



FACHBEREICH PHYSIK
BERGISCHE UNIVERSITÄT
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

**Messung der Helizitätskomponenten
der Fragmentationsfunktion geladener
Hadronen auf der Z-Resonanz**

Abdellah Malek

WUB-DIS 2002-01
Januar 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	5
2	Das Standardmodell	6
2.1	Die elektroschwache Wechselwirkung	6
2.2	Die starke Wechselwirkung	7
3	Theoretische Grundlagen	9
3.1	Quantenchromodynamik (QCD)	9
3.2	Die Renormierungsgruppengleichung	10
3.3	Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen	11
3.4	Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$	12
3.5	Das Partonschauer-Modell	13
3.6	Die Hadronisierung	15
3.7	Die Monte-Carlo-Modelle	16
3.8	Die Fragmentationsfunktion	17
3.8.1	Komponenten der Fragmentationsfunktion	21
3.8.2	Asymmetrische Fragmentationsfunktion	22
3.8.3	Bestimmung von α_s aus dem longitudinalen Anteil	23
3.8.4	Potenzkorrektur	23

3.8.5	Bestimmung der Gluon-Fragmentationsfunktion	25
3.9	Analogie zu Strukturfunktionen in der tiefunelastischen Streuung	26
3.9.1	Wirkungsquerschnitt und Strukturfunktionen	27
4	Das Experiment	28
4.1	Der e^+e^- Speicherring LEP	28
4.2	Das DELPHI-Experiment	29
4.3	Die Datenanalyse bei DELPHI	31
4.4	Die Simulation des Detektors	32
5	Datenanalyse	36
5.1	Selektion hadronischer Ereignisse	36
5.2	Korrektur der Daten	38
5.3	Extraktion der Komponenten der Fragmentationsfunktion	42
5.4	Die Anreicherung von b- und uds-Quark Ereignissen	44
6	Ergebnisse	48
6.1	Messung von F_T und F_L	48
6.2	Vergleich von F_L für die drei Methoden	49
6.3	Systematische Fehler	50
6.4	Vergleich von F_T und F_L mit anderen Messungen	53
6.5	Das Verhältnis von $\frac{F_L}{F_T}$ und $\frac{F_L}{F_{L+T}}$	55
6.6	Gluon Fragmentationsfunktion	56
6.7	Asymmetrische Fragmentationsfunktion	58
6.8	Bestimmung des longitudinalen und transversalen Wirkungsquerschnitts	59
6.8.1	Potenzkorrektur	60

6.9	Bestimmung von α_s	61
6.10	Vergleich der Fragmentationsfunktion für schwere und leichte Quarks	63
7	Zusammenfassung	65
A	Tabellen	67
A.1	Tabellen	67
A.2	Tabellen für b-quarks	70
A.3	Tabellen für uds-quarks	71

Abstract

The transverse, longitudinal and asymmetric components of the fragmentation function are measured from the inclusive charged particles in e^+e^- collisions at LEP. The study of the process $e^+e^- \rightarrow h + X$ provides a test of the QCD predictions using these fragmentation functions. The transverse σ_T and longitudinal σ_L components of the total hadronic cross section σ_{tot} are evaluated from the fragmentation functions. They are determined to be

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}} = 0.9429 \pm 0.0006(stat) \pm 0.0050(syst)$$

and

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} = 0.0571 \pm 0.0007(stat) \pm 0.0050(syst)$$

respectively. The strong coupling constant is calculated from the longitudinal cross section $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ in next-to-leading order of perturbative QCD, giving

$$\alpha_s(M_Z) = 0.132 \pm 0.001(stat) \pm 0.008(syst).$$

Including non-perturbative power corrections leads to

$$\alpha_s(M_Z) = 0.113 \pm 0.001(stat) \pm 0.008(syst).$$

By integrating the fragmentation functions, we determine the average charged particle multiplicity to be

$$\langle n^{ch} \rangle = 20.979 \pm 0.004(stat) \pm 0.199(syst).$$

From the longitudinal fragmentation function we are able to extract the gluon fragmentation function. The fragmentation functions in $b\bar{b}$ and light quark events are compared.

Kapitel 1

Einführung

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik beschreibt die fundamentalen Bausteine der Materie und ihre Wechselwirkungen. Alle Materie besteht aus punktförmigen Fermionen (Teilchen mit Spin $1/2$), die als Leptonen (Elektron, Muon, Tau und zugehörige Neutrinos) und Quarks (Up, Down, Strange, Charm, Bottom und Top) bezeichnet werden. Es sind vier fundamentale Wechselwirkungen bekannt; die Gravitation, die elektromagnetische, die schwache und die starke Wechselwirkung. Da die Gravitation um viele Größenordnungen schwächer ist als die anderen Wechselwirkungen wird sie im Standardmodell nicht berücksichtigt. Obwohl die verbleibenden Kräfte phänomenologisch sehr verschieden sind, lassen sie sich durch das dynamische Prinzip der lokalen Eichinvarianz und sogenannte Eichtheorien einheitlich beschreiben. Eine Beschreibung dieser Wechselwirkungen wird im nächsten Kapitel gegeben.

Um die Vorhersagen des Standardmodells der Elementarteilchenphysik zu überprüfen, war zwischen Juli 1989 und 2000 der große Elektron–Positron–Speicherring LEP (Large Electron Positron Collider) am europäischen Forschungszentrum CERN bei Genf in Betrieb. Besonders interessant in der Untersuchung des Standardmodells ist die Annihilation von Elektronen und Positronen. Der große Vorteil der e^+e^- -Speicherringe, verglichen mit Hadronspeicherringen, ist die Tatsache, daß der Anfangszustand wohldefiniert ist. Die Messungen der LEP-Experimente (ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL) haben bislang alle Vorhersagen des Standardmodells bestätigt.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Messung der transversalen, longitudinalen und asymmetrischen Bestandteile der Fragmentationsfunktionen, gemessen mit dem DELPHI Detektor auf der Z-Resonanz. In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen des elektroschwachen Standardmodells und der starken Wechselwirkung erläutert. Kapitel 3 beschreibt die theoretischen Grundlagen des Fragmentationsprozesses sowie die unterschiedlichen Komponenten der Fragmentationsfunktion. In Kapitel 4 folgt eine kurze Vorstellung des LEP-Speicherrings und der wichtigsten Detektorkomponenten des DELPHI-Experimentes. Kapitel 5 beinhaltet die Analyse der Daten, die Selektion der multihadronischen Ereignisse und eine detaillierte Beschreibung der Methode der Extraktion der unterschiedlichen Komponenten der Fragmentationsfunktion. In diesem Kapitel wird auch die Selektion der leichten und schweren Quarks vorgestellt. Das Kapitel 6 beschäftigt sich mit den Ergebnissen. Eine Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse wird im Kapitel 7 gegeben.

Kapitel 2

Das Standardmodell

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik faßt unser gegenwärtiges Verständnis der Materie und der Kräfte, die das Verhalten der Materie bestimmen. Es handelt sich um eine Eichtheorie, die alle bekannten Teilchen–Wechselwirkungen mit Ausnahme der Gravitation beschreibt. Diese Theorie basiert auf der Symmetriegruppe $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$. Dieses Modell beschreibt die starke, schwache und elektromagnetische Wechselwirkung elementarer Teilchen, den 6 Quarks und 6 Leptonen. Diese Teilchen lassen sich nach ihren Massen (leicht, mittelschwer, schwer) in 3 Generationen einordnen. Die Einordnung in zwei Gruppen Quarks und Leptonen beruht darauf, daß Quarks stark wechselwirken, Leptonen aber nicht.

Leptonen und Quarks gehören zur Gruppe der Fermionen. Im Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung sind alle fundamentalen Fermionen in linkshändigen Isospin–Dubletts bzw. rechtshändigen Singulets angeordnet. Die schwache Wechselwirkung wirkt nur zwischen linkshändigen Teilchen. Die elektromagnetische Wechselwirkung koppelt dagegen an alle elektrisch geladen Teilchen, ungeachtet ihrer Händigkeit.

Die Wechselwirkung zwischen Fermionen wird durch den Austausch von Eichbosonen beschrieben. Die Eichbosonen der starken Wechselwirkung sind acht masselose Gluonen. Die Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung sind das masselose Photon sowie die massiven W^\pm und Z –Bosonen. Tabelle 2.1 zeigt einen Überblick über die fundamentalen Fermionen und Bosonen des Standardmodells sowie deren Wechselwirkungen.

Die Gravitation wird nicht vom Standardmodell, sondern durch die allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein beschrieben. Das Austauscheteilchen der Gravitation, das sog. Graviton, das einen Spin 2 und eine verschwindende Ruhemasse haben sollte, konnte bisher nicht nachgewiesen werden. Die Gravitation ist aber in kosmischen Größenordnungen die vorherrschende Kraft. Da sie viel schwächer als die anderen Kräfte ist, kann sie für die Elementarteilchenphysik vernachlässigt werden.

2.1 Die elektroschwache Wechselwirkung

Die einheitliche Beschreibung der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen ist nach ihren Begründern Glashow, Weinberg und Salam benannt. Ihr liegt die Symmetrie-

Fermionen			F	I	I_3	Y	Q	Wechselwirkungen
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0	1/2	+1/2 -1/2	-1	0 -1	schwach elm., schwach
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	3	1/2	+1/2 -1/2	+1/3	+2/3 -1/3	stark, elm., schwach
e_R	μ_R	τ_R	0	0	0	-2	-1	elm., schwach
u_R	c_R	t_R	3	0	0	+4/3	+2/3	stark, elm., schwach
d_R	s_R	b_R	3	0	0	-2/3	-1/3	
Eichbosonen								
γ			0	0	0	0	0	elm.
Gluonen			8	0	0	0	0	stark
W^\pm			0	1	± 1	0	± 1	elm., schwach
Z			0	1	0	0	0	schwach

- F : Anzahl der Farben
 I : schwacher Isospin
 I_3 : Drei-Komponente des schwachen Isospins
 Y : Hyperladung
 Q : elektrische Ladung

Tabelle 2.1: Überblick über die fundamentalen Fermionen und Austauschbosonen

gruppe $SU(2) \times SU(1)_Y$ zugrunde. Die Theorie der elektromagnetischen Wechselwirkung ist die Quantenelektrodynamik. Diese ist die zur Zeit am genauesten überprüfte physikalische Theorie.

Die schwache Kraft ist für Teilchenumwandlungen, wie z.B. den Betazerfall des Neutrons verantwortlich. Hier wird ein Quark in ein anderes umgewandelt. Sowohl Hadronen als auch Leptonen unterliegen der schwachen Wechselwirkung. Die zugehörigen Austauscheteilchen sind W^+ , W^- und Z^0 -Bosonen. Wie der Name sagt, ist diese Wechselwirkung schwach, etwa 10^{-10} mal schwächer als die elektromagnetische Wechselwirkung. Sie besitzt aufgrund der grossen Masse der Eichbosonen W^- und Z^- -Bosonen nur eine sehr begrenzte Reichweite, während der elektromagnetischen Kraft (Photonen sind masselos) eine praktisch unbegrenzte Reichweite gegeben ist.

2.2 Die starke Wechselwirkung

Die Eichtheorie der starken Wechselwirkung ist die Quantenchromodynamik (QCD). Sie wird durch die Farbsymmetriegruppe $SU_C(3)$ beschrieben und wirkt zwischen Quarks. Nach dieser Theorie liegen die Quarks als Triplett mit drei Farbzuständen (rot, grün, blau) vor und die

starke Kraft wird durch acht Eichbosonen (Gluonen) vermittelt. Die Zahl der Farben läßt sich aus dem Zerfall $\pi \rightarrow 2\gamma$ oder aus dem Verhältnis $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ experimentell zu 3 bestimmen. Im Gegensatz zum Photon, welches keine elektrische Ladung trägt, haben die Gluonen selbst Farbladungen, sie tragen einen Farb- und einen Antifarbindex. Daher können die Gluonen im Gegensatz zu Photonen mit sich selbst in Wechselwirkung treten. Als Konsequenz dieser Gluonenselbstwechselwirkung nimmt die Stärke der Wechselwirkung mit kleiner werdendem Abstand zwischen den Farbladungen ab und mit wachsendem Abstand zu (asymptotische Freiheit). Bei kleineren Energien (grösseren Abständen) wird die starke Kraft noch stärker, bis schliesslich die Energiedichte gross genug ist, neue $q\bar{q}$ Paare zu erzeugen. Das ist etwa bei einem Protonradius (1 fm) der Fall. Dies führt zum sogenannten Confinement, d.h. es kann keine freien Quarks geben: Versucht man zum Beispiel eines der drei Quarks aus einem Neutron herauszuziehen, wird die Energiedichte irgendwann so groß, daß ein neues $q\bar{q}$ Paar entsteht. Das Confinement stellt auch die Motivation für das Bagmodell der Baryonen dar: Die Quarks befinden sich in einem Potential-bag, aus dem sie nicht entkommen können. Asymptotische Freiheit bedingt, daß die Kopplungskonstante der QCD α_s mit zunehmenden Impulsüberträgen Q^2 kleiner wird. Im Grenzfall unendlich hoher Impulsüberträge verhalten sich die Quarks in Hadronen wie freie Teilchen.

Kapitel 3

Theoretische Grundlagen

3.1 Quantenchromodynamik (QCD)

Die freie Lagrange-Dichte der Quantenchromodynamik (QCD) ist

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_j(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi_j, \quad (3.1)$$

wobei die ψ_1, ψ_2 und ψ_3 die drei Quark-Colour-Felder sind. Nun fordert man Invarianz der Lagrange-Dichte unter der nichtabelschen lokalen Eichtransformation $SU_C(3)$

$$\psi_j(x) \rightarrow U\psi_j(x) = e^{i\alpha^a(x)T^a}\psi_j(x) \quad (3.2)$$

Hier sind die Generatoren T^a mit $a=1,\dots,8$ linear unabhängige, spurlose, hermitesche 3×3 Matrizen. $\alpha^a(x)$ sind die Gruppenparameter. Für die T^a wählt man üblicherweise die Gell-Mann-Matrizen $\frac{\lambda^a}{2}$. Der Kommutator

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c \quad (3.3)$$

definiert die Strukturkonstanten f^{abc} und bestimmt damit die Gruppe vollständig. Um nun die Invarianz der Lagrange-Dichte (3.1) unter der $SU_C(3)$ Transformation (3.2) zu gewährleisten, muß man die Ableitung ∂_μ in (3.1) durch die kovariante Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu + igT^a G_\mu^a \quad (3.4)$$

ersetzen. Dadurch führt man acht Eichfelder G_μ^a ein, die sich nach

$$G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha^a - f^{abc}\alpha^b G_\mu^c \quad (3.5)$$

transformieren. Außerdem wird zur freien Lagrange-Dichte noch ein Term hinzuaddiert, der die kinetische Energie der Eichfelder beinhaltet. Dies führt dann zu der folgenden eichinvarianten Lagrangedichte der QCD

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi}_j(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi_j - g(\bar{\psi}_j\gamma_\mu T^a\psi_j)G_\mu^a - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \quad (3.6)$$

mit

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf^{abc}G_\mu^b G_\nu^c. \quad (3.7)$$

Sie beschreibt die Wechselwirkung zwischen den farbgeladenen Quarks und den ebenfalls farbgeladenen masselosen Gluonen. Aufgrund der Struktur des Feldstärketensors $G_{\mu\nu}^a$ beschreibt der Term $-\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a}$ nicht nur reine kinetische Energie der Felder, sondern auch die Selbstwechselwirkung zwischen den Gluonen. Symbolisch läßt sich die Lagrangedichte der QCD (3.6) in der Form

$$\mathcal{L} = \bar{q}q + G^2 + g\bar{q}qG + gG^3 + g^2G^4 \quad (3.8)$$

schreiben. Die auftretenden Terme stehen hier für

- die Ausbreitung freier Quarks ($\bar{q}q$)
- freie Gluonen (G^2)
- Quark–Gluon Wechselwirkung ($g\bar{q}qG$)
- Gluonselbstkopplung
 - Tripel–Gluon–Vertex (gG^3)
 - Vier–Gluon–Vertex (g^2G^4)

Die Kopplungskonstante g ist der einzige freie Parameter der QCD, er muß experimentell bestimmt werden.

Das Auftreten des Tripel- und Vier–Gluon–Vertex (s. Abb.3.1) ist eine Folge des nichtabelschen Charakters der zugrundeliegenden Transformationsgruppe. Im Experiment lassen sich nun diese feldtheoretischen Konzepte natürlich nicht direkt nachweisen, sondern man kann lediglich Ereignisraten innerhalb eines bestimmten kinematischen Bereiches messen. Diese Ereignisraten können aus der Theorie vorhergesagt werden und liefern so eine Möglichkeit der quantitativen Überprüfung.

3.2 Die Renormierungsgruppengleichung

Ein erfolgreiches mathematisches Werkzeug zur Berechnung meßbarer Größen ist die Störungstheorie. Der Entwicklungsparameter in der QCD ist dabei $\alpha_s = g_s^2/4\pi$, wobei g_s die Kopplungskonstante der $SU_C(3)$ –Gruppe bezeichnet. Bei der Berechnung von Feynman–Diagrammen höherer Ordnungen (Loops) treten in der perturbativen QCD ultraviolette Divergenzen auf. Um diese zu beseitigen, führt man eine Renormierung der Felder und Kopplungen durch. Dadurch wird eine Renormierungsskala μ_R eingeführt, die als Energieskala interpretiert werden kann. Als Konsequenz dieser Renormierung sind die Kopplungskonstanten nicht mehr konstant, sondern hängen von der Renormierungsskala μ_R ab. $\alpha = \alpha(\mu_R)$ gibt dann die Stärke der Kopplung bei der Energieskala μ_R oder bei dem Abstand $1/\mu_R$ an. Das sogenannte modifizierte minimale Subtraktionsschema (\overline{MS} –Schema) stellt einen möglichen Formalismus dar, in dem die Renormierung durchgeführt werden kann (Renormierungsschema). Die

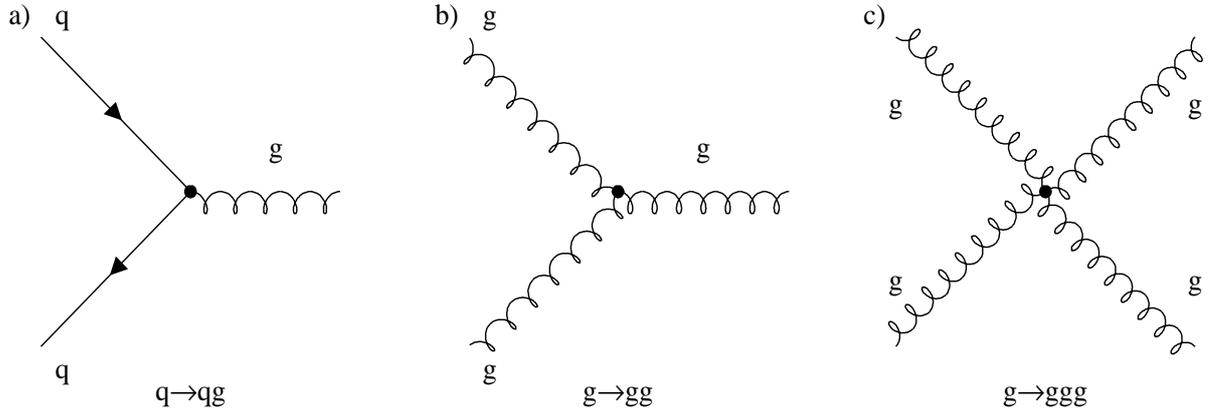


Abbildung 3.1: Die fundamentalen Vertices der QCD: a) Quark–Gluon–Kopplung, b) Tipel–Gluon–Vertex, c) Vier–Gluon–Vertex

Abhängigkeit der starken Kopplung von μ_R wird durch eine Renormierungsgruppengleichung mit Hilfe der QCD- β -Funktion formuliert:

$$\mu_R^2 \frac{d\alpha_s(\mu_R^2)}{d\mu_R^2} = \alpha_s \cdot \beta(\alpha_s) = -\frac{\beta_0}{2\pi} \alpha_s^2 - \frac{\beta_1}{4\pi} \alpha_s^3 - \dots \quad (3.9)$$

Der Wert von α_s und die Koeffizienten der β -Funktion hängen vom Renormierungsschema ab. Daher sollte man bei Vergleichen verschiedener Vorhersagen immer sicherstellen, daß im selben Schema gerechnet wurde. Betrachtet man nur das erste Glied von Gleichung 3.9, d.h. den Koeffizienten β_0 , so hat α_s in führender Ordnung die Form:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD})^2}, \quad \beta_0 = (11 - \frac{2}{3}N_f), \quad \beta_1 = (102 - \frac{38}{3}N_f). \quad (3.10)$$

N_f bezeichnet dabei die Anzahl der Quark-Flavours. Λ_{QCD} definiert die Stärke der Kopplung und ist ein Maß für die Energieskala, unterhalb derer α_s für störungstheoretische Rechnungen zu groß wird. Der Wert Λ_{QCD} muß experimentell bestimmt werden und liegt in der Größenordnung von $\Lambda_{QCD} = 200 \text{ MeV}$. Neben den ultravioletten Divergenzen treten in der perturbativen QCD auch Singularitäten durch die Abstrahlung beliebig niederenergetischer Gluonen und durch kollineare Abstrahlungen auf[1]. Diese sogenannten infraroten Divergenzen heben sich im hadronischen Endzustand bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten in fester Ordnung α_s gegenseitig auf[2]. Die Ereignisgrößen, die für den QCD-Test geeignet sind, müssen infrarot- und kollinearitätssicher sein, d.h. insensitive auf niederenergetische oder kollineare Partonstrahlungen sein.

3.3 Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$

Die Entwicklung eines hadronischen Ereignisses der Elektron-Positron-Annihilation kann als ein mehrstufiger Prozeß dargestellt werden. Abbildung 3.2 zeigt eine schematische Darstellung des Verlaufs.

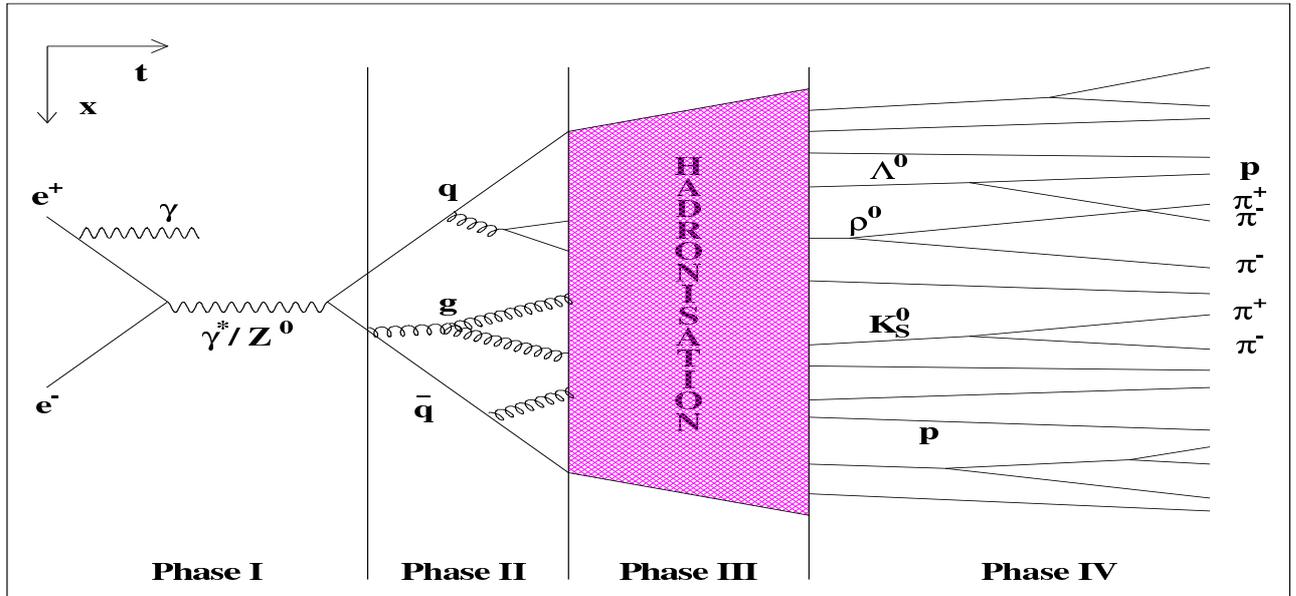


Abbildung 3.2: Hadronisches Ereignis in einer e^+e^- -Annihilation

- **Phase I = elektroschwache Theorie.** Diese Phase beinhaltet die Annihilation des e^+e^- -Paares in ein virtuelles Z^0 -Boson bzw. in ein virtuelles Photon, mit anschließender Bildung eines $q\bar{q}$ -Paares. Es kann auch in dieser Phase zur Abstrahlung eines Photons im Anfangs- und Endzustand kommen. Diese sogenannte Photon-Bremsstrahlung führt zu einer Reduktion der Schwerpunktsenergie.
- **Phase II = perturbative QCD.** Das primäre Quarkpaar strahlt Gluonen ab, die wiederum in Quarkpaare oder Gluonen zerfallen können. Da der Impulsübertrag immer noch groß ist, kann diese Phase durch die störungstheoretische QCD beschrieben werden.
- **Phase III = Hadronisation.** In dieser Phase werden aus den farbgeladenen Partonen die farblosen und später meßbaren Hadronen produziert. Da der Impulsübertrag klein ist, kann die störungstheoretische QCD nicht mehr angewandt werden. Diese Fragmentierungsphase wird durch phänomenologische Modelle beschrieben.
- **Phase IV = Zerfälle.** In dieser letzten Phase zerfallen kurzlebige Teilchen in stabile Teilchen, die im Experiment nachgewiesen werden.

3.4 Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$

In niedrigster Ordnung (Born-Niveau) setzt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt des Prozesses $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ unter Vernachlässigung der Fermionmassen aus drei Teilen zusammen,

die hier kurz erläutert werden.

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = N_C \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{\alpha^2}{s} \left(\underbrace{Q_e^2 Q_q^2}_1 + \underbrace{(V_e^2 + A_e^2)(V_q^2 + A_q^2)}_2 \cdot |\chi|^2 + \underbrace{2Q_e Q_q V_e V_q \cdot \text{Re}(\chi)}_3 \right) \quad (3.11)$$

mit

$$\chi = \frac{1}{4 \sin^2 \theta_W \cdot \cos^2 \theta_W} \cdot \frac{s}{s - M_Z^2 + iM_Z^2 \Gamma_Z} \quad (3.12)$$

Der erste Teil der Gleichung 3.11 beschreibt den Photon–Austausch. Er setzt sich aus Ausdrücken zusammen, die symmetrisch bezüglich der Ersetzung $\theta \rightarrow \pi - \theta$ sind. Bei Schwerpunktsenergien um die Z–Masse, ist der Photonaustausch allerdings vernachlässigbar. Der zweite Term repräsentiert den Z^0 –Austausch, welcher auf der Z–Resonanz den dominierenden Beitrag darstellt. Der letzte Ausdruck bezeichnet die Interferenz zwischen Photon und Z–Boson. Diese Interferenz verschwindet auf der Z–Masse.

V_f und A_f bezeichnen die Vektor– und Axialvektorkopplungen der Fermionen an das Z^0 , $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ die Feinstrukturkonstante, N_C die Anzahl der Farben und Q_f die Fermionladungen. Der Term in der Gl. 3.12 bezeichnet die Breit–Wigner–Form der Z^0 –Resonanz. Hier geht die Masse des Z^0 –Bosons, seine totale Zerfallsbreite Γ_Z und der schwache Mischungswinkel $\sin^2 \theta_W$ ein.

3.5 Das Partonschauer–Modell

Die Beschreibung des durch die perturbative QCD beherrschten Bereiches erfolgt durch zwei verschiedene Ansätze. Zum einen die Matrix–Element Methode (ME), die auf einer exakten Berechnung der dem Prozeß zugrundeliegenden Feynman–Diagramme bis zu einer bestimmten Ordnung beruht, und zum anderen die Parton–Schauer Methode (PS), die nur die führenden Beiträge aller Ordnungen (leading logarithm approximation) berücksichtigt. Beide Ansätze sind komplementär, wobei der Matrix–Element Ansatz eine bessere Beschreibung der hadronischen Ereignisse auf Jet Niveau liefert und besser für harte QCD–Prozesse und Jetratenanalysen geeignet ist, wohingegen die Parton–Schauer Methode geeigneter ist, um die Struktur innerhalb der Jets zu beschreiben.

- **Matrix–Elemente.** Bei dieser Methode werden die Feynman–Graphen Ordnungen für Ordnung in α_s berechnet und berücksichtigt sowohl die Kinematik als auch die auftretenden Interferenzen. Durch die zunehmend komplizierte Berechnung der höheren Ordnungen existieren derzeit jedoch nur vollständige Ausdrücke bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, was maximal vier Partonen im Endzustand entspricht. Die entsprechenden Feynman–diagramme sind in Abb 3.3 aufgeführt.
- Bei der zweiten Methode, der sogenannten **Parton–Schauer** Methode, werden nur die führenden logarithmischen Terme jeder Ordnung der Störungsreihe in α_s berechnet und in allen Ordnungen aufsummiert. Man nennt dieses Verfahren leading logarithm

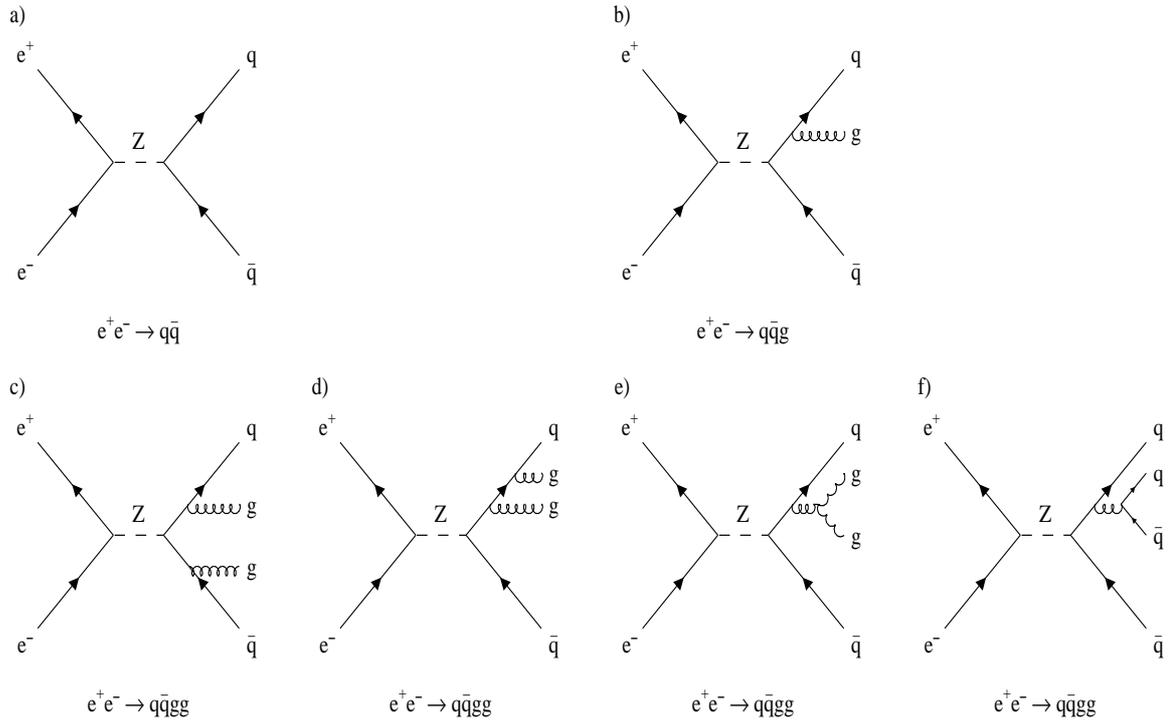


Abbildung 3.3: Berechnete Feynman-Graphen im Standardmodell bis zur $O(\alpha_s^2)$

approximation (LLA). Im Gegensatz zum Matrixelemente-Modell ist die Anzahl der erzeugbaren Partonen im Parton-Schauer-Modell nicht limitiert. Das hat zur Folge, daß in diesem Ansatz α_s nicht präzise definiert ist. Die Schauerentwicklung entsteht durch iterative Anwendung der fundamentalen Verzweigungen $q \rightarrow qg$, $g \rightarrow gg$, $g \rightarrow q \bar{q}$ und $q \rightarrow q\gamma$, wobei der letzte Prozeß aufgrund der schwächeren Kopplung unterdrückt ist. Abbildung 3.7 zeigt die Entwicklung eines Parton-Schauers. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Prozeß $a \rightarrow bc$ stattfindet, wird durch die Altarelli-Parisi-Gleichungen gegeben:

$$\frac{dP_{a \rightarrow bc}}{dt} = \int dz \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{a \rightarrow bc}(z) \quad (3.13)$$

$t = \ln(Q^2/\lambda_{QCD}^2)$ ist der Entwicklungsparameter, und $P_{a \rightarrow bc}$ sind die Altarelli-Parisi Splitting-Funktionen:

$$P_{q \rightarrow qg}(z) = C_F \frac{1+z^2}{1-z}, \quad (3.14)$$

$$P_{g \rightarrow gg}(z) = N_C \frac{(1-z(1-z))^2}{z(1-z)}, \quad (3.15)$$

$$P_{g \rightarrow q\bar{q}}(z) = T_R (z^2 + (1-z)^2), \quad (3.16)$$

mit $C_F = 4/3$, $N_C = 3$ und $T_R = N_F/2$. z bzw. $(1-z)$ sind die Impulsanteile, die vom Mutterteilchen a auf die Tochterteilchen b bzw. c übergehen. Das Ende des iterativen Prozesses wird durch eine minimale Partonvirtualität Q_0 bestimmt, die im Bereich von 1 GeV liegt.

3.6 Die Hadronisierung

Die Phase III in Abbildung 3.2 beschreibt die Fragmentierung der Partonen in die im Detektor beobachteten Hadronen. Die erzeugenden Hadronen werden nur einen Bruchteil z des Impulses der ursprünglich erzeugten Quarks haben. Mit jeder Abstrahlung farbgeladener Partonen wird der Impulsübertrag kleiner und damit die Kopplung α_s größer, so daß eine perturbative Beschreibung nicht mehr möglich ist. Für die Beschreibung der Phase III dienen phänomenologische, QCD basierte Modelle. Es existieren im wesentlichen drei Gruppen von Modellen:

- **Die Independent-Fragmentierung.** Die Independent-Fragmentierung ist das älteste Fragmentationsmodell. Der Name Independent bedeutet, daß die Partonen unabhängig voneinander fragmentieren. In diesem Modell gilt keine Energie- und Impulserhaltung, so daß am Ende der Kaskade die Impulse der gebildeten Hadronen künstlich ausbalanciert werden müssen. Da dieses Modell theoretische Schwierigkeiten aufweist, wird es heute für e^+e^- Physik nicht mehr verwendet.
- **Die String-Fragmentierung.** Die String-Fragmentierung ist im Programmpaket JETSET implementiert und liefert die derzeit beste Beschreibung der LEP-Daten. Fliegen zwei farbgeladene Partonen auseinander, so entsteht zwischen ihnen eine Farbbröhre (String). Wenn diese Partonen sich immer weiter voneinander wegbewegen, erhöht sich die potentielle Energie im String. Beim Überschreiten einer Energieschwelle kann die Farbbröhre aufbrechen, und es entsteht ein neues $q\bar{q}$ -Paar oder ein Diquark-Antiquark-Paar (siehe unten). Gluonen bilden Knoten bzw. Knicke im String. Im String-Modell wird dieser Vorgang für jeden Teilstring solange iteriert, bis nur noch Hadronen vorliegen. Bei diesem Modell sind Energie, Impuls und alle Quantenzahlen erhalten. Die Wahrscheinlichkeit für z wird durch die longitudinale Fragmentationsfunktion $f(z)$ gegeben. Für die leichten u-, d- und s-Quarks wird die symmetrische Lund-Funktion

$$f(z) = \frac{1}{z}(1-z)^a \exp\left(-\frac{b \cdot m_T^2}{z}\right), \quad (3.17)$$

verwendet, wobei a und b die sogenannten Fragmentationsparameter sind. Die Größe $m_T^2 = m^2 + p_T^2$ bezeichnet die transversale Masse des neu produzierten Quarks, wobei m die Quarkmasse ist und p_T der Transversalimpuls bezüglich der ursprünglichen Richtung des String ist. Die schweren c- und b-Quarks werden durch die Peterson-Fragmentationsfunktion

$$f(z) = \frac{1}{z\left(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon_q}{1-z}\right)^2}, \quad (3.18)$$

beschrieben. Der freie Parameter ϵ_q , der experimentell bestimmt werden muß, ist für c- und b-Quarks verschieden, wobei die Relation $\frac{\epsilon_c}{\epsilon_b} \approx \frac{m_b^2}{m_c^2}$ gilt. Die Fragmentationsfunktion für die schweren Quarks ist bei deutlich höheren Werten von z lokalisiert, wie in Abbildung 3.5 zu sehen ist. Man sagt, schwere Quarks fragmentieren härter als leichte Quarks. Dies hat zur Folge, daß das Hadron, welches das primäre schwere Quark enthält, einen Großteil der Strahlenergie besitzt. Aus der Abb. 3.5 ist ersichtlich, daß die Hadronen mit einem b-Quark oft 90% der ursprünglichen b-Quarkenergie besitzen, wohingegen die Hadronen mit c-Quarks meist nur 75% der c-Quarkenergie tragen.

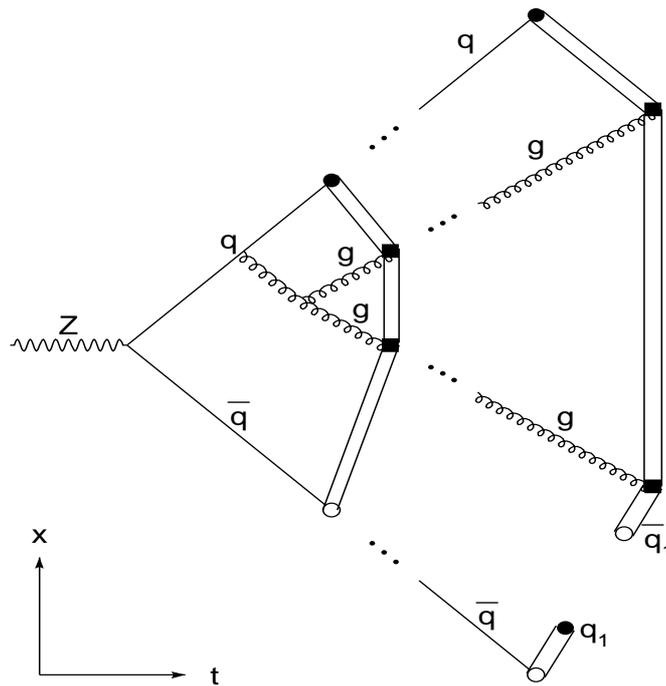


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der String-Fragmentierung

- **Die Cluster-Fragmentierung.** Bei diesem Modell werden alle Gluonen direkt in $q\bar{q}$ -Paare umgewandelt, und danach werden die Quarks und Antiquarks zu farbneutralen Clustern zusammengefaßt, die dann in Hadronen zerfallen. Dieses Fragmentierungsmodell ist beispielsweise im HERWIG Generator [3, 4] implementiert.

3.7 Die Monte-Carlo-Modelle

In der später beschriebenen Datenanalyse werden die Vorhersagen Monte-Carlo-Generatoren JETSET [5] (String-Fragmentation) und HERWIG (Cluster-Fragmentation) benutzt. Hier sollen kurz diese beiden Generatoren vorgestellt werden:

JETSET 7.4 :

Das Programm JETSET wurde von der Theorie-Gruppe der Universität Lund entwickelt, um den Fragmentierungsprozeß zu beschreiben. Dabei stehen für die Entwicklung des Partonzustandes verschiedene Modelle zu Verfügung, wie z.B. das Parton-Schauer-Modell, PS, und der Matrix-Elemente-Ansatz, ME.

In der PS Beschreibung werden die führenden Logarithmen (LLA) in allen Ordnungen von α_s berücksichtigt. In dieser Beschreibung wird auch die Abnahme der Abstrahlungswinkel (Angular Ordering) explizit durchgeführt (kohärenter Schauer). Für die nichtperturbativen Prozesse steht standardmäßig die String-Fragmentierung mit der symmetrischen Fragmentierungsfunktion zu Verfügung. Für schwere Quarks können auch andere Fragmentations-

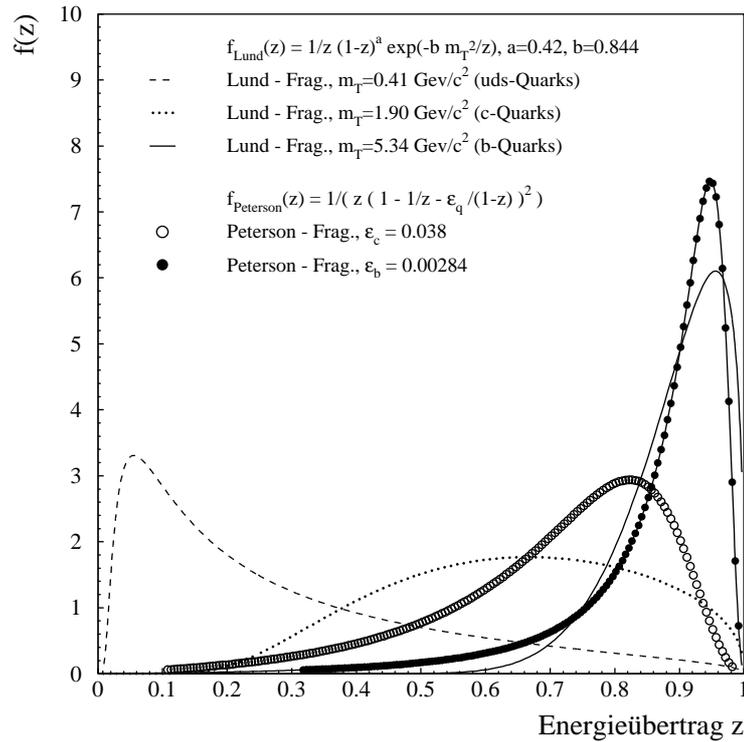


Abbildung 3.5: Fragmentationsfunktion für verschiedene Quarktypen

funktionen verwendet werden.

HERWIG 5.8

Das Programm HERWIG[6] wurde von Marchesini und Webber entwickelt. In diesem Programm werden die QCD-Interferenzeffekte und azimuthale Korrelationen aufgrund der kohärenten Gluonabstrahlung in der Schauarentwicklung berücksichtigt. Für die Hadronisierung wird das Cluster-Modell (CF) verwendet. Dabei werden Gluonen am Ende des Partonschauers in Quark-Antiquark-Paare aufgespalten und alle Quarks und Antiquarks zu Farb-Singulett-Clustern zusammengefaßt, welche dann phasenraumabhängig in Hadronen zerfallen. Diese Modellierung der Hadronisierung enthält weniger freie Parameter als das Lund-String-Modell, ergibt aber im allgemeinen auch eine schlechtere Modellierung des physikalischen Prozesses.

3.8 Die Fragmentationsfunktion

Die Analyse der Produktion eines Hadrons im Endzustand in dem Prozeß $e^+e^- \rightarrow h + X$, der sogenannte inklusive Prozeß, ermöglicht es, die QCD mit den Daten zu testen.

Die totale Fragmentationsfunktion eines erzeugenden Hadrons h in der e^+e^- -Annihilation

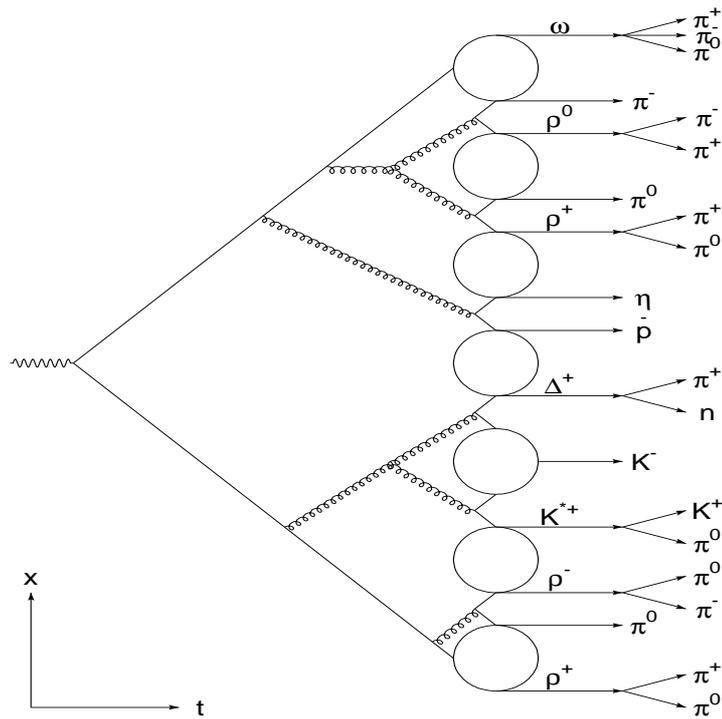


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der Clusterfragmentierung

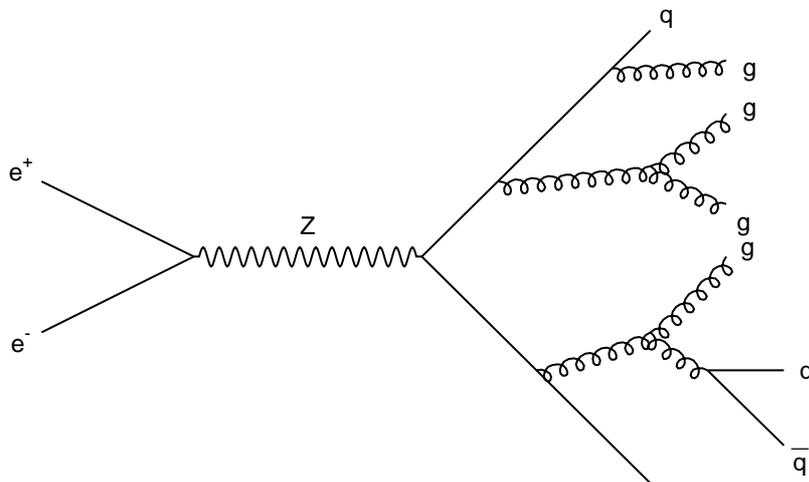


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung einer Parton-Schauer-Entwicklung

bei der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ist definiert als:

$$F^h(x, s) = \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma}{dx}(e^+e^- \rightarrow hX), \quad (3.19)$$

wobei $x = 2E_h/\sqrt{s}$ die skalierte Energie des Hadrons ist. In der Praxis wird oft auch der skalierte Impuls $x_p = 2p_h/\sqrt{s}$ benutzt. $\frac{d\sigma}{dx}$ bezeichnet den Wirkungsquerschnitt für die

Erzeugung von Hadronen des Typs h in hadronischen e^+e^- -Annihilationen. Wenn man über alle Hadronen summiert bleibt die Energie, während des Fragmentationsprozesses, erhalten und es gilt folglich

$$\frac{1}{2} \sum_h \int_0^1 dx x F^h(x, s) = 1 \quad (3.20)$$

Eine wichtige Eigenschaft der Fragmentationsfunktion ist, daß das Integral der Fragmentationsfunktion über x zu der mittleren Multiplizität der erzeugenden Hadronen führt:

$$\langle n_h(s) \rangle = \int_0^1 dx F^h(x, s). \quad (3.21)$$

Die Fragmentationsfunktion (3.19) kann als Summe der Anteile aller Arten von primären Partonen $i=u,d,\dots,g$:

$$F^h(x, s) = \sum_i \int_x^1 \frac{dz}{z} C_i(s, z, \alpha_s) D_i^h(x/z, s) \quad (3.22)$$

geschrieben werden. Hierbei beschreiben C_i die Koeffizientenfunktionen der Partonen und D_i^h die Fragmentationsfunktion des Partons i in das Hadron h . $D_i^h(z)$ stellt die Wahrscheinlichkeit dar, in der Fragmentation eines Partons ein Hadron mit dem Impulsanteil z zu bilden. In niedrigster Ordnung ist $C_g = 0$ für die Gluonen, und $C_i = g_i(s)\delta(1-z)$ für die Quarks. g_i bezeichnet die elektroschwache Kopplung. D_i^h kann nicht aus der perturbativen Theorie berechnet werden, da die Erzeugung der Hadronen kein berechenbarer Prozess ist. Die Koeffizientenfunktionen C_i und die Fragmentationsfunktion D_i^h hängen beide von der unterliegenden Energieskala ab.

Die Fragmentationsfunktionen befolgen die (Dokshitzer)–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi Evolutionsgleichungen (DGLAP)[7]:

$$\frac{dD_j^h(x, \mu)}{d \log \mu^2} = \sum_i \int_{x_p}^1 P_{ij}\left(\frac{x}{z}, \mu\right) D_i^h(z, \mu) \frac{dz}{z}. \quad (3.23)$$

Hierbei bezeichnen die P_{ij} die Aufspaltungskerne (Splitting Kernels) und haben den folgenden perturbativen Ausdruck:

$$P_{ij}\left(\frac{x}{z}, \mu\right) = \frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} P_{ij}^{(0)}(x) + \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right)^2 P_{ij}^{(1)}(x) + \mathcal{O}(\alpha_s^3) \quad (3.24)$$

Die Evolutionsgleichung 3.22 ist analog zur QCD- β -Funktion (Gl. 3.9) und zählt zu den wichtigsten Gleichungen der perturbativen QCD.

In erster Ordnung haben die DGLAP-Evolutionsgleichungen die folgende Form:

$$\frac{dD_g^h(x, \mu)}{d \log \mu^2} = \frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left\{ P_{gg}^{(0)}(y) D_g^h\left(\frac{x}{y}, \mu\right) + P_{qg}^{(0)}(y) \sum_{f=1}^{n_F} \left[D_f^h\left(\frac{x}{y}, \mu\right) + D_{\bar{f}}^h\left(\frac{x}{y}, \mu\right) \right] \right\} \quad (3.25)$$

$$\frac{dD_f^h(x, \mu)}{d \log \mu^2} = \frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{qq}^{(0)}(y) D_f^h\left(\frac{x}{y}, \mu\right) + P_{qg}^{(0)}(y) D_g^h\left(\frac{x}{y}, \mu\right) \right] \quad (3.26)$$

DGLAP-Gleichungen beschreiben nur die μ -Abhängigkeit der Fragmentationsfunktionen. Deren x -Abhängigkeit muß bei einem bestimmten μ_0 experimentell bestimmt werden und

ist dann mit Hilfe der DGLAP-Gleichungen bei allen μ zu berechnen. In niedrigster Ordnung sind die Aufspaltungskerne analog zu denen in der tief-inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung. In höheren Ordnungen sind sie aber unterschiedlich. Bisher sind Rechnungen bis next-to-leading-order NLO verfügbar, in Ausnahmefällen NNLO. In diesen Fällen ändern sich in den DGLAP-Gleichungen, sowohl die α_s -Entwicklung als auch die Splitting Funktionen. Wegen der Gluon-Abstrahlung von Quark und Antiquark entsteht eine Skalenverletzung in der Fragmentationsfunktion, d.h. eine logarithmische Abhängigkeit der Fragmentationsfunktion von der Skala μ , die in erster Ordnung der QCD-Störungsrechnung durch Altarelli-Parisi-Gleichungen beschrieben wird. Die Vorhersage der Skalenverletzung durch perturbativen QCD ist einer der Haupterfolge der Theorie. Die Abbildung 3.8 zeigt den Vergleich der Quark-Fragmentationsfunktion für feste skalierte Energie $x_E = \frac{E_{Hadron}}{E_{Jet}}$ als Funktion der Energieskala κ_H mit den gemessenen Quark-Fragmentationsfunktionen von Niederenergie e^+e^- -Experimenten[8] und bei höheren Schwerpunktsenergien mit DELPHI[9]. Diese Abbildung zeigt die erwartete Skalenverletzung in der Fragmentationsfunktion. Die Abb. 3.9 zeigt die gleiche Beobachtung für die Fragmentationsfunktion, basierend auf LEP-Daten und auf Daten niederenergetischer e^+e^- -Experimente. Die Kurve stammt von der ALEPH[10]-Kollaboration und wurde für das inklusive Hadron-Spektrum analysiert.

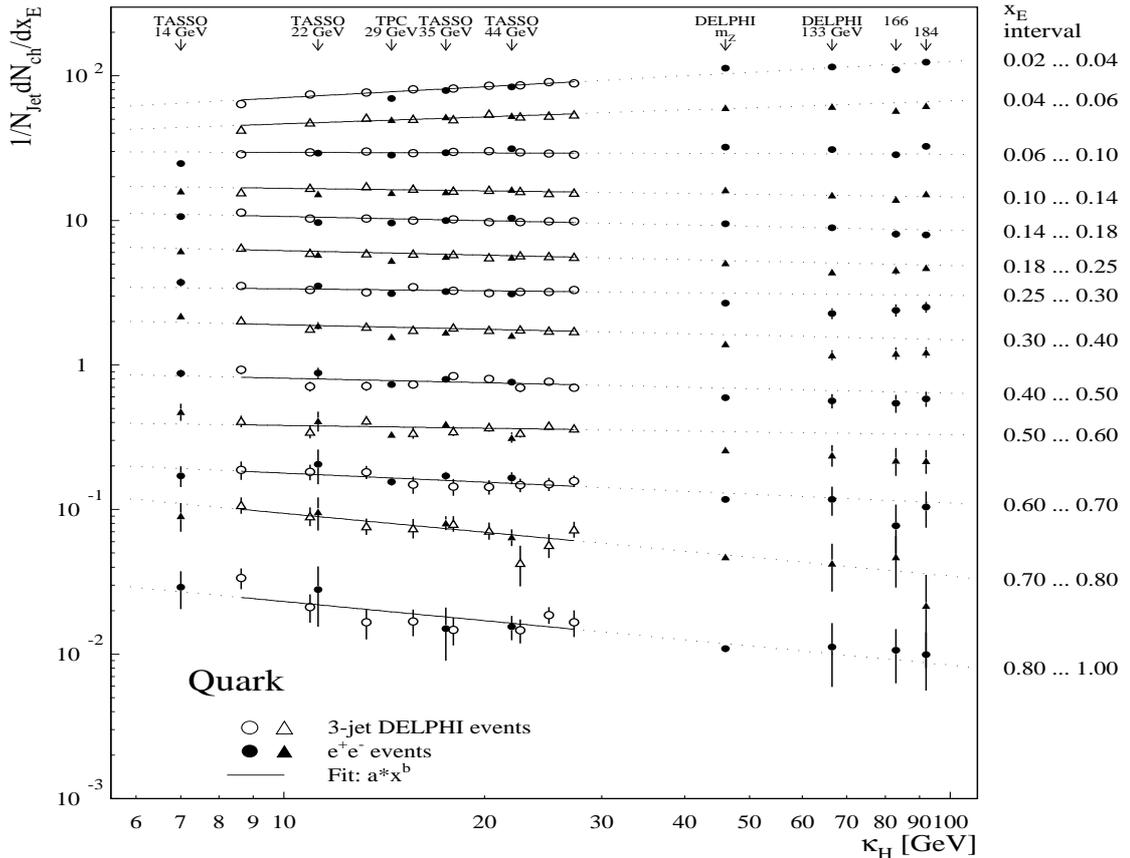


Abbildung 3.8: Skalenabhängigkeit der Quark Fragmentationsfunktion

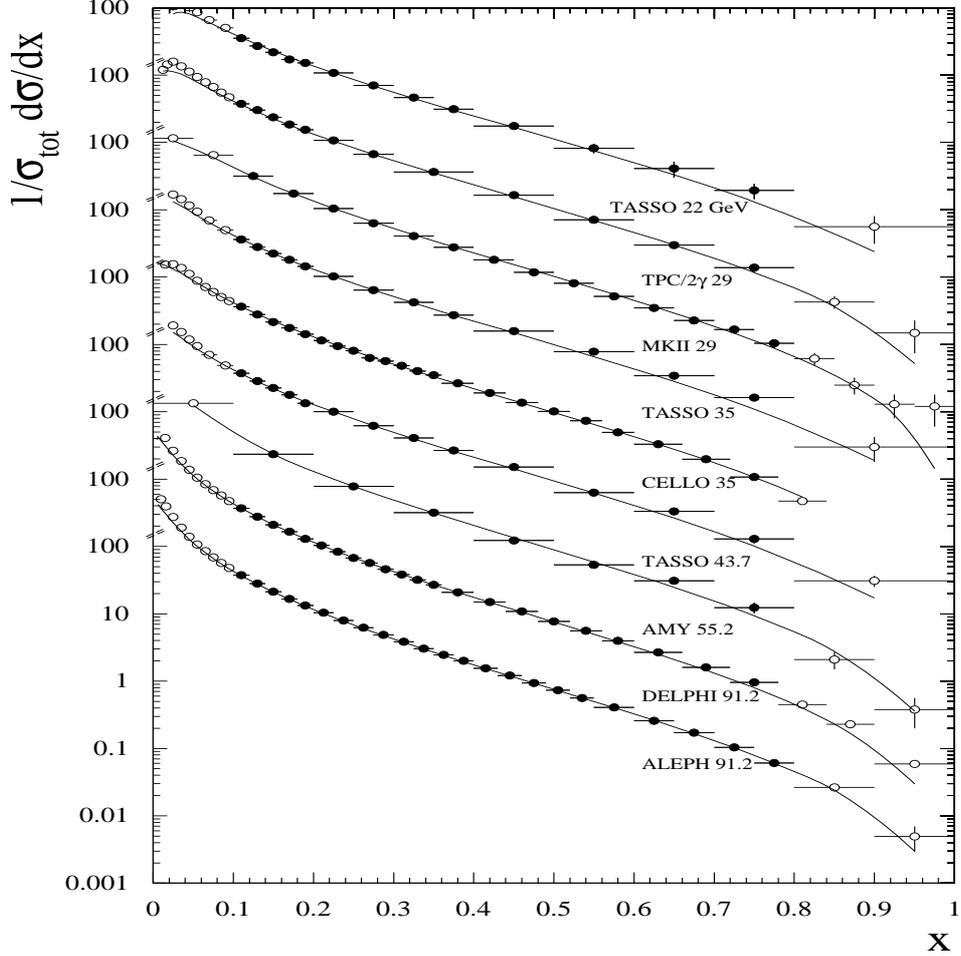


Abbildung 3.9: Skalenverletzung in e^+e^- -Fragmentationsfunktion

3.8.1 Komponenten der Fragmentationsfunktion

Die Messung des skalierten Impulses der Form $x_p = \frac{2 \cdot p}{\sqrt{s}}$, und des Polarwinkels zum Strahl erlauben es, den doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d^2 \sigma^h}{dx_p d \cos \theta}$ dieses Prozesses zu bestimmen. Der doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt für die Produktion eines geladenen Hadrons h in dem Prozeß $e^+e^- \rightarrow h + X$ über den s -Kanal Austausch eines virtuellen Photons oder Z^0 setzt sich aus drei Anteilen mit unterschiedlichen Abhängigkeiten von Polarwinkel und skaliertem Impuls zusammen. Es folgt gemäß der Standard-Tensor-Analyse[11]:

$$\frac{d^2 \sigma^h}{dx_p d \cos \theta} = \frac{3}{8} (1 + \cos^2 \theta) \frac{d\sigma_T^h}{dx_p} + \frac{3}{4} \sin^2 \theta \frac{d\sigma_L^h}{dx_p} + \frac{3}{4} \cos \theta \frac{d\sigma_A^h}{dx_p}, \quad (3.27)$$

wobei $\frac{d\sigma_T^h}{dx_p}$, $\frac{d\sigma_L^h}{dx_p}$ und $\frac{d\sigma_A^h}{dx_p}$ die transversale, longitudinale und asymmetrische Komponenten des differentiellen Wirkungsquerschnittes sind. Der transversale Term resultiert aus der

transversalen Polarisation des virtuellen Austauschbosons. Der longitudinale Anteil wird aus der Gluonabstrahlung erzeugt, während der asymmetrische Term aus der Paritätsverletzung kommt. Dieser letzte Term ist nur im schwachen Prozeß vorhanden. Wird die Gleichung 3.26 über den ganzen $\cos\theta$ -Bereich integriert, so erhält man:

$$\frac{d\sigma^h}{dx_p} = \frac{d\sigma_T^h}{dx_p} + \frac{d\sigma_L^h}{dx_p} \quad (3.28)$$

Im naiven Parton-Modell ($\alpha_s \rightarrow 0$) ist der Anteil des longitudinalen differentiellen Wirkungsquerschnitts identisch mit Null, in Analogie zu der longitudinalen Strukturfunktion in der tief-inelastischen Streuung (siehe Abschnitt unten). Der transversale differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich in diesem Fall:

$$\frac{d\sigma_T^h}{dx_p} = \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) \left[D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z) \right] \quad (3.29)$$

$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})$ bezeichnet den Wirkungsquerschnitt des Prozesses $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (Siehe Kapitel 3.4).

3.8.2 Asymmetrische Fragmentationsfunktion

Die asymmetrische Fragmentationsfunktion $F_A \equiv \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma_A^h}{dx_p}$ spiegelt die Beteiligungstärke des Z als Austauschboson wieder und ist null, wie theoretisch erwartet wird, im rein elektromagnetischen Prozess. Wenn aber die Ladungen der Hadronen, positiv und negativ, getrennt behandelt werden, sollte sich ein Unterschied im Vorzeichen zwischen $\frac{d\sigma^{h+}}{dx_p}$ und $\frac{d\sigma^{h-}}{dx_p}$ zeigen. Dabei ist $\frac{d\sigma^{h+}}{dx_p}$ die asymmetrische Komponente der Fragmentationsfunktion für positiv geladene Hadronen und $\frac{d\sigma^{h-}}{dx_p}$ die asymmetrische Komponente der Fragmentationsfunktion für negativ geladene Hadronen. Dieser Unterschied wird benutzt um die ladungsasymmetrische Funktion zu definieren:

$$\bar{F}_A(x_p) = \frac{1}{\sigma_{tot}} \left(\frac{d\sigma^{h+}}{dx_p} - \frac{d\sigma^{h-}}{dx_p} \right) \quad (3.30)$$

Diese ladungsasymmetrische Funktion ist proportional zur Vektor- und Axialvektorkopplung v_e und v_q , welche von dem schwachen Mischungswinkel $\sin^2\theta_w$ [12] abhängen. Z.B. für den Fall von π^+ , die aus ein u oder \bar{d} Quark stammt, findet man in [12] das folgende Verhältnis:

$$\frac{\bar{F}_A^\pi(x_p)}{F_T^\pi(x_p) + F_L^\pi(x_p)} = \left(\frac{2v_e a_e}{a_e^2 + v_e^2} \right) \frac{2a_u + v_u - 2a_d v_d}{(a_u^2 + v_u^2) + (a_d^2 + v_d^2)} \quad (3.31)$$

Hierbei sind a_f und v_f die Axial- und Vektorkopplung des Quarks f an das Z und sind definiert als:

$$v_f = I_3^f - 2e_f \sin^2\theta_w, \quad a_f = I_3^f \quad (3.32)$$

Dabei bezeichnet e_f die Ladung und I_3 die dritte Komponente des schwachen Isospins. Die Messung des Verhältnis $R = \frac{\bar{F}_A(x_p)}{F_T + F_L}$ erlaubt also eine Abschätzung des schwachen Mischungswinkels $\sin\theta_w$. Das Verhältnis R unterscheidet sich für verschiedene Hadronen, da diese aus unterschiedlichen Kombinationen von Quarks stammen.

3.8.3 Bestimmung von α_s aus dem longitudinalen Anteil

Als Folge der Energieerhaltung (Gl. 3.20) ergibt sich der transversale bzw. longitudinale Wirkungsquerschnitt als:

$$\frac{\sigma_P}{\sigma_{tot}} \equiv \frac{1}{2} \sum_h \int_0^1 dx_p x_p \frac{d\sigma_P^h}{dx_p} = \frac{1}{2} \sum_h \int_0^1 dz z C_{P,i}(z, \alpha_s, \mu). \quad (3.33)$$

Hier steht der Index P für Transversal-, Longitudinal- und Asymmetrie-Anteile der Fragmentationsfunktion. In nullter Ordnung α_s^0 (Quark-Parton-Modell) sind die Koeffizientenfunktionen $C_{P,i}$ Null für die Gluonen. Für Quarks und Anti-Quarks wurden sie in der elektroschwachen Wechselwirkung berechnet [11]. In diesem Fall ergeben sich die Wirkungsquerschnittskomponenten wie folgt:

$$\sigma_T = \sigma_0 \quad \text{und} \quad \sigma_L = 0. \quad (3.34)$$

Hierbei ist σ_0 der Wirkungsquerschnitt des Born-Prozesses ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$).

In erster Ordnung α_s ergeben sich für die longitudinalen und transversalen Anteile die folgende Resultate:

$$\sigma_T = \sigma_0 \quad (3.35)$$

$$\sigma_L = \frac{3}{2} \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \sigma_0 \quad (3.36)$$

$$\sigma_{tot} = \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) \sigma_0. \quad (3.37)$$

Das bedeutet, daß die vollständige Korrektur zu σ_{tot} in $O(\alpha_s)$ dem longitudinalen Anteil zugeschrieben werden kann, während die transversale Komponente keinen Korrektur-Beitrag in $O(\alpha_s)$ bekommt. Aus der Gl. 3.34 und 3.35 kann die starke Kopplungskonstante α_s in erster Ordnung durch die transversale und longitudinale Komponente des geladenen hadronischen Wirkungsquerschnitts wie folgt geschrieben werden:

$$\alpha_s = \pi \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \quad (3.38)$$

Die starke Kopplungskonstante α_s wurde auch in nächstführenden Ordnungen der perturbativen QCD in Abhängigkeit von dem longitudinalen Anteil in [13] berechnet:

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} = 1 - \frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}} = \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} (13.583 - N_f \cdot 1.028), \quad (3.39)$$

wobei $N_f = 5$ die effektive Quarkflavourzahl ist.

3.8.4 Potenzkorrektur

Die nicht-perturbativen Korrekturen zu $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ können entweder mit Monte Carlo Modellen [14] oder analytisch, als sog. Power Korrekturen, berechnet werden. In dieser Analyse wird die Power Korrektur aus der analytischen Rechnung [11] entnommen. Dabei wurden drei unterschiedliche Effekte berücksichtigt:

- die Hadronisierungskorrektur
- Die Masseneffekte in der schweren Quarkproduktion
- Ein-Schleife-Korrektur durch die sog. „dispersive“ Methode[15]

Bei der Hadronisierung wird das sogenannte Tube-Modell[16] für den Mittelwert von Ereignisformverteilungen (Eventshapes) verwendet. Bei dem longitudinalen Wirkungsquerschnitt stellt sich das Problem in gleicher Weise dar wie bei der Berechnung der Power Korrektur bei der Ereignisformvariablen. Hier geht man davon aus, daß die erzeugten Teilchen mit einer flachen Rapiditätsverteilung und mit einem mittleren Transversalimpuls $\langle p_T \rangle$ zur Jetachse gebildet werden. Die Rapidität ist definiert [17] als :

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_L}{E - p_L} \right) = \ln \left(\frac{E + p_L}{\sqrt{p_T^2 + m^2}} \right). \quad (3.40)$$

Die Energie eines Teilchens schreibt man als:

$$E^2 = p_T^2 + p_L^2 + m^2, \quad (3.41)$$

Die Energie und der Impuls lassen sich bei diesem Modell als Funktion der Rapidität berechnen:

$$E = \sqrt{p_T^2 + m^2} \frac{e^y + e^{-y}}{2} = \sqrt{p_T^2 + m^2} \cosh y \quad (3.42)$$

$$P_L = \sqrt{p_T^2 + m^2} \sinh y \quad (3.43)$$

Wenn man zusätzlich annimmt, daß die Achse der Röhre (Tube) für die man die Thrustachse wählt einen Winkel θ mit der Strahlachse bildet, erhält man für den longitudinalen Wirkungsquerschnitt[11]:

$$\frac{d\sigma_L^h}{dx} = \frac{\pi\lambda}{2Q} \sim \frac{0.8 GeV}{Q} \quad (3.44)$$

Hierbei bezeichnet λ die transversale Masse des Jets.

Die zweite Quelle für die Power Korrektur sind die Masseneffekte der schweren Quarks. Diese Effekte sind sowohl durch die Hadronisierung als auch den Zerfall der B-Hadronen verursacht worden und führen zu einer Korrektur der Ordnung $(m_b/Q)^2$ ($m_b \sim 5 GeV$).

Bei der letzten Methode bekommt man für die unterschiedlichen Komponenten der Fragmentationsfunktion die folgenden Power Korrekturen:

$$\sigma_T \simeq \sigma_0 \left(1 - \frac{\pi^2 A_1}{2 Q} \right) \quad (3.45)$$

$$\sigma_L \simeq \sigma_0 \left(\frac{3}{2} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} + \frac{\pi^2 A_1}{2 Q} \right) \quad (3.46)$$

$$\sigma_{tot} \simeq \sigma_0 \left(1 + \frac{3}{2} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} + 2 \frac{A'_6}{Q^6} \right) \quad (3.47)$$

Die Parameter A_1 und A'_6 sind in [15] gegeben. Wegen des $1/Q^6$ -Terms bekommt der totale Wirkungsquerschnitt eine vernachlässigbare Korrektur.

3.8.5 Bestimmung der Gluon-Fragmentationsfunktion

Es gibt zwei unabhängige Methoden, die Gluon-Fragmentationsfunktion aus e^+e^- -Daten zu extrahieren: Entweder eine direkte Messung der Gluon-Fragmentationsfunktion durch die Identifizierung von Quark und Gluon Jets in Drei-Jet Ereignissen[9], oder die Messung der Bestandteile der totalen Fragmentationsfunktion. Beide Methoden sind komplementär. Ein Vergleich beider Methoden wird im Ergebniskapitel diskutiert. Gemäß der perturbativen QCD ist die longitudinale Komponente der Fragmentationsfunktion in leading order gleich null[18, 19, 20] und in next to leading order ist sie in nächstführender Ordnung (NLO) gegeben durch[21, 22]:

$$F_L(x_p) = \frac{\alpha_s^{LO}}{2\pi} C_F \int_{x_p}^1 \frac{F_T(z)}{z} dz + \frac{2\alpha_s^{LO}}{\pi} C_F \int_{x_p}^1 \left(\frac{z}{x_p} - 1 \right) D_g(z) \frac{dz}{z} + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \quad (3.48)$$

$C_F = 4/3$ ist der Farbfaktor und $D_g(z)$ ist die Funktion, die die Fragmentation der Gluonen in Hadronen beschreibt und ist im leading order gegeben.

Durch die Beschränkung von α_s in Gl. 3.47 auf die leading order entstehen Unsicherheiten, resultierend aus vernachlässigten Termen höherer Ordnung sowie durch Hadronisierungseffekte. Man kann α_s^{LO} im leading order mit drei verschiedenen Verfahren bestimmen:

- Eine erste Möglichkeit ist die Berechnung von α_s^{LO} aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt:

$$\alpha_s^{LO} = \pi \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \quad (3.49)$$

- Eine zweite Möglichkeit kann aus den tiefinelastischen Streuexperimenten verwendet werden (z.B BCDMS-Kollaboration[23], wo $\alpha_s^{LO} = 0.126 \pm 0.006$).
- Eine dritte Alternative ist es, α_s^{LO} als freien Parameter zu behandeln.

In Gl. 3.47 wird auch angenommen, daß die Quarks und Gluonen unabhängig fragmentieren. Außerdem werden in dieser Gleichung keine Kohärenz-Effekte und keine Skalenabhängigkeit berücksichtigt.

In dieser Analyse wird die letzte Methode angewendet. Dabei wird die Extraktion der Gluon-Fragmentationsfunktion durch eine Anpassung an die Daten mit

$$D_g(x_p) = P_1 x_p^{P_2} (1 - x_p)^{P_3} e^{-P_4 \ln^2 x_p} \quad (3.50)$$

bestimmt werden. P_i sind freie Parameter des Fits an die Daten. Diese Parametrisierung ist rein phänomenologisch. Sie bedingt eine starke Korrelation zwischen den Parametern P_i . Dieser Ansatz wurde von OPAL[24] und ALEPH[10] benutzt und ist von ähnlicher Struktur wie $f(z)$ in Gl.3.17, er läßt sich aber besser an gemessene Fragmentationsfunktionen anpassen als $f(z)$.

3.9 Analogie zu Strukturfunktionen in der tiefunelastischen Streuung

Da die verwendete Formulierung der oben genannten Fragmentationsfunktion zu der Strukturfunktion analog ist, wird hier eine kurze Beschreibung der Strukturfunktionen gegeben. Seit 1998 wurden bei HERA Elektronen mit einer Energie von 27.5 GeV und Protonen mit einer Energie von 920 GeV zur Kollision gebracht. Die Streureaktion ist in Abbildung 3.10 schematisch dargestellt. Die Wechselwirkung zwischen dem Elektron und dem Proton wird durch den Austausch eines virtuellen Bosons vermittelt. Die tiefunelastische Streuung wird im Quark-Parton-Modell als elastische Streuung eines virtuellen Eichbosons an einem punktförmigen Bestandteil des Protons beschrieben. Der Streuprozess läßt sich durch folgende

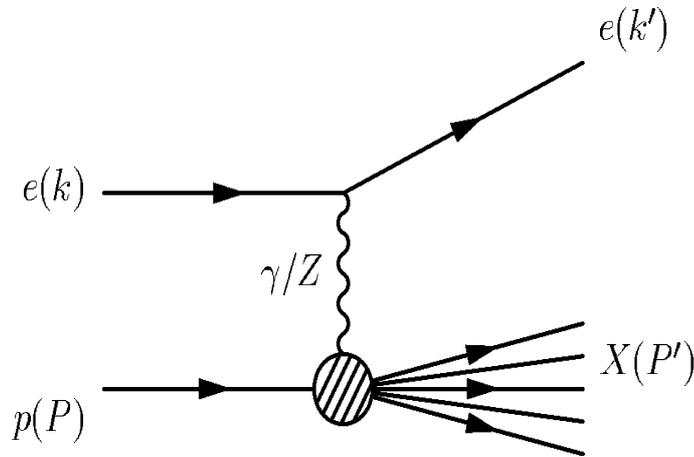


Abbildung 3.10: Feynman-Diagramm niedrigster Ordnung

lorentzinvariante kinematische Größen vollständig beschreiben:

$$\text{Impulsübertrag} : Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2, \quad (3.51)$$

$$\text{Bjorken-Skalenvariable} : x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \quad (3.52)$$

$$\text{Inelastizität} : y = \frac{q \cdot P}{k \cdot P} \quad (3.53)$$

Dabei bedeuten:

k : Viererimpuls des einlaufenden Elektrons,

k' : Viererimpuls des auslaufenden Elektrons,

P : Viererimpuls des einlaufenden Protons,

P' : Viererimpuls des hadronischen Endzustandes,

q : Viererimpuls des Austauschteilchens.

Diese Größen sind miteinander durch das Quadrat der Schwerpunktsenergie verknüpft. Unter Vernachlässigung der Massen von Proton und Elektron gilt:

$$(k + P)^2 = s = \frac{Q^2}{xy} \quad (3.54)$$

3.9.1 Wirkungsquerschnitt und Strukturfunktionen

Unter Beschränkung auf den reinen Ein-Photon-Austausch läßt sich wegen der hohen Masse des Z^0 -Bosons ($Q^2 \ll M_Z^2$) der Aufbau des Protons im doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt tiefunelastischer Streuung durch zwei Strukturfunktionen F_1 und F_2 beschreiben:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4 x} \cdot [(1-y)F_2(x, Q^2) + y^2 x F_1(x, Q^2)]. \quad (3.55)$$

Dabei ist α die Feinstrukturkonstante. Im Partonmodell, in dem man annimmt, daß das Parton aus masselosen Fermionen, den Quarks, besteht, die sich alle parallel zum Protonimpuls bewegen, sind die Strukturfunktionen nur von x und nicht von Q^2 abhängig. Diese Tatsache heißt Skalenverhalten (Bjorken Scaling). Dabei bezeichnet die Gleichung:

$$F_2 = 2x F_1 \quad (3.56)$$

die sogenannte Callan-Gross-Relation. Diese Gleichung ist gültig, solange die Streuung an Spin- $\frac{1}{2}$ -Partonen erfolgt, die keinen Transversalimpuls zum Proton besitzen. Gluonabstrahlungen führen jedoch dazu, daß die Quarks einen Transversalimpuls erhalten. In diesem Fall hängen die Strukturfunktionen von Q^2 ab, das Skalenverhalten ist verletzt. Dabei wird die Abweichung von der Callan-Gross-Relation mit der sogenannten longitudinalen Strukturfunktion F_L definiert:

$$F_L := F_2 - 2x F_1 \quad (3.57)$$

Somit wird der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt wie folgt geschrieben:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4 x} \cdot [(1 + (1-y)F_2(x, Q^2) - y^2 F_L(x, Q^2)]. \quad (3.58)$$

Im Quark-Parton-Modell verschwindet F_L ($F_2 = 2x F_1$) und kann von Null verschieden sein, wenn es nicht nur reelle Partonen, sondern auch virtuelle Quarks aus Gluonfluktuationen gibt. Eine Messung von F_L stellt eine direkte Überprüfung der QCD dar. Die Strukturfunktionen können wie die Fragmentationsfunktionen nicht aus der Theorie berechnet werden, sondern müssen experimentell bestimmt werden.

Kapitel 4

Das Experiment

4.1 Der e^+e^- Speicherring LEP

Am Europäischen Zentrum für Elementarteilchenforschung (CERN) in Genf war der Large Elektron Positron Collider **LEP** das größte wissenschaftliche Instrument und der stärkste Teilchenbeschleuniger auf unserem Globus. LEP wurde im Sommer 1989 am CERN in Genf fertiggestellt. Der LEP-Speicherring ist in einem ringförmigen Tunnel von ungefähr 27 km Umfang in einer Tiefe zwischen 40 m und 130 m unter der Erdoberfläche eingebaut. Vier Punkte, an denen die Strahlen zur Kollision gebracht werden, sind symmetrisch um den LEP-Ring angeordnet. An jedem dieser vier Punkte ist ein Großdetektor installiert: **ALEPH**, **DELPHI**, **L₃** und **OPAL**. In einer ersten Ausbaustufe (LEP-I) wurde der Speicherring 1989 bis 1995 als Z^0 -Fabrik betrieben, die Strahlenergie betrug daher etwa 45 GeV. In der zweiten Ausbaustufe (LEP-II), wurde ab 1996 die Strahlenergie in mehreren Schritten bis auf mehrmals 100 GeV pro Strahl erhöht. Ab einer Schwelle der Kollisionsenergie von etwa 160 GeV, der doppelten Masse des W-Bosons, konnte die Bildung von W^+W^- -Paaren beobachtet werden.

Neben der Strahlenergie ist die Luminosität L der wichtigste Parameter eines Beschleunigers. Sie ist definiert über

$$n = \sigma \cdot L, \quad (4.1)$$

wobei σ der Wirkungsquerschnitt für einen bestimmten Prozeß ist und n die Anzahl der Ereignisse pro Sekunde für diesen Prozeß. Die Luminosität hängt von den Kenngrößen des Beschleunigers in folgender Weise ab:

$$L = \frac{N^- \cdot N^+ \cdot k \cdot f}{4\pi \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (4.2)$$

Dabei sind N^\pm die Anzahl der Positronen bzw. Elektronen in einem Paket, k die Anzahl der Pakete, f die Umlauffrequenz und $\sigma_{x,y}$ die Ausdehnung des Strahls am Wechselwirkungspunkt in x, y -Richtung.

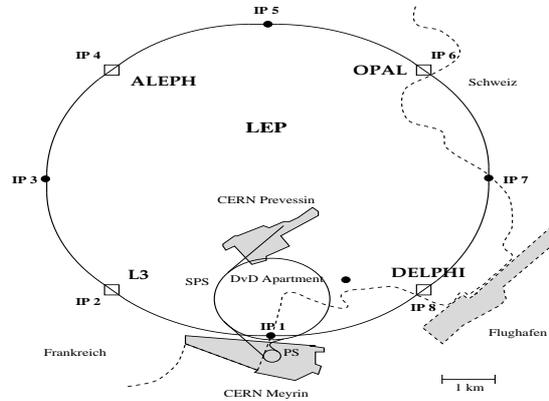


Abbildung 4.1: Der LEP-Speicherring

4.2 Das DELPHI-Experiment

DELPHI ist ein Detektor für Lepton-, Photon- und Hadronidentifizierung. Ziel des DELPHI-Experiments am e^+e^- -Speicherring ist die Messung der Zerfallsprodukte und die präzise Überprüfung der Vorhersagen des Standardmodells. Der Detektor besteht aus einem zylinderförmigen Zentralteil (Barrel) und zwei Endkappen im Vorwärtsbereich. DELPHI unterscheidet sich von den anderen LEP-Experimenten durch die Installation von ringabbildenden Cherenkovzählern (BRICH und FRICH), die eine Teilchenidentifikation bis zu hohen Impulsen erlauben. Abb. 4.2 zeigt eine schematische Darstellung des DELPHI-Detektors. Detaillierte Information über den Aufbau des Detektor findet sich in Referenz [25].

Zur Messung geladener Teilchen werden die folgenden Spurdetektoren benötigt:

- **Der Vertexdetektor VD** ist direkt um das Strahlrohr montiert und besteht aus drei konzentrisch angeordneten Zylinderlagen von Siliziumstreifen-Detektoren mit Radien von 6.3 cm, 9 cm und 11 cm, die jeweils aus 24 Modulen aufgebaut sind. Er ist der kleinste Detektor in DELPHI und hat die höchste Ortsauflösung. Die Ortsauflösung in der $R\phi$ -Ebene liegt bei $\sigma_{R\phi} = 8\mu\text{m}$ und variiert in z -Richtung von $\sigma_z = 8\mu\text{m}$ für $\theta = 90^\circ$ bis $\sigma_z = 30\mu\text{m}$ für $\theta = 25^\circ$. An den Enden wird der Vertex-Detektor durch zwei konusförmig angeordnete Lagen von Pixel-Detektoren und zwei weitere Lagen von Streifen-Detektoren abgeschlossen.
- **Der Innere Detektor ID** besteht aus einer Jetkammer und dem Trigger Layer. Die Jetkammer ist aus 24 Sektoren mit je 24 Auslesedrähten parallel zur Strahlachse

aufgeteilt und liefert 24 Meßpunkte in radialer Richtung entlang der Spur. Der Trigger Layer besteht aus fünf Lagen Proportionalkammer mit jeweils 192 Signaldrähten. Er ermöglicht schnelle Triggersignale geladener Spuren und dient dazu, die Rechts-links-Ambiguitäten der Jetkammer zu lösen.

- **Die Zeit Projektionskammer (TPC)** ist der zentrale DELPHI-Spurdetektor, sie liefert die wichtigste Messung der Ionisationsspur eines geladenen Teilchen im aktiven Gasvolumen und ermöglicht zusätzliche Informationen über den Energieverlust des Teilchens pro Strecke dE/dx . Die TPC ist zylinderförmig und hat einen inneren Radius von 35 cm, einen äusseren Radius von 111 cm und eine Länge von 2×130 cm. Die Endkappen der TPC bestehen aus je 6 Sektoren mit 16 Reihen Kathodenpads und 192 Anodendrähten. Aus der Projektion des Ladungsschwerpunktes in den Pads erhält man die $R\varphi$ -Koordinaten einer Teilchenspur. Die zugehörige z -Koordinate wird mit Hilfe der Driftzeit zu den Anodendrähten bestimmt. Die Ortsauflösung liegt bei 180 - 280 μm in $r\varphi$ - und bei etwa 800 bis 900 μm in z -Richtung.
- Der **Outer Detektor (OD)** umschließt den Barrel-Bereich in einer Länge von $l = 4.7\text{m}$ und besteht aus 24 Modulen mit jeweils 145 Driftkammern, die in 5 versetzten Lagen angeordnet sind. Er liefert ebenso wie die **ID** schnelle Triggerinformation, sowohl in $r\varphi$ - mit einer Auflösung von 80 μm als auch in z -Richtung mit einer Auflösung von 2 cm, und verbessert die Impulsauflösung einer Spur.
- Die **Vorwärtsdriftkammern (FCA/FCB)** befinden sich im Vorwärtsbereich des Detektors. Sie bestehen aus jeweils drei Doppelebenen von Driftröhren. **FCA** ist direkt auf die **TPC** montiert und besteht auf jeder Seite aus drei Kammern. Die in Wuppertal gebaute **FCB** ist aus 12 Ebenen aufgebaut. Durch die Driftkammern **FCA** und **FCB** erweitert sich der Meßbereich auf kleine Polarwinkel ($11^\circ \leq \theta \leq 33^\circ$), und liefern ein schnelles Signal für den Trigger.
- Die **ringabbildenden Cherenkov-Detektoren BRICH** befinden sich zwischen TPC und dem äußeren Detektor OD und sind in zwei Hälften mit je 24 Modulen unterteilt. Sie ermöglichen die Identifikation von Pionen, Kaonen und Protonen über einen großen Impulsbereich. Sie bestehen aus einem Flüssigkeitsradiator mit C_6F_{14} und einem Gasradiator mit C_5F_{12} . Zwischen diesen Radiatoren befindet sich eine Driftbox zum Nachweis der Cherenkovphotonen. Vom Wechselwirkungspunkt kommende Teilchen durchqueren zuerst den Flüssigkeitsradiator und anschließend den Gasradiator. Das im Gasradiator erzeugte Cherenkovlicht wird über fokussierende Spiegel zurück auf die Driftbox projiziert.
Der RICH im Barrel-Bereich (**BRICH**) hat die Form eines Zylinders ($l=3.5$ cm, $r_i=2.46$ m, $r_a=3.94$ m). Neben dem RICH im Zentralbereich (**BRICH**) gibt es noch einen RICH im Vorwärtsbereich (**FRICH**). Die Konstruktion des FRICH unterscheidet sich vom Barrel-RICH, da das Magnetfeld im Photondetektor nicht parallel zum elektrischen Feld verläuft.

Die Messung geladener und neutraler Energie geschieht mit den folgenden Komponenten:

- Die **High–Density–Projection–Chamber (HPC)** besteht aus 144 Modulen, die in 6 Ringen entlang der z–Richtung angeordnet sind. Die Module bilden ein elektromagnetisches Blei–Gas–Sampling Kalorimeter. Die HPC benutzt das Zeitprojektionsprinzip wie die TPC und bestimmt die Energie von Elektronen und Photonen durch eine dreidimensionale Messung der Ladungsverteilung, die durch elektromagnetische sowie hadronische Schauer induziert werden. Die gute Ortsauflösung elektromagnetischer Schauer ermöglicht die π^0 –Rekonstruktion.
- Das **Forward Electromagnetic Calorimeter (EMF)** besteht aus zwei Scheiben (5 m Durchmesser) mit insgesamt 9064 Bleiglasblocks mit einer Granularität von $1^0 \times 1^0$ in $r\varphi$ –Richtung
- Das **Hadron–Kalorimeter (HAC)**, ein Eisen–Gas–Samplingkalorimeter, ist in einen Zentral– und einen Vorwärtsbereich unterteilt. Er besteht aus 20 aktiven Lagen im Zentral– bzw. 19 aktiven Lagen im Vorwärtsbereich. Das HAC mißt die Energie von stark wechselwirkenden Teilchen. Sein Eisen dient der Magnetfeldspule als Joch. Das Joch ist in 5 cm starke Platten mit 2 cm Abstand unterteilt.

Für die Identifizierung von Myonen stehen zusätzlich zu den schon beschriebenen Detektoren die folgenden Detektorkomponenten zur Verfügung:

- Die **Barrel–Muon–Chamber (MUB)** ist in drei Lagen unterteilt: eine innerhalb des HCAL, eine äussere auf das HCAL montiert und eine dritte periphere Lage, die die Totzonen der beiden anderen Lagen abdeckt. Die Auflösung des MUB– Detektors ist 4 mm in $r\varphi$ und 2.5 cm in z–Richtung.
- Die **Forward–Muon–Chamber(MUF)**: Im Vorwärtsbereich ist der MUF–Detektor in 2 Lagen mit jeweils 2 zueinander orthogonalen Ebenen aufgeteilt. Der MUF arbeitet im limited streamer mode und erreicht eine Ortsauflösung von 1mm in xy- und 2mm in Z–Richtung.

4.3 Die Datenanalyse bei DELPHI

Die Datenanalyse erfolgt in mehreren Schritten. Zunächst werden die digitalisierten Detektorsignale als Rohdaten abgespeichert. Das Hauptprogramm der DELPHI–Analysekette ist das DELANA–Programmpaket[26](**DELphi ANALyse** program). Es ist die zentrale Software, um die Rohdaten zu prozessieren und verarbeitet sie unabhängig davon, ob es sich um simulierte Monte–Carlo oder tatsächliche Detektordaten handelt. Die Bearbeitung erfolgt in mehreren Stufen, wobei das Ergebnis jeder Stufe in einer Datenbank–Struktur gespeichert wird.

Im ersten Schritt, dem sogenannten „first stage pattern recognition“, werden die Rohdateninformationen der einzelnen Detektoren berücksichtigt, um Spurstücke in den Subdetektoren

zu rekonstruieren. Diese Spurstücke werden in TE-Bänke gefüllt. Hierbei arbeiten die Subdetektoren vollständig unabhängig voneinander und liefern Spurelemente (TE) unterschiedlicher Qualität. In der nächsten Stufe, dem sogenannten „second stage pattern recognition“, werden die einzelnen Spurelemente einander zugeordnet und die Spurparameter werden mit Hilfe einer Anpassungsprozedur („Track Fit“) bestimmt. Die Spurstücke werden über den gesamten Detektor extrapoliert, und zu Spuren zusammengefaßt. Schauer in den Kalorimetern werden den Spuren zugeordnet, wobei Schauer, zu denen keine Spur führt, als neutrale Teilchen angesehen werden. Diese Informationen werden in den TK-Bänken abgespeichert. Schließlich werden mit den einzelnen Spuren Vertices rekonstruiert und eine Teilchenidentifikation durchgeführt. Die Ergebnisse der einzelnen Spurrekonstruktionsstufen werden in TANAGRA-Bänken[27] in einem definierten Format(TD,TE,TK,...) abgelegt. Für die Physikanalyse existiert ein spezielles DELPHI DST-Format(Data Summary Tape)[28], das die DELANA Information in komprimierter Form enthält. Die DST's werden mit dem PXDST-Programm erzeugt, das direkt von DELANA aus gerufen werden kann. In diesem Zustand können die Daten zu den externen Instituten transferiert werden. Zur weiteren Datenreduktion eines effizienteren Datenzugriffs werden die DST's in Wuppertal weiter zu sogenannten Mini-DST reduziert, welche nur noch die für die Wuppertaler DELPHI-Gruppe benötigten Informationen enthalten.

4.4 Die Simulation des Detektors

Für das Verständnis und die Interpretation der DELPHI-Daten ist es nötig, das DELPHI-Experiment mit einem Simulationsprogramm (Full-Monte-Carlo) zu simulieren. Zu diesem Zweck verwendet die DELPHI-Kollaboration das DELSIM¹ Programmpaket[29], in dem verschiedene Generatoren wie JETSET, HERWIG und ARIADNE[30] implementiert sind. Die QCD-Korrekturen und die Hadronisierung sind z.B. in diese Generatoren integriert.

Mit dem DELSIM-Programm werden die aus dem e^+e^- -Annihilationsprozess erzeugten primären Partonen und deren Zerfall in die beobachteten Hadronen generiert. Photonabstrahlung im Anfangszustand wird mit dem Generator DYMU3[31] berechnet. Die erzeugten Teilchenimpulse werden Schritt für Schritt durch die Detektorkomponenten verfolgt, wobei die folgenden sekundären Wechselwirkungsprozesse berücksichtigt werden:

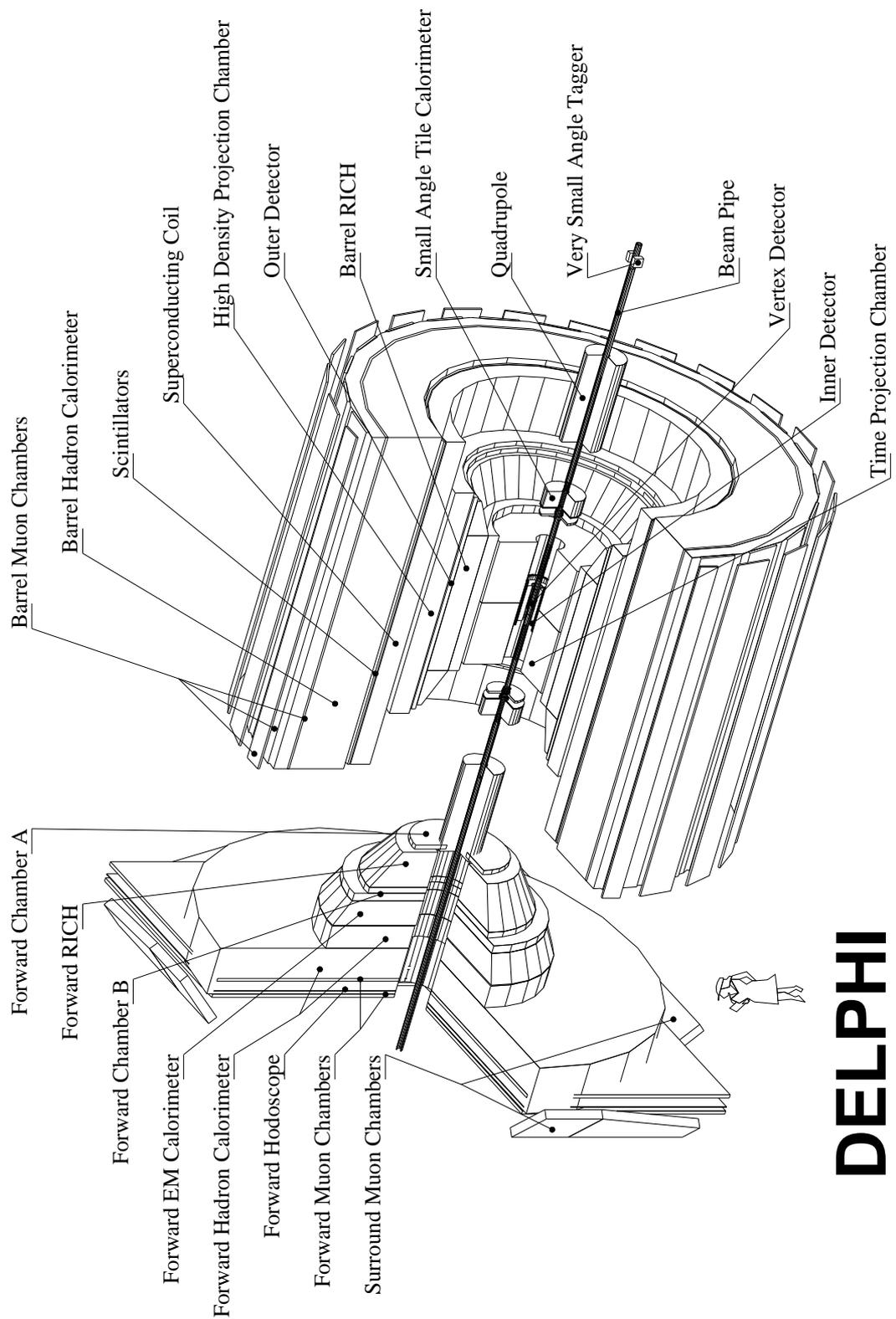
- Comptonstreuung
- Photoelektrischer Effekt
- Bremsstrahlung
- Positron Vernichtung
- Emission von δ -Elektronen
- hadronische Wechselwirkung mit Materie
- Zerfall kurzlebiger Teilchen

¹DELPHI simulation program

- Vielfachstreuung in Materie

Die gesamte geometrische Information und die Kalibrationskonstanten des DELPHI Detektors sind in einer Datenbank gespeichert. Das Programmpaket DDAPP² [32] erlaubt einen Zugriff auf diese Daten. Die simulierten Rohdaten werden dem Rekonstruktionsprogramm DELANA übergeben und durchlaufen, wie die gemessenen Daten, die gesamte DELPHI Analyseketten.

²Detector Description APplication Package



DELPHI

Abbildung 4.2: Der DELPHI-Detektor

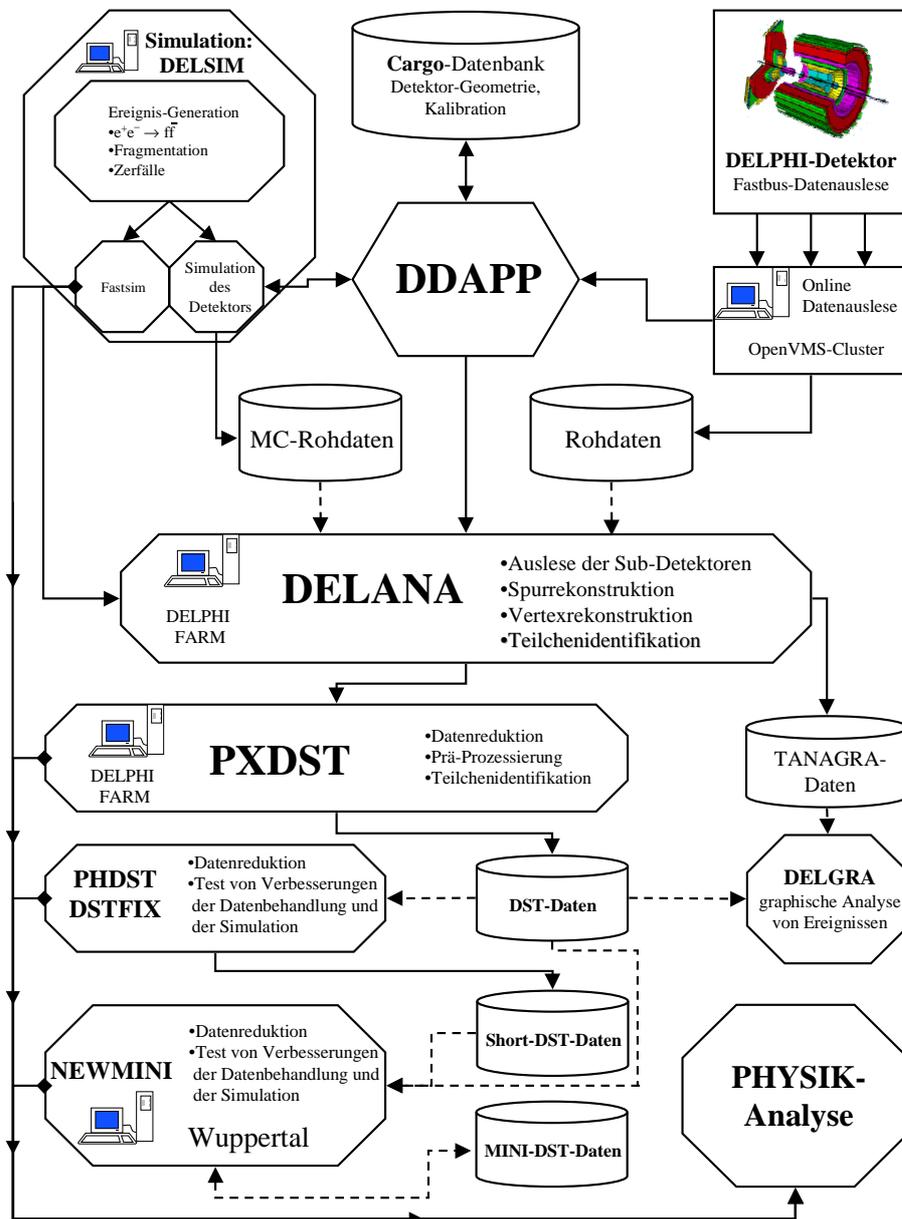


Abbildung 4.3: Das DELPHI Datennahme System

Kapitel 5

Datenanalyse

5.1 Selektion hadronischer Ereignisse

Die in dieser Analyse verwendeten Datensätze stammen aus der LEP I-Phase der Jahre 1992 bis 1995. Dabei werden die Schwerpunktsenergien auf der Z -Resonanz (91 GeV) und an den Flanken der Resonanz ($91 \pm 2 \text{ GeV}$) einer einheitlichen Analyse unterzogen, da hierdurch keine signifikanten Unterschiede zu erwarten sind. Die Daten enthalten neben Ereignissen aus dem Prozeß $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{Hadronen}$ auch leptonische Zerfälle des Z^0 -Bosons sowie Untergrund in Form von Strahl-Gas und Strahl-Wand Wechselwirkungen und sogenannten Zweiphoton-Ereignissen.

Um den Untergrund von Ereignissen des untersuchten Prozesses $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ trennen zu können, werden Schnitte angewendet, die auf die charakteristischen Ereignisgrößen optimiert werden. Die Schnitte werden so gewählt, daß der Untergrund möglichst gut unterdrückt wird, und möglichst viele hadronische Ereignisse selektiert werden.

Um nur die hadronischen Z^0 -Ereignisse zu selektieren, müssen die folgenden Untergrundprozesse unterdrückt werden:

- Leptonische Zerfälle des Z^0 -Bosons,
- Strahl-Gas und Strahl-Wand-Ereignisse,
- Zwei-Photon-Ereignisse
- und die kosmische Strahlung

Um eine zuverlässige Spurrekonstruktion der multihadronischen Ereignisse zu gewährleisten, muß der Funktionszustand des Detektors bestimmte Mindestanforderungen erfüllen. Es wird gefordert, daß alle Sektoren der TPC, als dem wichtigsten Werkzeug zur Spurmessung, während einer Datennahmeperiode (run) voll funktionsfähig waren. Vom ID müssen mindestens zwei Drittel des Detektors fehlerfrei gearbeitet haben. Geladene Spuren wurden in dieser Analyse benutzt, wenn sie die in der Tabelle 5.1 folgenden Kriterien erfüllen: Spuren

Variable	Schnitt
Impuls: p	$0.1 \leq p \leq 50 \text{ GeV}/c$
Impuls-meßfehler: $\frac{\Delta p}{p}$	$\leq 100 \%$
Spurlänge: L_{Spur}	$\geq 50 \text{ cm}$
Polarwinkel Θ_{Polar}	$11^\circ - 169^\circ$
Impaktparameter in ϵ_{xy}	$\leq 5 \text{ cm}$
Impaktparameter in ϵ_z	$\leq 10 \text{ cm}$

Tabelle 5.1: *Spurbezogene Schnitte*

mit Impulsen größer als 50 GeV oder kleiner als 0.1 GeV werden als unphysikalische Spuren betrachtet, da die Erkennungseffizienz für diese Spuren sehr gering ist. Mit dem Schnitt auf die Impaktparameter werden Spuren aus sekundären Wechselwirkungen, aus Strahl-Gas Wechselwirkungen sowie aus der kosmischen Strahlung unterdrückt. Um eine gute Auflösung bei der Impulsmessung zu gewährleisten, wird noch eine gesehene Mindestspurlänge von 50 cm gefordert, damit genügend Raumpunkte zur genauen Spurrekonstruktion vorhanden sind. Der Schnitt auf den Polarwinkel verwirft alle Spuren, die sich nicht im Akzeptanzbereich der TPC (Zentraler Spurdetektor) befinden. Die Energie geladener Spuren wird unter Annahme der Pionmasse von $m_\pi=0.1396 \text{ GeV}$ aus dem Impuls berechnet.

Bei der Selektion der hadronischen Ereignisse werden nur die nach den oben beschriebenen Spurschnitten ausgewählte Spuren berücksichtigt. Mit den Schnitten auf die totale gela-

Variable	Schnitt
Totale Energie geladener Spuren: E_{gel}	$\geq 15 \%$ von \sqrt{s}
Energie geladener Spuren pro Hemisphäre: E_{gel}/Hem	$\geq 3 \%$ von \sqrt{s}
Anzahl der akzeptierten geladenen Spuren: N_{gel}	≥ 7
Impulsbalance:	$P_z^{miss} \leq 20$
$\Theta_{Sphärizität}$	$22^\circ - 158^\circ$

Tabelle 5.2: *Ereignisschnitte*

dene Energie und die Energie geladener Spuren pro Hemisphäre eliminiert man Strahl-Restgas- und Strahl-Wand-Ereignisse sowie Zwei-Photon-Ereignisse. Durch den Schnitt auf die geladene Multiplizität werden kosmische wie leptonische Ereignisse diskriminiert. Mit dem zusätzlichen Schnitt auf die Impulsbalance werden die aufgrund von Detektorineffizienzen unvollständig rekonstruierten Ereignisse unterdrückt. Als Ereignisachse wird die Sphärizitätsachse verwendet. Mit dem Schnitt auf den Polarwinkel der Sphärizitätsachse ist man sicher, daß die selektierten Ereignisse hauptsächlich im Zentralbereich des Detektors liegen. Das Verhältnis von Daten zu Simulations-Ergebnissen ist in der Abb. 5.1 gezeigt. Die Anzahl hadronischer Ereignisse für die verschiedenen Jahre der LEP I-Phase sowie die entsprechende Anzahl der simulierten Ereignisse nach allen Selektionsschnitten ist in Tabelle 5.3 zusammengefaßt. Die Messung des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts fordert, daß man den skalierten Impuls x_p und den Cosinus des Polarwinkels θ messen muß. Dabei wurden nur die geladenen Spuren analysiert, da diese eine gute Übereinstimmung der Meßdaten mit der Simulation liefern. Anzahl und Breite der Intervalle wurden so gewählt, daß

Jahr	Monte Carlo Generiert	Monte Carlo Akzeptiert	Daten
1992	2063969	1668619	580500
1993	1947844	1581527	590919
1994	4138691	3357809	1160731
1995	1095634	888146	468992
total	9246138	7496101	2801142

Tabelle 5.3: *Selektierte (hadronische) Ereignismengen*

eine statistisch signifikante Anzahl von Einträgen pro Intervall entsteht und daß die Breite eines einzelnen Intervalls etwa das Doppelte des Auflösungsvermögens des Detektors beträgt. Der x_p -Bereich, $0 \leq x_p \leq 1$, wurde in 22 Intervalle geteilt, während $\cos \theta$ auf 40 gleichwertige Intervalle im Bereich $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ aufgeteilt wurde.

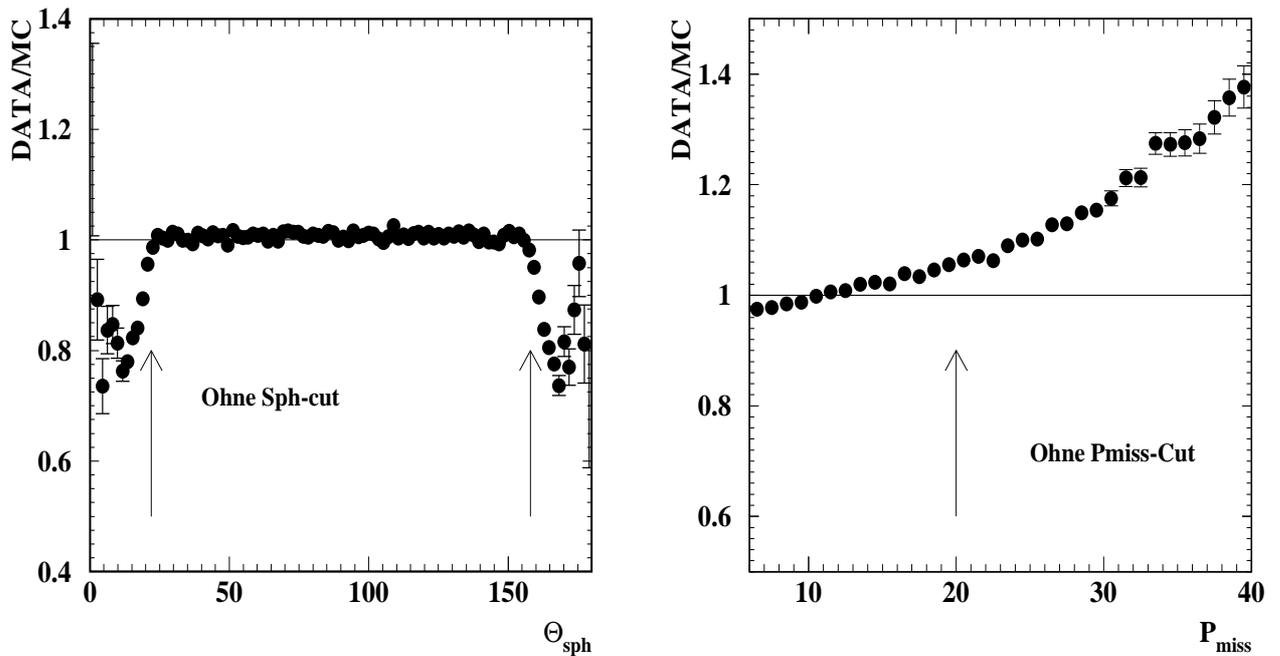


Abbildung 5.1: Vergleich von Daten und Monte Carlo auf Polarwinkel und Impulsbalance der Spherizitätachse.

5.2 Korrektur der Daten

Um die selektierten Datenverteilungen mit den entsprechenden theoretischen Vorhersagen vergleichen zu können, müssen sie auf Detektoreffekte, d.h Detektorakzeptanz, Auflösungseffekte und Bremsstrahlung im Anfangszustand, korrigiert werden. Die Ereignisakzeptanz

hängt von der Ereignistopologie, der Lage des Ereignisses im Detektor und von der Ereignisgrösse ab. Die anderen Effekte, wie begrenzte Detektorauflösung, verschmieren die Meßgrößen. Die Akzeptanzkorrektur läßt sich somit berechnen als:

$$K(x_p, \cos \theta) = \frac{f(x_p, \cos \theta)_{gen}}{f(x_p, \cos \theta)_{acc}} \quad (5.1)$$

Hierbei bezeichnet $f(x_p, \cos \theta)_{gen}$ den generierten Zustand vor der Detektorsimulation, d.h. die erwartete physikalische Verteilung und $f(x_p, \cos \theta)_{acc}$ die Verteilung im vollsimulierten Monte Carlo, welche auch die Selektionskriterien der Daten erfüllt. Die Akzeptanzkorrektur enthält alle Detektoreffekte. Man bildet also die vollständig normierte Daten-Verteilung, indem man die gemessene Datenverteilung $\frac{1}{N} \frac{d\sigma^{gem.}}{dx}$ auf die Anzahl der Ereignisse sowie die Intervallbreite normiert und mit der Akzeptanzkorrektur multipliziert:

$$\frac{1}{N} \frac{d\sigma^{korr.}}{dx} = K(x_p, \cos \theta) \cdot \frac{1}{N} \frac{d\sigma^{gem.}}{dx} \quad (5.2)$$

Die Abbildung 5.2 zeigt den Verlauf dieser Akzeptanzkorrektur in Abhängigkeit von $\cos \theta$ in einigen x_p -Intervallen. Dabei wird der Akzeptanzbereich für diese Analyse auf $-0.85 < \cos \theta < 0.85$ beschränkt, da in diesem Bereich die Akzeptanzkorrektur weitgehend linear ist. Die Abweichung von 1 bei $\cos \theta = 0$ kommt durch die Mittelwand der TPC zustande und wird in dieser Analyse als Beitrag zum systematischen Fehler berücksichtigt. Die Abbildung

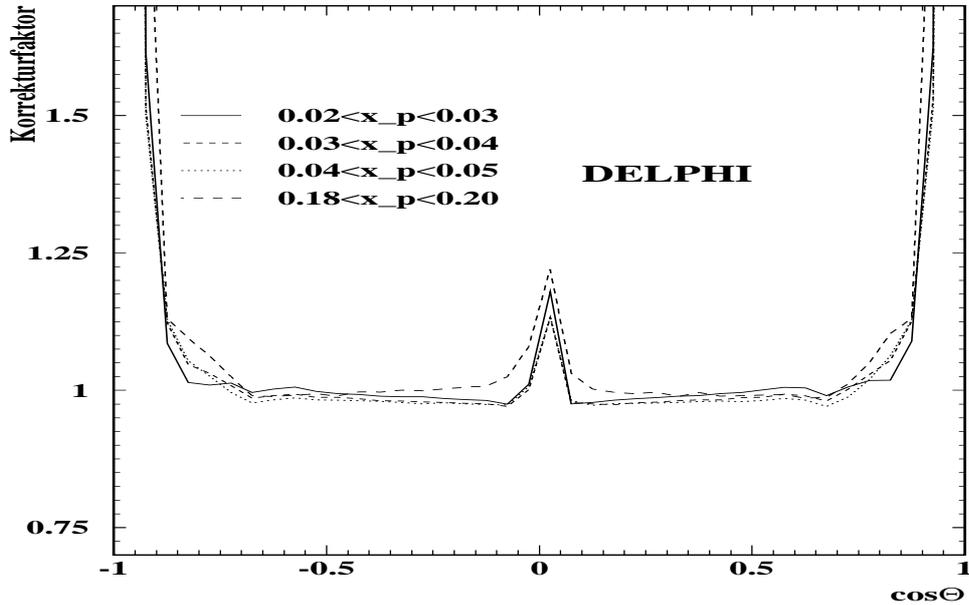


Abbildung 5.2: Korrekturfaktor für die doppelt-differentielle Verteilung.

5.3 zeigt die gemessene skalierte Impulsverteilung mit der entsprechenden Akzeptanzkorrektur und der JETSET-Generatorvorhersage. Man sieht eine sehr gute Übereinstimmung dieses Modells mit der Daten.

Die Abbildung 5.4 zeigt die Polarwinkelverteilung in vier unterschiedlichen x_p -Intervallen. Es zeigt sich hier auch eine gute Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo in dem analysierten Akzeptanzbereich. Ausserdem fallen diese Verteilungen mit dem zunehmenden skalierten Impuls ab.

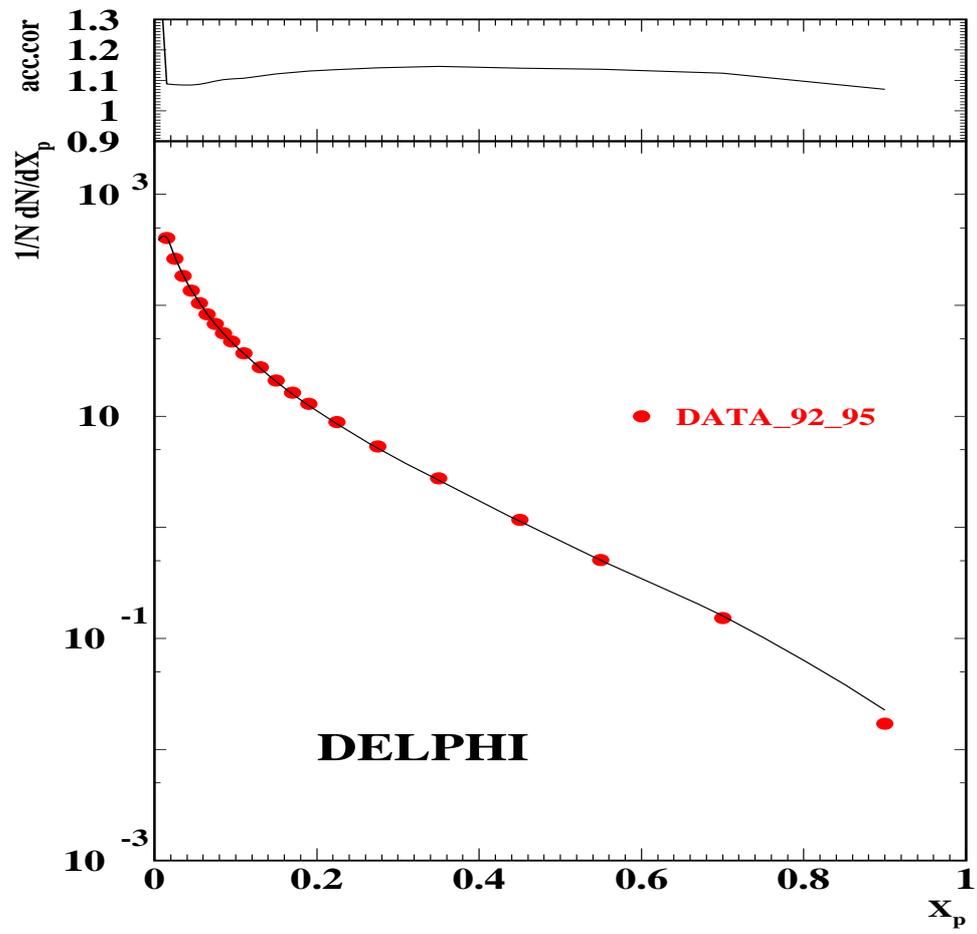


Abbildung 5.3: Skalierte Impulsverteilung

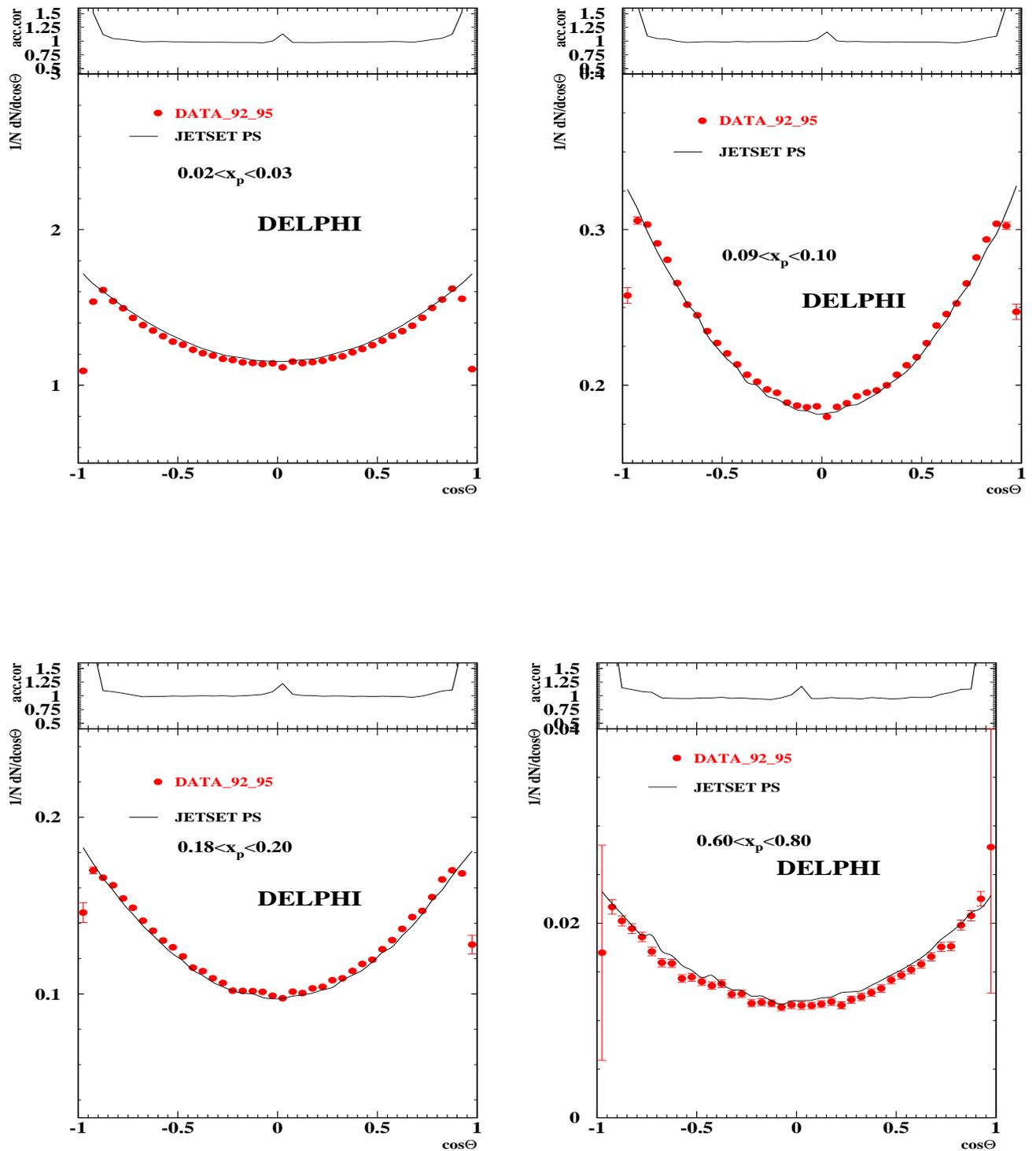


Abbildung 5.4: Polarwinkelverteilung in vier unterschiedliche x_p -Intervalle

5.3 Extraktion der Komponenten der Fragmentationsfunktion

Aus der Messung des doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitts (Gl. 3.26) lassen sich die drei Komponenten der Fragmentationsfunktion, $\frac{d\sigma_T^h}{dx_p}$, $\frac{d\sigma_L^h}{dx_p}$ und $\frac{d\sigma_A^h}{dx_p}$ durch unterschiedliche Verfahren extrahieren. Es gibt drei wesentliche Methoden, diese Komponenten voneinander zu trennen und zu messen:

- **Method I.** Bei der ersten Methode können die 3 Komponenten, F_T , F_L und F_A direkt als freie Parameter aus dem Fit der Gleichung (3.26) an die Daten extrahiert werden. Diese Analyse wurde bereits von der OPAL[24] und der ALEPH[10] Kollaboration für die Z-Masse entsprechende Schwerpunktsenergie durchgeführt.
- **Method II.** Bei dieser Methode wird in Gl. 3.26 die asymmetrische Komponente vernachlässigt:

$$\frac{d^2\sigma}{dx_p d\cos\theta} \simeq \frac{3}{8}(1 + \cos^2\theta) \frac{d\sigma_T^h}{dx_p} + \frac{3}{4} \sin^2\theta \frac{d\sigma_L^h}{dx_p} \quad (5.3)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx_p d\cos\theta} \simeq \underbrace{\frac{3}{8}(F_T + 2F_L)}_I \left[1 + \underbrace{\frac{F_T - 2F_L}{F_T + 2F_L}}_{II} \cos^2\theta \right] \quad (5.4)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx_p d\cos\theta} \propto 1 + A \cos^2\theta \quad (5.5)$$

I ist dabei der Normalisierung und der zweite Term II bezeichnet das folgende Verhältnis:

$$A = \frac{F_T - 2F_L}{F_T + 2F_L}, \quad (5.6)$$

Man kann das Verhältnis A entweder direkt aus der Messung der Komponenten F_T und F_L oder durch die Anpassung der Gleichung (5.5) als freien Parameter bestimmen. Das Verhältnis A wurde für verschiedene Schwerpunktsenergien gemessen. Die Abb.5.5 zeigt das Ergebnis bei den Energien: 34 GeV (TASSO)[34], 91.2 GeV (DELPHI: Daten dieser Analyse) und 194 GeV [42]. Die Abbildung 5.5 zeigt eine deutliche Energieabhängigkeit von A . Man erwartet, daß F_L nur im Bereich kleiner x_p groß ist, da F_L durch IR-divergente Gluonabstrahlung zustande kommt. Diese Erwartung wird hier bestätigt. F_L verschwindet für $x_p > 0.2$. Bei dieser Methode lassen sich die beiden Komponenten der Fragmentationsfunktion, F_L und F_T , durch den Vergleich der Gleichungen (5.5) und (3.27) bestimmen:

$$F_L = \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma}{dx_p} \left(\frac{1 - A}{3 + A} \right) \quad (5.7)$$

$$F_T = 2 \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma}{dx_p} \left(\frac{1 + A}{3 + A} \right) \quad (5.8)$$

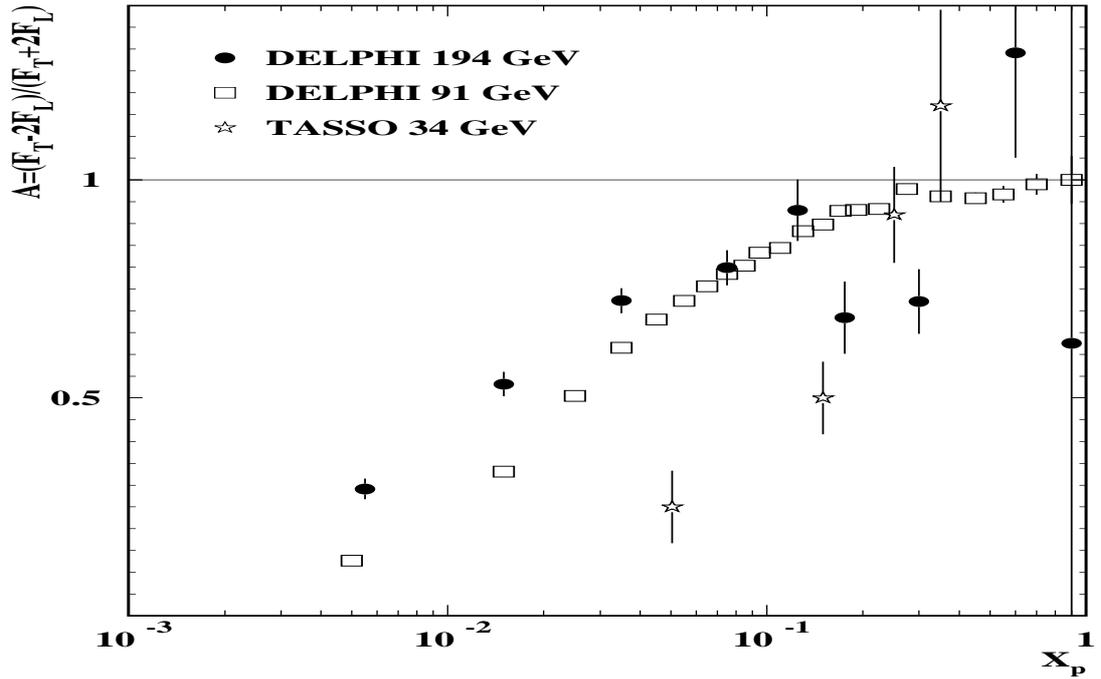


Abbildung 5.5: Vergleich von $A = \frac{F_T - 2F_L}{F_T + 2F_L}$ für DELPHI(91.2 GeV und 194. GeV) und TASSO(34 GeV)

- **Method III.** Bei dieser Methode verwendet man die sogenannte Gewichtungsmethode[11]. Diese Methode basiert auf der Orthogonalität von $\sin^2 \theta$ und $(1 + \cos^2 \theta)$ bzw. $\cos^2 \theta$. D.h der doppelte differentielle Wirkungsquerschnitt wird auf die Ebenen $(1 + \cos^2 \theta)$ (transversal), $\sin^2 \theta$ (longitudinal) und $\cos \theta$ (asymmetrisch) projiziert:

$$\frac{d\sigma_P^{ch}}{dx_p} = \int_{-v}^{+v} W_P(\cos \theta, v) \left[\frac{d^2\sigma^{ch.}}{dx_p d\cos \theta} \right] d\cos \theta \quad (5.9)$$

W_P stellt die Gewichtungsfunktion für Transversal-, Longitudinal- und Asymmetrie-komponenten dar. v limitiert den Akzeptanzbereich in $\cos \theta$, d.h den Bereich, in dem die Akzeptanzkorrektur ungefähr konstant ist (siehe Abb.5.2). Die Variation von v liefert einen Beitrag zum systematischen Fehler. Der Index ch bezeichnet geladene Teilchen. Die Abb. 5.6 zeigt den Verlauf dieser Gewichtungsfunktionen in zwei Bereichen von $\cos \theta$: Der Verlauf dieser Gewichtungsfunktionen wurde hier für zwei Fälle gegeben:

- Wenn das Teilchen mit gleicher Effizienz im ganzem $\cos \theta$ -Bereich gemessen worden wäre, d.h. $v = |\cos \theta| = 1$ (Abb. 5.6 links) dann ergäben sich unterschiedliche Gewichtungsfunktionen zu:

$$W_T = 5 \cos^2 \theta - 1 \quad (5.10)$$

$$W_L = 2 - 5 \cos^2 \theta \quad (5.11)$$

$$W_A = 2 \cos \theta \quad (5.12)$$

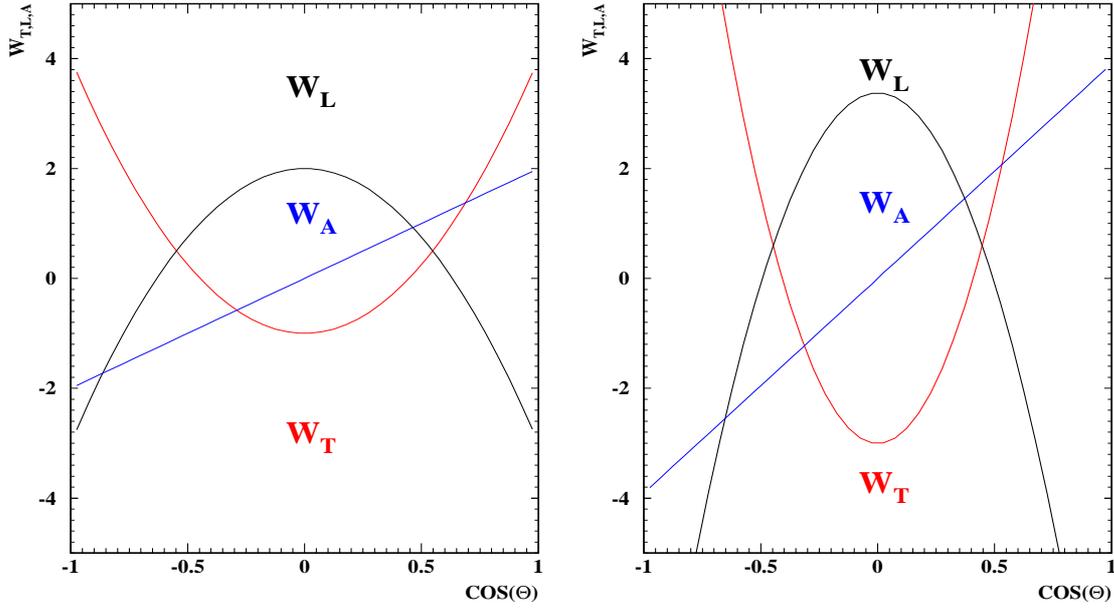


Abbildung 5.6: Die unterschiedlichen Gewichtsfunctonen im ganzen $\cos\theta$ -Bereich für $v = 1$ (links) und für $v=0.8$ (rechts)

- Wenn nur ein eingeschränkter Winkelbereich $|\cos\theta| < v$ (Abb. 5.6 rechts) zugänglich ist, dann hängen die Gewichtsfunctonen von $\cos\theta$ und v ab:

$$W_T(\cos\theta, v) = [5\cos^2\theta(3 - v^2) - v^2(5 - 3v^2)] / 2v^5 \quad (5.13)$$

$$W_L(\cos\theta, v) = [v^2(5 + 3v^2) - 5\cos^2\theta(3 + v^2)] / 4v^5 \quad (5.14)$$

$$W_{T+L}(\cos\theta, v) = W_T(\cos\theta, v) + W_L(\cos\theta, v) \quad (5.15)$$

$$W_A(\cos\theta, v) = 2\cos\theta/v^3 \quad (5.16)$$

5.4 Die Anreicherung von b- und uds-Quark Ereignissen

Hadronen, die ein c- oder b-Quark enthalten, bezeichnet man als schwere Hadronen. Diese werden bei LEP vorwiegend in dem Prozeß $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow c\bar{c}, b\bar{b}$ erzeugt, nur ein kleiner Anteil wird durch die Aufspaltung eines abgestrahlten Gluons produziert [35].

Es gibt verschiedene Möglichkeiten b-Ereignisse zu erkennen. In dieser Arbeit wird die Identifikation von b-Ereignissen mit der Wahrscheinlichkeitsmethode[36] angewendet. Diese Methode basiert auf der Messung der Lebensdauer von Hadronen, die ein schweres Quark beinhalten. Aufgrund der hohen Masse $m_B \geq 5 \text{ GeV}$ und der langen Lebensdauer ($\approx 1.55 \text{ ps}$) der B-Hadronen werden die Zerfallsprodukte der B-Hadronen nicht dem Wechselwirkungspunkt zugeordnet, sondern einen sogenannten Sekundärvertex. Das führt dazu, daß diese Zerfallsprodukte von B-Hadronen großen Impaktparameter zum primären Vertex aufweisen. Abbildung 5.7 zeigt ein typisches $b\bar{b}$ -Ereignis, das vom DELPHI Detektor aufgenommen wurde.

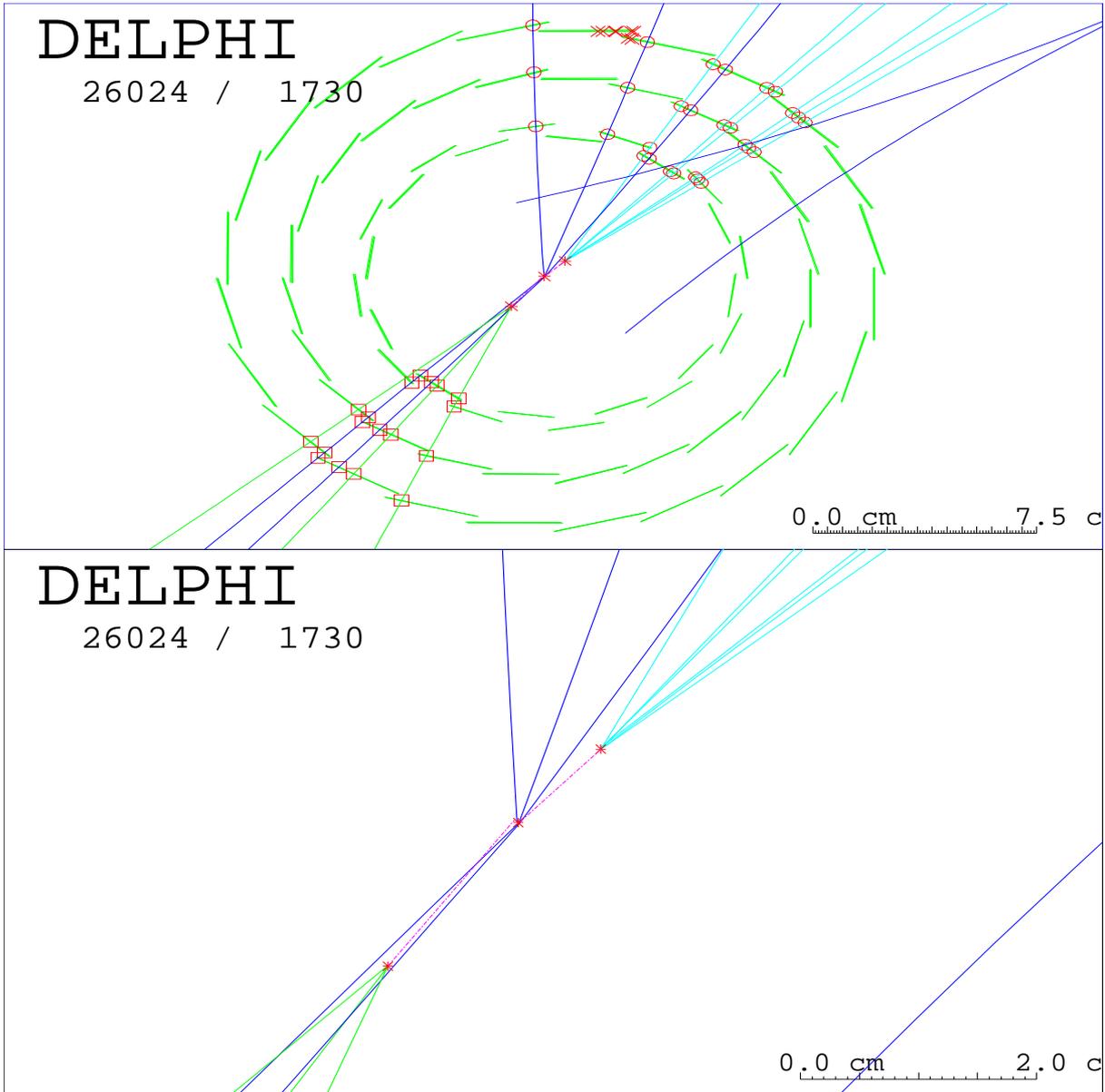


Abbildung 5.7: Ein von DELPHI aufgezeichnetes $b\bar{b}$ -Ereignis. Man sieht einen Abschnitt des VD in der $r\phi$ -Ebene.

In der Mitte des Detektors erkennt man deutlich die getrennten Zerfallsvertices. Der mittlere der drei Punkte ist der Primärvertex des Z^0 -Zerfalls. Die beiden seitlich gelegenen Zerfallspunkte sind die Zerfallsvertices der B-Hadronen. Spuren, die von diesen Sekundärvertices ausgehen, verlaufen dann nicht durch den Primärvertex. Der kleinste Abstand solch einer Spur zum primären Wechselwirkungspunkt wird Impaktparameter genannt. Das Vorzeichen des Impaktparameters wird als positiv definiert, wenn der Vektor vom Primärvertex zum Punkt der nächsten Annäherung der Spur einen Winkel von weniger als 90° aufweist. Mit Hilfe des AABTAG Programms[37] wurde das b-Tagging durch Impaktparameter tagging durchgeführt. Dabei wird der Impaktparameter jeder Spur Ausgangspunkt für das b-Tagging. Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeit $P(S)$ wird dann eine kombinierte Wahrscheinlichkeit für

eine Menge von N Spuren berechnet. Diese Spur-Wahrscheinlichkeit kann dann für alle Spuren des Ereignisses oder nur für Spuren einer Ereignishemisphäre berechnet werden. Diese Wahrscheinlichkeit stellt für eine Menge von N Spuren die Wahrscheinlichkeit dar, daß sie alle aus dem primären Wechselwirkungspunkt stammen. Mit Hilfe der Spur-Wahrscheinlichkeit P_E^+ aller Spuren des Ereignisses werden dann b-Ereignisse markiert, indem man geeignete Schnitte in P_E^+ macht. Diese geeigneten Schnitte wurden mit Hilfe einer Effizienz-Reinheits-Analyse des Borisov-Taggings durch Monte-Carlo-Simulation bestimmt. Man definiert die Effizienz als das Verhältnis der Anzahl der richtig erkannten Ereignisse zu allen ursprünglich vorhandenen Ereignissen und die Reinheit als das Verhältnis der Anzahl der richtigen Ereignisse zu allen b-markieren Ereignissen. Effizienz- und Reinheitsverteilungen für b- und uds-tagging sind in der Abb. 5.8 bzw. in Abb. 5.9 gezeigt. Für diese Analyse wurde ein b angereichertes Sample erstellt, indem man nur Ereignisse mit Schnitten auf $P_E^+ \geq 1.23$ betrachtet. Das entspricht einer Reinheit von ca. 65% und einer Effizienz von ca. 72%. Zur Anreicherung mit leichten Quarks wurden nur Ereignisse mit Schnitten kleiner gleich 1.7 betrachtet. Dies führt zu einer Reinheit von ca. 73% und einer Effizienz von ca. 89%. Mit diesen Schnitten bekommt man ca. 471824 als b- und ca. 2266700 uds-Ereignisse aus den Daten der Jahre 92–95. Danach werden aus diesen Daten, genauso wie bei der Behandlung der inklusiven hadronischen Ereignisse, die unterschiedlichen differentiellen Verteilungen für die Fragmentationsfunktionen gemessen.

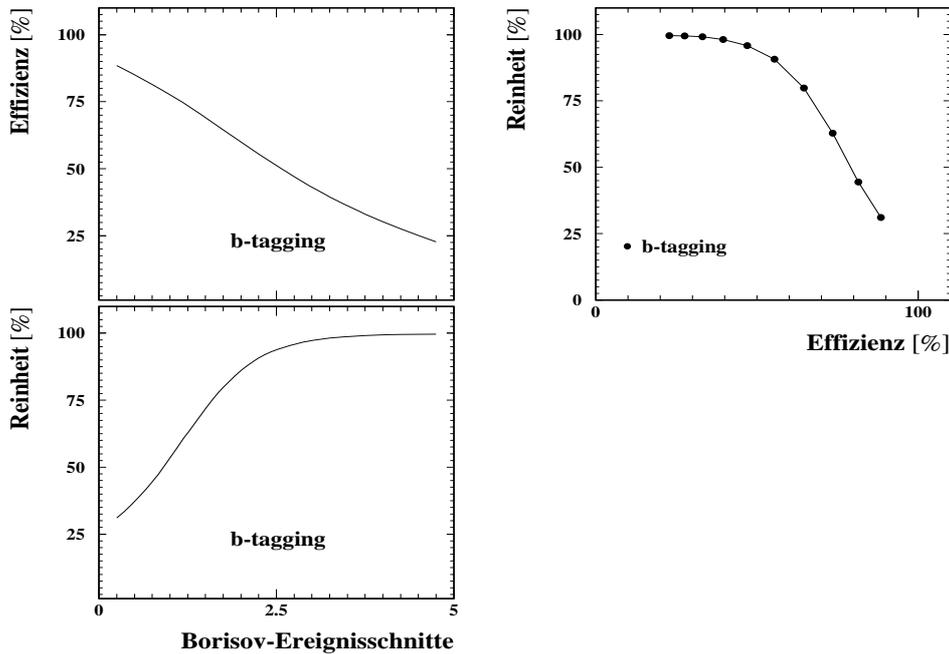


Abbildung 5.8: Effizienz und Reinheit der b-markieren Datensätze für Monte Carlo 94c

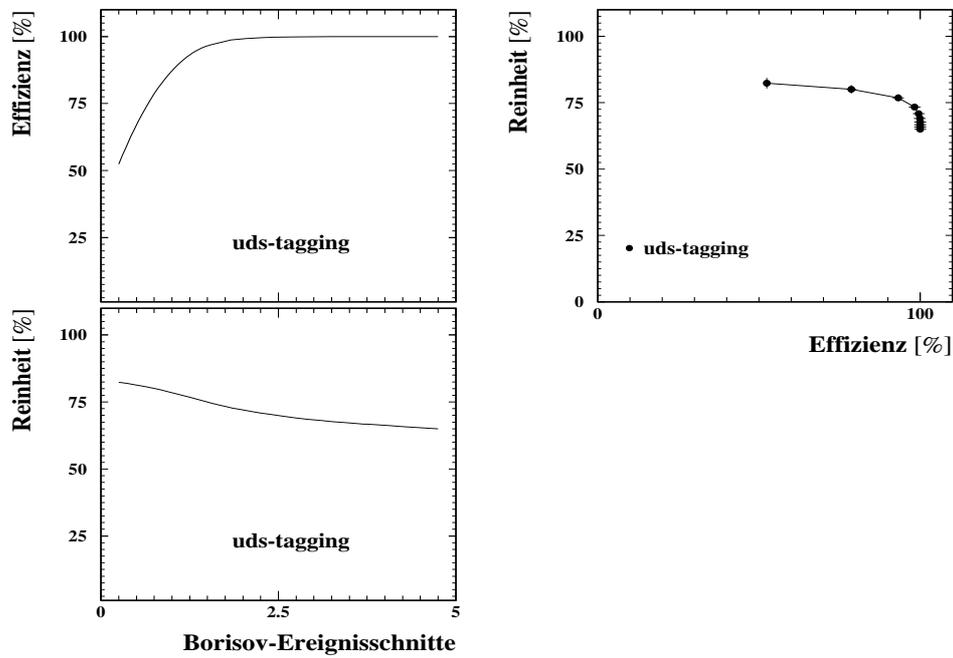


Abbildung 5.9: Effizienz und Reinheit der uds-markieren Datensätze für Monte Carlo 94c

Kapitel 6

Ergebnisse

6.1 Messung von F_T und F_L

Um die vorgestellten Methoden zur Bestimmung von Fragmentationskomponenten durchführen zu können, muß sichergestellt sein, daß diese Größen gut durch die benutzten Monte Carlo Simulationen beschrieben werden. Die Abbildung 6.1 zeigt die aus der Methode III gemessenen Verteilungen von F_T und F_L und die entsprechenden generierten Verteilungen.

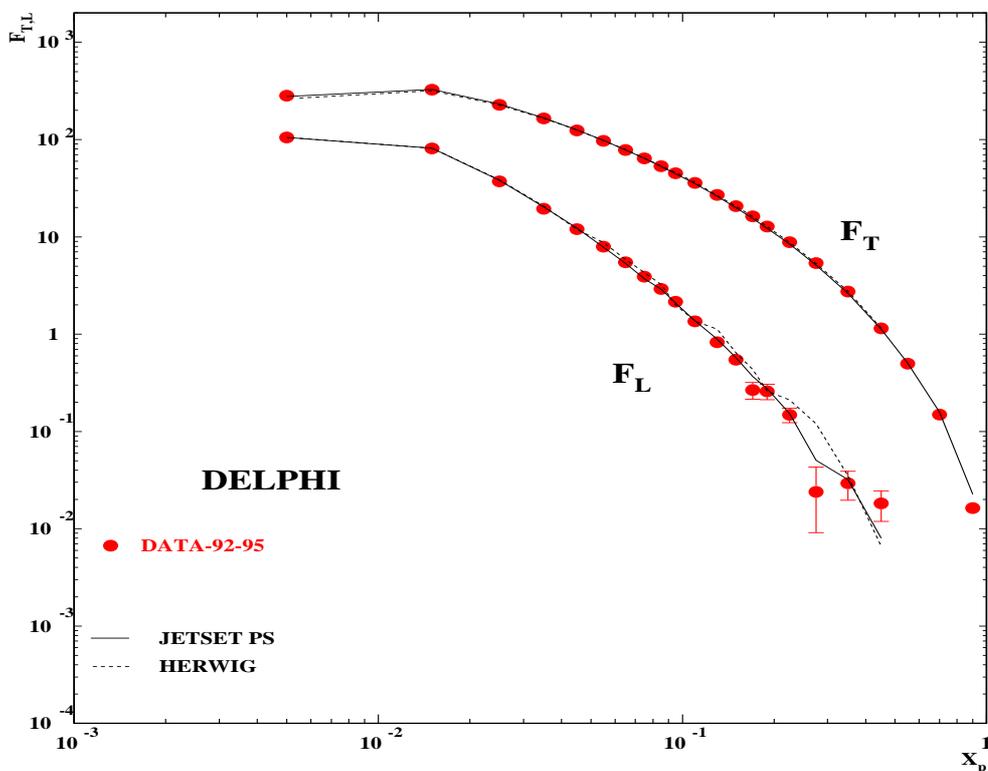


Abbildung 6.1: F_T und F_L mit JETSET und HERWIG

Die obere Verteilung in Abb 6.1 ist die transversale Fragmentationsfunktion und die untere die longitudinale Fragmentationsfunktion. Im Rahmen der statistischen Fehler ist in diesen beiden Verteilungen eine gute Übereinstimmung zwischen experimentell gewonnenen Daten und JETSET PS sowie HERWIG Monte Carlo gegeben.

Die Abb. 6.2 zeigt das Ergebnis der beiden Methoden I und II für das Verhältnis A (rechts) und die drei Fragmentationsanteile (links) im x_P -Intervall: $0.02 < x_p < 0.03$. Der Zentralbereich ($|\cos\theta| \leq 0.05$) wurde vom Fit ausgeschlossen, weil hier die detektorbedingte Geometrie zu hohen Verzerrungen und zu größeren Werten von χ^2 führt.

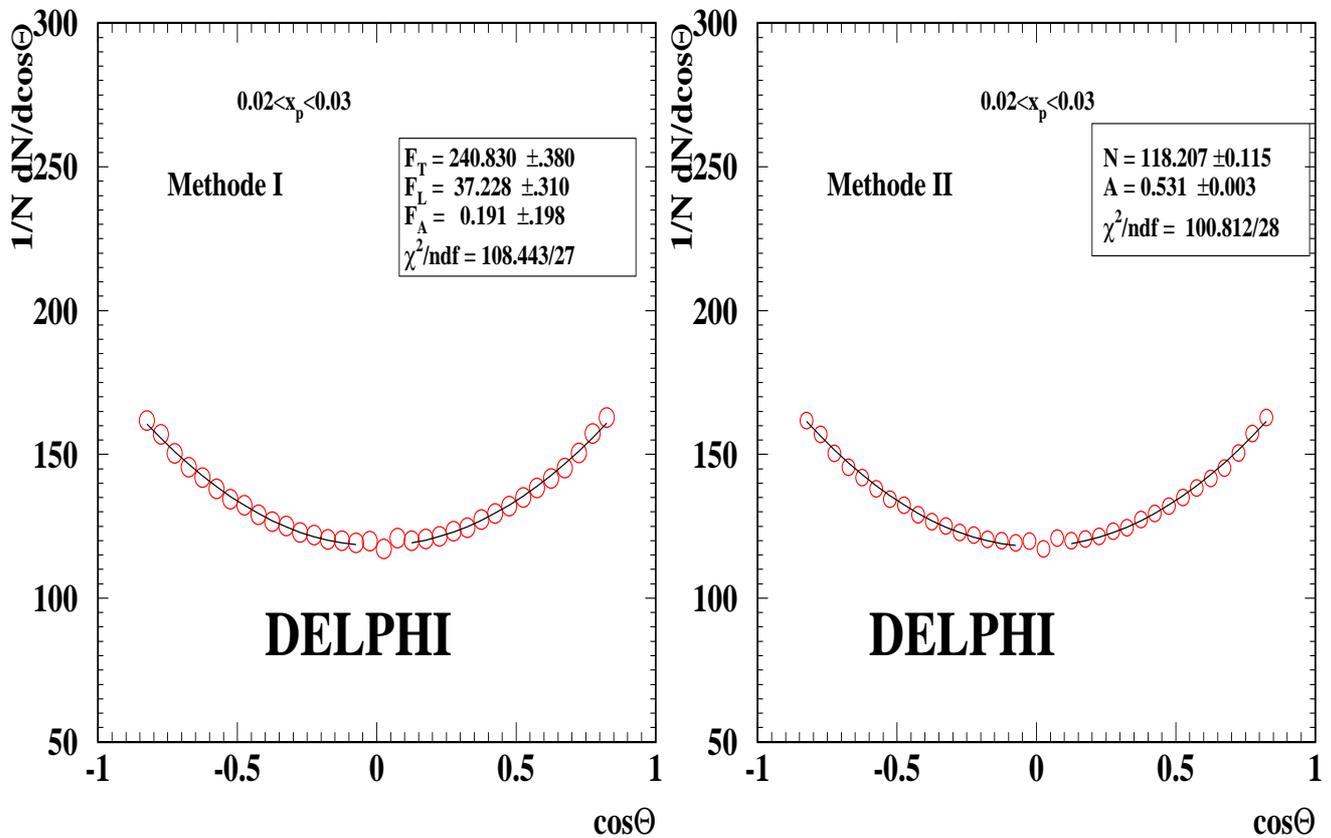


Abbildung 6.2: F_T , F_L und F_A bestimmt mit der Methode I (links) und das Verhältnis A berechnet mit Methode II (rechts)

6.2 Vergleich von F_L für die drei Methoden

Der Vergleich der drei Methoden ist in Abb. 6.3 für die longitudinale Fragmentationsfunktion F_L dargestellt. Diese Methoden stimmen gut überein.

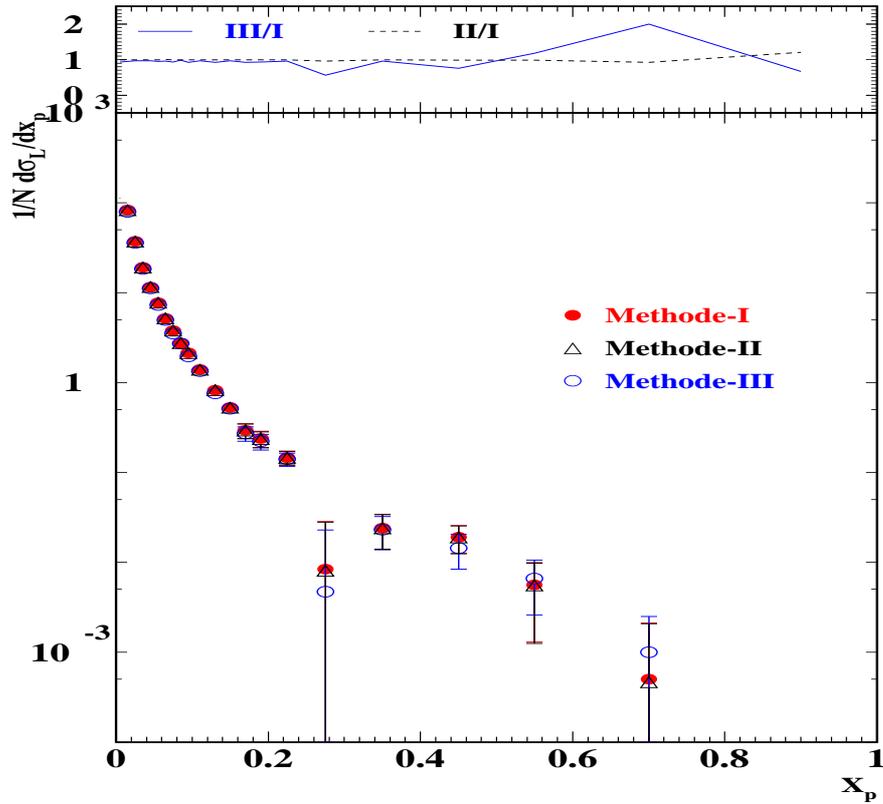


Abbildung 6.3: Vergleich von F_L für die drei vorgestellten Methoden.

Das Ergebnis der drei vorgestellten Methoden für die Komponenten F_T , F_L und das Verhältnis A sind in A.1 zusammengestellt.

6.3 Systematische Fehler

Die Abschätzung der systematischen Fehler bei der Bestimmung der unterschiedlichen Komponenten der Fragmentationsfunktion ergibt sich durch die Größe der Korrekturfaktoren, durch Variation der Spur- und Ereignisschnitte sowie durch Fehler der verwendeten Methoden.

- **Der Korrekturfaktor:** Die Abschätzung der Unsicherheiten im Korrekturfaktor basiert auf der Variation des Winkelbereiches von $|\cos \theta| \leq 0.5$ bis $|\cos \theta| \leq 0.85$ und

des Zentralbereiches bei $\cos\theta = 0$. Eine Vergrößerung von $\cos\theta$ bedeutet auch eine Vergrößerung der Detektorakzeptanz, wodurch schlechter gemessene Spuren bei der Analyse berücksichtigt werden.

- **Variation der Spur- und Ereignisschnitte:** Die gesamte Analyse wurde für verschiedene Variationen von Spurselektions-Schnitten wiederholt:
 - **Impuls:** Die Variation des minimalen Impuls führt zu Abweichungen in den niedrigsten Intervallen von x_p .
 - **Impaktparameter:** Die Werte für die Impaktparameter wurden hier verdoppelt, dadurch bekommt man Informationen über den Einfluß von Teilchen, die in sekundären Wechselwirkungen produziert werden.
 - **Polarwinkel der Spherizitätachse:** Das Verändern des Schnittes auf den Polarwinkel der Spherizitätachse führt auch zu bedeutenden Änderungen, da dies die Winkelverteilungen der Hadronen beeinflusst.
 - **Polarwinkel der Spuren:** Das Verändern des Schnittes auf den Polarwinkel der Spuren gibt auch Abweichungen, die die statistischen Fehler überschreiten.

Die Variation anderer Schnitte aus Tabelle 5.1 und 5.2 führte zu keiner signifikanten Änderung der Fragmentationsfunktionen.

Die aus den Variationen resultierenden Streuungen um die zentralen Verteilungen werden als Maß für die systematischen Unsicherheiten der korrigierten Datenverteilung genommen. Für diesen Fall können die systematischen Fehler wie folgt formuliert werden :

$$\sigma_{sys}^i = \frac{\frac{1}{N} \frac{d\sigma_{stand.Schnitt}}{dX} - \frac{1}{N} \frac{d\sigma_{Variant.Schnitt}^i}{dX}}{\frac{1}{N} \frac{d\sigma_{Stand.Schnitt}}{dX}} \quad (6.1)$$

$\frac{1}{N} \frac{d\sigma_{stand.Schnitt}}{dX}$ ist die Verteilung mit dem Standardschnitt,

$\frac{1}{N} \frac{d\sigma_{Variant.Schnitt}^i}{dX}$ ist die Verteilung mit geänderten Schnitten.

Der relative systematische Gesamtfehler ergibt sich aus der Mittelstreuung der σ_{sys}^i . Der Unterschied der Gewichtsmethode zu Fit-Methode wurde auch als systematischer Fehler betrachtet.

Die Tabelle (6.1) zeigt die aus den Spur- und Ereignisschnitten resultierenden systematischen Unsicherheiten für die transversale und die longitudinale Komponente der Fragmentationsfunktionen. Bei Variation der Spur- und Ereignisschnitte entstehen die bedeutendsten Änderungen aus dem Verändern des Impaktparameterschnittes. Sie spiegeln den Einfluß der kurzen Lebensdauer der Mesonen und Baryonen und auch der sekundären Wechselwirkungen im Detektormaterial wieder.

x_p	Spur- Ereignisschnitte		Polarwinkel		Bereich von $ \cos\theta \approx 0$		Total	
	δF_T	δF_L	δF_T	δF_L	δF_T	δF_L	δF_T	δF_L
0.00-0.01	3.34	2.401	2.417	1.698	0.7	0.6	6.457	4.699
0.01-0.02	2.922	2.138	2.177	1.512	0.6	0.8	5.699	4.45
0.02-0.03	2.352	1.702	1.743	1.203	0.9	0.88	4.995	3.785
0.03-0.04	1.962	1.413	1.452	0.999	0.6	0.66	4.014	3.072
0.04-0.05	1.686	1.212	1.248	0.857	0.4	0.55	3.334	2.619
0.05-0.06	1.484	1.063	1.095	0.752	0.3	0.44	2.857	2.255
0.06-0.07	1.325	0.950	0.979	0.672	0.2	0.25	2.504	1.872
0.07-0.08	2.197	0.858	0.885	0.607	0.12	0.15	2.202	1.615
0.08-0.09	2.094	0.784	0.809	0.554	0.16	0.16	2.063	1.498
0.09-0.10	2.002	0.717	0.741	0.507	0.18	0.13	1.923	1.354
0.10-0.12	0.629	0.450	0.465	0.318	0.10	0.08	1.194	0.848
0.12-0.14	0.544	0.389	0.403	0.275	0.075	0.065	1.022	0.737
0.14-0.16	0.477	0.341	0.353	0.241	0.065	0.016	0.895	0.59
0.16-0.18	0.421	0.301	0.312	0.213	0.044	0.014	0.777	0.579
0.18-0.20	0.375	0.268	0.278	0.190	0.010	0.008	0.663	0.474
0.20-0.25	0.197	0.141	0.146	0.100	0.022	0.006	0.365	0.255
0.25-0.30	0.153	0.109	0.113	0.077	0.004	0.009	0.28	0.194
0.30-0.40	0.077	0.055	0.057	0.039	0.0045	0.002	0.1385	0.1
0.40-0.50	0.050	0.036	0.037	0.025	0.005	0.0003	0.092	0.07
0.50-0.60	0.033	0.023	0.024	0.016	0.0001	0.0002	0.0571	0.0391
0.60-0.80	0.013	0.009	0.009	0.006	0.0003	0.0003	0.0223	0.0153
0.80-1.00	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001	0.0006	0.008	0.0056

Tabelle 6.1: Hauptbeiträge zur systematischen Unsicherheit für die transversale und longitudinale Fragmentationsfunktion

Das Verändern anderer Schnitte gibt nur wenige Änderungen. Die systematischen Unsicherheiten für die geladenen Komponenten der Wirkungsquerschnitte und die geladene Multiplizität sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Systematische Quelle	$\frac{\sigma_T^{ch}}{\sigma_{tot}}$	$\frac{\sigma_L^{ch}}{\sigma_{tot}}$	$\langle n^{ch} \rangle$
Spur- und Ereignisschnitte	0.0033	0.0023	0.187
Polarwinkel	0.0024	0.0016	0.046
Bereich von $ \cos\theta \approx 0$	0.0012	0.0012	0.011
Gewicht/Fit	0.0010	0.0009	0.047
Total	0.0044	0.0032	0.199

Tabelle 6.2: Systematische Fehler für $\frac{\sigma_T^{ch}}{\sigma_{tot}}$, $\frac{\sigma_L^{ch}}{\sigma_{tot}}$ und $\langle n^{ch} \rangle$

6.4 Vergleich von F_T und F_L mit anderen Messungen

Die Abbildung 6.4 zeigt einen Vergleich der Ergebnisse für F_L der LEP-Experimente ALEPH und OPAL sowie einer anderen DELPHI-Messung[38] mit den Ergebnissen dieser Arbeit. Die linke Abbildung wurde mit dem zusätzlichen Schnitt auf die Impulsbalance durchgeführt und zeigt eine gute Übereinstimmung nur zwischen den DELPHI-Daten. Bei Verzicht auf

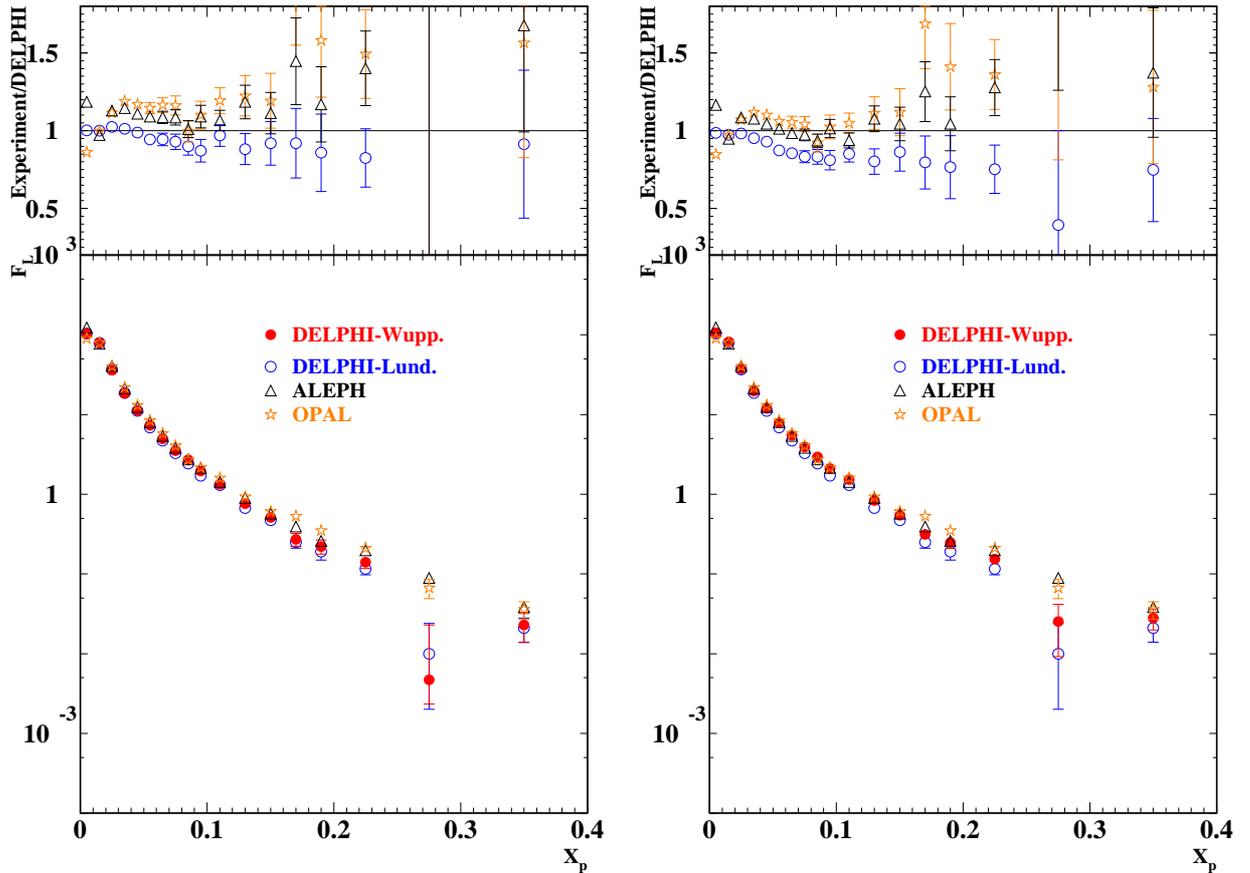


Abbildung 6.4: Vergleich der F_L -Verteilung mit ALEPH, OPAL sowie einer anderen Messung von DELPHI; Links(mit dem Cut auf Impulsbalance), rechts(ohne cut auf Impulsbalance).

diesen Schnitt stimmen die DELPHI-Daten dieser Arbeit gut überein mit den Ergebnissen von ALEPH[10] und OPAL[24] (siehe rechte Abbildung). Der Einfluß des Impulsbalance-Schnittes auf die Impulsverteilung und auf den Polarwinkel der Sphäritätsachse ist in Abb. 6.5 zu sehen. Es zeigt sich in dieser Abbildung, daß man keine Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo für diese beiden Größen erreicht, wenn man keinen Schnitt auf die Impulsbalance macht, d.h., daß ein Schnitt auf die Impulsbalance unverzichtbar ist.

Der Einfluss dieses Schnittes auf das Verhältnis von Daten und Monte Carlo für die longitudinale Fragmentationsfunktion ist in Abbildung 6.6 zu sehen. Dabei ist es zu erkennen, daß man auch ohne Impulsbalance-Schnitt eine gute Übereinstimmung zwischen Daten und

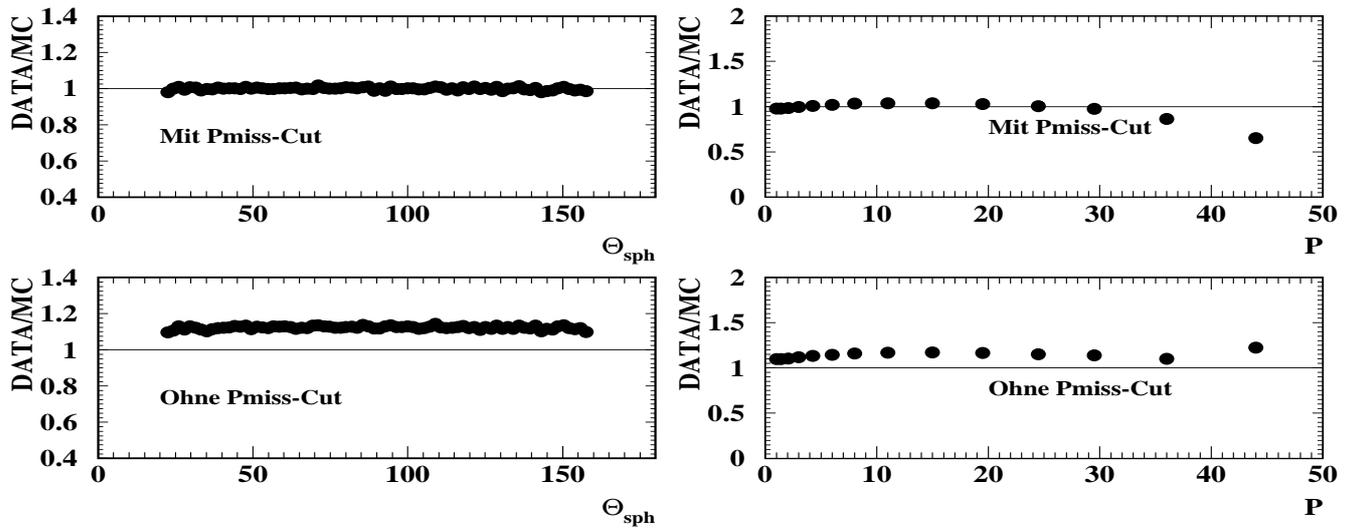


Abbildung 6.5: Verhältnis der Daten mit Monte Carlo für den Polarwinkel der Spherizitätachse und die Impulsverteilung mit und ohne Schnitte auf die Impulsbalance

Monte Carlo für F_L bekommt.

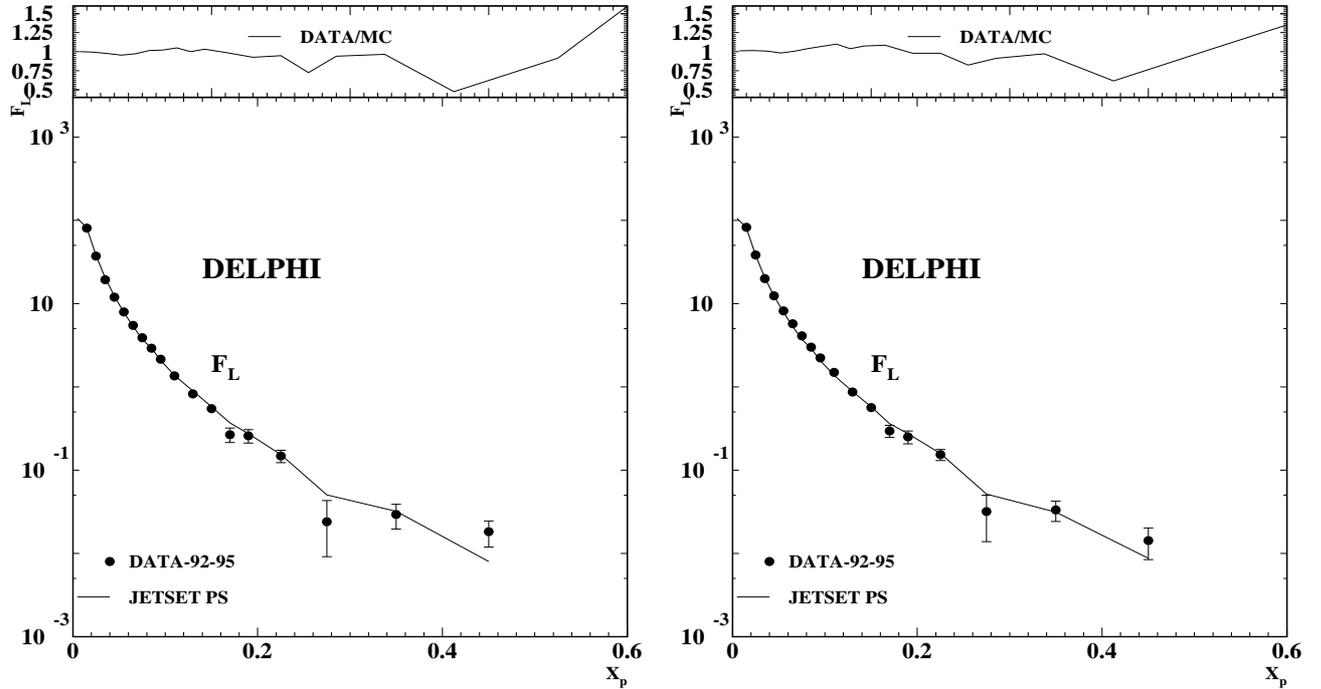


Abbildung 6.6: F_L mit(links) und ohne(rechts) Schnitt auf die Impulsbalance

6.5 Das Verhältnis von $\frac{F_L}{F_T}$ und $\frac{F_L}{F_{L+T}}$

Die Summe der longitudinalen und transversalen Fragmentationsfunktion kann durch direkte Integration des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts (Gleichung 3.26) mit dem Gewicht $(W_T + W_L)$ im Winkelbereich $|\cos \theta| < v$ ausgewertet werden. Das Resultat dieser Integration ist in Tabelle A.4 gezeigt. Die statistischen und systematischen Fehler auf F_{T+L} werden verringert, weil F_T und F_L antikorreliert sind. Die Abbildung 6.7 zeigt die Fragmentationsverhältnisse von $\frac{F_L}{F_T}$ und $\frac{F_L}{F_{L+T}}$. Es zeigt sich dabei, daß F_L einen bedeutenden Beitrag im Bereich kleiner x_p liefert.

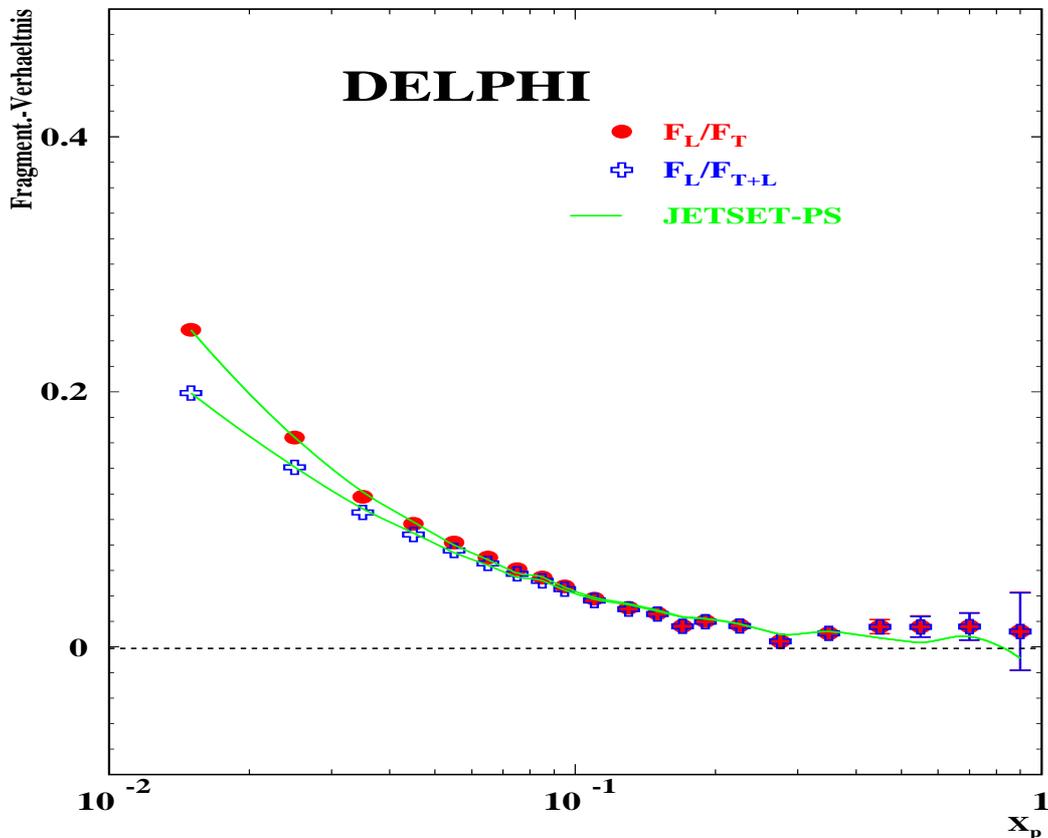


Abbildung 6.7: Verhältnis von $\frac{F_L}{F_T}$ und $\frac{F_L}{F_{L+T}}$

Die geladene Multiplizität kann durch Integration von F_{T+L} berechnet werden:

$$\langle n^{ch} \rangle = \int_0^1 F_{T+L} dx_p \quad (6.2)$$

Aus den gemessenen Fragmentationsfunktionen F_L und F_T erhält man für die geladene Multiplizität:

$$\langle n^{ch} \rangle = 20.979 \pm 0.004 \pm 0.199 \quad (6.3)$$

Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit einer früheren DELPHI Messung[39] ($\langle n^{ch} \rangle = 21.21 \pm 0.01(stat) \pm 0.20(syst)$) und mit dem Mittelwert von LEP/SLC[45] (20.99 ± 0.14). Die systematische Unsicherheit auf $\langle n^{ch} \rangle$ entsteht aus der Unsicherheit der Fragmentationsfunktion, welche bereits in Kapitel 5.2 diskutiert wurde.

6.6 Gluon Fragmentationsfunktion

Die Gluon Fragmentationsfunktion entspricht den Werten der Parameter P_i in Gleichung 3.49, die man durch die Anpassung der gemessenen F_L - und F_T -Werte bekommt. Die starke Korrelation zwischen α_s^{LO} und D_g und die Vernachlässigung der zweiten Ordnung von α_s führen zu einer schwer abzuschätzenden Unsicherheit der Gluonfragmentationsfunktion. Daher wird der Fit für zwei unterschiedliche Fälle durchgeführt. Im ersten Fall wird α_s als freier Parameter betrachtet. Im zweiten Fall wird der Wert von α_s festgelegt. Dieser Wert kann z.B. aus einer Analyse von LEP[40] entnommen werden, die $\alpha_s^{LO} = 0.122$ entspricht. In den beiden Fällen wird nur der Bereich $0.02 < x_p < 0.6$ berücksichtigt, um einerseits den Anteil sehr weicher Gluonen an der Gluonfragmentationsfunktion zu verringern und andererseits den Bereich kleiner F_L (d.h. großer x_p) mit großen Unsicherheiten zu vermeiden. Das Ergebnis ist in Tabelle 6.3 dargestellt. Der aus dem Fit gefundene Wert von α_s ist innerhalb der Fehler mit dem fixierten Wert verträglich. Die Abbildung 6.8 zeigt den

Variable	$\alpha_s=0.122$, fest	$\alpha_s=0.104 \pm 0.025$, frei
p_1	49.350 ± 30.877	57.000 ± 22.950
p_2	-0.557 ± 0.196	-0.524 ± 0.156
p_3	9.778 ± 1.403	9.414 ± 1.456
p_4	0.010 ± 0.138	0.001 ± 0.093
χ^2/ndf	8/14	11/13

Tabelle 6.3: *Parameter der Gluon Fragmentationsfunktion D_g .*

Vergleich zwischen Gluonfragmentationsfunktion und transversaler Fragmentationsfunktion F_T , welche als Quarkfragmentationsfunktion bei grossen x_p betrachtet wird (da $F_L \sim 0$). Es zeigt sich, daß das Gluonspektrum, wie theoretisch erwartet wird, weicher ist. Die Ergebnisse der Gluonfragmentationsfunktion dieser Analyse im Vergleich mit der gemessenen Gluon Fragmentationsfunktion aus Y- und Mercedes-Ereignissen aus[9] ist in Abb.6.9 gezeigt. Die zwei verschiedenen Arten von Messungen sind komplementär und stimmen im Bereich von $x_p \geq 0.2$ überein. Bei kleinen x_p liegen die Y- und Mercedes-Verteilungen unter der Parametrisierung. Das läßt sich durch die Unterdrückung der Abstrahlung von Teilchen durch Kohärenz-Effekte erklären, die in der Formulierung von F_L vernachlässigt wurden. Außerdem hat auch die Bestimmung von D_g aus 3-Jet Ereignissen durch die Zuordnung der Hadronen zu Jets große Fehler.

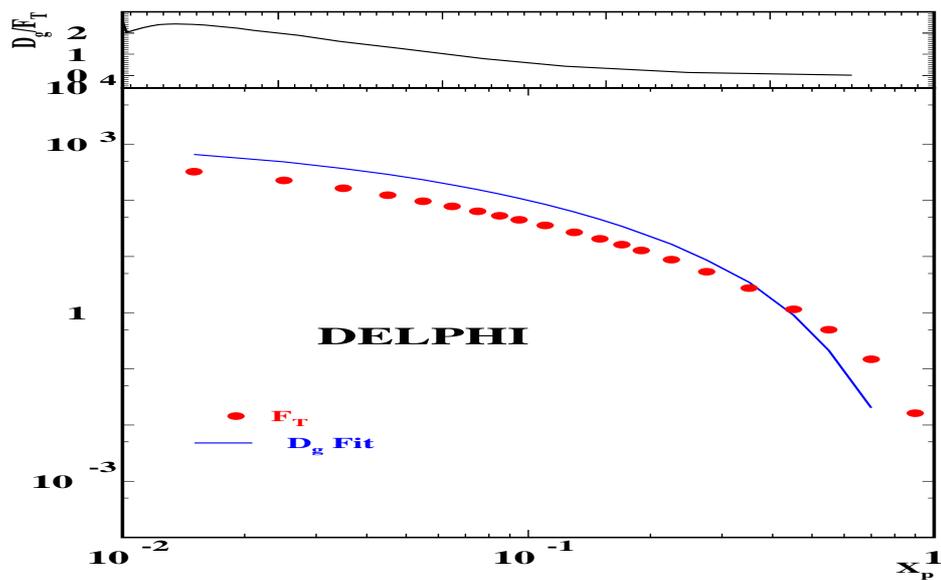


Abbildung 6.8: Vergleich der Gluon Fragmentationsfunktion mit der transversalen Fragmentationsfunktion.

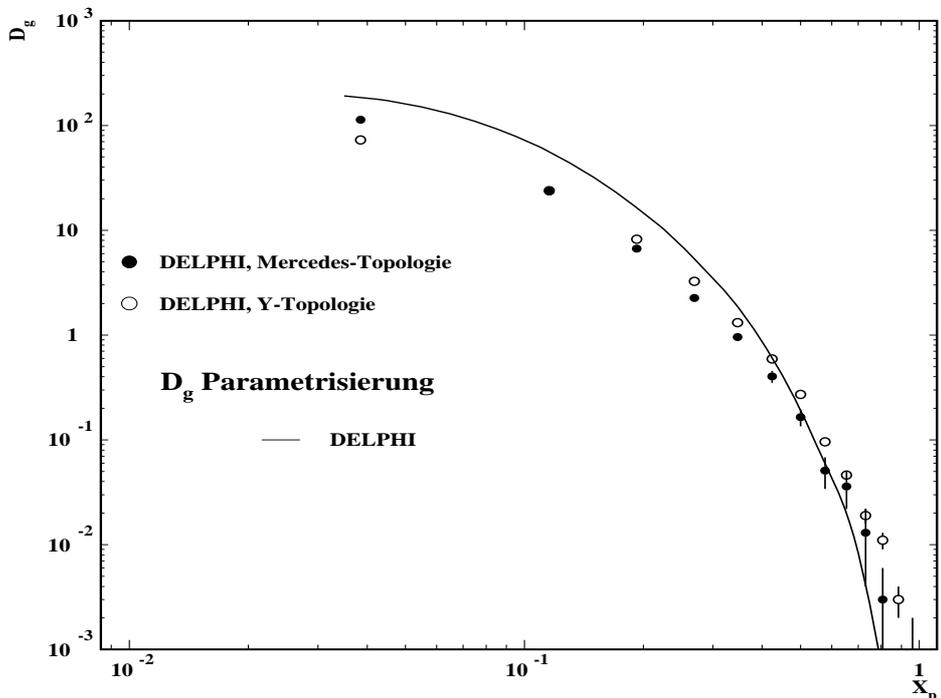


Abbildung 6.9: Vergleich der Gluon-Fragmentationsfunktion in Y- und Mercedes-Ereignissen mit der inklusiven Ergebnissen dieser Arbeit. Die Abbildung zeigt die Gluon Fragmentationsfunktion D_g mit der entsprechenden Fit-Kurve

Bei grossem x_p ist die Gluon-Fragmentationsfunktion unterdrückt. Das kann man durch die Valenzeigenschaften der Quarks und durch die große Skalenverletzungen bei Gluonen erklären. In diesem Bereich ist wahrscheinlich die Gluonjet-Methode zuverlässiger, da sich hier die Jets gut identifizieren lassen.

6.7 Asymmetrische Fragmentationsfunktion

Die Abb.6.10 zeigt, daß die asymmetrische Fragmentationsfunktion innerhalb der Fehler mit Null identisch ist. Das ist eine Bestätigung der theoretischen Vorhersagen.

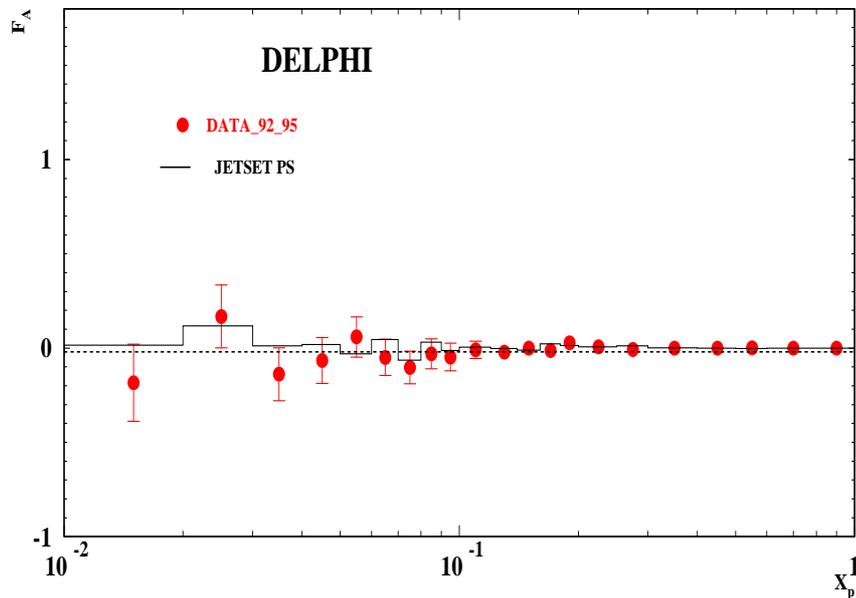


Abbildung 6.10: Die asymmetrische Fragmentationsfunktion $F_A \equiv \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma_A^{ch}}{dx_p}$ für alle geladenen Hadronen

Die Abbildung 6.11 zeigt das Verhältnis ($R \equiv \frac{\bar{F}_A}{F_{T+L}}$): Man sieht hier, daß JETSET PS in qualitativer Übereinstimmung mit den Daten ist. Da die Hadronen mit großem Impuls hauptsächlich aus der Fragmentation primärer Quarks resultieren, sollten sie die Informationen über die Primärquarkladung tragen. Daher sollte eine von Null verschiedene ladungsasymmetrische Fragmentationsfunktion in dieser x_p -Region beobachtet werden.

Die ladungsasymmetrische Fragmentationsfunktion $\bar{F}_A(x_p, M_z)$ wurde in führender Ordnung(LO), nächst-führender Ordnung(NLO) und in nächst-nächst-führender Ordnung[13](NNLO) berechnet. Innerhalb der verwendeten Modellannahmen ist die ladungsasymmetrische Fragmentationsfunktion im ganzen x_p -Bereich negativ. Diese Erwartungen sind zusammen mit den DELPHI Daten in Tabelle 6.4 dargestellt. Die Messung ist nur mit den Vorhersagen in führender Ordnung(LO) verträglich. Das deutet, daß die nicht-perturbativen Korrekturen für \bar{F}_A erheblich sind.

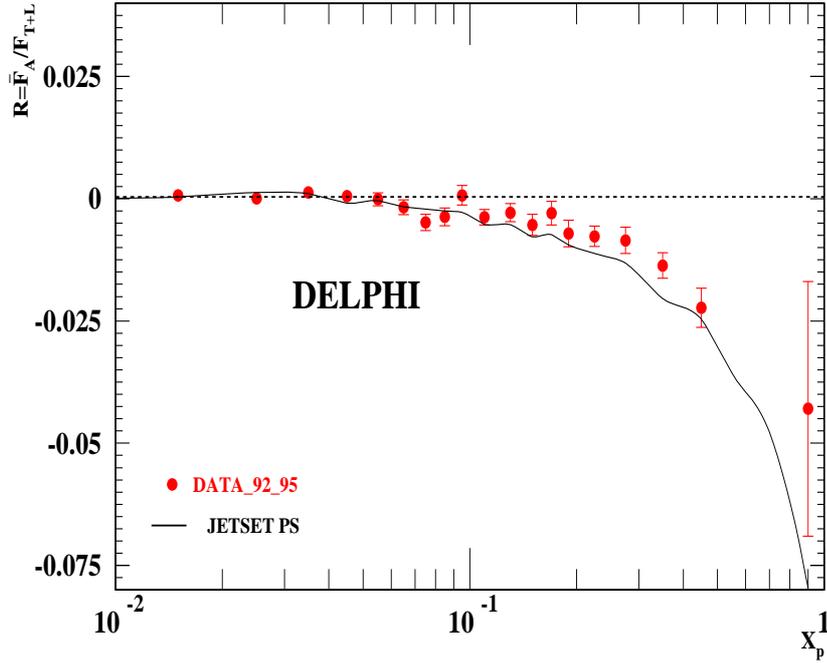


Abbildung 6.11: \bar{F}_A/F_{T+L} .

	NLO,NNLO	LO	DELPHI	OPAL
$\int_{0.1}^1 \bar{F}_A dx_p =$	-0.016	-0.023	-0.028 ± 0.006	-0.0229 ± 0.0044
$\int_{0.1}^1 \bar{F}_A \frac{x_p}{2} dx_p =$	-0.0020	-0.0027	-0.0036 ± 0.0008	-0.00369 ± 0.00046

Tabelle 6.4: Erste und zweite Momente von \bar{F}_A .

6.8 Bestimmung des longitudinalen und transversalen Wirkungsquerschnitts

Aus der Integration der longitudinalen bzw. transversalen Fragmentationsfunktion werden die entsprechenden longitudinalen bzw. transversalen Wirkungsquerschnitte bestimmt.

$$\frac{\sigma_P^{ch}}{\sigma_{tot}} = \frac{1}{2} \int_0^1 x_p F_P(x_p) dx_p \quad (6.4)$$

($P = T, L$).

Da sich diese Analyse nur auf die Messung geladener Teilchen stützt, muß eine Korrektur für neutrale Teilchen durchgeführt werden. Dafür wurden die folgenden Verhältnisse in JETSET und HERWIG $\frac{\sigma_T^{ch}}{\sigma_T}$ und $\frac{\sigma_L^{ch}}{\sigma_L}$ berechnet:

$$JETSET \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_T^{ch}}{\sigma_T} = 0.6308 \pm 0.0004 \\ \frac{\sigma_L^{ch}}{\sigma_L} = 0.624 \pm 0.005 \end{array} \right.$$

$$HERWIG \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_T^{ch}}{\sigma_T} = 0.6019 \pm 0.0005 \\ \frac{\sigma_L^{ch}}{\sigma_L} = 0.603 \pm 0.007 \end{array} \right.$$

Sowohl Herwig als auch Jetset zeigen, daß die Korrekturfaktoren $\frac{\sigma_T^{ch}}{\sigma_T}$ und $\frac{\sigma_L^{ch}}{\sigma_L}$ bis auf ungefähr 1% übereinstimmen, so daß diese Korrekturfaktoren in der Berechnung von $\frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}}$ und $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ gekürzt werden können. Der Unterschied in der Vorhersage des Absolutwertes der Korrektur zwischen HERWIG und JETSET fällt daher nicht ins Gewicht. Nach dieser Gleichheit ergeben sich die folgenden Werte für den longitudinalen und transversalen Wirkungsquerschnitt für geladene und neutrale Teilchen:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}} &= \frac{\sigma_T^{ch}}{\sigma_L^{ch} + \sigma_T^{ch}} = 0.9429 \pm 0.0006(stat) \pm 0.0050(syst) \\ \frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} &= \frac{\sigma_L^{ch}}{\sigma_L^{ch} + \sigma_T^{ch}} = 0.0571 \pm 0.0007(stat) \pm 0.0050(syst) \end{aligned}$$

Diese Werte stimmen sehr gut überein mit den OPAL-Werten:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}} &= 0.943 \pm 0.005(stat + syst) \\ \frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} &= 0.057 \pm 0.005(stat + syst) \end{aligned}$$

und mit den Werten anderer DELPHI-Messung[38]:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}} &= 0.949 \pm 0.001(stat) + \pm 0.007(syst) \\ \frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} &= 0.051 \pm 0.001(stat) + \pm 0.007(syst) \end{aligned}$$

6.8.1 Potenzkorrektur

In Abbildung 6.12 wurde $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ aus den Messungen der Kollaborationen JADE[41], OPAL[24] und DELPHI[42] für verschiedene Energien mit den Vorhersagen der JETSET-Monte-Carlo Simulation verglichen. Dabei wurde das Parton- und das Hadronniveau von $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ im Energiebereich zwischen 10 und 210 GeV berechnet. Der Unterschied zwischen Parton- und Hadron-Niveau stellt die Hadronisierungskorrektur dar.

Für die Hadronisierungskorrektur wird eine Energieabhängigkeit von $\sim 1/Q$ erwartet. Dem entsprechend erwartet man bei M_z eine Korrektur von 15% und bei LEP-II Energien von 5%. Aus der Gleichungen 3.43 und 3.45 entspricht die Potenzkorrektur bei $Q \sim 90$ einem Wert von: $c^{pow.} \simeq 0.01$. Diese Voraussetzung stimmt überein mit der JETSET-Vorhersage in Abb.6.12.

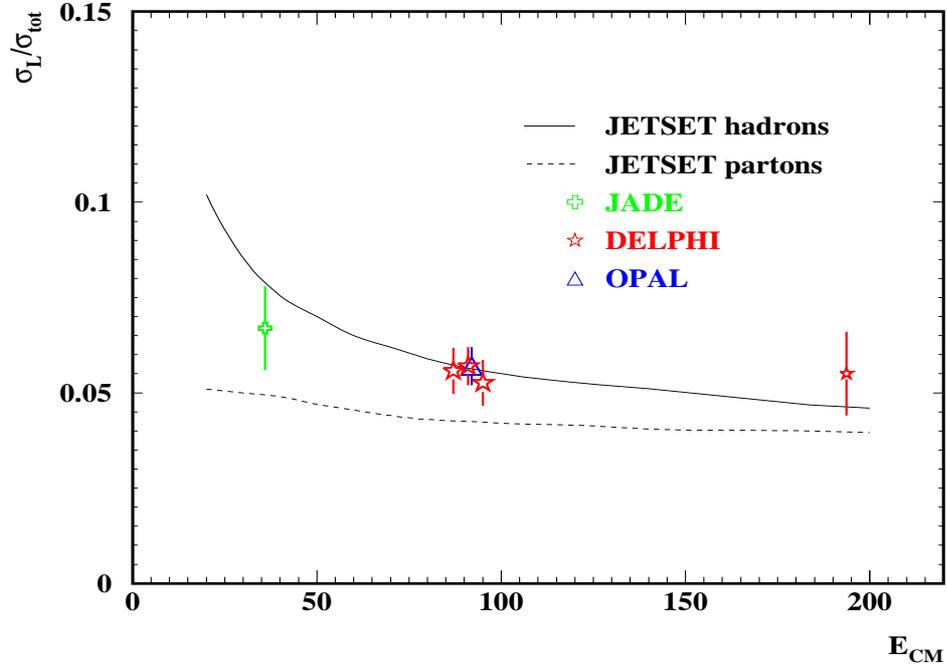


Abbildung 6.12: Energieabhängigkeit der longitudinalen Fragmentationsfunktion

6.9 Bestimmung von α_s

Im Rahmen der perturbativen QCD läßt sich der longitudinale Wirkungsquerschnitt σ_L in Potenzen von α_s entwickeln:

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} = 1 - \frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}} = \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} (13.583 - N_f \cdot 1.028) \quad (6.5)$$

wobei $N_f = 5$ die effektive Quarkflavourzahl ist.

Ohne Berücksichtigung von Potenzkorrekturen, erhält man den folgenden Wert von α_s :

$$\alpha_s^{NLO}(M_z) = 0.132 \pm 0.001(stat) \pm 0.008(syst) \quad (6.6)$$

Die Berechnung der Hadronisierungskorrektur kann durch den Potenzterm (Gl. 3.45) geschehen:

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} = 1 - \frac{\sigma_T}{\sigma_{tot}} = \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} (13.583 - N_f \cdot 1.028) + \frac{\pi^2}{2} \frac{A_1}{Q} \quad (6.7)$$

Der Wert von $A_1 \simeq 0.2$ [15]. Unter Einbeziehung dieser Potenzkorrektur wird für α_s der folgende Wert

$$\alpha_s^{NLO+pow}(M_z) = 0.113 \pm 0.001(stat) \pm 0.008(syst) \quad (6.8)$$

gemessen. Das Ergebnis zeigt, daß die Power Korrektur den longitudinalen Wirkungsquerschnitt vergrößert und sich damit α_s verkleinert. Innerhalb der Fehler stimmt dieser Wert von α_s gut mit dem Weltmittelwert überein. Die nicht-perturbative Korrektur des longitudinalen Wirkungsquerschnitts ist notwendig.

Die Power Korrektur kann auch experimentell aus der Gleichung 6.7 extrahiert werden. Dabei betrachtet man den Weltmittelwert von $\alpha_s = 0.118 \pm 0.003$ [43] und setzt diesen zusammen mit dem gemessenen Wert von $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ in die Gleichung ein. Man erhält für die experimentelle Potenzkorrektur den folgenden Wert:

$$C^{exp} = 0.0075 \pm 0.0040 \quad (6.9)$$

Dieser Wert stimmt gut mit dem Erwartungswert (0.0088) überein.

Die Bestimmung von $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ wurde bisher bei fester Skala $f = \frac{Q}{\mu} = 1$ durchgeführt. Die Abhängigkeit von α_s von der Renormierungsskala im Bereich von $0.25 < f < 2.25$ führt zu einem zusätzlichen Fehler für α_s von 0.0033. Das zentrale Ergebnis für α_s unter Einbeziehung aller Fehler ist:

$$\alpha_s^{NLO+pow}(M_z) = 0.113 \pm 0.001(stat) \pm 0.008(syst) \pm 0.003(skala) \quad (6.10)$$

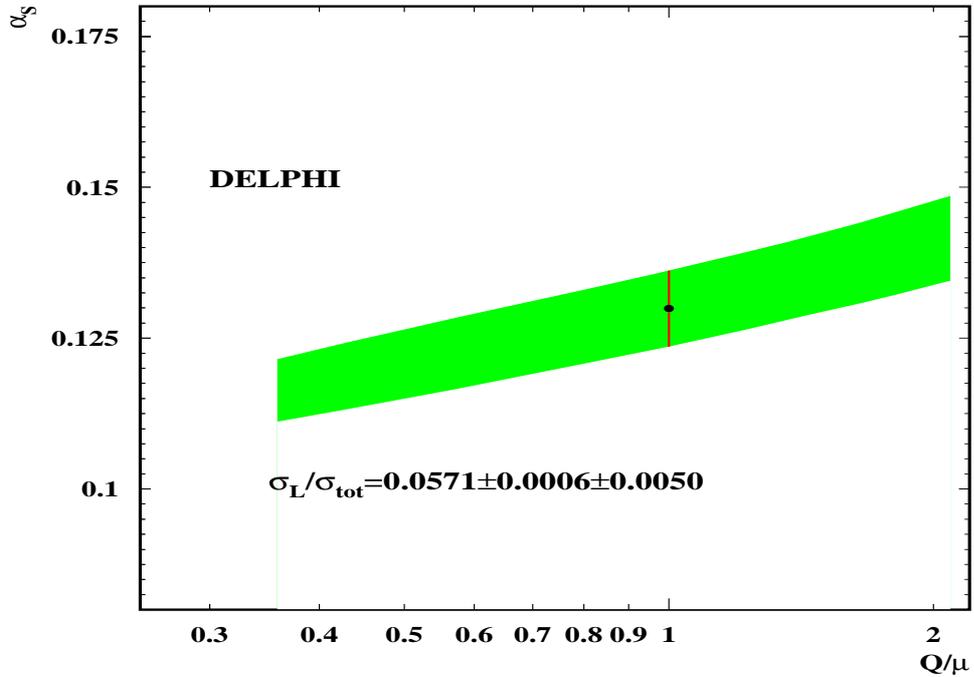


Abbildung 6.13: Darstellung der Abhängigkeit von $\alpha_s(M_z)$ von der die Renormierungsskala

6.10 Vergleich der Fragmentationsfunktion für schwere und leichte Quarks

Die in Kap.3 beschriebene Prozedur wird ebenfalls für die Extraktion der longitudinalen und transversalen Fragmentationsfunktion der selektieren b- und uds-Quarks verwendet. Die Abb. 6.14 zeigt die longitudinale und transversale Fragmentationsfunktion der b- und uds-Quarks. Das Resultat dieser beiden Verteilungen ist in Tabellen A.5 und A.6 gezeigt. Der Hauptunterschied zwischen b- und uds-Spektren kommt aus der transversalen Komponente der Fragmentationsfunktion, welche für die b-Quarks, bedingt durch die Zerfälle schwerer Hadronen weicher ist. In Bereich kleiner x_p sieht man, daß die Fragmentationsfunktion der b-Quarks größer ist als die leichten Quarks, d.h die Fragmentationsfunktion der b-Quarks enthält große Werte im kleinen x_p -Bereich, sinkt aber bei großen x_p . Das stimmt sehr gut mit der JETSET-Vorhersage überein und kann als Bestätigung dafür angesehen werden, daß die B-Hadronen eine große Zerfallsmultiplizität besitzen als die leichten Quarks. Der Wert der Multiplizität in b-Ereignissen ist in guter Übereinstimmung mit dem publizierten DELPHI-Ergebnis[44].

Variable	$\frac{\sigma_L^b}{\sigma_{tot}}$	$\frac{\sigma_L^{uds}}{\sigma_{tot}}$
$\langle n_{ch} \rangle$	23.13 ± 0.01	20.05 ± 0.005
σ_L / σ_{tot}	0.052 ± 0.013	0.0560 ± 0.0007

Tabelle 6.5: Die Geladene Multiplizität und der longitudinale Wirkungsquerschnitt für leichte und schwere Quarks

Die longitudinale Fragmentationsfunktion ist für b-Quarks etwas höher als für uds-Quarks, was der naiven QCD Erwartung widerspricht. Hier würde bedingt durch die Masse der b-Quarks, eine Gluon-Emission von b-Quarks unterdrückt werden, was zu einer Verringerung von F_L führen sollte. Dieser Effekt wird jedoch anscheinend durch die Transversalimpulse der Zerfallsprodukte der B-Hadronen überkompensiert.

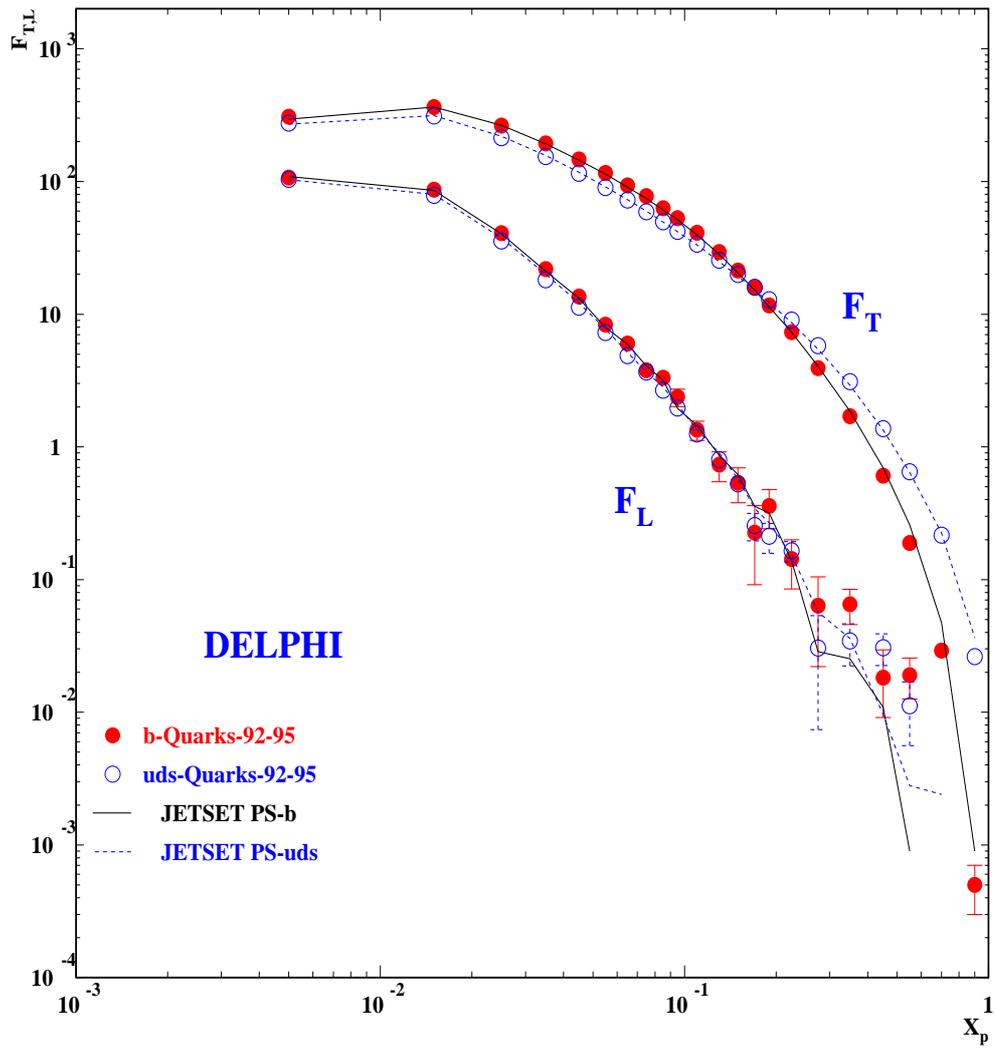


Abbildung 6.14: F_T und F_L von b - und uds -Quarks

Kapitel 7

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d^2\sigma^h}{dx_p d\cos\theta}$ basierend auf 2800000 hadronischen Z -Zerfällen bestimmt. Die Daten wurden in den Jahren 1992–95 mit dem DELPHI–Detektor gemessen.

Aus dem doppelt–differentiellen Wirkungsquerschnitt wurden die transversale Fragmentationsfunktion $F_T = \frac{d\sigma_T}{dx_p}$, die longitudinale Fragmentationsfunktion $F_L = \frac{d\sigma_L}{dx_p}$ und die asymmetrische Fragmentationsfunktion $F_A = \frac{d\sigma_A}{dx_p}$ extrahiert.

Der transversale Term resultiert aus der transversalen Polarisation des virtuellen Austauschbosons. Der longitudinale Anteil wird durch die Gluonabstrahlung erzeugt, während der asymmetrische Term aus der Paritätsverletzung stammt.

Es wurden drei unterschiedliche Methoden angewendet, die konsistente Ergebnisse liefern. Der Vergleich mit den Vorhersagen verschiedener Monte Carlo Modelle (Jetset 7.4 PS und Herwig 5.8) ergibt dabei grundsätzlich eine gute Übereinstimmung mit den Daten.

Das Verhältnis $A = \frac{F_T - 2F_L}{F_T + 2F_L}$, das in dieser Analyse bestimmt wurde zeigt im Vergleich mit den Ergebnissen anderer Experimente bei anderen Schwerpunktsenergien den Effekt der Skalenverletzung, der durch die Gluonabstrahlung verursacht wird.

Die verfügbare hohe Statistik ermöglicht eine genaue Messung der longitudinalen Fragmentationsfunktion. Es wurde gefunden, daß F_L nur unterhalb von $x_p = 0.2$ signifikant von Null verschieden ist. Diese Messung ist ein wichtiger Test der perturbativen QCD. Das Verhältnis der transversalen σ_T und longitudinalen σ_L Wirkungsquerschnitte zu dem totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} wird aus der entsprechenden Fragmentationsfunktionen berechnet. Dabei erhält man bei einem Polarwinkel von $|\cos\theta| \leq 0.85$ den folgenden Wert für den longitudinalen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}} = 0.0571 \pm 0.0007(stat) \pm 0.0050(syst).$$

Dies wird benutzt, um die starke Kopplungskonstante $\alpha_s(M_Z)$ in zweiter Ordnung zu berechnen:

$$\alpha_s(M_Z) = 0.132 \pm 0.001(stat) \pm 0.008(syst)$$

Die Energieabhängigkeit von $\frac{\sigma_L}{\sigma_{tot}}$ zeigt, daß eine Korrektur auf die Hadronisierungseffekte notwendig ist. Die Berücksichtigung dieser Korrektur in NLO–Rechnung reduziert den Wert

von α_s auf:

$$\alpha_s(M_Z) = 0.113 \pm 0.001(stat) \pm 0.008(syst).$$

Aus den gemessenen Komponenten F_L und F_T wurden die geladene Multiplizität $\langle n^{ch} \rangle = 20.979 \pm 0.004(stat) \pm 0.199(syst)$ und die Gluon-Fragmentationsfunktion D_g bestimmt. Der Vergleich der Quark- und der Gluon-Fragmentationsfunktion zeigt dabei, daß das Gluon-spektrum weicher ist.

Das Verhältnis $R \equiv \frac{\bar{F}_A}{F_{T+L}}$ zeigt, daß die Hadronen mit großem Impuls aus den primären Quarks resultieren.

Eine zusätzliche Studie der schweren und leichten Quarks wurde auch durchgeführt. Dabei zeigt sich bei dem Vergleich der b- und uds-Spektren, daß der wesentliche Unterschied nur aus der transversalen Komponente der Fragmentationsfunktion resultiert.

Anhang A

Tabellen

A.1 Tabellen

x_p	Methode I		Methode II	Methode III	
	F_T	F_L	A	F_T	F_L
0.00-0.01	297.482±0.505	111.643±0.428	0.148±0.002	283.267±0.545	105.126±0.413
0.01-0.02	344.550±0.467	83.249±0.386	0.364±0.002	325.738±0.500	80.957±0.371
0.02-0.03	240.830±0.380	37.228±0.310	0.542±0.003	227.045±0.404	37.247±0.297
0.03-0.04	174.890±0.319	19.095±0.258	0.655±0.004	164.904±0.338	19.419±0.247
0.04-0.05	131.804±0.275	11.566±0.222	0.714±0.005	124.185±0.290	11.998±0.212
0.05-0.06	102.574±0.241	7.731±0.194	0.749±0.006	96.846±0.255	7.939±0.186
0.06-0.07	82.602±0.216	5.184±0.174	0.786±0.006	77.951±0.229	5.468±0.166
0.07-0.08	67.669±0.195	3.782±0.157	0.804±0.007	63.977±0.207	3.896±0.150
0.08-0.09	56.473±0.178	2.748±0.143	0.823±0.008	53.395±0.189	2.912±0.137
0.09-0.10	47.598±0.163	2.132±0.131	0.835±0.009	45.126±0.173	2.148±0.126
0.10-0.12	37.699±0.102	1.392±0.082	0.858±0.007	35.858±0.109	1.356±0.079
0.12-0.14	28.350±0.089	0.824±0.071	0.882±0.008	26.910±0.094	0.826±0.068
0.14-0.16	21.729±0.078	0.527±0.062	0.897±0.010	20.631±0.083	0.546±0.060
0.16-0.18	17.018±0.069	0.294±0.055	0.916±0.011	16.211±0.073	0.267±0.053
0.18-0.20	13.466±0.062	0.238±0.049	0.918±0.012	12.771±0.065	0.259±0.047
0.20-0.25	9.239±0.032	0.147±0.026	0.928±0.009	8.787±0.034	0.148±0.025
0.25-0.30	5.662±0.025	0.008±0.020	0.974±0.013	5.369±0.027	0.024±0.019
0.30-0.40	2.879±0.013	0.024±0.010	0.951±0.012	2.734±0.013	0.029±0.010
0.40-0.50	1.202±0.008	0.019±0.007	0.943±0.019	1.144±0.009	0.018±0.006
0.50-0.60	0.527±0.005	0.006±0.004	0.975±0.029	0.498±0.006	0.008±0.004
0.60-0.80	0.159±0.002	0.001±0.002	1.007±0.037	0.149±0.002	0.002±0.002
0.80-1.00	0.018±0.001	0.000±0.001	1.156±0.112	0.016±0.001	0.000±0.001

Tabelle A.1: Vergleich der Komponenten der Fragmentationsfunktion für die drei Methoden

x_p	$F_T(x_p)$	$F_L(x_p)$	$F_A(x_p)$
0.00-0.01	283.267 \pm 0.545 \pm 12.112	105.126 \pm 0.413 \pm 6.931	0.086 \pm 0.279 \pm 2.221
0.01-0.02	325.738 \pm 0.500 \pm 5.679	80.957 \pm 0.371 \pm 5.320	-0.508 \pm 0.254 \pm 1.229
0.02-0.03	227.045 \pm 0.404 \pm 2.910	37.247 \pm 0.297 \pm 2.917	0.107 \pm 0.204 \pm 0.590
0.03-0.04	164.904 \pm 0.338 \pm 4.120	19.419 \pm 0.247 \pm 3.711	-0.259 \pm 0.170 \pm 0.382
0.04-0.05	124.185 \pm 0.290 \pm 1.913	11.998 \pm 0.212 \pm 1.510	-0.264 \pm 0.147 \pm 0.310
0.05-0.06	96.846 \pm 0.255 \pm 1.598	7.939 \pm 0.186 \pm 0.902	0.006 \pm 0.129 \pm 0.357
0.06-0.07	77.951 \pm 0.229 \pm 1.012	5.468 \pm 0.166 \pm 0.723	-0.091 \pm 0.115 \pm 0.146
0.07-0.08	63.977 \pm 0.207 \pm 0.961	3.896 \pm 0.150 \pm 0.580	-0.107 \pm 0.104 \pm 0.246
0.08-0.09	53.395 \pm 0.189 \pm 0.730	2.912 \pm 0.137 \pm 0.404	-0.027 \pm 0.095 \pm 0.132
0.09-0.10	45.126 \pm 0.173 \pm 0.670	2.148 \pm 0.126 \pm 0.421	0.046 \pm 0.087 \pm 0.186
0.10-0.12	35.858 \pm 0.109 \pm 0.592	1.356 \pm 0.079 \pm 0.253	-0.010 \pm 0.055 \pm 0.103
0.12-0.14	26.910 \pm 0.094 \pm 0.432	0.826 \pm 0.068 \pm 0.241	-0.073 \pm 0.047 \pm 0.054
0.14-0.16	20.631 \pm 0.083 \pm 0.258	0.546 \pm 0.060 \pm 0.132	0.019 \pm 0.042 \pm 0.098
0.16-0.18	16.211 \pm 0.073 \pm 0.224	0.267 \pm 0.053 \pm 0.122	0.002 \pm 0.037 \pm 0.072
0.18-0.20	12.771 \pm 0.065 \pm 0.212	0.259 \pm 0.047 \pm 0.046	0.021 \pm 0.033 \pm 0.022
0.20-0.25	8.787 \pm 0.034 \pm 0.111	0.148 \pm 0.025 \pm 0.005	0.010 \pm 0.017 \pm 0.045
0.25-0.30	5.369 \pm 0.027 \pm 0.056	0.024 \pm 0.019 \pm 0.074	0.004 \pm 0.013 \pm 0.035
0.30-0.40	2.734 \pm 0.013 \pm 0.056	0.029 \pm 0.010 \pm 0.038	0.004 \pm 0.007 \pm 0.027
0.40-0.50	1.144 \pm 0.009 \pm 0.067	0.018 \pm 0.006 \pm 0.085	0.004 \pm 0.004 \pm 0.002
0.50-0.60	0.498 \pm 0.006 \pm 0.007	0.008 \pm 0.004 \pm 0.009	0.003 \pm 0.003 \pm 0.003
0.60-0.80	0.149 \pm 0.002 \pm 0.010	0.002 \pm 0.002 \pm 0.006	0.000 \pm 0.001 \pm 0.001
0.80-1.00	0.016 \pm 0.001 \pm 0.007	0.000 \pm 0.001 \pm 0.004	0.000 \pm 0.000 \pm 0.002
$\frac{\sigma_P^{ch}}{\sigma_{tot}}$	0.5747 \pm 0.0006 \pm 0.0044	0.0336 \pm 0.0004 \pm 0.0032	

Tabelle A.2: *Transversale $F_T(x_p)$, longitudinale $F_L(x_p)$ und asymmetrische $F_A(x_p)$ Fragmentationsfunktion-Anteile, die mit der Gewichtungsmethode gemessen wurden.*

x_p	$F_T(x_p)$	$F_L(x_p)$	$F_A(x_p)$
0.00-0.01	297.482 \pm 0.505	111.643 \pm 0.428	-0.371 \pm 0.269
0.01-0.02	344.550 \pm 0.467	83.249 \pm 0.386	-0.578 \pm 0.246
0.02-0.03	240.830 \pm 0.380	37.228 \pm 0.310	0.191 \pm 0.198
0.03-0.04	174.890 \pm 0.319	19.095 \pm 0.258	-0.136 \pm 0.166
0.04-0.05	131.804 \pm 0.275	11.566 \pm 0.222	-0.197 \pm 0.143
0.05-0.06	102.574 \pm 0.241	7.731 \pm 0.194	0.100 \pm 0.125
0.06-0.07	82.602 \pm 0.216	5.184 \pm 0.174	-0.076 \pm 0.112
0.07-0.08	67.669 \pm 0.195	3.782 \pm 0.157	-0.113 \pm 0.101
0.08-0.09	56.473 \pm 0.178	2.748 \pm 0.143	0.021 \pm 0.093
0.09-0.10	47.598 \pm 0.163	2.132 \pm 0.131	0.066 \pm 0.085
0.10-0.12	37.699 \pm 0.102	1.392 \pm 0.082	-0.003 \pm 0.053
0.12-0.14	28.350 \pm 0.089	0.824 \pm 0.071	-0.013 \pm 0.046
0.14-0.16	21.729 \pm 0.078	0.527 \pm 0.062	0.041 \pm 0.040
0.16-0.18	17.018 \pm 0.069	0.294 \pm 0.055	0.017 \pm 0.036
0.18-0.20	13.466 \pm 0.062	0.238 \pm 0.049	0.040 \pm 0.032
0.20-0.25	9.239 \pm 0.032	0.147 \pm 0.026	0.019 \pm 0.017
0.25-0.30	5.662 \pm 0.025	0.008 \pm 0.020	0.011 \pm 0.013
0.30-0.40	2.879 \pm 0.013	0.024 \pm 0.010	0.006 \pm 0.007
0.40-0.50	1.202 \pm 0.008	0.019 \pm 0.007	0.004 \pm 0.004
0.50-0.60	0.527 \pm 0.005	0.006 \pm 0.004	0.003 \pm 0.003
0.60-0.80	0.159 \pm 0.002	0.001 \pm 0.002	0.000 \pm 0.001
0.80-1.00	0.018 \pm 0.001	0.000 \pm 0.001	0.000 \pm 0.000
$\frac{\sigma_P^{ch}}{\sigma_T}$	0.5759 \pm 0.0009	0.0383 \pm 0.0008	

Tabelle A.3: *Transversale $F_T(x_p)$, longitudinale $F_L(x_p)$ und asymmetrische $F_A(x_p)$ Ff-Anteile, die mit der Fit-Methode gemessen wurden.*

x_p	$\frac{F_L}{F_T}$	$\frac{F_L}{F_{L+T}}$
0.00-0.01	0.371±0.002±0.029	0.271±0.001±0.020
0.01-0.02	0.249±0.001±0.017	0.199±0.001±0.014
0.02-0.03	0.164±0.001±0.013	0.141±0.001±0.011
0.03-0.04	0.118±0.002±0.023	0.105±0.001±0.020
0.04-0.05	0.097±0.002±0.012	0.088±0.002±0.011
0.05-0.06	0.082±0.002±0.009	0.076±0.002±0.009
0.06-0.07	0.070±0.002±0.009	0.066±0.002±0.009
0.07-0.08	0.061±0.002±0.009	0.057±0.002±0.009
0.08-0.09	0.055±0.003±0.008	0.052±0.002±0.007
0.09-0.10	0.048±0.003±0.009	0.045±0.003±0.009
0.10-0.12	0.038±0.002±0.007	0.036±0.002±0.007
0.12-0.14	0.031±0.003±0.009	0.030±0.002±0.009
0.14-0.16	0.026±0.003±0.006	0.026±0.003±0.006
0.16-0.18	0.016±0.003±0.008	0.016±0.003±0.007
0.18-0.20	0.020±0.004±0.004	0.020±0.004±0.004
0.20-0.25	0.017±0.003±0.001	0.017±0.003±0.001
0.25-0.30	0.004±0.004±0.014	0.004±0.004±0.014
0.30-0.40	0.011±0.004±0.014	0.011±0.004±0.014
0.40-0.50	0.016±0.006±0.074	0.016±0.005±0.073
0.50-0.60	0.016±0.008±0.018	0.016±0.008±0.018
0.60-0.80	0.016±0.011±0.040	0.016±0.011±0.040
0.80-1.00	0.012±0.031±0.245	0.012±0.030±0.242

Tabelle A.4: *Verhältnis von $\frac{F_L}{F_T}$ und $\frac{F_L}{F_{L+T}}$*

A.2 Tabellen für b-quarks

x_p	$F_T(x_p)$	$F_L(x_p)$	$F_A(x_p)$
0.00-0.01	311.825±1.061	109.592±0.803	-0.319±0.578
0.01-0.02	371.607±1.104	87.243±0.824	-1.262±0.594
0.02-0.03	268.400±0.951	40.686±0.694	-0.372±0.502
0.03-0.04	196.114±0.822	21.843±0.593	-0.147±0.428
0.04-0.05	148.275±0.719	13.470±0.516	-0.596±0.372
0.05-0.06	116.335±0.642	9.182±0.459	-0.250±0.331
0.06-0.07	93.790±0.583	6.449±0.416	-0.513±0.299
0.07-0.08	77.747±0.534	4.263±0.380	0.050±0.273
0.08-0.09	64.694±0.493	2.842±0.350	-0.007±0.250
0.09-0.10	54.284±0.454	1.917±0.321	-0.192±0.230
0.10-0.12	41.180±0.279	1.648±0.198	-0.263±0.141
0.12-0.14	29.522±0.238	0.912±0.168	0.046±0.120
0.14-0.16	21.341±0.202	0.620±0.142	-0.084±0.102
0.16-0.18	15.952±0.175	0.277±0.123	-0.078±0.088
0.18-0.20	11.600±0.151	0.449±0.106	0.088±0.075
0.20-0.25	7.360±0.075	0.171±0.053	0.019±0.038
0.25-0.30	4.017±0.055	0.021±0.039	-0.009±0.027
0.30-0.40	1.777±0.026	0.027±0.018	0.010±0.013
0.40-0.50	0.617±0.015	0.019±0.010	0.014±0.007
0.50-0.60	0.212±0.009	0.009±0.006	-0.001±0.004
0.60-0.80	0.038±0.002	0.002±0.002	0.000±0.001
0.80-1.00	0.001±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000

Tabelle A.5: *Transversale $F_T(x_p)$, longitudinale $F_L(x_p)$ und asymmetrische $F_A(x_p)$ Fragmentationsfunktion-Anteile für b-Quarks. Diese Komponenten wurden mit der Gewicht-Methode gemessen.*

A.3 Tabellen für uds-quarks

x_p	$F_T(x_p)$	$F_L(x_p)$	$F_A(x_p)$
0.00-0.01	308.481±1.083	106.343±0.351	0.123±0.247
0.01-0.02	370.715±1.093	79.594±0.338	-0.400±0.239
0.02-0.03	271.061±0.943	36.107±0.270	0.106±0.192
0.03-0.04	198.241±0.813	18.498±0.224	-0.228±0.160
0.04-0.05	150.803±0.713	11.220±0.193	-0.202±0.138
0.05-0.06	118.266±0.636	7.298±0.169	-0.081±0.121
0.06-0.07	95.726±0.579	4.957±0.152	-0.037±0.109
0.07-0.08	79.277±0.530	3.683±0.137	-0.213±0.099
0.08-0.09	65.914±0.489	2.796±0.125	0.005±0.090
0.09-0.10	55.295±0.450	1.955±0.115	-0.036±0.083
0.10-0.12	42.013±0.277	1.430±0.072	-0.035±0.052
0.12-0.14	30.226±0.237	0.814±0.063	-0.017±0.046
0.14-0.16	21.878±0.201	0.544±0.056	0.044±0.041
0.16-0.18	16.393±0.174	0.322±0.050	0.004±0.036
0.18-0.20	11.947±0.151	0.221±0.045	0.008±0.033
0.20-0.25	7.611±0.075	0.188±0.024	0.010±0.018
0.25-0.30	4.107±0.055	0.057±0.019	-0.004±0.014
0.30-0.40	1.849±0.026	0.044±0.010	-0.003±0.007
0.40-0.50	0.642±0.015	0.029±0.007	-0.007±0.005
0.50-0.60	0.218±0.009	0.010±0.005	0.002±0.003
0.60-0.80	0.041±0.002	0.001±0.002	0.000±0.001
0.80-1.00	0.001±0.000	0.000±0.001	0.000±0.001

Tabelle A.6: *Transversale $F_T(x_p)$, longitudinale $F_L(x_p)$ und asymmetrische $F_A(x_p)$ Ff-Anteile für uds-Quarks. Diese Komponenten wurden mit der Gewicht-Methode gemessen.*

Literaturverzeichnis

- [1] CTEQ Collaboration, G. Sterman et al. Handbook of perturbative QCD. Rev. Mod. Phys. 67(1995) 157
- [2] T. Kinoshita Mass Singularities of Feynman Amplitudes. L. Math. Phys. 3 (1962) 650.
- [3] G.Marchesini, B.R.Weber, Nucl.phys.B283(1984)1
- [4] B.R.Weber, Nucl.phys.B283(1984)492
- [5] T.Sjöstrand, Copm.Phys. Comm. 82 (1994) 74
- [6] G. Marchesini, B.R. Webber, Nucl. Phys. B 238 (1984) 1,
G. Marchesini et al., Phys. Comm. 67 (1992) 465.
- [7] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B126 (1977) 298.
- [8] The Tasso Collaboration, Z. Phys. C 47, 187 (1990)
The Tpc Collaboration, Phys. Rev. Lett. 61, 1263 (1988)
The DELPHI Collaboration, Z. Phys. C 73 229 (1997)
The DDELPHI Collaboration, Phys. Lett. B 459, 397 (1999)
- [9] DELPHI Collaboration (P. Abreu et al.). CERN-EP-99-144, Oct 1999. 30pp. Published in Eur.Phys.J.C13:573-589,2000
- [10] ALEPH collaboration, D. Buskulic et al., Phys. Lett. B357 (1995) 487; ibid. B364 (1995) 247 (erratum).
- [11] P. Nason, B.R. Webber, Nucl. Phys. B 421, 473 (1994)
- [12] P. Nason, B.R. Webber, Phys. Lett. B322, 405 (1994)
- [13] P.J. Rijken and W.L. van Neerven, Phys. Lett. B386 (1996) 422, ibid. Phys. Lett. 392B (1997) 207, Nucl. Phys. 487B (1997) 233.
- [14] LUNFD/(NFFL-7194)2001
- [15] Nucl.Phys. B484 (1997) 247-264
- [16] QCD and Jet Physics B.R. Webber hep-ph/9410268
- [17] Introduction to High Energy Physics Donald H. Prkins
- [18] Nucl.Phys. B484 (1997) 247-264

- [19] G. Curci, W.Furmanski, RPetronzio, Nucl. Phys. B 175, 27 (1980)
- [20] E.G. Floratos, C. Kounnas, R. Lacaze, Nucl. Phys. B 192, 417 (1981)
- [21] G. Altarelli et al., Nucl. Phys. B 160, 301 (1979).
- [22] G. Altarelli et al., Phys. Rep. 81 N1, 1 (1982).
- [23] BCDMS Coll., A. C. Benvenuti et al., Phys. Lett. B223, 490 (1989)
- [24] OPAL Coll., R. Akers et al., Z. Phys. C68 (1995) 203.
- [25] DELPHI Coll., P. Aarnio et al., Nucl. Instr. Meth. A 303 (1991) 233.
- [26] DELPHI Kollaboration , DELPHI data analysis program users guide, DELPHI 89-44 (1989)
- [27] D.Bertrand, L.Pape TANAGRA track analysis and graphics package, DELPHI 87-95 (1987)
- [28] DELPHI Kolaboration, Y.Sacquim et al., DELPHI DST content, DELPHI 91-22 PROG 161
- [29] The DELPHI Collaboration
DELPHI Event generation and detector simulation
DELPHI internal note 89-6 PROG-142 (1989)
- [30] L. Lonnbald, Comp. Phys. Comm. 71 (1992) 15.
- [31] J.E.Campagne, R.Zitoun, Z. Phys. C 43 (1989) 169
- [32] DELPHI Collaboration, Y. Belokopytov et al., DELPHI Detector Description Application Package, DELPHI 90-37 PROG 154
- [33] R. Akers et al. (OPAL), Z. Phys. C68 (1995) 203.
- [34] TASSO Coll., R. Brandelik et al., Phys. Lett. B114 (1982) 65.
- [35] DELPHI-Kollaboration, P. Abreu et Al., Measurement of the Multiplicity of gluons splitting to buttom quark pairs in hadronic Z^0 decays, Phys. Lett. B405 (1997)
- [36] The ALEPH Collaboration, Phys. Lett. B313 (1993)
- [37] G.V. Borisov, *Measurement of $\Gamma_{b\bar{b}}/\Gamma_{had}$ with hemisphere double tag technique*
DELPHI note 94-27 PHYS 361
- [38] ISBN 91-7874-126-2 LUNFD6/(NFFL-7193) 2001 Departement of Physiks, Lund University Sweden
- [39] DELPHI Collaboration, P. Abreu et al.: Eur. Phys. J. C 6, 19-33 (1999).
- [40] J. Binnewies, B.A. Kniehl, G. Kramer, Phys. Rev. D52, 4947(1995)
- [41] Physics Letters B 517 (2001) 37-46

- [42] Abdelloui Khalid, Diplomarbeit: WUD 04-01 Ferruar 2001
- [43] DELPHI Collaboration P. Abreu and et al.:Eur. Phys. J. C 19, 761-763
- [44] DELPHI Coll. P. Abreu et al., Phys. Lett. B 347, 447 (19995)
- [45] PDG, R.M. Barnett et al., Phys. Rev. D 54, 1 (1996).