
Entwicklung eines Verfahrens zur photogrammetrischen
Verformungsmessung mittels handelsüblicher Digitalkamera und
Systemidentifikation mit der Methode der inversen finiten Elemente

Dissertation

zur

Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

im

Fachbereich D
Architektur, Bauingenieurwesen, Maschinenbau, Sicherheitstechnik
der Bergischen Universität Wuppertal

vorgelegt von

Christoph Stephan
aus Haan

2015

Zusammenfassung

Um die Standsicherheit und Funktionstüchtigkeit bestehender Bauwerke während ihrer gesamten Lebensdauer gewährleisten zu können, sind regelmäßige Untersuchungen und Bewertungen unerlässlich. Von besonderem Interesse sind dabei zerstörungsfreie Prüfmethoden, die beispielsweise auf Verformungs- oder Frequenzmessungen an der Struktur basieren.

Im ersten Teil dieser Arbeit werden Verfahren vorgestellt, die das Potenzial handelsüblicher Digitalkameras aus dem Jahre 2015 nutzen, um solche Messungen photogrammetrisch durchzuführen. Dazu wird die Position vorgegebener Punkte der Struktur in mehreren, nacheinander aufgenommenen Fotos des unverformten und verformten Zustands zunächst in Pixeln identifiziert und anschließend in echte Längeneinheiten umgerechnet. Die hierzu nötige genaue Kenntnis der Kamera und des Abbildungsvorgangs sowie dessen Invertierung werden eingehend erläutert.

Ein numerisches Verfahren zur Systemidentifikation bildet die Methode der inversen Finiten Elemente (iFEM), die im zweiten Teil dieser Arbeit vorgestellt und weiterentwickelt wird. Einer klassischen Modellierung mit Finiten Elementen werden zusätzliche Struktur- und Lastfreiheitsgrade hinzugefügt. Diese, sowie Abweichungen der rechnerischen Lösung von Messwerten, die an der bestehenden Struktur durchgeführt werden, werden mit Kosten bestraft, die es zu minimieren gilt. Es wird eine Erweiterung präsentiert, bei der die Kostenfunktion direkt minimiert wird, was unter anderem eine Berücksichtigung von Eigenfrequenzen als zusätzliche Messwerte und die Beschränkung von Freiheitsgraden erlaubt.

Im dritten Teil der Arbeit werden zunächst in einer Reihe von Laborversuchen die Leistungsfähigkeiten und Genauigkeiten der photogrammetrischen Messmethode und der iFEM untersucht. Verformungen können mit einer Genauigkeit von $\pm 0,2$ Pixel ermittelt werden. Unter Berücksichtigung der Auflösung der verwendeten Kamera und einer Breite des Messbereichs von 30 cm entspricht dies 0,008 mm. Ebenso kann die grundsätzliche Funktionstüchtigkeit der iFEM gezeigt werden. Allerdings bleibt die Methode bei einer Reihe von Anwendungen deutlich hinter den Erwartungen zurück.

Schließlich werden die Methoden bei realen Anwendungsbeispielen eingesetzt, um ihre Praxistauglichkeit zu demonstrieren.

Abstract

Regular inspections and assessments of existing structures are indispensable for ensuring their stability and serviceability throughout their life span. Non-destructive testing methods based on displacement and frequency measurements are of particular interest for this purpose.

The first part of this work presents techniques using the potential of ordinary digital cameras from 2015 to perform those measurements photogrammetrically. The position of given points of the structure therefore is identified in pixels on several pictures in a row taken from the undeformed and deformed state, respectively. The pixel units are then transformed into true length units. A good understanding of the camera and the mapping process as well as its inversion is necessary and will thus be explained in detail. One numerical technique for system identification is the method of inverse finite elements (iFEM) which will be assessed and advanced in the second part of this work. Additional degrees of freedom for structural properties and loads are added to the classical finite element model. These, as well as the deviations of the calculated solution with respect to the measurements taken from the existing structure, are penalised by costs which need to be minimised. An extension is presented which directly minimises the cost function. Among other benefits, this allows to consider eigenfrequencies as additionally measured values and to constrain the degrees of freedom.

A number of laboratory tests are then carried out in the third part of this work to investigate the performance and accuracy of the photogrammetric measurement method and the iFEM. Displacements can be determined with an accuracy of $\pm 0,2$ pixels. This corresponds to 0,008 mm considering the resolution of the camera and the width of the measuring range of 30 cm. The general functionality of the iFEM can be equally shown, but the method fails to live up to expectations for a series of applications. Finally, the methods are applied to real examples of use to demonstrate their practicability.

Die Dissertation kann wie folgt zitiert werden:

urn:nbn:de:hbz:468-20160118-112918-7

[<http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn%3Anbn%3Ade%3Ahbz%3A468-20160118-112918-7>]

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2010 bis 2015 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehr- und Forschungsgebiet Baumechanik und Numerischen Methoden an der Bergischen Universität Wuppertal.

Mein besonderer Dank gilt dabei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfhard Zahlten, der mir sehr große Freiheiten sowohl bei der Auswahl als auch der Bearbeitung dieses interessanten Themas gewährt hat. Sein großes Vertrauen war die Grundlage für die eigenständige Erstellung dieser wissenschaftlichen Arbeit. Neben ihm waren auch meine Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl eine große Unterstützung. Die inspirierenden Gespräche sowie intensive und vertrauensvolle Zusammenarbeit mit Dipl.-Ing. Sebastian Roesler haben insbesondere bei der gemeinsamen Entwicklung von FE-MeNuM einen wichtigen Grundstein dieser Arbeit gebildet. Dipl.-Ing. Leska Sauder und Katharina Schwenzer, MSc. möchte ich dafür danken, dass sie mir neben vielen konstruktiven Gesprächen vor allem im letzten Jahr den Rücken frei gehalten haben, sodass ich mich voll meiner Arbeit widmen konnte. Beate Lepine gebührt großer Dank für ihren vollen Einsatz bei der Durchführung und Auswertung unzähliger Versuche, sowie für die Unterstützung bei der Erstellung der schriftlichen Ausarbeitung. Beate Nietzold sowie alle studentischen und wissenschaftlichen Hilfskräften des Lehrstuhls danke ich ebenfalls für ihre Unterstützung. Die Zeit in Wuppertal wird mir stets in guter Erinnerung bleiben.

Danken möchte ich außerdem Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Steffen Anders für die vertrauensvolle und fachlich bereichernde Zusammenarbeit bei der Durchführung und Begleitung von Versuchen in der Versuchshalle des Instituts für konstruktiven Ingenieurbau, sowie für die Begutachtung meiner Arbeit. Ebenso möchte ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Andreas Schlenkhoff für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission, sowie Herrn Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Karl-Hans Klein für seine Mitarbeit danken, für die er noch einmal an seine alte Wirkungsstätte zurückgekehrt ist.

Meiner Frau Susanne danke ich für ihre unablässige Unterstützung und die verständnisvolle Begleitung durch alle Höhen und Tiefen während des Entstehungsprozesses dieser Arbeit. Ohne diesen Rückhalt wäre ein solches Resultat nicht möglich gewesen.

Wuppertal, im Januar 2016

Christoph Stephan

Tag der mündlichen Prüfung: 18. Dezember 2015

Mitglieder der Prüfungskommission:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Andreas Schlenkhoff	Vorsitz
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfhard Zahlten	1. Gutachter
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Steffen Anders	2. Gutachter
Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Karl-Hans Klein	

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	X
Tabellenverzeichnis	XII
1 Motivation	1
1.1 Notwendigkeit der Bewertung bestehender Strukturen	1
1.2 Relevanz von Verformungsmessungen	1
1.3 Potential heutiger, handelsüblicher Digitalkameras	2
1.4 Verwendung photogrammetrisch ermittelter Messdaten und der iFEM zur Systemidentifikation	2
I Photogrammetrische Verformungserfassung	3
2 Einführende Betrachtung in die photogrammetrische Verformungserfassung	5
3 Berührungslose Verformungsmessung und photogrammetrische Messverfahren	7
3.1 Berührungslose Verformungsmessungen	7
3.2 Photogrammetrische Messverfahren	9
3.3 Bisherige Anwendung photogrammetrischer Verformungserfassung	10
4 Kameraabbildung	11
4.1 Abbildung in der Lochkamera – Zentralprojektion	11
4.2 Abbildung und Rücktransformation einer Ebene	12
4.3 Linsenverzerrung	13
4.4 Zusammenfassung der Transformationen	15
4.5 Reale Kamera	16
5 Kamerakalibrierung	19
5.1 Grundprinzip des Verfahrens	19
5.2 Kalibrierung mittels Schachbrettmuster	19
5.3 Objektive mit fester Brennweite und Einfluss der Fokussierung	21
6 Musterverfolgung	23
6.1 Pixelbasierte Verfahren	23
6.1.1 Grundidee der Verfahren und ein simpler Algorithmus	23
6.1.2 Wahl der Muster	24
6.1.3 Suchbereiche	25
6.1.4 Pyramidale Beschleunigung	27
6.1.5 Subpixel-Verfeinerung	29

6.2	Merkmalerkennung (Feature Detection)	30
6.2.1	Grundlagen und Ablauf des Verfahrens	30
6.2.2	Grundlegende Veröffentlichungen und gängige Algorithmen	32
6.2.3	Ermittlung von Transformationen	33
6.2.4	Wahl der Muster	33
6.3	Gegenüberstellung beider Verfahren	34
7	Ermittlung von Verformungen in einer Ebene	37
7.1	Verfolgung nach perspektivischer Entzerrung	37
7.2	Verfolgung im perspektivisch verzerrten Bild	38
7.3	Vergleich der Verfahren	38
7.4	Zu erwartende Genauigkeiten	39
7.4.1	Kalibrierung	39
7.4.2	Musterverfolgung	39
7.5	Fehlerquellen und mögliche Lösungen	39
7.5.1	Unbeabsichtigte Kamerabewegungen	39
7.5.2	Nicht in Messebene platzierbares Orientierungsbild	40
7.5.3	Belichtung	41
7.5.4	Große Verformungen	41
8	Ermittlung der Verformung orthogonal zur Ebene	43
8.1	Aufspaltung der Transformationsmatrix	43
8.2	Skalierung	44
8.3	Mögliche Genauigkeiten	44
9	Frequenzmessung	45
9.1	Grundidee des Verfahrens	45
9.2	Ermittlung der Verformungen	45
9.3	Theoretisch erreichbare Genauigkeit und Anwendungsgrenzen	45
10	Programmtechnische Umsetzung	47
10.1	Entwicklungsumgebung	47
10.2	Kamerakalibrierung	47
10.3	Transformation der Fotos	47
10.4	Musterverfolgung	48
10.4.1	Pixelbasiert	48
10.4.2	Merkmalerkennung	48
10.5	Anwendungen und Benutzeroberflächen	48
10.5.1	PG-MeNuM	48
10.5.2	PG-MeNuM-Live	51

II	Systemidentifikation auf Grundlage der Methode der inversen Finiten Elemente	53
11	Methode der inversen Finiten Elemente – Stand der Forschung	55
11.1	Einführende Betrachtung	55
11.2	Erweiterung der Gleichgewichtsbedingung	56
11.3	Kostenformulierungen	56
11.4	Algorithmen für statische Berechnungen	57
11.4.1	Verwendung eines einzelnen Experiments	57
11.4.2	Verwendung mehrerer Experimente	59
11.5	Algorithmen für dynamische Berechnungen	60
12	Weiterentwicklung des Verfahrens	61
12.1	Direkte numerische Optimierung	61
12.1.1	Algorithmen zur direkten Kostenminimierung	61
12.1.2	Begrenzung des Bereichs	62
12.1.3	Netz von Startstellen	62
12.1.4	Verwendung von Berechnungsalgorithmen der klassischen FEM	62
12.1.5	Kopplung von iFEM-Freiheitsgraden	63
12.2	Ankopplung von Eigenfrequenzmessungen	63
12.2.1	Kostenformulierung	63
12.2.2	Algorithmus zur linearen statischen Berechnung	64
12.2.3	Implementierung in FE-MeNuM	66
12.2.4	Validierungen an einem synthetischen Beispiel	66
III	Validierung und Experimentelle Anwendungen	69
13	Verwendete Ausrüstung	71
13.1	Kamera und Zubehör	71
13.2	Kalibrierplatten und Kalibrierungen	72
13.3	Zielmarken	73
13.4	Messtechnik für Referenzmessungen	73
14	Laborversuche zur Validierung	75
14.1	Versuchsstände	75
14.1.1	Versuchsstand I - Balken auf zwei Stützen	75
14.1.2	Versuchsstand II - elastisch eingespannter Kragarm	76
14.1.3	Versuchsstand III – zweigeschossiger Turm	77
14.2	Genauigkeitsuntersuchung zur Verformungsmessung in der Messebene	77
14.2.1	Einflussfaktoren innerhalb der photogrammetrischen Messung	78
14.2.2	Vergleich der Verfolgung vor und nach perspektivischer Entzerrung	83
14.2.3	Unbeabsichtigte Kamerabewegungen und sonstige Störgrößen	84
14.2.4	Vergleich mit Referenzmessungen	88
14.2.5	Hinweise für die praktische Umsetzung	90
14.3	Genauigkeitsuntersuchung zur Verformungsmessung orthogonal zur Ebene	90
14.4	Genauigkeitsuntersuchung zur Frequenzmessung	91
14.5	Erfassung kompletter Biegelinien	93

14.6	IFEM-Berechnungen	94
14.6.1	Bestimmung von Ort und Größe der Schädigung von Versuchsstand I	94
14.6.2	Steifigkeitsbestimmungen an Versuchsstand II	97
14.6.3	Zusammenfassung der iFEM-Berechnungen	100
15	Baupraktische Anwendungsbeispiele	101
15.1	Biegezugversuche mit faserbewehrten Betonbalken	101
15.2	Eigenfrequenzmessung von Freileitungen	105
15.3	Untersuchung eines Lampenmastes	107
15.3.1	Biegelinien und Eigenfrequenz	108
15.3.2	Bestimmung der Größe der elastischen Einspannung	109
15.3.3	Bestimmung der Größe der elastischen Einspannung und der Wandstärke des Mastes	110
15.3.4	Vergleich der Berechnungsergebnisse und Fazit der iFEM-Untersuchungen	111
IV	Schlussbetrachtung	115
16	Zusammenfassung und Beurteilung	117
17	Ausblick	119
V	Literaturverzeichnis und Anhänge	121
	Literaturverzeichnis	122
A	Mathematische und physikalische Grundlagen der Kameraabbildung	129
A.1	Projektive Geometrie	129
A.2	Arten von Transformationen	131
A.2.1	Isometrien	131
A.2.2	Ähnlichkeitstransformationen	132
A.2.3	Affine Transformationen	133
A.2.4	Projektive Transformationen	133
A.3	Abbildung in der Lochkamera	134
A.3.1	Intrinsische Kameraparameter	134
A.3.2	Extrinsische Kameraparameter	136
B	Übersicht der iFEM-Matrizen	137
C	Weitere Darstellungen zu den iFEM-Berechnungen aus Abschnitt 14.6.1	139

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematische Darstellung der photogrammetrischen Messung	6
4.1	Schematische Darstellung einer Lochkamera	11
4.2	Schematische Darstellung der radialen Linsenverzerrung	13
4.3	Transformation Welt \leftrightarrow Bild	15
4.4	Schärfentiefe und Zerstreuungskreise bei einer realen Kamera	16
4.5	Einfluss der Fokussierung auf die Brennweite	17
5.1	Extrinsische Kameraparameter einer Kalibrierreihe	20
6.1	Schematische Darstellung des simplen pixelbasierten Algorithmus zur Musterverfolgung	24
6.2	Beispiele für Suchmuster und mittlerer Fehler	26
6.3	Anschauliche Darstellung der Pyramidenbildung	28
6.4	Pyramidenebenen 0 bis 5 für Muster 3 aus Abbildung 6.2a	28
6.5	Subpixel-Verfeinerung	29
6.6	Ableitung der Helligkeit von Muster 3	30
6.7	Charakteristische Punkte für Abbildung 6.2a	31
6.8	Punktkorrespondenzen	32
7.1	Foto vor und nach perspektivischer Entzerrung	37
7.2	Suchmuster bei Änderung der Sonneneinstrahlung	41
10.1	Benutzeroberfläche von PG-MeNuM	49
12.1	Begrenzung des Bereiches und Netz von Startstellen	62
12.2	Linearer, statischer Berechnungsalgorithmus mit Berücksichtigung der Eigenfrequenzen .	65
12.3	System zur Validierung des Algorithmus	67
13.1	Verwendete Schachbrettmuster mit unterschiedlichen Abmessungen	72
13.2	Exemplarische Darstellung von Kameramatrix und Reprojektionsfehler	73
14.1	Versuchsstand I – Balken auf zwei Stützen	75
14.2	Versuchsstand II – elastisch eingespannter Kragarm	76
14.3	Versuchsstand III - zweigeschossiger Turm	77
14.4	Einflussfaktoren innerhalb der photogrammetrischen Messung	78
14.5	Einfluss der Musterdefinition – Mittelwertbereinigte Verformung	80
14.6	Einfluss der Größe der Verschiebung auf den Konfidenzbereich	82
14.7	Vergleich der Verfolgung vor und nach perspektivischer Entzerrung	83
14.8	Kamerabewegung durch Auslösen – Befestigung auf Stativ	84
14.9	Verschiebungen durch Kamerabewegung	85
14.10	Kamerabewegung durch Auslösen – Kamera fest eingespannt	85
14.11	Unbeabsichtigte Kamerabewegung – Absolutwerte der Verschiebungen Δv_x	86
14.12	Kamerabewegung – Kompensation mittels Orientierungsbestimmung	87
14.13	Vergleich der photogrammetrischen Messung mit einer Referenzmessung	89

14.14	Genauigkeitsuntersuchung zur Messung orthogonal zur Ebene	91
14.15	Genauigkeitsuntersuchung zur Frequenzmessung	92
14.16	Genauigkeitsuntersuchung zur Frequenzmessung – orthogonal	92
14.17	Biegelinien von Versuchsstand I	93
14.18	Biegelinien von Versuchsstand II	94
15.1	Versuchsaufbau für Biegezugversuche	101
15.2	Verformung vor und nach der Erstrissbildung sowie am Versuchsende	103
15.3	Ermittelbare Dehnungsverteilung vor und nach der Erstrissbildung	104
15.4	Eigenfrequenzmessung von Freileitungen	105
15.5	Abbildung und technische Daten des Versuchsmastes	107
15.6	Biegelinien des Versuchsmastes für Messreihe 2	109
15.7	Vergleich der Berechnungsergebnisse am Beispiel von Messreihe 2, Laststufe 6	111
A.1	Arten von Transformationen	132
C.1	Klassische iFEM-Untersuchung an Versuchsstand I mit synthetischen Messwerten	140
C.2	Direkte Optimierung an Versuchsstand I mit synthetischen Messwerten	141
C.3	Klassische iFEM-Berechnung ↔ Direkte Optimierung mit Kostenfaktoren 1	142
C.4	Klassische iFEM-Berechnung ↔ Direkte Optimierung mit Kostenfaktoren 2	143
C.5	Klassische iFEM-Berechnung ↔ Direkte Optimierung mit Kostenfaktoren 3	144

Tabellenverzeichnis

6.1	Gegenüberstellung von pixelbasierter Musterverfolgung und der Identifikation über Merkmalserkennung	35
7.1	Gegenüberstellung von Verfolgung NACH und VOR perspektivischer Entzerrung	38
12.1	Validierung an synthetischem Beispiel - Ergebnisse	68
13.1	Technische Daten der verwendeten Kamera	71
14.1	Einfluss der Musterdefinition – Standardabweichung	80
14.2	Streuungen innerhalb der Photogrammetrie – Zusammenfassung	81
14.3	Streuungen innerhalb der Photogrammetrie – Verschiebungen und Bildbereiche	82
14.4	Unbeabsichtigte Kamerabewegung – Fehlerbalken	86
14.5	Unbeabsichtigte Kamerabewegung – Kompensiert	87
14.6	Kostenfaktoren	95
14.7	Versuchsstand II – Bestimmung von Federsteifigkeit und Last	98
14.8	Versuchsstand II – Eigenfrequenzen	98
14.9	Versuchsstand II – Bestimmung von Federsteifigkeit, Querschnittshöhe und Last	99
14.10	Versuchsstand II – Federsteifigkeit, Querschnittshöhe und Last, 2 Bereiche	99
15.1	Horizontale Eigenfrequenzen der Leiterseile [Hz]	106
15.2	Übersicht der durchgeführten Messreihen	108
15.3	Ergebnisse der Bestimmung der Einspannung	110
15.4	Ergebnisse der Bestimmung von Einspannung und Wandstärke	111
A.1	Gegenüberstellung euklidischer und projektiver Geometrie	131
B.1	iFEM-Systemmatrizen	137
B.2	iFEM-Kostenmatrizen	137
B.3	iFEM-Vektoren	138

Formelzeichen und verwendete Abkürzungen

Nachfolgend sind alle verwendeten Zeichen, relevante Formatierungen und Abkürzungen aufgeführt und ihre Bedeutung kurz erläutert.

Lateinische Buchstaben und Ziffern

Buchstabe	Bedeutung
$\mathbf{0}$	Nullvektor
$\mathbf{0}$	Nullmatrix
a	Untergrenze
b	Breite des Sichtfeldes
	Obergrenze
c	Federsteifigkeit
d	Durchhang
f	Brennweite
	Farbwert
	Frequenz
	Statistische Freiheitsgrade
\underline{f}	Vektor der Eigenfrequenzen
f_*	Kostenfaktor (einfach indiziert)
\underline{f}_*	Vektor der Kostenfaktoren (einfach indiziert)
g	Gegenstandsweite
	Erdbeschleunigung
\mathbf{g}	lokale iFEM-Elementparameter-Matrix
h	Höhe des Sichtfeldes
	Querschnittshöhe
\mathbf{h}	lokale iFEM-Lastmatrix
\mathbf{k}	lokale Elementsteifigkeitsmatrix
l	Länge
n	Anzahl
m	Scherungsparameter
p	Punkt in einer Ebene
r	Radius
\underline{r}	Spaltenvektor der Rotationsmatrix \mathbf{R}
s	Skalierungsparameter
	empirische Standardabweichung
t	Zeit
	Studentsche t-Verteilung
\underline{t}	Translationsvektor
v	projektiver Abbildungsparameter
	Verschiebung
\underline{v}	Verformungsvektor
w	Durchbiegung
x,y	Koordinatenrichtungen in der Ebene

Buchstabe	Bedeutung
A	Querschnittsfläche
B	Anzahl der Pixel in einem Bild
D	Definitionsbereich
\mathbf{B}	Verschiebungs-Verzerrungs-Matrix
F	Einzellast
\mathbf{G}	globale iFEM-Elementparameter-Matrix
\mathbf{G}	Vektor der globalen Elementparameter-Matrizen
\mathbf{H}	globale iFEM-Lastmatrix
I	Bildvariable
	Flächenträgheitsmoment
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
\mathbf{K}	Systemsteifigkeitsmatrix
J	iFEM-Gesamtkosten
L	Funktion der radialen Linsenverzerrung
\mathbf{L}	iFEM-Ansatzfunktion
M	Anzahl der Pixel in einem Suchmuster
\mathcal{O}	Landau-Symbol, Ordnung
P	Wahrscheinlichkeit
\underline{P}	beliebiger Punkt im Raum
	globaler Knotenlastvektor
\mathbb{P}^n	n-dimensionaler projektiver Raum
Q	iFEM-Messwertvektor
\mathbf{Q}	iFEM-Kostenmatrix
\mathbf{R}	Rotationsmatrix
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
S	Pyramidenstufe
\underline{U}	Last-Freiheitsgradvektor
\underline{V}	Vektor der globalen Knotenfreiheitsgrade
\mathbf{T}	Transformationsmatrix
X, Y, Z	Koordinatenrichtungen im Raum

Griechische Buchstaben

Buchstabe	Bedeutung
α	Bildwinkel
	Irrtumswahrscheinlichkeit
$\underline{\alpha}$	Vektor der Strukturparameter
Δ	Differenz
	Zuwachsgröße
Δv	Größe des Fehlerbalkens
ϵ	Dehnung
$\underline{\Phi}$	Eigenvektor
$\mathbf{\Phi}$	Matrix der Eigenvektoren
φ	Rotationswinkel
κ	Verzerrungsparameter
λ	Skalierungsfaktor
$\underline{\lambda}$	Vektor der Lagrange-Multiplikatoren
μ	Erwartungswert
	Massenbelegung
$\mathbf{\Omega}$	Matrix der Formfunktionen

Indizes

Index	Bedeutung
0	ursprünglich
$2D$	zweidimensional
∞	im Unendlichen liegend
A	affin
	Auflagerweite
\ddot{A}	Ähnlichkeit
f	auf Frequenz bezogen
G	global / Welt
HP	auf Bildhauptpunkt bezogen
h	auf Querschnittshöhe bezogen
i	Zählindex
I	Isometrie
IP	Einheitsprojektion
j	Zählindex
K	Kamera
	Kalibrierung
L	Linear / ohne Linsenverzerrung
lin	linear
M	Suchmusterbasiert
	zur Massenmatrix zugeordnet
max	maximal
mess	gemessen
min	minimal
N	Nyquist
O	Orientierung
P	Projektiv
real	mit realen Messwerten
rech	rechnerisch
rel	relativ
u	von unbekannter Kraft abhängig oder dieser zugeordnet
soll	Soll-Wert
synth	mit synthetischen Messwerten
S	Pyramidenstufe
v	verzerrt
	auf Messung bezogen
X, Y, Z	Koordinatenrichtungen im Raum
x, y	Bildkoordinaten
ZP	Zentralprojektion
φ	auf Winkel bezogen

Exponenten

Exponent	Bedeutung
-1	invertiert
'	Bildpunkt
T	transponiert
*	mit angekoppelten Nebenbedingungen

Zusätzliche Zeichen und Formatierungen

Formatierung	Beispiel	Bedeutung
Fettdruck	H	Matrix
Kapitälchen	SONY ILCE 7R	Eigenname
Schreibmaschinenschrift	cameraCalibrator	Programmroutine
Unterstrich	<u>P</u>	Vektor
Unterstrich & Tilde	<u>\tilde{P}</u>	Punkt in homogenen Koordinaten
Fettdruck & Unterstrich	<u>G</u>	Feld 3. Stufe
Überstrich	\bar{f}	Mittelwert
	\bar{U}	Grundzustand
Punkt	\dot{V}	$\frac{\partial}{\partial t}$, Ableitung nach der Zeit t
Punkt Punkt	\ddot{V}	$\frac{\partial^2}{\partial t^2}$, zweifache Ableitung nach der Zeit t

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
EF	Eigenfrequenz
FEM	Methode der Finiten Elemente
FG	Freiheitsgrad
HP	Bildhauptpunkt
iFEM	Methode der inversen Finiten Elemente
MAC	Modal-Assurance-Criterion
MeNuM	Mechanik und Numerische Methoden
LuFG	Lehr- und Forschungsgebiet
PG	Photogrammetrie
px	Pixel
RGB	Rot, grün, blau: Farbanteile eines Pixels

1 Motivation

1.1 Notwendigkeit der Bewertung bestehender Strukturen

Bauwerke existieren in der Regel über sehr lange Zeiträume: 50 Jahre, 100 Jahre oder sogar mehrere Jahrhunderte. Vor ihrer Erstellung wird versucht, alle äußeren Einflüsse so zu berücksichtigen, dass diese langen Lebensdauern erreicht werden können. Dies kann aber nie mit endgültiger Sicherheit geschehen. Ein gewisses Restrisiko bleibt stets bestehen.

Da die meisten Konstruktionen von großer Sicherheitsrelevanz sind, wie zum Beispiel Brücken und Häuser, aber auch scheinbar einfache Strom- und Straßenlaternenmasten, müssen diese im Laufe ihrer Lebensdauer in unterschiedlichen Abständen überprüft und begutachtet werden. Diese Beurteilung bezieht sich sowohl auf die Funktionstüchtigkeit wie auch auf die Standsicherheit. Insbesondere zerstörungsfreie Prüfmethoden, bei denen die Bausubstanz nicht geschädigt werden muss, sind hierbei von großem Interesse. Aufgrund der Vielzahl von durchzuführenden Untersuchungen – alleine in Deutschland gibt es ungefähr 9 Millionen Straßenlaternen [1] – ist es erstrebenswert, auf Verfahren zurückgreifen zu können, die in ihrer Anwendung einfach sind, aber zu vertrauenswürdigen Ergebnissen führen. Hierbei spielen sowohl die verwendete Messtechnik als auch die Bewertungsmethode eine große Rolle.

1.2 Relevanz von Verformungsmessungen

In der Messtechnik im Bauwesen werden in der Regel Dehnungen oder Beschleunigungen gemessen, da diese Größen mit relativ einfachen Sensoren zu bestimmen sind. Insbesondere ist keine feste Referenz nötig. Dehnungsmessstreifen können ohne großen Aufwand auf Oberflächen appliziert und ein- oder mehrachsiale Beschleunigungsaufnehmer ebenso einfach an Bauwerken befestigt werden.

Die Dehnung und die Beschleunigung sind allerdings nur die räumliche, beziehungsweise die zweite zeitliche Ableitungen der Verformung. Diese enthält selbst also mehr Informationen und ist daher für die Weiterverarbeitung wertvoller. Dehnungen und Beschleunigungen lassen sich aus der Verformung durch einfaches Ableiten gewinnen, wobei sich im Gegensatz zum umgekehrten Weg keine Fehler akkumulieren und keine zusätzlichen Randbedingungen nötig sind. Um Verformungen messen zu können ist allerdings stets ein fixer Bezugspunkt nötig. Das kann, wie in der Geodäsie, ein Festpunkt oder auch das Stativ mit dem Messgerät sein, relativ zu dem eine Verformung bestimmt wird.

Die Messung von Verformungen liefert hochwertigere Informationen, ist aber schwieriger in der Durchführung. Einfache Methoden zur Verformungsmessung sind in vielen Anwendungsbereichen von großem Interesse.

1.3 Potential heutiger, handelsüblicher Digitalkameras

Seit der Vorstellung der ersten Digitalkameras auf der Messe PHOTOKINA im Jahre 1981 in Köln [2, Abschnitt 1.5.3.1] hat sich die digitale Kameratechnik stetig weiterentwickelt. Insbesondere ab dem Jahr 2000 haben sich Bildqualität und -auflösung extrem verbessert. Da zu vermuten ist, dass diese Entwicklung weiter voran geht, stellt die Bezeichnung „heutige“ Digitalkamera in dieser Arbeit eine Momentaufnahme aus dem Jahr 2015 dar.

Zum aktuellen Zeitpunkt sind Digitalkameras allgegenwärtig und ständig verfügbar; beispielsweise in Handys, Laptops oder weiterhin als eigenständige Kamera. Auch die Qualität ist beachtlich gestiegen. So ist es etwa mit der im Teil III, Validierung und Experimentelle Anwendungen verwendeten Kamera SONY $\alpha 7R$ [3] theoretisch möglich, an 7.360×4.912 Punkten gleichzeitig jeweils 2^{42} Farben zu unterscheiden. Wird also eine 3×2 m große Fläche fotografiert, bildet jeder Pixel eine Fläche von $0,408 \times 0,408$ mm ab. Auch der „Messbereich“ jedes einzelnen Bildpunktes (3×14 Bit je Farbe) kann mit der Auflösung professioneller Analog-Digital-Wandler (16 Bit) konkurrieren. In technischer Hinsicht sind Digitalkameras also in der Lage, eine Vielzahl von Informationen mit sehr hoher Genauigkeit aufzuzeichnen. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Methode vorgestellt, mit der dieses Potential zur Messung von Verformungen genutzt werden kann.

Dabei wird bewusst darauf verzichtet, eine Kamera zu verwenden, die dem aktuellen Stand der Forschung entspricht. Vielmehr wird Wert darauf gelegt, ein Gerät zu nutzen, das in Serie gefertigt wird und zu entsprechend niedrigeren Preisen im Ladenhandel erworben werden kann. Die obige Beschreibung zeigt, dass auch solche, relativ kostengünstigeren Geräte über ein hohes technisches Potential verfügen.

1.4 Verwendung photogrammetrisch ermittelter Messdaten und der iFEM zur Systemidentifikation

Die Qualität numerischer Berechnungs- und Vorhersagemodelle hängt immer in hohem Maße von Quantität und Qualität der Eingangsdaten ab. Bei der Methode der inversen Finiten Elemente (iFEM), die im Teil II dieser Arbeit eingehend beschrieben ist, werden ein numerisches Finite-Elemente-Modell und zusätzlich Messungen an der bestehenden Struktur verwendet, um Systemparameter und/oder Lasten zu bestimmen. Um zum Beispiel Schädigungen adäquat lokalisieren zu können, ist eine große Zahl von Verformungen messtechnisch zu erfassen. Hier bietet sich die Messung per Digitalkamera an, da hier zu einem Zeitpunkt die Position vieler Punkte und somit annähernd die gesamte Verformungsfigur erfasst wird.

Bei den bisherigen Anwendungen von iFEM am Lehr- und Forschungsgebiet (LuFG) Baumechanik und Numerische Methoden waren die Ergebnisse unter anderem deshalb nicht zufriedenstellend, weil die Anzahl der zur Verfügung stehenden Messwerte zu gering war. Die optische Verformungserfassung bietet eine Möglichkeit, mit der diese Zahl einfach und signifikant erhöht werden kann.

Die Kombination eines innovativen, einfachen Messverfahrens mit einem leistungsfähigen numerischen Werkzeug ist ein Schritt zur Bewältigung der in 1.1 formulierten Herausforderungen.

Teil I

Photogrammetrische Verformungserfassung

2 Einführende Betrachtung in die photogrammetrische Verformungserfassung

Die photogrammetrische Verformungserfassung ist ein Teilgebiet der „Computer Vision“ (zu deutsch: Maschinelles Sehen). Ziel ist es, nur auf Basis aufgenommener Digitalfotos, Verformungen eines Objektes an einer oder auch mehreren Stellen gleichzeitig zu ermitteln.

Mit heutigen Digitalkameras ist es möglich, den Zustand eines statischen Systems zu einem Zeitpunkt auf eine Fläche projiziert mit einer sehr hohen Auflösung optisch zu erfassen. Dies kann mit einer gewissen zeitlichen Auflösung regelmäßig oder unregelmäßig wiederholt werden. Steht die Kamera stationär an einem Punkt und wird nicht bewegt, können in allen Bildern bestimmte Muster identifiziert und aus deren Positionen zunächst Bewegungen als Differenz in Pixeln ermittelt werden. Muster können in diesem Fall bereits vorhandene Besonderheiten in der Struktur, wie zum Beispiel Schrauben, Ecken oder auch Verschmutzungen sein oder alternativ dazu auch künstlich aufgebrachte Markierungen. Durch genaue Kenntnis der Kamera und der zugehörigen Abbildungsgleichung lassen sich die bestimmten Differenzen in echte Entfernungen umrechnen.

Die Berechnung zerfällt im Wesentlichen in zwei Teile: zum einen in die Umrechnung von Pixeln in echte Abmessungen mit Hilfe der Abbildungsgleichung einer kalibrierten Kamera (Kapitel 4 und 5) und zum anderen in die automatische Identifikation und Verfolgung von Mustern über mehrere Bilder hinweg (Kapitel 6).

Schematisch ist der Ablauf aller notwendigen Schritte für eine photogrammetrische Messung in Abbildung 2.1 dargestellt.

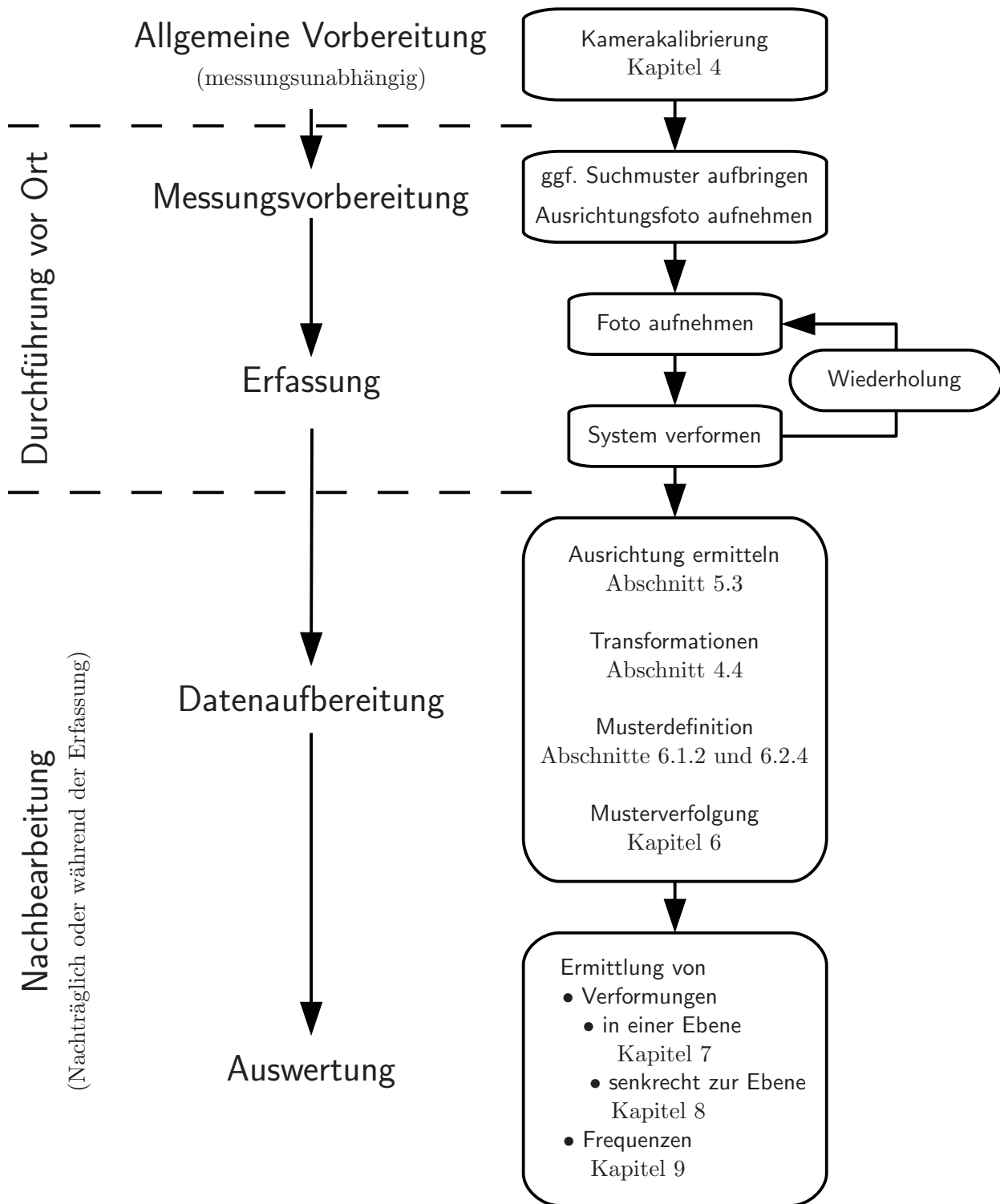


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der photogrammetrischen Messung

3 Berührungslose Verformungsmessung und photogrammetrische Messverfahren – ein Überblick

3.1 Berührungslose Verformungsmessungen

Es existiert eine Vielzahl an Möglichkeiten und Techniken, Verformungen zu messen. Eine Auswahl von Verfahren, mit denen dies, wie bei der in dieser Arbeit behandelten Photogrammetrie, berührungslos geschieht, wird im Folgenden vorgestellt.

Laser: Weit verbreitete Techniken zur Messung von Entfernungen basieren auf der Aussendung von Laserstrahlen und dem Empfang ihrer Reflexionen. Verformungen können dann als Differenz dieser Entfernungen ermittelt werden. Eine detaillierte Beschreibung der Funktionsweise der Lasermess-technik und viele Anwendungsmöglichkeiten liefert Hugschmidt [4].

Weyrich [5] stellt die Abstandmessung in den Vordergrund, bei der zwischen Triangulations- und direkten Verfahren unterschieden wird, die sich wiederum in Laufzeitmessung und Interferometrie unterteilen lassen.

Bei der Triangulation wird zunächst der Winkel bestimmt, unter dem ein Strahl auf einen Sensor auftrifft, der eine definierte Ausrichtung zum Sender hat. Der Abstand kann dann trigonometrisch ermittelt werden. Dies ist eine relativ kostengünstige Variante, die sich vor allem für den Nahbereich eignet. Bei Abständen bis zu 1 m lassen sich Auflösungen im μm -Bereich realisieren.

Beim Laufzeitverfahren wird die Zeit gemessen, die vom Aussenden eines Laserimpulses bis zur Detektion seiner Reflexion vergeht, und daraus auf die Entfernung geschlossen. Der Messbereich kann hier zwischen 0,5 m und mehreren Kilometern liegen, wobei die Messgenauigkeit zwischen 1 und 20 mm liegt.

Bei der Interferometrie wird die Phasenverschiebung zwischen Ausgangs- und reflektiertem Signal gemessen und daraus auf den Abstand geschlossen. Diese Technik ist erheblich teurer in der Anwendung, bietet aber mit bis zu 10 nm wesentlich höhere Genauigkeiten.

In der Geodäsie kommen die beiden zuletzt genannten Verfahren in modernen Tachymetern zur Anwendung. Allen Methoden ist gemeinsam, dass stets der Abstand eines einzelnen Punktes vom Messgerät bestimmt wird. Mehrere Messpunkte können allenfalls nacheinander abgefahren werden. Dazu wird der Laserstrahl in der Regel durch ein Prisma in unterschiedliche Richtungen gelenkt und der entsprechende Abstand bestimmt. Das so gewonnene Bild stellt aber keine echte Momentaufnahme dar.

Mikrowelleninterferometer / Radar: Zur Messung von Verformungen an großen Strukturen eignet sich die Anwendung von Radar-Systemen, die in ihrer Funktionsweise der Interferometrie bei Lasern ähneln, allerdings mit erheblich größeren Wellenlängen arbeiten. Auch hier wird die Phasenverschiebung der Reflexionen gemessen. Dabei können die Echos von mehreren, hintereinanderliegenden Punkten ausgewertet werden, solange ihr Abstand mehr als einen halben Meter beträgt. Diese Punkte der Struktur müssen ein großes elektromagnetisches Reflexionsvermögen besitzen und können nicht einfach vorgegeben werden. Gentile [6] gibt an, bei der Verformungsmessung der Seile einer Schrägseilbrücke Abweichungen von weniger als 0,02 mm erzielt zu haben. Eine ähnliche Grenze ist auch bei Pasquale [7] zu finden.

Ultraschall / Sonar: Eine weitere, kostengünstige Methode zur berührungslosen Abstandsmessung, die vor allem zur Bestimmung der Wassertiefe in der Seefahrt und bei Park-Assistenz-Systemen zur Anwendung kommt, basiert auf der Verwendung von Schallwellen. Liegen die verwendeten Frequenzen oberhalb von 20 kHz, werden sie als Ultraschall bezeichnet. Die Bestimmung der Entfernung funktioniert analog zur oben beschriebenen Laufzeitmessung bei Lasern. Die erreichbaren Genauigkeiten sind in Luft als Medium deutlich geringer. Bei Versuchen von Majchrzak [8] hat bei einem Abstand von 0,4 bis 11 m der Fehler nie mehr als 3 cm betragen. Vorteilhaft an dieser Methode ist, dass sie nicht nur in Luft, sondern auch in anderen Medien, wie beispielsweise Wasser, anwendbar ist.

GPS: Das Globale Positionsbestimmungssystem (englisch: Global Positioning System, GPS) nutzt Signale von mehreren, nicht geostationären Satelliten zur Positionsbestimmung. Die entsprechende Empfängertechnik ist weit verbreitet und inzwischen in fast jedem Smartphone verfügbar. Da während der Messung die Sichtachse zu den Satelliten nicht versperrt sein darf, ist diese Technik nur unter freiem Himmel anwendbar.

Ohne weitere Modifikationen ist hiermit allerdings nur eine Genauigkeit bis ungefähr 3 m erreichbar. Durch die Verwendung eines fixen Empfängers, der als Referenz dient und Korrekturdaten bereitstellt, kann diese allerdings erheblich gesteigert werden. Nakamura [9] erreicht so bei der Messung der Verformung eines Brückendecks Genauigkeiten zwischen 1,6 und 2,1 cm. Ähnliche Ergebnisse erreichen Ashkenazi und Roberts [10].

Structured Light System: Eine gute, aber komplexe Methode zur vollständigen räumlichen Verformungsmessung stellt Jeon [11] als Kombination einer photogrammetrischen Messung mit veränderlichen Laser-Zielen vor. Dabei wird sowohl am Fixpunkt als auch am Ziel eine Konstruktion aus ein oder zwei elektronisch beweglichen Lasern und jeweils einer Kamera benötigt. Diese Methode ist zwar sehr aufwändig, erlaubt aber die Bestimmung aller sechs Bewegungsfreiheitsgrade eines einzelnen Punktes im Raum.

Je höher die Anforderungen an die Genauigkeit sind, desto größer sind in der Regel der Aufwand für den technischen Aufbau und die entstehenden Kosten. Es ist eine Methode wünschenswert, die bei hoher Genauigkeit kostengünstig, flexibel im Einsatzbereich und einfach in der Handhabung ist. Die Photogrammetrie bietet einen Ansatz, diese Herausforderung zu bewältigen.

3.2 Photogrammetrische Messverfahren

Die Möglichkeiten der Fotografie werden bereits für vielfältige Aufgaben im Bereich der Messtechnik verwendet, und es kommen ständig neue Anwendungsbereiche hinzu. Der vorliegende Abschnitt liefert einen Überblick darüber.

Luftbildphotogrammetrie: In der Geodäsie finden photogrammetrische Verfahren als Teil der Fernerkundung immer verbreitetere Anwendung. Mit Kameras ausgestattete Flugkörper oder Satelliten überfliegen das interessierende Gebiet und liefern Bildaufnahmen, die vornehmlich zu kartographischen Zwecken genutzt werden. Witte und Schmidt [12, Abschnitt 9.3] beschreiben das Verfahren von der Aufnahmeplanung bis zu erreichbaren Genauigkeiten. Diese hängen hauptsächlich vom Abbildungsmaßstab der eingesetzten Kamera und der Überflughöhe ab. Sie liegt in der Regel zwischen 100 m und 250 km. Durch Doppelbilddauswertungen sind hierbei auch Bestimmungen von Höhenlinien möglich.

Terrestrische Photogrammetrie: Ebenfalls in den Bereich der Vermessungskunde ist die terrestrische Photogrammetrie einzuordnen, die auch als Nahbereichsphotogrammetrie bezeichnet wird. Hierbei sind die Entfernungen zwischen Kamera und Messobjekt erheblich kleiner als bei der Luftbildphotogrammetrie, und der Aufnahmestandpunkt befindet sich in der Regel auf der Erde. Luhmann [13, 14] bietet umfangreiche theoretische Grundlagen, Beschreibungen verschiedener Methoden und Beispiele. Die Zielsetzungen liegen dabei in der Regel nicht bei topographischen Erfassungen, sondern in verschiedenen Anwendungsbereichen. Die folgende Auflistung zeigt nur exemplarisch einige auf.

Bauwerksvermessung: Wiedemann [15] verwendet die Photogrammetrie zur Bauwerksvermessung. Dabei steht die unterschiedlich detaillierte Bauwerksdokumentation im Vordergrund, die zur Zustandsbewertung und für die Planung von Sanierungsmaßnahmen notwendig ist.

Erfassung von Trajektorien in Personenströmen: Boltz [16] verwendet Überkopfvideoaufnahmen, um individuelle Laufwege einzelner Personen auch in großen Menschenmengen zu erfassen. Mit Hilfe dieser Trajektorien können numerische Simulationen im Bereich der Fußgängerdynamik kalibriert oder auch verifiziert werden. Auch bei großen Personendichten gelingt es mit diesem Verfahren, zuverlässige Messwerte zu erhalten. Die Bestimmung der Position einzelner Personen erreicht dabei eine Genauigkeit von weniger als 5 cm.

Fertigungsüberwachung: Im Flugzeugbau werden während der Fertigung unter anderem Trennstellen photogrammetrisch vermessen. Reich [17] analysiert und optimiert die zugehörige optische Prozesskette anhand eines konkreten Beispiels.

Röntgendiagnostik: In der Medizin werden weit verbreitet Röntgenaufnahmen zu Diagnosezwecken eingesetzt. Dabei handelt es sich vom Grundsatz her ebenfalls um Fotografien, die allerdings nicht mit sichtbarem Licht, sondern mit Strahlungen im Wellenlängenbereich von 1 nm bis 1 pm aufgenommen werden. Je nach verwendeter Technik lassen sich in diesen Bildern auch die Größe von Entfernungen und Bereichen näherungsweise ausmessen.

3.3 Bisherige Anwendung photogrammetrischer Verformungserfassung

Die Verwendung photogrammetrischer Verfahren zur Erfassung von Verformungen ist insbesondere in der Bauwerksüberwachung schon bei verschiedenen Projekten zum Einsatz gekommen. Bereits im Jahr 2004 haben Albert und Seyler [18] die Durchbiegung einer 27 m langen Brücke während einer Probelastung durch einen LKW gemessen und für den damaligen Stand der Technik (verwendete Kameraauflösung 1300×1030 px) sehr genaue Ergebnisse erzielt.

Hampel [19] widmet sich vier Jahre später in einer umfangreichen Arbeit der „Photogrammetrische[n] Erfassung der Verformungs- und Rissentwicklung bei baumechanischen Untersuchungen“. Hierbei werden durch die Verfolgung einer Vielzahl von Punkten Veränderungen in der Oberfläche planarer Strukturen wie Pflasterdecken oder Stapeln aus Brettschichtholz detektiert. Die statistische Genauigkeit der Auswertung liegt hier zum Teil unter 0,1 px.

Barazzetti [20] zeigt an unterschiedlichen Beispielen das Potenzial der photogrammetrischen Verformungserfassung bei labortechnischen Werkstoffuntersuchungen auf.

Die kontinuierliche Überwachung bestehender Bauwerke, das so genannte Monitoring, hat in den vergangenen Jahren immer weiter an Bedeutung gewonnen. Winter [21] führt eine „Kontinuierliche Verformungsüberwachung weitgespannter Hallentragwerke auf der Basis digitaler Bildverarbeitung“ durch. Dabei werden eine Infrarot-Kamera und entsprechende LEDs verwendet, damit Einflüsse aus dem Umgebungslicht möglichst weit reduziert werden. Bei Stützweiten und Kameraabständen bis zu 30 m konnten Verformungen bis auf 1 mm gemessen werden.

Ebenfalls in den Bereich der Bauwerksüberwachung ist die Arbeit von Martins [22] einzuordnen, der mit Methoden der Photogrammetrie die Verformung einer weit gespannten Hängebrücke überwacht. Hierzu wird eine Kamera mit einem Objektiv mit extrem großer Brennweite (effektiv 600 mm), also sehr großer Vergrößerung, ausgestattet und fest außerhalb der Brücke montiert. Als Messmarken werden spezielle Kreise aus infraroten LEDs verwendet. Trotz der großen Entfernung von 510 m konnte eine Genauigkeit von unter 1 px erreicht werden. Der nötige technische Aufwand ist zwar immens, dafür können aber die Verschiebungen in alle drei Raumrichtungen mit nur einer Kamera ermittelt werden.

Auch in der Dynamik kommt die photogrammetrische Verformungserfassung bereits zur Anwendung. So ermittelt Sabino [23] Eigenfrequenzen und einige Ordinaten der Eigenformen an einem mehrstöckigen Rahmen im Labor. Die auf diese Weise bestimmten Frequenzen sind brauchbar und die Zuordnung der Formen zu Vergleichsmessungen mit Beschleunigungsaufnehmern gut.

Eine weitere Anwendung im kleinen Maßstab liefert Oh [24] bei der dynamischen Messung der Verformung eines Brückendecks im Windkanal. Die hierbei mit einer Kamera mit geringer Auflösung (640×480 px) und sehr klar identifizierbaren Markern für die automatische Verfolgung ermittelten Verformungen korrespondieren gut zu parallel durchgeführten Lasermessungen.

4 Kameraabbildung

Ein genaues technisches Verständnis, wie die Abbildung der Realität in der Kamera geschieht, ist für die photogrammetrische Verformungsmessung von essenzieller Bedeutung. Hierzu wird auf Grundlagen der Computer Vision zurückgegriffen, die im Anhang A, Mathematische und physikalische Grundlagen der Kameraabbildung, ausführlich dargestellt sind. Weitergehende Informationen und Erläuterungen können außerdem [25] entnommen werden.

Übliche Fotokameras lassen sich trotz ihres zum Teil sehr komplexen Aufbaus, der aus einer Kombination vieler Linsen oder Linsengruppen besteht, physikalisch sehr gut mit dem Modell der Lochkamera beschreiben. Dieser Fall der sogenannten Zentralprojektion wird in den folgenden Abschnitten behandelt. Für spezielle Objekttypen sind andere Annahmen und Modelle zu verwenden. Für Fischaugenobjektive beschreibt beispielsweise Schwalbe [26] die nötigen Zusammenhänge.

4.1 Abbildung in der Lochkamera – Zentralprojektion

Wie in Abbildung 4.1 dargestellt, werden bei der Zentralprojektion Punkte der realen Welt auf korrespondierende Punkte in der Bildebene der Kamera abgebildet. Das optische Zentrum der Kamera dient hierbei als Ursprung des Kamerakoordinatensystems, und die Bildebene steht senkrecht auf der Z_K -Achse. Zusätzlich wird für die Ausrichtung noch die Beziehung zwischen dem Kamera- und einem

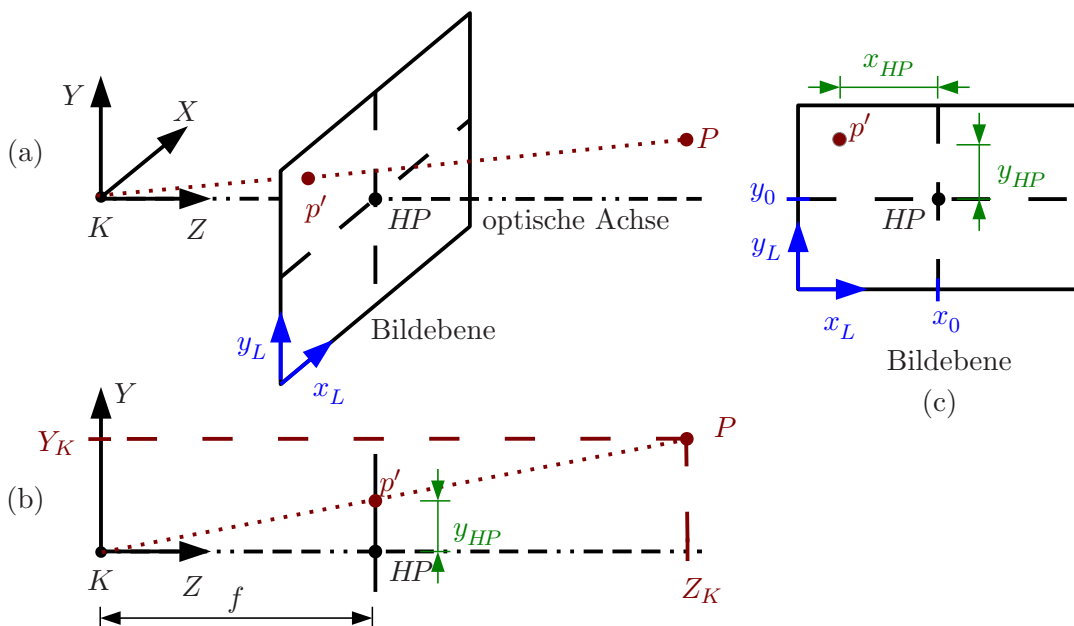


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung einer Lochkamera

globalen Weltkoordinatensystem benötigt. Der innere Aufbau wird durch die intrinsischen (inneren) und die globale Orientierung durch die extrinsischen (äußeren) Kameraparameter beschrieben.

Eine ausführliche Herleitung und Beschreibung dieser Größen ist im Anhang A.3 zu finden.

Die intrinsischen Kameraparameter umfassen die Brennweiten f_x und f_y , den Scherungsparameter m sowie den Versatz des Bildhauptpunktes um x_0 und y_0 . Diese müssen bekannt sein oder durch Kalibrierung (Kapitel 5) ermittelt werden. In homogenen Koordinaten ergibt sich damit nach Rahmann [27, Gleichung 1.15] die Kameramatrix zu

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} f_x & m & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

Die extrinsischen Kameraparameter beschreiben die Orientierung der Kamera im Raum. Sie setzen sich aus drei Verschiebungen und drei Rotationen zusammen, die im Translationsvektor $\underline{t} = (t_X, t_Y, t_Z)^T$ und der Rotationsmatrix $\mathbf{R}(\varphi_X, \varphi_Y, \varphi_Z)$ zusammengefasst werden.

Mit der aus diesen Größen zusammengesetzten vollständigen Abbildungsmatrix

$$\mathbf{H}^* = \mathbf{K} \cdot (\mathbf{I}, \underline{0}) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \underline{t} \\ \underline{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \cdot (\mathbf{R}, \underline{t}) \quad (4.2)$$

lautet die Homographie (projektive Transformation) von 3D-Weltkoordinaten in 2D-Bildkoordinaten

$$\underline{\tilde{p}}' \sim \mathbf{H}^* \cdot \underline{\tilde{P}}_G. \quad (4.3)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden zur leichteren Unterscheidung Punkte im Raum (drei Koordinatenrichtungen) mit Groß- und Punkte in der Ebene (zwei Koordinatenrichtungen) mit Kleinbuchstaben bezeichnet.

4.2 Abbildung und Rücktransformation einer Ebene

Für die Berechnung von realen Welt- aus Pixelkoordinaten ist die Umkehrung der Transformation von Interesse. Schwierigkeiten bereitet dabei allerdings die Tatsache, dass die entsprechende Homographie in Gleichung 4.3 nicht invertierbar ist. Eine Transformation von zwei auf drei Dimensionen ist nicht ohne Weiteres möglich. Es muss also eine weitere Bedingung eingeführt werden, damit die Transformation umgekehrt werden kann. Zweckmäßig ist es hierbei, zur Reduzierung der Dimensionen, nur die Projektion einer Ebene zu betrachten. Die dabei entstehende Homographie bildet zwei Dimensionen auf zwei ab und ist wieder invertierbar.

Das Weltkoordinatensystem wird so gewählt, dass die betrachtete Ebene die X_G/Y_G -Ebene ist und durch $Z_G = 0$ beschrieben werden kann. Bei der Bestimmung der extrinsischen Kameraparameter ist nun allerdings darauf zu achten, dass sich die Translationen und Rotationen ebenfalls auf dieses Koordinatensystem

beziehen müssen. Nach [25, Kapitel 8.1.1] ergibt sich mit den Bezeichnungen r_1 , r_2 und r_3 für die drei Spaltenvektoren der Rotationsmatrix \mathbf{R} die Abbildung der X_G/Y_G -Ebene zu

$$\tilde{\mathbf{x}}_L = \begin{pmatrix} x_L \\ y_L \\ 1 \end{pmatrix} \sim \mathbf{K} \cdot (r_1, r_2, r_3, t) \cdot \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \cdot (r_1, r_2, t) \cdot \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Analog zu den Gleichungen 4.2 und 4.3 lässt sich die Projektion von 2D-Weltkoordinaten der Ebene in 2D-Bildkoordinaten durch

$$\tilde{\mathbf{x}}_L \sim \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_G \quad \text{mit} \quad \mathbf{H} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{H}_{O,2D} = \mathbf{K} \cdot (r_1, r_2, t) \quad (4.5)$$

zusammenfassen. Die Position aller Punkte eines Bildes in Weltkoordinaten kann nun über

$$\tilde{\mathbf{x}}_G \sim \mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_L \quad (4.6)$$

zurückgerechnet werden, solange sie in der Realität in der X_G/Y_G -Ebene lagen. Punkte, die diese Bedingung nicht erfüllen, werden verzerrt abgebildet, und die berechneten Positionen sind falsch.

4.3 Linsenverzerrung

Das Modell der Lochkamera beschreibt das Abbildungsverhalten üblicher Fotokameras grundsätzlich sehr gut. Allerdings gibt es in Abhängigkeit des verwendeten Objektivs zusätzliche, nichtlineare Effekte, die als Verzerrungen bezeichnet werden. Je kleiner die Brennweite und je qualitativ niedriger (billiger) das Objektiv ist, desto größer ist die Verzerrung. Dabei werden die Punkte in Abhängigkeit von ihrer Entfernung zum Bildhauptpunkt, dem Radius r , in radialer oder tangentialer Richtung verschoben abgebildet. Diese Verzerrungen können nicht einfach zusätzlich in der Abbildungsmatrix, Gleichung 4.2, berücksichtigt werden, weil sie nichtlinear sind. Die Problematik verstärkt sich durch die Abhängigkeit vom Radius r insbesondere in den Randbereichen des Bildes und beim Vergleich von Punkten mit großen Abständen. In Abbildung 4.2 sind radiale Linsenverzerrungen schematisch dargestellt.

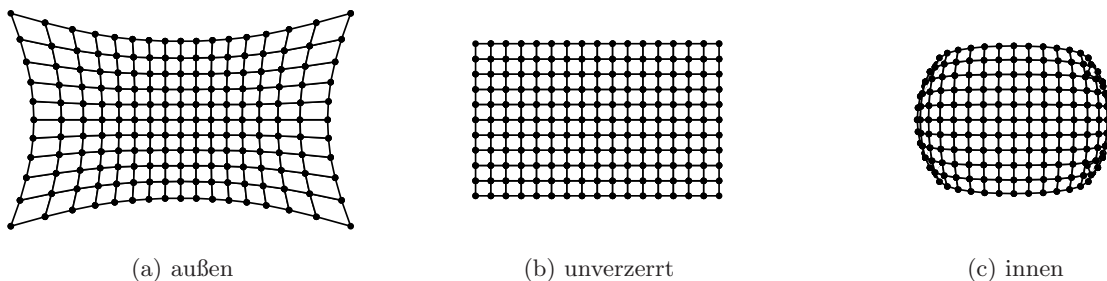


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der radialen Linsenverzerrung

Es wird eine Korrekturfunktion benötigt, die das Bild so verändert, dass wieder ein linearer Zusammenhang zwischen den Pixel- und Weltkoordinaten besteht. Wichtig ist, dass bei der Abbildung der

Welt- auf Pixelkoordinaten diese Verzerrung implizit durch die Kamera vorhanden ist und sie bei der Rücktransformation entsprechend korrigiert werden muss. Daher gibt es für die Korrekturfunktion keine geschlossene analytische Gleichung. Die Korrekturfunktion ist also eine Näherungsfunktion, deren Parameter im Rahmen der Kalibrierung numerisch bestimmt werden.

Dazu müssen die Pixelkoordinaten zunächst auf den Bildhauptpunkt bezogen werden. Mit

$$\underline{x}_{HP} = \begin{pmatrix} x_{HP} \\ y_{HP} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \quad \text{und dem Radius} \quad r^2 = x_{HP}^2 + y_{HP}^2 \quad (4.7)$$

können anschließend die Verzerrungen nach Brown [28] durch

$$\underline{x}_L = L(r) \cdot \underline{x}_{HP} + \Delta \underline{x}(r) \quad (4.8)$$

approximiert werden. Insgesamt geschieht dies in Abhängigkeit von fünf Verzerrungsparametern κ_1 bis κ_5 . Dabei ist die radiale Verzerrung durch das symmetrische Polynom

$$L(r) = (1 + \kappa_1 \cdot r^2 + \kappa_2 \cdot r^4 + \kappa_5 \cdot r^6) \quad (4.9)$$

und die tangentiale Verzerrung durch

$$\Delta \underline{x}(r) = \begin{pmatrix} 2\kappa_3 \cdot x_{HP} \cdot y_{HP} + \kappa_4 \cdot (r^2 + 2x_{HP}^2) \\ \kappa_3 \cdot (r^2 + 2y_{HP}^2) + 2\kappa_4 \cdot x_{HP} \cdot y_{HP} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

definiert. Die linearen Pixelkoordinaten nach der Entzerrung sind mit \underline{x}_L bezeichnet.

Alternativ kann die Entzerrung auch in normalisierten Kamerakoordinaten geschehen, was zu kleineren Verzerrungsparametern κ führt. Dies hat numerische Vorteile, die hier nicht näher erörtert werden sollen.

4.4 Zusammenfassung der Transformationen

Die Zusammenhänge zwischen Welt- und Bildkoordinaten inklusive Linsenverzerrung sind in Abbildung 4.3 noch einmal zusammengefasst. Bei der Rücktransformation sind beide möglichen Varianten dargestellt. Bei der Umsetzung empfiehlt es sich, die Linsenverzerrung direkt aus dem Bild zu eliminieren, um stets einen linearen Zusammenhang zwischen Original und Abbildung zu erhalten.

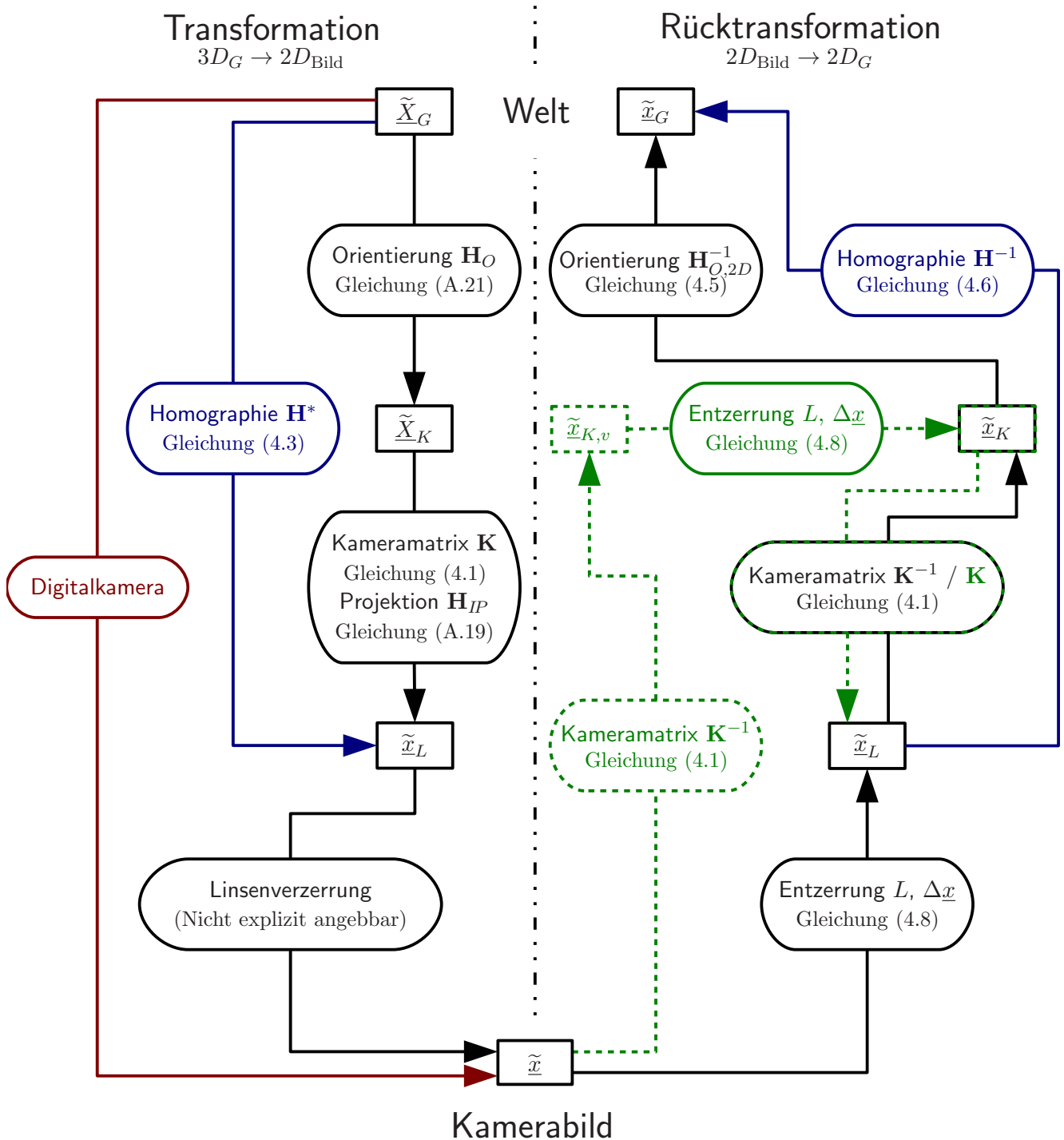


Abbildung 4.3: Transformation Welt \leftrightarrow Bild

4.5 Reale Kamera

Das Modell der Lochkamera bildet zwar grundsätzlich eine sehr gute Näherung für die Abbildung in realen Kameras, allerdings können einige Unterschiede nicht vernachlässigt werden, da sie bei der Anwendung berücksichtigt werden müssen und gewisse Einschränkungen mit sich bringen. Der zentrale Unterschied zur Lochkamera ist, dass nicht nur ein infinitesimal kleiner Punkt offen ist, durch den von jedem Punkt der Welt nur ein einziger Lichtstrahl einfallen kann, sondern eine Blende mit einer realen Größe. Von jedem Punkt fallen also „mehrere Strahlen“ in die Kamera ein. Diese müssen von einer Linse – in der Realität eine komplexe Hintereinanderschaltung einer Vielzahl von Einzellinsen und Linsengruppen – wieder in einem Punkt gebündelt werden. Dies ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Dabei ergibt sich im Gegensatz

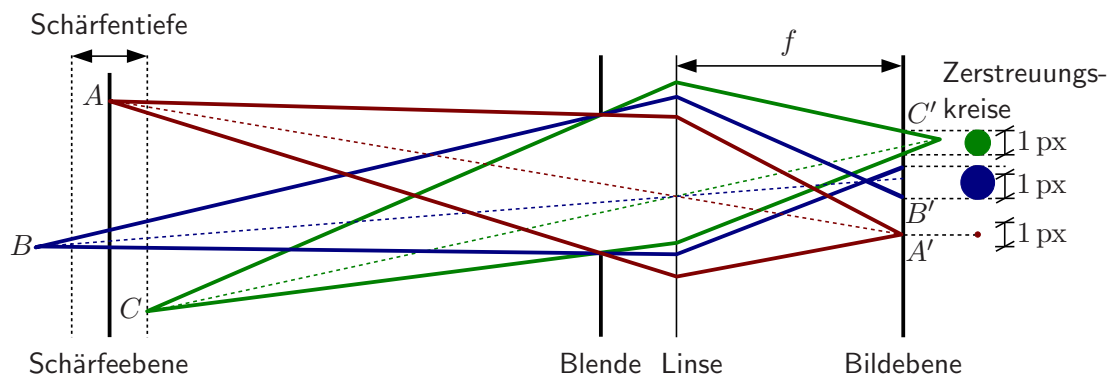


Abbildung 4.4: Schärftiefe und Zerstreuungskreise bei einer realen Kamera (nach [29])

zur Lochkamera das Problem, dass nicht mehr alle Weltpunkte scharf dargestellt werden können. Die Schärfe hängt nun vom Abstand des jeweiligen Punktes von der Kamera ab. Durch den Fokus der Kamera wiederum kann die Linse verschoben werden, wodurch sich die so genannte Schärfeebene verschiebt. Die Abbildungen von Weltpunkten vor oder hinter dieser Ebene werden in der Kamera nicht exakt auf die Bildebene abgebildet, und es entstehen Zerstreuungskreise. Die Größe dieser Kreise ist ein Maß für die Unschärfe. Im Rahmen der Anwendung in dieser Arbeit wird ein Punkt dann als ausreichend scharf angesehen, wenn der Durchmesser des Zerstreuungskreises kleiner als ein Pixel ist. Der Bereich vor und hinter der Schärfeebene wird als Schärftiefe bezeichnet. Alle Punkte innerhalb dieses Bereiches (Punkte A und C in Abbildung 4.4) können scharf abgebildet werden. Punkte, die außerhalb dieses Bereiches liegen (Punkt B), besitzen zu große Zerstreuungskreise und werden daher unscharf abgebildet.

Die Größe der Zerstreuungskreise und somit der Schärftiefe hängt unter anderem von der Größe der Blende ab. Je kleiner diese ist, desto größer wird die Schärftiefe. Allerdings fällt auch entsprechend weniger Licht ein, und es sind längere Belichtungszeiten oder höhere Lichtempfindlichkeiten (ISO) nötig. Für den Grenzfall einer infinitesimal kleinen Blende, geht dieses Modell wieder in das Lochkameramodell über. Allerdings kommt dabei kein Licht mehr am Sensor an.

Durch die notwendige Fokussierung, also die Änderung der Position der Linse, verändert sich, wie in Abbildung 4.5 deutlich überhöht dargestellt, die Brennweite und damit auch der Bildausschnitt geringfügig. Als Brennweite f des Kameramodells, wie sie in Abbildung 4.1 definiert ist, wird hier der Abstand zwischen Bildebene und Mitte der Linse verwendet, die nun das Kamerazentrum bildet. Nur bei einer

Fokussierung ins Unendliche entspricht die Brennweite der angegebenen Brennweite des Objektivs. Je näher die Schärfeebene an die Kamera heranrückt, desto weiter muss die Linse von der Bildebene entfernt werden und je größer wird folglich die reale Brennweite. Für die übliche fotografische Anwendung bedeutet dies keine nennenswerten Einschränkungen. Für die Verwendung als Messinstrument muss allerdings beachtet werden, dass sich durch die Fokussierung die intrinsischen Kameraparameter verändern.

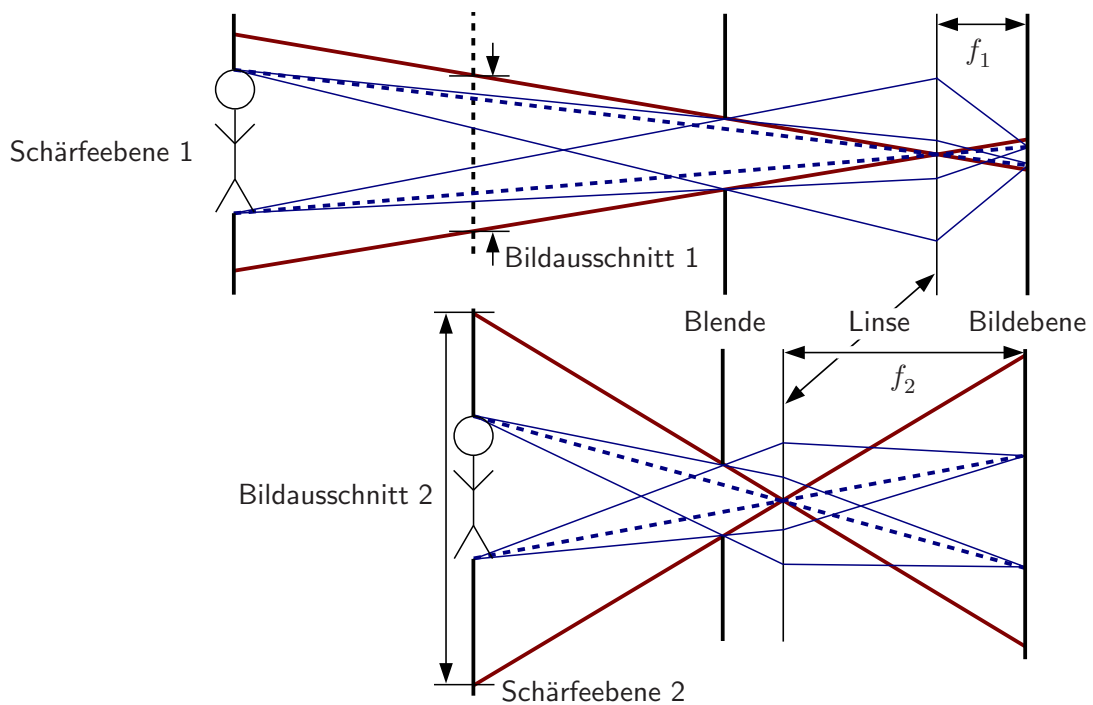


Abbildung 4.5: Einfluss der Fokussierung auf die Brennweite

Darüber hinaus treten bei der Verwendung realer Kameras noch eine Vielzahl weiterer Probleme und Fehler auf, die aber für die Anwendung im Rahmen dieser Arbeit nicht von Bedeutung sind. Einen guten, weiterführenden Überblick über solche Phänomene liefert Walter [2, Kapitel 2.4].

5 Kamerakalibrierung

5.1 Grundprinzip des Verfahrens

Im vorangegangenen Kapitel wurde erläutert, welche intrinsischen und extrinsischen Kameraparameter bekannt sein müssen, um die Kameraabbildung vollständig modellieren zu können. Nun wird erörtert, wie diese Parameter für reale Kameras bestimmt werden können. Auch dies ist ein Teil des Forschungsgebietes der Computer Vision, zu dem eine Vielzahl von Veröffentlichungen existiert. Den Grundstein zur Kamerakalibrierung hat Tsai [30] im Jahre 1987 gelegt. Außerdem seien hier exemplarisch noch Heikkila [31] und Zhang [32] erwähnt, auf deren Verfahren die in Abschnitt 10.2 beschriebene Implementierung in der Computer Vision System Toolbox von MATLAB[®] beruht.

Grundsätzlich müssen für alle Verfahren die Koordinaten von einer gewissen Anzahl an Punkten und den zugehörigen Bildpunkten bekannt sein. Diese Paare werden als Punktkorrespondenzen bezeichnet. Es wird versucht, die Kameraparameter zu finden, die die bekannten Weltkoordinaten am besten auf die ebenfalls bekannten, korrespondierenden Bildkoordinaten abbilden. Hierzu wird in der Regel mit der Minimierung der Fehlerquadrate zwischen gemessenen und aus Weltpunkten projizierten Bildpunkten gearbeitet. Insbesondere bei der Berücksichtigung von Linsenverzerrungen geschieht dies in der Regel in mehreren Stufen. Jede Punktkorrespondenz liefert zwei Gleichungen, jeweils eine für die X - und eine für die Y -Richtung. Zur Bestimmung von insgesamt 16 Parametern (fünf klassisch intrinsischen, fünf zur Linsenverzerrung und sechs extrinsischen) sind also mindestens acht Punktkorrespondenzen nötig, die nicht alle in einer Ebene liegen dürfen. Diese Minimalzahl liefert tatsächlich nur eine sehr grobe Näherung für die Parameter. Daher sollten in der Praxis deutlich mehr Punktkorrespondenzen verwendet werden. Da es in der Anwendung deutlich einfacher ist, ein Set von bekannten Punkten zu erstellen, welches in einer Ebene liegt, ist es sinnvoll, mehrere Bilder für die Kalibrierung zu verwenden. Das verwendete Muster wird dabei aus verschiedenen Richtungen und Abständen mehrmals fotografiert. Für jedes dieser Fotos existiert dann zwar ein eigener, individueller Satz extrinsischer Parameter, allerdings können die intrinsischen Parameter bildübergreifend ermittelt werden. Auf diese Art und Weise ist für die Durchführung der gesamten Kalibrierung nur ein einziges Kalibrieremuster notwendig.

5.2 Kalibrierung mittels Schachbrettmuster

Ein einfaches, aber effektives Kalibrieremuster ist ein Schachbrett. Die Ecken, an denen jeweils zwei weiße und zwei schwarze Felder aneinandergrenzen sind dabei die bekannten Objektpunkte. Sie bilden ein regelmäßiges Raster, und ihre Position, bezogen auf eine Ecke, die als Ursprung definiert wird, kann einfach ermittelt werden. In den aufgenommenen Bildern können die zugehörigen Bildpunkte durch ge-

eignete Algorithmen automatisch identifiziert werden. Auch hierzu existieren bereits viele gut funktionierende Verfahren und Implementierungen, auf die zurückgegriffen werden kann. Beispielhaft seien hier das grundlegende Verfahren nach Harris und Stephens [33] sowie der deutlich weiterentwickelte und effizientere FAST-Algorithmus (Features From Accelerated Segment Test) nach Rosten et al. [34] genannt. Jede innenliegende Ecke des Schachbretts liefert eine Punktkorrespondenz, die für die Bestimmung der Kameraparameter verwendet werden kann. Um eine robuste Datengrundlage zu schaffen, sollten für eine Kalibrierung zwischen zehn und 20 Aufnahmen gemacht werden. Dabei ist darauf zu achten, dass das Schachbrettmuster jedes Mal aus einer anderen Perspektive fotografiert wird und in Summe der gesamte Bildbereich abgedeckt wird. Sind sich zwei Fotos zu ähnlich, enthalten sie keine zusätzlichen Informationen. Daher sollten auch nicht zu viele Bilder verwendet werden. Der Fehlerbeitrag durch Abweichungen in einigen Kameraparametern könnte hierdurch unzulässig erhöht oder verringert werden.

Die extrinsischen Parameter beschreiben das Verhältnis von Welt- zu Kamerakoordinaten. In Abbildung 5.1 sind diese exemplarisch für eine Kalibrierreihe dargestellt. Dabei ist es äquivalent, ob die Kamera fest an einem Standpunkt steht und das Schachbrett bewegt wird (a), oder das Muster festgehalten und die Kameraposition verändert wird (b). Relativ zueinander bleibt die Transformation der Koordinaten immer gleich.

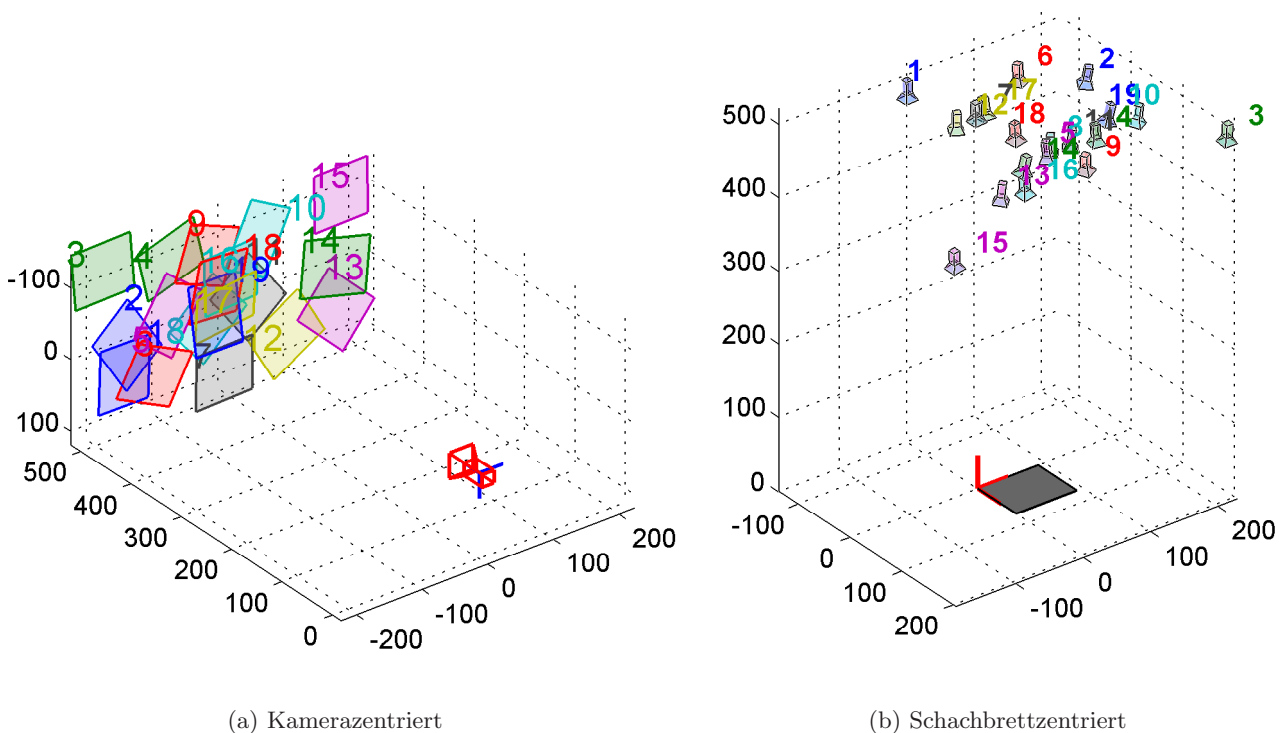


Abbildung 5.1: Extrinsische Kameraparameter einer Kalibrierreihe

5.3 Objektive mit fester Brennweite und Einfluss der Fokussierung

Die Verwendung von Objektiven mit fester Brennweite bringt für die photogrammetrische Anwendung einige Vorteile mit sich. Neben der größeren Lichtstärke bleiben durch den fehlenden Zoom die intrinsischen Kameraparameter theoretisch unverändert. Es kann unabhängig von der konkreten Messaufgabe eine Kalibrierung ermittelt und anschließend für beliebige Messungen verwendet werden. Für jeden Messaufbau müssen nur die sechs extrinsischen Ausrichtungsparameter jeweils neu ermittelt werden. Sind die inneren Parameter bekannt, ist hierzu aber nur noch ein einziges Foto mit mindestens 3 Punktkorrespondenzen nötig, die in einer Ebene liegen dürfen. Nach einem Ausrichtungsfoto kann sofort mit der Messung begonnen werden.

Wie in Abschnitt 4.5 erläutert, werden bauartbedingt bei allen gängigen Objektivtypen beim Fokussieren (Scharfstellen) die Brennweite und somit der Bildausschnitt, sowie die Linsenverzerrungsparameter leicht geändert. In der Regel ist diese Änderung so groß, dass sie für die Durchführung von exakten Messungen nicht vernachlässigt werden kann. Zur Lösung dieser Problematik können für ein Objektiv mit fester Brennweite mehrere Kalibrierungen erstellt werden, die jeweils für einen bestimmten Abstand zwischen Kamera und Messobjekt gültig sind. Es muss also für jede Messung die Kalibrierung verwendet werden, die zum aktuellen Abstand passt, also der Fokus möglichst exakt den Einstellungen bei der Erstellung der Kalibrierung entspricht. Da jeweils ein gewisser Bereich scharf dargestellt wird, ist der exakte Abstand zum Messobjekt hier nicht von entscheidender Bedeutung. Dieser wird durch die in jedem Fall durchzuführende Ausrichtung ermittelt. Bei der Durchführung der Kalibrierung muss nur darauf geachtet werden, dass sich das Kalibrieremuster stets im Schärfebereich befindet. Moderne Kameras geben häufig an, auf welche Entfernung sie fokussieren. Dies ist ein guter Anhaltspunkt für die Wahl der Kalibrierung. Soll die Ergebnisqualität noch weiter gesteigert werden, empfiehlt es sich, unmittelbar vor der Messung eine individuelle Kalibrierung vor Ort neu zu erstellen.

Der in heutigen Kameras übliche und viel genutzte Autofokus muss stets deaktiviert sein, da dieser den selben Einfluss auf die Kameraparameter hat wie die manuelle Fokussierung.

6 Musterverfolgung

Um Verschiebungen einzelner Punkte ermitteln zu können, ist es nötig, vorgegebene Muster in unterschiedlichen Bildern zu identifizieren. Da eine manuelle Bestimmung sehr aufwändig und ineffizient ist, werden im Folgenden zwei Klassen von Verfahren vorgestellt, mit denen dies automatisiert werden kann: pixelbasierte Verfahren und die Identifikation bestimmter Merkmale. Anschließend werden diese im Bezug auf Effizienz und Anwendungsgebiete verglichen.

Als zu verfolgendes Muster wird stets ein Ausschnitt eines Bildes verwendet.

6.1 Pixelbasierte Verfahren

6.1.1 Grundidee der Verfahren und ein simpler Algorithmus

Es wird die Position in einem Bild gesucht, die am genauesten dem gesuchten Muster entspricht, also bei der die Abweichung möglichst gering wird. Um diese quantifizieren zu können, muss zunächst der Aufbau eines Bildes im Graustufen- oder RGB-Farbraum (rot, grün, blau) betrachtet werden. Ein im allgemeinen Sprachgebrauch „schwarz-weißes“ Bild wird in Graustufen gespeichert. Jedem Bildpunkt (Pixel) wird dabei ein Wert zwischen 0 (schwarz) und 1 (weiß) zugeordnet. Je feiner die Abstufung dazwischen ist, desto höher ist die farbliche Qualität des Bildes. In der Regel werden hierzu acht Bit, also $2^8 = 256$ Werte zur Auflösung verwendet. Sollen nun zwei Bilder miteinander verglichen werden, kann für jeden einzelnen Pixel der Fehler als Absolutwert der Differenz der Farbwerte f ermittelt werden. Wird der Fehler aller Pixel aufaddiert und durch die Gesamtzahl aller Pixel geteilt, erhält man einen mittleren Fehler

$$\overline{\Delta f} = \frac{1}{n_{\text{Pixel}}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{\text{Pixel}}} |f_{1,i} - f_{2,i}|. \quad (6.1)$$

Ein Farbbild enthält im RGB-Farbraum je einen Farbwert für rot, grün und blau. In der Regel also $3 \cdot 8 = 24$ Bit. Hier kann für jede Farbkomponente separat ein Fehler ermittelt und aufsummiert werden. Der mittlere Fehler ergibt sich dann analog zum Fehler der Bilder in Graustufen zu

$$\overline{\Delta f} = \frac{1}{3 \cdot n_{\text{Pixel}}} \cdot \sum_{j=[R,G,B]} \sum_{i=1}^{n_{\text{Pixel}}} |f_{1,i,j} - f_{2,i,j}|. \quad (6.2)$$

Die Position eines Musters (kleines Bild) in einem großen Bild kann nun dadurch ermittelt werden, dass die beiden Bilder sukzessive übereinander geschoben werden und für jede Position der durchschnittliche Fehler der Farbe aller Pixel ermittelt wird. Die Position mit dem geringsten Fehler ist die gesuchte. Ist das Muster exakt enthalten, ist der mittlere Fehler dort gleich null. Dieses Verfahren ist in Abbildung 6.1 schematisch angedeutet.

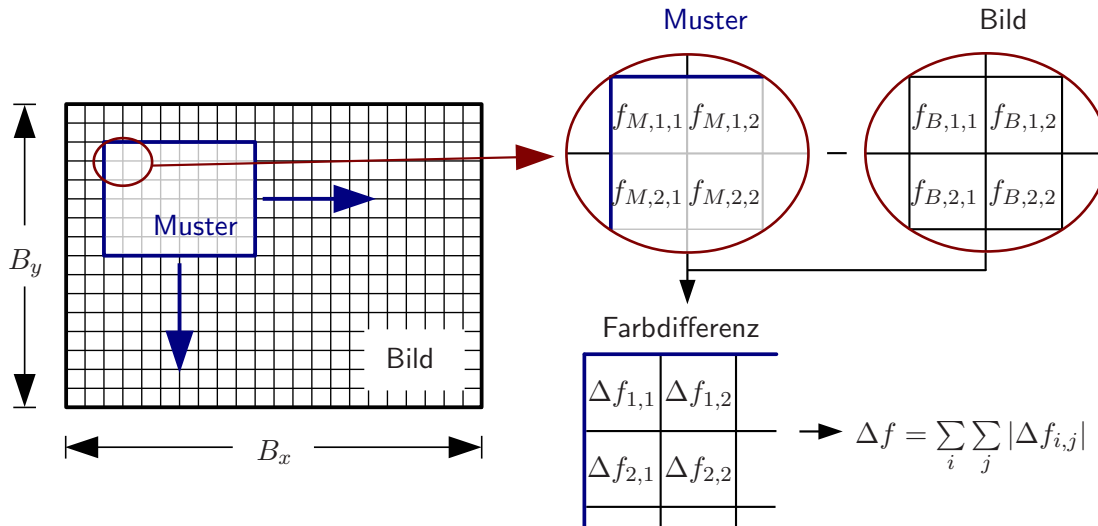


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung des simplen pixelbasierten Algorithmus zur Musterverfolgung

Das Vorgehen, alle möglichen Positionen zu untersuchen, ist sehr robust und wird in jedem Fall die Stelle mit dem global kleinsten Fehler finden. Allerdings ist der numerische Aufwand sehr hoch und steigt bei zunehmender Bildgröße und ungünstigem Verhältnis von Muster- zu Bildgröße überproportional stark an. Die Anzahl an einzelnen Fehlerberechnungen lässt sich durch

$$n = (B_x - M_x + 1) \cdot (B_y - M_y + 1) \cdot M_x \cdot M_y \cdot n_{\text{Farben}} \quad (6.3)$$

berechnen, wobei $B_{x/y}$ die Anzahl der Pixel im Bild und $M_{x/y}$ die Anzahl der Pixel im Muster für die x - und y -Richtung bezeichnen. Bei konstanter Größe des Suchmusters ist $n = \mathcal{O}(n_{\text{Pixel}})$ proportional zur Anzahl der Pixel, die wiederum bei zunehmender Größe des Bildes in der Regel quadratisch wächst $n = \mathcal{O}(B_x \cdot B_y)$. Für ein beispielhaftes Bild mit $2000 \times 1500 = 3 \text{ Mpx}$ und einem Suchmuster von $100 \times 100 \text{ px}$ sind

$$n = (2000 - 100 + 1) \cdot (1500 - 100 + 1) \cdot 100 \cdot 100 \cdot 3 \approx 79,9 \cdot 10^9 \quad (6.4)$$

einzelne Fehlerberechnungen nötig. Diese hohe Zahl verdeutlicht, dass es wünschenswert ist, das Verfahren effizienter zu gestalten. Farbbilder können zunächst in Graustufen umgewandelt werden, was die Ergebnisqualität zwar leicht reduziert, die benötigten Fehlerberechnungen aber um zwei Drittel reduziert. Weitere Möglichkeiten zur Effizienz- und Qualitätssteigerung werden in den Abschnitten 6.1.3 bis 6.1.5 vorgestellt.

6.1.2 Wahl der Muster

Die zu verfolgenden Suchmuster sind in der Regel Ausschnitte aus dem ersten Bild einer Messreihe. Je einzigartiger ein Muster ist und je besser es sich von der Struktur abhebt, desto einfacher und zuverlässiger kann es in den folgenden Bildern identifiziert werden. Für die Messung können aufgebraute Zielmarken, einfache Markierungen oder auch vorhandene Besonderheiten der Struktur wie zum Beispiel Schrauben

oder Verschmutzungen verwendet werden. Abbildung 6.2a zeigt vier Beispiele für mögliche Muster. Wird jedes dieser Muster Pixel für Pixel über das gesamte Bild geschoben, kann an jeder Position der mittlere Fehler nach Gleichung (6.2) ermittelt werden. In den Abbildungen 6.2b bis 6.2e sind diese grafisch dargestellt. In dunkelroten Bereichen ist der Fehler besonders hoch und in dunkelblauen besonders niedrig. Da die Muster als Ausschnitte aus dem untersuchten Bild selbst stammen, gibt es in jedem Bild einen Punkt, in dem der Fehler exakt gleich null ist.

Die Fehlerdarstellungen unterscheiden sich deutlich voneinander und lassen Rückschlüsse zu, wie gut das jeweilige Muster für die Verfolgung geeignet ist. Muster 1 besteht aus einer Reihe horizontaler und vertikaler Striche. Solche Striche sind im Bild an verschiedenen Stellen zu finden. Daher gibt es insbesondere in der Umgebung der Muster 1 und 3 eine Reihe von dunkelblauen Stellen, an denen der Fehler nahe null ist. Die anderen blauen Stellen lassen sich vor allem durch die Ähnlichkeit der Hintergrundfarbe erklären. Muster 2 besitzt fast keine Konturen und eine ähnliche Farbe wie der Hintergrund. Daher ist der Fehler an der Stelle, an der keines der anderen Muster positioniert ist, grundsätzlich relativ niedrig. Die Striche und dunkleren Stellen der anderen Muster führen dort zu einem deutlichen Anstieg. Trotz des fehlenden Kontrastes ist die Position mit dem geringsten Fehler noch gut zu erkennen und auffindbar.

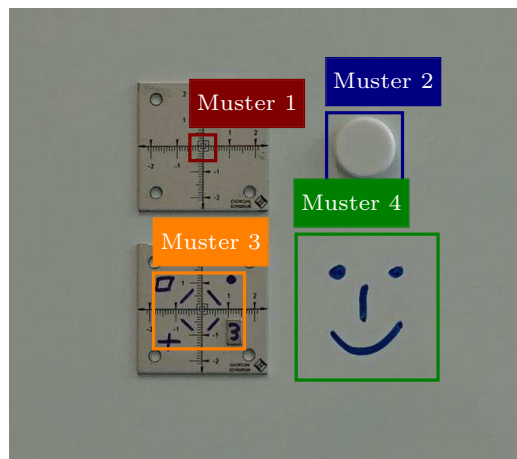
Muster 3 ähnelt im Grundsatz zwar Muster 1, ist aber um eine Reihe breiter, dunkler Striche ergänzt. Diese zusätzlichen Elemente machen es im Suchbild einzigartig. Eine solche Kombination ist nur an der gesuchten Position zu finden. Daher ist der Fehler bis auf einen sehr beschränkten Bereich um die gesuchte Stelle überall sehr groß.

Muster 4 ist zwar auf den ersten Blick deutlich einfacher aufgebaut als Muster 1 und 3, aber trotzdem im Bild einzigartig. Daher ist der mittlere Farbfehler generell und insbesondere im Bereich der anderen Muster erhöht. Der dunkelblaue Bereich ist hier etwas größer als bei Muster 3, da die verwendeten Striche eine deutlich größere Breite haben.

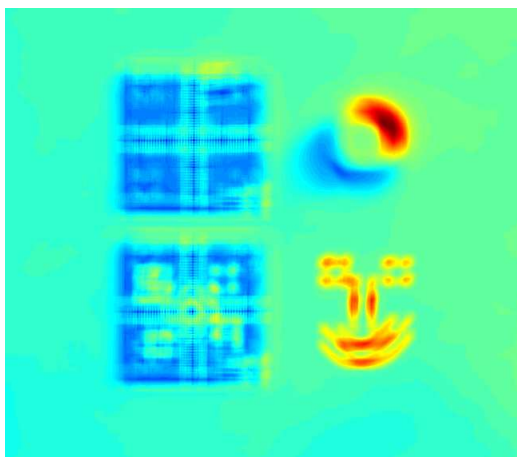
Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass vor allem die Einzigartigkeit eine wichtige Eigenschaft für Suchmuster ist. Je ungewöhnlicher es im Bezug auf den Rest des Bildes ist, desto besser ist es zu identifizieren. Selbst wenn sich durch eine Änderung der Beleuchtung, andere äußere Einflüsse oder der Perspektive das Erscheinungsbild des Muster leicht verändert, ist es immer noch gut vom Rest der Struktur zu unterscheiden. Insbesondere bei Muster 2 hat eine kleine Farbänderung einen großen Einfluss auf den Fehler und kann dazu führen, dass eine falsche Position ermittelt wird. Weitere wichtige Punkte sind der Kontrast und die Feingliedrigkeit. In der Umgebung der gesuchten Position helfen abgegrenzte und feine Kanten, diesen Ort exakt zu ermitteln, da die Änderung des Fehlers von einem Pixel zum nächsten groß ist.

6.1.3 Suchbereiche

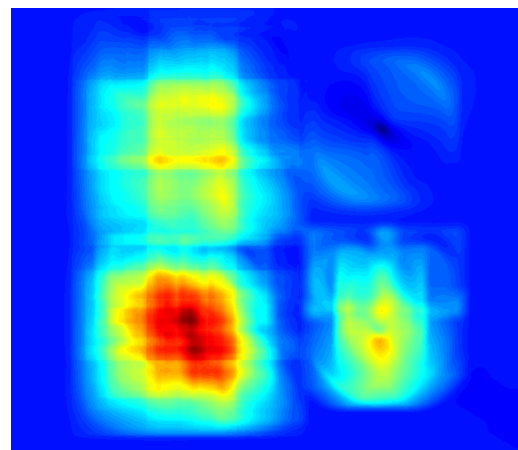
Die in Abschnitt 6.1.1 vorgestellte Methode in Kombination mit einem geeigneten Suchmuster liefert zuverlässig die Position eines Suchmusters in einem Bild. Gleichung (6.3) und das zugehörige Zahlenbeispiel 6.4 zeigen aber, dass dies mit einem übermäßig großen numerischen Aufwand und einer damit verbundenen unverhältnismäßig hohen Rechenzeit verbunden ist. Die einfachste Möglichkeit, die Effizienz zu steigern, ist es, nicht mehr das gesamte Bild zu untersuchen, sondern nur einen vorgegebenen Ausschnitt. Wo dieser liegt und wie groß seine Ausdehnung sein muss, hängt dabei unmittelbar von der zu bearbeitenden Messaufgabe ab. Die Größe kann anhand der von einem zum nächsten Bild maximal



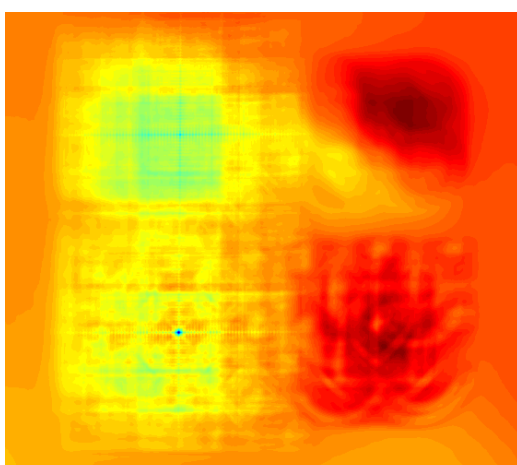
(a) Bild mit Musterdefinitionen



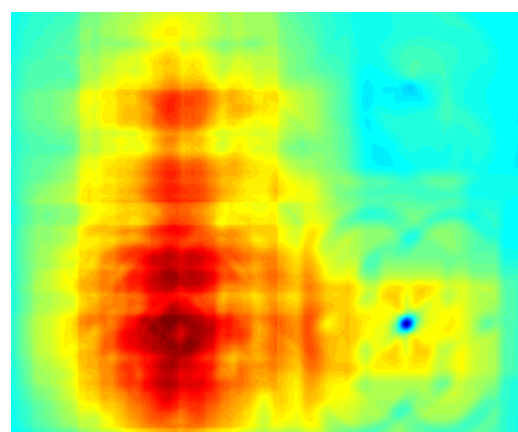
(b) Mittlerer Fehler, Muster 1



(c) Mittlerer Fehler, Muster 2



(d) Mittlerer Fehler, Muster 3



(e) Mittlerer Fehler, Muster 4

Abbildung 6.2: Beispiele für Suchmuster und mittlerer Fehler

zu erwartenden Verschiebung gewählt werden. Sollen beispielsweise für eine Biegelinie viele Messpunkte über das gesamte Objekt verteilt erfasst werden, ist die Verschiebung eines einzelnen Punktes in der Regel nur wenige Pixel groß und somit schnell zu finden. Wenn als Suchmuster ein Ausschnitt aus dem ersten Bild der Reihe gewählt wird, ist auch die Startposition direkt bekannt. Ist das nicht der Fall, muss diese vorab manuell festgelegt werden.

Ein weiterer Vorteil der Eingrenzung durch sinnvoll gewählte Suchbereiche ist, dass es bei ähnlichen Mustern nicht zu Verwechslungen kommen kann. Die Einzigartigkeit eines Musters ist in einem kleinen Bereich in jedem Fall höher als in einem großen.

Wenn pixelbasierte Verfahren zur Identifikation von Mustern eingesetzt werden, sollten die Suchbereiche stets so weit wie möglich eingegrenzt werden. Dies verringert die nötige Rechenzeit und die Möglichkeit fehlerhafter Identifikationen erheblich.

6.1.4 Pyramidale Beschleunigung

Ist eine Eingrenzung auf einen kleinen Suchbereich nicht möglich oder ist dieser zu groß, weil große Verschiebungen eines Musters zu erwarten sind, bietet die pyramidale Beschleunigung eine Möglichkeit, die nötige Anzahl an Fehlerberechnungen zu reduzieren. Das hier beschriebene Vorgehen ist an [35] angelehnt.

Zunächst wird die Bildgröße über mehrere Stufen hinweg jeweils halbiert. Dazu wird die Farbe eines Pixels im verkleinerten Bild aus den Farben mehrerer Pixel des Ursprungsbildes zusammengesetzt. Das Bild der Stufe S ergibt sich aus der vorhergehenden Stufe $S - 1$ nach folgendem Schema:

$$\begin{aligned}
 I_S(x,y) &= \frac{1}{4} \cdot I_{S-1}(2x,2y) + \\
 &\quad \frac{1}{8} \cdot (I_{S-1}(2x-1,2y) + I_{S-1}(2x+1,2y) + I_{S-1}(2x,2y-1) + I_{S-1}(2x,2y+1)) + \\
 &\quad \frac{1}{16} \cdot (I_{S-1}(2x-1,2y-1) + I_{S-1}(2x+1,2y+1) + I_{S-1}(2x-1,2y+1) + I_{S-1}(2x+1,2y-1))
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

mit Definitionsbereich $D_{I_S} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{N}^2 \mid 1 \leq x \leq \frac{B_{x,S-1}}{2} \vee 1 \leq y \leq \frac{B_{y,S-1}}{2} \right\}$,

wobei $B_{x,S-1}$ und $B_{y,S-1}$ die Anzahl der Pixel in der vorhergehenden Stufe in der jeweiligen Richtung beschreibt. Ist die Anzahl ungerade, fällt am Ende eine Pixelreihe weg. Das Originalbild hat die Stufe 0. In Abbildung 6.3 ist dieses Vorgehen anschaulich dargestellt. Die Farbe jedes innen liegenden Pixels geht so gleichmäßig in die neue Stufe ein.

Über wie viele Stufen die Verkleinerung durchgeführt werden sollte, hängt von der ursprünglichen Bildgröße und insbesondere von der Größe des Suchmusters ab, da auch dieses auf die gleiche Art behandelt und ebenfalls verkleinert wird. Anschließend wird auf der höchsten gewählten Ebene eine Identifikation des Musters durch Berechnung der Farbfehler durchgeführt. Ist die Stelle mit dem geringsten Fehler gefunden, lässt sich daraus ein Suchbereich für die nächst tiefere Ebene generieren. Ebene für Ebene wird so sukzessive behandelt, bis das Ursprungsbild erreicht ist. Auf diese Weise reduziert sich die Gesamtzahl an nötigen Fehlerberechnungen deutlich, da in den höheren Stufen sowohl Bild- als auch Mustergröße deutlich kleiner sind.

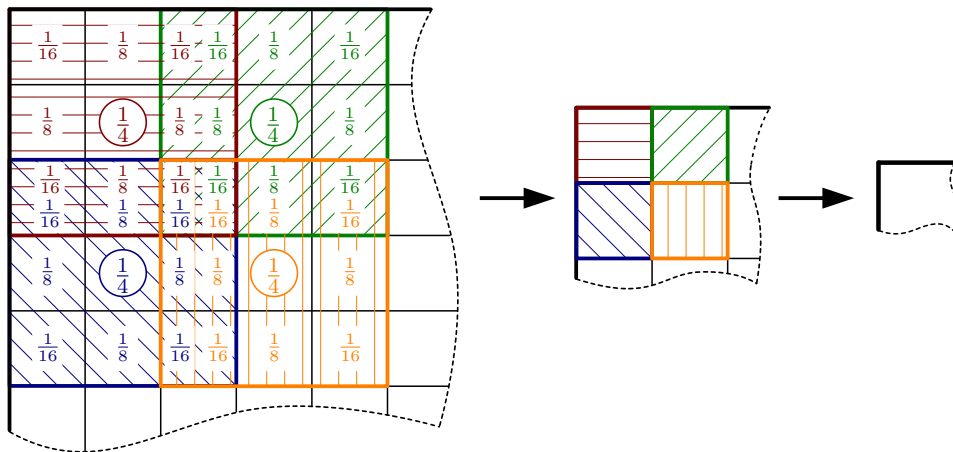


Abbildung 6.3: Anschauliche Darstellung der Pyramidenbildung

In Abbildung 6.4 sind für Muster 3 aus Abbildung 6.2a die Pyramidenebenen null (original) bis fünf dargestellt. Das ursprüngliche Muster ist bis Ebene drei noch erkennbar. Die Verwendung höherer Ebenen ist nicht mehr sinnvoll, weil eine eindeutige Zuordnung nicht mehr möglich ist. Muster und Bild werden dann hauptsächlich durch die Hintergrundfarbe und nicht mehr durch besondere Merkmale charakterisiert.

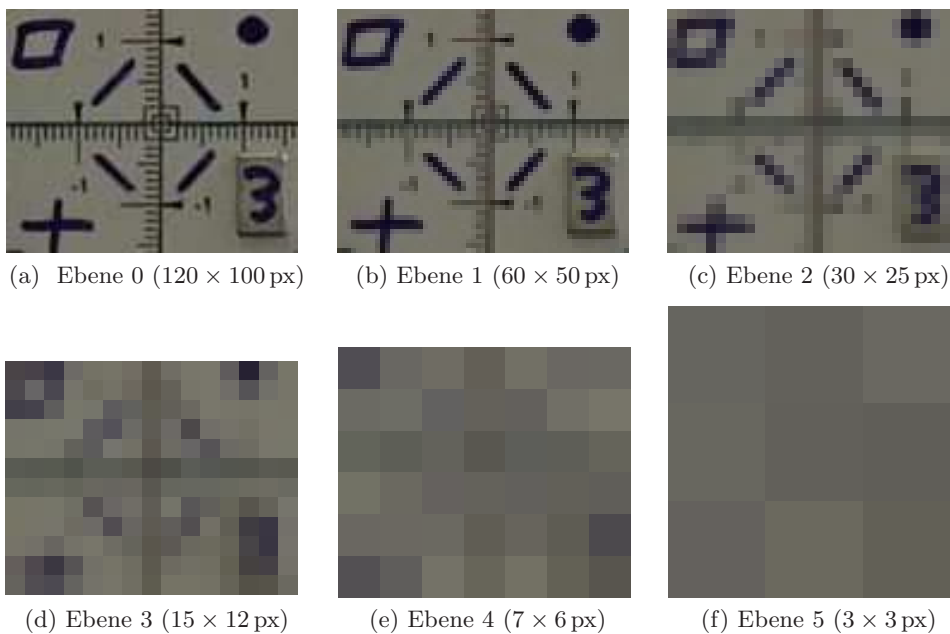


Abbildung 6.4: Pyramidenebenen 0 bis 5 für Muster 3 aus Abbildung 6.2a

Alternativ zu der hier vorgestellten Variante der Pyramidenbildung können auch die in der Signaltheorie vielfach verwendeten Gauß- oder Laplace-Pyramiden verwendet werden. Eine ausführliche Erläuterung hierzu kann Nischwitz [36, Kapitel 28] oder Jähne [37, Kapitel 15], entnommen werden.

6.1.5 Subpixel-Verfeinerung

Die Berechnung des Farbfehlers zur Identifikation geschieht stets diskret für ganze Pixel, was die erreichbare Messgenauigkeit klar beschränkt. Die Position eines Musters liegt in der Realität allerdings nie exakt auf einem Pixel, sondern zwischen vier aneinandergrenzenden. Durch eine Betrachtung der Umgebung der Stelle mit dem geringsten Fehler kann eine deutlich bessere Näherung der exakten Position bestimmt werden. Das hierzu verwendete Verfahren orientiert sich dabei an Lei [38, Abschnitt 3.3].

Es werden neben dem geringsten Farbfehler f_0 im Punkt \underline{p}_0 zusätzlich die Fehler der acht angrenzenden Pixel betrachtet. Dazu werden, wie in Abbildung 6.5a gezeigt, vier quadratische Funktionen durch die berechneten Fehler von jeweils drei Pixeln gelegt.

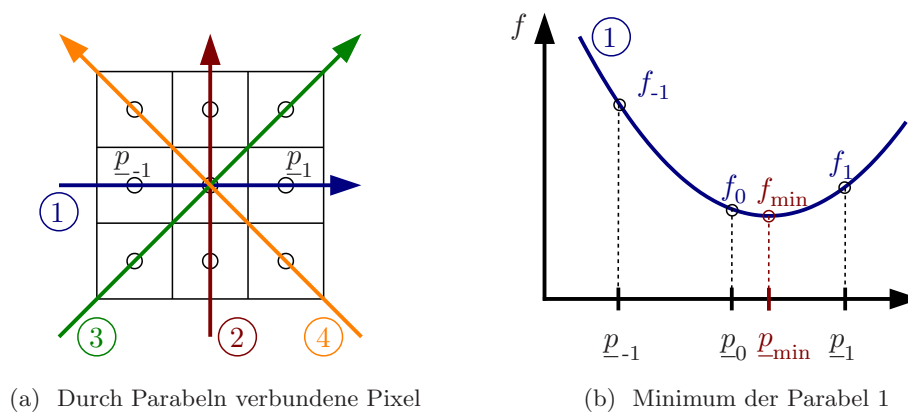


Abbildung 6.5: Subpixel-Verfeinerung (nach [38] Fig. 2 & 3)

Für jede dieser Parabeln wird anschließend die Position des jeweiligen Minimums bestimmt. Abbildung 6.5b verdeutlicht exemplarisch, dass das Minimum dieser Parabeln in der Regel nicht in \underline{p}_0 liegt.

Aus den so ermittelten Positionen kann durch gewichtete Mittelung die Verschiebung des globalen Minimums im Bezug auf \underline{p}_0 bestimmt werden. Nach Korrektur der schrägen Längen der Parabeln drei und vier berechnen sich die Verschiebungen in den beiden Richtungen zu

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \left(\underline{p}_{1,\min,x} + 0,5 \cdot \underline{p}_{3,\min,x} + 0,5 \cdot \underline{p}_{4,\min,x} \right) \quad \text{und} \quad (6.6)$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot \left(\underline{p}_{2,\min,y} + 0,5 \cdot \underline{p}_{3,\min,y} + 0,5 \cdot \underline{p}_{4,\min,y} \right). \quad (6.7)$$

Diese Subpixelverschiebung, die in beiden Richtungen stets kleiner als ein Pixel ist, kann nun zu den Koordinaten des Punktes \underline{p}_0 hinzuaddiert werden. Durch empirische Untersuchungen und Vergleiche mit den Lösungen der im Abschnitt 6.2 beschriebenen Methode der Merkmalerkennung ergibt sich eine weitere Verbesserung, wenn die Subpixelverschiebung mit dem Faktor 1,35 multipliziert wird. Als neue Koordinaten ergeben sich dann

$$\underline{p} = \underline{p}_0 + 1,35 \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}. \quad (6.8)$$

6.2 Merkmalerkennung (Feature Detection)

Ein völlig anderer Ansatz, Muster in einem Bild zu lokalisieren, ist die Identifikation über bestimmte Merkmale, also charakteristische Punkte, Kanten und Linien, die im Englischen als „feature detection“ bezeichnet wird. Diese Erkennung von Merkmalen ist ein weites Feld im Bereich der Computervision, was an dieser Stelle nur in Ansätzen beschrieben werden soll, da eine Vielzahl von Algorithmen und Implementierungen existiert, auf die zurückgegriffen werden kann. Szeliski [39, Kapitel 4] bietet eine gute Einführung und viele weiterführende Informationen zu diesem Thema. Im Folgenden werden nur die Erkennung und der Vergleich charakteristischer Punkte behandelt, da diese zur Identifikation von Mustern ausreichen.

6.2.1 Grundlagen und Ablauf des Verfahrens

Für die Merkmalerkennung werden stets Bilder in Graustufen verwendet, in denen es keine Farben, sondern nur Helligkeiten gibt. Ein Bild wird also in einer Matrix gespeichert, in der jeder Eintrag die Helligkeit eines Pixels widerspiegelt. Solche Matrizen können in ihre beiden Dimensionen diskret abgeleitet werden. In Abbildung 6.6 sind Muster 3 aus Abbildung 6.2a in Graustufen sowie die Beträge der Ableitungen in die x - (horizontal) und y -Richtung (vertikal) abgebildet. Außerdem ist die Größe der maximalen Helligkeitsänderung, also der Betrag des Gradienten, in jedem Punkt gezeigt. Dabei sind große Änderungen dunkel und kleine hell dargestellt. Auf Grundlage dieser Ableitungen werden nun cha-

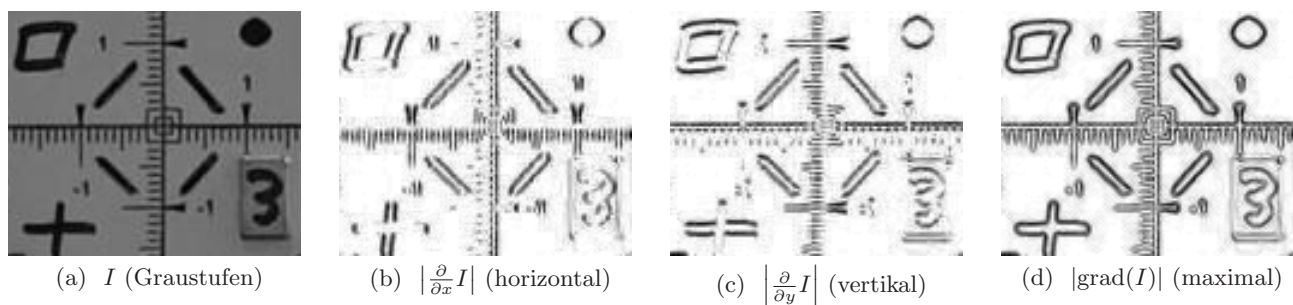


Abbildung 6.6: Ableitung der Helligkeit von Muster 3

rakteristische Punkte gesucht. Dies sind kleine Bereiche, in denen die Ableitungen in unterschiedliche Richtungen sehr groß sind, wie zum Beispiel Ecken. Ähnlich wie schon bei der Wahl der Muster bei den pixelbasierten Verfahren, Abschnitt 6.1.2, sollte der Bereich in seiner Umgebung möglichst einzigartig sein. Hierzu wird in der Regel die Autokorrelation, also ein Vergleich des Bildes mit sich selbst in einer vorgegebenen Umgebung, verwendet und darauf basierend ein Maß für die Stabilität eingeführt. Je einzigartiger ein Punkt ist, desto höher ist seine Stabilität und desto besser kann er auch nach einer Veränderung der Perspektive wieder identifiziert werden. In der Regel kann bei den Algorithmen zum Suchen dieser Punkte eine Schwelle vorgegeben werden, bis zu welcher Stabilität ein Punkt akzeptabel ist.

Die Suche nach diesen Merkmalen wird in verschiedenen Skalen, also auf verschiedenen Ebenen der Gaußpyramide durchgeführt. Hierzu sei noch einmal auf [36, Kapitel 28] und [37, Kapitel 15] verwiesen. Die unterschiedlichen Pyramidenebenen können über Filtertechniken aus der Signaltheorie numerisch effizient

ent bestimmt werden. Je höher die Ebene ist, auf der ein charakteristischer Punkt gefunden wird, desto größer ist seine Ausdehnung im Originalbild. In Abbildung 6.7a sind die Positionen aller und in Abbildung 6.7b die der 50 stärksten charakteristischen Punkte für das Bild 6.2a dargestellt. Je höher die Ebene, in der ein Punkt identifiziert wird, desto größer der umgebende Kreis. Die Linien, welche den Punkt mit

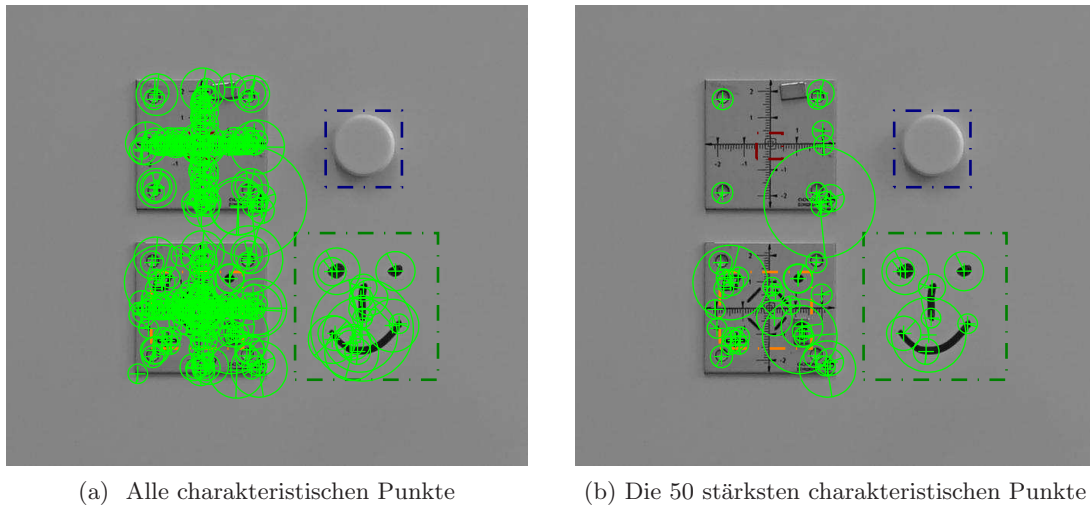


Abbildung 6.7: Charakteristische Punkte für Abbildung 6.2a

dem umgebenden Kreis verbinden, kennzeichnen die Richtung der stärksten Helligkeitsänderung. Dies ist wichtig für die Bestimmung der Orientierung. Weil die gefundenen Punkte unabhängig von ihrer Größe und Orientierung eindeutig beschrieben werden sollen, dient diese Richtung als Referenz für eine Drehung. Die Unabhängigkeit von Größe und Orientierung ist wichtig, da sich letztere in Abhängigkeit der Kameraposition oder Bewegung des betrachteten Objekts ändern.

Zur Beschreibung wird nun ein Bereich betrachtet, in dessen Mitte der gefundene Punkt liegt. Seine Eigenschaften – in der Regel wird der Bereich hierzu noch einmal weiter unterteilt und die dortigen Helligkeitsänderungen beschrieben – werden in einem Vektor mit einer je nach Verfahren variierenden Anzahl an Einträgen zusammengefasst. Dieser Vektor enthält in einfacher Form also die komplette Beschreibungsinformation.

Um ein Merkmal in einem anderen Bild wiederzufinden, muss lediglich sein Beschreibungsvektor mit allen Beschreibungsvektoren der Merkmale des Bildes verglichen werden. Liegt die Abweichung unterhalb einer vorgegebenen Schranke, ist ein Paar gefunden. In Abbildung 6.8 sind diese gefundenen Punktkorrespondenzen für Muster 4 aus Abbildung 6.2a dargestellt.

Aus mehreren Punktkorrespondenzen zwischen Suchbild und Muster kann eine Transformation bestimmt werden, die den Zusammenhang zwischen Bild und Muster beschreibt. Dabei wird versucht, fehlerhafte Punktkorrespondenzen zu identifizieren und diese nicht zu berücksichtigen. Einzelheiten hierzu können Torr [40] entnommen werden. Mit Hilfe dieser Transformation kann die Ortsveränderung jedes einzelnen Punktes des Musters berechnet werden. Im Beispiel ist der äußere Rand des Musters nach der Transformation dargestellt.

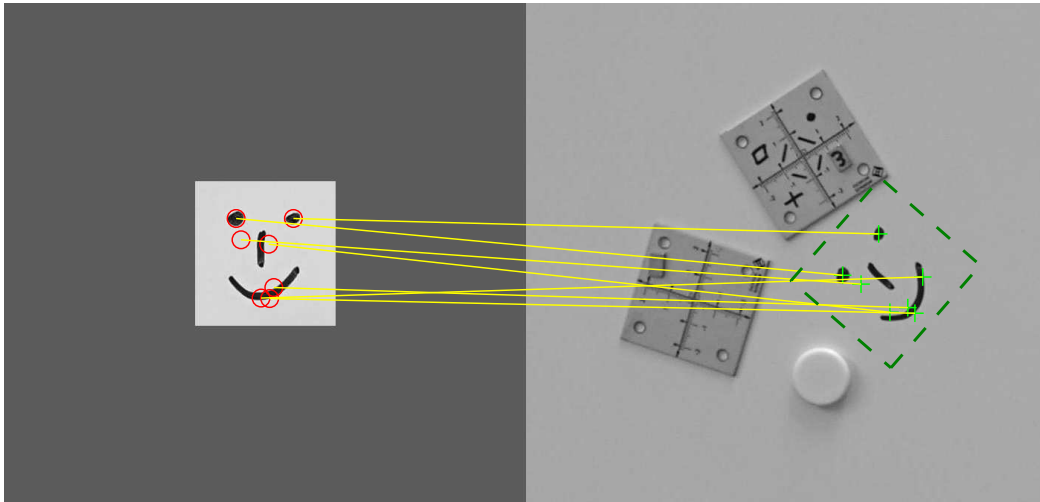


Abbildung 6.8: Punktkorrespondenzen

6.2.2 Grundlegende Veröffentlichungen und gängige Algorithmen

Forschungen im Bereich der automatischen Merkmalerkennung gehen zurück bis zu Hannah [41] im Jahre 1974, also in die Zeit vor der Entwicklung der ersten Digitalkameras. Dort werden gleiche Bereiche in Bildern identifiziert, die mit Stereokameras aufgenommen wurden. Mit Fortschritten in der Computertechnik und Digitalfotografie entwickelten sich auch die Algorithmen weiter. So präsentierten im Jahre 1988 sowohl Lindberg [42] einen Algorithmus, mit dem charakteristische Punkte in verschiedenen Skalen identifiziert werden können, als auch Harris und Stephens [33] einen kombinierten Algorithmus zur Detektion von Punkten und Kanten.

Aktuell existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Algorithmen für die Detektion charakteristischer Punkte sowie für ihre unabhängige Beschreibung. In vielen Veröffentlichungen sind diese beiden Teile auch direkt miteinander verknüpft.

Ein weit verbreitetes Verfahren ist der SIFT-Algorithmus (Scale Invariant Feature Transform), der 2004 von Lowe [43] entwickelt wurde. Bei einem Vergleich verschiedener Beschreibungen charakteristischer Punkte durch Mikolajczyk und Schmid [44] wird dieser sehr gut bewertet. Eine Weiterentwicklung hiervon ist SURF (Speeded Up Robust Features), den Bay et al. [45] im Jahre 2006 veröffentlichten. Dieser Algorithmus basiert auf SIFT, ist aber sowohl numerisch effizienter als auch robuster als dieser. Die Beispiele in den Abbildungen 6.7 und 6.8 wurden mit der MATLAB[®]-Implementierung dieses Algorithmus erstellt.

Als weitere Algorithmen, die keine eigenen Beschreibungen der Merkmale besitzen, aber effizient bei der Identifikation charakteristischer Punkte sind, seien hier noch MSER (Linear Time Maximally Stable Extremal Regions) von Nistér und Stewénus 2008 [46] sowie FAST (Features from Accelerated Segment Test) von Rosten et al. 2010 [34] exemplarisch genannt.

6.2.3 Ermittlung von Transformationen

Mit Hilfe der gewonnenen Punktkorrespondenzen, also Punkten, deren Koordinaten sowohl im Muster als auch im Suchbild bekannt sind, können Transformationen ermittelt werden, mit denen das Muster auf die entsprechende Stelle im Suchbild abgebildet werden kann. Diese haben in projektiven Koordinaten stets die Form

$$\tilde{\underline{p}}' = \mathbf{H} \cdot \tilde{\underline{p}}. \quad (6.9)$$

Je nach Problemstellung kann diese Abbildung eine Isometrie, Ähnlichkeits-, affine oder projektive Transformation sein. Weitere Erläuterungen zu den verschiedenen Arten von Transformationen sind im Anhang A.2 zusammengestellt. In der Anwendung sollte darauf geachtet werden, dass nur physikalisch zu erwartende Transformationen gewählt werden. Höherwertige Transformationen enthalten zwar stets die niedrigeren als Sonderfall, können aber zu ungünstigen Nebeneffekten führen. Kann sich das Muster beispielsweise nur verschieben und verdrehen, reicht eine Isometrie aus, während eine affine Transformation nötig ist, wenn es zu Verzerrungen kommen kann.

Je weniger Freiheitsgrade zu bestimmen sind, desto weniger Punktkorrespondenzen sind mindestens nötig, was im Umkehrschluss bedeutet, dass das Ergebnis bei mehr vorhandenen Korrespondenzen robuster wird. Zur Bestimmung der vier Freiheitsgrade einer Ähnlichkeitstransformation reichen theoretisch zwei Punktkorrespondenzen aus, während für die Bestimmung einer projektiven Transformation mit acht Freiheitsgraden vier Korrespondenzen bekannt sein müssen.

6.2.4 Wahl der Muster

Die Wahl des Suchmusters ist für die Qualität des Ergebnisses von entscheidender Bedeutung. Je mehr starke Merkmale in verschiedenen Skalen des Musters gefunden werden, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, diese Punkte auch im Suchbild zu identifizieren. Die Darstellung dieser Punkte in Abbildung 6.7 ermöglicht einen qualitativen Vergleich der Muster.

Offensichtlich ist, dass Muster 2 völlig ungeeignet ist, da es keinen einzigen charakteristischen Punkt enthält. Das Fehlen von scharfen Kanten und anderen Konturen führt dazu, dass nur kleine, langsame Farbänderungen vorhanden sind. Darüber hinaus fehlen Ecken mit signifikanten Farbänderungen in mehrere Richtungen. Dieses Muster kann in einem Suchbild nicht wiedergefunden werden.

Muster 1 ist in seiner Struktur sehr feingliedrig und enthält daher auf einer feinen Skala charakteristische Punkte. Diese sind allerdings nicht besonders stark – es befindet sich kein einziger aus diesem Muster unter den 50 stärksten – und vor allem nicht einzigartig. Die Gefahr der Bestimmung von fehlerhaften Punktkorrespondenzen, insbesondere im Hinblick auf Muster 3, ist hoch. Ein weiteres Problem dieses Musters ist die Größe. Aufgrund der geringen Abmessung von nur 36×36 px können nur wenige charakteristische Punkte identifiziert werden, da zu jedem dieser Punkte eine Umgebung gehört, auf der die Beschreibung beruht. Auch die Bildung von höheren Pyramidenebenen ist aufgrund der geringen Größe nicht sinnvoll möglich.

Muster 4 enthält zwar nur wenige charakteristische Punkte, allerdings besitzen diese eine große Stärke. Abbildung 6.8 zeigt, dass die korrespondierenden Punkte auch im Suchbild vorhanden sind und die Er-

stellung einer Transformation möglich ist. Allerdings ist die Anzahl der Punkte sehr gering; insbesondere auch, weil noch mehrere fehlerhafte Korrespondenzen darunter sind. Für eine präzise und robuste Messung ist also auch dieses Muster nicht geeignet.

Muster 3 enthält auf verschiedenen Skalen eine große Zahl von Punkten, worunter einige eine große Stärke besitzen. Daher ist dieses Muster sehr gut geeignet, Korrespondenzen zu finden. Aufgrund der großen Anzahl charakteristischer Punkte fallen auch fehlerhafte nicht auf und kleinere Ungenauigkeiten der Positionen fallen bei der ermittelten Transformation nicht ins Gewicht.

Zusammenfassend ergibt sich, dass ein Muster eine gewisse Größe aufweisen und auf verschiedenen Skalen klar zu identifizierende Punkte besitzen muss. Es muss also kleinere und größere Bereiche mit unterschiedlichen Helligkeiten und möglichst scharfen Kanten aufweisen. Die genaue Wahl des Musters muss immer im Bezug auf die aktuelle Messaufgabe geschehen. Insbesondere die Beschaffenheit der betrachteten Struktur und des Bildhintergrundes sind entscheidende Faktoren, da sich das Muster deutlich von diesen abheben muss.

6.3 Gegenüberstellung beider Verfahren

Die Verfahrensweisen von pixelbasierter Musterverfolgung und der Identifikation über Merkmalerkennung unterscheiden sich grundlegend. Für die Ermittlung von charakteristischen Punkten werden komplexe Algorithmen verwendet und es müssen optische Merkmale vorhanden sein, die sowohl im Muster als auch im Suchbild eindeutig zu identifizieren sind. Ist in einem Muster eine genügend große Anzahl solcher Punkte vorhanden, kann es sicher, effizient und mit großer Genauigkeit in einem Suchbild lokalisiert werden. Die Qualität des Ergebnisses hängt hier sehr stark von der Beschaffenheit des Suchmusters ab. Ist diese hoch genug, ist die Identifikation über charakteristische Punkte das eindeutig überlegene Verfahren.

Weisen die Suchmuster nur wenige klare Konturen auf, oder sind diese zu klein und fehlen somit sicher zu bestimmende charakteristische Punkte für die Ermittlung von Transformationen, sind die pixelbasierten Verfahren eine gute Alternative. Sie sind verfahrenstechnisch primitiver und numerisch grundsätzlich aufwändiger. Durch geeignete anwendungsspezifische Vorgaben, wie die Festlegung von Suchbereichen, sind sie jedoch trotzdem in der Praxis sinnvoll anwendbar und weisen eine größere Robustheit auf. Ihr gravierendster Nachteil ist allerdings, dass mit ihnen lediglich reine Translationen ermittelt werden können. Verdrehungen des Musters oder perspektivische Verzerrungen führen schnell zu deutlichen Abweichungen der ermittelten Positionen.

In Tabelle 6.1 sind die wichtigsten, für die Anwendung relevanten Unterschiede zusammen- und gegenübergestellt. Vorteile sind dabei grün und Nachteile rot gefärbt.

Pixelbasierte Verfahren	Merkmalerkennung
<ul style="list-style-type: none"> • Ermittlung von reinen Translationen • Bei großen Verschiebungen ineffizient • Fehlerberechnung für jedes Muster einzeln • Liefert auch bei ungünstigen Mustern Ergebnisse 	<ul style="list-style-type: none"> • Ermittlung von Transformationen: Isometrie bis projektive Transformation • Numerischer Aufwand unabhängig von Verformungsgröße • Charakteristische Punkte müssen pro Bild nur einmal ermittelt werden • Muster mit zu wenig charakteristischen Punkten nicht identifizierbar

Tabelle 6.1: Gegenüberstellung von pixelbasierter Musterverfolgung und der Identifikation über Merkmalerkennung

7 Ermittlung von Verformungen in einer Ebene

Durch die Verwendung von nur einer Kamera kann die Rücktransformation von Bild- und Weltkoordinaten nach Gleichung (4.6) zunächst nur in einer Ebene erfolgen. Hierbei kann die Reihenfolge zwischen Musterverfolgung und Transformationen allerdings variiert werden. Zwei unterschiedliche Varianten werden in den folgenden Abschnitten erläutert. Beiden Methoden gemeinsam ist, dass zunächst die Linsenverzerrung kompensiert wird, also lineare Pixelkoordinaten \tilde{x}_L vorliegen.

7.1 Verfolgung nach perspektivischer Entzerrung

Bei diesem Verfahren wird das gesamte Bild, also jedes einzelne Pixel nach Gleichung (4.6) von linearen Pixelkoordinaten in zweidimensionale Weltkoordinaten überführt und das Ergebnis anschließend wieder in einem kompletten Bild zusammengefasst. Hierdurch wird die perspektivische Verzerrung entfernt, und es lässt sich im so transformierten Bild ein linearer Zusammenhang zwischen Pixeln und realen Abmessungen aufstellen. In diesem Bild ist die Blickrichtung exakt orthogonal auf die betrachtete Messebene. In Abbildung 7.1 ist dies exemplarisch dargestellt.

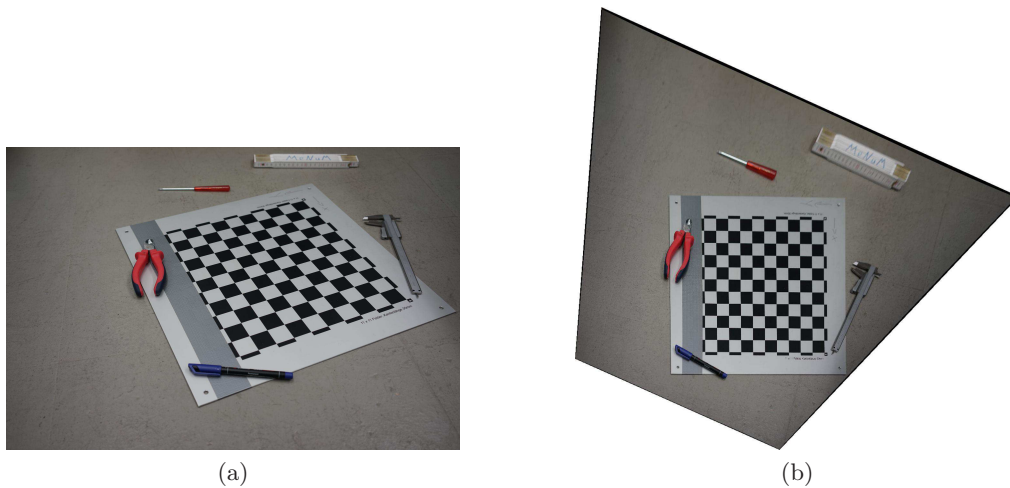


Abbildung 7.1: Foto vor und nach perspektivischer Entzerrung

Es fällt auf, dass das Bild in einigen Bereichen gestaucht ist. Hier gehen durch die Transformation Farb- und Informationsverluste einher, während in den gestreckten Bereichen Zwischenpixel interpoliert werden müssen, die somit keine echten Informationen enthalten.

Nach der perspektivischen Entzerrung erfolgt die Musterdefinition und -verfolgung mit einem der in Kapitel 6 beschriebenen Verfahren im orthogonal betrachteten Bild. Wenn sich ein Muster, wie vorausgesetzt,

nur innerhalb der betrachteten Ebene bewegt, reicht bei Verwendung von merkmalsbasierten Verfahren (Abschnitt 6.2) die Ermittlung einer Isometrie aus, wozu nur zwei Punktkorrespondenzen notwendig sind. Eine Verschiebung lässt sich nun direkt aus der Differenz der Positionen bestimmen.

Das hier beschriebene Verfahren ist im Programm PG-MeNuM (Abschnitt 10.5.1) implementiert. Hierin sind auch Längenmessungen innerhalb eines einzelnen Bildes einfach möglich.

7.2 Verfolgung im perspektivisch verzerrten Bild

Alternativ kann die Musterverfolgung auch direkt nach der Entfernung der Linsenverzerrung, also im rein perspektivisch verzerrten Bild, erfolgen. Hierbei gehen keine Informationen durch Stauchung verloren. Eine reine Verschiebung des Musters in der Messebene muss dann allerdings durch eine projektive Transformation abgebildet werden, zu deren Bestimmung vier Punktkorrespondenzen notwendig sind. Pixelbasierte Verfahren können dies nicht abbilden und daher theoretisch nicht verwendet werden.

Wenn die Position eines Musters in Bildkoordinaten auf diese Weise bestimmt ist, muss diese anschließend in Weltkoordinaten umgerechnet werden. Die Berechnung einer Verschiebung kann erst im letzten Schritt erfolgen.

Dieses Verfahren kommt im Programm PG-MeNuM-Live zum Einsatz, das im Abschnitt 10.5.2 vorgestellt wird.

7.3 Vergleich der Verfahren

Beide der oben dargestellten Verfahren haben in der praktischen Anwendung Vor- und Nachteile. Diese sind in Tabelle 7.1 gegenüber gestellt und farblich gekennzeichnet.

Musterverfolgung NACH perspektivischer Entzerrung	Musterverfolgung VOR perspektivischer Entzerrung
<ul style="list-style-type: none"> ● Informationsverlust durch Stauchung ● Numerischer Aufwand durch Transformation aller Pixel ● Nach Transformation linearer Zusammenhang zwischen Pixel- und Weltkoordinaten ● Verschiebung und Verdrehung des Suchmusters durch ISOMETRIE beschreibbar ↔ Weniger Punktkorrespondenzen nötig ● Anwendung pixelbasierter Verfolgungsalgorithmen möglich ● Anwendung in PG-MeNuM 	<ul style="list-style-type: none"> ● Verfolgung bei vollem Informationsgehalt ● Nur Transformation der relevanten Punkte ● Verschiebung und Verdrehung des Suchmusters durch HOMOGRAPHIE beschreibbar ↔ Bessere Suchmuster notwendig ● Nur merkmalsbasierte Verfolgungsalgorithmen möglich ● Anwendung in PG-MeNuM-Live

Tabelle 7.1: Gegenüberstellung von Verfolgung NACH und VOR perspektivischer Entzerrung

7.4 Zu erwartende Genauigkeiten

7.4.1 Kalibrierung

Die zu erwartenden Genauigkeiten einer photogrammetrischen Verformungsmessung hängen von verschiedenen Faktoren ab. Ein wichtiger Punkt hierbei ist die Güte der Kalibrierung. Diese korrespondiert zunächst einmal mit der Präzision des verwendeten Schachbrettmusters, welches zur Ermittlung der Kalibrierung nach Abschnitt 5.2 eingesetzt wird. Die fertigungsbedingten Ungenauigkeiten sollten erheblich kleiner sein, als die gewünschte Messgenauigkeit. Abhängig vom verwendeten Druck- oder Fräsverfahren sind die Ecken der Felder unterschiedlich stark abgerundet oder überlappend, wodurch ihre Position im Bild nicht exakt ermittelt werden kann.

Weiterhin müssen die Kalibrierungsfotos möglichst gut fokussiert sein, damit die Kanten und Ecken der Schachbrettfelder möglichst scharf erscheinen und nicht über mehrere Pixel hinweg verwischt dargestellt werden. Dazu muss bei allen Fotos das Schachbrett stets im Bereich der Schärfentiefe nach Abbildung 4.4 liegen. Bei der Durchführung der Messung ist darauf zu achten, dass der Abstand der Kamera zur Messebene möglichst dem entspricht, der bei der Kalibrierung vorhanden war, da sich durch Änderung der Fokussierung die intrinsischen Kameraparameter ändern.

Sind diese Voraussetzungen erfüllt, liefern die Algorithmen zur automatischen Detektion der Ecken optimale Ergebnisse, die deutlich unterhalb von einem Pixel liegen. Nach Bouguet [47, Kommentar zur Routine CORNERFINDER] liefert das Verfahren nach Harris [33] eine Genauigkeit bis zu 0,1 px.

7.4.2 Musterverfolgung

Auch die Qualität der Musterverfolgung hängt stark von der Schärfe der Bilder ab. Je höher diese ist und je klarer daher Kanten abgegrenzt sind, desto besser sind die Ergebnisse. Pixelbasierte Algorithmen können die Position eines Musters grundsätzlich nur auf ganze Pixel genau bestimmen. Durch Anwendung der Subpixelverfeinerung, Abschnitt 6.1.5, ist es jedoch möglich die Genauigkeit deutlich weiter zu erhöhen. Die ermittelten Transformationen auf Grundlage der Merkmalerkennung liefern Positionen grundsätzlich genauer als ein Pixel. Besitzen die Muster eine hohe Stabilität und können damit sicher identifiziert werden, sind auch hier Genauigkeiten bis zu 0,1 px möglich.

7.5 Fehlerquellen und mögliche Lösungen

Bei der Anwendung der photogrammetrischen Verformungsmessung kann es zu verschiedenen Problemen kommen. In den folgenden Abschnitten werden einige gravierende Fehlerquellen erörtert und mögliche Lösungsansätze dargestellt.

7.5.1 Unbeabsichtigte Kamerabewegungen

Bei jeder Verformungsmessung muss es immer einen fixen Bezugspunkt geben. Bei der hier vorgestellten photogrammetrischen Methode ist dies der feste Kamerastandpunkt. Während der gesamten Messung darf sich die Kamera unter keinen Umständen verschieben oder verdrehen. Hierzu ist zunächst ein sehr

stabiles Stativ notwendig. Zur Aufnahme des Bildes oder zur Änderung von Aufnahmeparametern empfiehlt sich weiterhin ein Fernzugriff über Kabel oder WLAN, damit die Kamera nicht berührt werden muss. Durch äußere Einflüsse wie zum Beispiel Wind oder Vibrationen kann es dennoch zu ungewollten Kamerabewegungen kommen. Wie gravierend der Einfluss solcher Bewegungen sein kann, verdeutlicht das folgende Beispiel: Bei einem Kameraabstand von 3 m zur Messebene korrespondiert eine Verdrehung der Kamera um lediglich $\varphi_Y = 0,02^\circ$ zu einer Verschiebung von $v_x = 3000 \cdot \sin \varphi_Y = 1,047$ mm. Dies übersteigt unter Umständen sogar die maximal zu messende Verschiebung.

Gibt es innerhalb der Messebene einen Punkt, der sich besser als Fixpunkt eignet als die Kamera, kann dieser zur Kompensation herangezogen werden. Dies kann ein unbewegliches Maschinenteil oder vom zu messenden System unabhängiges, festes Objekt sein. Es wird unterstellt, dass die Bewegungen dieses Objektes nur aus der Bewegung der Kamera resultieren. Somit können diese Verschiebungskomponenten innerhalb des Bildes zur Korrektur direkt von den Verschiebungen der eigentlichen Messpunkte abgezogen werden. Dieses Vorgehen lässt sich allerdings nur für kleine Verdrehungen und Bewegungen der Kamera parallel zur Messebene anwenden, da hier die Verschiebung aller Punkte der Messebene annähernd gleich sind. Für Kamerabewegungen senkrecht zur Messebene ist dies nicht der Fall, da die Bewegung jedes Punktes von seinem jeweiligen Abstand zum Bildhauptpunkt abhängt und eine derartige Kompensation somit nicht möglich ist.

Eine numerisch sehr aufwändige Möglichkeit zum Ausgleich von unvermeidbaren Kamerabewegungen ist es, die Orientierung der Kamera in jedem Foto neu zu ermitteln. Dazu muss das für die Ermittlung notwendige Schachbrett unverschieblich in der Messebene angebracht und auf jedem Foto vollständig abgebildet sein. Dieses Vorgehen ist nur anwendbar, wenn die Definition des Suchmusters vor der perspektivischen Entzerrung des Bildes erfolgt, also das Verfahren der Verfolgung im perspektivisch verzerrten Bild nach Abschnitt 7.2 angewendet wird.

7.5.2 Nicht in Messebene platzierbares Orientierungsbild

Zur Ermittlung der extrinsischen Kameraparameter, also zur Bestimmung der Orientierung der Kamera zur Messebene, muss ein Schachbrett in dieser Ebene fotografiert werden. Anschließend darf die Kamera nicht mehr bewegt werden. Durch örtliche Gegebenheiten kann es vorkommen, dass das Orientierungsschachbrett aufgrund seiner Abmessungen nicht exakt in der Messebene platziert werden kann. Insbesondere wenn zusätzliche Messaufbauten am Objekt befestigt sind, ist der Platz häufig stark begrenzt.

Diesem Problem kann dadurch begegnet werden, dass das Schachbrett parallel zur Messebene verschoben wird. Es kann also beispielsweise auf künstlich angebrachte Marker gelegt werden, anstatt es exakt in ihrer Ebene zu platzieren. Nachdem aus diesem Bild die Orientierung ermittelt wurde, kann der zusätzliche Abstand berücksichtigt werden. Da das Koordinatensystem so orientiert ist, dass die Z -Achse orthogonal zur Messebene verläuft, muss nur diese Komponente des Translationsvektors \underline{t} korrigiert werden. Dieser ergibt sich dann innerhalb der Matrix der Orientierung $\mathbf{H}_{O,2D}$ in Gleichung (4.5) zu

$$\underline{t} = \begin{pmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta Z \end{pmatrix}, \quad (7.1)$$

worin ΔZ den Abstand von der Schachbrett- zur Messebene bezeichnet. ΔZ ist positiv anzusetzen, wenn der Abstand der Kamera zur Messebene größer ist als der zum Orientierungsschachbrett.

7.5.3 Belichtung

Insbesondere bei Messungen im Freien muss der Belichtung der Fotos eine erhöhte Aufmerksamkeit zuteil werden, da sich die Lichtverhältnisse zum Beispiel beim Wechsel von Bewölkung zu direkter Sonneneinstrahlung sehr schnell ändern können. Insbesondere bei hellen, glatten Oberflächen kann es zu Übersteuerungen, dem so genannten Clipping (englisch „to clip“: abschneiden) kommen. In Abbildung 7.2 ist dies für ein Suchmuster einer realen Messung exemplarisch dargestellt. Dabei können ab einer



Abbildung 7.2: Suchmuster bei Änderung der Sonneneinstrahlung

gewissen Grenze Helligkeiten nicht mehr unterschieden werden. Die Farbe solcher Bereiche ist dann komplett weiß, und es sind keine Konturen mehr zu unterscheiden. Besonders problematisch ist die Situation, wenn dunkle Bereiche weiterhin dunkel bleiben und die Bandbreite der vorhandenen Helligkeiten sehr groß ist.

Während einer Messreihe können die Aufnahmeeinstellungen für die Aufnahme per Fernzugriff auf die Kamera geändert werden. Dies kann dazu verwendet werden, Verschlusszeiten oder Empfindlichkeiten herunterzusetzen. Solange kein heller Bereich übersteuert ist und auch in den dunklen Bereichen die Helligkeit das Grundrauschen noch übersteigt, sind die in Kapitel 6 beschriebenen Musterverfolger in der Lage, die Suchmuster zu identifizieren.

Grundsätzlich empfiehlt es sich aus mehreren Gründen, eher unterbelichtete Fotos zu erstellen: Zum einen ist der Abstand zur Übersteuerung größer, und zum anderen können dunkle Bereiche nachträglich noch aufgehellt werden. Außerdem sind die zu verfolgenden Suchmuster häufig heller als das zu messende Objekt.

7.5.4 Große Verformungen

Das mathematische Modell zur Abbildung der Realität auf das Kamerabild und seine Umkehrung aus Kapitel 4 beinhalten die maßgebenden physikalischen Phänomene. Dennoch ist dies nur eine Näherung, die

nicht über das gesamte Bild hinweg eine gleichermaßen gute Lösung liefert. Insbesondere in den Randbereichen, in denen sich die vom Abstand zum Bildhauptpunkt abhängige Linsenverzerrung aus Gleichung (4.8) besonders stark auswirkt, kann es zu Abweichungen kommen. Diese Abweichungen treten vor allem dann in Erscheinung, wenn sich ein Suchmuster über viele Pixel hinweg bewegt. Mit zunehmender Größe der Bewegung vergrößert sich in den meisten Fällen auch der absolute Fehler. Die genaue Größe des Fehlers hängt stark vom verwendeten Equipment und der Güte der Kalibrierungsbilder ab.

Das hauptsächliche Anwendungsgebiet der hier vorgestellten Methode ist die gleichzeitige Aufnahme mehrerer kleiner Verformungen. Suchmuster, bei denen größere Verformungen zu erwarten sind, sollten sich nach Möglichkeit in der Bildmitte befinden, da die Kalibrierung dort in der Regel am zuverlässigsten ist.

8 Ermittlung der Verformung orthogonal zur Ebene

Die Rücktransformation von Bild- in Weltkoordinaten ist nach Gleichung (4.6) nur für eine Ebene möglich. Angelehnt an Martins [48] ist es allerdings möglich, auch eine Aussage über die Verschiebung in der dritten Dimension zu treffen, wenn nicht nur ein einzelner Punkt verfolgt wird, sondern die Geometrie des Suchmusters bekannt ist.

Zunächst muss eine Ermittlung von Verformungen in der Ebene mit Verfolgung nach perspektivischer Entzerrung durchgeführt werden, wie sie in Abschnitt 7.1 dargestellt ist. Die Musterverfolgung muss dabei mittels eines Verfahrens der Merkmalerkennung aus Abschnitt 6.2 geschehen. Aus der daraus resultierenden Transformationsmatrix können weitere Informationen gewonnen werden.

8.1 Aufspaltung der Transformationsmatrix

Wenn sich das Suchmuster nur in der Messebene bewegt, ist eine Isometrie, die Translationen und eine Rotation abbilden kann, als zu ermittelnde Transformation ausreichend. Liegt zusätzlich eine Bewegung senkrecht zur Messebene vor, müssen Skalierungsfaktoren berücksichtigt werden, die durch eine Ähnlichkeits- oder affine Transformation mit abgedeckt sind. Die Einträge der berechneten Transformationsmatrix können so aufgespalten werden, dass sie physikalisch interpretierbar werden.

Betrachtet wird hier die Abbildungsmatrix \mathbf{A} der affinen Transformation aus Gleichung (A.11). Ein Koeffizientenvergleich zwischen der numerisch ermittelten Transformationsmatrix mit den Elementen $a_{i,j}$ und der physikalischen Deutung aus Gleichung (A.12) liefert

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} s_x \cdot \cos(\varphi) & m \cdot s_x \cdot \cos(\varphi) + s_y \cdot \sin(\varphi) \\ -s_x \cdot \sin(\varphi) & -m \cdot s_x \cdot \sin(\varphi) + s_y \cdot \cos(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (8.1)$$

Dies lässt sich mit einigen Umformungen zu

$$s_x = \frac{a_{1,1}}{\cos(\varphi)} \quad (8.2) \quad s_y = \frac{a_{2,2} \cdot a_{1,1} - a_{1,2} \cdot a_{2,1}}{a_{1,1} \cdot \cos(\varphi) - a_{2,1} \cdot \sin(\varphi)} \quad (8.3)$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{a_{2,1}}{a_{1,1}}\right) \quad (8.4) \quad m = \frac{a_{1,1} \cdot (a_{1,2} \cdot \cos(\varphi) - a_{2,2}) + a_{1,2} \cdot a_{2,1} \cdot (1 - \sin(\varphi))}{a_{1,1}^2 \cdot \cos(\varphi) - a_{1,1} \cdot a_{2,1} \cdot \sin(\varphi)} \quad (8.5)$$

auflösen. Liegt eine reine Ähnlichkeitstransformation vor, gibt es also keine Schiefstellung aus der Messebene heraus, sind die beiden Skalierungsfaktoren s_x und s_y gleich. Sind sie es nicht, ist es für die hier beschriebene Anwendung eine zweckmäßige Annahme, sie zu einem Skalierungsfaktor s zu mitteln.

8.2 Skalierung

Die extrinsischen Kameraparameter, die die Ausrichtung der Kamera beschreiben, beinhalten in Form der Komponente t_Z des Translationsvektors \underline{t} den senkrechten Abstand der Kamera zur Messebene. Zur Bestimmung des aktuellen Abstands zwischen Kamera und Muster kann der ursprüngliche Abstand mit dem Faktor s skaliert werden. Die Verformung orthogonal zur Messebene v_Z ergibt sich dann zu

$$v_Z = (1 - s) \cdot t_Z. \quad (8.6)$$

8.3 Mögliche Genauigkeiten

Die erreichbare Genauigkeit bei der Ermittlung der Verformung senkrecht zur Messebene ist erheblich geringer als die innerhalb der Ebene. Dies ist darin begründet, dass geringe Abweichungen in s mit dem Abstand t_Z multipliziert werden, der im Verhältnis zur Verformung sehr groß ist und sich der Fehler damit erheblich vergrößert. Anschaulich bedeutet bei einem Kameraabstand von 1 m ein Fehler von 0,5 % eine Abweichung von 5 mm. Bei einer Verschiebung innerhalb der Ebene von beispielsweise 10 mm, resultiert aus demselben relativen Fehler eine erheblich geringere Abweichung von 0,05 mm.

Dieses Beispiel zeigt, dass die photogrammetrische Messung mit nur einer Kamera zwar grundsätzlich in der Lage ist, Verformungen in einem gewissen Umfang auch dreidimensional aufzunehmen, die Messwerte senkrecht zur eigentlichen Messebene aber deutlich weniger belastbar sind. Sollen diese dennoch gemessen werden, ist darauf zu achten, dass die Suchmuster sehr scharf sind und möglichst viele stabile Merkmale enthalten. Nur wenn die Muster zuverlässig und mit möglichst geringen Abweichungen zu identifizieren sind, können die ermittelten Transformationen zur Verformungsmessung senkrecht zur Messebene herangezogen werden.

9 Frequenzmessung

9.1 Grundidee des Verfahrens

Die in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Methoden basieren darauf, Positionen bestimmter Suchmuster in mehreren, nacheinander aufgenommenen Bildern zu identifizieren und Verformungen daraus zu berechnen. Werden die Fotos mit einem bestimmten zeitlichen Abstand aufgenommen, können mit Methoden der Signalverarbeitung weitere Informationen aus den Verformungen abgeleitet werden. Insbesondere sei an dieser Stelle die Fourier-Transformation in den Frequenzbereich genannt, die beispielsweise in Clough [49, Abschnitt 6-2] oder Petersen [50, Anhang I] beschrieben wird. Mit ihrer Hilfe lassen sich die Frequenzanteile einer Schwingung einfach bestimmen.

Anstelle von Fotos können auch Videos verwendet werden, bei denen die Bildrate in der Regel bei mindestens 25 Hz liegt. Viele im Handel erhältliche Kameras erlauben auch Aufnahmen mit 50 oder 100 Hz.

9.2 Ermittlung der Verformungen

Ist das Ziel einer photogrammetrischen Messung nur die Bestimmung von Frequenzen, können die verwendeten Verformungen, also die Amplitude der Schwingung, beliebig skaliert sein. Relevant ist nur eine exakte Kenntnis der Bildrate. Diese Tatsache hat den großen Vorteil, dass auf eine Kalibrierung und Bestimmung der Orientierung der Kamera verzichtet werden kann. Es genügt, Blickwinkel und Bildausschnitt so zu wählen, dass das zu verfolgende Muster deutlich sichtbar ist. Auch die räumliche Auflösung kann geringer sein als bei statischen Messungen, solange die Amplitude der Schwingung noch erkennbar, also einige Pixel groß ist. In der Regel ist bei heutigen Digitalkameras, aufgrund der begrenzten Datenrate, die Bildauflösung bei Videos deutlich geringer als bei Fotos.

Die Definition von Suchmustern und deren Verfolgung erfolgt analog zur Statik. Bei der Interpretation muss allerdings stets darauf geachtet werden, dass nur die zeitlichen Informationen unverfälscht sind.

9.3 Theoretisch erreichbare Genauigkeit und Anwendungsgrenzen

In einem Signal können nach dem Nyquist-Shannon-Theorem [51, Abschnitt 4.2] nur Frequenzen identifiziert werden, die der Bedingung

$$f_{\max} < \frac{1}{2 \cdot \Delta t_{\text{mess}}} = \frac{f_{\text{mess}}}{2} = f_N \quad (9.1)$$

genügen. Dabei ist f_{\max} die in einer Messung maximal identifizierbare Frequenz und f_N die sogenannte Nyquist-Frequenz, die die Hälfte der Abtastrate f_{mess} beträgt. Mit der gebräuchlichen Video-Bildrate von

25 Hz können also Frequenzen identifiziert werden, die 12,5 Hz nicht übersteigen. Für viele Anwendungen in der Baupraxis ist dies ausreichend. Wird eine Kamera mit Zeitlupen-Funktion verwendet, kann die maximale Frequenz noch weiter gesteigert werden.

Sind höhere Frequenzen mit relevanten Amplituden im Signal enthalten, muss allerdings berücksichtigt werden, dass diese durch den sogenannten Alias-Effekt an der Nyquist-Frequenz f_N gespiegelt, also verfälscht, im Amplitudenspektrum erscheinen. Hier ist bei der Anwendung erhöhte Sorgfalt geboten.

Die Genauigkeit der ermittelten Frequenzen eines Systems hängt zum einen von der Genauigkeit der Abtastrate der verwendeten Kamera ab. Variieren die Zeitschritte stark und sind somit angenommener und tatsächlicher Aufnahmezeitpunkt nicht mehr identisch, wird das Ergebnis verfälscht. Zum anderen müssen die Bewegungen des Suchmusters eindeutig zu erfassen sein. Hierbei gelten die Vorgaben aus der statischen Identifikation in Abschnitt 7.4.2. Hinzu kommt aber, dass die Belichtungszeit für jedes einzelne Bild so gering sein muss, dass es nicht zu Bewegungsunschärfe kommt. Das Suchmuster darf sich also während der Aufnahmedauer des Bildes nicht um mehr als einen Pixel bewegen. Durch die in der Regel geringere räumliche Auflösung ist dieses Problem nur bei schlechten Beleuchtungsverhältnissen relevant.

10 Programmtechnische Umsetzung

10.1 Entwicklungsumgebung

Die in den vorangegangenen Kapiteln erörterten theoretischen Grundlagen und Vorgehensweisen sind im Rahmen dieser Arbeit mittels der Entwicklungsumgebung MATLAB[®] der Firma MATHWORKS[™] umgesetzt worden. Die Kombination aus interaktiver Entwicklungsumgebung und höherer Programmiersprache machen MATLAB[®] zu einem idealen Werkzeug für die Lösung und Ergebnisdarstellung ingenieurwissenschaftlicher Fragestellungen. Das Grundsystem kann durch eine vielfältige Auswahl an zusätzlichen Toolboxen ergänzt werden. Seit der Version 2013a (8.1) ist die COMPUTER VISION SYSTEM TOOLBOX verfügbar, die eine Vielzahl von Funktionen aus dem Bereich der Computervision bietet. Insbesondere seien hier die Kamerakalibrierung und die Merkmalerkennung genannt. Eine umfangreiche Dokumentation aller Funktionen der Toolbox bietet [52].

10.2 Kamerakalibrierung

Für die Bestimmung der intrinsischen und extrinsischen Kameraparameter stellt die COMPUTER VISION SYSTEM TOOLBOX alle notwendigen Funktionen und die so genannte App `cameraCalibrator` eine interaktive Oberfläche zur Verfügung. Als Basis hierfür dient die von Jean-Yves Bouguet entwickelte CAMERA CALIBRATION TOOLBOX FOR MATLAB [47].

Zur interaktiven Durchführung der Kalibrierung müssen lediglich Aufnahmen eines Schachbrettes geladen und die realen Seitenlängen der Felder angegeben werden. Die Ecken der Felder werden dann automatisch bestimmt und die Kameraparameter wie in Abschnitt 5.2 beschrieben ermittelt. Anschließend können die Resultate in verschiedenen Darstellungen angezeigt werden. Die gewonnene Kalibrierung wird in einem `cameraParameters`-Objekt gespeichert. Für eine nicht interaktive Durchführung der Kalibrierung seien hier die Funktionen `detectCheckerboardPoints`, `generateCheckerboardPoints` und `estimateCameraParameters` genannt, die nacheinander ausgeführt werden müssen.

10.3 Transformation der Fotos

Wenn bei der Ermittlung der Kamerakalibrierung die Linsenverzerrung berücksichtigt wurde, kann diese aus den aufgenommenen Bildern herausgerechnet werden. Mit den zugehörigen Verzerrungsparametern geschieht dies durch `undistortImage`.

Wird das Verfahren nach Abschnitt 7.1 angewendet, bei dem die Musterverfolgung erst nach der perspektivischen Entzerrung geschieht, muss das gesamte Bild transformiert werden. Die zugehörige projektive Abbildungsmatrix \mathbf{H} aus Gleichung (4.5) kann direkt aus den Kalibrierungsdaten zusammengesetzt und

wenn nötig nach Gleichung 7.1 korrigiert werden. Diese Transformation kann dann durch `imwarp` auf das gesamte Bild angewendet werden.

Der lineare Zusammenhang zwischen den so entstehenden neuen Pixel- und den Weltkoordinaten kann dadurch hergestellt werden, dass die begrenzenden Eckpunkte durch `outputLimits` in Weltkoordinaten transformiert und anschließend ihre Abstände berechnet werden können. Dies wird im Folgenden als die Autokalibrierung bezeichnet.

10.4 Musterverfolgung

10.4.1 Pixelbasiert

Die pixelbasierte Musterverfolgung des Abschnitts 6.1 mit der Berechnung des mittleren Fehlers nach Gleichung (6.2) wurde im Rahmen dieser Arbeit selbst implementiert. Die Beschreibungen dieses Abschnitts können, ebenso wie die Berücksichtigung von Suchbereichen, pyramidaler Beschleunigung und die wichtige Erweiterung durch Subpixel-Verfeinerung, direkt programmtechnisch umgesetzt werden.

10.4.2 Merkmalerkennung

Für die Musterverfolgung auf Grundlage der Merkmalerkennung wird wiederum auf die `COMPUTER VISION SYSTEM TOOLBOX` zurückgegriffen. Der Ablauf zur Ermittlung einer Transformation nach Abschnitt 6.2.1 ist ebenfalls direkt umgesetzt. Zunächst müssen im Suchmuster und dem zu untersuchenden Bild mittels `detectSURFFeatures` und `extractFeatures` die charakteristischen Merkmale bestimmt und ihr Beschreibungsvektor gespeichert werden. Gemeinsame Punkte, also solche, die in beiden Bildern identifiziert wurden, können durch `matchFeatures` extrahiert werden. Die Ermittlung der Transformation zur Abbildung geschieht mit Hilfe des Befehls `estimateGeometricTransform`.

10.5 Anwendungen und Benutzeroberflächen

Die Praxistauglichkeit eines Messverfahrens hängt neben der erforderlichen Zuverlässigkeit der Ergebnisse in entscheidendem Maße auch von der einfachen Handhabung ab. Im Fall der photogrammetrischen Messwerterfassung ist die Datenerfassung vor Ort selbst sehr einfach, da hierzu nicht mehr als eine kalibrierte Kamera mit Stativ und ein Schachbrett zur Ausrichtung nötig sind. Von essentieller Bedeutung ist aber die Nachbereitung, um aus den aufgenommen Fotos echte Messwerte zu extrahieren. Die in den folgenden Abschnitten vorgestellten Anwendungen zielen darauf ab, die notwendigen Schritte weitestgehend zu automatisieren und die Abläufe intuitiv zu gestalten. Das Einsatzgebiet von PG-MeNuM (**P**hoto**G**rammetrie des Lehr- und Forschungsgebietes **M**echanik und **N**umerische **M**ethoden) ist dabei die nachträgliche Datenauswertung. PG-MeNuM-Live bietet die Möglichkeit, Fotos direkt während einer Messung auszuwerten und erste Ergebnisse darzustellen.

10.5.1 PG-MeNuM

PG-MeNuM bietet umfangreiche Möglichkeiten zur Aufbereitung und Auswertung von Messfoto-Reihen sowie eine Reihe von Optionen zur Ergebnisdarstellung. Der Aufbau der Benutzeroberfläche orientiert

sich dabei an den Schritten, die in Abbildung 2.1 im Bereich Nachbearbeitung und in Abschnitt 7.1 aufgeführt sind. Für jeden Bearbeitungsschritt ist in der Werkzeugliste ein eigener Eintrag vorhanden, der bei Auswahl die zugehörigen Eingabefelder auf der linken Seite des Fensters anzeigt. In Abbildung 10.1 ist dies beispielhaft für den Schritt Musterdefinition dargestellt.

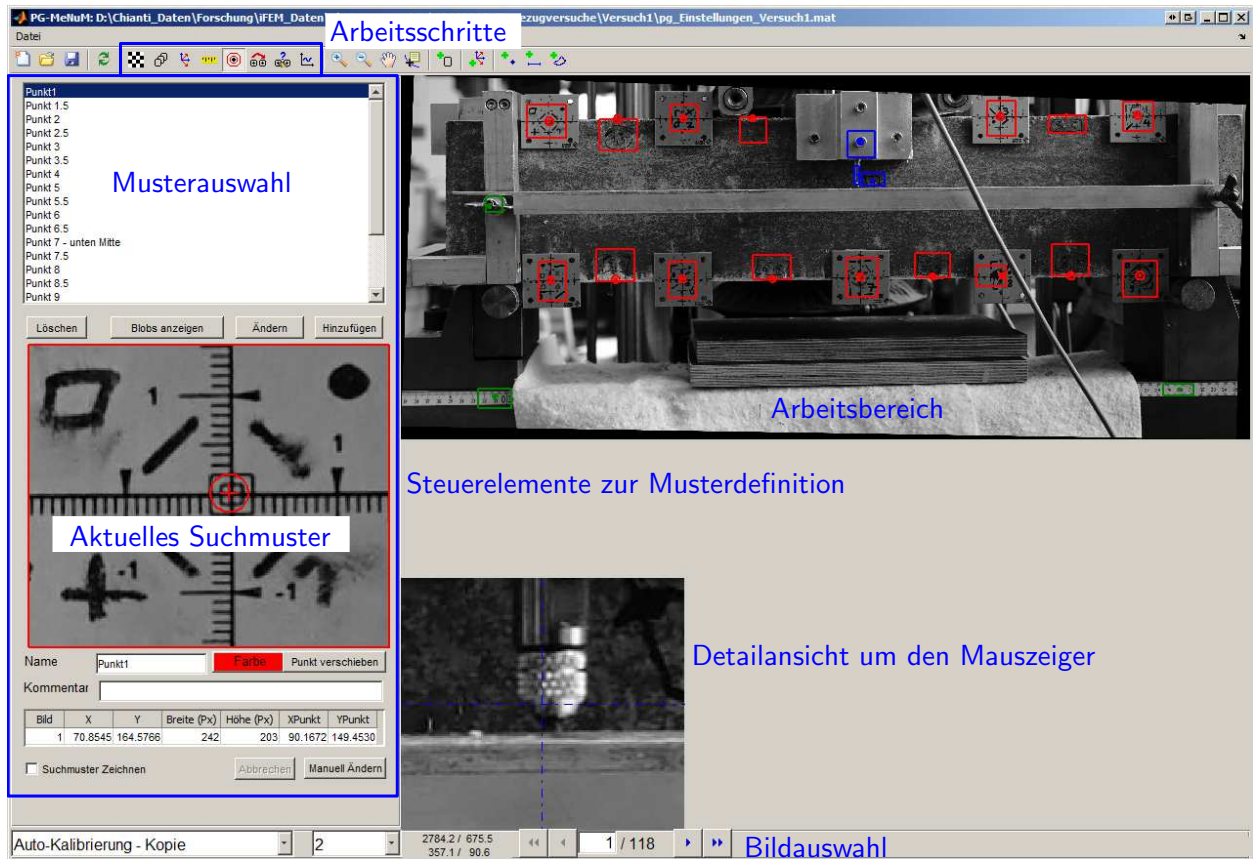


Abbildung 10.1: Benutzeroberfläche von PG-MeNuM

Insgesamt sind Eingabemasken für folgende Schritte vorhanden, wobei die mit einem * gekennzeichneten Masken für weitere Untersuchungen optional sind und nicht bei jeder Messung benötigt werden.

Rohdaten: Zu Beginn jeder Auswertung müssen zunächst die zu berücksichtigenden Bilder bzw. das Video ausgewählt werden. Außerdem können die Kalibrierung und das Ausrichtungsbild geladen sowie weitere Parameter für die perspektivische Entzerrung vorgegeben werden. Der Ausschnitt des Bildes, der die späteren Suchmuster enthalten wird, kann gewählt werden, um die Datenmenge und den späteren Rechenaufwand bei der Musterverfolgung zu reduzieren.

Die in dieser Maske vorgenommenen Eingaben können im späteren Verlauf der Auswertung nicht mehr geändert werden.

Einzelbilder*: Diese Maske bietet eine Übersicht zur Kontrolle der Bilder, beziehungsweise der Einzelbilder eines Videos, nach ihrer Entzerrung.

Kalibrierungen*: Hier können unterschiedliche Koordinatensysteme für die Beziehung zwischen Pixel- und Weltkoordinaten definiert werden. Wie in Abschnitt 7.1 dargestellt, besteht nach der perspektivischen Entzerrung ein linearer Zusammenhang. Programmintern werden immer Pixelkoordinaten verwendet und nur Ergebnisse transformiert. Neben den Pixelkoordinaten steht hier immer die schon in Abschnitt 10.3 erwähnte Auto-Kalibrierung zur Verfügung.

Messungen*: Zur Untersuchung des Messobjekts oder der Kalibrierung ist die Messung von Längen und die Definition bestimmter Referenzpunkte möglich.

Musterdefinition: Ein zentraler Schritt zur Ermittlung von Verformungen ist die Definition von Suchmustern, die über die Bilder hinweg verfolgt werden. Diese Definition geschieht über ein Auswahlrechteck, mit dessen Hilfe direkt in einem Bild ein Ausschnitt gewählt werden kann. Zusätzlich können noch Namen und Farben definiert werden.

Musterverfolgung: Die Auswahl, mit welchem Algorithmus die Suchmuster verfolgt werden, geschieht in dieser Maske. Ebenso erfolgt hier die Steuerung von Algorithmus-Details und mögliche Definitionen von Suchbereichen. Zum Vergleich von unterschiedlichen Algorithmen oder Einstellungen können Muster auch mehrfach verfolgt werden.

Manuelle Nachbearbeitung*: Je nach gewähltem Algorithmus und Beschaffenheit der Suchmuster kann es vorkommen, dass Positionen in einigen Bildern fehlerhaft oder überhaupt nicht identifiziert werden können. Zu diesem Zweck ist es möglich, einzelne Positionen manuell festzulegen oder zu löschen.

Ergebnisausgabe: Die Aufbereitung und Ausgabe der Ergebnisse ist darauf ausgelegt, ein möglichst breites Anwendungsspektrum abzudecken. Einstellungsmöglichkeiten sind dabei unter anderem die Auswahl der Datenreihen und der Bilder, die berücksichtigt werden, die Vorgabe der Größen, die als Ordinate und Abszisse Verwendung finden, ihre Sortierung, mögliche Referenzbilder-Bilder, auf die die Verformungen bezogen werden, und die Vorgabe eines Fixpunktes nach Abschnitt 7.5.1 in der Messebene. Außerdem ist es möglich, einen Winkel vorzugeben, um den das Ausgabekoordinatensystem gedreht werden soll, falls die Verformung nicht in einer der beiden Koordinatenrichtungen verläuft. Die Ergebnisse können sowohl graphisch dargestellt als auch in verschiedenen Formaten exportiert werden.

Der gesamte Aufbau der Benutzeroberfläche ist so gestaltet, dass die Bedienung intuitiv und ohne lange Einarbeitungszeit erfolgen kann. Der Benutzer wird dabei sukzessive durch die einzelnen Schritte der Verformungsbestimmung geleitet, um mit möglichst geringem Aufwand bestmögliche Ergebnisse erzielen zu können. Die Auswertung ist in diesem Fall der Aufnahme der Daten komplett nachgeschaltet und kann räumlich und zeitlich beliebig getrennt erfolgen.

10.5.2 PG-MeNuM-Live

Während der Durchführung einer Messung ist es in der Regel wünschenswert, direkt erste Messwerte und deren Verläufe zu sehen, um beurteilen zu können, ob die Erfassung der Daten planmäßig abläuft. Zu diesem Zweck ist PG-MeNuM-Live konzipiert. Diese Anwendung besteht im Kern aus einem MATLAB[®]-Objekt, das ein Eingangsverzeichnis überwacht und neue Bilder direkt verarbeitet, wenn sie in dieses Verzeichnis kopiert werden. Nach bestimmten, vorab festgelegten Einstellungen geschieht die Verfolgung vollständig automatisch. Wichtig ist hierbei, dass mit der Aufnahme eines neuen Bildes nicht gewartet werden muss, bis das vorherige ausgewertet ist. Die Software wertet die Fotos im Eingang nach und nach aus. Um den Prozess zu beschleunigen, kommt hier das Verfahren nach Abschnitt 7.2 zur Anwendung, bei dem nicht das ganze Bild perspektivisch entzerrt werden muss, sondern die Musterverfolgung direkt nach der Entfernung der Linsenverzerrung stattfindet.

Zur einfachen und schnellen Benutzung und zur Vorgabe einer Reihe von Einstellungen stehen mit `pg_live_definitionen` und `pg_live_anzeige` zwei Benutzeroberflächen zur Verfügung: eine für die notwendigen Einstellungen und Definitionen und eine weitere zur Anzeige der Ergebnisse.

Definitionen: Nach der Auswahl einer Kalibrierung und eines Orientierungsbildes muss ein weiteres Foto vorhanden sein, in dem die geplanten Suchmuster zu erkennen sind. Diese können dann mit der vorliegenden Oberfläche komfortabel nach dem gleichen Prinzip wie bei PG-MeNuM durch Auswahlrechtecke festgelegt werden. Auch hier ist die Vergabe von Namen und Farben sinnvoll, um die gewählten Stellen nachträglich auseinanderhalten zu können. Ebenso können Suchbereiche festgelegt und weitere, algorithmusspezifische Angaben gemacht werden.

Sind alle Einstellungen vorgenommen, kann die Verzeichnisüberwachung gestartet werden.

Anzeige: Während die Verzeichnisauswertung läuft, können die bis zu diesem Zeitpunkt ermittelten Ergebnisse direkt angezeigt werden. Die Einstellungsmöglichkeiten entsprechen dabei denen der Maske für Ergebnisausgaben aus PG-MeNuM. Außerdem wird zur Kontrolle das letzte ausgewertete Bild angezeigt. Die Benutzeroberfläche und das Objekt sind dabei so miteinander verbunden, dass die angezeigten Messwerte sofort aktualisiert werden, wenn ein weiteres Bild ausgewertet ist. Je nach Auflösung der Bilder und Rechenleistung des auswertenden Rechners kann auf diese Weise der Fortschritt der Messung mit einer nur sehr geringen Verzögerung beobachtet werden. Wird diese Oberfläche geschlossen, bleibt das Objekt im Hintergrund weiterhin aktiv und die Messung läuft weiter, solange neue Bilder hinzugefügt werden, oder bis die Verzeichnisüberwachung bewusst angehalten wird.

Durch die unterschiedlichen Zeitpunkte der Musterverfolgung im Ablauf, vor oder nach perspektivischer Entzerrung, können die in PG-MeNuM-Live gemachten Definitionen nicht in PG-MeNuM übernommen werden. Aufgrund der unterschiedlichen Anwendungsbereiche hält sich der Mehraufwand bei der praktischen Anwendung allerdings in Grenzen: Zum Gewinn erster Ergebnisse während des Versuchs und zur schnellen Beurteilung genügt es in der Regel, in PG-MeNuM-Live wenige oder nur ein einziges Suchmuster zu definieren. Eine sorgfältigere Auswertung mit einer größeren Zahl an Suchmustern und einem höheren Anspruch an die Genauigkeit kann dann im Nachgang mittels PG-MeNuM vorgenommen werden. Dieses Vorgehen empfiehlt sich insbesondere bei widrigen Messumgebungen außerhalb geschlossener Räume.

Teil II

Systemidentifikation auf Grundlage der Methode der inversen Finiten Elemente

11 Methode der inversen Finiten Elemente – Stand der Forschung

11.1 Einführende Betrachtung

Die Methode der Finiten Elemente (FEM) ist im Bereich der Strukturmechanik das vorherrschende Berechnungsverfahren. Geometrie, Steifigkeiten und Belastungen müssen bekannt sein, um die Tragwerksantwort, also Verformungen, Schnittgrößen und weitere Ergebnisse, näherungsweise berechnen zu können. Zienkiewicz [53] bietet eine umfangreiche Darstellung dieses Themas. Die Grundidee des Verfahrens beruht darauf, komplexe Strukturen in Knoten und verbindende Elemente zu diskretisieren, an denen die physikalischen Zusammenhänge näherungsweise einfachen Ansätzen genügen. Diese Zusammenhänge werden dann in einem Gleichungssystem zusammengefasst und dieses bei der gebräuchlichen Weggrößenformulierung nach den Knotenverformungen aufgelöst.

Die Methode der inversen Finiten Elemente (iFEM) ist eine Weiterentwicklung der klassischen FEM zur Durchführung von Systemidentifikationen an bestehenden Strukturen. Neben den Knotenverformungen werden weitere Freiheitsgrade bei der Belastung und bei Struktureigenschaften, wie zum Beispiel Steifigkeiten, eingeführt. Für die Bestimmung aller Freiheitsgrade sind nun zusätzliche Informationen nötig, die durch Messungen an der vorhandenen Struktur zur Verfügung gestellt werden. Da solche Messungen stets mit Unsicherheiten verbunden sind und auch Lasten sowie Struktureigenschaften von vornherein nach bestem Wissen vorgegeben werden sollten, werden alle Abweichungen mit so genannten Kosten belegt. Die Kombination aus allen Freiheitsgraden, die die geringsten Kosten verursacht, ist die wahrscheinlichste Lösung.

Ihren Ursprung hat die iFEM im Jahr 2004 an der Universität von Stellenbosch in Südafrika durch Mainçon et al. [54, 55, 56, 57]. Maree [58] und Barnardo [59, 60] veröffentlichten in den folgenden Jahren weitere Arbeiten, wobei Barnardo eine sehr komplexe und umfassende theoretische Darstellung mit ersten Anwendungsversuchen liefert. Während einer Kooperation mit der Bergischen Universität Wuppertal setzten Hauser et al. [61] iFEM zur Ermittlung von Erddruckverteilungen ein.

Durch die Diplomarbeiten von Lütke [62] und Stephan [63] konnte iFEM am LuFG Baumechanik und Numerische Methoden der Bergischen Universität Wuppertal eingeführt und in das Programmsystem FE-MeNuM integriert werden. Roesler et al. [64] wenden die Methode zur Lastidentifikation bei einer Brückenüberfahrt an.

Die nötigen Erweiterungen der Gleichgewichtsbedingung, die Formulierung der Kosten sowie die bislang verwendeten Lösungsalgorithmen des entstehenden Optimierungsproblems sind in den folgenden Abschnitten dargestellt. Dabei wird im Rahmen dieser Arbeit nur auf statische Verfahren explizit ein-

gegangen, da diese in Kombination mit der photogrammetrischen Verformungserfassung zur Anwendung kommen. Existierende Lösungsansätze für dynamische Problemstellungen werden nur kurz vorgestellt und nicht eingehend behandelt.

Eine Übersicht über die verwendeten Matrizen ist in Anhang B zusammengestellt. Weiterführende Informationen und Herleitungen sind [63] und [59] zu entnehmen.

11.2 Erweiterung der Gleichgewichtsbedingung

Das zentrale Gleichungssystem der FEM der Strukturmechanik verknüpft die bekannten äußeren Lasten \underline{P} über die ebenfalls bekannte Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} mit den unbekannt Knotenverschiebungen \underline{V} , die die Freiheitsgrade des Systems darstellen, über die schwache Form des Gleichgewichts

$$\mathbf{K} \cdot \underline{V} = \underline{P}. \quad (11.1)$$

In der iFEM wird dieses Gleichungssystem um die zusätzlichen unbekannt Lasten \underline{P}_u , die von den sogenannten Lastfreiheitsgraden \underline{U} abhängen, und um Abweichungen in der Struktur $\underline{\alpha}$ erweitert. Nach [63, Gleichung (2.22)] ergibt sich dann

$$\mathbf{K}(\underline{\alpha}) \cdot \underline{V} = \underline{P} + \underline{P}_u(\underline{U}) \quad (11.2)$$

als zu erfüllende Gleichgewichtsbedingung.

Dieses Gleichungssystem ist durch die zusätzlichen Freiheitsgrade sowohl nichtlinear als auch unterbestimmt und somit nicht mehr eindeutig lösbar, allerdings können für bekannte Last- und Strukturfreiheitsgrade die korrespondierenden Knotenverformungen direkt berechnet werden.

11.3 Kostenformulierungen

Das Grundprinzip der iFEM besteht darin, Abweichungen von den vorgegebenen Lasten und Struktureigenschaften sowie von Messungen, die an der Struktur durchgeführt werden, mit Kosten zu belegen. Die Kombination der Freiheitsgrade, die unter gleichzeitiger Einhaltung des Gleichgewichts (11.2) die geringsten Kosten verursacht, ist von Interesse. Das reine Lösen der Gleichgewichtsbedingung der klassischen FEM geht in ein Optimierungsproblem der Kosten mit Nebenbedingung über. Allgemein wird nach [59, Gleichung 7.3] für alle entstehenden Kosten ein quadratischer Ansatz ohne konstante Anteile gewählt. Nach einer Transformation auf globale Freiheitsgrade und anschließender Zusammenfassung auf Systemebene ergibt sich daraus die Kostenfunktion

$$J(\underline{V}, \underline{U}, \underline{\alpha}) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \underline{\alpha} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{vv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \underline{\alpha} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{Q}_v \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \underline{\alpha} \end{pmatrix}. \quad (11.3)$$

Hierin sind die physikalisch nicht deutbaren Korrelationskosten bereits vernachlässigt. Dies bedeutet beispielsweise, dass durch gleichzeitiges Auftreten einer Schädigung und einer unbekannt Last neben den

regulären Parameter- und Lastkosten keine zusätzlichen Kosten für die Kombination entstehen. Außerdem sind die Erwartungswert-Vektoren für Lasten und Strukturparameter gleich $\underline{0}$ gesetzt. Dies ist dann ohne jeden Fehler richtig, wenn alle bekannten Eigenschaften und Lasten bereits vollständig im zugrundeliegenden FE-Modell enthalten sind. Der Aufbau der übrigen Kostenmatrizen \mathbf{Q}_{vv} , \mathbf{Q}_{uu} , $\mathbf{Q}_{\alpha\alpha}$ und des Messwert-Vektors \underline{Q}_v kann den Tabellen B.2 und B.3 entnommen werden.

Jedem iFEM-Freiheitsgrad und jedem Messwert ist ein Kostenfaktor zugeordnet, der dazu nötig ist, verschiedene Skalierungen und Dimensionen auszugleichen. Durch diesen Faktor können zum Beispiel Freiheitsgrade von Einzel- und Linienlasten miteinander verglichen und in Relation zu gemessenen Verformungen gesetzt werden. Zu jeder Kombination von Freiheitsgraden gibt es also genau einen Kostenwert J .

Die größte Aussagekraft als Messwert besitzen Verformungen. Es können aber auch Messungen von Dehnungen oder in der Dynamik Beschleunigungen verwendet werden. Wie in der FE-Theorie üblich, werden die durch Abweichungen zwischen Rechnung und Messung verursachten Kosten in Abhängigkeit der diskreten Knotenfreiheitsgrade \underline{V} dargestellt, damit in Gleichung (11.3) alle Kosten direkt aus den Freiheitsgraden berechnet werden können.

11.4 Algorithmen für statische Berechnungen

11.4.1 Verwendung eines einzelnen Experiments

Eine weit verbreitete Optimierungsmethode unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen ist die Verwendung von Lagrange-Multiplikatoren. Mit diesen werden Nebenbedingungen an die zu optimierende Funktion angekoppelt. Ein Kandidat für eine Extremstelle ist dort zu finden, wo die partiellen Ableitungen der dadurch entstehenden Lagrange-Funktion nach allen Variablen gleich null sind. Papageorgiou [65, Kapitel 5] bietet eine Beschreibung und Beispiele zur Anwendung dieser Methode.

Durch Ankopplung von Gleichung (11.2) an die Kostenfunktion (11.3) ergibt sich die Lagrange-Funktion zu

$$\begin{aligned}
 J^*(\underline{V}, \underline{U}, \underline{\alpha}, \underline{\lambda}) &= \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \underline{\alpha} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{vv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \underline{\alpha} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{Q}_v \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \underline{\alpha} \end{pmatrix} \\
 &+ \underline{\lambda}^T \cdot (\mathbf{K}(\underline{\alpha}) \cdot \underline{V} - \underline{P} - \underline{P}_u(\underline{U})).
 \end{aligned} \tag{11.4}$$

Das Gleichungssystem, das mögliche Extremstellen als Lösungen besitzt, ergibt sich durch Ableiten:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J^*}{\partial \underline{\lambda}} &= \mathbf{K}(\underline{\alpha}) \cdot \underline{V} - \underline{P} - \underline{P}_u(\underline{U}) \stackrel{!}{=} \underline{0} \\
 \frac{\partial J^*}{\partial \underline{V}} &= \mathbf{Q}_{vv} \cdot \underline{V} + \underline{Q}_v + \underline{\lambda}^T \cdot \mathbf{K}(\underline{\alpha}) \stackrel{!}{=} \underline{0} \\
 \frac{\partial J^*}{\partial \underline{U}} &= \mathbf{Q}_{uu} \cdot \underline{U} - \underline{\lambda}^T \cdot \frac{\partial \underline{P}_u}{\partial \underline{U}} \stackrel{!}{=} \underline{0} \\
 \frac{\partial J^*}{\partial \underline{\alpha}} &= \mathbf{Q}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{\alpha} + \underline{\lambda}^T \cdot \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \underline{\alpha}} \cdot \underline{V} \stackrel{!}{=} \underline{0}.
 \end{aligned} \tag{11.5}$$

Durch die Nichtlinearität ist eine direkte Bestimmung der Freiheitsgrade nicht möglich. Das Newton-Raphson-Verfahren bietet, von einer vorgegebenen Startstelle ausgehend, eine Möglichkeit zur inkrementellen iterativen Lösung durch wiederholte Linearisierung. Eine eingehendere Beschreibung kann beispielsweise [66, Abschnitt 19.2.2.2] entnommen werden.

Die mit Δ bezeichneten Zuwächse der Freiheitsgrade, die auf den jeweiligen Grundzustand $(\bar{\lambda}, \bar{V}, \bar{U}, \bar{\alpha})$ aufaddiert werden müssen, ergeben sich mit Hilfe einer nach dem linearen Glied abgebrochenen Taylor-Entwicklung in jedem Schritt durch das nun lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}(\bar{\alpha}) & -\left.\frac{\partial P_u(U)}{\partial U}\right|_{\bar{U}} & \left.\frac{\partial \mathbf{K}(\bar{\alpha})}{\partial \alpha}\right|_{\bar{\alpha}} \cdot \bar{V} \\ \mathbf{K}(\bar{\alpha})^T & \mathbf{Q}_{vv} & \mathbf{0} & \bar{\lambda}^T \cdot \left.\frac{\partial \mathbf{K}(\bar{\alpha})}{\partial \alpha}\right|_{\bar{\alpha}} \\ -\left(\left.\frac{\partial P_u(U)}{\partial U}\right|_{\bar{U}}\right)^T & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{uu} - \bar{\lambda}^T \cdot \left.\frac{\partial^2 P_u(U)}{\partial U^2}\right|_{\bar{U}} & \mathbf{0} \\ \left(\left.\frac{\partial \mathbf{K}(\bar{\alpha})}{\partial \alpha}\right|_{\bar{\alpha}} \cdot \bar{V}\right)^T & \left(\bar{\lambda}^T \cdot \left.\frac{\partial \mathbf{K}(\bar{\alpha})}{\partial \alpha}\right|_{\bar{\alpha}}\right)^T & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\alpha\alpha} + \bar{\lambda}^T \cdot \left.\frac{\partial^2 \mathbf{K}(\bar{\alpha})}{\partial \alpha^2}\right|_{\bar{\alpha}} \cdot \bar{V} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta V \\ \Delta U \\ \Delta \alpha \end{pmatrix} = \underline{R}$$

mit

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} P + P_u(\bar{U}) - \mathbf{K}(\bar{\alpha}) \cdot \bar{V} \\ -\mathbf{Q}_{vv} \cdot \bar{V} - Q_v - \mathbf{K}(\bar{\alpha})^T \cdot \bar{\lambda} \\ -\mathbf{Q}_{uu} \cdot \bar{U} + \left(\left.\frac{\partial P_u(U)}{\partial U}\right|_{\bar{U}}\right)^T \cdot \bar{\lambda} \\ -\mathbf{Q}_{\alpha\alpha} \cdot \bar{\alpha} - \bar{\lambda}^T \cdot \left.\frac{\partial \mathbf{K}(\bar{\alpha})}{\partial \alpha}\right|_{\bar{\alpha}} \cdot \bar{V} \end{pmatrix}.$$

Dieses Vorgehen muss so oft wiederholt werden, bis die Zuwächse ausreichend gering sind und somit eine Lösung des ursprünglichen, nichtlinearen Gleichungssystems gefunden ist.

Die Ableitung eines beliebigen Vektors \underline{v}_1 nach einem Vektor \underline{v}_2 ist mathematisch über die Jacobi-Matrix definiert, wobei alle Vektoren, die bei den partiellen Ableitungen von \underline{v}_1 nach den einzelnen Komponenten von \underline{v}_2 entstehen, in einer Matrix zusammengefasst werden. Konkret entsteht durch die Ableitung des Vektors der unbekanntten Kräfte \underline{P}_u nach den Lastfreiheitsgraden \underline{U} die Last-Matrix \mathbf{H} . Analog dazu stellt sich die Ableitung der Matrix \mathbf{K} dar. Hier entsteht durch Ableitung nach einer Komponente von $\underline{\alpha}$ eine Matrix. Die Matrizen der einzelnen partiellen Ableitungen werden dann in einem dreidimensionalen Feld $\underline{\mathbf{G}}$ zusammengefasst. Dieses Feld $\underline{\mathbf{G}} = (\mathbf{G}_1 \ \mathbf{G}_2 \ \dots \ \mathbf{G}_n)$ ist dabei eine Art Zeilenvektor, der als einzelne Einträge jeweils Matrizen enthält. Ein ebensolches Feld stellt auch die zweite Ableitung von \underline{P}_u dar und für die zweite Ableitung von \mathbf{K} muss das Vorgehen noch um eine zusätzliche Dimension erweitert werden. Diese Erweiterungen des Ableitungsbegriffs fallen in den Bereich der Fréchet-Ableitungen.

Allgemein sind $\mathbf{K}(\underline{\alpha})$ und $\underline{P}_u(\underline{U})$ nichtlineare Funktionen. Ist dies der Fall, müssen die Steifigkeitsmatrix und der Lastvektor sowie ihre Ableitungen in jedem Berechnungsschritt komplett neu aufgebaut werden. Hängen sie allerdings nur linear von den iFEM-Freiheitsgraden ab, was bei Lasten in der Regel und bei Strukturparametern häufig der Fall ist, lässt sich Gleichung (11.2) mit $\mathbf{K}(\underline{\alpha}) = (\mathbf{K}_{\text{lin}} + \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\alpha})$ und $\underline{P}_u(\underline{U})$

zu

$$\mathbf{K}_{\text{lin}} \cdot \underline{V} + \underbrace{(\underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{V})}_{\mathbf{G}} \cdot \underline{\alpha} = \underline{P} + \mathbf{H} \cdot \underline{U} \quad (11.7)$$

vereinfachen. Dabei ist bei der Multiplikation des dreidimensionalen Feldes $\underline{\mathbf{G}}$ mit den Vektoren $\underline{\alpha}$ und \underline{V} jeweils auf die richtige Dimension zu achten. Wird jeder Eintrag von $\underline{\mathbf{G}}$ mit dem zugehörigen Eintrag von \underline{V} multipliziert und werden die so entstehenden Matrizen aufaddiert, entsteht die Elementparametermatrix \mathbf{G} aus [63, Abschnitt 2.2.2]. Die lineare Abhängigkeit von den iFEM-Freiheitsgraden wird in [59] und [63] stets vorausgesetzt.

Mit diesen Annahmen und unter Vernachlässigung zweier Koppelterme, die sich ungünstig auf das Konvergenzverhalten auszuwirken scheinen, vereinfacht sich Gleichung (11.6) zu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\text{lin}} + \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\bar{\alpha}} & -\mathbf{H} & \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\bar{V}} \\ (\mathbf{K}_{\text{lin}} + \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\bar{\alpha}})^T & \mathbf{Q}_{vv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{H}^T & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{uu} & \mathbf{0} \\ (\underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\bar{V}})^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \underline{\lambda} \\ \Delta \underline{V} \\ \Delta \underline{U} \\ \Delta \underline{\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{P} + \underline{\bar{U}} - (\mathbf{K}_{\text{lin}} + \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\bar{\alpha}}) \cdot \underline{\bar{V}} \\ -\mathbf{Q}_{vv} \cdot \underline{\bar{V}} - \underline{Q}_v - (\mathbf{K}_{\text{lin}} + \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\bar{\alpha}})^T \cdot \underline{\bar{\lambda}} \\ -\mathbf{Q}_{uu} \cdot \underline{\bar{U}} + \mathbf{H}^T \cdot \underline{\bar{\lambda}} \\ -\mathbf{Q}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{\bar{\alpha}} - \underline{\bar{\lambda}}^T \cdot \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\bar{V}} \end{pmatrix}. \quad (11.8)$$

In diesem Fall müssen in jedem Schritt nur einzelne Anteile der Matrix geändert und lediglich die rechte Seite des Gleichungssystems neu aufgebaut werden, was das Verfahren numerisch erheblich effizienter werden lässt.

11.4.2 Verwendung mehrerer Experimente

Die Bestimmung unbekannter Größen wird in der Regel deutlich robuster, je mehr Messdaten als Eingangsgrößen vorliegen. Daher stellt Barnardo [59, Abschnitt 7.3] ein Verfahren vor, mit dem es möglich ist, die Messwerte mehrerer Experimente zu verwenden, um Strukturparameter zu bestimmen. Zunächst werden die Kosten aller Experimente addiert, um diese Summe minimieren zu können. Dabei entsteht für jedes Experiment ein eigenes Gleichungssystem (11.8), das so weit kondensiert wird, dass es in jedem Iterationsschritt nur noch von den Strukturparametern abhängt, die über die Experimente hinweg gleich sind. Anschließend werden diese Parameter so bestimmt, dass die Summe der Kosten aller Experimente möglichst gering wird. Auch Roesler [67] hat sich mit dieser Problematik auseinandergesetzt und zwei Algorithmen in FE-MeNuM implementiert: einen zur Verwendung mehrerer Messungen an einem einzelnen Versuchsaufbau (Multi-Messung) und einen weiteren, der es erlaubt, komplett unterschiedliche Aufbauten zu untersuchen, bei denen aber die Strukturfreiheitsgrade gleich sind (Multi-Experiment). Auf eine detaillierte Darstellung wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

Der Iterationsverlauf bei der Bestimmung der Strukturparameter hängt indirekt von den Gleichungssystemen der einzelnen Experimente ab, in denen Verformungs- und Lastfreiheitsgrade jeweils separat in Abhängigkeit der Strukturfreiheitsgrade berechnet werden. Durch die Kopplung kann es vorkommen, dass eines der Gleichungssysteme eine sehr schlechte Konditionierung besitzt, was dann zu einer Instabilität des gesamten Algorithmus führen kann. Dies muss bei der Planung solcher iFEM-Untersuchungen stets berücksichtigt werden und erschwert die Verwendung mehrerer Experimente.

11.5 Algorithmen für dynamische Berechnungen

Auch im Bereich dynamischer Problemstellungen existieren Berechnungsmethoden aus dem Bereich der iFEM, auf die an dieser Stelle allerdings nur der Vollständigkeit halber kurz eingegangen wird.

Bei Zeitbereichsberechnungen lassen sich Lasten in jedem Zeitschritt zuverlässig bestimmen. Algorithmen hierzu sind [59, Kapitel 8] und [63, Kapitel 3] zu entnehmen.

Die Bestimmung von Strukturparametern ist im Zeitbereich deutlich komplexer. Da es sich hierbei um ein Anfangswertproblem handelt, akkumulieren sich Fehler über die Zeitschritte. Mainçon [55] liefert einen möglichen Ansatz, um dieser Problematik durch eine Rückwärts- und anschließende Vorwärtsrechnung zu begegnen. Durch dieses Verfahren sollen in jedem Zeitschritt Einflüsse auf die Kosten in nachfolgenden Zeitschritten mit berücksichtigt werden. Eine weitere Schwierigkeit ist außerdem, dass die Kostenfunktion in der Regel sehr viele lokale Minima besitzt, die dem periodischen Verformungs-Zeitverlauf geschuldet sind, und dies eine zuverlässige Bestimmung des globalen Minimums nahezu unmöglich macht.

Aus diesen Gründen ist eine Betrachtung im Frequenzbereich sinnvoll, für die ebenfalls iFEM-Methoden existieren. Nach Roesler [67] ist wie im Zeitbereich die Bestimmung von Lasten sicher möglich. Für jede Frequenz wird eine separate Last bestimmt. Dies ist möglich, da die Lasten über die Frequenzen hinweg nicht gekoppelt sind.

Anders verhält sich dies bei Strukturparametern. Hierbei müssen die Bestimmungen für alle Frequenzen ein gemeinsames Ergebnis liefern. Dazu kann vom Ansatz her der in Abschnitt 11.4.2 beschriebene Multi-Messungs-Algorithmus verwendet werden, der die Ergebnisse der einzelnen Frequenzen zusammenfasst und eine gemeinsame Lösung findet. Häufig ist dies allerdings nicht möglich, da der Iterationsverlauf der einzelnen Berechnungen während des Newton-Verfahrens gänzlich anders verläuft und die einzelnen Teilergebnisse für jede Frequenz daher nicht kombiniert werden können.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass im Bereich der Strukturdynamik die Bestimmung von Lasten sehr gut funktioniert, die Ermittlung von Strukturparametern aber erheblich schwieriger ist.

12 Weiterentwicklung des Verfahrens

12.1 Direkte numerische Optimierung

Die Lagrange-Methode mit nachgeschaltetem Newton-Verfahren zur Minimierung der Kostenfunktion unter Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingung funktioniert zwar in vielen Fällen zuverlässig, bringt in der Anwendung allerdings auch einige gravierende Nachteile mit sich. Da bei diesem Verfahren keine Ungleichungen als Nebenbedingungen vorgegeben werden, ist es nicht möglich, Freiheitsgrade zu beschränken. Dies kann zu mathematisch richtigen, aber physikalisch vollkommen unmöglichen Ergebnissen führen.

Eine weitere Anforderung an Nebenbedingungen bei der Lagrange-Methode ist, dass diese differenzierbar sein müssen. Es können also nicht Gleichungen mit beliebigen Funktionen angekoppelt werden. Außerdem ist das Verfahren nicht für die Kostenfunktion aller Problemstellungen konvergent.

Da die Formulierung der Kostenfunktion an sich und ihre einfache Struktur aus Matrizen, die sich im Aufbau stark an denen der klassischen FEM orientieren, grundsätzlich sehr gut sind und eine Beibehaltung sinnvoll ist, ist eine alternative Methode zu ihrer Minimierung wünschenswert, die nicht die beschriebenen Einschränkungen besitzt.

12.1.1 Algorithmen zur direkten Kostenminimierung

Die globale, nichtlineare Optimierung unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen ist eine Problemstellung aus dem Bereich der numerischen Mathematik, deren Methoden auf die Kostenfunktion angewendet werden können, um ihr globales Minimum zu identifizieren. Bisher wurde allerdings noch kein Verfahren gefunden, das allgemeingültig und zuverlässig diese Lösung liefert. Es existieren aber diverse Optimierungsalgorithmen mit und ohne Nebenbedingungen, die lokale Minima zuverlässig identifizieren. Einige dieser Algorithmen sind in MATLAB[®] verfügbar. Aufgrund ihrer Komplexität wird ihre Funktion aber nicht näher erörtert und sie werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich als Black Box verwendet. Es werden mindestens die Kostenfunktion und Startwerte übergeben und ein mögliches Minimum zurückgeliefert. Weiterführende Informationen zu dieser sehr komplexen Thematik können [68] oder [69] entnommen werden.

Allen Verfahren gemeinsam ist, dass sie im Gegensatz zur Lagrange-Methode keinen analytischen Ansatz verfolgen, sondern durch wiederholte, systematische Bestimmung von Funktionswerten versuchen, ein Minimum zu finden. Der numerische Aufwand steigt in der Regel exponentiell zur Anzahl der iFEM-Freiheitsgrade, was eine Anwendung nur bei einer geringen Anzahl sinnvoll macht. Gute Ergebnisse bei relativ robustem Verhalten des Algorithmus und vertretbaren Rechenzeiten können mit der MATLAB[®]-Funktion `fminsearch` erzielt werden. Diese bedient sich der Nelder–Mead Simplex Methode, wie sie bei Lagarias [70] beschrieben ist.

12.1.2 Begrenzung des Bereichs

Ein häufig auftretendes Problem bei der Verwendung der klassischen iFEM aus Abschnitt 11.4 ist das Auftreten von physikalisch unrealistischen Lösungen. So kann beispielsweise rechnerisch eine Schädigung von mehr als eins auftreten, was einer negativen Steifigkeit entspräche. Um solche Effekte zu unterbinden, ist es notwendig, den Bereich, den die iFEM-Freiheitsgrade annehmen können, einzuschränken. Auch wenn keine solchen fehlerhaften Lösungen auftreten, kann die Berechnung durch eine Vorgabe der Größenordnung effizienter und stabiler gemacht werden. Um diese zusätzlichen Informationen verwenden zu können, muss zur Minimierung der Kostenfunktion ein Algorithmus gewählt werden, der Ungleichungen als Nebenbedingungen berücksichtigen kann.

12.1.3 Netz von Startstellen

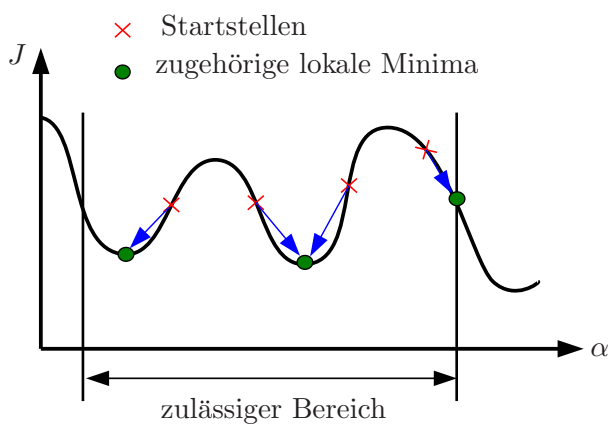


Abbildung 12.1: Begrenzung des Bereiches und Netz von Startstellen

Die Optimierungsalgorithmen sind in der Regel Abstiegsverfahren, die, von einer Startstelle ausgehend die durch die Funktion aufgespannte Hyperfläche in der Richtung des nächsten Tals durchlaufen. Auf diese Weise lassen sich lokale Minima sicher detektieren. Da die Kostenfunktion in der Regel allerdings mehrere lokale Minima besitzt, hängt es von der zufällig gewählten Startstelle ab, ob das globale Minimum gefunden wird. Eine einfache Methode, die Wahrscheinlichkeit zu erhöhen, das globale Minimum im betrachteten Bereich zu detektieren, ist es, mehrere Berechnungen von verschiedenen Startstellen ausgehend durchzuführen. Dieses Vorgehen garantiert zwar nicht, die

exakte Lösung zu finden, mit einer sinnvoll gewählten Eingrenzung des Bereichs nach Abschnitt 12.1.2 ist die Wahrscheinlichkeit für übliche Anwendungen allerdings akzeptabel groß. Die Begrenzung auf sinnvolle Größenordnungen stellt in der Regel sicher, dass die Kostenfunktion in diesem Bereich nicht zu viele lokale Minima besitzt und das globale Minimum damit mit höherer Wahrscheinlichkeit gefunden werden kann. In Abbildung 12.1 sind die Wahl mehrerer Startstellen sowie die Begrenzung des Bereiches an einem eindimensionalen Beispiel schematisch dargestellt.

12.1.4 Verwendung von Berechnungsalgorithmen der klassischen FEM

Insbesondere für dynamische Berechnungen bringt das Verfahren der direkten numerischen Optimierung den Vorteil mit sich, dass Algorithmen aus der klassischen FEM verwendet werden können. Mittels der iFEM-Matrizen werden Steifigkeits-, Dämpfungs- und Massenmatrix sowie der Lastvektor nach Gleichung (11.7) mit denjenigen iFEM-Freiheitsgraden modifiziert, die vom Optimierungsalgorithmus vorgegeben werden. Anschließend wird eine beliebige herkömmliche Berechnung durchgeführt. Mit den daraus erhaltenen Verformungen und den vorgegebenen iFEM-Freiheitsgraden können nun die Kosten nach Gleichung (11.3) direkt bestimmt werden.

Hier zeigt sich, dass die Methode der direkten numerischen Optimierung vielfältige neue Möglichkeiten

bietet, numerisch aber sehr aufwändig ist, da für jeden Aufruf der Kostenfunktion eine dynamische FE-Berechnung durchgeführt werden muss. Das Problem einer großen Zahl an lokalen Minima, wie sie in der dynamischen Kostenfunktion häufig auftreten, bleibt allerdings weiterhin bestehen.

12.1.5 Kopplung von iFEM-Freiheitsgraden

In der ursprünglichen iFEM ist die Kopplung von Freiheitsgraden nur linear möglich. So können unterschiedliche Elemente die gleichen Strukturfreiheitsgrade besitzen. Analog zur FEM werden die entsprechenden lokalen Matrizen zu globalen assembliert und dabei die betreffenden Einträge addiert. Ebenso wird mit den Lastfreiheitsgraden verfahren.

Die Verwendung anderer Optimierungsverfahren erlaubt es nun, iFEM-Freiheitsgrade beliebig zu koppeln oder in Abhängigkeit physikalisch andersartiger Freiheitsgrade zu berechnen. Dies kann am Beispiel der Lastidentifikation einer Zugüberfahrt über eine Brücke verdeutlicht werden. In der ursprünglichen iFEM muss hierzu an jedem Knoten ein Lastfreiheitsgrad eingefügt werden, der von allen anderen unabhängig ist. Zusätzlich müssen mindestens ebenso viele Messdaten vorhanden sein. Berechnungen mit wenigen Messungen in Bezug auf die Anzahl der Freiheitsgrade reagieren sehr sensitiv auf kleine Messfehler und liefern in der Regel sehr unzureichende Ergebnisse.

Durch komplexere Kopplungen ist es nun möglich, dem System weitere physikalische Informationen hinzuzufügen. Ist die Geometrie des Zuges bekannt und wird vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeit während der Überfahrt konstant ist, können alle iFEM-Freiheitsgrade zu jedem Zeitpunkt in Abhängigkeit von den beiden Unbekannten Gewicht und Geschwindigkeit dargestellt werden. Die Anzahl an Freiheitsgraden lässt sich so auf nur zwei reduzieren. Dies hat zum einen eine deutliche Steigerung der Effizienz der Berechnung zur Folge und zum anderen stimmt das Ergebnis nun in jedem Fall mit der physikalischen Vorstellung überein. Ähnliche Überlegungen sind auch bei Roesler [67] zu finden.

12.2 Ankopplung von Eigenfrequenzmessungen

Die Messung von Eigenfrequenzen eines Systems ist messtechnisch verhältnismäßig einfach und nach Kapitel 9 auch photogrammetrisch gut zu realisieren, solange die Bildrate der Kamera hoch genug ist. Bei der Verwendung der direkten numerischen Minimierung kann die Kostenfunktion um zusätzliche Einflussfaktoren erweitert werden. Es ist also möglich, auch die Abweichung von rechnerischen zu gemessenen Eigenfrequenzen mit Kosten zu belegen.

12.2.1 Kostenformulierung

Analog zu den Messungskosten, die auf die Verformungsfreiheitsgrade zurückzuführen sind, wird auch für die Kosten aus Eigenfrequenzen ein quadratischer Ansatz ohne konstantes Glied gewählt:

$$J_f(\underline{f}) = \frac{1}{2} \cdot \underline{f}^T \cdot \mathbf{Q}_{ff} \cdot \underline{f} + \underline{f}^T \cdot \underline{Q}_f. \quad (12.1)$$

Da die Kosten für abweichende Eigenfrequenzen nicht auf Elementebene, sondern direkt am Gesamtsystem ermittelt werden, gibt es hier keine lokalen Formulierungen in Abhängigkeit der Formfunktion

der einzelnen Elemente. Außerdem gibt es keine Kopplung der Kosten verschiedener Frequenzen. Die Frequenzkosten-Matrix \mathbf{Q}_{ff} ist eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalelemente die Kostenfaktoren \underline{f}_f sind:

$$\mathbf{Q}_{ff} = \text{diag} \left(\underline{f}_f \right). \quad (12.2)$$

Ebenso geht der Vektor der gemessenen Eigenfrequenzen \underline{m}_f durch elementweise Multiplikation „o“ direkt in den Frequenz-Messwert-Vektor

$$\underline{Q}_f = \underline{f}_f \circ \underline{m}_f \quad (12.3)$$

ein. Analog zu den Messungen von Verformungsfreiheitsgraden ist es dabei nicht nötig, Messwerte für alle rechnerischen Eigenfrequenzen vorzugeben. Durch Ergänzung der Kostenfunktion aus Gleichung (11.3) um den Anteil der Eigenfrequenzen (12.1) ergibt sich die Kostenfunktion nun zu

$$J(\underline{V}, \underline{U}, \alpha, \underline{f}) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \alpha \\ \underline{f} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{vv} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_{uu} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_{\alpha\alpha} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_{ff} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \alpha \\ \underline{f} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{Q}_v \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{Q}_f \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \\ \alpha \\ \underline{f} \end{pmatrix}. \quad (12.4)$$

12.2.2 Algorithmus zur linearen statischen Berechnung

In Abbildung 12.2 ist der Ablauf eines Algorithmus zur linearen statischen Berechnung unter Berücksichtigung der Eigenfrequenzen schematisch dargestellt. Nach der vollständigen iFEM-Modellierung inklusive Vorgaben der Messwerte für Verformungen und Eigenfrequenzen müssen nun sinnvolle Grenzen für die iFEM-Freiheitsgrade, die Startstellen für den Optimierungsalgorithmus, sowie weitere Steuerparameter für diesen vorgegeben werden. Ausgehend von den Startstellen führt der Optimierungsalgorithmus die zu minimierende Funktion mit unterschiedlichen Werten für die iFEM-Freiheitsgrade wiederholt aus, um ihr Minimum zu finden. Diese Funktion enthält im Kern die Kostenfunktion aus Gleichung (12.4). Vorab müssen allerdings noch die Knotenverformungen \underline{V} und die Eigenfrequenzen \underline{f} für die aktuellen iFEM-Freiheitsgrade bestimmt werden. Dazu werden zunächst Steifigkeits- und Massenmatrix sowie der Lastvektor in Abhängigkeit der iFEM-Freiheitsgrade berechnet. Im linearen Fall geschieht dies über die dreidimensionalen Felder $\underline{\mathbf{G}}$ für die Steifigkeit und $\underline{\mathbf{G}}_M$ für die Masse. Hängen die Steifigkeiten nichtlinear von den Strukturparametern ab, müssen die Matrizen komplett neu aufgebaut werden. Für den Lastvektor wird stets die lineare Variante über die Lastmatrix $\underline{\mathbf{H}}$ gewählt, da Nichtlinearitäten hier in der Regel nicht zu erwarten sind und der Algorithmus so numerisch effizienter arbeitet. Anschließend werden die Verformungen und Eigenfrequenzen mittels klassischer FE-Methoden berechnet.

Insbesondere wenn die Strukturparameter große Werte annehmen, kann es vorkommen, dass sich dadurch die Reihenfolge der bestimmten Eigenfrequenzen ändert. Um die richtige Zuordnung zu den gemessenen Frequenzen zu erhalten, werden die MAC-Werte herangezogen. Das sogenannte Modal-Assurance-Criterion (MAC) vergleicht die zu den Frequenzen gehörenden Eigenformen und liefert eine Aussage,

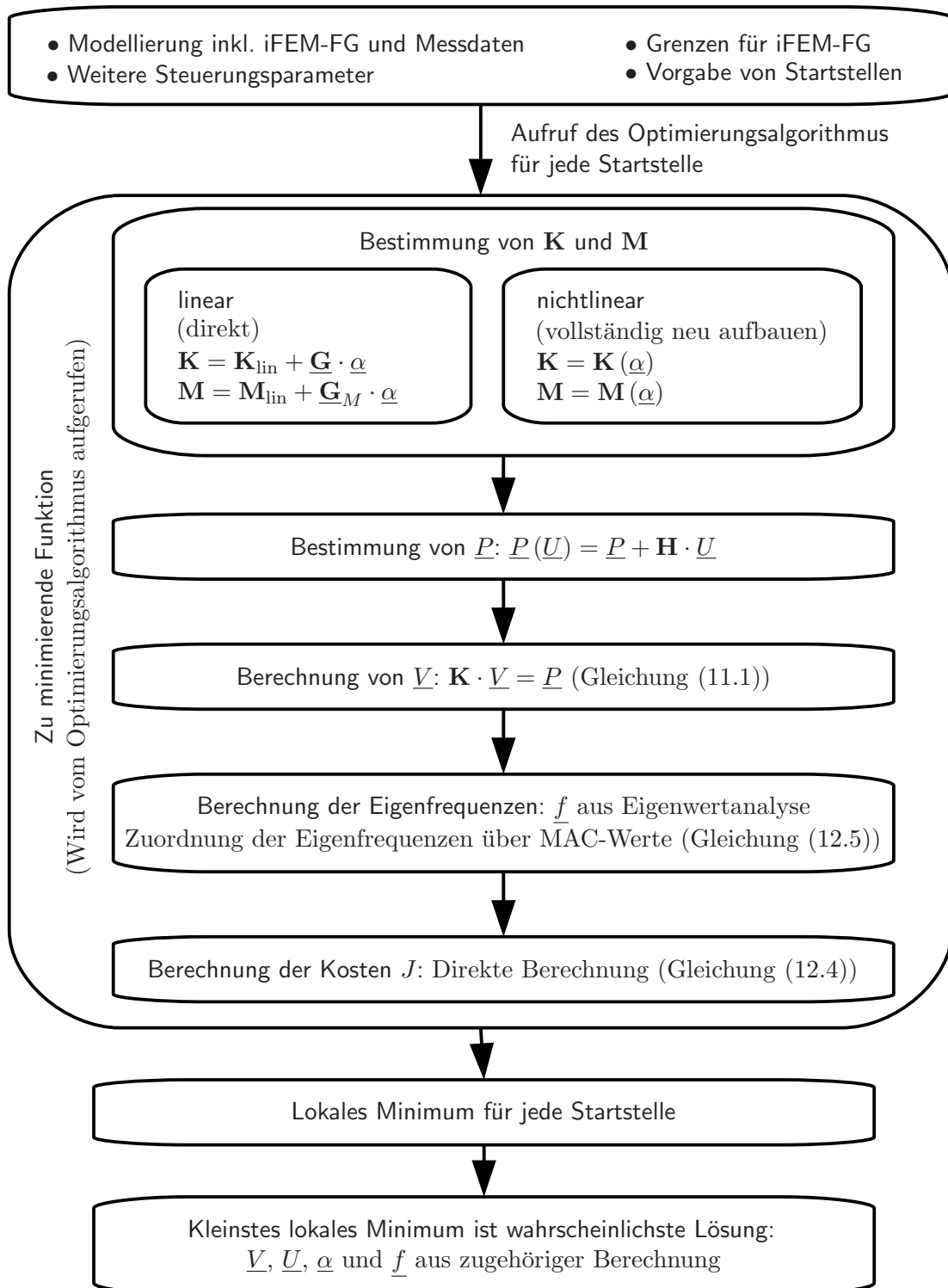


Abbildung 12.2: Linearer, statischer Berechnungsalgorithmus mit Berücksichtigung der Eigenfrequenzen

welche Eigenform am besten zur vorgegebenen Frequenz passt. Allemang und Brown [71] definieren diesen Korrelationskoeffizienten für normierte Eigenvektoren durch

$$\text{MAC}(\underline{\Phi}_i, \underline{\Phi}_j) = \frac{|\underline{\Phi}_i^T \cdot \underline{\Phi}_j|^2}{(\underline{\Phi}_i^T \cdot \underline{\Phi}_i) \cdot (\underline{\Phi}_j^T \cdot \underline{\Phi}_j)}. \quad (12.5)$$

Sind beide Vektoren identisch, ergibt sich der MAC-Wert zu eins. Stehen sie exakt orthogonal zueinander, ist der Wert gleich null. Ab einem Wert von 0,8 wird von einer guten Übereinstimmung ausgegangen. Diejenige Eigenfrequenz des geschädigten Systems, die zu dem Eigenvektor gehört, der am besten mit dem Vektor der gemessenen Eigenfrequenz korrespondiert, wird für die Kostenberechnung verwendet. Liegen die Knotenverformungen und die richtigen Eigenfrequenzen vor, können die Kosten nach Gleichung (12.4) durch schlichtes Einsetzen bestimmt werden.

Von jeder Startstelle ausgehend, bestimmt der Optimierungsalgorithmus so ein lokales Minimum. Die berechneten Kosten aller gefundenen lokalen Minima werden anschließend verglichen, um die Stelle mit den geringsten Kosten zu erhalten. Die zugehörigen Freiheitsgrade \underline{V} , \underline{U} und $\underline{\alpha}$ stellen die wahrscheinlichste Lösung dar.

12.2.3 Implementierung in FE-MeNuM

Das allgemeine Finite Elemente System des Lehr- und Forschungsgebietes Baumechanik und Numerische Methoden der Bergischen Universität Wuppertal wird seit der ersten iFEM-Implementierung durch Stephan [63] unter anderem in diesem Bereich beständig erweitert. Durch seinen modularen Aufbau bietet es die Möglichkeit, neue Elementtypen oder Berechnungsalgorithmen ohne Änderung bestehender Routinen hinzuzufügen. Die zugehörigen Datenstrukturen und Definitionen können [72] entnommen werden. Die Einführung der Frequenzkosten-Matrix \mathbf{Q}_{ff} und des Frequenz-Messwert-Vektors \underline{Q}_f für Eigenfrequenzmessungen erfordert allerdings einen etwas tieferen Einstieg, da sich diese nicht aus einzelnen Anteilen aller Elemente zusammensetzen, sondern direkt am Gesamtsystem bestimmt werden müssen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Berechnungsalgorithmus `fe_ifem_linstat_direkt` entwickelt, der eine iFEM-Berechnung mittels direkter Minimierung der Kostenfunktion nach Abschnitt 12.1 durchführt. Seine Funktionsweise orientiert sich dabei am Ablaufdiagramm in Abbildung 12.2. Dieser Algorithmus kann auch ohne Vorgabe von Eigenfrequenzmessungen als Alternative zur klassischen iFEM aufgerufen werden. Die Bestimmung der Eigenfrequenzen entfällt in diesem Fall und die Gesamtkosten werden nach Gleichung (11.2) ohne die Frequenzanteile bestimmt.

12.2.4 Validierungen an einem synthetischen Beispiel

Zur Validierung des Verfahrens wird ein elastisch eingespannter, vertikaler Kragarm mit rechteckigem Vollquerschnitt gewählt, der an seinem Kopfpunkt durch eine horizontale Einzellast beansprucht wird. Strukturparameter werden für die Größe der Einspannung $\alpha_{c\varphi}$ und die Querschnittshöhe α_h berücksichtigt. Weiterhin ist die Größe der Last unbekannt. Der Kragarm wird mit zehn Balkenelementen diskretisiert. In Abbildung 12.3a ist dieses System dargestellt.

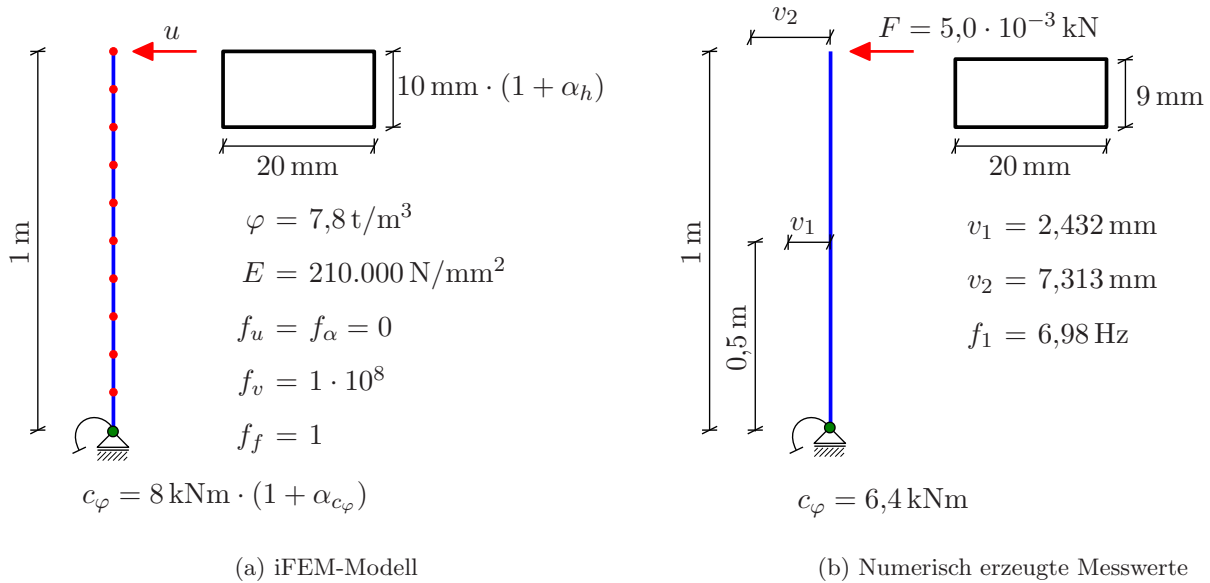


Abbildung 12.3: System zur Validierung des Algorithmus

Statt realer Messwerte werden Ergebnisse einer gewöhnlichen FE-Berechnung herangezogen, die am System aus Abbildung 12.3b ermittelt werden. Da drei iFEM-Freiheitsgrade vorhanden sind, sind mindestens drei Messwerte notwendig. Es werden die Verschiebungen am Kopfpunkt v_2 und in halber Höhe v_1 , sowie die erste Eigenfrequenz verwendet. Im konkreten Fall wäre es nicht möglich, eine dritte Verschiebung heranzuziehen, da im System alle Steifigkeiten und die Last unbekannt sind. Dies hat zur Folge, dass exakt die gleiche Verformungsfigur mit unterschiedlichen Lasten und Strukturparametern realisierbar und das Ergebnis daher direkt und ausschließlich von der Wahl der Kostenfaktoren abhängig wäre.

Eine besondere Schwierigkeit ergibt sich grundsätzlich bei allen iFEM-Berechnungen durch die Wahl dieser Kostenfaktoren. Mit Hilfe der Faktoren müssen zum Beispiel Unterschiede in den Dimensionen sowie in den Messgenauigkeiten ausgeglichen werden. Während im vorliegenden Fall die Verschiebungen in der Einheit Meter gemessen werden und dabei Werte in der Größenordnung 10^{-3} annehmen, wird die Eigenfrequenz in Hertz mit der Größenordnung 10^0 angegeben. Es wird weiterhin angenommen, dass die Messgenauigkeit für die Eigenfrequenz um eine Zehnerpotenz geringer ist als für die Verformung. Der Kostenfaktor für die Eigenfrequenzen wird beliebig zu $f_f = 1$ gesetzt. Da der Unterschied von vier Zehnerpotenzen quadratisch in die Kostenfunktion eingeht, ergibt sich als Kostenfaktor für die Verformungen $f_v = 1 \cdot 10^8$. Sowohl die unbekannt Last als auch die Strukturparameter werden nicht mit Kosten belegt, sodass sie jeweils zu einer beliebigen Größe bestimmt werden können und nicht möglichst gering gehalten werden: $f_U = f_\alpha = 0$. Die Berechnungsergebnisse entsprechen exakt der erwarteten Lösung und sind in Tabelle 12.1 aufgeführt.

Wenn die berechneten Verformungen und Eigenfrequenzen zu weit von den vorgegebenen abweichen, ist dies ein Zeichen dafür, dass die Messungskosten für diesen Messwert zu gering gewählt sind. Dies ist hier nicht der Fall. Auch durch eine Variation des Kostenfaktors für die Verformung um eine Zehnerpotenz nach oben oder unten ändert sich das Ergebnis nicht. Damit ist gezeigt, dass dieses nicht direkt von den

	α_h	α_{c_φ}	$U[\text{kN}]$	$v_1 [\text{m}]$	$v_2 [\text{m}]$	$f[\text{Hz}]$
Soll	-0,10	-0,20	$5,00 \cdot 10^{-3}$	$2,4319 \cdot 10^{-3}$	$7,3133 \cdot 10^{-3}$	6,981
Ist	-0,10	-0,20	$5,00 \cdot 10^{-3}$	$2,4319 \cdot 10^{-3}$	$7,3133 \cdot 10^{-3}$	6,981

Tabelle 12.1: Validierung an synthetischem Beispiel - Ergebnisse

Kostenfaktoren abhängig ist und somit als vertrauenswürdig eingestuft werden kann. Geringe Änderungen in den Kostenfaktoren dürfen nicht zu Änderungen des Ergebnisses führen.

Teil III

Validierung und Experimentelle Anwendungen

Einordnung

In Teil I dieser Arbeit wurden Verfahren vorgestellt, mit denen es möglich ist, mit einer handelsüblichen Digitalkamera Verformungen und Frequenzen zu messen. Nach einer Kalibrierung der verwendeten Kamera, die mittels mehrerer Aufnahmen eines Schachbretts geschehen kann, wird zunächst die zu untersuchende Messebene, wiederum durch ein Schachbrett, definiert. Zur eigentlichen Durchführung der Messung wird anschließend das betrachtete Objekt wiederholt fotografiert. In dieser Serie von Aufnahmen werden dann Suchmuster definiert und verfolgt. Die in Bildkoordinaten ermittelten Positionen können mittels eines mathematischen Modells der Kameraabbildung in echte Abmessungen transformiert und daraus Verformungen bestimmt werden.

Teil II widmete sich der Methode der inversen finiten Elemente. Dieses Verfahren erlaubt es, einem finite Elemente Modell zusätzliche Freiheitsgrade für Lasten und Struktureigenschaften hinzuzufügen. Somit ist es möglich, die Größe von unbekanntem Lasten und beispielsweise Steifigkeiten zu bestimmen. Da nun mehr Freiheitsgrade als Gleichungen zur Bestimmung vorhanden sind, werden dem Modell zusätzliche Informationen durch Messungen an der bestehenden Struktur hinzugefügt und Abweichung von der Modellierung und diesen Messwerten mit Kosten bestraft. Die Lösung geht damit in ein nichtlineares Optimierungsproblem über. Dieses wird entweder nach klassischer iFEM mittels Lagrange-Multiplikatoren oder durch direkte Optimierung der Kostenfunktion gelöst.

Im vorliegenden Teil werden nun die Erkenntnisse aus den beiden vorherigen zusammengeführt und bei unterschiedlichen Versuchen angewendet. Die Möglichkeit, mittels Photogrammetrie viele Messpunkte gleichzeitig aufnehmen zu können, wird verwendet, um eine gute Datenbasis für die Systemidentifikation mittels iFEM zu liefern.

Nach einer Vorstellung der verwendeten Ausrüstung wird zu nächst das Messverfahren durch Laborversuchen eingehend validiert. Anschließend wird die Kombination dieser Messwerte mit der iFEM untersucht. Zuletzt werden sowohl die Messmethode als auch ihre Verbindung mit der iFEM auf baupraktische Beispiele angewendet.

13 Verwendete Ausrüstung

13.1 Kamera und Zubehör

Für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche wird eine handelsübliche Kamera vom Typ SONY ILCE 7R und ein zugehöriges Objektiv mit 35 mm Festbrennweite verwendet. Die wesentlichen technischen Daten sind in Tabelle 13.1 aufgeführt. Weitere Details sind [3] und [73] zu entnehmen.

	Kamera		Objektiv
Modell:	ILCE-7R (α 7R)	Modell:	Sonnar [®] T* FE 35 mm F2,8 ZA
Abmessungen:	126,9 × 94,4 × 48,2 mm	Hersteller:	Carl Zeiss AG
Gewicht komplett:	465 g	Brennweite:	35 mm Festbrennweite
Sensor:	35,9 × 24,0 mm Vollformat	Blendenbereich:	$f/2,8 - f/22$
Pixel:	7369 × 4912 px \approx 36,4 Mpx	Fokussierbereich:	0,35 m – ∞
ISO:	50 – 51.200	Bildwinkel α :	62° (diagonal)
Farbtiefe:	42,0 Bit		

Tabelle 13.1: Technische Daten der verwendeten Kamera

Über den Bildwinkel α lässt sich in Abhängigkeit der Gegenstandsweite g , also dem Abstand zwischen Kamera und fotografiertem Objekt, bestimmen, wie groß der aufgenommene Bereich ist. Die Diagonale des so genannten Sichtfeldes beträgt

$$d = 2 \cdot g \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (13.1)$$

Bei einem Seitenverhältnis von 2 : 3 ergeben sich Höhe h und Breite b des Sichtfeldes zu

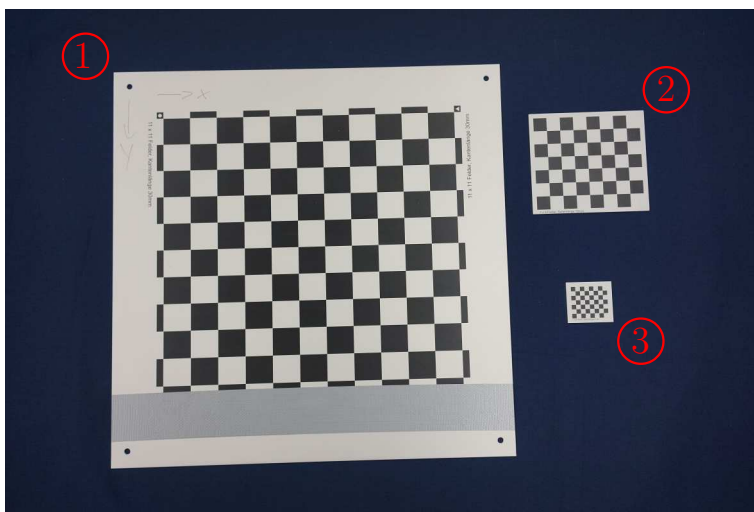
$$h = g \cdot \sin(\beta) \quad \text{und} \quad b = g \cdot \cos(\beta) \quad \text{mit} \quad \beta = \arctan\left(\frac{2}{3}\right). \quad (13.2)$$

Für das verwendete Objektiv ergibt sich zufällig $b \approx g$. Die Breite des aufgenommenen Bereichs ist also näherungsweise identisch zur Gegenstandsweite, was bei der Versuchsplanung eine nützliche Information ist.

Die Ansteuerung der Kamera erfolgt über eine USB-Verbindung mittels SONY REMOTE CAMERA CONTROL [74]. Darüber hinaus kommt ein Stativ des Typs SLIK SL-67 PROTOTYPE zum Einsatz.

13.2 Kalibrierplatten und Kalibrierungen

Zur Durchführung der Kalibrierungen werden speziell angefertigte Aluminiumplatten in unterschiedlichen Größen verwendet, auf die mittels digitalem Unterrelaxal-Direktdruck Schachbrettmuster aufgebracht wurden. Die bedruckte Oberfläche ist robust gegen mechanische Beschädigung und wasserfest, sodass die Platten auch problemlos im Außeneinsatz verwendet werden können. Der Druck besitzt eine Auflösung von 600 dpi. Dies bedeutet, dass jeder Farbpunkt einen Durchmesser von 0,042 mm besitzt. Für Aufnahmen mit sehr kleinen Abständen zum Messobjekt wäre eine höhere Auflösung wünschenswert, um die Position der Ecken der Schachbrettfelder noch genauer bestimmen zu können. Dies wäre allerdings nur unter sehr hohem technischem Aufwand zu realisieren.



(a) Schachbrettmuster

Nr.	Felder	Feldbreite
1	11 × 10	30 mm
2	8 × 7	15 mm
3	8 × 7	5 mm

(b) Abmessungen

Abbildung 13.1: Verwendete Schachbrettmuster mit unterschiedlichen Abmessungen

Abbildung 13.1 zeigt die zur Verfügung stehenden Platten und deren Abmessungen. Zur Erstellung einer Kamerakalibrierung wird stets das Schachbrettmuster verwendet, welches das Bild am besten ausfüllt. Das ist bei einem Abstand bis 1,0 m Muster 2 und bei größeren Abständen Muster 1. Dazu wird die Kamera manuell auf den vorgegebenen Abstand fokussiert und anschließend werden zwischen zehn und 20 Aufnahmen gemacht, bei denen das Schachbrett stückweise über den gesamten Bildbereich verschoben und im Bereich der Schärfentiefe gekippt wird. Auf diese Bilder kann dann das Verfahren nach Abschnitt 5.2 angewendet werden. Abbildung 13.2 zeigt exemplarisch für eine Kalibrierung mit 50 cm Abstand die ermittelten intrinsischen Kameraparameter sowie den mittleren Reprojektionsfehler. Dieser Fehler ergibt sich zwischen den Positionen der Ecken der Schachbrettfelder, die im Bild ermittelt werden, und denen, die bei Anwendung der Kameramatrix auf die bekannten Koordinaten entstehen. Die Positionen der Muster im Verhältnis zur Kamera, also die äußeren Kameraparameter, für dieses Beispiel sind bereits in Abschnitt 5.2, Abbildung 5.1 dargestellt. Da die Fokussierung einen Einfluss auf die Kameraparameter hat, muss für jede Entfernung zum Messobjekt, in der ungefähr gemessen werden soll, eine eigene Kalibrierung vorliegen. Um in Abschnitt 14.2 den Einfluss von verschiedenen Kalibrierungen, die mit dem gleichen Abstand erzeugt wurden, untersuchen zu können, werden für jeden Abstand mehrere Kalibrierungen ermittelt.

Kameramatrix nach Gleichung (4.1):

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 7,5119 & -0,0001 & 3,6516 \\ 0 & 7,5113 & 2,4563 \\ 0 & 0 & 0,0010 \end{pmatrix} \cdot 10^3 \text{ px}$$

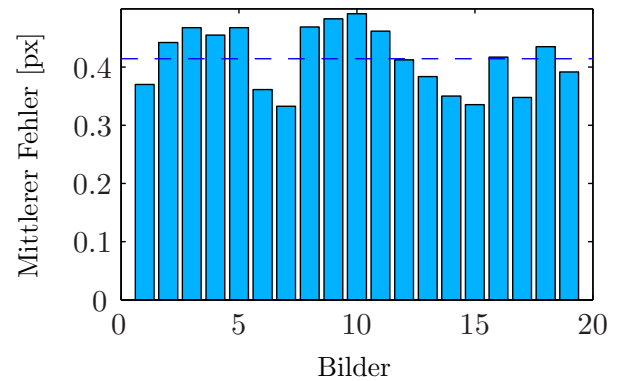
Radiale Verzerrung nach Gleichung (4.9):

$$(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_5)^T = (0,1072, -0,0725, -0,2298)^T$$

Tangentiale Verzerrung nach Gleichung (4.10):

$$(\kappa_3, \kappa_4)^T = (-0,0018, -0,0002)^T$$

(a) intrinsische Kameraparameter



(b) Reprojektionsfehler

Abbildung 13.2: Exemplarische Darstellung von Kameramatrix und Reprojektionsfehler

13.3 Zielmarken

Als künstlich aufgebrachte Muster, die zur Verformungserfassung verfolgt werden, dienen ACHSMARKEN MIT FADENKREUZ der Firma GOECKE GMBH & Co. KG. Diese Marken werden in der Vermessungstechnik verbreitet eingesetzt. Sie bestehen, ähnlich wie die verwendeten Schachbrettmuster, aus zwei Millimeter dicken Aluminiumplatten, die mit einer Millimeter-Einteilung eloxiert sind. Zur besseren Unterscheidung untereinander und um sie auch auf größeren Skalen eindeutig erkennbar zu machen, werden auf diese Platten zusätzliche Markierungen mit Folienstiften aufgebracht. Muster 1 und Muster 3 aus Abbildung 6.2a sind auf solchen Marken definiert.

Sie sind sehr leicht und können daher problemlos mit Magneten auf ferromagnetischen Oberflächen festgeklemmt werden. Besteht die zu untersuchende Struktur aus anderen Materialien, eignen sich auch Befestigungswachs und einfaches doppelseitiges Klebeband zur Anbringung.

13.4 Messtechnik für Referenzmessungen

Zur Beurteilung der Güte der photogrammetrisch erfassten Verformungen kommt eine Messkette zur Anwendung, die aus den im Folgenden aufgeführten Komponenten besteht. Durch induktive Wegaufnehmer vom Typ HBM W20 der Firma HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK GMBH (HBM) können Verformungen einachsial gemessen werden. Die Eintauchtiefe eines beweglichen Tauchankers in ein feststehendes Hüllrohr ändert die Induktivität zweier Messspulen. Mit Hilfe eines HBM ME50 Trägerfrequenzmessverstärkers wird diese Änderung in eine zur Eintauchtiefe proportionale Spannung umgewandelt. Anschließend erfolgt durch ein System von E.BLOXX A1 Modulen und einem E.GATE Datenkonzentrator der Firma GANTNER INSTRUMENTS GMBH eine Digitalisierung. Die so erzeugten Messdaten können beispielsweise per Ethernet-Verbindung abgerufen werden.

Die verwendeten Komponenten sind qualitativ so hochwertig, dass die mit diesem System erreichbaren Genauigkeiten in der praktischen Anwendung im Wesentlichen von der Befestigung und Ausrichtung der Aufnehmer abhängen. Die erreichbaren Genauigkeiten werden daher nicht pauschal angegeben, sondern

für den konkreten Versuchsaufbau ermittelt. Durch mögliche Schiefstellungen werden lineare Abweichungen induziert.

Zur Messung von Kräften stehen KAP-S Kraftaufnehmer der AST ANGEWANDTE SYSTEM TECHNIK GMBH zur Verfügung.

Zur Erfassung statischer Messwerte werden jeweils eine Messung am unverformten und eine am verformten Messobjekt durchgeführt. Diese Messungen dauern jeweils 5 s bei einer Abtastrate von 200 Hz. Die Differenz der Mittelwerte wird dann als statischer Messwert der Verformung verwendet. Durch dieses Verfahren können die Einflüsse des Messrauschens und geringer Schwingungen des Objekts reduziert werden.

14 Laborversuche zur Validierung

Zur Validierung der in den Teilen I und II vorgestellten Verfahren zur Verformungserfassung und Systemidentifikation werden Laborversuche an geeigneten Systemen durchgeführt. Nach einer Vorstellung dieser Versuchsstände erfolgt eine Ermittlung der im Labor praktisch erreichbaren Genauigkeit der photogrammetrischen Verformungserfassung. Anschließend wird die Kombination dieser Messwerte mit der iFEM getestet.

14.1 Versuchsstände

Zur Durchführung der Laborversuche werden drei verschiedene Systeme verwendet: Ein horizontaler Balken auf zwei Stützen und ein vertikaler Kragarm mit elastischer Einspannung für statische Versuche sowie ein zweigeschossiger Turm zur Validierung der Frequenzmessung.

14.1.1 Versuchsstand I - Balken auf zwei Stützen

Der erste verwendete Versuchsstand ist ein Balken auf zwei Stützen mit einem liegenden U-Profil aus Aluminium als Querschnitt und einer Spannweite von 1800 mm. Das System und seine mechanischen Eigenschaften sind in Abbildung 14.1 dargestellt.

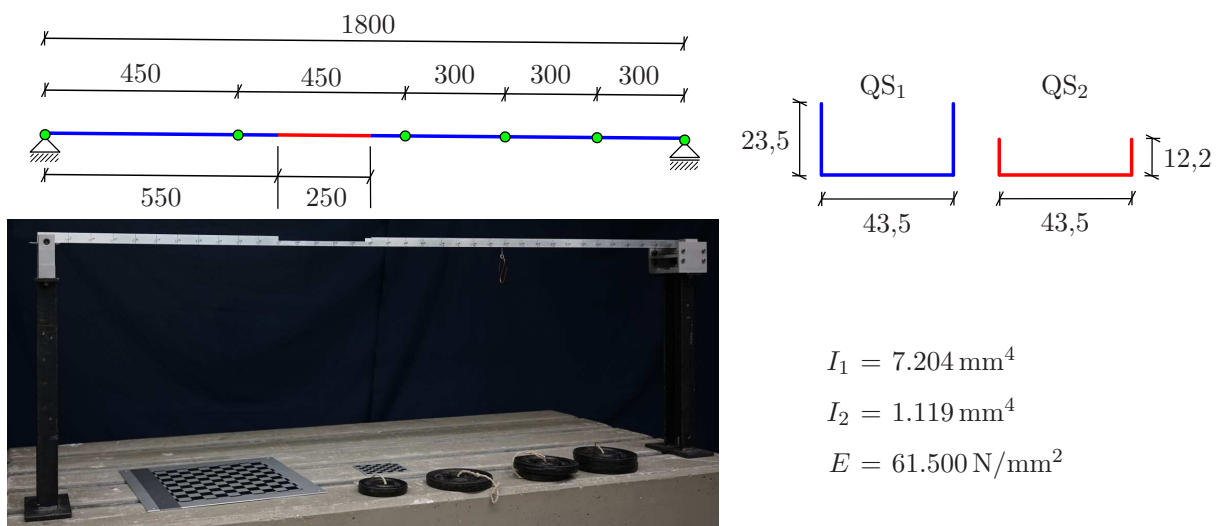


Abbildung 14.1: Versuchsstand I - Balken auf zwei Stützen, Abmessungen in [mm]

Der Balken selbst ist in doppelter Ausführung vorhanden, wobei bei einem Exemplar im Bereich von 550 bis 800 mm vom linken Auflager, also auf einer Länge von 250 mm die Stege des Profils um jeweils

11,3 mm gekürzt sind. Dadurch verringern sich das Flächenträgheitsmoment und somit auch die Biegesteifigkeit in diesem Bereich um 84,5 %, was für die Identifikation mittels iFEM relevant ist.

Die Lasteinleitung sowie die Messung der Verformungen mittels induktiver Wegaufnehmer erfolgt zentrisch in der Symmetrieachse des Profils. Die möglichen Positionen, an denen Bohrungen vorhanden sein müssen, sind ebenfalls in Abbildung 14.1 markiert.

Geringfügig problematisch ist die Angabe des E-Moduls. Die Ermittlung durch Kalibrierung statischer und dynamischer FE-Berechnungen sowie ein durchgeführter Zugversuch ergeben Ergebnisse zwischen 60,6 und 66,0 N/mm². Diese Schwankung muss bei der Beurteilung der Güte von Systemidentifikationen an diesem Versuchsstand mit berücksichtigt werden. Darüber hinaus ist dieser Versuchsstand nicht für sehr hohe Genauigkeiten gefertigt worden. Daher sind Abweichungen in der Länge und bei der Positionierung der Bohrungen um bis zu 3 mm vorhanden. Auch Position und Tiefe der Ausschnitte der Stege sind mit Ungenauigkeiten behaftet.

14.1.2 Versuchsstand II - elastisch eingespannter Kragarm

Der zweite verwendete Versuchsaufbau wurde von Weber im Rahmen einer Bachelorarbeit [75] entworfen und konstruiert. Es handelt sich dabei um den in Abbildung 14.2 dargestellten Kragarm aus Baustahl mit variabler elastischer Einspannung. Als Zahlenwerte des E-Moduls und der Dichte werden ohne weitere Ka-

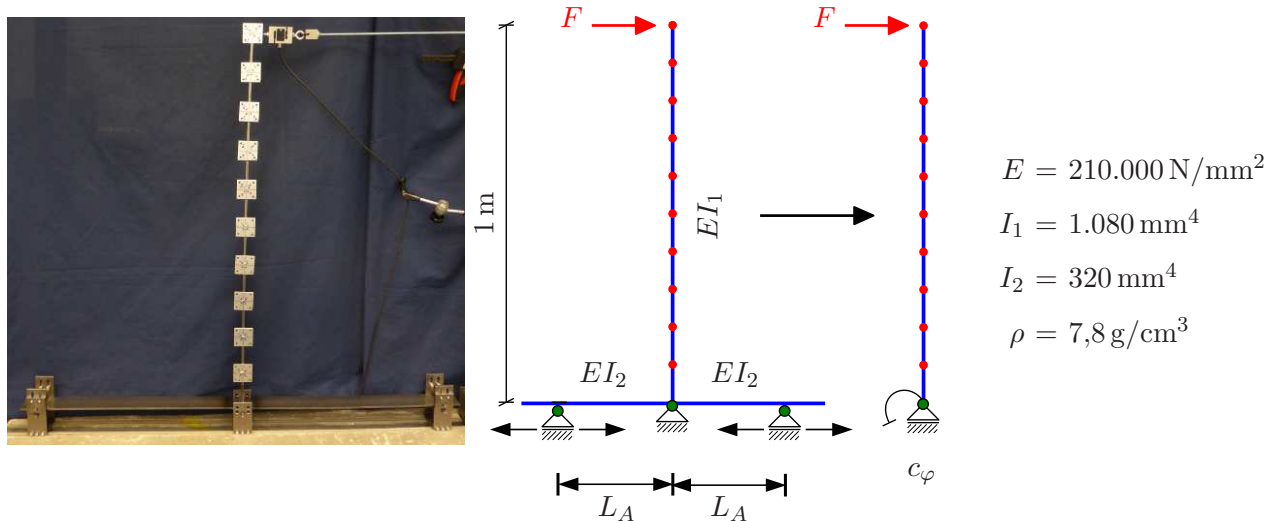


Abbildung 14.2: Versuchsstand II – elastisch eingespannter Kragarm nach [75, Abbildung 2.10]

librierungen Literaturwerte verwendet. Die Größe der Drehfedersteifigkeit am Fußpunkt ist veränderbar. Mechanisch ist sie über zwei horizontale Bleche mit einstellbarer Auflagerweite realisiert. Je geringer die Stützweite der Auflager gewählt wird, desto größer ist die Einspannwirkung. Die Federsteifigkeit c_φ lässt sich in Abhängigkeit der Auflagerweite L_A durch

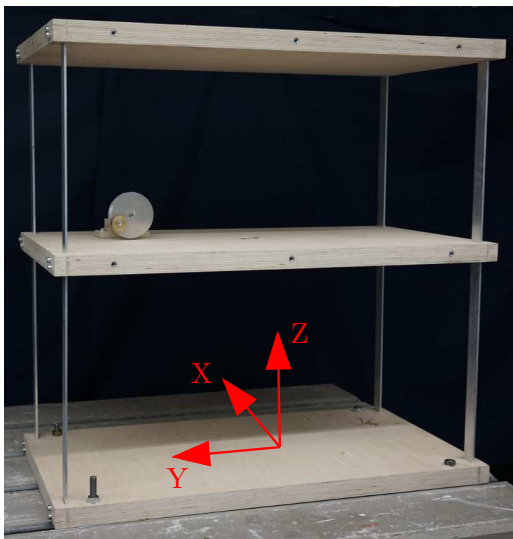
$$c_\varphi = \frac{6 \cdot EI_2}{L_A} = \frac{0,4032 \text{ kNm}^2}{L_A} \quad (14.1)$$

ausdrücken. Zur Befestigung der Krafteinleitung ist in einer Höhe von 1,0 m, also am oberen Ende des Kragarms eine Bohrung vorhanden.

Durch nicht vernachlässigbare Einflüsse von Reibung in den gelenkigen Auflagern der einspannenden Bleche verhält sich das System bei Be- und Entlastung nicht vollständig linear. Der Kraft-Verformungs-Verlauf beschreibt eine Hysteresekurve, bei der sich die zu einer Verformung korrespondierende Kraft um mehr als 0,5 N unterscheiden kann. Diese Einflüsse dürfen bei der Durchführung von Experimenten mit diesem Versuchsstand nicht generell vernachlässigt werden.

14.1.3 Versuchsstand III – zweigeschossiger Turm

Zur Validierung der Frequenzmessung wird ein zweigeschossiger Turm verwendet, der im Rahmen einer Studienarbeit von Prause [76] angefertigt wurde. Abbildung 14.3 zeigt den Versuchsstand und die zugehörigen Eigenfrequenzen. Aufgrund der relativ geringen Steifigkeit bei gleichzeitig großer Masse sind diese Frequenzen relativ klein. Der Versuchsstand eignet sich daher hervorragend zu ihrer Bestimmung.



(a) System

Nr.	f [Hz]	Form
1	2,50	1. horizontale in y-Richtung
2	7,47	2. horizontale in y-Richtung
3	10,19	1. horizontale in x-Richtung
4	15,22	1. Torsion

(b) Eigenfrequenzen aus [76, Tabelle 9]

Abbildung 14.3: Versuchsstand III - zweigeschossiger Turm

14.2 Genauigkeitsuntersuchung zur Verformungsmessung in der Messebene

Zur Beurteilung der praktisch erreichbaren Genauigkeit des Messverfahrens muss zunächst allgemein untersucht werden, wie sensitiv das Ergebnis auf eine Änderung von einzelnen Parametern, wie zum Beispiel der Kalibrierung oder der Wahl des Suchmusters, reagiert. Ist die daraus resultierende Streubreite bekannt, muss für einen konkreten Versuchsaufbau ermittelt werden, wie sich sonstige Einflüsse, etwa ungewollte Kamerabewegungen, auswirken. Anschließend können die erhaltenen Messergebnisse denen von Referenzmessungen gegenübergestellt werden.

Die Zahl der möglichen Einflussgrößen bei der experimentellen Durchführung ist immens und nur schwer zu überblicken, weshalb es nicht gelingen wird, alle zu identifizieren und allgemeingültig zu quantifizieren. Daher beschränken sich die folgenden Abschnitte auf die wesentlichen Größen und Betrachtungen konkreter Versuchsaufbauten.

14.2.1 Einflussfaktoren innerhalb der photogrammetrischen Messung

In den Prozess zur Bestimmung von Verformungen aus aufgenommenen Fotos fließen verschiedene Parameter mit ein, die teilweise zufällig gewählt oder empirisch ermittelt werden und somit selbst einer gewissen Streuung unterliegen. Da diese Parameter zum Teil nicht unabhängig änderbar sind und mit numerischen Algorithmen weiterverarbeitet werden, ist eine klassische Varianzfortpflanzungsanalyse nicht möglich. Daher werden Versuchsreihen durchgeführt, mit deren Hilfe der Einfluss einzelner Parameter abgeschätzt werden kann.

Abbildung 14.4 zeigt den Weg vom Foto zur gemessenen Verformung und die zu untersuchenden Einflussfaktoren. Zunächst muss das betrachtete Foto aufgrund der Linsenverzerrung nichtlinear und anschließend

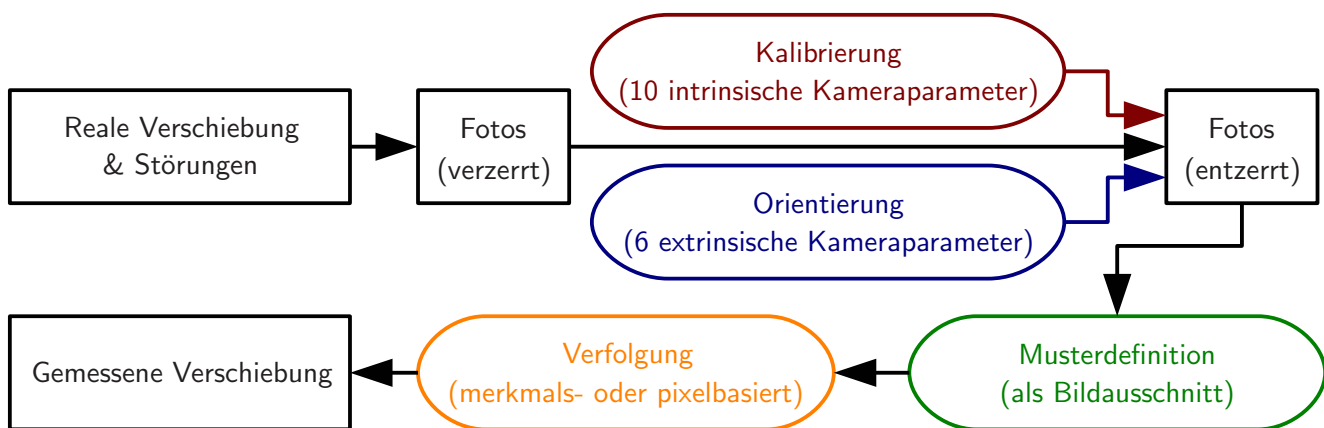


Abbildung 14.4: Einflussfaktoren innerhalb der photogrammetrischen Messung

perspektivisch entzerrt werden. Hierzu sind zum einen die insgesamt zehn intrinsischen Kameraparameter notwendig, die unabhängig von der speziellen Messaufgabe für die Kombination aus Kamera und Objektiv bestimmt und zusammenfassend als Kalibrierung bezeichnet werden. Zum anderen fließen die sechs extrinsischen Kameraparameter mit ein, die die Orientierung der Kamera zur Messebene beschreiben. Erst im entzerrten Bild kann ein Bildausschnitt als Suchmuster definiert werden, welches anschließend mittels unterschiedlicher Algorithmen verfolgt wird. Werden also die Kalibrierung oder die Orientierung verändert, muss auch stets das Suchmuster neu definiert werden. Eine unabhängige Variation ist nicht möglich.

Die Untersuchungen zum Einfluss der einzelnen Parameter erfolgen mit Hilfe des Versuchsstands I. Durch wiederholte Be- und Entlastung mit demselben Gewicht wird immer wieder die gleiche Verformung einer Stelle, die mit einer eigens aufgebrachten Zielmarke gekennzeichnet ist, induziert. Gewisse systematische Einflüsse und zufällige Streuungen ergeben sich hierbei durch den Versuchsstand sowie durch versehentliche Beeinflussungen der Kameraposition bei der Durchführung. Diese werden hier allerdings soweit wie möglich kompensiert und in Abschnitt 14.2.3 eingehender betrachtet, da sie nicht der Methode innewohnen, sondern vom konkreten Versuchsaufbau abhängig sind.

Da die erreichbare Genauigkeit bei der photogrammetrischen Verformungserfassung stets von der Größe des fotografierten Bereichs abhängt, ist ein Vergleich in der Einheit Pixel sinnvoll. Auf diese Weise kann eine bestimmte Streubreite sehr einfach auch auf andere Abstände zwischen Kamera und Messobjekt bezogen werden. Durch die Variation von Kalibrierung oder Orientierung ändert sich die Bildgröße

geringfügig. Daher werden die Verformungen zunächst in Millimetern bestimmt und anschließend auf Grundlage der Größe des betrachteten Bereichs in äquivalente Pixel umgerechnet.

In den folgenden Abschnitten werden die Einflussfaktoren zunächst für den minimal möglichen Abstand der Kamera zur Messebene von 30 cm und kleine Verschiebungen im Bereich von weniger als 5 px, was ungefähr 0,2 mm entspricht, untersucht. In diesem Bereich ist die höchste absolute Messgenauigkeit zu erwarten. Eine Übertragung auf andere Fälle sowie Ergebnisse weiterer Versuche sind im Anschluss aufgeführt. Grundlagen zu den verwendeten statistischen Verfahren können [12, Kapitel 2] entnommen werden.

Einfluss der Musterdefinition und des Verfolgungsalgorithmus

Unabhängig von allen anderen Parametern kann der Einfluss der Musterdefinition am Versuchsstand I ermittelt werden. Zunächst wird ein Foto des Systems ohne Belastung als Definition des unverformten Zustands verwendet. Dies wird im Folgenden als Referenzbild bezeichnet. Anschließend wird der Balken durch eine Einzellast in Gestalt eines angehängten Gewichtes belastet und ein weiteres Foto gemacht. Die Verschiebung zwischen diesen beiden Bildern wird nun für 20 geringfügig verschiedene Bildausschnitte durchgeführt, die alle einen Teil der Zielmarke enthalten. Der gesamte Vorgang wird 18 mal wiederholt. Die Streuung dieser Verformungen ist ausschließlich auf die Wahl des Suchmusters zurückzuführen. Abweichungen aus dem Versuchsstand beeinflussen das Ergebnis nicht, weil in jedem Zyklus ein neues Referenzbild verwendet wird. Außerdem werden die Verformungen in jedem Schritt um ihren Mittelwert bereinigt. Damit können alle 18 Wiederholungen direkt verglichen werden. Es ergeben sich $20 \cdot 18 = 360$ Messwerte, für die in Abbildung 14.5 die bereinigten Mittelwerte für unterschiedliche Verfolgungsalgorithmen dargestellt sind. Die mit „ M “ bezeichneten Algorithmen arbeiten merkmalsbasiert mit dem SURF-Algorithmus nach Abschnitt 6.2, wobei die Zahl im Index die Freiheitsgrade der verwendeten Transformation angibt (4: Ähnlichkeitstransformation, 6: affine Transformation, 8: projektive Transformation). Das pixelbasierte Verfahren mit Subpixelverfeinerung nach Abschnitt 6.1 wird ebenfalls verwendet. Die sich ergebenden empirischen Standardabweichungen für die Musterdefinition s_M sind in Tabelle 14.1 aufgeführt.

Wie in Abbildung 14.4 dargestellt, muss bei der Wahl einer anderen Kalibrierung oder eines anderen Orientierungsbildes aufgrund der Änderung des entzerrten Bildes die Musterdefinition erneut erfolgen. Somit ist die hier ermittelte Streuung als Untergrenze bei der Ermittlung des Einflusses von Kalibrierung und Orientierung anzusehen.

Einfluss des Orientierungsbildes

Um den Einfluss des Orientierungsbildes zu ermitteln, werden 20 Be- und Entlastungszyklen an Versuchsstand I durchgeführt. Sowohl vor den Belastungen als auch danach werden insgesamt 22 Orientierungsbilder mittels Schachbrett aufgenommen. Zusammen mit einer einzigen Kalibrierung werden die Fotos entzerrt und anschließend Verformungen aus ihnen ermittelt. Dazu wird für jedes Bild ein Suchmuster definiert und mittels merkmalsbasierter Verfolgung mit Ähnlichkeitstransformation M_4 verfolgt. Um möglichst viele Störeinflüsse zu entfernen, wird in jedem Schritt jeweils der Mittelwert aus den Ergebnissen aller Orientierungsbilder berechnet und von allen Messwerten subtrahiert. Damit können wiederum

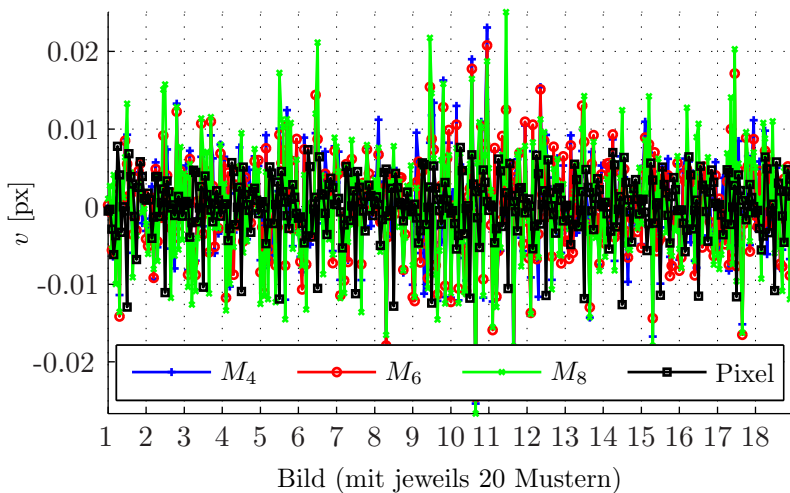


Abbildung 14.5: Einfluss der Musterdefinition – Mittelwertbereinigte Verformung

Algorithmus	s_M [px]
M_4 - ähnlich	0,0065
M_6 - affin	0,0065
M_8 - projektiv	0,0075
Pixelbasiert	0,0039

Tabelle 14.1: Musterdefinition – Standardabweichung

die Ergebnisse aller Bilder gemeinschaftlich verwendet werden.

Die empirische Standardabweichung basierend auf den Abweichungen durch das Orientierungsbild beträgt umgerechnet $s_O = 0,0099$ px. Sie ist erwartungsgemäß größer als s_M , da die Abweichungen durch Mustervariation ebenfalls mit enthalten sind. Ein Unterschied zwischen den vor und nach dem Versuch aufgenommenen Orientierungsbildern ist nicht zu erkennen.

Einfluss der Kalibrierung

Der Einfluss der Kalibrierung kann mit denselben Fotos wie der Einfluss der Orientierungsbilder ermittelt werden. Nun wird allerdings stets eine Orientierung verwendet und die Kalibrierung variiert. Für den Abstand von 30 cm stehen 20 unabhängig voneinander erstellte Kalibrierungen zur Verfügung. Zur Verfolgung wird wiederum der M_4 -Algorithmus verwendet. Nach einer Umrechnung der Verformungen in äquivalente Pixel und der Subtraktion des jeweiligen Mittelwertes ergibt sich die Streuung aus der Variation der Kalibrierung zu $s_K = 0,0122$ px. Auch diese enthält bereits die Streuung aus der Musterdefinition.

Konfidenzintervall

Die photogrammetrische Verformungsmessung hängt in unterschiedlichem Maße von den zuvor beschriebenen Parametern ab. Da bei der Durchführung einer realen Messung die Variation dieser Parameter sehr aufwändig ist, ist es wünschenswert, die Auswertung nur für einen einzigen Satz von Parametern durchzuführen. Die Streuungen, die in Tabelle 14.2 noch einmal zusammengefasst sind, sollen daher durch einen Fehlerbalken repräsentiert werden. Mathematisch liefert dieser ein Intervall, innerhalb dessen der wahre Wert bei einem vorgegebenen Anteil aller durchgeführten Messungen liegt. Wenn bei einer Untersuchung nur eine einzige Messung durchgeführt wird, bedeutet dies anschaulich, dass mit der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit davon ausgegangen werden kann, dass sich der wahre Wert innerhalb dieses Intervalls um den Messwert befindet.

Parameter	Kalibrierung	Orientierung	Muster
Algorithmus	s_K [px]	s_O [px]	s_M [px]
— M_4 - ähnlich	0,0122	0,0099	0,0065
— M_6 - affin			0,0065
— M_8 - projektiv			0,0075
— Pixelbasiert			0,0039

Tabelle 14.2: Streuungen innerhalb der Photogrammetrie – Zusammenfassung

Dieser Fehlerbalken wird mit Hilfe der hier ermittelten Daten einmalig bestimmt und dann immer wieder verwendet, da er unabhängig von der konkreten Versuchsdurchführung ist. Als Größe des Fehlerbalkens Δv wird das Konfidenzintervall für den Mittelwert herangezogen, das durch die Variation der einzelnen Parameter in den vorangegangenen Abschnitten gewonnen werden kann. Nach Witte [12, Gleichung 2.131] ermittelt sich das Konfidenzintervall des Mittelwertes \bar{x} für eine empirisch bestimmte Standardabweichung über die Quantile der t-Verteilung zu

$$P\left(\underbrace{\bar{x} - t_{f;1-\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}}_a \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + t_{f;1-\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}}_b\right) = 1 - \alpha. \quad (14.2)$$

Dies bedeutet, dass der Erwartungswert der Grundgesamtheit bei einem Anteil von $1 - \alpha$ aller Messwerte im Intervall $[a; b]$ liegt. α wird dabei als Irrtumswahrscheinlichkeit bezeichnet. Im vorliegenden Fall ließe sich das Intervall $[a; b]$ jeweils für den Einfluss der Kalibrierung, der Orientierung und der Musterdefinition bestimmen, wobei allerdings zu beachten ist, dass die Streuung aus der Musterwahl in den Ergebnissen der anderen Parameter schon enthalten ist. Daher werden nur Kalibrierung und Orientierung berücksichtigt. Statistisch besitzen die durchgeführten Versuche $f_K = 20 - 1 = 19$ und $f_O = 22 - 1 = 21$ Freiheitsgrade, die bei der Auswertung der t-Verteilungsfunktion berücksichtigt werden müssen. Als Irrtumswahrscheinlichkeit wird, wie für Versuche dieser Art üblich, $\alpha = 5\%$ vorgegeben. Wird ferner davon ausgegangen, dass die beiden verbliebenen Parameter untereinander nicht korreliert, also unabhängig sind, lässt sich die Größe des Fehlerbalkens zu

$$\begin{aligned} \Delta v &= \pm \sqrt{\left(t_{f_K;1-\alpha/2} \cdot s_K\right)^2 + \left(t_{f_O;1-\alpha/2} \cdot s_O\right)^2} \\ &= \pm \sqrt{(2,093 \cdot 0,0122)^2 + (2,080 \cdot 0,0099)^2} \\ &= \pm 0,0328 \text{ px} \end{aligned} \quad (14.3)$$

berechnen. Dies ist ein theoretischer Wert, der nur erreicht werden kann, wenn jegliche Veränderung des Kamerastandpunktes und anderer Umgebungseinflüsse ausgeschlossen werden kann.

Der Einfluss der unterschiedlichen Verfolgungsalgorithmen auf das Ergebnis ist bei guten Lichtverhältnissen so gering, dass stets derjenige gewählt werden kann, der das gewählte Suchmuster am zuverlässigsten identifizieren kann.

Konfidenzintervalle für unterschiedliche große Verschiebungen und Bildbereiche

Die Untersuchungen zur Bestimmung des Fehlerbalkens in den vorangegangenen Abschnitten bezogen sich stets auf einen Kameraabstand von 30 cm zum Messobjekt und Verschiebungen von weniger als 5 px. Die Ergebnisse für weitere Abstände und unterschiedlich große Verschiebungen sind in Tabelle 14.3 dargestellt.

Abstand [cm]	Verschiebung		Kalibrierung s_K [px]	Orientierung s_O [px]	Fehlerbalken		Relativer Fehler $\Delta v/v$ [%]
	v [px]	v [mm]			$\pm\Delta v$ [px]	$\pm\Delta v$ [mm]	
30	3,8	0,15	0,0122	0,0099	0,033	0,0013	0,87
	142,3	5,69	0,0902	0,0238	0,208	0,0083	0,15
50	7,4	0,46	0,0209	0,0179	0,062	0,0045	0,84
	136,4	8,47	0,0793	0,0289	0,191	0,0119	0,14
100	4,9	0,75	0,0304	0,0289	0,095	0,0146	1,94
	72,8	11,20	0,0389	0,0525	0,148	0,0227	0,20

Tabelle 14.3: Streuungen innerhalb der Photogrammetrie – Verschiebungen und Bildbereiche

Die Streuung aufgrund der Musterdefinition der merkmalsbasierten Verfahren ändert sich auch bei großen Verformungen nicht. Diese Art der Musterverfolgung ist unter anderem deshalb sehr robust, weil sie in der Lage ist, auch Verdrehungen des Suchmusters zu erfassen. Das pixelbasierte Verfahren hingegen verliert mit zunehmender Größe der Verformung an Genauigkeit, da nur reine Translationen identifiziert werden können und insbesondere bei großen Suchmustern leichte Änderungen der Lichtverhältnisse einen Einfluss auf die identifizierte Position haben.

Die Ergebnisse in Tabelle 14.3 lassen vermuten, dass der Einfluss von Kalibrierung und Orientierung mit zunehmender Verformung wächst. Zur weiteren Untersuchung wird ein Versuch mit unterschiedlichen Gewichten durchgeführt. Der Verlauf der ermittelten Verformungen und der zugehörigen Konfidenzbereiche Δv sind in Abbildung 14.6a über den unterschiedlichen Laststufen aufgetragen. Jede Größe der Belastung wird jeweils einmal wiederholt. Es ist offensichtlich, dass die Streuung der Ergebnisse in Bezug auf die maximale Verformung verschwindend gering ist. Dennoch ist es wünschenswert, einen funktiona-

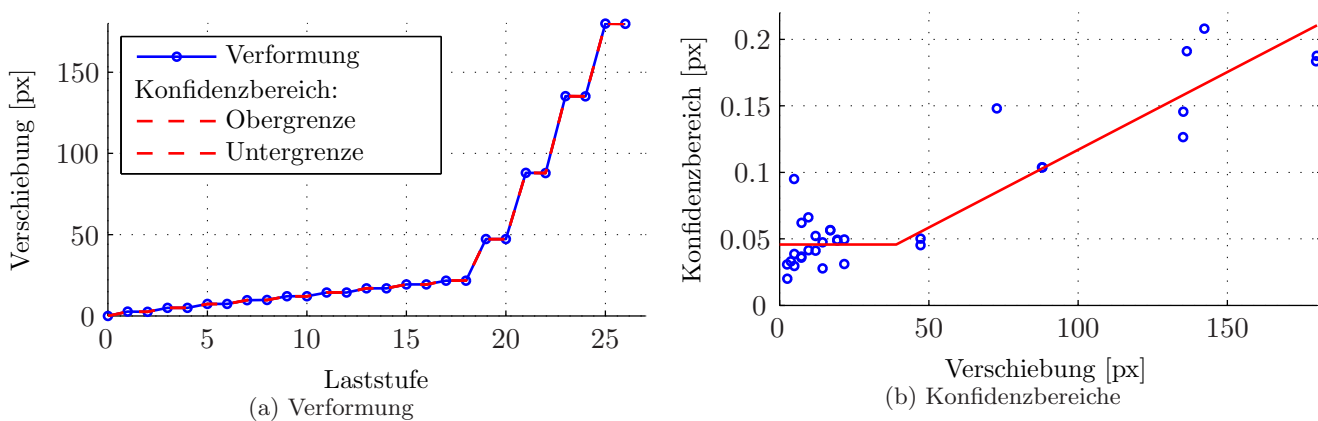


Abbildung 14.6: Einfluss der Größe der Verschiebung auf den Konfidenzbereich

len Zusammenhang zwischen der Verschiebung und dem zu erwartenden Konfidenzbereich herzustellen. Dazu werden die Konfidenzbereiche aller Laststufen und die Ergebnisse aus Tabelle 14.3 in Abbildung 14.6b über den jeweils zugehörigen Verformungen aufgetragen. Näherungsweise lassen sich diese durch die Funktion

$$\Delta v_{K,O}(v) \approx \begin{cases} 0,046 & \forall v \leq 38,3 \\ 0,0012 \cdot v & \forall v > 38,3 \end{cases} \quad [\text{px}] \quad (14.4)$$

ausdrücken. Diese Funktion ist in Abbildung 14.6b ebenfalls abgebildet. Der anfangs konstante Wert von 0,046 px ist deutlich größer als der reine Konfidenzbereich aus der Musterdefinition, der ungefähr bei 0,014 px liegt. Daher kann dieser Einfluss weiterhin vernachlässigt werden.

14.2.2 Vergleich der Verfolgung vor und nach perspektivischer Entzerrung

Bei der perspektivischen Entzerrung von Fotos werden die Bildinformationen an einigen Stellen durch Interpolation gestreckt und an anderen gestaucht. Daher sind auch hier geringe Unterschiede zwischen den Verfahren zu erwarten. Diese hängen unter anderem von der Position der Kamera zur Messebene ab. Je geringer die perspektivische Entzerrung ist, desto geringer wird der Einfluss.

Als Algorithmus zur Musterverfolgung kann nur die merkmalsbasierte Verfolgung mit projektiver Transformation die Bewegung des Suchmusters vollständig abbilden. Daher sollte dieses Verfahren bei der Verfolgung vor der Entzerrung verwendet werden. Alle anderen Verfahren sind ebenfalls brauchbar, können die tatsächliche Verformung aber nur näherungsweise bestimmen, was insbesondere bei starken perspektivischen Verzerrungen zu signifikanten Abweichungen führen kann.

Zur Untersuchung wird Versuchsstand I mit unterschiedlich großen Gewichten belastet und wiederholt fotografiert. Die Verformungen zu den einzelnen Laststufen sind in Abbildung 14.7a dargestellt. Die Größe

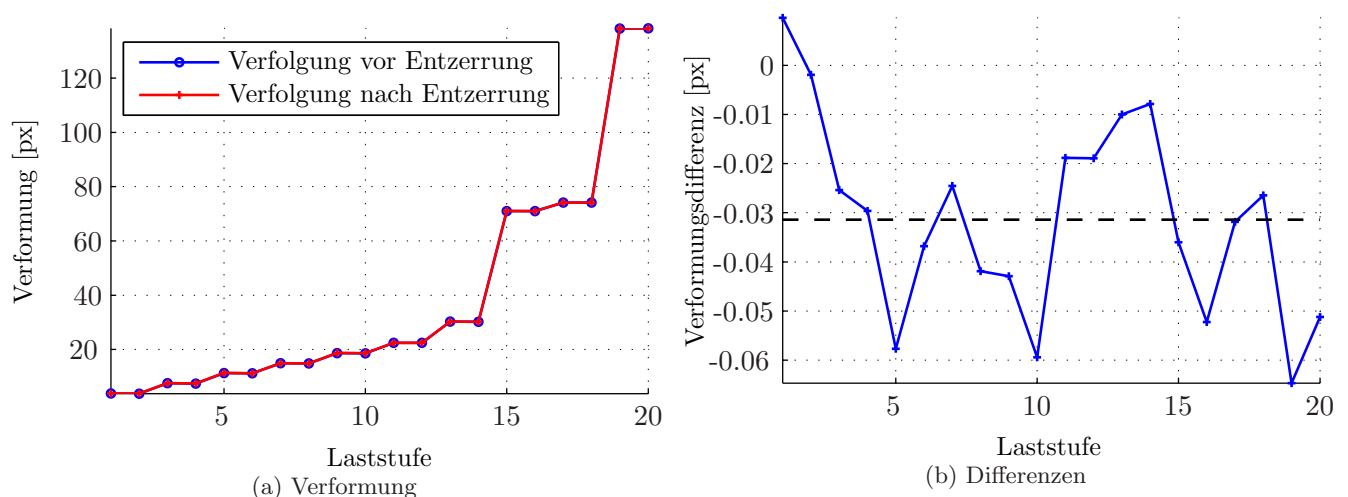


Abbildung 14.7: Vergleich der Verfolgung vor und nach perspektivischer Entzerrung

der Differenz der beiden Verläufe $v_{\text{vor}} - v_{\text{nach}}$, die dort nur andeutungsweise zu erkennen ist, ist in Abbildung 14.7b noch einmal aufgetragen. Hier ist kein klarer Trend zu erkennen, wenngleich festzustellen ist,

dass die Verformungen, die nach der perspektivischen Entzerrung ermittelt werden, bis auf eine Ausnahme stets größer sind. Im Mittel beträgt der Fehler $-0,031$ px. Mit einer zugehörigen Standardabweichung von $s = 0,020$ px ergibt sich aus dem einseitigen Konfidenzintervall eine Größe des Fehlerbalkens von $\Delta v = \pm 0,068$ px. Auswertungen weiterer Versuche ergeben sehr ähnliche Ergebnisse. Abweichungen dieser Größenordnung müssen also bei der Beurteilung von Ergebnissen stets berücksichtigt werden, da vom Grundsatz her beide Verfahren gleichwertig sind.

Durch eine doppelte Auswertung der Fotos mit beiden Verfahren kann die Abweichung für jede Messung bei Bedarf konkret bestimmt werden, wodurch eine bessere Angabe der erreichten Genauigkeit möglich ist.

14.2.3 Unbeabsichtigte Kamerabewegungen und sonstige Störgrößen

Eine Grundvoraussetzung für die photogrammetrische Verformungserfassung ist die Vorgabe, dass sich der Kamerastandpunkt während des gesamten Messzeitraums nicht ändern darf. Diese Forderung kann aufgrund von Umgebungseinflüssen niemals perfekt eingehalten werden, da schon minimale Luft- oder Bodenbewegungen sowie der sich bewegende Auslösemechanismus der Kamera genügen können, um ihre Position geringfügig, aber signifikant zu verändern. Verschiebungen um einige Mikrometer oder Verdrehungen im Milligonbereich können dabei ausschlaggebend sein. Handelsübliche Digitalkameras werden in der Regel mit einer einzigen Schraube am Stativkopf befestigt. Da dies keine vollkommen starre Einspannung ist, ist an dieser Stelle eine mögliche Fehlerquelle zu finden. Weiterhin kommen das Stativ selbst, der Untergrund und die Verbindung zwischen beiden hinzu. Darüber hinaus kann die Auslösebewegung auch minimale Veränderungen in und an der Kamera selbst verursachen. Je nach innerem Aufbau ist es möglich, dass sich beispielsweise die Fokussierung und damit die innere Orientierung verändert.

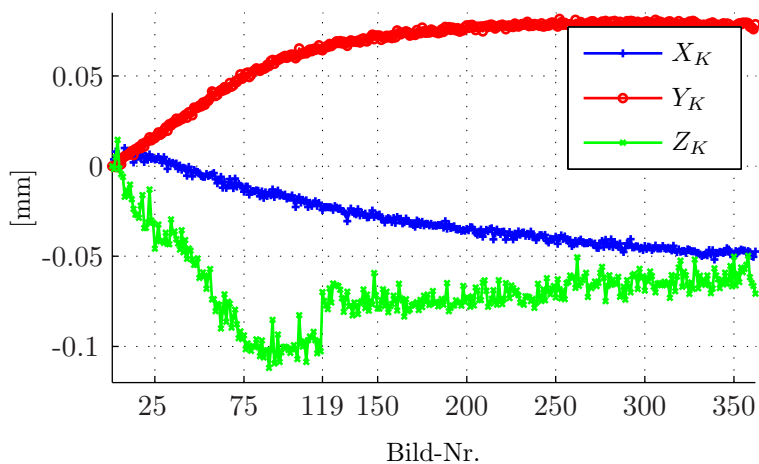


Abbildung 14.8: Kamerabewegung durch Auslösen
Befestigung auf Stativ

Diese Faktoren wohnen nicht der Auswertung der Bilder inne, sondern sind vom konkreten Versuchsaufbau abhängig, weshalb sie an dieser Stelle separat untersucht werden. Dazu wird die in Abbildung 14.9a dargestellte Szenerie im Abstand von 30 cm über einen Zeitraum von 3 h alle 30 s von einer auf einem Stativ befestigten Kamera fotografiert und ihre Position relativ zum Orientierungsschachbrett ermittelt. Bei diesem Versuch werden alle Umgebungseinflüsse so weit wie möglich reduziert. Abbildung 14.8 zeigt den Verlauf aller drei Bewegungsrichtungen, die deutliche Verschiebungen aufweisen.

0,05 mm Verschiebung in X - beziehungsweise Y -Richtung entsprechen einer Entfernung von ungefähr 1,25 px. Problematischer sind allerdings Bewegungen in Z -Richtung, also orthogonal zur Messebene. Diese verursachen keine gleichmäßigen Verschiebungen aller Punkte, sondern radiale in Abhängigkeit vom Abstand r zum Bildhauptpunkt. An den Rändern des Bildes entsprechen 0,05 mm

ungefähr 0,61 px. Welches Ereignis den Sprung bei Bild 119 verursacht ist unklar. Für weitere Untersuchungen ist dieses markante Ereignis allerdings gut geeignet, um verschiedene Effekte zu verdeutlichen. In der Z -Richtung ist darüber hinaus die Streuung größer als in den anderen Richtungen, was vermutlich auf numerische Effekte bei der Bestimmung zurückzuführen ist, die vergleichbar mit schleifenden Schnitten sind. Es wird deutlich, dass diese Kamerabewegungen einen erheblich größeren Einfluss auf das Ergebnis haben als die Faktoren innerhalb der photogrammetrischen Messung.

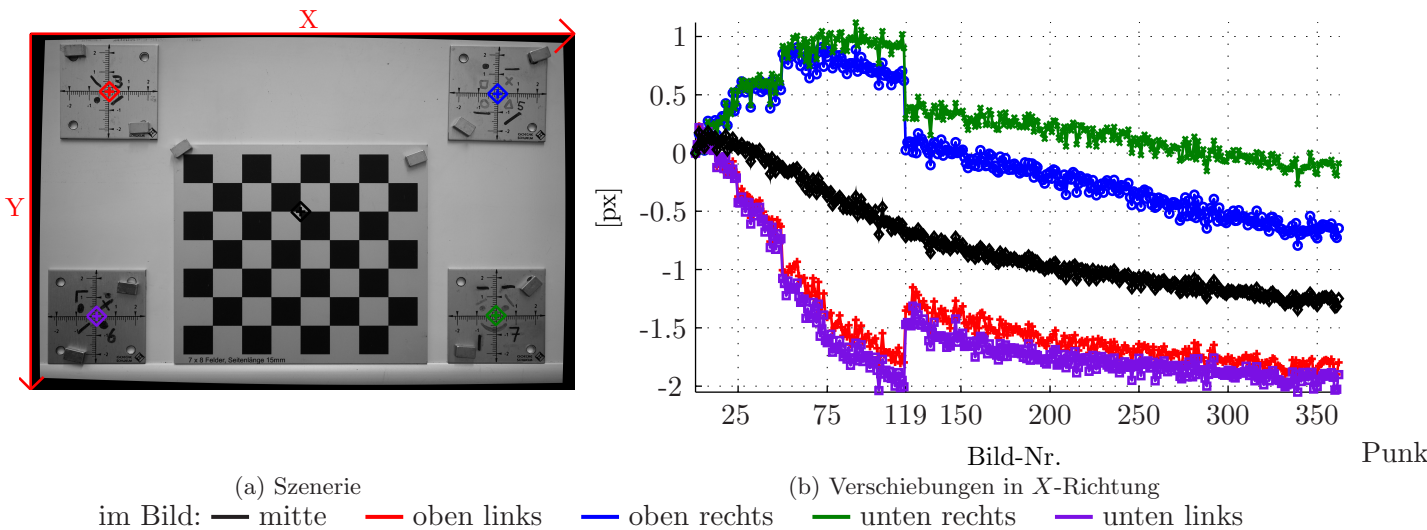
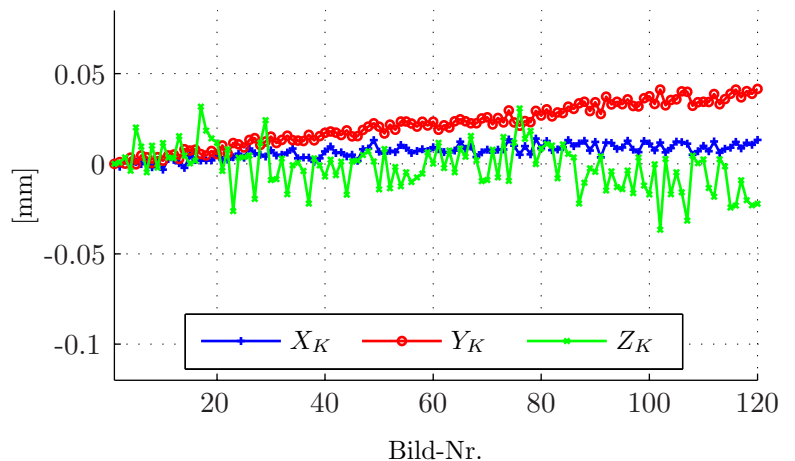


Abbildung 14.9: Verschiebungen durch Kamerabewegung

Die Auswirkungen der Kamerabewegung auf die Position unterschiedlicher Punkte im Bild wird in Abbildung 14.9b exemplarisch für die X -Richtung dargestellt. Der schwarz markierte Punkt in der Bildmitte ist sehr nahe am Bildhauptpunkt. Daher ist er weitestgehend unbeeinflusst von der Kamerabewegung in Z -Richtung und folgt der Bewegung in der X -Richtung.

Alle anderen Punkte unterliegen ebenfalls dieser Bewegung, die allerdings von den Effekten der orthogonalen Bewegung überlagert wird. Entfernt sich die Kamera vom Messobjekt, verschieben sich alle Punkte in Richtung des Bildhauptpunktes. Dieser Effekt kann insbesondere im bereits erwähnten Sprung bei Bild 119 beobachtet werden. Die beiden Punkte am rechten Bildrand rutschen nach links, wodurch ihre Verschiebung kleiner wird. Die Verschiebung der Punkte vom linken Bildrand hingegen wird größer.



Zur Identifikation der Ursache für die Bewegung der Kamera wird diese in einem weiteren Versuch nicht auf einem klassischen Stativ montiert, sondern mittels Schraubzwingen fest mit dem Untergrund verspannt. Abbildung 14.10 zeigt wiederum

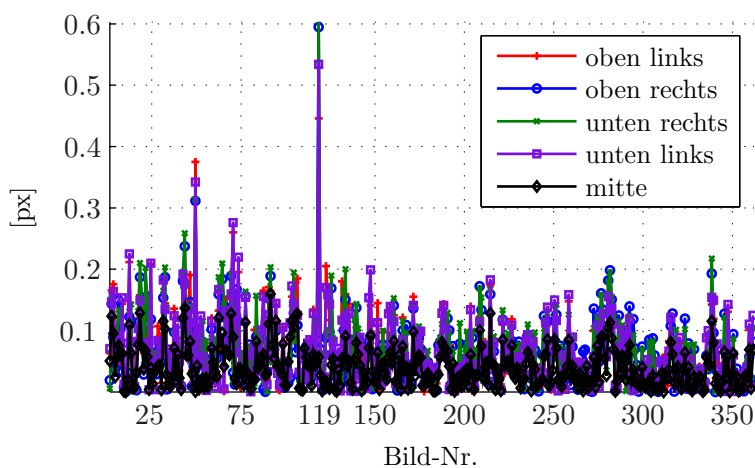
die Translationskomponenten der Kamerabewegung für eine Messreihe von 120 Fotos. Ein Vergleich mit Abbildung 14.8 ergibt, dass die Bewegungen nun zwar deutlich geringer sind, aber insbesondere in X - und Y -Richtung noch immer ein klarer Trend zu erkennen ist. Dieser ist also nicht durch eine Bewegung des Stativs, sondern nur durch Änderungen innerhalb der Kamera zu begründen.

Neben der Position der Kamera ändert sich zusätzlich noch ihre Blickrichtung. Da diese Effekte im gezeigten Beispiel nur von untergeordneter Bedeutung sind und eine grafische Darstellung nur schwer möglich ist, wird auf eine weitere Betrachtung an dieser Stelle verzichtet.

Wenn es die Versuchsdurchführung zulässt, ist die einfachste Art, diese Fehler aus unbeabsichtigten Kamerabewegungen zu kompensieren, vor oder nach jedem Mess- ein separates Referenzbild aufzunehmen. Dadurch wird eine Akkumulation der Verschiebungen unterbunden. Abbildung 14.11 zeigt die Beträge der Verschiebungen der Punkte aus Abbildung 14.9a zwischen den einzelnen Bildern. Eine solche Verschiebung muss für den Unterschied der Kameraposition zwischen Referenz- und Messbild berücksichtigt werden. Ein Wert für die Größe des Fehlerbalkens Δv für den konkret untersuchten Versuchsaufbau lässt sich wiederum durch das zugehörige Konfidenzintervall bestimmen. Da an dieser Stelle nur eine Abschätzung der Obergrenze von Interesse ist, kann dies mit

$$\Delta v = \pm (\overline{\Delta v_x} + t_{f;1-\alpha} \cdot s) \tag{14.5}$$

durch Verwendung eines einseitigen Konfidenzintervalls geschehen, bei dem die Irrtumswahrscheinlichkeit im Gegensatz zum zweiseitigen nicht halbiert werden muss. In Tabelle 14.4 sind Mittelwert, Standard-



Punkt	$\overline{\Delta v_x}$ [px]	s [px]	$\pm \Delta v$ [px]
mitte	0,039	0,032	0,092
o.l.	0,065	0,057	0,159
o.r.	0,062	0,056	0,155
u.r.	0,066	0,060	0,166
u.l.	0,063	0,058	0,159
Mittelwert:			0,160

Abbildung 14.11: Unbeabsichtigte Kamerabewegung – Absolutwerte der Verschiebungen Δv_x

Tabelle 14.4: Kamerabewegung – Fehlerbalken

abweichung und die Größe des jeweiligen Fehlerbalkens zusammengefasst. Da der Punkt in der Nähe des Bildhauptpunktes von der Kamerabewegung orthogonal zur Messebene kaum beeinflusst ist, ist seine Verschiebung pro Bild deutlich geringer. Für alle Eckpunkte sind die Verschiebungen und der zugehörige Fehlerbalken ungefähr gleich groß. Er beträgt im Mittel $\pm \Delta v = 0,160 \text{ px} \approx 0,0064 \text{ mm}$ für einen Kamerabstand von 30 cm und ist somit maßgebend für die erreichbare Genauigkeit.

Das beschriebene Vorgehen ist nicht möglich, wenn ein längerer Prozess zu beobachten ist, bei dem das Messobjekt nicht immer wieder in den Ausgangszustand zurückversetzt werden kann, wie dies beispielsweise bei der Verformungsmessung bei den Biegezugversuchen der Fall ist, die in Abschnitt 15.1 vorgestellt werden. Zwei mögliche Methoden, mit denen dennoch eine Erhöhung der Messgenauigkeit erreicht werden kann, wurden im Abschnitt 7.5.1 bereits erläutert. Ist bei der konkreten Messaufgabe ein Fixpunkt vorhanden, der in der betrachteten Verformungsrichtung den gleichen Abstand zum Bildhauptpunkt hat wie der eigentliche Messpunkt, kann dieser Fixpunkt zur Verschiebungskorrektur herangezogen werden. Ist dies nicht der Fall, aber das Orientierungsschachbrett in jedem Bild sichtbar und unverschieblich, kann die Kameraposition für jedes Bild neu ermittelt werden. Eine derartige Auswertung für den in Abbildung 14.9 dargestellten Versuch liefert Abbildung 14.12. Es ist offensichtlich, dass die Verläufe der Verformungen nun keinem klaren Trend mehr folgen. Allerdings sind die Streuungen, die in Tabelle 14.5 zusammengefasst sind, insbesondere an den Eckpunkten erheblich angewachsen. Die Streuungen

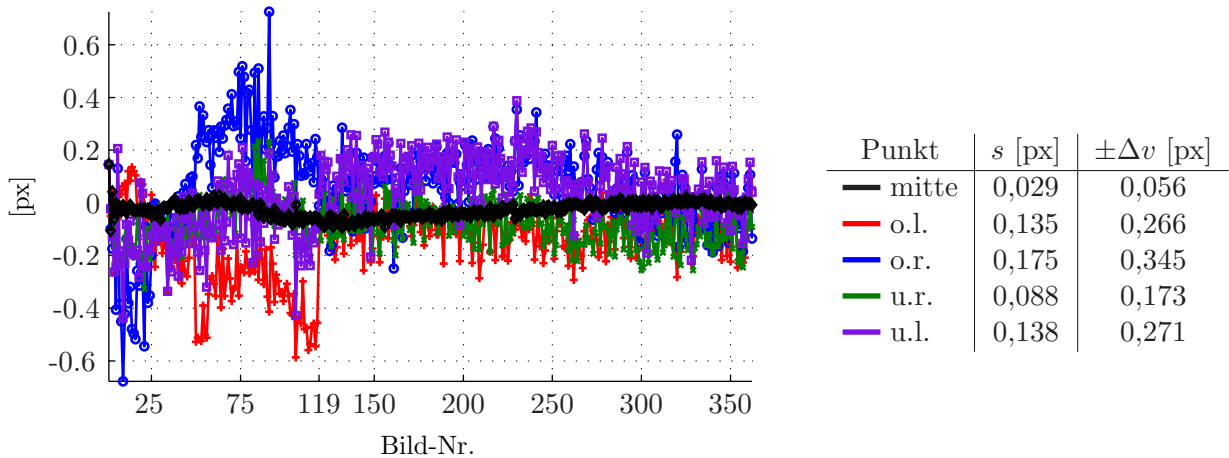


Abbildung 14.12: Kamerabewegung –
Kompensation mittels Orientierungsbestimmung

Tabelle 14.5: Kamerabewegung –
Kompensiert

resultieren nun aus Abweichungen bei der Identifikation des Schachbretts und pflanzen sich in die daran anschließende Bestimmung der Orientierung fort. Wiederum ist die Abweichung für den Punkt in der Mitte am geringsten, da er im Bereich des Schachbretts liegt. Je weiter ein Punkt von diesem Bereich entfernt ist, desto größer ist tendenziell die Streuung.

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass unbeabsichtigte Kamerabewegungen der maßgebende Faktor für die erreichbare Genauigkeit sein können. Daher ist ihr Einfluss für jeden Versuchsaufbau soweit wie möglich zu reduzieren. Wenn der Versuchsablauf es zulässt, sind Referenzbilder zwischen den Belastungen hierzu das beste Mittel. In jedem Fall ist der verbleibende, nicht kompensierbare, Anteil abzuschätzen. Außerdem sollten Suchmuster nach Möglichkeit in der Bildmitte definiert werden, da der Einfluss der Kamerabewegung hier am geringsten ist.

14.2.4 Vergleich mit Referenzmessungen

Neben der inneren Genauigkeit der photogrammetrischen Verformungserfassung, die in Abhängigkeit der maßgebenden Einflussparameter in den vorangegangenen Abschnitten eingehend untersucht wurde, ist ein Vergleich mit einer anderen Messmethode notwendig, um strukturelle Fehler auszuschließen und die Qualität der Methode zu verifizieren. Zu diesem Zweck kommen die in Abschnitt 13.4 beschriebene Messkette mit induktiven Wegaufnehmern und wiederum Versuchsstand I zum Einsatz. Da insbesondere durch die Befestigung und manuelle Ausrichtung des Wegaufnehmers lineare Abweichungen zu erwarten sind, werden zehn Messreihen mit jeweils den gleichen 13 Laststufen durchgeführt, bei denen der Wegaufnehmer jeweils komplett entfernt und anschließend wieder neu befestigt wird. Um Fehler ausschließen zu können, wird jede Laststufe doppelt gemessen. Parallel dazu wird an derselben Stelle die Verformung mit einem Kameraabstand von 50 cm auch photogrammetrisch ermittelt. Neben den Abweichungen aus den Messmethoden unterliegt auch der Versuchsstand unterschiedlichen Umgebungseinflüssen, wie beispielsweise Temperaturänderungen, die sich auf seine Verformung auswirken.

In Abbildung 14.13a ist die Verformung der zehn photogrammetrischen Messungen in grün über den Laststufen aufgetragen. Um den unterschiedlichen Skalierungen Rechnung zu tragen, sind in den Abbildungen 14.13c und 14.13d zwei Ausschnitte noch einmal vergrößert abgebildet. Aus den zehn Wiederholungen der Messreihe lässt sich für jede Laststufe ein Konfidenzintervall für die Genauigkeit der Wegaufnehmermessung bestimmen, das sowohl die Streuung aus dem Versuchsstand selbst als auch die Abweichungen aus der Befestigung enthält. Die Ober- und Untergrenze dieses Intervalls sind in rot dargestellt. Es ist offensichtlich, dass alle photogrammetrisch erfassten Messwerte innerhalb des Konfidenzintervalls der Wegaufnehmer liegen. Somit ist nachgewiesen, dass die in dieser Arbeit vorgestellte Art der Verformungsmessung funktioniert und sogar genauere Ergebnisse liefert als die zur Verfügung stehende Referenzmethode.

Die blauen Linien zeigen das Konfidenzintervall der photogrammetrisch erfassten Werte, welches um den Mittelwert der Verformung der jeweiligen Laststufe aufgetragen ist. Dabei wird für die unbeabsichtigten Störgrößen aus der Kamerabewegung nach Abschnitt 14.2.3 ein Wert von 0,10 px angesetzt, was in etwa 0,0062 mm entspricht. Dieser wird mit den Einflüssen aus Kalibrierung und Orientierung nach Gleichung (14.4) kombiniert, wodurch sich

$$\Delta v(v) = \sqrt{0,0062^2 + \Delta v_{K,O}^2} \quad \text{mit} \quad \Delta v_{K,O}(v) = \pm \begin{cases} 0,0029 & \forall v \leq 2,379 \\ 0,0012 \cdot v & \forall v > 2,379 \end{cases} \quad [\text{mm}] \quad (14.6)$$

als Konfidenzbereich ergibt. Er umschließt bis auf wenige Ausnahmen die photogrammetrischen Messwerte. Diese Ausnahmen, insbesondere bei den großen Verformungen, können unter anderem durch Streuungen des Versuchsstands begründet sein, die bislang nicht explizit erfasst wurden. Dass der gesamte Konfidenzbereich der Photogrammetrie deutlich innerhalb des Konfidenzbereichs der Wegaufnehmer liegt, bestätigt noch einmal die Qualität der Ergebnisse.

In Abbildung 14.13b sind die in Abbildung 14.13a dargestellten Verformungen über der mittleren Verformung der jeweiligen Laststufe aufgetragen. An den näherungsweise linear auseinander laufenden Grenzen des Konfidenzintervalls lässt sich erkennen, dass die Streuung ungefähr linear mit der gemessenen Verschiebung steigt. Abgesehen von den ersten Laststufen bleibt also die relative Standardabweichung ungefähr konstant. Dies gilt für die mit beiden Methoden erfassten Verformungen.

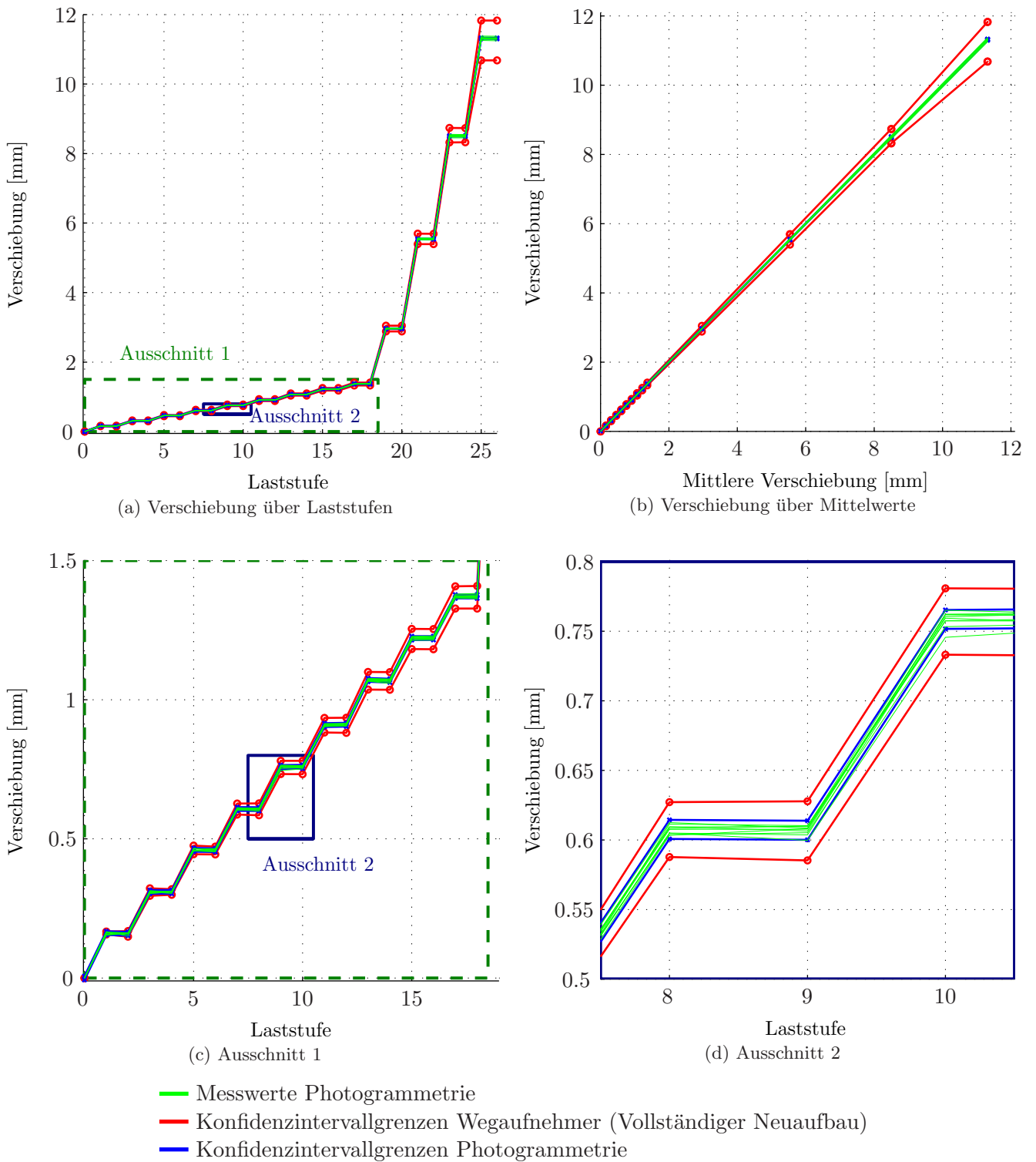


Abbildung 14.13: Vergleich der photogrammetrischen Messung mit einer Referenzmessung

14.2.5 Hinweise für die praktische Umsetzung

Die erreichbare Genauigkeit bei photogrammetrischen Verformungsmessungen hängt von einer Vielzahl von Faktoren ab, die entweder auf den konkreten Messaufbau oder verschiedene Parameter bei der Auswertung der Fotografien zurückzuführen sind. Bei der Durchführung einer Messung ist zunächst zu klären, welche Genauigkeiten bei der vorliegenden Aufgabe gefordert sind. Darauf basierend kann der Aufwand zur Reduzierung dieser Streuungen entsprechend angepasst werden. Wenn zwischen den Messungsfotos regelmäßig Referenzbilder aufgenommen werden können, ist eine Größe des Fehlerbalkens von 0,2 px ein gut erreichbarer Richtwert. Soll die Genauigkeit weiter gesteigert werden, sind die in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Parameter für den konkreten Versuchsaufbau zu untersuchen und die Messungen mehrfach zu wiederholen. Bei Messungen im Freien ist ein zusätzliches Augenmerk auf den Standpunkt des Stativs zu richten. Hier sollte ein möglichst windgeschützter Platz mit stabilem Untergrund gefunden werden.

Bei der Wahl des Verfolgungsalgorithmus ist zu beachten, ob deutliche Verdrehungen der Suchmuster zu erwarten sind. Ist dies der Fall, sollte auf das merkmalsbasierte Verfahren zurückgegriffen werden. Sind im Wesentlichen nur Verschiebungen vorhanden, können auch mit dem pixelbasierten Verfahren mit Subpixelverfeinerung gleichwertige Ergebnisqualitäten erzielt werden. Das Verfahren sollte dann auf die vorhandenen Suchmuster abgestimmt werden, die wiederum mit der Messaufgabe verknüpft sind. Dabei ist insbesondere die Beschaffenheit der Oberfläche des Messobjekts entscheidend. Weist diese eine deutliche und einzigartige Struktur auf, kann in der Regel ohne zusätzliche Zielmarken gearbeitet werden. Durch einfache Farbpunkte kann beispielsweise ein gleichmäßiges Raster definiert werden. Bei diesen kleinen, eher einfachen Mustern besitzt das pixelbasierte Verfahren eine höhere Stabilität. Für die Anwendung des merkmalsbasierten Verfahrens sollten die Muster größer sein und in verschiedenen Skalierungen viele einzigartige Punkte enthalten. Dies funktioniert am besten mit künstlich aufgetragenen Zielmarken, die vor allem bei sehr gleichmäßigen Oberflächen, wie bei den meisten Metallen, zur Anwendung kommen sollten.

14.3 Genauigkeitsuntersuchung zur Verformungsmessung orthogonal zur Ebene

Zur Verifizierung der Methode und Beurteilung der Genauigkeit der Verformungsmessung nach Kapitel 8, orthogonal zur eigentlichen Messebene, wird der gleiche Versuchsaufbau wie in Abschnitt 14.2.4 verwendet. Allerdings wird die Kamera nun in einem Abstand von 30 cm senkrecht über dem Träger befestigt, sodass dieser sich bei Belastung von der Kamera entfernt. Durch die verhältnismäßig geringe Entfernung der Kamera zum Messobjekt wird bei einer solchen Bewegung der Schärfebereich schnell verlassen und die Fotos der Zielmarke werden unscharf, sodass hier nur die Verformungen bis 3 mm betrachtet werden. Zur Abschätzung des Einflusses der Parameter bei der photogrammetrischen Auswertung werden die Fotos der Laststufen mit jeweils zehn Kalibrierungen und zehn Orientierungsbildern ausgewertet. Außerdem werden für eine Kombination von Kalibrierung und Orientierungsbild 20 ähnliche Suchmuster definiert. Abbildung 14.14a zeigt die daraus ermittelten Konfidenzbereiche Δv , die bei diesem Messverfahren sinnvollerweise nicht in Pixeln, sondern in Millimetern angegeben werden können. Zum Vergleich ist der

Konfidenzbereich der Wegaufnehmermesswerte nach Abschnitt 14.2.4 ebenfalls eingezeichnet. Es ist offensichtlich, dass Streuungen hier erheblich größer sind, als bei der Messung innerhalb der Messebene. Für die Musterdefinition liegt der Konfidenzbereich dort bei umgerechnet $0,26 \cdot 10^{-3}$ mm, während er hier mit ungefähr 0,2 mm beziffert werden kann. Dieser Wert ist analog zu Abschnitt 14.2.1 in den Werten für Orientierungsbild und Kalibrierung schon enthalten. Insbesondere die verwendete Kalibrierung ist maßgebend für die Genauigkeit der Auswertung, da ihr Einfluss am größten ist und mit zunehmender Verformung am stärksten ansteigt.

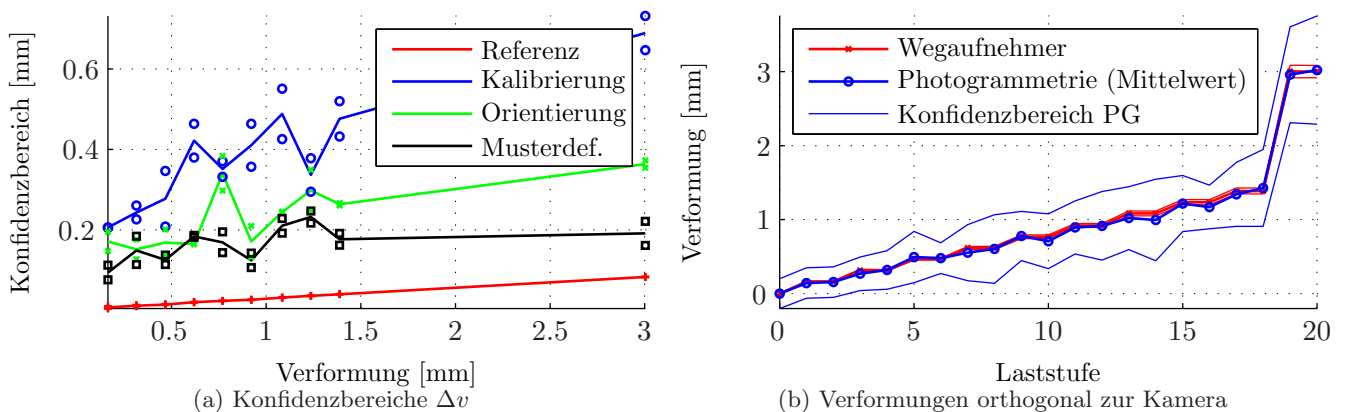


Abbildung 14.14: Genauigkeitsuntersuchung zur Messung orthogonal zur Ebene

Werden die mit unterschiedlichen Kalibrierungen ermittelten Verformungen gemittelt, ergibt sich allerdings dennoch eine hervorragende Übereinstimmung mit einer Referenzmessung mittels Wegaufnehmer. In Abbildung 14.14b sind die mittleren Verformungen sowie die zugehörigen Konfidenzintervalle über die Laststufen aufgetragen. Damit ist die Funktionalität dieses Messprinzips nachgewiesen, wenngleich die Genauigkeiten erwartungsgemäß erheblich hinter denen der Messung in der Ebene zurückbleiben. Zur Steigerung der Genauigkeit einer Messung sollte diese stets mit mehreren Kalibrierungen ausgewertet werden.

14.4 Genauigkeitsuntersuchung zur Frequenzmessung

Zur Validierung des Verfahrens zur Messung von Frequenzen nach Kapitel 9 wird der Versuchsstand von Prause [76] verwendet. Bei diesem können durch Aufbringen eines horizontalen Impulses auf Höhe der ersten Decke sowohl die erste als auch die zweite horizontale Biegeeigenform problemlos angeregt werden. Zur Messung wird die Kamera ohne spezielle Ausrichtung und Kalibrierung vor der Längsseite, also orthogonal zur Bewegungsrichtung positioniert. Als Suchmuster können optische Eigenheiten des Messobjekts verwendet werden, sodass keine künstlichen Zielmarken notwendig sind. Abbildung 14.15a zeigt einen Ausschnitt von 90s der erfassten Verformung für ein Muster an der Seite der ersten Decke. Durch die fehlende Kalibrierung ist keine Angabe in Millimetern möglich. Dies ist aber irrelevant, da hier nur die zeitliche Auflösung von Interesse ist.

Das aus dem Verlauf ermittelte Amplitudenspektrum in Abbildung 14.15b zeigt eindeutig die beiden

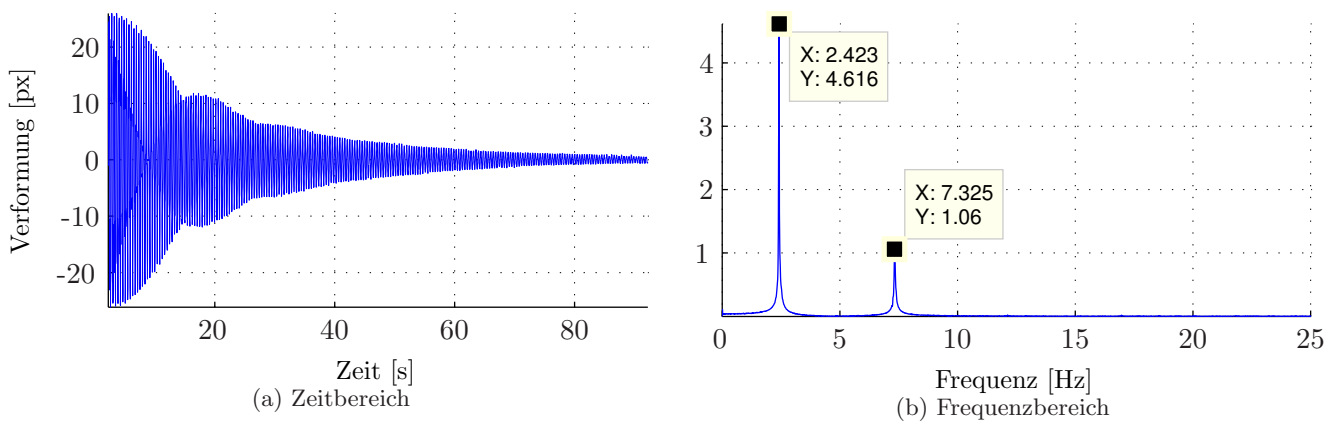


Abbildung 14.15: Genauigkeitsuntersuchung zur Frequenzmessung

Eigenfrequenzen bei 2,42 und 7,33 Hz, die hervorragend mit den Messwerten 2,50 und 7,47 Hz aus Abbildung 14.3 korrespondieren. Die minimalen Abweichungen resultieren aus einer zusätzlichen Masse in Form eines kleinen Motors, der nachträglich am Versuchsstand angebracht wurde.

Auch die orthogonale Verformungsmessung eignet sich grundsätzlich zur Bestimmung von Frequenzen. Da in diesem Fall eine merkmalsbasierte Verfolgung mit mindestens affiner Transformation zum Einsatz kommen muss, wird zur besseren Identifikation eine künstliche Zielmarke in Bewegungsrichtung auf den Versuchsstand aufgebracht. In Abbildung 14.16 ist die gemessene Verformung wiederum im Zeit- und Frequenzbereich dargestellt. Obwohl im Zeitbereich kein klares Ausschwingverhalten zu erkennen ist,

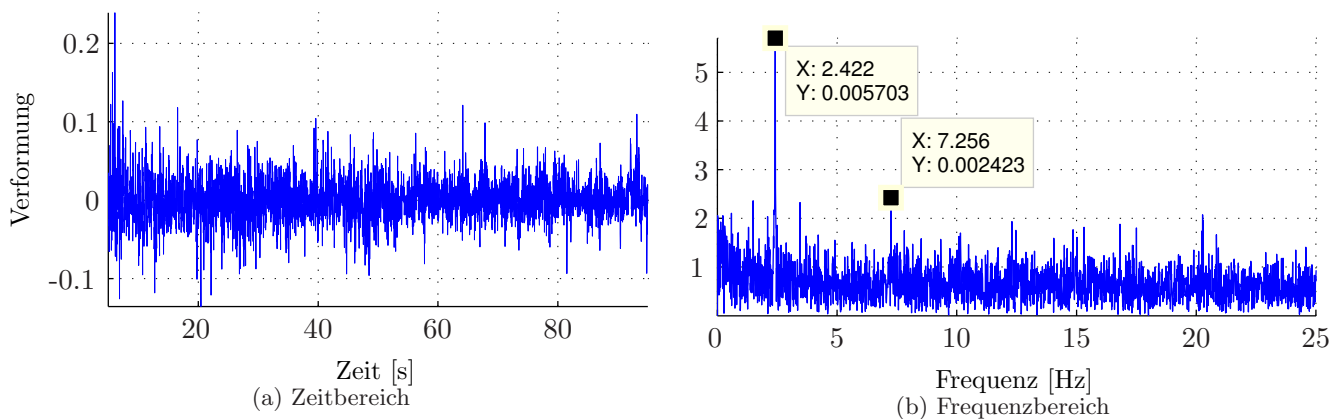


Abbildung 14.16: Genauigkeitsuntersuchung zur Frequenzmessung – orthogonal

lassen sich die erste Eigenfrequenz sehr deutlich und die zweite zumindest ansatzweise im verrauschten Signal identifizieren.

Dies zeigt, dass die Frequenzbestimmung auch in orthogonaler Richtung funktioniert, das Verfahren aber in der praktischen Anwendung nicht sinnvoll ist. Sobald die Bewegung des Messobjektes nicht exakt in Kamera-Z-Richtung geschieht, besitzt das Suchmuster stets auch Verschiebungsanteile in X- und Y-Richtung, die deutlich robuster und mit wesentlich geringerem Rauschen behaftet identifiziert und somit für die Frequenzbestimmung verwendet werden können.

14.5 Erfassung kompletter Biegelinien

Der wesentliche Vorteil der photogrammetrischen Verformungserfassung gegenüber den meisten anderen Messmethoden ist die Möglichkeit, nicht nur an einer einzigen Stelle, sondern an einer Vielzahl von Messpunkten gleichzeitig die Verformung messen zu können. Hierdurch können, wenn es die geometrischen Randbedingungen und die erforderliche Messgenauigkeit zulassen, komplette Biegelinien einfacher Systeme aufgenommen werden. Exemplarisch wird dies für die Versuchsstände I und II gezeigt.

Versuchsstand I wird in einem Abstand von 1,20 m vom linken Auflager, also 30 cm rechts der Mitte, mit Einzellasten in Form von unterschiedlichen Gewichten belastet. Die vertikale Verformung wird sowohl für den ungeschädigten als auch den geschädigten Balken im Abstand von je 5 cm in Balkenlängsrichtung erfasst. In Abbildung 14.17 sind diese zu Biegelinien für die einzelnen Laststufen zusammengefasst.

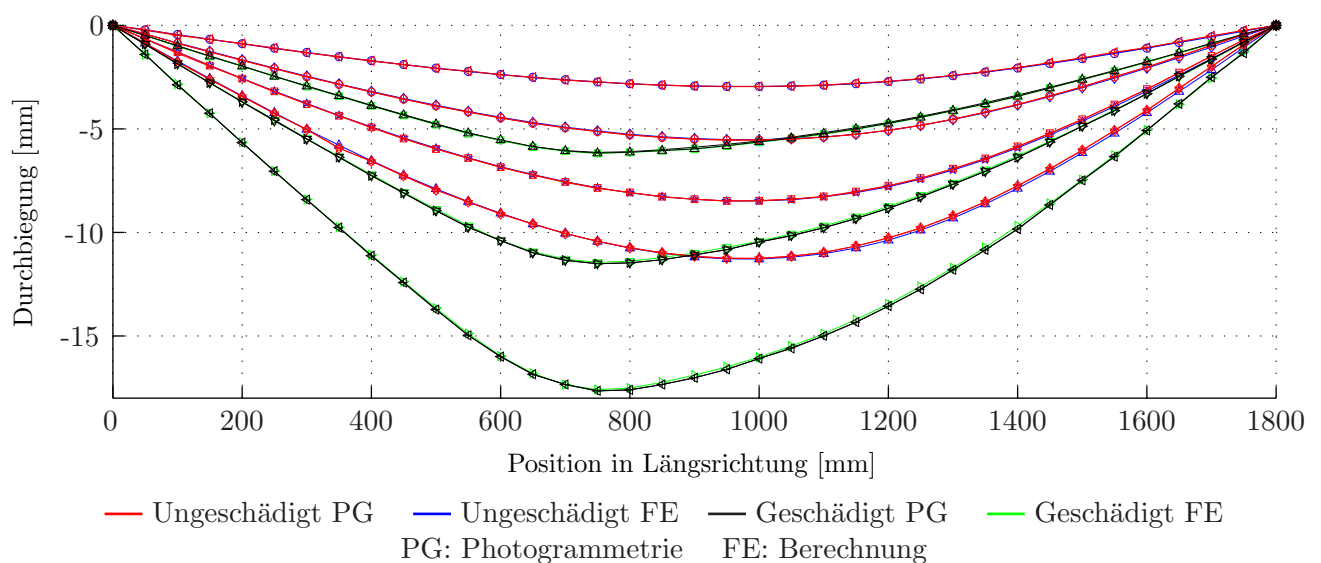


Abbildung 14.17: Biegelinien von Versuchsstand I

Zusätzlich sind die mittels FEM berechneten Lösungen (FE) eingezeichnet. Es ist offensichtlich, dass die Biegelinien sehr exakt erfasst werden können. Die vorhandenen Abweichungen liegen fast immer im Konfidenzbereich der photogrammetrischen Messung (PG). Größere Differenzen sind lediglich auf der rechten Seite des ungeschädigten Profils vorhanden. Diese sind auf Ungenauigkeiten bei der Länge des Balkens und der Positionierung der Suchmuster zurückzuführen. Die Qualität der Übereinstimmung der Form der Biegelinien lässt sich über MAC-Werte quantifizieren. Für den ungeschädigten Balken beträgt dieser durchschnittlich 99,72% und für die geschädigte Version sogar 99,90%. Diese Werte sind unabhängig von linearen Skalierungen, wie sie beispielsweise durch Abweichungen im E-Modul verursacht werden, und beurteilen daher nur die Form.

Bei Versuchsstand II kann die Form der Biegelinie über unterschiedliche Federsteifigkeiten der elastischen Einspannung variiert werden. Für Auflagerweiten von $L_A = 0,05$ m, 0,20 m und 0,55 m wird jeweils eine Kopfpunktverschiebung von ungefähr 50 mm eingepreßt und die Verformung in Abständen von jeweils 10 cm entlang der Kragarmhöhe photogrammetrisch erfasst. Diese Verformungen werden auf exakt 50 mm am Kopfpunkt linear skaliert, um eine Vergleichbarkeit herzustellen. Abbildung 14.18 zeigt, dass

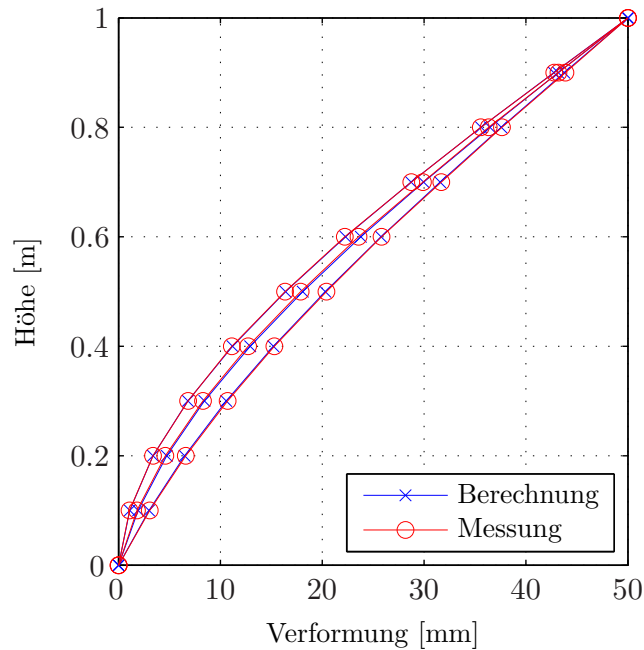


Abbildung 14.18: Biegelinien von Versuchsstand II

die gemessenen Verformungen wiederum sehr gut mit den Berechnungen mittels FEM korrespondieren. An diesem Beispiel kann gezeigt werden, dass auch bei gleicher Kopf- und Fußpunktverschiebung eine Unterscheidung der Biegelinien mit unterschiedlichen Einspanngraden praktisch möglich ist.

An diesen Beispielen ist verifiziert, dass eine exakte Erfassung vollständiger Biegelinien zuverlässig sowohl qualitativ als auch quantitativ möglich ist. Diese Daten können also eine gute Basis für weiterführende Analysen bilden.

14.6 IFEM-Berechnungen

14.6.1 Bestimmung von Ort und Größe der Schädigung von Versuchsstand I

Untersuchung mit synthetischen Messwerten

Mittels klassischer iFEM nach Gleichung (11.8) soll die Schädigung im Profil des Versuchsstands I lokalisiert und quantifiziert werden. Um die Möglichkeiten der Methode und ihre Schwachstelle, die Wahl der Kostenfaktoren, zu untersuchen, werden zunächst Berechnungen mit verschiedenen iFEM-Diskretisierungen und synthetisch erzeugten Messwerten vorgenommen. Diese resultieren aus FEM-Berechnungen an einem entsprechend geschädigten System. Der Balken wird mit 36 Elementen von je 50 mm Länge diskretisiert.

Die Lasteinleitung erfolgt in einem Abstand von 1200 mm vom linken Auflager entfernt. Als Laststufen werden $F_1 = 12,6\text{ N}$, $F_2 = 23,5\text{ N}$ und $F_3 = 36,2\text{ N}$ gewählt. Die Ausgangsmodellierung der iFEM-Berechnung erfolgt mit einer einheitlichen Querschnittshöhe von 22,0 mm. Dies entspricht rechnerisch

Strukturparametern für das Flächenträgheitsmoment I_{yy} von $\alpha_1 = +0,201$ in den ungeschädigten und $\alpha_2 = -0,813$ in den geschädigten Bereichen. Da in allen Elementen Strukturparameter zu erwarten sind, sind vor allem die Abweichungen von den Messwerten mit hohen Kosten zu belegen. Es werden exemplarisch die in Tabelle 14.6 dargestellten Kombinationen von Kostenfaktoren untersucht. Für die Verteilung der Strukturparameter werden ebenfalls drei unterschiedliche Ansätze untersucht: Einmal vier und einmal neun gleichmäßig verteilte Abschnitte, sowie einmal zehn Abschnitte, die so verteilt sind, dass jeweils an den Enden des geschädigten Bereiches eine Abschnittsgrenze liegt. Weiterhin werden zwei Konfigurationen von Messungen verwendet: zum einen, angelehnt an photogrammetrisch erfasste Daten, 35 Messungen mit jeweils 50 mm Abstand, und zum anderen drei Messungen in 450 mm, 900 mm und 1350 mm Abstand vom linken Auflager, wie es einer möglichen Anordnung von Wegaufnehmern entspricht.

Um einen Vergleich der Methoden zu ermöglichen, werden alle Berechnungen sowohl mittels klassischer iFEM als auch mit der in Abschnitt 12.1 vorgestellten direkten Optimierung durchgeführt. Diese ist zwar erheblich rechenintensiver, bietet aber den Vorteil der Beschränkung von iFEM-Freiheitsgraden und eine höhere numerische Stabilität bei schlecht konditionierten Kostenfunktionen.

Kombination	f_v	f_α
1	$1 \cdot 10^8$	0
2	$1 \cdot 10^8$	1
3	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^3$

Tabelle 14.6: Kostenfaktoren

Umfangreiche graphische Darstellungen der Berechnungsergebnisse sind in Anhang C zusammengestellt. Diese erlauben einen direkten Vergleich zwischen Berechnungen mit unterschiedlichen Parametern und Algorithmen.

Die Qualität der Ergebnisse variiert erheblich. Sie werden im Folgenden anhand der unterschiedlichen Berechnungsparameter beurteilt. Anfänglich werden dazu nur die Ergebnisse der klassischen iFEM-

Berechnung betrachtet. Diese sind in Abbildung C.1 dargestellt.

Anzahl der Messstellen: Zunächst kann festgestellt werden, dass die Übereinstimmung mit den tatsächlichen Strukturparametern in Ort und Größe bei der Verwendung von 35 Messstellen erheblich besser ist als bei nur drei. Mit drei Eingangswerten ist die Bestimmung von neun oder zehn Größen nicht ohne Abhängigkeiten möglich. Allerdings genügen diese drei Messungen schon, um eine grobe Tendenz festzustellen, in welchem Bereich die maximale Schädigung zu erwarten ist.

Verteilung der Strukturparameter: Werden die Grenzen der Strukturparameter so gewählt, dass der reale Zustand abgebildet werden kann (Abbildung C.1e), ergeben sich sehr gute Ergebnisse, insbesondere für niedrige Parameterkosten. Ist der Ort der Schädigung nicht exakt abbildbar, werden die Abweichungen schnell größer und das Verfahren konvergiert nicht mehr für alle Kombinationen von Kostenfaktoren. Diese Eigenschaft des Verfahrens ist sehr unbefriedigend, da in der Regel der Ort der Schädigung nicht bekannt ist. Werden nur vier Strukturparameter bestimmt, gleicht das Verfahren zu große negative Strukturparameter mit positiven in benachbarten Bereichen aus. Hier kann die fehlende Beschränkung problematisch werden, da bei reiner Schädigungsidentifikation die Strukturparameter physikalisch nicht größer als Null werden können.

Kostenfaktoren und Laststufen: Kostenkombination 1 liefert unabhängig von der Laststufe immer das gleiche Ergebnis. Problematisch ist allerdings die fehlende Stabilität, insbesondere, wenn die Realität nicht exakt abgebildet werden kann. Werden die Kosten für Strukturparameter erhöht, erhöht

sich zwar die Stabilität, allerdings hängt dann auch das Ergebnis in größerem Maße von der Größe der Verformungen und somit der gewählten Laststufe ab. Diese Abhängigkeit ist in der praktischen Anwendung sehr schlecht, da durch die Wahl der Kostenfaktoren die berechneten Strukturparameter massiv beeinflusst werden können.

Unabhängig von den genannten Einflüssen weicht der berechnete Wert der maximalen Schädigung nur in sehr geringem Maße vom tatsächlichen Zustand ab. Das iFEM-Verfahren eignet sich daher deutlich besser zur Quantifizierung als zur Lokalisierung eines Schadens.

Die Ergebnisse für die Berechnungen mittels direkter Optimierung sind in Abbildung C.2 zu finden. Die Wahl der Startstelle für die jeweilige Verteilung der Strukturparameter ist sehr nah am zu erwartenden Ergebnis gewählt, sodass die dargestellten Strukturparameter die bestmöglichen Lösungen mit diesem Verfahren darstellen.

Positiv gegenüber der klassischen iFEM ist hervorzuheben, dass bei allen Berechnungen, unabhängig von der Kombination der Kostenfaktoren, Konvergenz erreicht wird und die Ergebnisse nicht so weit streuen wie bei der klassischen iFEM. Außerdem zeigt die in Abschnitt 12.1.2 beschriebene Beschränkung der Strukturparameter Wirkung. Alle Ergebnisse liegen im Bereich von $-1,0 \leq \alpha \leq 0,5$, der dem Algorithmus als zusätzliche Randbedingung vorgegeben ist. Insbesondere bei vier und neun Bereichen von Strukturparametern wird hierdurch das Ergebnis gegenüber der klassischen iFEM verbessert. Auch bei nur drei Messstellen weist das Verfahren eine größere Stabilität auf. Aus Sicht der Ergebnisqualität ist das Verfahren der direkten Optimierung also zu bevorzugen.

Diese Steigerung der Ergebnisqualität ist allerdings nur theoretisch möglich, da sie durch eine massive Steigerung der Rechenzeit erkauft wird. Während auf einem Referenzrechner eine klassische iFEM-Berechnung des Systems inklusive Aufbau aller Matrizen und Iterationen in ungefähr 0,5 s geschieht, benötigt die Berechnung mittels direkter Optimierung für eine Startstelle rund 21 s. Ist, wie in der Praxis üblich, das Soll-Ergebnis nicht bekannt, ist für die Erzielung verlässlicher Ergebnisse ein Netz von Startstellen nach Abschnitt 12.1.3 nötig, was die Rechenzeit mit Zunahme der Anzahl der Freiheitsgrade exponentiell ansteigen lässt. Anschaulich würden die Kombinationen von 5 Startstellen bei 10 Freiheitsgraden theoretisch eine Rechenzeit von

$$t_{rech} = 21 \text{ s} \cdot 5^{10} = 2,05 \cdot 10^8 \text{ s} \approx 6,5 \text{ a}$$

bedeuten. Selbst eine erhebliche Reduzierung dieser Kombinationen durch ingenieurmäßige Überlegungen würde nicht ausreichen, um das Verfahren praktisch nutzbar zu machen. Solange der Anwendungsrahmen der klassischen iFEM nicht verlassen wird, sollte also diese Methode verwendet werden.

Untersuchung mit realen Messwerten

Zur Beurteilung der Eignung von realen, photogrammetrisch erfassten Messwerten als Grundlage für die iFEM-Untersuchung werden nun die Verformungsmessungen aus Abschnitt 14.5 als Eingangswerte verwendet. Alle Berechnungen werden sowohl mit klassischer iFEM als auch direkter Optimierung durchgeführt. Die erzielten Ergebnisse werden wiederum im Anhang C in den Abbildungen C.3 bis C.5 vollständig dargestellt und den Ergebnissen mit synthetisch erzeugten Eingangsdaten gegenübergestellt.

Bei der klassischen iFEM ist zu beobachten, dass die Konvergenzprobleme weiter ansteigen. Das Verfahren reagiert sensitiv auf die nun vorhandenen Streuungen der Messwerte. Mit zunehmenden Kosten für die Strukturparameter bessert sich das Verhalten allerdings und die Ergebnisse nähern sich immer weiter denen mit synthetischer Grundlage an. Leichte Abweichungen und Streuungen der Messwerte werden dabei vom Verfahren toleriert, da hier neben den Messwerten auch die Größe der Strukturparameter einen signifikanten Einfluss auf die Gesamtkosten hat. Sind diese Kostenfaktoren geringer, weichen die Ergebnisse immer weiter ab. Auch bei Kostenkombination 2 aus Tabelle 14.6 sind diese Abweichungen noch in einem Bereich, der für verlässliche Systemidentifikationen nicht mehr tolerabel ist.

Positiv hervorzuheben ist allerdings, dass Ort und Größe der maximalen Schädigung stets sehr genau ermittelt werden können. An diesen Stellen ist der Unterschied zwischen realen und synthetischen Messwerten vernachlässigbar klein.

Das Verfahren der direkten Optimierung zeigt sich robuster gegenüber der Streuung der Messwerte und liefert, vorbehaltlich der richtigen Startstelle, wiederum etwas genauere Ergebnisse.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die ohnehin schon mäßige Qualität der iFEM-Ergebnisse durch die nun vorhandenen Streuungen der Messwerte noch einmal weiter reduziert wird. Die maßgebenden Faktoren für die Ergebnisqualität sind dabei nicht die Güten der Messwerte, sondern die Möglichkeiten und Eigenheiten der iFEM.

14.6.2 Steifigkeitsbestimmungen an Versuchsstand II

Federsteifigkeit der Einspannung

Klassischer iFEM-Algorithmus: Für die Bestimmung der Federsteifigkeit der Einspannung von Versuchsstand II wird eine klassische statische iFEM-Berechnung durchgeführt. Als iFEM-Freiheitsgrade werden die Größe der angreifenden Einzellast sowie die Federsteifigkeit der Einspannung gewählt. Da sich diese nach Gleichung (14.1) nichtlinear verändert, eignet sich zur Beurteilung des Ergebnisses am besten die Auflagerweite der horizontalen Bleche, aus denen sich die elastische Einspannung ergibt. Daher wird zum Vergleich im Folgenden diese Länge betrachtet. Als Ausgangswert für die Modellierung wird $L_A = 0,15$ m vorgegeben. Die Kostenfaktoren für die Last f_u und die Federsteifigkeit f_α werden zu Null gesetzt, da weder die Größe der Last noch die der Steifigkeit durch die Kosten beschränkt werden soll.

Die Berechnung wird sowohl auf Basis synthetischer als auch realer, mittels Photogrammetrie erhobener, Messwerte durchgeführt. Für jede Auflagerweite liegen 17 Messungen mit verschiedenen Laststufen vor. Dabei werden die gleichen Messstellen wie bei der Bestimmung der Biegelinie in Abschnitt 14.5 verwendet: zehn Stellen mit jeweils 10 cm Abstand über die Kragarmhöhe. Da im vorliegenden Beispiel nur zwei iFEM-Freiheitsgrade zu bestimmen sind, wäre auch eine geringere Anzahl an Messwerten ausreichend. Durch die Verwendung vieler Messwerte können aber vorhandene Streuungen besser kompensiert werden. In Tabelle 14.7 sind die Ergebnisse zusammengestellt. Für die Berechnungen mit realen Messwerten ist dort jeweils der Mittelwert \bar{L} angegeben. Zusätzlich sind die absoluten sowie relativen Abweichungen Δ und Standardabweichungen σ aufgeführt.

Für die synthetischen Messwerte ergibt sich eine perfekte Übereinstimmung mit den Sollwerten. Da bei dieser Diskretisierung der wahre Zustand exakt abgebildet werden kann, entspricht dies den Erwartungen. Bei den Berechnungen auf der Basis echter Messwerte sind Abweichungen bis zu 12% vorhanden. Diese

L_{soll} [m]	Berechnung		Abweichung		Standardabweichung	
	L_{synth} [m]	\bar{L}_{real} [m]	Δ [m]	Δ_{rel} [%]	s [m]	s_{rel} [%]
0,550	0,550	0,570	+0,020	+3,5	0,012	2,0
0,200	0,200	0,179	-0,021	-11,9	0,002	1,3
0,050	0,050	0,048	-0,002	-4,2	0,001	1,4

Tabelle 14.7: Versuchsstand II – Bestimmung von Federsteifigkeit und Last

sind primär auf den Unterschied zwischen realem Versuchsstand und Modellierung zurückzuführen. Die in Abschnitt 14.1.2 schon aufgeführte Reibung in den Auflagern sowie Abweichungen bei der Einstellung der Auflagerweite sind mögliche Gründe hierfür. Die Streuung der Ergebnisse mit Messwerten aus verschiedenen Laststufen um ihren Mittelwert fällt mit maximal 2% erheblich geringer aus. Auch hierin können noch Einflüsse aus Reibungseffekten enthalten sein. Die Abweichung der Größe des ermittelten Lastfreiheitsgrades bewegt sich im gleichen Rahmen wie die Abweichung bei der berechneten Auflagerweite.

Insgesamt ist offensichtlich, dass die Kombination von iFEM und photogrammetrischer Messung bei diesem einfachen Modell verlässliche Ergebnisse mit einer sehr guten Wiederholbarkeit liefert.

Direkte Optimierung: Die Berechnung mittels direkter Optimierung ist, wie bereits gezeigt, numerisch erheblich aufwändiger und sollte daher nicht verwendet werden, solange der Rahmen der klassischen iFEM nicht verlassen wird. Wird dieses Verfahren am vorliegenden Beispiel dennoch angewendet, liefert es exakt die gleichen, in Tabelle 14.7 dargestellten Ergebnisse wie die klassische iFEM. Dies belegt noch einmal die grundsätzliche Eignung des Verfahrens.

Federsteifigkeit der Einspannung und Schädigung des Kragarms

L_A [m]	1. Eigenfrequenz		Abweichung	
	f_{rech} [Hz]	f_{mess} [Hz]	Δ [Hz]	Δ_{rel} [%]
0,55	3,25	3,24	-0,01	-0,4
0,20	4,06	4,02	-0,04	-1,1
0,05	4,65	4,49	-0,16	-3,5

Tabelle 14.8: Versuchsstand II – Eigenfrequenzen

Werden zusätzliche Strukturfreiheitsgrade für die Blechdicke des Kragarms eingeführt, sind alle Steifigkeiten im System und die Größe der Last unbekannt. Somit ist eine Berechnung mittels klassischer iFEM nicht mehr möglich und es muss das im Abschnitt 12.2 vorgestellte Verfahren angewendet werden, das im Zuge der Gesamtoptimierung neben den Verformungsmessungen noch einen Messwert für mindestens eine Eigenfrequenz benötigt.

Die photogrammetrisch ermittelten ersten Eigenfrequenzen für die betrachteten Auflagerweiten sind in Tabelle 14.8 den rechnerischen Werten gegenüber gestellt. Auch hier sind gewisse Abweichungen zwischen Messung und Modellierung festzustellen, die von der Größenordnung mit denen aus Tabelle 14.7 korrespondieren.

Synthetische Messwerte: Zunächst soll wiederum das Verhalten des Algorithmus mit perfekten, synthetisch erzeugten Eingangsdaten untersucht werden. Als Kostenfaktoren werden $f_v = 1 \cdot 10^5$ für die Verformungsmessungen und $f_f = 1$ für die Frequenzmessung gewählt, um die Skalierung zwischen Ver-

schiebung und Eigenfrequenz auszugleichen. Last- und Strukturparameterkosten werden weiterhin nicht angesetzt. Die vorhandene Querschnittshöhe des Kragarms beträgt 6 mm. Als Ausgangsmodellierung für die iFEM-Berechnung wird 7 mm gewählt, was einem Strukturparameter von $\alpha_h = -0,143$ entspricht.

Mit synthetisch erzeugten Messwerten wird der Kragarm mit unterschiedlichen iFEM-Diskretisierungen untersucht. Dabei wird er über die Höhe in ein bis zehn Abschnitte unterteilt.

Für alle untersuchten Auflagerweiten und Unterteilungen werden exakt die vorgegebenen Werte für Last U , Auflagerweite L_A und Querschnittshöhe h berechnet, solange eine Startstelle in ausreichender Nähe vorhanden ist. Auf eine explizite Darstellung der Ergebnisse wird daher verzichtet. Die grundsätzliche Eignung des Verfahrens, aber auch die fehlende Praxistauglichkeit werden wiederum untermauert.

Reale Messwerte: Für Berechnungen auf Grundlage realer Messwerte werden wiederum die 17 Messungen verwendet, die auch schon bei der reinen Bestimmung der Auflagerweite zur Anwendung gekommen sind. Zunächst wird nur ein weiterer Freiheitsgrad für die Querschnittshöhe des gesamten Kragarms hinzugefügt. Die erzielten Berechnungsergebnisse für eine nahezu optimale Startstelle sind in Tabelle 14.9 zusammengestellt.

L_{soll} [m]	Auflagerweite				Querschnittshöhe				Konvergenz
	\bar{L} [m]	ΔL_{rel} [%]	$s_{L,\text{rel}}$ [%]	h_{soll} [mm]	\bar{h} [mm]	Δh_{rel} [%]	$s_{h,\text{rel}}$ [%]		
0,550	0,560	+1,8	0,3	6,00	6,0	+0,6	0,6	17 / 17	
0,200	0,195	-2,8	0,7	6,00	5,8	-2,8	0,2	17 / 17	
0.050	0,054	+7,6	1,3	6,00	5,8	-3,7	0,1	17 / 17	

Tabelle 14.9: Versuchsstand II – Bestimmung von Federsteifigkeit, Querschnittshöhe und Last

Insgesamt sind diese Ergebnisse sehr zufriedenstellend. Insbesondere unter Berücksichtigung der vorhandenen Abweichungen zwischen Versuchsstand und Modellierung werden sowohl die Auflagerweite als auch die Querschnittshöhe gut abgebildet. Bemerkenswert ist abermals die gute Reproduzierbarkeit der Ergebnisse, die sich in den sehr geringen Standardabweichungen manifestiert.

Wird der Kragarm in zwei Bereiche mit den unabhängigen Strukturparametern α_{h_1} für die Querschnittshöhe in der unteren und α_{h_2} für die obere Hälfte unterteilt, werden die in Tabelle 14.10 aufgeführten Ergebnisse erzielt. Insbesondere bei der Auflagerweite werden die Abweichungen nun deutlich größer.

L_{soll} [m]	Auflagerweite				Querschnittshöhe - unten				Querschnittshöhe - oben				Konvergenz
	\bar{L} [m]	ΔL_{rel} [%]	$s_{L,\text{rel}}$ [%]	$h_{1,\text{soll}}$ [mm]	\bar{h}_1 [mm]	$\Delta h_{1,\text{rel}}$ [%]	$s_{h_1,\text{rel}}$ [%]	$h_{2,\text{soll}}$ [mm]	\bar{h}_2 [mm]	$\Delta h_{2,\text{rel}}$ [%]	$s_{h_2,\text{rel}}$ [%]		
0,550	0,619	12,5	46,85	6,00	5,71	-4,9	12,9	6,00	5,64	-6,0	18,4	10 / 17	
0,200	0,203	1,7	15,0	6,00	5,87	-2,2	1,3	6,00	5,80	-3,3	4,0	8 / 17	
0.050	0,056	12,4	3,6	6,00	5,77	-3,8	0,1	6,00	5,73	-4,5	0,3	10 / 17	

Tabelle 14.10: Versuchsstand II – Federsteifigkeit, Querschnittshöhe und Last, 2 Bereiche

Bemerkenswert ist außerdem, dass die Streuung über die einzelnen Wiederholungen erheblich zunimmt. Das Verfahren verliert erheblich an Stabilität und Reproduzierbarkeit, was sich auch darin ausdrückt, dass die Berechnung nicht mehr für alle Messungen konvergiert.

Bei einer weiteren Unterteilung des Kragarms in drei oder mehr Bereiche verlieren die Ergebnisse so erheblich an Qualität, dass sie für praktische Zwecke nicht mehr verwendbar sind. Auch die Stabilität sinkt weiter. Das Verfahren reagiert mit zunehmender Anzahl an iFEM-Freiheitsgraden immer sensibler auf Streuungen der Messwerte. Außerdem entstehen mit jedem zusätzlichen Freiheitsgrad weitere lokale Minima in der Kostenfunktion, die eine Identifikation des globalen Minimums immer schwieriger werden lassen.

14.6.3 Zusammenfassung der iFEM-Berechnungen

Die an den Versuchsständen I und II durchgeführten iFEM-Untersuchungen weisen sehr unterschiedliche Ergebnisqualitäten auf. Für wenige iFEM-Freiheitsgrade und bekannte Grenzen der Strukturfreiheitsgrade werden zufriedenstellende Resultate erzielt, während mit zunehmender Anzahl an Freiheitsgraden, also sinkender Kenntnis des Systems, sowohl die Qualität der Ergebnisse als auch die Stabilität des Algorithmus sinken. Insgesamt bleiben die erzielten Ergebnisse allerdings hinter den Erwartungen zurück. Wenn eine Berechnung mittels klassischem iFEM-Algorithmus möglich ist, sollte dieser gewählt werden. Die benötigte Rechenzeit ist erheblich geringer als bei Verwendung der direkten Optimierung und es müssen nicht mehrere Rechenläufe mit unterschiedlichen Startstellen durchgeführt werden. Problematisch ist hierbei allerdings das mangelhafte Konvergenzverhalten bei fehlenden Parameterkosten. Werden diese Kosten erhoben, ist hingegen eine erhebliche Abhängigkeit der ermittelten Strukturparameter von der Größe der Kosten und des Lastniveaus zu beobachten, was die Verlässlichkeit der Ergebnisse erheblich in Zweifel zieht. Auch eine sensitive Reaktion auf leichte Streuungen der Messgrößen ist zu beobachten. Die Verwendung der direkten Optimierung ist tendenziell stabiler und liefert daher auch bei niedrigeren Strukturparameterkosten Ergebnisse. Die im Abschnitt 12 vorgestellten Abwandlungen und Weiterentwicklungen der iFEM funktionieren also grundsätzlich. Aufgrund ihrer erheblich größeren Rechenzeiten und Problemen mit Kostenfunktionen, die viele lokale Minima besitzen, sind sie praktisch wenig brauchbar. Insgesamt lässt sich feststellen, dass alle Algorithmen einen Strukturparameter sehr gut quantifizieren können, solange seine Position bekannt ist.

Die Genauigkeit der photogrammetrischen Verformungs- und Frequenzmessungen ist bei der Verwendung in Kombination mit der iFEM nicht der limitierende Faktor für die Funktionstüchtigkeit der Algorithmen und die Qualität der Ergebnisse. Die Aufnahme vieler Messpunkte erlaubt eine Erhöhung der Anzahl der iFEM-Freiheitsgrade und führt zu einer robusteren Identifikation bei nur weniger Freiheitsgraden.

15 Baupraktische Anwendungsbeispiele

Ausgewählte Anwendungen der an Laborversuchen validierten Messverfahren sowie der Systemidentifikation werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt. Diese sind in unterschiedlichen Bereichen des Bauingenieurwesens angesiedelt.

15.1 Biegezugversuche mit faserbewehrten Betonbalken

In der Baustoffprüfung sind Messungen von Verformungen bei vielen Prüfverfahren vorgeschrieben. Beispielhaft werden hier bei Prüfungen zur Ermittlung der Leistungsklasse von Stahlfaserbetonbalken nach DAfStb-Richtlinie [77] zusätzlich zu den vorgeschriebenen Wegaufnehmern die Verformungen des Probekörpers auch photogrammetrisch erfasst. Die klassischen Versuche werden von Casu [78] im Rahmen einer Masterarbeit durchgeführt. Abweichend zur Richtlinie wird eine geringere Größe der Prüfkörper verwendet. Die Abmessungen sind DIN EN 1015-11 [79] entnommen. Abbildung 15.1 zeigt den Versuchsaufbau.

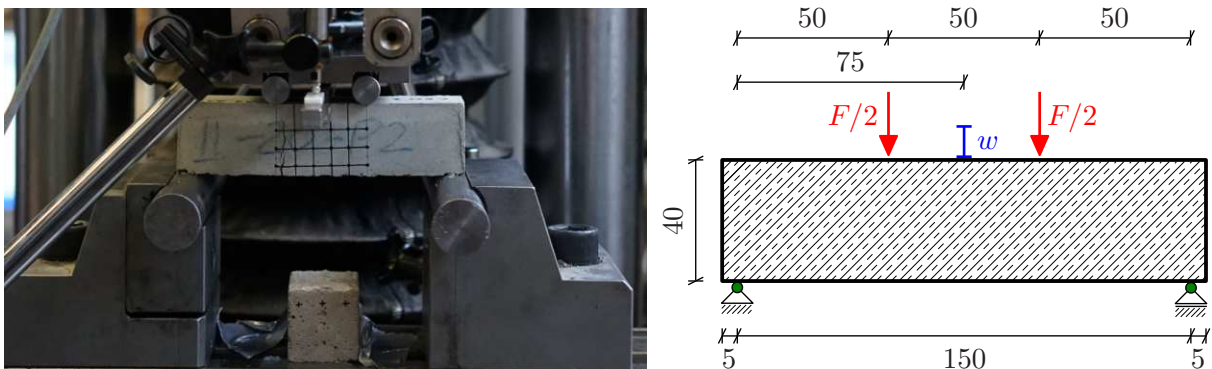


Abbildung 15.1: Versuchsaufbau für Biegezugversuche, Abmessungen in [mm]

Chizkow [80] zeigt, dass die photogrammetrisch erfassten Verformungen hervorragend mit den Messungen der Wegaufnehmer korrespondieren. Für die Auswertung der Versuche wäre es also grundsätzlich möglich, die Verformungsmessung mittels Photogrammetrie durchzuführen. Da allerdings die Maschinensteuerung ebenfalls von diesen Messwerten abhängt, müsste eine Auswertung mit hoher Frequenz in Echtzeit erfolgen, was zum aktuellen Entwicklungsstand nicht realisierbar ist. Außerdem stellt sich in der Regel eine unsymmetrische Rissbildung in Balkenquerrichtung ein, sodass eine Messung an beiden Seiten des Balkens erfolgen müsste. Die photogrammetrische Verformungserfassung bietet allerdings noch weitere Analysemöglichkeiten, die in ihrer Aussagekraft weit über die Messwerte eines einzelnen Wegaufnehmers hinausgehen.

Zunächst soll die erreichbare Genauigkeit näher betrachtet werden. Der Einfluss der Kamerabewegung wurde bei der Versuchsdurchführung nicht ermittelt und kann daher nur abgeschätzt werden. Die Bewegungen innerhalb der Messebene können über Fixpunkte, die sich unterhalb des eigentlichen Versuchskörpers in der Messebene befinden, weitestgehend kompensiert werden. Problematischer sind also die Bewegungen orthogonal zur Messebene. Durch den regulären Arbeitsbetrieb in der Versuchshalle mit Gabelstapler- und Kranfahrten sowie wechselnde Lichtverhältnisse wird eine absolute Genauigkeit von $1,0 \text{ px} \approx 0,04 \text{ mm}$ über den gesamten Versuch angesetzt. Für kurz nacheinander aufgenommene Fotos wird diese aber vermutlich deutlich besser sein. Sind die absoluten Werte, wie bei der folgenden Auswertung, nicht von primärem Interesse, fallen die in Abschnitt 14.2.1 betrachteten Streuungen aus Kalibrierung und Orientierung ebenfalls weg, da diese Parameter nicht verändert werden. Damit liegt die Genauigkeit für Differenzen in aufeinanderfolgenden Bildern überschlägig in der Größenordnung von $0,1 \text{ px} \approx 0,004 \text{ mm}$.

Verschiebungsfeld

Mit Hilfe der photogrammetrischen Verformungserfassung ist es unter anderem möglich, die gesamte Verformungsfigur des Balkens zweidimensional aufzunehmen. Insbesondere die Änderung der Verformungsfigur beim Eintreten des Erstrisses kann gezeigt werden. Zur Anschauung wird Versuch III-250-P3 aus [78] und [80, Abschnitte 4.4 und 4.5] verwendet. Als Nullzeitpunkt wird dabei $t_0 = 350 \text{ s}$ gewählt. Der Erstriss tritt im Bezug darauf in der Zeit zwischen $t = 90 \text{ s}$ und $t = 100 \text{ s}$ ein. Abbildung 15.2a zeigt die Biegelinie der Balkenunterkante zu verschiedenen Zeitpunkten vor und nach der Rissbildung.

Ungefähr ab dem Zeitpunkt t_0 steigt die Last linear zur Verformung an. Es ist also davon auszugehen, dass sämtliches Setzungsverhalten in der Prüfmaschine abgeschlossen ist. Als Suchmuster werden lediglich aufgesprühte Punkte und Eigenheiten der Oberfläche des Balkens selbst verwendet.

Zunächst hat die Biegelinie eine runde Form, die auch die Lasteinleitungspositionen bei $x = 50$ und $x = 100 \text{ mm}$ erahnen lässt. Die sichtbaren Abweichungen und Ecken in der Form sind auf die oben genannten Kamerabewegungen und Schwankungen bei der Musteridentifikation zurückzuführen. Die Verformung wächst bis zum Zeitpunkt $t = 440 \text{ s}$ gleichmäßig. Zu diesem Zeitpunkt der Rissbildung steigt sie sprunghaft an und die Form der Biegelinie ändert sich ebenfalls deutlich. Hier ist von einem Systemwechsel im Tragverhalten auszugehen. Unten im Zugbereich tragen nun lediglich die Stahlfasern, während oben im Druckbereich der Beton voll mitträgt. Es hat sich im Vergleich zum restlichen Balken, in dem die Betonzugfestigkeit noch nicht überschritten ist, eine Art Gelenk ausgebildet. In den anderen Bereichen des Balkens ist nun kaum noch eine nennenswerte Krümmung vorhanden. Anschließend wächst die Verformung gleichmäßig weiter an. Die zweidimensionale Verformungsfigur vor und nach der Rissbildung ist mit zweihundertfacher Überhöhung in Abbildung 15.2b dargestellt.

Die Verformung wächst anschließend bis zum Ende des Versuchs auf einen Wert von $1,52 \text{ mm}$ gleichmäßig weiter an. Abbildung 15.2c zeigt den Abschluss des Versuchs mit einer achtfachen Überhöhung. Zu diesem Zeitpunkt sind die gemessenen Verformungen so viel größer als die Schwankungen bei der Identifikation, sodass diese nun nicht mehr sichtbar sind. Die Flanken der Balkenteile sind gerade und krümmungsfrei.

Das beobachtete Verformungsverhalten zeigt eine gewisse Problematik bei der Anwendung der Prüfvorschrift nach [77, Anhang O] auf. Für die Ermittlung der Nachrissbiegezugfestigkeit werden die Kräfte

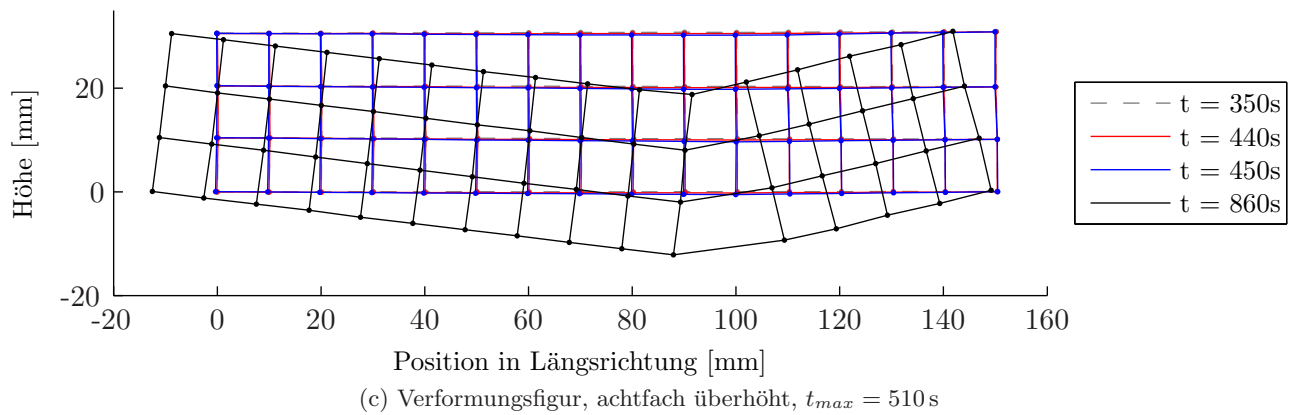
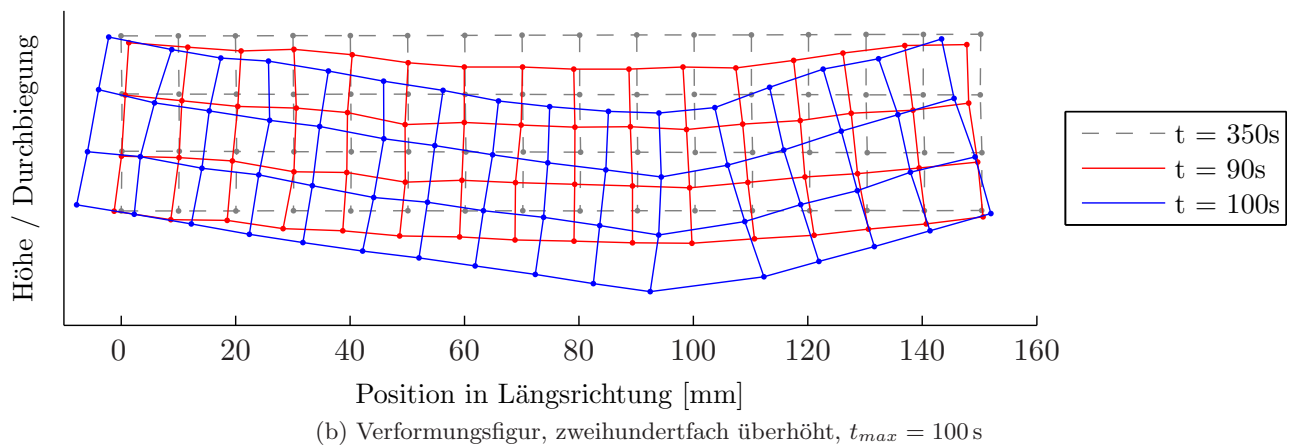
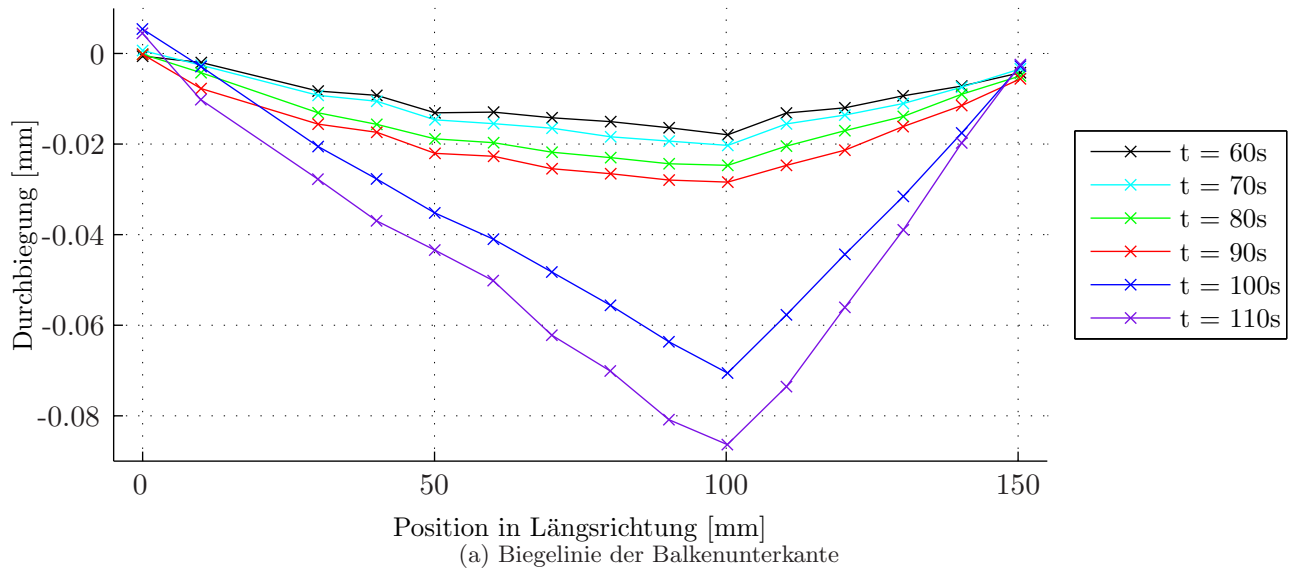


Abbildung 15.2: Verformung vor und nach der Erstrissbildung sowie am Versuchsende

benötigt, die zu bestimmten, vorgegebenen Verformungen korrespondieren. Wie gezeigt, entsteht die maximale Verformung nicht in Balkenmitte, wo der Wegaufnehmer angeordnet ist, sondern am Riss. Tritt dieser Riss nun direkt unter einem der Lasteinleitungspunkte auf, ist die Verformung in Balkenmitte aus geometrischen Überlegungen heraus um 25 % geringer. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Hädrich [81] resultiert daraus im Endeffekt rechnerisch eine geringere Leistungsklasse der Tragfähigkeit als der Beton tatsächlich besitzt.

Dehnungsfeld

Es ist wünschenswert, aus dem erstellten Verformungsfeld auch eine Dehnungsverteilung zu ermitteln. Dabei stößt die vorgestellte Methode mit der zur Verfügung stehenden Kamera allerdings an ihre Anwendungsgrenzen. Abbildung 15.3 zeigt die aus den Verformungen abgeleitete Verteilung der horizontalen Dehnung ϵ_x wiederum vor und nach Auftreten des Erstrisses.

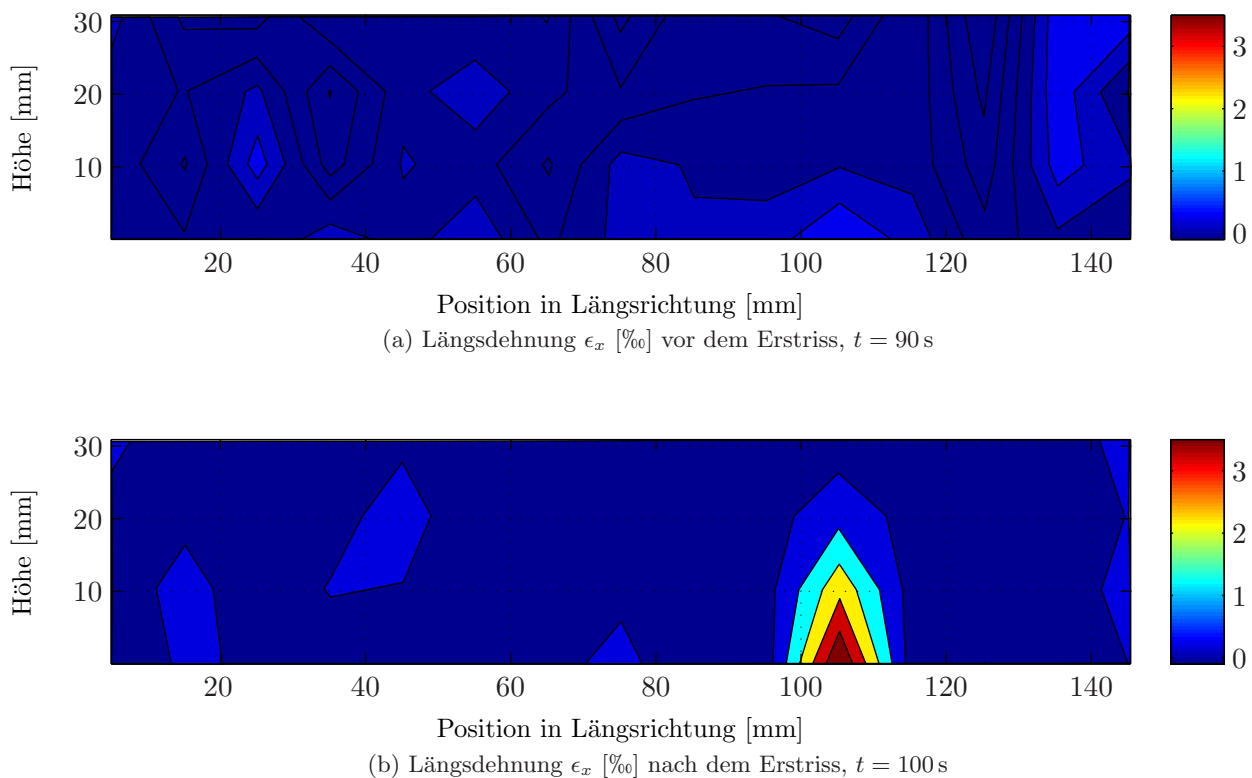


Abbildung 15.3: Ermittlung der Dehnungsverteilung vor und nach der Erstrissbildung

Es ist offensichtlich, dass die vorhandene Abstufung zu grob ist, um die Verteilung über die Querschnittshöhe wiedergeben zu können. Es sind keine klaren Druck- und Zugbereiche zu erkennen. Mit Ausnahme des Rissbereichs sind die Ergebnisse stark von den vorhandenen Streuungen abhängig. Deutlich zu erkennen ist aber dennoch der Unterschied zwischen dem gerissenen und dem ungerissenen Zustand.

Wird der gesamte aufgenommene Bereich in 30 Teile geteilt und eine erreichbare Genauigkeit von 0,1 px angesetzt, berechnet sich die Streuung der Dehnung unabhängig vom Abstand zum Messobjekt zu

$$\Delta\epsilon_x = \frac{\pm 0,1 \text{ px}}{\frac{7360 \text{ px}}{30}} = \pm 0,41 \text{ ‰}. \quad (15.1)$$

Beim betrachteten Versuch liegt die maximale Dehnung im Druckbereich vor Eintreten des Risses bei ungefähr 0,13 ‰ und somit erheblich unterhalb der Streubreite. Betondehnungen in baupraktischen Größenordnungen können also mit handelsüblichen Digitalkameras bisher nicht flächig erfasst werden. Somit ist auch eine Vorhersage, an welcher Stelle der Riss auftreten wird, nicht möglich.

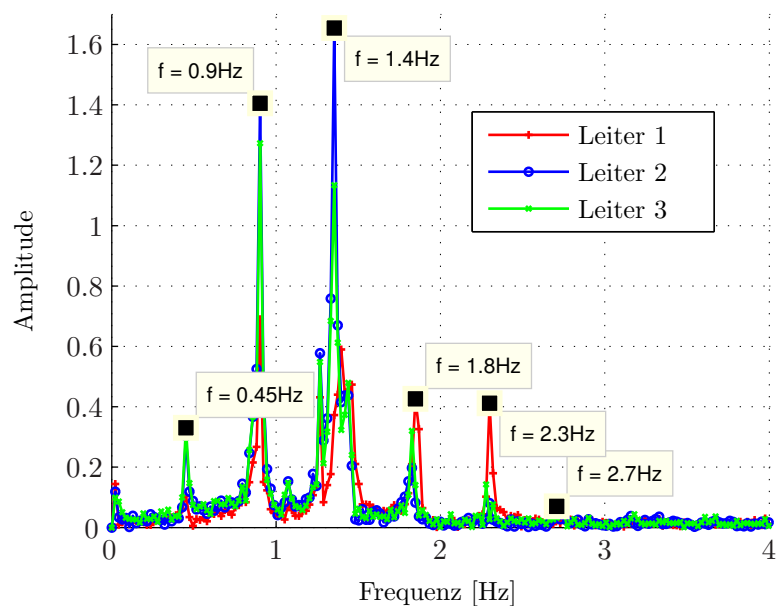
15.2 Eigenfrequenzmessung von Freileitungen

Bei der photogrammetrischen Messung von Frequenzen muss das Messobjekt nicht direkt berührt werden. Dieser große Vorteil gegenüber anderen Messmethoden ermöglicht es beispielsweise, die Eigenfrequenzen von Freileitungen zu ermitteln. Exemplarisch geschieht dies für zwei Felder einer Mittelspannungstrasse, die in Abbildung 15.4a gezeigt ist. Das linke Feld besitzt eine Länge von $l_1 = 84,5 \text{ m}$ und das rechte eine Länge von $l_2 = 95,0 \text{ m}$. Es sind drei unabhängige Leiter vorhanden, die im Folgenden von der Straße zum Feld mit 1 bis 3 nummeriert werden.

Zur Bestimmung der Frequenzen werden die Leiter durch unterschiedliche, am Tragmast induzierte Bewe-



(a) Freileitungen



(b) Exemplarisches Amplitudenspektrum

Abbildung 15.4: Eigenfrequenzmessung von Freileitungen

gungen angeregt und ihre Schwingungen in jeweils sechs Videos aufgenommen. Solange nur die Frequenzen und nicht die realen Amplituden von Interesse sind, kann dies ohne Kalibrierung und Ermittlung der Ausrichtung der Kamera geschehen. Darüber hinaus sind keine speziellen Zielmarken erforderlich. Es genügt, einen Bildausschnitt des Leiters vor dem Himmel als Suchmuster zu verwenden. Bei der Verfolgung ist

allerdings darauf zu achten, dieses Muster durch Einschränkung des Suchbereichs nur möglichst senkrecht zum Leiter zu verfolgen, da das Muster in Längsrichtung des Leiters nicht eindeutig zu identifizieren ist. Das Amplitudenspektrum des gemessenen Verschiebungs-Zeitverlaufs ist für eine Videoauswertung exemplarisch in Abbildung 15.4b dargestellt.

Rechnerisch ergeben sich die horizontalen Eigenfrequenzen eines Seiles unter Vernachlässigung der Biegesteifigkeit nach Petersen [50, Abschnitt 8.5.3.2] mit der Massenbelegung μ , dem Seildurchhang d und der sich daraus ergebenden Seilkraft

$$F_{Seil} = \frac{\mu \cdot g \cdot l^2}{8 \cdot d} \quad (15.2)$$

zu

$$f_i = \frac{i}{2} \cdot \sqrt{\frac{F_{Seil}}{\mu \cdot l^2}} = \frac{i}{4} \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot d}} \quad \text{mit } i \in \mathbb{N}. \quad (15.3)$$

Während das Material der Leiterseile in der Regel bekannt ist, können, wie auch beim vorliegenden Fall, die Seildurchhänge häufig nicht exakt beziffert werden. Nach der üblichen Trassierungspraxis müssten sie 1,50 m und 1,92 m betragen, da bei diesen Durchhängen im maßgebenden Bemessungslastfall die maximalen Seilspannungen nicht überschritten werden. Diese Werte für die Durchhänge werden im Folgenden für eine rechnerische Lösung herangezogen.

Die nach Gleichung (15.3) berechneten Frequenzen sowie die Mittelwerte der photogrammetrisch erfassten Frequenzen sind für beide Felder in Tabelle 15.1 gegenübergestellt.

Feld 1	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
Rechnerisch	0,45	0,90	1,35	1,81	2,26	2,71
Leiter 1	0,47	0,93	1,42	1,85	2,31	2,71
Leiter 2	0,45	0,90	1,37	1,83	2,26	2,71
Leiter 3	0,45	0,90	1,38	1,83	2,27	- - -
Feld 2	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
Rechnerisch	0,40	0,80	1,20	1,60	2,00	2,40
Leiter 1	0,41	0,79	1,27	1,64	2,09	2,50
Leiter 2	0,40	0,80	1,24	1,64	2,06	2,47
Leiter 3	0,40	0,77	1,22	1,62	2,02	2,43

Tabelle 15.1: Horizontale Eigenfrequenzen der Leiterseile [Hz]

Aufgrund der begrenzten Videolängen beträgt die Frequenzauflösung im Spektrum bei allen Messungen zwischen 0,02 Hz und 0,04 Hz. Werden die Ergebnisse im Bereich dieser Genauigkeit beurteilt, lässt sich feststellen, dass die gemessenen Frequenzen sehr gut mit den rechnerischen korrespondieren. Geringe Abweichungen der ersten Frequenzen wachsen wegen des Reihencharakters bei den höheren Frequenzen immer weiter an. Auffällig ist, dass Leiter 1 in beiden Feldern etwas höhere Frequenzen besitzt als die anderen beiden. Es ist zu vermuten, dass der Durchhang hier etwas geringer ist.

Im Bereich zwischen 1,0 und 2,0 Hz sind neben den markierten, horizontalen Frequenzen in Abbildung

15.4b im Spektrum noch weitere Frequenzen vorhanden. Dabei handelt es sich vermutlich um kombinierte Schwingungsformen zwischen Mast und Seilen, die an dieser Stelle nicht näher betrachtet werden sollen. Das vorliegende Beispiel zeigt, dass das Verfahren zur photogrammetrischen Frequenzbestimmung auch unter Praxisbedingungen effektiv anwendbar ist. Es ist ebenso möglich, die Methode rückwärts zur Bestimmung des Seildurchhangs d zu verwenden, wenn dieser nicht vorab bekannt ist. Die horizontalen Seilfrequenzen sollten weitestgehend unabhängig von den Mastfrequenzen und durch ihren Reihencharakter gut zu identifizieren sein. Werden diese gemessen, kann Gleichung (15.3) zur Berechnung des Durchhangs verwendet werden. Dieser kann dann seinerseits als Eingangsgröße für weitere Berechnungen, wie die kombinierte Betrachtung von Mast und Seilen, seine Anwendung finden.

15.3 Untersuchung eines Lampenmastes

Viele Tragwerke, die regelmäßig auf ihre Sicherheit zu überprüfen sind, haben eine einfache Struktur. Dazu zählen auch die schon im Abschnitt 1.1 erwähnten 9 Millionen Straßenlaternen in Deutschland. Am Beispiel eines solchen Lampenmastes soll gezeigt werden, dass die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren nicht nur im Labor, sondern auch unter realen Bedingungen zur Anwendung kommen können. Ebenso werden aber auch dabei zusätzlich entstehende Probleme benannt.

Der untersuchte Mast aus dem Jahre 2015 sowie seine planmäßigen relevanten Struktureigenschaften sind in Abbildung 15.5 dargestellt. Sein tatsächlicher Zustand, insbesondere im Hinblick auf die vorhandene Gründung ist unbekannt. Es wurden zwei Videos zur Messung der Eigenfrequenz aufgenommen sowie drei

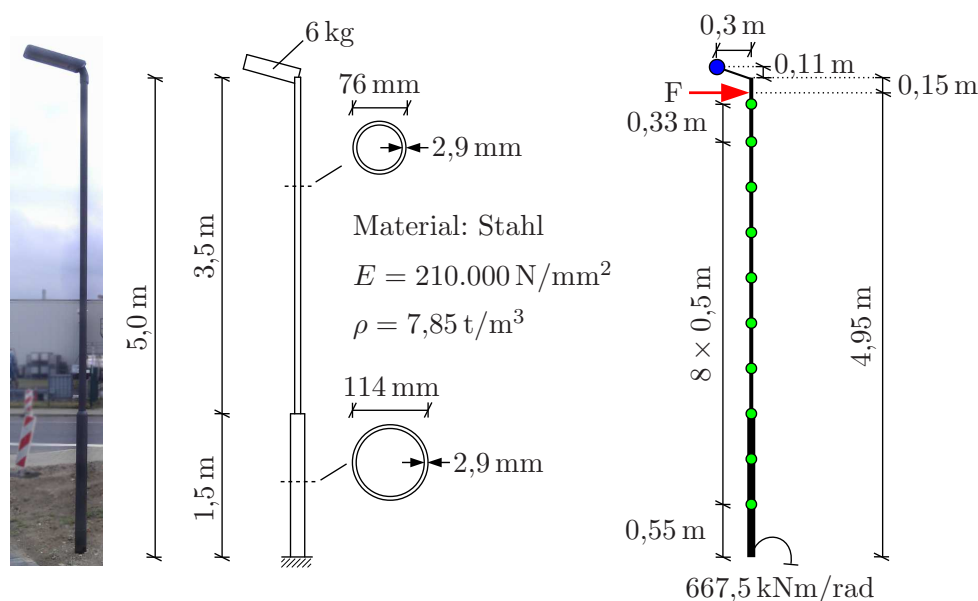


Abbildung 15.5: Abbildung und technische Daten des Versuchsmastes

statische Belastungsreihen durch Aufbringen einer Horizontallast kurz unterhalb des Mastkopfes durchgeführt, bei denen die Biegelinien photogrammetrisch erfasst wurden. In Tabelle 15.2 sind Einzelheiten zu diesen Messreihen aufgeführt.

Reihe	Entfernung	Δv	Anzahl Messstellen	Belastungsstufen	Entlastungsstufen
1	5,0 m	0,27 mm	10	8	3
2	5,0 m	0,27 mm	10	6	7
3	2,0 m	0,11 mm	4	10	10

Tabelle 15.2: Übersicht der durchgeführten Messreihen

Neben den bereits bekannten Einflüssen des Auslösevorgangs auf die Kameraposition traten hier zusätzlich in erheblichem Maße Wind und Vibrationen aus Verkehr auf. Da keine Messreihe mit einem fixen Ziel vorhanden ist und auch nicht nach jedem Belastungsfoto ein Referenzbild aufgenommen werden kann, wird als grobe Abschätzung zur Genauigkeit der Richtwert für die Größe des Fehlerbalkens von $\Delta v = 0,2$ px zu $\Delta v = 0,4$ px verdoppelt. Dies entspricht 0,27 mm bei einem Abstand von 5,0 m zum Messobjekt und 0,11 mm bei einem Abstand von 2,0 m.

Als Ziele für die Musterverfolgung wurden zehn Achsmarken verwendet, die ungefähr alle 50 cm über die Höhe verteilt mit Magneten am Mast angebracht sind. Die Positionen sind in Abbildung 15.5 durch grüne Punkte dargestellt. Abweichungen von den Sollhöhen in einer Größenordnung bis zu 1 cm sind dabei möglich, da sich das Anbringen der Zielmarken an einem Objekt mit 5 m Höhe erheblich schwieriger gestaltet als bei Objekten im Labormaßstab. Bei Messreihe 3 liegen nur die untersten vier Messpunkte im abgebildeten Bereich.

Während der Aufnahmen haben sich die Lichtverhältnisse erheblich verändert, sodass Probleme bei der Fokussierung auftraten und der Mast als eigentliches Messobjekt vor dem Himmel als sehr dunkel erschien. Außerdem ist der Abstand zwischen Kamera und Messobjekt fünf mal so groß wie im Labor. Daher sind die Zielmarken nur schlecht und ohne feingliedrige Struktur erkennbar. Zur Musterverfolgung kann daher aufgrund seiner größeren Robustheit nur das pixelbasierte Verfahren verwendet werden.

15.3.1 Biegelinien und Eigenfrequenz

Die Verläufe der Biegelinien bei verschiedenen Belastungsstufen sind exemplarisch für Belastungsreihe 2 in Abbildung 15.6a dargestellt. Die deutliche Zunahme der Krümmung bei einer Höhe von 1,5 m ist auf den Querschnittsprung an dieser Stelle zurückzuführen. Während sich der Mast im unteren Bereich sehr steif verhält und sich hauptsächlich um den Fußpunkt dreht, ist er oberhalb des Querschnittsprungs erheblich weicher und die Biegung ist klar zu erkennen.

In Abbildung 15.6b ist die Biegelinie der Laststufe 6 einer Berechnung mit voller Einspannung des Fußpunktes gegenüber gestellt. Diese Verformungen sind so skaliert, dass die Kopfpunktverschiebung exakt dem Wert der Messung entspricht, um die unterschiedlichen Verläufe klar erkennen zu können. Es ist offensichtlich, dass sich der reale Mast im Fußpunkt deutlich stärker verdreht, sodass hier nicht von einer vollen Einspannung ausgegangen werden kann. Die maximale Abweichung tritt in einer Höhe von 2,05 m auf und beträgt ungefähr 4,4 mm. Sie liegt damit erheblich über der vorhandenen Messgenauigkeit der Verformung.

Anhand der durchgeführten Videoaufnahmen lässt sich die Eigenfrequenz in der betrachteten Richtung zu 2,61 Hz bestimmen. Diese liegt unterhalb der rechnerischen Frequenz von 2,91 Hz bei einer vollen Einspannung, was ebenfalls einen geringeren Einspannungsgrad vermuten lässt. Auf diesen Grundlagen

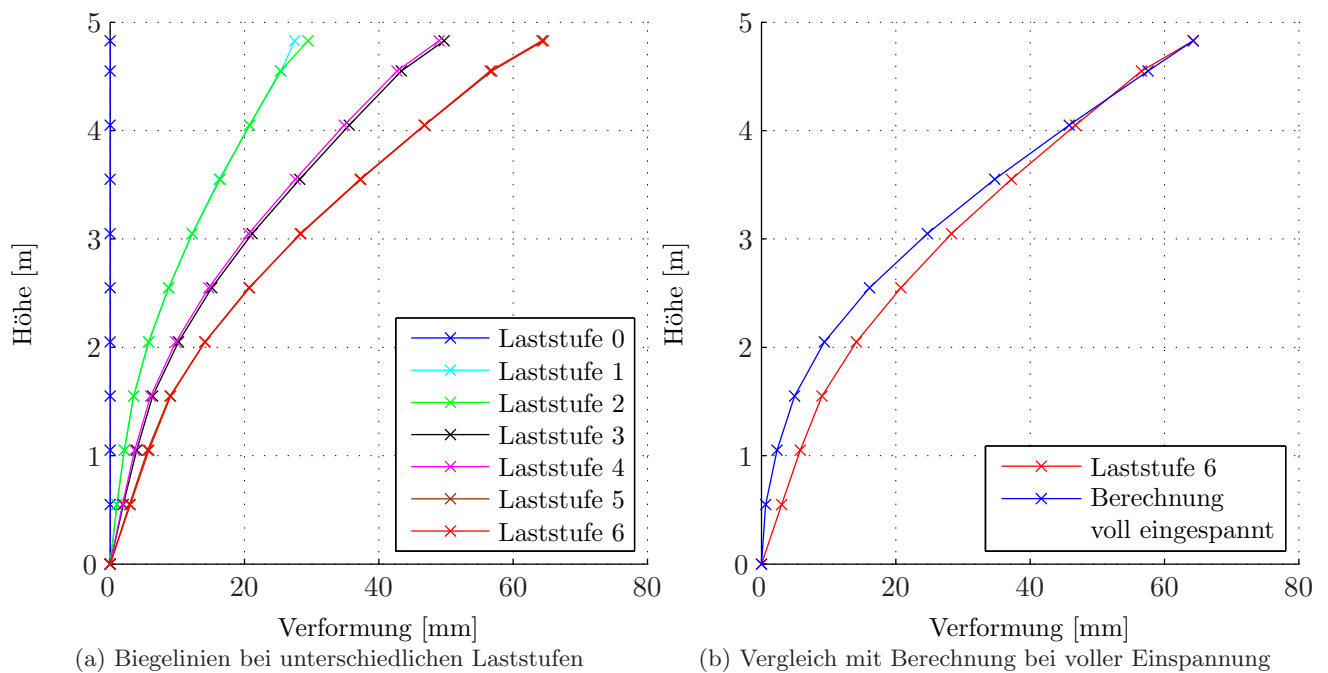


Abbildung 15.6: Biegelinien des Versuchsmastes für Messreihe 2

werden im Folgenden unterschiedliche iFEM-Berechnungen durchgeführt, um die tatsächliche Steifigkeit der Einspannung zu ermitteln.

15.3.2 Bestimmung der Größe der elastischen Einspannung

Zur Durchführung einer iFEM-Berechnung zur Identifikation der Einspannung müssen an dieser Stelle ein Strukturfreiheitsgrad eingeführt und Kostenfaktoren festgelegt werden. Die Untersuchungen an Versuchsstand II im Abschnitt 14.6.2 zeigen, dass f_α und f_U zu Null gesetzt werden sollten, da das Ergebnis sonst direkt von diesen Faktoren abhängig ist. Die Kostenfunktion hängt somit nur noch von den Messungskostenfaktoren für Verformungen f_v und Eigenfrequenzen f_f ab, deren Größe somit beliebig gewählt werden kann, solange nicht beide Arten von Messungen gemeinsam verwendet werden. Die Größe der Einspannung wird einmal über die statischen Messwerte und einmal über die Eigenfrequenzmessung bestimmt. Dazu kommt in beiden Fällen der Algorithmus zur direkten Kostenminimierung aus Abschnitt 12.2 zur Anwendung. Als Startwert für die Berechnung wird eine Federsteifigkeit von $c_\varphi = 667,5 \text{ KNm/rad}$ angesetzt, was einer realistischen Gründungssituation entspricht. Aufgrund der fehlenden Parameterkosten wird mit dem klassischen iFEM-Algorithmus keine Konvergenz erreicht, sodass dieser hier ungeeignet ist. Für die im Folgenden mit a) bezeichneten Berechnungen auf Grundlage statischer Verformungen werden lediglich die Messwerte der Belastungsstufen verwendet. Bei diesen ist zum einen der zeitliche Abstand zur Aufnahme des Orientierungsbildes geringer und zum anderen sind analog zum Versuchsstand II aus Abschnitt 14.1.2 große Reibungseffekte und damit Unterschiede zwischen den Verformungsfiguren zwischen Be- und Entlastung zu erwarten.

Die Mittelwerte der Ergebnisse aus allen Messreihen sowie die zugehörigen Standardabweichungen sind in Tabelle 15.3 zusammengestellt. Sowohl für den Freiheitsgrad der Federsteifigkeit der elastischen Einspannung als auch für den Lastfreiheitsgrad werden jeweils fünf Startstellen vorgegeben. Die Grenzen für diese Freiheitsgrade werden zu $133,5 \leq c_\varphi \leq 734,3 \text{ kN/rad}$ und $0 \leq F \leq 500 \text{ N}$ gewählt, was einen physikalisch sinnvollen Rahmen bildet und bei keiner Berechnung ein Ergebnis ermittelt wird, das am Rand dieses Bereiches liegt. Es sind erhebliche Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Messreihen feststellbar. Nach Messreihe 3, bei der nur die untersten 4 Messpunkte abgebildet werden, ist die identifizierte Federsteifigkeit weniger als halb so groß wie die der Messreihe 1.

Große Streuungen sind aber auch innerhalb der Messreihen vorhanden, was sich in der Größe der Standardabweichungen manifestiert. Insbesondere bei Messreihe 1 ist diese sehr hoch. Die Verwendung der Eigenfrequenzmessung als Eingangswert liefert mit $404,3 \text{ kNm/rad}$ einen Wert in ähnlicher Größenordnung. Hier kann keine Streuung angegeben werden, da beide Videos die gleiche Frequenz liefern.

Insgesamt lässt sich schließen, dass die Größe des Einspanngrades kleiner ist als in der Modellierung angenommen. Darin stimmen alle Ergebnisse überein. Allerdings sind die Streuungen so groß, dass eine fundierte Quantifizierung nicht möglich ist. Bereits kleine Änderungen der Messwerte haben einen erheblichen Einfluss auf die identifizierte Federsteifigkeit. Im Folgenden soll untersucht werden, ob die Streuungen der Ergebnisse durch die Einführung eines weiteren Strukturfreiheitsgrades reduziert werden können.

15.3.3 Bestimmung der Größe der elastischen Einspannung und der Wandstärke des Mastes

Neben der Größe der elastischen Einspannung wird nun zusätzlich die Wandstärke der Kreishohlprofile mit einem Strukturparameter versehen. Da hierdurch alle Steifigkeiten und Belastungen im System unbekannt sind, muss der in Abschnitt 12.2 entwickelte Algorithmus zur Anwendung kommen, der sowohl statische Messwerte als auch am System gemessene Eigenfrequenzen berücksichtigt. Damit beide Messgrößen einen Einfluss auf das Ergebnis haben, müssen die unterschiedlichen Dimensionen durch die jeweiligen Kostenfaktoren ungefähr ausgeglichen werden. Dazu wird für alle zehn Verformungsmessungen $f_v = 1,0$ und für die Frequenzmessung $f_f = 1 \cdot 10^{-3}$ gewählt. Wiederum werden für jeden Freiheitsgrad fünf Startstellen in den bereits bekannten Grenzen, beziehungsweise $-25\% \leq \alpha \leq 80\%$ für den Strukturparameter der Blechdicke, gewählt. Die daraus resultierenden Rechenzeiten steigen damit pro Laststufe ungefähr auf $5^3 \cdot 30 \text{ s} = 3750 \text{ s} \approx 1 \text{ h}$ an. Die erzielten Ergebnisse dieser Berechnung c) sind in Tabelle 15.4 zusammengefasst. Die Streuung bei der ermittelten Größe der elastischen Einspannung c_φ sinkt im Gegensatz zur Berechnung a) aus Abschnitt 15.3.2 erheblich, was eine deutliche Verbesserung bedeutet. Dieser stehen nun allerdings große Streuungen im Bereich der Blechdicke des Mastes gegenüber, weshalb

Berechnung a): Statische Messwerte		
Messreihe	Einspannung	
	\bar{c}_φ [kNm/rad]	s_{c_φ} [kNm/rad]
1	485,7	152,4
2	387,8	79,4
3	229,2	17,7
Gesamt	348,7	144,1
Berechnung b): Eigenfrequenzmessung		
Video	404,3	

Tabelle 15.3: Ergebnisse der Bestimmung der Einspannung

Berechnung c): Statische Messwerte und Eigenfrequenzmessung

Messreihe Nr.	Einspannung		Mast	
	\bar{c}_φ [kNm/rad]	s_{c_φ} [kNm/rad]	$\bar{\alpha}$ [%]	s_α [%]
1	490,5	95,4	-6,3	24,4
2	403,5	26,3	+6,4	16,0
3	393,1	4,7	+61,8	6,6
Gesamt	428,1	70,5	+25,2	35,7

Tabelle 15.4: Ergebnisse der Bestimmung von Einspannung und Wandstärke

auch an der Vertrauenswürdigkeit dieser Ergebnisse beträchtliche Zweifel bestehen. Insbesondere die aus Messreihe 3 ermittelte Wandstärke ist wenig glaubwürdig. Es scheint weiterhin eine Diskrepanz zwischen den Ergebnissen der statischen Berechnung und der Einpassung der Eigenfrequenz zu geben, deren Auswirkungen durch das verwendete Verfahren nur verlagert werden. Da der wahre Zustand des Mastes und seiner Gründung unbekannt ist, kann über die Ursachen keine fundierte Aussage getroffen werden.

15.3.4 Vergleich der Berechnungsergebnisse und Fazit der iFEM-Untersuchungen

Zum Vergleich der durchgeführten iFEM-Berechnungen aus den vorherigen Abschnitten sind in Abbildung 15.7 exemplarisch die Verformungen zu Messreihe 2, Laststufe 6 sowie die erste Eigenfrequenz des resultierenden Systems dargestellt. Werden, wie bei Berechnung a), lediglich Verformungen vorgegeben,

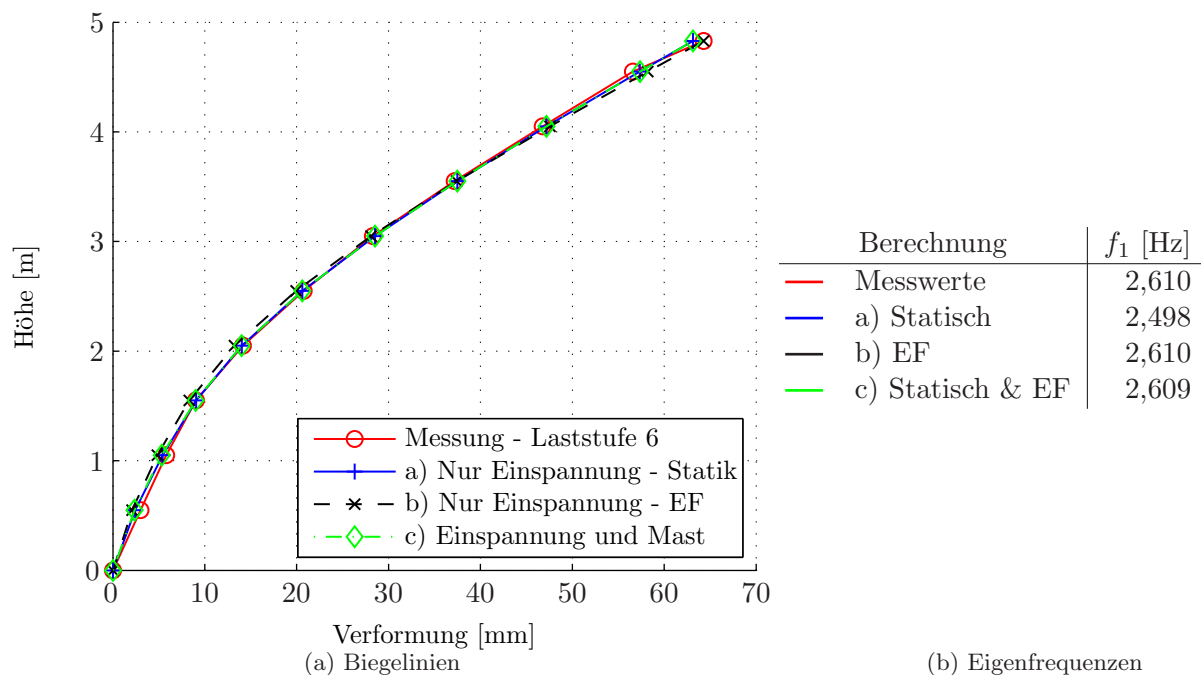


Abbildung 15.7: Vergleich der Berechnungsergebnisse am Beispiel von Messreihe 2, Laststufe 6

werden diese im Ergebnis am besten abgebildet. Allerdings weicht die Eigenfrequenz des resultierenden Systems am weitesten von der gemessenen ab. Analog dazu wird bei der Vorgabe der Frequenz in Berechnung b) diese exakt erreicht und die statischen Verformungen differieren am deutlichsten. Durch

die Einführung des zweiten Strukturfreiheitsgrades für die Wandstärke des Mastes können sowohl die Vorgaben der Verformung als auch der Frequenz gut erfüllt werden. Die Frequenz wird im Rahmen der vorhandenen Messgenauigkeit exakt getroffen und die maximale Verformungsabweichung sinkt auf 0,57 mm.

Trotz der insgesamt zufriedenstellenden Einpassung des Systems in die vorgegebenen Messwerte sind die Ergebnisse aufgrund der großen Streuungen nur bedingt belastbar. Die Ursachen für diese Streuungen können in unterschiedlichen Bereichen liegen.

Messungen: Bei der Durchführung der statischen Verformungsmessung können verschiedene Einflüsse nicht quantifiziert werden. Zum einen ist die Positionsänderung der Kamera unbekannt. Diese könnte zwischen den einzelnen Messreihen unterschiedlich groß und somit für die unterschiedlichen Ergebnisse mitverantwortlich sein. Zum anderen sind die Suchmuster aufgrund ungünstiger Lichtverhältnisse zum Teil schwer zu identifizieren. Echte Messfehler und Abweichungen können hier nicht ausgeschlossen werden. Darüber hinaus sind die Positionen der angebrachten Markierungen auf dem Mast mit Abweichungen behaftet.

Die Genauigkeit der photogrammetrischen Bestimmung der Eigenfrequenz ist im Wesentlichen von der Länge des aufgenommenen Videos abhängig. Da der Versuchsmast sehr stark gedämpft ist, beträgt der Zeitraum, in dem erkennbare Amplituden vorhanden sind, nur wenige Sekunden. Daher ist die Messgenauigkeit hierdurch limitiert. Da die Größe des ermittelten Einspanngrades im betrachteten Bereich deutlich überproportional von der Frequenz abhängig ist, reagiert das Verfahren sehr sensitiv auf eine Änderung der gemessenen Frequenz.

Mechanisches Verhalten: Bei den durchgeführten Berechnungen wird dem Tragwerk ein linear-elastisches Verhalten unterstellt. Ob dieses im Bereich der elastischen Einspannung der Realität entspricht, ist unklar. Möglicherweise sind für statische und dynamische Untersuchungen unterschiedliche Federsteifigkeiten anzusetzen. Ebenso ist eine Abhängigkeit der Steifigkeit von der Größe der Verdrehung $c_\varphi = c_\varphi(\varphi)$ möglich. Da der Mast sehr stark gedämpft ist, ist davon auszugehen, dass die vorhandenen Reibungseffekte auch einen Einfluss auf die statischen Verformungen haben.

Modellierungsfehler: Die Position des Auflagers ist im numerischen Modell am Fußpunkt des Mastes gewählt. In der Realität endet dieser nicht dort, sondern hat eine gewisse Einbindetiefe bis zur tatsächlichen Gründung. Das exakte mechanische Verhalten in diesem Bereich ist schwer zu erfassen. Es ist aber möglich, dass sich der gelagerte Fußpunkt des Modells in der Realität horizontal bewegt. Dies könnte durch eine weitere Feder abgebildet werden.

Ebenfalls möglich ist ein unterschiedliches Verhalten zwischen oberem und unterem Teil des Mastes, was die Abweichung der Ergebnisse von Messreihe 3, bei der nur der untere Bereich betrachtet wird, erklären könnte. Hier wären zwei separate Strukturfreiheitsgrade für die beiden Teile anzusetzen, was den numerischen Aufwand aber noch einmal erheblich erhöht.

iFEM: Ebenfalls könnten die Anzahl und Verteilung der Startstellen für die direkte Optimierung sowie der verwendete Lösungsalgorithmus zur Größe der Streuung beitragen. Um die Wahrscheinlichkeit, das globale Minimum der Kostenfunktion zu bestimmen, weiter zu erhöhen, müsste die Anzahl der Startstellen noch weiter vergrößert werden, was wiederum den numerischen Aufwand weiter erhöhen

würde. Alternativ müsste ein Algorithmus gefunden werden, der trotz der komplexen Struktur der Kostenfunktion zuverlässig das Minimum identifizieren kann.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass Nutzen und numerischer Aufwand der iFEM zur Systemidentifikation an realen Beispielen in keinem sinnvollen Verhältnis stehen. Eine zuverlässige Anwendung kann zum aktuellen Entwicklungsstand nicht gewährleistet werden.

Teil IV

Schlussbetrachtung

16 Zusammenfassung und Beurteilung

Die messtechnische Erfassung von Verformungen ist eine wichtige Aufgabe bei der Untersuchung und Bewertung von Bauwerken. Das im ersten Teil dieser Arbeit vorgestellte Verfahren zur photogrammetrischen Erfassung von Verformungen mittels handelsüblicher Digitalkameras bietet die Möglichkeit, Verformungen in einer Ebene und Frequenzen mit hoher Genauigkeit zu messen. Besonders hervorzuheben ist dabei der geringe materielle und finanzielle Aufwand, der zur Durchführung nötig ist. Vor Ort wird lediglich eine Digitalkamera mit Stativ und die Möglichkeit zur berührungslosen Auslösung beispielsweise per Laptop oder Smartphone benötigt. Je nach Oberflächenbeschaffenheit des Messobjekts kann sogar auf eine zusätzliche Markierung der Messstellen verzichtet werden. Zur Ermittlung der Orientierung der Kamera ist dann lediglich die Aufnahme eines Schachbrettmusters notwendig. Die eigentliche Auswertung der Aufnahmen sowie die Kalibrierung der Kamera können unabhängig von Witterungseinflüssen im Büro erfolgen. Die Messgenauigkeit des Verfahrens ist antiproportional zur Größe des Messbereichs und liegt in der Größenordnung von 0,2 px. Ein weiterer großer Vorteil der Methode ist die Möglichkeit, viele Messpunkte gleichzeitig aufnehmen zu können, was die Erfassung einer kompletten Biegelinie oder einer flächigen Verformung gestattet.

Die Nachteile des Verfahrens liegen darin, dass die Messwerte nicht, wie bei anderen Messverfahren üblich, unmittelbar und in hoher Frequenz vorliegen. Die Verwendung von PG-MeNuM-Live erlaubt zwar eine direkte Auswertung der Fotos, deren Geschwindigkeit aufgrund der hohen Anforderung an die Rechenleistung allerdings nur in der Größenordnung von 0,1 Hz liegt. Problematisch sind hierbei die Datenmengen hoch aufgelöster Digitalfotos. Ein weiterer Nachteil, insbesondere bei längeren Messzeiträumen, liegt darin, dass sich die Ausrichtung der Kamera nicht ändern darf. Aus Umgebungseinflüssen und beim Auslösevorgang in der Kamera selbst ergeben sich immer Störungen, die nicht auszuschließen sind und möglichst gering gehalten werden müssen.

Die Messung von Frequenzen ist auch ohne Ausrichtung und Kalibrierung mit jeder Kamera möglich und liefert präzise Ergebnisse für Frequenzen bis zur halben Bildrate des aufgenommenen Videos, also in der Regel mindestens 12,5 Hz oder 25,0 Hz. Hierzu müssen allerdings die Amplituden so groß sein, dass sie mit der verwendeten Videoauflösung erfasst werden können. Wenn ein direkter Zugang zum Messobjekt besteht, können solche Messungen deutlich einfacher mit Beschleunigungssensoren durchgeführt werden, wie sie auch in den meisten Smartphones verbaut sind. Ein wesentlicher Vorteil der photogrammetrischen Methode ist allerdings, dass die Messung hier vollkommen berührungslos erfolgen kann, wie dies beispielsweise bei Freileitungen unumgänglich ist. Insgesamt liefern die photogrammetrischen Messmethoden sowohl in Labor- als auch in Feldversuchen sehr zufriedenstellende Ergebnisse und können als Ergänzung bestehender Verfahren oder auch als deren vollständiger Ersatz eingesetzt werden.

Die in Teil II dieser Arbeit vorgestellte Methode der inversen finiten Elemente erlaubt es, klassische FE-Modelle um zusätzliche Freiheitsgrade für unbekannte Lasten und Struktureigenschaften zu erweitern. Um die wahrscheinlichste Kombination aus Systemantwort und diesen Freiheitsgraden ermitteln zu können, sind zusätzliche Informationen notwendig, die in Form von Messungen an der bestehenden Struktur geliefert werden. Abweichungen von diesen Messwerten, sowie die Größe der zusätzlichen Freiheitsgrade werden mit Kosten bestraft. Das so entstehende Optimierungsproblem kann auf unterschiedliche Arten gelöst werden. Entweder nach der klassischen Methode durch Verwendung von Lagrange-Multiplikatoren oder durch eine direkte Minimierung der Kostenfunktion.

Die Verwendung des Verfahrens bleibt im Gegensatz zur photogrammetrischen Verformungsmessung allerdings deutlich hinter dem zurück, was Barnardo [59] und die ersten Implementierungen am LuFG Baumechanik und Numerische Methoden in Wuppertal durch Stephan [63] erwarten ließen. Die alleinige Bestimmung der Größe von örtlich vorgegeben unbekannt Lasten funktioniert zwar einfach und zuverlässig, um vertrauenswürdige Ergebnisse für Strukturparameter zu erhalten, müssen allerdings erheblich genauere Kenntnisse über das System vorliegen, als in der Regel vorhanden sind. Die erhoffte allgemeingültige Anwendbarkeit des Verfahrens konnte bislang nicht erzielt werden. Das größte Problem liegt in der Wahl der Kostenfaktoren mit denen Abweichungen von den durchgeführten Messungen oder von der vorgegebenen FE-Modellierung bestraft werden. Diese haben einen erheblichen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse, wenn beispielsweise der Ort des Auftretens einer Schädigung nicht vorab exakt bekannt ist.

Für sehr wenige iFEM-Freiheitsgrade können aber dennoch gute Ergebnisse, insbesondere im Hinblick auf die Quantifizierung von Strukturparametern, erzielt werden. Hier liefert das entwickelte Verfahren zur direkten Optimierung mit Beschränkung der Strukturparameter ebenfalls verwendbare Resultate. Insbesondere unter Berücksichtigung von Eigenfrequenzmessungen gelingen damit Berechnungen an einfachen Systemen, an denen alle Steifigkeiten und die Größe der angreifenden Last unbekannt sind. Auch bei statischen Versuchen kann somit auf die Messung der Größe der Belastung verzichtet werden. Werden mehr Strukturfreiheitsgrade eingeführt, verliert das Verfahren allerdings deutlich an Stabilität und reagiert sehr sensitiv auf Streuungen der zugrunde liegenden Messwerte. Insbesondere bei der Untersuchung realer Strukturen zeigt sich diese Problematik. Außerdem erhält die Kostenfunktion durch die natürliche Streuung so viele neue lokale Minima, dass die Anzahl der Startstellen so groß gewählt werden muss, dass für die überschaubaren Problemstellungen vertretbare Rechenzeiten erheblich überschritten werden.

Die Erhöhung der Anzahl der Messwerte durch die Verwendung der photogrammetrisch erfassten Messdaten trägt zwar geringfügig zur Verbesserung der Ergebnisse von iFEM-Berechnungen bei und ermöglicht es, die Anzahl der iFEM-Freiheitsgrade zu erhöhen, allerdings bleibt diese Kombination insgesamt ebenfalls hinter den Erwartungen zurück. Dies ist im Wesentlichen nicht auf die Qualität der photogrammetrischen Messwerte, sondern die bereits benannten Probleme innerhalb der iFEM zurückzuführen.

17 Ausblick

Photogrammetrische Messwerterfassung

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen die Möglichkeiten auf, welche die photogrammetrische Verformungserfassung mit handelsüblichen Digitalkameras bietet. Mit den folgenden Punkten ist eine Vergrößerung des Anwendungsspektrums und der Effizienz möglich.

Entwicklung einer reinen Anwendersoftware: Die durchgeführten Labor- und Feldversuche belegen die grundsätzliche Praxistauglichkeit der Methode. Zur serienmäßigen Verwendung ist zunächst eine Anwendersoftware zu entwickeln, die noch besser auf die Bedürfnisse einer reinen Messung abgestimmt ist. PG-MeNuM bietet zwar auch die Möglichkeit, Messungen effizient auszuwerten, darüber hinaus aber noch viele weitere Optionen, die der Untersuchung der Methode dienen. Hier ist eine Abstimmung der Software auf den Einsatzzweck anzustreben, um insbesondere Bedienungsfehler von ungeübten Anwendern zu reduzieren.

Echte Verformungen auch bei der Videoauswertung: Bei der Bestimmung von Frequenzen müssen die inneren Kameraparameter sowie die Orientierung nicht bekannt sein, da hier nur der zeitliche Abstand der Einzelbilder relevant ist. Sollen neben den Frequenzen nun auch die Amplituden in der richtigen Größe ermittelt werden, müssen lediglich zusätzlich alle Kameraparameter bekannt sein, wie es bei der Auswertung der Fotos der Fall ist. Da die Kameras in der Regel bei der Aufnahme von Videos geringere Bildauflösungen verwenden als bei Fotos, sind neue Kalibrierungen zu erstellen und die perspektivische Entzerrung für Videos in die Auswertungssoftware PG-MeNuM zu implementieren.

Verwendung mehrerer Kameras: Zur vollständigen dreidimensionalen Erfassung von Verformung ist die Verwendung von zwei oder mehr Kameras erforderlich. Hierdurch kann nicht nur eine Ebene, sondern der komplette sichtbare Ausschnitt des Raumes rekonstruiert werden. Es müssen die inneren und äußeren Parameter aller Kameras bekannt sein. Die notwendigen geometrischen Überlegungen zur Rekonstruktion können [25, Teile II bis IV] entnommen werden. Wichtig ist weiterhin, dass alle Kameras exakt zeitgleich ausgelöst werden. Der Messaufbau und die Auswertung der Aufnahmen werden insgesamt deutlich aufwändiger.

Steigerung der Messgenauigkeit und Auswertung in Echtzeit: Der bestimmende Faktor für die erreichbare Messgenauigkeit ist derzeit die Auflösung der Fotos. Es ist davon auszugehen, dass diese in den kommenden Kameragenerationen noch deutlich weiter steigen wird. Ohne am Auswertungsprinzip und der verwendeten Software Änderungen vornehmen zu müssen, wird die Messgenauigkeit automatisch steigen, wenn derartige Kameras verwendet werden. Möglicherweise wird die verfügbare Auflösung irgendwann so groß, dass auch Dehnungen in baupraktisch relevanten Größenordnungen aus den Verformungen bestimmt werden können.

Ähnliches gilt für die Geschwindigkeit der Auswertung. Durch eine weiter steigende Rechenleistung der Auswertungscomputer wird die Verarbeitung der Fotos immer schneller, sodass davon auszugehen ist, dass in absehbarer Zeit und zumindest bei geringen Auflösungen auch Videos in Echtzeit ausgewertet werden können.

Verwendung von Handykameras: Eine ähnlich schnelle Entwicklung ist bei den Kameras zu beobachten, die in Smartphones verbaut werden. Daher könnten auch diese mittelfristig für photogrammetrische Messungen nutzbar gemacht werden. Dazu muss zunächst eine Möglichkeit geschaffen werden, einen eventuell vorhandenen optischen Zoom abzuschalten und den Fokus manuell einzustellen. Darüber hinaus muss für eine starre Befestigung des Gerätes gesorgt werden, um Störungen aus Umgebungseinflüssen zu minimieren. Die Auswertung der Aufnahmen könnte dann entweder direkt auf dem Gerät oder im Nachgang auf einem Computer geschehen.

Verwendung in der Baustoffprüfung: Die gezeigte Anwendung der photogrammetrischen Methode in der Baustoffprüfung verdeutlicht, wie bestehende Messverfahren sinnvoll ergänzt werden können. So ist durch die flächige Erfassung eines Bauteils beispielsweise die Untersuchung der Entwicklung eines Risses möglich, ohne vorab den Ort seines Auftretens exakt kennen zu müssen. Hier ist das Verfahren der punktuellen Messung durch Dehnungsmessstreifen oder mit klassischen Wegaufnehmern überlegen. Ähnliches gilt für die Erfassung kompletter Biegelinien bei Spannungs- oder Stabilitätsuntersuchungen. Hier können vielfältige neue Anwendungsgebiete gefunden werden.

Verwendung in der Systemidentifikation: Einer der Vorteile der photogrammetrischen Verformungserfassung ist die simultane Aufnahme vieler Messpunkte. Da diese vielen Messwerte nicht über die Unzulänglichkeiten der iFEM hinweghelfen können, ist die Kombination mit anderen Verfahren zur Systemidentifikation zu untersuchen. Hierzu sind vergleichende Versuchsreihen durchzuführen.

Verwendung im Monitoring: Die dauerhafte Überwachung von einzelnen Bauteilen oder ganzen Bauwerken, das so genannte Monitoring, nimmt einen immer größer werdenden Stellenwert in der Baupraxis ein. So werden beispielsweise in vielen Brücken permanent Messungen durchgeführt, um eventuelle Schäden frühzeitig entdecken zu können. Auch in diesem Bereich wäre ein Einsatz der hier vorgestellten Technik möglich, um Biegelinien oder die Verformungsfigur einer Fläche über einen längeren Zeitraum zu erfassen. Zu diesem Zweck sind entsprechende Befestigungen der Kameras, sowie eine veränderte Auswertungssoftware zu entwickeln. Besonderes Augenmerk muss außerdem auf die Veränderungen von Umgebungseinflüssen wie beispielsweise der Beleuchtung gelegt werden.

iFEM

Die Verwendung der iFEM zur Identifikation von Strukturparametern funktioniert nur für wenige iFEM-Freiheitsgrade zufriedenstellend. Wird ihre Zahl erhöht, bringt die Kostenformulierung in ihrer aktuellen Form erhebliche Probleme mit sich. Daher ist hier eine deutlich andere Herangehensweise erforderlich. Möglicherweise können dazu allerdings die Formulierungen der Struktur- und Lastfreiheitsgrade $\underline{\alpha}$ und \underline{U} sowie die Elementparameter-Matrix $\mathbf{G}(\underline{\alpha})$ und die Lastmatrix \mathbf{H} weiterhin verwendet werden. Diese Matrizen fügen sich sehr gut in das numerische Konzept der Finiten Elemente ein und dienen zur Beschreibung von Veränderungen im System in Abhängigkeit der iFEM-Freiheitsgrade. Lediglich zur Bestimmung dieser Freiheitsgrade muss ein besseres Verfahren entwickelt werden.

Teil V

Literaturverzeichnis und Anhänge

Literaturverzeichnis

- [1] LINDLOFF, K. : *Modernisierung der Straßenbeleuchtung: Herausforderungen und Lösungsansätze*. http://www.dena.de/fileadmin/user_upload/Veranstaltungen/2014/Wuppertal/Roadshow_Wuppertal_Lindloff_Modernisierung_Strassenbeleuchtung.pdf.
Version: 26.06.2014 (Roadshow Energieeffiziente Straßenbeleuchtung)
- [2] WALTER, T. : *MediaFotografie analog und digital: Begriffe, Techniken, Web*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005 (X.media.press). <http://dx.doi.org/10.1007/b138985>. – ISBN 978-3-540-27371-4
- [3] SONY EUROPE LIMITED: *Produktbeschreibung ILCE-7R*. <http://www.sony.de/electronics/wechselobjektivkameras/ilce-7r/specifications#specifications>.
Version: 01.2015
- [4] HUGENSCHMIDT, M. : *Lasermesstechnik: Diagnostik der Kurzzeitphysik*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007 (Springer-Lehrbuch). <http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10158162>. – ISBN 9783540299202
- [5] WEYRICH, M. ; WANG, Y. ; WEYRICH, M. (Hrsg.): *Laserbasierte Abstandsmessung in der Fertigungsautomatisierung: Technologien der Fertigungsautomatisierung - Seminarreihe zu ausgewählten Forschungsthemen der industriellen Anwendung*. https://wiki.zimt.uni-siegen.de/fertigungsautomatisierung/index.php/Laserbasierte_Abstandsmessung_in_der_Fertigungsautomatisierung. Version: 2012
- [6] GENTILE, C. ; LUZI, G. : Ambient vibration testing of the Amposta cable-suspended bridge by microwave remote sensing. In: CUNHA, A. (Hrsg.) ; CAETANO, E. (Hrsg.) ; RIBEIRO, P. (Hrsg.) ; MÜLLER, G. (Hrsg.): *Eurodyn 2014* Bd. 2014. [Porto : Faculty of Engineering], 2014. – ISBN 978-972-752-165-4, S. 2143–2150
- [7] PASQUALE, G. d. ; BERNARDINI, G. ; RICCI, P. P. ; GENTILE, C. : Ambient vibration testing of bridges by non-contact microwave interferometer. In: *2008 IEEE Radar Conference (RADAR)*, 2008, S. 1–6
- [8] MAJCHRZAK, J. ; MICHALSKI, M. ; WICZYNSKI, G. : Distance Estimation With a Long-Range Ultrasonic Sensor System. In: *IEEE Sensors Journal* 9 (2009), Nr. 7, S. 767–773. <http://dx.doi.org/10.1109/JSEN.2009.2021787>. – DOI 10.1109/JSEN.2009.2021787. – ISSN 1530-437X

- [9] NAKAMURA, S.-i. : GPS Measurement of Wind-Induced Suspension Bridge Girder Displacements. In: *Journal of Structural Engineering* 126 (2000), Nr. 12, S. 1413–1419. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2000\)126:12\(1413\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:12(1413)). – DOI 10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:12(1413). – ISSN 0733-9445
- [10] ASHKENAZI, V. ; ROBERTS, G. : Experimental monitoring of the Humber bridge using GPS. 1997 (1997), S. 177–182
- [11] JEON, H. ; BANG, Y. ; MYUNG, H. : Measurement Of Structural Displacement Using Visually Servoded Paired Structured Light System. In: *Proceedings of the 28th ISARC*, 2011, 189–192
- [12] WITTE, B. ; SCHMIDT, H. : *Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen*. 5., völlig neu bearb. und erw. Aufl. Heidelberg : Wichmann, 2004. – ISBN 3-87907-418-6
- [13] LUHMANN, T. : *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. Heidelberg : Wichmann, 2000. – ISBN 3-87907-321-X
- [14] LUHMANN, T. : *Nahbereichsphotogrammetrie in der Praxis: Beispiele und Problemlösungen*. Heidelberg : Wichmann, 2002. – ISBN 3-87907-398-8
- [15] WIEDEMANN, A. : *Handbuch Bauwerksvermessung: Geodäsie, Photogrammetrie, Laserscanning*. Basel : Birkhäuser, 2004 (Bau-Handbuch). – ISBN 3-7643-6722-9
- [16] BOLTES, M. : *Schriften des Forschungszentrums Jülich : IAS series*. Bd. 27: *Automatische Erfassung präziser Trajektorien in Personenströmen hoher Dichte*. Jülich : Forschungszentrum Jülich, Zentralbibl., 2015. – ISBN 978-3-95806-025-8
- [17] REICH, M. : *Optimierung der existierenden optischen Prozesskette bei der Airbus Operations GmbH Bremen*. Hannover, Leibniz Universität Hannover, Masterarbeit, 2011. http://www.ipi.uni-hannover.de/fileadmin/institut/pdf/Abschlussarbeiten/Masterarbeit_Martin_Reich.pdf
- [18] ALBERT, J. ; SEYLER, S. : Verformungsmessungen an Brückenbauwerken aus Bildsequenzen. In: *Ingenieurvermessung 2004, 14th International Conference on Engineering Surveying* (2004)
- [19] HAMPEL, U. : *Photogrammetrische Erfassung der Verformungs- und Rissentwicklung bei baumechanischen Untersuchungen*. Dresden, Technische Universität Dresden, Dissertation, 21.02.2008
- [20] BARAZZETTI, L. ; SCAIONI, M. : Development and Implementation of Image-based Algorithms for Measurement of Deformations in Material Testing. In: *Sensors; Volume 10; Issue 8; Pages 7469-7495* (2010)
- [21] WINTER, S. ; PAWLOWSKI, R. ; HENKE, K. : *Forschungsinitiative Zukunft Bau*. Bd. F 2828: *Kontinuierliche Verformungsüberwachung weitgespannter Hallentragwerke auf der Basis digitaler Bildverarbeitung*. Stuttgart : Fraunhofer IRB Verlag, 2012. – ISBN 978-3-8167-8765-5

- [22] LAGES MARTINS, L. ; REBORDÃO, J. M. ; RIBEIRO, Á. S. : Optical Metrology applied to 3D displacement measurement of long-span suspension bridge dynamics. In: CUNHA, A. (Hrsg.) ; CAETANO, E. (Hrsg.) ; RIBEIRO, P. (Hrsg.) ; MÜLLER, G. (Hrsg.): *Eurodyn 2014*. [Porto : Faculty of Engineering], 2014 (EURODYN). – ISBN 978–972–752–165–4, S. 2135–2142
- [23] SABINO, D. D. ; PEREIRA, J. A. ; ABREU, G. L. C. M.: Output only based modal analysis of a reduced scale building using digital camera images. (2014)
- [24] OH, S. ; LEE, H.-E. : Motion tracking of scaled bridge induced by wind force. In: CUNHA, A. (Hrsg.) ; CAETANO, E. (Hrsg.) ; RIBEIRO, P. (Hrsg.) ; MÜLLER, G. (Hrsg.): *Eurodyn 2014*. [Porto : Faculty of Engineering], 2014 (EURODYN). – ISBN 978–972–752–165–4, S. 2179–2184
- [25] HARTLEY, R. ; ZISSERMAN, A. : *Multiple view geometry in computer vision*. 2. ed., 10. printing. Cambridge : Cambridge Univ. Press, 2011 http://reference-tree.com/books/book_details/multiple-view-geometry-in-computer-vision. – ISBN 9780521540513
- [26] SCHWALBE, E. : Geometric modelling and calibration of fisheye lens camera systems. In: *Proceedings 2nd Panoramic Photogrammetry Workshop, Int. Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2005, S. 5–8
- [27] RAHMANN, S. ; BURKHARDT, H. : *Praktikumsversuch Kamerakalibrierung: Bachelor Project on Image Processing*. http://lmb.informatik.uni-freiburg.de/lectures/praktika_brox/bvpraktikum/. Version:2011
- [28] BROWN, D. C.: Decentering Distortion of Lenses. In: *Photometric Engineering* 32 (1966), Nr. 3, S. 444–462
- [29] STEINER, T. : *Schaerfentiefe*. <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Schaerfentiefe.svg>. Version:10.03.2006
- [30] TSAI, R. : A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. In: *IEEE Journal on Robotics and Automation* 3 (1987), Nr. 4, S. 323–344. <http://dx.doi.org/10.1109/JRA.1987.1087109>. – DOI 10.1109/JRA.1987.1087109. – ISSN 0882–4967
- [31] HEIKKILA, J. ; SILVEN, O. : A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction. In: *Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97)*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1997 (CVPR '97). – ISBN 0–8186–7822–4, 1106–
- [32] ZHANG, Z. : A Flexible New Technique for Camera Calibration. In: *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 22 (2000), Nr. 11, 1330–1334. <http://dx.doi.org/10.1109/34.888718>. – ISSN 0162–8828
- [33] HARRIS, C. ; STEPHENS, M. : A Combined Corner and Edge Detector. In: *Proceedings of the 4th Alvey Vision Conference*, 1988, S. 147–151

- [34] ROSTEN, E. ; PORTER, R. ; DRUMMOND, T. : Faster and Better: A Machine Learning Approach to Corner Detection. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 32 (2010), Nr. 1, S. 105–119. <http://dx.doi.org/10.1109/TPAMI.2008.275>. – DOI 10.1109/TPAMI.2008.275. – ISSN 0162–8828
- [35] BOUGUET, J.-Y. : Pyramidal implementation of the Lucas Kanade feature tracker. In: *Intel Corporation, Microprocessor Research Labs* (2000)
- [36] NISCHWITZ, A. (Hrsg.) ; FISCHER, M. (Hrsg.) ; HABERÄCKER, P. (Hrsg.): *Computergrafik und Bildverarbeitung*. Vieweg, 2007. – ISBN 978–3–8348–0186–9
- [37] JÄHNE, B. : *Digitale Bildverarbeitung: Und Bildgewinnung*. 7., neu bearbeitete Aufl. Berlin : Springer, 2012 (SpringerLink : Bücher). – ISBN 978–3–642–04952–1
- [38] LEI, M. ; LIU, X. : Novel template matching method with sub-pixel accuracy based on correlation and Fourier-Mellin transform. In: *Optical Engineering* 48 (2009), Nr. 5, S. 057001. <http://dx.doi.org/10.1117/1.3125425>. – DOI 10.1117/1.3125425. – ISSN 0091–3286
- [39] SZELISKI, R. : *Computer vision: Algorithms and applications*. London and New York : Springer, 2011 (Texts in computer science). – ISBN 978–1–84882–934–3
- [40] TORR, P. ; ZISSERMAN, A. : MLESAC: A New Robust Estimator with Application to Estimating Image Geometry. In: *Computer Vision and Image Understanding* 78 (2000), Nr. 1, S. 138–156. <http://dx.doi.org/10.1006/cviu.1999.0832>. – DOI 10.1006/cviu.1999.0832. – ISSN 10773142
- [41] HANNAH, M. J.: *Computer Matching of Areas in Stereo Images*. Stanford, CA, USA, Stanford University, Dissertation, 1974
- [42] LINDEBERG, T. : Feature Detection with Automatic Scale Selection. In: *International Journal of Computer Vision* 30 (1998), Nr. 2, 79–116. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1008045108935>. – DOI 10.1023/A:1008045108935. – ISSN 0920–5691
- [43] LOWE, D. : Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints. In: *International Journal of Computer Vision* 60 (2004), Nr. 2, 91–110. <http://dx.doi.org/10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94>. – DOI 10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94. – ISSN 0920–5691
- [44] MIKOLAJCZYK, K. ; SCHMID, C. : A performance evaluation of local descriptors. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence* 27 (2005), Nr. 10, 1615–1630. <http://lear.inrialpes.fr/pubs/2005/MS05>
- [45] BAY, H. ; TUYTELAARS, T. ; VAN GOOL, L. : SURF: Speeded Up Robust Features. Version: 2006. http://dx.doi.org/10.1007/11744023_32. In: LEONARDIS, A. (Hrsg.) ; BISCHOF, H. (Hrsg.) ; PINZ, A. (Hrsg.): *Computer Vision – ECCV 2006* Bd. 3951. Springer Berlin Heidelberg, 2006. – DOI 10.1007/11744023_32. – ISBN 978–3–540–33832–1, 404–417

- [46] NISTÉR, D. ; STEWÉNIUS, H. : Linear Time Maximally Stable Extremal Regions. Version:2008. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-88688-4_14. In: FORSYTH, D. (Hrsg.) ; TORR, P. (Hrsg.) ; ZISSERMAN, A. (Hrsg.): *Computer Vision – ECCV 2008* Bd. 5303. Springer Berlin Heidelberg, 2008. – DOI 10.1007/978-3-540-88688-4_14. – ISBN 978-3-540-88685-3, 183–196
- [47] BOUGUET, J.-Y. : *Camera Calibration Toolbox for Matlab*. http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/. Version:1997
- [48] MARTINS, L. L. ; REBORDÃO, J. M. ; RIBEIRO, Á. S. : Optical Metrology applied to 3D displacement measurement of long-span suspension bridge dynamics. In: CUNHA, A. (Hrsg.) ; CAETANO, E. (Hrsg.) ; RIBEIRO, P. (Hrsg.) ; MÜLLER, G. (Hrsg.): *Eurodyn 2014*. [Porto : Faculty of Engineering], 2014 (EURODYN). – ISBN 978-972-752-165-4, S. 2135–2142
- [49] CLOUGH, R. W. ; PENZIEN, J. : *Dynamics of structures*. 2. ed. New York : McGraw-Hill, 1993 (McGraw-Hill international editions : Civil engineering series). – ISBN 0-07-113241-4
- [50] PETERSEN, C. : *Dynamik der Baukonstruktionen*. Braunschweig : Vieweg, 1996. – ISBN 3-528-08123-6
- [51] OPPENHEIM, A. V. ; SCHAFER, R. W. ; BUCK, J. R.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. 2., überarb. Aufl. München and Boston [u.a.] : Pearson Studium, 2004 (Elektrotechnik : Signalverarbeitung). – ISBN 3-8273-7077-9
- [52] THE MATHWORKS INC.: *Dokumentation zu Computer Vision System Toolbox*. http://www.mathworks.de/help/releases/R2014b/pdf_doc/vision/vision_ref.pdf. Version:2014
- [53] ZIENKIEWICZ, O. C. ; TAYLOR, R. L. ; ZHU, J. Z.: *The finite element method*. 6. ed., repr. Amsterdam : Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005 <http://www.gbv.de/dms/bowker/toc/9780750663205.pdf>. – ISBN 0750663200
- [54] MAINÇON, P. : Inverse FEM - I: Load and response estimates from measurements. In: ZINGONI, A. (Hrsg.): *Progress in structural engineering, mechanics and computation*. Leiden : Balkema, 2004. – ISBN 905809698X–
- [55] MAINÇON, P. : Inverse FEM - II: Dynamic and non-linear problems. In: ZINGONI, A. (Hrsg.): *Progress in structural engineering, mechanics and computation*. Leiden : Balkema, 2004. – ISBN 905809698X–
- [56] MAREE, A. J. ; MAINÇON, P. : Inverse FEM - III: Influence of measurement data availability. In: ZINGONI, A. (Hrsg.): *Progress in structural engineering, mechanics and computation*. Leiden : Balkema, 2004. – ISBN 905809698X–
- [57] MAINÇON, P. ; BARNARDO, C. : Inverse FEM - IV: Influence of modelling error. In: ZINGONI, A. (Hrsg.): *Progress in structural engineering, mechanics and computation*. Leiden : Balkema, 2004. – ISBN 905809698X–

- [58] MAREE, A. J.: *The Inverse Finite Element Method: Sensitivity to Measurement Setup*. Stellenbosch and South Africa, University of Stellenbosch, Master Thesis, 04.2005
- [59] BARNARDO, C. : *Load and response estimation and model recalibration using Inverse Finite Element Methods*. Stellenbosch and South Africa, University of Stellenbosch, Dissertation, 12 / 2006
- [60] BARNARDO, C. : *Static and dynamic iFEM parameter identification algorithms: Confidential memo zu [59]*. 04.09.2006
- [61] HAUSER, C. ; MAINÇON, P. ; WALZ, B. : Ermittlung von Erddruckverteilungen aus Dehnungsmessungen mit der inversen FE-Methode (iFEM). In: *Bautechnik* 83 (2006), Nr. 9, S. 597–603. <http://dx.doi.org/10.1002/bate.200610052>. – DOI 10.1002/bate.200610052. – ISSN 0932–8351
- [62] LÜTKE, A. : *Systemidentifikation und Schädigungsanalyse auf der Basis der Methode der Inversen Finiten Elemente*. Wuppertal, Bergische Universität Wuppertal, Diplomarbeit, April 2007
- [63] STEPHAN, C. : *Systemidentifikation auf der Basis dynamischer Versuche mittels Methode der inversen Finiten Elemente iFEM*. Wuppertal, Bergische Universität Wuppertal, Diplomarbeit, 01.2010
- [64] ROESLER, S. ; EUSANI, R., HORTMANN, M., ZAHLTEN, W.: On the Identification of Loads and Structural Properties with the Method of Inverse Finite Elements (iFEM). In: SUGIURA, K. (Hrsg.): *GJBS 2012 - The 9th German-Japanese Bridge Symposium - Proceedings*, 2012, S. 1C_01
- [65] PAPAGEORGIOU, M. : *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren*. 3., neu bearb. und erw. Aufl. Berlin : Springer, 2006. – ISBN 978–3–540–34012–6
- [66] BRONSTEIN, I. N.: *Taschenbuch der Mathematik*. 4., überarb. und erw. Aufl. der Neubearb. Frankfurt am Main : Deutsch, 1999. – ISBN 3–8171–2004–4
- [67] ROESLER, S. : *Persönliche Gespräche*. 2012 - 2014
- [68] REINHARDT, R. ; HOFFMANN, A. ; GERLACH, T. : *Nichtlineare Optimierung: Theorie, Numerik und Experimente*. 1., Aufl. Heidelberg, Neckar : Spektrum Akademischer Verlag, 2012. – ISBN 978–3–8274–2949–0
- [69] ULBRICH, M. ; ULBRICH, S. : *Nichtlineare Optimierung*. Basel : Springer, 2012 (Mathematik Kompakt). – ISBN 978–3–0346–0654–7
- [70] LAGARIAS, J. C. ; REEDS, J. A. ; WRIGHT, M. H. ; WRIGHT, P. E.: Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. In: *SIAM Journal of Optimization* 9 (1998), S. 112–147
- [71] ALLEMANG, R. J. ; BROWN, D. L.: A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis. In: *Proceedings of International Modal Analysis Conference*, 1982, S. 110–116
- [72] ROESLER, S. ; STEPHAN, C. : *Datenstruktur und Definitionen von FE-MeNuM: Internes Dokument des LuFG Baumechanik und Numerische Methoden der Bergischen Universität Wuppertal*. Wuppertal, 2015

- [73] CARL ZEISS AG: *Sonnar T* FE 2,8/35 ZA: Der kompakte Macher*. http://www.zeiss.de/camera-lenses/de_de/camera_lenses/csc/sonnartfe2835za.html. Version: 01.2015
- [74] SONY EUROPE LIMITED: *Remote Camera Control Ver.3.2*. <https://www.sony.de/support/de/content/cnt-dwnl/prd-dime/sony-remote-camera-control-ver32/ILCE-7R>. Version: 01.2015
- [75] WEBER, F. : *Entwurf und Konstruktion eines Versuchsmastes im Labormaßstab*. Wuppertal, Bergische Universität Wuppertal, Bachelorarbeit, 04.2014
- [76] PRAUSE, M. : *Entwurf und Neubau eines Versuchsstands zur Simulation eines Gebäudes zur Bestimmung der Dämpfung unter dem Einfluss von Auflast: Studienarbeit in der Vertiefungsrichtung Konstruktiver Ingenieurbau*. Wuppertal, Bergische Universität Wuppertal, Studienarbeit, 16.07.2012
- [77] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG: *DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton: Ergänzungen und Änderungen zu DIN EN 1992-1-1 in Verbindung mit Ergänzungen und Änderungen zu DIN EN 1992-1-1 in Verbindung mit DIN EN 1992-1-1/NA, DIN EN 206-1 in Verbindung mit DIN 1045-2 und DIN EN 13670 in Verbindung mit DIN 1045-3*. Berlin : Beuth, 2012
- [78] CASU, J.-M. : *Auswirkungen einer Hochtemperaturbeanspruchung auf die Leistungsklassen von Stahlfaserbeton: In Arbeit befindliche Masterarbeit*. Wuppertal, Bergische Universität Wuppertal, Masterarbeit, 2015
- [79] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG: *Deutsche Norm*. Bd. DIN EN 1015-11: *Prüfverfahren für Mörtel für Mauerwerk: = Methods of test for mortar for masonry = Méthodes d'essai des mortiers pour maçonnerie*. Mai 2007. Berlin : Beuth, 2007
- [80] CHIZKOW, K. : *Validierung eines auf Digitalkamerafotos basierenden photogrammetrischen Verfahrens zur Messdatenerfassung in Baustoffprüfungen*. Wuppertal, Bergische Universität Wuppertal, Bachelorarbeit, 20.04.2015
- [81] HÄDRICH, T. : *Anwendbarkeit der DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton für die Einstufung hochfester Stahlfaserbetone in Leistungsklassen*. Wuppertal, Bergische Universität Wuppertal, Masterarbeit, 2013

Anhang A

Mathematische und physikalische Grundlagen der Kameraabbildung

In den folgenden Abschnitten werden einige mathematische und physikalische Grundlagen der Kameraabbildung erläutert. Diese kurze Einführung richtet sich in erster Linie an Leser, die mit den Techniken der Computer Vision bisher wenig in Berührung gekommen sind. Weiterführende Informationen können [25] und [27] entnommen werden.

A.1 Projektive Geometrie

Im Bauwesen werden Punkte im Raum in der Regel mit drei Koordinaten beschrieben. Diese Beschreibung beruht auf der euklidischen Geometrie (Elementargeometrie), die sich für die meisten Probleme im täglichen Leben und insbesondere den Ingenieurwissenschaften als zweckmäßig herausgestellt hat und als natürlich empfunden wird. Neben der euklidischen Geometrie gibt es in der Mathematik noch eine Vielzahl weiterer Geometrien für die unterschiedlichsten Anwendungsgebiete. Hier sind zum Beispiel die sphärische Geometrie (Kugelgeometrie, vgl. [66, Kapitel 3.4]) und die im Folgenden näher beschriebene projektive Geometrie zu nennen.

In der euklidischen Geometrie (inhomogene Koordinaten) wird ein Punkt im n -dimensionalen Raum \mathbb{R}^n durch n Koordinaten beschrieben. Der korrespondierende projektive Raum \mathbb{P}^n ist eine Erweiterung, bei der nun $n+1$ Koordinaten (homogene Koordinaten) verwendet werden. Zu den euklidischen Koordinaten wird ein Skalierungsparameter λ als Koordinate $n+1$ hinzugefügt. Für den dreidimensionalen Fall mit $n=3$ heißt das konkret

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \tilde{X} = \begin{pmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \\ \lambda \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden analog zu [27] Vektoren im projektiven Raum durch eine Tilde \sim gekennzeichnet. Für den Fall $\lambda=1$ entsprechen die ersten drei projektiven Koordinaten den euklidischen.

Allgemein ist der euklidische Raum komplett im projektiven Raum gleicher Dimension enthalten:

$$\mathbb{R}^n = \{\underline{x} \in \mathbb{P}^n | x_{n+1} = \lambda \neq 0\}. \quad (\text{A.2})$$

Der projektive Raum \mathbb{P}^n wiederum lässt sich ebenso als Untermenge des \mathbb{R}^{n+1} ohne den Nullvektor darstellen:

$$\mathbb{P}^n = \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{\underline{0}\}. \quad (\text{A.3})$$

Die Umrechnung von euklidischen in projektive Koordinaten kann nach [27, Kapitel 1.2.1] durch Berücksichtigung eines beliebigen Skalierungsfaktors geschehen:

$$\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \rightarrow \tilde{\underline{x}} = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n, \lambda)^T. \quad (\text{A.4})$$

Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit kann hier $\lambda = 1$ gewählt werden.

Die Umkehrung erfolgt hierzu analog durch

$$\tilde{\underline{x}} = (x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})^T \rightarrow \underline{x} = \left(\frac{x_1}{x_{n+1}}, \frac{x_2}{x_{n+1}}, \dots, \frac{x_n}{x_{n+1}} \right)^T \quad \text{für } x_{n+1} \neq 0. \quad (\text{A.5})$$

Durch den beliebigen Skalierungsfaktor sind zwei homogene Vektoren dann identisch, wenn sie voneinander linear abhängig sind. Damit ergibt sich die Äquivalenzbedingung zu

$$\tilde{\underline{x}} \sim \tilde{\underline{y}} \Leftrightarrow \tilde{\underline{x}} = \lambda \cdot \tilde{\underline{y}} \quad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}. \quad (\text{A.6})$$

Diese Äquivalenz bei linearer Abhängigkeit führt dazu, dass der projektiven Geometrie die Metrik verloren geht. Die Länge eines Vektors ist in inhomogenen Koordinaten über die euklidische Norm $\|\underline{x}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2}$ definiert. Mit ihrer Hilfe kann beispielsweise der Abstand zweier Punkte berechnet werden. Dies ist in homogenen Koordinaten nicht mehr möglich.

Dem Skalierungsfaktor $\lambda = 0$ kommt eine besondere Bedeutung zu, da sich in ihm der wesentliche Unterschied zum euklidischen Raum offenbart. Nach Gleichung (A.5) ist für diesen Fall keine Umrechnung in inhomogene Koordinaten möglich. Die Grenzwertbetrachtung

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \underline{x} = \left(\frac{x_1}{\lambda}, \frac{x_2}{\lambda}, \dots, \frac{x_n}{\lambda} \right)^T = (\infty, \infty, \dots, \infty)^T \quad (\text{A.7})$$

liefert einen guten Deutungsansatz hierfür. Durch $\tilde{\underline{x}}_\infty = \{\tilde{\underline{x}} \in \mathbb{P}^n | x_{n+1} = 0\}$ werden Punkte beschrieben, die im Unendlichen liegen. Im Gegensatz zur euklidischen Formulierung ist hier durch die reellen Koordinaten x_1 bis x_n aber zusätzlich die Information enthalten, in welcher Richtung sie dort zu finden sind. Diese Eigenschaft ist im folgenden Abschnitt beim Übergang von affinen zu projektiven Abbildungen von essentieller Bedeutung.

In Tabelle A.1 sind die für diese Arbeit wesentlichen Eigenschaften und Unterschiede zwischen euklidischer und projektiver Geometrie noch einmal gegenüber gestellt. Darüber hinaus ist das Feld der projektiven

Geometrie sehr weit gefasst und ein eigenes mathematisches Forschungsgebiet, das an dieser Stelle nur angeschnitten werden kann.

Euklidisch (inhomogen)	Projektiv (homogen)
<ul style="list-style-type: none"> • Punkte im euklidischen Raum $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ • Gleichheit $\underline{x} = \underline{y}$ • Nur endliche Punkte • Abstandsmessung möglich 	<ul style="list-style-type: none"> • Punkte im projektiven Raum $\tilde{\underline{x}} = (x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})^T$ • Äquivalenz $\tilde{\underline{x}} \sim \tilde{\underline{y}} \Leftrightarrow \tilde{\underline{x}} = \lambda \cdot \tilde{\underline{y}} \quad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ • Punkte im Unendlichen $\tilde{\underline{x}}_\infty = (x_1, x_2, \dots, x_n, 0)^T$ • Keine Metrik vorhanden

Umrechnung

Gleichungen (A.4) und (A.5)

$$\begin{aligned} \underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T &\rightarrow \tilde{\underline{x}} = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n, \lambda)^T \\ \tilde{\underline{x}} = (x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})^T &\rightarrow \underline{x} = \left(\frac{x_1}{x_{n+1}}, \frac{x_2}{x_{n+1}}, \dots, \frac{x_n}{x_{n+1}} \right)^T \quad \text{für } x_{n+1} \neq 0 \end{aligned}$$

Tabelle A.1: Gegenüberstellung euklidischer und projektiver Geometrie

A.2 Arten von Transformationen

Um die Abbildung in einer Kamera mathematisch beschreiben zu können, ist es zweckmäßig, verschiedene Arten von zweidimensionalen Abbildungen (Transformationen) zu betrachten. Allgemein werden dabei beliebige Punkte $\tilde{\underline{p}}$ durch Multiplikation mit einer 3×3 Abbildungsmatrix \mathbf{H} auf ihre zugehörigen Bildpunkte $\tilde{\underline{p}}'$ abgebildet.

$$\tilde{\underline{p}}' \sim \mathbf{H} \cdot \tilde{\underline{p}} \tag{6.9}$$

Die folgenden Ausführungen, die sich an [25, Kapitel 2.4] orientieren, unterstellen dabei, dass \mathbf{H} invertierbar ist. Damit sind die Abbildungen nicht entartet und Gleichung (6.9) kann umgekehrt werden. Die betrachteten Arten von Transformationen sind hierarchisch geordnet. Jeder Transformationstyp ist als Sonderfall im nächst höheren vollständig enthalten. In Abbildung A.1 ist die Transformation von vier Punkten, die ursprünglich ein Quadrat bilden, über verschiedene Stufen dargestellt.

A.2.1 Isometrien

Isometrien, auch euklidische Transformationen genannt, sind der einfachste Abbildungstyp. Sie setzen sich aus zwei Verschiebungen t_x und t_y und einer Drehung um den Winkel φ , also insgesamt drei Freiheitsgraden, zusammen (Abbildung A.1, (a) und (b)). Dabei bleiben die Abstände aller Punkte untereinander und folglich auch Winkel, sowie eingeschlossene Flächen, gleich. Dies sind die so genannten Invarianten der Transformation. Transformationen höherer Gattungen besitzen stets weniger von diesen.

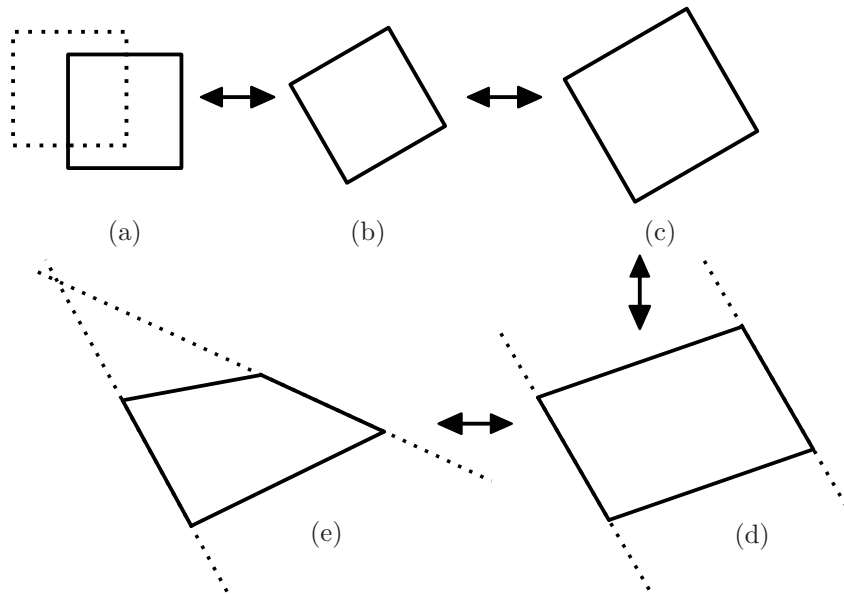


Abbildung A.1: Arten von Transformationen
 Isometrie: Verschiebung (a) und Drehung (b)
 Ähnlichkeitstransformation: Skalierung (c)
 Affine Transformation: Scherung (d)
 Projektive Transformation: Homographie (e)

In euklidischen Koordinaten lassen sich Isometrien durch

$$\underline{p}' = \mathbf{R} \cdot \underline{x} + \underline{t} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \cdot \underline{p} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

darstellen. Multiplikation mit der Rotationsmatrix \mathbf{R} und Addition des Translationsvektors \underline{t} werden dabei hintereinander ausgeführt. Hier offenbart sich ein weiterer Vorteil der Darstellung in homogenen Koordinaten, da hierbei die beiden Schritte in einer einzigen Matrix \mathbf{H}_I zusammengefasst werden können:

$$\underline{\tilde{p}}' \sim \mathbf{H}_I \cdot \underline{\tilde{p}} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \underline{t} \\ \underline{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \underline{\tilde{p}} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & t_x \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \underline{\tilde{p}}. \quad (\text{A.9})$$

Für eine Umkehrung der Transformation muss nun nur noch die Abbildungsmatrix invertiert und keine Reihenfolge mehr beachtet werden.

A.2.2 Ähnlichkeitstransformationen

Ähnlichkeitstransformationen, Abbildung A.1 (c), besitzen den Skalierungsparameter s als weiteren Freiheitsgrad. Damit wird zusätzlich zu Drehung und Verschiebung eine Größenänderung herbeigeführt. Dadurch werden auch Längen mit s skaliert und es bleiben nur noch ihre Verhältnisse zueinander konstant. Winkel bleiben bei dieser Art der Transformation ebenfalls invariant. Für den Fall $s = 1$ geht die

Ähnlichkeitstransformation wieder in die Isometrie über. Als Abbildungsgleichung ergibt sich

$$\tilde{\underline{p}}' \sim \mathbf{H}_{\tilde{A}} \cdot \tilde{\underline{p}} = \begin{pmatrix} s \cdot \mathbf{R} & \underline{t} \\ \underline{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \tilde{\underline{p}} = \begin{pmatrix} s \cdot \cos(\varphi) & s \cdot \sin(\varphi) & t_x \\ -s \cdot \sin(\varphi) & s \cdot \cos(\varphi) & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \tilde{\underline{p}}. \quad (\text{A.10})$$

A.2.3 Affine Transformationen

Die letzte Verallgemeinerung der Transformationen, die auch noch in euklidischen Koordinaten ausgedrückt werden kann, ist die in Abbildung A.1 (d) dargestellte affine Transformation

$$\tilde{\underline{p}}' \sim \mathbf{H}_A \cdot \tilde{\underline{p}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \underline{t} \\ \underline{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \tilde{\underline{p}}. \quad (\text{A.11})$$

Als weitere Freiheitsgrade kommen hier eine Scherung m und die Unterscheidung der Skalierung in zwei Richtungen s_x und s_y zum Tragen, die zusammen mit der Rotation die Matrix \mathbf{A} bilden:

$$\mathbf{A} = \overbrace{\begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}}^{\text{Rotation}} \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix}}^{\text{Skalierung}} \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}^{\text{Scherung}} = \begin{pmatrix} s_x \cdot \cos(\varphi) & m \cdot s_x \cdot \cos(\varphi) + s_y \cdot \sin(\varphi) \\ -s_x \cdot \sin(\varphi) & -m \cdot s_x \cdot \sin(\varphi) + s_y \cdot \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Die verbleibenden Invarianten sind die Parallelität von Geraden, die Längenverhältnisse auf parallelen Geraden und die Flächenverhältnisse.

A.2.4 Projektive Transformationen

Eine weitere Verallgemeinerung ist nur noch im projektiven Raum möglich, wo neben den bisherigen sechs noch zwei weitere projektive Freiheitsgrade $\underline{v} = (v_1, v_2)^T$ hinzukommen. Diese projektiven Transformationen werden auch als Homographien bezeichnet, Abbildung A.1 (e),

$$\tilde{\underline{p}}' \sim \mathbf{H}_P \cdot \tilde{\underline{p}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \underline{t} \\ \underline{v}^T & v^* \end{pmatrix} \cdot \tilde{\underline{p}}. \quad (\text{A.13})$$

Der neunte Parameter v^* der 3×3 Abbildungsmatrix \mathbf{H} ist durch die Äquivalenz von linear abhängigen Vektoren (Gleichung (A.6)) kein unabhängiger Freiheitsgrad. Da er allerdings auch den Wert null annehmen kann, ist es ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit nicht möglich, ihn wie bei der affinen Transformation zu eins zu setzen.

Die beiden projektiven Parameter v_1 und v_2 schaffen nun die Möglichkeit, Punkte, die im Unendlichen liegen, auf endliche Punkte abzubilden und anders herum:

$$\tilde{\underline{p}}'_{\infty} \sim \mathbf{H}_P \cdot \tilde{\underline{p}}_{\infty} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \underline{t} \\ \underline{v}^T & v^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ v_1 \cdot x_1 + v_2 \cdot x_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Die Skalierungskordinate $x'_3 = v_1 \cdot x_1 + v_2 \cdot x_2$ kann durch die Abbildung einen Wert ungleich Null annehmen.

Diese Eigenschaft ist nötig, um nicht parallele Geraden auf parallele abbilden zu können. Der Schnittpunkt der Geraden verschiebt sich dabei aus dem Endlichen ins Unendliche, wie es in Abbildung A.1 zwischen (e) und (d) geschieht. Dies ist bei der perspektivischen Entzerrung von Kamerabildern nötig.

A.3 Abbildung in der Lochkamera

Die Abbildung der Realität mittels Zentralprojektion in ein Kamerabild geschieht mittels der Homographie aus Gleichung (4.2). Der Aufbau dieser Abbildungsmatrix wird im folgenden Abschnitt nach [27, Abschnitt 1.3.1] Schritt für Schritt erläutert. Die Rücktransformation, die nötig ist, um aus den Bildkoordinaten reale Entfernungen bestimmen zu können, ist in Abschnitt 4.2 dargestellt. Außerdem sind alle Transformationsschritte in Abbildung 4.3 noch einmal zusammengefasst.

A.3.1 Intrinsische Kameraparameter

Das dreidimensionale Koordinatensystem, in dem alle Punkte beschrieben werden, hat seinen Ursprung zunächst im Kamerazentrum K und ist so orientiert, dass die Projektionsfläche, auch Bildebene genannt, normal zur Z -Achse steht. Diese wird auch als optische Achse bezeichnet. Der Schnittpunkt zwischen optischer Achse und Bildebene wird als Bildhauptpunkt HP bezeichnet. Der Abstand zwischen Kamerazentrum und Bildebene ist die Brennweite f . Diese Grundelemente sind in Abbildung 4.1 in schwarz dargestellt. In dieser Abbildung sind eine dreidimensionale Darstellung (a) und die beiden Ansichten (b) und (c) zusammengefasst.

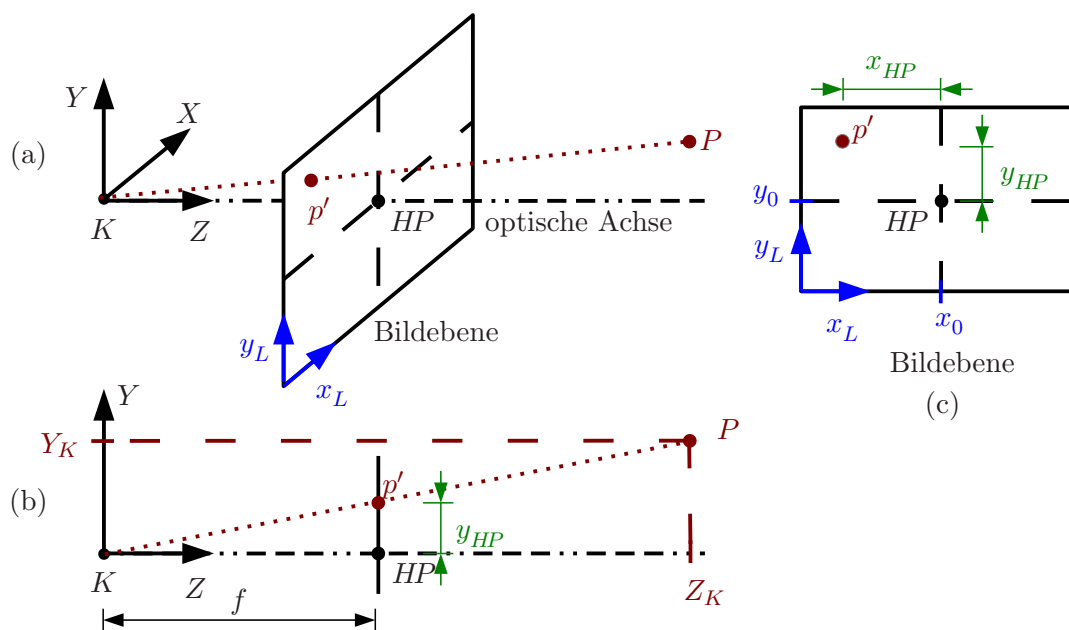


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung einer Lochkamera
 (a) Räumliche Darstellung
 (b) Längsschnitt (c) Querschnitt

Die Projektion \underline{p}' eines beliebigen Punktes $\underline{P} = (X_K, Y_K, Z_K)^T$ auf die Bildebene ist dort zu finden, wo die direkte Verbindungslinie zwischen Kamerazentrum K zum Punkt \underline{P} die Bildebene schneidet (rot dargestellt). In der Realität liegt die Bildebene hinter dem Kamerazentrum, was aber für die mathematischen Zusammenhänge äquivalent ist. Innerhalb der Bildebene kann die Position des Bildpunktes \underline{p}' durch das zweidimensionale Bildkoordinatensystem x_L/y_L (blau) beschrieben werden.

Auf den Bildhauptpunkt bezogen, lassen sich die Koordinaten des Bildpunktes über den Strahlensatz berechnen:

$$\frac{X_K}{Z_K} = \frac{x_{HP}}{f} \Leftrightarrow x_{HP} = \frac{f \cdot X_K}{Z_K} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{Y_K}{Z_K} = \frac{y_{HP}}{f} \Leftrightarrow y_{HP} = \frac{f \cdot Y_K}{Z_K}. \quad (\text{A.16})$$

Diese Größen sind in Abbildung 4.1 grün dargestellt. In projektiven Koordinaten ergeben sich die Koordinaten des Bildpunktes zu

$$\tilde{\underline{p}}_{HP}' = \begin{pmatrix} x_{HP} \\ y_{HP} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{f \cdot X_K}{Z_K} \\ \frac{f \cdot Y_K}{Z_K} \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} f \cdot X_K \\ f \cdot Y_K \\ Z_K \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Durch die Verwendung der homogenen Koordinaten ist es also möglich, die nichtlineare Projektion als Multiplikation einer Abbildungsmatrix mit einem Vektor in Kamerakoordinaten zu beschreiben. Im Gegensatz zu den im vorangegangenen Abschnitt A.2 aufgeführten, rein zweidimensionalen Abbildungen ist die Abbildungsmatrix der Zentralprojektion \mathbf{H}_{ZP} hier nicht mehr quadratisch und eine Invertierung somit nicht mehr direkt möglich.

$$\tilde{\underline{p}}_{HP}' \sim \begin{pmatrix} f \cdot X_K \\ f \cdot Y_K \\ Z_K \end{pmatrix} = \mathbf{H}_{ZP} \cdot \tilde{\underline{P}}_K = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Die Abbildungsmatrix \mathbf{H}_{ZP} lässt sich in zwei Anteile aufspalten. Zum einen in die quadratische Kameramatrix \mathbf{K} , die Eigenschaften der Kamera enthält und zum anderen in die Einheitsprojektionsmatrix \mathbf{H}_{IP} . Diese wiederum kann durch Zusammenfügen der Einheitsmatrix \mathbf{I} und des Nullvektors $\underline{0}$ erzeugt werden und dient auf diese Weise zur Reduzierung der Dimension.

$$\mathbf{H}_{ZP} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{H}_{IP} = \mathbf{K} \cdot (\mathbf{I}, \underline{0}) = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

Augenscheinlich fällt das Zentrum der Projektion, der Bildhauptpunkt, nicht mit dem Ursprung des Bildkoordinatensystems zusammen. Die nötige Verschiebung kann durch Hinzufügen der Translationsanteile

der Isometrie $\underline{t} = (x_0, y_0)^T$ (Abschnitt A.2.1) zur Kameramatrix problemlos realisiert werden:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} f & 0 & x_0 \\ 0 & f & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.20})$$

Bauartbedingt kann es vorkommen, dass die Pixel des Kamerasensors nicht ganz quadratisch sind. Im Modell kann dies durch unterschiedliche Brennweiten für die X - und Y -Richtung berücksichtigt werden. Außerdem besteht die Möglichkeit, dass die Bildebene nicht exakt orthogonal zur optischen Achse steht. Die hierdurch entstehende Verzerrung schlägt sich als Scherung in der Abbildung nieder. Die Skalierungen und die Scherung sind Anteile einer affinen Transformation und können Abschnitt A.2.3 entnommen werden. Für die Kamera ergibt sich damit insgesamt die Abbildungsmatrix zu

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} f_x & m & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{4.1})$$

Die Brennweiten f_x und f_y , der Scherungsparameter m sowie der Versatz des Bildhauptpunktes um x_0 und y_0 werden als die fünf intrinsischen (inneren) Kameraparameter bezeichnet. Durch sie ist die Abbildung vollständig beschrieben.

A.3.2 Extrinsische Kameraparameter

Bisher ist davon ausgegangen worden, dass der Koordinatenursprung im Kamerazentrum liegt und die Z -Achse senkrecht zur Bildebene verläuft. In der Praxis ist dies keine günstige Beschreibung, da der Kamerastandpunkt in der Regel willkürlich und ohne exakte Einmessung gewählt wird. Es wird also ein eigenes Weltkoordinatensystem mit Koordinatenrichtungen \underline{X}_G benötigt, welches in Bezug auf das Messobjekt sinnvoll gewählt werden kann. Wenn dies geschieht, wird eine Transformationsvorschrift von den Welt- in die Kamerakoordinaten benötigt. Dies ist eine dreidimensionale Isometrie \mathbf{H}_O , die durch drei Translationen und drei Rotationen, den insgesamt sechs so genannten extrinsischen (äußeren) Kameraparametern, definiert wird. Der Aufbau der Rotationsmatrix $\mathbf{R}(\varphi_X, \varphi_Y, \varphi_Z)$ aus Euler-Winkeln kann gängiger Literatur zu mathematischen Grundlagen wie [66, Kapitel 3.5.3.1] entnommen werden. Zusammen mit dem Translationsvektor $\underline{t} = (t_X, t_Y, t_Z)^T$ ergibt sich diese Koordinatentransformation zu

$$\underline{\tilde{P}}_K \sim \mathbf{H}_O \cdot \underline{\tilde{P}}_G = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \underline{t} \\ \underline{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.21})$$

Sie wird der gesamten Abbildung der Zentralprojektion vorgeschaltet und es ergibt sich als vollständige Abbildungsmatrix von dreidimensionalen Welt- auf zweidimensionale Bildkoordinaten

$$\mathbf{H}^* = \mathbf{K} \cdot (\mathbf{I}, \underline{0}) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \underline{t} \\ \underline{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \cdot (\mathbf{R}, \underline{t}) \quad (\text{4.2})$$

und somit die Abbildungsgleichung zu $\underline{\tilde{p}}' \sim \mathbf{H}^* \cdot \underline{\tilde{P}}_G$. (4.3)

Anhang B

Übersicht der iFEM-Matrizen

Die Tabellen B.1 bis B.3 sind [63, Anhang B] entnommen und ergänzt. Sie geben einen Überblick über die iFEM spezifischen Matrizen und Vektoren und ihre wichtigsten Eigenschaften. Ihre Herleitung und eine genauere Beschreibung ihrer Funktion können [63, Kapitel 2 und 3] entnommen werden.

Matrix	Bezeichnung	Größe	Transformation	Bestimmung
K	lineare Steifigkeitsmatrix	$[nV \times nV]$	$\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{T}$	$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \, dV$
H	Lastmatrix	$[nV \times nU]$	$\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{h}$	$\mathbf{h} = \int_V \Omega^T \cdot \mathbf{L}_u \, dV$
G	Elementparameter-Matrix	$[nV \times n\alpha]$	$\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{g}$	$\mathbf{g} = - \int_V \mathbf{B}^T \cdot \frac{\partial \mathbf{E}(\underline{\alpha})}{\partial \underline{\alpha}} \cdot \mathbf{B} \, dV \cdot \underline{V}$

Tabelle B.1: iFEM-Systemmatrizen

Matrix	Bezeichnung	Größe	Transformation	Bestimmung
Q_{vv}	Messungskosten-Matrix	$[nV \times nV]$	$\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{q}_{vv} \cdot \mathbf{T}$	$\mathbf{q}_{vv} = \Omega^T \cdot \mathbf{f}_v \cdot \Omega$
Q_{v̇v̇}	Geschwindigkeits-Messungskosten-Matrix	$[n\dot{V} \times n\dot{V}]$	$\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{q}_{\dot{v}\dot{v}} \cdot \mathbf{T}$	$\mathbf{q}_{\dot{v}\dot{v}} = \Omega^T \cdot \mathbf{f}_{\dot{v}} \cdot \Omega$
Q_{v̈v̈}	Beschleunigungs-Messungskosten-Matrix	$[n\ddot{V} \times n\ddot{V}]$	$\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{q}_{\ddot{v}\ddot{v}} \cdot \mathbf{T}$	$\mathbf{q}_{\ddot{v}\ddot{v}} = \Omega^T \cdot \mathbf{f}_{\ddot{v}} \cdot \Omega$
Q_{uu}	Lastkosten-Matrix	$[nU \times nU]$	/	$\mathbf{q}_{uu} = \int_V \mathbf{L}_u^T \cdot \mathbf{f}_{uu} \cdot \mathbf{L}_u \, dV$
Q_{αα}	Parameterkosten-Matrix	$[n\alpha \times n\alpha]$	/	$\mathbf{q}_{\alpha\alpha} = \int_V \mathbf{L}_\alpha^T \cdot \mathbf{f}_{\alpha\alpha} \cdot \mathbf{L}_\alpha \, dV$
Q_{ff}	Frequenz-Messungskosten-Matrix	$[nf \times nf]$	/	$\mathbf{Q}_{ff} = \text{diag}(\underline{f}_f)$

Q_{v̇v̇}, **Q_{v̈v̈}**, **Q_{vu}**, **Q_{vα}**, **Q_{v̇v̇}**, **Q_{v̇u}**, **Q_{v̇α}**, **Q_{v̈v̈}**, **Q_{v̈u}**, **Q_{v̈α}**, und **Q_{uα}**: Korrelationsmatrizen, jeweils **0**

Tabelle B.2: iFEM-Kostenmatrizen

Vektor	Bezeichnung	Größe	Transformation	Bestimmung
\underline{P}	Lastvektor	$[nV \times 1]$	$\mathbf{T}^T \cdot \underline{p}$	$\underline{p} = \int_V \boldsymbol{\Omega}^T \cdot \underline{q} \, dV$
\underline{Q}_v	Messwert-Vektor	$[nV \times 1]$	$\mathbf{T}^T \cdot \underline{q}_v$	$\underline{q}_v = -\boldsymbol{\Omega} \cdot \underline{\mathbf{f}}_v \cdot \underline{m}$
$\underline{Q}_{\dot{v}}$	Geschwindigkeits-Messwert-Vektor	$[n\dot{V} \times 1]$	$\mathbf{T}^T \cdot \underline{q}_{\dot{v}}$	$\underline{q}_{\dot{v}} = -\boldsymbol{\Omega} \cdot \underline{\mathbf{f}}_{\dot{v}} \cdot \underline{m}$
$\underline{Q}_{\ddot{v}}$	Beschleunigungs-Messwert-Vektor	$[n\ddot{V} \times 1]$	$\mathbf{T}^T \cdot \underline{q}_{\ddot{v}}$	$\underline{q}_{\ddot{v}} = -\boldsymbol{\Omega} \cdot \underline{\mathbf{f}}_{\ddot{v}} \cdot \underline{m}$
\underline{Q}_u	Last-Ziel-Vektor	$[nU \times 1]$	$\mathbf{0}$, da bereits in \underline{P} enthalten	
\underline{Q}_α	Parameter-Ziel-Vektor	$[n\alpha \times 1]$	$\mathbf{0}$, da bereits in Modellierung enthalten	
\underline{Q}_f	Frequenz-Ziel-Vektor	$[nf \times 1]$	/	$\underline{Q}_f = \underline{f}_f \circ \underline{m}_f$

Tabelle B.3: iFEM-Vektoren

Anhang C

Weitere Darstellungen zu den iFEM-Berechnungen aus Abschnitt 14.6.1

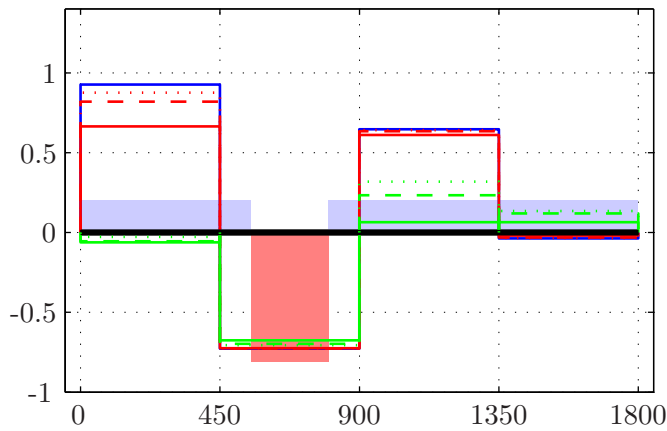
Die Berechnungsergebnisse zur Bestimmung von Ort und Größe der Schädigung von Versuchsstand I aus Abschnitt 14.6.1 sind in den Abbildungen C.1 bis C.5 zusammengestellt. Für die Berechnung mit synthetischen Messwerten befinden sich in den Abbildungen C.1 und C.2 in der linken Spalte die Berechnungen mit 35 Verschiebungsmessungen und in der rechten die mit vier. Zeilenweise unterscheiden sich die Verteilungen der Strukturparameter. Die drei Kombinationen von Kostenfaktoren nach Tabelle 14.6 sind farblich unterschieden und die drei Laststufen durch den Linienstil. Der tatsächliche Zustand ist ausgefüllt im Hintergrund dargestellt. Rechenläufe, bei denen keine Konvergenz erreicht wird, sind nicht dargestellt.

In den Abbildungen C.3 bis C.5 ist die klassische iFEM der Methode der direkten Optimierung bei Verwendung realer Messwerte gegenüber gestellt. Zur besseren Übersicht sind die Ergebnisse für die unterschiedlichen Kostenfaktoren in separaten Abbildungen zu finden. Jede der drei Laststufen wird einmal wiederholt, um den Einfluss der Größe der Last und Streuungen der Messung auseinanderhalten zu können.

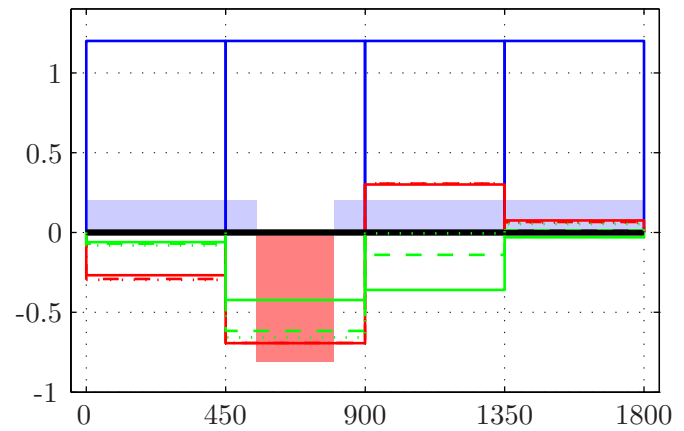
Klassische iFEM-Berechnung mit synthetischen Messwerten

35 Verformungsmessungen

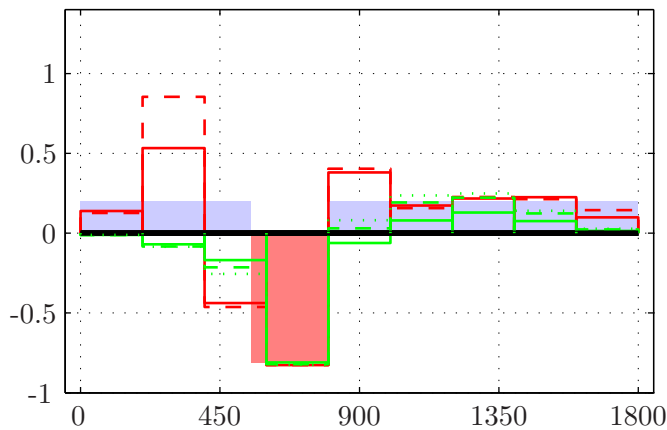
3 Verformungsmessungen



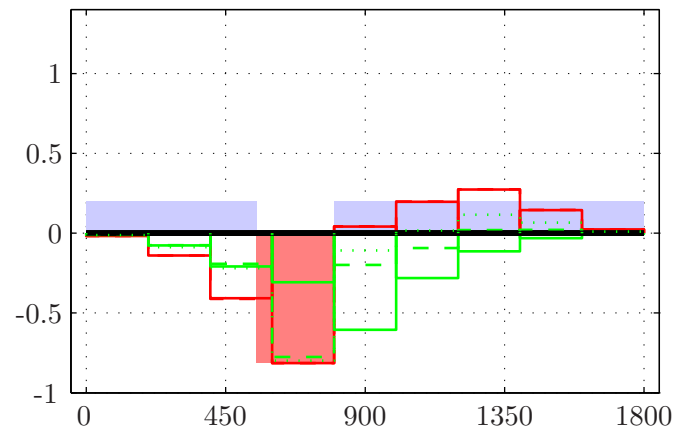
(a) 4 Bereiche, 35 Messungen



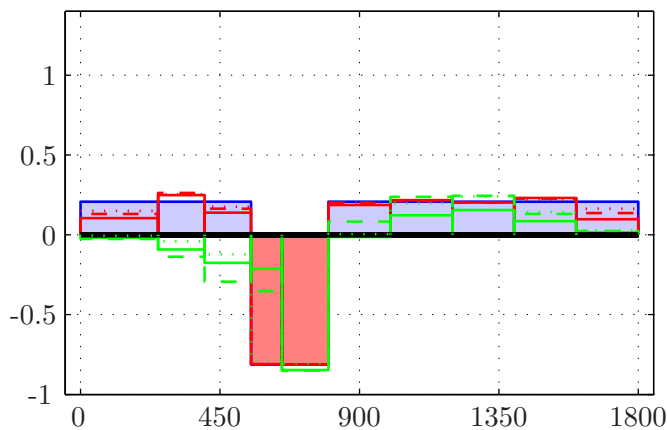
(b) 4 Bereiche, 3 Messungen



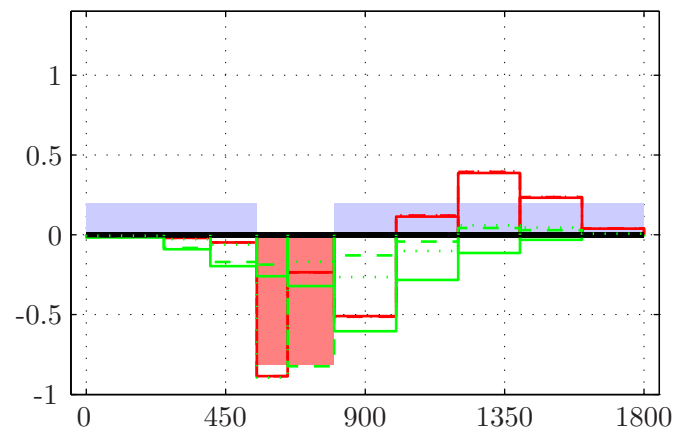
(c) 9 Bereiche, 35 Messungen



(d) 9 Bereiche, 3 Messungen



(e) 10 Bereiche, 35 Messungen



(f) 10 Bereiche, 3 Messungen

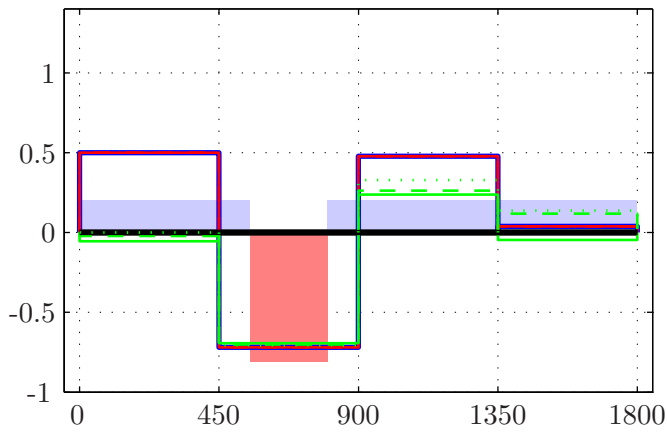
Farben: — Kostenfaktoren 1 — Kostenfaktoren 2 — Kostenfaktoren 3 nach Tabelle 14.6
 Linienstil: — $F = 12,6 \text{ N}$ - - $F = 23,5 \text{ N}$ - - - $F = 36,2 \text{ N}$

Abbildung C.1: Klassische iFEM-Untersuchung an Versuchsstand I mit synthetischen Messwerten
 Strukturparameter α [-] aufgetragen über der Position im Biegebalken [mm]

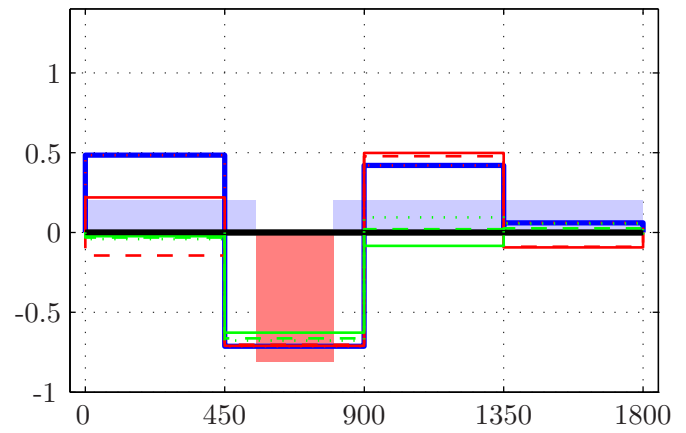
Direkte Optimierung mit synthetischen Messwerten

35 Verformungsmessungen

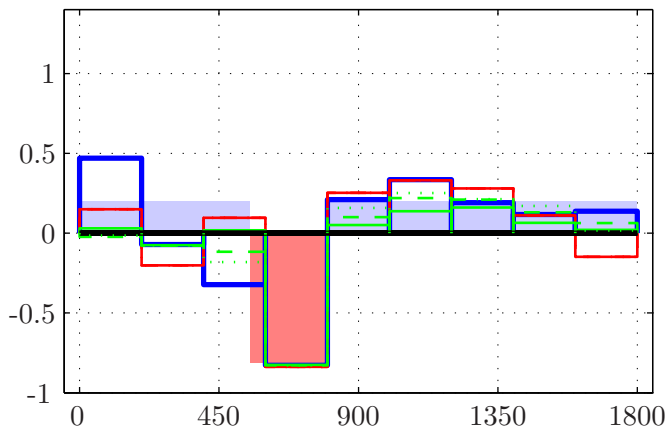
3 Verformungsmessungen



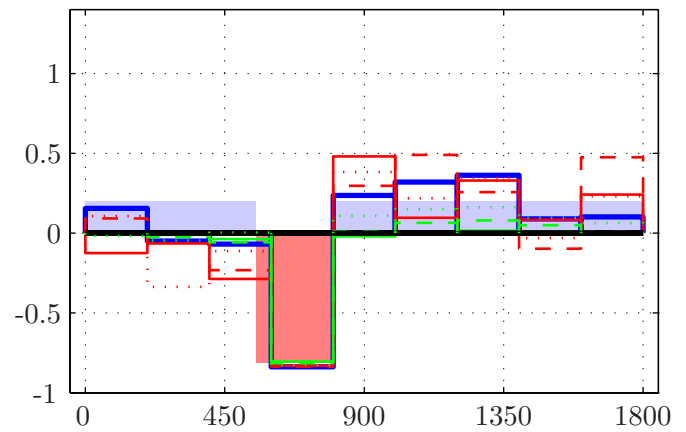
(a) 4 Bereiche, 35 Messungen



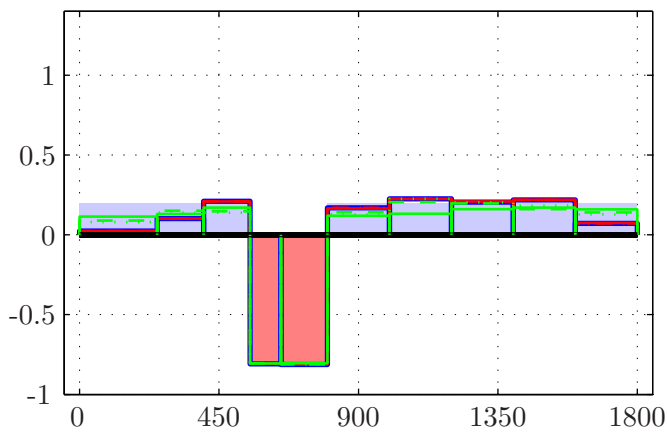
(b) 4 Bereiche, 3 Messungen



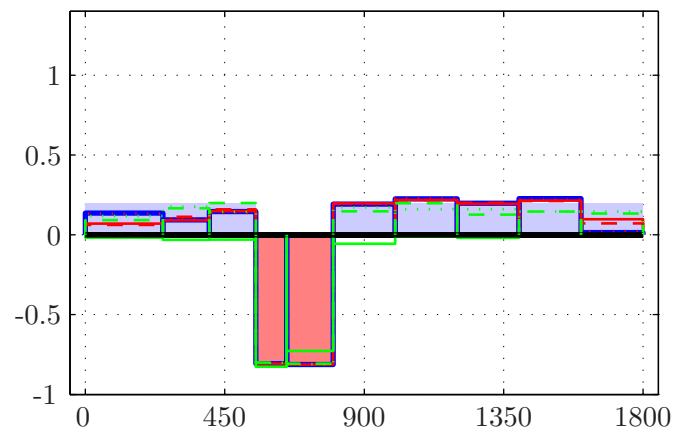
(c) 9 Bereiche, 35 Messungen



(d) 9 Bereiche, 3 Messungen



(e) 10 Bereiche, 35 Messungen

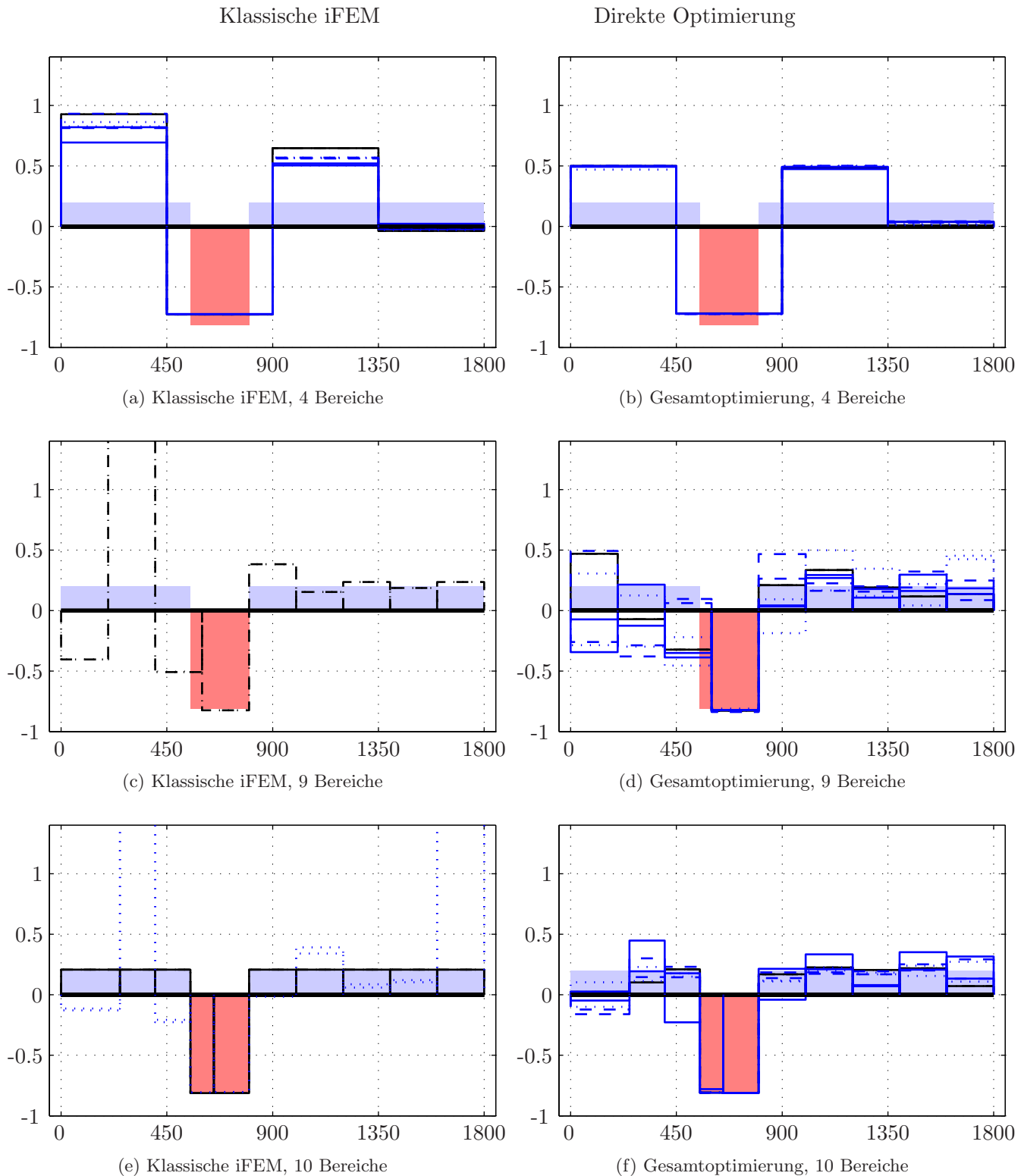


(f) 10 Bereiche, 3 Messungen

Farben: — Kostenfaktoren 1 — Kostenfaktoren 2 — Kostenfaktoren 3 nach Tabelle 14.6
 Linienstil: — $F = 12,6 \text{ N}$ - - $F = 23,5 \text{ N}$ - - - $F = 36,2 \text{ N}$

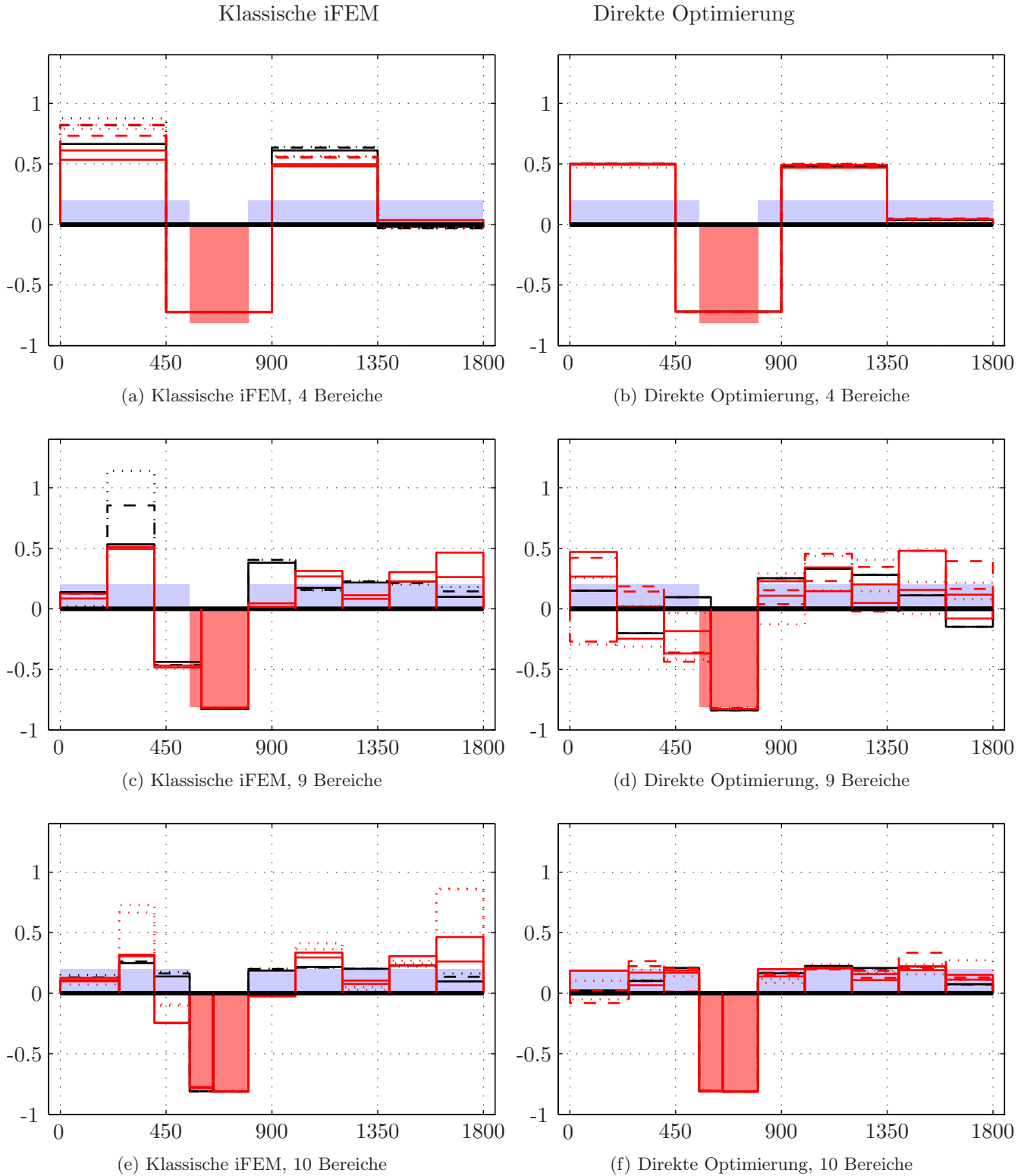
Abbildung C.2: direkte Optimierung an Versuchsstand I mit synthetischen Messwerten
 Strukturparameter α [-] aufgetragen über der Position im Biegebalken [mm]

Gegenüberstellung von klassischer iFEM-Berechnung und direkter Optimierung mit realen Messwerten an 35 Messstellen



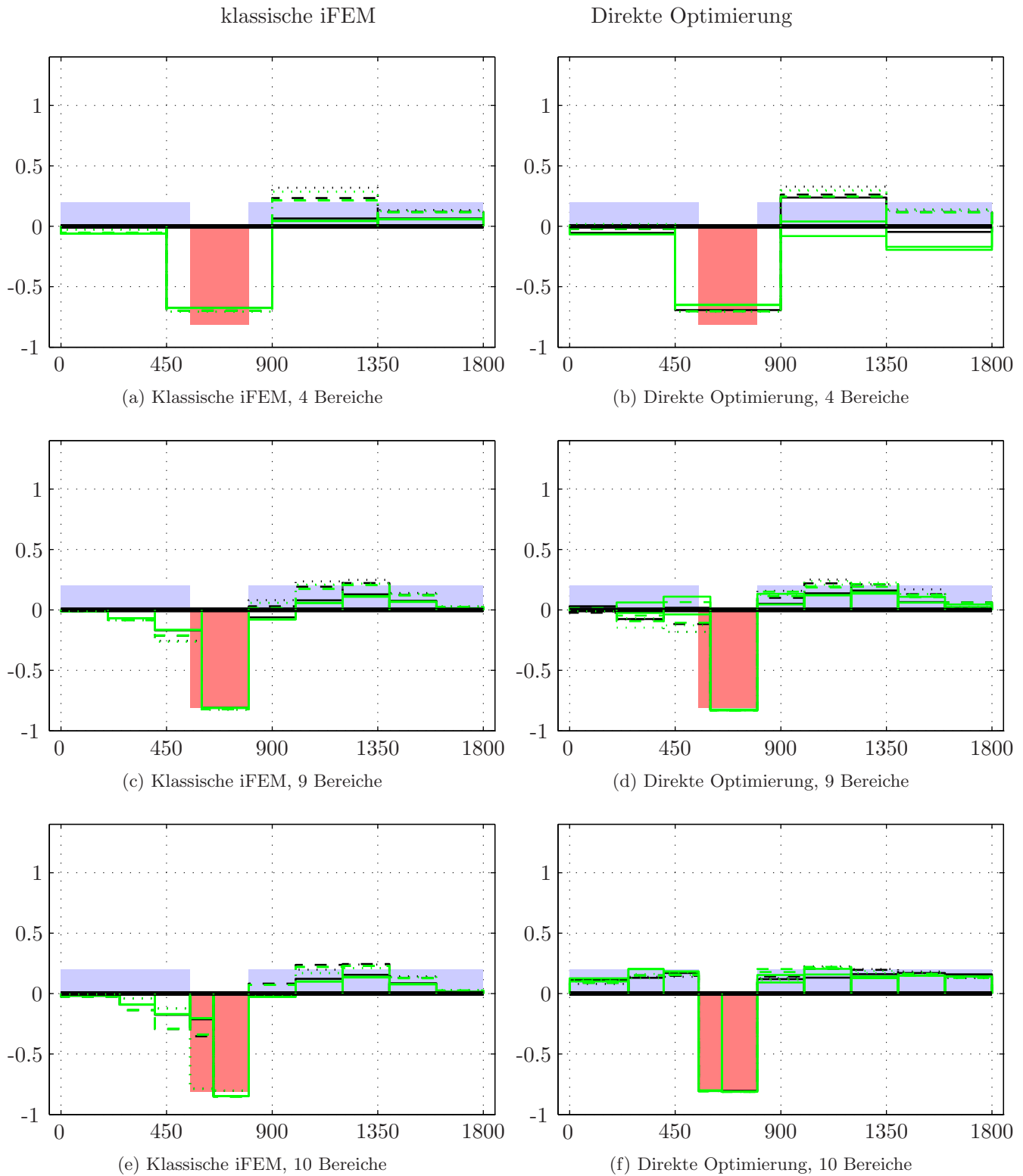
Farben: — Kostenfaktoren 1 nach Tabelle 14.6 — Zugehöriges Ergebnis mit synth. Messwerten
 Linienstil: — $F = 12,6 \text{ N}$ - - $F = 23,5 \text{ N}$ - - - $F = 36,2 \text{ N}$

Abbildung C.3: Klassische iFEM-Berechnung ↔ Direkte Optimierung mit Kostenfaktoren 1
 Strukturparameter α [-] aufgetragen über der Position im Biegebalken [mm]



Farben: — Kostenfaktoren 1 nach Tabelle 14.6 — Zugehöriges Ergebnis mit synth. Messwerten
 Linienstil: $F = 12,6 \text{ N}$ $F = 23,5 \text{ N}$ $F = 36,2 \text{ N}$

Abbildung C.4: Klassische iFEM-Berechnung \leftrightarrow Direkte Optimierung mit Kostenfaktoren 2
 Strukturparameter α [-] aufgetragen über der Position im Biegebalken [mm]



Farben: — Kostenfaktoren 1 nach Tabelle 14.6 — Zugehöriges Ergebnis mit synth. Messwerten
 Linienstil: — $F = 12,6 \text{ N}$ - - $F = 23,5 \text{ N}$ - - - $F = 36,2 \text{ N}$

Abbildung C.5: Klassische iFEM-Berechnung ↔ Direkte Optimierung mit Kostenfaktoren 3
 Strukturparameter α [-] aufgetragen über der Position im Biegebalken [mm]