



FACHBEREICH C – MATHEMATIK UND NATURWISSENSCHAFTEN
BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Kinematische Verteilungen bei der Higgsproduktion im Standardmodell und seiner supersymmetrischen Erweiterung

Marius Wiesemann

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)
des Fachbereichs C - Mathematik und Naturwissenschaften
der Bergischen Universität Wuppertal

Juli 2013

Die Dissertation kann wie folgt zitiert werden:

urn:nbn:de:hbz:468-20130917-150140-2

[<http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn%3Anbn%3Ade%3Ahbz%3A468-20130917-150140-2>]

1. Gutachter

Prof. Dr. Robert Harlander
(Bergische Universität Wuppertal)

2. Gutachter

Prof. Dr. Michael Krämer
(RWTH Aachen)

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| Einführung: Historie des Higgsteilchens | 1 |
| I Theoretischer Hintergrund | 5 |
| 1 Grundlagen | 7 |
| 1.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik | 7 |
| 1.2 Das minimal supersymmetrische Standardmodell | 19 |
| 2 Störungstheorie | 23 |
| 2.1 Der Wirkungsquerschnitt | 23 |
| 2.2 Berechnung von Wirkungsquerschnitten | 25 |
| 2.3 Subtraktionsmethode | 32 |
| 2.4 Jet-Algorithmen | 36 |
| 2.5 Effektive Theorie der Gluonfusion | 40 |
| 2.6 Asymptotische Entwicklung | 41 |
| 3 Resummierung des Transversalimpulses | 45 |
| 3.1 Der Sudakov-Faktor | 45 |
| 3.2 NLL-Koeffizienten | 50 |
| 3.2.1 Extrahierung der NLL-Koeffizienten | 50 |
| 3.2.2 Koeffizienten für $b\bar{b} \rightarrow H$ | 55 |
| 3.2.3 Koeffizienten für $gg \rightarrow H$ | 56 |
| 3.3 NNLL-Koeffizienten | 56 |
| 3.3.1 Bestimmung von $\mathcal{H}^{(2)}$ | 56 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 3.3.2 | Koeffizienten für $b\bar{b} \rightarrow H$ | 59 |
| II | Higgsproduktion im Standardmodell | 61 |
| 4 | Gluonfusion | 63 |
| 4.1 | Definition und historischer Hintergrund | 63 |
| 4.2 | Validierung der effektiven Theorie | 66 |
| 4.2.1 | Top-Masseneffekte kinematischer Verteilungen bis $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$ | 66 |
| 4.2.2 | Masseneffekte bei kleinem Transversalimpuls auf LO+NLL | 78 |
| 5 | Higgsstrahlung | 93 |
| 5.1 | Definition und historischer Hintergrund | 93 |
| 5.2 | Top-Beiträge der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2 g^3 y_t)$ | 94 |
| III | Higgsproduktion im MSSM | 103 |
| 6 | Bottom-Annihilation | 105 |
| 6.1 | Definition und historischer Hintergrund | 105 |
| 6.2 | Higgs+Jet-Produktion | 109 |
| 6.2.1 | Kinematische Verteilungen des Higgsteilchens | 109 |
| 6.2.2 | Higgs+ n -Jet-Wirkungsquerschnitt | 115 |
| 6.2.3 | Higgs+ nb -Jet-Wirkungsquerschnitt | 123 |
| 6.2.4 | Schlussfolgerungen | 128 |
| 7 | Kleiner Transversalimpuls und Resummierung | 131 |
| 7.1 | Gluonfusion bis LO+NLL | 131 |
| 7.2 | Bottom-Annihilation bis NLO+NNLL | 135 |
| | Schlussfolgerungen | 141 |
| | Anhang | 143 |
| A | Grundlagen perturbativer QCD | 143 |
| A.1 | Massenfaktorisierung | 143 |
| A.2 | Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktionen | 146 |

| | | |
|----------|---|------------|
| A.3 | Faltungen und der Mellin-Raum | 147 |
| B | Ergänzende Informationen und Berechnungen | 149 |
| B.1 | LO- p_T -Verteilung von $b\bar{b} \rightarrow gH$ | 149 |
| B.2 | Virtuelle Korrekturen zu $b\bar{b} \rightarrow H$ | 151 |
| B.3 | Plusdistributionen und logarithmische Struktur | 152 |
| B.4 | Resummierungskoeffizienten | 155 |
| B.5 | Hart-kollineare Funktion des bg -Kanals | 156 |
| B.6 | Skalenänderung bei der Resummierung | 158 |
| | Abbildungsverzeichnis | 163 |
| | Literaturverzeichnis | 165 |

Einführung: Historie des Higgsteilchens

Die Suche nach dem Higgsteilchen beschäftigt Physiker in der Teilchenphysik seit nunmehr über 20 Jahren. Dessen Entdeckung oder Ausschluss war eines der wichtigsten Ziele beim Bau der größten Maschine der Welt, dem Large Hadron Collider (LHC), einem Teilchenbeschleuniger an der Großforschungseinrichtung der Europäischen Organisation für Kernforschung (CERN) in Genf. Am 4. Juli 2012 verkündeten die Kollaborationen der beiden Experimente ATLAS [1] und CMS [2] in einem Vortrag am CERN die signifikante Messung (5σ) eines neuen skalaren Teilchens mit einer Masse von ≈ 125 GeV. Dass das Higgsteilchen damit gefunden ist, entspricht der weitläufigen Meinung unter Teilchenphysikern. Die Signifikanz der Resonanz des gemessenen skalaren Teilchens hat sich seit dessen Fund kontinuierlich vergrößert.¹ Außerdem deuten die Ergebnisse in den verschiedenen Zerfallskanälen verglichen mit den theoretischen Vorhersagen (vgl. Abb. 1) eindeutig darauf hin, dass dieses skalare Teilchen das vom Standardmodell der Teilchenphysik (SM) postulierte Higgsboson ist, welches die elektro-schwache Symmetrie bricht. Vor dessen Entdeckung war das Higgsboson das vielleicht am besten studierte Teilchen ohne experimentellen Nachweis in der Geschichte der theoretischen Teilchenphysik.

Anstatt jedoch die Geschichte des Higgsteilchens von hinten aufzurollen, gehen wir doch chronologisch vor: 1964 entwickelten die Physiker François Englert und Robert Brout, Gerald Guralnik, Carl Hagen und Tom Kibble sowie Peter Higgs mehr oder weniger unabhängig voneinander einen Mechanismus, der es erlaubt auf dynamische Weise den Eichbosonen einer Theorie durch spontane Symmetriebrechung Masse zu verleihen [5–8]. Das skalare Teilchen, welches dabei zur Brechung der Eichsymmetrie eingeführt wird, nennen wir heute Higgs und den Mechanismus entsprechend Higgsmechanismus. Ursprünglich wurde dieser Mechanismus für abelsche Eichtheorien formuliert. 1967 gelang es jedoch Tom Kibble ihn auf Yang-Mills-Theorien (nicht-abelsch) zu erweitern [9]. In der sogenannten GWS-Theorie [10–12], welche zur Beschreibung der elektro-schwachen Wechselwirkung entwickelt wurde und nach Sheldon Glashow, Steven Weinberg und Abdus Salam benannt ist, wurde der Higgsmechanismus verwendet, um den W - und Z -Bosonen Masse zu verleihen. Alle drei erhielten dafür 1979 den Nobelpreis. Die große Masse der W - und Z -Bosonen wur-

¹siehe Ref. [3, 4] für neuste Resultate

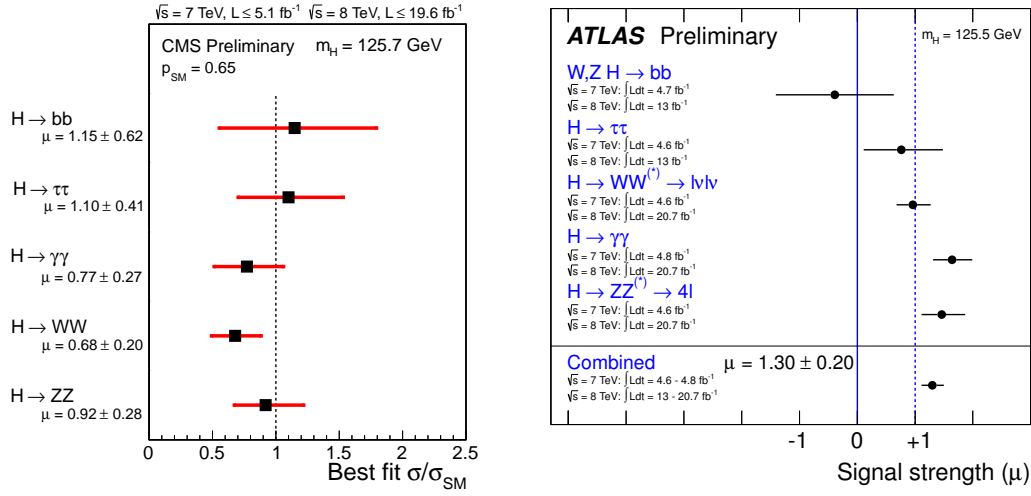


Abbildung 1: Vergleich der experimentellen Ergebnisse der Higgswirkungsquerschnitte in verschiedenen Zerfallskanälen mit der SM-Vorhersage; links: CMS [4]; rechts: ATLAS [3]; die Punkte geben die Messpunkte an und die Balken deren Unsicherheit.

de 1983 und 1984 in direkten Messungen am CERN experimentell bestätigt. Dafür erhielten Carlo Rubbia und Simon van der Meer 1984 ebenfalls den Nobelpreis.

Die GWS-Theorie bildet zusammen mit der Quantenchromodynamik das Standardmodell der Teilchenphysik. Neben den W - und Z -Bosonen wird auch die Masse aller Fermionen durch die Wechselwirkung mit dem Higgsfeld erklärt. Nachdem 1995 die Existenz des Top-Quarks am Teilchenbeschleuniger Tevatron des Fermilabs in den USA experimentell bestätigt wurde [13, 14] und 2000 ebenfalls am Fermilab das Tau-Neutrino im DONUT-Experiment nachgewiesen wurde [15], verblieb das Higgs als einziges Teilchen des Standardmodells ohne experimentellen Nachweis. In den Folgejahren entwickelte sich die Higgsuche somit zu einer der zentralen Aufgaben der Teilchenphysik. Dazu wurden theoretische Berechnungen für die Produktions- und Zerfallswirkungsquerschnitte des Higgsteilchens durchgeführt, welche durch hochanspruchsvolle Methoden im Laufe der Jahre zu äußerst präzisen Vorhersagen geführt haben. Der aktuelle Stand der Präzisionsrechnungen der letzten Jahre ist in Ref. [16–18] zusammengetragen.

Aus der Higgsuche am Teilchenbeschleuniger Large Electron-Positron Collider (LEP) des CERNs folgte 2003 eine Ausschlussgrenze² für die Masse des Higgsbosons. Demnach musste das Higgs mindestens eine Masse von 114.4 GeV aufweisen [19]. Noch bevor die Experimente am LHC zu relevanten Ergebnissen gelangen konnten, wurde

²Die in dieser Arbeit zitierten Ausschlussgrenzen, gelten stets für 95% C.L. (engl.: „confidence level“).

2010 von den Experimenten CDF und D0 am Tevatron ein weiterer Massenbereich von 156–175 GeV ausgeschlossen [20]. In den beiden darauf folgenden Jahren präsentierten ATLAS und CMS am LHC dann eine rasant wachsende Eingrenzung des verbliebenen Massenbereichs des Higgsbosons. Der letzte offizielle Ausschluss ließ für kleine Higgsmassen nur noch ein Massenfenster von 116.6 – 119.4 GeV und 122.1 – 129.2 GeV (ATLAS [21]) bzw. 114.4 – 127 GeV (CMS [22]) zu. Darauf folgte die erste Messung eines skalaren Elementarteilchens³ in der Geschichte der Teilchenphysik mit einer Masse von ≈ 125 GeV [1, 2], welche wir oben bereits angesprochen haben.

Seit dessen Messung verdeutlichen sich die Anzeichen, dass dieses Teilchen für die elektro-schwache Symmetriebrechung verantwortlich ist. In Abb. 1 zeigt sich zudem, dass es aller Voraussicht nach das SM-Higgs ist. Die Datenpunkte in Abb. 1 geben den gemessenen Wirkungsquerschnitt geteilt durch die Vorhersage im Standardmodell an. Demnach entspricht die gestrichelte Linie beim Wert eins dem SM. Für beide Experimente weicht unter Berücksichtigung der Unsicherheiten keiner der Datenpunkte weit von eins ab. Insbesondere haben die vorhandenen Abweichungen keine hinreichende statistische Signifikanz, womit das gemessene Teilchen vollkommen kompatibel mit dem SM-Higgs ist.

Dennoch lässt Abb. 1 zumindest etwas Spielraum für Theorien jenseits des Standardmodells. Weil solche Theorien in der Regel das SM für kleine Energien beinhalten, kommt es außerdem vor, dass eine Erweiterung des SMs bei LHC-Energien ähnliche Ergebnisse liefert. Somit kann das gemessene skalare Teilchen zwar verantwortlich für die Brechung der elektro-schwachen Symmetrie, aber eingebettet in eine andere Theorie sein. Daher ist die weitere Eingrenzung der Eigenschaften dieses Teilchens besonders wichtig. Entscheidend ist dabei neben genaueren Messungen vor allem auch die Präzision der theoretischen Vorhersagen. Während für die Entdeckung des Higgsteilchens der totale Wirkungsquerschnitt Verwendung fand, geben differentielle Verteilungen, sobald genügend Statistik vorhanden ist, Aufschluss über die verschiedenen Teilcheneigenschaften. Das Ziel ist es, das Teilchen dadurch einer Theorie zuzuweisen.

Beispielsweise ist die Supersymmetrie [23] eine beliebte Erweiterung des Standardmodells. Auch wenn es keinerlei experimentelle Hinweise gibt, existieren verschiedene Gründe, warum Supersymmetrie eine Symmetrie der Natur sein könnte. Aufgrund der hohen Anzahl von Parametern des minimal supersymmetrischen Standardmodells (MSSM) sind alle bisherigen Higgsmessungen ebenfalls mit dem MSSM kompatibel. Differentielle Observablen könnten es somit ermöglichen die Vorhersagen beider Theorien voneinander zu trennen.

In dieser Arbeit präsentieren wir Präzisionsrechnungen der wichtigsten Higgsproduktionsprozesse im SM und MSSM. Dabei konzentrieren wir uns vor allem auf die Berechnung differentieller Observablen. Insbesondere betrachten wir Verteilungen bezüglich des Transversalimpulses des Higgsbosons, welche wir bis zu allen Ordnungen in der Störungstheorie resumieren. Dabei analysieren wir im SM die Masseneff-

³Es wird angenommen, dass das gefundene skalare Teilchen elementar ist.

unkte schwerer Quarks auf den Produktionsprozess der Gluonfusion und im MSSM präsentieren wir die erste Resummierung bis zur nächst-nächst-führenden logarithmischen Genauigkeit (NNLL) im Prozess der Bottom-Annihilation.⁴ Weitere Aspekte dieser Arbeit sind die Berechnung bisher unbekannter Korrekturen zum Prozess der Higgsstrahlung im SM und die Bestimmung von Jet-Wirkungsquerschnitten bei der Higgsproduktion im MSSM.

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert: Teil I bildet die theoretische Basis der Teile II und III. Dazu werden das SM und das MSSM eingeführt (Kap. 1), die Grundlagen der Störungstheorie erläutert (Kap. 2) und der Formalismus zur Transversalimpulsresummierung definiert (Kap. 3). In Teil II behandeln wir dann zwei Prozesse der Higgsproduktion im SM, die Gluonfusion (Kap. 4) und die Higgsstrahlung (Kap. 5). Teil III bildet mit der Higgsproduktion im MSSM den Abschluss dieser Arbeit. Dort präsentieren wir Resultate für die Produktion eines Higgsbosons in Bottom-Annihilation gemeinsam mit einer vorgegeben Anzahl von Jets (Kap. 6). Außerdem führen wir die Transversalimpulsresummierung für beide dominanten Prozesse des MSSMs durch (Kap. 7).

⁴Wir beschränken uns in dieser Arbeit darauf, erste Ergebnisse für den partonischen Kanal mit einem Bottom- und einem Antibottom-Quark zu zeigen.

Teil I

THEORETISCHER HINTERGRUND

- Kapitel 1 -

Grundlagen

1.1 DAS STANDARDMODELL DER TEILCHENPHYSIK

Das Standardmodell der Teilchenphysik (SM) beschreibt alle uns bekannten fundamentalen Teilchen und deren Wechselwirkungen untereinander. Fundamental bedeutet in dem Zusammenhang, dass diese Teilchen nach dem heutigen Kenntnisstand nicht aus kleineren Teilchen zusammengesetzt sind, sondern die kleinsten Teilchen der Materie darstellen. Es sind 61 fundamentale Teilchen bekannt. Die gesamte sichtbare Materie setzt sich aus diesen zusammen.¹ Teilchen wie das Proton, das Neutron oder die Pionen sind beispielsweise keine fundamentalen Teilchen, da sie aus den sogenannten Quarks, welche fundamental sind, zusammengesetzt sind.

Betrachtet man einen Stoßprozess zweier zusammengesetzter Teilchen mit hinreichend hoher Energie, so lässt sich dieser im Prinzip durch die Wechselwirkung von fundamentalen Teilchen beschreiben. Diese Wechselwirkung ist durch folgende drei Grundkräfte gegeben: die elektro-magnetische, die schwache und die starke Kraft. Die vierte Grundkraft, die Gravitationskraft, findet im Standardmodell der Teilchenphysik keine Berücksichtigung. Die Gravitation ist bei Stoßprozessen unter fundamentalen Teilchen ohnehin so schwach, dass sie nicht beobachtbar ist.

Alle uns bekannten fundamentalen Teilchen sind in Abb. 1.1 gegeben.² Die Eigenschaften, welche diese Teilchen voneinander unterscheiden, ergeben sich aus den verschiedenen Quantenzahlen: Ladung bzgl. der verschiedenen Kräfte, Spin und Masse. Dabei werden die Teilchen aufgrund des Spins zunächst zwei Gruppen zugeordnet: Die Fermionen (grün und lila) sind Teilchen mit halbzahliger Spin-Quantenzahl und die Bosonen (rot und gelb) haben einen ganzzahligen Spin. Zu den Fermionen gehören

¹Dunkle Materie und Energie werden in dieser Arbeit nicht behandelt.

²Die Frage wieso in dieser Graphik lediglich 17 Teilchen gezeigt werden, während es 61 fundamentale Teilchen gibt, wird bis zum Ende dieses Abschnitts geklärt.

einerseits die Leptonen (grün), welche ausschließlich elektro-schwach³ wechselwirken, wie das Elektron. Andererseits gibt es Fermionen, die außerdem der starken Kraft unterliegen, die Quarks (lila).

Die Fermionen werden entsprechend Abb. 1.1 in drei sogenannte Familien unterteilt. Diese Unterteilung ist anhand der Masse von leicht nach schwer geordnet. Jede Familie enthält vier Teilchen bestimmter Eigenschaft: Ein negativ geladenes Lepton, im Falle der ersten Familie ist dies das Elektron; zudem ein ausschließlich schwach wechselwirkendes Lepton, ein sogenanntes Neutrino. Neutrinos haben eine extrem kleine Masse.⁴ Das Neutrino der ersten Familie beispielsweise ist das Elektron-Neutrino. Außerdem enthält jede Familie zwei Quarks. Eines mit Ladung $+2/3$ und eines mit $-1/3$. Im Falle der ersten Familie sind dies das Up- und das Down-Quark. Um die uns umgebene Materie zu beschreiben reichen im Wesentlichen die fundamentalen Teilchen der ersten Familie. Die beiden anderen Teilchenfamilien sind, weil ihre Teilchen schwerer sind, nur bei höheren Energien beobachtbar. Sie entstehen beispielsweise bei Streuprozessen in Teilchenbeschleunigern, der Atmosphäre oder in der Sonne. Die beiden schwersten Fermionen sind die beiden Quarks der dritten Familie: das Bottom- und das Top-Quark. Diese werden aufgrund ihrer hohen Masse im weiteren Verlauf dieser Arbeit eine zentrale Rolle spielen. Da es in dieser Arbeit um die Produktion eines Higgsteilchens bei Beschleunigerexperimenten geht, liegt der Grund dafür bei den Eigenschaften der Wechselwirkung des Higgsteilchens, welches nach Abb. 1.1 ebenfalls Bestandteil des Standardmodells der Teilchenphysik ist.

Das Higgsteilchen (gelb) ist ein Boson. Es hat den Spin null und ist damit das einzige skalare Teilchen des Standardmodells. Das Higgs hat eine besondere Aufgabe im Standardmodell: Es verleiht allen massiven fundamentalen Teilchen ihre Masse. Die Kopplung⁵ des Higgsteilchens an andere Teilchen ist proportional zu der Teilchenmasse. Daher haben Top- und Bottom-Quarks die größte Higgskopplung aller Fermionen.

In Abb. 1.1 ist die Hälfte aller Fermionen nicht enthalten. Denn jedes Fermion hat ein sogenanntes Antiteilchen. Diese Antiteilchen haben die identische Masse und Spin, jedoch die entgegengesetzte Ladung. So ist z. B. das positiv geladene Positron das Antiteilchen des Elektrons. Treffen ein Teilchen und sein Antiteilchen aufeinander, kann eine Annihilation stattfinden. Dabei vernichten sich beide Teilchen und ein neues Teilchen entsteht, welches die gesamte Energie des Streuprozesses trägt. Dabei ist zu beachten, dass Energie und Masse äquivalent sind. Umgekehrt kann gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation eine bestimmte Menge Energie für eine genügend kurze Zeit dem Vakuum entliehen werden, um ein Teilchen-Antiteilchen-Paar zu erzeugen. Dementsprechend entstehen in einem Vakuum fortwährend Teilchen-

³Mit elektro-schwach ist die Vereinheitlichung der elektro-magnetischen und schwachen Kraft gemeint. Soweit nicht explizit angegeben, vernachlässigen wir hier und im Folgenden die Gravitation, weil sie kein Bestandteil des Standardmodells ist.

⁴Historisch bedingt werden im Standardmodell der Teilchenphysik Neutrinos als masselos beschrieben.

⁵Die Kopplung ist ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung.

Drei Generationen
der Materie (Fermionen)

| | I | II | III | | |
|--------|---|---|---|--|----------------------------|
| Masse | 2,4 MeV | 1,27 GeV | 171,2 GeV | 0 | 125 GeV |
| Ladung | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 0 | 0 |
| Spin | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 |
| Name | u up | c charm | t top | γ Photon | H Higgs Boson |
| Quarks | 4,8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ d down | 104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ s strange | 4,2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ b bottom | 0 0 1 g Gluon | |
| | <2,2 eV 0 $\frac{1}{2}$ ν_e Elektron- Neutrino | <0,17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_μ Myon- Neutrino | <15,5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_τ Tau- Neutrino | 91,2 GeV 0 1 Z^0 Z Boson | |
| | 0,511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e Elektron | 105,7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ μ Myon | 1,777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ τ Tau | 80,4 GeV ± 1 1 W^\pm W Boson | Eichbosonen |

Abbildung 1.1: Teilchentafel des Standardmodells, inklusive der Quantenzahlen Masse, Ladung und Spin. Aus Ref. [24].

Antiteilchen-Paare, welche nach kurzer Zeit wieder annihilieren. Dieses Phänomen wird als Vakuumfluktuation bezeichnet.

Um die Funktion der anderen Bosonen (rot) zu verstehen, müssen wir den Begriff der Quantenfeldtheorie näher erläutern. In einer Quantenfeldtheorie wie dem Standardmodell wird die Wechselwirkung oder die Vermittlung einer Kraft zwischen zwei Teilchen durch ein weiteres, ein sogenanntes Austauscheteilchen, beschrieben. Diese Austauscheteilchen, die Eichbosonen, sind Teilchen mit ganzzahligem Spin. Die Gravitation ist kein Bestandteil des Standardmodells, weil es bisher nicht möglich ist sie konsistent im Rahmen einer Quantentheorie zu beschreiben.⁶ Die Austauscheteilchen der elektro-schwachen Kraft sind das Photon, das Z - und die W -Bosonen. Die starke Kraft wird durch die sogenannten Gluonen vermittelt. Die Quantenfeldtheorie der starken Kraft wird als Quantenchromodynamik (QCD) bezeichnet. Sie folgt aus einer $SU(3)$ -Eichsymmetrie, deren Ladung als Farbladung bezeichnet wird.⁷ Es gibt drei unterschiedliche Farbladungen, welche entsprechend des Namens als rot, grün und blau bezeichnet werden. Jedes Quark kann jede dieser Farbladungen besitzen. Folglich gibt es drei Mal so viele Quarks wie in Abb. 1.1 zu sehen sind und ebenso

⁶Selbstverständlich werden in der sogenannten Stringtheorie alle vier Grundkräfte auf konsistente Weise vereinigt. Jedoch ist die Stringtheorie als fundamentale Theorie bisher weder innerhalb der Physikgemeinschaft akzeptiert noch führt sie zu experimentell falsifizierbaren Vorhersagen.

⁷Für nähere Informationen zu Symmetrien in der Quantenfeldtheorie verweisen wir auf Ref. [25, Kap. 3].

viele Antiquarks. Antiquarks haben die entsprechenden Antifarbladungen: antigrün, -rot und -blau. Des Weiteren besitzen Gluonen selber eine Farbladung. Genauer gesagt sind Gluonen aus einer Farb- und einer Antifarbladung zusammengesetzt. Weil die gleiche Anzahl an Gluonen und Generatoren der $SU(3)$ -Farbsymmetriegruppe existieren, ergeben sich insgesamt acht linear unabhängige Gluonen. Nun kennen wir alle Bausteine um zu erklären, warum das Standardmodell 61 fundamentale Teilchen enthält: 6 Leptonen, 6 Antileptonen, 18 Quarks, 18 Antiquarks, 4 elektro-schwache Eichbosonen, 8 Gluonen und das Higgs.

In einer Quantenfeldtheorie werden Teilchen als Fluktuationen von Quantenfelder an bestimmten Raum-Zeit-Punkten betrachtet. Genauer gesagt beschreibt man diese Quantenfelder aus theoretischer Sicht als Operatoren. Diese Operatoren beinhalten Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren, welche das zugehörige Teilchen und sein Antiteilchen erzeugen bzw. vernichten. Ein Fermionfeld⁸ beispielsweise hat die folgende Form (vgl. Ref. [25, Gl. (2.155)]):

$$\psi(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2E_p} \sum_{s=1}^2 \left[u(\vec{p}, s) a(\vec{p}, s) e^{-ip \cdot x} + v(\vec{p}, s) b^\dagger(\vec{p}, s) e^{ip \cdot x} \right]. \quad (1.1)$$

Dabei ist $x \equiv x^\mu = (t, \vec{x})$ der Orts- und $p \equiv p^\mu = (E, \vec{p})$ und der Impuls-Vierervektor.⁹ u und v nennt man Dirac-Spinoren.¹⁰ a ist der Vernichtungsoperator des Teilchens und b^\dagger der Erzeugungsoperator des zugehörigen Antiteilchens. Das adjungierte Fermionfeld $\bar{\psi}$ enthält entsprechend a^\dagger und b . Wenn diese Operatoren auf einen Zustand des Fock-Raums¹¹ angewendet werden, erzeugen bzw. vernichten sie dort das jeweilige Teilchen.

Ein Fermionfeld ψ (ebenso $\bar{\psi}$) unterliegt außerdem einer Feldgleichung, einer Bewegungsgleichung für Quantenfelder.¹² Diese wird nach dem britischen Nobelpreisträger Dirac-Gleichung genannt.

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0, \quad (1.2)$$

wobei γ^μ ein Vierervektor der Gammamatrizen ist. Dies sind 4×4 -Matrizen, welche sich durch die Paulimatrizen σ^a ($a \in \{1, 2, 3\}$) darstellen lassen.¹³ ∂_μ ist der Vierergradient, welcher die partiellen Ableitungen der Zeit und der drei Raumrichtungen enthält. Des Weiteren muss bei der hier verwendeten verkürzten Schreibweise der Dirac-Gleichung die Masse m des Teilchens mit einer 4×4 Einheitsmatrix multipliziert werden.

⁸Das Fermionfeld ψ und dessen adjungiertes Feld $\bar{\psi}$ können z. B. die Erzeugung und Vernichtung von Elektronen und Positronen beschreiben.

⁹Wir verwenden in dieser Arbeit ausschließlich natürliche Einheiten $c = \hbar = 1$.

¹⁰Dies sind Lösungen der Dirac-Gleichung im Impulsraum. Die Dirac-Gleichung im Ortsraum wird weiter unten eingeführt.

¹¹Der Fock-Raum dient der Beschreibung von Systemen mit variabler Teilchenzahl. Nähere Informationen finden sich z. B. in Ref. [26, S. 13-35].

¹²Die im Folgenden angegebenen Feldgleichungen beschreiben das Verhalten freier Quantenfelder. Das bedeutet, dass die Teilchen keine äußeren Kräfte erfahren.

¹³Nähere Informationen zu Gammamatrizen finden sich z. B. in Ref. [27, Kap. 3].

Aus der Dirac-Gleichung folgt, dass jede Komponente des Fermionfeldes ψ die Klein-Gordon-Gleichung

$$\left(\partial^2 + m^2\right) \psi_i(x) = 0, \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (1.3)$$

erfüllt. Dabei ist das Quadrat der Viererableitung durch $\partial^2 = \partial_\mu \partial^\mu$ gegeben. Die Klein-Gordon-Gleichung ist die Bewegungsgleichung skalarer Felder. Daher ist sie insbesondere für das Higgsfeld $H(x)$ erfüllt.

Die Bewegungsgleichungen der Eichbosonen sind eine verallgemeinerte Form der Maxwell-Gleichungen, welche ursprünglich zur Beschreibung des Wellencharakters von elektro-magnetischer Strahlung entwickelt wurden. Die quellenfreien Maxwell-Gleichungen der masselosen Photonen lassen sich in kovarianter Form durch

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0 \quad (1.4)$$

ausdrücken. Dabei ist $F^{\mu\nu}$ der sogenannte Feldstärketensor, welcher sich aus dem Photonfeld A^μ ergibt:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \quad (1.5)$$

Betrachtet man $A^\mu = (\phi, \vec{A})$ als Viererpotential mit dem elektro-magnetischen skalaren Potential ϕ und dem Vektorpotential \vec{A} , lässt sich aus Gl. (1.4) direkt die übliche Form der Maxwell-Gleichungen ableiten.

Abschließend geben wir noch eine Feldgleichung für die Eichbosonen der starken Wechselwirkung an.¹⁴ Die Gluonen sind genau wie das Photon masselos. Nichtabelsche Eichtheorien wie die Quantenchromodynamik werden durch die sogenannte Yang-Mills-Theorie beschrieben. Dementsprechend werden die Bewegungsgleichungen der Gluonen als Yang-Mills-Gleichungen bezeichnet. Diese sind im Wesentlichen verallgemeinerte Maxwell-Gleichungen:

$$\partial^\mu G_{\mu\nu}^a + g_s f_{abc} A^{\mu,b} G_{\mu\nu}^c = 0. \quad (1.6)$$

Die acht Gluonfelder A_μ^a werden in diesem Fall durch einen zusätzlichen lateinischen Index $a \in \{1, \dots, 8\}$ unterschieden. Des Weiteren wird in Gl. (1.6) nicht nur die Feldgleichung, sondern auch der Feldstärketensor $G_{\mu\nu}^a$ der Gluonfelder um einen Selbstwechselwirkungsterm erweitert:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (1.7)$$

Die Selbstwechselwirkungsterme in Gln. (1.6) und (1.7) enthalten die Kopplungskonstante der QCD $g_s \equiv \sqrt{4\pi \alpha_s}$. Setzt man in beiden Gleichungen $g_s = 0$, so wird die Selbstwechselwirkung entfernt, und man erhält die Maxwell-Gleichung (1.4) zurück. f_{abc} sind die Strukturkonstanten der $SU(3)$ -Lie-Algebra.

¹⁴Die Feldgleichungen der anderen elektro-schwachen Eichbosonen, die massiven W - und Z -Bosonen, werden aufgrund der komplizierten Struktur nicht explizit angegeben.

Wir wollen an dieser Stelle ein wenig näher auf die Konsequenzen der Selbstwechselwirkung der Gluonen eingehen. Sie bewirkt, dass farbgeladene Teilchen (Quarks und Gluonen) bei niedrigen Energien stets nur in gebundenen farbneutralen Zuständen auftreten. Diese Bindungszustände sind nicht-fundamentale Teilchen, welche Hadronen genannt werden. Anders gesagt je weiter man zwei Quarks voneinander trennen möchte, desto größer wird die Kraft, welche die beiden Quarks zusammenhält. Dieses Phänomen wird als Confinement bezeichnet. Dem gegenüber steht die sogenannte asymptotische Freiheit, welche ebenfalls Konsequenz der Selbstwechselwirkung ist. Sie beschreibt den Umstand, dass mit steigender Energie die Kopplungsstärke der Quantenchromodynamik abnimmt. Bei extrem hohen Energien sind Quarks und Gluonen dann asymptotisch frei, d. h., sie verhalten sich wie freie Teilchen.

Bisher wurde, abgesehen von der Selbstwechselwirkung, nur das Verhalten kräftefreier Elementarteilchen behandelt. Daher wird nun das Konzept des Lagrangeformalismus eingeführt, um ebenfalls die Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen zu berücksichtigen. Dieses Konzept findet bereits in der klassischen Mechanik seine Anwendung. Dabei wird ein abgeschlossenes System mit Hilfe einer einzigen Funktion beschrieben. Unter Verwendung der sogenannten Euler-Lagrange-Gleichung ergeben sich dann die Bewegungsgleichungen von Punktmassen. In einer Quantenfeldtheorie ist es sinnvoller, statt der Lagrangefunktion L die Lagrangedichte \mathcal{L} durch

$$L = \int d^3x \mathcal{L} \quad (1.8)$$

einzuführen. Dementsprechend ist die Wirkung durch

$$S = \int d^4x \mathcal{L} \quad (1.9)$$

gegeben. Analog zur Mechanik ergibt sich die Euler-Lagrange-Gleichung für Quantenfelder aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung. Dieses besagt, ein System bewege sich zwischen zwei Punkten in der Raum-Zeit stets so, dass die Wirkung minimal ist. Die Euler-Lagrange-Gleichung für ein Quantenfeld ϕ ist

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0. \quad (1.10)$$

Die Lagrangedichte ist das Herzstück einer Quantenfeldtheorie. Alle wichtigen Informationen der jeweiligen Theorie sind in ihr enthalten. Aus ihr ergeben sich sowohl die Feldgleichungen der einzelnen Quantenfelder als auch alle Wechselwirkungen der Quantenfelder untereinander.

Die grundlegende Eigenschaft einer physikalischen Quantenfeldtheorie ist die Eichsymmetrie der Quantenfelder. Der Quantenchromodynamik beispielsweise liegt, wie bereits erwähnt, eine $SU(3)$ -Eichsymmetrie zugrunde. Für die Lagrangedichte einer Quantenfeldtheorie bedeutet dies, dass sie invariant unter entsprechenden Eichtransformationen der Quantenfelder ist. Ein wesentliches Argument dafür Quantenfeldtheorien strikt auf Grundlage einer Eichsymmetrie zu entwickeln, ist die sogenannte

Renormierbarkeit der Theorie. Eine 4-dimensionale eichsymmetrische Theorie, wie das Standardmodell [28, 29], ist i.d.R. renormierbar. Das bedeutet, dass keine Unendlichkeiten in der Theorie auftreten bzw. dass sich durch Renormierung alle Unendlichkeiten in physikalischen Observablen der Theorie mit endlich vielen Countertermen wegheben lassen. Eine ausführliche Beschreibung des Konzepts der Renormierung einer Quantenfeldtheorie ist in Ref. [27, Teil II] gegeben.

Wir betrachten im Folgenden zur Einführung die Lagrangedichte einer Theorie mit einer einfachen $U(1)$ -Symmetrie, um im weiteren Verlauf die Lagrangedichte des Standardmodells schrittweise aufbauen zu können. Mit einer solchen Theorie lässt sich z. B. die Quantenelektrodynamik beschreiben. Dabei beschränken wir uns auf drei Quantenfelder: das Elektronfeld ψ , dessen adjungiertes Feld $\bar{\psi}$ und das Photon A_μ als Eichboson. Die entsprechende Lagrangedichte lautet dann

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi} (i \gamma^\mu \partial_\mu - m_\psi) \psi + e Q \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi. \quad (1.11)$$

Der elektro-magnetische Feldstärketensor $F^{\mu\nu}$ ist in Gl. (1.5) definiert, e bezeichnet die elektro-magnetische Einheitsladung und Q die Ladung des Elektronfeldes. Wendet man die Euler-Lagrange-Gleichung (1.10) bezüglich des Photonfeldes A^μ auf den ersten Term an, so ergibt sich dessen freie Feldgleichung (1.4). Ebenso erhält man die Dirac-Gleichung (1.2) für ψ unter Anwendung der Euler-Lagrange-Gleichung bezüglich $\bar{\psi}$ auf den zweiten und dritten Term in Gl. (1.11) und vice versa. Die ersten beiden Terme, welche ∂_μ enthalten, werden kinetische Terme und der dritte wird Massenterm genannt.

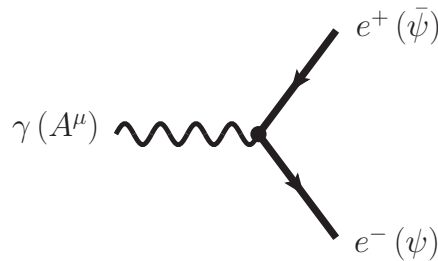


Abbildung 1.2: Beschreibung der Wechselwirkung von drei Teilchen mit Hilfe eines Feynmandiagramms; γ Photon, e^- Elektron und e^+ Positron (alle auslaufend).

Der vierte Term in Gl. (1.11) ist ein Wechselwirkungsterm, welcher die Wechselwirkung der in der Theorie vorhandenen Teilchen sowie deren Kopplungsstärke bestimmt. Kinetische und Massenterme enthalten zwei Quantenfelder und Wechselwirkungsterme mindestens drei. Abb. 1.2 zeigt ein Diagramm, welches die Kopplung entsprechend

des vierten Terms in Gl. (1.11) zwischen ψ , $\bar{\psi}$ und A^μ veranschaulicht.¹⁵ Die Stärke dieser Wechselwirkung ist hier proportional zur elektro-magnetischen Ladung e .

Die Wechselwirkungsterme der Lagrangedichte einer Quantenfeldtheorie enthalten die wesentlichen Informationen, die zur Berechnung von Stoßprozessen zwischen Elementarteilchen notwendig sind. Sie können stets durch Diagramme wie in Abb. 1.2 beschrieben werden. Diese Diagramme lassen sich beliebig miteinander verknüpfen. Dadurch können mehrfache Wechselwirkungen innerhalb eines Streuprozesses nicht nur veranschaulicht, sondern auch berechnet werden. Sie sind auf den amerikanischen Nobelpreisträger Richard Feynman zurückzuführen und sind daher unter dem Namen Feynmandiagramme bekannt. Weil Feynmandiagramme eine wichtige Rolle in dieser Arbeit spielen, wird ihre Berechnung zusammen mit den in dieser Arbeit benötigten Kopplungen in Kap. 2.2 beschrieben.

Wir wollen nun die Theorie der elektro-schwachen Wechselwirkung nach Sheldon Glashow, Steven Weinberg und Abdus Salam (GWS-Theorie) [10–12] erläutern. Diese enthält entsprechend vier Eichbosonen: das Photon, das Z - und die beiden W -Bosonen. Sie vereinigt somit die elektro-magnetische und schwache Wechselwirkung in einer gemeinsamen Theorie und ist damit ein wesentlicher Bestandteil des Standardmodells der Teilchenphysik. Die Grundlage der GWS-Theorie ist eine $U(1) \times SU(2)$ -Eichsymmetrie. Jedes Lepton und Quark wird dabei in einen links-chiralen und einen rechts-chiralen Anteil aufgespalten.¹⁶ Die links-chiralen Teilchen werden anhand ihrer Familien in Dubletts und die rechts-chiralen in Singletts unter der $SU(2)$ -Symmetrie bzw. bezüglich des schwachen Isospins T zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \text{Leptonen:} & \quad \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, e_R, \mu_R, \tau_R, \\ \text{Quarks:} & \quad \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L, u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Dabei haben die down-artigen Quarks einen Strich erhalten, weil es sich um die Eigenzustände bezüglich der $U(1) \times SU(2)$ -Symmetrie handelt. Die physikalischen Masseneigenzustände dieser Quarks ergeben sich aus deren Mischung mittels der CKM-Matrix.¹⁷

Wir führen ein Vektorfeld B_μ^0 zusammen mit der schwachen Hyperladung Y als Eichboson und Generator der $U(1)$ -Symmetrie ein. Die zugehörige Kopplungsstärke sei g' . Für die $SU(2)$ -Symmetrie werden jeweils drei Eichbosonen und Generatoren benötigt, diese sind durch W_μ^a und $T^a = \sigma^a/2$ ($a \in \{1, 2, 3\}$) gegeben, wobei die

¹⁵Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass ψ und $\bar{\psi}$ nicht eindeutig Elektron und Positron zugeordnet werden können. Dies ist abhängig davon, ob das jeweilige Teilchen sich im Anfangs- oder Endzustand eines Streuprozesses befindet.

¹⁶Nähere Informationen zur Chiralität und deren Wichtigkeit für die GWS-Theorie können z. B. Ref. [30, S. 516ff] entnommen werden.

¹⁷Weitere Informationen zur Quarkmischung und der Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM-Matrix) finden sich in Ref. [31, S. 288f].

Kopplungskonstante mit g bezeichnet wird. Aus der Mischung von B_μ^0 und W_μ^a ergeben sich die physikalischen Bosonen der elektro-schwachen Wechselwirkung. Die Lagrangedichte der GWS-Theorie ist durch¹⁸

$$\mathcal{L}_0^{GWS} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{\mu\nu,a} + \bar{\psi}_L i \gamma^\mu D_\mu^L \psi_L + \bar{\psi}_R i \gamma^\mu D_\mu^R \psi_R \quad (1.13)$$

gegeben. ψ_L und ψ_R stehen hier repräsentativ für alle Dubletts und Singletts in Gl. (1.12). Außerdem haben wir die kovarianten Ableitungen

$$D_\mu^L = \partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu^0 - ig T^a W_\mu^a, \quad (1.14)$$

$$D_\mu^R = \partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu^0 \quad (1.15)$$

definiert, welche den kinetischen Term der Fermionen und die Wechselwirkungsterme mit den Eichbosonen zusammenfassen.

Bei den physikalischen Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung handelt es sich um massive Bosonen. In der Lagrangedichte (1.13) sind jedoch bisher keine Massenterme der Eichbosonen vorhanden. Bevor wir also die physikalischen Eichbosonen als Mischung von B_μ^0 und der W_μ^a definieren können, müssen wir zunächst diese Massenterme erzeugen, ohne dabei die Eichinvarianz der Lagrangedichte zu zerstören. Der Mechanismus zur Erzeugung massiver Eichbosonen wird Higgsmechanismus [5–8] genannt. Dazu wird ein skalares Feld, das Higgsfeld, mit einem Vakuumerwartungswert v eingeführt. Die Folge ist eine sogenannte spontane Symmetriebrechung der $U(1) \times SU(2)$ -Symmetrie. Der Begriff Symmetriebrechung ist in diesem Zusammenhang jedoch ein wenig irreführend. Die Symmetrie wird nämlich im eigentlichen Sinne nicht zerstört, sondern eher versteckt. D. h., sie ist noch vorhanden, aber aus der sich ergebenden Lagrangedichte nicht mehr direkt ersichtlich.¹⁹ In der GWS-Theorie wird folgendes Higgsdublett mit einer Hyperladung $Y = 1$ eingeführt:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

Solch ein komplexes Dublett hat allgemein vier Freiheitsgrade. Während ein Freiheitsgrad das Higgsfeld selber trägt, stehen die drei weiteren Freiheitsgrade den massiven Eichbosonen zur Verfügung. Diese benötigen nämlich einen zusätzlichen longitudinalen Freiheitsgrad gegenüber masselosen Eichbosonen, welche nur zwei transversale Freiheitsgraden haben.

Bei der spontanen Symmetriebrechung durch das Higgsfeld ergeben sich die entsprechenden Freiheitsgrade wie folgt: Das Higgsdublett in Gl. (1.16) ist so gewählt, dass es die Symmetrie bezüglich der Linearkombination $T^3 + Y/2 \equiv Q$ der Generatoren erhält. Die Symmetrie von drei weiteren linear unabhängigen Kombinationen der

¹⁸Wir vernachlässigen hier und im Folgenden die Eichfixierung.

¹⁹Eine detailliertere Beschreibung der spontanen Symmetriebrechung und des Higgsmechanismus finden sich in Ref. [27, Kap. 20].

Generatoren wird jedoch gebrochen. Das Goldstone-Theorem [32–34] besagt nun, dass für jeden Generator einer kontinuierlichen Eichsymmetriegruppe, der den Grundzustand des Systems nicht invariant lässt, ein masseloses skalares Feld in der Theorie existiert. Diese unphysikalischen Teilchen heißen Goldstonebosonen. Das explizite Auftreten der Goldstonebosonen in der Lagrangedichte wird durch die Wahl der unitären Eichung verhindert. Infolgedessen verkörpert jedes der drei „weggeichteten“ Goldstonebosonen einen longitudinalen Freiheitsgrad der drei massiven Eichbosonen (Z und W^\pm) der schwachen Wechselwirkung.

Das Eichboson zum nicht gebrochenen Generator bleibt masselos. Daher identifizieren wir dieses mit dem Photon²⁰

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g'^2 + g^2}} (g' W_\mu^3 + g B_\mu^0) \quad (1.17)$$

und den ungebrochenen Generator $Q \equiv T^3 + Y/2$ mit der elektrischen Ladung. Die dazu orthogonale Linearkombination

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g'^2 + g^2}} (g W_\mu^3 - g' B_\mu^0) \quad (1.18)$$

ist das Z -Boson und

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp W_\mu^2) \quad (1.19)$$

bilden die beiden W -Bosonen. Dabei ergeben sich die Massen der Eichbosonen zu

$$m_A = 0, \quad m_W = g \frac{v}{2}, \quad m_Z = \sqrt{g'^2 + g^2} \frac{v}{2}. \quad (1.20)$$

Durch Einführung des schwachen Mischungswinkels θ_w

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu^0 \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

gelten außerdem folgende Beziehungen:

$$\cos \theta_w = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad \sin \theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad (1.22)$$

$$m_W = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \sqrt{g'^2 + g^2} \frac{v}{2} = \cos \theta_w m_Z. \quad (1.23)$$

Zudem sind die Elementarladung e und die Kopplungskonstanten α der elektromagnetischen Wechselwirkung gegeben durch

$$e = \frac{g' g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} = g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w, \quad (1.24)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}. \quad (1.25)$$

²⁰Die folgenden Formeln und Ausführungen zur GWS-Theorie sind im Wesentlichen Ref. [27, S. 700ff] entnommen.

Bevor wir die Lagrangedichte der elektro-schwachen Theorie durch die physikalischen Felder ausdrücken, befassen wir uns noch einmal genauer mit der Bedeutung des Vakuumerwartungswertes im Zusammenhang mit dem Higgspotential

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (1.26)$$

Das Minimum des Potentials liegt bei $v = \mu/\sqrt{\lambda}$. Das Higgspotential (1.26) wird in Abb. 1.3 veranschaulicht. Der Vakuumzustand oder Grundzustand eines Quantenfeldes befindet sich stets im energetisch günstigsten Zustand, welcher dem Minimum des zugehörigen Potentials entspricht. Die Besonderheit des Higgspotentials ist, dass das Minimum nicht wie bei allen anderen Quantenfeldern der Nullpunkt, sondern um den Vakuumerwartungswert v verschoben ist. Betrachtet man das Higgspotential in Abb. 1.3 wird deutlich, dass das Potential eine Symmetrie bezüglich des Ursprungs aufweist. Ausgehend vom Minimum des Potentials ist diese Symmetrie und damit die $U(1) \times SU(2)$ -Eichsymmetrie jedoch gebrochen bzw. versteckt.

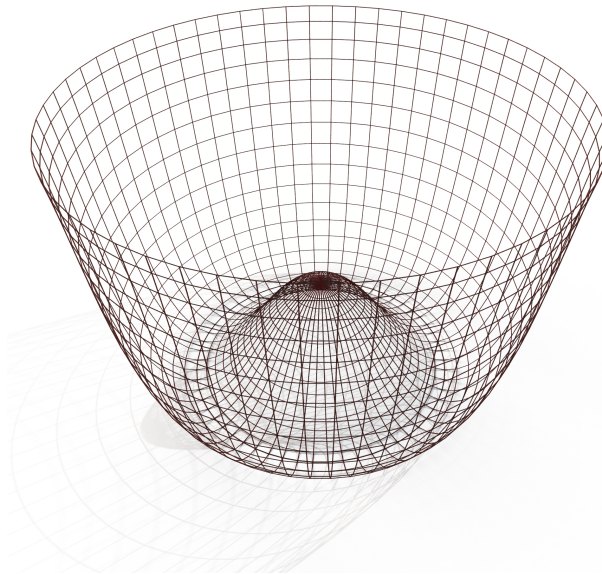


Abbildung 1.3: Dreidimensionale Darstellung des Higgspotentials.

Auf Grundlage obiger Ausführungen drücken wir nun die Lagrangedichte der GWS-Theorie durch die physikalischen Masseneigenzustände der Felder aus und fügen das Higgsfeld hinzu. Die kinetischen Terme der Eichbosonen lassen wir dabei unverändert. Die Wechselwirkungsterme der physikalischen Eichbosonen mit den Fermionfeldern erhalten wir durch Umschreiben der kovarianten Ableitung (1.14) in der Lagrange-

dichte (1.13):

$$D_\mu^L = \partial_\mu - i \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) - ie Q A_\mu - i \frac{g^2 T^3 - g'^2 \frac{Y}{2}}{\sqrt{g'^2 + g^2}} Z_\mu, \quad (1.27)$$

wobei $T^\pm = T^1 \pm iT^2$ ist. Die Massenterme der Eichbosonen und deren Wechselwirkung mit dem Higgsfeld ergeben sich aus der kovarianten Ableitung des Higgsfeldes. Außerdem folgen der Massenterm des Higgsbosons und dessen Selbstwechselwirkung aus dem Higgspotential.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H^{GWS} &= |D_\mu^L \phi|^2 - V(\phi) \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 + \left(m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu \right) \left(1 + \frac{H}{v} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} m_H^2 H^2 - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} m_H H^3 - \frac{1}{4} \lambda H^4 \end{aligned} \quad (1.28)$$

Dabei ist die Higgsmasse durch $m_H = \sqrt{2}\mu = \sqrt{2\lambda}v$ gegeben. Die Massenterme der Fermionen f , welche bisher unberücksichtigt blieben, und deren Wechselwirkung mit dem Higgs lassen sich ebenfalls mit Hilfe des Higgsfeldes erzeugen:

$$\mathcal{L}_F^{GWS} = -\sqrt{2} y_f \bar{\psi}_L \phi \psi_R = -m_f \bar{f} f \left(1 + \frac{H}{v} \right) \quad (1.29)$$

Dabei ist zu beachten, dass für die up-artigen Quarks

$$\mathcal{L}_F^{GWS} = -\sqrt{2} y_f \epsilon^{ab} \bar{\psi}_{La}^{u,d} \phi_b^\dagger \psi_R \quad (1.30)$$

verwendet werden muss. Die Kopplungen $y_f \equiv y_{f\bar{f}H}$ sind die Higgskopplungen der Fermionen und werden als Yukawa-Kopplungen bezeichnet. Aus ihnen bestimmt sich ihre Masse $m_f = y_f v$.

Setzen wir die einzelnen Teile zusammen ergibt sich die Lagrangedichte der elektroschwachen Theorie zu

$$\mathcal{L}^{GWS} = \mathcal{L}_0^{GWS} + \mathcal{L}_H^{GWS} + \mathcal{L}_F^{GWS}. \quad (1.31)$$

Zur Vervollständigung der Lagrangedichte des Standardmodells der Teilchenphysik fehlt noch die Quantenchromodynamik. Diese lässt sich separat von der elektroschwachen Theorie durch eine $SU(3)$ -Eichsymmetrie beschreiben. Die Lagrangedichte der QCD können wir wie folgt mit der GWS-Theorie verbinden:²¹ Zunächst definieren wir

$$\mathcal{L}_G^{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a} + \frac{\theta_{\text{QCD}}}{64\pi^2} g_s^2 \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^a, \quad (1.32)$$

²¹Wir verwenden die axiale Eichung, um Ghosts aus der Theorie zu entfernen. Einen entsprechenden Eichfixierungsterm könnte man durch $\mathcal{L} = -1/(2\lambda) (n^\mu A_\mu^a)^2$ zur Lagrangedichte hinzufügen.

wobei $G_{\mu\nu}^a$ der Feldstärketensor der Gluonen in Gl. (1.7) ist und der Term mit θ_{QCD} die starke CP-Verletzung beschreibt. Außerdem definieren wir aus Gln. (1.14) bzw. (1.27) kovariante Ableitungen, welche die Gluonfelder beinhalten:

$$D_{\mu}^{L+QCD} = D_{\mu}^L - ig_s \lambda^a A_{\mu}^a, \quad (1.33)$$

$$D_{\mu}^{R+QCD} = D_{\mu}^R - ig_s \lambda^a A_{\mu}^a, \quad (1.34)$$

wobei die sogenannten Gell-Mann-Matrizen λ^a 3-dimensionale Darstellungen der Generatoren der $SU(3)$ -Symmetrie sind. Wenn wir nun die kovarianten Ableitungen aller Terme mit Quark-Dupletts oder -Singletts in \mathcal{L}_0^{GWS} (1.13) durch obige Definitionen ersetzen, ergibt sich die Lagrangedichte des Standardmodells zu

$$\mathcal{L}^{SM} = \mathcal{L}^{GWS} + \mathcal{L}_G^{QCD}. \quad (1.35)$$

Dabei ist zu beachten, dass alle Quarkfelder Triplets unter der $SU(3)$ -Farbsymmetrie sind, d. h. $q = (q^r, q^g, q^b)^T$ für $q \in \{u, d, s, c, t, b\}$ in Gl. (1.12). Weil sich die $SU(3)$ -Farbsymmetrie und die elektro-schwache $U(1) \times SU(2)$ -Symmetrie im Produktraum zueinander befinden, müssen wir die Multiplikation der Gell-Mann-Matrizen mit einem links-chiralen Quark-Duplett wie folgt verstehen:

$$\lambda^a \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \equiv \begin{pmatrix} \lambda^a u \\ \lambda^a d' \end{pmatrix}_L \equiv \begin{pmatrix} \lambda^a (u^r, u^g, u^b)^T \\ \lambda^a (d'^r, d'^g, d'^b)^T \end{pmatrix}_L. \quad (1.36)$$

Damit liegt dem Standardmodell der Teilchenphysik eine $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ -Eichsymmetrie zugrunde. Es treten insgesamt 18 freie Parameter auf.²² Dazu zählen die Massen der Fermionen bzw. die Kopplungen an das Higgsfeld, die Kopplungskonstanten der Wechselwirkungen, die Mischungswinkel, ein Winkel zur Beschreibung der CP-Verletzung der starken Wechselwirkung und die Masse des Higgsbosons.

Im kommenden Abschnitt werden wir eine ausführlich studierte Erweiterung des Standardmodells vorstellen und motivieren.

1.2 DAS MINIMAL SUPERSYMMETRISCHE STANDARDMODELL

Supersymmetrie [23] ist eine Symmetrie zwischen Fermionen und Bosonen. Ausgehend vom Standardmodell der Teilchenphysik erhalten alle Fermionen bosonische Superpartner und alle Bosonen fermionische Superpartner. Außerdem werden zusätzliche skalare Higgsteilchen und ihre Superpartner benötigt. Die minimale Erweiterung des Standardmodells unter Berücksichtigung der Renormierbarkeit wird das Minimal supersymmetrische Standardmodell genannt (MSSM). Damit die Supersymmetrie nicht durch die Fermionmassenterme der up-artigen Quarks gebrochen wird, werden im Gegensatz zum SM zwei Higgsdubletts benötigt.²³ Daraus resultieren fünf physikalische

²²Wenn man die Neutrinomassen und -mischungswinkel hinzuzählt hat das Standardmodell 25 freie Parameter.

²³Ein weiterer Grund ist, dass andernfalls Anomalien in der Theorie auftreten.

Higgsteilchen. Weil eine detaillierte Behandlung der theoretischen Grundlagen der Supersymmetrie im Rahmen dieser Arbeit nicht zielführend ist, beschränken wir uns zum Großteil auf die Beschreibung des Higgssektors des MSSMs. Zunächst werden wir jedoch die Einführung einer supersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells motivieren.

Es gibt verschiedene Gründe dafür, warum eine supersymmetrische Erweiterung des SMs wirklich in der Natur existieren könnte und sich so viele Experten mit einer Theorie befassen, für die es bisher experimentell keinerlei Hinweise gibt. Die zentrale Motivation der Supersymmetrie (SUSY) ist das Lösen theoretischer Probleme des SMs und dessen unzureichende Fähigkeit, bestimmte Zusammenhänge zu beschreiben. Ein offensichtliches Problem des SMs ist z. B. die fehlende Möglichkeit, dunkle Materie zu beschreiben. SUSY-Modelle liefern dafür mit dem leichtesten SUSY-Teilchen einen geeigneten Kandidaten.²⁴

Ein theoretischer Aspekt ist das sogenannte Natürlichkeitsproblem. Demnach wird es als „natürlich“ angesehen, wenn der Quotient zweier Skalen stets nahe bei eins ist, es sei denn, dass aus dem Limes der kleineren Skala gegen null eine zusätzliche Symmetrie in der Theorie folgt [35]. Zwei damit verwandte Probleme sind das Hierarchieproblem und die Feinabstimmung (engl.: „fine-tuning“). Ersteres bezeichnet den Umstand, dass die Anordnung der Skalen in der Natur im SM unbegründet bleiben. Insbesondere gibt es riesige Unterschiede zwischen beispielsweise der Planckskala $\approx 10^{16}$ TeV und der Skala der Quantenchromodynamik $\Lambda_{QCD} < 1$ GeV. Dabei ist es schwer vorstellbar, dass zwischen der Higgsmasse ≈ 125 GeV und der riesigen Planckskala keine weiteren Teilchen existieren und somit keine neue Physik auftritt. Das Problem der Feinabstimmung bezieht sich auf die Higgsmasse. Das Higgs verleiht nicht nur anderen Teilchen ihre Masse. Die Higgsmasse erfährt ebenfalls durch Wechselwirkungen mit den anderen Teilchen perturbative Korrekturen. Diese können abhängig von der Energieskala von neuer Physik immens groß werden. Die sogenannte nackte Masse, welche in der unrenormierten Lagrangedichte zu finden ist, muss daher auf extrem viele signifikante Stellen diese Korrekturen auslöschen, um eine natürliche Higgsmasse von ≈ 125 GeV zu erhalten. Es findet folglich eine besonders feine Abstimmung der nackten Higgsmasse statt, welche durch keine grundlegenden Prinzipien erklärt wird. Die Supersymmetrie bietet für diese theoretischen Probleme einen mehr oder weniger zufriedenstellenden Lösungsansatz, was ihre Beliebtheit vor allem unter theoretischen Physikern begründet.

Zuletzt wollen wir Supersymmetrie noch von einem erweiterten Blickwinkel motivieren. Die Forderung nach Vereinigung aller vier Grundkräfte ist ein zentrales Streben der theoretischen Teilchenphysik.²⁵ In der Supersymmetrie zeigt sich, dass zumindest die Vereinigung der elektro-magnetischen, schwachen und starken Kraft bei der Planckskala möglich ist. Genauer gesagt wird das Verhalten der Kopplungskonstanten der drei Kräfte durch die SUSY-Effekte in den Renormierungsgruppengleichungen so

²⁴In der Regel wird das leichteste Neutralino als bester Kandidat für dunkle Materie angesehen.

²⁵Die Problematik die Gravitation als Quantenfeldtheorie zu beschreiben, haben wir bereits angesprochen.

angepasst, dass sich alle Kopplungen bei $\approx 10^{16}$ TeV in einem Punkt schneiden.²⁶ Aus diesem Grund enthalten verschiedene Vereinheitlichungstheorien (engl.: „grand unified theories“) Supersymmetrie als Verbindungsstück zwischen ≈ 1 TeV und 10^{16} TeV. Dazu zählt insbesondere ein Großteil der Ausprägungen der Stringtheorie, welche, grob gesagt Supersymmetrie bei kleinen Energien ($\ll 10^{16}$ TeV) fordern.

Es werden nun knapp die wesentlichen Aspekte des Higgssektors im MSSM mit Bezug auf die physikalischen Higgsteilchen dargestellt. Gegenüber dem SM wird im MSSM ein zweites Higgsdublett mit einem eigenen Erwartungswert benötigt (vgl z. B. Ref. [36, 37]):

$$H_1 = \begin{pmatrix} v_1 + (\phi_1 - i\chi_1)/\sqrt{2} \\ -\phi_1^- \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + (\phi_2 + i\chi_2)/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (1.37)$$

Die Vakuumerwartungswerte der beiden Higgsdubletts stellen hier v_1 und v_2 dar. Deren Quotient hat eine besondere Bedeutung für die Higgskopplungen im MSSM und wird mit

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} \quad (1.38)$$

bezeichnet. H_1 bzw. v_1 erzeugen die Massen der up-artigen Quarks, während H_2 bzw. v_2 die Massen der down-artigen Quarks und Leptonen erzeugen.

Aus den zwei Dubletts ergeben sich fünf Masseneigenzustände, welche wir als fünf physikalische Higgsteilchen identifizieren: das leichte (h^0) und schwere (H^0) skalare Higgs, das pseudo-skalare Higgs A und die beiden geladenen Higgs (H^\pm).

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = U_\alpha \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} G \\ A \end{pmatrix} = U_\beta \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = U_\beta \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix}, \quad (1.39)$$

wobei U_α und U_β Mischungsmatrizen sind, welche die unphysikalischen Felder in die physikalischen umwandeln.

In dieser Arbeit betrachten wir ausschließlich die Produktionsprozesse des Higgsbosons. Daher möchten wir abschließend die wesentlichen Unterschiede der Higgskopplungen und den damit verbundenen Produktionsprozessen im MSSM und SM herausstellen. Die Werte des freien Parameters $\tan \beta$ können auf einen groben Bereich von $2 \lesssim \tan \beta \lesssim 50$ eingeschränkt werden. Dieser Parameter hat direkten Einfluss auf die Kopplung der up- und down-artigen Quarks. Während die Yukawa-Kopplung der down-artigen angehoben wird, wird die der up-artigen verringert. Folglich wird insbesondere die skalare (pseudo-skalare) Higgskopplung des Bottom-Quarks relativ zum Top-Quark verstärkt, wobei diese Verstärkung proportional zu $\tan \beta$ ($\tan^2 \beta$) ist:

$$\frac{y_{b\bar{b}h}}{y_{t\bar{t}h}} \sim \tan \beta, \quad \frac{y_{b\bar{b}H}}{y_{t\bar{t}H}} \sim \tan \beta, \quad \frac{y_{b\bar{b}A}}{y_{t\bar{t}A}} \sim \tan^2 \beta. \quad (1.40)$$

²⁶Es sei angemerkt, dass auch im SM eine Tendenz zur Vereinigung der Kopplungen vorliegt, welche sich jedoch nicht so akkurat in einem Punkt treffen, wie es in der Supersymmetrie möglich ist.

y bezeichnet hier die jeweilige Yukawa-Kopplung. Im SM hingegen ist

$$y_{b\bar{b}H} = \frac{m_b}{v} \ll \frac{m_t}{v} = y_{t\bar{t}H}. \quad (1.41)$$

Die Folge davon ist, dass im MSSM die Higgsproduktion durch Bottom-Annihilation eine wichtige Rolle spielt, welche im SM stark unterdrückt ist. Für kleine Werte von $\tan\beta$ (z. B. $\tan\beta = 5$) ist in beiden Theorien die Higgsproduktion in Gluonfusion der dominante Prozess. Im MSSM dominiert jedoch bereits für $\tan\beta = 30$ die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation. Die wichtigsten Produktionsprozesse des SMs und MSSMs werden wir in Teil I und Teil II dieser Arbeit genauer beschreiben und unter verschiedenen Aspekten analysieren.

- Kapitel 2 -

Störungstheorie

2.1 DER WIRKUNGSQUERSCHNITT

Eine wesentliche Aufgabe der theoretischen Teilchenphysik ist die Beschreibung von Stoßprozessen zwischen Elementarteilchen. Treffen zwei Elementarteilchen mit hinreichender Energie aufeinander, können gemäß der Äquivalenz von Energie und Masse neue Elementarteilchen erzeugt werden. Im Rahmen einer perturbativen Quantenfeldtheorie lassen sich präzise Vorhersagen machen, mit welcher Wahrscheinlichkeit solche Prozesse stattfinden. An Teilchenbeschleunigern wie dem Large Hadron Collider (LHC) werden diese theoretischen Vorhersagen experimentell überprüft. Das Standardmodell der Teilchenphysik ist als Theorie zur Beschreibung von Elementarteilchen anerkannt und akzeptiert, weil dessen Vorhersagen mit hoher Genauigkeit in verschiedenen Experimenten bestätigt wurden. Zur Erforschung neuer Physik jenseits des Standardmodells wird häufig vergeblich versucht Abweichungen vom Standardmodell zu finden. Dennoch gibt es einige wenige Messungen, welche von den Vorhersagen des Standardmodells abweichen oder gar keine Berücksichtigung im Standardmodell finden. Zu Ersterem zählt zum Beispiel die CP-Verletzung, welche im Standardmodell nicht hinreichend stark ausgeprägt ist, um das Ungleichgewicht zwischen Materie und Antimaterie im Universum zu erklären. Die dunkle Materie oder dunkle Energie wäre ein Beispiel für die Unvollkommenheit des Standardmodells. Um diese Unzulänglichkeiten des Standardmodells zu beschreiben, bedarf es neuer Theorien, die das Standardmodell erweitern. Aus diesem Grund sind präzise Vorhersagen und Messungen an Teilchenbeschleunigern so wichtig. Sie geben Aufschluss darüber, an welchen Stellen das Standardmodell unzureichend ist und ob eine neue Theorie eine bessere Beschreibung liefert, wobei die bereits bestätigten Vorhersagen des Standardmodells nicht verfälscht werden dürfen.

Am LHC werden Protonen beschleunigt und miteinander kollidiert. Das Proton zählt zu der Gruppe der Hadronen. Im sogenannten Partonmodell werden die Bestandteile

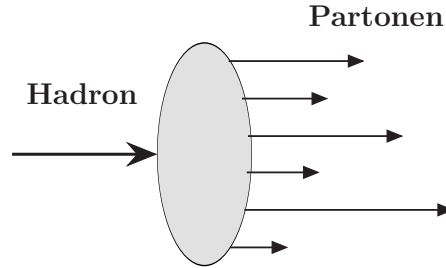


Abbildung 2.1: Partonen sind die Konstituenten hochenergetischer Protonen. Aus Ref. [38].

von Hadronen, die Quarks und Gluonen, als Partonen bezeichnet. Dies ist in Abb. 2.1 veranschaulicht. Eine Kollision von zwei hochenergetischen Protonen lässt sich in sehr guter Näherung als Stoßprozess von zwei Partonen auffassen. Der Zustand vor der Wechselwirkung wird als Anfangszustand bezeichnet und der nachher als Endzustand. Bei Kollisionen wie am LHC befinden sich folglich im Anfangszustand zwei Protonen oder genauer gesagt zwei Partonen. Der Endzustand hängt von den statistisch verteilten Wechselwirkungen ab, welche nach der Kollision stattfinden. Ein Streuprozess oder einfach nur Prozess legt Anfangs- und Endzustand einer Kollision fest. Der Wirkungsquerschnitt eines Prozesses ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Prozess im Experiment auftritt. Daher werden an einem Teilchenbeschleuniger der Wirkungsquerschnitt bestimmter Signaturen des Endzustands gemessen und mit der theoretischen Vorhersage des jeweiligen Prozesses verglichen. Der Wirkungsquerschnitt ist dabei universell definiert, so dass er nicht von den technischen Einzelheiten eines Teilchenbeschleunigers abhängt:

$$\sigma = \frac{1}{L} \frac{dN}{dt}. \quad (2.1)$$

Dabei enthält die Luminosität L die spezifischen Eigenschaften des jeweiligen Teilchenbeschleunigers. Sie verbindet den Wirkungsquerschnitt σ eines Prozesses mit der Zählrate $dN/dt \equiv \dot{N}$, welche angibt, zu welcher Anzahl N ein Prozess innerhalb eines Zeitintervalls dt auftritt.

Wirkungsquerschnitte in der Quantenfeldtheorie sind mit heutigen Mitteln in der Regel nicht exakt berechenbar. Abhilfe schafft die Störungstheorie. Dabei ist ein hinreichend kleiner Störungsparameter $\alpha_s \ll 1$ wichtig, der es zulässt den Wirkungsquerschnitt in Form einer Potenzreihe in α_s zu ordnen.¹ So lässt sich der Wirkungsquerschnitt eines Prozesses perturbativ bis zu einer bestimmten Ordnung bestimmen. Der erste Term einer solchen Störungsreihe wird die führende Ordnung (LO) genannt, der nächste Term die nächst-führende Ordnung (NLO), der nächste

¹In dieser Arbeit werden vorwiegend höhere Ordnungen der QCD berechnet, daher wählen wir die starke Kopplungskonstante α_s als Störungsparameter in diesem Abschnitt.

nächst-nächst-führende Ordnung (NNLO) usw.:

$$\sigma = \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} + \sigma^{(2)} + \mathcal{O}(\alpha_s^3 \cdot \sigma^{(0)}). \quad (2.2)$$

Dabei ist zu beachten, dass die führende Ordnung $\sigma^{(0)}$ nicht zwangsläufig bei einer Potenz α_s^0 startet. Dies hängt vom betrachteten Prozess ab. Zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts einer bestimmten Ordnung müssen stets alle Terme bis zur jeweiligen Ordnung in α_s berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned} \sigma^{\text{LO}} &= \sigma^{(0)}, \\ \sigma^{\text{NLO}} &= \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)}, \\ \sigma^{\text{NNLO}} &= \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} + \sigma^{(2)}, \\ &\vdots \end{aligned} \quad (2.3)$$

Im folgenden Abschnitt wird das Vorgehen zur Bestimmung von Wirkungsquerschnitten in der Quantenfeldtheorie behandelt. Dazu erläutern wir, wie sich aus der Berechnung von Feynmandiagrammen Wirkungsquerschnitte verschiedener Ordnungen ergeben. Wir führen außerdem die Begriffe des partonischen und hadronischen Wirkungsquerschnitts ein und grenzen sie voneinander ab.

2.2 BERECHNUNG VON WIRKUNGSQUERSCHNITTEN

Ein wesentlicher Bestandteil der Phänomenologie in der theoretischen Teilchenphysik ist die Bestimmung von Wirkungsquerschnitten. In hadronischen Prozessen bilden höhere Ordnungen bezüglich der starken Kopplungskonstanten α_s den größten Beitrag zum perturbativen Wirkungsquerschnitt. Daher beschränken wir uns in diesem Abschnitt auf QCD-Korrekturen. Im Folgenden beschäftigen wir uns zunächst mit der führenden Ordnung und gehen danach zu Korrekturen höherer Ordnung über. Dazu wird die Berechnung von Matrixelementen mittels Feynmandiagrammen skizziert, aus welchen sich der partonische Wirkungsquerschnitt ergibt. Dieser wiederum bildet die Grundlage zur Berechnung des hadronischen Wirkungsquerschnitts unter Berücksichtigung sogenannter Partonverteilungsfunktionen (PDFs).

Feynmandiagramme beschreiben die Wechselwirkung innerhalb eines Streuprozesses. Sie lassen sich aus drei Komponenten zusammensetzen: die externen Teilchen, die Kopplungen zwischen drei oder mehr Teilchen und die Verbindungslinien zwischen den Kopplungen, welche Propagatoren genannt werden. Welche Kopplungen zulässig sind, bestimmen die Wechselwirkungsterme der Lagrangedichte der jeweiligen Theorie. Die in dieser Arbeit benötigten Kopplungsdiagramme zeigt Abb. 2.2. Sie sind Bestandteil der Lagrangedichte des Standardmodells in Gl. (1.35). Diese Kopplungsdiagramme können beliebig gedreht werden, jedoch ist zu beachten, dass immer, wenn man ein Teilchen aus dem Endzustand (rechte Seite) in den Anfangszustand (linke Seite) verschiebt, es zu seinem Antiteilchen wird und vice versa.

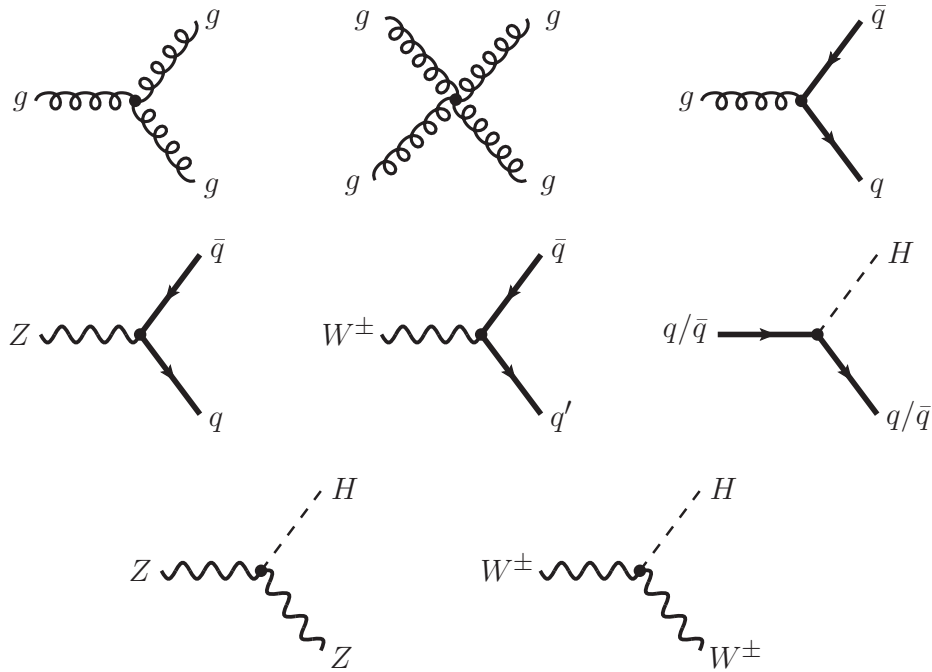


Abbildung 2.2: Feynmandiagramme aller in dieser Arbeit benötigten Kopp-
lungen. Es gilt folgende Notation: $g \hat{=}$ Gluon; $q \in \{u, d, s, c, b, t\} \hat{=}$ Quark; \bar{q}
 $\hat{=}$ Antiquark; $Z \hat{=}$ Z -Boson; $W^\pm \hat{=}$ W -Bosonen; $H \hat{=}$ Higgsboson. Beachte
 $q' \neq q$ ist der Isospinpartner von q .

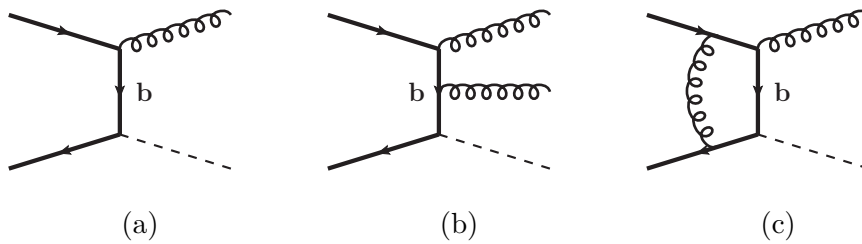


Abbildung 2.3: Beispielhafte Feynmandiagramme des Prozesses $b\bar{b} \rightarrow gH$,
(a) LO, (b) reelle Abstrahlung ($pp \rightarrow ggH$) und (c) virtuelle Korrektur. Es
wird die folgende graphische Notation verwendet: Linie $\hat{=}$ Bottom-Quark;
Spirale $\hat{=}$ Gluon; gestrichelte Linie $\hat{=}$ Higgsboson.

In Abb. 2.3 (a) ist beispielhaft ein Diagramm gegeben, welches Teil eines zentralen Prozesses dieser Arbeit ist. Zur Berechnung eines solchen Diagramms bedarf es Feynmanregeln, welche sich direkt aus der Lagrangedichte erschließen. Diese ordnen allen Komponenten (externe Teilchen, Kopplungen, Propagatoren) eines Diagramms mathematische Ausdrücke zu. Feynmandiagramme sind damit nur eine visuelle Darstellung einzelner Terme, aus welchen sich die Übergangsamplitude \mathcal{A} bzw. das sogenannte Matrixelement \mathcal{M} berechnet.² Aus dem quadrierten Matrixelement³ ergibt sich dann direkt der differentielle partonische Wirkungsquerschnitt:

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{2\hat{s}} |\mathcal{M}(p_1, p_2; p_3, p_4, \dots)|^2 d\phi(p_3, p_4, \dots). \quad (2.4)$$

Wir bezeichnen einen Wirkungsquerschnitt bzw. Prozess als partonisch, wenn sich im Anfangszustand, wie z. B. in Abb. 2.3, Partonen befinden. Dabei werden die einlaufenden Partonen als masselos angenommen. Ihnen werden die Impulse p_1 und p_2 zugeordnet und den Ausgangsteilchen je nach Anzahl p_3, p_4 , usw. Bezüglich der Teilchen im Endzustand bezeichnet ϕ den Phasenraum bzw. $d\phi$ ein Phasenraumelement. Der Faktor $1/(2\hat{s})$ bildet den Flussfaktor, wobei das Quadrat der partonischen Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ durch

$$\hat{s} = 2 p_1 \cdot p_2 \quad (2.5)$$

definiert ist.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt in Gl. (2.4) gibt den Wirkungsquerschnitt einer bestimmten Impulskonfiguration an. Um den totalen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, muss eine Integration über alle Impulskonfigurationen der Ausgangsteilchen, also den gesamten Phasenraum, durchgeführt werden:

$$\hat{\sigma} = \int d\phi. \quad (2.6)$$

Der d -dimensionale Phasenraum ist dabei durch

$$d\phi(p_3, p_4, \dots) = \left[\frac{d^d p_3}{(2\pi)^{d-1}} \delta(p_3^2 - m_3^2) \cdot \frac{d^d p_4}{(2\pi)^{d-1}} \delta(p_4^2 - m_4^2) \dots \right] \cdot (2\pi)^d \delta^{(d)}(p_3 + p_4 + \dots - Q) \quad (2.7)$$

gegeben, wobei im Schwerpunktsystem $Q = (\sqrt{s}, 0, 0, 0)^T$ der Schwerpunktsimpuls ist und m_i die Massen der zugehörigen Teilchen bezeichnen.

Kommen wir an dieser Stelle noch einmal auf die Berechnung des quadrierten Matrixelements zurück. Das Matrixelement hat nach Anwendung der Feynmanregeln offene

²Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass im Allgemeinen mehrere Diagramme zu einem partonischen Prozess beitragen. In dem Fall ergibt sich das Matrixelement des Prozesses als Summe der Matrixelemente der einzelnen Diagramme.

³Wir nehmen hier und im Folgenden an, dass mögliche Symmetriefaktoren der Endzustandsteilchen sowie Farb- und Spinmittelung Teil des quadrierten Matrixelements sind.

Spinindizes der externen Fermionen und offene Polarisationsindizes der Vektorfelder. Beim Quadrieren des Matrixelements wird über alle Spins und Polarisationen summiert. Die Spinsummen der Fermionen bzw. Spinoren führen zu Spuren über Gammamatrizen (vgl. z. B. Ref. [27, S. 131ff]). Außerdem werden mittels der Polarisationssumme über die Polarisationsvektoren die Lorentzindizes der externen Vektorfelder in \mathcal{M} und \mathcal{M}^* miteinander verbunden (vgl. Ref. [27, S. 159]). Wenn ein Gluon-Dreier- oder -Vierervertex auftritt, ist es zudem notwendig Ghosts zu berücksichtigen, welche unphysikalische Freiheitsgrade der QCD darstellen und wie zusätzliche Teilchen behandelt werden. Auf Ghosts wird hier jedoch nicht näher eingegangen.⁴ Sie können außerdem mittels axialer Eichung aus der Theorie entfernt werden, was eine Anpassung der Polarisationssumme und des Gluonpropagators bei der Berechnung des quadrierten Matrixelements mit sich führt (vgl. Ref. [31, S. 11f]). Zur Bestimmung der führenden Ordnung eines Wirkungsquerschnitts finden alle Diagramme Berücksichtigung, welche die kleinstmögliche Anzahl von Kopplungen aufweisen. Lässt sich ein Prozess nicht aus den erlaubten Kopplungen zusammensetzen, so ist dieser in der jeweiligen Theorie nicht zulässig. Der LO-Wirkungsquerschnitt für n auslaufende Teilchen ist nach Gl. (2.4) durch

$$d\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} = \frac{1}{2\hat{s}} |\mathcal{M}^{\text{LO}}|^2 d\phi_n(p_3, \dots, p_{n+2}) \quad (2.8)$$

gegeben, wobei die Indizes i und j für die einlaufenden Teilchen stehen. Im Falle partonischer Anfangszustände ist also $i, j \in \{q, \bar{q}, g\}$, wobei q für die leichten Quarktypen (engl: „quark flavor“) steht, welche als masselos angenommen werden. Weil das Top-Quark eine zu hohe Masse hat, wird entweder das sogenannte Vier-Flavor-Schema (4FS) $q \in \{u, d, s, c\}$ oder das Fünf-Flavor-Schema (5FS) $q \in \{u, d, s, c, b\}$ verwendet.

Die Bestimmung der QCD-Korrekturen der nächst-führenden Ordnung ist komplizierter. Zum einen kann man den LO-Diagrammen eine weitere QCD-Kopplung hinzufügen, indem man im Endzustand ein weiteres Parton zulässt. Dies ist der Fall, wenn z. B. von einer Quarklinie ein zusätzliches Gluon abgestrahlt wird, siehe Abb. 2.3 (b). Dieser Teil der NLO-Korrektur heißt deswegen auch reelle Abstrahlung:

$$d\hat{\sigma}_{ij}^R = \frac{1}{2\hat{s}} |\mathcal{M}^R|^2 d\phi_{n+1}(p_3, \dots, p_{n+3}). \quad (2.9)$$

Weil jede QCD-Kopplung proportional zu $\sqrt{\alpha_s}$ ist und die Diagramme eine zusätzliche Kopplung enthalten, besitzt das quadrierte Matrixelement in Gl. (2.9) folglich einen Faktor α_s mehr als auf LO.

Zum anderen muss auf NLO die sogenannte virtuelle Korrektur $d\sigma^V$ berücksichtigt werden. Diese enthält eine Teilchenschleife. Eine solche Schleife ergibt sich beispielsweise, wenn man zwei Fermionenlinien mittels eines virtuellen Gluons verbindet, siehe Abb. 2.3 (c). Ein solches Diagramm enthält folglich bereits einen Faktor α_s mehr

⁴siehe z. B. Ref. [27, S. 512ff]

als das entsprechende LO-Diagramm. Daher wird das Matrixelement der virtuellen Korrektur auch nicht quadriert, sondern mit dem LO-Matrixelement multipliziert:

$$d\hat{\sigma}_{ij}^V = \frac{1}{2\hat{s}} 2 \operatorname{Re} \left(\mathcal{M}^V \cdot (\mathcal{M}^{\text{LO}})^* \right) d\phi_n(p_3, \dots, p_{n+2}). \quad (2.10)$$

Dies ist möglich, weil beide die identische Konfiguration auslaufender Teilchen haben. Die nackten Kopplungen, Massen und die Wellenfunktionen der Lagrangedichte müssen renormiert werden, um die sogenannten Ultraviolett-Divergenzen (UV-Divergenzen) der virtuellen Korrektur wegzuhoben. Die Renormierungsterme $d\hat{\sigma}^{\text{ren.}}$, welche sich daraus ergeben, sind abhängig von der Renormierungsskala μ_R und werden in der Regel zur virtuellen Korrektur hinzuaddiert. Wir definieren somit die UV-renormierte virtuelle Korrektur wie folgt:

$$d\hat{\sigma}_{ij}^{V,\text{ren.}}(\mu_R^2) = d\hat{\sigma}_{ij}^V + d\sigma_{ij}^{\text{ren.}}(\mu_R^2). \quad (2.11)$$

Setzen wir alles zusammen ergibt sich der NLO-Term des Wirkungsquerschnitt aus⁵

$$\begin{aligned} d\bar{\sigma}_{ij}^{(1)}(\mu_R^2) &= d\hat{\sigma}_{ij}^R + d\hat{\sigma}_{ij}^{V,\text{ren.}}(\mu_R^2) \\ \Rightarrow \bar{\sigma}_{ij}^{(1)}(\mu_R^2) &= \int_{n+1} d\hat{\sigma}_{ij}^R + \int_n d\hat{\sigma}_{ij}^{V,\text{ren.}}(\mu_R^2), \end{aligned} \quad (2.12)$$

wobei der Index am Integral für die Anzahl der Endzustandsteilchen der Phasenraumintegration steht. Gl. (2.12) sieht jedoch simpler aus, als sie ist. Denn sowohl die reelle Abstrahlung als auch die virtuelle Korrektur sind separat divergent. Nur deren Summe ist endlich, weil sie zum physikalischen Wirkungsquerschnitt beiträgt.⁶ Jedoch haben nach Gln. (2.10) und (2.9) beide Terme unterschiedliche Phasenräume. Das führt dazu, dass sich die Divergenzen nicht einfach gegenseitig wegheben lassen. Masselose Teilchen im Endzustand führen zu *soften*⁷ und kollinearen Singularitäten⁸ (IR-Divergenzen) während der Phasenraumintegration. Bei der virtuellen Korrektur andererseits treten IR-Divergenzen bei der Schleifenintegration auf.

Die Unendlichkeiten der reellen Abstrahlung und virtuellen Korrektur lassen sich z. B. mittels dimensionaler Regularisierung parametrisieren. Dabei werden Schleifen- und Phasenraumintegration in $d = 4 - 2\varepsilon$ durchgeführt und so die Divergenzen in Termen $1/\varepsilon^k$ ausgedrückt. Nach der Schleifen- und Phasenraumintegration lassen sich die ε -Pole gegenseitig wegheben, um dann den Limes $\varepsilon \rightarrow 0$ zu bilden. Dieses Vorgehen ist in der Regel nur möglich, wenn man über den gesamten Phasenraum analytisch integriert und so den totalen Wirkungsquerschnitt erhält. Es ist jedoch häufig von Vorteil Zugriff auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt zu haben,

⁵Wir verwenden hier $\bar{\sigma}_{ij}$, um ihn vom partonischen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{ij}$ abzugrenzen, welcher Massenfaktorisierung (vgl. Anhang A.1) berücksichtigt, dazu später mehr.

⁶Dies folgt aus dem Kinoshita-Lee-Nauenberg-Theorem [39, 40].

⁷„Softe“ Divergenz/Singularität wird hier und im Folgenden für den englischen Begriff „soft divergence/singularity“ verwendet.

⁸Softe und kollineare Divergenzen werden in Kap. 2.3 näher erläutert.

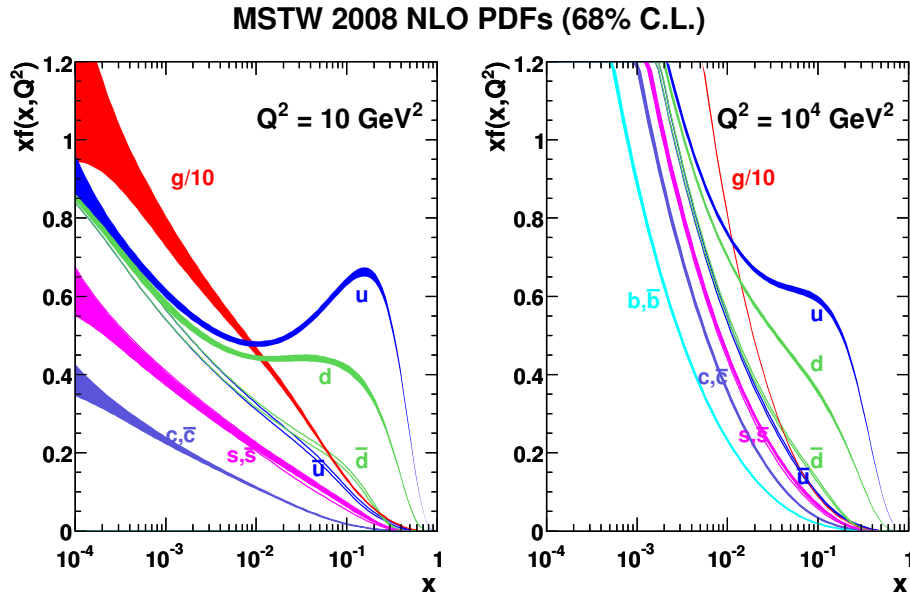


Abbildung 2.4: NLO Partonverteilungsfunktionen des Protons von MSTW2008 [42] bei Energieskalen $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ und $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ in Abhängigkeit des Impulsbruchteils x .

weil in Beschleunigerexperimenten nicht der gesamte Phasenraum der Teilchen mit den Detektoren zugänglich ist. Aus diesem Grund wurden verschiedene numerische Methodiken entwickelt, um die Divergenzen des NLO-Wirkungsquerschnitts zu verarbeiten, ohne dessen differentielle Information zu verlieren. Zu diesem Zweck wird im kommenden Kapitel die Subtraktionsmethode vorgestellt. Im Speziellen behandeln wir die sogenannte Dipolsubtraktion nach Ref. [41].

Unsere bisherigen Betrachtungen galten dem partonischen Wirkungsquerschnitt. Leider sind in der Natur partonische Wirkungsquerschnitte nicht separat messbar, weil aufgrund des Confinements der Quarks und Gluonen es nicht möglich ist, eine isolierte Partonsorte miteinander zu kollidieren. Daher werden Hadronen, wie das Proton, zur Kollision gebracht, welche die verschiedenen Partonen enthalten. Die Partonverteilungsfunktionen (PDFs) geben die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Parton innerhalb eines Hadrons mit einem gewissen Impulsbruchteil x des Gesamtimpulses auftritt. Abb. 2.4 zeigt die Partonverteilungsfunktionen des Protons für zwei unterschiedliche Energieskalen. Das Top-Quark ist zu schwer, um bei diesen Skalen in den PDFs Berücksichtigung zu finden. Im linken Plot sind bei einer Skala von $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ die PDFs im 4FS aufgetragen und somit ebenfalls das Bottom-Quark vernachlässigt. Es ist gut zu erkennen, wie sich die PDFs der Valenzquarks des Protons, Up- und Down-Quark, von ihren Antiteilchen und den anderen Quarks abheben. Bei allen

anderen Quarks ist ihre Partonverteilung fast identisch mit der ihrer Antiteilchen. Abgesehen von großen Impulsbruchteilen ist die Partonverteilung des Gluons im Proton dominant. Die Energieskala der PDFs, welche bei der Berechnung perturbativer Wirkungsquerschnitte verwendet wird, wird als Faktorisierungsskala μ_F bezeichnet. Der hadronische Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus der Summe der partonischen Wirkungsquerschnitte bzw. deren Faltung mit den Partonverteilungen:⁹

$$d\sigma^{(l)}(\mu_R^2, \mu_F^2) = \sum_{i,j \in \{q, \bar{q}, g\}} \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_i^A(x_1, \mu_F^2) f_j^B(x_2, \mu_F^2) \cdot d\hat{\sigma}_{ij}^{(l)}(x_1 p_A, x_2 p_B, \mu_R^2, \mu_F^2) \theta\left(\sqrt{\hat{s}} - \sum_i m_i\right). \quad (2.13)$$

Die beiden kollidierenden Protonen seien mit A und B bezeichnet und deren Impulse durch p_A und p_B . Somit ist f_i^A bzw. f_j^B die Partonverteilungsfunktion des Partons i bzw. j im Proton A bzw. B . Die Impulse der einlaufenden Partonen, welche zum partonischen Wirkungsquerschnitt beitragen, sind durch $p_1 = x_1 p_A$ und $p_2 = x_2 p_B$ gegeben. Die partonische Schwerpunktsenergie ist folglich $\sqrt{\hat{s}} = \sqrt{x_1 x_2 s}$, wobei \sqrt{s} die hadronische Schwerpunktsenergie ist. Bei der Berechnung höherer Ordnungen des hadronischen Wirkungsquerschnitts ist zu beachten, dass neben den Anfangszuständen des partonischen LO-Wirkungsquerschnitts zusätzlich andere Kombinationen der einlaufenden Partonen i, j auftreten können.

Kommen wir noch einmal auf den partonischen Wirkungsquerschnitt zurück. Als wir den NLO-Wirkungsquerschnitt in Gl. (2.12) definiert haben, wurde die sogenannte Massenfaktorisierung außen vor gelassen. Korrekterweise müsste ein weiterer Term zum Wirkungsquerschnitt $\bar{\sigma}_{ij}$ in Gl. (2.12) addiert werden:

$$\begin{aligned} d\hat{\sigma}_{ij}^{(1)}(\mu_R^2, \mu_F^2) &= d\hat{\sigma}_{ij}^R + d\hat{\sigma}_{ij}^{V,\text{ren.}}(\mu_R^2) + d\hat{\sigma}_{ij}^C(\mu_F^2) \\ \Rightarrow \hat{\sigma}_{ij}^{(1)}(\mu_R^2, \mu_F^2) &= \int_{n+1} d\hat{\sigma}_{ij}^R + \int_n d\hat{\sigma}_{ij}^{V,\text{ren.}}(\mu_R^2) + \int_n d\hat{\sigma}_{ij}^C(\mu_F^2). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Der sogenannte kollineare Counterterm $d\sigma^C$ ergibt sich aus der Massenfaktorisierung, welche berücksichtigt, dass die PDFs ebenfalls kollineare Divergenzen enthalten. Diese werden in Form des kollinearen Counterterms in den partonischen Wirkungsquerschnitt verschoben, so dass die PDFs und der partonische Wirkungsquerschnitt separat endlich sind. Infolgedessen hängen sowohl die PDFs als auch der kollineare Counterterm von der Faktorisierungsskala μ_F ab, wodurch der hadronische und partonische Wirkungsquerschnitt in Gl. (2.13) und Gl. (2.14) seine μ_F -Abhängigkeit erhalten. Eine detaillierte Beschreibung der Massenfaktorisierung findet sich im Anhang A.1.

⁹In dieser Formel werden die nicht-perturbativen Effekte der PDFs vom partonischen Wirkungsquerschnitt faktorisiert, welcher perturbativ berechnet werden kann (vgl. z. B. Ref. [31, Kap. 7]).

2.3 SUBTRAKTIONSMETHODE

In diesem Abschnitt wird die Subtraktionsmethode zur Berechnung von NLO-Korrekturen in der QCD vorgestellt.¹⁰ Im speziellen betrachten wir die Dipolsubtraktion nach Stefano Catani und Mike Seymour [41]. Neben diesem Formalismus gibt es weitere Formulierungen von Subtraktionsmethoden. Dazu zählen die sogenannte FKS-Subtraktion [46,47] und die sogenannte Antennasubtraktion [48,49], welche hier nicht weiter behandelt werden. Letztere lässt sogar für nicht-partonische Anfangszustände Berechnungen bis NNLO zu [50].¹¹ Eine andere Methodik zur Bestimmung höherer Ordnungen in der QCD ist die sogenannte Phasenraumzerschneidung (engl.: „phase-space slicing“) [52–58], diese findet hier ebenfalls keine weitere Betrachtung. Im Folgenden führen wir zunächst die Subtraktionsmethode allgemein ein. Danach werden die besonderen Eigenschaften der Dipolsubtraktion [41] herausgestellt.

Der partonische NLO-Wirkungsquerschnitt eines QCD-Prozesses, welcher auf LO n Teilchen im Endzustand besitzt, ist nach Gl. (2.14)

$$\hat{\sigma}^{(1)} = \int_{n+1} d\hat{\sigma}^R + \int_n d\hat{\sigma}^{V,\text{ren.}} + \int_n d\hat{\sigma}^C. \quad (2.15)$$

Die Terme auf der rechten Seite enthalten Divergenzen, welche sich nicht einfach gegenseitig wegheben lassen, obwohl ihre Summe endlich ist. Versucht man die einzelnen Integrale nun numerisch zu bestimmen, wird jedes Integral unendlich und die Summe bleibt unbestimmt. Diese Problematik lässt sich mit Hilfe der Subtraktionsmethode lösen. Dazu muss man zunächst einen Term finden, der die Divergenzen der reellen Abstrahlung approximiert. Zudem sollte dieser sogenannte Subtraktionsterm leicht über das zusätzliche Teilchen im Phasenraum der reellen Abstrahlung zu integrieren sein. Der Subtraktionsterm $d\sigma^A$ wird zunächst von der reellen Abstrahlung abgezogen und dann wieder hinzuaddiert (vgl. Ref. [41], Gln. (2.5) und (2.6)):

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^{(1)} &= \int_{n+1} d\hat{\sigma}^R - \int_{n+1} d\sigma^A + \int_n d\hat{\sigma}^{V,\text{ren.}} + \int_n d\hat{\sigma}^C + \int_{n+1} d\sigma^A \quad (2.16) \\ &= \int_{n+1} \left[\left(d\hat{\sigma}^R \right)_{\varepsilon=0} - \left(d\sigma^A \right)_{\varepsilon=0} \right] + \int_n \left[d\hat{\sigma}^{V,\text{ren.}} + d\hat{\sigma}^C + \int_1 d\sigma^A \right]_{\varepsilon=0}. \end{aligned}$$

Die beiden Terme in den eckigen Klammern sowie deren Phasenraumintegrationen sind nun separat endlich. Dabei können in der ersten Klammer sowohl die reelle Abstrahlung als auch deren Subtraktionsterm in $d = 4$ Dimensionen berechnet werden. In der zweiten Klammer muss der Subtraktionsterm über den d -dimensionalen 1-Teilchen-Phasenraum integriert werden. Dass dies analytisch möglich ist, ist eine

¹⁰Die Subtraktionsmethode wurde bereits vor langer Zeit zur Berechnung von e^+e^- -Prozessen entwickelt [43–45]

¹¹Die Antenna-Subtraktion ist ebenfalls für partonische bzw. hadronische Anfangszustände auf NNLO im Wesentlichen bereits verstanden, vgl. Ref. [51] und deren Referenzen.

der grundlegenden Eigenschaften des Subtraktionsterms der jeweiligen Subtraktionsmethode. Bevor in der zweiten Klammer der Limes $\varepsilon \rightarrow 0$ vollzogen werden kann, müssen zunächst alle ε -Pole zwischen den drei Termen in der Klammer eliminiert werden. Damit lassen sich die beiden endlichen Integrale numerisch über den jeweiligen Phasenraum integrieren, um den NLO-Wirkungsquerschnitt zu erhalten.

Der wesentliche Unterschied der verschiedenen Subtraktionsmethoden ist die Definition eines geeigneten Subtraktionsterms. Geeignet heißt in diesem Zusammenhang, dass er die folgenden Eigenschaften besitzt: Er eliminiert alle Divergenzen der reellen Abstrahlung, er ist universell (d. h. größtenteils prozessunabhängig) und er kann einfach über den 1-Teilchen-Phasenraum integriert werden. Die reelle Abstrahlung divergiert im soften und kollinearen Limes. Soft bedeutet dabei, dass ein Impuls der Ausgangsteilchen während der Phasenraumintegration verschwindet $p_i \rightarrow 0$, während kollineare Divergenzen auftreten, wenn zwei Impulse kollinear werden $p_i \parallel p_j$. Das Verhalten der reellen Abstrahlung in den beiden Grenzfällen ist bekannt. Vereinfacht gesagt ist dieses durch die Multiplikation des LO-Wirkungsquerschnitts mit dem eikonalen Strom J^μ bzw. den Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktionen¹² P_{ij} gegeben (vgl. Ref. [41], Gln. (4.7) und (4.23)):

$$d\hat{\sigma}_{R,n+1}^{\text{soft}} \sim |\mathcal{M}_n^{\text{LO}}|^2 \otimes J_\mu^\dagger J^\mu, \quad (2.17)$$

$$d\hat{\sigma}_{R,n+1}^{\text{kollinear}} \sim |\mathcal{M}_n^{\text{LO}}|^2 \otimes P_{ij}. \quad (2.18)$$

So wird also die reelle Abstrahlung mit $n+1$ Ausgangsteilchen in diesen Grenzfällen auf den LO-Wirkungsquerschnitt mit nur n Teilchen im Endzustand zurückgeführt. Das Symbol \otimes deutet darauf hin, dass es sich um keine einfache Multiplikation handelt, sondern noch Farb- und Spinkorrelationen zu berücksichtigen sind. Obwohl für beide Grenzfälle eine Formel existiert, welche das Verhalten der reellen Abstrahlung beschreibt, ist es nicht möglich obige Gleichungen einfach zu addieren, um die Divergenzen der reellen Abstrahlung zu approximieren. Die Problematik dabei liegt in dem Grenzfall, in dem sowohl soft als auch kollineare Divergenzen gleichzeitig auftreten. In diesem Fall würde die simple Addition von Gl. (2.17) und Gl. (2.18) dazu führen, dass einige Singularitäten doppelt gezählt werden. Daher wurde bei der Dipolsubtraktion in Ref. [41] eine Faktorisierungsformel entwickelt, welche beide divergenten Grenzfälle kontinuierlich und ohne Doppelzählung von Singularitäten verbindet. Aus dieser ergeben sich sogenannte Dipolterme \mathcal{D} (siehe Ref. [41, Kap. 5]), welche die Divergenzen der reellen Abstrahlung in verschiedenen Phasenraumregionen approximieren:

$$\mathcal{D} = |\mathcal{M}_n^{\text{LO}}|^2 \otimes dV_{\text{Dipol}}. \quad (2.19)$$

Die Dipol-Faktoren dV_{Dipol} werden prozessunabhängig definiert und sind damit wie gefordert universell. Der Subtraktionsterm der Dipolsubtraktion in Ref. [41] setzt

¹²Die Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktionen sind im Anhang A.2 definiert.

sich dann aus den Dipoltermen wie folgt zusammen (vgl. Ref. [41, Gl. (2.10)]):

$$\begin{aligned} d\hat{\sigma}^A &= \frac{1}{2\hat{s}} d\phi_n \sum_{\text{Dipole}} \mathcal{D} \cdot F_J^{(n)} = \frac{1}{2\hat{s}} d\phi_n \sum_{\text{Dipole}} |\mathcal{M}_n^{\text{LO}}|^2 \otimes dV_{\text{Dipol}} \cdot F_J^{(n)} \\ &= \sum_{\text{Dipole}} d\hat{\sigma}^{(0)} \otimes dV_{\text{Dipol}}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Wie gefordert folgt dann im soften/kollinearen Limes

$$p_i \rightarrow 0 / p_i \parallel p_j \quad \Rightarrow \quad d\hat{\sigma}^R \rightarrow d\hat{\sigma}^A. \quad (2.21)$$

$F_J^{(n)}$ in Gl. (2.20) bezeichnen wir als Jet-Funktion. Diese fügen wir nicht nur dem Subtraktionsterm, sondern allen Termen in Gl. (2.16) hinzu. $d\hat{\sigma}^R$ bzw. $d\hat{\sigma}^{(0)}$ und $d\hat{\sigma}^V$ werden entsprechend ihrer Ausgangsteilchen mit einer Jetfunktion $F_J^{(n+1)}$ bzw. $F_J^{(n)}$ multipliziert. In der Jet-Funktion lassen sich beliebige Schnitte am Phasenraum vollziehen. So lässt sich mit Gl. (2.16) nicht nur der totale NLO-Wirkungsquerschnitt bestimmen, sondern beliebige differentielle Observablen, welche experimentell messbar sind. Beispielsweise können damit Verteilungen des Wirkungsquerschnitts bezüglich kinematischer Variablen, wie dem Transversalimpuls oder der Rapidität eines Teilchens, bestimmen werden. Außerdem kann sie dazu verwendet werden sogenannte Jet-Algorithmen zu implementieren. Diese Algorithmen definieren einen Wirkungsquerschnitt mit einer gewissen Anzahl von Jets im Endzustand, wobei Jets Teilchenbündel sind, die von einem oder mehreren Partonen im Detektor hervorgerufen werden. Daher resultiert auch der Name Jet-Funktion. Eine wesentliche Anforderung an die Jet-Funktion ist, dass sie infrarot-sicher ist. Was darunter genau zu verstehen ist, wird zusammen mit der Definition verschiedener Jet-Algorithmen im kommenden Kapitel näher behandelt.

Aufgrund der faktorisierten Form des Subtraktionsterms (2.20) ist es möglich ihn analytisch über den 1-Teilchen-Phasenraum zu integrieren. Aus Gl. (2.20) ist ersichtlich, dass ebenfalls der Phasenraum des Subtraktionsterms diese Faktorisierung vorweist:

$$d\phi_{n+1} = d\phi_n \otimes d\phi_1. \quad (2.22)$$

Dabei ist $d\phi_n$ in $d\hat{\sigma}^{(0)}$ und $d\phi_1$ in dV_{Dipol} enthalten. Somit können wir den integrierten Subtraktionsterm wie folgt bestimmen:

$$\int_{n+1} d\hat{\sigma}^A = \int_n d\hat{\sigma}^{(0)} \otimes \sum_{\text{Dipole}} \int_1 dV_{\text{Dipol}}. \quad (2.23)$$

Details, wie die Funktionen dV_{Dipol} der Dipole analytisch integriert werden, sind in Ref. [41, Kap. 5] gegeben. Zusammen mit dem kollinearen Counterterm wird der Subtraktionsterm wie folgt ausgedrückt (vgl. Ref. [41, Gl. (10.23)]):

$$\int_{n+1} d\hat{\sigma}^A + \int_n d\hat{\sigma}^C = \int_n \left[d\hat{\sigma}^{(0)} \times \mathbf{I} + \int dx d\hat{\sigma}^{(0)} \times (\mathbf{K} + \mathbf{P}) \right]. \quad (2.24)$$

Das Symbol \times im Gegensatz zu \otimes steht dafür, dass nur noch Farbkorrelationen zwischen den beiden Faktoren zu berücksichtigen sind. Der Insertionsoperator \mathbf{I} , der \mathbf{K} - und der \mathbf{P} -Operator sind analytische Funktionen, welche in Gln. (10.15), (10.24) und (10.25) von Ref. [41] definiert sind. Der Insertionsoperator enthält die Divergenzen in Form von ε -Polen. Diese eliminieren die Pole der virtuellen Korrektur. Der \mathbf{K} - und der \mathbf{P} -Operator fassen ausschließlich endliche Terme zusammen.

Der NLO-Term des Wirkungsquerschnitts wird unter Verwendung obiger Formeln wie folgt berechnet (vgl. Ref. [41, Gl. (2.24)]):

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^{(1)} = & \int_{n+1} \left[\left(d\hat{\sigma}^R \right)_{\varepsilon=0} - \left(\sum_{\text{Dipole}} d\hat{\sigma}^{(0)} \otimes dV_{\text{Dipol}} \right)_{\varepsilon=0} \right] \\ & + \int_n \left[\left(d\hat{\sigma}^{V,\text{ren.}} + d\hat{\sigma}^{(0)} \times \mathbf{I} \right)_{\varepsilon=0} + \int dx d\hat{\sigma}^{(0)} \times (\mathbf{K} + \mathbf{P}) \right]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Mit der Dipolsubtraktion lassen sich beliebige QCD-Wirkungsquerschnitte bis NLO berechnen.¹³ Ref. [41] enthält alle Formeln, welche zur Berechnung der Dipolterme und des integrierten Subtraktionsterms notwendig sind. Zum Abschluss dieses Abschnitts wollen wir noch auf einige wichtige Details, welche bei der praktischen Umsetzung zu beachten sind, hinweisen:

- Das zentrale Kapitel von Ref. [41] ist Kap. 5. Dort wird die Berechnung der verschiedenen Dipolterme beschrieben.
- Zusammen mit den Dipoltermen werden auch die sogenannten Tildeimpulse definiert. Diese werden für die Berechnung der Dipolterme bzw. für das quadrierte LO-Matrixelement benötigt. Es ist essentiell, dass ebenfalls die Jet-Funktionen $F_J^{(n)}$ innerhalb des Subtraktionsterms in Gl. (2.20) mit den Tildeimpulsen des jeweiligen Dipols berechnet werden.
- Alle Funktionen, die für die Berechnung von \mathbf{I} , \mathbf{K} und \mathbf{P} benötigt werden, sind quer durch Ref. [41] verstreut. Sie werden in Ref. [60] in den Gln. (90) und (94) bis (99) zusammengefasst.
- Außerdem werden die \mathbf{K} - und \mathbf{P} -Terme in Gl. (2.25) über den Impulsbruchteil x integriert. Insbesondere ist der LO-Wirkungsquerschnitt in diesen Termen von x abhängig $d\hat{\sigma}^{(0)}(x p_1, p_2)$.¹⁴ Um die Impulserhaltung nicht zu verletzen, muss eine entsprechende Lorentztransformation der Impulse durchgeführt werden. Eine einfachere Alternative besteht jedoch darin zum hadronischen Wirkungsquerschnitt überzugehen. Mit einer geschickten Substitution (gemäß Ref. [60, S. 24]) verfällt diese Problematik und das LO-Matrixelement kann wie üblich durch $d\hat{\sigma}^{(0)}(x_1 p_A, x_2 p_A)$ berechnet werden, wobei $x_1 p_A$ und $x_2 p_B$ die partonischen Impulse gemäß der hadronischen Formel (2.13) sind.

¹³Genauer gesagt behandelt Ref. [41] nur masselose und/oder farbneutrale Endzustände. Der Formalismus wurde aber in Ref. [59] auf massive Partonen im Endzustand ausgeweitet.

¹⁴Analog gibt es \mathbf{K} - und \mathbf{P} -Terme mit $d\hat{\sigma}^{(0)}(p_1, x p_2)$.

- Eine sinnvolle Erweiterung der Dipolsubtraktion ist der sogenannte α -Parameter [61, 62]. Dieser unphysikalische Parameter wird der Definition der Dipolterme hinzugefügt¹⁵, wodurch sowohl der Subtraktionsterm als auch der integrierte Subtraktionsterm in Gl. (2.16) eine α -Abhängigkeit erhalten:

$$\hat{\sigma}^{(1)} = \int_{n+1} \left[\left(d\hat{\sigma}^R \right)_{\varepsilon=0} - \left(d\sigma^A(\alpha) \right)_{\varepsilon=0} \right] + \int_n \left[d\hat{\sigma}^{V,\text{ren.}} + d\hat{\sigma}^C + \int_1 d\sigma^A(\alpha) \right]_{\varepsilon=0}.$$

Die Einführung des α -Parameters hat zwei Vorteile: Zum einen lässt sich durch die Unabhängigkeit des NLO-Wirkungsquerschnitts vom α -Parameter die Konsistenz der Implementierung der Dipolsubtraktionsmethode überprüfen. Zum anderen beschränkt $\alpha < 1$ den Phasenraum der Dipole, was die numerische Konvergenz der Phasenraumintegration verbessert.

Unter Berücksichtigung obiger Hinweise ist Ref. [41] ein hervorragendes Handwerkszeug, um die Subtraktionsmethode für differentielle NLO-Wirkungsquerschnitte in der QCD anzuwenden. Im kommenden Kapitel gehen wir etwas näher auf die Jet-Funktionen und deren Eigenschaften ein. Zudem nutzen wir sie, um bestimmte Jet-Algorithmen zu definieren.

2.4 JET-ALGORITHMEN

Wir beginnen dieses Kapitel damit die notwendigen Eigenschaften einer Jet-Funktion zu behandeln. Danach werden wir sie auf NLO so definieren, dass sie die Anzahl von Jets im Endzustand filtert. Dazu stellen wir verschiedene Jet-Algorithmen¹⁶ vor, welche die geforderten Eigenschaften erfüllen.

Die Jet-Funktion hängt von den Impulsen p_i der Teilchen im Endzustand des zugehörigen Matrixelements ab. Weil sie in diesem Abschnitt vorwiegend zur Definition von Jet-Algorithmen dient, nehmen wir o. B. d. A. an, dass sich ausschließlich m Partonen im Endzustand des betrachteten Prozesses auf LO bzw. $m + 1$ auf NLO befinden. Schnitte auf die Impulse weiterer nicht-partonischer Teilchen können, wenn vorhanden, anschließend durch einfache Theta-Funktionen der Jet-Funktion hinzugefügt werden. Die entsprechende Jet-Funktion wird somit durch¹⁷

$$F_J^{(m)}(p_1, p_2, \dots, p_m) \tag{2.26}$$

bezeichnet. Eine Jet-Funktion nimmt Werte null oder eins an. Dadurch lassen sich Events in divergenten Phasenraumregionen filtern. Die Jet-Funktion auf LO muss durch entsprechende Schnitte auf die m Partonen im Endzustand zunächst so gewählt

¹⁵ $\alpha = 1$ entspricht der ursprünglichen Definition der Dipolterme nach Ref. [41].

¹⁶Unter Jet-Algorithmen verstehen wir hier stets exklusive Jet-Algorithmen.

¹⁷Zur Vereinfachung bezeichnen p_1, p_2, \dots in diesem Abschnitt die Impulse der auslaufenden Teilchen. Bisher wurden p_1 und p_2 immer für die einlaufenden Impulse verwendet.

werden, dass der Wirkungsquerschnitt endlich ist. Die wesentliche Eigenschaft der Jet-Funktion für NLO-Rechnungen ist ihre Sicherheit bezüglich infraroter Divergenzen. D. h., immer, wenn zwei der $m+1$ Partonen kollinear werden oder eins soft wird, muss die $m+1$ -Parton-Jet-Funktion $F^{(m+1)}$ mit der für m Partonen $F^{(m)}$ übereinstimmen. Das lässt sich formal wie folgt ausdrücken (vgl. Ref. [41], Gln. (7.2) bis (7.4)):

$$F_J^{(m)}(p_1, p_2, \dots, p_m) \xrightarrow{p_i \cdot p_j \rightarrow 0} 0 \quad (\text{LO endlich}), \quad (2.27)$$

$$F_J^{(m+1)}(p_1, p_2, \dots, p_{m+1}) \xrightarrow{p_i \parallel p_j} F_J^{(m)}(p_1, p_2, \dots, \cancel{p_i}, \dots, \cancel{p_j}, \dots, p_{m+1}, p_{ij}), \quad (2.28)$$

$$F_J^{(m+1)}(p_1, p_2, \dots, p_{m+1}) \xrightarrow{p_i \rightarrow 0} F_J^{(m)}(p_1, p_2, \dots, \cancel{p_i}, \dots, p_{m+1}). \quad (2.29)$$

Dabei steht p_{ij} symbolisch für die Kombination der beiden kollinearen Impulse zu einem. Wir werden im Folgenden nun Jet-Algorithmen definieren, welche diese Eigenschaften erfüllen.

Wir geben eine Anzahl von n Jets vor, welche wir im Endzustand eines Prozesses fordern. Diese Filterung von n -Jet-Events definieren wir durch

$$F_J^{(m)}(n) \equiv F_J^{(m \rightarrow n)} = \begin{cases} 1 & \text{für } n\text{- Jet-Events;} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.30)$$

Um mehrere Jet-Bins zu kombinieren, kann man die entsprechenden Funktionen einfach addieren. Die Definition eines Jets wird in F_J mittels eines Jet-Algorithmus durchgeführt. Dieser kann in zwei wesentliche Teile aufgeteilt werden: die Gruppierung von Jets und die Schnitte auf die Jets (Akzeptanz). Diese beiden Schritte können hintereinander durchgeführt werden.

Die Gruppierung der Jets läuft mittels einer einfachen Bedingung zwischen den Impulsen zweier Partonen ab. Erfüllen zwei Impulse die Gruppierungsbedingung (d. h., ihr Abstand ist zu klein), werden die Impulse entsprechend des Rekombinierungsschemas zu einem Impuls verbunden. Dies geschieht solange bis keine zwei Impulse mehr die Gruppierungsbedingung erfüllen. Danach nennen wir die übrig gebliebenen Impulse bzw. deren Teilchen Pseudo-Jets. Die Gruppierungsbedingung und -reihenfolge definieren die jeweiligen Jet-Algorithmen, welche wir weiter unten behandeln. Die präparierten Pseudo-Jets sind hinreichend weit voneinander separiert. Im zweiten Schritt, der Akzeptanz, werden diese dann Schnitten unterzogen. Alle Jets, die diese Schnitte nicht erfüllen, werden eliminiert.¹⁸

¹⁸Bei der Jet-Definition ist vor allem ein Schnitt auf den Transversalimpuls $p_T \gg 0$ wichtig (üblicherweise $p_T \gtrsim 20$ GeV). Dieser schließt einerseits nicht messbare Jets in Richtung der Strahlenachse der Kollision aus und andererseits werden so kollineare Divergenzen mit dem Anfangszustand verhindert.

Diese Prozedur lässt sich wie folgt darstellen:¹⁹

$$F_J^{(m \rightarrow n)}(n, p_1, \dots, p_m \rightarrow k_1, \dots, k_n) = \sum_j F_{\text{cluster}}^{(m \rightarrow j)}(p_1, \dots, p_m \rightarrow h_1, \dots, h_j) \cdot F_{\text{accept}}^{(j \rightarrow n)}(h_1, \dots, h_j \rightarrow k_1, \dots, k_n). \quad (2.31)$$

Dabei bezeichnen h_i und k_i die Impulse der Pseudo-Jets und Jets. $p_1, \dots, p_m \rightarrow h_1, \dots, h_j$ ist als Forderung aufzufassen: Bei der Gruppierung der m Partonen können $1, \dots, m$ Pseudo-Jets entstehen. Nur wenn es genau j Pseudo-Jets sind, ist $F_{\text{cluster}}^{(m \rightarrow j)} = 1$, sonst null. Genauso können nach den Schnitten auf die j Pseudojets zwischen $1, \dots, j$ Jets die Schnitte überstehen. Nur wenn sich n Jets ergeben, ist $F_{\text{accept}}^{(j \rightarrow n)} = 1$, sonst null. Um alle n -Jet-Events zu erhalten, müssen wir zudem über alle Möglichkeiten $j \in \{n, n+1, \dots, m\}$ summieren.

Im Folgenden betrachten wir die entsprechenden Jet-Funktionen für NLO Rechnungen, deren LO-Prozesse m Partonen im Endzustand haben. Damit lassen sich Wirkungsquerschnitte für entweder $n = m$ oder $n = m+1$ Partonen im Endzustand bestimmen, weil die Endlichkeit des Wirkungsquerschnitts (vgl. Gl. (2.27)) sicherzustellen ist. Daher reicht es auf NLO aus $F_J^{(m \rightarrow m)}$ und $F_J^{(m+1 \rightarrow m)}$ zu definieren. $F_J^{(m+1 \rightarrow m+1)}$ ergibt sich aus $F_J^{(m \rightarrow m)}$, wenn wir m durch $m+1$ ersetzen. Wir definieren außerdem Jets nur durch Schnitte auf den Transversalimpuls p_T und die Rapidität y .²⁰

Um die Endlichkeit des Wirkungsquerschnitts zu gewährleisten, dürfen nach Gl. (2.27) auf LO keine Impulse gruppiert werden und alle Impulse müssen die Schnitte überstehen. Ansonsten wird die Jet-Funktion auf null gesetzt:

$$F_J^{(m \rightarrow m)}(p_1, \dots, p_m \rightarrow k_1, \dots, k_m) = F_{\text{cluster}}^{(m \rightarrow m)}(p_1, \dots, p_m \rightarrow h_1, \dots, h_m) \cdot F_{\text{accept}}^{(m \rightarrow m)}(h_1, \dots, h_m \rightarrow k_1, \dots, k_m), \quad (2.32)$$

mit

$$F_{\text{cluster}}^{(m \rightarrow m)}(p_1, \dots, p_m \rightarrow h_1, \dots, h_m) = \prod_{i,j=1; i < j}^m (1 - \theta_{\text{cluster}}(p_i, p_j)), \quad (2.33)$$

wobei die Theta-Funktion sowie die Reihenfolge der Gruppierung durch den Jet-Algorithmus definiert ist:

$$\theta_{\text{cluster}}(p_i, p_j) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } p_i, p_j \text{ gruppiert werden;} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.34)$$

¹⁹Die folgenden Formeln zur Definition von Jet-Funktionen (allgemein und auf NLO) sind unter Verwendung einer abgewandelten Notation Ref. [63, Kap. 2.2] entnommen.

²⁰Dabei ist zu beachten, dass wir in dieser Arbeit nur masselose Partonen im Endzustand behandeln. Daher gilt $y \equiv \eta$, wobei η die Pseudorapidität ist.

Bei der Jet-Akzeptanz müssen auf LO alle m Impulse h_i der Pseudo-Jets die Schmitte überstehen:

$$F_{\text{accept}}^{(m \rightarrow m)}(h_1, \dots, h_m \rightarrow k_1, \dots, k_m) = \prod_{j=1}^m \theta(p_T(h_j) > p_{T,\min}) \theta(|\eta(h_j)| < \eta_{\max}), \quad (2.35)$$

mit $\theta(x > y) \equiv \theta(y < x) = \theta(x - y)$. In einer NLO Rechnung gilt die Jet-Funktion in Gl. (2.32) für alle Beiträge mit LO-Kinematik. Dementsprechend wird sie beim LO-Wirkungsquerschnitt und der virtuellen Korrektur verwendet. Die reelle Abstrahlung weist Events mit $m + 1$ Partonen im Endzustand auf. Die Funktion $F_J^{(m+1 \rightarrow m+1)}$ folgt direkt aus $F_J^{(m \rightarrow m)}$.

Die Funktion $F_J^{(m+1 \rightarrow m)}$, welche bei der reellen Abstrahlung zur Filterung von $n = m$ -Jet-Events auftritt, ist aufwändiger zu definieren.

$$F_J^{(m+1 \rightarrow m)}(p_1, \dots, p_{m+1} \rightarrow k_1, \dots, k_m) = \quad (2.36)$$

$$F_{\text{cluster}}^{(m+1 \rightarrow m)}(p_1, \dots, p_{m+1} \rightarrow h_1, \dots, h_m) \cdot F_{\text{accept}}^{(m \rightarrow m)}(h_1, \dots, h_m \rightarrow k_1, \dots, k_m) + \\ F_{\text{cluster}}^{(m+1 \rightarrow m+1)}(p_1, \dots, p_{m+1} \rightarrow h_1, \dots, h_{m+1}) \cdot F_{\text{accept}}^{(m+1 \rightarrow m)}(h_1, \dots, h_{m+1} \rightarrow k_1, \dots, k_m)$$

$F_{\text{accept}}^{(m \rightarrow m)}$ und $F_{\text{cluster}}^{(m+1 \rightarrow m+1)}$ ergeben sich aus Gln. (2.35) und (2.33). Die anderen Funktionen sind gegeben durch

$$F_{\text{cluster}}^{(m+1 \rightarrow m)}(p_1, \dots, p_{m+1} \rightarrow h_1, \dots, h_m) = \quad (2.37) \\ \sum_{k,l=1; k < l}^{m+1} \theta_{\text{cluster}}(p_k, p_l) \prod_{i,j=1; i < j; j \neq k,l}^{m+1} (1 - \theta_{\text{cluster}}(p_i, p_j)) \prod_{i \neq k,l}^{m+1} (1 - \theta_{\text{cluster}}(p_i, p_k \oplus p_l))$$

und

$$F_{\text{accept}}^{(m+1 \rightarrow m)}(h_1, \dots, h_{m+1} \rightarrow k_1, \dots, k_m) = \quad (2.38) \\ \sum_{r=1}^{m+1} \theta(p_T(h_r) < p_{T,\min}) \prod_{j=1, j \neq r}^{m+1} \theta(p_T(h_j) > p_{T,\min}) \theta(|\eta(h_j)| < \eta_{\max}) \\ + \sum_{r=1}^{m+1} \theta(|\eta(h_r)| > \eta_{\max}) \prod_{j=1, j \neq r}^{m+1} \theta(p_T(h_j) > p_{T,\min}) \theta(|\eta(h_j)| < \eta_{\max}).$$

Dabei werden zwei gruppierte Impulse p_i und p_j gemäß des Rekombinierungsschemas miteinander verbunden. Wir verwenden nur das sogenannte E-Schema, wonach sie einfach addiert werden:

$$p_i \oplus p_j = p_i + p_j. \quad (2.39)$$

Mit den vorangegangenen Definitionen lassen sich nun infrarot-sichere und damit theoretisch sinnvolle Jet-Algorithmen wie folgt definieren:²¹

$$\theta_{\text{cluster}}(p_i, p_j) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } \Delta R_{ij} = \sqrt{(\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2} < R; \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.40)$$

Dabei ist ϕ der Azimutwinkel der Jets und R ein vorgegebener Parameter, welcher Jet-Radius genannt wird. Die Reihenfolge, welche Impulse p_i und p_j zuerst gruppiert werden, unterscheidet die üblichen infrarot-sicheren Jet-Algorithmen. Dazu wird die Größe

$$d_{ij} = \min(p_{i,T}^{2p}, p_{j,T}^{2p}) \Delta R_{ij} / R \quad (2.41)$$

aller Jet-Paare i, j berechnet. Das Jet-Paar mit dem kleinsten Wert wird zuerst gruppiert und die Impulse gemäß des Rekombinierungsschemas verbunden. Das geschieht solange, bis die obige Bedingung $\Delta R_{ij} < R$ für alle Impulse erfüllt ist. Der freie Parameter p definiert den Jet-Algorithmus:

- $p = 1$: k_T -Algorithmus [65, 66],
- $p = 0$: Cambridge/Aachen-Algorithmus [67, 68],
- $p = -1$: Anti- k_T -Algorithmus [69].

Dabei ist anzumerken, dass bei NLO Rechnungen (ohne Partonenschauder und Hadronisierung), in denen maximal zwei Partonen im Endzustand auftreten, die Reihenfolge der Gruppierung selbstverständlich irrelevant ist.

Die Betrachtung von Jet-Wirkungsquerschnitten bei der Higgsproduktion ist ein zentraler Bestandteil der Studie, welche in Kap. 6 vorgestellt wird.

2.5 EFFEKTIVE THEORIE DER GLUONFUSION

Bei der Higgsproduktion in der Gluonfusion, enthält bereits das LO-Feynmandiagramm eine Quark-Schleife, siehe Abb. 2.5. Zwar ergeben sich daraus keine Divergenzen, weil der LO-Wirkungsquerschnitt endlich sein muss, jedoch erschwert dieser Umstand die Berechnung von Korrekturen höherer Ordnung dieses Prozesses enorm. Der totale Wirkungsquerschnitt beispielsweise ist daher entgegen anderer $2 \rightarrow 1$ -Prozesse nicht auf NNLO bekannt. Unter der Annahme, dass alle anderen Skalen des Prozesses deutlich kleiner als die Quark-Masse in der Schleife sind, lässt sich eine effektive Theorie für eine unendlich große Quark-Masse formulieren. Dies stellt zumindest für die Beiträge der Top-Schleife eine sehr gute Approximation dar. Aufgrund der Tatsache, dass im SM der dominante Beitrag der Higgsproduktion in Gluonfusion aus den Top-Beiträgen resultiert, ist die effektive Theorie gleichzeitig eine gute Näherung des gesamten Wirkungsquerschnitts.

²¹siehe Ref. [64]

Im Grenzfall einer unendlich schweren Top-Masse vereinfacht sich das LO-Diagramm, siehe Abb. 2.6. Die komplizierte Schleifenstruktur reduziert sich zu einem Dreiervertex. Es entsteht somit eine effektive Kopplung zwischen den Gluonen, welche als masselose Teilchen eigentlich nicht an das Higgs koppeln, und dem Higgsboson. Die effektive Lagrangedichte der Theorie können wir wie folgt formulieren:

$$\mathcal{L}_{ggH} = -\frac{C_1}{4v} H G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a}. \quad (2.42)$$

Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts auf höheren Ordnungen ist dadurch deutlich einfacher, sie entspricht im Wesentlichen der jedes einfachen $2 \rightarrow 1$ -Prozesses. Es muss zusätzlich nur der Wilson-Koeffizient C_1 der effektiven Theorie auf der benötigten perturbativen Ordnung berücksichtigt werden (vgl. z. B. Ref. [70–74]). Formal ist die effektive Theorie für Higgs-Massen $m_H \lesssim 2m_t$ gültig. Es hat sich aber gezeigt, dass ihre Gültigkeit auch für höhere Higgsmassen nicht völlig verloren geht [75]. In Kap. 4 werden wir auf die wichtigsten Resultate bezüglich der Higgsproduktion in Gluonfusion verweisen und außerdem die Masseneffekte verschiedener Observablen im Vergleich zur effektiven Theorie analysieren.

Der Grenzfall einer unendlichen Top-Masse kann als führender Term einer Entwicklung des Wirkungsquerschnitts in $1/m_t^2$ angesehen werden. Diese sogenannte asymptotische Entwicklung wird im kommenden Kapitel kurz eingeführt. Wir werden sie unter anderem in Kap. 5.2 bei der Berechnung neuer Korrekturen zum Prozess der sogenannten Higgsstrahlung verwenden.

2.6 ASYMPTOTISCHE ENTWICKLUNG

Wir möchten in diesem Abschnitt nur einen kleinen Einblick in die Methodik der Berechnung von Feynmandiagrammen mittels asymptotischer Entwicklung geben. Für detailliertere Informationen verweisen wir auf Ref. [76, 77]. In Ref. [76] sind im wesentlichen drei Sichtweisen gegeben, wie man die Streuamplituden eines Prozesses durch die Entwicklung bezüglich eines Parameters bestimmen kann. Wir beschränken uns hier auf die diagrammatische Sichtweise. Zudem liegt unser Interesse vorwiegend

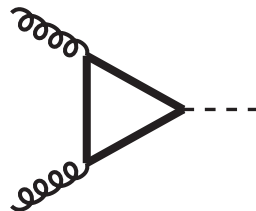


Abbildung 2.5: LO-Feynmandiagramm der Gluonfusion

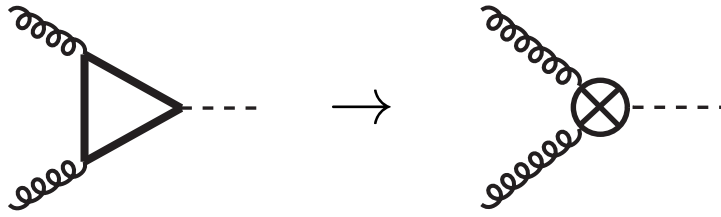


Abbildung 2.6: LO-Feynmandiagramm in der effektiven Theorie

in der Entwicklung von Wirkungsquerschnitten der Higgsproduktion bezüglich einer großen Top-Masse für hinreichend kleine Higgsmassen.

Der komplizierteste Beitrag zum Wirkungsquerschnitt sind die Schleifenkorrekturen bzw. deren Schleifenintegrale. Insbesondere bei mehrfachen Schleifen versagen häufig Methoden zur exakten Berechnung. Dabei spielt außerdem die Anzahl der Skalen (Massen, externe Impulse) innerhalb des Schleifenintegrals eine entscheidende Rolle. Durch asymptotische Entwicklung wird diese Skalenstruktur vereinfacht. Dabei ist vorausgesetzt, dass der dominante Beitrag einer Amplitude in einem gewissen Grenzfall berechnet werden kann, z. B. wenn eine der Massen oder Impulse schwerer als alle anderen sind. Bezüglich dieser Grenzfälle haben die zu berechnenden Feynmandiagramme eine einfachere Form.

Die diagrammatische Methodik lässt sich formal wie folgt ausdrücken (vgl. Ref. [76, Gl. (29)]):

$$\mathcal{F}(\Gamma) \rightarrow \sum_{\gamma} \mathcal{T}\mathcal{F}(\gamma) \otimes \mathcal{F}/\gamma. \quad (2.43)$$

Ein Diagramm Γ zerfällt demnach in der asymptotischen Entwicklung in eine Reihe von einfacheren Unterdiagrammen γ und Ko-Unterdiagrammen Γ/γ , welche im gegebenen Grenzfall mit dem ursprünglichen Diagramm übereinstimmen. Genauer gesagt ist die asymptotische Entwicklung des Schleifenintegrals $\mathcal{F}(\Gamma)$ des Feynmandiagramms Γ durch die Summe aller Produkte von Schleifenintegralen der Paare γ und Γ/γ gegeben. Im hier betrachteten Grenzfall einer sehr großen Masse eines Teilchens enthalten die Unterdiagramme γ die internen Linien des entsprechenden Teilchens.²² Somit ergibt sich Γ/γ aus Γ , indem man γ zu einem Punkt zusammenzieht. $\mathcal{T}\mathcal{F}(\gamma)$ ist die Taylor-Entwicklung von γ in allen kleinen Skalen bezüglich der als schwer angenommenen Masse. Dabei werden die externen Impulse auf null gesetzt. Die Verknüpfung \otimes deutet auch hier darauf hin, dass Γ/γ und γ weiterhin im Helizitäts- und Farbraum miteinander verbunden sind. Durch diese Vorgehensweise werden alle Propagatoren des schweren Teilchens in die kleinen Massen und externen Impulsen entwickelt.

²²Eine analoge Aussage ergibt sich im Grenzfall sehr großer Impulse, den wir hier nicht weiter verfolgen wollen.

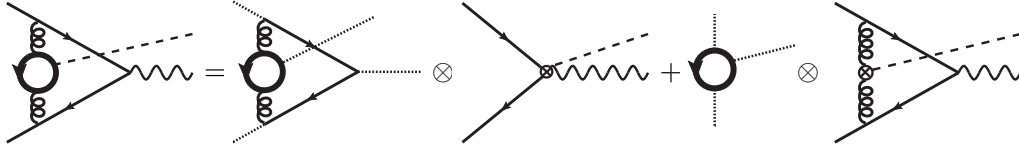


Abbildung 2.7: Asymptotische Entwicklung eines Feynmandiagramms des Prozesses $q\bar{q}' \rightarrow VH$ mit $V \in \{Z, W^\pm\}$, welcher in Kap. 5.2 betrachtet wird. Die graphische Notation ist die folgende: fette Linie $\hat{=}$ Top-Quark; dünne Linie $\hat{=}$ leichtem Quark $q \in \{u, d, c, s, b\}$; Spirale $\hat{=}$ Gluon; gestrichelte Linie $\hat{=}$ Higgsboson; gepunktete Linie $\hat{=}$ masselosem externen Teilchen.

Beispielhaft wird in Abb. 2.7 die asymptotische Entwicklung eines Feynmandiagramms, welches wir in Kap. 5.2 berechnen, diagrammatisch dargestellt. Das Zweischleifen-Feynmandiagramm des Prozesses $q\bar{q}' \rightarrow VH$ mit $V \in \{Z, W^\pm\}$ lässt sich im Grenzfall einer schweren Top-Masse durch deutlich einfachere Produkte von Unterdiagrammen berechnen: Einerseits bestimmt ein Zweischleifen-Vakuum-Diagramm mit verschwindenden externen Impulse, auch Zweischleifen-Vakuum-Diagramm (engl.: „tadpole“) genannt, den effektive Vertex $q\bar{q}'VH$, welcher in das schleifenlose Diagramm $q\bar{q}' \rightarrow VH$ eingesetzt wird; andererseits wird ein Einschleifen-Vakuum-Diagramm mit einem masselosen Einschleifendiagramm mit effektiver ggH -Kopplung multipliziert.

Das Ergebnis ist eine Entwicklung der Amplitude in $1/m_t^2$.²³ Auf diese Weise lässt sich bei der Higgsproduktion in Gluonfusion der Wirkungsquerschnitt bzw. jeder individuelle Beitrag als Reihe in $1/m_t^2$ bestimmen:

$$\sigma = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k = \sum_{k=0}^{\infty} G_k \frac{1}{m_t^{2k}} = G_0 + G_1 \frac{1}{m_t^2} + G_2 \frac{1}{m_t^4} + G_3 \frac{1}{m_t^6} + \dots \quad (2.44)$$

Im Grenzfall einer unendlichen Top-Masse bleibt nur der erste Term erhalten. G_0 stellt folglich den Wirkungsquerschnitt in der effektiven Theorie der Gluonfusion dar, siehe Kap. 2.5.

Asymptotische Entwicklung ist die Grundlage von zwei Studien, welche wir im Rahmen dieser Arbeit behandeln: In Kap. 4.2.1 berechnen wir Beiträge G_k für $k > 0$, um die Masseneffekte des Wirkungsquerschnitts in der Gluonfusion zu analysieren. In Kap. 5.2 wird die Entwicklung genutzt, um den Wirkungsquerschnitt von zuvor unbekanntem Beiträgen zum Prozess der Higgsstrahlung zu berechnen.

²³D. h., dass die Entwicklung *vor* der Integration durchgeführt wird.

- Kapitel 3 -

Resummierung des Transversalimpulses

3.1 DER SUDAKOV-FAKTOR¹

Eine wichtige Observable für experimentelle Analysen ist die Verteilung des Wirkungsquerschnitts bezüglich des Transversalimpulses eines Teilchens, z. B. ist bei der Messung der Eigenschaften des Higgsteilchens dessen Transversalimpulsverteilung von Bedeutung. Eines der zentralen Themen dieser Arbeit ist daher die Berechnung des Wirkungsquerschnitts im SM und im MSSM in Abhängigkeit vom Transversalimpuls des Higgsbosons.

Die Transversalimpulsverteilung bei einer festen Ordnung bezüglich der Störungsreihe in α_s besitzt eine logarithmische Divergenz im Grenzfall $p_T \rightarrow 0$. Sie hat folglich keinerlei Vorhersagekraft in diesem Limes. Im Falle des totalen Wirkungsquerschnitts, bei dem man über alle p_T integriert, tritt dieses Problem nicht auf, weil die virtuelle Korrektur und der kollineare Counterterm berücksichtigt werden. Diese sind proportional zu $\delta(p_T)$ und haben somit nur einen Beitrag bei $p_T = 0$. Ihre Singularitäten heben die angesprochenen Divergenzen genau weg, so dass der totale Wirkungsquerschnitt endlich ist. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für $p_T > 0$ bleibt jedoch divergent im Grenzfall verschwindender p_T . Aus diesem Grund wurde ein Formalismus [79–86] entwickelt, welcher diese Divergenzen zu allen Ordnungen der Störungsreihe resummiert, um eine endliche Verteilung des Transversalimpulses zu erhalten.

Ref. [87] behandelt allgemein die Resummierung der logarithmischen Beiträge des Transversalimpulses eines nicht-partonischen Teilchens im Endzustand.² Der dort beschriebene Formalismus ist die Grundlage der folgenden Ausführungen dieses

¹Dieser Abschnitt ist eine Erweiterung der Ausführungen und der Formeln, welche in Ref. [78] zu finden sind.

²Der Formalismus in Ref. [87] basiert auf der Resummierungsmethode des Transversalimpulses, welche in Ref. [79–86] entwickelt wurde.

Abschnitts. Auch wenn die angegebenen Formeln allgemein gehalten sind, beziehen sich unsere Ausführungen auf ein Higgsteilchen, welches durch die Gluonfusion oder die Annihilation von zwei Bottom-Quarks entsteht.³ p_T setzen wir daher mit dem Transversalimpuls des Higgsteilchens gleich.

Um zu verdeutlichen, welche Terme des Wirkungsquerschnitts resummiert werden, kommen wir zunächst auf die Transversalimpulsverteilung bei einer festen Ordnung in α_s zurück. Aufgrund der soften und kollinearen Singularitäten (siehe Kap. 2.2) hat der perturbative Wirkungsquerschnitt eine logarithmische Struktur in p_T , welche die Divergenz für $p_T \rightarrow 0$ hervorruft:

$$\frac{d\sigma^{\text{f.o.}}}{dp_T^2} \sim \left[\frac{\alpha_s}{\pi} \left(\frac{X^{(1;2)}}{p_T^2} \ln \left(\frac{m_H^2}{p_T^2} \right) + \frac{X^{(1;1)}}{p_T^2} + X^{(1;0)} + \mathcal{O}(p_T^2/m_H^2) \right) + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right]. \quad (3.1)$$

Dabei steht f.o. für feste Ordnung.⁴ Zudem wurden die Koeffizienten $X^{(1;a)}$ ($a = 1, 2$) der Logarithmen und der Koeffizient $X^{(1;0)}$ des konstanten Terms eingeführt. Die logarithmische Struktur in Gl. (3.1) entspricht dem LO-Wirkungsquerschnitt. Sie setzt sich analog auf höheren Ordnungen fort. Die Logarithmen in Gl. (3.1) müssen über alle Ordnungen der Störungstheorie resummiert werden, um eine endliche Verteilung des Transversalimpulses und damit eine sinnvolle Vorhersage für kleine p_T zu erhalten. Die Koeffizienten $X^{(i;j)}$ des f.o.-Wirkungsquerschnitts enthalten dabei alle Informationen, welche für die Resummierung notwendig sind. Wie sich aus ihnen die benötigten Koeffizienten der Resummierung ableiten lassen, wird in Kap. 3.2.1 erläutert.

Die zentrale Formel zur Resummierung des hadronischen Wirkungsquerschnitts bezüglich des Transversalimpulses wurde in Ref. [86, Gl. (1.1)] eingeführt. Diese wurde in Ref. [88] um einen Koeffizienten H erweitert, welcher die gesamte Prozessabhängigkeit der ursprünglichen Formel vereinnahmt, so dass der Rest der Formel sowie die weiteren Resummierungskoeffizienten prozessunabhängig definiert sind (vgl. Ref. [88], Gln. (13) und (14)). Genauer gesagt verbleibt lediglich eine Abhängigkeit vom Anfangszustand $c\bar{c}$ des LO-Wirkungsquerschnitts. Dieser kann entweder zwei Gluonen $c\bar{c} = gg$ oder ein Quark-Antiquark-Paar $c\bar{c} = q\bar{q}$ enthalten. Die hadronische Formel für die resummierten Logarithmen integriert über die Rapidität y des Higgsteilchens nimmt folgende Form an (vgl. z. B. Ref. [89, Gl. (7)]):⁵

$$\frac{d\sigma^{\text{res}}}{dp_T^2} = \frac{m_H^2}{s} \hat{\sigma}_{c\bar{c}}^{(0)} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \int_0^\infty db \frac{b}{2} J_0(b p_T) S_c(m_H^2, b) \sum_{i,j=\{q,\bar{q},g\}} \int_{x_1}^1 \frac{dz_1}{z_1} \int_{x_2}^1 \frac{dz_2}{z_2} \cdot H_c C_{ci}(z_1, \alpha_s(b_0^2/b^2)) C_{\bar{c}j}(z_2, \alpha_s(b_0^2/b^2)) f_i^A(x_1/z_1, b_0^2/b^2) f_j^B(x_2/z_2, b_0^2/b^2), \quad (3.2)$$

³Gluonfusion und Bottom-Annihilation sind zwei der drei Produktionsmechanismen des Higgsbosons, welche in dieser Arbeit behandelt werden.

⁴Im Folgenden bezeichnen wir den Wirkungsquerschnitt, welcher bei einer festen Ordnung in der Streutheorie ausgerechnet wird, als f.o.-Wirkungsquerschnitt.

⁵Wir vernachlässigen an dieser Stelle die G -Koeffizienten, welche zur Beschreibung von Spinkorrelationen in Ref. [90] eingeführt wurden. Sie werden im Rahmen dieser Arbeit nicht benötigt, weil sie nur bei der Gluonfusion außerhalb der hier behandelten logarithmischen Ordnung auftreten.

wobei der Sudakov-Faktor durch

$$S_c(m_H^2, b) = \exp \left\{ - \int_{b_0^2/b^2}^{m_H^2} \frac{dq^2}{q^2} \left[A_c(\alpha_s(q^2)) \ln \left(\frac{m_H^2}{q^2} \right) + B_c(\alpha_s(q^2)) \right] \right\} \quad (3.3)$$

definiert ist. Die Resummierung wird im b -Raum durchgeführt, wobei b der Stoßparameter ist, welcher die Fouriertransformierte des Transversalimpulses p_T darstellt. Es gilt somit das entgegengesetzte Verhalten: Kleine Werte von p_T entsprechen großen Werten von b und vice versa. Die Integration über b entspricht daher einer Fouriertransformation zwischen b - und p_T -Raum, wobei $J_0(b p_T)$ die Besselfunktion der nullten Ordnung angibt. $b_0 = 2 e^{-\gamma_E} = 0.577\dots$ ergibt sich aus der Eulerschen Konstante γ_E . Überall, wo die Abhängigkeit der starken Kopplungskonstante nicht angegeben ist, wird $\alpha_s \equiv \alpha_s(\mu_R)$ impliziert. Außerdem nehmen wir zur Vereinfachung der Formeln $\mu_F = \mu_R = m_H$ an, es sei denn, die Skalenabhängigkeit wird explizit angegeben.

Der Sudakov-Faktor ist das Herzstück des Formalismus, denn durch die Exponentialfunktion resummiert er alle Logarithmen⁶ $L = \ln(Q_{\text{res}}^2 b^2/b_0^2)$ der Form $\alpha_s^l L^m$ mit $1 \leq m \leq 2l$ bis zu einer vorgegebenen logarithmischen Ordnung (vgl. Ref. [87, S. 7]).⁷ Diese Ordnung wird ähnlich wie zuvor durch eine Störungsreihe in α_s definiert, nur diesmal befindet sich diese Reihe innerhalb einer Exponentialfunktion. Um dies zu verdeutlichen, drücken wir die Resummation der Logarithmen (3.2) im Mellin-Raum⁸ wie folgt aus:

$$\left(\frac{d\sigma^{\text{res}}}{dp_T^2} \right)_N \sim \exp \left\{ L h_1(\alpha_s L) + h_2(\alpha_s L) + \alpha_s h_3(\alpha_s L) + \sum_{k=4}^{\infty} \alpha_s^{k-2} h_k(\alpha_s L) \right\}. \quad (3.4)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Funktionen h_k nicht in $\alpha_s L$ entwickelt werden dürfen, weil $\alpha_s L$ von der Ordnung eins ist: $\alpha_s L \sim \mathcal{O}(1)$. Der erste Term $L h_1$ berücksichtigt im Exponenten alle Beiträge $\alpha_s^l L^{l+1}$ der führenden logarithmischen Ordnung (LL). h_2 resummiert alle nächst-führenden logarithmischen Beiträge (NLL-Beiträge) $\alpha_s^l L^l$ des Exponenten, $\alpha_s h_3$ alle nächst-nächst-führenden (NNLL) $\alpha_s^l L^{l-1}$ und so weiter (vgl. Ref. [87, S. 8]). Die größten logarithmischen Terme des Wirkungsquerschnitts $\alpha_s^l L^{2l}$ beispielsweise ergeben sich dabei aus dem LL-Term des Exponenten. Die Eigenschaft, dass keine Terme $\alpha_s^l L^m$ mit $m > l + 2$ im Exponenten von Gl. (3.4) vorkommen, folgt aus der perturbativen Dynamik von Eichtheorien und der kinematischen Faktorisierung bezüglich des Stoßparameters b . Sie wird als Exponentierung (engl.: „exponentiation“) bezeichnet (vgl. Ref. [87, S. 8]).

Die Resummierungskoeffizienten A_c , B_c , C_{ci} und H_c aus Gln. (3.2) und (3.3) werden

⁶ $Q \equiv Q_{\text{res}}$ ist die Resummierungsskala, welche in Ref. [87] eingeführt wird. Zur Vereinfachung der Formeln in diesem Abschnitt wird $Q_{\text{res}} = m_H$ angenommen.

⁷ l bezeichnet die Ordnung in α_s . Außerdem versteht sich, dass weitere Logarithmen aus den C -Koeffizienten und den PDFs folgen. Darauf werden wir später zurückkommen.

⁸Der Mellin- oder N -Raum bezüglich $z = m_H^2/\hat{s}$ wird im Anhang A.3 zusammen mit den Faltungen eingeführt. Im N -Raum vereinfacht sich die Faltung zweier Funktionen zu einem einfachen Produkt.

als Potenzreihe in α_s definiert

$$X = \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^l X^{(l)}, \quad X \in \{A_c, B_c\}, \quad (3.5)$$

$$C_{ci}(z) = \delta_{ci} \delta(1-z) + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^l C_{ci}^{(l)}(z), \quad (3.6)$$

$$H_c = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^l H_c^{(l)}. \quad (3.7)$$

In dem hier vorgestellten Resummierungsfomalismus sind die Koeffizienten A_c , B_c und C_{ci} prozessunabhängig. Ihre einzige Abhängigkeit bezieht sich auf den Anfangszustand des LO-Wirkungsquerschnitts ($c\bar{c} = gg$ oder $c\bar{c} = q\bar{q}$). Bestimmt man sie also für einen Prozess, so sind sie für alle Prozesse mit gleichem Anfangszustand bekannt. Wie bereits erwähnt ist die gesamte Abhängigkeit vom betrachteten Prozess in H_c enthalten. Weil H_c , B_c und C_{ci} mittels Transformationen bezüglich des Resummierungsschemas miteinander verbunden sind, ist zu beachten, dass sie nur eindeutig definiert sind, wenn ein Resummierungsschema festgelegt wird. Dabei entspricht die Wahl von H_c (bzw. C_{ci}) für einen Prozess einer Fixierung des Resummierungsschemas.

In Ref. [87] wurde die sogenannte hart-kollineare Funktion (engl.: „hard-collinear function“) $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}$ [89] zum ersten Mal eingeführt. Diese ist sowohl vom LO-Anfangszustand $c\bar{c}$ als auch vom betrachteten partonischen Kanal ij abhängig. Ihr Zweck ist es alle Terme zusammenzufassen, welche unabhängig vom Stoßparameter b bzw. proportional zu $\delta(p_T)$ sind. Sie ist daher durch H_c , C_{ci} und $C_{\bar{c}j}$ definiert

$$\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}(z) = H_c \int_0^1 dz_1 \int_0^1 dz_2 \delta(z - z_1 z_2) C_{ci}(z_1) C_{\bar{c}j}(z_2) \quad (3.8)$$

und kann wie folgt durch eine Potenzreihe in α_s dargestellt werden:

$$\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}(z) = \delta_{ci} \delta_{\bar{c}j} \delta(1-z) + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^l \mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(l)}(z). \quad (3.9)$$

Im Mellin-Raum faktorisiert $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}$ bezüglich der Exponentialfunktion in Gl. (3.4), welche die gesamte b -Abhängigkeit enthält (vgl. Ref. [87]). Zur Ermittlung der Prozessabhängigkeit ist es üblich die hart-kollineare Funktion alternativ zu H_c zu berechnen (vgl. Ref. [89, 91]). In Kap. 3.2.1 beschreiben wir die Bestimmung der NLL-Resummierungskoeffizienten für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation. Des Weiteren geben wir die NLL-Koeffizienten für die Gluonfusion an. Die NNLL-Koeffizienten der Bottom-Annihilation werden in Kap. 3.3 behandelt.

An dieser Stelle sollen verschiedene Aspekte der Resummierungsformel (3.2) noch ein wenig genauer erläutert werden:

- Es ist wichtig anzumerken, dass im zweiten Argument der PDFs $f_{i/j}^{A/B}$ die Energieskala b_0^2/b^2 steht, welche von μ_F abweicht.

- Die Grenzen der Integration über z_1 und z_2 sind $x_1 = e^y m_H/\sqrt{s}$ und $x_2 = e^{-y} m_H/\sqrt{s}$.
- $\hat{\sigma}^{(0)}$ ist der partonische LO-Wirkungsquerschnitt des Prozesses $gg \rightarrow H$ bzw. $b\bar{b} \rightarrow H$. Bei der Betrachtung von Transversalimpulsverteilungen bezeichnen wir ihn im Folgenden als Bornfaktor, weil $gg \rightarrow H$ bzw. $b\bar{b} \rightarrow H$ nicht dem LO-Prozess der jeweiligen p_T -Verteilung entsprechen.
- Der Grund dafür die Resummierung im b -Raum durchzuführen, hängt mit der Faktorisierung des Wirkungsquerschnitts zusammen. Während die Matrixelemente im soften und kollinearen Grenzfall faktorisieren (vgl. Gl. (2.17) und Gl. (2.18)), ist dies nicht für den Phasenraum der Fall. Präziser formuliert verbindet die δ -Funktion des Phasenraums alle Transversalimpulse softer und kollinearere Teilchen, welche emittiert werden, wodurch die Faktorisierung verhindert wird. Weil bei der Fouriertransformation aus der δ -Funktion Exponentialfunktionen werden, ist die Faktorisierung im b -Raum vollkommen, was Grundlage für die Resummierung ist.
- Zur Vereinfachung der Struktur bezüglich Faltungen, wird die Resummierung des Transversalimpulses in der Regel im Mellin-Raum formuliert (vgl. z. B. Ref. [87]).⁹
- Gl. (3.2) enthält weitere Logarithmen, deren Resummierung in der Energieskala b_0^2/b^2 verborgen ist. Diese ist sowohl im Argument von α_s der C -Koeffizienten als auch in den PDFs enthalten. Um α_s bei μ_R auswerten zu können, nehmen wir folgende triviale Umrechnung im Mellin-Raum vor:

$$C_{ci,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2)) = C_{ci,N}(\alpha_s(\mu_R^2)) \cdot \exp \left\{ \ln \left(\frac{C_{ci,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2))}{C_{ci,N}(\alpha_s(\mu_R^2))} \right) \right\}. \quad (3.10)$$

Das Argument der Exponentialfunktion kann in Abhängigkeit der logarithmischen Ordnung auf eine Form gebracht werden, welche der in Gl. (3.4) entspricht.¹⁰ Die Exponentialfunktion in Gl. (3.10) liefert somit einen Beitrag zu Gl. (3.4). Das Vorgehen, um die Skala der PDFs zu μ_F zu entwickeln, ist ähnlich und soll hier nicht weiter vertieft werden. Es wird z. B. in Ref. [88, S. 11] oder [87, S. 14] beschrieben. Festzuhalten bleibt, dass sich daraus Terme ergeben, die sowohl zur hart-kollinearen Funktion als auch zur Exponentialfunktion in Gl. (3.4) beitragen.

- Im Resummierungsformalismus in Ref. [87] werden genau genommen nicht Logarithmen $L = \ln(Q_{\text{res}}^2 b^2/b_0^2)$, sondern $L' = \ln(Q_{\text{res}}^2 b^2/b_0^2 + 1)$ resummiert (vgl. Ref. [87], Gln. (16) und (17)), um den Einfluss auf große p_T zu reduzieren. Dadurch lässt sich außerdem die Unitaritätsvorgabe (engl.: „unitarity constraint“) in Gl. (8) von Ref. [87] für $d\sigma^{\text{res}}/dp_T^2$ in Gl. (3.2) implementieren. Infolgedessen kann man den \mathcal{H} -Koeffizient so wählen, dass die Integration des

⁹Weitere Informationen zum Mellin-Raum und Faltungen finden sich im Anhang A.3.

¹⁰Die Berechnung wird im Anhang B.6 durchgeführt.

abgeglichenen Wirkungsquerschnitts, welcher im Folgenden definiert wird, über alle p_T dem totalen Wirkungsquerschnitt entspricht. Dies stellt eine wichtige Überprüfung der Konsistenz des abgeglichenen Wirkungsquerschnitts dar.

Wir haben bisher die Resummierung der logarithmischen Terme kennengelernt, welche den Wirkungsquerschnitt für kleine p_T beschreiben. Der f.o.-Wirkungsquerschnitt in Gl. (3.1) andererseits ist im Bereich großer Transversalimpulse zulässig. Um eine kontinuierliche p_T -Verteilung zu erhalten, müssen wir daher beide Wirkungsquerschnitte miteinander verbinden. Dazu definieren wir die logarithmischen Terme, welche bei einer festen Ordnung in α_s abgeschnitten wurden, wie folgt:¹¹

$$\frac{d\sigma^{\text{logs}}}{dp_T^2} = \left[\frac{d\sigma^{\text{res}}}{dp_T^2} \right]_{\text{f.o.}} . \quad (3.11)$$

Diese werden vom f.o.-Wirkungsquerschnitt der gleichen Ordnung subtrahiert. Anschließend addieren wir die subtrahierten Logarithmen sowie alle weiteren Logarithmen der zugehörigen logarithmischen Ordnung (l.a.) mittels der Resummierungsformel (3.2) wieder hinzu:

$$\left(\frac{d\sigma}{dp_T^2} \right)^{\text{f.o.}+\text{l.a.}} = \frac{d\sigma^{\text{f.o.}}}{dp_T^2} - \frac{d\sigma^{\text{logs}}}{dp_T^2} + \left[\frac{d\sigma^{\text{res}}}{dp_T^2} \right]_{\text{l.a.}} . \quad (3.12)$$

Gleichung (3.12) erfüllt zwei Eigenschaften: Die Divergenz des f.o.-Wirkungsquerschnitts wurde durch die Subtraktion der f.o.-Logarithmen beseitigt, so dass die Verteilung für alle p_T endlich ist. Zudem wurde die doppelte Berücksichtigung von Logarithmen verhindert, welche sowohl in $d\sigma^{\text{f.o.}}/dp_T^2$ als auch in $d\sigma^{\text{res}}/dp_T^2$ enthalten sind.

3.2 NLL-KOEFFIZIENTEN

3.2.1 Extrahierung der NLL-Koeffizienten

In dieser Arbeit wird die resummierte Transversalimpulsverteilung des Higgsteilchens in zwei Produktionsprozessen bestimmt. Die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation wird bis NLO+NNLL behandelt und die Gluonfusion inklusive voller Massenabhängigkeit bis LO+NLL. Im Folgenden soll daher am Beispiel der Bottom-Annihilation die Bestimmung der Resummierungskoeffizienten aus dem f.o.-Wirkungsquerschnitt illustriert werden. Diese werden benötigt, um die Resummierung der Logarithmen gemäß Gl. (3.2) durchführen zu können. Wir beschränken uns dabei auf die Bestimmung der zugehörigen NLL-Koeffizienten aus der LO p_T -Verteilung. Die vorgestellte Methodik gilt jedoch auf jeder Ordnung.

¹¹Wir bezeichnen diese Terme im Folgenden als f.o.-Logarithmen. Sie können mittels Gl. (B.39) im Anhang B.4 berechnet werden.

Durch Berechnung der Funktionen h_k in Gl. (3.4) in Abhängigkeit von den Resummierungskoeffizienten wird deutlich, welche Koeffizienten für welche logarithmische Ordnung benötigt werden: Für die führende logarithmische Genauigkeit ist $A_c^{(1)}$ ausreichend. Um alle NLL-Logarithmen zu resumieren, müssen wir $A_c^{(1)}$, $A_c^{(2)}$, $B_c^{(1)}$ und $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(1)}$ kennen, während man für NNLL zusätzlich $A_c^{(3)}$, $B_c^{(2)}$ und $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2)}$ benötigt.¹²

Weil wir im Folgenden die Bottom-Annihilation betrachten, setzen wir $c = b$ bzw. $\bar{c} = \bar{b}$. Auf NLL sind die beiden Koeffizienten $A_b^{(1)}$ und $B_b^{(1)}$ universell für quark-induzierte Prozesse. Ihre Berechnung wurde im Rahmen des Drell-Yan-Prozesses¹³ vor langer Zeit durchgeführt (vgl. z. B. Ref. [84–86]). Zur Vollständigkeit werden wir sie dennoch im Laufe dieses Kapitels bestimmen.¹⁴ Interessanter sind die hart-kollinearen Funktionen $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow b\bar{b}}^{(1)}$ und $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow bg}^{(1)}$ für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation. Auch wenn diese ebenfalls prinzipiell bekannt sind, wurden sie in der Literatur weder explizit angegeben noch ausgerechnet.

Die Resummierungskoeffizienten bestimmen wir aus dem LO-Wirkungsquerschnitt der p_T -Verteilung im $b\bar{b}$ -Kanal. Der entsprechende partonische Prozess ist $b\bar{b} \rightarrow gH$, siehe Abb. 2.3 (a). Die hart-kollinearen Funktionen $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow bg}^{(1)} \equiv \mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow g\bar{b}}^{(1)} \equiv \mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow \bar{b}g}^{(1)} \equiv \mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow gb}^{(1)}$ des bg -Kanals¹⁵ werden auf analoge Weise im Anhang B.5 berechnet. Die p_T -Verteilung auf LO zu $b\bar{b} \rightarrow gH$ wird im Anhang B.1 analytisch bestimmt. Diese ist nach Gl. (B.16) durch

$$\frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{LO}}}{dp_T^2} = \frac{(4\pi\mu^2)^\varepsilon}{\Gamma(1-\varepsilon)} \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)} \frac{\alpha_s}{\pi} z \hat{P}_{qq}(z, \varepsilon) \frac{1}{(p_T^2)^{1+\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4z}{(1-z)^2} \frac{p_T^2}{m_H^2}}} \quad (3.13)$$

gegeben. Diese wollen wir im Grenzfall kleiner Transversalimpulse $p_T \rightarrow 0$ auf eine ähnliche logarithmische Form wie in Gl. (3.1) bringen. Dazu betrachten wir den in Ref. [89, Gl. (2)] eingeführten kumulativen Wirkungsquerschnitt. Dieser ist als das Integral des Wirkungsquerschnitts zwischen $0 \leq p_T^2 \leq Q_0^2$ definiert, wobei $Q_0^2 \ll m_H^2$ ist:

$$\int_0^{Q_0^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}}{dp_T^2} \equiv z \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)} \hat{R}_{b\bar{b}} \Leftrightarrow \hat{R}_{b\bar{b}} = \int_0^{Q_0^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}}. \quad (3.14)$$

Dabei muss sowohl die Transversalimpulsverteilung in Gl. (3.13) als auch alle Terme bei $p_T = 0$ bzw. proportional zu $\delta(p_T)$ berücksichtigt werden. Letztere sind die virtuelle Korrektur und der kollineare Counterterm. Das Integral liefert daher für $Q_0^2 > 0$

¹²Vgl. Ref. [87, S. 11]

¹³Unter Drell-Yan-Prozess wird hier die hadronische Erzeugung eines schwachen Eichbosons verstanden.

¹⁴Für den universellen Koeffizienten $A_b^{(2)}$ muss die Rechnung eine Ordnung höher durchgeführt werden. Da dies über das Ziel dieses Abschnitts hinausgeht, wird $A_b^{(2)}$ der Literatur entnommen.

¹⁵Als bg -Kanal fassen wir hier und im Folgenden die partonischen Kanäle bg , $\bar{b}g$, gb und $g\bar{b}$ zusammen.

ein endliches Ergebnis, offenbart jedoch im Grenzfall $Q_0^2 \rightarrow 0$ das logarithmische Verhalten des Wirkungsquerschnitts:

$$\hat{R}_{b\bar{b}}^{(1)} = \ln^2(m_H^2/Q_0^2) R_{b\bar{b}}^{(1;2)} + \ln(m_H^2/Q_0^2) R_{b\bar{b}}^{(1;1)} + R_{b\bar{b}}^{(1;0)} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2), \quad (3.15)$$

wobei die partonische Funktion \hat{R} durch

$$\hat{R}_{b\bar{b}} = \delta(1-z) + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^l \hat{R}_{b\bar{b}}^{(l)} \quad (3.16)$$

definiert ist. Das Verhalten des Wirkungsquerschnitts für kleine Transversalimpulse ist außerdem durch die Resummierungsformel in Gl. (3.3) gegeben. Entwickeln wir diese bis zu einer festen Ordnung in α_s , können wir die Funktion \hat{R} mittels der Resummierungskoeffizienten ausdrücken. Daraus ergibt sich

$$\hat{R}_{b\bar{b}}^{(1)} = \ln^2(m_H^2/Q_0^2) \Sigma_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1;2)} + \ln(m_H^2/Q_0^2) \Sigma_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1;1)} + \mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1)} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2). \quad (3.17)$$

Die Funktionen $\Sigma_{c\bar{c} \leftarrow ij}^{(l;m)}$ sind im Anhang B.4 definiert und hängen direkt von den Koeffizienten A_c und B_c ab. Diese und die hart-kollineare Funktion $\mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1)}$ ergeben sich somit aus dem Koeffizientenvergleich der $R_{b\bar{b}}^{(l;m)}$ in Gl. (3.15) mit Gl. (3.17), sobald wir die Koeffizienten $R_{b\bar{b}}^{(l;m)}$ berechnet haben.

Um die Funktion $R_{b\bar{b}}^{(1)}$ (3.15) durch das Integral der p_T -Verteilung in Gl. (3.14) zu bestimmen, müssen wir alle Beiträge bei $p_T = 0$ berücksichtigen. Außerdem ist es notwendig in d Dimensionen unter Berücksichtigung der vollen ε -Abhängigkeit aller Terme zu arbeiten. Eine einfachere Methode ist jedoch das Integral in Gl. (3.14) mittels des totalen Wirkungsquerschnitts $\hat{\sigma}^{\text{tot}}$ umzuschreiben (vgl. Ref. [89, Gl. (33)]):

$$\begin{aligned} \int_0^{Q_0^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}}{dp_T^2} &= \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{tot}} - \int_{Q_0^2}^{p_{T,\text{max}}^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}}{dp_T^2} \\ \Rightarrow \hat{R}_{b\bar{b}} &= \int_0^{Q_0^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}} = \frac{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{tot}}}{z \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}} - \int_{Q_0^2}^{p_{T,\text{max}}^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Das Integral und der totale Wirkungsquerschnitt auf der rechten Seite sind endlich. Folglich kann die Rechnung in vier Dimensionen durchgeführt werden. Jedoch darf die Entwicklung in $p_T^2 \ll m_H^2$ erst nach der Integration vollzogen werden. Die obere Integralgrenze ist durch

$$p_{T,\text{max}}^2 \equiv \frac{1}{A} = \frac{(1-z)^2 m_H^2}{4z} \quad (3.19)$$

gegeben.

Ausgehend von der p_T -Verteilung auf LO aus Gl. (3.13) setzen wir $\varepsilon = 0$, damit folgt

$$\begin{aligned}
\int_{Q_0^2}^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{bb}^{\text{LO}}(\varepsilon=0)}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{bb}^{(0)}} &= \frac{\alpha_s}{\pi} \hat{P}_{qq}(z) \int_{Q_0^2}^{1/A} dp_T^2 \frac{1}{p_T^2} \frac{1}{\sqrt{1 - A p_T^2}} \\
&= \frac{\alpha_s}{\pi} \hat{P}_{qq}(z) \left[\ln \left(\frac{1 - \sqrt{1 - A p_T^2}}{1 + \sqrt{1 - A p_T^2}} \right) \right]_{Q_0^2}^{1/A} \\
&= \frac{\alpha_s}{\pi} \hat{P}_{qq}(z) \left[\ln(1) - \ln \left(\frac{1 - \sqrt{1 - A Q_0^2}}{1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}} \right) \right] \\
&= -\frac{\alpha_s}{\pi} \hat{P}_{qq}(z) \ln \left(\frac{1^2 - (1 - A Q_0^2)}{\left(1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}\right)^2} \right) \\
&= -\frac{\alpha_s}{\pi} \hat{P}_{qq}(z) \left[\ln(A) + \ln(Q_0^2) - 2 \ln \left(1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}\right) \right] \\
&= -\frac{\alpha_s}{\pi} C_F \frac{1 + z^2}{1 - z} \left[\ln(4) + \ln(z) - 2 \ln(1 - z) - \ln(m_H^2/Q_0^2) \right. \\
&\quad \left. - 2 \ln \left(1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}\right) \right]. \tag{3.20}
\end{aligned}$$

Scheinbar erhalten wir nicht die logarithmische Struktur, welche in Gl. (3.15) angenommen wird. Beispielsweise ergibt sich kein doppelt logarithmischer Term $\sim \ln^2(m_H^2/Q_0^2)$. Der Ausdruck in Gl. (3.20) hat jedoch zusätzliche Divergenzen für $z \rightarrow 1$. Diese werden, weil z in Beziehung zu p_T^2 steht, durch $Q_0^2 \neq 0$ reguliert. Um die gewünschte logarithmische Q_0^2 -Abhängigkeit zu erhalten, müssen daher diese Terme mittels Plus-distributionen reguliert werden. In Gln. (B.26), (B.27) und (B.28) im Anhang B.3 sind alle Ausdrücke gegeben, welche infolgedessen in Gl. (3.20) ersetzt werden müssen. Nach weiteren Umformungen erhalten wir so gemäß Gl. (B.32) folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned}
\int_{Q_0^2}^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{bb}^{\text{LO}}}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{bb}^{(0)}} & \tag{3.21} \\
&= \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \left\{ \ln^2(m_H^2/Q_0^2) \frac{1}{2} \delta(1 - z) - \ln(m_H^2/Q_0^2) \left\{ \frac{3}{2} \delta(1 - z) - \left[\frac{1 + z^2}{1 - z} \right]_+ \right\} \right. \\
&\quad - \zeta_2 \delta(1 - z) + \frac{4}{z} \left[\frac{\ln(1 - z)}{1 - z} \right]_+ - \frac{2}{z} (z^2 + z + 2) \ln(1 - z) - \frac{2}{z} \frac{\ln(z)}{1 - z} \\
&\quad \left. + (z^2 + z + 2) \frac{\ln(z)}{z} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \right\}.
\end{aligned}$$

Der NLO-Term des totalen Wirkungsquerschnitts wird Ref. [92, Gl. (A6)] entnommen und gemäß Gl. (3.18) geschrieben als:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{tot}(1)}}{z \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}} &= \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \left\{ (2\zeta_2 - 1) \delta(1-z) + \frac{4}{z} \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+ - \frac{2}{z} (z^2 + z + 2) \ln(1-z) \right. \\ &\quad \left. + (1-z) - \frac{2 \ln(z)}{z} + (z^2 + z + 2) \frac{\ln(z)}{z} \right\}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Durch Subtraktion der Gl. (3.21) von Gl. (3.22) erhalten wir $\hat{R}^{(1)}$. Dabei löscht sich ein großer Teil der Terme gegenseitig aus:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_s}{\pi} \hat{R}_{b\bar{b}}^{(1)} &= \frac{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{tot}(1)}}{z \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}} - \int_{Q_0^2}^{p_{T,\text{max}}^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}} \quad (3.23) \\ &= \frac{\alpha_s}{\pi} \left\{ -\ln^2(m_H^2/Q_0^2) \frac{C_F}{2} \delta(1-z) + \ln(m_H^2/Q_0^2) \left\{ \frac{3}{2} C_F \delta(1-z) - C_F \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left(C_F \zeta_2 + \frac{1}{2} \underbrace{2 C_F (2\zeta_2 - 1)}_{=\mathcal{A}_b^H} \right) \delta(1-z) + C_F (1-z) \right\} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \\ \Leftrightarrow \hat{R}_{b\bar{b}}^{(1)} &= -\ln^2(m_H^2/Q_0^2) \frac{C_F}{2} \delta(1-z) + \ln(m_H^2/Q_0^2) \left\{ \frac{3}{2} C_F \delta(1-z) - P_{qq}(z) \right\} \\ &\quad + \left(C_F \zeta_2 + \frac{\mathcal{A}_b^H}{2} \right) \delta(1-z) - P_{qq}^\varepsilon(z) + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Dabei wurden im zweiten Schritt der endliche Teil der virtuellen Korrektur \mathcal{A}_b^H gemäß Gl. (B.19), die Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktion P_{qq} gemäß Gl. (A.13) und deren ε -Anteil P_{qq}^ε gemäß Gl. (A.18) eingesetzt. Das Ergebnis von $R^{(1)}$ hat genau die in Gl. (3.15) geforderte logarithmische Struktur. Vergleichen wir nun die Koeffizienten der Logarithmen und des endlichen Beitrags mit Gl. (3.17), ergeben sich die Resummierungskoeffizienten wie folgt:

$$\begin{aligned} \Sigma_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1;2)} &= -\frac{1}{2} A_b^{(1)} \delta(1-z) = -\frac{C_F}{2} \delta(1-z) \\ \Rightarrow A_b^{(1)} &= C_F, \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1;1)} &= -B_b^{(1)} \delta(1-z) - P_{qq}(z) = \frac{3}{2} C_F \delta(1-z) - P_{qq}(z) \\ \Rightarrow B_b^{(1)} &= -\frac{3}{2} C_F, \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1)} = H_b^{(1)} + C_{b\bar{b}}^{(1)}(z) + C_{b\bar{b}}^{(1)}(z) = -P_{qq}^\varepsilon(z) + \delta(1-z) \left(C_F \zeta_2 + \frac{\mathcal{A}_b^H}{2} \right), \quad (3.27)$$

wobei die Definitionen der Σ -Koeffizienten und von $\mathcal{H}^{(1)}$ denen im Anhang B.4 entsprechen.¹⁶ Die ermittelten Resummierungskoeffizienten $A_b^{(1)}$ und $B_b^{(1)}$ für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation (vgl. auch Ref. [93]) entsprechen den universellen Koeffizienten $A_q^{(1)}$ und $B_q^{(1)}$, welche für quark-initiierte Prozesse bekannt sind (vgl. z. B. Ref. [84, Gl. (21)]). In obigen Gleichungen wird außerdem deutlich, dass die gesamte Prozessabhängigkeit in \mathcal{H} bzw. genauer gesagt im endlichen Teil der virtuellen Korrektur \mathcal{A} steckt.

Fixieren wir in Gl. (3.27) das Resummierungsschema durch $H_b^{(1)} = 0$ (bzw. $H_b = 1$) und berücksichtigen, dass $C_{bb}^{(1)} = C_{\bar{b}\bar{b}}^{(1)}$ ist, so ergibt sich

$$C_{bb}^{(1)} = C_{\bar{b}\bar{b}}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(-P_{qq}^\varepsilon(z) + \delta(1-z) \left(C_F \frac{\pi^2}{6} + \frac{\mathcal{A}_q^H}{2} \right) \right). \quad (3.28)$$

Abgesehen vom Faktor $1/2$ entspricht dies exakt der Definition, welche in Ref. [94, Gl. (46)] allgemein hergeleitet wird. Der unterschiedliche Vorfaktor $1/2$ liegt in der verwendeten Konvention zur Entwicklung des Koeffizienten C begründet. In dieser Arbeit wird alles in α_s/π entwickelt¹⁷, während in Ref. [94] $\alpha_s/(2\pi)$ als Entwicklungsparameter dient.

Für die Bestimmung der hart-kollinearen Funktion $\mathcal{H}_{bb \leftarrow bg}^{(1)}$ des bg -Kanals verweisen wir auf Anhang B.5. In den kommenden beiden Abschnitten werden alle NLL-Resummierungskoeffizienten für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation und Gluonfusion zusammengetragen.

3.2.2 Koeffizienten für $b\bar{b} \rightarrow H$

In diesem Abschnitt fassen wir noch einmal kurz alle Koeffizienten für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation zusammen, welche für eine NLL-Resummierung gemäß Gl. (3.2) benötigt werden:

$$A_b^{(1)} = C_F, \quad (3.29)$$

$$A_b^{(2)} = \frac{1}{2} C_F \left[\left(\frac{67}{18} - \frac{\pi^2}{6} \right) C_A - \frac{5}{9} n_f \right], \quad (3.30)$$

$$B_b^{(1)} = -\frac{3}{2} C_F, \quad (3.31)$$

$$\mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{(1)} = \mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b} \leftarrow \bar{b}\bar{b}}^{(1)} = -P_{qq}^\varepsilon(z) + \delta(1-z) \left(C_F \zeta_2 + \frac{\mathcal{A}_b^H}{2} \right), \quad (3.32)$$

$$\mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow bg}^{(1)} = \mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b} \leftarrow g\bar{b}}^{(1)} = \mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow \bar{b}g}^{(1)} = \mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b} \leftarrow gb}^{(1)} = -\frac{P_{qg}^\varepsilon}{2}. \quad (3.33)$$

¹⁶Zur Erinnerung: Wir verwenden $\mu_R = \mu_F = Q_{\text{res}} = m_H$ in diesem Kapitel.

¹⁷Die einzigen Funktionen, welche wir historisch begründet in $\alpha_s/(2\pi)$ entwickeln, sind die Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktionen P_{ij} , siehe Anhang A.2.

Bis auf $A_b^{(2)}$ findet sich ihre Berechnung in Abschn. 3.2.1 und Anhang B.5. $A_b^{(2)}$ kann z. B. Ref. [88, Gl. (9)] entnommen werden. $n_f = 5$ ist die Anzahl der leichten Quarks.

3.2.3 Koeffizienten für $gg \rightarrow H$

In dieser Arbeit wird außerdem die Resummierung des Transversalimpulses in der Gluonfusion auf LO+NLL berechnet. Dabei berücksichtigen wir sowohl die exakte Abhängigkeit von der Top- als auch von der Bottom-Masse. Die NLL-Resummierungskoeffizienten ergeben sich analog zu Abschn. 3.2.1. Bis auf den endlichen Teil der virtuellen Korrektur \mathcal{A}_g^H sind es dieselben wie in der effektiven Theorie. Sie sind gegeben durch (vgl. Ref. [87]):

$$A_g^{(1)} = C_A, \quad (3.34)$$

$$A_g^{(2)} = \frac{1}{2} C_A \left[\left(\frac{67}{18} - \frac{\pi^2}{6} \right) - \frac{5}{9} n_f \right], \quad (3.35)$$

$$B_g^{(1)} = -\frac{\beta_0}{2} = -\left(\frac{11}{6} C_A - \frac{1}{3} n_f \right), \quad (3.36)$$

$$\mathcal{H}_{gg \leftarrow gg}^{(1)} = \delta(1-z) \left(C_A \frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \mathcal{A}_g^H \right), \quad (3.37)$$

$$\mathcal{H}_{gg \leftarrow gq}^{(1)} = \mathcal{H}_{gg \leftarrow qg}^{(1)} = \mathcal{H}_{gg \leftarrow g\bar{q}}^{(1)} = \mathcal{H}_{gg \leftarrow g\bar{q}}^{(1)} = -\frac{1}{2} P_{gq}^\epsilon = \frac{1}{2} C_F z, \quad (3.38)$$

$$\mathcal{H}_{gg \leftarrow q\bar{q}}^{(1)} = \mathcal{H}_{gg \leftarrow \bar{q}q}^{(1)} = 0. \quad (3.39)$$

Die Anzahl der leichten Quarks ist ebenfalls $n_f = 5$ und es gilt $C_A = 3$. Die Funktion \mathcal{A}_g^H mit exakter Massenabhängigkeit hat eine relativ komplexe Struktur, weshalb wir sie nicht explizit angeben. In der effektiven Theorie ist $\mathcal{A}_{g,\text{htl}}^H = 11 + 2\pi^2$. Der ϵ -Anteil der Spaltungsfunktion P_{gq}^ϵ entspricht Gl. (A.16).

3.3 NNLL-KOEFFIZIENTEN

3.3.1 Bestimmung von $\mathcal{H}^{(2)}$

Die Resummierung des Transversalimpulses auf NNLL erfordert die Kenntnis weiterer Resummierungskoeffizienten: $A_c^{(3)}$, $B_c^{(2)}$ und $\mathcal{H}_{c\bar{c} \leftarrow ij}^{(2)}$. Während $A_c^{(3)}$ kürzlich im Rahmen der soft-kollinearen effektiven Theorie (SCET) sowohl für quark- als auch für gluon-initiierte Prozesse bestimmt wurde [95], sind $B_q^{(2)}$ und $B_g^{(2)}$ bereits länger bekannt (vgl. z. B. Ref. [88], Gln. (10) und (12)). Die hart-kollinearen Funktionen zweiter Ordnung $\mathcal{H}_{c\bar{c} \leftarrow ij}^{(2)}$ sind prozessabhängig und nicht in allgemeiner Form in der Literatur zu finden. Sie sind bisher nur für zwei Prozesse bekannt: für die Higgsproduktion in Gluonfusion in der effektiven Theorie [89] und für den Drell-Yan-Prozess [91]. Wir werden $\mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow ij}^{(2)}$ für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation

nicht analytisch im Rahmen dieser Arbeit bestimmen, dennoch wollen wir die in Ref. [89] und [91] verwendete Methode zur Berechnung dieser Koeffizienten skizzieren. Zudem stellen wir eine alternative numerische Methode zur Bestimmung von $\mathcal{H}_{bb\leftarrow ij}^{(2)}$ vor, welche die Kenntnis der hart-kollinearen Funktion des Drell-Yan-Prozesses [89] voraussetzt.

Im Falle der Higgsproduktion in Gluonfusion wurde unter Verwendung der effektiven Theorie in Ref. [87] bei der p_T -Resummierung auf NLO+NNLL der Koeffizient $\mathcal{H}_{gg\leftarrow gg}^{(2)}$ zunächst durch eine Approximation bestimmt. Dazu wurde die Unitaritätsvorgabe verwendet:

$$\begin{aligned}
& \int_0^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{f.o.}+\text{l.a.}}}{dp_T^2} = \hat{\sigma}_{ij}^{\text{tot}} \\
\Leftrightarrow & \int_0^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \left(\frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{f.o.}}}{dp_T^2} - \left[\frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{logs}}}{dp_T^2} \right]_{\text{f.o.}} \right) + \int_0^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \left[\frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{res}}}{dp_T^2} \right]_{\text{l.a.}} = \hat{\sigma}_{ij}^{\text{tot}} \quad (3.40) \\
\Leftrightarrow & \int_0^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \left[\frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{f.o.}} + z \sigma_{c\bar{c}}^{(0)} \mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij} = \hat{\sigma}_{ij}^{\text{tot}}.
\end{aligned}$$

Dabei definieren wir den endlichen Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{\text{fin.}}$ als Subtraktion der f.o.-Logarithmen vom f.o.-Wirkungsquerschnitt. Zudem haben wir das Integral über die resummierten Logarithmen (zweites Integral in Gl. (3.40)) gemäß Ref. [87, Gl. (18)] durch die hart-kollineare Funktion ersetzt.¹⁸ Diese Gleichung gilt Ordnung für Ordnung in α_s . Somit folgt (vgl. Ref. [87, Gl. (80)])

$$\left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 z \sigma_{c\bar{c}}^{(0)} \mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2)} = \hat{\sigma}_{ij}^{(2)\text{tot}} - \int_0^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \left(\left[\frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{NLO}} - \left[\frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{LO}} \right). \quad (3.41)$$

Durch Verwendung der Approximation, dass $C_{gg}^{(2)}$ eine Konstante in z bzw. proportional zu $\delta(1-z)$ ist, wurde in Ref. [87] die hart-kollineare Funktion $\mathcal{H}_{gg\leftarrow gg}^{(2)} = C_{gg}^{(1)} \otimes C_{gg}^{(1)}(z) + 2 C_{gg}^{(2)} \delta(1-z)$ (vgl. Ref. [87, Gl. (70)]) numerisch bestimmt, wobei $C_{gg}^{(1)}(z)$ bekannt ist.

Erst später konnten die exakten Koeffizienten $\mathcal{H}_{gg\leftarrow ij}^{(2)}$ in Ref. [89] ermittelt werden.¹⁹ Eine analoge Rechnung wurde in Ref. [91] für $\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{(2)}$ des Drell-Yan-Prozesses durchgeführt. Die Vorgehensweise in beiden Fällen ist identisch mit der in Kap.3.2.1. Demnach wird entsprechend Gl. (3.18) der Koeffizient zweiter Ordnung der Funktion

¹⁸Im Gegensatz zu Ref. [87] definieren wir \mathcal{H} ohne den Bornfaktor $\sigma^{(0)}$.

¹⁹Es stellt sich heraus, dass die p_T -Verteilung mit approximierter hart-kollinearer Funktion nur bis auf wenige Prozent vom exakten Resultat abweicht.

\hat{R} explizit mittels des totalen NNLO-Wirkungsquerschnitts und der p_T -Verteilung auf NLO bestimmt.²⁰ Man erhält so folgende Funktion (vgl. Ref. [89, Gl. (6)]):

$$\begin{aligned} \hat{R}_{ij}^{(2)} = & \ln^4(m_H^2/Q_0^2) R_{ij}^{(2;4)} + \ln^3(m_H^2/Q_0^2) R_{ij}^{(2;3)} + \ln^2(m_H^2/Q_0^2) R_{ij}^{(2;2)} \\ & + \ln(m_H^2/Q_0^2) R_{ij}^{(2;1)} + R_{ij}^{(2;0)} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2). \end{aligned} \quad (3.42)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit (vgl. Ref. [89, Gl. (21)])

$$\begin{aligned} \hat{R}_{ij}^{(2)} = & \ln^4(m_H^2/Q_0^2) \Sigma_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2;4)} + \ln^3(m_H^2/Q_0^2) \Sigma_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2;3)} + \ln^2(m_H^2/Q_0^2) \Sigma_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2;2)} \\ & + \ln(m_H^2/Q_0^2) \left(\Sigma_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2;1)} - 16 \zeta_3 \Sigma_{gg\leftarrow ij}^{(2;4)} \right) + \left(\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2)} - 4 \zeta_3 \Sigma_{gg\leftarrow ij}^{(2;3)} \right) + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \end{aligned} \quad (3.43)$$

ergibt sich $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2)}$ aus dem endlichen Teil $R_{ij}^{(2;0)}$ des Ausdrucks in Gl. (3.42). Außerdem können $A^{(2)}$ und $B^{(2)}$ aus den Σ -Koeffizienten bestimmt werden. Weil die analytische Berechnung von $\hat{R}^{(2)}$ bzw. der zu lösenden Integrale sich äußerst schwierig gestaltet, stellen wir im Folgenden ein numerisches Verfahren vor, welches mittels der bereits bekannten hart-kollinearen Funktionen selbige für einen neuen Prozess bestimmbar macht. Neben der numerischen Approximation wird dabei keine Näherung gemacht.

Für die Transversalimpulsresummierung bis NLO + NNLL des Prozesses $b\bar{b} \rightarrow H$ werden die hart-kollinearen Koeffizienten $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow ij}^{b\bar{b}H(2)}$ benötigt.²¹ Diese haben abgesehen von einer prozessabhängigen Komponente, welche sich aus dem endlichen Teil der virtuellen Zwei-Schleifen-Korrektur ergibt, die gleiche Struktur wie $\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{DY(2)}$ des Drell-Yan-Prozesses. Weil jedoch in Ref. [91] die explizite Abhängigkeit vom endlichen Teil der virtuellen Korrektur nicht angegeben wird, ist es nicht möglich diesen einfach durch den entsprechenden Ausdruck für $b\bar{b} \rightarrow H$ zu ersetzen. Wir können aber $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow ij}^{b\bar{b}H(2)}$ numerisch ohne eine zusätzliche Approximation bestimmen. Dazu machen wir von der allgemeinen Form von $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(2)}$ in Gl. (70) von Ref. [87] Gebrauch:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{DY(2)} = & H_q^{DY(2)} \delta_{qi} \delta_{\bar{q}j} \delta(1-z) + H_q^{DY(1)} \left(\delta_{qi} C_{\bar{q}j}^{(1)}(z) + \delta_{\bar{q}j} C_{qi}^{(1)}(z) \right) \\ & + C_{qi}^{(1)} \otimes C_{\bar{q}j}^{(1)}(z) + \delta_{qi} C_{\bar{q}j}^{(2)} + \delta_{\bar{q}j} C_{qi}^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Wenn wir nun das Resummierungsschema²² $H_q^{DY} = 1$ ($H_q^{DY(1)} = H_q^{DY(2)} = 0$) für den Drell-Yan-Prozess wählen, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{DY(2)} = C_{qi}^{(1)} \otimes C_{\bar{q}j}^{(1)}(z) + \delta_{qi} C_{\bar{q}j}^{(2)}(z) + \delta_{\bar{q}j} C_{qi}^{(2)}(z). \quad (3.45)$$

²⁰Diese Rechnung muss analytisch durchgeführt werden.

²¹Zur besseren Unterscheidung verwenden wir die Notation $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow ij}^{b\bar{b}H(2)} \equiv \mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow ij}^{(2)}$ und $\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{DY(2)} \equiv \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{(2)}$ für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation und den Drell-Yan-Prozess.

²²Wir wählen dieses Resummierungsschema nur zur Bestimmung von $H_b^{b\bar{b}H(2)}$ bzw. der hart-kollinearen Funktionen $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow ij}^{b\bar{b}H(2)}$. Im restlichen Teil der Arbeit wird das Resummierungsschema mit $H_b^{b\bar{b}H} = 1$ für die Higgs Produktion in Bottom-Annihilation verwendet.

An dieser Stelle wird die Eigenschaft der hart-kollinearen Funktion wichtig, invariant unter Transformationen des Resummierungsschemas zu sein. Wir können nämlich nun die hart-kollinearen Funktionen der Higgsproduktion in Bottom-Annihilation in diesem Resummierungsschema berechnen:²³

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow ij}^{bbH(2)} &= H_b^{bbH(2)} \delta_{bi} \delta_{\bar{b}j} \delta(1-z) + H_b^{bbH(1)} \left(\delta_{bi} C_{\bar{b}j}^{(1)}(z) + \delta_{\bar{b}j} C_{bi}^{(1)}(z) \right) \\ &\quad + C_{bi}^{(1)} \otimes C_{\bar{b}j}^{(1)}(z) + \delta_{bi} C_{\bar{b}j}^{(2)}(z) + \delta_{\bar{b}j} C_{bi}^{(2)}(z) \\ &= H_b^{bbH(2)} \delta_{bi} \delta_{\bar{b}j} \delta(1-z) + H_b^{bbH(1)} \left(\delta_{bi} C_{qj}^{(1)}(z) + \delta_{\bar{b}j} C_{qi}^{(1)}(z) \right) + \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{DY(2)}.\end{aligned}\tag{3.46}$$

Ebenso müssen die C -Koeffizienten in diesem Resummierungsschema gewählt werden

$$\begin{aligned}C_{qq}^{(1)} &= \frac{1}{2} \left(-P_{qq}^\varepsilon(z) + \delta(1-z) \left(C_F \zeta_2 + \frac{\mathcal{A}_q^{DY}}{2} \right) \right), \\ C_{q\bar{q}}^{(1)} &= \frac{-P_{q\bar{q}}^\varepsilon(z)}{2},\end{aligned}\tag{3.47}$$

wobei der endliche Teil der Einschleifenkorrektur des Drell-Yan-Prozesses \mathcal{A}_q^{DY} in Gl. (B.20) gegeben ist. Der ε -Teil der Spaltungsfunktionen P_{ij}^ε ist in Anhang A.2 zu finden.

Der Koeffizient $H_b^{bbH(1)}$ in Gl. (3.46) ist im verwendeten Resummierungsschema bekannt. Er lässt sich aus einer zu Gl. (3.46) analogen Beziehung für $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow bb}^{bbH(1)}$ und $\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow q\bar{q}}^{DY(1)}$ bestimmen, welche sich aus Gl. (B.35) ergibt. Daraus folgt:

$$H_b^{bbH(1)} \delta(1-z) = \mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow bb}^{bbH(1)} - \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow q\bar{q}}^{DY(1)} = \frac{\mathcal{A}_b^H - \mathcal{A}_q^{DY}}{2} \delta(1-z) = 3 C_F \delta(1-z).\tag{3.48}$$

Damit können wir bereits alle hart-kollinearen Funktionen $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow ij}^{bbH(2)}$ aus Gl. (3.46) ableiten bis auf $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow bb}^{bbH(2)}$ des $b\bar{b}$ -Kanals. Dieser lässt sich jedoch mittels der Unitaritätsvorgabe (3.41) numerisch ermitteln. Dass diese Berechnung keiner Approximation bedarf, liegt daran, dass $H_b^{bbH(2)}$ in Gl. (3.46) (vgl. Ref. [87]) eine Konstante ist und somit keine z -Abhängigkeit aufweist.

3.3.2 Koeffizienten für $b\bar{b} \rightarrow H$

Es werden im Folgenden alle Resummierungskoeffizienten angegeben, welche zusätzlich zu denen in Kap. 3.2.2 für die Berechnung des NLO+NNLL-Wirkungsquerschnitts

²³Wir verwenden im zweiten Schritt die generelle Eigenschaft, dass sowohl $C_{qi}^{(l)} \equiv C_{q'i}^{(l)}$ als auch $\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{DY(2)} \equiv \mathcal{H}_{q'\bar{q}'\leftarrow ij}^{DY(2)}$ unabhängig vom jeweiligen Quarktypen $q \neq q'$ ist.

benötigt werden:²⁴

$$A_b^{(3)} = -413.7, \quad (3.49)$$

$$B_c^{(2)} = C_F^2 \left(-\frac{3}{8} + \frac{\pi^2}{2} - 6 \zeta_3 \right) + C_F C_A \left(-\frac{61}{24} + \frac{11}{18} \pi^2 + 3 \zeta_3 \right) \quad (3.50)$$

$$+ C_F T_R n_f \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{9} \pi^2 \right),$$

$$\mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b}\leftarrow\bar{b}\bar{b}}^{\bar{b}\bar{b}H(2)} = \mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b}\leftarrow\bar{b}\bar{b}}^{\bar{b}\bar{b}H(2)} = H_b^{\bar{b}\bar{b}H(2)} \delta(1-z) + 6 C_F C_{qq}^{(1)} + \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow q\bar{q}}^{DY(2)}, \quad (3.51)$$

$$\mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b}\leftarrow b\bar{g}}^{\bar{b}\bar{b}H(2)} = \mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b}\leftarrow g\bar{b}}^{\bar{b}\bar{b}H(2)} = \mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b}\leftarrow gb}^{\bar{b}\bar{b}H(2)} = \mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b}\leftarrow\bar{b}g}^{\bar{b}\bar{b}H(2)} = 3 C_F C_{qg}^{(1)} + \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow qg}^{DY(2)}, \quad (3.52)$$

$$\mathcal{H}_{\bar{b}\bar{b}\leftarrow gg}^{\bar{b}\bar{b}H(2)} = \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow gg}^{DY(2)}. \quad (3.53)$$

$A_c^{(3)}$ ist Ref. [95, Gl. (74)] entnommen. $B_b^{(2)}$ wird in Ref. [93, Gl. (38)] für $b\bar{b} \rightarrow H$ angegeben. Die Koeffizienten der hart-kollinearen Funktion werden gemäß Gl. (3.46) anhand der Drell-Yan Koeffizienten $\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow ij}^{DY(2)}$ in Ref. [91], Gln. (23), (27) und (28) berechnet. Dabei sind die C -Koeffizienten im Resummierungsschema $H_q^{DY} = 1$ (für Drell-Yan) aus Gl. (3.47) zu verwenden. Den bisher unbekanntenen Koeffizienten $H_b^{\bar{b}\bar{b}H(2)}$ werden wir mit der in Kap. 3.3.1 beschriebenen Methode numerisch in Kap. 7.2 bestimmen.

²⁴Wir beschränken uns an dieser Stelle auf die Koeffizienten der drei dominanten Kanäle $\bar{b}\bar{b}$, $b\bar{g}$ und $g\bar{g}$, weil die anderen einen vernachlässigbar kleinen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefern.

Teil II

HIGGSPRODUKTION IM STANDARDMODELL

- Kapitel 4 -

Gluonfusion

4.1 DEFINITION UND HISTORISCHER HINTERGRUND

Im Standardmodell der Teilchenphysik wird die hadronische Produktion eines Higgs-teilchens durch die Gluonfusion dominiert. Sie ist daher der wichtigste Produktionsprozess im SM. Der partonische LO-Prozess ist durch

$$gg \rightarrow H \quad (4.1)$$

gegeben. Dabei wird die Kopplung zwischen den einlaufenden Gluonen und dem Higgs durch eine Quark-Schleife vermittelt, siehe Abb. 4.1. Prinzipiell kann jedes Quark innerhalb der Schleife auftreten. Weil die Yukawa-Kopplung der Quarks an das Higgs jedoch proportional zur Masse ist, liefert das Top-Quark den dominanten Beitrag bei der Gluonfusion.

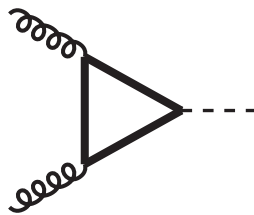


Abbildung 4.1: LO-Feynmandiagramm der Gluonfusion

Korrekturen höherer Ordnung werden in der Regel in der effektiven Theorie der Gluonfusion¹ berechnet, in welcher der Grenzfall einer unendlich schweren Top-Masse (engl.: „heavy-top limit“) angenommen wird. Der Grund dafür ist, dass Korrekturen

¹Die effektive Theorie der Gluonfusion wird in Kap. 2.5 beschrieben.

zum Wirkungsquerschnitt, welche die volle Abhängigkeit von den Quark-Massen berücksichtigen, meist nur auf einer niedrigeren Ordnung der Störungsreihe in α_s bestimmt werden können. Weil der Limes einer unendlichen Top-Masse eine Approximation ist, stellt diese eine sehr spezifische Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts der hadronischen Higgsproduktion im SM dar.

Im Falle des totalen Wirkungsquerschnitts hat sich gezeigt, dass die NLO-Korrekturen in der effektiven Theorie nur im Promillebereich vom exakten Resultat abweichen [96, 97]. Aufgrund dessen wird angenommen, dass die effektive Theorie auch jenseits von NLO zweckmäßig ist. Die NNLO-Korrekturen [98–100] in dieser Approximation führen daher zu einer äußerst präzisen Vorhersage des Wirkungsquerschnitts der hadronischen Higgsproduktion im SM.² Ref. [110–114] validieren die Verwendung der effektiven Theorie für den totalen NNLO-Wirkungsquerschnitt durch die Bestimmung zusätzlicher Terme in der asymptotischen Entwicklung³ des Wirkungsquerschnitts bezüglich der Top-Masse. Der Effekt dieser Terme beträgt dabei weniger als 1% für eine Higgs-Masse $m_H \lesssim 2m_t$.

Die Validierung des totalen Wirkungsquerschnitts lässt sich nicht direkt auf Observablen verallgemeinern, bei welchen die Phasenraumintegration beschränkt wird. Bei solchen differentiellen Observablen wie der Transversalimpuls- oder der Rapiditätsverteilung können komplizierte Strukturen bezüglich der Top-Masse und ein unterschiedliches Konvergenzverhalten der $1/m_t^2$ -Entwicklung auftreten. Dadurch fallen die Effekte exakter Quark-Massen in einigen kinematischen Regionen deutlich stärker ins Gewicht. Dennoch werden bisher die Vorhersagen differentieller Wirkungsquerschnitte in der Gluonfusion größtenteils im Rahmen der effektiven Theorie berechnet: NLO p_T - und y -Verteilung in der H +jet-Produktion [115–118]; der NNLO-Wirkungsquerschnitt mit Jet-Veto [119]; die Resummierung des Transversalimpulses auf LO+NLL [120–122] und NLO+NNLL [87, 90, 123–125]; sowie die voll-differentiellen partonischen Monte-Carlo-Programme des NNLO-Wirkungsquerschnitts [126–128].

In der Literatur gibt es relativ wenige Studien, welche den Grenzfall einer unendlichen Top-Masse für differentielle Observablen überprüfen [78, 129–132]. Grob gesagt zeigt sich dabei, dass die effektive Theorie eine gute Approximation darstellt, solange $p_T \lesssim m_t$ ist. Im Rahmen dieser Arbeit werden die beiden Studien in Ref. [132] und [78] vorgestellt, welche die Masseneffekte schwerer Quarks bezüglich verschiedener kinematischer Verteilungen des Higgsteilchens untersuchen. Erstere berechnet $1/m_t^2$ -Effekte der H +Jet-Produktion bis NLO in der QCD. Diese werden in Kap. 4.2.1 behandelt. In letzterer wird die p_T -Resummierung des Higgsteilchens inklusive voller Massenabhängigkeit auf LO+NLL durchgeführt, deren Ergebnisse wir Kap. 4.2.2 analysieren werden.

In Kap. 4.2.1 beschränken wir uns auf die numerisch wichtigen Anfangszustände gg und qg , wenn wir den H +Jet-Wirkungsquerschnitts auf NLO einschließlich aller $1/m_t^2$ -

²Effekte jenseits von NNLO und elektro-schwache Korrekturen werden z. B. in Ref. [101–109] behandelt.

³Das Konzept der asymptotischen Entwicklung wird in Kap. 2.6 eingeführt.

Terme bestimmen. Diese überragen beim totalen Wirkungsquerschnitt alle anderen Kanäle im $\overline{\text{MS}}$ -Schema um etwa zwei Größenordnungen. Für unsere qualitativen Untersuchungen sind die anderen Kanäle daher nicht von Bedeutung und können vernachlässigt werden. Für den gg -Kanal zeigen wir, dass die NLO-Korrekturen differentieller Observablen bemerkenswert gut mit dem Limes einer unendlichen Top-Masse übereinstimmen. Dem gq -Kanal, welcher einen geringeren numerischen Effekt auf den Wirkungsquerschnitt hat, kann dieses Verhalten nicht nachgewiesen werden. In der Summe der partonischen Kanäle lässt sich jedoch zusammenfassen, dass die effektive Theorie für kinematische Verteilungen des Higgsteilchens innerhalb von 2-3% gültig ist, solange $p_T \lesssim 150$ GeV ist.

Die effektive Theorie im Grenzfall einer unendlichen Quark-Masse ist im SM ausschließlich für das Top-Quark gültig. Die Masse der anderen Quarks ist viel kleiner als die Higgs-Masse, so dass der Limes einer unendlich schweren Masse keine sinnvolle Näherung darstellt. Die Higgs-Gluon-Kopplung in der Gluonfusion wird jedoch ebenfalls durch die fünf leichten Quarks vermittelt. Während das Bottom-Quark einen Effekt im Prozentbereich erzeugt, können die anderen Quarks bei der Higgsproduktion in Gluonfusion in der Regel vernachlässigt werden. Folglich ist die Größe des Bottom-Beitrags⁴ eine weitere spezifische Unsicherheit der hadronischen Produktion eines Higgsteilchens. Weil mit der heutigen Technologie keine effektive Theorie für das Bottom-Quark zugänglich ist, muss der Bottom-Beitrag mit voller Massenabhängigkeit berechnet werden.

Es existieren ebenfalls relativ wenige Studien, welche die Effekte der Bottom-Schleife im SM quantifizieren [75, 130, 131] und die Vorgehensweise zu deren Berücksichtigung analysieren [133–136]. Der Beitrag des Bottom-Quarks zum totalen NLO-Wirkungsquerschnitt beispielsweise beträgt 7% am LHC mit 8 TeV Schwerpunktsenergie und $m_H = 125$ GeV [75, 97]. Dabei stellt sich eine Gewichtung des LO-Wirkungsquerschnitts mittels der NLO-Korrekturen in der effektiven Theorie als kontraproduktiv heraus, um den exakten Wirkungsquerschnitt zu approximieren.

Bei der Resummierung des Transversalimpulses auf LO+NLL in Kap. 4.2.2 werden daher sowohl die exakte Top- als auch die exakte Bottom-Masse berücksichtigt. Daraus berechnen wir die Masseneffekte der resummierten p_T -Verteilung verglichen mit dem Limes einer unendlichen Top-Masse. Die Resultate validieren die Zuverlässigkeit der effektiven Theorie für das Top-Quark, welche den exakten Wirkungsquerschnitt für kleine Transversalimpulse $p_T \lesssim 50$ GeV mit einer Abweichung von unter 0.5% approximieren. Die Unsicherheit, welche durch den Bottom-Beitrag hervorgerufen wird, ist von der Größenordnung 10%. Die Studie in Ref. [131] ist sehr ähnlich zu der in Kap. 4.2.2. Dort wird die p_T -Verteilung mit Top- und Bottom-Massenabhängigkeit durch einen Partonenschauer (engl.: „parton shower“) mit der POWHEG-Methode [137, 138] resummiert. Am Ende von Kap. 4.2.2 vergleichen wir daher unsere Resultate mit Ref. [131]. Während es eine hervorragende Übereinstimmung für den Top-Beitrag

⁴Im Rahmen der Gluonfusion fassen wir hier und im Folgenden den Interferenzterm zwischen Top- und Bottom-Amplitude als Teil des Bottom-Beitrags auf.

gibt, finden wir erhebliche Unterschiede der Masseneffekte bei kleinen p_T , wenn Top- und Bottom-Quark berücksichtigt werden.

4.2 VALIDIERUNG DER EFFEKTIVEN THEORIE

4.2.1 Top-Masseneffekte kinematischer Verteilungen⁵ bis $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$

4.2.1.1 Einführende Bemerkungen

In diesem Kapitel wird der Effekt einer endlichen Top-Masse untersucht. Dazu betrachten wir die Higgsproduktion in Gluonfusion mit einem zusätzlichen Jet bzw. Parton im Endzustand. Dieser H +Jet-Wirkungsquerschnitt wird differentiell bis NLO in der QCD berechnet, wobei die ersten beiden Terme der asymptotischen Entwicklung⁶ in $1/m_t^2$ bestimmt werden. Der führende Term dieser Entwicklung entspricht dabei dem Grenzfall einer unendlichen Top-Masse. Den zweiten Term der Entwicklung bezeichnen wir im Folgenden als $1/m_t^2$ -Beitrag. Wir analysieren dessen Einfluss auf die Transversalimpuls- und Rapiditätsverteilung und überprüfen so die Güte der effektiven Theorie für das Top-Quark.

Dieses Kapitel ist wie folgt aufgebaut: In Abschn. 4.2.1.2 wird die Rechnung mittels der relevanten Feynmandiagramme kurz eingeführt. Bevor wir in Abschn. 4.2.1.4 unsere Rechnung auf LO motivieren, werden die verwendeten Inputparameter in Abschn. 4.2.1.3 spezifiziert. Der Hauptteil unserer Studie ist in Abschn. 4.2.1.5 gegeben. Dort analysieren wir sowohl semi-inklusive als auch differentielle NLO-Wirkungsquerschnitte auf ihre Top-Masseneffekte. Abschließend fassen wir unsere Ergebnisse in Abschn. 4.2.1.6 zusammen.

4.2.1.2 Beschreibung der Problematik

Im Folgenden werden die Verteilungen $d\sigma/dp_T$ und $d\sigma/dy$ der H +Jet-Produktion in der Gluonfusion behandelt. Es werden nur die Top-Beiträge berücksichtigt, während die anderen Quarks vernachlässigt werden. Der LO-Beitrag der H +Jet-Produktion ist von der Ordnung α_s^3 . Abb. 4.2 zeigt die LO-Feynmandiagramme der partonischen Kanäle $gg \rightarrow gH$, $qg \rightarrow qH$, $\bar{q}g \rightarrow \bar{q}H$ und $q\bar{q} \rightarrow gH$ ($q \in \{u, d, s, c, b\}$). Die partonischen Wirkungsquerschnitte dieser Kanäle müssen zur Bestimmung des hadronischen Wirkungsquerschnitts gemäß Gl. (2.13) mit den Partonverteilungen gefaltet werden. Auf der Ordnung α_s^3 ist die volle Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von der Top-Masse bekannt. Diese dient in Abschn. 4.2.1.4 zum Vergleich.

Um die NLO-Korrekturen des H +Jet-Wirkungsquerschnitts in der QCD zu berechnen, müssen die reelle Abstrahlung und die virtuelle Korrektur der partonischen

⁵Dieses Kapitel folgt eng unserer Darstellung in Ref. [132].

⁶siehe Kap. 2.6

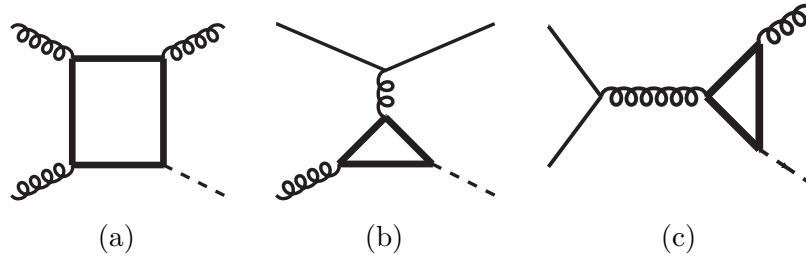


Abbildung 4.2: LO-Feynmandiagramme des Prozesses $pp \rightarrow H + \text{Jet}$. Es wird die folgende graphische Notation verwendet: fette Linie $\hat{=}$ Top-Quark; dünne Linie $\hat{=}$ leichtem Quark $q \in \{u, d, c, s, b\}$; Spirale $\hat{=}$ Gluon; gestrichelte Linie $\hat{=}$ Higgsboson.

LO-Prozesse berücksichtigt werden. Erstere stellt sich durch eine Reihe neuer partonischer Prozesse dar: $gg \rightarrow ggH$, $gg \rightarrow q\bar{q}H$, $qg \rightarrow qgH$ und $q^i q^j \rightarrow q^k q^l H$, wobei die Indizes der Quarks im letzten Prozess darauf hinweisen, dass unterschiedliche Kombinationen von Quarktypen berücksichtigt werden müssen. Wir werden sie im Folgenden nicht unterscheiden und fassen daher alle quark-induzierten Prozesse im qq -Kanal zusammen. Beispiele für Feynmandiagramme der realen Abstrahlung sind in Abb. 4.3 (a)-(d) gezeigt. Die virtuellen Korrekturen ergeben sich aus den partonischen LO-Prozessen mit zusätzlicher Schleife, siehe z. B. Abb. 4.3 (e) und (f).

Bei den NLO-Korrekturen gestaltet sich die Berechnung virtueller Diagramme, wie sie in Abb. 4.3 (e)-(f) gegeben sind, am schwierigsten. Diese Zweischleifen-Boxdiagramme enthalten massive (Masse: m_t) und masselose interne Linien und eine massive (Masse: m_H) externe Linie. Weil die Komplexität der zu lösenden Integrale zu hoch ist, gibt es in der Literatur keine analytischen Lösungen von Diagrammen dieser Form. Ebenfalls ist die Effizienz numerischer Methoden bisher zu gering. Daher ist der NLO-Wirkungsquerschnitt des $H + \text{Jet}$ -Prozesses lediglich in der effektiven Theorie bekannt [115–118]. In diesem Fall vereinfachen sich die virtuellen Korrekturen zu Einschleifendiagrammen mit einer effektiven Higgs-Gluon-Kopplung. Diese wird mit einem Wilson-Koeffizient multipliziert, der perturbativ bestimmbar ist [70–74].⁷

Nach Kap. 2.6 kann der Wirkungsquerschnitt im Limes einer unendlich schweren Top-Masse als führender Term der asymptotischen Entwicklung in $1/m_t$ angesehen werden. Um die Top-Massenabhängigkeit zu quantifizieren, gehen wir über diesen Grenzfall hinaus und berechnen zusätzlich die darauf folgenden $1/m_t^2$ -Terme. Die dafür notwendigen Amplituden werden in Ref. [111] bestimmt. Dabei wird eine automatisierte Form der asymptotischen Entwicklung verwendet [77, 139, 140]. Die Auslöschung der soften und kollinearen Divergenzen dieser Amplituden wird mittels der in Kap. 2.3 vorgestellten Dipolsubtraktion [41] realisiert. Dabei müssen die Subtraktionsterme Ordnung für Ordnung in $1/m_t$ angewendet werden. Auf diese Weise

⁷vgl. Kap. 2.5

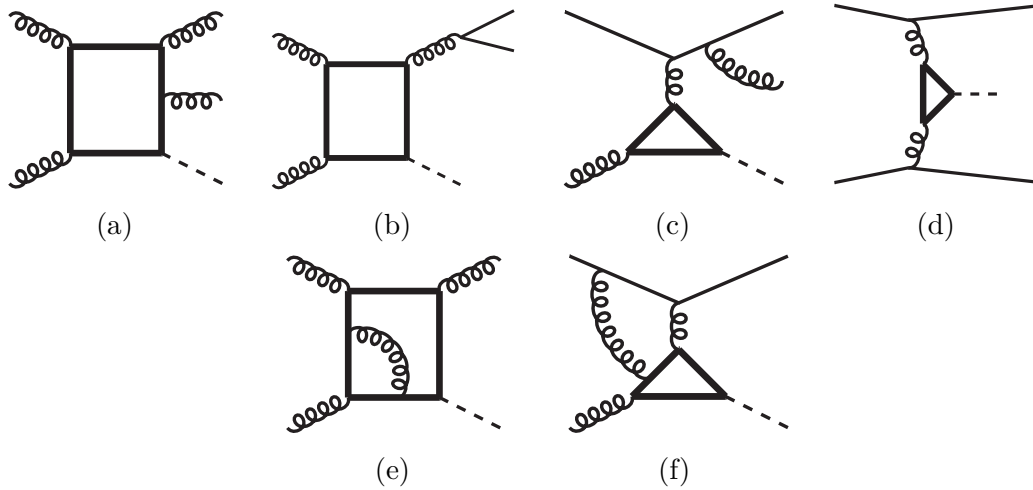


Abbildung 4.3: Beispiele für Feynmandiagramme der QCD-Korrekturen auf NLO des Prozesses $pp \rightarrow H + \text{Jet}$: (a)-(d) reelle Abstrahlung; (e) und (f) virtuelle Korrekturen; graphische Notation wie in Abb. 4.2.

haben wir ein voll-differentielles partonisches Monte-Carlo-Programm implementiert, welches den Wirkungsquerschnitt der $H + \text{Jet}$ -Produktion bis NLO berechnet. Dieses enthält neben dem bereits bekannten Grenzfall einer unendlichen Top-Masse [115–118] ebenfalls den $1/m_t^2$ -Beitrag der asymptotischen Entwicklung.

Wir haben die Konsistenz unseres Programms auf unterschiedliche Weise überprüft. Die wichtigste Kontrolle ist der numerische Vergleich der p_T -Verteilung auf NLO in der effektiven Theorie mit dem Programm HqT [87, 123, 125]. Dabei finden wir Übereinstimmung im Promillebereich. Die verwendeten Amplituden der $1/m_t^2$ -Terme wurden bereits bei der Berechnung der totalen NNLO-Rate zwischen Ref. [111] und Ref. [141] verifiziert. Außerdem sind die Wirkungsquerschnitte der $1/m_t^0$ - und $1/m_t^2$ -Terme separat unabhängig vom α -Parameter⁸ [61, 62], welcher als Konsistenzkontrolle der Dipolsubtraktion dient. Ein gewünschter Nebeneffekt der Implementierung des α -Parameters ist die Beschränkung des Phasenraums der Dipole, wodurch die Konvergenz des Monte-Carlo-Programms beschleunigt wird.

Im nächsten Abschnitt werden zunächst die Inputparameter spezifiziert, welche für die Ergebnisse in den darauf folgenden Abschnitten verwendet werden.

4.2.1.3 Inputparameter

Die Berechnung der Wirkungsquerschnitte in den kommenden Abschnitten erfordert verschiedene Inputparameter. Soweit nicht explizit abweichend angegeben, werden sie im Rahmen dieses Kapitels wie folgt angenommen:

⁸siehe Kap. 2.3

- Die Ergebnisse sollen für den LHC gültig sein. Folglich werden Protonkollisionen mit einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 14$ TeV betrachtet. Außerdem werden exemplarische Plots für $\sqrt{s} = 7$ TeV angegeben.
- Als Partonverteilungen verwenden wir den zentralen PDF-Satz von MSTW2008 [42]. Die damit verbundenen Unsicherheiten werden im Folgenden nicht betrachtet.⁹
- Dem PDF-Satz entsprechend wird als Startwert der starken Kopplungskonstante auf LO $\alpha_s(m_Z) = 0.13939$ und auf NLO $\alpha_s(m_Z) = 0.12018$ verwendet.
- Weil die hier vorgestellten Ergebnisse bereits vor der Entdeckung des Higgsteilchens produziert wurden, wird eine Higgsmasse von $m_H = 120$ GeV angenommen.
- Die Renormierungs- und Faktorisierungsskala werden auf $\mu_R = \mu_F = m_H$ festgelegt, nur bei der Transversalimpulsverteilung wählen wir p_T -abhängige Skalen $\mu_R = \mu_F = \sqrt{m_H^2 + p_T^2}$.
- Für das Top-Quark setzen wir eine on-shell-Masse¹⁰ von $m_t = 172$ GeV ein.

Es sei angemerkt, dass eine Variation obiger Parameter im Allgemeinen zwar sinnvoll ist, deren Bedeutung jedoch für die qualitativen Aussagen, welche im Rahmen dieser Studie gemacht werden, zweitrangig ist.

4.2.1.4 Betrachtungen auf führender Ordnung

Bevor wir im kommenden Abschnitt kinematische Verteilungen des Higgsbosons auf NLO bezüglich ihrer Abhängigkeit von der Top-Masse analysieren, möchten wir diese anhand der LO-Masseneffekte des H +Jet-Prozesses motivieren. Dazu wird zunächst der semi-inklusive Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(p_T \geq p_T^{\text{cut}}) = \int_{p_T \geq p_T^{\text{cut}}} dp_T \frac{d\sigma}{dp_T} \quad (4.2)$$

definiert. p_T^{cut} bezeichnet dabei einen unteren Schnitt auf den Transversalimpuls des Higgsbosons p_T , wodurch die soften und kollinearen Divergenzen des Wirkungsquerschnitts reguliert werden. In Abb. 4.4 wird der semi-inklusive LO-Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von der Higgsmasse gezeigt. Dabei werden die drei partonischen Kanäle gg (rot), gq (grün) und $q\bar{q}$ (blau) separat dargestellt. Wie bereits erwähnt ist auf dieser Ordnung die exakte Top-Massenabhängigkeit bekannt. Abb. 4.4 zeigt daher für jeden Kanal drei Wirkungsquerschnitte: den Grenzfall einer unendlichen Top-Masse (gepunktet), die Entwicklung bis $1/m_t^2$ (gestrichelt) und die Berücksichtigung

⁹Für Informationen bezüglich der Unsicherheiten von PDFs verweisen wir auf die Studien in Ref. [142, 143].

¹⁰Wir verwenden in dieser Arbeit das Wort „on-shell“ für die Renormierung auf der Massenschale.

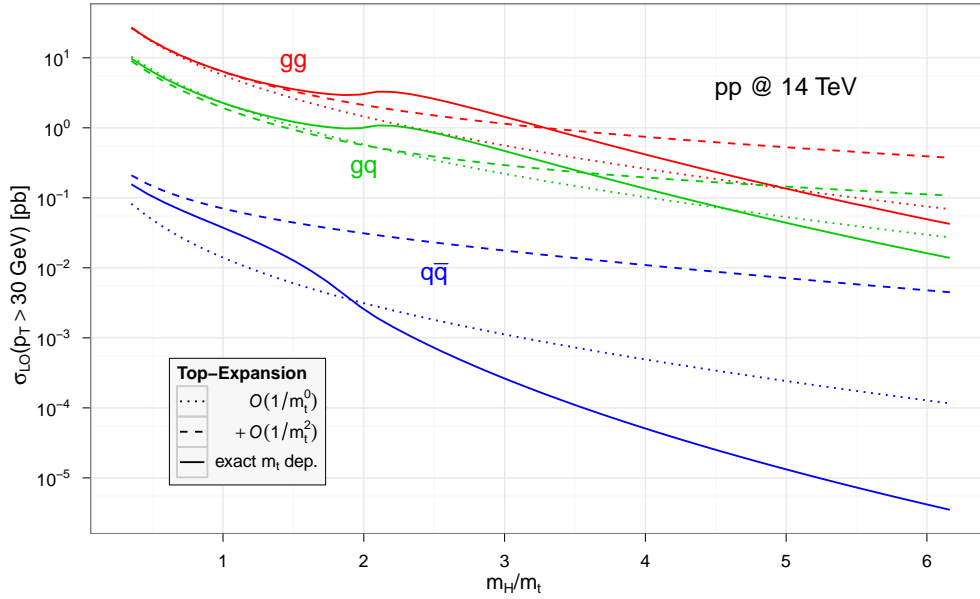


Abbildung 4.4: H +Jet-Wirkungsquerschnitt, wie er in Gl. (4.2) definiert wird; $p_T^{\text{cut}} = 30$ GeV.

der exakten Abhängigkeit von der Top-Masse (durchgezogen). Hier und im Folgenden wird, soweit nicht anders angegeben, ein Schnitt von $p_T^{\text{cut}} = 30$ GeV verwendet.

Die exakten Kurven haben einen Buckel bei $m_H \approx 2m_t$. Dieser ist durch die Top-Quark-Schwelle der Amplitude begründet. Dieses Verhalten kann selbstverständlich nicht durch eine Entwicklung in $1/m_t$ reproduziert werden. Die Gestalt der Kurven erinnert sehr an den totalen inklusiven Wirkungsquerschnitt $pp \rightarrow H + X$ in der Gluonfusion. Dieser startet bei einer Ordnung tiefer in α_s als der hier gezeigte semi-inklusive Wirkungsquerschnitt, weil er auf LO durch einen $2 \rightarrow 1$ -Prozess beschrieben wird.

Wie zu erwarten wird in allen Kanälen in Abb. 4.4 die asymptotische Entwicklung für Higgsmassen deutlich oberhalb von der Top-Masse unzulässig. Außerdem funktioniert die $1/m_t$ -Entwicklung für den $q\bar{q}$ -Kanal bereits für kleine m_H äußerst schlecht. Dies wurde bereits in Ref. [112, 114] bei dem totalen inklusiven Wirkungsquerschnitt beobachtet. Der Beitrag des $q\bar{q}$ -Kanals zum Wirkungsquerschnitt ist jedoch etwa zwei Größenordnungen kleiner als der des qg -Kanals. Dieser ist wiederum zwei- bis dreimal so klein wie der gg -Kanal. Auch auf höheren Ordnungen, wo weitere quark-induzierte Kanäle auftreten, bleiben die Auswirkungen des qg -Kanals¹¹ gering. Folglich ist der qg -Kanal eine eindeutige, aber auch relativ unwichtige Limitierung der effektiven

¹¹Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass wir hier alle quark-induzierten Prozesse zum qg -Kanal zählen.

Theorie. Weil unsere Analyse keine Aussagekraft für den qq -Kanal und umgekehrt der qq -Kanal keinen Einfluss auf unsere Analyse hat, werden wir ihn von den weiteren Betrachtungen ausschließen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die effektive Theorie nicht mehr gültig ist, falls sehr spezielle kinematische Schnitte den relativen Beitrag des qq -Kanals deutlich erhöhen.

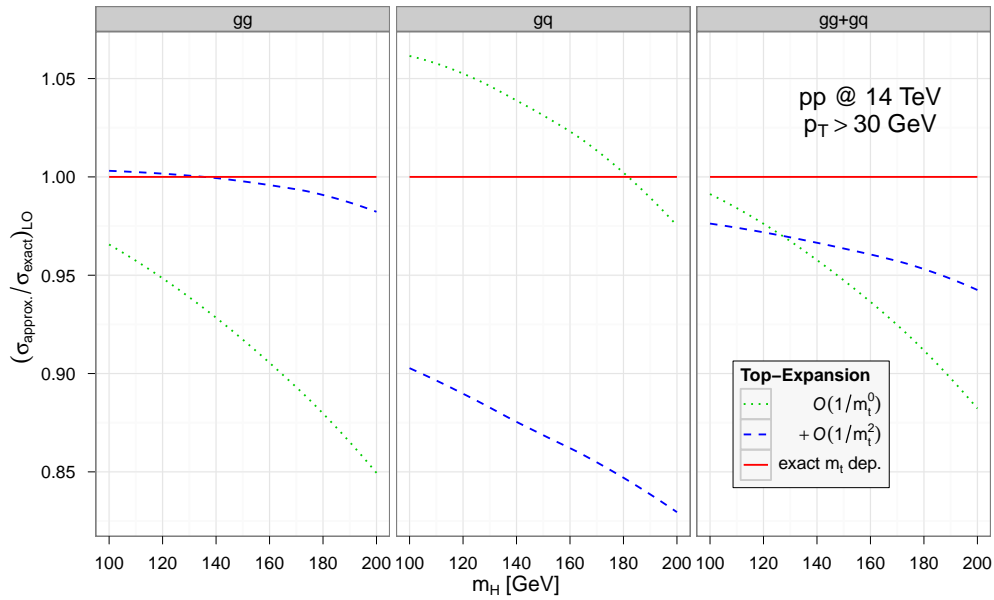
Um die Unterschiede der drei Kurven des gg - und qg -Kanals in Abb. 4.4 für kleine m_H zu analysieren, zeigt Abb. 4.5 die relative Abweichung der $1/m_t$ -Entwicklung des semi-inklusiven Wirkungsquerschnitts vom exakten Resultat. D. h., für jeden Kanal werden die beiden Kurven der $1/m_t$ -Entwicklung (gepunktet und gestrichelt) in Abb. 4.4 auf den Wirkungsquerschnitt mit exakter Massenabhängigkeit (durchgezogen) normiert. Neben dem gg -Kanal (links) und dem qg -Kanal (mittig) ist außerdem die Summe beider Kanäle (rechts) in Abb. 4.5 gegeben, wobei anzumerken ist, dass die Summe vor der Normierung gebildet wird. Um einen Eindruck davon zu bekommen, wie unsere Resultate von der Schwerpunktsenergie abhängen, sind in Abb. 4.5 (a) die jeweiligen Kurven mit $\sqrt{s} = 14$ TeV und in Abb. 4.5 (b) mit $\sqrt{s} = 7$ TeV aufgetragen. Bei den folgenden Beschreibungen werden wir die Ergebnisse für $\sqrt{s} = 7$ TeV in Klammern hinter denen für $\sqrt{s} = 14$ TeV angeben.

Im gg -Kanal stimmen die Terme bis $\mathcal{O}(1/m_t^2)$ zu 2% (2.5% bei $\sqrt{s} = 7$ TeV) für $m_H \in [100, 200]$ GeV mit dem exakten Wirkungsquerschnitt überein. Die führenden Terme $\mathcal{O}(1/m_t^0)$ weichen hingegen bis zu 15% (16%) ab. Die Übereinstimmung im qg -Kanal ist nicht so gut: Während die $1/m_t^0$ -Terme einen Unterschied von 7% (5%) vom exakten Resultat aufweisen, sind es bei der Entwicklung bis $1/m_t^2$ bis zu 18% (9.5%). Weil der gg -Kanal numerisch dominant ist, hat die Approximation bis $\mathcal{O}(1/m_t^2)$ in der Summe eine Güte von 6% (5%), wobei sich für die führenden Terme der Entwicklung eine Abweichung von maximal 12% (12.5%) ergibt. Da bereits auf LO solche großen Effekte auftreten, ist es wichtig das exakte Resultat zu verwenden und höhere Ordnungen mittels einer Umgewichtung einzubinden. Beim totalen Wirkungsquerschnitt hat sich gezeigt, dass es sinnvoll ist, den LO-Wirkungsquerschnitt mit exakter Top-Massenabhängigkeit von den perturbativen Korrekturen auszuklammern. Diese Korrekturen lassen sich dann in der effektiven Theorie berechnen. Unsere Analyse wird nachweisen, dass ein entsprechendes Vorgehen für differentielle Observablen ebenfalls von Vorteil ist.

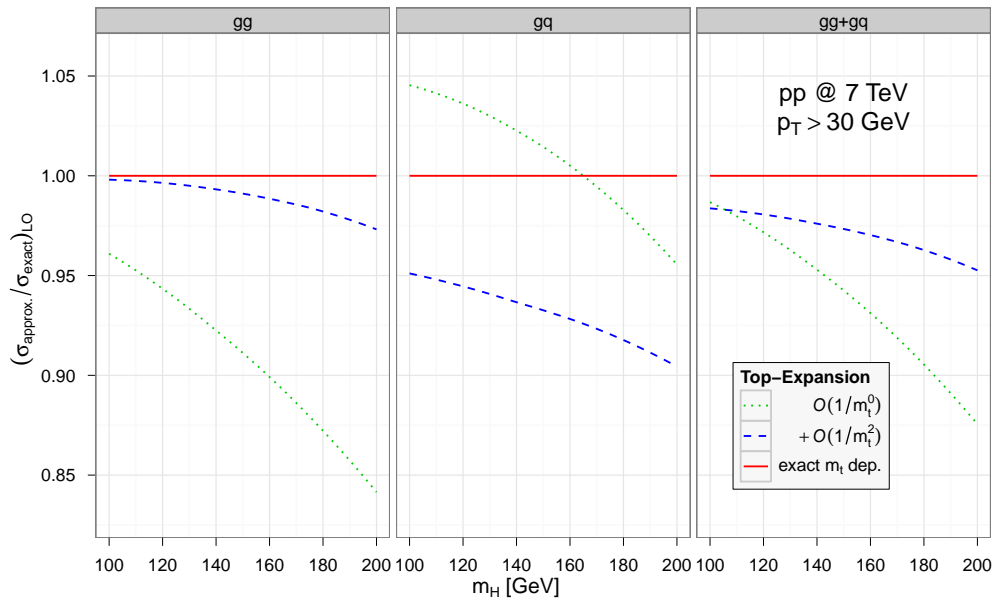
Wenn wir die Unterschiede zwischen Abb. 4.5 (a) und (b) analysieren, beobachten wir im gg -Kanal eine geringe Abhängigkeit der Masseneffekte von der Schwerpunktsenergie. Im qg -Kanal sind die Abweichungen für $\sqrt{s} = 14$ TeV größer. Das liegt daran, dass bei der asymptotischen Entwicklung m_t als größte Skala im Prozess angenommen wird¹². Für die qualitativen Aussagen unserer Studie ist die Wahl von $\sqrt{s} = 14$ TeV daher hinreichend.

Abb. 4.6 zeigt eine weniger inklusive Observable: die Verteilung bezüglich des Transversalimpulses des Higgsbosons. Wir vergleichen wieder den Wirkungsquerschnitt mit exakter Massenabhängigkeit mit der $1/m_t$ -Entwicklung. In Abb. 4.6 ist die asymp-

¹²Weitere Informationen diesbezüglich finden sich in Ref. [111, 113, 141, 144].



(a)



(b)

Abbildung 4.5: Semi-inklusive LO-Wirkungsquerschnitt bis $1/m_t^n$ normiert auf die exakte Massenabhängigkeit (rot, durchgezogen), für $n = 0$ (grün, gepunktet) und $n = 2$ (blau, gestrichelt). Links: gg -Kanal; mittig: qg -Kanal; rechts: Summe beider Kanäle; (a) $\sqrt{s} = 14$ TeV und (b) $\sqrt{s} = 7$ TeV.

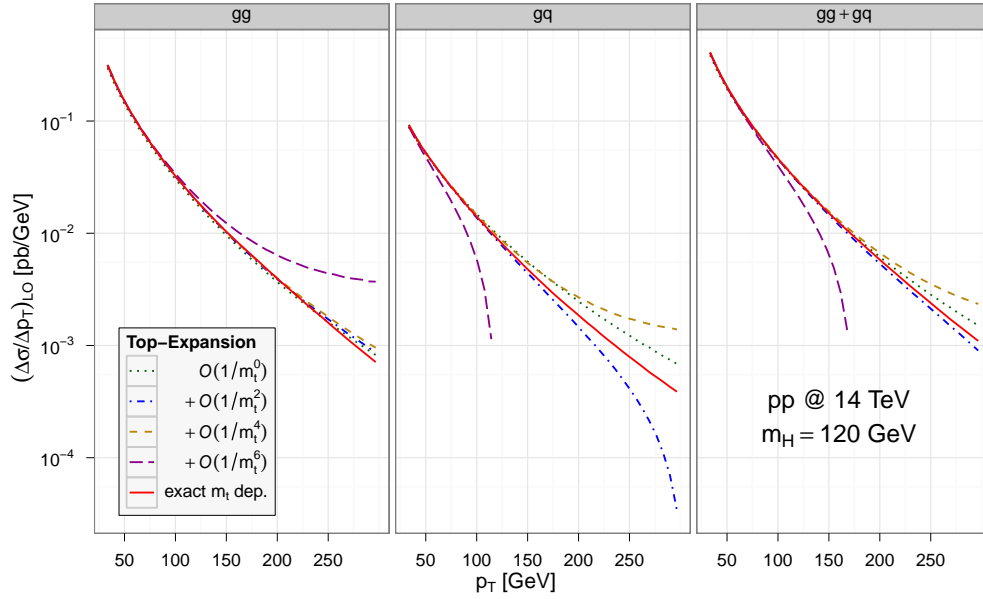


Abbildung 4.6: Transversalimpulsverteilung $d\sigma/dp_T$ auf LO für die volle Massenabhängigkeit (rot, durchgezogen) und die Entwicklung bis $1/m_t^n$ für $n = 0/2/4/6$ (gepunktet/gestrichpunktet/kurz-gestrichelt/lang-gestrichelt). Links: gg -Kanal; mittig: qg -Kanal; rechts: Summe.

totische Entwicklung bis $\mathcal{O}(1/m_t^6)$ aufgetragen. Dabei separieren wir wiederum die beiden partonischen Kanäle und deren Summe. Ausgenommen $\mathcal{O}(1/m_t^0)$ approximiert die $1/m_t$ -Entwicklung das exakte Ergebnis bis zu einem Transversalimpuls von etwa der Top-Masse sehr gut. Für Terme der Ordnung $\mathcal{O}(1/m_t^6)$ und höher geht die Konvergenz der asymptotischen Entwicklung bereits für kleine p_T verloren. Dieser Konvergenzbruch bei hohen Termen in der asymptotischen Entwicklung wurde bereits beim totalen inklusiven Wirkungsquerschnitt beobachtet [111–114]. Der Grund dafür liegt im Potenzverhalten \hat{s}/m_t , welches durch die $1/m_t$ -Entwicklung erzeugt wird. So wird bei großen Werten von $\sqrt{\hat{s}}$ die Konvergenz des partonischen Wirkungsquerschnitts beeinträchtigt. Während dies bei den führenden Termen der $1/m_t$ -Entwicklung durch die Partonverteilungen unterdrückt wird, wirkt es sich ab $\mathcal{O}(1/m_t^6)$ ebenfalls auf den hadronischen Wirkungsquerschnitt aus. Ein analoger Zusammenhang gilt für den Transversalimpuls p_T .

Zusammenfassend können wir sagen, dass die Beobachtungen auf LO eine Analyse der $1/m_t^2$ -Effekte auf den NLO-Wirkungsquerschnitts anregt. Dadurch lässt sich die Gültigkeit der effektiven Theorie für differentielle Observablen abschätzen.

4.2.1.5 Ergebnisse auf nächst-führender Ordnung

Um die Entwicklung des hadronischen Wirkungsquerschnitts bezüglich $1/m_t$ unserer bisherigen Notation (vgl. Gln. (2.2) und (2.8)) hinzuzufügen, führen wir einen zusätzlichen Index k ein

$$d\sigma_{ij}^{(l;k)}, \quad i, j \in \{q, \bar{q}, g\}. \quad (4.3)$$

Wie zuvor bezeichnet ij den partonischen Anfangszustand des Wirkungsquerschnitts und l dessen Ordnung in der Störungsreihe. Analog gibt der neue Index k die Ordnung in der $(1/m_t)^k$ -Entwicklung an. Entsprechend Gl. (2.3) definieren wir außerdem den LO- und NLO-Wirkungsquerschnitt als Summe über die perturbativen Ordnungen und über die $(1/m_t)^k$ -Terme bis zur Ordnung $k = n$:

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij}^{(\text{LO},n)} &= \sum_{k=0}^n d\sigma_{ij}^{(0;k)}, \\ d\sigma_{ij}^{(\text{NLO},n)} &= \sum_{k=0}^n \left(d\sigma_{ij}^{(0;k)} + d\sigma_{ij}^{(1;k)} \right). \end{aligned} \quad (4.4)$$

In dem Falle, dass die Indizes ij weggelassen werden, stellt der Wirkungsquerschnitt die Summe aller beitragenden Kanäle dar (vgl. Gl. (2.13)).

Ziel dieses Abschnitts ist es, mittels der $1/m_t^2$ -Effekte qualitative Aussagen über die Güte der Näherung durch die effektive Theorie zu machen. Daher sehen wir davon ab absolute Werte für den Wirkungsquerschnitt anzugeben. Vielmehr analysieren wir den Einfluss der $1/m_t^2$ -Terme auf den K -Faktor, welcher wie folgt als Quotient des NLO- durch den LO-Wirkungsquerschnitt definiert wird:

$$[K_n(b)]_{ij} = \frac{d\sigma_{ij}^{(\text{NLO};n)}(b)}{d\sigma_{ij}^{(\text{LO};n)}(b)}. \quad (4.5)$$

Dabei wird impliziert, dass die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma(b)$ auf der rechten Seite über alle kinematischen Variablen außer b integriert werden. So werden Masseneffekte auf den K -Faktor für $b = \emptyset$, $b = p_T$ und $b = y$ (den semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt, die Transversalimpuls- und die Rapiditätsverteilung) analysiert. $K(b)$ ist dabei ein Maß für die Größe der perturbativen Korrekturen. Im Falle des K -Faktors der effektiven Theorie K_0 hat sich beispielsweise für den totalen Wirkungsquerschnitt gezeigt, dass er äußerst präzise mit dem K -Faktor übereinstimmt, welcher die exakte Top-Masse berücksichtigt [97, 111, 113]. Folglich ist die Gewichtung des exakten LO-Wirkungsquerschnitts mit K_0 eine exzellente Approximation des Wirkungsquerschnitts höherer Ordnungen. Mit Hilfe der $1/m_t$ -Entwicklung werden wir überprüfen, ob sich ähnliche Aussagen auch über differentielle Observablen machen lassen.

Dafür betrachten wir zunächst den semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt aus Gl. (4.2) mit $p_T^{\text{cut}} = 30 \text{ GeV}$. Abb. 4.7 vergleicht den K -Faktor $K_2(\equiv K_2(\emptyset))$ der Entwicklung

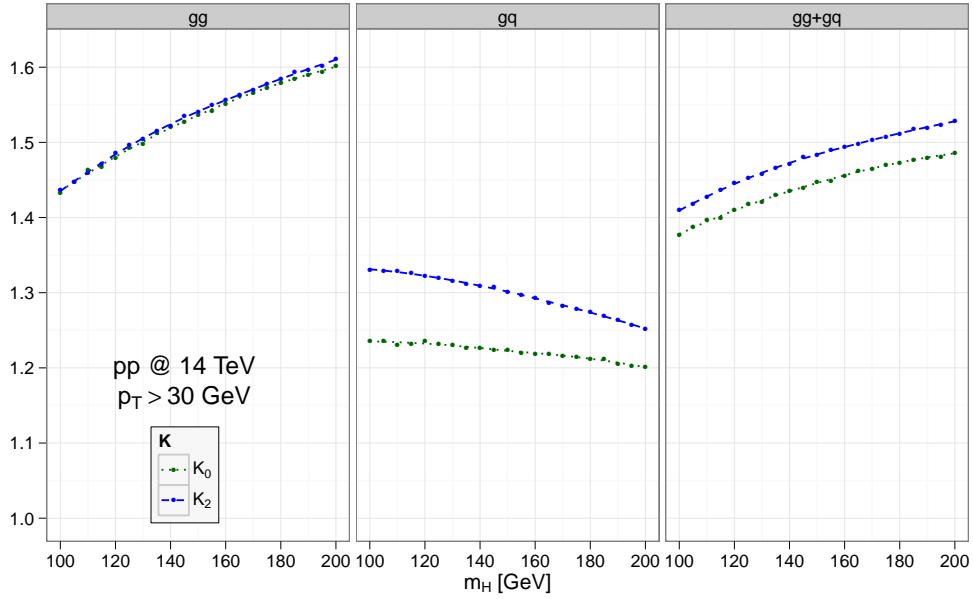


Abbildung 4.7: K -Faktoren gemäß Gl. (4.5) des semi-inklusiven Wirkungsquerschnitts in Gl. (4.2); $K_n \equiv K_n(\emptyset)$; linker/mittiger/rechter Plot: $[K_n]_{gg}/[K_n]_{qq}/[K_n]_{gg+qq}$; gepunktet/gestrichelt: $n = 0/2$. Die Punkte entsprechen den Resultaten der Berechnung. Die Linien wurden zur besseren Veranschaulichung eingeführt. Die Abweichungen der Punkte von den Linien lassen auf den numerischen Fehler schließen.

bis $1/m_t^2$ mit dem der effektiven Theorie K_0 . Dabei werden wiederum die Kanäle gg (links), qq (mittig) und ihre Summe (rechts) gezeigt. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass in der Summe der Kanäle $K_n \neq [K_n]_{gg} + [K_n]_{qq}$ ist, weil gemäß Gln. (4.5) und (4.4) die Addition der Kanäle jeweils im Zähler und Nenner separat durchgeführt wird.

Im gg -Kanal ist die Ähnlichkeit der beiden Kurven für K_0 und K_2 , welche kaum zu unterscheiden sind, äußerst bemerkenswert. Dieses konsistente Verhalten wird ein wenig vom qq -Kanal getrübt, bei dem Abweichungen zwischen 5 – 10% auftreten. Weil der gluon-induzierte Kanal jedoch einen zwei- bis dreimal größeren Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefert, finden wir in der Summe der beiden Kanäle Übereinstimmungen innerhalb von etwa 3%. Der kleine Einfluss der $1/m_t^2$ -Terme auf den K -Faktor weist auf dessen geringe Abhängigkeit von einer exakten Top-Masse hin. Somit lässt sich die effektive Theorie für den semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt mit einer Genauigkeit von 3% validieren.

Für die K -Faktoren der Transversalimpulsverteilung $K_n(p_T)$ in Abb. 4.8 finden wir ähnliche Ergebnisse: Im gg -Kanal ist der p_T -abhängige K -Faktor der führenden Terme

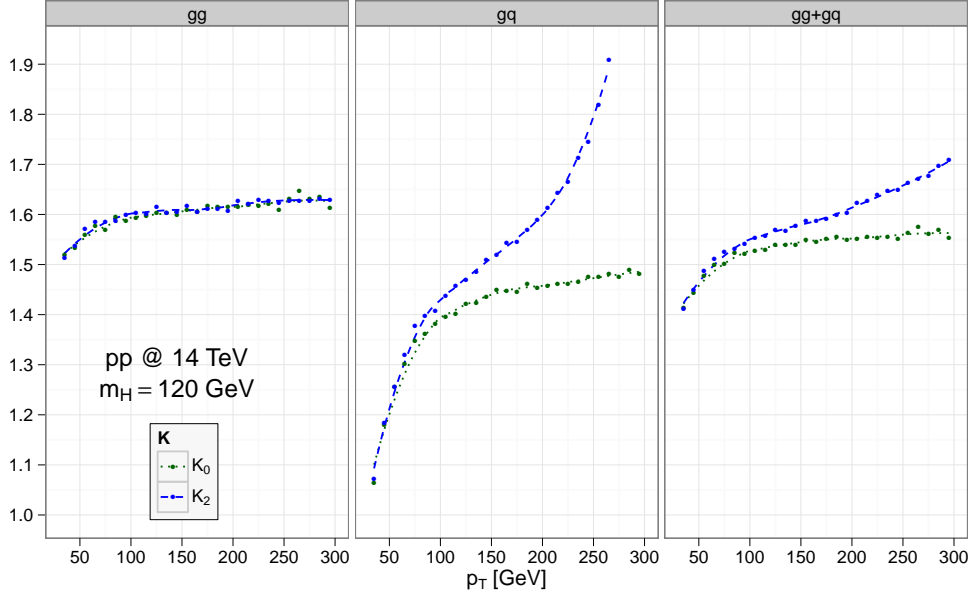


Abbildung 4.8: Entspricht Abb. 4.7, aber für die Transversalimpulsverteilung; $K_n \equiv K_n(p_T)$.

der $1/m_t$ -Entwicklung $K_0(p_T)$ nahezu identisch mit $K_2(p_T)$, welcher zusätzlich die nächst-führenden Terme der Entwicklung berücksichtigt. Die K -Faktoren haben zudem eine schwache ($< 10\%$) Abhängigkeit von $p_T \in [30, 300]$ GeV. Während die Übereinstimmung der beiden K -Faktoren für kleine Transversalimpulse im gq Kanal ebenfalls gut ist, steigen die Abweichungen zwischen ihnen für $p_T \gtrsim 150$ GeV drastisch an. Zudem werden die Werte der K -Faktoren stark vom Transversalimpuls beeinflusst. $K_0(p_T)$ ändert sich im gq -Kanal für $p_T \in [30, 300]$ GeV um etwa 40%, bei $K_2(p_T)$ sind es sogar über 90%. In der Summe beider Kanäle ergeben sich Unterschiede zwischen $K_0(p_T)$ und $K_2(p_T)$ unterhalb von 2 – 3% für $p_T < 150$ GeV und 10% bei $p_T = 300$ GeV. Ebenfalls ist die Abhängigkeit der K -Faktoren von $p_T \in [30, 300]$ GeV deutlich geringer als im gq -Kanal. Sie ist für $p_T \in [30, 150]$ GeV in beiden Fällen unterhalb von 20% und für $p_T \in [30, 300]$ GeV unter 30%.

Zusammenfassend können wir sagen: Die geringen Unterschiede zwischen K_0 und K_2 in der Summe suggerieren, dass die Berechnung von QCD-Korrekturen der p_T -Verteilung in der effektiven Theorie durchgeführt werden kann. Diese sollten dann jedoch genutzt werden, um die LO p_T -Verteilung mit exakter Top-Masse umzugewichten. Die Unsicherheit bezüglich der Masseneffekte beträgt in dieser Prozedur 2-3% (10%) für $p_T < 150$ GeV ($p_T = 300$ GeV).

Zuletzt wollen wir uns noch mit der Rapiditätsverteilung des Higgsbosons beschäftigen. Abb. 4.9 zeigt die y -abhängigen K -Faktoren. Im gg -Kanal variieren $K_0(y)$ und $K_2(y)$

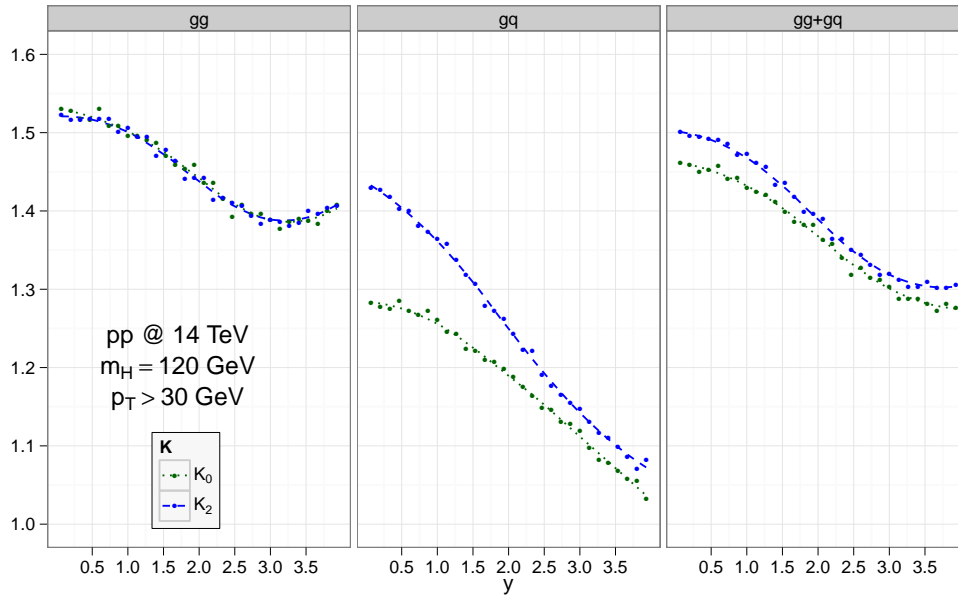


Abbildung 4.9: Entspricht Abb. 4.7, aber für die Rapiditätsverteilung; $K_n \equiv K_n(y)$.

um etwa 15% im Intervall $y \in [0, 4]$. Die y -Abhängigkeit von $K_0(y)$ ($K_2(y)$) im gg -Kanal beträgt etwa 25% (35%) und in der Summe beide Male etwa 20%. Die Unterschiede zwischen den beiden K -Faktoren erinnern sehr an den semi-inklusiven Wirkungsquerschnitt: Die Korrekturen im gg -Kanal sind kaum zu unterscheiden, im qq -Kanal weichen die Kurven stärker voneinander ab, aber in der Summe stellt sich eine Übereinstimmung im Bereich von 2% ein. Offensichtlich ergeben sich die beobachteten Abweichungen zwischen K_0 und K_2 für Observablen, welche über p_T integriert werden, aus der schlechten Konvergenz des qq -Kanals für $p_T > 150$ GeV (vgl. Abb. 4.8 und Abb. 4.6). Aufgrund der Dominanz des gg -Kanals wird dadurch jedoch die Güte der effektiven Theorie nur im Bereich weniger Prozent beeinträchtigt.

4.2.1.6 Schlussfolgerungen

In diesem Kapitel haben wir die Qualität der effektiven Theorie der Gluonfusion für differentielle Observablen überprüft. Dazu wurden die ersten beiden Terme der $1/m_t^2$ -Entwicklung des H +Jet-Wirkungsquerschnitts bis NLO berechnet und ihre Auswirkungen auf kinematische Verteilungen des Higgsbosons analysiert.

Im Hauptteil dieses Kapitels haben wir uns mit den K -Faktoren von drei Observablen beschäftigt: der semi-inklusive Wirkungsquerschnitt, die Transversalimpuls- und die Rapiditätsverteilung. In allen drei Fällen sind im gluon-induzierten Kanal die

perturbativen Effekte der Massenkorrekturen erstaunlich ähnlich zu denen des führenden Massenterms, welcher dem Grenzfall einer unendlichen Top-Masse entspricht. Anders gesagt die NLO K -Faktoren sind nahezu identisch. Dieses Verhalten wird durch den qg -Kanal beeinträchtigt. Dennoch folgern wir, dass die Gewichtung der LO-Rate mit den jeweiligen K -Faktoren eine exzellente Approximation des exakten NLO-Wirkungsquerschnitts darstellt. Die Unsicherheiten sind dabei im Bereich von 2-3% für Observablen, welche über p_T integriert werden, und die Transversalimpulsverteilung für $p_T < 150$ GeV.

Es wurde überprüft, dass diese Resultate für $m_H \lesssim 2 m_t$ gültig sind. Die Genauigkeit obiger Prozedur ist damit besser als die Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts, welche durch die PDFs, α_s und fehlende höhere Ordnungen in der Störungstheorie verursacht wird.

Im nächsten Kapitel werden die Masseneffekte der p_T -Verteilung noch genauer untersucht.

4.2.2 Masseneffekte bei kleinem Transversalimpuls auf LO+NLL¹³

4.2.2.1 Einführende Bemerkungen

Eine der wichtigsten differentiellen Observablen bei der Higgsmessung ist dessen Transversalimpulsverteilung. Sie wurde in der effektiven Theorie der Gluonfusion bis NLO zunächst numerisch [115, 116] und später analytisch [117] berechnet.¹⁴ Der voll-differentielle Wirkungsquerschnitt der Higgsproduktion in Gluonfusion ist bis NNLO bekannt [126, 127]. Aufgrund logarithmischer Divergenzen bezüglich des Transversalimpulses, siehe Gl. (3.1), sind diese Berechnungen jedoch nur für hinreichend hohe Transversalimpulse gültig bzw. nur, wenn über p_T von null bis zu hinreichend großen Werten integriert wird. Um eine glaubhafte Vorhersage der p_T -Verteilung ebenfalls für kleine p_T zu erhalten, müssen die logarithmischen Terme bis zu allen Ordnungen in der Störungstheorie resummiert werden.¹⁵ In der effektiven Theorie wurde die p_T -Resummierung auf NLL [120–122] und NNLL [87, 123, 125] durchgeführt. Die resummierte p_T -Verteilung in Gl. (3.12) ist bis NLO+NNLL bekannt und ist mit dem Programm HqT [87, 123, 125] zu berechnen.

In diesem Kapitel geht es um die p_T -Resummierung bis LO+NLL im Higgsproduktionsprozess der Gluonfusion, wobei die volle Abhängigkeit von der Top- und Bottom-Masse berücksichtigt wird. Die resummierte p_T -Verteilung inklusive voller Massenabhängigkeit war zuvor nicht bekannt. Im Folgenden geht es vor allem darum, die effektive Theorie für die Beschreibung der Resummierungseffekte des Top-Beitrags zu validieren und die Unsicherheit aufgrund des fehlenden Bottom-

¹³Dieses Kapitel folgt eng unserer Darstellung in Ref. [78].

¹⁴vgl. dazu auch Kap. 4.2.1

¹⁵siehe dazu Kap. 3.1

Beitrags abzuschätzen.¹⁶ Während es sich als sinnvoll erweist den Bornfaktor¹⁷ mit voller Top-Massenabhängigkeit von den Resummierungskorrekturen in der effektiven Theorie zu faktorisieren, werden wir zeigen, dass dieses Vorgehen zur Approximation der Bottom-Beiträge nicht geeignet ist. Diese Terme sollten daher auf der Ordnung eingebunden werden, bis zu welcher ihre Berechnung realisierbar ist. Zuletzt vergleichen wir unsere Ergebnisse mit denen in Ref. [131], welche in einer ähnlichen Studie wie dieser die Masseneffekte der p_T -Verteilung unter Verwendung der POWHEG-Methode mittels eines Partonenschauers berechnen. Während die Übereinstimmung der Top-Masseneffekte beachtlich ist, ergeben sich signifikante Unterschiede, sobald der Bottom-Beitrag berücksichtigt wird.

Dieses Kapitel ist wie folgt aufgebaut: In Abschn. 4.2.2.2 wird die Berechnung des resummierten Wirkungsquerschnitts skizziert. Nachdem in Abschn. 4.2.2.3 die Inputparameter der Berechnung angegeben werden, erinnern wir in Abschn. 4.2.2.4 noch einmal an die bekannten Resultate auf LO. In Abschn. 4.2.2.5 werden dann die Masseneffekte der resummierten p_T -Verteilung analysiert und mit den Resultaten in Ref. [131] verglichen. Zuletzt fassen wir die Ergebnisse in Abschn. 4.2.2.6 zusammen.

4.2.2.2 Beschreibung der Problematik

Wir skizzieren zunächst kurz die Berechnung des totalen NLO-Wirkungsquerschnitts, weil für die resummierte p_T -Verteilung auf LO+NLL die gleichen Amplituden benötigt werden. Abb. 4.10 (a) zeigt noch einmal das LO-Feynmandiagramm der Higgsproduktion in Gluonfusion. Dabei berücksichtigen wir hier sowohl das Top- als auch das Bottom-Quark innerhalb der Schleife, welche die beiden größten Beiträge zum Wirkungsquerschnitt liefern. Diagramme mit anderen Quark-Schleifen werden von unseren Betrachtungen ausgeschlossen.

Auf NLO müssen zwei Arten von Korrekturen berücksichtigt werden, die virtuellen (siehe z. B. Abb. 4.10 (b)) und die reellen (siehe z. B. Abb. 4.11). Die Diagramme der reellen Abstrahlung sind dabei identisch zu den LO-Feynmandiagrammen des H +Jet Prozesses in Abb. 4.2. Für alle NLO-Amplituden des Prozesses $gg \rightarrow H$ kann die Berechnung mit exakter Massenabhängigkeit durchgeführt [97, 145, 146] und so die Approximation durch die effektive Theorie vermieden werden. Der totale Wirkungsquerschnitt mit voller Top- und Bottom-Massenabhängigkeit ist daher bis NLO bekannt [97] (vgl. auch Ref. [147–151]).

Der resummierte Wirkungsquerschnitt auf LO+NLL wird gemäß Gl. (3.12) durch

$$\left(\frac{d\sigma}{dp_T^2} \right)^{\text{LO+NLL}} = \frac{d\sigma^{\text{LO}}}{dp_T^2} - \left[\frac{d\sigma^{\text{res}}}{dp_T^2} \right]_{\text{LO}} + \left[\frac{d\sigma^{\text{res}}}{dp_T^2} \right]_{\text{NLL}} \quad (4.6)$$

¹⁶Zur Erinnerung: Die Interferenzterme zwischen den Amplituden mit Top- und Bottom-Schleife betrachten wir als Teil des Bottom-Beitrags.

¹⁷Als Bornfaktor $\sigma^{(0)} \equiv \sigma_{gg}^{(0)}$ bezeichnen wir in diesem Kapitel den partonischen LO-Wirkungsquerschnitt von $gg \rightarrow H$.

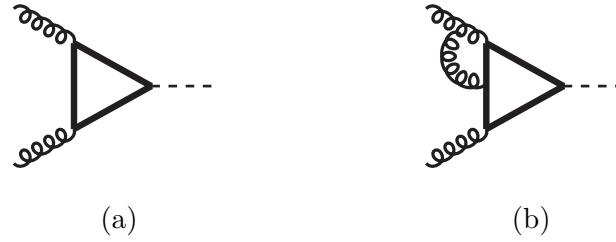


Abbildung 4.10: (a) LO-Feynmandiagramm der Gluonfusion und (b) beispielhaft ein Feynmandiagramm der virtuellen Korrektur. Die graphische Notation ist die folgende: fette Linie $\hat{=}$ Top oder Bottom-Quark; Spirale $\hat{=}$ Gluon; gestrichelte Linie $\hat{=}$ Higgsboson.

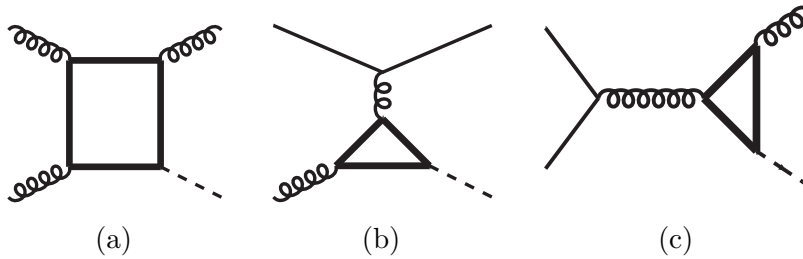


Abbildung 4.11: Feynmandiagramme der realen Abstrahlung des Prozesses $pp \rightarrow H$ beispielhaft für die Kanäle (a) gg , (b) qg und (c) $q\bar{q}$. Die graphische Notation entspricht der in Abb. 4.10 und dünne Linie $\hat{=}$ leichtem Quark $q \in \{u, d, c, s, b\}$.

bestimmt. Bei der Berechnung der LO- p_T -Verteilung (erster Term) ist Folgendes zu beachten: Damit der Transversalimpuls des Higgsteilchens einen von null verschiedenen Wert annehmen kann, muss aus Gründen der Impulserhaltung neben dem Higgs mindestens ein weiteres Teilchen im Endzustand auftreten. Folglich werden bei der p_T -Verteilung auf fester Ordnung $2 \rightarrow 1$ -Prozesse mit $p_T = 0$ wie in Abb. 4.10 nicht berücksichtigt. Es tragen daher nur die Feynmandiagramme der realen Abstrahlung in Abb. 4.11 zur LO-Transversalimpulsverteilung bei, welche NLO-Korrekturen bezüglich $gg \rightarrow H$ darstellen. Die LO-Logarithmen (zweiter Term) und die resummier-ten Logarithmen (dritter Term) in Gl. (4.6) werden gemäß Gl. (B.39) und Gl. (3.2) bestimmt. Alle dafür benötigten Koeffizienten sind in Kap. 3.2.3 angegeben.¹⁸ Der zweite und der dritte Term in Gl. (4.6) enthalten beide den Bornfaktor $\sigma^{(0)}$, welcher dem partonischen LO-Wirkungsquerschnitt von $gg \rightarrow H$ (Abb. 4.10 (a)) entspricht. Ebenfalls wird die virtuelle Korrektur (Abb. 4.10 (b)) bei der Resummierung benötigt. Ihr endlicher Teil trägt zum Koeffizienten $\mathcal{H}_{gg \leftarrow gg}^{(1)}$ in Gl. (3.37) bei.

¹⁸Die Σ -Koeffizienten zur Berechnung der LO-Logarithmen ergeben sich nach Gln. (B.33) und (B.34) direkt aus den Resummierungskoeffizienten in Kap. 3.2.3.

Die Amplitude des Bornfaktors, der reellen und der virtuellen Korrektur mit voller Massenabhängigkeit haben wir von den Autoren aus Ref. [152] erhalten.¹⁹ Diese haben wir in Anlehnung an HqT [87, 123, 125] in ein numerisches Programm implementiert, welches die resummierte p_T -Verteilung berechnet. Der Unterschied zu HqT ist einerseits, dass wir die volle Abhängigkeit von Top- und Bottom-Masse berücksichtigen, während in HqT nur die effektive Theorie verwendet wird. Andererseits resummiert HqT bis NLO+NNLL und unser Programm nur bis LO+NLL. Um den dritten Term auf der rechten Seite von Gl. (4.6) zu bestimmen, wird eine von uns modifizierte Version von HqT verwendet.

Die Resummierung ist separat für die Kanäle gg (Abb. 4.11 (a)) und gq (Abb. 4.11 (b)) implementiert. Während der gq -Kanal auf LO nur einfach logarithmisch divergiert (vgl. Gl. (B.46)) und der gg -Kanal auf LO zusätzlich eine doppelt logarithmische Divergenz aufweist (vgl. Gl. (3.24)), bleibt der $q\bar{q}$ -Kanal auf LO (Abb. 4.11 (c)) im Grenzfall verschwindender p_T endlich. Daher muss letzterer nicht resummiert werden. Die LO- p_T -Verteilung der individuellen Kanäle haben wir numerisch gegen Ref. [152] überprüft. Des Weiteren wird die Tatsache, dass der verwendete Formalismus aus Ref. [87] die Unitaritätsvorgabe²⁰ enthält, als wichtige Konsistenzkontrolle verwendet: Das Integral über die p_T -Verteilung der einzelnen Kanäle stimmt bis in den Promillebereich mit dem jeweiligen totalen Wirkungsquerschnitt [97] überein und ist unabhängig von der verwendeten Resummierungsskala Q_{res} . Zudem sind unsere Resultate im Limes einer unendlichen Top-Masse mit HqT kompatibel.

Bevor wir zu den Resultaten kommen, werden abschließend noch einige Bemerkungen bezüglich der Resummierungsformel gemacht und der umgewichtete Wirkungsquerschnitt definiert. Im Grenzfall $p_T \rightarrow 0$ faktorisiert die LO-Verteilung in den Bornfaktor $\sigma^{(0)}$ und eine prozessunabhängige Funktion.²¹ Weil außerdem $d\sigma^{\text{res}}/dp_T^2$ in Gl. (3.2) und $d\sigma^{\text{logs}}/dp_T^2$ in Gl. (B.39) proportional zu $\sigma^{(0)}$ sind, kann man den exakten Wirkungsquerschnitt durch die effektive Theorie approximieren, indem man $\sigma_{\text{htl}}^{(0)}$ durch $\sigma_{t+b}^{(0)}$ ersetzt.²² Während dieses Kapitels wird häufig eine Umgewichtung des Wirkungsquerschnitts mittels des Bornfaktors verwendet. Daher definieren wir den umgewichteten Wirkungsquerschnitt wie folgt:

$$d\sigma_{X \rightarrow Y} = d\sigma_X \cdot \frac{\sigma_Y^{(0)}}{\sigma_X^{(0)}}. \quad (4.7)$$

Beispielsweise ist $\sigma_{\text{htl} \rightarrow t+b} = \sigma_{\text{htl}} \cdot \left(\sigma_{t+b}^{(0)} / \sigma_{\text{htl}}^{(0)} \right)$ der totale Wirkungsquerschnitt, welcher durch den Bornfaktor mit exakter Top- und Bottom-Masse umgewichtet wird.

¹⁹Wie oben bereits erwähnt sind diese Beiträge bereits seit langer Zeit bekannt [97, 145, 146].

²⁰vgl. Kap. 3.1

²¹Dies entspricht dem Verhalten im soften und kollinearen Limes, welches in Kap. 2.3 beschrieben wird.

²²Hier und im weiteren Verlauf dieses Kapitels wird die folgende Notation verwendet: $d\sigma_{\text{htl}}$ bezeichnet den Wirkungsquerschnitt in der effektiven Theorie, $d\sigma_t$ den mit exakter Top-Masse und $d\sigma_{t+b}$ enthält zusätzlich die Bottom-Beiträge.

Für den totalen Wirkungsquerschnitt ist dies identisch mit der bereits angesprochenen Prozedur (vgl. Kap. 4.2.1), wonach der LO-Wirkungsquerschnitt von den QCD-Korrekturen ausgeklammert wird:

$$\sigma_{X \rightarrow Y} \equiv \sigma_Y^{(0)} \cdot \frac{\sigma_X}{\sigma_X^{(0)}} = \sigma_Y^{(0)} \cdot K. \quad (4.8)$$

Dies hat sich als sehr gute Approximation der Top-Beiträge herausgestellt, wenn der K -Faktor in der effektiven Theorie berechnet wird.

Die umgewichtete Transversalimpulsverteilung $d\sigma_{\text{htl} \rightarrow t+b}/dp_T$ kann ebenfalls eine sinnvolle Approximation darstellen, wenn die exakte Massenabhängigkeit auf der entsprechenden Ordnung nicht bekannt ist. Während dies für die Top-Beiträge in der Regel der Fall ist, trifft dies im Allgemeinen nicht auf die Berücksichtigung der Bottom-Effekte zu. Diese Aussagen werden wir im Folgenden quantitativ untersuchen.

4.2.2.3 Inputparameter

In diesem Kapitel werden teilweise abweichende Parameter von Kap. 4.2.1 verwendet. Diese sind wie folgt zusammenzufassen:

- Es werden Resultate für den LHC mit 8 TeV Schwerpunktsenergie präsentiert.
- Die Higgsmasse ist $m_H = 125$ GeV.
- Für alle Betrachtungen werden die zentralen MSTW2008-NLO-PDF-Sätze [42] und dementsprechend $\alpha_s(m_Z) = 0.12018$ verwendet.
- Unsere Wahl der Skalen für den zentralen Wirkungsquerschnitt ist $\mu_R = \mu_F = Q_{\text{res}} \equiv \mu_0 = m_H/2$. Die Skalenunsicherheit schätzen wir durch die separate Variation der Skalen im Intervall $[0.5 \mu_0, 2 \mu_0]$ ab.
- Die on-shell Top- und Bottom-Masse ist $m_t = 172$ GeV und $m_b = 4.9$ GeV.

Bevor wir zu den Resultaten kommen, wollen wir an dieser Stelle die Gültigkeit der Resummierung für den Bottom-Beitrag besprechen. Die Resummierung ist zweifellos für den Top-Beitrag in der effektiven Theorie [87] und ebenso mit exakter Top-Masse gültig, weil es eine klare Hierarchie der Skalen $p_T \ll m_H, m_t$ gibt. Wenn jedoch die Bottom-Schleife berücksichtigt wird, treten zwei Skalen auf, welche deutlich kleiner als m_H sein können, der Transversalimpuls p_T und die Bottom-Masse m_b . Folglich gibt es sowohl Logarithmen der Form $\ln(m_H^2/p_T^2)$ als auch $\ln(m_b^2/p_T^2)$. Aufgrund der Tatsache, dass der hier verwendete Resummierungsfomalismus jedoch mit einer einzigen Resummierungsskala Q_{res} nicht in der Lage ist beide Logarithmen separat zu resumieren²³, werden Logarithmen $\ln(m_b^2/m_H^2)$ nicht korrekt resumiert. Wir

²³Ein Resummierungsfomalismus, welcher Logarithmen zweier Skalen separat resumiert, ist bisher nicht bekannt und könnte mit der derzeitigen Technologie nicht realisierbar sein. Das Problem ist, dass die Faktorisierung des Wirkungsquerschnitts, welche für die Resummierung grundlegend ist, für zwei Skalen zunächst bewiesen werden müsste.

behaupten aber, dass die Wahl $Q_{\text{res}} \sim m_H$ eine gute Approximation darstellt, da der dominante Teil des Bottom-Beitrags durch den Interferenzterm zwischen Top- und Bottom-Amplitude gegeben ist. Wir werden außerdem am Ende von Abschn. 4.2.2.5 zeigen, dass die Masseneffekte von Top- und Bottom-Quark verglichen mit der effektiven Theorie nur schwach von der verwendeten Resummierungsskala abhängen. Im folgenden Abschnitt wollen wir zunächst die Masseneffekte auf LO analysieren, bevor wir zum resummierten Wirkungsquerschnitt kommen.

4.2.2.4 Transversalimpulsverteilung auf LO

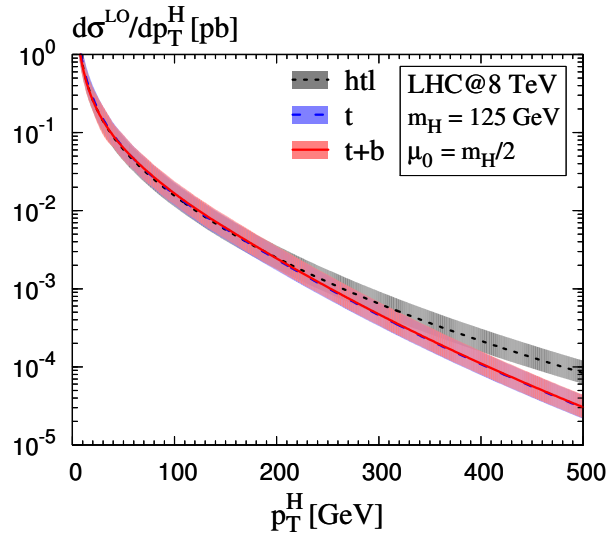


Abbildung 4.12: LO-Transversalimpulsverteilung des Higgsteilchens für: Effektive Theorie (schwarz, gepunktet); exakte Abhängigkeit von der Top-Masse (blau, gestrichelt); mit exakter Top- und Bottom-Masse (rot, durchgezogen). Die Fehlerbänder entsprechen der separaten Skalenvariation im Intervall $[0.5 \mu_0, 2 \mu_0]$. $d\sigma_t/dp_T$ ist in diesem logarithmischen Plot kaum von $d\sigma_{t+b}/dp_T$ zu unterscheiden.

Abb. 4.12 zeigt die LO- p_T -Verteilung $d\sigma_{\text{htl}}^{\text{LO}}/dp_T$ der effektiven Theorie (schwarz, gepunktet), $d\sigma_t^{\text{LO}}/dp_T$ mit exakter Top-Masse (blau, gestrichelt) und $d\sigma_{t+b}^{\text{LO}}/dp_T$ mit exakter Top- und Bottom-Masse (rot, durchgezogen).²⁴ Die Fehlerbänder spiegeln die theoretische Unsicherheit bezüglich der Skalenvariation wider. Dazu haben wir μ_R und μ_F im Intervall $[0.5 \mu_0, 2 \mu_0]$ separat variiert. Wie erwartet divergieren alle drei

²⁴Wir werden im Folgenden htl-, t - bzw. $t+b$ -Größe für eine Größe verwenden, die in der effektiven Theorie, mit exakter Top-Masse bzw. mit exakter Top- und Bottom-Masse berechnet wurde.

LO-Kurven für verschwindende p_T . Außerdem setzt sich für große Transversalimpulse die htl-Kurve von den anderen beiden ab.

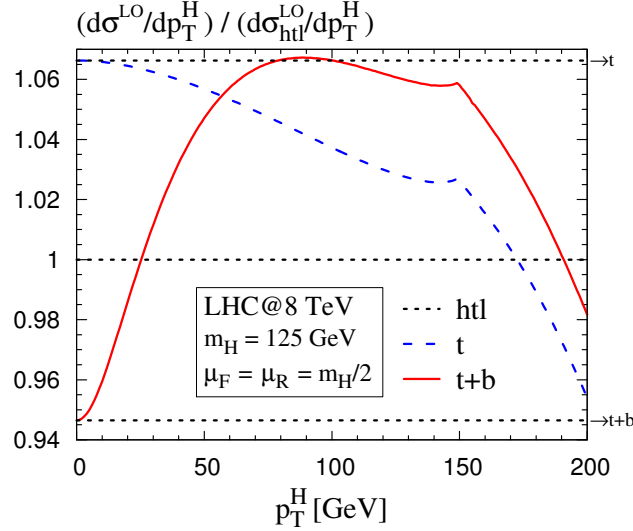


Abbildung 4.13: Kurven von Abb. 4.12 normiert auf die Kurve der effektiven Theorie. Außerdem mit der gleichen Normierung: umgewichtete p_T -Verteilung $d\sigma_{\text{htl}\rightarrow t}^{\text{LO}}/dp_T$ (obere schwarz, gepunktete Linie) und $d\sigma_{\text{htl}\rightarrow t+b}^{\text{LO}}/dp_T$ (untere schwarz, gepunktete Linie).

Um die Masseneffekte aus Abb. 4.12 zu verdeutlichen, werden in Abb. 4.13 alle Wirkungsquerschnitte auf den der effektiven Theorie normiert, d. h., die drei Kurven in Abb. 4.12 werden durch die htl-Kurve geteilt. Es werden insgesamt drei Kurven in Abb. 4.13 für den Grenzfall einer unendlichen Top-Masse (schwarz, gepunktet) gezeigt: Als Normierung des Plots ist die effektive Theorie bei eins angesiedelt; die obere Linie entspricht dem umgewichteten Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\text{htl}\rightarrow t}^{\text{LO}}/dp_T$ und die untere Linie $d\sigma_{\text{htl}\rightarrow t+b}^{\text{LO}}/dp_T$.

Wir beginnen damit die Top-Masseneffekte in Abb. 4.13 zu analysieren. Dazu vergleichen wir den relativen t -Wirkungsquerschnitt (gestrichelt, blau) mit dem zugehörigen umgewichteten Wirkungsquerschnitt (obere schwarz gepunktete Linie). Die wichtigste Beobachtung ist, dass im Grenzfall $p_T \rightarrow 0$ beide Kurven identisch sind. Dies entspricht den Bemerkungen²⁵ in Abschn. 4.2.2.2, wonach in diesem Limes der Bornfaktor von den prozessunabhängigen Effekten faktorisiert. Außerdem bleiben die Top-Masseneffekte für $p_T < 150$ GeV unterhalb von 4% verglichen mit $d\sigma_{\text{htl}\rightarrow t}/dp_T$. Dies ist konsistent mit den Ergebnissen aus Ref. [132], welche in Kap. 4.2.1 vorgestellt werden. Für große p_T verliert die effektive Theorie ihre Gültigkeit auch für die Top-

²⁵vgl. auch Kap. 2.3

Beiträge. Der Knick, welcher bei $p_T \approx 150$ GeV auftritt, wird durch den $q\bar{q}$ -Kanal verursacht und entspringt dem kinematischem Schnitt bei $\sqrt{\hat{s}} = \sqrt{p_T^2 + m_H^2} + p_T = 2m_t$.

Die Faktorisierung des Wirkungsquerschnitts für $p_T \rightarrow 0$ in $\sigma^{(0)}$ und einen prozess-unabhängigen Faktor ist auch für den Wirkungsquerschnitt mit exakter Top- und Bottom-Masse deutlich zu erkennen: Die $t+b$ -Kurve (rot, durchgezogenen) konvergiert im Limes $p_T \rightarrow 0$ gegen $d\sigma_{\text{htl} \rightarrow t+b}^{\text{LO}}/dp_T$ (untere schwarz gepunktete Linie). Außerhalb dieses Limes beobachten wir für $p_T < 200$ GeV große Abweichungen von bis zu 13% zwischen diesen beiden Kurven. Die $t+b$ -Masseneffekte betragen verglichen mit dem Grenzfall einer unendlichen Top-Masse ohne Ungewichtung nur -5% und $+7\%$. Den Bottom-Beitrag nicht zu berücksichtigen führt somit zu kleineren Abweichungen als die Verwendung des umgewichteten Wirkungsquerschnitts. Daraus folgern wir, dass der umgewichtete Wirkungsquerschnitt in der effektiven Theorie nicht für die Beschreibung des $t+b$ -Wirkungsquerschnitts geeignet ist. Diese Beobachtung ist ähnlich zum totalen Wirkungsquerschnitt und wird im kommenden Abschnitt bezüglich der resummierten p_T -Verteilung untersucht.

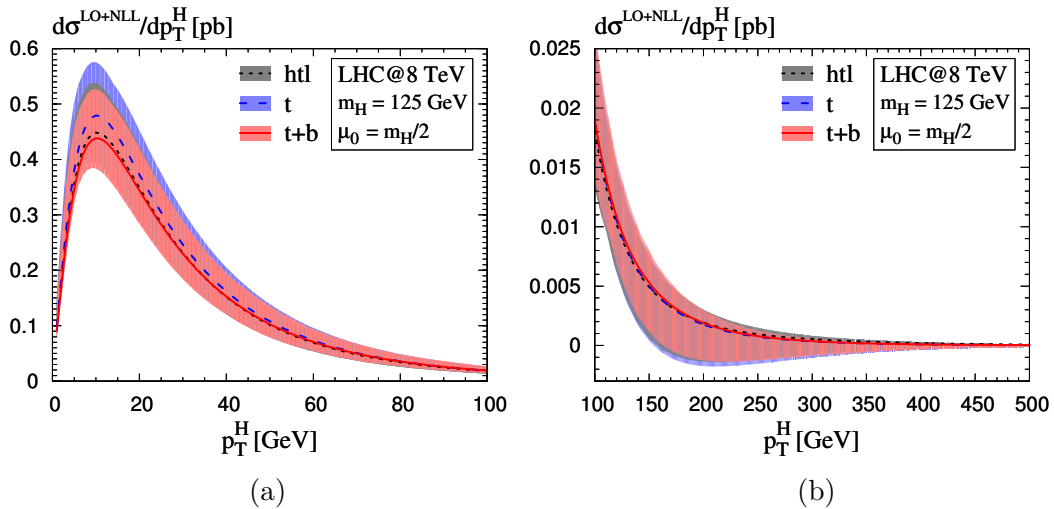


Abbildung 4.14: p_T -Verteilung wie in Abb. 4.12, aber resummiert bis LO+NLL, nicht-logarithmische Achsen und aufgeteilt in (a) 0-100 GeV und (b) 100-500 GeV.

4.2.2.5 Resummierte Transversalimpulsverteilung auf LO+NLL

Die p_T -Verteilung auf fester Ordnung liefert keine glaubhafte Vorhersage für kleine Transversalimpulse, weil sie in diesem Bereich divergiert. Daher betrachten wir die resummierte p_T -Verteilung bis LO+NLL entsprechend der Definition in Gl. (4.6). Diese ist in Abb. 4.14 aufgetragen: für die effektive Theorie (schwarz, gepunktet),

für die volle Abhängigkeit von der Top-Masse (blau, gestrichelt) und für die exakte Abhängigkeit von Top- und Bottom-Masse (rot, durchgezogen). Wie deutlich zu erkennen ist, bleiben alle drei Kurven für $p_T \rightarrow 0$ endlich. Wie zuvor wird die Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts, welche durch Abschneiden der Störungsreihe bei fester Ordnung in α_s entsteht, durch separate Variation der Renormierungs- und Faktorisierungsskala im Intervall $[0.5 \mu_0, 2 \mu_0]$ ermittelt. Um die Unsicherheit des resummierten Wirkungsquerschnitts durch Abschneiden bei einer logarithmischen Ordnung einzubeziehen, wird ebenfalls die Resummierungsskala Q_{res} separat in diesem Intervall variiert. Die Fehlerbänder in Abb. 4.14 entsprechen dem Minimum und Maximum des Wirkungsquerschnitts bezüglich der Variation aller drei Skalen. Die PDF+ α_s -Unsicherheiten werden vernachlässigt. Solange $p_T \lesssim 100$ GeV ist, schwankt der relative Fehler des Wirkungsquerschnitts bezüglich der Skalen zwischen 10% und 50% mit einem Mittelwert von etwa 25%. Für größere Transversalimpulse wird die Unsicherheit hingegen riesig, weil sich die Fehlerbänder bei $p_T \approx 150$ GeV ins Negative erstrecken. Dieses Verhalten hängt mit der Resummierungsskala im Bereich $Q_{\text{res}} \gtrsim m_H$ zusammen und ist in der effektiven Theorie bereits bekannt (vgl. Ref. [87, Fig. 8]).

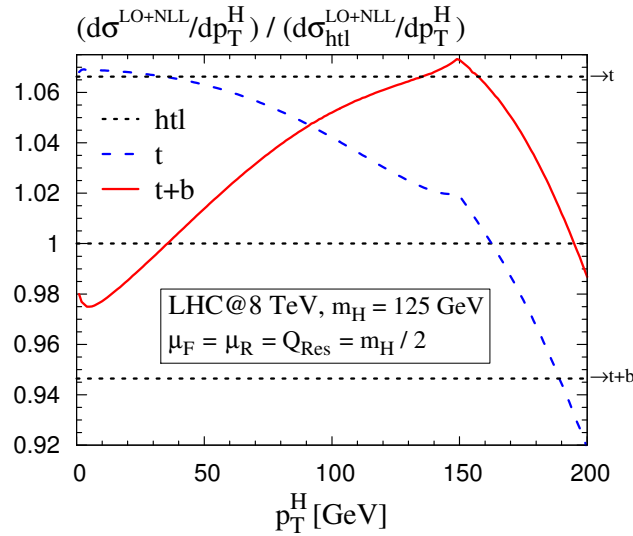


Abbildung 4.15: Identisch mit Abb. 4.13, aber für den resummierten LO+NLL-Wirkungsquerschnitt.

Um die Masseneffekte der resummierten p_T -Verteilung zu veranschaulichen, betrachten wir den relativen Plot in Abb. 4.15, welcher analog zu Abb. 4.13 erstellt wurde. Dazu haben wir alle Kurven in Abb. 4.14 auf die htl-Kurve normiert.²⁶ Wir betrachten

²⁶Zur Erinnerung: Die schwarz gepunkteten Linien oben bzw. unten symbolisieren die umgewichteten Wirkungsquerschnitte $d\sigma_{\text{htl} \rightarrow t}^{\text{LO+NLL}}/dp_T$ bzw. $d\sigma_{\text{htl} \rightarrow t+b}^{\text{LO+NLL}}/dp_T$.

zunächst die Top-Effekte. Dazu vergleichen wir die normierte Kurve mit voller Abhängigkeit von der Top-Masse (blau, gestrichelt) mit der oberen schwarz gepunkteten Linie. In der Region $p_T < 50$ GeV, wo Resummierung wichtig ist, ist der umgewichtete Wirkungsquerschnitt eine ausgezeichnete Approximation der Top-Masseneffekte. Die Abweichungen liegen unterhalb von 0.5%. Auch für größere Transversalimpulse finden wir eine gute Übereinstimmung. Bis $p_T < 150$ GeV ist der Unterschied der beiden Kurve kleiner als 4.5%. Für große p_T steigen die Abweichungen jedoch drastisch an, so dass die effektive Theorie ihre Gültigkeit verliert. Im Gegensatz zur LO-Verteilung (vgl. Abschn. 4.2.2.4) ist der Limes $p_T \rightarrow 0$ der beiden Kurven nicht identisch. Der Grund dafür ist, dass wegen der hart-kollinearen Funktion $\mathcal{H}_{gg \leftarrow gg}$ beim resummierten Wirkungsquerschnitt die Masseneffekte nicht vollkommen faktorisieren, siehe Abschn. 4.2.2.2.

Analoges Verhalten ist für den Wirkungsquerschnitt mit exakter Top- und Bottom-Masse in diesem Grenzfall zu beobachten. Wir vergleichen die $t+b$ -Kurve (rot, durchgezogen) mit der unteren umgewichteten Kurve (schwarz, gepunktet). In diesem Fall ist der Abstand bei kleinen Transversalimpulsen der beiden Kurven sogar deutlich größer. Für $p_T < 200$ GeV ergeben sich zudem Abweichungen bis zu 14%. Dies zeigt ebenfalls für die resummierte p_T -Verteilung das Versagen des umgewichteten Wirkungsquerschnitts in der effektiven Theorie zur Beschreibung der Bottom-Effekte. Sogar der reine Grenzfall einer unendlichen Top-Masse funktioniert hier besser: Die Abweichung der schwarz gepunkteten Linie bei eins von der $t+b$ -Kurve (rot, durchgezogenen) schwankt nur zwischen -2.5% und 7% für $p_T < 200$ GeV.

In Ref. [131] werden ebenfalls die Masseneffekte der resummierten p_T -Verteilung behandelt. Diese werden mit der POWHEG-Methode [137, 138] durch den PYTHIA-Partonenschauer [153, 154] berechnet. Um unsere Ergebnisse direkt vergleichen zu können, haben wir einen analogen Plot zu Abb. 3 von Ref. [131] erstellt, siehe Abb. 4.16. Dabei ist zu beachten, dass die beiden Kurven eine unterschiedliche Normierung aufweisen. Jede der Kurven ist normiert auf den jeweiligen umgewichteten Wirkungsquerschnitt: $d\sigma_t/dp_T$ ist normiert auf $d\sigma_{\text{htl} \rightarrow t}/dp_T$ (blau, gestrichelt) und $d\sigma_{t+b}/dp_T$ ist normiert auf $d\sigma_{\text{htl} \rightarrow t+b}/dp_T$ (rot, durchgezogen).²⁷ Obwohl in Ref. [131] leicht abweichende Inputparameter verwendet werden, ergibt sich eine hohe Ähnlichkeit der Masseneffekte des Top-Quarks für $p_T \lesssim 200$ GeV zwischen analytischer Resummierung und POWHEG+PYTHIA (blau, gestrichelt in Abb. 4.16; schwarz, gestrichelt in Abb. 3 von Ref. [131]). Demgegenüber weisen die Kurven, welche ebenfalls Bottom-Effekte berücksichtigen, eine hohe Diskrepanz im Bereich $p_T \lesssim 50$ GeV auf (rote, durchgezogene Kurve in unserem Plot; blaue, durchgezogene Kurve in Ref. [131]). Nichtsdestotrotz sind beide Formalismen klar definiert und ihre numerischen Resultate konsistent im jeweiligen Formalismus. Ein möglicher Grund könnte eine unterschiedliche Resummierung von den bereits angesprochenen Logarithmen m_b/m_H im Bottom-Beitrag sein. Bis auf Weiteres müssen die Unterschiede zwischen den Kurven als Größe der Unsicherheit auf den Bottom-Beitrag betrachtet werden. Über die gefundenen

²⁷Abb. 4.16 entspricht Abb. 4.15 mit einer unterschiedlichen Normierung der Kurven.

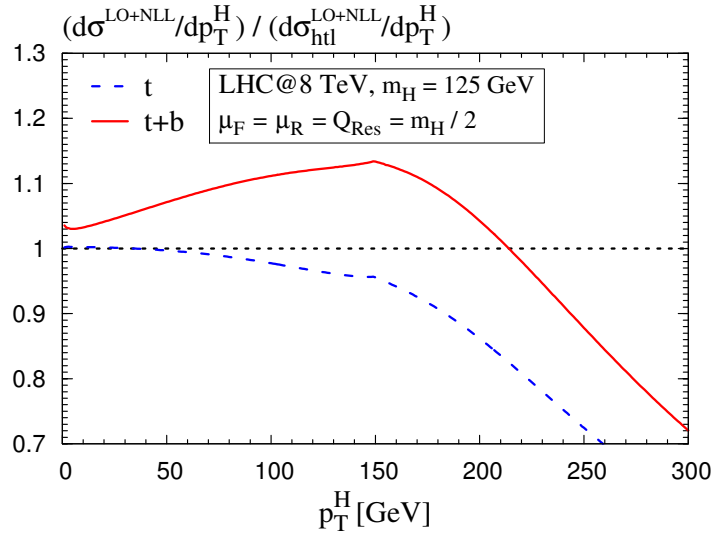


Abbildung 4.16: Analog zum unteren rechten Plot in Abb. 3 von Ref. [131]. Blau, gestrichelte Kurve: $d\sigma_t/dp_T$ normiert auf $d\sigma_{htl \rightarrow t}/dp_T$; rot, durchgezogene Kurve: $d\sigma_{t+b}/dp_T$ normiert auf $d\sigma_{htl \rightarrow t+b}/dp_T$.

Diskrepanzen gibt es derzeit eine rege Diskussion.²⁸ Sie bedürfen einer baldigen Aufklärung.

An dieser Stelle möchten wir noch einmal auf die Wahl einer geeigneten Resummierungsskala bezüglich des Bottom-Beitrags zurückkommen. Im Bottom-Beitrag können zwei Skalen m_b und m_H zusammen mit p_T innerhalb der Logarithmen auftreten. Im verwendeten Resummierungsformalismus ist es jedoch nicht möglich diese zu unterscheiden, weil nur eine Skala Q_{res} wählbar ist. Wir werden nun zeigen, dass zumindest die $t+b$ -Masseneffekte eine geringe Q_{res} -Abhängigkeit aufweisen. Dafür werden in Abb. 4.17 die Masseneffekte des resummierten $t+b$ -Wirkungsquerschnitts für $Q_{\text{res}} = m_H/2$ (rot, durchgezogen) mit $Q_{\text{res}} = 5 \text{ GeV}$ ²⁹ (blau, gestrichelt) verglichen. Die Normierung der beiden Kurven ist wiederum durch den umgewichteten Wirkungsquerschnitt in der effektiven Theorie gegeben, welcher jedoch mit der entsprechenden Resummierungsskala berechnet wird. Insgesamt ist ein äußerst ähnliches Verhalten der relativen Wirkungsquerschnitte in Abb. 4.17 zu beobachten, obwohl die jeweiligen Werte von Q_{res} sehr unterschiedlich gewählt sind. Es gibt dennoch kleinere Diskrepanzen in der Region $p_T \lesssim 150 \text{ GeV}$. Während die Kurve für $Q_{\text{res}} = m_H/2$

²⁸Nach Ref. [155,156] ist der Verlauf der $t+b$ -Kurve im MC@NLO -Formalismus [157] unserer (rot, durchgezogen in Abb. 4.16) sehr ähnlich.

²⁹Es ist zu beachten, dass eine solche Skalenwahl im Allgemeinen ungeeignet für den Top-Beitrag ist. Daher dient dieser Vergleich insbesondere der Wahl der Resummierungsskala bezüglich des Bottom-Beitrags.

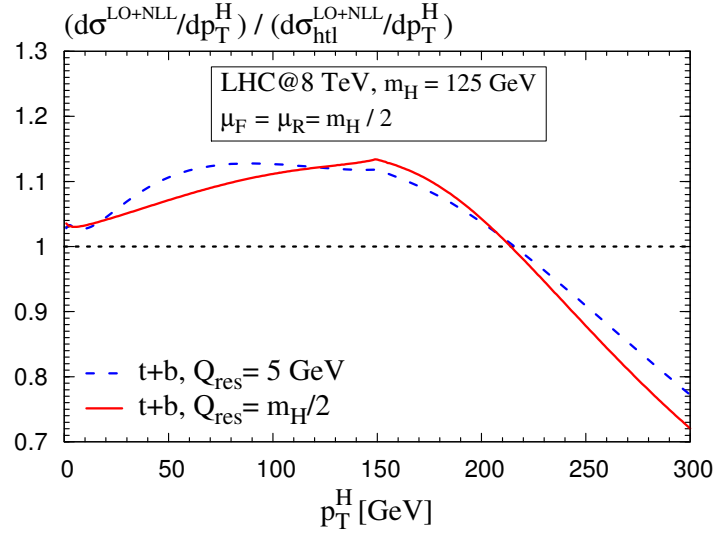


Abbildung 4.17: Gleicher Plot wie in Abb. 4.16, aber für den $t+b$ -Wirkungsquerschnitt mit $Q_{\text{res}} = m_H/2$ (rot, durchgezogen) und $Q_{\text{res}} = 5$ GeV (blau, gestrichelt). Die rote, durchgezogene Kurve ist dieselbe wie in Abb. 4.16.

linear fällt, hat die für $Q_{\text{res}} = 5$ GeV das gleiche Plateau zwischen 50 und 150 GeV wie die LO-Kurve in Abb. 4.13. Der Grund dafür ist, dass durch die kleine Resummierungsskala die Resummierungseffekte nur bei entsprechend geringen Transversalimpulsen einen Einfluss haben.

Die Kurven in Abb. 4.17 eignen sich hervorragend für eine Umgewichtung des Wirkungsquerschnitts. Dadurch dass sie eine geringe Abhängigkeit von der Resummierungsskala aufweisen, würde dies auch auf den entsprechend umgewichteten Wirkungsquerschnitt zutreffen. Nachdem sich der zuvor definierte umgewichtete Wirkungsquerschnitt für die Bottom-Beiträge als nicht adäquat erwies, schlagen wir daher die folgende Umgewichtung des Wirkungsquerschnitts in der effektiven Theorie mit einer Skala $Q_{\text{res}} = Q$ vor:

$$\frac{d\sigma}{dp_T} = \frac{d\sigma_{\text{htl}}^{\text{NLO+NNLL}}(Q)}{dp_T} \cdot \left(\frac{d\sigma_{t+b}^{\text{LO+NLL}}(Q')/dp_T}{d\sigma_{\text{htl}}^{\text{LO+NLL}}(Q')/dp_T} \right). \quad (4.9)$$

Der Term in Klammern wird dabei mit beliebigem $Q_{\text{res}} = Q'$ berechnet. Der resultierende Wirkungsquerschnitt besitzt eine geringe Q' -Abhängigkeit. Im MSSM kann der Bottom-Beitrag den Wirkungsquerschnitt in der Gluonfusion dominieren. Eine solche Gewichtung kann in diesem Fall äußerst interessant sein. Wir werden die Unabhängigkeit der relativen Kurven bezüglich Q_{res} daher ebenfalls in Kap. 7.1 im MSSM analysieren.

Die in diesem Kapitel vorgestellte Rechnung erlaubt es uns zusammen mit den bisher bekannten Rechnungen in der effektiven Theorie [87, 123, 125] eine bestmögliche Vorhersage für den resummierten Wirkungsquerschnitt im SM zu formulieren. Diese folgern wir aus unseren bisherigen Beobachtungen. Für den Top-Beitrag funktioniert der umgewichtete Wirkungsquerschnitt in der effektiven Theorie insbesondere für kleine p_T sehr gut. Nach Kap. 4.2.1 hat zudem der p_T -abhängige K -Faktor auf NLO eine geringe Massenabhängigkeit. Die logische Erweiterung auf die resummierte p_T -Verteilung des Top-Beitrags ist die folgende:

$$\frac{d\sigma_t^{\text{best}}}{dp_T} = \frac{d\sigma_t^{\text{LO+NLL}}}{dp_T} \cdot \left(\frac{d\sigma_{\text{htl}}^{\text{NLO+NNLL}}/dp_T}{d\sigma_{\text{htl}}^{\text{LO+NLL}}/dp_T} \right). \quad (4.10)$$

Der Ausdruck in Klammern ist dabei der K -Faktor der resummierten Verteilung, welcher Korrekturen bezüglich höherer Ordnung in α_s (NLO) und der logarithmischen Ordnung (NNLL) berücksichtigt. Diesen in der effektiven Theorie zu berechnen, sollte eine exzellente Approximation darstellen.

Durch die Ersetzung $d\sigma_t^{\text{LO+NLL}} \rightarrow d\sigma_{t+b}^{\text{LO+NLL}}$ könnte der Bottom-Beitrag³⁰ in Gl. (4.10) einbezogen werden. Jedoch hat sich gezeigt, dass die effektive Theorie in der Regel keine gute Approximation der Korrekturen höherer Ordnung im Falle des Bottom-Beitrags darstellt. Folglich sollte dieser nur auf der Ordnung berücksichtigt werden, auf der er exakt bestimmbar ist. Daher schlagen wir vor das Bottom-Quark wie folgt in Gl. (4.10) einzubeziehen:

$$\frac{d\sigma_{t+b}^{\text{best}}}{dp_T} = \frac{d\sigma_t^{\text{best}}}{dp_T} - \frac{d\sigma_t^{\text{LO+NLL}}}{dp_T} + \frac{d\sigma_{t+b}^{\text{LO+NLL}}}{dp_T}. \quad (4.11)$$

4.2.2.6 Schlussfolgerungen

Wir haben die resummierte p_T -Verteilung des Higgsteilchens in Gluonfusion mit voller Abhängigkeit von Top- und Bottom-Masse bis LO+NLL berechnet. Die Masseneffekte des Top-Quarks bezüglich der effektiven Theorie erweisen sich als sehr gering: $< 0.5\%$ für $p_T < 50$ GeV und $< 4.5\%$ für $p_T < 150$ GeV. Somit stellt der Grenzfall einer unendlichen Top-Masse eine exzellente Approximation dar, insbesondere in Bereichen, in denen Resummierung wichtig ist. Der Bottom-Beitrag zum Wirkungsquerschnitt ist in der Größenordnung von 10%.

Der Vergleich mit einer früheren Studie [131], welche die Transversalimpulsverteilung mittels POWHEG+PYTHIA-Partonenschauer berechnet, zeigt kompatible Ergebnisse für die Massenabhängigkeit des Top-Quarks. Jedoch ergeben sich starke Diskrepanzen der Masseneffekte für kleine p_T , wenn man außerdem das Bottom-Quark berücksichtigt. Die MC@NLO-Methode hingegen führt in beiden Fällen zu Ergebnissen, welche unseren sehr ähnlich sind [155, 156].

³⁰Weil der dominante Term des Bottom-Beitrags durch den Interferenzterm zwischen Top- und Bottom-Amplitude gegeben ist, nehmen wir hier $Q_{\text{res}} = m_H/2$ wie zuvor als sinnvolle Wahl an.

Zuletzt haben wir den Einfluss der Resummierungsskala auf die Masseneffekte von Top- und Bottom-Quark überprüft. Die relativen Kurven bezüglich der effektiven Theorie weisen dabei erstaunlicherweise eine geringe Abhängigkeit von der Wahl der Resummierungsskala auf.

Im kommenden Kapitel berechnen wir fehlende NNLO-Korrekturen zum Higgsstrahlungsprozess.

- Kapitel 5 -

Higgsstrahlung

5.1 DEFINITION UND HISTORISCHER HINTERGRUND

Bevor das Higgsteilchen am LHC gefunden wurde [1, 2], gab es, wie bereits erwähnt, Ausschlussgrenzen durch die direkte Suche am LEP, Tevatron und LHC. Diese ließen ein SM-Higgsteilchen nur noch in einem äußerst kleinen Massenfenster zu. Nachdem das LEP bereits die Higgsmasse auf Werte $\gtrsim 114$ GeV beschränkt hatte [19], wurde am Tevatron zudem ein Massenfenster $156 - 175$ GeV ausgeschlossen [20]. Erst am LHC konnte die Higgsmasse dann zunächst auf einen sehr kleinen Massenbereich eingeschränkt [21, 22] und später bei $m_H \approx 125$ GeV gemessen werden [1, 2].

Insbesondere bei Ausschlussgrenzen ist die Genauigkeit der theoretischen Vorhersagen wichtig. Auch wenn Gluonfusion im SM den bei weitem größten Wirkungsquerschnitt hat, so war am Tevatron der Prozess der Higgsstrahlung der wichtigste Produktionsprozess bei der Higgssuche.¹ Der Grund dafür ist, dass $\gamma\gamma$ - und $b\bar{b}$ -Zerfälle eines Higgsteilchens, welches durch die Gluonfusion produziert wird, am Tevatron nur schwer vom Untergrund zu unterscheiden sind. Higgsstrahlung bezeichnet die assoziierte Produktion eines Higgsbosons mit einem elektro-schwachen Eichboson

$$pp/p\bar{p} \rightarrow HV, \quad V \in \{W^\pm, Z\}, \quad (5.1)$$

siehe Abb. 5.1 (a). Der Higgsstrahlungsprozess ist ebenfalls für den LHC von Relevanz. Auch wenn dieser Prozess aufgrund des sehr geringen Wirkungsquerschnitts zunächst wenig Beachtung fand, wurde gezeigt, dass die Substruktur der Jets bei Events mit extrem stark geboostetem Higgs die Grundlage für eine sinnvolle Analyse auch bei der Higgssuche am LHC liefert [158].

Theoretische Vorhersagen für den totalen inklusiven Wirkungsquerschnitt des Higgsstrahlungsprozesses sind in der QCD auf NLO [159] und NNLO [160, 161] bekannt.

¹Am Tevatron wurden Protonen mit Antiprotonen zur Kollision gebracht, nicht wie am LHC zwei Protonen.

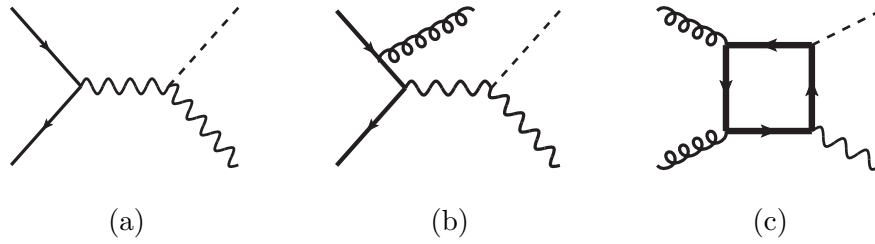


Abbildung 5.1: Feynmandiagramme des Higgsstrahlungsprozesses (a) auf LO $q\bar{q} \rightarrow VH$, (b) der reellen Abstrahlung $q\bar{q} \rightarrow gVH$ und (c) des gluon-induzierter Beitrags zur Higgsstrahlung, welcher nicht in den Drell-Yan-Korrekturen enthalten ist. Die graphische Notation ist die folgende: fette Linie $\hat{=}$ Top-Quark; dünne Linie $\hat{=}$ leichtem Quark $q \in \{u, d, c, s, b\}$; Spirale $\hat{=}$ Gluon; gestrichelte Linie $\hat{=}$ Higgsboson; Schlangenlinie $\hat{=}$ Z - oder W -Boson.

Der Großteil der QCD-Korrekturen in diesen Rechnungen lässt sich auf die Drell-Yan-Korrekturen [98, 162] eines virtuellen Eichbosons reduzieren. Die PDF+ α_s -Unsicherheiten und die Skalenabhängigkeit bewegen sich im niedrigen Prozentbereich [16, 18, 163]. Zusätzliche nicht Drell-Yan-artige Beiträge sind in Ref. [160, 164] berechnet. Bei diesen gluon-induzierten Korrekturen wird das Higgs von einer geschlossenen Top-Quark-Schleife abgestrahlt, siehe Abb. 5.1 (c). Sie tragen am LHC in der Größenordnung von 5% zum totalen Wirkungsquerschnitt bei. Kürzlich wurden NLO-Korrekturen zu diesen Beiträgen im Limes einer unendlich schweren Top-Masse berechnet [163] und gezeigt, dass diese den gluon-induzierten Beitrag noch einmal verdoppeln. Für die Analyse am LHC wird insbesondere der voll-differentielle Wirkungsquerschnitt benötigt. Dieser wurde ebenfalls bis NNLO [165] berechnet. Ref. [166] bestimmt zudem bis dahin fehlende NNLO-Beiträge zum Prozess der Higgsstrahlung. Diese tragen jedoch nur im niedrigen Prozentbereich zum totalen Wirkungsquerschnitt bei. Auch wenn sich diese Ergebnisse nur auf den totalen Wirkungsquerschnitt beziehen, ist es ebenfalls für den differentiellen Wirkungsquerschnitt wichtig, solche nicht berücksichtigten Effekte als klein abschätzen zu können. Wir werden im kommenden Kapitel die Berechnung und die Ergebnisse von Ref. [166] vorstellen.

5.2 TOP-BEITRÄGE DER ORDNUNG $\mathcal{O}(\alpha_s^2 g^3 y_t)^2$

In diesem Kapitel werden bis dahin unbekannte Beiträge zum totalen Wirkungsquerschnitt des Higgsstrahlungsprozesses berechnet. Sie sind formal von der Ordnung α_s^2 und tragen somit zum NNLO-Wirkungsquerschnitt bei. Genauer gesagt sind sie

²Dieses Kapitel folgt eng unserer Darstellung in Ref. [166].

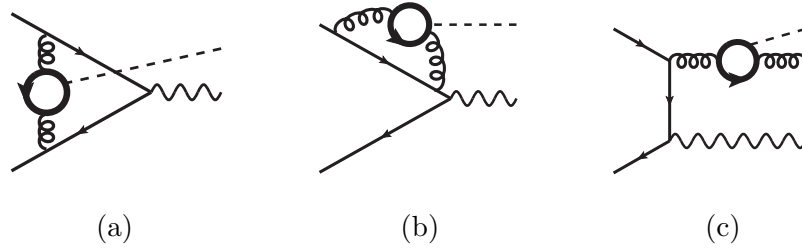


Abbildung 5.2: (a),(b) Diagramme der Gruppe V_I und (c) der Gruppe R_I des Prozesses $q\bar{q} \rightarrow VH(g)$ mit $V \in \{W, Z\}$. Graphische Notation wie in Abb. 5.1.

von der Ordnung $\alpha_s^2 g^3 y_t$, weil das Higgs ähnlich wie bei der Gluonfusion von einer geschlossenen Top-Quark-Schleife emittiert wird.³ Wir werden im Folgenden zeigen, dass diese Terme klein sind. Ihr Beitrag zur Vorhersage des totalen inklusiven Wirkungsquerschnitts der WH -Produktion am Tevatron bzw. LHC liegt unterhalb von 1% bzw. 2%. Bei der ZH -Produktion sind es weniger als 2% bzw. 3%. Solange der theoretische Fehler der NNLO-Korrekturen im Prozentbereich liegt [16, 18, 163], können diese Terme bis auf Weiteres vernachlässigt werden.

Ähnliche Beiträge mit geschlossener Top-Schleife (Abb. 5.1 (c)), welche durch Gluonen induziert werden, sind bereits bekannt [160]. Dennoch werden wir zur Vereinfachung die im Folgenden berechneten Terme als Top-Beiträge bezeichnen. Die relevanten Feynmandiagramme können dabei in vier Gruppen unterteilt werden. Diese werden wir zunächst beschreiben.

Abb. 5.2 zeigt zwei Gruppen von Diagrammen. Die erste ist V_I . Dabei wird das Higgs von einer Top-Schleife emittiert, welche in ein virtuelles Gluon eingesetzt ist, siehe Abb. 5.2 (a) und (b). Die zweite Gruppe R_I kann als entsprechende reelle Abstrahlung zu V_I angesehen werden. In diesem Fall wird die Top-Schleife in ein reelles Gluon eingesetzt, siehe Abb. 5.2 (c). Bei R_I muss selbstverständlich auch das Diagramm berücksichtigt werden, bei dem das Gluon im Endzustand mit einem Quark im Anfangszustand gekreuzt wird. Der Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt von V_I bzw. R_I ergibt sich aus der Interferenz mit der LO-Amplitude (Abb. 5.1 (a)) bzw. der Amplitude der reellen Abstrahlung (Abb. 5.1 (b)).

Zwei weitere Gruppen von Diagrammen sind in Abb. 5.3 zu sehen: V_{II} in (a),(b) und R_{II} in (c). Diese Diagramme ähneln den gluon-induzierten Beiträgen in Abb. 5.1 (c) und müssen nur für die ZH -Produktion berücksichtigt werden. V_{II} bzw. R_{II} werden wiederum mit der LO-Amplitude (Abb. 5.1 (a)) bzw. der Amplitude der reellen Abstrahlung (Abb. 5.1 (b)) kontrahiert, während das gluon-induzierte Diagramm in Abb. 5.1 (c) quadratisch zum totalen Wirkungsquerschnitt beiträgt.

Die Beiträge aller vier Gruppen (V_I , R_I , V_{II} und R_{II}) sind separat endlich, besitzen

³ $y_t \equiv y_{t\bar{t}H}$ bezeichnet hier die Yukawa-Kopplung des Top-Quarks.

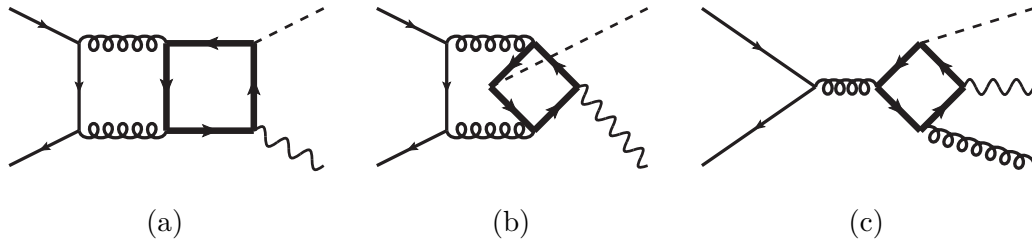


Abbildung 5.3: (a),(b) Diagramme der Gruppe V_{II} und (c) der Gruppe R_{II} des Prozesses $q\bar{q} \rightarrow ZH(g)$. Graphische Notation wie in Abb. 5.1, aber Schlangenlinie $\hat{=}$ nur Z -Boson

also weder ultraviolette (UV) noch infrarote (IR) Divergenzen. Ihre Amplituden können somit direkt über den Phasenraum numerisch integriert werden.⁴

Die Diagramme in Abb. 5.4 sind formal von der gleichen Ordnung und müssten konsistenter Weise ebenfalls bei der in diesem Kapitel durchgeführten Analyse berücksichtigt werden. Sie sind jedoch zusätzlich durch einen Faktor $\sim m_V^2/(\hat{s} - m_V^2)$ unterdrückt, weil das Higgs vom jeweiligen Eichboson statt von der Top-Schleife emittiert wird.⁵ Dabei ist m_V die Masse des Eichbosons und $\sqrt{\hat{s}} \geq m_V + m_H$ die partonische Schwerpunktsenergie.

Bereits in Ref. [160] wurde argumentiert, dass diese Drell-Yan-artigen Beiträge vernachlässigbar klein sind. Dies haben wir für einige dieser Beiträge überprüft. Dabei hat sich gezeigt, dass ihr Beitrag zwei bis drei Größenordnungen kleiner ist als die ohnehin kleinen Beiträge, welche wir in diesem Kapitel berechnen. Aus diesem Grund werden wir sie hier ebenfalls vernachlässigen.

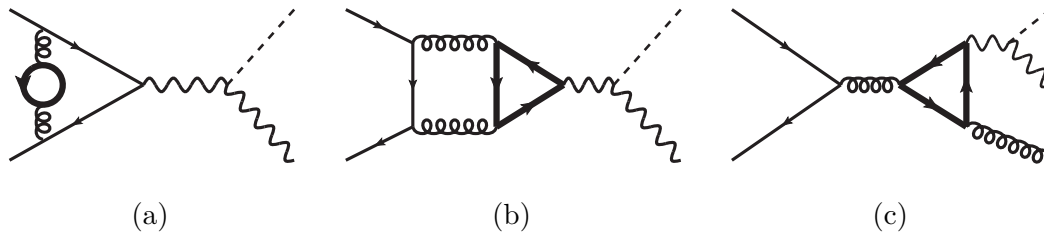


Abbildung 5.4: Drell-Yan-ähnliche Diagramme mit geschlossener Top- und Bottom-Schleife. Graphische Notation in (a) wie in Abb. 5.1; in (b) und (c) wie in Abb. 5.3, aber fette Linie $\hat{=}$ Top- und Bottom-Quark.

Die Diagramme des Typs R_I und R_{II} lassen sich exakt mit voller Massenabhängigkeit

⁴Im Rahmen dieser Arbeit haben wir uns hauptsächlich mit der Phasenraumintegration von R_I und R_{II} beschäftigt.

⁵Es ist zu beachten, dass in den Dreiecksdiagrammen sowohl Top- als auch Bottom-Quarks in der Schleife berücksichtigt werden müssen, um Weghebung aller Anomalien zu gewährleisten.

bestimmen. Die Berechnung der Amplituden zu V_I und V_{II} hingegen gestaltet sich äußerst schwierig. Zur Vereinfachung der Struktur der Schleifenintegrale verwenden wir daher die asymptotische Entwicklung bzgl. einer schweren Top-Masse. Diese Entwicklung hat sich im Rahmen der Gluonfusion als äußerst effektiv gezeigt. Wir verweisen auf die Ausführungen in Kap. 2.6. Dort werden die wesentlichen Grundlagen von asymptotischer Entwicklung erläutert und außerdem beispielhaft das Diagramm in Abb. 5.2 (a) aus der diagrammatischen Sichtweise asymptotisch entwickelt.

Die Gültigkeit einer Entwicklung der hier behandelten Zweischleifenkorrekturen bezüglich einer großen Top-Masse müssen wir aber zunächst rechtfertigen, denn die partonische Schwerpunktsenergie kann deutlich größere Werte als $2m_t$ annehmen und ist stets größer als $m_V + m_H$. Dass diese Näherung dennoch hinreichend gut funktioniert, solange die Higgsmasse bei moderaten Werten bleibt, können wir durch verschiedene Argumente begründen:

- Beiträge bei großen $\sqrt{\hat{s}}$ werden durch die PDFs unterdrückt, so dass der dominante Beitrag zum Wirkungsquerschnitts unterhalb der Top-Quark-Schwelle liegt. Dieses Verhalten wird in Ref. [110–112] im Prozess der Gluonfusion nachgewiesen. Bei der Higgsstrahlung ist jedoch $m_V + m_H \leq \sqrt{\hat{s}} \leq 2m_t$, wodurch dieser Bereich deutlich eingeschränkt wird.⁶
- Bei Diagrammen der Gruppe V_I (Abb. 5.2 (a),(b)) ist die typische Skala der Top-Schleife deutlich unterhalb von $\sqrt{\hat{s}}$, weil das Eichboson einen Großteil des Impulses erhält.
- Weil wir die hier berechneten Top-Beiträge ohnehin als klein erwarten [165], sollte der führende Term in der $1/m_t^2$ -Entwicklung eine hinreichend gute Abschätzung liefern.

Für die Rechnung haben wir das folgende, automatisierte Setup verwendet: Die Diagramme werden mittels `qgraf` [167] erzeugt und durch `q2e/exp` [139, 168] entwickelt. Die Vakuum-Diagramme berechnet `MATAD` [140]. Die masselosen Box- und Dreiecksdiagramme werden mit einer zusätzlichen `FORM`⁷-Routine bestimmt, welche Passarino-Veltman-Reduktion [170] verwendet. Resultate für die skalaren Einschleifendiagramme wurden Ref. [171] entnommen. Für V_I konnten wir unsere Resultate in einer zweiten, unabhängigen Rechnung überprüfen, nachdem wir festgestellt hatten, dass Terme mit effektivem $q\bar{q}HV$ - und $q\bar{q}H$ -Vertex nicht zum führenden Term in $1/m_t^2$ beitragen. Dazu haben wir unter Verwendung eines effektiven ggH -Vertexes die entsprechenden Einschleifendiagramme mit `Fdiag` [172], welches eine erweiterte Version von `FORM` darstellt, und dem Fortranpaket `FF` [173, 174] berechnet.

Die Diagrammtypen R_I und R_{II} wurden mit voller Top-Massenabhängigkeit unter Verwendung der Passarino-Veltman-Reduktion bestimmt. Die numerische Berechnung lieferten dabei die Programme `Fdiag` und `FF`. Eine unabhängige Rechnung wurde

⁶Für $m_H \gtrsim 250$ GeV kann $\sqrt{\hat{s}}$ bereits keine Werte mehr unterhalb von $2m_t$ annehmen.

⁷vgl. [169]

mit Hilfe von `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools` [175–178] durchgeführt. In beiden Fällen gibt es kinematische Bereiche des Phasenraums, welche einen Beitrag zu R_{II} liefern, jedoch mit obigen Programmen nicht zugänglich sind. Dafür wurde uns das numerische Programm aus Ref. [179, 180] zur Verfügung gestellt. Als zusätzliche Gegenprobe haben wir R_{I} und R_{II} mittels asymptotischer Entwicklung berechnet und im Grenzfall einer schweren Top-Masse vollkommene Übereinstimmung gefunden. Insbesondere verschwinden die Beiträge R_{II} im Limes $m_t \rightarrow \infty$. Dieser Vergleich kann außerdem als Validitätsprüfung der asymptotischen Entwicklung dieser Terme verwendet werden. Dabei finden wir im hier relevanten Higgsmassenbereich Abweichungen von ungefähr 25% (35%) am LHC (Tevatron). Wir erwarten, dass die asymptotische Entwicklung von V_{I} und V_{II} eine ähnliche Güte aufweist. Um konservativ vorzugehen, nehmen wir daher eine zusätzliche Unsicherheit dieser Beiträge zum totalen Wirkungsquerschnitt vom 30% (50%) am LHC (Tevatron) an.

Wir werden nun die Effekte der Top-Beiträge analysieren. Soweit nicht abweichend angegeben, verwenden wir die folgenden Inputparameter:

- Wir zeigen sowohl Ergebnisse für das Tevatron ($p\bar{p}$ @ $\sqrt{s} = 1.96$ TeV) als auch für den LHC (pp @ 7 TeV und 14 TeV).
- Weil die Top-Beiträge zum Wirkungsquerschnitt auf NNLO beitragen, verwenden wir den NNLO-PDF-Satz von MSTW2008 [42] mit $\alpha_s(M_Z) = 0.11707$.
- Die Skalenabhängigkeit der Top-Beiträge ist implizit durch das Argument von α_s und den PDFs gegeben. Wir verwenden $\mu_R = \mu_F = \sqrt{q^2} \equiv \sqrt{(p_H + p_V)^2}$ als zentrale Skala.
- Die Skalenunsicherheit der Beiträge werden durch separate μ_R - und μ_F -Variation im Intervall $[1/3 \sqrt{q^2}, 3 \sqrt{q^2}]$ abgeschätzt.
- Für die Massen der Eichbosonen verwenden wir $m_Z = 91.1876$ GeV und $m_W = 80.398$ GeV.

Abb. 5.5 zeigt den Effekt der Top-Beiträge auf die totalen Wirkungsquerschnitte $\sigma(pp \rightarrow WH) \equiv \sigma(pp \rightarrow W^+H) + \sigma(pp \rightarrow W^-H)$ und $\sigma(pp \rightarrow ZH)$ am LHC bei 7 und 14 TeV Schwerpunktsenergie. Dabei werden die neu berechneten Terme auf den LO-Wirkungsquerschnitt normiert und die Abhängigkeit von der Higgsmasse $m_H \in [100, 300]$ GeV geplottet. Es werden separat Kurven der einzelnen Gruppen V_{I} , R_{I} , V_{II} , R_{II} und ihre Summe gezeigt.⁸ Die Fehlerbänder ergeben sich aus der oben beschriebenen Skalenvariation. Entsprechende Plots für das Tevatron sind in Abb. 5.6 gegeben.

Der Beitrag der Terme V_{I} ist in allen Diagrammen und bei jeder Higgsmasse etwa 0.5% des LO-Wirkungsquerschnitts.⁹ R_{I} ist am LHC generell etwas größer und steigt

⁸Zur Erinnerung: Für die WH -Produktion gibt es keine Beiträge V_{II} und R_{II} .

⁹Wir vergleichen in dieser Diskussion nur die zentralen Werte.

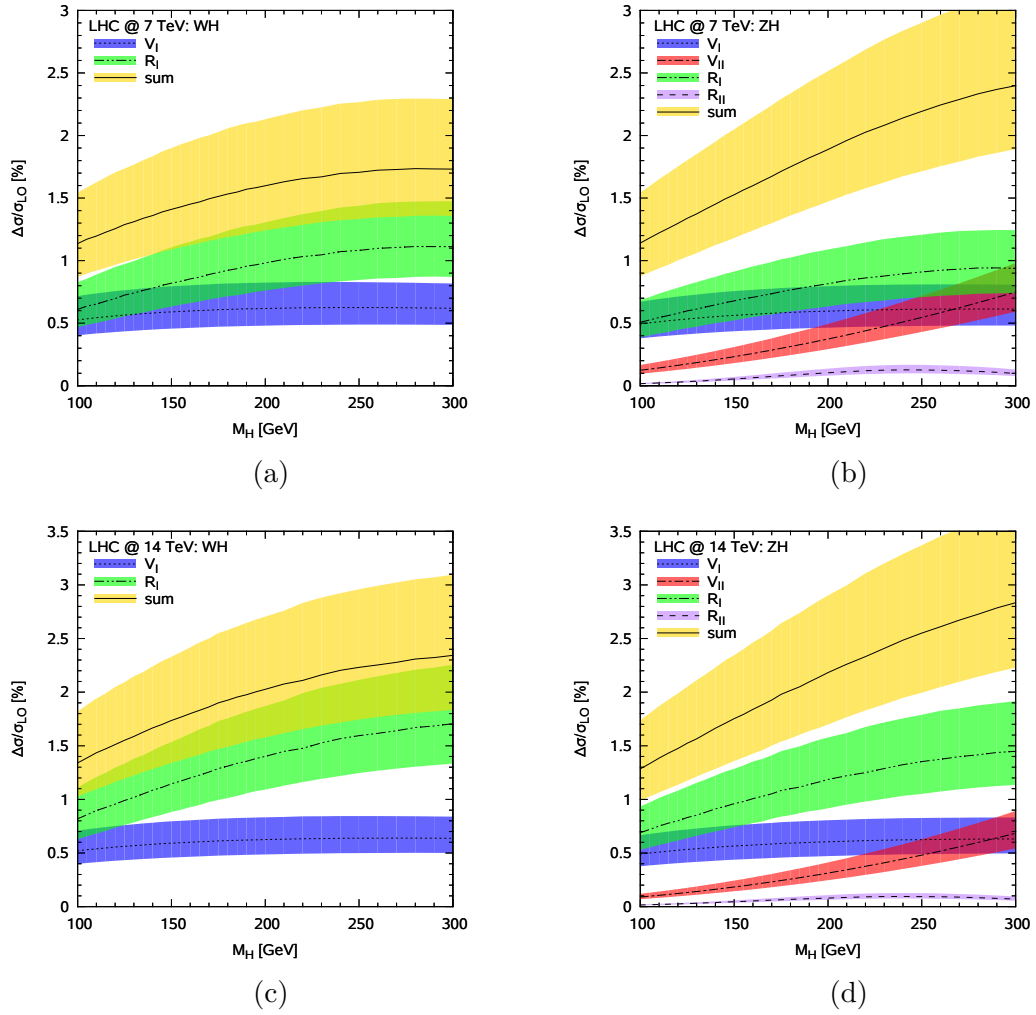


Abbildung 5.5: Größe der in diesem Kapitel berechneten Top-Korrekturen zum inklusiven Wirkungsquerschnitt $\sigma(pp \rightarrow WH + X)$ (links) und $\sigma(pp \rightarrow ZH + X)$ (rechts) am LHC mit 7 TeV (oben) und 14 TeV Schwerpunktsenergie (unten). Die Beiträge werden auf den LO-Wirkungsquerschnitt normiert. Die Fehlerbänder ergeben sich aus der Skalenvariation.

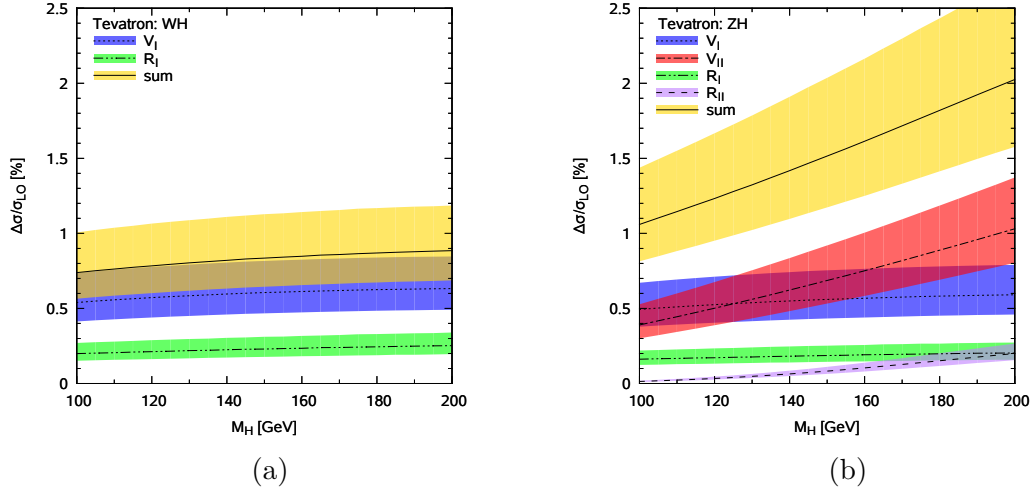


Abbildung 5.6: Entspricht Abb. 5.5, aber am Tevatron.

sowohl mit der Higgsmasse als auch mit der Schwerpunktsenergie. Am Tevatron hingegen bleibt dieser Beitrag stets unterhalb von 0.5%. Weil es keine weiteren Top-Beiträge zur WH -Produktion gibt, bleiben die Effekte am Tevatron in der Summe unterhalb von 1% und am LHC zwischen 1.1% ($m_H = 100 \text{ GeV @ 7 TeV}$) und 2.4% ($m_H = 300 \text{ GeV @ 14 TeV}$).

Bei der ZH -Produktion gibt es zwei weitere Gruppen von Korrekturen V_{II} und R_{II} . Weil R_{II} mit $1/m_t^2$ unterdrückt ist, liegt dessen Beitrag im Promillebereich. V_{II} steigt mit der Higgsmasse auf bis zu 0.8% am LHC im gegebenen Massenbereich an. Am Tevatron übersteigt V_{II} bei $m_H \approx 130 \text{ GeV}$ sogar V_I und steigt bis 1% bei $m_H = 200 \text{ GeV}$. In der Summe haben die Top-Beiträge einen Effekt zwischen 1% und 2% auf die ZH -Produktion am Tevatron und 1.1% ($m_H = 100 \text{ GeV @ 7 TeV}$) bis 2.9% ($m_H = 300 \text{ GeV @ 14 TeV}$) am LHC.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Top-Beiträge, welche in diesem Kapitel berechnet werden, stets im niedrigen Prozentbereich liegen. Sie sind damit kleiner als die derzeitige Unsicherheit auf den Wirkungsquerschnitt des Higgsstrahlungsprozesses [16, 18, 163]. Neuste Berechnungen zeigen jedoch [18, 163], dass sich insbesondere der $\text{PDF} + \alpha_s$ -Fehler reduziert hat. Wenn sich dieser Trend fortsetzt, können die Top-Beiträge wichtig werden.

Zum Abschluss betrachten wir in Abb. 5.7 und Abb. 5.8 noch die K -Faktoren des NNLO-Wirkungsquerschnitts inklusive der neu berechneten Top-Beiträge am LHC und am Tevatron. Zum Vergleich zeigen wir ebenfalls die K -Faktoren ohne die Top-Beiträge. Der NNLO-Wirkungsquerschnitt wurde mit `vh@nnlo` [161] berechnet, welches auf Ref. [98, 160, 162] und `zwprod` [162] basiert. Die Skalenunsicherheiten sind linear addiert. Insbesondere erhalten die Top-Beiträge der Gruppe V_I und V_{II} einen

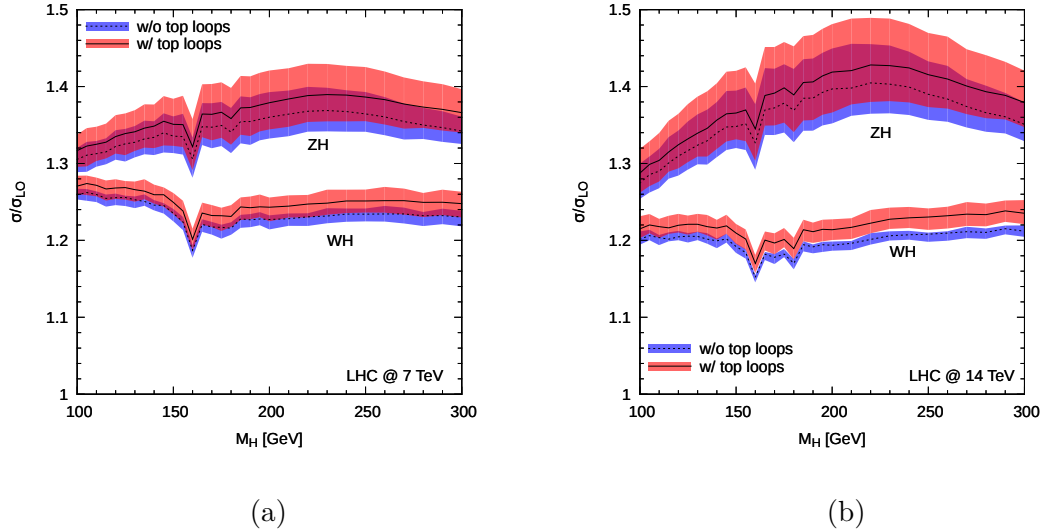


Abbildung 5.7: NNLO- K -Faktoren des Higgstrahlungsprozesses am LHC mit (a) 7 TeV und (b) 14 TeV Schwerpunktsenergie; jeweils eine Kurve mit und ohne die Top-Beiträge.

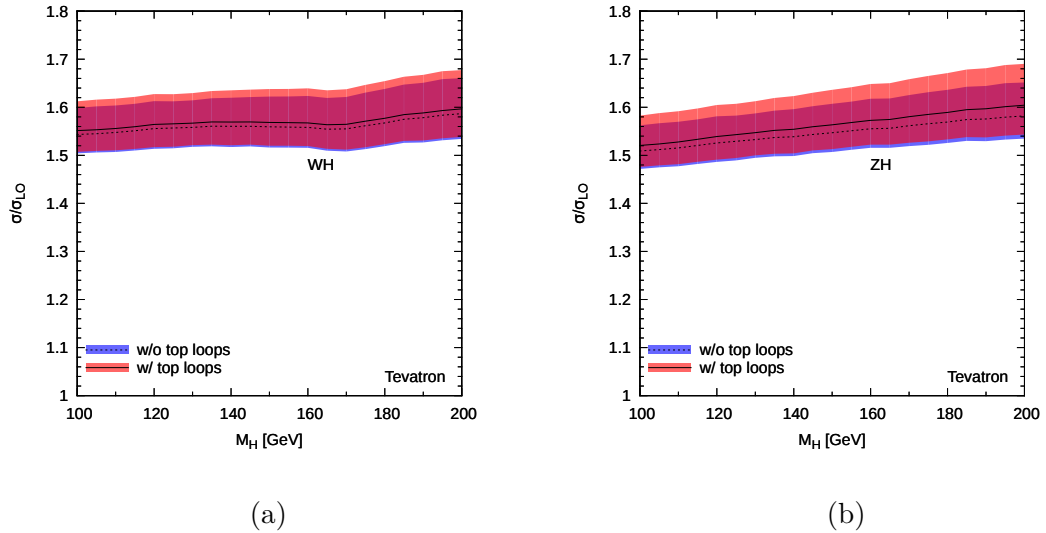


Abbildung 5.8: NNLO- K -Faktoren des Higgstrahlungsprozesses am Tevatron; jeweils eine Kurve mit und ohne die Top-Beiträge.

zusätzlichen Fehler von 30% (LHC) bzw. 50% (Tevatron) aufgrund der Verwendung der effektiven Theorie. Wir sehen hier davon ab PDF+ α_s -Unsicherheiten auf die ohnehin kleinen Top-Beiträge zu berücksichtigen. Sie werden daher nur für den NNLO-Wirkungsquerschnitt berechnet.

In Abb. 5.7 wird deutlich, dass zumindest für die WH -Produktion (untere Kurven) die Top-Beiträge einen Einfluss auf den NNLO- K -Faktor haben, der ähnlich groß wie die perturbative Unsicherheit ist. Für $m_H \gtrsim 160$ GeV bei $\sqrt{s} = 14$ TeV überlappen sogar die Fehlerbänder nicht mehr. Die Unsicherheiten bei der ZH -Produktion (obere Kurven) am LHC sind hingegen deutlich größer. Der Grund dafür sind die gluon-induzierten Beiträge (Abb. 5.1 (c)). Somit ist die relative Wichtigkeit der Top-Beiträge für die ZH -Produktion am LHC vernachlässigbar klein.

Am Tevatron (Abb. 5.8) ist der K -Faktor generell etwas größer als am LHC. Der Einfluss der Top-Beiträge ist in allen Fällen verschwindend gering. Daher vernehmen wir auch kaum einen Unterschied zwischen WH - und ZH -Produktion. Dafür sind wiederum die gluon-induzierte Terme verantwortlich, welche einen deutlich geringeren Effekt auf den Wirkungsquerschnitt am Tevatron haben.

Teil III

HIGGSPRODUKTION IM MSSM

- Kapitel 6 -

Bottom-Annihilation

6.1 DEFINITION UND HISTORISCHER HINTERGRUND

In Teil III dieser Arbeit werden verschiedene zentrale Aspekte der Higgsproduktion im MSSM behandelt. Nachdem wir in diesem Kapitel differentielle Wirkungsquerschnitte bei fester Ordnung betrachten, wird in Kap. 7 die p_T -Resummation des Higgsbosons beschrieben. Um geeignete Vorhersagen für das MSSM zu machen, müssen wir zunächst die wichtigen Produktionsprozesse eines Higgsbosons in dieser Theorie kennen.

Die Gluonfusion ist der wichtigste Produktionsmechanismus eines SM-Higgsbosons. Im MSSM ist die Situation ein wenig anders. Neben der Gluonfusion gibt es einen weiteren, ebenso wichtigen Prozess, die assoziierte Produktion eines Higgsbosons mit Bottom-Quarks¹

$$pp \rightarrow (b\bar{b})H + X. \quad (6.1)$$

Diese liefert für einen großen Teil des Parameterraums des MSSMs sogar den dominanten Beitrag zum Wirkungsquerschnitt (vgl. z. B. Ref. [181]). Denn nach Kap. 1.2 verstärkt der Parameter $\tan\beta$ die Yukawa-Kopplung der Bottom-Quarks relativ zur Top-Yukawa. Eine Studie zur relativen Wichtigkeit von Gluonfusion und Bottom-Annihilation im MSSM ist in Ref. [181–183] zu finden.² Weil Supersymmetrie einen größeren Higgssektor als das SM fordert (vgl. Kap. 1.2), steht H in Gl. (6.1) und im weiteren Verlauf dieses Kapitels stellvertretend für eines der drei ungeladenen Higgsteilchen des MSSMs. Damit sind das leichte und das schwere skalare Higgs sowie

¹Genauer gesagt ist die bottom-induzierte Higgsproduktion in allen Modellen mit zwei Higgs-Dubletts ein zentraler Prozess, in denen die Yukawa-Kopplung der Bottom-Quarks durch $\tan\beta$ verstärkt wird. Das trifft z. B. auf eine einfache Erweiterung des SMs auf zwei Higgs-Dubletts zu, welchem jedoch aufgrund der geringen theoretischen Motivation häufig wenig Bedeutung gegeben wird.

²vgl. auch die allgemeinen Überblicke in Ref. [184, 185]

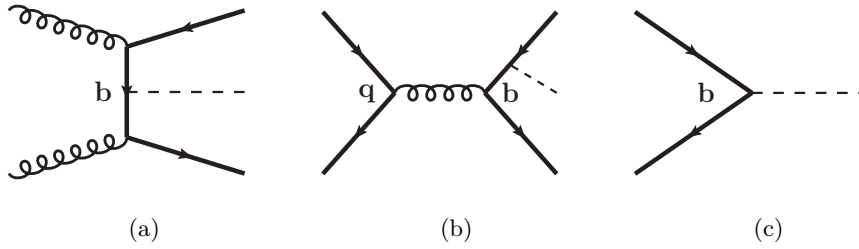


Abbildung 6.1: LO-Feynmandiagramme der bottom-induzierten Higgsproduktion im Vier-Flavor-Schema (a), (b) und Fünf-Flavor-Schema (c).

das pseudo-skalare Higgs gemeint (h^0 , H^0 und A). Die Produktion eines geladenen Higgsbosons wird in dieser Arbeit nicht behandelt. Aufgrund des erweiterten Parameterraums besitzt das MSSM eine kleinere Sensitivität auf Higgssignale als das SM [186, 187].

In der Literatur werden zwei Ansätze zur Berechnung der bottom-induzierten Higgsproduktion in Gl. (6.1) verfolgt. Wir haben beide bereits kurz in Kap. 2.2 zusammen mit den Partonverteilungen eingeführt und stellen hier den Bezug zur $b\bar{b}H$ -Produktion her: Im Vier-Flavor-Schema (4FS) wird angenommen, dass innerhalb des Protons nur vier Quark-Typen und das Gluon vorkommen. Die LO-Prozesse in diesem Schema sind daher durch

$$gg/q\bar{q} \rightarrow b\bar{b}H \quad (6.2)$$

gegeben, wobei $q \in \{u, d, s, c\}$. Entsprechende LO-Feynmandiagramme zeigen Abb. 6.1(a) und Abb. 6.1(b). Die kollinearen Divergenzen dieser Prozesse, welche bei masselosen Bottom-Quarks im Endzustand auftreten würden, werden durch die endliche Bottom-Masse reguliert. Dadurch manifestieren sich jedoch potentiell große Logarithmen $\ln(m_b^2/m_H^2)$ bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts, welche die Konvergenz der Störungsreihe verschlechtern. Es ist daher sinnvoll diese großen Logarithmen zu allen Ordnungen zu resumieren. Dies lässt sich durch Einführung der Bottom-Partonverteilungen im Fünf-Flavor-Schema (5FS) [188, 189] realisieren.³ Dabei resumiert die DGLAP-Entwicklung der Bottom-PDFs formal alle kollinearen Logarithmen des 4FS. Das Bottom-Quark muss dafür jedoch als masselos angenommen werden. Aufgrund der Tatsache, dass im 5FS das Bottom-Quark im Anfangszustand auftreten kann, ergibt sich auf LO ein einfacher $2 \rightarrow 1$ -Prozess

$$b\bar{b} \rightarrow H, \quad (6.3)$$

siehe Abb. 6.1(c). Ein Nachteil des 5FS ist, dass auf LO keine Bottom-Quarks mit großem Transversalimpuls beschrieben werden können. Erst auf NNLO werden kinematische Konstellationen berücksichtigt, in denen beide Bottom-Quarks im Endzustand einen großen Transversalimpuls aufweisen.⁴

³Das 5FS ist der Standard in allen modernen PDF-Sätzen, vgl. z. B. Ref. [190].

⁴Die LO-Feynmandiagramme des 4FS sind Teil der NNLO-Feynmandiagramme im 5FS.

Beide, 4FS und 5FS, sind gültige Formalismen, um den $b\bar{b}H$ -Wirkungsquerschnitt zu berechnen. Sie sind äquivalent, wenn alle Ordnungen der Störungstheorie berücksichtigt werden. Der Unterschied zwischen den beiden entspricht daher einer Neuordnung der perturbativen Reihe. Folglich ergeben sich Abweichungen zwischen den Wirkungsquerschnitten der beiden Schemata, sobald die Störungsreihe bei einer festen Ordnung abgeschnitten wird. Der Unterschied ist dabei von höherer Ordnung in α_s .

In der Historie dieses Higgsproduktionsprozesses haben sich zunächst enorme Diskrepanzen (etwa ein Faktor von 5) zwischen 4FS und 5FS für die typische Skalenwahl $\mu_F = \mu_R = m_H$ ergeben.⁵ Dieser Missstand konnte auch durch die NLO-Rechnungen in der QCD im 5FS [193,194] und im 4FS [195,196] nicht vollkommen beseitigt werden.⁶ Daraus entwickelte sich ein theoretisch begründeter Vorschlag [191,192,194,199], dass $m_H/4$ eine angemessenere Skala für diesen Prozess ist. Seit der NNLO-Rechnung [92] gibt es im 5FS eine theoretisch sehr robuste Vorhersage des Wirkungsquerschnitts mit niedriger Skalenabhängigkeit. Diese Rechnung bestätigt, dass die Skalenwahl $\mu_F = m_H/4$ ein natürlicheres Verhalten bezüglich der Konvergenz der perturbativen Reihe aufweist.

Die Wahl der Skalen deutlich unterhalb der Higgsmasse führt zu kompatiblen Ergebnissen zwischen 4FS und 5FS. Seit kurzer Zeit wird innerhalb der „LHC Higgs Cross Section Working Group“ [16,17] der inklusive totale Wirkungsquerschnitt aus beiden Schemata mittels der sogenannten „Santander-Matching“-Prozedur [200] kombiniert, welche durch ein m_H -abhängiges Gewicht die Stärken jedes Schemas optimal berücksichtigt.

In den kommenden Abschnitten beschäftigen wir uns mit der Produktion eines Higgsteilchens einschließlich einer bestimmten Anzahl von Jets im Endzustand. Die exklusive H +Jet-Produktion kann bei der Higgsmessung in manchen Fällen vorteilhaft gegenüber dem inklusiven Wirkungsquerschnitt sein. Darauf wurde bereits vor vielen Jahren hingewiesen [146]. Die H +Jet-Produktion der Gluonfusion im SM wurde bereits in Kap. 4.2.1 behandelt. Im MSSM ist es, insbesondere für große $\tan\beta$, essentiell die bottom-induzierte H +Jet-Produktion ebenfalls zu berücksichtigen. Daher stellen wir in Kap. 6.2.1, 6.2.2 und 6.2.3 die Berechnung des differentiellen NLO-Wirkungsquerschnitts der H +Jet-Produktion in Bottom-Annihilation aus den beiden Studien in Ref. [201,202] vor. Entsprechend Ref. [201] präsentieren wir in Kap. 6.2.1 die QCD-Korrekturen kinematischer Verteilungen des Higgsteilchens. Die Studie in Ref. [202] bezieht sich auf Observablen bezüglich der Jets und identifizierter Bottom-Jets, welche zusammen mit dem Higgsteilchen produziert werden. Wir teilen diese Studie wie folgt auf: In Kap. 6.2.3 betrachten wir die $H+n$ -Jet-Produktion, während wir in Kap. 6.2.3 die Identifizierung von Bottom-Jets im Endzustand berücksichtigen und die $H+nb$ -Jet-Produktion berechnen.

⁵Die Unterschiede zwischen 4FS und 5FS wurden z. B. in Ref. [191–193] analysiert.

⁶Im 5FS wurden zudem SUSY-Effekte in Ref. [197] und elektro-schwache Korrekturen in Ref. [198] berechnet.

Die Grundlage von Kap. 6.2 ist die voll-differentielle Berechnung des H +Jet-Wirkungsquerschnitts auf NLO in der QCD. Dessen Implementierung in ein numerisches Monte-Carlo-Programm wird am Anfang von Kap. 6.2.1 beschrieben. Mit dessen Hilfe werden die NLO Transversalimpuls- und Rapiditätsverteilung des Higgsbosons bestimmt und analysiert. Außerdem wird daraus der NNLO-Wirkungsquerschnitt mit einem oberen Schnitt auf p_T ermittelt, indem wir die Kenntnis der totalen Rate auf NNLO [92] verwenden.⁷

Die $H+n$ -Jet-Rate bildet im SM eine zentrale Observable bei der Higgssuche bzw. -messung. Insbesondere der Wirkungsquerschnitt mit Jet-Veto, d. h. ohne Jets im Endzustand, findet dabei Anwendung. Bei der Higgssuche im MSSM können sich solche Signaturen im Experiment ebenfalls als vorteilhaft erweisen. In Kap. 6.2.2 berechnen wir daher die exklusive $H+n$ -Jet-Produktion in der Bottom-Annihilation im 5FS für $n = 0$ bzw. $n \geq 1$ auf NNLO bzw. NLO. Des Weiteren werden Vorhersagen für die kinematischen Verteilungen der Jets gemacht.

Im Experiment können Bottom-Quarks im Endzustand mit einer gewissen Effizienz identifiziert werden. Dies hat Vorteile bei der Messung der Bottom-Yukawa-Kopplung. Die $H+b$ -Produktion in Bottom-Annihilation ist daher eine wichtige Größe im MSSM. Deren Wirkungsquerschnitt sowie kinematische Verteilungen der Bottom-Quarks werden in Ref. [204] auf NLO berechnet. In Kap. 6.2.3 erweitern wir diese Studie um den Wirkungsquerschnitt ohne Bottom-Jets im Endzustand (Bottom-Veto) auf NNLO. Dazu verwenden wir die Kenntnis des totalen Wirkungsquerschnitts [92].

Es sei darauf hingewiesen, dass wir größtenteils Ergebnisse zeigen, welche für das SM gelten. Diese sind aber direkt auf das MSSM übertragbar, weil sich herausgestellt hat, dass ein einfaches Umskalieren des Wirkungsquerschnitts durch eine effektive $b\bar{b}H$ -Kopplung [198, 205] eine sehr gute Approximation des Wirkungsquerschnitts im MSSM darstellt. Diese Näherung funktioniert für alle neutralen Higgsbosonen des MSSMs. In Kap. 6.2.2 und 6.2.3 werden wir beispielhaft Ergebnisse in ausgewählten MSSM-Szenarien zeigen, welche durch eine entsprechende Gewichtung des SM-Wirkungsquerschnitts berechnet wurden.

⁷Mittlerweile ist auch die voll-differentielle Berechnung des NNLO-Wirkungsquerschnitts der Higgsproduktion in Bottom-Annihilation im 5FS bekannt [203].

6.2 HIGGS+JET-PRODUKTION

6.2.1 Kinematische Verteilungen des Higgsteilchens⁸

6.2.1.1 Einführende Bemerkungen

In diesem Kapitel wird die H +Jet-Produktion in Bottom-Annihilation auf NLO in der QCD bestimmt. Dazu werden die wesentlichen Bestandteile dieser Rechnung und deren Implementierung in ein Monte-Carlo-Programm skizziert. Dabei beschränken wir uns auf Vorhersagen für kinematische Verteilungen des Higgsbosons und deren Analyse. In Kap. 6.2.2 untersuchen wir dann Observablen bezüglich der Jets im Endzustand. Ähnliche Betrachtungen für identifizierte Bottom-Jets⁹ werden in Kap. 6.2.3 durchgeführt.

Dieses Kapitel ist wie folgt aufgebaut: In Abschn. 6.2.1.2 wird unsere Rechnung anhand repräsentativer Feynmandiagramme und deren Implementierung kurz beschrieben. Nachdem wir in Abschn. 6.2.1.3 die Inputparameter festlegen, analysieren wir in Abschn. 6.2.1.4 kinematische Verteilungen des Higgsbosons. Zum Abschluss berechnen wir in 6.2.1.5 den NNLO-Wirkungsquerschnitt mit oberem p_T^H -Schnitt auf das Higgs.

6.2.1.2 Beschreibung der Problematik



Abbildung 6.2: LO-Feynmandiagramme der bottom-induzierten H +Jet-Produktion.

Abb. 6.2 zeigt jeweils ein LO-Diagramm der partonischen Kanäle $b\bar{b}$ und bg , welche zur H +Jet-Produktion beitragen. Auf NLO muss die virtuelle Korrektur der LO-Prozesse $b\bar{b} \rightarrow gH$ und $bg \rightarrow bH$ berücksichtigt werden und es kommen zusätzliche Kanäle bei der realen Abstrahlung hinzu. Zur Veranschaulichung zeigt Abb. 6.3 beispielhaft

⁸Dieses Kapitel folgt eng unserer Darstellung in Ref. [201]. Die Plots wurden zum Zwecke dieser Arbeit mit aktualisierten Parametern erneuert.

⁹Weil wir partonische Endzustände betrachten, werden hier und im Folgenden Jets mit Parton-Jets gleichgesetzt, vgl. Kap. 2.4. Bottom-Jets sind dementsprechend Parton-Jets, welche sich aus mindestens einem Bottom-Quark zusammensetzen.

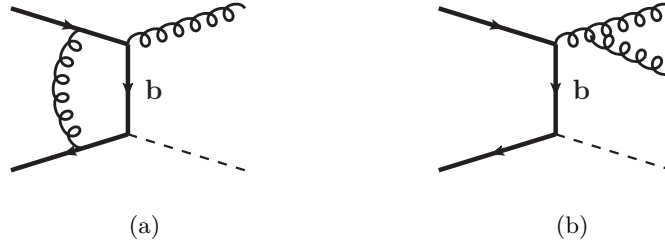


Abbildung 6.3: Beispielhafte NLO-Feynmandiagramme der bottom-induzierten H +Jet-Produktion: (a) virtuelle Korrektur und (b) reelle Abstrahlung.

jeweils ein Diagramm der virtuellen und der realen Korrektur. Die NLO-Prozesse lassen sich wie folgt zusammenfassen: $b\bar{b} \rightarrow gH$ und $bg \rightarrow bH$ mit einer Schleife; $b\bar{b} \rightarrow ggH$, $b\bar{b} \rightarrow b\bar{b}H$, $b\bar{b} \rightarrow q\bar{q}H$, $gb \rightarrow gbH$ und neue Kanäle $gg \rightarrow b\bar{b}H$, $bb \rightarrow bbH$, $bq \rightarrow bqH$, $q\bar{q} \rightarrow b\bar{b}H$, wobei $q \in \{u, d, s, c\}$ ein leichtes Quark bezeichnet. Es wird impliziert, dass die ladungskonjugierten Prozesse ebenfalls berücksichtigt werden.

Es gibt weitere NLO-Korrekturen. Deren Diagramme enthalten eine geschlossene Quark-Schleife, welche das Higgsteilchen abstrahlt. Diese Beiträge können als Interferenzterme zwischen der Higgsproduktion in Gluonfusion und Bottom-Annihilation angesehen werden. Im 5FS sind sie jedoch identisch mit null, weil aufgrund der Verwendung von Bottom-PDFs, abgesehen von der Yukawa-Kopplung, $m_b = 0$ gilt. Nur im 4FS treten sie auf, liefern aber einen sehr geringen Beitrag, da sie $\sim \alpha_s^2 y_b^2 \cdot m_b^2/m_H^2$ bzw. $\sim \alpha_s^2 y_t y_b \cdot m_b^2/m_H^2$ sind. Alle anderen Diagramme mit geschlossener Quark-Schleife, welche ein Higgs abstrahlt, zählen wir zur Gluonfusion. Deren Beiträge können inkohärent zum Wirkungsquerschnitt der Bottom-Annihilation addiert werden.

Die NLO-Amplituden werden auch in dieser Rechnung mittels der Methode der Dipolsubtraktion [41] kombiniert.¹⁰ Des Weiteren wird der α -Parameter [61, 62] verwendet, um die Konsistenz der Dipolsubtraktion zu überprüfen. Unsere Ergebnisse wurden einer Reihe weiterer Kontrollen unterzogen: Die virtuellen Korrekturen stimmen analytisch mit Ref. [204] überein. Der Wirkungsquerschnitt weist numerisch das korrekte logarithmische Verhalten für kleine Transversalimpulse des Higgsbosons¹¹ auf [206]. Die kinematischen Verteilungen des Higgsbosons wurden mit einer analytischen Berechnung der p_T^H -Verteilung [93] und mit `aMC@NLO` [47, 157, 207, 208] verglichen. Weitere Überprüfungen bezüglich Jets und identifizierten Bottom-Jets werden in den folgenden Kapiteln angesprochen.

Bevor wir Resultate der kinematischen Verteilungen des Higgsteilchens zeigen, müssen wir zunächst die verwendeten Inputparameter spezifizieren.

¹⁰siehe Kap. 2.3

¹¹Den Transversalimpuls des Higgsteilchens bezeichnen wir im Folgenden durch p_T^H .

6.2.1.3 Inputparameter

In diesem Kapitel werden aktualisierte Ergebnisse der Studie in Ref. [201] gezeigt. Dabei werden, soweit nicht anders angegeben, die folgenden Parameter verwendet:

- LHC @ 8 TeV Schwerpunktsenergie,
- $m_H = 125 \text{ GeV}$,
- MSTW2008-PDF-Sätze [42] mit zugehörigen Startwerten $\alpha_s(M_Z) = 0.13939$ auf LO, $\alpha_s(M_Z) = 0.12018$ auf NLO und $\alpha_s(M_Z) = 0.11707$ auf NNLO.
- Weil innerhalb der PDF-Sätze $\mu_R \equiv \mu_F$ vorausgesetzt wird, wählen wir nicht nur die Faktorisierungs-, sondern auch die Renormierungsskala zu $\mu_R = \mu_F = \mu_0 = m_H/4$. Die Skalenunsicherheit der Wirkungsquerschnitte wird durch die separate Variation von μ_R und μ_F im Intervall $[0.5 \mu_0, 2 \mu_0]$ abgeschätzt.
- Die Bottom-Masse in der Yukawa-Kopplung wird im $\overline{\text{MS}}$ -Schema definiert. Aus Konsistenzgründen mit den MSTW2008-PDF-Sätzen [42] wählen wir den Startwert $m_b(m_b)$ der Entwicklung zu $m_b(\mu_R)$ stets so, dass $m_b = 4.75 \text{ GeV}$ für die Polmasse gilt.
- Außerdem wird in diesem Abschnitt ein Schnitt $p_T^H > 30 \text{ GeV}$ vorausgesetzt, um die verbliebenen infraroten Divergenzen zu regulieren.

Wir werden in diesem Abschnitt ausschließlich Ergebnisse für das SM diskutieren. Das bedeutet, die Bottom-Yukawa ist durch $y_b = m_b/v$ (mit $v = 246.22 \text{ GeV}$) gegeben. Gemäß Ref. [198, 205] sind diese Resultate direkt übertragbar auf die Higgsproduktion im MSSM.

6.2.1.4 NLO-Verteilungen des Higgsbosons

Wir betrachten in Abb. 6.4 und Abb. 6.5 die Transversalimpuls- und die Rapiditätsverteilung des Higgsbosons und die zugehörigen K -Faktoren

$$K_{p_T^H} \equiv \frac{d\sigma^{\text{NLO}}/dp_T^H}{d\sigma^{\text{LO}}/dp_T^H}, \quad K_{y^H} \equiv \frac{d\sigma^{\text{NLO}}/dy^H}{d\sigma^{\text{LO}}/dy^H}. \quad (6.4)$$

Die p_T^H -Verteilung in Abb. 6.4 (a) weist auf LO (schwarz, gestrichelt) und NLO (rot, durchgezogen) das erwartete Verhalten auf, wonach der Wirkungsquerschnitt bei kleinen p_T^H logarithmisch divergiert. Um Effekte großer Transversalimpulse zu berücksichtigen, verwenden wir eine p_T^H -abhängige Energieskala $\mu_0 = m_T^H/4 \equiv \sqrt{(p_T^H)^2 + m_H^2}/4$, wobei m_T^H die transversale Masse des Higgsteilchens ist. Die Fehlerbänder entsprechen der Unsicherheit bezüglich der Skalenwahl. Diese schätzen wir durch unabhängige Variation von μ_F und μ_R im Intervall $[0.5 \mu_0, 2 \mu_0]$ ab. Es zeigt sich in Abb. 6.4 (a), dass aus unserer Wahl der Energieskalen eine sehr gute Konvergenz der perturbativen

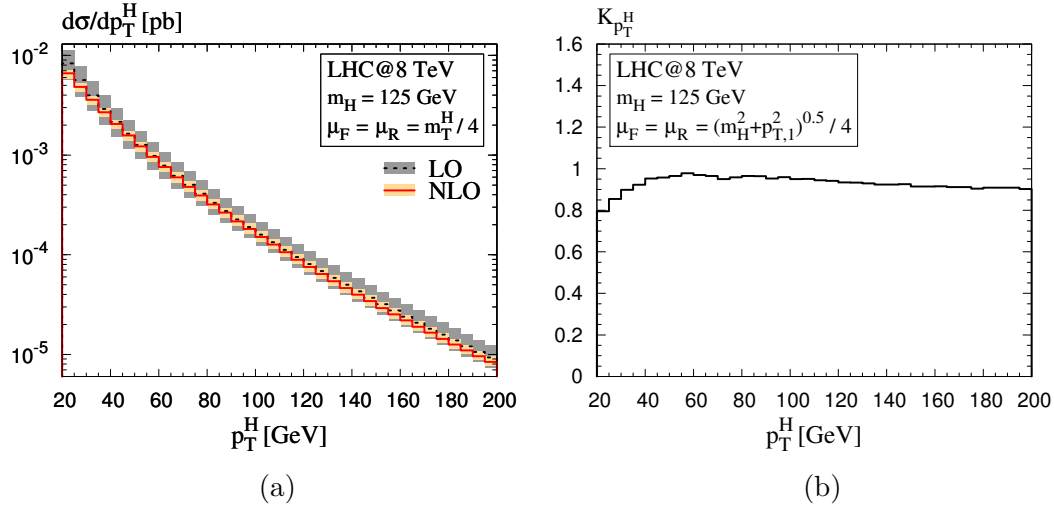


Abbildung 6.4: (a) Transversalimpulsverteilung des Higgsbosons auf LO (schwarz, gestrichelt) und NLO (rot, durchgezogen); (b) der entsprechende K -Faktor.

Reihe folgt: Das Fehlerband des NLO-Wirkungsquerschnitts (gelb) ist vollkommen von dem auf LO (grau) umschlossen. Des Weiteren reduziert sich auf NLO die Skalenabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts deutlich. Eine detaillierte Betrachtung der Skalenunsicherheit des H +Jet-Wirkungsquerschnitts wird in Kap. 6.2.2 durchgeführt. Der K -Faktor in Abb. 6.4 (b) ist sehr flach. Daher kann zur Berücksichtigung höherer Ordnungen die LO - p_T^H -Verteilung in guter Näherung konstant gewichtet werden. Weil sich $K_{p_T^H}$ außerdem nahe bei eins befindet, können NLO-Effekte durch den LO -Wirkungsquerschnitt mit obiger Skalenwahl approximiert werden.

Die y^H -Verteilung in Abb. 6.5 (a) besitzt ebenfalls die erwartete Form: Sie ist symmetrisch bezüglich des Vorzeichens der Rapidität; der größte Wirkungsquerschnitt stellt sich für kleine Rapiditäten ein und nimmt mit erhöhtem Boost dann immer weiter ab. Der K -Faktor in Abb. 6.5 (b) ist um $y^H = 0$ relativ flach, sinkt dann aber bei zunehmender Rapidität des Higgsteilchens stark ab.

Der Verlauf der K -Faktoren von p_T^H - und y^H -Verteilung des Higgsbosons ist vergleichbar mit den Beobachtungen, welche in der Gluonfusion gemacht wurden [115–117]. Nur die absolute Größe der NLO-Korrekturen stellt sich als deutlich geringer als in der Gluonfusion dar. Dabei ist zu beachten, dass die K -Faktoren sich deutlich von denen der inklusiven totalen Rate [92] unterscheiden, welche folglich nicht für die Gewichtung von Verteilungen geeignet sind.

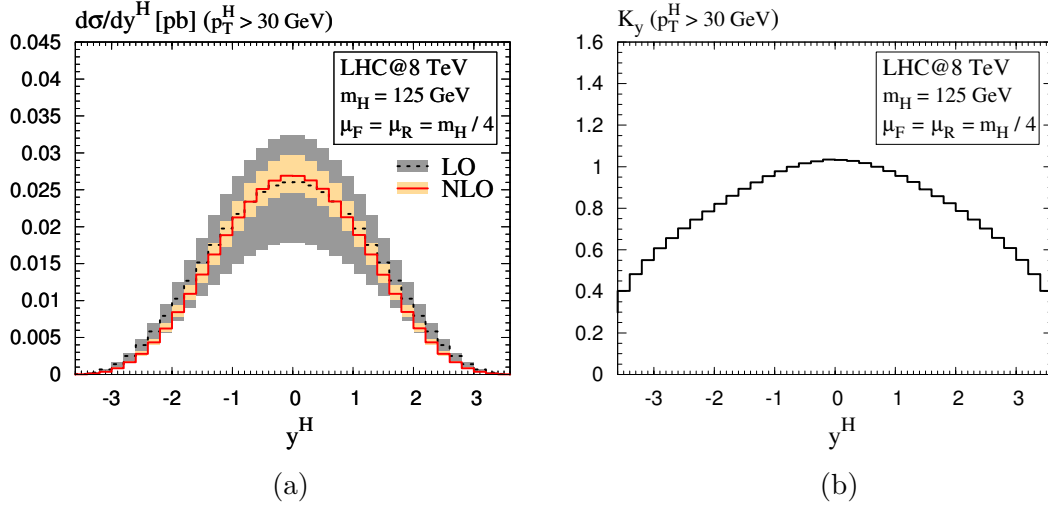


Abbildung 6.5: (a) Rapidityverteilung des Higgsbosons auf LO (schwarz, gestrichelt) und NLO (rot, durchgezogen); (b) der entsprechende K -Faktor.

6.2.1.5 NNLO-Wirkungsquerschnitt mit p_T^H -Schnitt

Unser Monte-Carlo-Programm ermöglicht die Berechnung des Wirkungsquerschnitts mit einem Schnitt, welcher den Transversalimpuls des Higgsteilchens nach oben begrenzt. Dazu machen wir von der Kenntnis des totalen Wirkungsquerschnitts σ_{tot} auf NNLO [92] Gebrauch:

$$\sigma(p_T^H < p_{T,\text{cut}}^H) = \int_{p_T^H < p_{T,\text{cut}}^H} dp_T^H \frac{d\sigma}{dp_T^H} = \sigma_{\text{tot}} - \int_{p_T^H > p_{T,\text{cut}}^H} dp_T^H \frac{d\sigma}{dp_T^H}. \quad (6.5)$$

Alle Terme auf der rechten Seite werden mit NNLO-PDFs und -Kopplungen berechnet.

In Abb. 6.6 wird der LO- (schwarz, gepunktet), NLO- (blau, gestrichelt) und NNLO-Wirkungsquerschnitt (rot, durchgezogen) $\sigma(p_T^H < p_{T,\text{cut}}^H)$ in Abhängigkeit von $p_{T,\text{cut}}^H$ aufgetragen. Auf LO ist der Wirkungsquerschnitt konstant und damit unabhängig von $p_{T,\text{cut}}^H$. Das liegt daran, dass dieser nur einen Beitrag bei $p_T^H = 0$ besitzt. Die Korrekturen höherer Ordnung sind für unsere Skalenwahl $\mu_0 = m_H/4$ negativ. Es ist ersichtlich, wie die Vorhersage des Wirkungsquerschnitts für $p_{T,\text{cut}}^H \lesssim 20$ GeV zusammenbricht. In dieser Region wird die perturbative Konvergenz aufgrund der großen Logarithmen $\ln(p_T^H/M_H)$ gestört.¹² Deren Resummierung behandeln wir in Kap. 7.

Die Fehlerbänder in Abb. 6.6 ergeben sich wie zuvor aus der Skalenvariation. Diese überlappen zwischen den verschiedenen Ordnungen für weite Teile von $p_{T,\text{cut}}^H$ und sind damit konsistent bezüglich der Konvergenz der Störungsreihe. Jedoch kann dieses

¹²siehe z. B. Gl. (3.1)

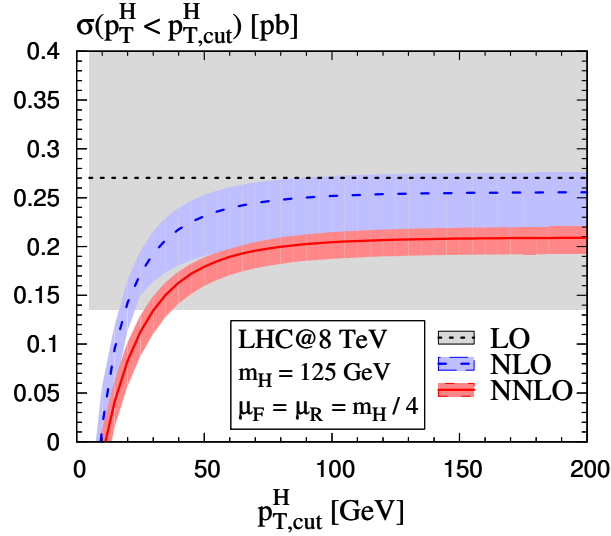


Abbildung 6.6: Wirkungsquerschnitt mit p_T^H -Schnitt aus Gl. (6.5) als Funktion von $p_{T,\text{cut}}^H$. Es werden die LO- (schwarz, gepunktet), NLO- (blau, gestrichelt) und NNLO-Kurve (rot, durchgezogen) gezeigt. Die Fehlerbänder entsprechen der Skalenunsicherheit.

Verhalten durch eine unterschiedliche Wahl der Skalen ($\mu_R = m_H$ und $\mu_F = m_H/4$) noch verbessert werden. In diesem Fall sind die Fehlerbänder höherer Ordnung komplett in denen niedrigerer Ordnung enthalten (vgl. Ref. [203, Fig. 7]), ähnlich wie es bei der p_T^H -Verteilung in Abb. 6.4 der Fall ist.

Wir möchten auf die Wahl dieser unphysikalischen Skalen noch einmal genauer eingehen. Bezüglich des totalen NNLO-Wirkungsquerschnitts [92] zeigt sich eine Skalenwahl von $\mu_R = m_H$ und $\mu_F = m_H/4$ als vorteilhaft. Bei der Berechnung des H +Jet-Wirkungsquerschnitts sowie bei der p_T^H -Verteilung erzielt man jedoch nur konsistente Ergebnisse zwischen LO und NLO für $\mu_R = \mu_F = m_H/4$. Weil letztere Wahl auch für $\sigma(p_T^H < p_{T,\text{cut}}^H)$ und den totalen Wirkungsquerschnitt nicht ungeeignet ist, wird diese hier verwendet. Ohnehin haben die bisher angesprochenen Observablen auf höheren Ordnungen eine sehr geringe Skalenabhängigkeit. Dadurch ist die Wahl der Skala nur bei anderen Observablen relevant oder bei Rechnungen auf einer niedrigeren Ordnung. Wir werden auf diesen Zusammenhang noch einmal kurz im folgenden Kapitel zurückkommen.

6.2.2 Higgs+ n -Jet-Wirkungsquerschnitt¹³

6.2.2.1 Einführende Bemerkungen

In diesem Kapitel präsentieren wir Resultate für die Higgs+ n -Jet-Produktion in der Bottom-Annihilation am LHC. Wir berechnen den Wirkungsquerschnitt mit Jet-Veto ($n = 0$) auf NNLO und den 1-Jet-inklusive Wirkungsquerschnitt ($n \geq 1$) auf NLO. Wir beschränken uns hier auf die Fälle, in denen die partonischen Ausgangsteilchen nicht identifiziert werden, während markierte (engl.: „tagged“) Bottom-Quarks in Kap. 6.2.3 behandelt werden.

Der vorige Abschnitt beschäftigt sich mit den kinematischen Eigenschaften des Higgsbosons. Im Folgenden werden hingegen Verteilungen der assoziierten Jets und deren Aufteilung in Jet-Bins untersucht. Der Zweck dieser Resultate ist einfach: Die bottom-induzierte Higgsproduktion kann abhängig von $\tan \beta$ den dominanten Produktionsmechanismus darstellen. Daher sollten die experimentellen Studien, welche für die $H+n$ -Jet-Produktion in der Gluonfusion gemacht werden, um den Wirkungsquerschnitt der Bottom-Annihilation erweitert werden. Dabei können im 5FS die Ergebnisse inkohärent addiert werden, weil die Interferenzterme zwischen Gluonfusion und Bottom-Annihilation verschwinden.

Dieses Kapitel ist wie folgt aufgebaut: In Abschn. 6.2.2.2 beschreiben wir die Berechnung des $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitts für $n = 0$ und $n \geq 1$ mit Hilfe unseres Monte-Carlo-Programms. Abschn. 6.2.2.4 und 6.2.2.5 enthalten die Ergebnisse für Inputparameter, welche wir in Abschn. 6.2.2.3 definieren.

6.2.2.2 Beschreibung der Problematik

Es wird das Monte-Carlo-Programm aus Abschn. 6.2.1.2 verwendet. Wir haben zusätzlich den Anti- k_T -Jet-Algorithmus¹⁴ [69] implementiert, um die partonischen Endzustände als Parton-Jets zu gruppieren. Damit lässt sich der exklusive $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{n\text{-jet}}$ für $n = 1$ und $n = 2$ auf NLO und LO bestimmen. Der inklusive $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitt ist durch

$$\sigma_{\geq n\text{-jet}} = \sum_{n' \geq n} \sigma_{n'\text{-jet}} \quad (6.6)$$

definiert. D. h., in unserem Fall sind exklusiver und inklusiver $H+2$ -Jet-Wirkungsquerschnitt identisch, weil $\sigma_{\geq 2\text{-jet}} = \sigma_{2\text{-jet}} + \mathcal{O}(\alpha_s^3)$ und wir höhere Ordnungen als α_s^2 nicht berücksichtigen.

Unser Set-Up ermöglicht es außerdem durch Verwendung der totalen Rate auf NNLO [75] den exklusiven $H+0$ -Jet-Wirkungsquerschnitt (Jet-Veto) auf NNLO zu

¹³Dieses Kapitel folgt eng unserer Darstellung in Ref. [202].

¹⁴Weil in unserem Fall maximal zwei Jets im Endzustand auftreten können, liefern der Anti- k_T -, der k_T - und der Cambridge-Aachen-Jet-Algorithmus identische Ergebnisse, vgl. dazu Kap. 2.4

berechnen. Dazu wird die inklusive $H+1$ -Jet-Rate (auch $H+\geq 1$ -Jet-Rate genannt) vom totalen Wirkungsquerschnitt subtrahiert:

$$\sigma_{\text{jet-veto}}^{\text{NNLO}} \equiv \sigma_{0\text{-jet}}^{\text{NNLO}} = \sigma_{\text{tot}}^{\text{NNLO}} - \sigma_{\geq 1\text{-jet}}^{\text{NLO}'} . \quad (6.7)$$

Alle Beiträge der rechten Seite müssen mit NNLO-PDFs und -Kopplungen berechnet werden. Daher unterscheidet der Strich in $\sigma_{\geq 1\text{-jet}}^{\text{NLO}'}$ die $H+\geq 1$ -Jet-Rate mit NNLO-PDFs und -Kopplungen vom üblichen (ungestrichenen) Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\geq 1\text{-jet}}^{\text{NLO}}$, welcher mit NLO-PDFs und -Kopplungen berechnet wird. Folglich gilt aufgrund der verschiedenen Ordnungen der PDFs und Kopplungen

$$\sigma_{0\text{-jet}}^{\text{NNLO}} + \sigma_{\geq 1\text{-jet}}^{\text{NLO}} \neq \sigma_{\text{tot}}^{\text{NNLO}} \neq \sigma_{0\text{-jet}}^{\text{NNLO}} + \sigma_{1\text{-jet}}^{\text{NLO}} + \sigma_{2\text{-jet}}^{\text{LO}} . \quad (6.8)$$

Dies ist ähnlich zur Tatsache, dass $\sigma_{1\text{-jet}}^{\text{NLO}} + \sigma_{2\text{-jet}}^{\text{LO}} \neq \sigma_{\geq 1\text{-jet}}^{\text{NLO}}$ ($\equiv \sigma_{1\text{-jet}}^{\text{NLO}} + \sigma_{2\text{-jet}}^{\text{LO}'}$) ist.

Das Monte-Carlo-Programm und dessen Ergebnisse haben wir ausgiebigen Tests unterzogen, siehe Abschn. 6.2.1.2. Dazu zählt auch ein vollständiger Vergleich der Jet-Observablen mit dem vollautomatisierten Monte-Carlo-Event-Generator `aMC@NLO` [47, 157, 207, 208], welcher die vermutlich wichtigste Überprüfung unseres Programms darstellt. Dabei haben wir sowohl für den inklusiven $H+1$ -Jet-Wirkungsquerschnitt als auch für kinematische Verteilungen der Jets Übereinstimmung bis in den Promillebereich gefunden.

6.2.2.3 Inputparameter

Soweit nicht anders angegeben, verwenden wir die folgenden Parameter für unsere Ergebnisse in Abschn. 6.2.2.4 und 6.2.2.5:

- LHC @ 7 TeV Schwerpunktsenergie¹⁵,
- MSTW2008-PDFs [42] mit $\alpha_s(M_Z) = 0.13939$ auf LO, $\alpha_s(M_Z) = 0.12018$ auf NLO und $\alpha_s(M_Z) = 0.11707$ auf NNLO,
- $\mu_F = \mu_R \equiv \mu_0 = m_H/4$,
- Startwert $m_b(m_b) = 4.2 \text{ GeV}$ [209] zur Bestimmung der Bottom- $\overline{\text{MS}}$ -Masse $m_b(\mu_R)$.
- Es werden keine kinematischen Schnitte auf das Higgs durchgeführt. Stattdessen werden infrarote Divergenzen aufgrund der Jet-Definition umgangen: Anti- k_T -Algorithmus [69] mit Jetradius $R = 0.4$; $p_T^{\text{jet}} > 20 \text{ GeV}$ und $|y^{\text{jet}}| < 4.8$.¹⁶

Alle Ergebnisse werden zunächst für ein SM-Higgs diskutiert. Zusätzlich zeigen wir beispielhaft Vorhersagen des $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitts für ein neutrales

¹⁵Die zugehörigen Tabellen sowie Ergebnisse für LHC @ 14 TeV finden sich in Ref. [202].

¹⁶Die Wahl dieser Jet-Definition orientiert sich an Analysen der ATLAS-Kollaboration [210, 211].

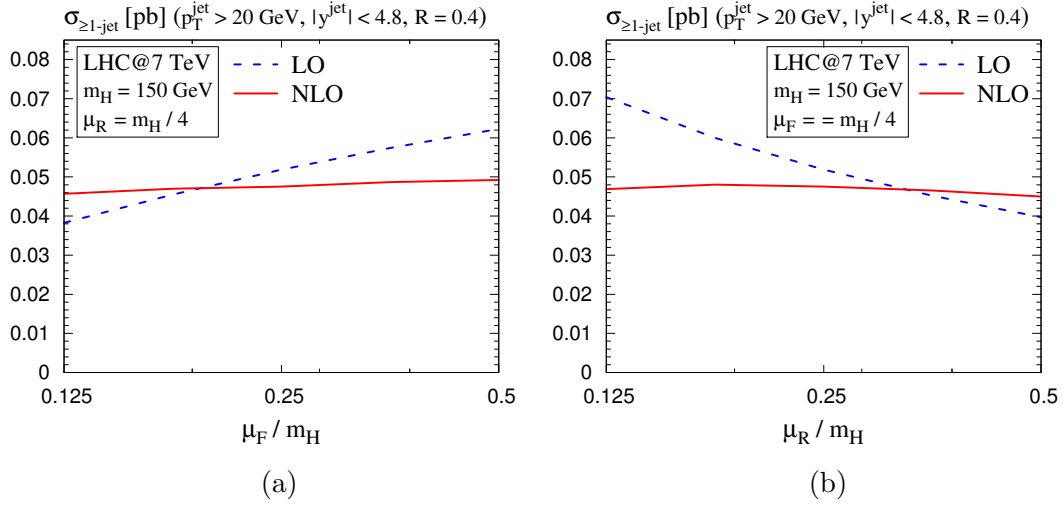


Abbildung 6.7: Skalenabhängigkeit der inklusiven H +Jet-Rate: (a) μ_F - und (b) μ_R -Variation.

Higgsboson im MSSM (h^0 , H^0 und A), welche sich durch Neuskalierung der Bottom-Yukawa ergeben.

Bevor wir mit der Analyse unserer Resultate beginnen, möchten wir noch kurz auf die verschiedenen Quellen von Unsicherheiten des Wirkungsquerschnitts eingehen. Einerseits gibt es Unsicherheiten bezüglich der PDFs und dem zugehörigen Startwert $\alpha_s(M_Z)$ der starken Kopplungskonstanten. Diese schätzen wir gemeinsam unter Verwendung der Methode in Ref. [42] mit den 68%CL-PDF-Sätzen ab. Die zweite Quelle ist die Skalenunsicherheit, welche sich wie zuvor aus der separaten Variation der unphysikalischen Skalen μ_F und μ_R ergibt. Die numerischen Fehler, die bei der Monte-Carlo-Integration unseres Programms auftreten, sind vernachlässigbar klein.

Wir beginnen den kommenden Abschnitt mit einer detaillierteren Analyse der Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von μ_R und μ_F . Insbesondere bei der H +0-Jet-Rate ist die Bestimmung der perturbativen Unsicherheit diskutabel. Auf diese Aspekte werden wir im Folgenden näher eingehen.

6.2.2.4 Ergebnisse der H + n -Jet-Raten

Zunächst betrachten wir die Skalenvariation des inklusiven H +1-Jet-Wirkungsquerschnitts für ein repräsentatives Szenario mit $m_H = 150 \text{ GeV}$. Abb. 6.7 (a) zeigt dessen Abhängigkeit von der Faktorisierungsskala und (b) von der Renormierungsskala. In beiden Diagrammen reduziert sich auf NLO (rot, durchgezogen) die Skalenabhängigkeit gegenüber der LO-Kurve (blau, gestrichelt) signifikant. Außerdem ergibt sich in Bezug auf die Unsicherheiten eine hervorragende Konsistenz zwischen LO- und

NLO-Vorhersage. Dies verifiziert, dass in diesem Fall $\mu_0 = m_H/4$ eine sinnvolle Wahl für die zentrale Skala darstellt.

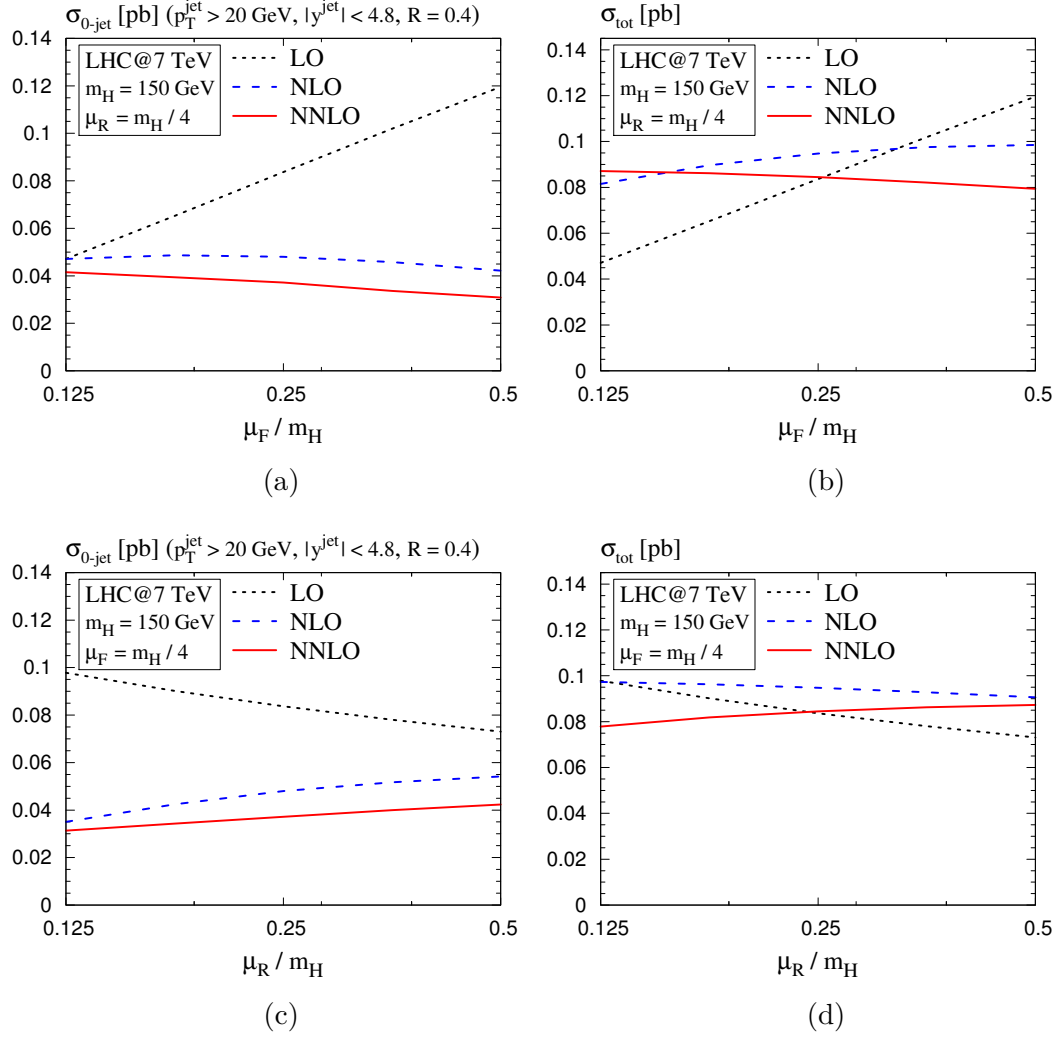


Abbildung 6.8: (a) μ_F - und (c) μ_R -Variation der $H+0$ -Jet-Rate und die entsprechenden Plots für den totalen Wirkungsquerschnitts in (b) und (d).

Beim $H+0$ -Jet-Wirkungsquerschnitt in der Gluonfusion zeigt sich, dass dessen Skalenvariation ähnlich oder sogar kleiner als die des totalen Wirkungsquerschnitts ist [212, 213]. Weil die $H+0$ -Rate jedoch einen weniger inklusiven Charakter als der totale Wirkungsquerschnitt hat, erwartet man genau das umgekehrte Verhalten. Präziser formuliert erwartet man größere Effekte durch die Beschneidung der perturbativen Reihe beim Jet-Veto. Daher scheint die Abschätzung der perturbativen Unsicherheit durch die Variation der unphysikalischen Skalen in diesem Falle fraglich.

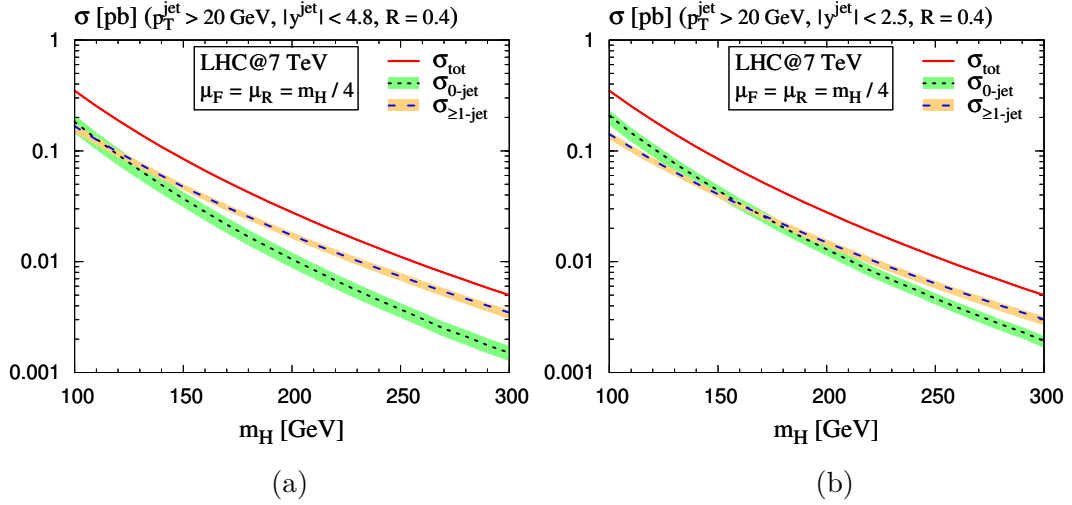


Abbildung 6.9: $H+0$ - und ≥ 1 -Jet-Beiträge zum totalen Wirkungsquerschnitt auf NNLO und NLO als Funktion der Higgsmasse; (a) $|y^{\text{jet}}| < 4.8$ und (b) $|y^{\text{jet}}| < 2.5$.

Für die Bottom-Annihilation können wir diesen Zusammenhang jedoch nicht feststellen: Abb. 6.8 vergleicht die $H+0$ -Jet-Rate als Funktion von μ_R und μ_F für $m_H = 150$ GeV mit dem totalen Wirkungsquerschnitt. Betrachten wir nur die NNLO-Kurven (rot, durchgezogen) der μ_F -Abhängigkeit in Abb. 6.8 (a) und (b), wird deutlich, dass beide nahezu den gleichen Verlauf haben. Die Kurve des Jet-Vetos ist aufgrund der fehlenden Jet-Beiträge lediglich vertikal nach unten verschoben. Die zentralen Werte unterscheiden sich um etwa einen Faktor von zwei. Folglich ist die relative Skalenvariation der $H+0$ -Jet-Rate mehr als doppelt so hoch als die des totalen Wirkungsquerschnitts. Dieselben Aussagen treffen auf die NNLO-Kurven der μ_R -Abhängigkeit zu, wenn wir Abb. 6.8 (c) mit (d) vergleichen. Das angesprochene Verhalten der Skalenvariation in der Gluonfusion [212, 213] ist somit bei der Bottom-Annihilation nicht gegeben. Daher ist in unserem Fall die Variation der unphysikalischen Skalen als Abschätzung der perturbativen Unsicherheit zulässig.

Die LO-Kurven der beiden Wirkungsquerschnitte sind identisch, weil auf LO keine Parton-Jets im Endzustand auftreten (vgl. Abb. 6.8 (a) mit (b) und (c) mit (d)). Zudem sinkt die Skalenabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts auf höheren Ordnungen deutlich. Die Kurven des $H+0$ -Jet-Wirkungsquerschnitts rücken wegen den fehlenden Jet-Beiträgen relativ weit auseinander. Berücksichtigen wir die gesamte Skalenvariation, ergeben sich dennoch Ordnung für Ordnung konsistente Ergebnisse für unsere Skalenwahl von $\mu_0 = m_H/4$.¹⁷

¹⁷Eine andere Wahl als $\mu_R = \mu_F = m_H/4$ kommt aufgrund der inklusiven $H+1$ -Jet-Rate nicht in Frage.

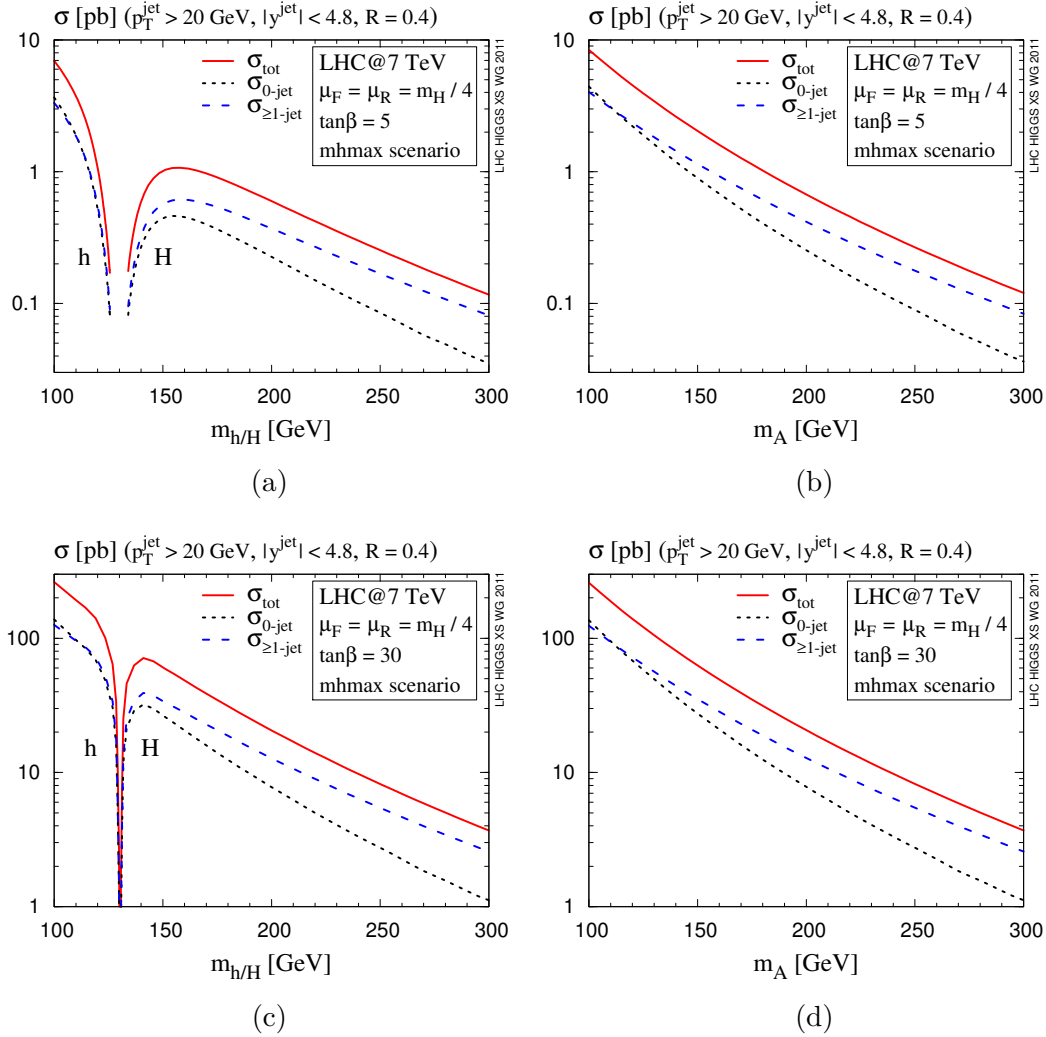


Abbildung 6.10: Totaler (rot, durchgezogen) und $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitt für $n = 0$ (blau, gestrichelt) und $n \geq 1$ (schwarz, gepunktet) im m_h^{max} -Szenario [214,215]; (a),(b) $\tan\beta = 5$ und (c),(d) $\tan\beta = 30$; links sind die skalaren Higgsteilchen (h^0, H^0) und rechts das pseudo-skalare Higgs (A). Entnommen aus Ref. [17].

In Abb. 6.9 wird dargestellt, wie sich die totale inklusive Rate (rot, durchgezogen) in den exklusiven 0-Jet-Bin (schwarz, gepunktet) und den inklusiven ≥ 1 -Jet-Bin (blau, gestrichelt) aufteilt. Dabei zeigen wir Resultate für zwei Rapiditätsschnitte, $|y^{\text{jet}}| < 4.8$ und $|y^{\text{jet}}| < 2.5$. Abb. 6.9 macht deutlich, dass der relative Anteil der Jet-Beiträge mit der Higgsmasse ansteigt. Dies entspricht dem Verhalten, das bereits bei der Gluonfusion beobachtet wurde [119]. Die Fehlerbänder beinhalten die quadratische Addition der perturbativen und PDF+ α_s -Unsicherheiten.

Um zu verdeutlichen, dass eine MSSM-Vorhersage direkt aus dem SM-Ergebnis berechnet werden kann, wird in Abb. 6.10 der $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitt ($H \in \{h^0, H^0, A\}$) im MSSM für $n = 0$ und $n \geq 1$ geplottet. Dazu wurden die zentralen Kurven in Abb. 6.10 mit einem Umskalierungsfaktor für die Bottom-Yukawa gewichtet, welchen wir mit Hilfe von `FeynHiggs` [216–221] ermittelt haben. Es wird das m_h^{max} -Szenario [214, 215] verwendet. Zum Vergleich wählen wir zwei verschiedene Werte für $\tan\beta$ ($\tan\beta = 5$ und $\tan\beta = 30$). Abb. 6.10 bestätigt, dass große $\tan\beta$ den Wirkungsquerschnitt der Higgsproduktion in der Bottom-Annihilation deutlich verstärken. Tabellen mit numerischen Werten der Wirkungsquerschnitte in Abb. 6.10 können Ref. [17] entnommen werden.

6.2.2.5 Kinematische Verteilungen des härtesten Jets

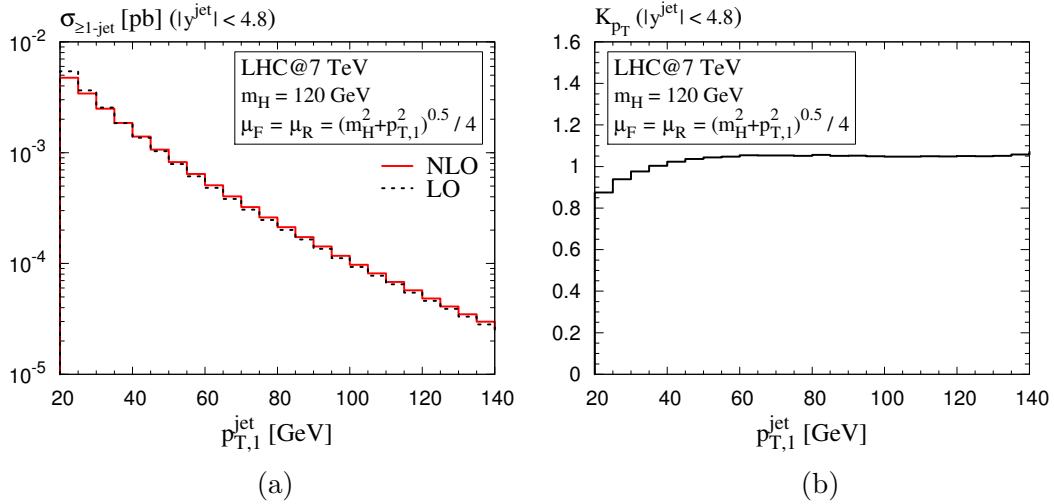


Abbildung 6.11: (a) Transversalimpulsverteilung des härtesten Jets und (b) der entsprechende K -Faktor.

Auch die kinematischen Verteilungen der Jets enthalten nützliche Informationen für die Higgsmessung am LHC. Insbesondere der Transversalimpuls des härtesten Jets $p_{T,1}^{\text{jet}}$ und dessen Rapidität y_1^{jet} sind wichtige Observablen, weil sie große Beiträge zum

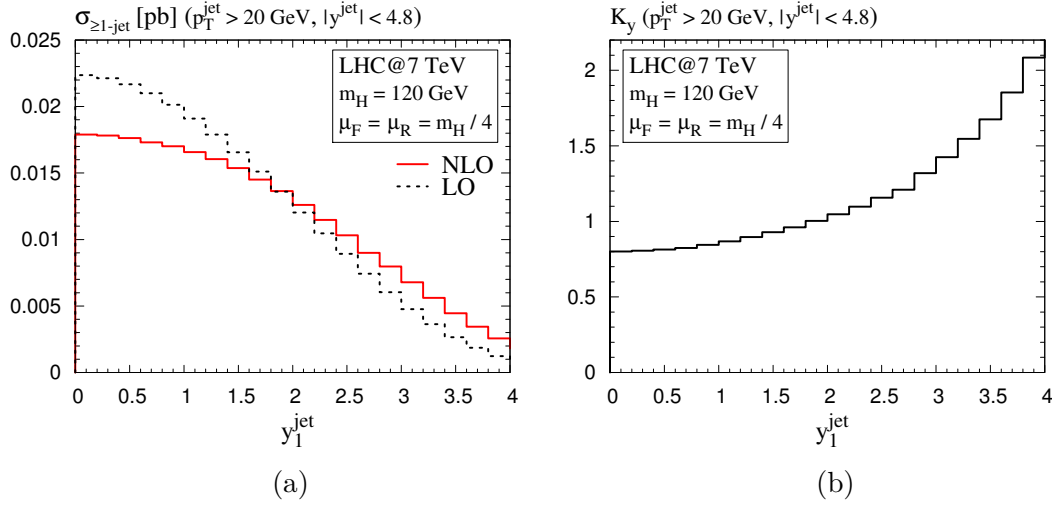


Abbildung 6.12: (a) Rapidityverteilung des härtesten Jets und (b) der entsprechende K -Faktor.

Wirkungsquerschnitt liefern. Daher wird in Abb. 6.11 die $p_{T,1}^{\text{jet}}$ -Verteilung auf NLO (rot, durchgezogen) und LO (schwarz, gepunktet) sowie der zugehörige K -Faktor gezeigt. Dabei ist zu beachten, dass Jets weiterhin eine Rapidity von $|y^{\text{jet}}| < 4.8$ aufweisen müssen. Um mögliche Effekte von sehr harten Jets zu berücksichtigen, wählen wir $p_{T,1}^{\text{jet}}$ -abhängige Skalen:

$$\mu_F = \mu_R = \frac{1}{4} \sqrt{m_H^2 + (p_{T,1}^{\text{jet}})^2}. \quad (6.9)$$

Die Ergebnisse ähneln sehr denen der p_T^H -Verteilung in Abschn. 6.2.1.4. Insbesondere ist der K -Faktor nahezu konstant für $p_{T,1}^{\text{jet}} \gtrsim 50 \text{ GeV}$ und ist sehr nahe bei eins. Die perturbativen Korrekturen sind somit unterhalb von 10%.

Abb. 6.12 zeigt die Rapidityverteilung des härtesten Jets. Der Verlauf des K -Faktors für große Rapidityen steigt drastisch an und zeigt ein sehr unterschiedliches Verhalten verglichen mit der y^H -Verteilung in Abschn. 6.2.1.4. Diese Effekte können somit nicht durch konstante Gewichtung der LO-Verteilung oder eine geeignete Skalenwahl reproduziert werden. Sie können nur durch die volle NLO-Rechnung berücksichtigt werden.

Im kommenden Kapitel werden wir ähnliche Ergebnisse für identifizierte Bottom-Quarks präsentieren.

6.2.3 Higgs+ nb -Jet-Wirkungsquerschnitt¹⁸

6.2.3.1 Einführende Bemerkungen

Wenn die Kopplung des Higgsbosons zu Bottom-Quarks in der Natur verstärkt sein sollte, ist die Bottom-Annihilation ein vielversprechender Prozess, um die Bottom-Yukawa zu messen. Zu diesem Zweck ist im Experiment die Identifizierung von Jets hilfreich, welche durch ein Bottom-Quark erzeugt werden.¹⁹ Aus theoretischer Sicht kann durch eine geeignete Wahl der Jetfunktion die Anzahl an Bottom-Jets im Endzustand definiert werden. Im 5FS ist der entsprechende Wirkungsquerschnitt mit einem und zwei Bottom-Quarks im Endzustand auf NLO und LO bekannt [204]. Dieser ist außerdem Teil unserer H +Jet-Rechnung. Wir werden im Folgenden Resultate für die $H+nb$ -Jet-Produktion ($n = 1, 2$) mit aktualisierten Parametern zeigen. Zusätzlich präsentieren wir neue Ergebnisse für den Wirkungsquerschnitt mit Bottom-Veto ($n = 0$). Die analoge Studie im 4FS ist in Ref. [225] zu finden.

Dabei gehen wir wie folgt vor: Im kommenden Abschnitt wird der $H+0b$ -Jet-Wirkungsquerschnitt kurz eingeführt. Danach passen wir in Abschn. 6.2.3.3 die Inputparameter bezüglich der Definition von Bottom-Jets an. Nach der Präsentation der Resultate für die $H+nb$ -Jet-Raten in Abschn. 6.2.3.4 besprechen wir in Abschn. 6.2.3.5 eine Studie aus Ref. [17], welche die Vorhersagen unseres Monte-Carlo-Programms für Bottom-Jet-Observablen mit PYTHIA [153, 154] vergleicht.

6.2.3.2 Beschreibung der Problematik

Die Berechnung des $H+nb$ -Jet-Wirkungsquerschnitts für $n = 1, 2$ in Ref. [204] ist in MCFM [226] implementiert. Nachdem wir unser Programm um die Möglichkeit Bottom-Jets zu identifizieren erweitert haben, ergab der Vergleich mit MCFM Übereinstimmungen bis $\lesssim 1\%$.

Durch die erneute Verwendung des totalen NNLO-Wirkungsquerschnitts berechnen wir die $H+0b$ -Jet-Rate durch Subtraktion der Beiträge mit einem oder mehreren Bottom-Jets im Endzustand:²⁰

$$\sigma_{b\text{-jet veto}}^{\text{NNLO}} \equiv \sigma_{0b}^{\text{NNLO}} = \sigma_{\text{tot}}^{\text{NNLO}} - \sigma_{\geq 1b}^{\text{NLO}'} . \quad (6.10)$$

Dabei werden alle Größen auf der rechten Seite mit NNLO-PDFs und -Kopplungen berechnet.²¹

¹⁸Dieses Kapitel folgt eng unserer Darstellung in Ref. [202]. Der Inhalt dieses Kapitels wurde außerdem um Elemente aus Ref. [17] ergänzt.

¹⁹Im Speziellen werden in experimentellen SUSY-Analysen für $H \rightarrow \tau\tau$ von der CMS-Kollaboration (vgl. z. B. [222–224]) die Signaturen mit mindestens einem markierten Bottom-Jet und mit keinem markierten Bottom-Jet untersucht. Gleiches gilt für die ATLAS-Analysen [210, 211].

²⁰vgl. Gl. (6.7) zur Berechnung von $\sigma_{0\text{-jet}}$

²¹Darauf weist der Strich in $\sigma_{\geq 1b}^{\text{NLO}'}$ hin, vgl. Abschn. 6.2.2.2.

Anders als bei den Jet-Wirkungsquerschnitten können Bottom-Jets im Endzustand nur mit einer gewissen Effizienz ϵ_b experimentell identifiziert werden. Deswegen müssen wir den Wirkungsquerschnitt σ_{nb} ($n = 0, 1, 2, \dots$), welcher die Anzahl aller vorhandenen Bottom-Jets im Endzustand berücksichtigt, von $\sigma_{nb\text{-tag}}$ unterscheiden. Letzterer beinhaltet die Effizienz mit der markierte Bottom-Jets tatsächlich im Experiment gemessen werden können. Wenn Bottom-Jets experimentell mit einer Effizienz von 100% markiert werden könnten, sollten beide Wirkungsquerschnitte identisch sein:

$$\sigma_{nb\text{-tag}}(\epsilon_b \rightarrow 1) = \sigma_{nb}. \quad (6.11)$$

Demnach ergibt sich der inklusive $H+1b\text{-tag}$ -Wirkungsquerschnitt aus Ref. [204] zu

$$\sigma_{\geq 1b\text{-tag}}^{\text{NLO}} = \epsilon_b \sigma_{1b}^{\text{NLO}} + \epsilon_b (2 - \epsilon_b) \sigma_{2b}^{\text{LO}'}. \quad (6.12)$$

Außerdem können die exklusiven Wirkungsquerschnitte mit einem und zwei markierten Bottom-Jets durch

$$\begin{aligned} \sigma_{1b\text{-tag}}^{\text{NLO}} &= \epsilon_b \sigma_{1b}^{\text{NLO}} + 2\epsilon_b (1 - \epsilon_b) \sigma_{2b}^{\text{LO}}, \\ \sigma_{2b\text{-tag}}^{\text{LO}} &= \epsilon_b^2 \sigma_{2b}^{\text{LO}} \end{aligned} \quad (6.13)$$

berechnet werden. Im Gegensatz zu Ref. [204] bestimmen wir σ_{2b}^{LO} konsistent mit LO-PDFs und $-\alpha_s$. Zuletzt können wir auf dieselbe Art die $H+0b\text{-tag}$ -Rate ermitteln:

$$\sigma_{0b\text{-tag}}^{\text{NNLO}} = \sigma_{0b}^{\text{NNLO}} + (1 - \epsilon_b) \sigma_{1b}^{\text{NLO}} + (1 - \epsilon_b)^2 \sigma_{2b}^{\text{LO}}. \quad (6.14)$$

Im Folgenden präsentieren wir Resultate für σ_{nb} , weil sich daraus zusammen mit der Effizienz ϵ_b die entsprechenden Wirkungsquerschnitte mit markierten Bottom-Quarks berechnen lassen.

6.2.3.3 Inputparameter

Die Inputparameter weichen nur bezüglich der Definition der Bottom-Jets von denen im vorigen Kapitel ab:

- LHC @ 7 TeV Schwerpunktsenergie²²,
- MSTW2008-PDFs [42] mit $\alpha_s(M_Z) = 0.13939$ auf LO, $\alpha_s(M_Z) = 0.12018$ auf NLO und $\alpha_s(M_Z) = 0.11707$ auf NNLO,
- $\mu_F = \mu_R \equiv \mu_0 = M_H/4$,
- Startwert $m_b(m_b) = 4.2 \text{ GeV}$ [209] zur Bestimmung der Bottom- $\overline{\text{MS}}$ -Masse $m_b(\mu_R)$,

²²Die zugehörigen Tabellen für LHC @ 7 TeV und LHC @ 14 TeV finden sich in Ref. [202].

- Anti- k_T -Algorithmus [69] mit Jetradius $R = 0.4$; $p_T^b > 20$ GeV und $|y^b| < 2.5$ zur Definition von Bottom-Jets.²³

Unsere Ergebnisse gelten für das SM. Wir zeigen aber die $H+nb$ -Jet-Wirkungsquerschnitte exemplarisch ebenfalls im MSSM.

6.2.3.4 Ergebnisse der $H+nb$ -Jet-Raten

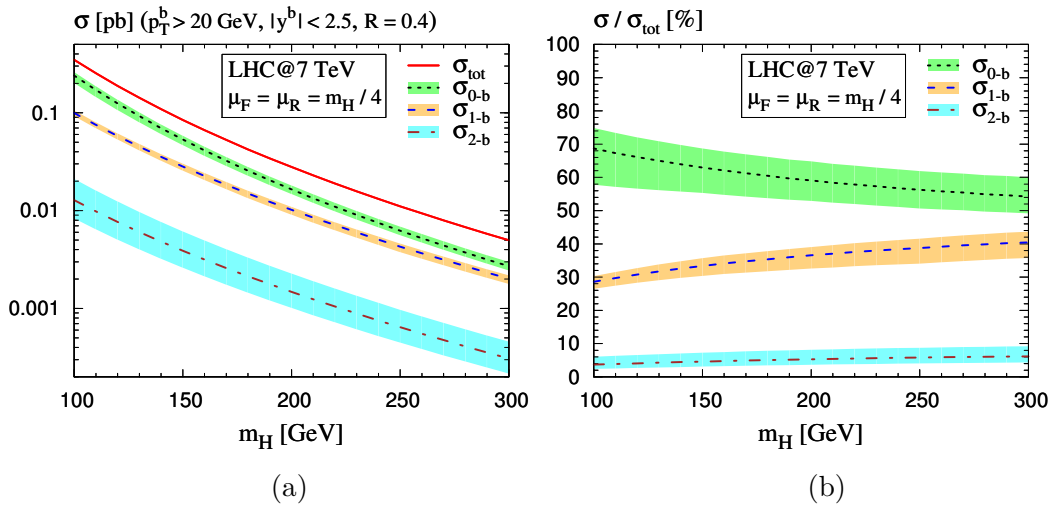


Abbildung 6.13: $H+nb$ -Jet-Beiträge ($n = 0, 1, 2$) zum totalen Wirkungsquerschnitt als Funktion der Higgsmasse; (a) absolute Zahlen und (b) normiert auf den totalen Wirkungsquerschnitt.

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse für die exklusive Produktion eines Higgsbosons mit keinem, einem oder zwei Bottom-Jets im Endzustand diskutiert. Weil im 5FS die Bottom-Masse außerhalb der Yukawa-Kopplung auf null gesetzt wird, tritt eine Divergenz in der $H+1b$ -Jet-Rate auf, welche in der Summe aller Beiträge nicht verschwindet. Diese entsteht im Prozess $b\bar{b} \rightarrow b\bar{b}H$, wenn ein Gluon sich in ein kollineares $b\bar{b}$ -Paar spaltet. In Ref. [204] reguliert diese Singularität ein Schnitt von $2m_b$ auf die invariante Masse der beiden Bottom-Quarks, welcher die Regulierung durch eine endliche Bottom-Masse simulieren soll. Ein solcher Schnitt ist jedoch beliebig und der entsprechende Beitrag hängt stark von dessen Wahl ab. Aus diesem Grund vernachlässigen wir den Prozess $b\bar{b} \rightarrow b\bar{b}H$ bei der Berechnung der $H+1b$ -Jet-Rate. Dies ist zulässig, weil sein Beitrag unterhalb von 1% liegt. Die $H+2b$ -Jet-Rate ist davon nicht betroffen, weil sie ohnehin endlich ist.

²³Die Wahl dieser Bottom-Jet-Definition orientiert sich an Analysen der ATLAS-Kollaboration [210, 211].

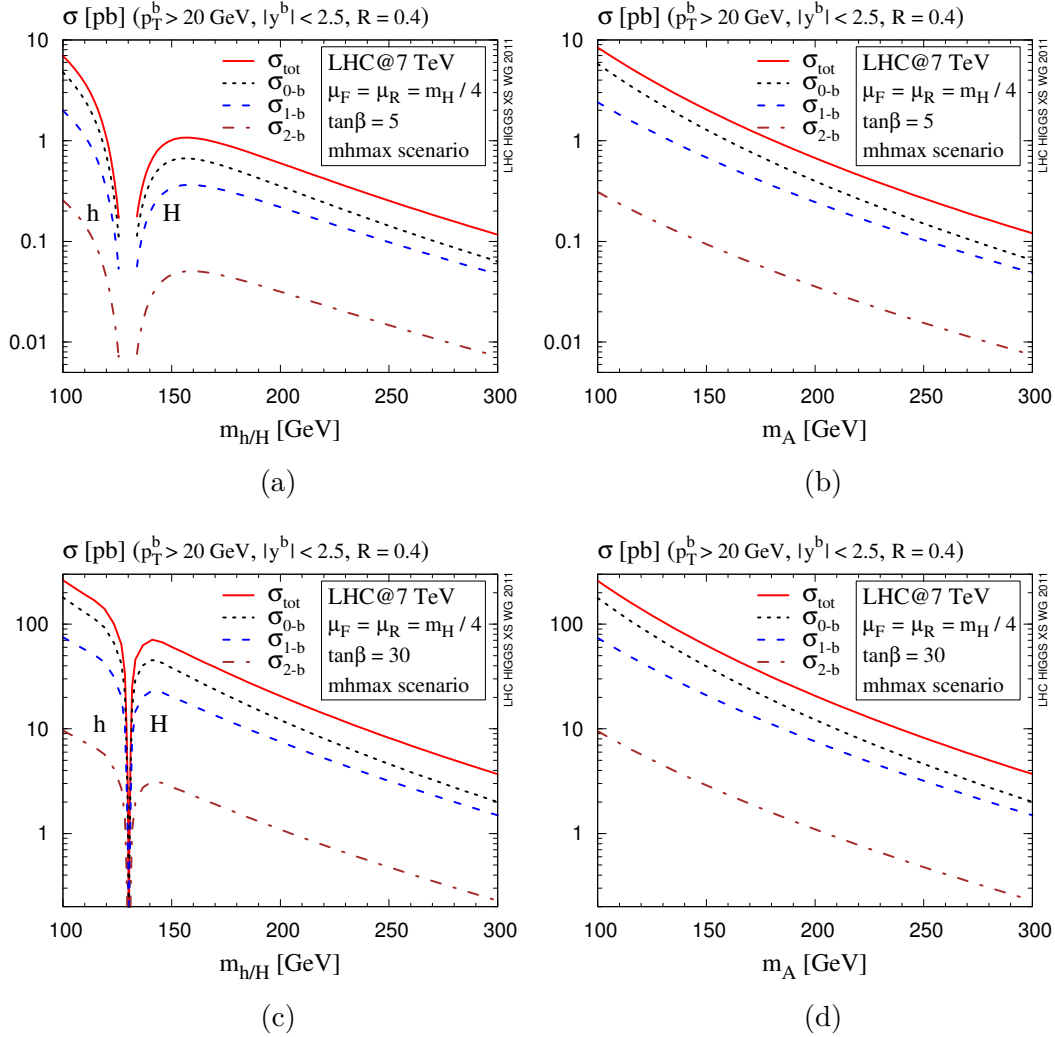


Abbildung 6.14: Totaler (rot, durchgezogen) und $H+nb$ -Jet-Wirkungsquerschnitt für $n = 0$ (blau, gestrichelt), $n = 1$ (schwarz, gepunktet) und $n = 2$ (braun, gestrichpunktet) im m_h^{max} -Szenario [214,215]; (a),(b) $\tan\beta = 5$ und (c),(d) $\tan\beta = 30$; links sind die skalaren Higgsteilchen (h^0 , H^0) und rechts das pseudo-skalare Higgs (A). Entnommen aus Ref. [17].

Die Ergebnisse für die Skalenvariation des $H+nb$ -Jet-Wirkungsquerschnitts ($n = 0, 1, 2$) sind qualitativ dieselben wie in Kap. 6.2.2 für den H +Jet-Wirkungsquerschnitt. Wir sehen daher davon ab sie hier näher zu analysieren. Zusammengefasst zeigen $H+0b$ -Jet- und $H+1b$ -Jet-Rate eine stark reduzierte Skalenabhängigkeit, während die $H+2b$ -Jet-Rate als LO-Wirkungsquerschnitt eine große relative Unsicherheit bezüglich der Variation der Skalen aufweist.

In Abb. 6.13 wird der $H+0b$ -, $1b$ -, und $2b$ -Wirkungsquerschnitt $\sigma_{0b}^{\text{NNLO}}$, σ_{1b}^{NLO} und σ_{2b}^{LO} graphisch dargestellt. Daraus lassen sich die Wirkungsquerschnitte mit markierten Bottom-Quarks in Gln. (6.13) und (6.14) berechnen. Die Fehlerbänder entsprechen der quadratischen Kombination der Skalen- und PDF+ α_s -Unsicherheit. Es zeigt sich hier, dass ebenfalls die relativen Beiträge der Bottom-Jets mit der Higgsmasse leicht ansteigen.

Die entsprechenden MSSM-Resultate sind in Abb. 6.14 zu finden. Dabei werden dasselbe Szenario und die gleichen Parameter wie in Abb. 6.10 verwendet. Die MSSM-Kurven in Abb. 6.14 ergeben sich aus den SM-Resultaten in Abb. 6.13 durch Gewichtung mit der passenden Yukawa-Kopplung.

6.2.3.5 b -Jet-Observablen auf fester Ordnung und mit PYTHIA²⁴

Abschließend wollen wir noch einen Vergleich unserer Resultate mit dem PYTHIA-Partonenschauder präsentieren, welcher in Ref. [17] durchgeführt wurde. Dabei wird der $b\bar{b}H$ -Prozess im 4FS des Monte-Carlo-Event-Generators PYTHIA (Prozess 186) verwendet. In Ref. [227] wird der Prozess im 4FS auf fester Ordnung mit PYTHIA verglichen, wobei sich für die p_T -Verteilung Übereinstimmungen auf dem Level von 10% ergeben.

Im PYTHIA-Event-Generator werden hadronische Endzustände erzeugt. Daher bezeichnen wir in diesem Fall einen Jet als Bottom-Jet, wenn mindestens ein Bottom-Quark Bestandteil ist. Außerdem wählen wir in diesem Abschnitt eine vom vorigen leicht abweichende Definition der Bottom-Jets:²⁵ Anti- k_T -Jet-Algorithmus [69] mit $R = 0.5$; ein Bottom-Jet muss mindestens $p_T^{b\text{-jet}} > 20 \text{ GeV}$ und darf maximal $|\eta^{b\text{-jet}}| < 2.4$ aufweisen.²⁶

Tabellen 6.1 und 6.2 enthalten die Verteilung der Higgs-Events in Bottom-Jet-Bins für $m_H = 140 \text{ GeV}$ und 400 GeV . Die Ergebnisse werden auf den totalen Wirkungsquerschnitt normiert. Wir vergleichen unsere Ergebnisse auf fester Ordnung (zweite Spalte) mit denen von PYTHIA (fünfte Spalte): Es ergibt sich eine erstaunlich gute Übereinstimmung im 0- und 1b-Jet-Bin mit Abweichungen unter 3% (10%) für $m_H = 140 \text{ GeV}$ (400 GeV). Beim relativen $H+2b$ -Jet-Wirkungsquerschnitt zeigen

²⁴Dieses Kapitel ist Ref. [17, Kap. 12.3.6] entnommen. Zu dieser Studie haben wir nur die Ergebnisse auf fester Ordnung mit Hilfe unseres Monte-Carlo-Programms beigetragen.

²⁵Diese Definition entspricht der in verschiedenen CMS-Analysen, siehe z. B. Ref. [222–224].

²⁶Bei den 5FS-Ergebnissen unseres Monte-Carlo-Programms gilt $\eta^{b\text{-jet}} \equiv y^{b\text{-jet}}$, weil Bottom-Quarks als masselos betrachtet werden.

sich größere Abweichungen. Weil es sich um eine LO-Vorhersage handelt, ist die theoretische Unsicherheit jedoch extrem groß. Daher liegen die Abweichungen stets innerhalb der theoretischen Unsicherheit.

| Endzustand | $\sigma_{nb}/\sigma_{\text{tot}}$ | Skalenfehler(%) | PDF-Fehler(%) | PYTHIA ($pp \rightarrow b\bar{b}H$) |
|----------------|-----------------------------------|-----------------|---------------|---------------------------------------|
| kein b -Jet | 0.638 | -14.4 +8.8 | -4.6 +3.6 | 0.621 |
| ein b -Jet | 0.329 | -6.9 +4.4 | -3.2 +5.0 | 0.322 |
| zwei b -Jets | 0.042 | -33.1 +59.0 | -3.0 +2.3 | 0.057 |

Tabelle 6.1: Die Aufteilung des totalen Wirkungsquerschnitts in b -Jet-Bins. Unsere Ergebnisse auf fester Ordnung (zweite Spalte) werden mit den PYTHIA-Ergebnissen im 4FS (fünfte Spalte) für $m_H = 140$ GeV verglichen. Wir geben zudem die theoretischen Unsicherheiten von σ_{nb} bezüglich der Skalen (dritte Spalte) und bezüglich der PDFs (vierte Spalte) an. Entnommen aus Ref. [17].

| Endzustand | $\sigma_{nb}/\sigma_{\text{tot}}$ | Skalenfehler(%) | PDF-Fehler(%) | PYTHIA ($pp \rightarrow b\bar{b}H$) |
|----------------|-----------------------------------|-----------------|---------------|---------------------------------------|
| kein b -Jet | 0.519 | -7.2 +8.9 | -6.7 +7.6 | 0.511 |
| ein b -Jet | 0.426 | -8.9 +5.8 | -6.4 +6.4 | 0.387 |
| zwei b -Jets | 0.063 | -28.4 +45.5 | -4.5 +4.4 | 0.102 |

Tabelle 6.2: Entspricht Tabelle 6.1, aber für $m_H = 400$ GeV. Entnommen aus Ref. [17].

Für den Vergleich der p_T - und y -Verteilungen des härtesten Bottom-Jets verweisen wir auf Ref. [17, Kap. 12.3.6].

6.2.4 Schlussfolgerungen

In den letzten drei Kapiteln wurde die erste Studie höherer Ordnungen des H +Jet-Wirkungsquerschnitts in der Bottom-Annihilation aus Ref. [201, 202] präsentiert. Zu Beginn wurden die p_T^H - und y^H -Verteilung des Higgsteilchens auf NLO analysiert und anschließend der NNLO-Wirkungsquerschnitt mit p_T^H -Veto berechnet.

Die Higgs+Jet-Wirkungsquerschnitte haben wir unter zwei Gesichtspunkten betrachtet. Einerseits wurde der Wirkungsquerschnitt in Jet-Bins aufgeteilt, wobei die Sorte der Partonen irrelevant ist, welche den jeweiligen Jet erzeugt. Andererseits haben wir Bins bezüglich der Bottom-Jets im Endzustand differenziert. Dabei werden alle Jets als Bottom-Jets definiert, die aus mindestens einem Bottom-Quark bestehen. Es wurde außerdem die Verteilungen des härtesten Jets diskutiert.

Wir haben herausgestellt, dass die optimale Wahl der Renormierungs- und Faktorisierungsskala sehr von der betrachteten Observablen abhängt. Während $\mu_R = m_H$ und $\mu_F = m_H/4$ in der Region $p_T^H = 0$ die bevorzugte Wahl zu sein scheint, führt bei zusätzlichen Partonen im Endzustand $\mu_R = \mu_F = m_H/4$ zu beständigen Ergebnissen.

Letztere ist die bessere Wahl, sobald verschiedene differentielle Observablen betrachtet werden, weil sie für alle zu hinreichend konsistenten Ergebnissen zwischen den verschiedenen Ordnungen führt. Höhere Ordnungen des H +Jet-Wirkungsquerschnitts in der Bottom-Annihilation zeigen eine deutlich reduzierte Skalenabhängigkeit.

Die präsentierten Vorhersagen gelten für den LHC und wurden mit realistischen Parametern berechnet. Daher sind sie bei experimentellen Analysen direkt anwendbar. Alle Wirkungsquerschnitte für andere Parameter lassen sich mit dem unveröffentlichten Programm `bb-H+jet` erzeugen, welches auf Anfrage gerne zur Verfügung gestellt wird.

- Kapitel 7 -

Kleiner Transversalimpuls und Resummierung

7.1 GLUONFUSION BIS LO+NLL

Der Verlauf der Transversalimpulsverteilung des Higgsteilchens, dazu zählt insbesondere die Position des Maximums der Kurve, ist abhängig von der betrachteten Theorie und den verwendeten Parametern. Sie ist daher eine zentrale differentielle Observable, um den Parameterraum einer Theorie einzugrenzen und wenn möglich mit Hilfe weiterer Observablen eine Theorie auszuschließen. Daher berechnen wir in diesem und im folgenden Abschnitt die resummierte p_T -Verteilung im MSSM, nachdem wir diese in Kap. 4.2.2 bereits für das SM mit voller Massenabhängigkeit bestimmt haben. Im MSSM liefert der Prozess der Gluonfusion vor allem für kleine $\tan\beta$ einen wesentlichen Beitrag zur Transversalimpulsverteilung. Ref. [131] verwendet die POWHEG-Methode [137, 138] in Verbindung mit dem PYTHIA-Partonenschauer [153, 154], um die resummierte p_T -Verteilung für die Higgsproduktion in Gluonfusion im MSSM zu berechnen.

In diesem Abschnitt berechnen wir die Transversalimpulsverteilung im MSSM im Rahmen analytischer p_T -Resummierung bis LO+NLL. Die Rechnung ist analog zu der im SM in Kap. 4.2.2. Wir verwenden im Wesentlichen das gleiche Programm, welches wir in Abschn. 4.2.2.2 beschrieben haben. Zusätzlich müssen jedoch die SM-Amplituden und -Kopplungen durch selbige im MSSM ersetzt werden. Dazu wird das Programm `SusHi` [152, 228] verwendet. Genauer gesagt verlinken wir die entsprechenden Amplituden in `SusHi` mit unserem Programm. Die Kopplungen und Massen berechnet `SusHi` dabei durch einen weiteren Link zu `FeynHiggs` [216–221].

Das so erhaltene Programm zur Resummierung des Transversalimpulses im MSSM wurde auf ähnliche Weise wie in Kap. 4.2.2 überprüft. Einerseits stimmt die Resummierung weiterhin in der effektiven Theorie einer unendlich schweren Quark-Masse mit `HqT` [87, 123, 125] überein und andererseits für das SM mit den Ergebnissen des ursprünglichen Programms. Die LO-Transversalimpulsverteilung haben wir zudem

gegen die Ergebnisse von **SusHi** überprüft. Zuletzt haben wir uns die Unitaritätsvorgabe des verwendeten Formalismus zunutze gemacht: Das Integral des resummierten Wirkungsquerschnitts über alle p_T reproduziert den totalen Wirkungsquerschnitt mit Abweichungen im Promillebereich, wobei der Vergleichswert mit **SusHi** berechnet wurde. Auf diese Weise haben wir ebenfalls die μ_R - und μ_F -Abhängigkeit überprüft sowie die Unabhängigkeit des Integrals bzw. des totalen Wirkungsquerschnitts von der Resummierungsskala Q_{res} .

Für die Ergebnisse, welche wir im Folgenden präsentieren, werden die Inputparameter aus Abschn. 4.2.2.3 verwendet. Zudem sind die MSSM-Parameter durch das m_h^{max} -Szenario [214, 215] bestimmt und wir wählen $\tan\beta = 5$ und $\tan\beta = 30$. Unsere Resultate gelten für das leichte MSSM-Higgsboson (h^0) mit einer Masse von $m_h = 125$ GeV.

Bevor wir zu den Ergebnissen kommen, wollen wir noch einmal an die Problematik bezüglich der Resummierungsskala des Bottom-Beitrags in Kap. 4.2.2 erinnern. Weil im Bottom-Beitrag sowohl die Skala m_h als auch m_b auftritt, ist die Wahl von Q_{res} , welche große Auswirkungen auf die Resummierung hat, nicht eindeutig. Genauer gesagt ist nicht klar, inwieweit der verwendete Resummierungsformalismus für den Bottom-Beitrag gültig ist. Im SM sind die Bottom-Effekte relativ gering ($\approx 10\%$) und ebenso die damit verbundene Unsicherheit. Im MSSM hingegen kann die Bottom-Schleife den wesentlichen Teil zum Wirkungsquerschnitt liefern. Ref. [229] schlägt vor im SM bei allen Beiträgen, in denen die Bottom-Schleife involviert ist, $Q_{\text{res}} \sim m_b$ zu wählen und sonst $Q_{\text{res}} \sim m_H$. Eine andere Möglichkeit wäre es $Q_{\text{res}} \sim m_b$ nur in der quadrierten Bottom-Amplitude zu verwenden nicht jedoch in deren Interferenztermen. Aus diesem Grund wollen wir im Folgenden die resummierte Transversalimpulsverteilung im MSSM bezüglich der Verwendung verschiedener Resummierungsskalen in verschiedenen Beiträgen analysieren.

Wir unterscheiden zwischen vier Beiträgen zum MSSM-Wirkungsquerschnitt: der Top-Beitrag (t -Beitrag), der Bottom-Beitrag (b -Beitrag), der Stop-Beitrag (st -Beitrag) und der Sbottom-Beitrag (sb -Beitrag). Mit $t+st$ -Beitrag beispielsweise meinen wir sowohl den Top- als auch den Stop-Beitrag inklusive aller zugehöriger Interferenzterme. Außerdem wählen wir im Folgenden die zwei Resummierungsskalen $Q_{\text{res}} = m_b$ und $Q_{\text{res}} = m_h/2$ für verschiedene Beiträge. Wir betrachten stets Wirkungsquerschnitte für die Summe aller Beiträge. Wenn wir z. B. sagen, der b -Beitrag wird mit $Q_{\text{res}} = m_b$ bestimmt, implizieren wir gleichzeitig, dass alle übrigen Beiträge inklusive aller entsprechenden Interferenzterme mit $Q_{\text{res}} = m_h/2$ bestimmt werden.

Abb. 7.1 zeigt die resummierte p_T -Verteilung im MSSM für (a) $\tan\beta = 5$ und (b) $\tan\beta = 30$. Es werden jeweils vier Kurven gezeigt: alle Beiträge mit $Q_{\text{res}} = m_h/2$ (rot, durchgezogen), der b -Beitrag mit $Q_{\text{res}} = m_b$ (grün, lang-gestrichelt), nur der t -Beitrag mit $Q_{\text{res}} = m_h/2$ (blau, kurz-gestrichelt) und der $t+st+sb$ -Beitrag mit $Q_{\text{res}} = m_h/2$. Für $\tan\beta = 5$ wird deutlich, dass im m_h^{max} -Szenario die Kurven keine drastischen Unterschiede aufweisen. Der Grund dafür ist, dass ähnlich wie im SM die Top-Schleife den dominanten Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefert. Zudem sind

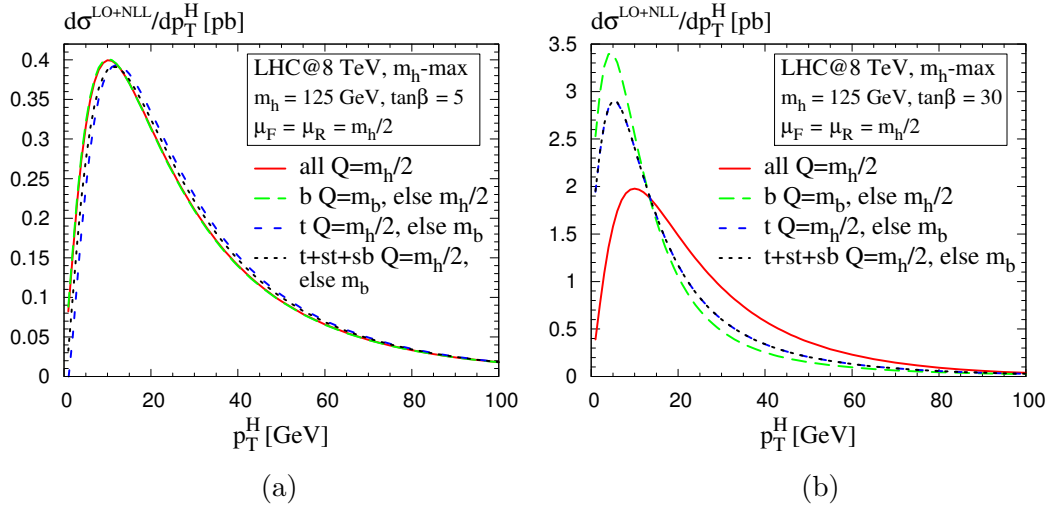


Abbildung 7.1: Resummierte p_T -Verteilung bis LO+NLL in der Gluonfusion im MSSM für das m_h^{\max} -Szenario [214, 215] mit (a) $\tan\beta = 5$ und (b) $\tan\beta = 30$.

der st - und sb -Beiträge sehr gering. Der erkennbare Unterschied zwischen den ersten beiden Kurven (rot, durchgezogen und grün, lang-gestrichelt) zu den letzteren beiden (blau, kurz-gestrichelt und schwarz, gepunktet) ist vorwiegend durch die Skala des Interferenzterms zwischen Top- und Bottom-Schleife begründet. Dadurch wird das Maximum der Kurve um etwa 2-3 GeV verschoben.

Für $\tan\beta = 30$ in Abb. 7.1 (b) sind die Unterschiede jedoch drastischer. Während die Squark-Beiträge wiederum klein sind¹, hängt der Wirkungsquerschnitt stark von Wahl der Resummierungsskala im b -Beitrag und dessen Interferenztermen ab. Welche dieser Kurven der physikalischen Kurve am ähnlichsten ist, müssen wir an dieser Stelle offen lassen.

Im SM in Kap. 4.2.2 wurde in Abb. 4.17 gezeigt, dass der relative Wirkungsquerschnitt normiert auf die effektive Theorie eine geringe Abhängigkeit von der Resummierungsskala hat. Daraus wurde gefolgert, dass eine Gewichtung des Wirkungsquerschnitts gemäß Gl. (4.9) eine geringe Abhängigkeit von der Skala Q' haben würde. Diese Aussage wollen wir nun ebenfalls für das MSSM überprüfen. Die analoge Formulierung von Gl. (4.9) im MSSM ist durch

$$\frac{d\sigma}{dp_T} = \frac{d\sigma_{\text{htl}}^{\text{NLO+NNLL}}(Q)}{dp_T} \cdot \left(\frac{d\sigma_{t+b+st+sb}^{\text{LO+NLL}}(Q')/dp_T}{d\sigma_{\text{htl}}^{\text{LO+NLL}}(Q')/dp_T} \right) \quad (7.1)$$

gegeben.

¹Die blau, lang-gestrichelte Kurve ist fast identisch zur schwarz, gepunkteten.

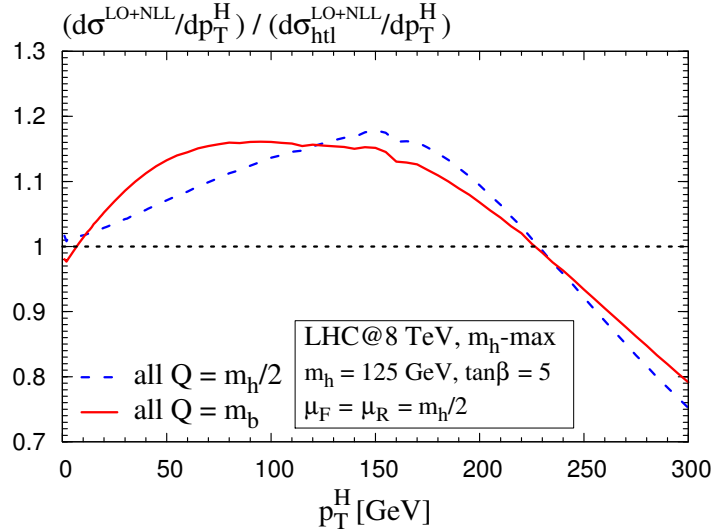


Abbildung 7.2: LO+NLL-Transversalimpulsverteilung für $Q_{\text{res}} = m_h/2$ und $Q_{\text{res}} = m_b$ im m_h^{max} -Szenario [214, 215] des MSSMs mit $\tan\beta = 5$ normiert auf die effektive Theorie mit entsprechender Resummierungsskala. Gleicher Plot wie Abb. 4.17, aber für das MSSM.

Abb. 7.2 zeigt den Plot in Abb. 4.17 für das MSSM im m_h^{max} -Szenario mit $\tan\beta = 5$. Es ist eine Kurve für $Q_{\text{res}} = m_h/2$ gegeben (rot, durchgezogen) und eine für $Q_{\text{res}} = m_b$ (blau, gestrichelt), wobei jede Kurve auf die resummierte p_T -Verteilung in der effektiven Theorie unter Verwendung der jeweiligen Resummierungsskala normiert ist. Es wird deutlich, dass es eine hohe Ähnlichkeit des Verlaufs der Kurven im SM und im MSSM gibt. Das liegt daran, dass die Top-Schleife im MSSM für $\tan\beta = 5$ dominant ist, und somit die relativen Beiträge eine ähnliche Struktur wie im SM aufweisen.

Für $\tan\beta = 30$ finden wir einen anderen Verlauf der Kurven, siehe Abb. 7.3. Die Werte der relativen Kurven liegen für alle p_T unterhalb von eins und nehmen mit steigendem p_T deutlich ab. Es ist erstaunlich, dass die Kurven für $Q_{\text{res}} = m_h/2$ (rot, durchgezogen) und $Q_{\text{res}} = m_b$ (blau, gestrichelt) im Falle kleiner Transversalimpulse relativ gut miteinander übereinstimmen, obwohl der Bottom-Beitrag den Wirkungsquerschnitt für $\tan\beta = 30$ dominiert. Für $p_T < 100$ sind die Abweichungen $\lesssim 20\%$. Verglichen mit den riesigen Unterschieden in Abb. 7.1 (b) ist die Abhängigkeit der relativen Kurven in Abb. 7.3 von der Resummierungsskala gering. Daraus folgern wir, dass die Gewichtung in Gl. (7.1) ebenfalls im MSSM eine relativ geringe Abhängigkeit von der Skala Q' für $p_T < 100$ GeV aufweist. Die Problematik an dieser Stelle ist jedoch, dass anders als im Standardmodell die Wahl der Skala $Q \sim m_h$ in Gl. (7.1) in diesem Falle nicht zwangsläufig die richtige ist. Zudem gilt aufgrund der Tatsache, dass der

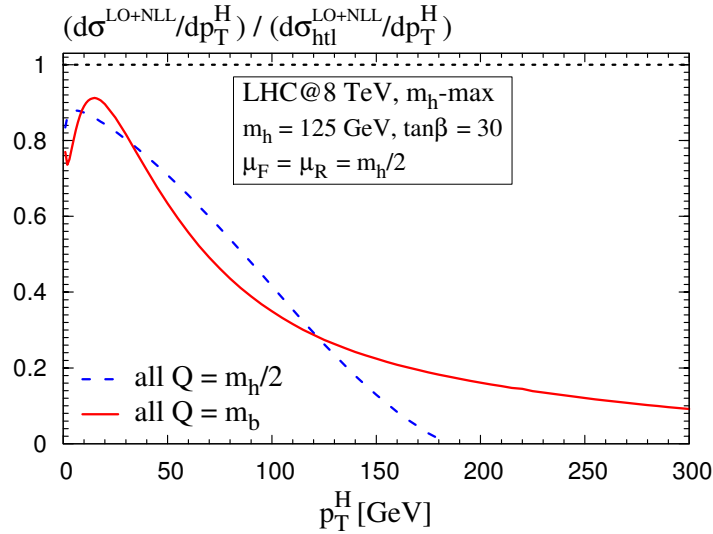


Abbildung 7.3: Gleicher Plot wie in Abb. 7.2, aber für $\tan\beta = 30$.

Bottom-Beitrag für $\tan\beta = 30$ dominant ist, die effektive Theorie nicht mehr.

Abschließend wollen wir aber noch auf einen Umstand hinweisen, der die gefundenen Diskrepanzen zumindest in gewisser Weise relativiert. Die Problematik bezüglich des Bottom-Beitrags hat erst für große $\tan\beta$ drastische Ausmaße. In diesem Parameterbereich wird jedoch auch die assoziierte Produktion des Higgsteilchens mit Bottom-Quarks wichtig. Beim totalen inklusiven Wirkungsquerschnitt dominiert diese für $\tan\beta \sim 30$ den Wirkungsquerschnitt in Gluonfusion sogar deutlich. Das bedeutet, dass sich die Unsicherheit auf die p_T -Resummierung durch den Bottom-Beitrag in der Gluonfusion durch Berücksichtigung der Higgsproduktion in Bottom-Annihilation relativieren könnte. Dies bleibt in weitergehenden Studien zu analysieren.

Im kommenden Abschnitt zeigen wir erste Ergebnisse der Transversalimpulsresummierung auf NLO+NNLL im Higgsproduktionsprozess der Bottom-Annihilation.

7.2 BOTTOM-ANNIHILATION BIS NLO+NNLL

Im MSSM ist die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation für einen Großteil des Parameterraums ebenso wichtig wie die Gluonfusion und teilweise dominant. Dies gilt insbesondere für hohe Werte des Parameters $\tan\beta$. Daher wollen wir die p_T -Resummierung des Higgsteilchens im MSSM, welche wir im vorigen Abschnitt für den Prozess der Gluonfusion vorgestellt haben, durch die Resummierung im Prozess der Bottom-Annihilation vervollständigen. Letztere ist im 5FS bis LO+NLL bekannt [206].

Im Folgenden werden wir die ersten Resultate für die Transversalimpulsresummierung der Higgsproduktion in Bottom-Annihilation auf NLO+NNLL im 5FS vorstellen. Dabei beschränken wir uns jedoch auf Ergebnisse für den partonischen Hauptkanal, den $b\bar{b}$ -Kanal, welcher die komplizierteste Struktur aller Kanäle aufweist. Ohne die anderen Kanäle bleiben die Ergebnisse in diesem Abschnitt jedoch vorerst unphysikalisch.

Zunächst müssen wir dafür jedoch die bisher unbekannte hart-kollineare Funktion zweiter Ordnung $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow b\bar{b}}^{\bar{b}bH(2)}$ für die Higgsproduktion in Bottom-Annihilation bestimmen. Diese ist nur für zwei Prozesse bekannt: für die Higgsproduktion in Gluonfusion in der effektiven Theorie [89] und für den Drell-Yan-Prozess [91]. Zur numerischen Berechnung von $\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow b\bar{b}}^{\bar{b}bH(2)}$ folgen wir dem Vorgehen in Kap. 3.3.1. Dazu verwenden wir Gl. (3.41), welche die Unitaritätsvorgabe auf NNLO darstellt

$$\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 z \sigma_{b\bar{b}}^{(0)} \mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow b\bar{b}}^{\bar{b}bH(2)} = \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(2)\text{tot}} - \int_0^{p_{T,\text{max}}^2} dp_T^2 \left(\left[\frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{NLO}} - \left[\frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{LO}} \right) \quad (7.2)$$

und die Form der hart-kollinearen Funktion zweiter Ordnung, deren z -Abhängigkeit im Wesentlichen mit der des Drell-Yan-Prozesses übereinstimmt (vgl. Gl. (3.46))

$$\mathcal{H}_{b\bar{b}\leftarrow b\bar{b}}^{\bar{b}bH(2)} = H_b^{\bar{b}bH(2)} \delta(1-z) + 6 C_F C_{qq}^{(1)}(z) + \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow q\bar{q}}^{DY(2)}(z). \quad (7.3)$$

$C_{qq}^{(1)}$ entnehmen wir Gl. (3.47) und $\mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow q\bar{q}}^{DY(2)}$ Ref. [91, Gl. (23)]. Weil der Koeffizient $H_b^{\bar{b}bH(2)}$ eine Konstante bzw. proportional zu $\delta(1-z)$ ist, können wir ihn mit Hilfe von Gl. (7.2) numerisch bestimmen. Dabei wird keine Approximation gemacht. Weil sich die Delta-Funktion jedoch numerisch nicht implementieren lässt, müssen wir Gl. (7.2) zunächst über z integrieren. Dabei bietet es sich an den hadronischen Wirkungsquerschnitt aus der Faltung über die PDFs zu bilden:

$$\begin{aligned} & H_b^{\bar{b}bH(2)} \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 \sigma_{b\bar{b}}^{(0)} [z f_b^A] \otimes [z f_b^B] \otimes \delta(1-z) \\ &= \sigma_{b\bar{b}}^{(2)\text{tot}} - \int_0^{p_{T,\text{max}}^2} dp_T^2 \left(\left[\frac{d\sigma_{b\bar{b}}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{NLO}} - \left[\frac{d\sigma_{b\bar{b}}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{LO}} \right) \\ & \quad - \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 \sigma_{b\bar{b}}^{(0)} [z f_b^A] \otimes [z f_b^B] \otimes [6 C_F C_{qq}^{(1)}(z) + \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow q\bar{q}}^{DY(2)}(z)] \\ \Leftrightarrow & H_b^{\bar{b}bH(2)} = \left\{ \sigma_{b\bar{b}}^{(2)\text{tot}} - \int_0^{p_{T,\text{max}}^2} dp_T^2 \left(\left[\frac{d\sigma_{b\bar{b}}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{NLO}} - \left[\frac{d\sigma_{b\bar{b}}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{LO}} \right) \right. \\ & \quad \left. - \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 \sigma_{b\bar{b}}^{(0)} [z f_b^A] \otimes [z f_b^B] \otimes [6 C_F C_{qq}^{(1)}(z) + \mathcal{H}_{q\bar{q}\leftarrow q\bar{q}}^{DY(2)}(z)] \right\} \\ & \quad \frac{1}{\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 \sigma_{b\bar{b}}^{(0)} [z f_b^A] \otimes [z f_b^B] \otimes \delta(1-z)}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Wir verwenden dabei die verkürzte Schreibweise für die Faltung über die PDFs (vgl. Kap. A.1). Den NNLO-Term des totalen Wirkungsquerschnitts entnehmen wir Ref. [92]. Der endliche Wirkungsquerschnitt $[d\sigma^{\text{fin.}}/dp_T^2]_{\text{f.o.}}$ setzt sich aus der f.o.-Transversalimpulsverteilung $d\sigma^{\text{f.o.}}/dp_T^2$ und den f.o.-Logarithmen $[d\sigma^{\text{logs}}/dp_T^2]_{\text{f.o.}}$ zusammen (vgl. Kap. 3.3.1). Für die p_T -Verteilung bis NLO verwenden wir die analytischen Ergebnisse aus Ref. [93]. Die f.o.-Logarithmen berechnen wir gemäß Gl. (B.39). Numerisch folgt aus Gl. (7.4)

$$H_b^{b\bar{b}(2)} = 10.47 \pm 0.08, \quad (7.5)$$

wobei der Fehler der numerischen Unsicherheit der Prozedur entspricht. Damit ergibt sich die hart-kollineare Funktion für den $b\bar{b}$ -Kanal zu:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{b\bar{b} \leftarrow b\bar{b}}^{b\bar{b}H(2)} &= 10.47 \delta(1-z) + C_A C_F \left\{ \left(\frac{59\zeta_3}{18} - \frac{1535}{192} + \frac{215\pi^2}{216} - \frac{\pi^4}{240} \right) \delta(1-z) \right. \\ &+ \left(\frac{7\zeta_3}{2} - \frac{101}{27} \right) \left[\frac{1}{1-z} \right]_+ - (z^2 + 1) \frac{\text{Li}_3(z) - \zeta_3}{z-1} + \frac{z^2 + 1}{1-z} \left(-\frac{\text{Li}_3(1-z)}{2} \right. \\ &- \frac{1}{2} \text{Li}_2(z) \ln(z) - \frac{1}{2} \ln(1-z) (-\text{Li}_2(1-z) - \ln(1-z) \ln(z)) - \frac{1}{24} \ln^3(z) \\ &- \left. \frac{1}{2} \ln^2(1-z) \ln(z) \right) + (1-z) \left(\frac{\text{Li}_2(z)}{2} + \frac{1}{2} \ln(1-z) \ln(z) \right) \\ &+ \frac{1}{1-z} \left(\frac{1}{48} (z^2 - 12z - 11) \ln^2(z) - \frac{1}{36} (83z^2 - 36z + 29) \ln(z) \right) \\ &- \left. \frac{7}{4} (z+1) \zeta_3 + \frac{1}{8} \pi^2 (z-1) + \frac{z+100}{27} + \frac{1}{4} z \ln(1-z) \right\} \\ &+ C_F^2 \left\{ \frac{1}{4} \left(-15\zeta_3 - \frac{257}{16} + \frac{5\pi^2}{12} + \frac{17\pi^4}{45} \right) \delta(1-z) \right. \\ &+ \frac{5(z^2 + 1)}{2} \frac{\text{Li}_3(z) - \zeta_3}{(z-1)} + \frac{z^2 + 1}{1-z} \left(\frac{\text{Li}_3(1-z)}{2} - \frac{1}{2} \text{Li}_2(1-z) \ln(1-z) \right. \\ &+ \frac{3}{2} \text{Li}_2(z) \ln(z) + \frac{1}{4} \ln(z) \ln^2(1-z) + \frac{1}{4} \ln^2(z) \ln(1-z) \Big) \\ &+ (1-z) \left(-\text{Li}_2(z) - \frac{3}{2} \ln(1-z) \ln(z) + \frac{2\pi^2}{3} - \frac{29}{4} \right) \\ &+ \frac{1}{1-z} \left(\frac{1}{8} (-2z^2 + 2z + 3) \ln^2(z) + \frac{1}{4} (17z^2 - 13z + 4) \ln(z) \right) \\ &- \left. 3(1-z) + \frac{1}{24} (z+1) \ln^3(z) - \frac{1}{4} z \ln(1-z) \right\} \\ &+ C_F n_f \left\{ \frac{14}{27} \left[\frac{1}{1-z} \right]_+ + \frac{1}{864} (192\zeta(3) + 1143 - 152\pi^2) \delta(1-z) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left. \frac{(z^2 + 1) \ln(z)(3 \ln(z) + 10)}{72(1 - z)} + \frac{1}{108}(-19z - 37) \right\} \\
& + C_F \left\{ \frac{(1 - z)}{z} (2z^2 - z + 2) \left(\frac{\text{Li}_2(z)}{6} + \frac{1}{6} \ln(1 - z) \ln(z) - \frac{\pi^2}{36} \right) \right. \\
& + \frac{(1 - z)(136z^2 - 143z + 172)}{216z} - \frac{1}{48} (8z^2 + 3z + 3) \ln^2(z) \\
& \left. + \frac{1}{36} (32z^2 - 30z + 21) \ln(z) + \frac{1}{24} (z + 1) \ln^3(z) \right\}. \tag{7.6}
\end{aligned}$$

Als Überprüfung der verwendeten Prozedur haben wir für die hart-kollineare Funktion des gg -Kanals $\mathcal{H}_{bb \leftarrow gg}^{bbH(2)}$ in Gl. (3.53) eine analoge Beziehung zu Gl. (7.4) aufgestellt:

$$\begin{aligned}
0 = \sigma_{gg}^{(2) \text{ tot}} - \int_0^{p_T^2, \text{max}} dp_T^2 \left(\left[\frac{d\sigma_{gg}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{NLO}} - \left[\frac{d\sigma_{gg}^{\text{fin.}}}{dp_T^2} \right]_{\text{LO}} \right) \\
- \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \sigma_{gg}^{(0)} [zf_g^A] \otimes [zf_g^B] \otimes \left[\mathcal{H}_{bb \leftarrow gg}^{bbH(2)}(z) \right]. \tag{7.7}
\end{aligned}$$

Diese Beziehung konnten wir numerisch bis zu einer Genauigkeit von 10^{-5} nachweisen. Daraus folgern wir, dass die verwendete Vorgehensweise zulässig ist.

Damit sind alle Informationen zur Resummierung des Transversalimpulses auf NLO+NNLL im Prozess der Bottom-Annihilation bekannt. Abb. 7.4 zeigt erste Resultate für die Implementierung bb -Kanals. Dabei haben wir numerisch überprüft, dass das Integral dieser Kurve über alle p_T bis in den Promillebereich mit dem totalen Wirkungsquerschnitt übereinstimmt. Dies validiert die verwendete hart-kollineare Funktion $\mathcal{H}_{bb \leftarrow bb}^{(2)}$ aus Gl. (7.6), welche wir zuvor bestimmt haben. Auf dieselbe Weise haben wir einerseits die μ_R - und μ_F -Abhängigkeit unserer Implementierung überprüft und andererseits nachgewiesen, dass das Integral über alle p_T unabhängig von Q_{res} ist. In Abb. 7.4 werden die folgenden Inputparameter verwendet:

- LHC @ 8 TeV Schwerpunktsenergie,
- $m_H = 125$ GeV,
- NNLO-PDFs von MSTW2008 [42] mit $\alpha_s(M_Z) = 0.11707$,
- $\mu_R = m_H$, $\mu_F = m_H/4$ und $Q_{\text{res}} = m_H/10$,
- Startwert $m_b(m_b) = 4.2$ GeV [209] zur Bestimmung der Bottom- $\overline{\text{MS}}$ -Masse $m_b(\mu_R)$.
- Das Ergebnis gilt für das SM, jedoch können wir analog zu Kap. 6.2 den Wirkungsquerschnitt im MSSM durch Umgewichtung der Bottom-Yukawa approximieren [198, 205].

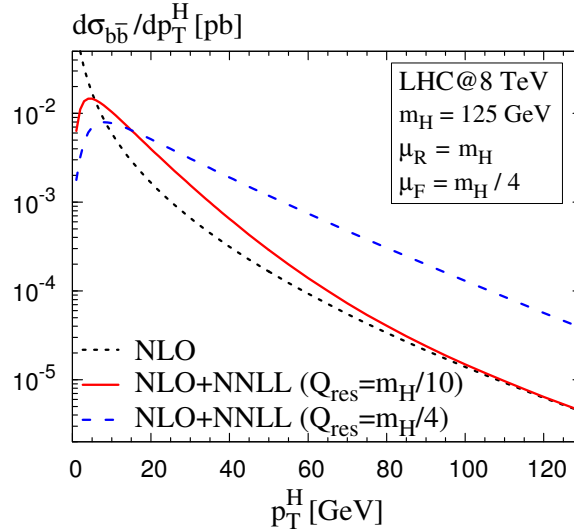


Abbildung 7.4: Transversalimpulsverteilung des Higgsteilchens im Produktionsprozess der Bottom-Annihilation für den $b\bar{b}$ -Kanal auf NLO (schwarz, gepunktet) und auf NLO+NNLL mit $Q_{\text{res}} = m_H/10$ (rot, durchgezogen) und $Q_{\text{res}} = m_H/4$ (blau, gestrichelt).

Die Skalenwahl $\mu_F = m_H/4$ und $\mu_R = m_H$ hat folgende Motivation: In Ref. [230, Abb. 18 (b)] wird gezeigt, dass beim totalen Wirkungsquerschnitt für Skalen in diesem Bereich der $b\bar{b}$ -Kanal dominant ist und alle anderen partonischen Kanäle nahezu verschwinden. Zwar gilt dieser Zusammenhang in der Regel nicht für differentielle Wirkungsquerschnitte, jedoch muss dies aufgrund der Unitaritätsvorgabe zumindest für das Integral des resummierten Wirkungsquerschnitts gelten. Die verwendete Skalenwahl ist damit die beste Möglichkeit ein Ergebnis zu erhalten, das möglichst gut mit dem physikalischen Resultat übereinstimmt, bei dem die weiteren partonischen Kanäle berücksichtigt werden.

Die resummierte Kurve mit $Q_{\text{res}} = m_H/10$ (rot, durchgezogen) in Abb. 7.4 zeigt das erwartete Verhalten. Sie wird endlich im Limes $p_T \rightarrow 0$ und hat ein Maximum bei kleinen p_T . Zum Vergleich wird die NLO-Kurve (schwarz, gepunktet) gezeigt, welche für $p_T \rightarrow 0$ divergiert. Für große p_T geht die resummierte Kurve in die NLO-Kurve über. Dafür mussten wir jedoch Q_{res} deutlich unterhalb von m_H wählen. Für $Q_{\text{res}} \sim m_H$ ergeben sich riesige Effekte auch für große Transversalimpulse. Daher haben wir ebenfalls die NLO+NNLL-Verteilung mit $Q_{\text{res}} = m_H/4$ (blau, gestrichelt) in Abb. 7.4 aufgetragen, welche dieses Verhalten bereits aufweist. Die Frage, ob große Resummierungseffekte bei großen p_T eine generelle Eigenschaft der Higgsproduktion in Bottom-Annihilation ist oder nur Q_{res} deutlich kleiner als die Higgsmasse eine vernünftige Wahl für diesen Prozess darstellt, können wir an dieser Stelle nicht

beantworten. Es wird interessant sein dieses Verhalten unter Berücksichtigung aller partonischen Kanäle zu untersuchen.

Schlussfolgerungen

Diese Arbeit behandelt Präzisionsvorhersagen für Wirkungsquerschnitte der wichtigsten Mechanismen der hadronischen Higgsproduktion im SM (Teil II) und MSSM (Teil III). Dabei stehen differentielle Observablen im Mittelpunkt.

Zunächst beschäftigt sich Kap. 4 mit der Higgsproduktion im SM durch die Fusion zweier Gluonen. Dieser Prozess wird durch eine Quark-Schleife induziert. In diesem Zusammenhang wurden die Masseneffekte schwerer Quarks auf differentielle Wirkungsquerschnitte analysiert.

In Abschn. 4.2 wurde die Qualität der effektiven Theorie der Gluonfusion für die H +Jet-Produktion auf NLO überprüft. Dazu haben wir die ersten beiden Terme der $1/m_t^2$ -Entwicklung des H +Jet-Wirkungsquerschnitts bis NLO berechnet und ihre Auswirkungen auf kinematische Verteilungen des Higgsbosons diskutiert. Die Ergebnisse für die K -Faktoren des semi-inklusive Wirkungsquerschnitts, der Transversalimpuls- und der Rapiditätsverteilung zeigen, dass die Gewichtung der LO-Rate mit den jeweiligen K -Faktoren eine exzellente Approximation des exakten NLO-Wirkungsquerschnitts darstellt. Die Unsicherheit dieser Prozedur liegt im Bereich von 2-3% für Observablen, welche über p_T integriert werden, und die Transversalimpulsverteilung für $p_T < 150$ GeV.

Außerdem haben wir die Masseneffekte auf die resummierte Transversalimpulsverteilung berechnet. Dazu wurde die p_T -Verteilung des Higgsteilchens bis LO+NLL im Prozess der Gluonfusion mit voller Abhängigkeit von Top- und Bottom-Masse bestimmt. Ähnlich wie für den H +Jet-Wirkungsquerschnitt sind die Effekte einer endlichen Top-Masse auf den Wirkungsquerschnitt im Vergleich zur effektiven Theorie sehr gering. Sie sind kleiner als 0.5% für $p_T < 50$ GeV und kleiner als 4.5% für $p_T < 150$ GeV. Die Berücksichtigung der Bottom-Schleife ergibt Beiträge zum Wirkungsquerschnitt in der Größenordnung von 10%. Aufgrund der Hierarchie der Skalen im Bottom-Beitrag (Bottom-Masse, Higgsmasse, p_T) ist sowohl die angemessene Wahl der Resummierungsskala als auch die Gültigkeit des verwendeten Resummierungsformalismus fraglich. Dies könnte die Ursache der beobachteten Diskrepanzen des Vergleichs mit einer ähnlichen Studie sein, welche die Masseneffekte der Transversalimpulsverteilung mittels des POWHEG+PYTHIA-Partonenschauers berechnet [131].

Die Gültigkeit dieser Methode für den Bottom-Beitrag ist ebenfalls nicht geklärt. Wenn man hingegen nur die Top-Schleife berücksichtigt, tritt dieses Problem nicht auf und beide Methoden führen zu kompatiblen Ergebnissen.

In Kap. 5 haben wir bisher nicht berücksichtigte Beiträge zum totalen Wirkungsquerschnitt des Higgsstrahlungsprozesses berechnet, welche von der Ordnung $\alpha_s^2 g^3 y_t$ sind. Bei diesen Beiträgen wird das Higgsteilchen von einer geschlossenen Top-Schleife abgestrahlt. Deren Einfluss auf den totalen Wirkungsquerschnitt liegt im Bereich von 1% bis 3% Prozent und ist damit kleiner als die theoretischen Unsicherheiten dieser Größe. Sie können daher bis auf Weiteres vernachlässigt werden. Sollte sich die Tendenz jedoch fortsetzen, dass sich die Genauigkeit der Vorhersage des totalen Wirkungsquerschnitts weiter verbessert, so werden diese Terme relevant.

Der dritte Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit den zwei wichtigsten Produktionsmechanismen des Higgsbosons im MSSM. Zunächst wurde in Kap. 6.2 eine ausführliche Studie des H +Jet-Wirkungsquerschnitts auf NLO der assoziierten Produktion des Higgs mit Bottom-Quarks im 5FS durchgeführt. Dazu haben wir eine Vielzahl differentieller und exklusiver Observablen betrachtet: die p_T - und y -Verteilung des Higgsteilchens und der zugehörigen Jets, den Wirkungsquerschnitt mit p_T^H -Veto, die Aufteilung des Wirkungsquerschnitts in n -Jet-Bins und in n -Bottom-Jet-Bins, jeweils für $n = 0/1/2$ auf NNLO/NLO/LO. Außerdem wurde die Variation des Wirkungsquerschnitts bezüglich der Renormierungs- und Faktorisierungsskala analysiert und gezeigt, dass für differentielle Observablen $\mu_R = \mu_F = m_H/4$ zu konsistenten Ergebnissen führt, während beim totalen Wirkungsquerschnitt in der Regel $\mu_R = m_H$ und $\mu_F = m_H/4$ gewählt wird. Abschließend haben wir unsere Vorhersagen für den Higgswirkungsquerschnitt mit $n = 0/1/2$ Bottom-Jets im Endzustand mit denen des PYTHIA-Partonenschauers verglichen und sehr gute Übereinstimmung gefunden.

Kap. 7 behandelt die Transversalimpulsresummierung im MSSM. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels haben wir die resummierte p_T -Verteilung der Higgsproduktion in Gluonfusion bis LO+NLL im MSSM berechnet. Kleine $\tan\beta$ führen zu ähnlichen Ergebnissen wie im SM. Für große $\tan\beta$ wird der Bottom-Beitrag dominant. Die Probleme bei der Resummierung dieses Beitrags, welche für kleine $\tan\beta$ und im SM noch unterdrückt sind, führen zu riesigen Unsicherheiten auf den resummierten Wirkungsquerschnitt. Weil in diesem Parameterbereich jedoch die assoziierte Produktion des Higgs mit Bottom-Quarks dominant wird, bleibt es zu überprüfen, wie stark sich diese Unsicherheiten auf die Vorhersage der p_T -Verteilung im MSSM auswirken.

Die abschließend in Abschn. 7.2 behandelte Transversalimpulsresummierung des Higgsteilchens, welches in Bottom-Annihilation produziert wird, bildet einen zentralen Aspekt dieser Arbeit. Bereits in Abschn. 3.2.1 haben wir die Berechnung der NLL-Resummierungskoeffizienten dieses Prozesses durchgeführt. In Abschn. 7.2 wurde dann die hart-kollineare Funktion des $b\bar{b}$ -Kanals als letzter fehlender Koeffizient zur vollständigen NNLL-Resummierung bestimmt, welcher bisher nur für zwei Prozesse bekannt war. Damit konnten wir die erste resummierte p_T -Verteilung auf NLO+NNLL des $b\bar{b}$ -Kanals im Prozess der Bottom-Annihilation bestimmen.

- Anhang A -

Grundlagen perturbativer QCD

A.1 MASSENFAKTORISIERUNG¹

Die kollinearen Divergenzen durch die Spaltung eines Eingangspartons sind sowohl in der reellen Abstrahlung als auch in den PDFs enthalten. Das kommt daher, dass die Abstrahlung eines Gluons, welche auf der partonischer Ebene berücksichtigt wird, ebenso innerhalb des Protons stattfinden kann. Die kollinearen Divergenzen im Anfangszustand der reellen Abstrahlung müssen sich mit den Divergenzen der PDFs genau wegheben, da der hadronische NLO-Wirkungsquerschnitt endlich ist. Die Divergenzen der PDFs werden in Form des kollinearen Counterterms zum partonischen Wirkungsquerschnitt addiert, so dass $\hat{\sigma}_{ij}$ und $f_{i/j}^{A/B}$ in Gl. (2.13) endlich sind.

Es seien der divergente partonische Wirkungsquerschnitt durch $\bar{\sigma}_{ab}$ und die divergenten PDFs durch \bar{f}_a^A bzw. \bar{f}_b^B gekennzeichnet. Der hadronische Wirkungsquerschnitt ergibt sich in Gl. (2.13) aus den endlichen Größen. Er lässt sich ebenfalls durch die Faltung von $\bar{f}_{a/b}^{A/B}$ und $\bar{\sigma}_{ab}$ schreiben:²

$$\sigma = \sum_{ab} [z\bar{f}_a^A] \otimes [z\bar{f}_b^B] \otimes \bar{\sigma}_{ab} \equiv \sum_{ij} [zf_i^A] \otimes [zf_j^B] \otimes \hat{\sigma}_{ij}, \quad (\text{A.1})$$

wobei \otimes für das Faltungsintegral steht und $a, b, i, j \in \{q, \bar{q}, g\}$ ist. Der Unterschied zwischen $\bar{\sigma}_{ab}$ und $\hat{\sigma}_{ij}$ ist der kollineare Counterterm, welcher zu letzterem addiert werden muss. Dieser ergibt sich aus der sogenannten Massenfaktorisierung, die wir im Folgenden diskutieren.

¹Dieses Kapitel ist abgesehen von wenigen Anpassungen vollständig und Wort für Wort Ref. [38] entnommen.

²Die Definition einer Faltung ist im Anhang A.3 gegeben.

Die endlichen PDFs lassen sich durch $\bar{f}_{a/b}^{A/B}$ und die Funktionen Γ_{xy} definieren:

$$[zf_i^A] = \sum_a [z\bar{f}_a^A] \otimes [z\Gamma_{ai}], \quad (\text{A.2})$$

$$[zf_j^B] = \sum_b [z\bar{f}_b^B] \otimes [z\Gamma_{bj}]. \quad (\text{A.3})$$

Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \sum_{ij} [zf_i^A] \otimes [zf_j^B] \otimes \hat{\sigma}_{ij} &= \sum_{ij} \sum_a [z\bar{f}_a^A] \otimes [z\Gamma_{ai}] \otimes \sum_b [z\bar{f}_b^B] \otimes [z\Gamma_{bj}] \otimes \hat{\sigma}_{ij} \\ &= \sum_{ab} [z\bar{f}_a^A] \otimes [z\bar{f}_b^B] \otimes \sum_{ij} [z\Gamma_{ai}] \otimes [z\Gamma_{bj}] \otimes \hat{\sigma}_{ij}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Zusammen mit Gl. (A.1) folgt

$$\begin{aligned} \sum_{ab} [z\bar{f}_a^A] \otimes [z\bar{f}_b^B] \otimes \bar{\sigma}_{ab} &= \sum_{ij} [zf_i^A] \otimes [zf_j^B] \otimes \hat{\sigma}_{ij} \\ &= \sum_{ab} [z\bar{f}_a^A] \otimes [z\bar{f}_b^B] \otimes \sum_{ij} [z\Gamma_{ai}] \otimes [z\Gamma_{bj}] \otimes \hat{\sigma}_{ij}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Daher lässt sich der divergente partonische Wirkungsquerschnitt schreiben als

$$\bar{\sigma}_{ab} = \sum_{ij} [z\Gamma_{ai}] \otimes [z\Gamma_{bj}] \otimes \hat{\sigma}_{ij}. \quad (\text{A.6})$$

Die Funktionen $\Gamma_{xy}(z)$ sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \Gamma_{xy}(z) &= \Gamma_{xy}^{(0)}(z) + \Gamma_{xy}^{(1)}(z) + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \\ &= \delta_{xy} \delta(1-z) - \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{\Gamma(1-\varepsilon)} \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\varepsilon P_{yx}(z) + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

wobei P_{yx} die Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktionen sind, welche die Spaltung eines Partons x in ein Parton y und ein weiteres Parton beschreiben und im Anhang A.2 definiert werden. Durch Umstellung der Gl. (A.6) wird der kollineare Counterterm bestimmt. Dies wird Ordnung für Ordnung in α_s durchgeführt. Es ist (vgl. Gl. (2.2))

$$\hat{\sigma}_{ij} = \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} + \hat{\sigma}_{ij}^{(1)} + \mathcal{O}(\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \cdot \alpha_s^2). \quad (\text{A.8})$$

So ergibt sich aus Gl. (A.6) auf LO:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ab}^{(0)} &= \sum_{ij} [z\Gamma_{ai}^{(0)}] \otimes [z\Gamma_{bj}^{(0)}] \otimes \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \\ &= \sum_{ij} (\delta_{ai} \delta(1-z) \otimes (\delta_{bj} \delta(1-z))) \otimes \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \\ &= \hat{\sigma}_{ab}^{(0)}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Daher gibt es auf LO keinen kollinearen Counterterm. Analog ergibt sich für den NLO-Wirkungsquerschnitt:

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}} &\equiv \bar{\sigma}_{ab}^{(0)} + \bar{\sigma}_{ab}^{(1)} = \sum_{ij} \left[z \left(\Gamma_{ai}^{(0)} + \Gamma_{ai}^{(1)} \right) \right] \otimes \left[z \left(\Gamma_{bj}^{(0)} + \Gamma_{bj}^{(1)} \right) \right] \otimes \left[z \left(\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} + \hat{\sigma}_{ij}^{(1)} \right) \right] \\
&= \sum_{ij} \left(\delta_{ai} \delta(1-z) + \left[z \Gamma_{ai}^{(1)} \right] \right) \otimes \left(\delta_{bj} \delta(1-z) + \left[z \Gamma_{bj}^{(1)} \right] \right) \\
&\quad \otimes \left(\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} + \hat{\sigma}_{ij}^{(1)} \right) \\
&= \hat{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}} + \sum_{ij} \left(\delta_{ai} \left[z \Gamma_{bj}^{(1)} \right] + \left[z \Gamma_{ai}^{(1)} \right] \delta_{bj} \right) \otimes \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} + \mathcal{O}(\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \cdot \alpha_s^2).
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Lösen wir nach dem endlichen NLO-Wirkungsquerschnitt auf, setzen die Spaltungsfunktionen gemäß Gl. (A.7) ein und bilden das Faltungsintegral, so folgt:

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}} &= \bar{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}} - \sum_{ij} \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \otimes \left(\delta_{ai} \left[z \Gamma_{bj}^{(1)} \right] + \left[z \Gamma_{ai}^{(1)} \right] \delta_{bj} \right) \\
&= \bar{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{\Gamma(1-\varepsilon)} \sum_{ij} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \hat{\sigma}_{ij}^{(0)}(x_1 p_1, x_2 p_2) \\
&\quad \left\{ \delta_{bj} \delta(1-x_2) \left[\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\varepsilon P_{ai}(x_1) \right] \right. \\
&\quad \left. + \delta_{ai} \delta(1-x_1) \left[\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\varepsilon P_{bj}(x_2) \right] \right\} \\
&= \bar{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}} + \hat{\sigma}_{ab}^C.
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Damit ist der kollineare Counterterm auf NLO bestimmt. Er eliminiert alle Divergenzen in $\bar{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}}$, so dass $\hat{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}}$ endlich wird. Die differentielle Form ergibt sich, wenn man das Phasenraumintegral ausschreibt:

$$\begin{aligned}
\int_n d\hat{\sigma}_{ab}^C &= \int_n \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{\Gamma(1-\varepsilon)} \sum_{ij} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 d\hat{\sigma}_{ij}^{(0)}(x_1 p_1, x_2 p_2) \\
&\quad \left\{ \delta_{bj} \delta(1-x_2) \left[\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\varepsilon P_{ia}(x_1) \right] \right. \\
&\quad \left. + \delta_{ai} \delta(1-x_1) \left[\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\varepsilon P_{jb}(x_2) \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Dies entspricht exakt dem Term, welcher bei der Subtraktionsmethode von Catani und Seymour [41, Gl. (6.13)] verwendet wird.³ Er wird in dieser Arbeit nicht explizit benötigt. Dennoch ist es sinnvoll den kollinearen Counterterm hinreichend zu motivieren, um dessen Verwendung bei der Berechnung des partonischen Wirkungsquerschnitts zu fundieren.

³Dabei ist zu beachten, dass wir in dieser Arbeit eine andere Konvention für die Spaltungsfunktionen verwenden als in Ref. [41]. P_{yx} hier ist gleich P_{xy} in Ref. [41] und vice versa.

A.2 ALTARELLI-PARISI-SPALTUNGSFUNKTIONEN

Die Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktionen wurden in Ref. [231–233] eingeführt und berechnet. Sie beschreiben den kollinearen Grenzfall der Spaltung eines Teilchens in zwei Teilchen. Sie sind daher in der DGLAP-Gleichung⁴ [231–235] enthalten, welche die Entwicklung der Partonverteilungen ermöglicht. Die Spaltungsfunktionen wurden mittlerweile auch auf höheren Ordnungen in α_s bestimmt (vgl. z. B. [236–245]). In dieser Arbeit werden nur die ursprünglichen Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktion auf LO explizit benötigt. Diese sind in $d = 4 - 2\varepsilon$ Dimensionen wie folgt gegeben:⁵

$$P_{qq}(z, \varepsilon) = C_F \left(2 \left[\frac{1}{1-z} \right]_+ - 1 - z + \frac{3}{2} \delta(1-z) - \varepsilon(1-z) \right), \quad (\text{A.13})$$

$$P_{gg}(z, \varepsilon) = 2C_A \left(\left[\frac{1}{1-z} \right]_+ + \frac{1}{z} - 2 + z + z^2 \right) + \frac{\beta_0}{2} \delta(1-z), \quad (\text{A.14})$$

$$P_{qg}(z, \varepsilon) = T_R \left(1 - \frac{2z(1-z)}{1-\varepsilon} \right), \quad (\text{A.15})$$

$$P_{gq}(z, \varepsilon) = C_F \left(\frac{1 + (1-z)^2}{z} - \varepsilon z \right). \quad (\text{A.16})$$

$[\dots]_+$ bezeichnet dabei die Plusdistribution der jeweiligen Funktion. Plusdistributionen werden im Anhang B.3 definiert. Es ist $C_F = 4/3$, $C_A = 3$ und $T_R = 1/2$. Die Funktionen P_{ij} beschreiben die kollineare Aufspaltung des Teilchens j in das Teilchen i und ein weiteres Teilchen x gemäß $j \rightarrow i + x$. Somit spaltet sich bei P_{qq} ein Quark in ein Quark und ein Gluon. Beim Spaltungsprozess von P_{gg} sind drei Gluonen involviert. P_{qg} entspricht dem Zerfall eines Gluons in ein Quark-Antiquark-Paar und P_{gq} der Emission eines Gluons von einer Quarklinie.

Wir definieren außerdem separat die Spaltungsfunktionen in vier Dimensionen

$$P_{ij}(z) \equiv P_{ij}(z, 0) \quad (\text{A.17})$$

und den $\mathcal{O}(\varepsilon)$ -Term durch

$$P_{qq}^\varepsilon(z) \equiv C_F(1-z), \quad (\text{A.18})$$

$$P_{gg}^\varepsilon(z) \equiv 0, \quad (\text{A.19})$$

$$P_{qg}^\varepsilon(z) \equiv -2T_R z(1-z), \quad (\text{A.20})$$

$$P_{gq}^\varepsilon(z) \equiv -C_F z. \quad (\text{A.21})$$

⁴Die DGLAP-Gleichung ist nach Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli und Parisi benannt.

⁵Diese Funktionen können als erster Term $P_{ij}^{(1)}$ einer Reihe $\sum_{l=1}^{\infty} (\alpha_s/(2\pi))^l P_{ij}^{(l)}$ aufgefasst werden. Aus historischen Gründen entwickeln wir hier bezüglich $\alpha_s/(2\pi)$ und nicht α_s/π im Gegensatz zum übrigen Teil dieser Arbeit.

A.3 FALTUNGEN UND DER MELLIN-RAUM

Die Faltung zwischen zwei Funktionen $f(z)$ und $g(z)$ wird definiert durch

$$(f \otimes g)(z) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy f(x) g(y) \delta(xy - z). \quad (\text{A.22})$$

Dies lässt sich zu

$$(f \otimes g)(z) = \int_z^1 dx f(x) g(z/x) \quad (\text{A.23})$$

vereinfachen. Beispielsweise lässt sich damit der hadronische Wirkungsquerschnitt durch Faltung des partonischen Wirkungsquerschnitts mit den PDFs ausdrücken (vgl. Anhang A.1).

Diese Integrale verkomplizieren die Struktur des hadronischen Wirkungsquerschnitts. In Formalismen zur Resummierung kinematischer Variablen, wie der Transversalimpulsresummierung in Kap. 3.1, wird daher häufig der Mellin- oder N -Raum verwendet. Im Mellin-Raum vereinfacht sich die Faltung zwischen zwei Funktionen zu einem Produkt. Um vom z -Raum⁶ zum Mellin-Raum überzugehen, müssen alle Funktionen durch ihre sogenannten N -Momente ersetzt werden, welche durch

$$f_N \equiv \int_0^1 dz z^{N-1} f(z) \quad (\text{A.24})$$

definiert sind.⁷ Die Faltung im Raum der N -Momente ist dann gegeben durch

$$(f \otimes g)_N = f_N \cdot g_N. \quad (\text{A.25})$$

Die Eigenschaft, dass die logarithmischen Terme bei der Resummierung zu allen Ordnungen exponentieren, gilt bezüglich des Mellin-Raums.

Für die explizite Berechnung von N -Momenten verweisen wir auf Ref. [246, 247].

⁶In dieser Arbeit wird stets der Mellin-Raum bezüglich $z = m_H^2/\hat{s}$ betrachtet.

⁷Es ist eine weitere analoge Definition in der Literatur zu finden: $f_N \equiv \int_0^1 dz z^N f(z)$.

- Anhang B -

Ergänzende Informationen und Berechnungen

B.1 LO- p_T -VERTEILUNG VON $b\bar{b} \rightarrow gH$

Es wird die LO- p_T -Verteilung zum partonischen Prozess $b\bar{b} \rightarrow gH$ bestimmt. Das Matrixelement zu $b(p_1)\bar{b}(p_2) \rightarrow g(p_3)H(p_4)$ kann durch die Mandelstamvariablen

$$\hat{s} \equiv (p_1 + p_2)^2 = 2 p_1 p_2, \quad (\text{B.1})$$

$$\hat{t} \equiv (p_1 - p_3)^2 = -2 p_1 p_3, \quad (\text{B.2})$$

$$\hat{u} \equiv (p_2 - p_3)^2 = -2 p_2 p_3 \quad (\text{B.3})$$

wie folgt ausgedrückt werden:¹

$$|\mathcal{M}_{b\bar{b} \rightarrow gH}|^2(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = y_b^2 \frac{1}{36} 16\pi\alpha_s C_A C_F \frac{\hat{s}^2 + m_H^4 + \varepsilon(\hat{s} - m_H^2)^2}{\hat{u}\hat{t}} \quad (\text{B.4})$$

Der partonische LO-Wirkungsquerschnitt ist nach Gl. (2.8) definiert durch

$$d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{LO}} = \frac{1}{2\hat{s}} |\mathcal{M}_{b\bar{b} \rightarrow gH}|^2(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) d\phi_2(d\hat{t}, d\hat{u}), \quad (\text{B.5})$$

wobei wir den 2-Teilchen-Phasenraum wie folgt durch die Mandelstamvariablen ausgedrückt haben:

$$d\phi_2(d\hat{t}, d\hat{u}) = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{\hat{s}} \delta(Q^2) d\hat{t} d\hat{u}. \quad (\text{B.6})$$

Dabei ist $Q^2 = \hat{s} + \hat{t} + \hat{u} - m_H^2$. Um die differentielle p_T -Verteilung $d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}/dp_T^2$ zu erhalten, drücken wir den Wirkungsquerschnitt durch p_T^2 und die die Rapidität y

¹ $y_b \equiv y_{b\bar{b}H}$ ist die Yukawa-Kopplung des Bottom-Quarks an das Higgs, $C_A = 3$ und $C_F = 4/3$.

aus und führen die Integration über y mittels $\delta(Q^2)$ aus. Es gilt

$$\begin{aligned}\hat{s} &= x_1 x_2 s, \\ \hat{t} &= m_H^2 + \sqrt{s} x_2 \sqrt{m_H^2 + p_T^2} e^{-y}, \\ \hat{u} &= m_H^2 + \sqrt{s} x_1 \sqrt{m_H^2 + p_T^2} e^y.\end{aligned}\quad (\text{B.7})$$

Im partonischen Fall können wir zunächst $x_1 = x_2 = 1$ und somit $s = \hat{s}$ setzen, solange wir am Ende darauf achten die Ersetzung $\hat{s} \rightarrow x_1 x_2 s$ zu machen, wenn wir zum hadronischen Wirkungsquerschnitt übergehen.

Unter Verwendung obiger Gleichungen ergibt sich der partonische Wirkungsquerschnitt zu

$$d\hat{\sigma}_{bb}^{\text{LO}} = \frac{1}{2\hat{s}} |\mathcal{M}_{bb \rightarrow gH}|^2(\hat{s}, p_T^2, y) d\phi_2(dp_T^2, dy), \quad (\text{B.8})$$

wobei sich der $d = 4 - 2\varepsilon$ -dimensionale Phasenraum durch $d\hat{t} d\hat{u} = \hat{s} dp_T^2 dy$ zu

$$d\phi_2(dp_T^2, dy) = \left(\frac{4\pi\mu^2}{p_T^2}\right)^\varepsilon \frac{1}{\Gamma(1-\varepsilon)} \frac{1}{8\pi} \delta(Q^2) dp_T^2 dy \quad (\text{B.9})$$

ergibt. Zunächst schreiben wir die δ -Funktion des Phasenraums um ($Q^2 \equiv f(y)$) und führen die y -Integration aus:

$$\delta(f(y)) = \sum_i \frac{\delta(y - y_i)}{|f'(y_i)|}, \quad \text{mit } f(y_i) = 0. \quad (\text{B.10})$$

Die Nullstellen von $f(y)$ sind

$$y_{1,2} = \ln \left(\frac{(m_H^2 + \hat{s}) \pm \sqrt{(m_H^2 - \hat{s})^2 - 4p_T^2 \hat{s}}}{2\sqrt{m_H^2 + p_T^2} \sqrt{\hat{s}}} \right). \quad (\text{B.11})$$

Daraus ergibt sich

$$|f'(y_1)| = |f'(y_2)| = \left| \sqrt{(\hat{s} - m_H^2)^2 - 4p_T^2 \hat{s}} \right| \equiv \hat{s}(1-z) \sqrt{1 - \frac{4p_T^2}{\hat{s}(1-z)^2}}. \quad (\text{B.12})$$

Dabei haben wir die Variable $z \equiv m_H^2/\hat{s}$ eingeführt. Unter Verwendung einer der δ -Funktionen bzw. durch die Ersetzung $y \rightarrow y_1$ oder $y \rightarrow y_2$ ergibt sich stets folgendes Matrixelement, wenn wir die Definitionen in Gl. (B.7) verwenden:

$$|\mathcal{M}_{bb \rightarrow gH}|^2(\hat{s}, p_T^2, y \rightarrow y_{1/2}) = y_b^2 \frac{1}{36} 16\pi\alpha_s C_A C_F \frac{\hat{s}(1+z^2 + \varepsilon(1-z)^2)}{p_T^2}. \quad (\text{B.13})$$

Selbiges ergibt sich auch anhand der hier gültigen Identität $\hat{u}\hat{t} = p_T^2 \hat{s}$. Zuletzt können wir alle Teile des partonischen Wirkungsquerschnitts zusammensetzen:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{LO}}}{dp_T^2} &= y_b^2 \frac{(4\pi\mu^2)^\varepsilon}{\Gamma(1-\varepsilon)} \frac{1}{8\pi} \frac{1}{2\hat{s}} \frac{1}{36} 16\pi\alpha_s C_A C_F 2 \frac{\hat{s}(1+z^2+\varepsilon(1-z)^2)}{(p_T^2)^{1+\varepsilon} \hat{s}(1-z) \sqrt{1-\frac{4p_T^2}{\hat{s}(1-z)^2}}} \\ &= \frac{(4\pi\mu^2)^\varepsilon}{\Gamma(1-\varepsilon)} z \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)} \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \frac{1+z^2+\varepsilon(1-z)^2}{1-z} \frac{1}{(p_T^2)^{1+\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{4p_T^2}{\hat{s}(1-z)^2}}}, \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

wobei der Bornfaktor für $b\bar{b} \rightarrow H$ durch $\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)} = y_b^2 \frac{\pi}{6} \frac{1}{m_H^2}$ definiert ist. Die Integrationsgrenzen der p_T -Integration sind gegeben durch

$$p_{T,\min}^2 = 0, \quad p_{T,\max}^2 = \frac{\hat{s}}{4} (1-z)^2. \quad (\text{B.15})$$

Außerdem kann die p_T -Verteilung durch den d -dimensionalen Altarelli-Parisi-Spaltungskern² $\hat{P}_{qq}(z, \varepsilon)$ ausgedrückt werden:

$$\frac{d\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{\text{LO}}}{dp_T^2} = \frac{(4\pi\mu^2)^\varepsilon}{\Gamma(1-\varepsilon)} \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)} \frac{\alpha_s}{\pi} z \hat{P}_{qq}(z, \varepsilon) \frac{1}{(p_T^2)^{1+\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{4z}{(1-z)^2} \frac{p_T^2}{m_H^2}}}. \quad (\text{B.16})$$

Diese Gleichung zeigt exakt das Verhalten, welches nach Ref. [94], Gln. (34) und (35) im kollinearen (und soften) Limes zu erwarten ist.

B.2 VIRTUELLE KORREKTUREN ZU $b\bar{b} \rightarrow H$

Die d -dimensionalen UV-renormierten virtuellen Korrekturen des Prozesses $b\bar{b} \rightarrow H$ sind gegeben durch [248]

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^V &= (4\pi e^{-\gamma_E})^\varepsilon \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)} \delta(1-z) \\ &\times \left\{ \frac{\alpha_s}{\pi} \left[-\frac{4}{3\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon} \left(-2 - \frac{4}{3} l_{\mu q} \right) - \frac{4}{3} + \frac{14}{3} \zeta_2 - \frac{2}{3} l_{\mu q}^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \varepsilon \left(-\frac{8}{3} + \frac{28}{9} \zeta_3 + l_{\mu q} \left(-\frac{4}{3} + \frac{14}{3} \zeta_2 \right) - \frac{2}{9} l_{\mu q}^3 \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

wobei die Abkürzung $l_{\mu q} \equiv \ln(\mu_R^2/q^2) = \ln(\mu_R^2/m_H^2)$ verwendet wird und $\zeta_2 = \pi^2/6$ und $\zeta_3 = 1.202\dots$ ist.

²Die Spaltungskerne \hat{P}_{ij} sind nicht zu verwechseln mit den Spaltungsfunktionen P_{ij} im Anhang A.2. Die Spaltungskerne sind im Wesentlichen die unregulierten Spaltungsfunktionen.

Bei der Bestimmung des Resummierungskoeffizienten $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(1)}$ in Kap. 3.2.1 wird der endliche Teil der virtuellen Korrektur \mathcal{A}_c^H verwendet. Dieser ist nicht eindeutig definiert. Um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, verwenden wir daher die Konvention aus Ref. [94, S. 10]. In Gl. (38) von Ref. [94] sind dabei die Vorfaktoren der virtuellen Korrektur gegeben durch

$$\hat{\sigma}_{c\bar{c}}^V \sim \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(\frac{4\pi\mu_R^2}{m_H^2} \right)^\varepsilon \frac{\Gamma(1-\varepsilon)}{\Gamma(1-2\varepsilon)}. \quad (\text{B.18})$$

Vergleichen wir dies mit Gl. (B.17), ergibt sich der endliche Teil der virtuellen Korrektur von $b\bar{b} \rightarrow H$ zu³

$$\mathcal{A}_b^H = 2 \left(-\frac{4}{3} + \frac{14}{3}\zeta_2 - 2\zeta_2 \right) = -\frac{8}{3} + \frac{16}{3}\zeta_2 = 2C_F(2\zeta_2 - 1). \quad (\text{B.19})$$

Dies entspricht dem Wert in Ref. [93, Gl. (41)].

In Kap. 3.3.1 benötigen wir ebenfalls den endlichen Teil der virtuellen Korrektur für den Drell-Yan-Prozess. Dieser ist durch (vgl. Ref. [94, Gl. (39)])

$$\mathcal{A}_q^{DY} = 2C_F(2\zeta_2 - 4) \quad (\text{B.20})$$

gegeben.

B.3 PLUSDISTRIBUTIONEN UND LOGARITHMISCHE STRUKTUR

Die Plusdistribution $[g(z)]_+$ einer Funktion $g(z)$, welche eine Divergenz in $z \rightarrow 1$ aufweist⁴, ist gemäß des Namens eine Distribution. Ihr Verhalten wird daher unterhalb eines Integrals zusammen mit einer Testfunktion $f(z)$ definiert:

$$\int_0^1 dz [g(z)]_+ f(z) = \int_0^1 dz g(z) [f(z) - f(1)]. \quad (\text{B.21})$$

So wird die logarithmische Divergenz des Integrals reguliert. Die Plusdistribution einer beliebigen Funktion, dessen Integral logarithmisch divergiert, kann in der Regel durch folgende Basis von Plusdistributionen ausgedrückt werden:

$$D_+^n(z) = \left[\frac{\ln^n(1-z)}{1-z} \right]_+. \quad (\text{B.22})$$

Eine alternative Definition von Plusdistributionen, die aus Gl. (B.21) direkt folgt, ist:

$$[g(z)]_+ = g(z) - \delta(1-z) \int_0^1 dz' g(z'). \quad (\text{B.23})$$

³In dieser Konvention ist ebenfalls $\mu_R = \mu_F = m_H$ enthalten. Die korrekte μ_R - und μ_F -Abhängigkeit wird direkt in der Definition von $\mathcal{H}_{c\bar{c}\leftarrow ij}^{(1)}$ in Gl. (B.35) berücksichtigt.

⁴Allgemein kann man analog auch eine bei 0 divergente Funktion betrachten. Dies wird jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht benötigt.

Dies lässt sich ebenfalls schreiben als

$$[g(z)]_+ = g(z) \theta(z_{\max} - z) - \delta(1 - z) \int_0^{z_{\max}} dz' g(z'), \quad (\text{B.24})$$

wenn man den Limes $z_{\max} \rightarrow 1$ betrachtet. Löst man letztere Gleichung nach $g(z)$ auf, so kann man eine in $z = 1$ divergente Funktion mittels einer Plusdistribution regulieren. Dieses Vorgehen verwenden wir, um bei der Berechnung der Resummierungskoeffizienten in Gl. (3.20) alle in $z = 1$ divergenten Terme durch entsprechende Ausdrücke zu ersetzen. Ziel ist es die logarithmische Struktur in Q_0^2 , welche teilweise in den Divergenzen $z \rightarrow 1$ verborgen ist, zu berechnen.

Unter Verwendung von

$$z_{\max} = 1 - 2p_T/m_H \left(\sqrt{1 + p_T^2/m_H^2} - p_T/m_H \right) \quad (\text{B.25})$$

als obere Grenze der z' -Integration müssen in Gl. (3.20) folgende Terme gemäß Gl. (B.24) reguliert werden:⁵

$$\begin{aligned} \frac{1+z^2}{1-z} &= \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ + \delta(1-z) \int_0^{z_{\max}} dz' \frac{1+z'^2}{1-z'} \\ &= \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ + \delta(1-z) \left(-\frac{3}{2} - \ln(4Q_0^2/m_H^2) + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \right), \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

außerdem

$$\begin{aligned} \frac{1+z^2}{1-z} \ln(1-z) &= (1+z^2) \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+ + 2\delta(1-z) \int_0^{z_{\max}} dz' \frac{\ln(1-z')}{1-z'} \\ &= (1+z^2) \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+ + \delta(1-z) \left(-\frac{1}{4} \ln^2(4Q_0^2/m_H^2) + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

und⁶

$$\begin{aligned} &\frac{1+z^2}{1-z} \ln\left(1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}\right) \\ &= \left[\frac{1+z^2}{1-z} \ln\left(1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}\right) \right]_+ + \delta(1-z) \int_0^{z_{\max}} dz' \frac{1+z'^2}{1-z'} \ln\left(1 + \sqrt{1 - A' Q_0^2}\right) \\ &= \ln(2) \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \\ &\quad + \delta(1-z) \left(-\frac{3}{2} \ln(2) + \ln\left(m_H^2/Q_0^2\right) \ln(2) - \ln^2(2) - \frac{\zeta_2}{2} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \right), \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

⁵Solange $p_T \neq 0$ ist, gilt $z_{\max} \neq 1$ in Gl. (B.25). Die Theta-Funktion $\theta(z_{\max} - z)$ wird daher stets für $p_T \neq 0$ impliziert.

⁶Es ist $A \equiv A(z) = (4z)/((1-z)^2 m_H^2)$ in Gl. (3.19) sowie $A' \equiv A(z')$.

wobei wir in der letzten Gleichung ebenfalls die Plusdistribution in kleine Q_0^2 entwickelt haben bzw. den Limes $Q_0^2 \rightarrow 0$ gebildet haben. Das ist möglich, weil die Plusdistribution keine Divergenz in diesem Limes mehr enthält.

Setzt man obige Ausdrücke in Gl. (3.20) ein, ergibt sich

$$\begin{aligned}
& \int_{Q_0^2}^{p_{T,\max}^2} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{bb}^{\text{LO}}(\varepsilon=0)}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{bb}^{(0)}} = -\frac{\alpha_s}{\pi} C_F \frac{1+z^2}{1-z} \quad (\text{B.29}) \\
& \cdot \left[\ln(4) + \ln(z) - 2 \ln(1-z) - \ln(m_H^2/Q_0^2) - 2 \ln\left(1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}\right) \right] \\
& = \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \left\{ \cancel{\left[-\ln(4) \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ \right]} + \delta(1-z) \left(\frac{3}{2} \ln(4) - \ln(m_H^2/Q_0^2) \ln(4) + \ln^2(4) \right) \right. \\
& - \frac{1+z^2}{1-z} \ln(z) + 2(1+z^2) \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+ - \delta(1-z) \frac{1}{2} \ln^2(4 Q_0^2/m_H^2) \\
& + \ln(m_H^2/Q_0^2) \left[\left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ + \delta(1-z) \left(-\frac{3}{2} - \ln(4) - \ln(m_H^2/Q_0^2) \right) \right] \\
& \left. + \ln(4) \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ + \delta(1-z) \left(-\frac{3}{2} \ln(4) + \ln(m_H^2/Q_0^2) \ln(4) - \frac{1}{2} \ln^2(4) - \zeta_2 \right) \right\} \\
& + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \\
& = \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \left\{ \delta(1-z) \left(\frac{1}{2} \ln^2(4) - \zeta_2 \right) - \frac{1+z^2}{1-z} \ln(z) + 2(1+z^2) \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+ \right. \\
& - \delta(1-z) \left(\frac{1}{2} \ln^2(4) - \ln(m_H^2/Q_0^2) \ln(4) + \frac{1}{2} \ln^2(m_H^2/Q_0^2) \right) + \\
& \ln(m_H^2/Q_0^2) \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ + \delta(1-z) \left(-\frac{3}{2} \ln(m_H^2/Q_0^2) - \ln(m_H^2/Q_0^2) \ln(4) \right. \\
& \left. \left. + \ln^2(m_H^2/Q_0^2) \right) \right\} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2).
\end{aligned}$$

Unter Verwendung der Identitäten

$$(1+z^2) \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+ = -\frac{1}{z} (z^2+z+2) \ln(1-z) + \frac{2}{z} \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+, \quad (\text{B.30})$$

$$\frac{1+z^2}{1-z} \ln(z) = \frac{2}{z} \frac{\ln(z)}{1-z} - (z^2+z+2) \frac{\ln(z)}{z} \quad (\text{B.31})$$

erhalten wir

$$\begin{aligned}
& \int_{Q_0^2}^{p_T^2, \max} dp_T^2 \frac{d\hat{\sigma}_{bb}^{\text{LO}}}{z dp_T^2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{bb}^{(0)}} \tag{B.32} \\
&= \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \left\{ \ln^2(m_H^2/Q_0^2) \frac{1}{2} \delta(1-z) - \ln(m_H^2/Q_0^2) \left\{ \frac{3}{2} \delta(1-z) - \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ \right\} \right. \\
&\quad - \zeta_2 \delta(1-z) + \frac{4}{z} \left[\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right]_+ - \frac{2}{z} (z^2 + z + 2) \ln(1-z) - \frac{2}{z} \frac{\ln(z)}{1-z} \\
&\quad \left. + (z^2 + z + 2) \frac{\ln(z)}{z} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2) \right\}.
\end{aligned}$$

Dieses Ergebnis wird in Gl. (3.21) benötigt, um die Berechnung des kumulativen Wirkungsquerschnitts fortzusetzen.

B.4 RESUMMIERUNGSKOEFFIZIENTEN

Die sogenannten Σ -Koeffizienten ergeben sich aus der Entwicklung der resummierten Logarithmen in Gl. (3.2), wenn man diese an einer festen Ordnung in α_s abschneidet. Sie werden im Folgenden auf erster Ordnung aus Ref. [87], Gln. (63) und (64) und der $\mathcal{H}^{(1)}$ -Koeffizient aus Gl. (65) angegeben. Während die Ausdrücke in Ref. [87] jedoch im Mellin-Raum bestimmt werden, schreiben wir sie im z -Raum:

$$\Sigma_{c\bar{c} \leftarrow ij}^{(1;2)}(z) = -\frac{1}{2} A_c^{(1)} \delta(1-z) \delta_{ci} \delta_{\bar{c}j}, \tag{B.33}$$

$$\Sigma_{c\bar{c} \leftarrow ij}^{(1;1)}(z) = - \left[\delta_{ci} \delta_{\bar{c}j} \delta(1-z) \left(B_c^{(1)} + A_c^{(1)} l_Q \right) + \delta_{ci} \frac{P_{\bar{c}j}}{2}(z) + \delta_{\bar{c}j} \frac{P_{ci}(z)}{2} \right], \tag{B.34}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{c\bar{c} \leftarrow ij}^{(1)} &= \delta_{ci} \delta_{\bar{c}j} \delta(1-z) \left[H_c^{(1)} - \left(B_c^{(1)} + \frac{1}{2} A_c^{(1)} l_Q \right) l_Q - (p \beta_0 + k \gamma_0) l_R \right] \\
&\quad + \delta_{ci} C_{\bar{c}j}^{(1)} + \delta_{\bar{c}j} C_{ci}^{(1)} + \left(\delta_{ci} \frac{P_{\bar{c}j}}{2} + \delta_{\bar{c}j} \frac{P_{ci}}{2} \right) (l_F - l_Q). \tag{B.35}
\end{aligned}$$

Dabei ist zu beachten, dass anders als Ref. [87] wir die Altarelli-Parisi-Spaltungsfunktionen in $\alpha_s/(2\pi)$ entwickeln. Dadurch entfällt bei Termen mit den sogenannten anormalen Dimensionen γ_{ij} , welche die Mellin-Transformierten der Spaltungsfunktionen P_{ij} darstellen, ein Faktor von zwei. Zudem werden folgende Abkürzungen für logarithmische Terme verwendet:

$$l_R = \ln(m_H^2/\mu_R^2), \quad l_F = \ln(m_H^2/\mu_F^2), \quad l_Q = \ln(m_H^2/Q_{\text{res}}^2). \tag{B.36}$$

Die Terme mit den Zahlen p und k in Gl. (B.35) ergeben sich aus der Renormierung von α_s und der Masse m in der Yukawa-Kopplung, wenn sie im $\overline{\text{MS}}$ -Schema renormiert

wird. p und k geben dabei den Exponenten von α_s und m bezüglich des Bornfaktors an:

$$\sigma^{(0)} \sim (\alpha_s(\mu_R))^p (m(\mu_R))^k. \quad (\text{B.37})$$

In den Prozessen, welche in dieser Arbeit betrachtet werden, müssen beide Fälle berücksichtigt werden. Bei der Higgsproduktion in Bottom-Annihilation ist $k = 2$ und $p = 0$, während in der Gluonfusion⁷ $k = 0$ und $p = 2$ ist. In Gl. (B.35) ist

$$\beta_0 = \frac{11}{12} C_A - \frac{1}{6} n_f \quad \text{und} \quad \gamma_0 = \frac{3}{2}. \quad (\text{B.38})$$

Die Σ -Koeffizienten der nächst-höheren Ordnung werden in dieser Arbeit nicht explizit benötigt. Wir verweisen daher unter Berücksichtigung obiger Kommentare auf die entsprechenden Formeln in Ref. [87], Gln. (66) bis (70). Die Koeffizienten werden verwendet, um die f.o.-Logarithmen in Gl. (3.11) zu berechnen (vgl. Ref. [87], Gln. (72) und (73)):⁸

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\text{logs}}}{dp_T^2} &\equiv \left[\frac{d\sigma^{\text{res}}}{dp_T^2} \right]_{\text{f.o.}} = \sum_{i,j \in \{q, \bar{q}, g\}} [zf_i^A(x_1, \mu_F^2)] \otimes [zf_j^B(x_2, \mu_F^2)] \otimes \frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{logs}}(z)}{dp_T^2}, \\ \frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{\text{logs}}(z)}{dp_T^2} &= \frac{z}{Q_{\text{res}}^2} \sigma_{cc}^{(0)} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{\pi} \right)^l \sum_{m=1}^{2l} \Sigma_{cc \leftarrow ij}^{(l;m)}(z) \tilde{I}_m(p_T/Q_{\text{res}}). \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

Die logarithmischen Singularitäten $\sim 1/p_T^2 \ln^{m-1}(p_T^2/Q_{\text{res}}^2)$ sind in den Integraldarstellungen $\tilde{I}_m(x)$ enthalten, welche hier verwendet werden müssen, weil ausgedrückt im b -Raum modifizierte Logarithmen $L' = \ln(Q_{\text{res}}^2 b^2/b_0^2 + 1)$ statt $L = \ln(Q_{\text{res}}^2 b^2/b_0^2)$ resummiert werden. $\tilde{I}_m(x)$ wird in Ref. [87, Gl. (74)] durch eine Fouriertransformation vom b - in den p_T -Raum der Logarithmen $(L')^m$ definiert. Die Berechnung von $\tilde{I}_m(x)$ für $m \in \{1, 2, 3, 4\}$ findet sich im Anhang B von Ref. [87]. Dies ist hinreichend für eine NNLL-Rechnung bzw. zur Subtraktion aller Logarithmen einer NLO- p_T -Verteilung.

B.5 HART-KOLLINEARE FUNKTION DES bg -KANALS

In Kap. 3.2.1 werden die Resummierungskoeffizienten des $b\bar{b}$ -Kanals berechnet. In diesem Abschnitt soll daher auf analoge Weise die hart-kollineare Funktion des bg -Kanals ermittelt werden.

Zunächst berechnen wir dafür die LO- p_T -Verteilung für den bg -Kanal. Das Matrixelement des partonischen Prozesses $b(p_1)g(p_2) \rightarrow b(p_3)H(p_4)$ ergibt sich durch Kreuzung

⁷Ein Renormierungsterm in Gl. (B.35) tritt bezüglich der Yukawa-Kopplung des Top- und Bottom-Quarks in der Gluonfusion nicht auf, weil sie in diesem Fall on-shell renormiert werden.

⁸Wir verwenden die verkürzte Schreibweise für die Faltung des partonischen Wirkungsquerschnitts über die PDFs. Außerdem gilt $z = m_H^2/(x_1 x_2 \hat{s})$.

der Impulse $p_2 \leftrightarrow p_3$ aus dem Matrixelement von $b\bar{b} \rightarrow gH$ in Gl. (B.4) zu:

$$|\mathcal{M}_{bg \rightarrow gH}|^2(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = -y_b^2 \frac{1}{96} 16\pi\alpha_s C_A C_F \frac{\hat{t}^2 + m_H^4 - \varepsilon(\hat{t} + m_H^2)^2}{\hat{u}\hat{s}}. \quad (\text{B.40})$$

Ersetzt man die Mandelstamvariablen durch p_T und y und führt die Integration über die Rapidität analog zum Vorgehen im Anhang B.1 durch, ergibt sich folgender LO-Wirkungsquerschnitt der p_T -Verteilung:

$$\frac{d\hat{\sigma}_{bg}^{\text{LO}}}{dp_T^2} = z \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)} \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{1}{2} \frac{P_{qg}(z) - 3T_R z p_T^2/m_H^2}{p_T^2 \sqrt{1 - \frac{4z}{(1-z)^2} \frac{p_T^2}{m_H^2}}}, \quad (\text{B.41})$$

wobei Terme der $\mathcal{O}(\varepsilon)$ bereits vernachlässigt wurden und P_{qg} in Gl. (A.15) definiert ist.

Zur Bestimmung von $\hat{R}_{bg}^{(1)}$ müssen wir analog zu Gl. (3.18) die Transversalimpulsverteilung von Q_0^2 bis $p_{T,\text{max}}^2 = 1/A$ über p_T^2 integrieren, wobei

$$A = \frac{4z}{(1-z)^2 m_H^2} \quad (\text{B.42})$$

ist. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} \int_{Q_0^2}^{1/A} dp_T^2 \frac{\hat{\sigma}_{bg}^{\text{LO}}}{z dp_T} \frac{1}{\hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}} &= \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{1}{2} \int_{Q_0^2}^{1/A} dp_T^2 \frac{P_{qg}(z) - 3T_R z p_T^2/m_H^2}{p_T^2 \sqrt{1 - A p_T^2}} \\ &= \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{1}{2} \left[-6T_R \frac{z \sqrt{1 - A Q_0^2}}{A m_H^2} - P_{qg}(z) \ln \left(\frac{A Q_0^2}{\left(1 + \sqrt{1 - A Q_0^2}\right)^2} \right) \right] \\ &= \frac{\alpha_s}{\pi} \left[\ln(m_H^2/Q_0^2) \frac{P_{qg}(z)}{2} - \frac{3(1-z)^2}{8} + P_{qg}(z) \left(\ln(1-z) - \frac{\ln(z)}{2} \right) \right] \\ &\quad + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2). \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

Der totale Wirkungsquerschnitt für den bg -Kanal wird Ref. [92, Gl. (A9)] entnommen und wie folgt ausgedrückt:

$$\frac{\hat{\sigma}_{bg}^{\text{tot}(1)}}{z \hat{\sigma}_{b\bar{b}}^{(0)}} = \frac{\alpha_s}{\pi} \left[\underbrace{\frac{1 - 2z(1-z)}{2}}_{=P_{qg}(z)} \left(\ln(1-z) - \frac{\ln(z)}{2} \right) - \frac{3 - 10z + 7z^2}{8} \right]. \quad (\text{B.44})$$

Bei der Subtraktion der obigen beiden Gleichungen voneinander löscht sich der

Großteil der Terme aus:

$$\frac{\alpha_s}{\pi} \hat{R}_{bg}^{(1)} = \frac{\hat{\sigma}_{bg}^{\text{tot}(1)}}{z \hat{\sigma}_{bb}^{(0)}} - \int_{Q_0^2}^{1/A} dp_T^2 \frac{\hat{\sigma}_{bg}^{\text{LO}}}{z dp_T} \frac{1}{\hat{\sigma}_{bb}^{(0)}} \quad (\text{B.45})$$

$$= \frac{\alpha_s}{\pi} \left[-\ln(m_H^2/Q_0^2) \frac{P_{qg}}{2} + \frac{z(1-z)}{2} \right] + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2)$$

$$\Leftrightarrow \hat{R}_{bg}^{(1)} = -\ln(m_H^2/Q_0^2) \frac{P_{qg}}{2} - \frac{P_{qg}^\varepsilon}{2} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2). \quad (\text{B.46})$$

Dabei wurde P_{qg}^ε aus Gl. (A.20) eingesetzt. Dieses Ergebnis wird mit folgendem Ausdruck verglichen:

$$\hat{R}_{bg}^{(1)} = \ln^2(m_H^2/Q_0^2) \Sigma_{bb \leftarrow bg}^{(1;2)} + \ln(m_H^2/Q_0^2) \Sigma_{bb \leftarrow bg}^{(1;1)} + \mathcal{H}_{bb \leftarrow bg}^{(1)} + \mathcal{O}(Q_0^2/m_H^2), \quad (\text{B.47})$$

welcher sich ergibt, wenn wir die resummierten Logarithmen in Gl. (3.2) bei fester Ordnung abschneiden. Daraus folgen die Resummierungskoeffizienten:

$$\Sigma_{bb \leftarrow bg}^{(1;2)} = 0,$$

$$\Sigma_{bb \leftarrow bg}^{(1;1)} = -\frac{P_{qg}}{2}, \quad (\text{B.48})$$

$$\mathcal{H}_{bb \leftarrow bg}^{(1)} = C_{bg}^{(1)} = -\frac{P_{qg}^\varepsilon}{2}.$$

Diese Koeffizienten enthalten keine Prozessabhängigkeit. Sie entsprechen für $\mu_F = \mu_R = Q_{\text{res}} = m_H$ genau den Koeffizienten in Gln. (B.33), (B.34) und (B.35). Zudem ist der Koeffizient $C_{bg}^{(1)}$ identisch mit $C_{qg}^{(1)} \equiv C_{\bar{q}g}^{(1)}$ in Ref. [87, Gl. (55)] und der allgemeinen Formel in Ref. [94, Gl. (46)]:⁹

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(-P_{ij}^\varepsilon(z) + \delta_{ij} \delta(1-z) \left(C_F \frac{\pi^2}{6} + \frac{\mathcal{A}_c^F}{2} \right) \right). \quad (\text{B.49})$$

Bei der hart-kollinearen Funktion wird nicht zwischen Quark und Antiquark unterschieden. Zudem ist sie invariant unter Vertauschung der Indizes. Es gilt daher für alle anderen Kanäle, welche ein Gluon und ein Bottom/Antibottom im Anfangszustand haben:

$$\mathcal{H}_{bb \leftarrow g\bar{b}}^{(1)} = \mathcal{H}_{bb \leftarrow gb}^{(1)} = \mathcal{H}_{bb \leftarrow \bar{b}g}^{(1)} \equiv \mathcal{H}_{bb \leftarrow bg}^{(1)}. \quad (\text{B.50})$$

B.6 SKALENÄNDERUNG BEI DER RESUMMIERUNG

Bei dem in Kap. 3.1 vorgestellten Resummierungsformalismus spielt das Argument bzw. die Skala von α_s sowie von den PDFs eine wichtige Rolle. Die Wahl $\alpha_s(b_0^2/b^2)$

⁹Es sei angemerkt, dass in Gl. (B.49) ein zusätzlicher Faktor von 1/2 verglichen mit Ref. [94, Gl. (46)] hinzugefügt wurde, weil wir auf α_s/π normieren.

bzw. $f_i(b_0^2/b^2)$ impliziert die Resummierung weiterer Logarithmen. Um den Wirkungsquerschnitt bezüglich $\alpha_s(\mu_R^2)$ zu ordnen und die PDFs bei der Skala μ_F zu berechnen, müssen durch die Änderung $b_0^2/b^2 \rightarrow \mu_R^2$ bzw. μ_F^2 entsprechende Logarithmen zum Sudakov-Faktor hinzugefügt werden. Wir werden uns im Folgenden damit befassen, die Funktionen $C_{ab}(\alpha_s(b_0^2/b^2))$, welche in der Resummierungsformel (3.2) auftreten, durch $C_{ab}(\alpha_s(\mu_R^2))$ zu ersetzen. Ähnliche Betrachtungen lassen sich für den Fall, dass nur ein einziger Partontyp im Anfangszustand auftaucht, ebenfalls für die PDFs machen, worauf wir hier aber nicht näher eingehen wollen, zumal im Falle mehrerer Partontypen sich die Ersetzung $f_i(b_0^2/b^2) \rightarrow f_i(\mu_F^2)$ deutlich schwieriger gestaltet. Daher ist zu empfehlen $f_i(\mu_F^2)$ zu berechnen und mit Hilfe des Vorgehens in Ref. [249] zu $f_i(b_0^2/b^2)$ zu entwickeln.

Einzig die Funktionen C_{ab} hängen in Gl. (3.2) von $\alpha_s(b_0^2/b^2)$ ab. Deren Umrechnung lässt sich wie folgt im Mellin-Raum durchführen:

$$C_{ab,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2)) = C_{ab,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)) \exp \left\{ \ln \left[\frac{C_{ab,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2))}{C_{ab,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2))} \right] \right\}. \quad (\text{B.51})$$

Dabei verwenden wir zunächst die Resummierungsskala und nicht die Renormierungsskala, um Logarithmen der Form $L = \ln(b^2 Q_{\text{res}}^2/b_0^2)$ zu erhalten. Die Umrechnung von $Q_{\text{res}}^2 \rightarrow \mu_R^2$ in $C_{ab,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2))$ ist anschließend trivial. Außerdem ist zu beachten, dass bei der Resummierung Faktoren $\alpha_s L \sim 1$ behandelt werden. Somit ist es nicht möglich eine naive Entwicklung in α_s durchzuführen.

Wir unterscheiden im Folgenden zwei Fälle:

1. $a = b$,
2. $a \neq b$,

um Gl. (B.51) zu berechnen.

Fall 1 ($a = b$)

$$\ln \left[\frac{C_{aa,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2))}{C_{aa,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2))} \right] = \ln \left[\frac{1 + \frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\pi} C_{aa,N}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\pi} \right)^2 C_{aa,N}^{(2)} + \dots}{1 + \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} C_{aa,N}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \right)^2 C_{aa,N}^{(2)} + \dots} \right] \quad (\text{B.52})$$

Mit Hilfe der LL-Entwicklung der starken Kopplungskonstante

$$\alpha_s(\mu_1^2) = \frac{\alpha_s(\mu_2^2)}{1 - \frac{\alpha_s(\mu_2^2)}{\pi} \beta_0 \ln(\mu_2^2/\mu_1^2)} \quad (\text{B.53})$$

schreiben wir

$$\alpha_s(b_0^2/b^2) = \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{1 - \lambda'}, \quad (\text{B.54})$$

mit

$$\lambda' = \frac{\beta_0}{\pi} \alpha_s(Q_{\text{res}}^2), \quad (\text{B.55})$$

wobei β_0 in Gl. (B.38) gegeben ist. So fassen wir große Terme $\alpha_s L$ in $\lambda \sim 1$ zusammen und können Gl. (B.52) bezüglich der weiteren α_s entwickeln:

$$\ln \left[\frac{C_{aa,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2))}{C_{aa,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2))} \right] = \ln \left[1 + \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1-\lambda'} C_{aa,N}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right] \quad (\text{B.56})$$

$$= \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1-\lambda'} C_{aa,N}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \quad (\text{B.57})$$

Daraus folgt für Gl. (B.51)

$$C_{aa,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2)) = C_{aa,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)) \exp \left\{ \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1-\lambda'} C_{aa,N}^{(1)} \right\}. \quad (\text{B.58})$$

Gemäß Gl. (3.4) trägt diese Exponentialfunktion zur Resummation auf NNLL bei. Daher haben wir höhere Ordnungen in α_s innerhalb der Exponentialfunktion vernachlässigt. Die Umformung $\alpha_s(Q_{\text{res}}^2) \rightarrow \alpha_s(\mu_R^2)$ ist nun mit Hilfe von Gl. (B.53) trivial. Im Exponenten können wir $\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)$ direkt durch $\alpha_s(\mu_R^2)$ ersetzen, weil alle zusätzlichen Terme jenseits von NNLL sind. Wenn wir außerdem die C_{aa} als Reihe in α_s schreiben ergibt sich bis NNLL:

$$C_{aa,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2)) = \exp \left\{ \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1-\lambda'} C_{aa,N}^{(1)} \right\} \quad (\text{B.59})$$

$$\cdot \left[1 + \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{\pi} C_{aa,N}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{\pi} \right)^2 \left(C_{aa,N}^{(2)} - \beta_0 C_{aa,N}^{(1)} \ln(Q_{\text{res}}^2/\mu_R^2) \right) + \dots \right].$$

Der Koeffizient C_{aa} wird ohne explizite Skalenabhängigkeit definiert. Die gesamte explizite Skalenabhängigkeit wird in der Definition von der hart-kollinearen Funktion \mathcal{H} absorbiert. Dementsprechend findet sich der Term proportional zu $\ln(Q_{\text{res}}^2/\mu_R^2)$ genau im Koeffizienten $\mathcal{H}^{(2)}$ in Ref. [87, Gl. (70)] wieder.

Fall 2 ($a \neq b$)¹⁰

$$\begin{aligned} \ln \left[\frac{C_{ab,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2))}{C_{ab,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2))} \right] &= \ln \left[\frac{\frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\pi} C_{ab,N}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\pi} \right)^2 C_{ab,N}^{(2)} + \dots}{\frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} C_{ab,N}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \right)^2 C_{ab,N}^{(2)} + \dots} \right] \\ &= \ln \left[\frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)} \left(1 + \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1-\lambda'} \frac{C_{ab,N}^{(2)}}{C_{ab,N}^{(1)}} \right) \right] \quad (\text{B.60}) \\ &= \ln \left(\frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)} \right) + \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1-\lambda'} \frac{C_{ab,N}^{(2)}}{C_{ab,N}^{(1)}} \end{aligned}$$

¹⁰Wir vernachlässigen hier und im Folgenden Terme jenseits von NNLL.

Unter Anwendung der NLL-Entwicklung der starken Kopplungskonstante

$$\alpha_s(\mu_1^2) = \frac{\alpha_s(\mu_2^2)}{1 - \frac{\alpha_s(\mu_2^2)}{\pi} \beta_0 \ln(\mu_2^2/\mu_1^2)} \cdot \left\{ 1 - \frac{\alpha_s(\mu_2^2)}{\pi} \frac{\beta_1}{\beta_0} \frac{\ln \left[1 - \frac{\alpha_s(\mu_2^2)}{\pi} \beta_0 \ln(\mu_2^2/\mu_1^2) \right]}{1 - \frac{\alpha_s(\mu_2^2)}{\pi} \beta_0 \ln(\mu_2^2/\mu_1^2)} \right\} \quad (\text{B.61})$$

mit

$$\beta_1 = \frac{1}{24} (17C_A^2 - 5C_A n_f - 3C_F n_f) \quad (\text{B.62})$$

berechnen wir

$$\frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)} = \frac{1}{1 - \lambda'} \left[1 - \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\beta_1}{\beta_0} \frac{\ln(1 - \lambda')}{1 - \lambda'} \right]. \quad (\text{B.63})$$

Damit folgt aus Gl. (B.60)

$$\begin{aligned} \ln \left[\frac{C_{ab,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2))}{C_{ab,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2))} \right] &= \ln \left(\frac{\alpha_s(b_0^2/b^2)}{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)} \right) + \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1 - \lambda'} \frac{C_{ab,N}^{(2)}}{C_{ab,N}^{(1)}} \\ &= \ln \left(\frac{1}{1 - \lambda'} \right) - \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\beta_1}{\beta_0} \frac{\ln(1 - \lambda')}{1 - \lambda'} \\ &\quad + \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \frac{\lambda'}{1 - \lambda'} \frac{C_{ab,N}^{(2)}}{C_{ab,N}^{(1)}}. \end{aligned} \quad (\text{B.64})$$

So ergibt sich für $a \neq b$ die folgende Ersetzung

$$C_{ab,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2)) = C_{ab,N}(\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)) \cdot \exp \left\{ \ln \left(\frac{1}{1 - \lambda'} \right) - \frac{\alpha_s(Q_{\text{res}}^2)}{\pi} \left[\frac{\beta_1}{\beta_0} \frac{\ln(1 - \lambda')}{1 - \lambda'} + \frac{\lambda'}{1 - \lambda'} \frac{C_{ab,N}^{(2)}}{C_{ab,N}^{(1)}} \right] \right\}. \quad (\text{B.65})$$

In diesem Fall werden sowohl NLL- als auch NNLL-Beiträge resummiert, siehe Gl. (3.4). Auch hier wollen wir den Übergang von der Resummierungsskala zur Renormierungsskala im Argument der starken Kopplungskonstante durchführen. Im Koeffizienten $C_{ab,N}$ erfolgt die Ersetzung analog zu oben durch dessen Reihendarstellung. Es ergibt sich außerdem ein zusätzlicher NNLL Beitrag aus dem NLL-Term des Exponenten:

$$C_{ab,N}(\alpha_s(b_0^2/b^2)) = C_{ab,N}(\alpha_s(\mu_R^2)) \exp \left\{ \ln \left(\frac{1}{1 - \lambda'} \right) - \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{\pi} \left[\frac{\beta_1}{\beta_0} \frac{\ln(1 - \lambda')}{1 - \lambda'} + \frac{\lambda'}{1 - \lambda'} \frac{C_{ab,N}^{(2)}}{C_{ab,N}^{(1)}} - \beta_0 \frac{\lambda'}{1 - \lambda'} \ln(Q_{\text{res}}^2/\mu_R^2) \right] \right\}. \quad (\text{B.66})$$

Durch Gln. (B.59) und (B.66) können nun alle Größen bei der Transversalimpulsresummierung in Abhängigkeit von $\alpha_s(\mu_R)$ berechnet werden.

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|-----|---|----|
| 1 | Vergleich der experimentellen Higgswirkungsquerschnitte mit dem Standardmodell | 2 |
| 1.1 | Teilchen des Standardmodells | 9 |
| 1.2 | Feynmandiagramm eines Dreiervertex von γ , e^- und e^+ | 13 |
| 1.3 | Dreidimensionales Higgspotential | 17 |
| 2.1 | Partonmodell | 24 |
| 2.2 | Feynmandiagramme aller Kopplungen dieser Arbeit | 26 |
| 2.3 | Beispielhafte Feynmandiagramme des Prozesses $b\bar{b} \rightarrow gH$ | 26 |
| 2.4 | Partonverteilungsfunktionen von MSTW2008 | 30 |
| 2.5 | LO-Feynmandiagramm der Gluonfusion | 41 |
| 2.6 | LO-Feynmandiagramm in der effektiven Theorie | 42 |
| 2.7 | Asymptotische Entwicklung am Beispiel eines Feynmandiagramms zum Prozess $q\bar{q}' \rightarrow VH$ | 43 |
| 4.1 | LO-Feynmandiagramm der Gluonfusion | 63 |
| 4.2 | LO-Feynmandiagramme des Prozesses $pp \rightarrow H+\text{Jet}$ | 67 |
| 4.3 | Beispielhafte NLO-Feynmandiagramme des Prozesses $pp \rightarrow H+\text{Jet}$ | 68 |
| 4.4 | Semi-inklusive LO-Wirkungsquerschnitt mit $p_T^H > 30 \text{ GeV}$ | 70 |
| 4.5 | Semi-inklusive LO-Wirkungsquerschnitt normiert auf exakte Massenabhängigkeit | 72 |
| 4.6 | LO-Transversalimpulsverteilung | 73 |
| 4.7 | K -Faktoren des semi-inklusive Wirkungsquerschnitts | 75 |
| 4.8 | K -Faktoren der Transversalimpulsverteilung | 76 |
| 4.9 | K -Faktoren der Rapiditätsverteilung | 77 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.10 | LO-Feynmandiagramm und Feynmandiagramm der virtuellen Korrektur in der Gluonfusion | 80 |
| 4.11 | Feynmandiagramm der reellen Abstrahlung in der Gluonfusion | 80 |
| 4.12 | LO-Transversalimpulsverteilung | 83 |
| 4.13 | LO-Transversalimpulsverteilung normiert auf effektive Theorie | 84 |
| 4.14 | Resummierte LO+NLL-Transversalimpulsverteilung | 85 |
| 4.15 | Resummierte LO+NLL-Transversalimpulsverteilung normiert auf effektive Theorie | 86 |
| 4.16 | Resummierte LO+NLL-Transversalimpulsverteilung für den Vergleich mit POWHEG | 88 |
| 4.17 | Resummierte LO+NLL-Transversalimpulsverteilung für verschiedene Resummierungsskalen | 89 |
| 5.1 | Feynmandiagramm auf LO, der reellen Abstrahlung und der gluon-induzierten Beiträge des Higgsstrahlungsprozesses | 94 |
| 5.2 | Feynmandiagramme von den Gruppen V_I und R_I zum Higgsstrahlungsprozess | 95 |
| 5.3 | Feynmandiagramme von den Gruppen V_{II} und R_{II} zum Higgsstrahlungsprozess | 96 |
| 5.4 | Drell-Yan-ähnliche Feynmandiagramme zum Higgsstrahlungsprozess | 96 |
| 5.5 | Top-Beiträge zum Higgsstrahlungsprozess am LHC normiert auf LO-Wirkungsquerschnitt | 99 |
| 5.6 | Top-Beiträge zum Higgsstrahlungsprozess am Tevatron normiert auf LO-Wirkungsquerschnitt | 100 |
| 5.7 | NNLO- K -Faktoren des Higgsstrahlungsprozesses am LHC | 101 |
| 5.8 | NNLO- K -Faktoren des Higgsstrahlungsprozesses am Tevatron | 101 |
| 6.1 | LO-Feynmandiagramme der bottom-induzierten Higgsproduktion | 106 |
| 6.2 | LO-Feynmandiagramme der bottom-induzierten H +Jet-Produktion | 109 |
| 6.3 | NLO-Feynmandiagramme der bottom-induzierten H +Jet-Produktion | 110 |
| 6.4 | Transversalimpulsverteilung des Higgsbosons und deren K -Faktor | 112 |
| 6.5 | Rapiditätsverteilung des Higgsbosons und deren K -Faktor | 113 |
| 6.6 | p_T^H -Veto-Wirkungsquerschnitt | 114 |
| 6.7 | Skalenabhängigkeit der H +Jet-Produktion | 117 |
| 6.8 | Skalenabhängigkeit der Higgsproduktion mit Jet-Veto und des totalen Wirkungsquerschnitts | 118 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.9 | $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitt für $n = 0$ und $n \geq 1$ | 119 |
| 6.10 | $H+n$ -Jet-Wirkungsquerschnitt für $n = 0$ und $n \geq 1$ im MSSM | 120 |
| 6.11 | Transversalimpulsverteilung des härtesten Jets | 121 |
| 6.12 | Rapiditätsverteilung des härtesten Jets | 122 |
| 6.13 | $H+nb$ -Jet-Wirkungsquerschnitt für $n = 0$, $n = 1$ und $n = 2$ | 125 |
| 6.14 | $H+nb$ -Jet-Wirkungsquerschnitt für $n = 0$, $n = 1$ und $n = 2$ im MSSM | 126 |
| 7.1 | Resummierte LO+NLL-Transversalimpulsverteilung im MSSM | 133 |
| 7.2 | LO+NLL-Transversalimpulsverteilung im MSSM normiert auf die effektive Theorie für $\tan \beta = 5$ | 134 |
| 7.3 | LO+NLL-Transversalimpulsverteilung im MSSM normiert auf die effektive Theorie für $\tan \beta = 30$ | 135 |
| 7.4 | NLO+NNLL-Transversalimpulsverteilung des $b\bar{b}$ -Kanals | 139 |

Literaturverzeichnis

- [1] ATLAS Collaboration, Observation of a new particle in the search for the standard model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, Phys. Lett. B 716 (2012) 1–29.
- [2] CMS Collaboration, Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, Phys. Lett. B 716 (2012) 30–61.
- [3] <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/HiggsPublicResults>, abgerufen am 18.07.2013.
- [4] <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/PhysicsResultsHIG>, abgerufen am 18.07.2013.
- [5] F. Englert, R. Brout, Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 321–323.
- [6] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, T. W. B. Kibble, Global conservation laws and massless particles, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 585–587.
- [7] P. W. Higgs, Broken symmetries, massless particles and gauge fields, Phys. Lett. 12 (1964) 132–133.
- [8] P. W. Higgs, Broken symmetries and the masses of gauge bosons, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 508–509.
- [9] T. W. B. Kibble, Symmetry breaking in non-abelian gauge theories, Phys. Rev. 155 (1967) 1554–1561.
- [10] S. L. Glashow, Partial-symmetries of weak interactions, Nucl. Phys. 22 (1961) 579–588.
- [11] S. Weinberg, A model of leptons, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264–1266.
- [12] A. Salam, Weak and electromagnetic interactions, Conf. Proc. C680519 (1968) 367–377.

-
- [13] CDF Collaboration, Observation of top quark production in $p\bar{p}$ collisions with the Collider Detector at Fermilab, Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2626–2631.
- [14] D0 Collaboration, Observation of the top quark, Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2632–2637.
- [15] DONUT Collaboration, Observation of tau neutrino interactions, Phys. Lett. B 504 (2001) 218–224.
- [16] S. Dittmaier et al., Handbook of LHC Higgs cross sections: 1. inclusive observables, arXiv:1101.0593 (2011).
- [17] S. Dittmaier et al., Handbook of LHC Higgs cross sections: 2. differential distributions, arXiv:1201.3084 (2012).
- [18] S. Heinemeyer et al., Handbook of LHC Higgs cross sections: 3. Higgs properties, arXiv:1307.1347 (2013).
- [19] LEP Working Group for Higgs boson Searches, Search for the standard model Higgs boson at LEP, Phys. Lett. B 565 (2003) 61–75.
- [20] CDF and D0 Collaboration, Combined CDF and D0 upper limits on standard model Higgs boson production with up to 8.6 fb^{-1} of data, arXiv:1107.5518 (2011).
- [21] ATLAS Collaboration, Combined search for the standard model Higgs boson using up to 4.9 fb^{-1} of pp collision data at $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector at the LHC, Phys. Lett. B 710 (2012) 49–66.
- [22] CMS Collaboration, Combined results of searches for the standard model Higgs boson in pp collisions at $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$, Phys. Lett. B 710 (2012) 26–48.
- [23] H. P. Nilles, Supersymmetry, supergravity and particle physics, Phys. Rep. 110 (1984) 1–162.
- [24] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg, abgerufen am 18.07.2013.
- [25] P. Langacker, The standard model and beyond, CRC Press: Taylor & Francis Group, 2010.
- [26] R. Ticciati, Quantum field theory for mathematicians, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [27] M. E. Peskin, D. V. Schroeder, An Introduction to quantum field theory, Westview Press, 1995.
- [28] G. 't Hooft, Renormalization of massless Yang-Mills fields, Nucl. Phys. B 33 (1971) 173–199.

-
- [29] G. 't Hooft, Renormalizable Lagrangians for massive Yang-Mills fields, *Nucl. Phys. B* 35 (1971) 167–188.
- [30] M. Srednicki, *Quantum field theory*, Cambridge University Press, 2007.
- [31] R. K. Ellis, W. J. Stirling, B. R. Webber, *QCD and collider physics*, Cambridge University Press, 2003.
- [32] Y. Nambu, Quasi-particles and gauge invariance in the theory of Superconductivity, *Phys. Rev.* 117 (1960) 648–663.
- [33] J. Goldstone, Field theories with Superconductor solutions, *Nuovo Cimento* 19 (1961) 154–164.
- [34] J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, Broken symmetries, *Phys. Rev.* 127 (1962) 965–970.
- [35] G. 't Hooft, Naturalness, chiral symmetry, and spontaneous chiral symmetry breaking, *NATO Adv. Study Inst. Ser. B Phys.* 59 (1980) 135.
- [36] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. L. Kane, S. Dawson, *The Higgs hunter's guide*, *Front. Phys.* 80 (2000) 1–448.
- [37] S. P. Martin, *A Supersymmetry primer*, arXiv:hep-ph/9709356 (1997).
- [38] M. Wiesemann, *Diplomarbeit: Kinematische Verteilungen bei der Higgs-Erzeugung in Bottom-Annihilationen* (2010).
- [39] T. Kinoshita, Mass singularities of Feynman amplitudes, *J. Math. Phys.* 3 (1962) 650–677.
- [40] T. D. Lee, M. Nauenberg, Degenerate systems and mass singularities, *Phys. Rev.* 133 (1964) B1549–B1562.
- [41] S. Catani, M. H. Seymour, A general algorithm for calculating jet cross sections in NLO QCD, *Nucl. Phys. B* 485 (1997) 291–419.
- [42] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, G. Watt, Parton distributions for the LHC, *Eur. Phys. J. C* 63 (2009) 189–285.
- [43] R. K. Ellis, D. A. Ross, A. E. Terrano, The perturbative calculation of jet structure in e^+e^- annihilation, *Nucl. Phys. B* 178 (1981) 421–456.
- [44] M. L. Mangano, P. Nason, G. Ridolfi, Heavy-quark correlations in hadron collisions at next-to-leading order, *Nucl. Phys. B* 373 (1992) 295–345.
- [45] S. D. Ellis, Z. Kunszt, D. E. Soper, Jets at hadron colliders at order α_s^3 : A look inside, *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992) 3615–3618.

-
- [46] S. Frixione, Z. Kunszt, A. Signer, Three-jet cross sections to next-to-leading order, *Nucl. Phys. B* 467 (1996) 399–442.
- [47] R. Frederix, S. Frixione, F. Maltoni, T. Stelzer, Automation of next-to-leading order computations in QCD: the FKS subtraction, *JHEP* 0910 (2009) 003.
- [48] D. A. Kosower, Antenna factorization of gauge-theory amplitudes, *Phys. Rev. D* 57 (1998) 5410–5416.
- [49] J. M. Campbell, M. A. Cullen, E. W. N. Glover, Four jet event shapes in electron-positron annihilation, *Eur. Phys. J. C* 9 (1999) 245–265.
- [50] A. Gehrmann-De Ridder, T. Gehrmann, E. W. N. Glover, Antenna subtraction at NNLO, *JHEP* 0509 (2005) 056.
- [51] A. Gehrmann-De Ridder, T. Gehrmann, M. Ritzmann, Antenna subtraction at NNLO with hadronic initial states: double real initial-initial configurations, *JHEP* 1210 (2012) 47.
- [52] K. Fabricius, G. Kramer, G. Schierholz, I. Schmitt, Higher order perturbative QCD calculation of jet cross sections in e^+e^- annihilation, *Zeit. Phys. C* 11 (1982) 315–333.
- [53] G. Kramer, B. Lampe, Jet cross-sections in e^+e^- annihilation, *Fortschr. Phys.* 37 (1989) 161.
- [54] H. W. Baer, J. Ohnemus, J. F. Owens, Next-to-leading-logarithm calculation of jet photoproduction, *Phys. Rev. D* 40 (1989) 2844–2855.
- [55] W. Giele, E. W. N. Glover, Higher-order corrections to jet cross sections in e^+e^- annihilation, *Phys. Rev. D* 46 (1992) 1980–2010.
- [56] W. T. Giele, E. W. N. Glover, D. A. Kosower, Higher-order corrections to jet cross sections in hadron colliders, *Nucl. Phys. B* 403 (1993) 633–667.
- [57] S. A. Keller, E. Laenen, Next-to-leading order cross sections for tagged reactions, *Phys. Rev. D* 59 (1999) 114004.
- [58] B. W. Harris, J. F. Owens, Two cutoff phase space slicing method, *Phys. Rev. D* 65 (2002) 094032.
- [59] S. Catani, S. Dittmaier, M. H. Seymour, Z. Trócsányi, The dipole formalism for next-to-leading order QCD calculations with massive partons, *Nucl. Phys. B* 627 (2002) 189–265.
- [60] T. Gleisberg, F. Krauss, Automating dipole subtraction for QCD NLO calculations, *Eur. Phys. J. C* 53 (2007) 501–523.
- [61] Z. Nagy, Next-to-leading order calculation of three-jet observables in hadron-hadron collisions, *Phys. Rev. D* 68 (2003) 094002.

-
- [62] Z. Nagy, Z. Trócsányi, Next-to-leading order calculation of four jet observables in electron positron annihilation, *Phys. Rev. D* 59 (1999) 014020.
- [63] E. Mirkes, Theory of jets in deep inelastic scattering, arXiv:hep-ph/9711224 (1997).
- [64] M. Cacciari, G. P. Salam, G. Soyez, **FastJet** user manual, *Eur. Phys. J. C* 72 (2012) 1896.
- [65] S. D. Ellis, D. E. Soper, Successive combination jet algorithm for hadron collisions, *Phys. Rev. D* 48 (1993) 3160–3166.
- [66] S. Catani, Y. L. Dokshitzer, M. H. Seymour, B. R. Webber, Longitudinally-invariant k_T -clustering algorithms for hadron-hadron collisions, *Nucl. Phys. B* 406 (1993) 187–224.
- [67] Y. L. Dokshitzer, G. D. Leder, S. Moretti, B. R. Webber, Better jet clustering algorithms, *JHEP* 9708 (1997) 001.
- [68] M. Wobisch, T. Wengler, Hadronization corrections to jet cross-sections in deep inelastic scattering, *Conf. Proc. C98-04-27* (1998) 270–279.
- [69] M. Cacciari, G. P. Salam, G. Soyez, The anti- k_T jet clustering algorithm, *JHEP* 0804 (2008) 063.
- [70] K. G. Chetyrkin, Decoupling relations to $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ and their connection to low-energy theorems, *Nucl. Phys. B* 510 (1998) 61–87.
- [71] M. Krämer, E. Laenen, M. Spira, Soft gluon radiation in Higgs boson production at the LHC, *Nucl. Phys. B* 511 (1998) 523–549.
- [72] K. G. Chetyrkin, B. A. Kniehl, M. Steinhauser, Hadronic Higgs boson decay to order α_s^4 , *Phys. Rev. Lett.* 79 (1997) 353–356.
- [73] Y. Schröder, M. Steinhauser, Four-loop decoupling relations for the strong coupling, *JHEP* 0601 (2006) 051.
- [74] K. G. Chetyrkin, J. Kühn, C. Sturm, QCD decoupling at four loops, *Nucl. Phys. B* 744 (2006) 121–135.
- [75] R. V. Harlander, Supersymmetric Higgs production at the large hadron collider, *Eur. Phys. J. C* 33 (2004) S454–S456.
- [76] R. V. Harlander, Asymptotic expansions: Methods and applications, *Acta Phys. Polon. B* 30 (1999) 3443–3462.
- [77] V. A. Smirnov, Applied asymptotic expansions in momenta and masses, *Springer Tracts Mod. Phys.* 177 (2002) 1–262.

-
- [78] H. Mantler, M. Wiesemann, Top- and bottom-mass effects in hadronic Higgs production at small transverse momenta through LO+NLL, *Eur. Phys. J. C* 73 (2013) 2467.
- [79] Y. L. Dokshitzer, D. I. Dyakonov, S. I. Troyan, Hard processes in quantum chromodynamics, *Phys. Rep.* 58 (1980) 269–395.
- [80] G. Parisi, R. Petronzio, Small transverse momentum distributions in hard processes, *Nucl. Phys. B* 154 (1979) 427–440.
- [81] G. Curci, M. Greco, Y. N. Srivastava, QCD jets from coherent states, *Nucl. Phys. B* 159 (1979) 451–468.
- [82] J. C. Collins, D. E. Soper, Back-to-back jets in QCD, *Nucl. Phys. B* 193 (1981) 381–443.
- [83] J. Kodaira, L. Trentadue, Summing soft emission in QCD, *Phys. Lett. B* 112 (1982) 66–70.
- [84] C. T. H. Davies, W. J. Stirling, Non-leading corrections to the Drell-Yan cross section at small transverse momentum, *Nucl. Phys. B* 244 (1984) 337–348.
- [85] G. Altarelli, R. K. Ellis, M. Greco, G. Martinelli, Vector boson production at colliders: A theoretical reappraisal, *Nucl. Phys. B* 246 (1984) 12–44.
- [86] J. C. Collins, D. E. Soper, G. Sterman, Transverse momentum distribution in Drell-Yan pair and W and Z boson production, *Nucl. Phys. B* 250 (1985) 199–224.
- [87] G. Bozzi, S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini, Transverse-momentum resummation and the spectrum of the Higgs boson at the LHC, *Nucl. Phys. B* 737 (2006) 73–120.
- [88] S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini, Universality of non-leading logarithmic contributions in transverse-momentum distributions, *Nucl. Phys. B* 596 (2001) 299–312.
- [89] S. Catani, M. Grazzini, Higgs boson production at hadron colliders: Hard-collinear coefficients at the NNLO, *Eur. Phys. J. C* 72 (2012) 2013.
- [90] S. Catani, M. Grazzini, QCD transverse-momentum resummation in gluon fusion processes, *Nucl. Phys. B* 845 (2011) 297–323.
- [91] S. Catani, L. Cieri, D. de Florian, G. Ferrera, M. Grazzini, Vector-boson production at hadron colliders: hard-collinear coefficients at the NNLO, *Eur. Phys. J. C* 72 (2012) 2195.
- [92] R. V. Harlander, W. B. Kilgore, Higgs boson production in bottom quark fusion at next-to-next-to-leading order, *Phys. Rev. D* 68 (2003) 013001.

-
- [93] K. J. Ozeren, Analytic results for Higgs production in bottom fusion, *JHEP* 1011 (2010) 084.
- [94] D. de Florian, M. Grazzini, The structure of large logarithmic corrections at small transverse momentum in hadronic collisions, *Nucl. Phys. B* 616 (2001) 247–285.
- [95] T. Becher, M. Neubert, Drell–Yan production at small q_T , transverse parton distributions and the collinear anomaly, *Eur. Phys. J. C* 71 (2011) 1665.
- [96] S. Dawson, R. Kauffman, QCD corrections to Higgs boson production: Nonleading terms in the heavy quark limit, *Phys. Rev. D* 49 (1994) 2298–2309.
- [97] M. Spira, A. Djouadi, D. Graudenz, P. M. Zerwas, Higgs boson production at the LHC, *Nucl. Phys. B* 453 (1995) 17–82.
- [98] R. V. Harlander, W. B. Kilgore, Next-to-next-to-leading order Higgs production at hadron colliders, *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002) 201801.
- [99] C. Anastasiou, K. Melnikov, Higgs boson production at hadron colliders in NNLO QCD, *Nucl. Phys. B* 646 (2002) 220–256.
- [100] V. Ravindran, J. Smith, W. L. van Neerven, NNLO corrections to the total cross section for Higgs boson production in hadron–hadron collisions, *Nucl. Phys. B* 665 (2003) 325–366.
- [101] S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini, P. Nason, Soft gluon resummation for Higgs boson production at hadron colliders, *JHEP* 0307 (2003) 028.
- [102] A. S. Idilbi, X.-D. Ji, J. P. Ma, F. Yuan, Threshold resummation for Higgs production in effective field theory, *Phys. Rev. D* 73 (2006) 077501.
- [103] V. Ravindran, Higher-order threshold effects to inclusive processes in QCD, *Nucl. Phys. B* 752 (2006) 173–196.
- [104] V. Ahrens, T. Becher, M. Neubert, L. L. Yang, Renormalization-group improved prediction for Higgs production at hadron colliders, *Eur. Phys. J. C* 62 (2009) 333–353.
- [105] A. Djouadi, P. Gambino, Leading electroweak correction to Higgs boson production at proton colliders, *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994) 2528–2531.
- [106] G. Degrossi, F. Maltoni, Two-loop electroweak corrections to Higgs production at hadron colliders, *Phys. Lett. B* 600 (2004) 255–260.
- [107] U. Aglietti, R. Bonciani, G. Degrossi, A. Vicini, Two-loop light fermion contribution to Higgs production and decays, *Phys. Lett. B* 595 (2004) 432–441.
- [108] S. Actis, G. Passarino, C. Sturm, S. Uccirati, NLO electroweak corrections to Higgs boson production at hadron colliders, *Phys. Lett. B* 670 (2008) 12–17.

-
- [109] C. Anastasiou, R. Boughezal, F. J. Petriello, Mixed QCD-electroweak corrections to Higgs boson production in gluon fusion, *JHEP* 0904 (2009) 003.
- [110] S. Marzani, R. D. Ball, V. Del Duca, S. Forte, A. Vicini, Higgs production via gluon–gluon fusion with finite top mass beyond next-to-leading order, *Nucl. Phys. B* 800 (2008) 127–145.
- [111] R. V. Harlander, K. J. Ozeren, Finite top mass effects for hadronic Higgs production at next-to-next-to-leading order, *JHEP* 0911 (2009) 088.
- [112] R. V. Harlander, H. Mantler, S. Marzani, K. J. Ozeren, Higgs production in gluon fusion at next-to-next-to-leading order QCD for finite top mass, *Eur. Phys. J. C* 66 (2010) 359–372.
- [113] A. V. Pak, M. Rogal, M. Steinhauser, Finite top quark mass effects in NNLO Higgs boson production at LHC, *JHEP* 1002 (2010) 025.
- [114] A. V. Pak, M. Rogal, M. Steinhauser, Production of scalar and pseudo-scalar Higgs bosons to next-to-next-to-leading order at hadron colliders, *JHEP* 1109 (2011) 88.
- [115] D. de Florian, M. Grazzini, Z. Kunszt, Higgs production with large transverse momentum in hadronic collisions at next-to-leading order, *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999) 5209–5212.
- [116] V. Ravindran, J. Smith, W. L. van Neerven, Next-to-leading order QCD corrections to differential distributions of Higgs boson production in hadron–hadron collisions, *Nucl. Phys. B* 634 (2002) 247–290.
- [117] C. J. Glosser, C. R. Schmidt, Next-to-leading corrections to the Higgs boson transverse momentum spectrum in gluon fusion, *JHEP* 0212 (2002) 016.
- [118] D. de Florian, A. Kulesza, W. Vogelsang, Threshold resummation for high-transverse-momentum Higgs production at the LHC, *JHEP* 0602 (2006) 047.
- [119] S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini, Direct Higgs production and jet veto at the Tevatron and the LHC in NNLO QCD, *JHEP* 0201 (2002) 015.
- [120] S. Catani, E. D’Emilio, L. Trentadue, The gluon form factor to higher orders: Gluon-gluon annihilation at small Q_t , *Phys. Lett. B* 211 (1988) 335–342.
- [121] C.-P. Yuan, Kinematics of the Higgs boson at hadron colliders. NLO QCD gluon resummation, *Phys. Lett. B* 283 (1992) 395–402.
- [122] R. Kauffman, Higher-order corrections to Higgs-boson p_T , *Phys. Rev. D* 45 (1992) 1512–1517.
- [123] G. Bozzi, S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini, The q_T spectrum of the Higgs boson at the LHC in QCD perturbation theory, *Phys. Lett. B* 564 (2003) 65–72.

-
- [124] G. Bozzi, S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini, Higgs boson production at the LHC: Transverse-momentum resummation and rapidity dependence, *Nucl. Phys. B* 791 (2008) 1–19.
- [125] D. de Florian, G. Ferrera, M. Grazzini, D. Tommasini, Transverse-momentum resummation: Higgs boson production at the Tevatron and the LHC, *JHEP* 1111 (2011) 064.
- [126] C. Anastasiou, K. Melnikov, F. J. Petriello, Higgs-boson production at hadron colliders: Differential cross sections through next-to-next-to-leading order, *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004) 262002.
- [127] S. Catani, M. Grazzini, Next-to-next-to-leading-order subtraction formalism in hadron collisions and its application to Higgs-boson production at the Large Hadron Collider, *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007) 222002.
- [128] S. Catani, M. Grazzini, **HNLO**: A Monte Carlo program to compute Higgs boson production at hadron colliders, *PoS RADCOR2007* (2007) 046.
- [129] V. Del Duca, W. B. Kilgore, C. Oleari, C. R. Schmidt, D. Zeppenfeld, Gluon-fusion contributions to $H+2$ jet production, *Nucl. Phys. B* 616 (2001) 367–399.
- [130] J. Alwall, Q. Li, F. Maltoni, Matched predictions for Higgs production via heavy-quark loops in the standard model and beyond, *Phys. Rev. D* 85 (2012) 014031.
- [131] E. A. Bagnaschi, G. Degrossi, P. Slavich, A. Vicini, Higgs production via gluon fusion in the POWHEG approach in the SM and in the MSSM, *JHEP* 1202 (2012) 088.
- [132] R. V. Harlander, T. Neumann, K. J. Ozeren, M. Wiesemann, Top-mass effects in differential Higgs production through gluon fusion at order α_s^4 , *JHEP* 1208 (2012) 139.
- [133] D. de Florian, M. Grazzini, Higgs production through gluon fusion: Updated cross sections at the Tevatron and the LHC, *Phys. Lett. B* 674 (2009) 291–294.
- [134] C. Anastasiou, R. Boughezal, E. Furlan, The NNLO gluon fusion Higgs production cross-section with many heavy quarks, *JHEP* 1006 (2010) 101.
- [135] J. Baglio, A. Djouadi, Predictions for Higgs production at the Tevatron and the associated uncertainties, *JHEP* 1010 (2010) 064.
- [136] J. Baglio, A. Djouadi, Higgs production at the LHC, *JHEP* 1103 (2011) 055.
- [137] S. Alioli, P. Nason, C. Oleari, E. Re, NLO Higgs boson production via gluon fusion matched with shower in POWHEG, *JHEP* 0904 (2009) 002.

-
- [138] S. Alioli, P. Nason, C. Oleari, E. Re, A general framework for implementing NLO calculations in shower Monte Carlo programs: the POWHEG BOX, JHEP 1006 (2010) 043.
- [139] R. V. Harlander, T. Seidensticker, M. Steinhauser, Corrections of $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ to the decay of the Z boson into bottom quarks, Phys. Lett. B 426 (1998) 125–132.
- [140] M. Steinhauser, MATAD: a program package for the computation of MASSive TADpoles, Comput. Phys. Commun. 134 (2001) 335–364.
- [141] A. V. Pak, M. Rogal, M. Steinhauser, Virtual three-loop corrections to Higgs boson production in gluon fusion for finite top quark mass, Phys. Lett. B 679 (2009) 473–477.
- [142] S. I. Alekhin, J. Blümlein, P. Jimenez-delgado, S. O. Moch, E. Reya, NNLO benchmarks for gauge and Higgs boson production at TeV hadron colliders, Phys. Lett. B 697 (2011) 127–135.
- [143] R. S. Thorne, G. Watt, PDF dependence of Higgs cross sections at the Tevatron and LHC: response to recent criticism, JHEP 1108 (2011) 100.
- [144] R. V. Harlander, K. J. Ozeren, Top mass effects in Higgs production at next-to-next-to-leading order QCD: Virtual corrections, Phys. Lett. B 679 (2009) 467–472.
- [145] H. M. Georgi, S. L. Glashow, M. E. Machacek, D. V. Nanopoulos, Higgs bosons from two-gluon annihilation in proton-proton collisions, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 692–694.
- [146] R. K. Ellis, I. Hinchliffe, M. Soldate, J. J. van der Bij, Higgs decay to $\pi^+\pi^-$, Nucl. Phys. B 297 (1988) 221–243.
- [147] R. V. Harlander, P. Kant, Higgs production and decay: analytic results at next-to-leading order QCD, JHEP 0512 (2005) 015.
- [148] U. Aglietti, R. Bonciani, G. Degrassi, A. Vicini, Analytic results for virtual QCD corrections to Higgs production and decay, JHEP 0701 (2007) 021.
- [149] C. Anastasiou, S. Beerli, S. Bucherer, A. Daleo, Z. Kunszt, Two-loop amplitudes and master integrals for the production of a Higgs boson via a massive quark and a scalar-quark loop, JHEP 0701 (2007) 082.
- [150] M. M. Mühlleitner, M. Spira, Higgs boson production via gluon fusion: Squark loops at NLO QCD, Nucl. Phys. B 790 (2008) 1–27.
- [151] R. Bonciani, G. Degrassi, A. Vicini, Scalar particle contribution to Higgs production via gluon fusion at NLO, JHEP 0711 (2007) 095.

-
- [152] R. V. Harlander, F. Hofmann, H. Mantler, Supersymmetric Higgs production in gluon fusion, *JHEP* 1102 (2011) 055.
- [153] T. Sjöstrand, S. Mrenna, P. Z. Skands, *PYTHIA 6.4 physics and manual*, *JHEP* 0605 (2006) 026.
- [154] T. Sjöstrand, S. Mrenna, P. Z. Skands, A brief introduction to *PYTHIA 8.1*, *Comput. Phys. Commun.* 178 (2008) 852–867.
- [155] S. Frixione, private Kommunikation.
- [156] S. Frixione, Vortrag beim „7th LHC Higgs Cross Section Working Group meeting“, CERN (2012), <https://indico.cern.ch/getFile.py/access?contribId=18&sessionId=5&resId=0&materialId=slides&confId=209605>, abgerufen am 25.07.2013.
- [157] S. Frixione, B. R. Webber, Matching NLO QCD computations and parton shower simulations, *JHEP* 0206 (2002) 029.
- [158] J. M. Butterworth, A. R. Davison, Jet substructure as a new Higgs-search channel at the Large Hadron Collider, *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 242001.
- [159] T. Han, S. Willenbrock, QCD correction to the $pp \rightarrow WH$ and ZH total cross sections, *Phys. Lett. B* 273 (1991) 167–172.
- [160] O. Brein, A. Djouadi, R. V. Harlander, NNLO QCD corrections to the Higgs-strahlung processes at hadron colliders, *Phys. Lett. B* 579 (2004) 149–156.
- [161] O. Brein, R. V. Harlander, T. J. E. Zirke, *vh@nnlo*–Higgs Strahlung at hadron colliders, *Comput. Phys. Commun.* 184 (2013) 998–1003.
- [162] R. Hamberg, W. L. van Neerven, T. Matsuura, A complete calculation of the order α_s^2 correction to the Drell-Yan K-factor, *Nucl. Phys. B* 359 (1991) 343–405.
- [163] L. Altenkamp, S. Dittmaier, R. V. Harlander, H. Rzehak, T. J. E. Zirke, Gluon-induced Higgs-strahlung at next-to-leading order QCD, *JHEP* 1302 (2013) 78.
- [164] B. Kniehl, Associated production of Higgs and Z bosons from gluon fusion in hadron collisions, *Phys. Rev. D* 42 (1990) 2253–2258.
- [165] G. Ferrera, M. Grazzini, F. Tramontano, Associated Higgs- W -boson production at hadron colliders: A fully exclusive QCD calculation at NNLO, *Phys. Rev. Lett.* 107 (2011) 152003.
- [166] O. Brein, R. V. Harlander, M. Wiesemann, T. J. E. Zirke, Top-quark mediated effects in hadronic Higgs-Strahlung, *Eur. Phys. J. C* 72 (2012) 1868.
- [167] P. Nogueira, Automatic Feynman graph generation, *J. Comp. Phys.* 105 (1993) 279–289.

-
- [168] T. Seidensticker, Automatic application of successive asymptotic expansions of Feynman diagrams, arXiv:hep-ph/9905298 (1999).
- [169] J. A. M. Vermaseren, New features of FORM, arXiv:math-ph/0010025 (2000).
- [170] G. Passarino, M. J. G. Veltman, One-loop corrections for e^+e^- annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg model, Nucl. Phys. B 160 (1979) 151–207.
- [171] R. K. Ellis, G. Zanderighi, Scalar one-loop integrals for QCD, JHEP 0802 (2008) 002.
- [172] O. Brein, PhD thesis, Berlin, RHOMBOS-Verl. (2003).
- [173] G. J. van Oldenborgh, J. A. M. Vermaseren, New algorithms for one-loop integrals, Zeit. Phys. C 46 (1990) 425–437.
- [174] G. J. van Oldenborgh, FF — a package to evaluate one-loop Feynman diagrams, Comput. Phys. Commun. 66 (1991) 1–15.
- [175] J. Küblbeck, M. Böhm, A. Denner, **FeynArts** – computer-algebraic generation of Feynman graphs and amplitudes, Comput. Phys. Commun. 60 (1990) 165–180.
- [176] T. Hahn, M. Pérez-Victoria, Automated one-loop calculations in four and D dimensions, Comput. Phys. Commun. 118 (1999) 153–165.
- [177] T. Hahn, Automatic loop calculations with **FeynArts**, **FormCalc**, and **LoopTools**, Nucl. Phys. B - Proc. Suppl. 89 (2000) 231–236.
- [178] T. Hahn, New features in **FormCalc** 4, Nucl. Phys. B - Proc. Suppl. 135 (2004) 333–337.
- [179] A. Denner, S. Dittmaier, Reduction schemes for one-loop tensor integrals, Nucl. Phys. B 734 (2006) 62–115.
- [180] A. Denner, S. Dittmaier, Scalar one-loop 4-point integrals, Nucl. Phys. B 844 (2011) 199–242.
- [181] A. S. Belyaev, A. S. Blum, R. S. Chivukula, E. H. Simmons, The meaning of “Higgs”: $\tau^+\tau^-$ and $\gamma\gamma$ at the Fermilab Tevatron and the CERN LHC, Phys. Rev. D 72 (2005) 055022.
- [182] A. S. Belyaev, J. Pumplin, W.-K. Tung, C.-P. Yuan, Uncertainties of the inclusive Higgs production cross section at the Tevatron and the LHC, JHEP 0601 (2006) 069.
- [183] O. Brein, Electroweak and bottom quark contributions to Higgs boson plus jet production, Phys. Rev. D 81 (2010) 093006.

-
- [184] A. Djouadi, The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. I: The Higgs boson in the standard model, *Phys. Rep.* 457 (2008) 1–216.
- [185] A. Djouadi, The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. II. The Higgs bosons in the minimal supersymmetric model, *Phys. Rep.* 459 (2008) 1–241.
- [186] The LEP Working Group for Higgs Boson Searches, Search for neutral MSSM Higgs bosons at LEP, *Eur. Phys. J. C* 47 (2006) 547–587.
- [187] Tevatron New Phenomena & Higgs Working Group, Combined CDF and D0 upper limits on MSSM Higgs boson production in $\tau\tau$ final states with up to 2.2 fb^{-1} , arXiv:1003.3363 (2010).
- [188] R. M. Barnett, H. E. Haber, D. E. Soper, Ultra-heavy particle production from heavy partons at hadron colliders, *Nucl. Phys. B* 306 (1988) 697–745.
- [189] D. A. Dicus, S. S. D. Willenbrock, Higgs-boson production from heavy-quark fusion, *Phys. Rev. D* 39 (1989) 751–757.
- [190] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, G. Watt, Heavy-quark mass dependence in global PDF analyses and 3- and 4-flavour parton distributions, *Eur. Phys. J. C* 70 (2010) 51–72.
- [191] D. L. Rainwater, M. Spira, D. Zeppenfeld, Higgs boson production at hadron colliders: Signal and background processes, arXiv:hep-ph/0203187 (2002).
- [192] T. Plehn, Charged Higgs boson production in bottom-gluon fusion, *Phys. Rev. D* 67 (2003) 014018.
- [193] D. A. Dicus, T. Stelzer, Z. Sullivan, S. S. D. Willenbrock, Higgs-boson production in association with bottom quarks at next-to-leading order, *Phys. Rev. D* 59 (1999) 094016.
- [194] F. Maltoni, Z. Sullivan, S. S. D. Willenbrock, Higgs-boson production via bottom-quark fusion, *Phys. Rev. D* 67 (2003) 093005.
- [195] S. Dittmaier, M. Krämer, M. Spira, Higgs radiation off bottom quarks at the Fermilab Tevatron and the CERN LHC, *Phys. Rev. D* 70 (2004) 074010.
- [196] S. Dawson, C. B. Jackson, L. Reina, D. Wackerth, Exclusive Higgs boson production with bottom quarks at hadron colliders, *Phys. Rev. D* 69 (2004) 074027.
- [197] G. Gao, R. J. Oakes, J. M. Yang, Heavy supersymmetric particle effects in the Higgs boson production associated with a bottom quark pair at the CERN LHC and at the Fermilab Tevatron, *Phys. Rev. D* 71 (2005) 095005.
- [198] S. Dittmaier, M. Krämer, A. Mück, T. Schlüter, MSSM Higgs-boson production in bottom-quark fusion: electroweak radiative corrections, *JHEP* 0703 (2007) 114.

-
- [199] E. Boos, T. Plehn, Higgs-boson production induced by bottom quarks, *Phys. Rev. D* 69 (2004) 094005.
- [200] R. V. Harlander, M. Krämer, M. Schumacher, Bottom-quark associated Higgs-boson production: Reconciling the four- and five-flavour scheme approach, arXiv:1112.3478 (2011).
- [201] R. V. Harlander, K. J. Ozeren, M. Wiesemann, Higgs plus jet production in bottom quark annihilation at next-to-leading order, *Phys. Lett. B* 693 (2010) 269–273.
- [202] R. V. Harlander, M. Wiesemann, Jet-veto in bottom-quark induced Higgs production at next-to-next-to-leading order, *JHEP* 1204 (2012) 066.
- [203] S. Buehler, F. Herzog, A. Lazopoulos, R. Mueller, The fully differential hadronic production of a Higgs boson through bottom-quark fusion at NNLO, *JHEP* 1207 (2012) 115.
- [204] J. M. Campbell, R. K. Ellis, F. Maltoni, S. S. D. Willenbrock, Higgs-boson production in association with a single bottom quark, *Phys. Rev. D* 67 (2003) 095002.
- [205] S. Dawson, C. B. Jackson, P. Jaiswal, Supersymmetric QCD corrections to Higgs- b production: Is the Δ_b approximation accurate?, *Phys. Rev. D* 83 (2011) 115007.
- [206] A. S. Belyaev, P. M. Nadolsky, C.-P. Yuan, Transverse momentum resummation for Higgs boson produced via $b\bar{b}$ fusion at hadron colliders, *JHEP* 0604 (2006) 004.
- [207] V. Hirschi, R. Frederix, S. Frixione, M. V. Garzelli, F. Maltoni, R. Pittau, Automation of one-loop QCD computations, *JHEP* 1105 (2011) 044.
- [208] S. Frixione, F. Stoeckli, P. Torrielli, B. R. Webber, NLO QCD corrections in *Herwig++* with *MC@NLO*, *JHEP* 1101 (2011) 053.
- [209] Particle Data Group Collaboration, Review of particle physics, *Phys. Lett. B* 667 (2008) 1–6.
- [210] ATLAS Collaboration, Search for neutral MSSM Higgs bosons decaying to $\tau^+\tau^-$ pairs in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS Experiment (2011).
- [211] ATLAS Collaboration, Search for neutral MSSM Higgs bosons in $\sqrt{s} = 7$ TeV pp collisions at ATLAS (2012).
- [212] C. Anastasiou, G. Dissertori, M. Grazzini, F. Stöckli, B. R. Webber, Perturbative QCD effects and the search for a $H \rightarrow WW \rightarrow l\nu l\nu$ signal at the Tevatron, *JHEP* 0908 (2009) 099.

-
- [213] I. W. Stewart, F. J. Tackmann, Theory uncertainties for Higgs mass and other searches using jet bins, *Phys. Rev. D* 85 (2012) 034011.
- [214] M. S. Carena, S. Heinemeyer, C. E. M. Wagner, G. Weiglein, Suggestions for improved benchmark scenarios for Higgs boson searches at LEP-2, arXiv:hep-ph/0202167 (1999).
- [215] M. S. Carena, S. Heinemeyer, C. E. M. Wagner, G. Weiglein, Suggestions for benchmark scenarios for MSSM Higgs boson searches at hadron colliders, *Eur. Phys. J. C* 26 (2003) 601–607.
- [216] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, The masses of the neutral \mathcal{CP} -even Higgs bosons in the MSSM: Accurate analysis at the two-loop level, *Eur. Phys. J. C* 9 (1999) 343–366.
- [217] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, **FeynHiggs**: a program for the calculation of the masses of the neutral \mathcal{CP} -even Higgs bosons in the MSSM, *Comput. Phys. Commun.* 124 (2000) 76–89.
- [218] G. Degrandi, S. Heinemeyer, W. Hollik, P. Slavich, G. Weiglein, Towards high-precision predictions for the MSSM Higgs sector, *Eur. Phys. J. C* 28 (2003) 133–143.
- [219] M. Frank, T. Hahn, S. Heinemeyer, W. Hollik, H. Rzehak, G. Weiglein, The Higgs boson masses and mixings of the complex MSSM in the Feynman-diagrammatic approach, *JHEP* 0702 (2007) 047.
- [220] S. Martin, Three-loop corrections to the lightest Higgs scalar boson mass in supersymmetry, *Phys. Rev. D* 75 (2007) 055005.
- [221] R. V. Harlander, P. Kant, L. Mihaila, M. Steinhauser, Higgs boson mass in supersymmetry to three loops, *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 191602.
- [222] CMS Collaboration, Search for neutral Higgs bosons decaying to tau pairs in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV (2011).
- [223] CMS Collaboration, Search for neutral Higgs bosons decaying into tau leptons in the dimuon channel with CMS in pp collisions at 7 TeV (2012).
- [224] CMS Collaboration, Search for neutral Higgs bosons decaying to tau pairs in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV, *Phys. Lett. B* 713 (2012) 68–90.
- [225] S. Dawson, C. B. Jackson, L. Reina, D. Wackeroth, Higgs-boson production with one bottom-quark jet at hadron colliders, *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005) 031802.
- [226] J. M. Campbell, R. K. Ellis, C. Williams, Users guide: MCFM - Monte Carlo for FeMtobarn processes, <http://mcfm.fnal.gov>, abgerufen am 22.07.2013.

-
- [227] R. Kinnunen, S. Lehti, F. Moortgat, A. Nikitenko, M. Spira, Measurement of the $H/A \rightarrow \tau\tau$ cross section and possible constraints on $\tan\beta$, *Eur. Phys. J. C* 40 (2005) 23–32.
- [228] R. V. Harlander, S. Liebler, H. Mantler, **SusHi**: A program for the calculation of Higgs production in gluon fusion and bottom-quark annihilation in the standard model and the MSSM, *Comput. Phys. Commun.* 184 (2013) 1605–1617.
- [229] M. Grazzini, H. Sargsyan, Heavy-quark mass effects in Higgs boson production at the LHC, arXiv:1306.4581 (2013).
- [230] R. V. Harlander, Higgs production at the Large Hadron Collider: theoretical status, *J. Phys. G* 35 (2008) 033001.
- [231] V. N. Gribov, L. N. Lipatov, Deep inelastic ep scattering in perturbation theory, *Sov. J. Nucl. Phys.* 15 (1972) 438–450.
- [232] V. N. Gribov, L. N. Lipatov, e^+e^- pair annihilation and deep inelastic ep scattering in perturbation theory, *Sov. J. Nucl. Phys.* 15 (1972) 675–684.
- [233] G. Altarelli, G. Parisi, Asymptotic freedom in parton language, *Nucl. Phys. B* 126 (1977) 298–318.
- [234] L. N. Lipatov, The parton model and perturbation theory, *Sov. J. Nucl. Phys.* 20 (1975) 94–102.
- [235] Y. L. Dokshitzer, Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and e^+e^- annihilation by perturbation theory in Quantum Chromodynamics., *Sov. Phys. JETP* 46 (1977) 641–653.
- [236] E. G. Floratos, D. A. Ross, C. T. Sachrajda, Higher-order effects in asymptotically free gauge theories: The anomalous dimensions of Wilson operators, *Nucl. Phys. B* 129 (1977) 66–88.
- [237] E. G. Floratos, D. A. Ross, C. T. Sachrajda, Higher-order effects in asymptotically free gauge theories, *Nucl. Phys. B* 152 (1979) 493–520.
- [238] A. González-Arroyo, C. A. López, F. J. Ynduráin, Second-order contributions to the structure functions in deep inelastic scattering (I). Theoretical calculations, *Nucl. Phys. B* 153 (1979) 161–186.
- [239] G. Curci, W. Furmanski, R. Petronzio, Evolution of parton densities beyond leading order, *Nucl. Phys. B* 175 (1980) 27–92.
- [240] W. Furmanski, R. Petronzio, Singlet parton densities beyond leading order, *Phys. Lett. B* 97 (1980) 437–442.
- [241] E. G. Floratos, C. Kounnas, R. Lacaze, Higher order QCD effects in inclusive annihilation and deep inelastic scattering, *Nucl. Phys. B* 192 (1981) 417–462.

-
- [242] W. Vogelsang, Rederivation of the spin-dependent next-to-leading order splitting functions, *Phys. Rev. D* 54 (1996) 2023–2029.
- [243] W. Vogelsang, The spin-dependent two-loop splitting functions, *Nucl. Phys. B* 475 (1996) 47–72.
- [244] S. O. Moch, J. A. M. Vermaseren, A. Vogt, The three-loop splitting functions in QCD: the non-singlet case, *Nucl. Phys. B* 688 (2004) 101–134.
- [245] A. Vogt, S. O. Moch, J. A. M. Vermaseren, The three-loop splitting functions in QCD: the singlet case, *Nucl. Phys. B* 691 (2004) 129–181.
- [246] J. Blümlein, S. Kurth, On the Mellin transform of the coefficient functions of $F(L)(x, Q^2)$, arXiv:hep-ph/9708388 (1997).
- [247] J. Blümlein, S. Kurth, Harmonic sums and Mellin transforms up to two-loop order, *Phys. Rev. D* 60 (1999) 014018.
- [248] R. V. Harlander, private Kommunikation.
- [249] A. Vogt, Efficient evolution of unpolarized and polarized parton distributions with QCD-PEGASUS, *Comput. Phys. Commun.* 170 (2005) 65–92.

Danksagungen

Mein größter Dank gilt Prof. Dr. Robert Harlander. Als mein Doktorvater und Mentor hat er die Grundlage für den Erfolg dieser Arbeit geschaffen. Er hat stets eine offene Tür für seine Studenten und hat mir in vielen Diskussionen mit seinen exzellenten Tipps weitergeholfen. Besonders bemerkenswert finde ich, dass er seine Studenten ab einem gewissen Punkt wie gleichgestellte Wissenschaftler behandelt und so ihre Entwicklung zur selbstständigen Forschung fördert und beschleunigt. Ich danke Prof. Dr. Robert Harlander außerdem dafür, dass er es mir ermöglicht hat, am CERN zu forschen. Zusammen mit seinem Empfehlungsschreiben war dies ein Grundbaustein für mein Post-Doc-Angebot in Zürich, auf das ich sehr stolz bin.

Viel Dank gebührt auch Prof. Dr. Michael Krämer dafür, dass er sich bereit erklärt hat das Korreferat zu übernehmen und als Prüfer zu fungieren. Außerdem hat er bereits zuvor mit seinem Empfehlungsschreiben meine Karriere unterstützt.

Einen besonderen Dank möchte ich ebenfalls Prof. Dr. Stefano Frixione aussprechen. Seine Betreuung während meines Aufenthalts am CERN war hervorragend und er hat sich viel Zeit für unsere Zusammenarbeit genommen. Sein Empfehlungsschreiben war ein weiterer Grundpfeiler für meine Post-Doc-Bewerbungen.

Ganz herzlich möchte ich mich auch bei meinen Kollaborateuren und Freunden bedanken. Die Zusammenarbeit mit Hendrik Mantler, Tobias Neumann und Tom Zirke empfinde ich als ausgezeichnet und sie war die Grundlage unserer gemeinsamen Veröffentlichungen. Die Arbeit mit Dr. Anurag Tripathi schätze ich sehr. Die zahlreichen Diskussionen mit ihm und unsere Erkenntnisse haben mein Verständnis von Resummierung auf ein anderes Level gehoben. Auch bei Dr. Oliver Brein und Dr. Kemal Ozeren möchte ich mich für die gemeinsame Arbeit an unseren Publikationen bedanken.

Ein riesiger Dank gebührt auch meinen Korrekturlesern. Allen voran Tina Wiesemann, welche sich, wie auch bei meiner Diplomarbeit, trotz ihrer zwei kleinen Kinder und ihrer Lehrtätigkeit als Grundschullehrerin die Zeit genommen hat, einen

Großteil der Rechtschreib- und Grammatikfehler aus meiner Arbeit zu beseitigen. Das ist bemerkenswert. Tobias Neumann und Tom Zirke bin ich ebenfalls für ihre Korrektur physikalischer Ungereimtheiten zu großem Dank verpflichtet.

Meinem langjährigen Freund Robert Freitag danke ich vielmals für die Erstellung einiger Graphiken in dieser Arbeit. Auch wenn dies sein dimensionales Können unterfordert (2D statt 3D-Animation), konnten insbesondere das von ihm entworfene Cover und das Higgspotential den äußerlichen Stil meiner Arbeit immens aufwerten.

Größter Dank ist meiner Freundin und Lebensgefährtin Anne auszusprechen. Ihre Unterstützung war außerhalb der fachlichen Hilfe der wichtigste Grundpfeiler dieser Arbeit. So hat sie immer wieder beide Augen zugeedrückt, wenn es um die Erfüllung meiner häuslichen Pflichten ging, und meine nicht immer besten Launen ertragen. Zudem hat sie mir bei der Korrektur der Arbeit sehr geholfen. Vielen Dank!