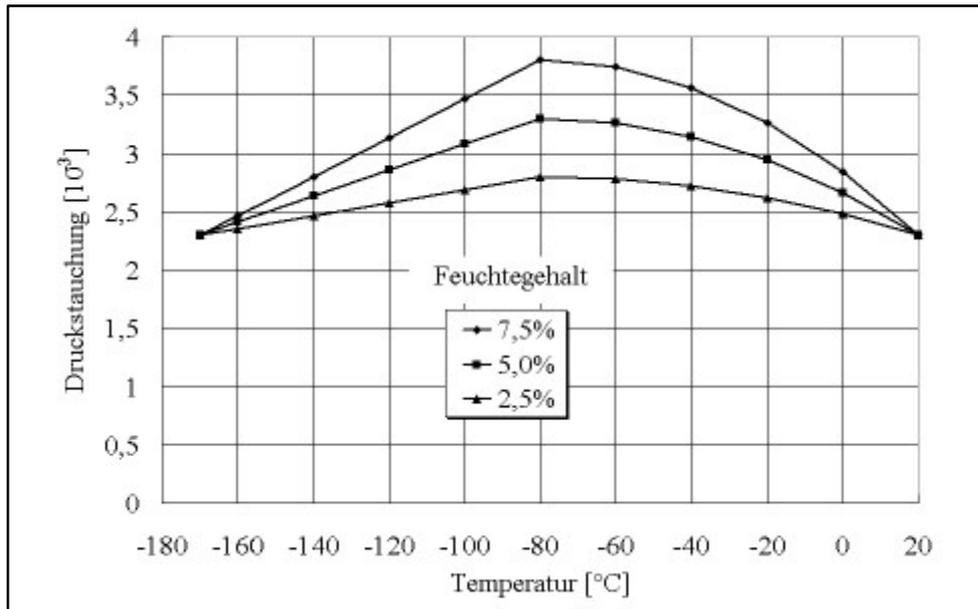


Druckstauchung

Formel 2.7 (Seite 15):

$$\varepsilon_{cl,T} = \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{cl} + \left[1 - \left(\frac{T+80}{100} \right)^2 \right] \frac{U_m}{5} \\ \varepsilon_{cl} + \frac{T+170}{90} \frac{U_m}{5} \end{array} \right\} \quad \text{für} \quad \left\{ \begin{array}{l} -80^\circ\text{C} \leq T \leq 20^\circ\text{C} \\ -170^\circ\text{C} \leq T \leq -80^\circ\text{C} \end{array} \right.$$

Diagramm 2.10 (Seite 15):



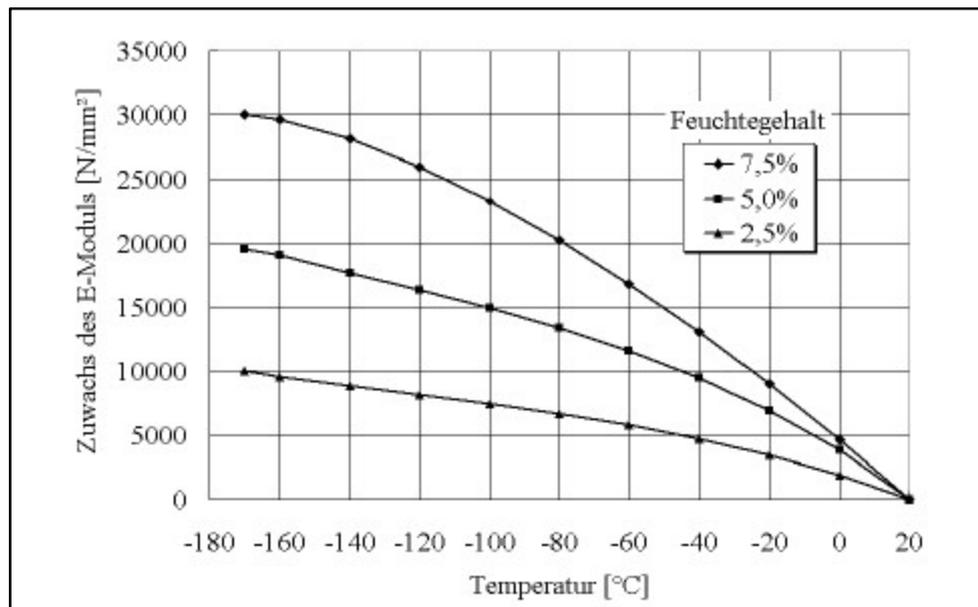
E-Modul

Formel 2.9 (Seite 16):

$$E_{c,T} = E_{c,0} + 4U_m \left[1 - \left(\frac{T+170}{190} \right)^n \right] \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$\text{mit: } 1 \leq n = 1 + \frac{T+170}{190} \leq 2$$

Diagramm 2.12 (Seite 16):

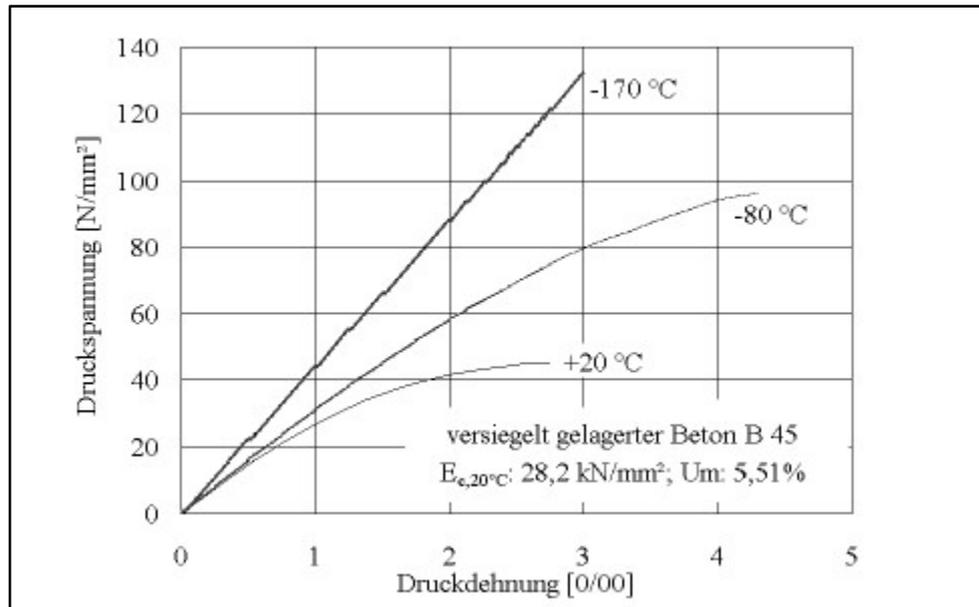


Druckspannungs-Dehnungs-Linien

Formel 2.6 (Seite 14):

$$\frac{\sigma_c}{f_{c,T}} = 1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c,T}}\right)^n \quad \text{mit: } 1 \leq n = 1 + \frac{T+170}{190} \leq 2$$

Diagramm 2.9 (Seite 14):



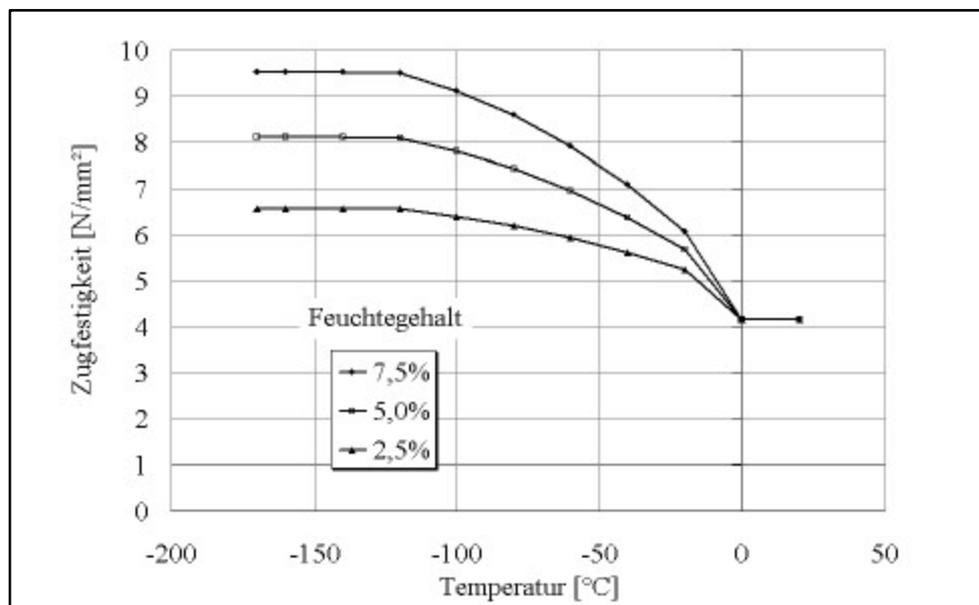
Zugfestigkeit

Formel 2.19 (Seite 19):

$$f_{cst,T} = c_T f_{c,T}^{2/3} \quad [\text{N/mm}^2]$$

mit : $f_{ct,T}/f_{cst,T} = 0,90$ und $c_T = 0,30 \sim 0,56$; $c_m = 0,43$

Diagramm:



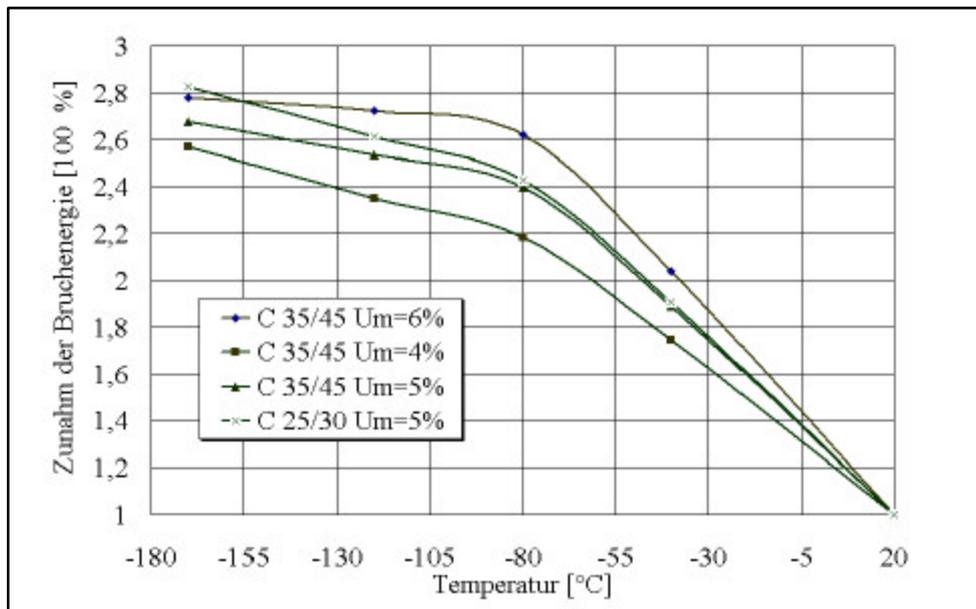
Bruchenergie

Formel 2.30 (Seite 22):

$$G_{f,T} = f(T) \cdot G_{f,+20^{\circ}\text{C}} \quad [\text{Nm/mm}^2]$$

$$\text{mit: } f(T) = \frac{(1 - \alpha_T \cdot \Delta T) (f_{ct,T} / f_{ct,+20^{\circ}\text{C}})^2}{E_{c,T} / E_{c,+20^{\circ}\text{C}}}$$

Diagramm 2.16 (Seite 23):

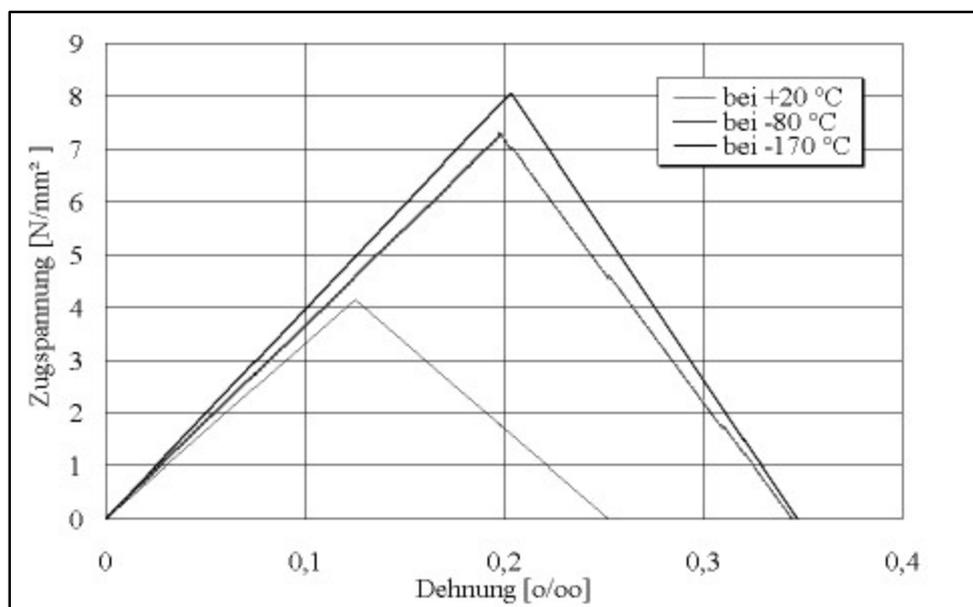


Zugspannungs-Dehnungs-Linien

Formel 2.34 (Seite 24):

$$E_{ct,T} = E_{c,T}; \quad \epsilon_{ct,T} = \frac{f_{ct,T}}{E_{ct,T}}; \quad \epsilon_{ct,lim,T} = \frac{f_{ct,T}}{E_{ct,T}} + 2 \frac{G_{f,T}}{f_{ct}}$$

Diagramm 2.17 (Seite 23):



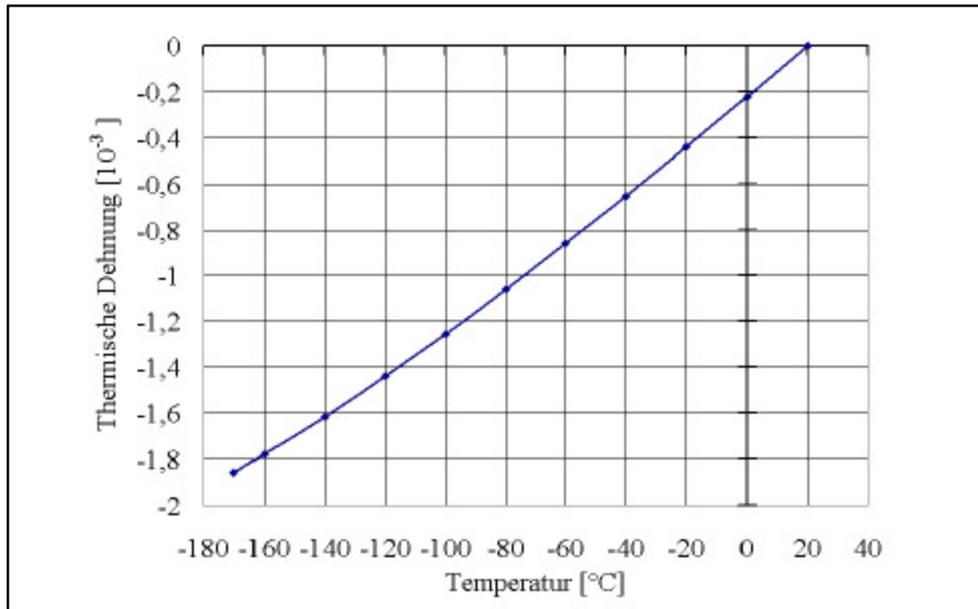
Thermische Dehnung

Formel 2.36 (Seite 28):

$$\varepsilon_{c,T} = \alpha_{c,T} (T - 20)$$

$$\text{mit: } \alpha_{c,T} = \left(\frac{273 + T}{6,55 \omega 10^{-10}} \right)^{(0,088 - \omega/100)} * 10^{-6} \quad [^{\circ}\text{C}^{-1}]$$

Diagramm 2.23 (Seite 28):



Stoffgesetze von Stahl

Streckgrenze

Bewehrungsstahl:

Formel 2.38 (Seite 29):

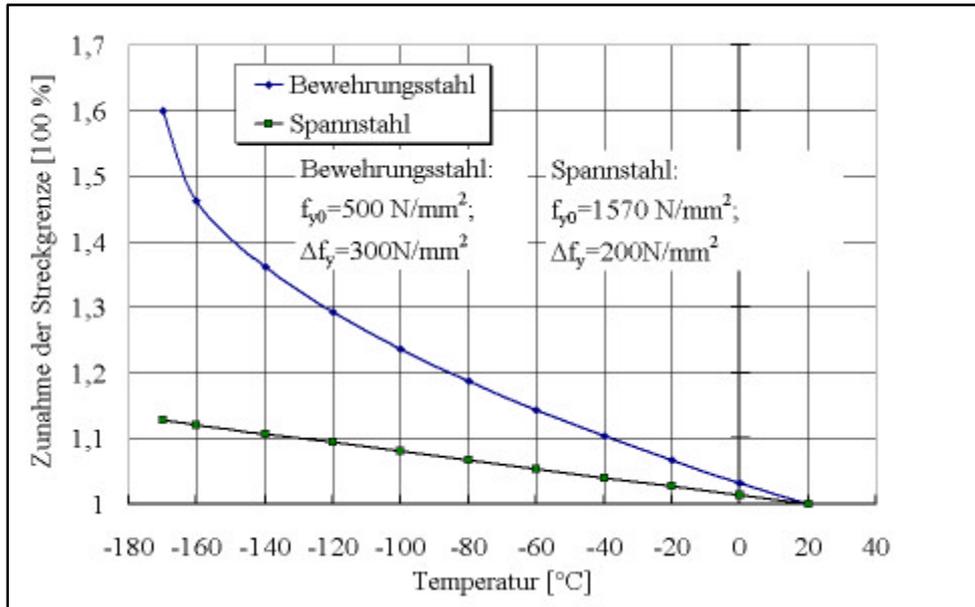
$$f_{y,T} = f_{y,0} + \Delta f_f \left(1 - \sqrt{\frac{T+170}{190}} \right) \quad [\text{N/mm}^2]$$

Spannstahl:

Formel 2.39 (Seite 29):

$$f_{y,T} = f_{y,0} + \Delta f_f \left(1 - \frac{T+170}{190} \right) \quad [\text{N/mm}^2]$$

Diagramm:

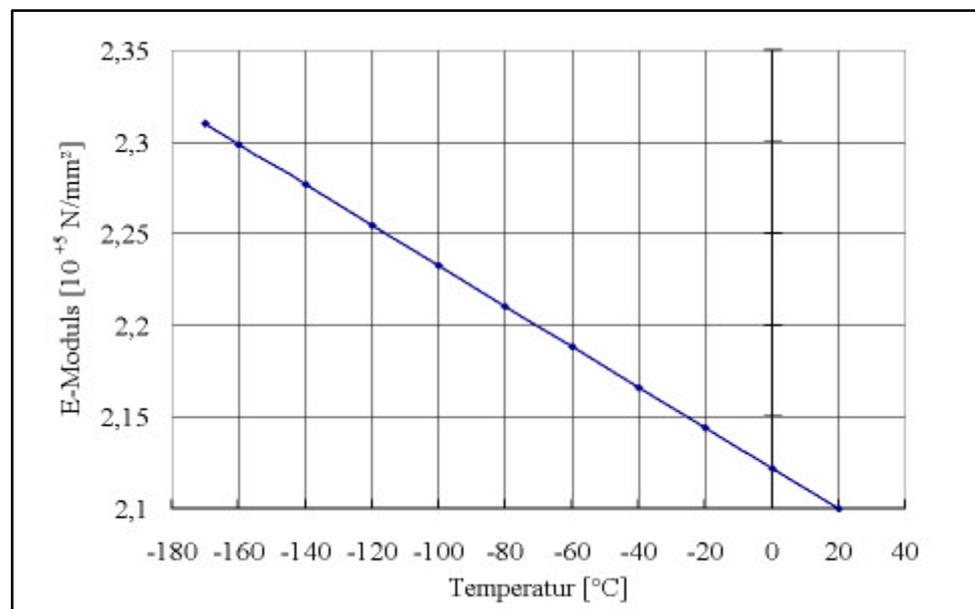


E-Modul

Formel 2.37 (Seite 29):

$$E_{s,T} = E_{s,0} + \frac{E_{s,0}}{10} \left(1 - \frac{T+170}{190}\right) \quad [\text{N/mm}^2]$$

Diagramm:



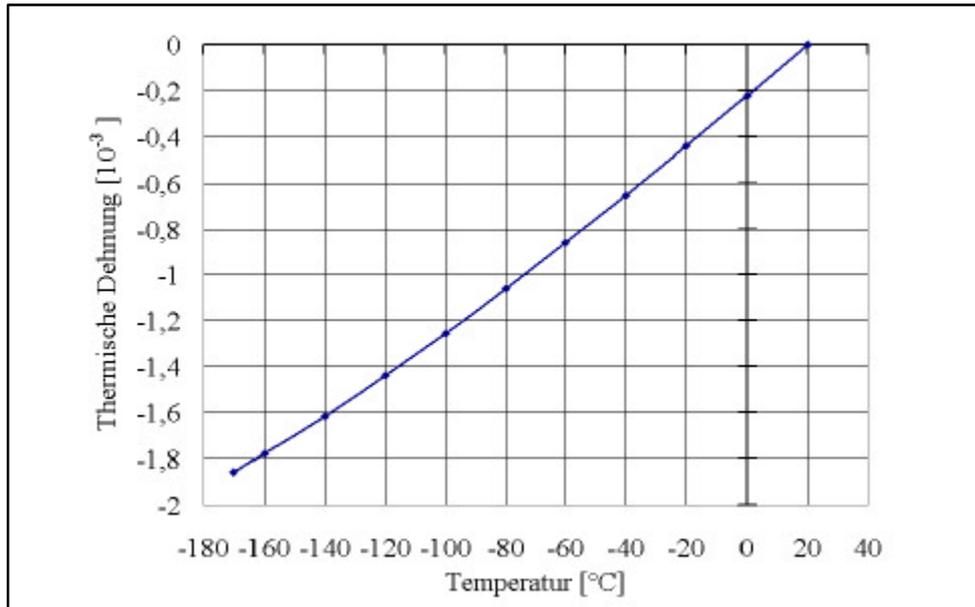
Thermische Dehnung

Formel 2.40 (Seite 30):

$$\epsilon_{c,T} = \alpha_{c,T} (T - 20)$$

$$\text{mit: } \alpha_{s,T} = \left(\frac{273+T}{3,181 \cdot 10^{-6}}\right)^{7,59} \cdot 10^{-6} \quad [^{\circ}\text{C}^{-1}]$$

Diagramm:



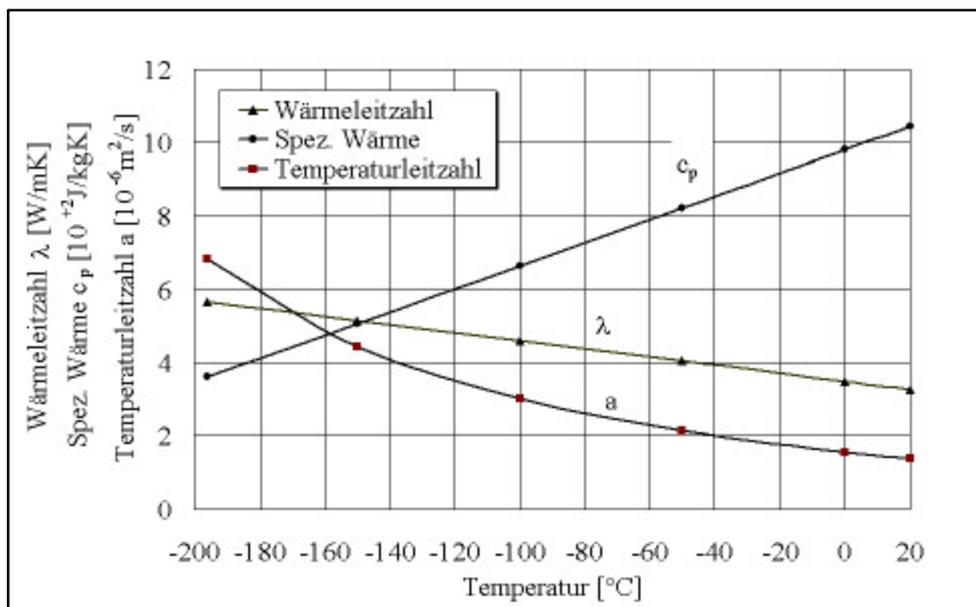
Thermische Kennwerte von Beton

Formeln 3.4, 3.5 und 3.1 (Seite 34 und 33):

$$\lambda(T) = \lambda_{RT} + 2,4 \cdot \left(1 - \frac{T+196}{216}\right) \quad - \text{Wärmeleitfähigkeit}$$

$$c_p(T) = c_{p,RT} - 0,19 \cdot \left(1 - \frac{T+196}{216}\right) \quad - \text{spezifische Wärmekapazität}$$

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \quad - \text{Temperaturleitzahl}$$

Diagramm 3.1 (Seite 34): $\lambda(T_0) = 3,26 \text{ W/mK}$; $c_p(T_0) = 0,29 \text{ Wh/kgK}$.

Thermische Kennwerte für Luftspalte

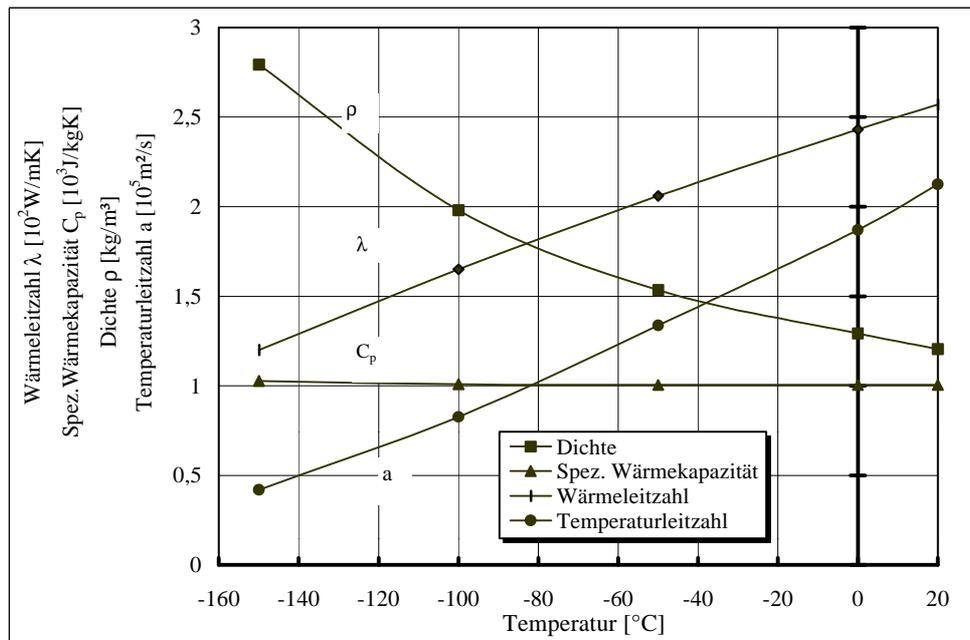
Formel 3.6 (Seite 36):

$$\rho = 5e - 5 * T^2 - 0,0025 * T + 1,262 \quad [\text{kg/m}^3]$$

$$\lambda = 0,008 * T + 2,43 \quad [10^2 \text{ W/m}^*\text{K}]$$

$$a = 0,01 * T + 1,88 \quad [10 \text{ m}^2/\text{s}]$$

Diagramm 3.4 (Seite 36): $c_p = 1000 \text{ [J/kg}^*\text{K]}$

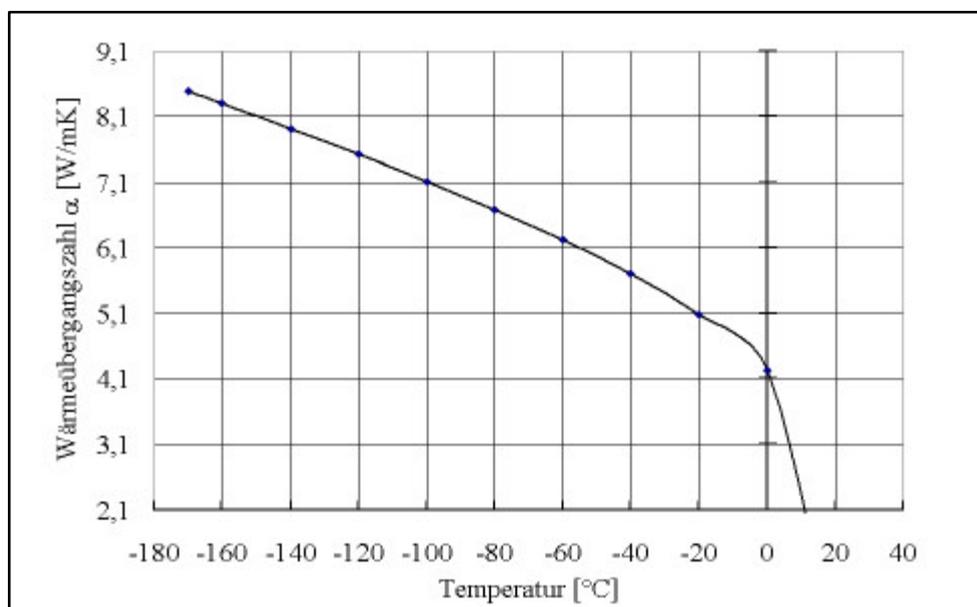


Konvektionszahl a auf der Luftseite

Formel 3.11 (Seite 38):

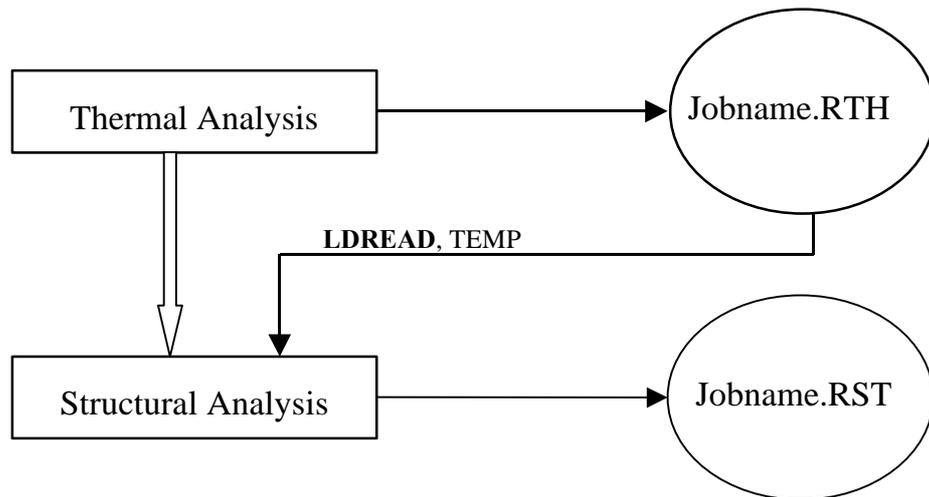
$$\alpha = 2 \cdot (20 - T)^{[(1,5 \cdot 10^{-4} \cdot T) + 0,25]} \quad [\text{W/mK}]$$

Diagramm 3.5 (Seite 38):



II. Instationäre thermische Strukturanalyse von Stahl- und Spannbetonstrukturen im TT-Bereich Berechnung mit ANSYS

1. Datenfluss der instationären thermischen Strukturanalyse



2. Elementtypen und Materialnummern

Elementtype (ET):

- Temperaturberechnung:
 - Solid70 (8-Knoten) Beton
 - Link33 (2-Knoten) Betonstahl bzw. Spannglieder
 - Solid70 (8-Knoten) Luftspalt
- Strukturanalyse:
 - Solid65 (8-Knoten) Betonstruktur
 - Link8 (2-Knoten) Betonstahl bzw. Spannglieder

Nummerierung der Materialien (Mat)

- 1 Beton
- 2 Betonstahl
- 3 Spannglieder
- 4 Luftspalt

3. Durchführung der instationären thermischen Strukturanalyse

Erster Schritt: instationäre Temperaturfeldberechnung

Preprocessor:

Temperaturabhängige thermische Kennwerte mit Mat-Nr.:

- Dichte

- Wärmeleitfähigkeit
- Spezifische Wärmekapazität

Diskretisierung der Betonstruktur

- Knoten: Knoten-Nr; Kartesisches Koordinatensystem (X, Y, Z)
Zylindrisches Koordinatensystem (r, θ , Z)
- Elemente: Element-Nr; Knoten; ET; Mat;

Thermische Randbedingung:

- Bestimmte Temperatur
- Konvektion

Solutionprozessor:

Lösungstyp: transiente Berechnung
Aktivieren der Effekte von Zeitintegration

Postprozessor:

Jobname.rth (Extension „RTH“ – Abkürzung von „result of thermal analysis“)

Zweiter Schritt: Strukturanalyse mit gekoppelten Temperaturfeldern

Preprozessor:

Temperaturabhängige Stoffgesetze mit Mat-Nr.

Temperaturabhängige Materialmodelle mit Mat-Nr.

- für Beton
TB, CONCR ! Betonmodell mit Mat.-Nr. 1
- für Betonstahl
TB, BKIN ! Bilinear kinematisches Modell mit Mat.-Nr. 2
- für Spannglieder
TB, BKIN ! Bilinear kinematisches Modell mit Mat.-Nr. 3

Diskretisierung der zu analysierenden Stahl- und Spannbetonstruktur

- Knoten: Gleiche Netzdichte wie für die Temperaturberechnung
- Elemente: Ersetzen der thermischen Elemente (Solid70, Link33)
durch die Elemente für Strukturanalysen (Solid65, Link8)

Aufbringen der statischen Last

Solutionprozessor:

Lösungstyp: Statik

Kopplung der thermischen Beanspruchung:

LDREAD, TEMP, ,JOBNAME, ,TIME, , RTH

Postprozessor:

Jobname.rst (Extension „RST“ – Abkürzung von „result of structural analysis“)

4. Räumliche Diskretisierung und zeitliche Integration

Räumliche Diskretisierung – max. Elementgröße 100 mm

In der FEM-Terminologie hat der Begriff Modellgenerierung gewöhnlich eine enger gefasste Bedeutung, nämlich das Generieren der Knoten und Elemente, die die räumliche Abmessung und den Zusammenhang des realen Systems darstellen.

Im Vergleich zur exakten mathematischen Lösung ergibt sich ein numerischer Fehler infolge der diskreten Modellgenerierung. Dieser Diskretisierungsfehler kann i. d. R. mit einer kleinen Netzdichte minimiert werden. Die Netzverfeinerung bedeutet zugleich auch die Steigerung des numerischen Aufwandes bei der Lösung.

Angesichts der Genauigkeit der Lösung und des numerischen Aufwandes wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit die maximale Elementgröße auf 100 mm Kantenlänge festgelegt. Dabei gilt die gleiche Netzdichte sowohl für die Temperaturfeldanalyse als auch für die Strukturanalyse, so dass die bei der FE-Temperaturberechnung ermittelte Knotentemperatur unmittelbar an die nachfolgende Strukturanalyse gekoppelt werden kann.

Zeitliche Integration – max. Zeitschritt 300 s

Bei der instationären Temperaturberechnung bestimmt die Zeitschrittgröße die Genauigkeit der Lösung: je kleiner der Wert, desto größer die Genauigkeit. Ein Anhaltswert für die Zeitschrittvorgabe zum Starten (IST) kann mit der folgenden Formel berechnet werden [A02]:

$$\text{IST} = \frac{\delta^2}{4a}$$

wobei δ die Länge der wärmeübertragenden Strecke eines Elements in Richtung des Wärmestroms und a die Temperaturleitzahl ist. Für Beton beträgt die Temperaturleitzahl a bei Normaltemperatur ca. 7 mm²/s (Siehe Bild 3.1). Gemäß der obenstehenden Formel ergibt sich der maximale Zeitschritt für die maximale Elementgröße 100 mm zu:

$$\text{IST} = \frac{100^2}{4 \cdot 7} \approx 357 \text{ s}$$

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde der maximale Zeitschritt $\text{IST} = 300 \text{ s}$ festgelegt.

Literaturverzeichnis

- [A01] Alex, R.: *Zeitabhängiges Plastizitäts- und Schädigungsmodell zur Berechnung von Tragwerken aus Stahlbeton unter statischen und dynamischen Einwirkung*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 1997.
- [A02] *ANSYS User's Manual*. Volume IV Theory, Rev. 5.3, Swanson Analysis System Inc. 1996.
- [A03] Argris, J.; Mlejnek, H.-P.: *Die Methode der finiten Elemente in der elementaren Strukturmechanik*. Band I, Verschiebungsmethode in der Statik. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1986.
- [B01] Bathe, K.-J.; Wilson, E.L.: *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1996.
- [B02] Bathe, K.J.; Wlczak, J.: *On the nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures*. ADINA–Seminar 95, Uni.–Bw.–München.
- [B03] Björk, A.; Dahlquist, G.: *Numerische Methoden*. R. Oldenburg Verlag, München 1979.
- [B04] Blessenohl, B.: *Beitrag zur Berechnung der Schnittgrößen aus Vorspannung auf elektronischen Rechenanlagen*. Bauingenieur 67 (1992) 227–233 © Springer-Verlag 1992.
- [B05] Blumenauer, H.; Pusch, G.: *Technische Bruchmechanik*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1982.
- [B06] Brameshuber, W.: *Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1988.
- [B07] Browne, R.D.; Bamforth, P.B.: *The use of concrete for cryogenic storage—a summary of research, past and present*. First International Conference on Cryogenic Concrete, Newcastle, 03. 1981.
- [C01] Carol, I.; Prat, P.C.: *A Multicrack model based on the theory of multisurface plasticity and two fracture energies*. In D. R. J. Owen, E. Oñate, and E. Hinton, Editors, Computational Plasticity, Proceedings of 4th Int. Conf. 1583–1595, Barcelona, Spain, 1995.
- [C02] *CEB–FIF MODEL–CODE 1990 Design Code*. Comite Euro–International du Beton, Fassung 1993.
- [C03] Chen, W.F.; Saleeb, A.F.: *Constitutive Equations for Engineering Material*. Volume 1: Elasticity and Modelling, Toronto: J. Wiley & Sons 1982.
- [C04] Chen, W.F.; Han, D.J.: *Plasticity for Structural Engineers*. Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg 1988.
- [C05] Cheyrezezy, M.; Stirnemann, G.: *Cryogenic concrete design data collection from a testing campaign*. Second International Conference on Cryogenic Concrete, Amsterdam 1983.
- [C06] Cornelissen, H.A.W. et al.: *Experiments and Theory for the Application of Fracture Mechanics in Normal and Lightweight Concrete*. Contributions International Conference on Fracture Mechanics of Concrete, Lausanne, Oct. 1985.

- [C07] Curbach, M.: *Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1987.
- [D01] Darwin, D.; Pecknold, D.A.: *Analysis of cyclic loading of Plane R/C structures*. Computers and Structures 7 (1977) 137–147.
- [D02] Duda, H.: *Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung*. Schriftreihe von DafStB, Heft 419, 1991.
- [E01] Erdmann, J. et al: *Tieftemperatur-Prüftechnologien für Bewehrungs- und Spannstähle sowie Beton im Tieftemperaturbereich +20 °C bis –180 °C*. Betonwerk + Fertigteil – Technik, 1 und 2, 1983.
- [F01] Federation Internationale de la Precontrainte: *State of art report on cryogenic behaviour of materials for prestressed concrete*. Wexham Springs, Publication 15. 904, 1982.
- [F02] Feenstra, P. H. et al: *A Plasticity Model and Algorithm for Mode-I Cracking in Concrete*. Intern. Journal for numerical Methods in Engineering, Vol. 38 (1995) 2509–2529.
- [F03] FIP-Commission 8, Working Group 1: *Performance and Design Criteria for Concrete Storage Vessel Systems RLG-Storage facilities*.
- [G01] Gopalaratnam, V.S.; Shah, S.P.: *Softening Response of Plain Concrete in direct Tension*. ACI Journal 82–27 (1985) 310–323.
- [G02] Goto, Y.; Miura, T.: *Experimental studies on properties of concrete cooled to absolute minus 160 °C*. Technology Reports Tohoku Univ., Vol. 44, No. 2, 1979.
- [G03] Griffith, A.: *Proceedings of 1th intern. Congress for Applied Mechanics*. Delft 1924
- [G04] Gröber et al: *Die Grundgesetze der Wärmeübertragung*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1988.
- [G05] Guo, Z. et al: *Auswertung von Versuchen zur mehrachsigen Betonfestigkeit, die an der TU München durchgeführt wurden*. Schriftreihe von DAfStB, Heft 447, 1995.
- [H01] Hamid R.; Lotfi; P.; Benson Shing: *Embedded Representation of Fracture in Concrete with Mixed Finite Elemente*. Intern. J. of numerical Methods in Eng., Vol. 38 (1995) 1037 – 1325.
- [H02] Harte, R.: *Spannbetonbehälter als Sicherheitshülle für einen kryogenen Ethylen-Lagertank*. Beton und Stahlbetonbau 89 (1994), Heft 2, 29–34 Ernst & Sohn Verlag.
- [H03] Hofstetter, G.: *Physikalisch. und geometrisch. nichtlineare Traglastanalysen von Spannbetonscheiben, -platten, und -schalen mittels der Methode der Finiten Elemente*. Dissertation, Wien, 1987.
- [H04] Hohberg, M.: *Flüssiggasbehälter aus Spannbeton*. Institut für Baukonstruktion und Festigkeit der Technischen Universität Berlin, 1980.
- [H05] Höring, G.: *Die Wärmeübertragung beim Kälteschock einer Betonkonstruktion*. Diplomarbeit, Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Okt. 1982.
- [I01] Inglis, C.E.: Trans. Inst. Nav. Arch. 60(1913), S.219.
- [I02] Irwin, G.R.; Kies, J.; Welding J. Research Supplement 34 (1952), S. 95.
- [I03] Iványi, G.; Schäper, M.: *Biegerißbildung von Stahlbetonbalken bei tiefen Temperaturen*. Bauingenieur 58 (1983) 135–142 © Springer-Verlag.
- [I04] *14th International LNG/LPG Conference and Exhibition Gastech*. 90 Amsterdam, Niederland. 04.12.1990.

- [K01] Kanazu, T.; Aoyagi, Y.: *Flexural Rigidities and Cracking Behaviours of reinforced Concrete Members subjected to thermal Gradients in the low Temperature Region*. Central Research Institute of Electric Power Industry, Abiko, Japan. Re. No.380018, Nov. 1980.
- [K02] Kießl, K.; Gertis, K.: *Feuchtetransport in Baustoffen*. Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen der Universität–Gesamthochschule–Essen, Heft 13, 1981.
- [K03] Klein, D. et al: *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs–Special Problems of Material Nonlinearity*. 3rd Post Conference on Computational Aspects of the Finite Element Method. Sep. 89, 1975, at Imperial College, London.
- [K04] Klein, E.: *Ein Beitrag zur Beschreibung des Betonverhaltens unter extremer hydrostatischer Beanspruchung*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1989.
- [K05] Klingsch, W.: *Materialeigenschaften von Beton im Tieftemperaturbereich*. Forschungsbericht (nicht veröffentlicht), Institut für Baustofftechnologie und Brandschutz, Fachbereich Bauingenieurwesen der Bergischen Universität Wuppertal, 1982.
- [K06] Klingsch, W.: *Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung*. Dissertation, Technischen Universität Carolo Wilhelmina zu Braunschweig, 1975.
- [K07] König, G.; Schnell, G.: *Rißentwicklung von Stahlbetonkörpern unter äußerer Last bei Tieftemperatur*. Bauingenieur 62 (1987) 363–370, © Springer-Verlag 1987.
- [K08] Krätzig, W. B.; Zahlten, W.: *The Application of Plastic Fracturing, Theory to the Finite Element Analysis of General Reinforced Shells*. Proc. SMIRT 1989, VolB, S. 311–322.
- [K09] Krätzig, W.B. et al: *Nichtlineare Analysen von Stahlbeton–Flächentragwerken gemäß Eurocode 2*. Bauingenieur 70 (1995) 47–54, ©Springer-Verlag 1995.
- [K10] Krischer, O.; Eschdorn, H.: *Einfaches Kurzzeitverfahren zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit, der Wärmekapazität und der Wärmeeindringzahl fester Stoffe*. VDI Forschungsheft Nr. 450 (1955).
- [K11] Krishnawamy, K.T.: *Strength and micocracking of plain concrete under triaxial compression*. ACI Journal, Proceedings Vol. 65, No. 10, 856–862, Okt. 1968.
- [K12] Kupfer, H.; Hilsdorf, H.K.; Rüschi, H.: *Behavior of concrete under biaxial stress*. ACI Journal Proceedings Vol. 66, No. 8, 656–666, August 1969.
- [L01] Launay, P.; Gachon, H.: *Strain and ultimate strength of concrete under triaxial stress*. Proceedings of the First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Vol. 4 Part H Paper H1/3, Berlin, Sept. 1971.
- [L02] Lemaitre, J.; Chaboche, J.-L.: *Mechanics of solid materials*. English translation © Cambridge University Press 1990.
- [L03] Lentz, A.E.; Monfore, G.E.: *Thermal conductivities of portland cement paste, aggregate and concrete down to very low temperatures*. J. of the PCA Reserch and development Laboratories 8 (1966) Nr.3.
- [M01] Márkus, G.: *Theorie und Berechnung rotationssymmetrischer Bauwerke*. Werner-Verlag 3. Auflage, Düsseldorf, 1978.
- [M02] Meschke, G.; Mang, H.; Lackner, R.: *Recent accomplishments and future research directions in computational plasticity of reinforced concrete structures*. In D.R.J. Proceedings of COMPLAS V 1997, Fundamentals and Applications, 119–144. CIMNE, 1997.
- [M03] Mehlhorn, G.: *Grundlagen zur physikalisch nichtlinearen FEM–Berechnung von Tragwerken aus Konstruktionsbeton*. Bauingenieur 70 (1995), 313–320, © Springer-Verlag 1990.

- [N01] Ngo, D.; Scordelis, A.C.: *Finite element analysis of reinforced concrete beams*. Journal of ACI 64 (1967).
- [N02] Nguyen, T.N.: *Rotationssymmetrische Spannbetonbehälter unter Kälteschock*. Institut für Konstruktiven Ingenieurbau Ruhr–Universität Bochum Mitteilung Nr. 88–9 November 1988.
- [N03] Niemann, H.J.; Nguyen, T.N.: *Zur Berechnung von tieftemperaturbeanspruchten Spannbetonbehältern*. Bauingenieur 65 (1990) 235–241, © Springer-Verlag 1990.
- [N04] Niemann, H.-J.; Schübel, V.: *Tieftemperaturversuche an Spannbetonplattenstreifen mit und ohne Liner*. Bericht Nr. 322–03–03 LNG–Speichertechnik, Arbeitsgemeinschaft Bilfinger + Berger, Krupp Industrietechnik (1985).
- [O01] Okada, T.; Iguro, M.: *Bending behaviour of prestressed concrete beams under low temperature*. Journal of Japan Prestressed Concrete Engineering Association, Vol. 20, 17–35, Special Issue for 8th FIP Congress 1987.
- [O02] Ottosen, D.: *Constitutive Model for Short–Time Loading of Concrete*. ASCE EM. 1 Vol. 105, 1979.
- [O03] Ortiz, M.: A constitutive theory for the inelastic behaviour of concrete. Mech. Mat. 4, 67–93 (1985)
- [P01] Pfützenreuter, K.H.: *Verbundverhalten von Betonstahl im Tieftemperaturbereich*. Diplomarbeit im Fachbereich Bauwesen der Universität–GHS–Essen, 1982.
- [P02] Pramono, E.; Willam, K.: *Fracture Energy Based Plasticity Formulation of Plain Concrete*. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, No. 6, Juni 1989.
- [P03] Pusch, U.; Rostásy, F.S.: *Stahlbeton- und Spannbetonbauteile bei extrem tiefer Temperatur*. Schriftreihe von DAFStB, Heft 417, 1991.
- [P04] Podgórski, J.: *General Failure Criterion for Isotropic Media*. Journal of Engineering Mechanics. Vol. 11, No. 2, Feb. 1985.
- [P05] Pusch, U.: *Spannung, Verformungen und Rißbildung bewehrter Betonbauteile bei tiefen Temperaturen*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1990.
- [R01] Rashid, Y.R.: *Analysis of prestressed concrete pressure vessels*. Nuclear Engineering and Design, 7 1968.
- [R02] Rehm, G.: *Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton*. Schriftreihe von DAFStB, Heft 138, 1961.
- [R03] Rostásy, F.S.; Scheuermann, J.: *Ingenieurmäßiges Berechnungsmodell für Stahl- und Spannbeton bei sehr tiefen Temperaturen*. Teil 1 und 2, Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, Dezember 1984.
- [R04] Rostásy, F.S.; Scheuermann, J.: *Verbundverhalten einbetonierten Betonrippenstahls bei extrem tiefer Temperatur*. Schriftreihe von DAFStB, Heft 380, 1987.
- [R05] Rostásy, F.S.; Scheuermann, J.; Wiedemann, G.: *Verhalten von Spann- und Bewehrungsstahl bei tiefer Temperatur*. Betonwerk + Fertigteil – Technik, Teil 2 und 3, 1982.
- [R06] Ruhrgas AG: *Grundzüge der Erdgaswirtschaft Kapitel VIII*.
- [S01] Saenz, L.P.: *Equation for the Stress–Strain of Concrete*. ACI Vol.64 (1964) 1227–1239.
- [S02] Sargin, M.: *Stress–Strain–Relationship for Concrete and Analysis of Concrete Sections*. Study No.4, Solid Mechanics Divisions, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada 1971.

- [S03] Sato, R.: *Analysis of Deformation and Crack of reinforced Concrete Flexural Members subjected to Thermal Loading in the low Temperature Region*. Dissertation, Tokyo Institute of Technology, 1982.
- [S04] Schäfer, H. et al: *Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Stahlbetonplatten mit der Finite-Elementen-Methode*. Beton- und Stahlbetonbau 70(1975) 265–274.
- [S05] Schäper M.: *Tieftemperaturbeanspruchte Spannbetonbehälter*. Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen, Nr.27, Universität-Gesamthochschule-Essen 1984.
- [S06] Scheuermann, J.: *Zum Einfluß tiefer Temperatur auf Verbund und Rißbildung von Stahlbauteilen*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig 1987.
- [S07] Schnell, J.R.: *Zur Bemessung von bewehrten Betonbauteilen für kombinierte Beanspruchung aus Last, Vorspannung und Temperaturzwang unter Berücksichtigung temperaturabhängiger Materialgesetze bei Normal- und Tieftemperatur*. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt. Heft 37 1986.
- [S08] Simo, J. C.: *Algorithms for static and dynamic multiplicative plasticity that preserve the classical return mapping schemes of the infinitesimal theory*. Comp. Methods in Appl. Mech. Eng., Vol. 99 (1992) 61–112.
- [S09] Speidel, S.-R.: *Flüssiggasbehälter aus Beton*. Beton Nr. 4, 1989.
- [S10] Sinha, B.P.; Gerstle, K.H.; Tulin, L.G.: *Stress-Strain relations for concrete under cyclic Loading*. ACI Journal 61 (1964) 195–211.
- [T01] Touloukian, Y.S.: *Thermophysical Properties of Matter*. IFI Plenum New York, Washington 1970.
- [V01] Vandewalle, L.; Mortelmann, F.: *Investigation of the bond stress between a reinforcement bar and concrete under cryogenic conditions*. Second International Conference on Cryogenic Concrete, Amsterdam, October 1983.
- [W01] Welsch, J.: *Zentrischer Temperaturzwang von Stahlbeton und Spannbeton bei Abkühlung auf sehr niedrige Temperatur*. Techn. –wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 84–8, Institut für konstruktiven Ingenieurbau. Ruhr-Universität Bochum, Dezember 1984.
- [W02] Wiedemann, G.: *Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton*. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, H.55, 1982.
- [W03] Willam, K.J.; Warnke, E.D.: *Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete*. Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering, Vol. 19, ISMES, Bergamo, Italy, P. 174, 1975.
- [W04] Wischers, G.; Dahms, J.: *Das Verhalten des Betons bei sehr niedrigen Temperaturen*. Beton 20 (1970), H. 4, 135–139, H. 5, 65–73.
- [Y01] Yamane, S.; Kasami, H.; Okuno, T.: *Properties of concrete at very low temperatures*. ACI Douglas McHenry Int. Symp. On Concrete and Concrete Structures, Paper 9, 1978.
- [Z01] Zienkiewicz, O.C.: *Methode der Finiten Elemente*. Wien. Carl Hanser Verlag 1984.
- [Z02] Zahlten, W.: *Ein Beitrag zur physikalisch und geometrisch nichtlinearen Computeranalyse allgemeiner Stahlbetonschalen*. Technisch-Wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 90–2, Ruhr-Universität, Bochum 1990.

In der Schriftenreihe des Lehr- und Forschungsgebietes Baustofftechnologie und Brandschutz, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Bergische Universität Wuppertal sind bisher erschienen:

- Heft 1: Friedrich-Wilhelm Wittbecker: Gesamttragverhalten thermisch instationär beanspruchter Stahlverbundkonstruktionen, 1987
- Heft 2: Bernd Haegermann: Zum Einfluss der Nachbehandlung und der Lagerung auf die Betonqualität unter besonderer Berücksichtigung der Frost-Tausalz-Widerstands, 1987
- Heft 3: Ulrich Hamme: Zum Gesamttragverhalten stählerner Stabwerke während und nach einer thermisch instationären Beanspruchung, 1990
- Heft 4: Ulrich Neum: Ein Prüfverfahren auf Ultraschllbasis zur Lokalisierung äußerlich nicht erkennbarer Holzschädigung, 1990
- Heft 5: Hartlev Liebchen: Untersuchung zur Wirkungsweise von Straßenschwellen auf das Fahrzeugverhalten, 1991
- Heft 6: Burkhard König: Historische gusseiserne Stützen – Ein zerstörungsfreies Beurteilungsverfahren für die Belastbarkeit bei Normaltemperatur und für den Brandfall, 1995
- Heft 7: Deltlef Mamrot: Zur Komplexität des Verlaufs von Bränden in Bauwerken – Sensitivitätsanalyse, 1998
- Heft 8: Sayed Saleh Attia: Performance of Fire Design of Columms by Eurocodes 2, 4 – Investigation in the use of Level 1 and Level 2, 1999
- Heft 9: Friedrich-Wilhelm Wittbecker: Zur szenarioabhängigen Ermittlung und Beurteilung des brandtechnologischen Materialverhaltens, 2000