



**Bergische Universität Wuppertal**

**Fachbereich Bauingenieurwesen**

## **Bodenmechanik und Grundbau**

---

**Bericht - Nr. 24**

**August 2002**

---

Bernd Bergschneider

**Zur Reichweite beim Düsenstrahlverfahren im Sand**

---

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. B. Walz  
und Prof. Dr.-Ing. M. Pulsfort

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

*Bergschneider, Bernd:*

Zur Reichweite beim Düsenstrahlverfahren im Sand / Bernd Bergschneider.

Aachen : Shaker, 2002

(Berichte aus Bodenmechanik und Grundbau der Bergischen Universität-  
GH Wuppertal FB Bauingenieurwesen ; Bd. 24)

Zugl.: Wuppertal, Univ., Diss., 2002

ISBN 3-8322-0497-0

Copyright Shaker Verlag 2002

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen  
oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungs-  
anlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-0497-0

ISSN 1438-809X

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Ziel	1
2	Das Düsenstrahlverfahren	3
2.1	Überblick	3
2.2	Verfahrensablauf	3
2.3	Problemstellung	4
2.4	Stand der Technik	5
2.4.1	Praktische Verfahren zur Bestimmung der Elementabmessungen	5
2.4.2	Theoretische Überlegungen zur Bestimmung der Elementabmessungen	5
2.4.2.1	Tkachuk (1999)	5
2.4.2.2	Martak/Budil/Winkler (1998)	6
2.4.2.3	Müller- Kirchenbauer et. al. (2000)	6
3	Bodenmechanische Versuche zur Interaktion zwischen Düsenstrahl und Boden	7
3.1	Grundsätzliche Überlegungen	7
3.2	Versuchsaufbau	8
3.2.1	Verpresspumpe	8
3.2.2	Versuchsboden	9
3.2.3	Versuchsaufbau	10
3.3	Versuchsauswertung und Interpretation der Versuchsergebnisse	12
3.3.1	Grundsätzliche Erkenntnisse	12
3.3.2	Verpressen von Wasser in trockenen, locker gelagerten Sand	14
3.3.3	Verpressen von Wasser in trockenen, dicht gelagerten Sand	18
3.3.4	Verpressen von Bentonit- bzw. Zementsuspension	20
3.4	Fazit	20
4	Einwirkung	22
4.1	Übersicht	22
4.2	Optimierung der Düsenaustrittsgeschwindigkeit $u_0$	22
4.3	Fließeigenschaften der Suspension	28
4.4	Physikalisches Modell zur Schneidwirkung des Düsenstrahls	28
4.4.1	Ziele	28
4.4.2	Theoretische Grundlagen der turbulenten Strahlausbreitung	28
4.4.2.1	Grenzschichtgleichungen	29
4.4.2.2	Das physikalische Modell der freien Turbulenz	30
4.4.3	Strahlausbreitung in einer Gegenströmung	33
4.4.3.1	Ausgangssituation	33
4.4.3.2	Annahmen	34
4.4.3.3	Grundgleichungen	35
4.4.3.4	Berechnung der Geschwindigkeitsfunktion im Fernfeld	35
4.4.3.5	Geschwindigkeit im Übergangsbereich (Geschwindigkeitsnull- Linie)	38

4.4.3.6	Geschwindigkeit im Wendebereich	40
4.4.3.7	Zusammenfassung	40
4.4.4	Berechnung der Kraft und des Drucks auf die Endfläche infolge Strömung	41
4.4.5	Strömungsmechanische Laborversuche	43
4.4.5.1	Ziele	43
4.4.5.2	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	43
4.4.5.3	Auswertung der Versuchsergebnisse	45
4.4.6	Einfluss der Strahlausbreitung	48
4.4.6.1	Geometrie der Gegenströmung	48
4.4.6.2	Relative Reichweite des Düsenstrahls	50
4.4.6.3	Bestimmung des Strahlausbreitungswinkels $\delta$	51
5	Widerstand	52
5.1	Beobachtung in den Anschauungsversuchen zum Prozessablauf	52
5.2	Modellversuche zum horizontalen Grundbruch	52
5.2.1	Genereller Versuchsaufbau	52
5.2.2	Grundsätzliche Erkenntnisse aus den Modellversuchen	53
5.2.3	Bodenmechanischer 1g- Modellversuch zur Erzeugung eines horizontalen Grundbruchs bei ebenen Verformungs- Randbedingungen	54
5.2.4	Bodenmechanischer 1g- Modellversuch zur Erzeugung eines horizontalen Grundbruchs bei räumlichen Randbedingungen	55
5.2.5	Impulsschlagversuche	60
5.3	Anschauungsversuche zur Beschreibung des Bodenwiderstandes während des Ziehens des Jet-Gestänges	64
5.3.1	Ziel	64
5.3.2	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	64
5.3.3	Ergebnis	65
5.4	Versuche zur Messung des Porenwasserüberdrucks	67
5.4.1	Ziel	67
5.4.2	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	68
5.4.3	Ergebnis	69
5.5	Rechnerische Ermittlung des Grundbruchwiderstandes	72
5.5.1	Einführung	72
5.5.2	Berechnung des Grundbruchwiderstandes bei ebenen Verformungsrandbedingungen	73
5.5.3	Porenfluidüberdruck und Verflüssigung	82
5.5.4	Räumliche Randbedingungen	85
5.5.5	Grundbruchwiderstand beim Ziehen des Jet-Gestänges	86
6	Parameterstudien	92
6.1	Parameterstudien zur Grundbruchwiderstandsspannung	92
6.2	Parameterstudien zur Reichweiten-Entwicklung	97
6.2.1	Rechnerische Berücksichtigung von Porenfluidüberdruck und Verflüssigung	97

6.2.2	Referenzwerte	99
6.2.3	Variation des wirksamen Reibungswinkels (infolge Verflüssigung) und des Porenfluidüberdrucks	99
6.2.4	Variation des Stützdruckes; Variation des Grundwasserspiegels	102
6.2.5	Variation der Maschinenparameter	103
6.2.6	Beispiel	105
6.3	Ergebnis-Diskussion und -Bewertung	106
7	Fuzzy- Logik gestützter Lösungsansatz für die Abschätzung der Reichweite des Düsenstrahls	109
7.1	Grundlegende Erläuterungen der Fuzzy- Logik	109
7.2	Grundlagen der Fuzzy- Logik	112
7.2.1	Fuzzy- Sets und Linguistisches Konzept	112
7.2.2	Inferenz	114
7.3	Problematik der Fuzzy- Programmierung	116
7.4	Neurofuzzy	118
7.5	Fuzzy- Logik gestützter Lösungsansatz zur Ermittlung der Prozessparameter beim Düsenstrahlverfahren	120
7.5.1	Vorbemerkung	120
7.5.2	Eingangskenngrößen	121
7.5.2.1	Grundlage für die Wahl der Eingangsparameter	121
7.5.2.2	Bodenparameter	121
7.5.2.3	Maschinenparameter	123
7.5.3	Ausgangskenngröße	124
7.5.4	Inferenzblöcke	125
7.5.5	Neurofuzzy- Berechnungen	127
7.5.5.1	Allgemeines	127
7.5.5.2	Analytische Berechnungen zur Ermittlung von Beispieldatensätzen	127
7.5.5.3	Berechnung	130
7.5.6	Ergebnis	131
7.5.7	Beispiel	133
8	Zusammenfassung	135
	Literaturverzeichnis	137
	Abbildungsverzeichnis	144
	Tabellenverzeichnis	150
	Verwendete Symbole	151
	Anhang A: Grenzschichttheorie	153
	Anhang B: Messung des Porenwasserüberdruckes	159
	Anhang C: Parameterstudie	162
	Anhang D: Grundbruchwiderstandsspannung	167
	Anhang E: Fuzzy- Logik	168

## 1 Einleitung und Ziel

Beim Düsenstrahlverfahren wird Zementsuspension unter hohen Drücken von bis zu 600 bar und Durchflussmengen von bis zu 400 l/min in den Boden verpresst. Anders als bei der „echten“ Injektion wird der Boden dabei im Bereich des Düsenstrahls aufgeschnitten und durch ein erhärtendes Gemisch aus Erdstoff und Zementsuspension ersetzt. Durch Drehen des Jetgestänges bei gleichzeitigem Zurückziehen (Abbildung 1.1) entstehen zylindrische Erdbetonsäulen. Heute findet das Verfahren zunehmend Anwendung bei der Herstellung von Unterfangungen oder zur Abdichtung von Baugruben sowohl im Wand als auch im Sohlenbereich.

Obwohl das Verfahren in Deutschland seit über 20 Jahren angewendet wird, existieren bis heute nur einige wenige Berechnungsansätze zur Bestimmung der Elementabmessungen. Stattdessen werden zur Vordimensionierung der herzustellenden Erdbetonsäulen Erfahrungswerte herangezogen, die dann durch kostenintensive und zum Teil unpräzise Untersuchungen in-situ, wie z.B. durch die Herstellung von Probesäulen, die dann zur Vermessung freigegeben werden, überprüft werden (Abbildung 1.2).

Das Ziel dieser Arbeit liegt in der Entwicklung einer physikalisch begründeten Vorstellung über den Vorgang beim Lösen des Bodens durch den Schneidstrahl mit der späteren Möglichkeit der Formulierung eines Berechnungsansatzes, mit dem die Interaktion zwischen dem Lösewiderstand des Bodens und der maschinentechnisch aufgebrachten Schneidenergie erfasst und somit eine Prognose des zu erwartenden Säulendurchmessers ermöglicht wird.



Abbildung 1.1.: Über der Bohrkronen austretender Düsenstrahl



Abbildung 1.2: Freigelegte Erdbetonsäulen

Dafür wurden Anschauungsversuche im halbtechnischen Maßstab durchgeführt, mit denen die physikalischen Abläufe im Boden beobachtet werden können. Aus dem Studium der Wirkungsweise des Düsenstrahlverfahrens wurde schließlich ein Berechnungsansatz abgeleitet, mit dem sowohl die Einwirkung als auch der Widerstand jeweils getrennt rechnerisch erfasst und ins Gleichgewicht gebracht werden. Die Idee dieses Ansatzes beruht auf der physikalischen Vorstellung, dass die Eindringtiefe des Strahls zunimmt, solange die Einwirkung größer ist als der Widerstand. Hat sich schließlich in einem gewissen Abstand von der Düse ein Kräftegleichgewicht zwischen der Einwirkung und dem Widerstand eingestellt, kann der Schneidstrahl nicht weiter in den Boden eindringen. Zur Modellierung der Einwirkung dient dabei ein aus der Hydrodynamik abgeleitetes physikalisches Modell. Zur quantitativen Erfassung des Lösewiderstands im Boden wurde von einem horizontalen Grundbruch ausgegangen. Eine deterministische Bestimmung insbesondere der in den Berechnungsansatz für den Lösewiderstand eingehenden Parameter erscheint schwierig. Unter Anwendung der Fuzzy-Logik als Hilfe zum Arbeiten mit unscharfen Größen können jedoch die beiden Berechnungsansätze miteinander verknüpft werden, um hiermit den zu erwartenden Säulendurchmesser in einer begrenzten Spannweite prognostizieren zu können.

Die vorliegende Arbeit soll primär als Grundlage zum Verständnis der physikalischen Vorgänge beim Düsenstrahlverfahren dienen. Wegen der bereits erwähnten Schwierigkeit der wirklichkeitsnahen Abschätzung der Parameter kann mit dem entwickelten Berechnungsverfahren noch keine exakte analytische Berechnung des Säulendurchmessers vor Beginn der Baumaßnahme erfolgen.

## 2 Das Düsenstrahlverfahren

### 2.1 Überblick

Das Verfahren des „Jet Groutings“ wurde bereits in den 60er Jahren bei Tiefbohrungen zur Ölgewinnung als Hilfsmaßnahme zur Dichtung der Bohrwandungen angewendet. Aus diesem Verfahren abgeleitet wurde das heute auch unter den Begriffen „Hochdruckinjektion“, „Hochdruckbodenvermörtelung“ oder „Soilcrete- Verfahren“ bekannte Düsenstrahlverfahren im Tiefbau erstmals in Großbritannien Anfang der sechziger Jahre eingesetzt, wo auch 1963 das erste Symposium „Grouting and Drilling muds“ abgehalten wurde. Die weitere Entwicklung speziell im maschinentechnischen Bereich erfolgte in Japan, wo 1970 das erste Patent des „Verfahrens zum Herstellen unterirdischer Säulen“ angemeldet wurde. In Europa wurde die Technik in Italien 1973 als Sanierungsalternative für den schiefen Turm von Pisa in Betracht gezogen, bevor es ab Mitte der siebziger Jahre vermehrt in verschiedenen Ländern Europas angewendet wurde. Die Einführung in Deutschland erfolgte 1979 durch die Firma GKN Keller, Offenbach. Heute findet das Verfahren Anwendung in zahlreichen Bereichen des Spezialtiefbaus und wird von verschiedenen Firmen eingesetzt.

### 2.2 Verfahrensablauf

Gemäß Norm- Entwurf EN 12716 [57] ist das Düsenstrahlverfahren ein „Vorgang, der darin besteht, dass Lockergestein (oder Fels mit mäßiger Kornbindung) in seine Bestandteile zerlegt und mit einem Zementierungsmittel gemischt bzw. teilweise durch dieses Mittel ersetzt wird. Das Auflösen des Bodengefüges wird durch einen energiereichen Flüssigkeitsstrahl bewirkt, wobei die Flüssigkeit das zementartige Mittel sein kann.“

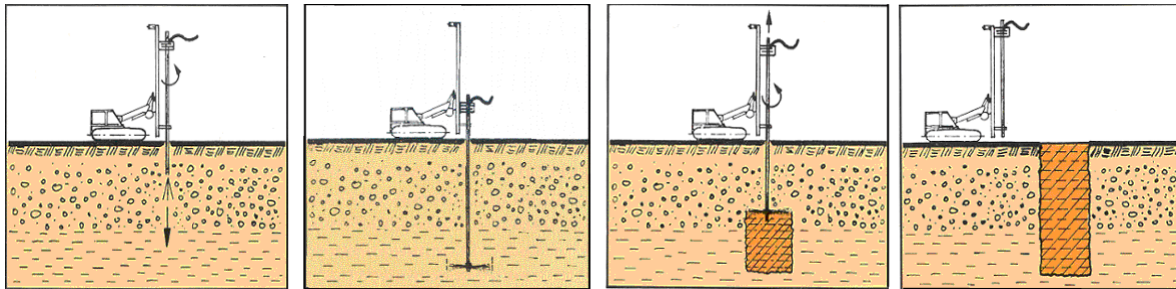
Im Norm- Entwurf EN 12716 werden 4 verschiedene Verfahrensvarianten unterschieden:

Beim 1- Phasensystem wird der Boden direkt mit dem „Verfüllmaterial“, welches aus einer Düse oder zwei gegenüberliegenden aus dem Bohrgestänge austritt, aufgeschnitten.

Beim 2- Phasensystem wird der den Boden aufschneidende Zementsuspensionsstrahl mit einem Luftstrahl ummantelt (2a). Eine Ausführungsalternative besteht darin, den Boden zunächst mit einem aus einer höher angebrachten Düse austretenden Wasserstrahl zu lösen. Durch eine weiter unten montierte Düse wird Zementsuspension unter geringem Druck von 10-20 bar verpresst (2b).

Beim 3- Phasensystem wird als Erweiterung zum 2- Phasensystem der aus der Düse austretende, den Boden schneidende Wasserstrahl zusätzlich mit Druckluft ummantelt.





1. Das Bohrgestänge wird drehend mit Wasser oder Suspensionsspülung lotrecht oder geneigt in den Boden eingebracht.

2. Nach Erreichen der Endtiefe beginnt der Jet-Vorgang.

3. Mit einem Druck von 150 bis 600 bar zerschneidet der aus der Bohrkronen austretende Düsenstrahl das Erdreich. Durch langsames hochziehen des rotierenden Bohrgestänges wird der Boden fortschreitend zerfräst und mit Füllstoffen vermengt.

4. Durch Aushärtung der behandelten Bodenschichten entstehen Erdbetonsäulen von 80 bis 300 cm, je nach Bodenbeschaffenheit und Pumpenleistung.

Abbildung 2.1: Verfahrensablauf beim Düsenstrahlverfahren [4]

Durch Drehen des Gestänges beim Zurückziehen entstehen säulenförmige Boden-Zement-Körper, oder es können ebenflächige Lamellen durch Ziehen der Lanze ohne Drehen oder durch Drehen in einem kleinen Winkelbereich hergestellt werden.

### 2.3 Problemstellung

Zwar können aufgrund der eingesetzten Kolbenpumpen, die einen Verpressdruck von bis zu 600 bar bei einer Verpressmenge von 430 l/min erzeugen, Säulenradien bzw. Lamellenlängen abhängig vom anstehenden Boden von über 2,0 m erzielt werden, es ist allerdings noch nicht möglich, eine Aussage über die Ausbreitung und die Wirkungsweise des Strahls in Abhängigkeit von dem anstehenden Boden sowie von der maschinentechnisch eingebrachten Erosionsenergie des Schneidstrahls zu treffen, um damit die Eindringtiefe des Strahls in den Boden weitgehend wirklichkeitsnah zu berechnen. Obwohl das Düsenstrahlverfahren seit über 20 Jahren angewendet wird und im letzten Jahrzehnt speziell im maschinentechnischen Bereich, wie z.B. durch den Einsatz von leistungsfähigeren Hochdruckpumpen oder durch die Optimierung von Düsenformen weiterentwickelt wurde und in der Baupraxis an Bedeutung gewonnen hat, existieren bis heute nur einige wenige theoretische Überlegungen, die sich auf die Interaktion zwischen dem Lösewiderstand des Bodens und der maschinentechnisch eingebrachten Erosionsenergie des Schneidstrahls beziehen. Mangels theoretischer Grundlagen werden zur Überprüfung des erzielten Durchmessers Untersuchungen in-situ durchgeführt (z.B. Herstellung von Probesäulen, Ultraschallmessungen oder Durchmessermessungen mit Hilfe eines mechanischen Tastsystems). Diese Verfahren sind zum Teil mit hohen Kosten verbunden, so dass die Entwicklung eines die Interaktion zwischen dem Lösewiderstand des

Bodens sowie der maschinentechnisch eingebrachten Erosionsenergie des Schneidstrahles wirklichkeitsnah erfassenden rechnerischen Ansatzes durchaus interessant ist.

## **2.4 Ermittlung der Düsenstrahlreichweite nach dem derzeitigen Stand**

### **2.4.1 Praktische Verfahren zur Bestimmung der Elementabmessungen**

Die nach wie vor gebräuchlichste Methode zur Bestimmung des erzielten Säulendurchmessers sind Untersuchungen in-situ:

- Mittels Tastwerkzeugen, die an Gestängen in die HDI- Säule eingeführt und in der noch flüssigen Zementsuspension aufgespannt werden, soll die Grenze zwischen der flüssigen Suspensionssäule und dem festen Erdreich festgestellt werden.
- Beim Hydrophonverfahren wird über Schalldrucksonden, sogenannte Hydrophone, die in mit Wasser gefüllten Horchpegeln im Umkreis der HDI- Maßnahme angeordnet sind, der Schalldruck als physikalische Größe gemessen. Der Hochdruckstrahl erzeugt einen von der Entfernung vom Pegel abhängigen Schalldruck, der über Eichkurven mit dem erreichten Säulendurchmesser verknüpft ist.
- Die aus diesen beiden Verfahren prognostizierten Elementabmessungen können mit Ungenauigkeiten behaftet sein, so dass zur exakten Bestimmung der mit den gewählten Herstellungsparametern erreichten Abmessungen Probekörper ausgegraben werden. Hierzu heißt es im Norm- Entwurf EN 12716: „Zur Beurteilung der Maße sind Sichtprüfung und direkte Messung die wirksamsten Verfahren, die jedoch umfangreiche Aushubarbeiten, bis (fast) zur vollständigen Tiefe des Elements, erfordern und an Elementen aus der laufenden Produktion selten durchführbar sind.“

### **2.4.2 Theoretische Überlegungen zur Bestimmung der Elementabmessungen**

Es existieren lediglich drei Veröffentlichungen, in denen theoretische Ansätze, die zu einer rechnerischen Prognose der mit dem Düsenstrahlverfahren erreichbaren Elementabmessungen führen könnten, vorgestellt werden:

#### **2.4.2.1 Tkachuk (1999)**

Der Ansatz von Tkachuk [43] basiert auf der Vorstellung, dass die Eindringung des Strahls in den Boden solange zunimmt, bis die Strahlgeschwindigkeit, die mit Hilfe eines aus der Hydrodynamik abgeleiteten Ansatzes berechnet wird, kleiner wird als die zur Zerstörung des Lockergesteins mindestens aufzubringende sogenannte Lockergesteinszerstörungsgeschwindigkeit, die maßgeblich durch die Dichte und die Scherfestigkeit des anstehenden Bodens bestimmt wird.

Unter der Annahme, dass Lockergestein als inkompressibles dichtes (isotropes) Medium betrachtet wird, dessen viskoplastisches Dehnungsverhalten dem einer zähen Newtonschen Flüssigkeit entspricht, wird der Eindringvorgang eines Hochdruckstrahls in Lockergestein als das Eindringen einer Flüssigkeit mit geringer Dichte in eine Flüssigkeit mit höherer Dichte angesehen. Es wird vorausgesetzt, dass die Eigenschaften von Lockergestein beim Düsenstrahlverfahren im wesentlichen durch die Dichte und die Scherfestigkeit gekennzeichnet sind. Da das Lockergestein als Flüssigkeit betrachtet wird, wird die „Schlagzähigkeit“  $\eta$  als Parameter verwendet, der die „Scherfestigkeit“ der Flüssigkeit beschreibt. Dieser Parameter soll in Laborversuchen ermittelt werden, wobei der Boden - wie oben erwähnt - durch verschiedene Flüssigkeiten mit unterschiedlichen Dichten (Wasser mit  $\rho = 1,00 \text{ g/cm}^3$  und Salzlösung  $\text{CaCl}_2$  mit  $\rho = 1,19 \text{ g/cm}^3$ ) modelliert wird.

#### **2.4.2.2 Martak/Budil/Winkler (1998)**

Nach Martak/Budil/Winkler [29] kann unter Einbeziehung der Hydrodynamik die „Rückstoßkraft“ des Schneidstrahls auf den Boden in einer beliebigen Entfernung von der Düse iterativ berechnet werden. Bezieht man die Rückstoßkraft auf die kreisförmige Querschnittsfläche des sich kegelförmig ausbreitenden Strahls, ergibt sich eine Druckspannung als Einwirkung. Durch den Vergleich dieser Spannung mit der aus der Mohr- Coulombschen Bruchbedingung unter Berücksichtigung der für den anstehenden Boden charakteristischen bodenmechanischen Kennwerte berechneten Bruchspannung des Bodens kann die Eindringtiefe des Schneidstrahls ermittelt werden; solange die einwirkende Druckspannung größer ist als die Bruchspannung des Bodens, dringt der Strahl weiter in den Boden ein, andernfalls stagniert die Eindringlänge.

#### **2.4.2.3 Müller- Kirchenbauer et. al. (2000)**

Müller- Kirchenbauer et. al. [33] betrachten den unterschiedlichen Lösewiderstand eines Bodens, in den die Zementsuspension eindringt und dann stagniert (z.B. Kies) und eines sandigen Bodens, bei dem sich eine Membran bildet, wodurch der hydrostatische Stützdruck der Suspension direkt auf die Erdwand übertragen wird. Zwar wird erwähnt, dass es sich beim Lösen des Bodens um eine um  $90^\circ$  gedrehte Grundbruchsituation handelt, ein hierauf bezogener Berechnungsvorschlag wird aber nicht dargestellt; auf die Größe der einwirkenden Kraft des Schneidstrahls wird nicht eingegangen, so dass zunächst kein Zusammenhang zwischen den maschinentechnischen Schneidstrahlparametern und dem zu erwartenden Säulendurchmesser herstellbar ist.

Weitere aktuelle Veröffentlichungen zum Düsenstrahlverfahren, die sich vor allem auf die Ausführungstechnologie, auf größere Baumaßnahmen, bei denen dieses Verfahren eingesetzt wurde und auf die Erläuterung der erzielten Ergebnisse beziehen, finden sich in einer Art „State of the Art“- Bericht in den Beiträgen zum 15. Christian Veder Kolloquium (27. und 28. April 2000) ([56]).

### 3 Bodenmechanische Versuche zum Interaktionsprozess zwischen Düsenstrahl und Boden

#### 3.1 Grundsätzliche Überlegungen

Eine empirische Beschreibung der Interaktion zwischen Düsenstrahl und Boden, die den erreichbaren Säulendurchmesser in Abhängigkeit von den Schneidstrahlparametern und den Bodeneigenschaften angibt, ist grundsätzlich durch systematische Versuchsreihen möglich. Hierbei ist die im Modellversuch erzielte Reichweite des Schneidstrahls - Großversuche sind wegen der Vielzahl der Parameter nicht möglich - auszumessen, wobei sowohl die maßgebenden Kennwerte des Bodens, z.B. Lagerungsdichte, Ungleichförmigkeit, Kornform, Kohäsion, Konsistenz, u.s.w. als auch diejenigen des Schneidstrahls wie Verpressdruck, Verpressmenge, Einwirkdauer des Schneidstrahls, Verpressmedium, u.s.w. systematisch variiert werden.

Kleinmaßstäbliche bodenmechanische Modellversuche sind hierbei ausgeschlossen, da einerseits die zur Modell-Dimensionierung und zur Auswertung der Messergebnisse erforderlichen boden- und strömungsmechanischen Modellgesetze und vor allem deren Zusammenwirken unbekannt sind. Andererseits kann bei einer kleinmaßstäblichen Nachbildung des Düsenstrahlverfahrens und bei Verwendung des für bodenmechanische Modellversuche üblichen Fein- bis Mittelsandes keine ausreichende Schneidwirkung des Düsenstrahls erzielt werden.

Aus Sicht des Autors können hier Versuche im halbtechnischen Maßstab zielführend sein, bei denen die maschinentechnischen Parameter nur so weit reduziert werden, dass noch eine deutliche Schneidwirkung des Düsenstrahls erreicht wird. Wegen der geringeren Reichweite des Strahls kann der im Versuch abzubildende Boden-



Abbildung 3.1: unter einem Druck von 85 bar ( $\varnothing$  Düse 1,51 mm) hergestellte Verpresskörper bei identischen Versuchsrandbedingungen

bereich mit erheblich kleineren Abmessungen als im Großversuch gewählt werden.

In [5] sind bodenmechanische Modellversuche zum Düsenstrahlverfahren im halbtechnischen Maßstab beschrieben, die der Autor mit dem Ziel einer systematischen Parametervariation durchgeführt hat. Wegen der erheblichen Streuung der Reichweite des Düsenstrahls bei identischen Versuchsrandbedingungen (Abbildung 3.1) war die Weiterführung der zeit- und arbeitsaufwendigen Versuchsreihen weder sinnvoll noch zielführend.

Im Gegensatz zu einer „statischen“ Boden- Bauwerk- Interaktion ist das Düsenstrahlverfahren ein Interaktions„prozess“, der besser durch die Darstellung des physikalischen Prozessablaufs als nur durch Ausgangs- und Ergebnisdaten beschrieben werden kann. Daher werden Modellversuche zum Düsenstrahlverfahren im halbtechnischen Maßstab mit dem Ziel der Beobachtung des physikalisch ablaufenden Prozesses beim Eindringen des Schneidstrahls in den Boden, beim Lösen des Bodens und bei der Förderung des Boden- Suspensionsgemisches durchgeführt, um hieraus rechnerische Modelle zur Bestimmung der Einwirkung des Schneidstrahls und des Widerstandes des Bodens zu entwickeln.

## 3.2 Versuchsaufbau

### 3.2.1 Verpresspumpe

Für die Laborversuche, die hinsichtlich der Schneidstrahlenergie als Versuche im halbtechnischen Maßstab gelten können, stand eine elektrisch betriebene Zweikolbenpumpe (Abbildung 3.2) zur Verfügung, mit der Wasser, Bentonit- oder Zementsuspension verpresst werden können. Entsprechend der in Abbildung 3.3 dargestellten, für Wasser als Verpressmedium erstellten Pumpenkurve können in Abhängigkeit der verwendeten, im Durchmesser 1,26, 1,51 und 1,67 mm messenden industriell gefertigten Hochdruckvollstrahldüsen Verpressdrücke zwi-



Abbildung 3.2: elektrisch betriebene Zweikolbenpumpe

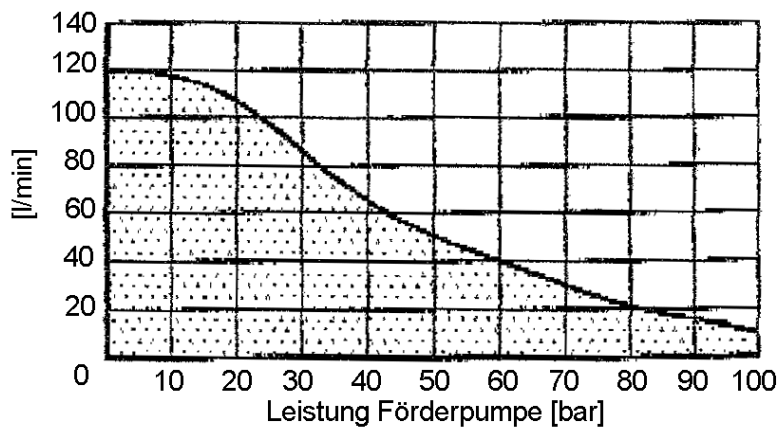


Abbildung 3.3: Pumpenkurve

schen 30 und 100 bar erzeugt werden. Die Ausflussgeschwindigkeit beträgt maximal 140 m/sec. Es kann nur der Druck an der Pumpe reguliert werden, die Verpressmenge ergibt sich dann in Abhängigkeit vom Durchmesser der Düse.

Die Düse wurde in ein Rohr mit 1/2 Zoll Durchmesser eingebaut, das mit einem Hochdruckschlauch an der Pumpe angeschlossen war.

Die Düse wurde in ein Rohr mit 1/2 Zoll Durchmesser eingebaut, das mit einem Hochdruckschlauch an der Pumpe angeschlossen war.

### 3.2.2 Versuchsboden

Als Versuchsboden diente ein enggestufter mittel- bis grobkörniger Quarzsand sowie ein quarzitischer Grobsand, deren Sieblinien in Abbildung 3.4 dargestellt sind. Tabelle 3.1 gibt einen Überblick über einige bodenmechanische Kennwerte des Sandes in Abhängigkeit von der Lagerungsdichte des Bodens beim Einbau. Der Durchlässigkeitsbeiwert  $k$  wurde nach DIN 18130 für ein hydraulisches Gefälle von  $i = 1$  ermittelt.

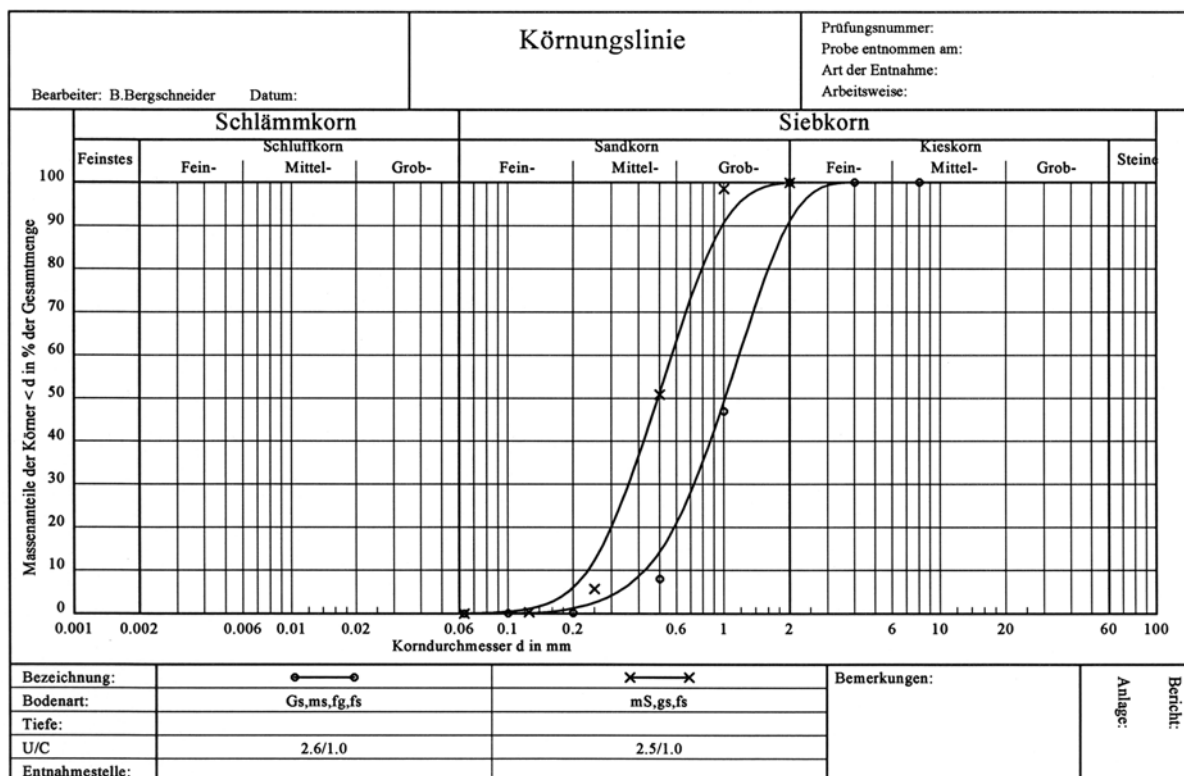


Abbildung 3.4: Sieblinien der Versuchssande

Der Einbau des trockenen Sandes in den Versuchscontainer erfolgte unter Anwendung der flächenhaften Sandregenmethode, wobei durch eine Variation der Höhe des Sandsiebes über der Sandoberfläche die in der Tabelle 3.1 aufgeführten Lagerungsdichten des Versuchsbodens erzielt werden konnten. Bei den mit feuchtem Boden durchgeführten Versuchen wurde der Sand ebenfalls zunächst mit der flächenhaften Sandregenmethode in trockenem Zustand eingebaut und anschließend mit Wasser durchfeuchtet, wobei die Lagerungsdichte weitgehend unverändert blieb. Darüber hinaus wurden auch Versuche mit Sand unter Auftrieb durchgeführt. Nach dem Einsieben des Sandes in den mit Wasser gefüllten Versuchscontainer wurde der Boden lagenweise mit einem Handstampfer verdichtet. Beim Einbau des Sandes unter Wasser konnte nur eine lockere oder eine dichte Lagerung reproduzierbar hergestellt werden.

	Mittel- bis grobkörniger Quarzsand			Grobkörniger Quarzsand		
	$d_{50} = 0,5 \text{ mm}; U \approx 2,5; n_{\min} = 36,53 \%;$ $n_{\max} = 45,13 \%; \gamma_s = 26,5 \text{ kN/m}^3$			$d_{50} = 1,0 \text{ mm}; U \approx 2,6; n_{\min} = 36,88 \%;$ $n_{\max} = 43,31 \%; \gamma_s = 26,5 \text{ kN/m}^3$		
	Lagerung			Lagerung		
	Locker	Mittel	Dicht	Locker	Mittel	Dicht
Trockenwichte $\gamma_d$ [kN/m <sup>3</sup> ]	15,28-15,38	15,81-15,99	16,46-16,68	15,29-15,38	15,94-16,06	16,85-16,97
Porenanteil n	0,423-0,420	0,403-0,397	0,379-0,371	0,423-0,420	0,398-0,394	0,364-0,360
Lagerungsdichte D	0,32-0,36	0,56-0,64	0,84-0,94	0,16-0,21	0,54-0,61	1,07-1,14
Durchlässigkeits- beiwert k [m/sec]	$9,10 \cdot 10^{-5}$	$8,16 \cdot 10^{-5}$	$4,37 \cdot 10^{-5}$	$1,03 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$	$1,10 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 3.1: Bodenmechanische Kennwerte der Versuchssande in Abhängigkeit der Lagerung des Bodens beim Einbau

### 3.2.3 Versuchsaufbau

Die Versuche zur Beobachtung des Prozessablaufs beim Düsenstrahlverfahren wurden in einem aus Multiplex- Siebdruckplatten wasserdicht gefertigten Versuchskasten (Abbildung 3.5), dessen Front eine 10 mm dicke Glasscheibe bildet, durchgeführt. Ein von innen an der Glasscheibe befestigtes, im Querschnitt  $70 \times 40 \times 2 \text{ mm}$  messendes, 400 mm langes Aluminium- U- Profil simulierte das Bohrloch und gewährleistete den Rücklauf des Boden- Zement- Gemisches. Die Verpresslanze wurde vertikal so eingestellt, dass die Düsrichtung parallel zur Scheibe verläuft. Am unteren Ende des U- Profils ist der in Düsrichtung liegende Flansch auf einer Fläche von  $30 \times 30 \text{ mm}$  aufgeschnitten. Während des Sandeinbaus wurde die Aussparung im Flansch mit einem Blech verschlossen, welches nach dem Einfüllen der Suspension gezogen wurde.

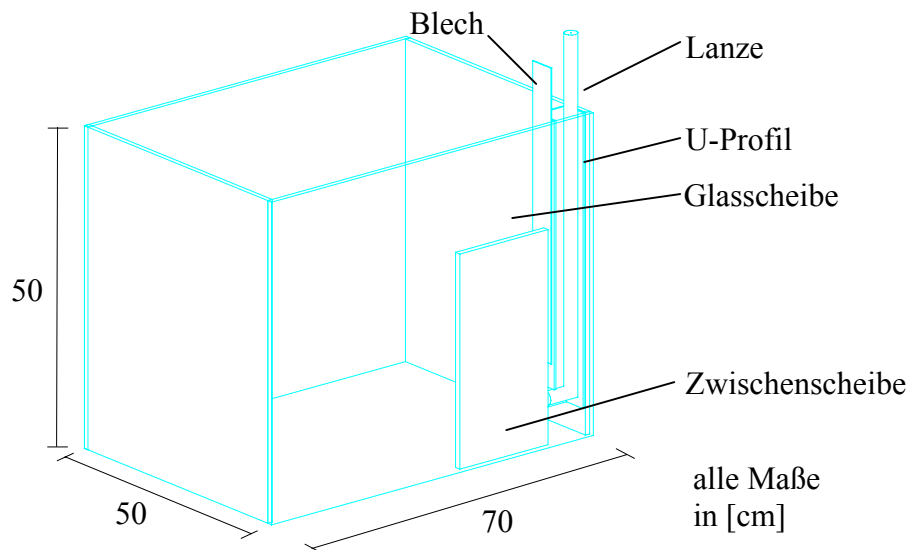


Abbildung 3.5: Systemskizze des Versuchscontainers

Zwischen der Außenfläche des Düskörpers und der Glasscheibe besteht wegen des etwas größeren Außendurchmessers des  $90^\circ$ - Krümmers am Ende der Verpresslanze ein Spalt (Abbildung 3.6). Zur Überbrückung dieses Ringspaltes, der sich mit Sand zusetzen kann, wurde vor dem Sandeinbau eine zweite, den Spalt ausfüllende Glasscheibe von innen gegen die Scheibe des Versuchscontainers gesetzt (Abbildung 3.5 und 3.7).

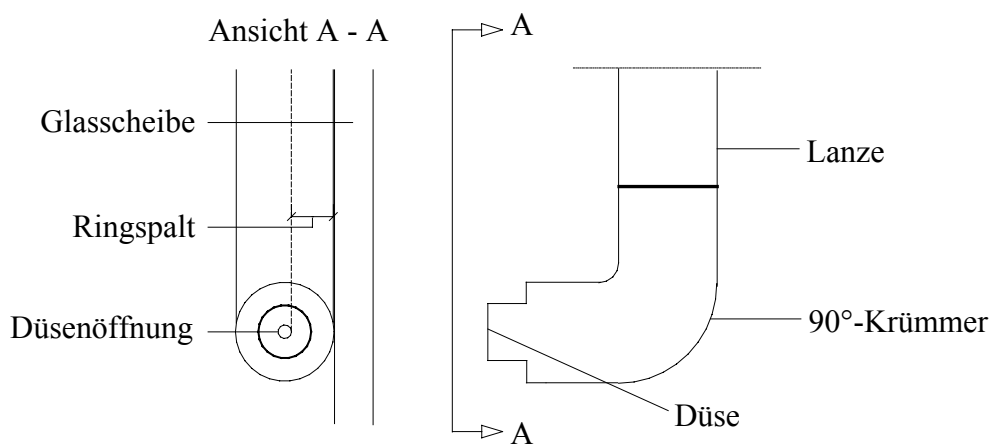


Abbildung 3.6: Skizze zur Entstehung des Spaltes

Zur Erhöhung des Spannungsniveaus im Boden wurde eine Auflast von ca.  $5,0 \text{ kN/m}^2$  in Form von Beton- Probewürfeln aufgebracht (Abbildung 3.7).

Die in den Anschauungsversuchen zum Prozessablauf zu variierenden Parameter waren die Korngrößenverteilung des Versuchsbodens, dessen Lagerungsdichte, das Verpressmedium,



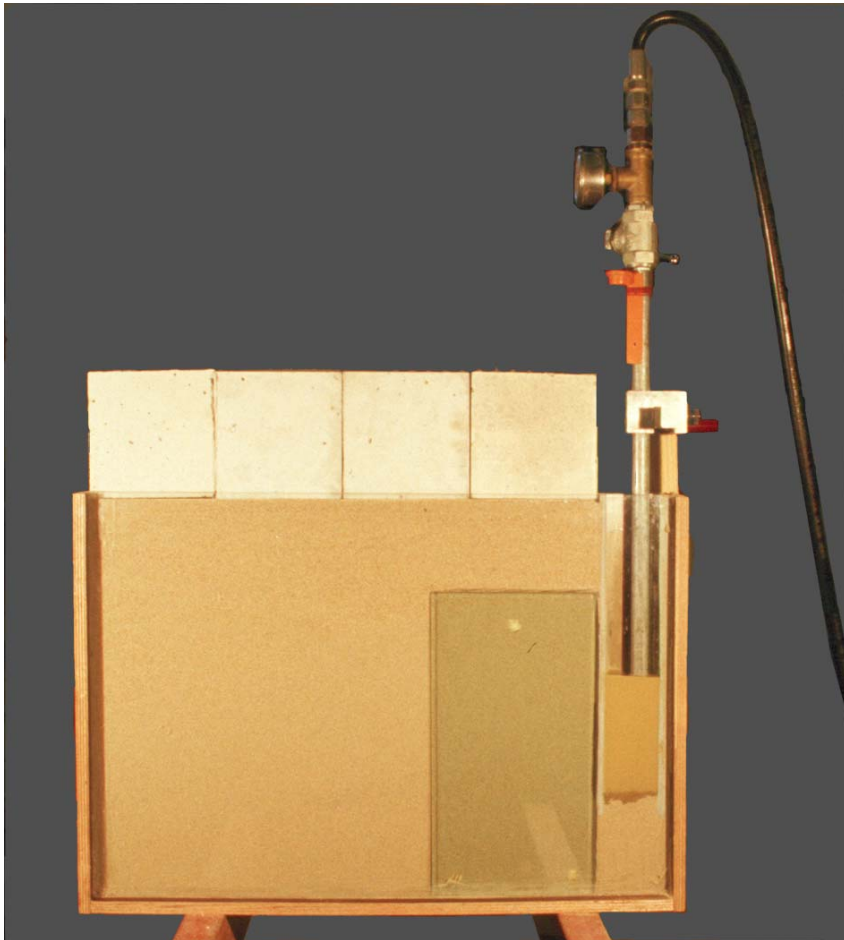


Abbildung 3.7: Anschauungsversuch

sowie der Verpressdruck bzw. die Verpressmenge durch Verwendung verschiedener Düsendurchmesser. Es wurden Versuche in trockenem, feuchtem und wassergesättigtem Sand durchgeführt. Neben Wasser wurde Bentonitsuspension (30 g Bentonit pro Liter Suspension) verpresst, die im Vergleich zu Zementsuspension ähnliche Fließeigenschaften besitzt. Alle Versuche wurden mit einer herkömmlichen 25 Bilder pro Sekunde aufnehmenden digitalen Videokamera gefilmt. Zusätzlich wurde eine Hochgeschwindigkeitskamera eingesetzt, die mit 1000 Schwarzweiß- Bildern pro Sekunde die im Boden ablaufenden physikalischen Vorgänge detailliert erfassen konnte.

### **3.3 Versuchsauswertung und Interpretation der Versuchsergebnisse**

#### **3.3.1 Grundsätzliche Erkenntnisse**

Die mit Wasser, Bentonit- und Zementsuspension als Verpressmedium durchgeführten Versuche zur Beobachtung des Prozessablaufs zeigen sowohl für den mittel- bis grobkörnigen als auch für den grobkörnigen Quarzsand in Abhängigkeit von der Lagerungsdichte folgende Vorgänge:

- Befindet sich der Boden im Ausgangszustand in lockerer bzw. mitteldichter Lagerung, verdrängt der aus der Düse austretende Strahl den umliegenden Boden bzw. schiebt ihn vor sich her, so dass zunächst eine Verdichtung in der Strahlumgebung eintritt. Der Verdichtungsvorgang läuft in einer sehr kurzen Zeitspanne von etwa 50/1000 Sekunden ab. Dennoch beträgt die Eindringtiefe des Strahls bereits zwischen 50 und 80 % der nach Beendigung des drei Sekunden dauernden Versuchs erzielten Reichweite.
- Dann wird der Boden - sofern er bei trockenem Einbau zwischenzeitlich in der Umgebung des Strahls wassergesättigt ist - in Form einer Boden- Wasser- Walze in Richtung des geringsten Widerstandes zum suspensionsgestützten Bohrloch zurückbewegt. Aus der Beobachtung der Anschauungsversuche wird die Hypothese abgeleitet, dass es sich beim Lösen des Bodens um einen grundbruchartigen Vorgang handelt, bei dem sich der Boden in Form einer Boden- Wasser- bzw. Boden- Suspensions- Walze bewegt.
- Im Gegensatz zu den unter Verwendung von Bentonit- bzw. Zementsuspension durchgeführten Versuchen kann beim Verpressen von Wasser in dem recht durchlässigen Sand keine Förderung von Boden durch das suspensionsgestützte Bohrloch an die Oberfläche beobachtet werden, da das Wasser in den Boden abfließen kann. Stattdessen entsteht ein Kreislauf, bei dem der Boden aus der Boden- Wasser- Walze im Bereich der Düse wieder in den Strahl eingesogen wird und von diesem erneut an die „Ortsbrust“ transportiert wird.
- Die beschriebene Förderung des Sandes in Form der Boden- Wasser- Walze setzt um so schneller ein, je größer die Ausgangslagerungsdichte und die Ausgangssättigung des Bodens sind.
- Generell scheint ein grundbruchartiges Herausschieben des in den Versuchen verwendeten Sandes, der einen hohen Reibungswinkel hat, mit der hier eingebrachten Strahlenergie erst zu gelingen, wenn die Poren des Sandes wassergesättigt sind. Der auf den weitgehend wassergesättigten Boden auftreffende Strahl wird einen Porenwasserüberdruck erzeugen, der die Kornkontaktspannungen und damit den Scherwiderstand des Bodens herabsetzt.
- Ist im Ausgangszustand eine dichte Lagerung des Bodens vorhanden, wird - ohne vorangehende Verschiebung und Verdichtung des Bodens - die kinetische Energie des Wassers in Druckenergie umgewandelt, wodurch das pro Zeiteinheit in den Boden verpresste Wasservolumen sofort in die Poren des ursprünglich trockenen Bodens eindringt. Es entsteht direkt ein Porenwasserüberdruck, wodurch unmittelbar nach Beginn des Düsens die Förderung des Sandes in Form der Boden- Wasser- Walze in Gang gesetzt wird.
- Bei Verwendung von Bentonit- bzw. Zementsuspension oder beim Verpressen von Wasser in einen unter Auftrieb stehenden, d.h. wassergesättigten Boden breitet sich der Strahl im gleichen Medium aus, wodurch er - im Vergleich zu den Versuchen mit im Ausgangszustand trockenen oder feuchten Boden - schlechter sichtbar ist. Hierbei

ist zu beobachten, dass der Düsenstrahl durch das hauptsächlich oberhalb des Strahls zum Bohrloch zurücklaufende Boden- Suspensions- bzw. Boden- Wasser- Gemisch nach unten abgelenkt wird. Im übrigen sind qualitativ die gleichen Vorgänge wie bei trockenem Boden zu beobachten.

In den folgenden Kapiteln 3.3.2 bis 3.3.4 werden die während des Düsens beobachteten Vorgänge ausführlich und mit Einzelbildern aus den Aufnahmen der Hochgeschwindigkeitskamera erläutert. Alle beschriebenen Versuche wurden mit einer Düse  $\varnothing 1,51$  mm und bei einem Druck von 85 bar ausgeführt. Weitergehende Versuche zeigten, dass die qualitativ beschriebenen Vorgänge unabhängig vom Verpressdruck und von der Verpressmenge sind. Die kompletten Filmsequenzen sowohl der Hochgeschwindigkeits- als auch der digitalen Videoaufnahmen sind auf der beigelegten CD unter [Anschauungsversuche zur Wirkungsweise des Düsenstrahlverfahrens] zu sehen.

### 3.3.2 Verpressen von Wasser in trockenem, locker gelagerten Sand

Die Abbildungen 3.8a) bis 3.8g) zeigen auszugsweise die Wirkung eines hochenergetischen Wasserstrahls in locker gelagertem ( $0,16 \leq D \leq 0,21$ ) trockenem Grobsand. Zeitlich hintereinander, teilweise aber auch gleichzeitig, laufen folgende Vorgänge ab:

#### Phase 1: Verdichtung

Der aus der Düse austretende, auf den locker gelagerten und daher nachgebenden Boden auftreffende Strahl, der im Kopfbereich strömungstechnisch bedingt aufgefächert ist (Abbildung 3.9), schiebt den Boden vor sich her und verdichtet bzw. verdrängt ihn in den umliegenden Boden (Abbildungen 3.8a) und 3.8b)). Hierdurch entsteht eine Verdichtung des Bodens sowohl vor als auch räumlich um den Strahl herum. In den Abbildungen 3.8a) und 3.8b) ist ein Sandkorn mit einem Kreis markiert, wobei in der Abbildung 3.8c) durch Überlagerung der Bilder 3.8a) und 3.8b) die Verschiebung des Kornes deutlich wird.

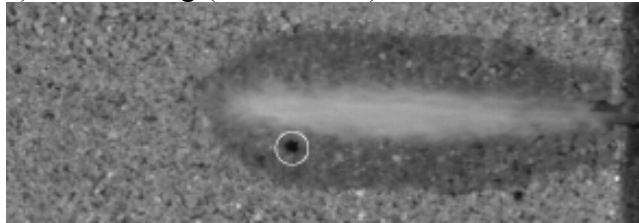
An der Außenfläche des aufgefächerten Strahls steht der Boden zunächst mit dem Wasser in Berührung, so dass der Randsaum der durch den Strahl geschaffenen Röhre durchfeuchtet wird und so eine scheinbare Kohäsion entsteht, wodurch der Kanal nicht einfällt. Bemerkenswert ist die relativ geringe Dicke der Zone, die mit zunehmender Strahllänge breiter wird (Abbildungen 3.8a), 3.8b) und 3.8d)). Direkt an der Düse tritt ein nicht durchfeuchteter Bereich auf, durch den nach dem Prinzip der Wasserstrahlpumpe Luft nachgesaugt wird. Ferner fällt von oben laufend trockener Sand nach, der vom Strahl erfasst wird und zur „Ortsbrust“ transportiert wird, wie der zeitverzögerte Bewegungsablauf zeigt (siehe CD unter [Anschauungsversuche zur Wirkungsweise des Düsenstrahlverfahrens]).

#### Phase 2: Wassersättigung des Bodens

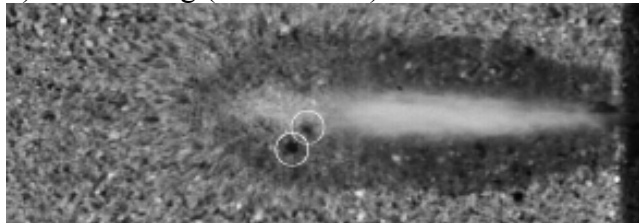
Wenn sich der Boden am Strahlkopf durch den an der „Ortsbrust“ auftreffenden Strahl nicht mehr verschieben, d.h. verdichten lässt, wird die kinetische Energie des durch den Kanal re-



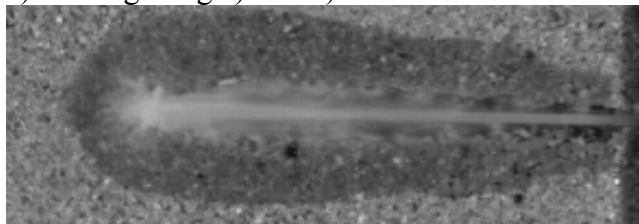
a) Verdichtung (18/1000 sec)



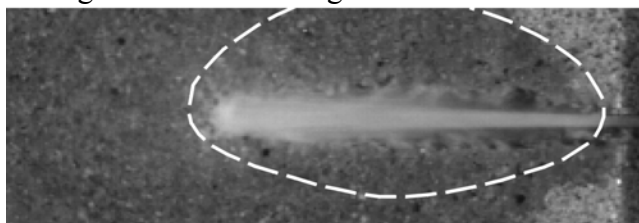
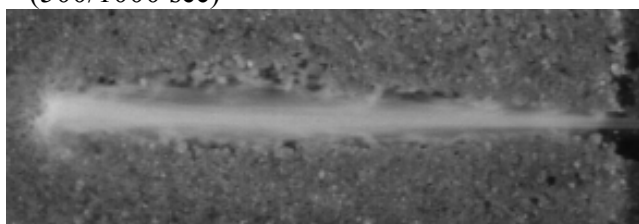
b) Verdichtung (26/1000 sec)



c) Überlagerung a) und b)



d) Ende der Verdichtung (43/1000 sec)

e) Sättigung des Bodens (100/1000 sec)  
Stagnation der Eindringtiefef) Beginn der Sandförderung  
(500/1000 sec)

g) Eindringtiefe nach 3000/1000 sec

lativ unbehindert - da mit Luft ummantelt - durchschießenden Wasserstrahls in einen Wasserdruck umgewandelt. Nun fließt das Wasser mit hoher Geschwindigkeit in die Poren des Bodens hinein, es bildet sich eine klare, rasch voranschreitende Sättigungsfront aus (Abbildung 3.8e), wobei die Sättigungsfront außerhalb des Bildausschnitts liegt). Gleichzeitig mit der kugelförmig voranschreitenden Wassersättigung im Bereich des Strahlkopfes wird der Wassersaum auf der Länge des freien Strahls kegelförmig breiter, was aber wesentlich langsamer erfolgt, weil nur am Strahlkopf ein hoher Wasserdruck entsteht.

Phase 3: Förderung des Bodens von der Düse nach vorne an die „Ortsbrust“

Aus dem zeitverzögerten Bewegungsablauf (siehe CD unter [Anschauungsversuche zur Wirkungsweise des Düsenstrahlverfahrens]) ist zu erkennen, dass im Bereich der Düse verstärkt trockener Boden von oben nachfällt, vom Strahl erfasst, nach vorne zur „Ortsbrust“ geschleudert und dort abgelagert wird, wodurch die Eindringtiefe des Strahls zeitweise wieder abnimmt (Abbildung 3.8f)). Aus Abbildung 3.8f) ist ersichtlich, dass oberhalb des Strahls der trockene Sandbereich unmittelbar an der Düse breiter ist als in der zeitlich davor liegenden Abbildung 3.8e), was auf den von oben nachdringenden trockenen Boden, der dann vom Strahl zur Ortsbrust gefördert wird, zurückzuführen ist.

Abbildung 3.8: Wasserstrahl in locker gelagerten Grobsand verpresst

Dieser Effekt tritt insbesondere infolge der Randbedingungen des hier erläuterten Versuches auf und ist nicht typisch für das Düsenstrahlverfahren in erdfeuchten Böden.

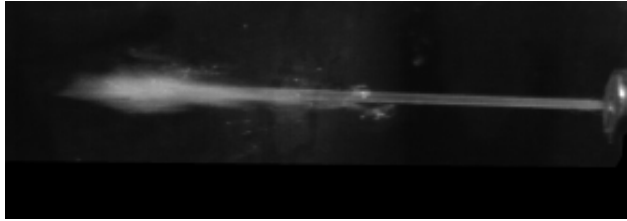


Abb. 3.9: strömungstechnisch bedingt verbreiteter Strahlkopf bei einem aus einer Düse in Luft austretenden Wasserstrahl

#### Phase 4: Förderung von Boden in Form einer Wasser- Boden- Walze

Zunehmend ist der Boden vor dem Strahlkopf wassergesättigt und es baut sich in den Poren ein Porenwasserüberdruck auf, der einerseits den Wassersaum vorantreibt - allerdings wegen der pro Zeiteinheit konstanten nachgeführten Wassermenge mit verzögerter Geschwindigkeit - und andererseits die Korn- zu Korn- Spannungen und damit den Scherwiderstand im Boden vermindert. Nun ist der Impuls, der vom Wasserstrahl auf die „Ortsbrust“ ausgeübt wird, in der Lage, den Boden grundbruchartig zu lösen. Es entsteht eine aus Boden und Wasser bestehende Walze, die die Körner in Richtung auf die Düse zurückführt, sie in den Düsenstrahl drückt, der sie wieder nach vorne transportiert, wo sie erneut in die Bodenwalze eingesogen werden (Abbildung 3.8g)). Dieser Vorgang beansprucht die gesamte Energie des Wasserstrahls, so dass ein mehr oder weniger stationärer Zustand erreicht wird. Bei Verwendung von Suspension erfolgt in dieser Phase die Förderung des Suspensions- Bodengemisches durch das Bohrloch, da die Suspension nicht wie das im Anschauungsversuch verpresste Wasser durch die Poren abfließt.

In Abbildung 3.8f) ist durch Strichlinien angedeutet, dass die Bodenwalze, die sich oberhalb des Strahls gebildet hat, größer ist als die unterhalb des Strahls, weil infolge größerer Spannungen der Scherwiderstand in der Gleitfuge unterhalb des Strahls größer sein wird. (siehe Kapitel 5.5).

Bemerkenswert ist, dass der Strahl nach dem Verdichtungs Vorgang, der nur eine kurze Zeitspanne andauert- hier ca. 40/1000 Sekunden-, bereits ca. 80 % der am Ende des Versuchs erzielten Eindringtiefe erreicht hat, weil ein Teil der Strahlenergie durch die Förderung des Bodens in Richtung von der Ortsbrust zur Düse und zurück verbraucht wird.

In der gesamten Beobachtungszeit wurde weder reines Wasser noch ein Wasser- Boden- Gemisch aus dem Bohrloch gefördert. Das gesamte in den Boden verpresste Wasservolumen konnte in den Poren des grob- bzw. mittel bis grobkörnigen Bodens abfließen. Bei wassergesättigtem Sand setzt unabhängig von der Lagerungsdichte (ähnlich bei Sand in dichter Lagerung, siehe 3.3.3) sofort eine walzenförmige Förderung ein. Der Wasserstrahl erzeugt direkt einen Porenwasserüberdruck, der den grundbruchartigen Vorgang ermöglicht.

Der insbesondere in den Abbildungen 3.8d) und 3.8e) sichtbare offene Kanal, durch den der Wasserstrahl fast ungehindert durchschießt, könnte durch das Anhaften von feuchtem Boden an der Glasscheibe bedingt sein. Ein ergänzender Versuch sollte klären, ob dieser Kanal nur

bei der Randbeeinflussung durch die Glasscheibe auftritt. In einem ausreichend großen und damit Randeinflüsse ausschließenden Versuchscontainer wurde Wasser lediglich eine Sekunde lang in trockenen Sand eingepresst. Die Abbildung 3.10a) zeigt den vorsichtig freigelegten, senkrecht zur Strahlrichtung aufgeschnittenen, infolge der scheinbaren Kohäsion standfesten Verpresskanal. Zudem sind der kegelförmig aufgeweitete Bereich des durchfeuchteten Bodens längs des Strahls und in Abbildung 3.10b) die kugelförmige Ausbreitung des Wassers ausgehend vom Ende des entstandenen Kanals zu erkennen.



a) senkrecht zur Strahlachse aufgeschnittener Körper

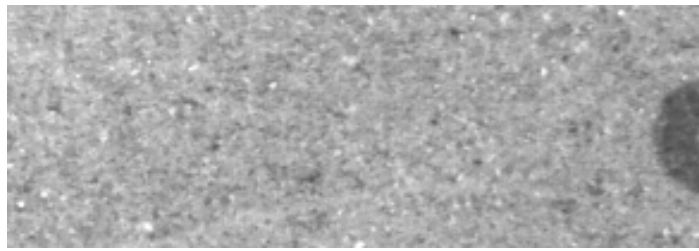


b) kugelförmige Ausbreitung des Wassers

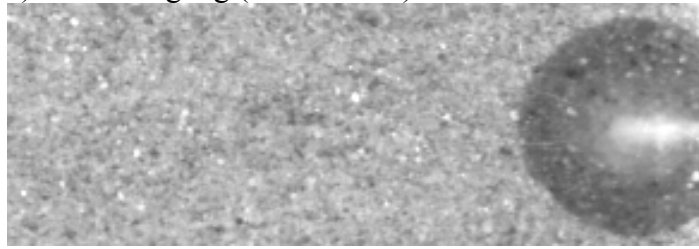
Abbildung 3.10: Durchfeuchteter Boden nach 1 Sekunde Wasserverpressung



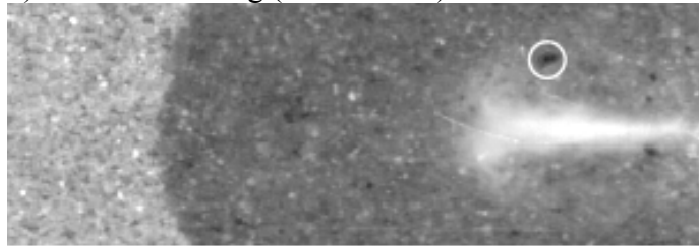
### 3.3.3 Verpressen von Wasser in trockenen, dicht gelagerten Sand



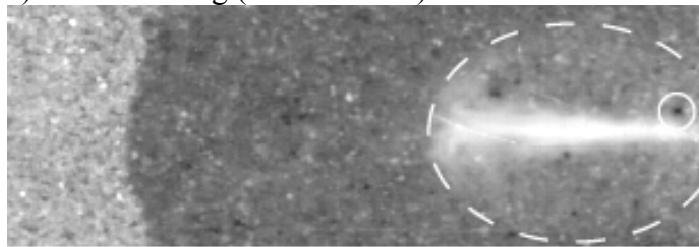
a) Porensättigung (10/1000 sec)



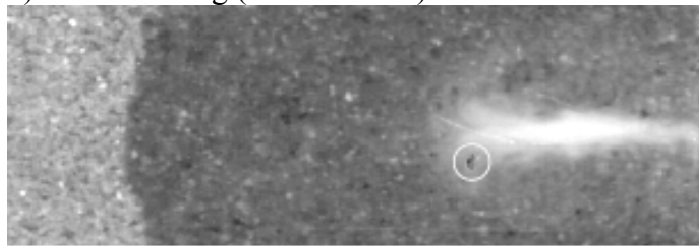
b) Strahlausbreitung (40/1000 sec)



c) Sandförderung (858/1000 sec)



d) Sandförderung (944/1000 sec)



e) vom Strahl an die „Ortsbrust“ transportiertes Sandkorn (949/1000 sec)



f) Eindringtiefe nach (3000/1000 sec)

Der trockene grobkörnige Quarzsand wurde mit Hilfe der Sandregenmethode mit einer Lagerungsdichte zwischen  $D = 1,07$  und  $D = 1,14$  (Tabelle 3.1) in den Versuchscontainer eingebaut. Die Abbildungen 3.11a) bis 3.11f) zeigen auszugsweise über einen Zeitraum von 3 Sekunden die Wirkungsweise eines hochenergetischen Wasserstrahls in dicht gelagertem Grobsand. Da der Sand bereits eine sehr dichte Lagerung aufweist, entfällt die Phase 1 (Verdichtung) des Kapitels 3.3.2.

Phase 2: Wassersättigung des Bodens

Obwohl nach 10/1000 Sekunden der aus der Düse austretende Wasserstrahl (Abbildung 3.11a) noch nicht zu sehen ist, hat sich der Sand in einem Halbkreis bereits dunkel gefärbt, d.h. das Wasser fließt sofort in die Bodenporen hinein. An der Düse bleibt kein trockener Bereich, so dass auch in einem späteren Stadium keine Luft in den Strahl eingesaugt wird und von oben kein trockener Sand nachrutscht. So entfällt auch die für lockeren Boden beschriebene Phase 3 vollständig.

Abbildung 3.11: Wasserstrahl in dicht gelagerten Grobsand verpresst

Vielmehr ist bereits nach 40/1000 Sekunden (Abbildung 3.11b)) die Bodenwalze der Phase 4 - allerdings nur im Bereich der bestehenden Strahllänge - zu sehen, die sich oberhalb und unterhalb des Schneidstrahls in etwa gleichgroßen Halbkreisen erstreckt (siehe CD [Anschauungsversuche zur Wirkungsweise des Düsenstrahlverfahrens])

Phase 4: Transport des Bodens in Form einer Bodenwalze bei gleichzeitiger weiterer Eindringung des Strahls

Nachfolgend laufen die Phasen 2 und 4 zeitlich parallel ab, wobei die Front der Porenwasserströmung dem Kopf des Düsenstrahls vorausseilt. Mit Hilfe der Abbildungen 3.11c) bis 3.11e) kann das „Schicksal“ eines mit einem Kreis markierten Kornes aufgezeigt werden, das in den Bereich der Boden/Wasserwalze gelangt. In der Abbildung 3.11c) bewegt es sich oberhalb des Strahls in einer Boden/Wasserwalze auf die Düse zu, gelangt in Abbildung 3.11d) in die Nähe des Schneidstrahls, wird von diesem eingesogen und in Abbildung 3.11e) zur „Ortsbrust“ zurück transportiert. Da das Korn sich hier im unteren Bereich des Strahls befindet, ist zu vermuten, dass es nun in die untere Boden/Wasserwalze gelangt.

In der Abbildung 3.11f) ist der Zustand nach 3 Sekunden Versuchsdauer zu sehen. Die obere und untere Wasser/Bodenwalze reichen vom Strahlende bis etwa zur Düse, wobei auch in diesem Versuch kein Wasser- Bodengemisch durch das Bohrrrohr gefördert wird, weil das durch die Düse zugegebene Wasser vollständig in die Bodenporen abfließt.

Durch den „Aufprall“ des Wasserstrahls auf den Boden wird der Strahl aufgefächert und senkrecht zur Strömungsrichtung umgelenkt, was durch das in den Abbildungen 3.11c) bis 3.11f) erkennbare „Züngeln“ des Strahls verdeutlicht wird.



Abbildung 3.12: gestörter, durchmischter, aufgelockerter Bodenbereich nach Beendigung des Versuchs



In der Abbildung 3.12 ist der durchnässte und aufgelockerte Bodenbereich, der an der Walzenbewegung teilgenommen hat, deutlich vom ungestörten Bereich zu unterscheiden. Die relativ geringe Ausbreitung (Reichweite) des Wasserstrahls von ca. 7 cm nach 3 Sekunden Düszeit ist einerseits mit der sehr hohen Lagerungsdichte von  $D = 1,07$  bis  $D = 1,14$  zu erklären. Bei einer Lagerungsdichte von  $D = 0,84$  bis  $0,94$  des mittel- bis grobkörnigen Sandes dringt der Strahl während der gleichen Zeit bei einem identischen Strahlimpuls weiter ein. Andererseits benötigt - wie bereits erläutert - die Bewegung der Boden/Wasserwalze vermutlich einen erheblichen Anteil der Strahlenergie.

Mit Hilfe weiterer Anschauungsversuche wurde abschließend eine mögliche Beeinflussung des beobachteten physikalischen Prozesses im Boden durch die vorgelagerte Glasscheibe untersucht. Dazu wurde die den Ringspalt zur Düse ausfüllende Zwischenscheibe entfernt, so dass der Wasserstrahl nicht mehr sichtbar war. Der Abstand der Düse von der Glasscheibe wurde variiert. Qualitativ waren die gleichen Vorgänge, wie z.B. die sofort nach Beginn des Düsens einsetzende Boden/Wasserwalze und die kugelförmige Ausbreitung des Wassers infolge der Porenströmung, zu beobachten.

### 3.3.4 Verpressen von Bentonit- bzw. Zementsuspension

Bei Verwendung von Bentonit- bzw. Zementsuspension breitet sich der Strahl, ähnlich zu den Versuchen, bei denen Wasser in einen unter Auftrieb stehenden, d.h. wassergesättigten Boden verpresst wurde, im gleichen Medium aus, wodurch er - im Vergleich zu den Versuchen mit im Ausgangszustand trockenem oder feuchtem Boden - schlechter sichtbar ist. Es war zu beobachten, dass der Schneidstrahl durch das hauptsächlich oberhalb des Strahls zum Bohrloch zurücklaufende und dort aufsteigende Boden- Suspensions- Gemisch nach unten abgelenkt wird. Im übrigen waren qualitativ die gleichen Vorgänge wie beim Verpressen von Wasser in locker (Kapitel 3.3.2) bzw. dicht (Kapitel 3.3.3) gelagertem trockenem Boden zu erkennen. Anders als bei den mit Wasser als Verpressmedium durchgeführten Versuchen kann die Bentonit- bzw. Zementsuspension zwar Wasser abfiltern, aber nicht nennenswert in den Boden eindringen und durch die Bodenporen abfließen, so dass sie im Bohrloch aufsteigt und dadurch den Boden fördert.

## 3.4 Zusammenfassende Interpretation

Die Anschauungsversuche basierten auf der Hypothese, dass das erste Eindringen des Schneidstrahls in den Boden am Tiefpunkt des Bohrloches letztendlich die Reichweite und damit den erreichten Durchmesser der Jetsäule bestimmt. Wesentlich für die weiteren Überlegungen ist die nachfolgende Interpretation der Beobachtungen:

- locker gelagerter Boden wird zunächst verdichtet;

- der Suspensionsschneidstrahl wird in einer Gegenströmung eines Suspensions- Bodengemisches aufgefächert und an der jeweiligen Ortsbrust umgelenkt;
- durch den bei der Umlenkung entstehenden Druck wird der Boden an der Ortsbrust gelöst. Aus der Beobachtung der physikalischen Abläufe wird die Hypothese aufgestellt, dass es sich um einen grundbruchartigen Lösevorgang handelt, der als walzenförmige Bewegung eines Boden/Wassergemisches (bei den Versuchen mit Wasser- verpressung) zu erkennen ist;
- vermutlich entsteht ein erheblicher Wasserüberdruck in den Bodenporen im Bereich der Ortsbrust, der den Scherwiderstand des Bodens herabsetzt;

Die den grundbruchartigen Vorgang an der Ortsbrust auslösende Einwirkung ist das Resultat des Schneidstrahls, der nach Überwindung der mit Boden vermischten Suspensionsgegenströmung in einem rohrartigen Kanal an die Ortsbrust gelangt, wobei mit der Länge wohl auch der Durchmesser des Kanals anwächst.

Der Scherwiderstand auf der den grundbruchartigen Körper begrenzenden Gleitfläche gibt die Größe des beim Lösevorgang entstehenden Widerstandes an, der vermutlich entscheidend von dem auftretenden Porenwasserüberdruck beeinflusst wird.

Ein möglicher rechnerischer Ansatz zur Ermittlung der Reichweite des Düsenstrahls beruht auf der physikalischen Vorstellung, dass die Eindringtiefe des Strahls zunimmt, solange die Einwirkung größer ist als der Widerstand. Hat sich schließlich in einem gewissen Abstand von der Düse ein Kräftegleichgewicht zwischen der Einwirkung und dem Widerstand eingestellt, dringt der Strahl nicht weiter ein.

Getrennt voneinander werden in den folgenden Kapiteln Berechnungsansätze vorgestellt und erläutert, die sowohl die Einwirkung als auch den Bodenwiderstand erfassen.

Zur Modellierung der Einwirkung wird ein aus der Hydrodynamik abgeleitetes physikalisches Modell vorgestellt, mit dem Aussagen zur Geschwindigkeits- sowie zur Druckverteilung in einem sich in einer Gegenströmung ausbreitenden Strahl möglich sind.

Vermutlich kann der Ansatz zur rechnerischen Erfassung des Bodenwiderstandes von einem horizontalen, räumlichen Grundbruch ausgehen. Daher wurde in weiterführenden bodenmechanischen 1g- Modellversuchen ein Grundbruchvorgang im Boden durch eine horizontale Last erzeugt, um hiermit die Grundlagen für die rechnerische Erfassung des Lösewiderstandes zu erhalten.

## 4 Einwirkung

### 4.1 Übersicht

In diesem Kapitel wird zur quantitativen Beschreibung der Druckwirkung des Düsenstrahls ein aus der Hydrodynamik abgeleitetes physikalisches Modell vorgestellt, das auf der Theorie der turbulenten freien Scherströmungen basiert, die die Ausbreitung eines Fluids im selben Medium beschreibt. Hiermit kann insbesondere die Ausbreitung des Strahls in einer Gegenströmung bei Berücksichtigung unterschiedlicher Dichten der Vor- und Rücklaufsuspension erfasst werden.

Das Modell bezieht sich jedoch ausschließlich auf die Fließverhältnisse nach Austritt des Schneidstrahls aus der Düse. Die auf den Boden an der Ortsbrust ausgeübte Druckkraft des Strahls und damit seine Reichweite hängt maßgeblich von der maschinentechnisch erzeugten und durch die Düse in den Boden eingebrachten Kraft ab. Es werden daher zunächst Überlegungen zur Optimierung der Umsetzung des von der Hochdruckpumpe erzeugten Drucks in eine Fließgeschwindigkeit  $u_0$  der Suspension am Ende der Düse diskutiert.

Ferner haben sicherlich die Fließeigenschaften der Suspension Einfluss auf die letztendlich erreichte Druckkraft des Schneidstrahls, zumindest bezogen auf die Energiehöhenverluste.

### 4.2 Optimierung der Düsenaustrittsgeschwindigkeit $u_0$

Von der Hochdruckpumpe wird die Suspension direkt im Schlauch- und Rohrleitungssystem zur Düse gefördert, wo das vor allem als Druckhöhe vorhandene Potential in Fließgeschwindigkeit des Schneidstrahls umgesetzt wird. Für den Fall einer idealen Strömung ohne Reibungsverluste im Rohrsystem kann die theoretische Strahlaustrittsgeschwindigkeit  $u_{A,th}$  aus der Düse mit der Bernoulli- Gleichung berechnet werden (Abbildung 4.1):

$$\frac{u_p^2}{2 \cdot g} + \frac{p_p}{\rho_s \cdot g} + t_p = \frac{u_{A,th}^2}{2 \cdot g} + \frac{p_A}{\rho_s \cdot g} \quad (4.1)$$

$$\frac{u_{A,th}^2}{2 \cdot g} = \frac{u_p^2}{2 \cdot g} + \frac{p_p}{\rho_s \cdot g} + \left[ t_p - t_A \cdot \frac{\rho_R}{\rho_s} \right] \quad (4.2)$$

$u_{A,th}$  theoretische Ausflussgeschwindigkeit aus der Düse, bei reibungsfreier Strömung  $\left[ \frac{m}{sec} \right]$

$u_p$  Geschwindigkeit unmittelbar in der Pumpe  $\left[ \frac{m}{sec} \right]$

$p_p$  Pumpendruck  $\left[ \frac{kN}{m^2} \right]$

$p_A$  Umgebungsdruck an der Düse =  $\rho_R \cdot g \cdot t_A \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

$t_P, t_A$  geodätische Höhen [m]

$\rho_S, \rho_R$  Dichte der Fluid- bzw. der Rücklaufsuspension  $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$

$g$  Erdbeschleunigung  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Die aus dem Term  $\left[ t_P - t_A \cdot \frac{\rho_R}{\rho_S} \right]$  der Gleichung (4.2) resultierende Druckhöhe ist im Vergleich zur Druckhöhe, die aus der Pumpenleistung erbracht wird  $\left( \frac{p_P}{\rho_S \cdot g} \right)$ , sehr gering und wird für weiterführende Berechnungen vernachlässigt. Mit  $u_P \approx 0$  ergibt sich:

$$u_{A,\text{th}} = \sqrt{\frac{2 \cdot p_P}{\rho_S}} \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right] \quad (4.3)$$

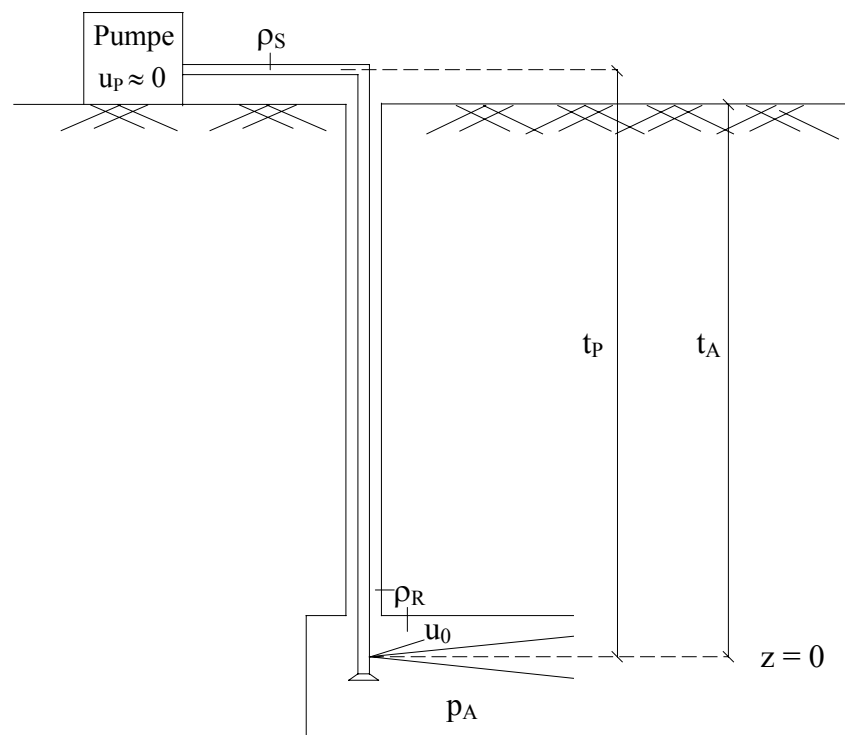


Abbildung 4.1: Skizze zur Berechnung der theoretischen Düsenaustrittsgeschwindigkeit

Bei realen Flüssigkeiten entstehen auf dem Fließweg Verluste zum einen durch kontinuierliche äußere und innere Reibungsspannungen entlang der Stromröhre, worunter für die hier vorliegende ungeordnete, turbulente Strömung auch Stoß- und Mischverluste fallen, zum anderen durch Störungen örtlich konzentrierter Einflüsse wie Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Düsen. Eine Berechnung der Verlusthöhe wird in der Strömungsmechanik mit den Widerstandszahlen  $\xi_i$  durchgeführt:

$$h_v = \sum_i \xi_i \cdot \frac{u_i^2}{2 \cdot g}, \quad (4.4)$$

wobei  $u_i$  die Strömungsgeschwindigkeit ist. Die Widerstandszahlen  $\xi_i$  werden je nach Einbauteil (Rohreinlauf, Krümmer, u.s.w.) in Tabellenwerken angegeben ([6], [44]). Sie errechnen sich für einen Fließquerschnitt in Abhängigkeit von der Rohrreibungszahl sowie von der Länge und dem Durchmesser der Leitung. Da diese Widerstandszahlen für das Fließmedium Wasser und nicht für die beim Düsenstrahlverfahren verwendeten Suspensionen, die einen höheren Fließwiderstand als Wasser aufweisen, gelten, ist eine rechnerische Ermittlung der Verlusthöhe für die auf der Baustelle verwendeten Leitungssysteme wenig sinnvoll.

Gegebenenfalls kann der prozentuale Energiehöhenverlust  $\psi$  zwischen der Pumpe und dem Austrittsquerschnitt der Düse durch Messung wie folgt bestimmt werden:

Bei verlustfreier Umsetzung des vom Manometer angezeigten Drucks  $p_p$  in Fließgeschwindigkeit an der Austrittsöffnung der Düse errechnet sich das theoretische Durchflussvolumen unter Berücksichtigung von Gleichung (4.3) und mit  $b_0$  = Halbmesser der Düse aus

$$Q_{A,th} = \pi \cdot b_0^2 \cdot u_{A,th} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{sec}} \right] \quad (4.5)$$

Das aus der Düse tatsächlich austretende Flüssigkeitsvolumen  $Q_{A,exp}$  wird gemessen und hiermit der prozentuale Energiehöhenverlust  $\psi$  bestimmt:

$$\psi = \left( 1 - \frac{Q_{A,exp}}{Q_{A,th}} \right) \cdot 100 = \left( 1 - \frac{Q_{A,exp}}{\pi \cdot b_0^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_p}{\rho_s}}} \right) \cdot 100 = \left( 1 - \frac{u_1}{u_{A,th}} \right) \cdot 100 \quad [\%] \quad (4.6)$$

$u_1$  ist die reale Düsenaustrittsgeschwindigkeit des Fluids

$$u_1 = \frac{Q_{A,exp}}{\pi \cdot b_0^2}$$

Aus Gleichung (4.6) lässt sich die Durchflusszahl für das Gesamtsystem  $\mu$  als das Verhältnis von gemessenem und theoretischem Durchflussvolumen bzw. von der tatsächlichen und der theoretischen Ausflussgeschwindigkeit definieren

$$\mu = \frac{1 - \psi}{100} = \frac{Q_{A,exp}}{Q_{A,th}} = \frac{u_1}{u_{A,th}}. \quad (4.7)$$

Zur Erzielung einer möglichst hohen Durchflusszahl sollte zum einen das Schlauch- und Rohrleitungssystem auf die notwendige Länge begrenzt und strömungstechnisch optimal mit glatten Innenwandungen und einer geringen Anzahl an Krümmungen ausgebildet werden. Zum anderen zeigt sich, dass die Gestaltung der Düse in zweierlei Hinsicht einen wesentlichen Einfluss auf den Düsenstrahl hat:



Abbildung 4.2: aus einer herkömmlichen Düse austretender Wasserstrahl [4]



Abbildung 4.3: aus einer hinsichtlich der Strahlbündelung optimierten Düse austretender Wasserstrahl [4]



Abbildung 4.4: Bohrkronen mit hinsichtlich der Form unterschiedlich ausgebildeten Düsen

- an der Düse treten erhebliche Energiehöhenverluste auf, die von den Herstellerfirmen in Form der Düsendurchflusszahl  $\mu_D$  (für Wasser) angegeben werden. Auch für optimale Düsen liegt  $\mu_D$  nach Herstellerangaben für Wasser in der Größe von 0,95 bis 0,96.
- die Ausbildung der Düse beeinflusst das Maß der Auffächerung des Schneidstrahls hinter der Düse. Der auf den Boden einwirkende Druck - und damit die sogenannte Schneidwirkung - ist umso größer, je weniger der Strahl nach dem Austritt aus der Düse aufgefächert wird. In den Abbildungen 4.2 bis 4.4 sind aus unterschiedlichen Düsen austretende Wasserstrahlen zu sehen, die abhängig von der Form der Düse mehr oder weniger aufgefächert werden.

Die Forderung an eine optimale Gestaltung der Düse beziehen sich einerseits auf den Düsen-einlauf und andererseits auf den Düsenauslauf.

#### a) Düseneinlauf:

Das die Düse turbulent, von Ring- und Querwirbeln begleitete unruhig durch das Rohrsystem anströmende Fluid sollte zur Erfüllung der Forderung eines gebündelt aus der Düse austretenden Strahles durch Strahlstabilisatoren beruhigt werden. Eine die Turbulenz verringernde Maßnahme ist die Vorverdichtung der Strömung durch die Verwendung einer im Vergleich zur Austrittsöffnung mit einem größeren Eintrittsdurchmesser gestalteten Düse. Im Gegensatz zur plötzlichen, un stetigen Querschnittsverengung sind die Verluste bei einer konvergierenden Öffnung geringer, da sich die Flüssigkeit hier in einer Strömung ständig abnehmenden Drucks bewegt und dadurch gleichmäßiger beschleunigt wird. Die in [6] angegebenen, im Vergleich zu einer sprunghaften Querschnittsverengung höheren Durchflusszahlen  $\mu$  für Düsen mit einem konusförmig ausgebildeten Einlauf, bestätigen diese physikalische Erklärung. Ein mit einem Radius R abgerundeter Einlauf stellt die optimale Düsenform dar

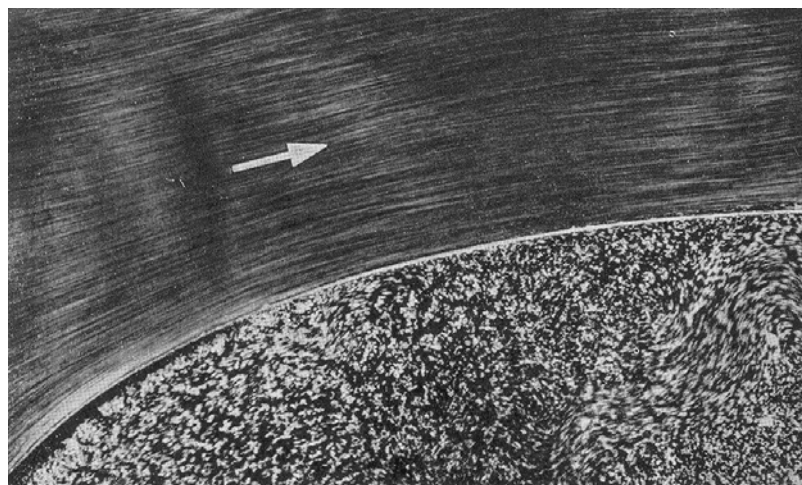


Abbildung 4.5: Strömung durch eine Düse, deren Einlauf vollständig unter einem Radius R abgerundet ist. Keine Ablösung der Strömung [11].

(Abbildung 4.5). Bei Düsen mit einer trichterförmigen Verengung (Abbildung 4.6) kann sich die Strömung infolge des Übergangs zum Endteil von den Wandungen ablösen, so dass sich ein von Wirbeln durchsetzter, Verluste verursachender Ringraum zwischen der strömenden Fluidmenge und den Wänden bilden kann. Der Energiehöhenverlust ist bei einer Düsenausbildung nach Abbildung 4.6 um ca. 4 % größer als bei einer Abrundung (Abbildung 4.5), bei der sich die Strömung nicht von der Wand ablöst. Da ein ausgerundeter Düsenanlauf schwierig und nur mit hohen Kosten herstellbar ist, verbindet bei einer strömungstechnisch und wirtschaftlich optimierten Düsenform ein mit dem Radius R abgerundetes Zwischenstück den geradlinig unter dem Kegelwinkel von  $15^\circ$  konvergierenden Einlauf mit dem zylindrischen Endstück.

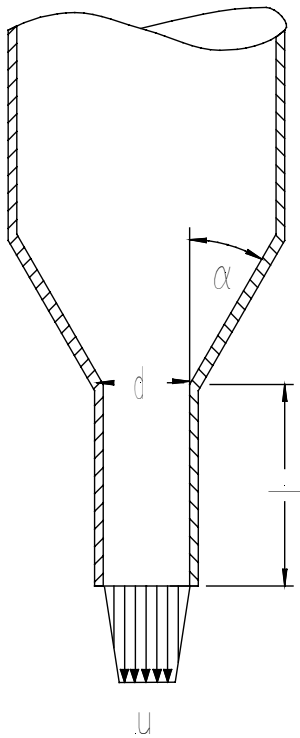


Abbildung 4.7: Düsengeometrie und Geschwindigkeitsprofil am Düsenausgang [30]

Literatur unter Berücksichtigung der mit zunehmender Länge wieder größer werdenden Verluste infolge Wandreibung unterschiedliche Angaben gemacht. Tkachuk [43] nennt ein optimales Verhältnis der Länge L zum Düsendurchmesser d von 4, Bohl [6] von 3, wogegen Carthy [30] Längenverhältnisse in Abhängigkeit der Reynoldszahl  $Re$  aufführt.

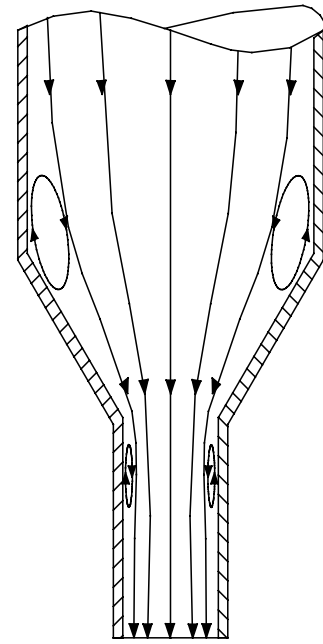


Abbildung 4.6: Ablösende Strömung von den Wandungen der Düse [30]

Diese Düsenform weist für Wasser mit bis zu  $\mu=0,97$  eine sehr hohe Durchflusszahl auf. Hinsichtlich eines möglichst geringen Energieverlustes beim Einströmen in die Düse werden in der Literatur generell optimale Kegelwinkel zwischen  $10^\circ$  und  $20^\circ$  genannt ([6], [27],[30],[43]).

#### b) Düsenauslauf:

Zur Realisierung eines nach Austritt aus der Düse kohärenten, maximal gebündelten Strahls sollte an den konusförmigen Einlauf ein zylindrisches Endteil mit dem Düsenaustrittsdurchmesser d und der Länge L anschließen (Abbildung 4.7). Infolge des scharfkantigen Übergangs von der geradlinigen Querschnittsverengung zum zylindrischen Endteil kann sich die Strömung im Bereich des Überganges von den Wandungen der Düse ablösen. Für das Wieder-Anlegen der Strömung an die Wände der Düse sowie für die Ausbildung eines über den Querschnitt nahezu konstanten Geschwindigkeitsprofils (Blockprofil) sollte das Endteil eine gewisse Mindestlänge besitzen. Für die optimale Länge des Endteils werden in der



### 4.3 Fließeigenschaften der Suspension

Im Rahmen der experimentellen Arbeiten wurden die Kennzahlen für die Stabilität und die Fließeigenschaften der bei den Versuchen verwendeten Suspensionen bestimmt. Die Durchführung dieser Messungen und deren Ergebnisse werden hier aber nicht wiedergegeben, da mit den Suspensionen nur qualitative Anschauungsversuche durchgeführt wurden. Ferner ist vorangehend dargestellt, dass eine rechnerische Abschätzung der Fließverluste im Schlauch- und Rohrleitungssystem, die von Viskosität und Fließgrenze der Suspension abhängen, nicht sinnvoll ist.

### 4.4 Physikalisches Modell zur Schneidwirkung des Düsenstrahls

#### 4.4.1 Ziele

Der Schneidstrahl tritt mit dem sogenannten Impulsfluss ( $\dot{I} = \rho_s \cdot u_0 \cdot Q$  [kN]), d.h. einer Kraft, die vom Pumpendruck und vom Durchmesser der Düse ( $u_0$  und  $Q$ ) abhängt, aus der Düse aus. Im weiteren Verlauf breitet sich der Strahl in einem zum Bohrloch zurückströmenden Suspensions- Boden- Gemisch aus, wobei er sich im Randbereich mit seiner Umgebung vermischt und dabei aufgefächert wird. Die Strahlquerschnittsfläche wird mit zunehmender Entfernung von der Austrittsöffnung größer. Bezieht man den in das System eingebrachten Impulsfluss auf die Querschnittsfläche des Strahls, so ergibt sich ein durchschnittlicher Druck infolge Strömung  $p_d$ , der mit größer werdendem Abstand von der Düse kleiner wird, da die Strahlquerschnittsfläche wegen der Auffächerung anwächst.

Das Ziel der nachfolgenden Überlegungen ist die Entwicklung eines rechnerischen Ansatzes, mit dessen Hilfe sowohl der maschinentechnisch aufgebrauchte Impulsfluss als auch die Strahlquerschnittsfläche, die in Abhängigkeit von der Entfernung zur Düse größer wird, bestimmt werden können. Mit Hilfe des aus der Strömungsmechanik abgeleiteten physikalischen Modells kann somit der als „Schneidwirkung“ des Düsenstrahls bezeichnete Druck, den die Suspension an der Ortsbrust ausübt, beschrieben werden. Es sind ferner Aussagen hinsichtlich der Geschwindigkeits- sowie Druckverteilung eines sich in einer Gegenströmung ausbreitenden Strahls möglich.

#### 4.4.2 Theoretische Grundlagen der turbulenten Strahlausbreitung

Beim Düsenstrahlverfahren breitet sich der Strahl in einem Suspensions- Boden- Gemisch aus, das entgegen dem Strahl in Richtung zum Bohrgestänge zurückströmt. Als Grundlage für die mathematische Beschreibung der Ausbreitung des Düsenstrahls dient das physikalische Modell der turbulenten freien Scherströmung, das die Bewegung einer Flüssigkeit in einem Raum, der nicht durch Wände in unmittelbarer Nähe begrenzt ist, darstellt. Die hierbei zur

quantitativen Erfassung der Strömung verwendeten sogenannten Grenzschichtgleichungen werden folgend erläutert.

#### 4.4.2.1 Grenzschichtgleichungen

Nach Prandtl [16] kann eine wandnahe Strömung eines Newtonschen inkompressiblen Fluids mit Hilfe der aus den Navier- Stokes- Bewegungsgleichungen abgeleiteten Grenzschichtgleichungen beschrieben werden:

$$\text{Impulsgleichung} \quad \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\tau_v + \tau_t) \quad (4.8)$$

$$\text{Kontinuitätsgleichung} \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (4.9)$$

$\bar{u}$  und  $\bar{v}$  sind die zeitlichen Mittelwerte der Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $v$  in und quer zur Hauptströmungsrichtung, während  $p$  den statischen Druck in der Strömung und  $\rho$  die Dichte des Fluids darstellen. Die Vereinfachung der Impulsgleichung beruht auf der Annahme, dass das Fluid beim Umströmen eines schlanken Körpers an dessen Oberfläche haftet. Gemäß Abbildung 4.8 nimmt die Geschwindigkeit in einer dünnen wandnahen Grenz- oder Reibungsschicht von Null am Körper (Haftbedingung) auf die volle Strömungsgeschwindigkeit zu. Daher sind in der Grenzschicht der Geschwindigkeitsgradient normal zur Wand  $\frac{\partial u}{\partial y}$  und damit die Newtonsche Reibungsspannung  $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$  sehr groß.

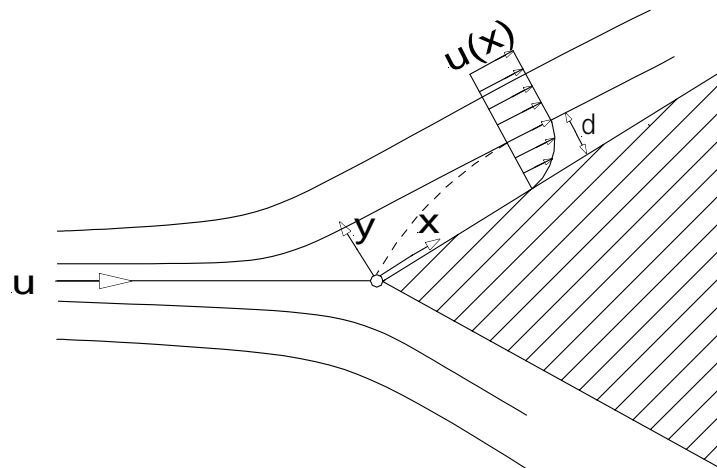


Abbildung 4.8: Grenzschichtströmung längs einer Wand [16]

Daher sind in der Grenzschicht der Geschwindigkeitsgradient normal zur Wand  $\frac{\partial u}{\partial y}$  und damit die Newtonsche

Reibungsspannung  $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$  sehr groß.

Im Gegensatz zur laminaren Strömung, bei der die Fluidteilchen geordnet auf geradlinigen Bahnen nebeneinander fließen, tritt bei der turbulenten Strömung eine Schwankungsbewegung in und quer zur Hauptströmungsrichtung auf, wodurch eine Durchmischung stattfindet (Abbildung 4.9). Die sich quer zur Hauptströmung bewegenden Elemente werden durch den Zusammenstoß mit den auf benachbarten Stromlinien schneller bzw. langsamer fließenden Teilchen beschleunigt bzw. verzögert. Die dadurch entstehenden zusätzlichen Rei-

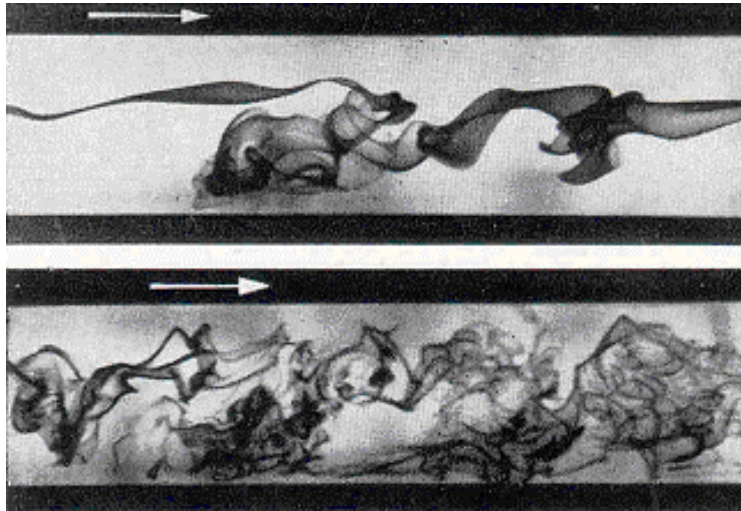


Abbildung 4.9: Entstehung der Turbulenz in einem Rohr [11]

bungswiderstände können als scheinbare Schubspannungen interpretiert werden, für deren Herleitung auf Anhang A1 verwiesen wird.

Bei turbulenten Strömungen setzen sich demnach die resultierenden Schubspannungen aus den viskosen Newtonschen Spannungen und den infolge des turbulenten Impulsaustauschs zusätzlich auftretenden scheinbaren Spannungen zusammen

$$\tau = \tau_v + \tau_t = \eta \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \cdot \overline{u'v'} \quad (4.10)$$

mit  $(\overline{u'v'})$  = turbulente Schwankungsbewegung.

#### 4.4.2.2 Das physikalische Modell der freien Turbulenz

Mit Hilfe des physikalischen Modells der freien Turbulenz, auch turbulente freie Scherströmung genannt, kann die Bewegung einer Flüssigkeit in einem mit dem gleichen Medium gefüllten Raum, der nicht durch Wände in unmittelbarer Nähe begrenzt ist, beschrieben werden. In Abbildung 4.10 ist die Skizze eines Freistrahls zu sehen, der eine spezielle Art der freien Scherströmungen darstellt. Nach Austritt aus der Düse bleibt die Höchstgeschwindigkeit im sogenannten Nahfeld auf der Kernlänge  $x_k$  auf der Strahlachse konstant, während die Geschwindigkeit nach außen abklingt. Im Anschluss an das Nahfeld nimmt auch die Geschwindigkeit auf der Strahlachse ab. Insgesamt wird der Strahl kegelförmig breiter, wobei er sich in der Randfläche mit seiner Umgebung durchmischt. Die physikalische Breite des Strahls wird durch die Stelle im Abstand  $r$  von der Strahlachse festgelegt, in der die Geschwindigkeit nur noch ca. 5 % der jeweiligen Achsengeschwindigkeit beträgt.

Zur quantitativen Beschreibung der Strömung verwendet man die in Kapitel 4.4.2.1 aufgeführten Grenzschichtgleichungen, die sich für den rotationssymmetrischen Fall der freien Turbulenz vereinfachen zu:

$$\text{Impulsgleichung} \quad \rho \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_t)}{\partial r} \quad (4.11)$$

$$\text{Kontinuitätsgleichung} \quad \frac{\partial (r\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial (r\bar{v})}{\partial r} = 0 \quad (4.12)$$

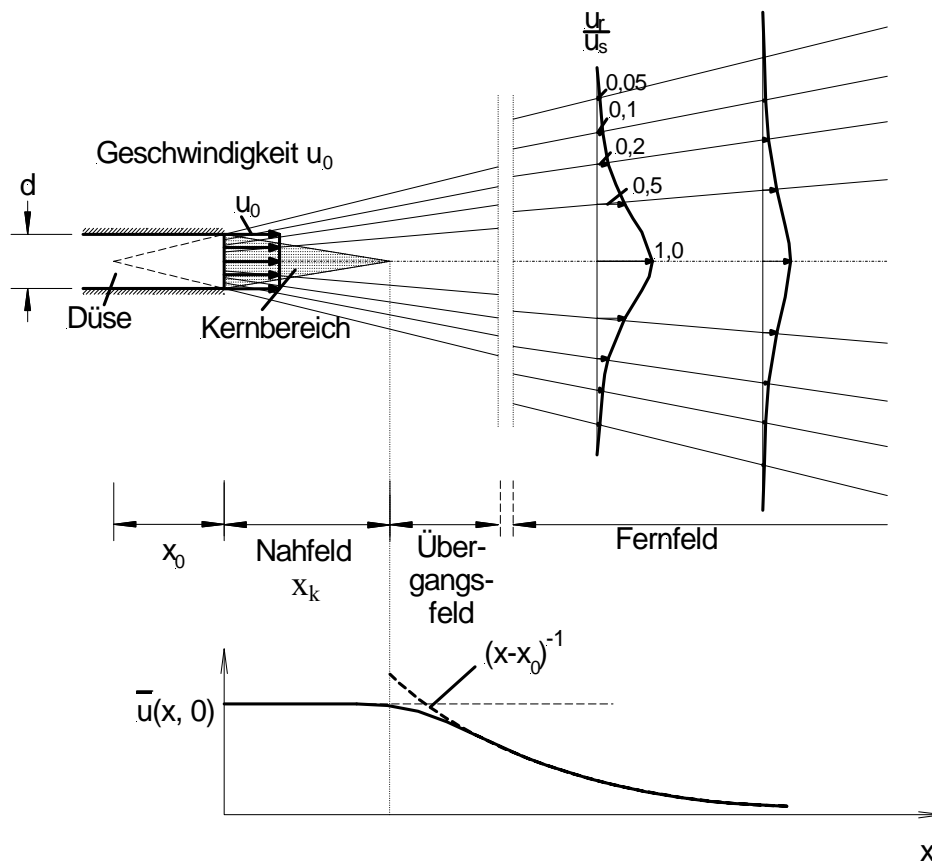


Abbildung 4.10: turbulenter Freistrahls

Obwohl im Gegensatz zur Grenzschichtströmung bei der turbulenten freien Scherströmung keine festen Begrenzungen in Form von Wänden auftreten, können auch hier die Grenzschichtgleichungen angewendet werden. Da die freie Scherströmung gemäß experimenteller Untersuchungen aufgrund kleiner Erweiterungswinkel ebenfalls als schlank bezeichnet werden kann, so dass der Impulsaustausch in Strömungsrichtung vernachlässigt werden kann gegenüber dem in Querrichtung

$\left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right)$ , ist die Anwendung der unter Berücksichtigung

dieser Vereinfachung hergeleiteten Grenzschichtgleichungen gerechtfertigt. Zudem erfolgt sowohl bei laminaren, als auch bei turbulenten Strömungen die Impulsübertragung in unmittelbarer Wandnähe durch die Viskosität, weshalb bei der freien Turbulenz aufgrund fehlender Wände die Newtonschen Schubspannungen nicht berücksichtigt werden müssen

$$\tau = \tau_t = -\rho \cdot \overline{u'v'} \quad (4.13)$$

Zur Lösung der Impulsgleichung (4.11) unter Einbeziehung der Kontinuitätsgleichung (4.12) muss ein Zusammenhang zwischen der die turbulente Schubspannung  $\tau_t$  charakterisierenden turbulenten Schwankungsbewegung ( $\overline{u'v'}$ ) und der durch die Geschwindigkeitskomponenten  $\bar{u}(x, y)$  und  $\bar{v}(x, y)$  beschriebenen mittleren Bewegung in der Strömung gefunden werden.

Es gibt verschiedene Turbulenzmodelle zur Modellierung der turbulenten Spannungen (z.B. Karman, Rotta, Taylor, Reichardt), die allerdings alle auf empirische oder halbempirische Ansätze zurückgreifen und die der Literatur ([1], [16], [53]) entnommen werden können. Exemplarisch für die unterschiedlichen Turbulenzmodelle wird im Anhang A2 ein auf dem Mischungswegansatz nach Prandtl beruhender Zusammenhang zwischen  $\tau_t$  und dem Geschwindigkeitsgradienten  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$  angegeben.

Gemäß Abbildung 4.10 sind im Fernfeld die Geschwindigkeitsprofile in verschiedenen Abständen von der Düse affin, so dass sie durch eine geeignete Wahl eines Breiten- bzw. Geschwindigkeitsmaßstabes zur Deckung gebracht werden können. Halbempirische selbstähnliche Ansätze für die Geschwindigkeit können der Literatur entnommen werden ([1], [16], [53]). Eine mögliche Lösung der Grenzschichtgleichungen für den rotationssymmetrischen Freistrahel wird im Anhang A3 gegeben.

In den Abbildungen 4.11 und 4.12 sind zwei typische Beispiele für einen Freistrahel dargestellt. In Abbildung 4.11 ist ein aus einer Filmsequenz (siehe CD [Freistrahel]) entnommenes Einzelbild eines aus einer Düse in Luft austretenden, gefärbten Wasserstrahls zu sehen. Aufgrund des großen Dichteunterschiedes Wasser/Luft bleibt der Strahl stark gebündelt und fächert sich kaum auf.

Im Gegensatz dazu kann man mit Hilfe des in Abbildung 4.12 gezeigten Einzelbildes eines in ruhendes Wasser verpressten gefärbten Wasserstrahls erkennen, dass der Strahl bereits kurz hinter der Düse aufgefächert wird, sich mehr oder weniger geradlinig ausbreitet und mit größer werdender Entfernung von der Düse zunehmend an Geschwindigkeit verliert.

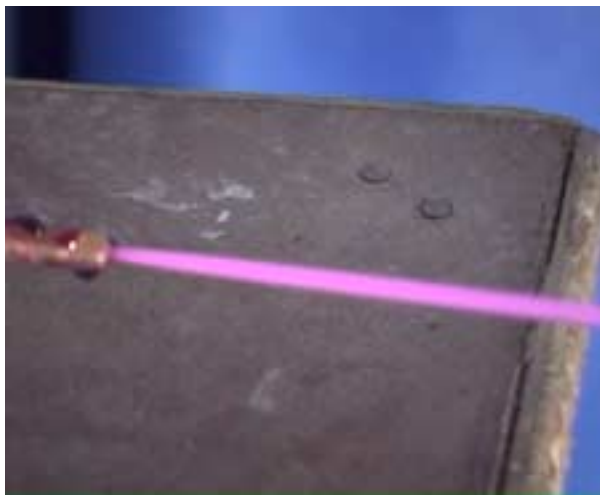


Abbildung 4.11: Ausbreitung eines Wasserstrahls in Luft



Abbildung 4.12: Ausbreitung eines Wasserstrahls in Wasser

### 4.4.3 Strahlausbreitung in einer Gegenströmung

#### 4.4.3.1 Ausgangssituation

Die bisherigen Ausführungen zum Freistrah, der durch die Ausbreitung eines Strahls in einem ruhenden Medium ohne begrenzende Wände gekennzeichnet ist, erfassen die physikalischen Vorgänge beim Düsenstrahlverfahren nur unzureichend. Sie sind dennoch notwendig, da sie die theoretischen Grundlagen für den nachfolgend weiterführenden Berechnungsansatz bilden, der den in Kapitel 4.4.3.2 dargestellten Überlegungen folgt.

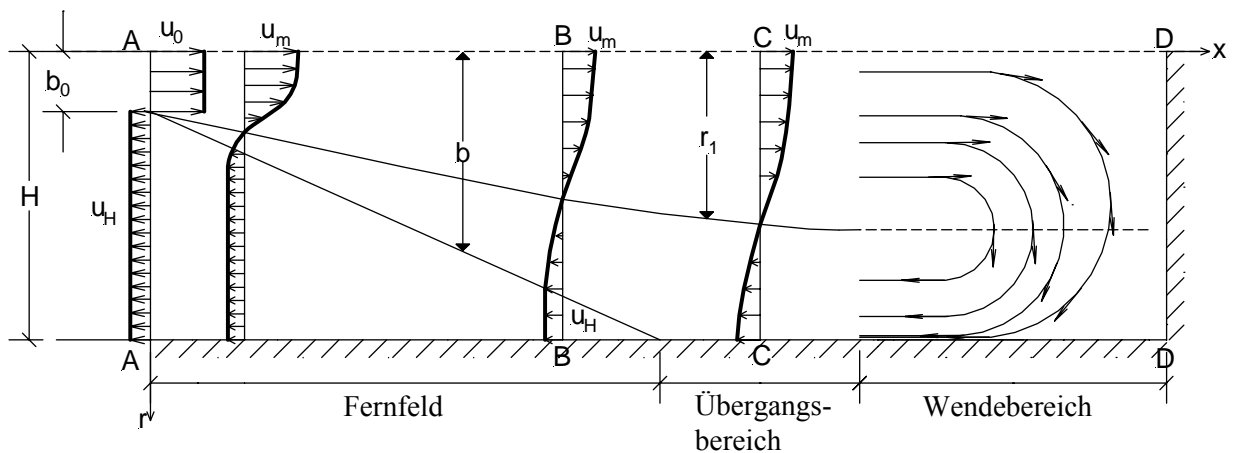


Abbildung 4.13: Physikalisches Modell zur Schneidwirkung des Düsenstrahls

Beim Lösevorgang vermischt sich der Boden mit der Zementsuspension und strömt dann auf dem Weg des geringsten Widerstands zum Bohrloch zurück. Der aus der Düse austretende Schneidstrahl schießt also durch eine Gegenströmung eines Suspensions- Boden- Gemisches. Dieser Vorgang wird durch die Betrachtung der Strömungsverhältnisse in einem geschlossenen Kontrollraum, der die Form eines Rohres mit dem Halbmesser  $H$  hat, welches an einem Ende durch eine Stirnplatte verschlossen ist, rechnerisch erfasst (Abbildung 4.13). Aufgrund der Rotationssymmetrie wird nur die Hälfte betrachtet. Am offenen Ende des Rohres ist in der Rohrlängsachse eine Düse mit dem Halbmesser  $b_0$  angeordnet, durch die ein Fluid mit der Dichte  $\rho_s$  und der Düsenaustrittsgeschwindigkeit  $u_0$  in das Rohr strömt. Nach Austritt aus der Düse bleibt die Höchstgeschwindigkeit im sogenannten Nahfeld auf der Kernlänge  $x_k$  auf der Strahlachse konstant, während die Geschwindigkeit nach außen abklingt. Die Länge  $x_k$  des Nahfeldes ist mit  $4 \cdot b_0 \leq x_k \leq 8 \cdot b_0$  [1] im Vergleich zur Gesamtlänge des Kanals vernachlässigbar klein und wird für die Berechnungen nicht weiter berücksichtigt. Im Anschluss an das Nahfeld breitet sich der Strahl im Fernfeld geradlinig aus und durchmischt sich in der Randzone mit seiner Umgebung. Die geradlinige Strahlausbreitung ist durch die von  $x$  abhängige Entfernung  $b$  gekennzeichnet, von der ab die Rückströmung mit der konstanten Geschwindigkeit  $u_H$  erfolgt (siehe Abbildung 4.13). Wird  $b$  gleich  $H$ , endet das Fernfeld. Es schließt sich ein Übergangsbereich an, in dem die Geschwindigkeitsverteilung im Querschnitt sich vergleichmäßig. Im sogenannten Wendebereich, der unmittelbar an den Übergangsbereich anschließt, wird die Strömung infolge der den Kontrollraum abschließenden „Stirnplatte“

umgelenkt. Der aus der Düse austretende Strahl wird demnach auf der gesamten Länge des Kontrollraums in seiner Ausbreitung durch die Gegenströmung beeinflusst.

Mit den im folgenden vorgestellten theoretischen Betrachtungen, die in Anlehnung an [1] entwickelt wurden, können die geometrische Ausbreitung des Strahls, die Strömungsgeschwindigkeit in einem beliebigen Abstand von der Düse, die Länge des Rohres sowie die Größe und die Verteilung des Drucks infolge Strömung in Abhängigkeit von  $H$ ,  $b_0$  und  $u_0$  bestimmt werden.

#### 4.4.3.2 Annahmen

Die Herleitung der gesuchten Parameter erfolgt unter Einbeziehung der in Kapitel 4.4.2 aufgeführten theoretischen Grundlagen. Der Druck in der Strömung ist konstant. In der Entfernung  $r \geq b$  von der Achse des Kontrollraums habe die Rückströmung eine konstante Geschwindigkeit  $u_H$ . Die Geschwindigkeit  $u_H$  des Rückstroms ist mit der betrachteten Stelle  $x$  in Längsrichtung des Rohres veränderlich. Die Breite  $b$ , in der die Geschwindigkeit von  $u_m$  in der Achse zunächst bis auf Null in der Entfernung  $r_1$  abnimmt und dann in Richtung der Rückströmung auf  $u_H$  (siehe Abbildung 4.13) ansteigt, nehme linear mit  $x$  zu:

$$b(x) = b_0 + c \cdot x$$

$b_0$  ist der Radius der Düse und gegenüber  $c \cdot x$  vernachlässigbar klein, so dass näherungsweise gilt:

$$b(x) = c \cdot x \quad (4.14)$$

Die Größe  $c$  ist sicherlich mit dem Ausbreitungswinkel des Freistrahls verknüpft, soll aber zunächst als freier Parameter betrachtet werden.

Des weiteren wird angenommen, dass die Schubspannungen an der Wand des Kontrollraums vernachlässigbar klein sind. Energieumwandlung (in Wärme) bei der Strömung innerhalb des Kontrollraums werden nicht berücksichtigt.

Im Fernfeld sind die Geschwindigkeitsprofile in verschiedenen Abständen von der Düse zueinander affin, so dass sie durch eine geeignete Wahl eines Breiten- bzw. Geschwindigkeitsmaßstabes zur Deckung gebracht werden können. Als selbstähnliche Geschwindigkeitsverteilung in einem Querschnitt des Kontrollraums, die auch die Rückströmung berücksichtigt, wird angesetzt (siehe Abbildung 4.13):

$$\frac{u - u_H}{u_m - u_H} = (1 - \eta^{1,5})^2 \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{r}{b(x)} \quad ; \quad \text{für} \quad 0 \leq r < b(x) \quad (4.15)$$

$$\text{für} \quad b(x) \leq r \leq H: \quad u_H = \text{konst.}$$

Schließlich wird vorausgesetzt, dass das eingebrachte Suspensionsvolumen insgesamt wieder zurückfließen muss. Dies ist gegeben, wenn der zu lösende Boden wassergesättigt ist und die Suspension nicht in die Bodenporen abfließen kann. Sind luftgefüllte Poren im Boden, gilt dies nur näherungsweise.

### 4.4.3.3 Grundgleichungen

Die herzuleitenden Beziehungen zur Berechnung der Geschwindigkeit, der geometrischen Strahlausbreitung und des Drucks infolge Strömung auf die den Kontrollraum abschließende Platte basieren auf zwei Grundgleichungen der Physik:

- Die Kontinuitätsgleichung schreibt vor, dass das Volumen der einen Querschnitt des Kontrollraums durchströmenden inkompressiblen Suspension insgesamt Null ist, d.h. das in den Raum hinter dem betrachteten Querschnitt einströmende Volumen muss auch zurückströmen.

$$\int_Q \mathbf{u} \cdot d\mathbf{A} = \int_Q dQ = 0. \quad (4.16)$$

- Der Impulssatz beinhaltet, dass die zeitliche Änderung des Impulses, der sogenannte Impulsfluss eines durch einen Querschnitt strömenden Fluids gleich der auf den Querschnitt wirkenden Kraft  $F$  ist

$$\dot{I} = \frac{dI}{dt} = F \quad \frac{dI}{dt} = \int_Q \rho \cdot \mathbf{u} \cdot dQ \quad \text{mit } I = m \cdot \mathbf{u} = \rho \cdot V \cdot \mathbf{u}. \quad (4.17)$$

Zur Bestimmung der gesuchten Größen werden im folgenden die Kontinuitätsgleichung sowie die Impulsgleichung an verschiedenen Querschnitten des Kontrollraums aufgestellt, wobei zur Lösung der bestimmten Integrale entsprechende Randbedingungen verwendet werden.

### 4.4.3.4 Berechnung der Geschwindigkeitsfunktion im Fernfeld

a) Abbildung 4.13, Querschnitt A-A:

$$1.) \text{ Kontinuitätsgleichung: } \int u_0 \cdot dA + \int u_H \cdot dA = 0 \quad (4.18)$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{b_0} u_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = - \int_{b_0}^H u_H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad (4.19)$$

$$\Leftrightarrow u_H = -u_0 \cdot \frac{b_0^2}{(H^2 - b_0^2)} \quad (4.20)$$

$$2.) \text{ Impulsfluss: } \dot{I} = \int \rho_S \cdot u_0 \cdot dQ + \int \rho_R \cdot u_H \cdot dQ \quad [\text{N}] \quad (4.21)$$

$$\Leftrightarrow \dot{I} = \int_0^{b_0} \rho_S \cdot u_0^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr + \int_{b_0}^H \rho_R \cdot u_H^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad [\text{N}] \quad (4.22)$$

Mit Gleichung (4.20) ergibt sich:

$$\dot{I} = \rho_S \cdot u_0^2 \cdot \pi \cdot b_0^2 \cdot \left[ 1 + \frac{\rho_R}{\rho_S} \cdot \frac{b_0^2}{H^2 - b_0^2} \right] \quad [\text{N}] \quad (4.23)$$



$$\Leftrightarrow \dot{I} = \rho_S \cdot u_0^2 \cdot \pi \cdot b_0^2 \cdot \kappa \quad \text{mit } \kappa = 1 + \frac{\rho_R}{\rho_S} \cdot \frac{b_0^2}{H^2 - b_0^2} \quad [\text{N}] \quad (4.24)$$

b) Abbildung 4.13, Querschnitt B-B:

1.) Kontinuitätsgleichung:

$$\int_0^b u \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr + \int_b^H u_H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 0 \quad (4.25)$$

Dividiert man die Gleichung durch  $(u_m \cdot H^2)$  und führt die vereinfachte Schreibweise

$m = \frac{u_H}{u_m}$  ein, so führt dies zu:

$$2 \cdot \frac{1}{H^2} \cdot \int_0^b \frac{u}{u_m} \cdot r \cdot dr + m \cdot \left(1 - \frac{b^2}{H^2}\right) = 0 \quad (4.26)$$

Nach Lösen des Integrals unter Einbeziehung von Gleichung (4.15) wird Gleichung (4.26):

$$\left(\frac{b}{H}\right)^2 \cdot \frac{1}{35} \cdot [9 + 26 \cdot m] - \left(\frac{b}{H}\right)^2 \cdot m + m = 0 \quad (4.27)$$

Hieraus errechnet sich das Geschwindigkeitsverhältnis  $m$  zu:

$$m(x) = \frac{1}{1 - \frac{35}{9} \cdot \left(\frac{H}{b}\right)^2} \quad (4.28)$$

2.) Impulserhaltungssatz:

Die in Gleichung (4.24) berechnete Kraft muss erhalten bleiben, d.h. in jedem Querschnitt herrscht der gleiche Impulsfluss:

$$\rho_S \cdot \int_0^{r_1} u^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr + \frac{\rho_S + \rho_R}{2} \cdot \int_{r_1}^b u^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr + \rho_R \cdot \int_b^H u_H^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = \rho_S \cdot u_0^2 \cdot \pi \cdot b_0^2 \cdot \kappa \quad (4.29)$$

Gemäß Abbildung 4.13 wird dem Strahl im Bereich zwischen der Strahlachse und der Geschwindigkeitsnull-Linie (Stelle  $r = r_1$ ), deren Verlauf im folgenden Kapitel beschrieben wird, die Zementsuspensionsdichte  $\rho_S$  zugeordnet. Der Strahl hat sich in diesem Bereich annahmegemäß noch nicht mit dem Rückfluss vermischt. Für den Bereich zwischen  $r = r_1$  und dem Ende der Durchmischungszone an der Stelle  $r = b$  kann für die Suspension aufgrund der Vermischung mit dem Rückfluss eine im Vergleich zur reinen Zementsuspensionsdichte erhöhte Dichte von z.B.  $(\rho_S + \rho_R)/2$  angenommen werden. Die vom Strahl unbeeinflusste

Rückströmung im Bereich zwischen  $r = b$  und der Rohrwandung an der Stelle  $r = H$  setzt sich aus einem Zement- Boden- Gemisch zusammen. Es wird angenommen, dass die Dichte  $\rho_R$  dieses Zement- Boden- Gemisches der Dichte der zu Tage geförderten Rücklaufsuspension entspricht.

Dividiert man Gleichung (4.29) durch  $(u_0^2 \cdot H^2 \cdot \pi \cdot \rho_S)$  ergibt sich mit  $m = \frac{u_H}{u_m}$ :

$$2 \cdot \frac{1}{H^2} \cdot \left(\frac{u_m}{u_0}\right)^2 \cdot \int_0^{r_1} \left(\frac{u}{u_m}\right)^2 \cdot r \cdot dr + \left(1 + \frac{\rho_R}{\rho_S}\right) \cdot \frac{1}{H^2} \cdot \left(\frac{u_m}{u_0}\right)^2 \cdot \int_{r_1}^b \left(\frac{u}{u_m}\right)^2 \cdot r \cdot dr + \frac{\rho_R}{\rho_S} \cdot \left(\frac{u_m}{u_0}\right)^2 \cdot m^2 \cdot \left(1 - \frac{b^2}{H^2}\right) = \frac{b_0^2}{H^2} \cdot \kappa \tag{4.30}$$

Durch Lösen des Integrals unter Berücksichtigung von Gleichung (4.15) errechnet sich die auf die Austrittsgeschwindigkeit  $u_0$  an der Düse bezogene Geschwindigkeit des Strahls auf der Achse zu:

$$\frac{u_m}{u_0} = \sqrt{\frac{\left(\frac{b_0}{b}\right)^2 \cdot \kappa}{\left[ (1-d) \cdot \left[ a^{\frac{4}{3}} + \frac{12}{5} \cdot a^{\frac{10}{3}} \cdot \left(1 - \frac{5}{3} \cdot m + \frac{2}{3} \cdot m^2\right) + (1-m)^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot a^{\frac{16}{3}} \right] + (d-1) \cdot \left[ (1-m) \cdot \frac{16}{7} \cdot a^{\frac{7}{3}} + \frac{16}{13} \cdot a^{\frac{13}{3}} \cdot (1-m)^2 \right] + d \cdot \left( \frac{243}{1820} + \frac{1127}{1820} \cdot m^2 + \frac{450}{1820} \cdot m \right) + (2 \cdot d - 1) \cdot m^2 \cdot \left[ \left(\frac{H}{b}\right)^2 - 1 \right] \right]}}$$

mit den Abkürzungen:  $a = 1 - \frac{b}{H} \cdot \frac{3}{\sqrt{35}}$ ; (4.31)

$$d = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\rho_R}{\rho_S}\right)$$

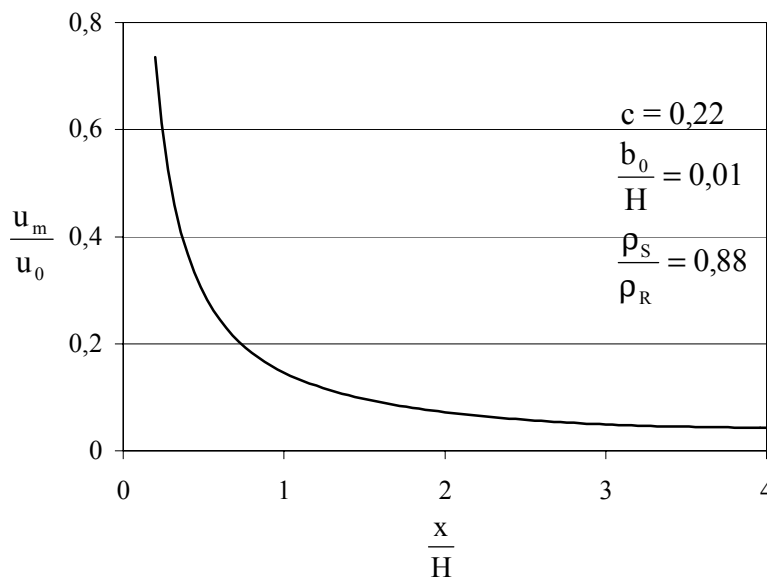


Abbildung 4.14: Geschwindigkeitsfunktion

Die Funktion für die Strahlgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung auf der Strahlachse (Gleichung 4.31) ist abhängig vom Düsenradius  $b_0$ , vom Rohrhalmes  $H$ , vom Verhältnis der Dichten  $\rho_S$  zu  $\rho_R$  und über die Breite  $b$  (Gleichung 4.14) von der Entfernung  $x$  von der Düse. Die graphische Auswertung der Gleichung (4.31) ist in Abbildung 4.14 dargestellt, wobei die in der Abbildung angegebenen Parameter  $H$ ,  $c$ ,  $b_0$  und  $\rho_S/\rho_R$  gewählt wurden. Mit den Parametern  $b_0/H$ ,

$\rho_S/\rho_R$  und  $c$  ist also die Geschwindigkeitsverteilung in jedem Querschnitt des Fernfeldes bere-

chenbar, wobei die Austrittsgeschwindigkeit  $u_0$  der Suspension an der Düse als Bezugswert dient. Hierzu sind die Gleichungen (4.31), (4.28) mit der Beziehung  $m = u_H/u_m$  sowie die Gleichung (4.15) heranzuziehen.

#### 4.4.3.5 Geschwindigkeit im Übergangsbereich (Geschwindigkeitsnull- Linie)

In der Entfernung  $x = \frac{H}{c}$ , in der die Breite  $b$  gleich dem Radius  $H$  des Kontrollraumes wird, endet das Fernfeld, das für den in Kapitel 4.4.6 untersuchten Wertebereich für den Strahlausbreitungswinkel  $10^\circ \leq \delta \leq 15^\circ$  ( $\tan \delta = c$ ) eine Länge von  $3,73 \cdot H \leq L_F \leq 5,67 \cdot H$  hat. In dem anschließenden Übergangsbereich ändern sich die Strömungsverhältnisse, da die Zone mit einer konstanten Rückstromgeschwindigkeit nicht mehr vorhanden ist. In Zusammenhang mit der Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung im Übergangsbereich wird zunächst der Verlauf der Geschwindigkeitsnull- Linie, die die Hauptströmung von dem Bereich der Gegenströmung trennt, bestimmt.

Mit der Annahme  $u = 0$  an der Stelle  $r = r_1$  und dem Verhältnis  $m = \frac{u_H}{u_m}$  ergibt sich aus Gleichung (4.15) im Fernfeld:

$$\frac{r_1}{H} = \frac{b}{H} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{-m}{1-m}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.32)$$

Mit Gleichung (4.28) folgt :

$$\frac{r_1}{H} = \frac{b}{H} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{9 \cdot b^2}{35 \cdot H^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.33)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung (4.14) folgt:

$$\frac{r_1}{H} = c \cdot \frac{x}{H} \cdot \left[ 1 - c \cdot \frac{x}{H} \cdot \frac{3}{\sqrt{35}} \right]^{\frac{2}{3}} \quad (4.34)$$

Die Funktion für die Geschwindigkeitsnull- Linie für den an das Fernfeld anschließenden Übergangsbereich wird aus der Kontinuitätsgleichung ermittelt:

$$\int_0^H u \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 0 \quad (4.35)$$

Nach Lösen des Integrals unter Einbeziehung von Gleichung (4.15) ergibt sich:

$$m = 1 + \frac{1}{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{H}{b}\right)^3 - \frac{8}{7} \cdot \left(\frac{H}{b}\right)^{1,5}} \quad (4.36)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (4.36) in Gleichung (4.32) folgt:

$$\frac{r_1}{H} = \frac{b}{H} \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{7} \cdot \left(\frac{H}{b}\right)^{1,5} + \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{H}{b}\right)^3} \right]^{\frac{2}{3}} \quad (4.37)$$

In Abbildung 4.15 ist die Lage der Geschwindigkeitsnull- Linie für das Fernfeld, das sich für  $c = 0,22$  bis zur Stelle  $x_F = 4,55 \cdot H$  erstreckt (helle Linie) und für den an das Fernfeld anschließenden Übergangsbereich (schwarze Linie) dargestellt. An der Grenze des Fernfeldes (Stelle  $x = \frac{H}{c}$ , mit  $b = H$  ist) ist  $r_1/H$  nach Gleichung (4.34) und (4.37) identisch und beträgt

$$\frac{r_1}{H} = \left( 1 - \sqrt{\frac{9}{35}} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,624 \quad (4.38)$$

Von der Grenze des Fernfeldes an wächst  $r_1/H$  schwach weiter an und läuft schließlich gegen einen Grenzwert, der sich zu  $\lim_{\frac{x}{H} \rightarrow \infty} \frac{r_1}{H} = 0,688$  ergibt. Wegen der schwachen Zunahme von  $r_1/H$  mit zunehmendem  $x/H$  (siehe Abbildung 4.15) wird für weitere Berechnungen die Länge des Übergangsbereichs  $L_{\text{Ü}}$  gleich  $H$  gesetzt:

$$L_{\text{Ü}} = H \quad (4.39)$$

Die Länge des Kontrollraumes bis zum Ende des Übergangsbereichs setzt sich demnach aus der Länge des Fernfeldes (inklusive Nahfeld) und aus der Länge des Übergangsbereichs zusammen und ergibt sich in Abhängigkeit des Strahlausbreitungswinkels der Suspension zu:

$$L_{F+\text{Ü}} = \frac{H}{c} + H \quad (4.40)$$

An der Stelle  $\frac{x}{H} = \left( \frac{1}{c} + 1 \right)$  hat  $r_1/H$  in Abhängigkeit des Wertebereichs des Strahlaus-

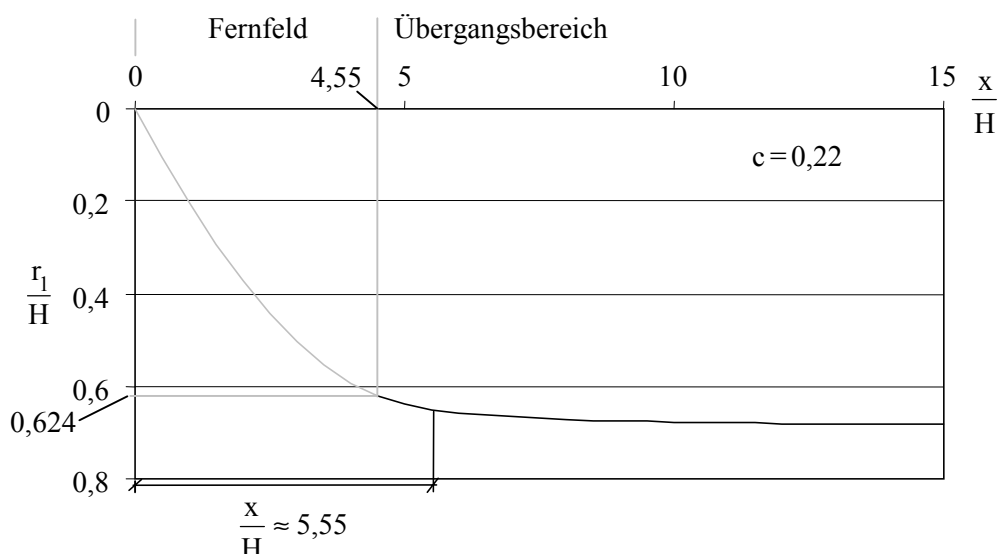


Abbildung 4.15: Funktionsverlauf der Geschwindigkeitsnull- Linie

breitungswinkels ( $10^0 \leq \delta \leq 15^0$ , Kapitel 4.2.5) bereits zwischen 94 % und 95 % des theoretischen Grenzwertes  $\lim_{\frac{x}{H} \rightarrow \infty} \frac{r_1}{H} = 0,688$  erreicht, so dass die Annahme  $L_{\bar{U}} = H$  (Gleichung (4.39)) gerechtfertigt ist.

#### 4.4.3.6 Geschwindigkeit im Wendebereich

Kurz vor der den Kontrollraum verschließenden Platte wird der Suspensionsstrom umgewendet. Wenn auch in Abbildung 4.13 ein „geordnetes“ Wenden gezeichnet ist, so wird in der Literatur [1] von einem chaotischen Strömen gesprochen, was auch in den nachfolgend erläuterten Versuchen beobachtet werden konnte. Die Länge des Wendebereiches ist wegen der chaotischen Strömungsverhältnisse für den rotationssymmetrischen Fall nicht berechenbar und wird von Abramovich [1] näherungsweise mit  $L_W \approx H$  angegeben.

#### 4.4.3.7 Zusammenfassung

Die vorangehenden Überlegungen zu den Strömungsverhältnissen in einem röhrenförmigen, an einem Ende verschlossenen Kontrollraum, in den eine Suspension durch eine Düse (Radius  $b_0$ ) mit der Geschwindigkeit  $u_0$  hineinschießt, lassen sich zu der Hypothese zusammenfassen, dass das Verhältnis der geometrischen Abmessungen des Kontrollraumes  $\omega = L/H$  eine vom Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  der Suspension beeinflusste Konstante ist. Die Länge  $L$  setzt sich additiv zusammen aus der Länge des Fernfeldes  $L_F$  (inklusive Nahfeld), aus der Länge eines Übergangsbereiches  $L_{\bar{U}}$  und derjenigen des Wendebereiches  $L_W$ . Mit  $c = \tan \delta$  ergibt sich:

$$L = L_F + L_{\bar{U}} + L_W = \frac{H}{c} + H + H = H \cdot \left(2 + \frac{1}{c}\right) \quad \omega = \left(2 + \frac{1}{c}\right) \quad (4.41)$$

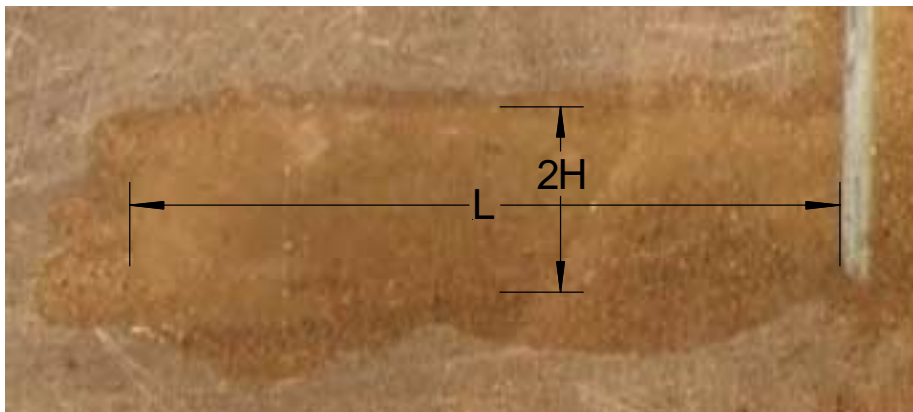


Abbildung 4.16: Länge und Durchmesser des Kanals im Anschauungsversuch

Dringt der Strahl weiter in den Boden ein, weitet sich zugleich die Röhre auf ( $H = L/\omega$ ). Mit dem Aufweiten der Röhre nimmt der Druck infolge Strömung auf die Endfläche (siehe Kapitel 4.4.4) ab und der Widerstand gegen den grundbruchartigen Lösevorgang (siehe Kapitel 5) zu. Dies verdeutlicht die Verknüpfung von Reichweite, Einwirkung und Widerstand, die für das erste Eindringen des Suspensionsstrahls in den Boden maßgebend ist.

Auch in den Anschauungsversuchen (siehe Abbildung 4.16) konnte beobachtet werden, dass der Durchmesser des mit dem Boden- Suspensionsgemisch gefüllten Kanals mit fortschreitender Eindringung des Strahls in den Boden größer wurde.

#### 4.4.4 Berechnung der Kraft und des Drucks auf die Endfläche infolge Strömung

Der Strahl übt im Abstand  $L$  von der Düse einen in Strömungsrichtung gerichteten Druck infolge Strömung auf den Boden aus, dessen rechnerische Größe im Folgenden hergeleitet wird.

Mit Gleichung (4.24) wurde der im Schnitt A-A vorhandene Impulsfluss  $\dot{I}$ , der in gleicher Größe im gesamten Kontrollraum auftritt, berechnet zu:

$$\dot{I} = \rho_s \cdot u_0^2 \cdot \pi \cdot b_0^2 \cdot \kappa \quad \text{mit} \quad \kappa = 1 + \frac{\rho_R}{\rho_s} \cdot \frac{b_0^2}{H^2 - b_0^2} \quad [\text{N}] \quad (4.24)$$

Mit der tatsächlichen Düsenaustrittsgeschwindigkeit  $u_1$ , die sich aus den Gleichungen (4.3) und (4.7) zu

$$u_1 = \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_p}{\rho_s}} \quad \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right] \quad (4.42)$$

ergibt, wird der Impulsfluss

$$\dot{I}_1 = \rho_s \cdot u_1^2 \cdot \pi \cdot b_0^2 \quad (4.43)$$

durch die Düse mit dem Halbmesser  $b_0$  in den Kontrollraum eingetragen. Da der in den Kontrollraum eingebrachte Impulsfluss gleich dem dort vorhandenen ist, gilt:

$$\begin{aligned} \rho_s \cdot u_0^2 \cdot \pi \cdot b_0^2 \cdot \kappa &= \rho_s \cdot u_1^2 \cdot \pi \cdot b_0^2 \\ u_0^2 &= \frac{u_1^2}{\kappa} = \frac{\mu^2}{\kappa} \cdot \frac{2 \cdot p_p}{\rho_s} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Wird Gleichung (4.44) in Gleichung (4.24) eingesetzt, gilt

$$\dot{I} = 2 \cdot \mu^2 \cdot p_p \cdot \pi \cdot b_0^2 \quad [\text{N}] \quad (4.45)$$

Da im Schnitt D-D der Abbildung 4.13 die Geschwindigkeit Null ist, wird dort der Impulsfluss  $\dot{I}$  in einen Druck  $p_d$  umgesetzt. Der Impulserhaltungssatz führt zu dem durchschnittlichen Druck infolge Strömung  $p_d$  von

$$p_d = \frac{\dot{I}}{\pi \cdot H^2} = \frac{2 \cdot \mu^2 \cdot p_p \cdot b_0^2}{H^2} \quad (4.45a)$$

Zusammen mit dem hydrostatischen Anteil

$$p_s = \rho_R \cdot g \cdot t = \gamma_R \cdot t$$

beträgt der Gesamtdruck auf die den Kontrollraum abschließenden Platte:

$$p = p_s + p_d = \gamma_R \cdot t + \frac{2 \cdot \mu^2 \cdot p_p \cdot b_0^2}{H^2} \quad (4.46)$$

Unter der Annahme, dass der Druck infolge Strömung nicht konstant über den Querschnitt verteilt ist, wird in Analogie zur Geschwindigkeitsverteilung folgende Funktion für den Druck infolge Strömung gewählt (Abbildung 4.17):

$$p(r) = (p_M - p_R) \cdot (1 - \eta^{a_0})^2 + (p_R + p_s) \quad (4.47)$$

mit  $p_M = a_1 \cdot p_d$  Druck infolge Strömung bei  $r = 0$  (Strahlachse) ( $a_1 > 1$ )

$p_R = a_2 \cdot p_d$  Druck infolge Strömung bei  $r = H$  ( $a_2 < 1$ )

$$\eta = \frac{r}{H}$$

$a_0$  = dimensionsloser Faktor, der die Form der Funktion  $p(r)$  charakterisiert ( $a_0 > 1$ )

Dieser empirische Ansatz für  $p(r)$  beinhaltet drei freie Parameter ( $a_0$  bis  $a_2$ ), für die gelten soll:

$$\int_0^H p(r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = (p_s + p_d) \cdot \pi \cdot H^2 \quad (4.48)$$

Durch Lösen des Integrals der Gleichung (4.48) ergibt sich der Parameter  $a_0$  in Abhängigkeit der empirisch zu ermittelnden Werte  $a_1$  und  $a_2$ :

$$(1 - z) \cdot a_0^2 - 3 \cdot z \cdot a_0 - 2 \cdot z = 0 \quad \text{mit } z = \frac{1 - a_2}{a_1 - a_2} \quad (4.49)$$

Der Druck auf die den Kontrollraum abschließenden Platte berechnet sich demnach zu:

$$p(r) = (a_2 \cdot p_d + p_s) + p_d \cdot (a_1 - a_2) \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{H}\right)^{a_0}\right)^2 \quad (4.50)$$

Mit Hilfe von strömungsmechanischen Laborversuchen, deren Durchführung und Auswertung im folgenden Kapitel beschrieben werden, werden die Parameter  $a_1$  und  $a_2$  bestimmt.

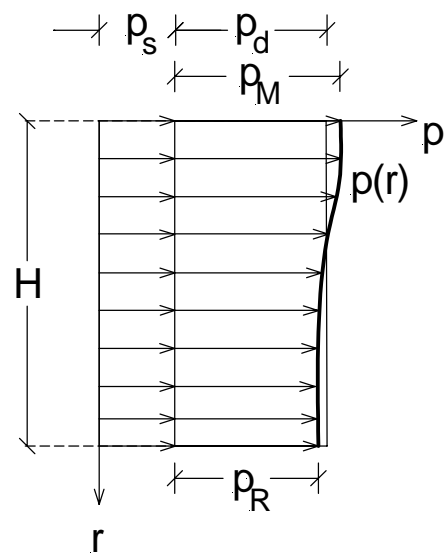


Abbildung 4.17: Druckverteilung

## 4.4.5 Strömungsmechanische Laborversuche

### 4.4.5.1 Ziele

Zur Verifizierung obiger theoretischer Aussagen wird in einer ersten Versuchsreihe die Kraft, die ein in einen Kontrollraum eingeleiteter hochenergetischer Strahl auf eine runde Platte ausübt, gemessen. Eine zweite Versuchsreihe dient der experimentellen Ermittlung des Drucks infolge Strömung auf die Platte sowohl in der Strahlachse ( $r = 0$ ) als auch am Rand der Platte ( $r = H$ ), um die im vorherigen Kapitel eingeführten Parameter  $a_1$  und  $a_2$  zu ermitteln.

### 4.4.5.2 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Die Abbildungen 4.18 und 4.19 zeigen die Versuchsanordnung. In einem rechteckigen, oben offenen Gerinne mit den Abmessungen  $200 \cdot 50 \cdot 70$  cm, die mit dem Verpressmedium Wasser oder Bentonitsuspension gefüllt ist, wurde ein Plexiglasrohr mit dem Innenhalbmesser  $H$  auf einer justierbaren Stahlplatte horizontal liegend montiert. Das Rohr, das als „Kontrollraum“ nach Abbildung 4.13 dient, ist an einem Ende durch eine runde Hart-PVC-Platte verschlossen. Die Länge  $L$  des Plexiglasrohres ist abhängig von dessen Radius und berechnet sich nach dem in Kapitel 4.4.3.7 für den Kontrollraum hergeleiteten Zusammenhang zu

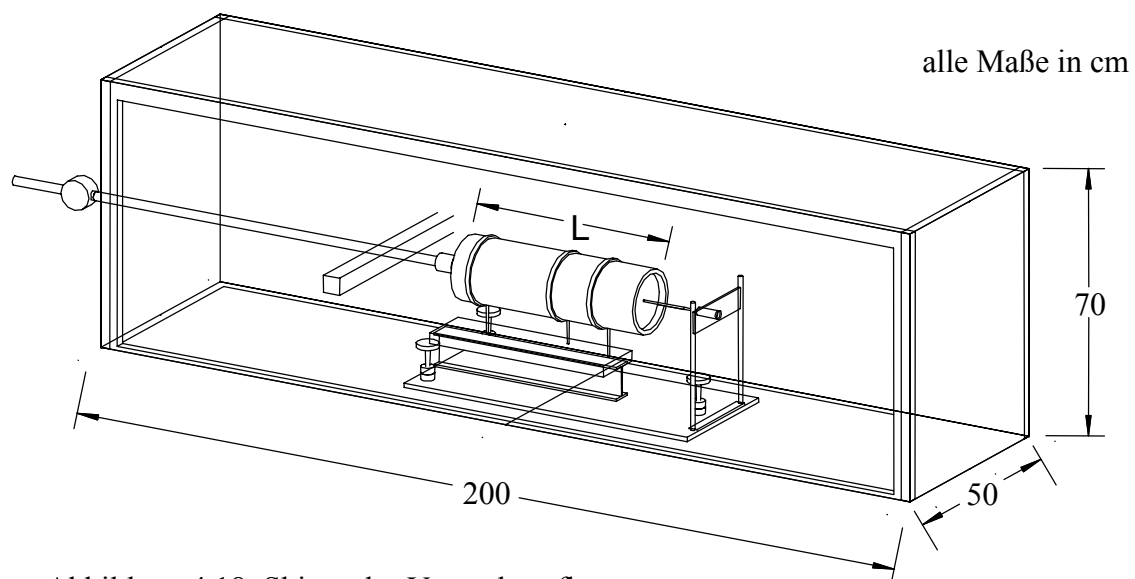


Abbildung 4.18: Skizze des Versuchsaufbaus

$L = (2 + 1/c) \cdot H$ . Bei den strömungsmechanischen Versuchen wurden Düsen mit einem Strahlausbreitungswinkel (siehe Kapitel 4.4.6) von etwa  $\delta = 12,4^\circ$  verwendet, so dass sich mit  $c = \tan \delta$  die Länge des Rohres zu  $L = 6,5 \cdot H$  ergibt. Am offenen Ende des Plexiglasrohres ist in der Rohrlängsachse eine Düse mit dem Halbmesser  $b_0$  angeordnet, die am Ende einer horizontal gehaltenen Lanze montiert ist. Eine Hochdruckpumpe ist über einen Hochdruckschlauch mit der Lanze verbunden, an die außerhalb der Versuchsrinne eine Druckmessdose angeschlossen ist.



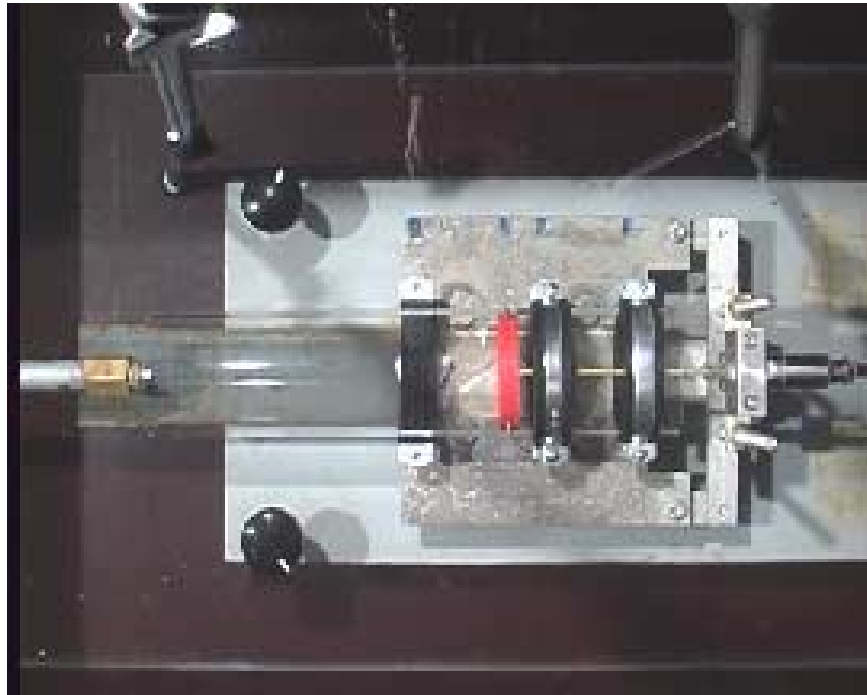


Abbildung 4.19: Bild vom Versuchsaufbau

In der ersten Versuchsreihe war die Platte auf einer unverschieblich gelagerten Kraftmessdose montiert, die zur Messwertweitergabe an eine Vielstellenmessanlage angeschlossen war. Sorgfältig wurde ein kraftübertragender Kontakt zwischen der Platte und der Rohrwandung vermieden.

Bei den Versuchen zur Bestimmung des Drucks infolge Strömung (zweite Versuchsreihe) war die runde Platte unverschieblich mit dem Rohr verbunden. Je nach Versuch wurde entweder in der Mitte, auf der Längsachse des Rohres, oder am oberen Rand durch ein Loch in der Platte ein mit Wasser gefülltes Messingröhrchen mit einem Innendurchmesser von 0,7 mm geführt. Das offene Ende des Messingröhrchens schloss bündig mit der Oberfläche der Hart-PVC- Scheibe im Kontrollraum ab; am anderen Ende war es mit einer fest montierten Druckmessdose verbunden, die ebenfalls an die Vielstellenmessanlage angeschlossen war.

In beiden Versuchsreihen wurden der Rohrhalbmesser  $H$  ( $H=21, 30, 42, 57$  und  $71$  mm), der Düsenradius  $b_0$  ( $b_0 = 1,26; 1,51; 1,67; 1,98$  mm) sowie der Pumpendruck (zwischen 30 und 120 bar) variiert. Dadurch ergaben sich Ausflussgeschwindigkeiten von bis zu 155 m/sec. Bei den unter Verwendung von Bentonitsuspension (Suspensionsdichte  $\rho = 1,02$  g/cm<sup>3</sup>, Marshzeit: 37,5 Sekunden) ausgeführten Versuchen wurde die für einen Durchfluss der Bentonitsuspension zu kleine Düse mit dem Durchmesser 1,26 mm nicht eingesetzt. Zudem wurden für diese Versuche nur Plexiglasrohre mit Halbmessern von  $H = 30, 42$  und  $57$  mm verwendet.

Mit der Vielstellenmessanlage wurden 20 Messwerte pro Sekunde aufgenommen. Die durchschnittliche Kraft bzw. der durchschnittliche Druck infolge Strömung ergab sich aus dem Mittelwert aller Einzelmesswerte eines 2 Minuten dauernden Versuchs.

#### 4.4.5.3 Auswertung der Versuchsergebnisse

##### a) Versuche zur Messung der Kraft infolge Strömung

Der maschinentechnisch eingebrachte Impulsfluss muss in einem geschlossenen Kontrollraum erhalten bleiben und unabhängig vom Rohrhalmesser und damit von der Länge des Rohres auf der abschließenden Platte als Druckkraft gemessen werden.

Abbildung 4.20 zeigt die für Wasser als Verpressmedium experimentell bestimmten Kräfte in Abhängigkeit von dem maschinentechnisch erzeugten Impulsfluss an der Düse. Der Impulsfluss errechnet sich gemäß Gleichung (4.45) aus dem verwendeten Düsendurchmesser ( $b_0=1,26; 1,51; 1,67; 1,98$  mm) und aus dem aufgebrauchten Pumpendruck (30-120 bar) zu

$$\dot{I} = 2 \cdot \mu^2 \cdot p_p \cdot \pi \cdot b_0^2 \quad [\text{N}].$$

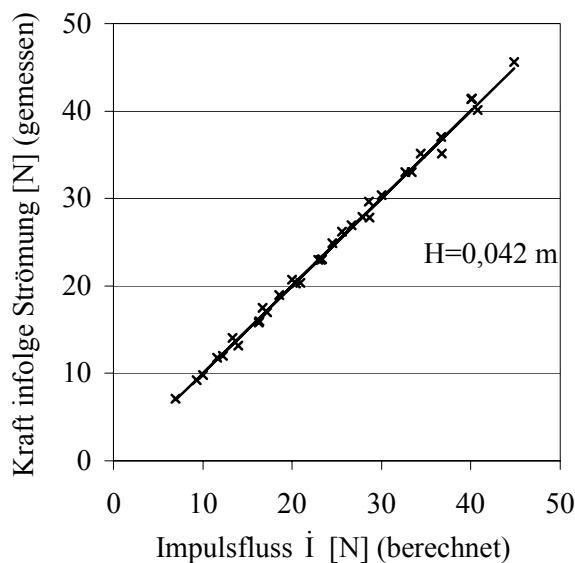


Abbildung 4.20: Kraft auf die Platte in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Wasser in Wasser)

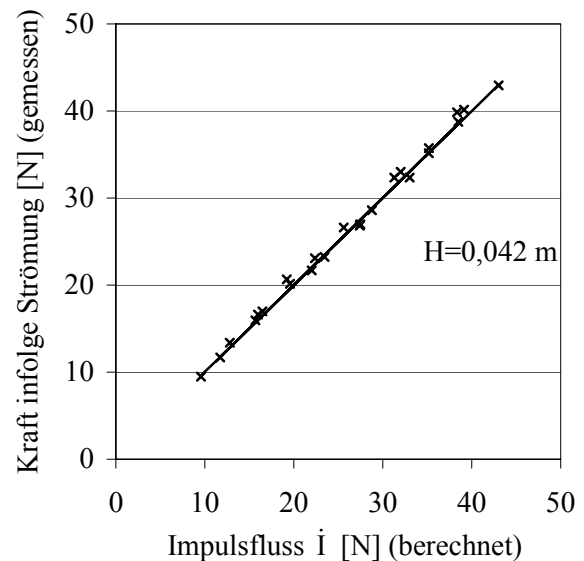


Abbildung 4.21: Kraft auf die Platte in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Bentonitsuspension in Bentonitsuspension)

Die Durchflusszahl des Gesamtsystems  $\mu$  wurde in Vorversuchen entsprechend den Ausführungen in Kapitel 4.2 in Abhängigkeit vom Verpressmedium (Wasser oder Bentonitsuspension) für jede Düse ermittelt. In Abbildung 4.20 ist als Kreuz die gemessene, auf die abschließende Platte einwirkende Druckkraft über dem eingebrachten Impulsfluss aufgetragen. Die geringen Abweichungen der Messwerte von der Geraden  $y = x$  bestätigen die Hypothese, dass

in einem geschlossenen Kontrollraum der Impulsfluss erhalten bleibt und als Druckkraft infolge Strömung auf der den Kontrollraum abschließenden Platte gemessen werden kann. Der Übersichtlichkeit halber sind in Abbildung 4.20 nur die Ergebnisse für ein Rohr mit  $H = 42$  mm dargestellt. Die Versuche mit den übrigen Rohren ( $H = 21$  mm bis  $H = 71$  mm) zeigten identische Ergebnisse.

Die mit Bentonitsuspension durchgeführten Versuche lieferten qualitativ gleichwertige Versuchsergebnisse (Abbildung 4.21). Der maschinentechnisch aufgebrauchte Schneidstrahl-impulsfluss bleibt im geschlossenen Kontrollraum erhalten und kann somit als Kraft infolge Strömung auf der das Plexiglasrohr abschließenden Platte gemessen werden. Quantitativ ergeben sich aber mit Bentonitsuspension geringe Unterschiede, da die Durchflusszahl  $\mu$  und damit der erzeugte Impulsfluss kleiner sind.

### b) Versuche zur Messung des Drucks infolge Strömung

Der in das System eingebrachte Impulsfluss erzeugt auf die Platte am Ende des Rohres einen durchschnittlichen (konstanten) Druck infolge Strömung  $p_d = \frac{\dot{I}}{\pi \cdot H^2}$ . In Abbildung 4.22 ist dieser durchschnittliche Druck infolge Strömung über dem Impulsfluss für Wasser als Verpressmedium als Gerade dargestellt. Die Versuchsauswertung der zweiten Versuchsreihe zeigt, dass der gemessene Druck infolge Strömung in der Mitte der Platte ( $r = 0$ ) um ca. 10 % über dem durchschnittlichen Druck liegt - unabhängig vom Rohrdurchmesser und vom eingebrachten Impulsfluss. Dagegen unterschreitet der gemessene Druck infolge Strömung am obo-

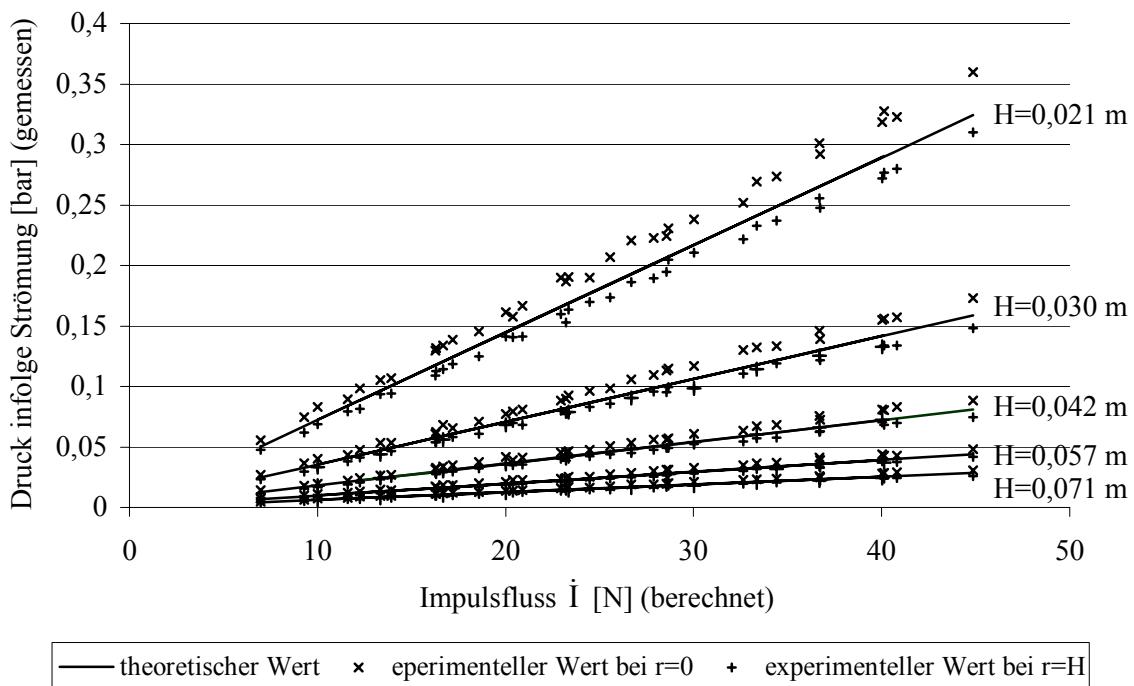


Abbildung 4.22: Druck infolge Strömung in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Wasser in Wasser)

ren Rand der Platte ( $r = H$ ) den durchschnittlichen Druck um ca. 5 % (Abbildung 4.22). Diese Aussagen gelten auch bei Verwendung von Bentonitsuspension als Verpressmedium, wobei insgesamt der Druck infolge Strömung wegen der geringeren Durchflusszahl etwas kleiner ist (Abbildung 4.23).

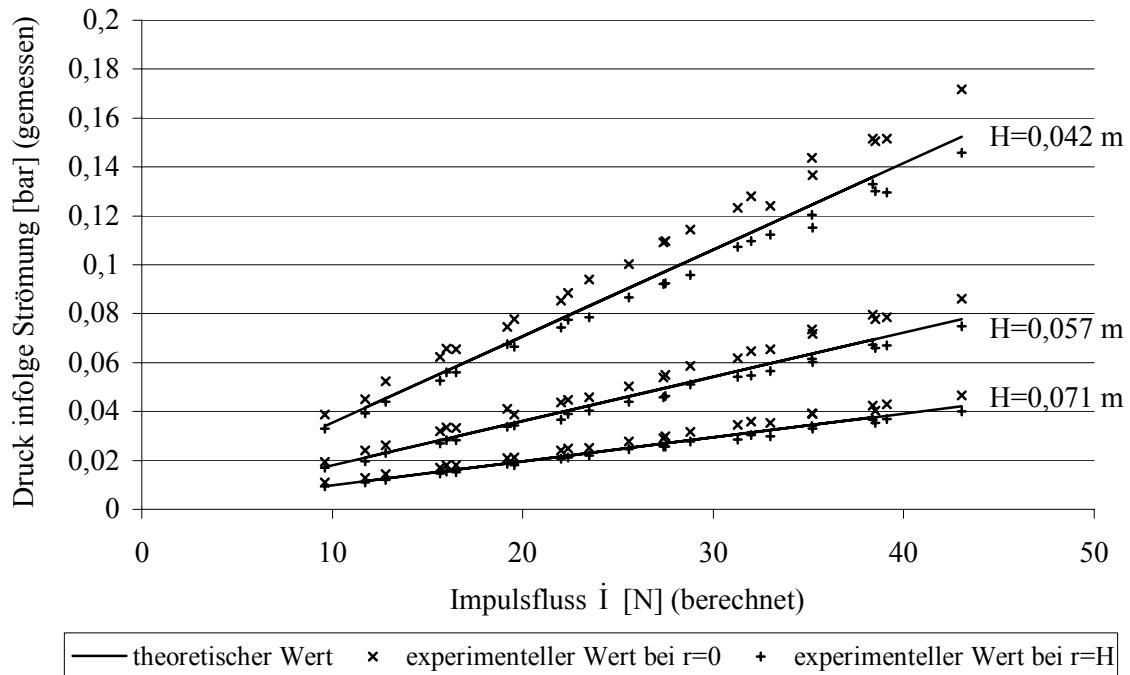


Abbildung 4.23: Druck infolge Strömung in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Bentonitsuspension in Bentonitsuspension)

### c) Berechnung der Parameter

Aus den Versuchsergebnissen ergeben sich die in Gleichung (4.50) verwendeten Parameter  $a_1$  und  $a_2$  zu

$$a_1 = 1,1 \text{ und } a_2 = 0,95 \quad (4.51)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (4.51) berechnet sich der freie Parameter  $a$  aus Gleichung (4.49) zu  $a_0 = 2$ .

Der Druck auf den Boden kann nun an jeder Stelle des Querschnitts mit  $p_s$  und  $p_d$  nach Gleichung (4.46) und unter Verwendung von Gleichung (4.50) berechnet werden:

$$p(r) = 0,15 \cdot p_d \cdot \left( 1 - \left( \frac{r}{H} \right)^2 \right)^2 + (0,95 \cdot p_d + p_s) \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]. \quad (4.52)$$

## 4.4.6 Einfluss der Strahlausbreitung

### 4.4.6.1 Geometrie der Gegenströmung

In Kapitel 4.4.3.1 wurde eine geradlinige Strahlausbreitung vorausgesetzt, wobei die „Strahlbreite“  $b$  in Kapitel 4.4.3.2 mit  $b = c \cdot x$  angesetzt wurde.  $c$  ist anschaulich der Tangens eines Strahlausbreitungswinkels  $\delta$ .

Für einen Freistrahls definiert  $\delta$  den Abstand von der Strahlachse, in dem in der Entfernung  $x$  von der Düse die Fluidgeschwindigkeit in Strömungsrichtung nur noch ca. 5 % der Geschwindigkeit auf der Strahlachse beträgt. Gemäß Literaturangaben, z. B. [1], [11], [16] und [53] liegt der experimentell nach dem genannten Kriterium ermittelte Strahlausbreitungswinkel - je nach Düsenform - im Bereich  $10,55^\circ \leq \delta \leq 14,22^\circ$ .

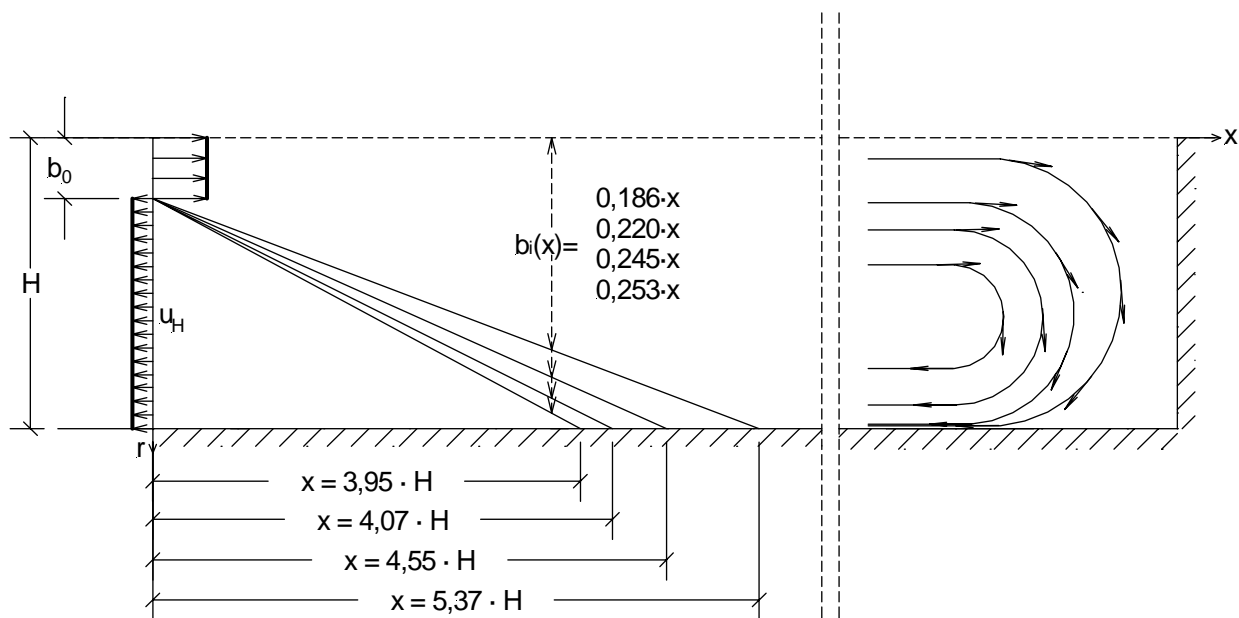


Abbildung 4.24: Länge des Fernfeldes für unterschiedliche Strahlausbreitungswinkel  $\delta$

Obwohl die Auffächerung eines Strahls nach dem Austritt aus der Düse von einer Gegenströmung beeinflusst wird und auch die Definition für einen Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  unter den Verhältnissen der Gegenströmung von derjenigen des Freistrahls abweichen wird, soll hier - mangels besserer Kenntnis - der Proportionalitätsfaktor  $c$  gleich dem  $\tan \delta$  des Freistrahls gesetzt werden. In Kapitel 4.4.3 wurde zur quantitativen Darstellung der Ergebnisse der Herleitung zunächst  $c = 0,22$ , was einem Winkel  $\delta = 12,41^\circ$  entspricht, angenommen. In Abbildung 4.24 und in Tabelle 4.1 sind die Auswirkungen der Größe von  $\delta$  auf die Länge des Fernfeldes (nach Kapitel 4.4.3 ist  $L_F = H/c$ ) und in Abbildung 4.25 die Rückwirkung von  $\delta$  auf die Größe der Geschwindigkeit in der Strahlachse (nach Gleichung 4.31) angegeben.

Am Ende des Fernfeldes beträgt der Abstand der Geschwindigkeitsnull-Linie von der Strahlachse gemäß Gleichung (4.38) - unabhängig von  $c$  -  $r_1 = 0,624 \cdot H$ . Der Verlauf der Ge-

	Strahlausbreitungswinkel $\delta$ [°]	Steigung c der Geraden []	Ende des Fernfeldes $L_F \leq \frac{H}{c}$ [m]
Eck [11]	10,55	0,186	5,37·H
Abramovich [1]	12,41	0,220	4,55·H
Wieghardt [53]	13,79	0,245	4,07·H
Schlichting/Gersten [16]	14,22	0,253	3,95·H

Tabelle 4.1: Länge des Fernfeldes in Abhängigkeit vom Strahlausbreitungswinkel  $\delta$ 

schwindigkeitsnull- Linie innerhalb des Fernfeldes ist zwar von c abhängig, wird aber nicht näher diskutiert, da die Kenntnisse der Geschwindigkeitsnull- Linie im Fernfeld für die weiteren Überlegungen nicht bedeutsam ist.

An das Fernfeld schließt sich der Übergangsbereich an, dessen Länge in Kapitel 4.4.3.5 mit  $L_{\bar{U}} = H$  (Gleichung (4.39)) festgelegt wurde. Diese Länge wird auch für den o. g. Bereich von c beibehalten, weil die Entfernung der Geschwindigkeitsnull- Linie von der Strahlachse jeweils am Ende des Übergangsbereiches ca. 95 % des von c unabhängigen Grenzwertes  $r_{1\infty} = 0,688 \cdot H$  erreicht hat.

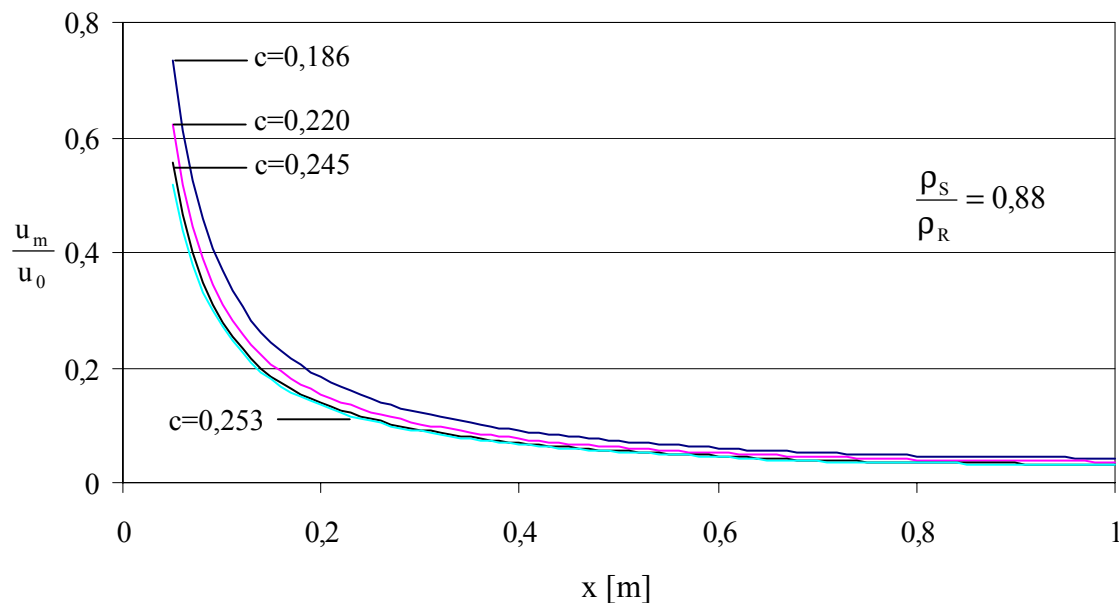


Abbildung 4.25: Geschwindigkeitsfunktion in Abhängigkeit des Strahlausbreitungswinkels

Zusammen mit dem Wendebereich, dessen Länge in Kapitel 4.4.3.6 mit  $L_W = H$  angenommen wurde, beträgt die Gesamtlänge des für die Strahlausbreitung in der Gegenströmung maßgebenden Kontrollraums gemäß Gleichung (4.41):

$$L = L_F + L_{\bar{U}} + L_W = \left(2 + \frac{1}{c}\right) \cdot H \quad (4.41)$$

#### 4.4.6.2 Relative Reichweite des Düsenstrahls

Nach Gleichung (4.41) vergrößert sich mit der Reichweite  $L$  auch der Halbmesser  $H$  des vom Düsenstrahl geschaffenen Kanals. Da durch den Impulsfluss  $\dot{I}$  eine konstante Kraft infolge Strömung auf die „Ortsbrust“ des Kanals mit dem Halbmesser  $H$  ausgeübt wird, vermindert sich der durchschnittliche Druck  $p_d$  auf die Ortsbrust mit Vergrößerung der Reichweite:

$$H = \frac{L}{\left(2 + \frac{1}{c}\right)}$$

$$p_d = \frac{\dot{I}}{\pi \cdot H^2} = \frac{\dot{I} \cdot \left(2 + \frac{1}{c}\right)^2}{\pi \cdot L^2} \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] \quad (4.53)$$

Wird vorausgesetzt, dass zur Erzeugung eines grundbruchartigen Vorgangs an der Ortsbrust - dieser führt zu einer Vergrößerung der Reichweite  $L$  und damit auch zu einer Vergrößerung des Halbmessers  $H$  - eine von dem Halbmesser  $H$  unabhängige totale Spannung  $\sigma_B$  (siehe Kapitel 5) erforderlich ist, kann die „Reichweite  $L$ “ des Düsenstrahls unter Berücksichtigung des hydrostatischen Druckes  $p_s$  aus der Bedingung

$$p_d + p_s = \sigma_B \quad (4.54)$$

bestimmt werden. Mit Gleichung (4.53) gilt:

$$L = \left(2 + \frac{1}{c}\right) \cdot \sqrt{\frac{\dot{I}}{(\sigma_B - p_s) \cdot \pi}} \quad (4.55)$$

Die Gleichung (4.55) macht den Einfluss des Strahlausbreitungswinkels  $c = \tan \delta$  auf die er-

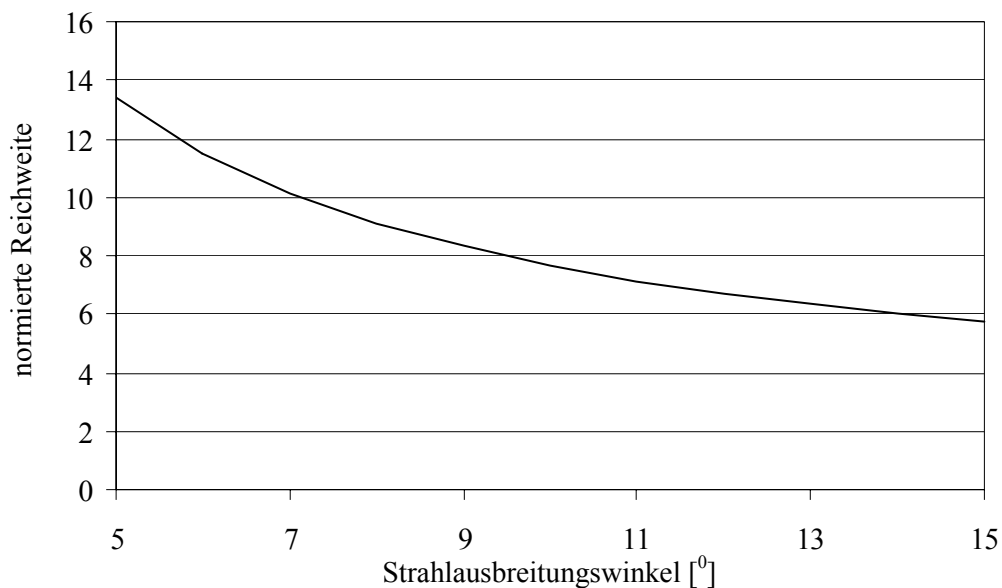


Abbildung 4.26: normierte Reichweite in Abhängigkeit vom Strahlausbreitungswinkel  $\delta$

zielte Reichweite des Düsenstrahls deutlich. In der Abbildung 4.26 ist die „normierte“ Reichweite

$$L_n = \frac{L}{\sqrt{\frac{i}{(\sigma_B - p_s) \cdot \pi}}} = 2 + \frac{1}{c} \quad (4.56)$$

als Funktion des Strahlausbreitungswinkels  $\delta$  aufgetragen. Gelingt es, durch eine optimale Düsenform oder mit Hilfe einer Luftummantelung des Düsenstrahles den Strahlausbreitungswinkel von z. B.  $\delta = 12^\circ$  auf  $\delta = 8^\circ$  zu bündeln, wird nach obigen Überlegungen die normierte Reichweite um ca. 36 % anwachsen.

#### 4.4.6.3 Bestimmung des Strahlausbreitungswinkels $\delta$

Im Rahmen dieser Arbeit ist es nicht möglich, den Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  für verschiedene Düsen bzw. unter einer Luftummantelung zu messen. Der aus einer industriell gefertigten Hochdruckvollstrahldüse austretende Freistrahler hat nach Literaturangaben einen Ausbreitungswinkel zwischen  $\delta = 11^\circ$  und  $\delta = 14^\circ$ .

Bei verschiedenen Bauvorhaben wurden bei der Anwendung des Düsenstrahlverfahrens unterschiedlich große Säulendurchmesser bei im Übrigen identischen Maschinenparametern (Pumpendruck und -menge, Suspension) und identischem rolligen Boden unter Einsatz unterschiedlicher Düsen bzw. mit einer Luftummantelung erzielt. Der Säulendurchmesser ist bei Einsatz einer hinsichtlich der Strahlbündelung optimierten Düse um ca. 15 bis 25 % und bei einer Luftummantelung des Strahls um ca. 25 bis 40 % größer als bei Verwendung einer herkömmlichen Düse.

Wird mit Gleichung (4.56) aus diesen prozentualen Reichweitenvergrößerungen der Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  für die optimierten Düsen und für die Luftummantelung rückgerechnet, ergeben sich die Werte der Tabelle 4.2.

	Strahlausbreitungswinkel $\delta$ [ $^\circ$ ]
herkömmliche Düse	$11^\circ - 13^\circ$
hinsichtlich Strahlbündelung optimierte Düse	$8,2^\circ - 10,7^\circ$
Luftummantelung	$7^\circ - 9,6^\circ$

Tabelle 4.2: Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  in Abhängigkeit verschiedener Düsen bzw. bei einer Luftummantelung



## 5 Widerstand

### 5.1 Beobachtung in den Anschauungsversuchen zum Prozessablauf

Für die Entwicklung eines Berechnungsansatzes zur quantitativen Erfassung des Lösewiderstandes des Bodens wird auf die in Kapitel 3.3 beschriebenen Anschauungsversuche zum Prozessablauf zurückgegriffen. Es wurde beobachtet, dass der Düsenstrahl den trocken eingebauten Sand bei lockerer und mitteldichter Ausgangslagerung zunächst vor sich her schiebt und verdichtet bzw. ihn in den umliegenden Boden verdrängt. Mit zunehmender Verpressdauer werden die Poren des Bodens wassergesättigt und es baut sich ein Porenwasserüberdruck auf, wodurch die Korn- zu Korn- Spannungen und damit der Scherwiderstand im Boden vermindert werden. Dann setzt eine Bodenförderung auf dem Weg des geringsten Widerstands von der „Ortsbrust“ zurück in Richtung Düse ein, die als eine walzenförmige Bewegung im Bereich der Ortsbrust zu beobachten war. Bei dichter Ausgangslagerung und bei wassergesättigtem Boden tritt die walzenförmige Verschiebung im Boden unmittelbar nach Beginn des Düsens ein. Es wird vermutet, dass beim Herausdrücken des Bodens durch den Schneidstrahl ein horizontaler, räumlicher Grundbruch an der Ortsbrust entsteht, so dass sich der Widerstand im Boden als Grundbruchwiderstand in horizontaler Richtung darstellt.

Weitere qualitative bodenmechanische Modellversuche sollen eine Zuordnung der beobachteten walzenförmigen Bewegung zu einem horizontalen Grundbruchvorgang bestätigen mit dem Ziel, hieraus einen Berechnungsansatz zur quantitativen Erfassung des Lösewiderstands des Bodens ableiten zu können.

### 5.2 Modellversuche zum horizontalen Grundbruch

#### 5.2.1 Genereller Versuchsaufbau

Mit Hilfe weiterführender bodenmechanischer Anschauungsversuche soll die Form des grundbruchartigen Versagens vor einer vertikalen, im Boden eingebetteten, starren Platte, die in horizontaler Richtung in den Boden gedrückt wird, beobachtet werden. Gemeinsamkeiten der nachfolgend erläuterten Versuche sind:

- Es wurden ausschließlich qualitative bodenmechanische Modellversuche durchgeführt, da große Verformungen erzeugt und beobachtet wurden, ohne dass Kräfte oder kleine Bewegungen gemessen wurden.
- Bei dieser Art von qualitativen bodenmechanischen Modellversuchen sind Modellgesetze und Maßstabeffekte bedeutungslos.

- Hinter der vertikalen Platte, die den Grundbruch erzeugt, befindet sich ein sehr locker gelagerter Bodenbereich bzw. es wird durch die horizontale Bewegung der Platte ein Hohlraum geschaffen, in den sich der durch den Grundbruch verdrängte Boden hinein bewegen kann.
- Die großen Verformungen wurden durch Markierungsschichten oder mit farbigen Holzkügelchen ( $\varnothing$  2 mm bzw. 4 mm) sichtbar gemacht.
- Die Versuche wurden mit den in Kapitel 3.2.2 beschriebenen Sanden ausgeführt. Der Sand wurde in trockenem, feuchtem und wassergesättigtem Zustand sowohl in lockerer als auch in mitteldichter und dichter Lagerung eingebaut.
- Zur Verminderung der Reibung wurde die Vorderseite der Stahlplatte mit hochviskoser Vaseline eingefettet und mit einer dünnen Folie überzogen.

### 5.2.2 Grundsätzliche Erkenntnisse aus den Modellversuchen

Aus der Beobachtung der Verformungen im Boden, die bei einer erzwungenen Horizontalverschiebung einer vertikalen Platte auftreten, lassen sich folgende grundsätzliche Erkenntnisse ableiten:

- Im Ausgangszustand locker oder mitteldicht gelagerter Boden wird zunächst vor der sich horizontal bewegenden Platte hergeschoben und dabei verdichtet.
- Nach der Verdichtungsphase bewegt sich der Boden grundbruchartig auf dem Weg des geringsten Widerstands walzenförmig entgegen der Richtung der Einwirkung.
- Die grundbruchartige Bewegung der Sandkörner ist sowohl oberhalb als auch unterhalb der einwirkenden Platte zu beobachten, wobei diese oberhalb der Platte deutlich ausgeprägter ist als unterhalb.
- Abhängig von der Ausgangslagerungsdichte des Sandes setzt ein grundbruchartiges Versagen bei einer umso kleineren Horizontalverschiebung der Platte ein, je dichter der Boden beim Einbau gelagert ist.
- Bei unter Auftrieb stehendem Sand ist unabhängig von der Ausgangslagerungsdichte unmittelbar nach Einleitung der Plattenverschiebung ein grundbruchartiges Versagen zu beobachten.
- Die für das Erzwingen des Grundbruchs erforderliche Horizontalkraft ist bei trockenem, mitteldicht bzw. dicht gelagertem Boden größer als bei wassergesättigtem Boden.

In den folgenden Abschnitten werden die verschiedenen Anschauungsversuche und die dabei beobachteten physikalischen Vorgänge ausführlich und mit Einzelbildern der digitalen Videoaufnahmen sowie der Hochgeschwindigkeitsaufnahmen erläutert (siehe CD unter [Bodenmechanische 1g- Modellversuche]).

### 5.2.3 Bodenmechanischer 1g- Modellversuch zur Erzeugung eines horizontalen Grundbruchs bei ebenen Verformungs- Randbedingungen

#### a) Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

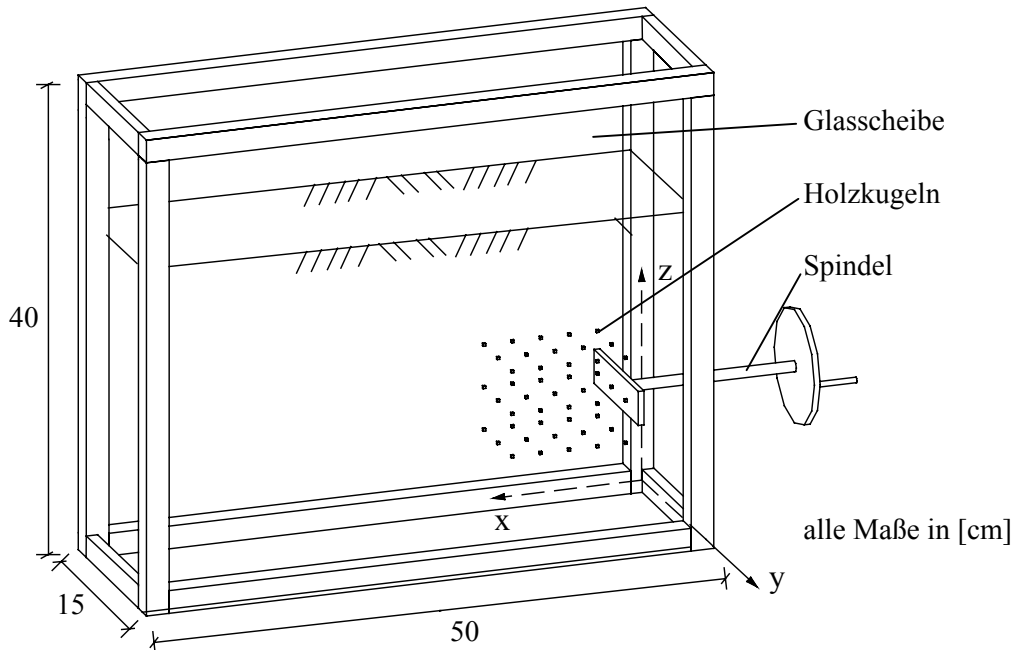


Abbildung 5.1: Skizze des Versuchsaufbaus zur Durchführung von ebenen Grundbruchversuchen

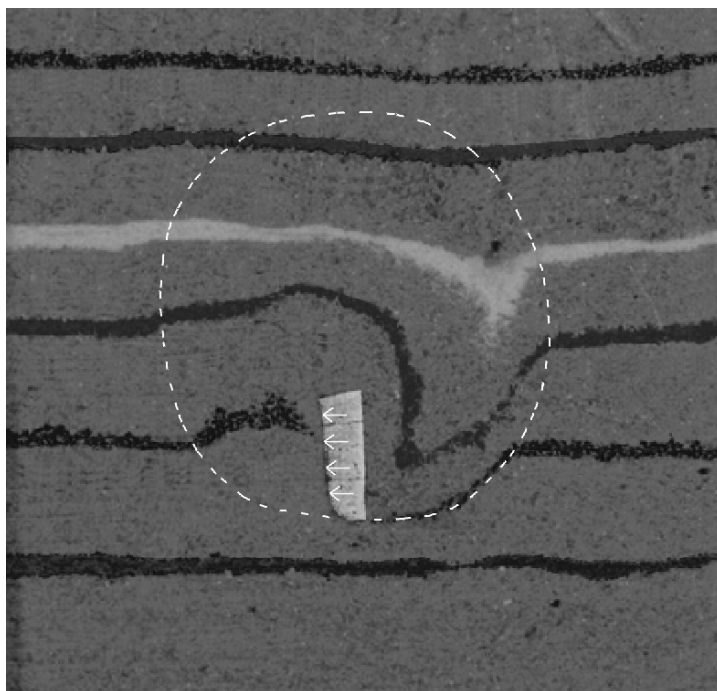


Abbildung 5.2: grundbruchartiges Versagen des Bodens infolge einer horizontal verschobenen Platte

In einem mit vorderer und hinterer Glasscheibe versehenen Versuchscylinder (Abbildung 5.1) wurde eine tiefgehend im Boden eingebettete rechteckige Stahlplatte (2 cm x 15 cm) über eine Spindel horizontal gegen den Boden bewegt. Der Boden war bei einigen Versuchen mit horizontal liegenden Einstreuschichten, bei anderen mit kleinen farbigen Holzkugeln markiert. Die Verschiebungen im Boden infolge der über die Spindel erzwungenen horizontalen Bewegung der Stahlplatte wurden mit einer digitalen Videokamera aufgenommen.

## b) Versuchsergebnis

Die auf der beigegeführten CD unter [Bodenmechanische 1g- Modellversuche] dokumentierten Bodenverschiebungen zeigen nach einer Phase der Bodenverdichtung bei lockerer oder mitteldichter Ausgangslagerung eine walzenförmige Bewegung des Bodens nach oben, entgegen der Plattenbewegung, dann horizontal und wieder nach unten um die Platte herum entgegen deren Bewegungsrichtung (siehe auch Abbildung 5.2). Die grundbruchartige, walzenförmige Bewegung findet hier ausschließlich oberhalb der horizontal verschobenen Platte statt (Abbildung 5.2). Im übrigen gelten die generellen Aussagen des Kapitels 5.2.2. Dieses grundbruchartige Versagen des Bodens wurde auch von Voigt- Breyer [47] beobachtet, die experimentelle und numerische Untersuchungen zum Tagverhalten horizontaler Schraubanker durchführte.

### 5.2.4 Bodenmechanischer 1g- Modellversuch zur Erzeugung eines horizontalen Grundbruchs bei räumlichen Randbedingungen

#### a) Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Auf die Spindel des in Abbildung 5.1 dargestellten Versuchcontainers wurde eine runde Platte ( $\varnothing$  7,5 cm) montiert. Der Abstand der Platte von den Wänden des Versuchskastens war ausreichend groß, so dass Randeinflüsse ausgeschlossen werden konnten. Im übrigen entsprachen Versuchsaufbau und -durchführung denen des Kapitels 5.2.3a).

Die Ausgangs- Lagekoordinaten der räumlich angeordneten farbigen Holzkugeln wurden bezüglich des in Abbildung 5.1 dargestellten Koordinatensystems beim Sandeinbau eingemessen. Nach dem Verschieben der Belastungsplatte um einen festgelegten Weg wurde der Sand - sofern der Versuch mit trockenem Boden durchgeführt wurde - mit Wasser durchfeuchtet, so dass eine scheinbare Kohäsion entstand. Anschließend wurden die Scheiben des Versuchskastens entfernt, um den Boden vorsichtig von allen Seiten abzugraben, die Holzkugeln freizulegen und deren Koordinaten im verschobenen Zustand aufzunehmen. Die Differenz der Koordinaten einer Markierungskugel zwischen dem End- und dem Ausgangszustand gibt den Gesamtverschiebungsvektor des Bodenbereichs in unmittelbarer Nähe der betrachteten Kugel an.

Um den Verschiebungsweg der Kugeln zu veranschaulichen, wurden drei Versuche mit gleichen Versuchsrandbedingungen durchgeführt, wobei die Lagekoordinaten der Holzkugeln im Ausgangszustand jedes Versuchs identisch waren. Der Endverschiebungsweg der runden Platte betrug in einem Versuch  $s=2,5$  cm (Abbildung 5.3a)), im zweiten  $s=5,0$  cm (Abbildung 5.3b)) und im dritten Versuch  $s=7,5$  cm (Abbildung 5.3c)). Diese Versuchsreihe wurde dreimal durchgeführt.



a) Platte um 2,5 cm bewegt



b) Platte um 5,0 cm bewegt



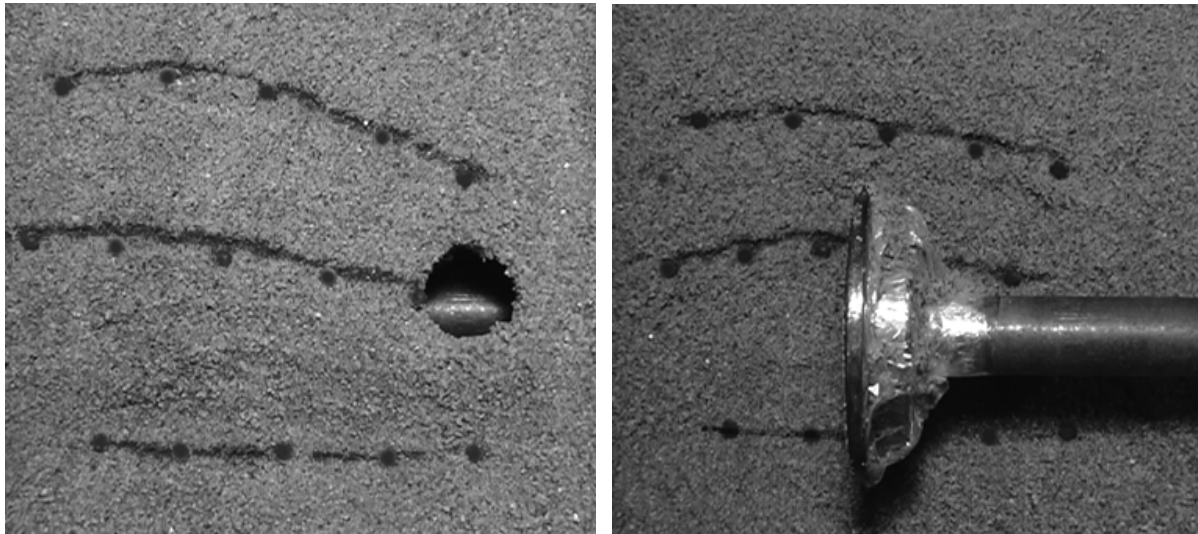
c) Platte um 7,5 cm bewegt

### b) Versuchsergebnis

Die unter räumlichen Randbedingungen durchgeführten Versuche bestätigen zunächst die in Abschnitt 5.2.2 erläuterten grundsätzlichen Erkenntnisse. Im Gegensatz zu den Versuchen des Abschnitts 5.2.3 ist hier eine walzenförmige Bewegung des Bodens sowohl oberhalb als auch seitlich um die runde Platte herum zu beobachten. Eine Bewegung der Sandkörner nach unten findet nur in minimalem Umfang statt. Die Abbildungen 5.3a) bis 5.3c) zeigen die verschobene Lage der Markierungskugeln in der vertikalen Mittelebene der runden Platte ( $y=7,5$  cm, Koordinatensystem siehe Abbildung 5.1) nach  $s=2,5$  cm,  $s=5,0$  cm und  $s=7,5$  cm horizontalem Plattenweg. Während in Abbildung 5.3a) eine Bodenreaktion in Form verschobener Kugeln nur ansatzweise zu erkennen ist, tritt die grundbruchartige Bewegung des Sandes hauptsächlich oberhalb der Platte in den Abbildungen 5.3b) und 5.3c) deutlich hervor. Die vor der unteren Hälfte der Platte liegenden Kugeln werden horizontal verschoben; es ist keine grundbruchartige Bewegung nach unten zu erkennen.

In den Abbildungen 5.4a) und 5.4b) sind Vertikalschnitte durch Kugelebenen am vorderen ( $y=11$  cm) und im Bereich des hinteren ( $y=4$  cm) Plattenendes bei einer horizontalen Verschiebung der Platte von  $s=7,5$  cm dokumentiert. Mit dieser Darstellung kann die räumliche Bewegung der Kugeln bzw. die des Bodens, insbesondere seitlich an der Platte vorbei, nachvollzogen werden.

Abbildung 5.3: grundbruchartiges Versagen des Bodens unter räumlichen Versuchsrandbedingungen



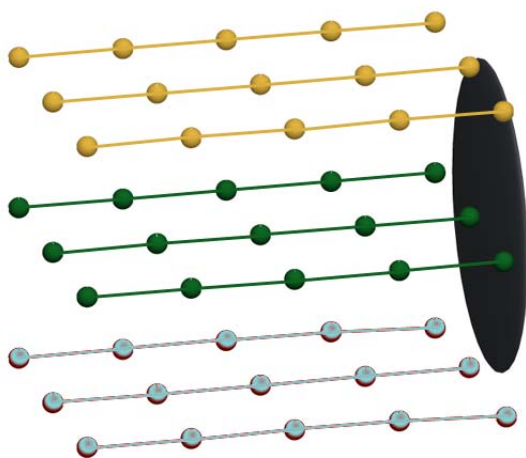
a) Platte um 7,5 cm bewegt  
(Schnitt:  $y = 11$  cm)

b) Platte um 7,5 cm bewegt  
(Schnitt:  $y = 4$  cm)

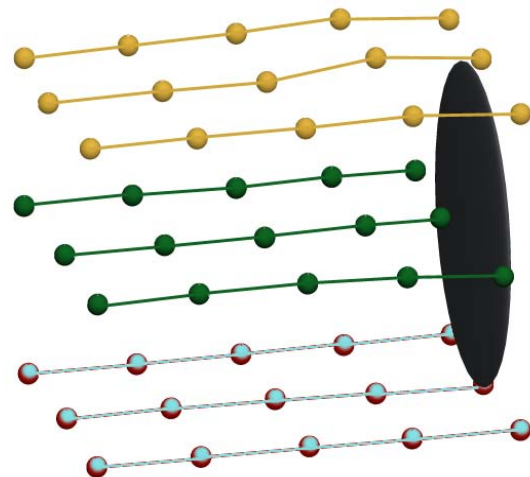
Abbildung 5.4: Vertikalschnitte durch 2 Kugelenebenen am Plattenrand

Für eine Visualisierung des grundbruchartigen Vorganges wurde zwischen den Koordinaten der Markierungskugeln, die bei den Plattenbewegungen von  $s=2,5$  cm,  $s=5,0$  cm und  $s=7,5$  cm aufgenommen worden waren, mehrfach interpoliert, um so die Koordinaten der Kugeln für insgesamt 13 Plattenpositionen im Abstand von jeweils 0,625 cm zu erhalten. Jede Plattenposition wurde mit den dazugehörigen Lagekoordinaten der Kugeln in ein dreidimensionales Koordinatensystem eingetragen. Durch eine Aneinanderreihung der Einzelbilder wird der grundbruchartige räumliche Vorgang im Boden infolge einer horizontal verschobenen Platte visualisiert (siehe CD unter [Bodenmechanische 1g- Modellversuche]). In Abbildung 5.5 sind mehrere Einzelbilder dieser Visualisierung zusammengestellt.

Die hier ausgewerteten Versuche wurden mit einem trockenen, mitteldicht gelagerten quarzischen Grobsand durchgeführt. Die dabei gewonnenen Ergebnisse stehen aber exemplarisch für alle anderen ausgeführten Versuche.

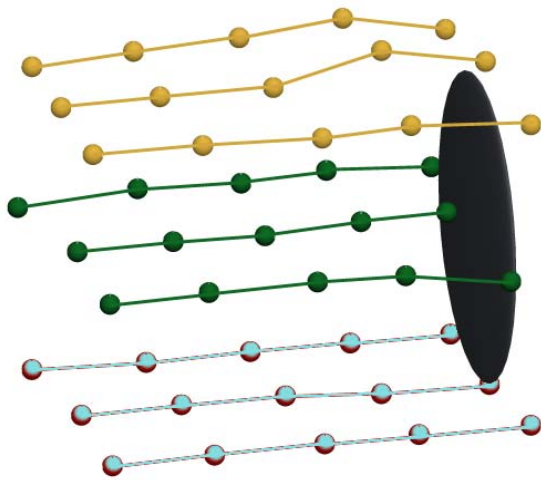
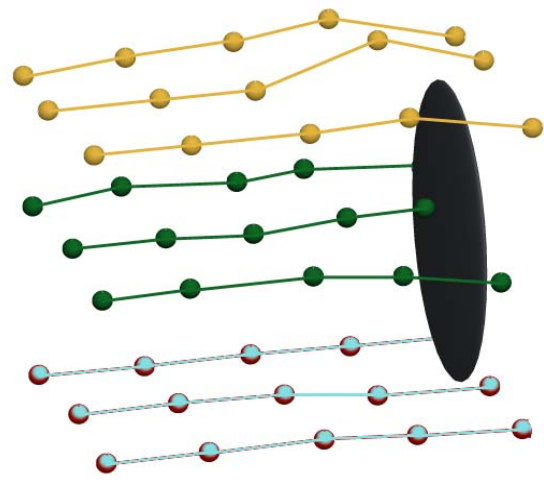
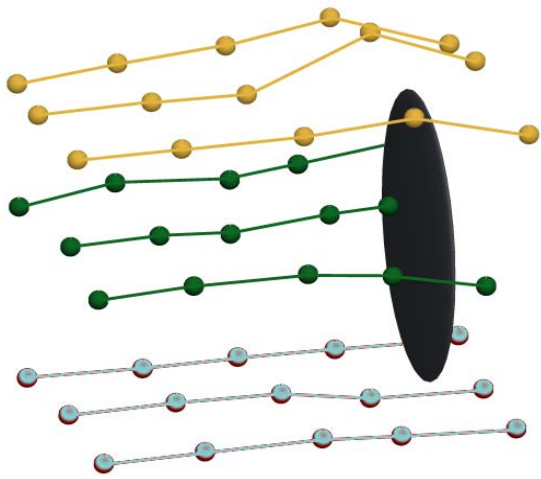
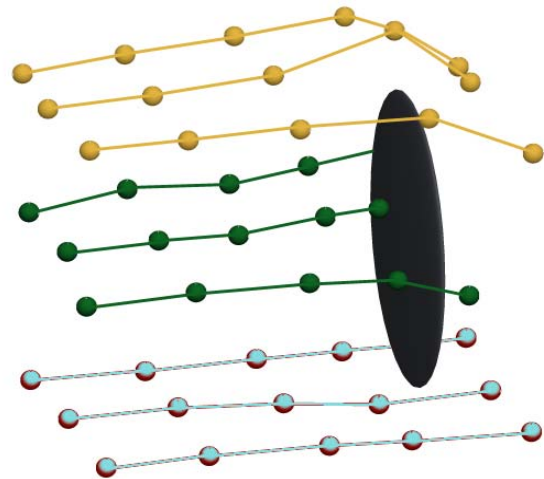
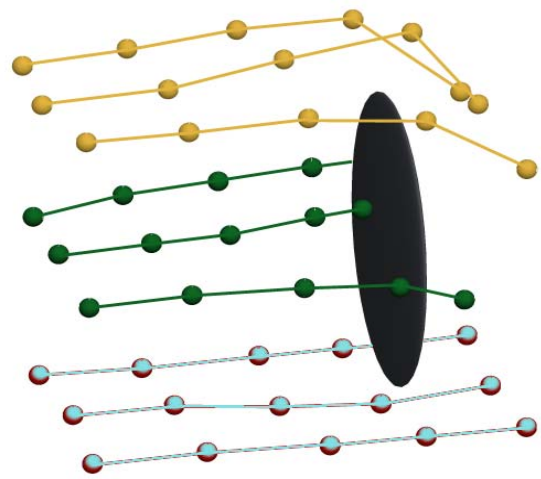
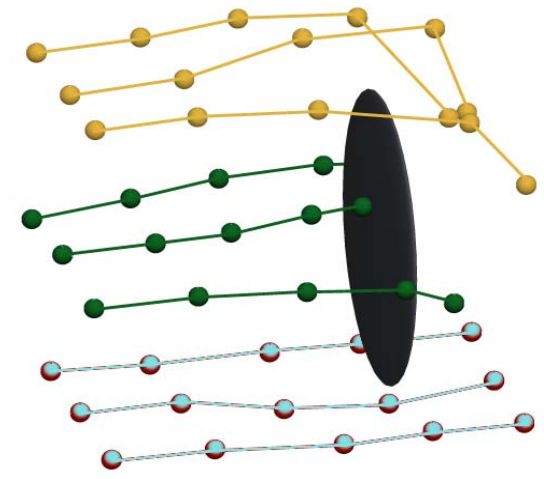


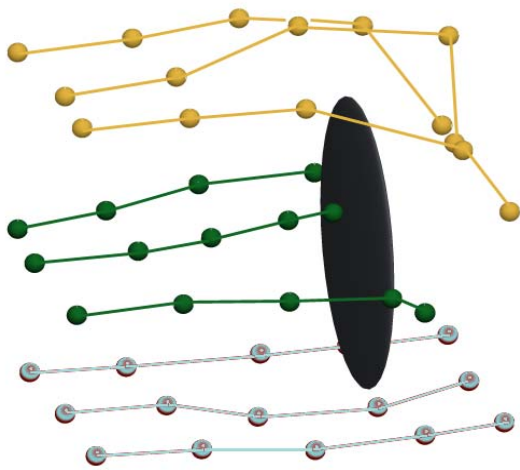
Ausgangszustand



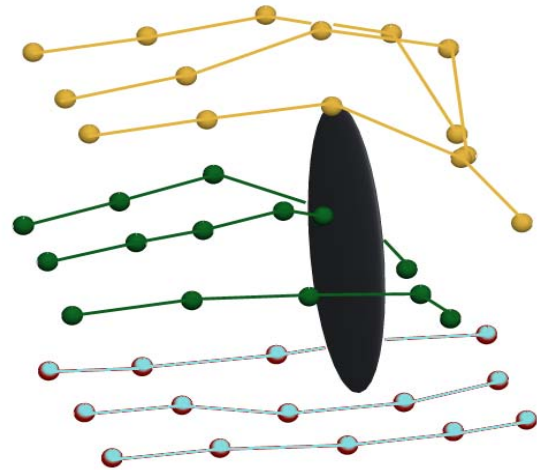
Weg  $s = 0,625$  cm



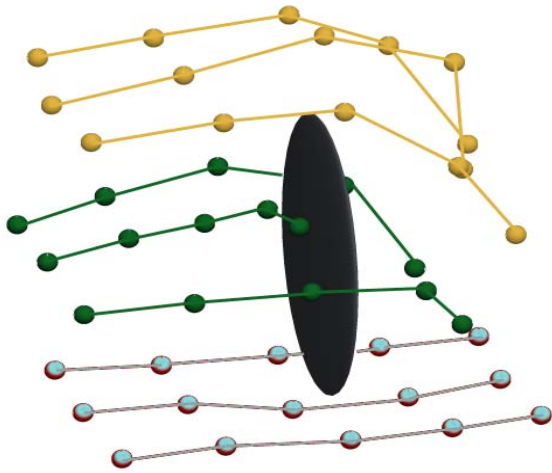
Weg  $s = 1,25$  cmWeg  $s = 1,875$  cmWeg  $s = 2,5$  cmWeg  $s = 3,125$  cmWeg  $s = 3,75$  cmWeg  $s = 4,375$  cm



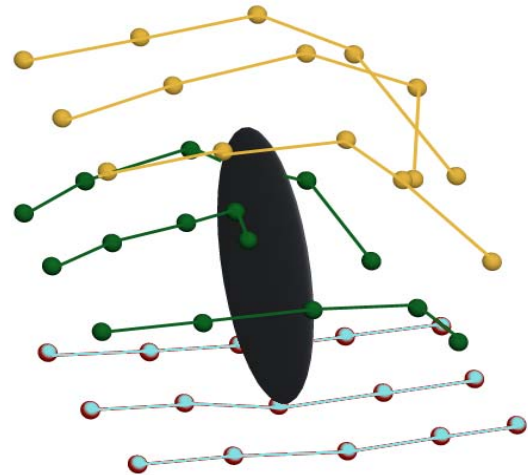
Weg  $s = 5,0$  cm



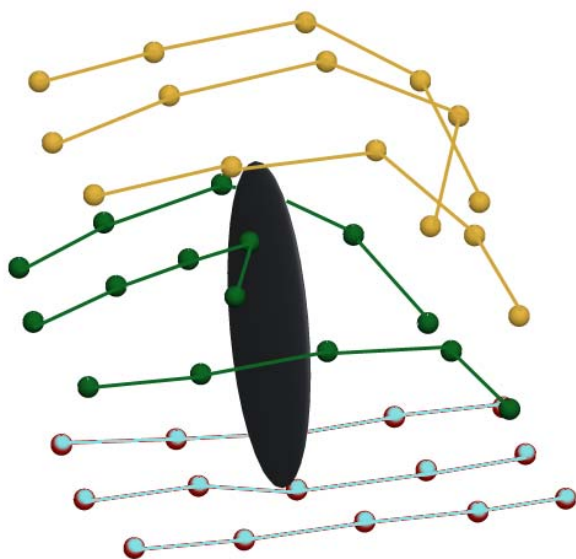
Weg  $s = 5,625$  cm



Weg  $s = 6,25$  cm



Weg  $s = 6,875$  cm



Weg  $s = 7,5$  cm - Endzustand

Abbildung 5.5: visualisierter räumlicher Grundbruchvorgang in Form von Einzelbildern



### 5.2.5 Impulsschlagversuche

#### a) Ziel

Bei den vorangehend erläuterten Modellversuchen konnten grundbruch- walzenartige Verschiebungen im Boden im Bereich vor, neben und über einer rechteckigen bzw. runden, in horizontaler Richtung langsam bewegten Platte beobachtet werden, die qualitativ denen entsprachen, die bei den Versuchen zur Visualisierung der physikalischen Prozesse im Boden beim Düsenstrahlverfahren (siehe Kapitel 3.3) auftraten. Während es sich bei den Modellversuchen um eine quasi statische Last als Ursache für die Plattenverschiebung handelt, entsteht die auf den Boden einwirkende Kraft beim Düsenstrahlverfahren aus dem Impulsfluss des Düsenstrahls. Eine weitere Reihe von Modellversuchen, bei denen die Kraft zum Verschieben der vertikalen, im Boden eingebetteten Platte durch Schläge mit einem Hammer aufgebracht wurde, sollte zeigen, ob das Verschiebungsfeld im Boden generell von der Art der Belastung - statisch oder impulsartig - abhängig ist.

#### b) Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Zur Durchführung dieser Versuche dient der in Abbildung 5.6 dargestellte, aus Multiplex-Siebdruckplatten in den Abmessungen  $15 \times 40 \times 50$  cm (B  $\times$  H  $\times$  L) wasserdicht gefertigte Versuchskasten, in dessen Front eine  $20 \times 20$  cm<sup>2</sup> große quadratische Glasscheibe zur Versuchsbeobachtung eingelassen ist. Eine im Boden tief eingebettete Stahlplatte wird über mehrere, etwa gleich starke Hammerschläge horizontal gegen den Boden bewegt. Es wurde von ebenen Randbedingungen ausgegangen, um den Vorgang im Boden infolge der schlagartigen

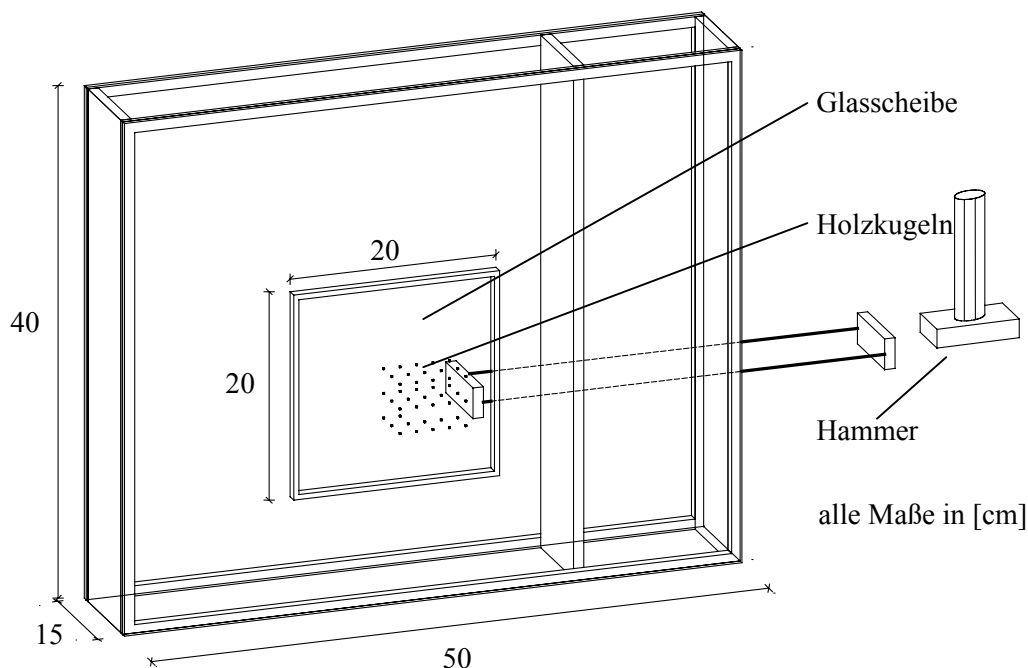


Abbildung 5.6: Skizze des Versuchsaufbaus zur Durchführung der Impulsschlagversuche

Plattenverschiebung durch die Glasscheibe des Versuchskastens beobachten zu können. Zur Markierung dienten wieder die farbigen Holzkugeln, die direkt an der Glasscheibe positioniert wurden. Mit Hilfe einer auf die Glasscheibe aufgebrauchten Millimeterskalierung konnte die Bewegung der Kugeln verdeutlicht werden. Die aufgrund der schlagartig aufgebrauchten Belastung sehr schnell ablaufenden Vorgänge im Boden wurden mit einer 500 schwarz-weiß-Bilder pro Sekunde aufnehmenden Hochgeschwindigkeitskamera gefilmt.

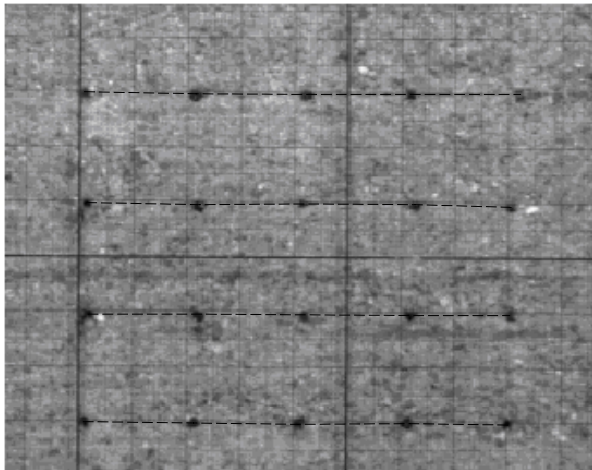
### c) Versuchsergebnis

Anhand der Einzelbilder der Abbildung 5.7, die den Filmsequenzen (siehe CD unter [Bodenmechanische 1g- Modellversuche]) entnommen wurden und die ausschnittsweise einen Versuch mit trockenem, mitteldicht gelagertem Grobsand zeigen, können Verschiebungsbereiche im Boden erkannt werden, die qualitativ denen entsprechen, die in den Versuchen des Kapitels 3.3 bzw. denen der voranstehend beschriebenen Anschauungsversuche entsprechen. Bei dem in Abbildung 5.7 dargestellten Versuch wurde die Stahlplatte in fünf hintereinanderfolgenden Schlägen impulsartig gegen den Boden bewegt, wobei jedes Bild den Zustand nach einem Schlag wiedergibt. Da die Platte schlagartig bewegt wird, setzen sich vermehrt einzelne Sandkörner zwischen die Glasscheibe und die Stahlplatte, wodurch die Platte schlechter sichtbar ist. Daher wurde die Plattenposition in den Bildern besonders gekennzeichnet. Die eingezeichneten gestrichelten Linien verdeutlichen die Bewegung der im Sand eingebetteten Holzkugeln, jeweils bezogen auf den Ausgangszustand.

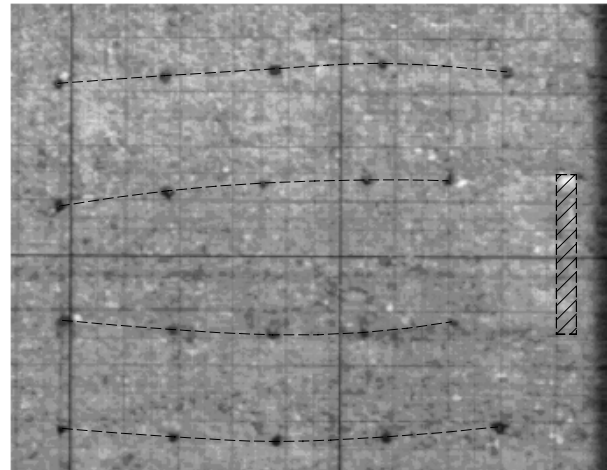
Im Vergleich zu den voranstehend beschriebenen Modellversuchen ist hier eine grundbruchartige Bewegung der Sandkörner sowohl oberhalb als auch unterhalb der einwirkenden Stahlplatte zu beobachten, wobei die Bewegung des Bodenbereiches oberhalb der Platte deutlich ausgeprägter ist, ähnlich zu den physikalischen Vorgängen, die bei den Anschauungsversuchen zur Wirkungsweise des Düsenstrahlverfahrens studiert werden konnten.

Im übrigen gelten die grundsätzlichen Erkenntnisse des Kapitels 5.2.2. Insbesondere macht sich bei wassergesättigtem Boden der durch die schlagartige Lastaufbringung entstehende Porenwasserüberdruck bemerkbar. Bei gleichem Impuls dringt die Platte bei dicht gelagertem, wassergesättigtem Sand weiter ein als bei dicht gelagertem, trockenem oder feuchtem Sand. Infolge des entstehenden Porenwasserüberdrucks werden die Korn- zu Korn- Spannungen und damit der Scherwiderstand im Boden vermindert, so dass der Grundbruchwiderstand geringer ist.

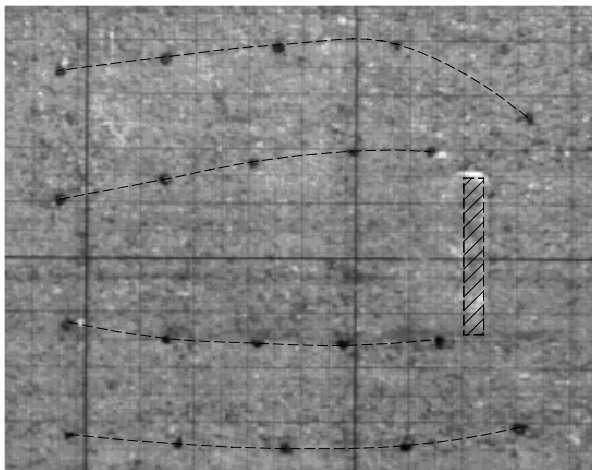
In der Abbildung 5.8 sind von links nach rechts 12 im Zeitabstand von 1/500 Sekunde aufgenommene Fotos zusammengestellt, die die Bewegung der Sandkörner während eines Impulsschlages zeigen. Insbesondere im 2. und 3. Bild sind die Bewegungsrichtungen einzelner Sandkörner, die sich unmittelbar vor der schlagartig gegen den Boden bewegten Stahlplatte befinden, im Zeitraffer zu erkennen. Infolge des Impulsschlages entsteht unmittelbar hinter der Platte ein Hohlraum, der sofort nach dem Schlag einfällt.



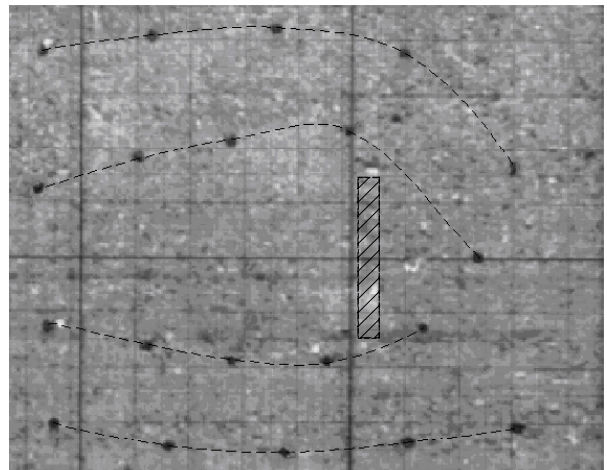
Ausgangszustand



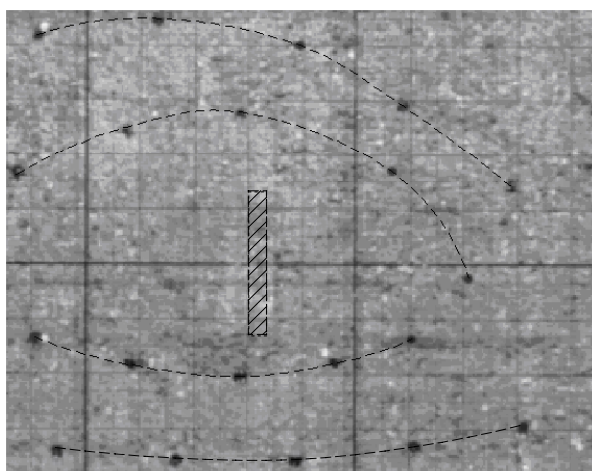
Bewegung der Sandkörner nach dem 1. Impulsschlag



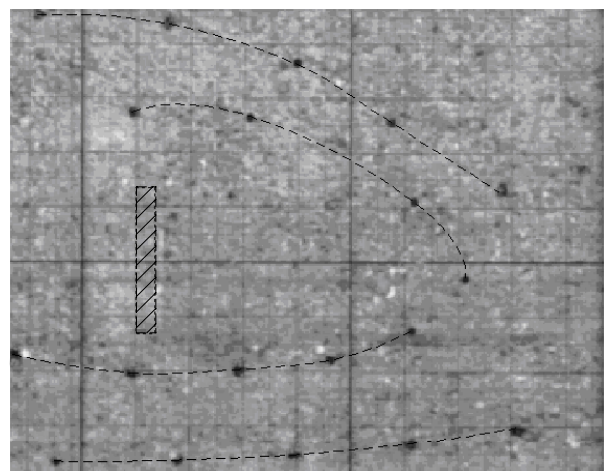
Bewegung der Sandkörner nach dem 2. Impulsschlag



Bewegung der Sandkörner nach dem 3. Impulsschlag



Bewegung der Sandkörner nach dem 4. Impulsschlag



Bewegung der Sandkörner nach dem 5. Impulsschlag

Abbildung 5.7: Hochgeschwindigkeitsaufnahmen eines horizontalen Grundbruchvorgangs im Sand infolge einer impulsartigen Einwirkung

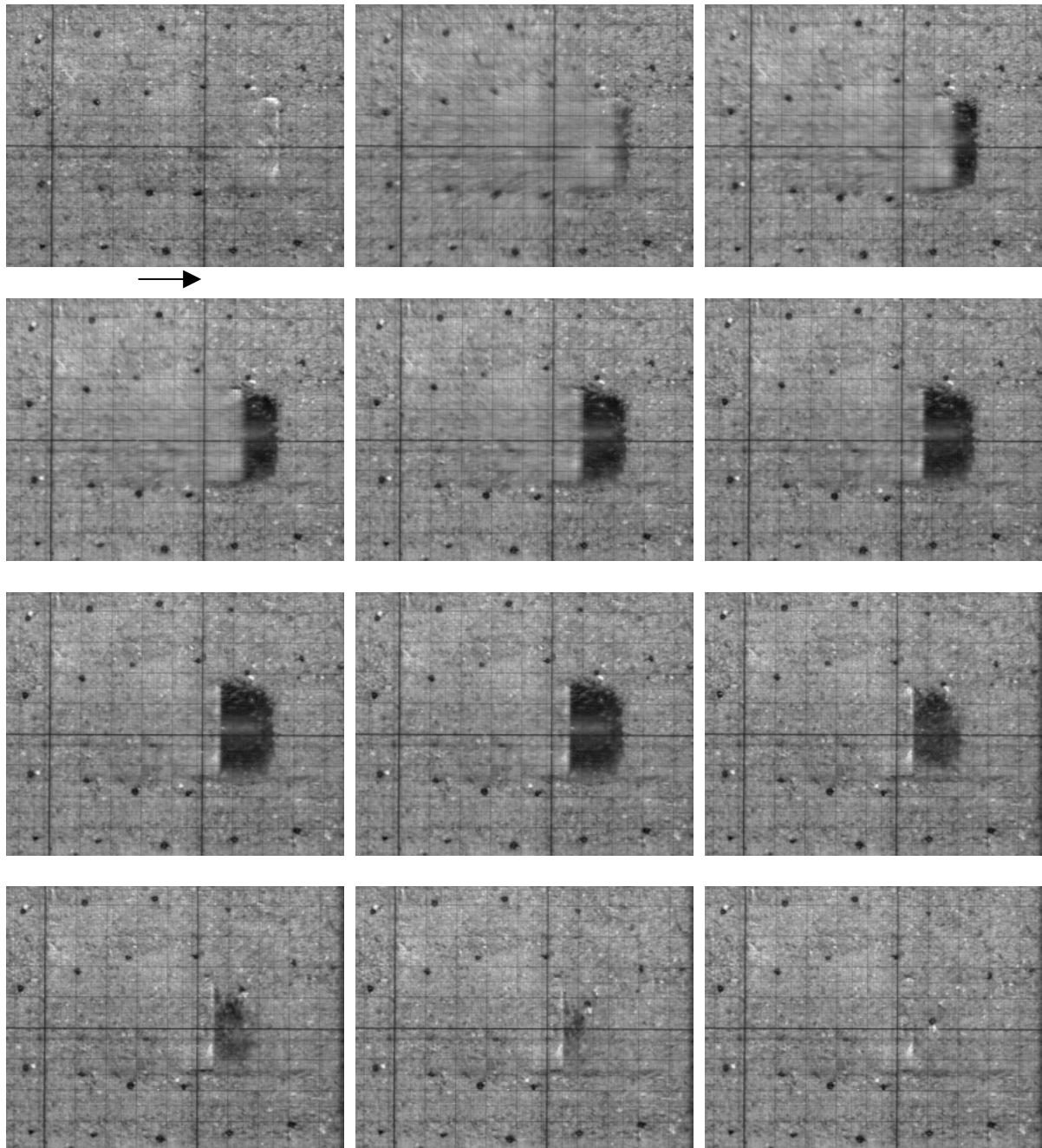


Abbildung 5.8: im Zeitabstand von 1/500 Sekunde aufgenommene Bilder eines horizontalen Grundbruchvorgangs im Sand infolge einer impulsartigen Einwirkung

### **5.3 Anschauungsversuche zur Beschreibung des Bodenwiderstandes während des Ziehens des Jet-Gestänges**

#### **5.3.1 Ziel**

Bei Beginn des Düsens nach dem Abteufen des Jet Gestänges entsteht zunächst der anhand der Anschauungsversuche (siehe Kapitel 3.3 und 5.2) erklärte Wechselwirkungsprozess zwischen der Einwirkung des Düsenstrahls und dem Widerstand des Bodens gegen ein walzenartiges Herausschieben aus dem umgebenden Bodenbereich. Bei diesem ersten Eindringen des Schneidstrahls ist der Widerstand wegen der „allseitigen Einspannung“ des betrachteten „Grundbruchkörpers“ besonders groß. Hierdurch wird die Reichweite des Düsenstrahls, d. h. der letztendlich erreichte Durchmesser der Jetsäule maßgeblich beeinflusst.

Schon beim Drehen des Jet- Gestänges, noch auf dem Bohrlochtiefsten, steht nach dem ersten Eindringen des Hochdruckstrahls eine zusätzliche freie Fläche zur Verfügung, die den Bodenwiderstand bei dem grundbruchartigen Vorgang zur Verbreiterung des Jet- Kanals geringer werden lässt als beim ersten Eindringen den Düsenstrahls. Die Vermutung besonders großer Widerstände beim ersten Eindringen des Düsenstrahls in den Boden wird von der Ausführungspraxis gestützt, nach der das Jet-Gestänge vor dem Ziehen längere Zeit in der Anfangstiefe gedreht wird, um so die Einwirkungsintensität zu erhöhen.

Wird das Jet-Gestänge gezogen, kann eine vom Düsenstrahl beaufschlagte Bodenscholle (siehe Abbildung 5.13) nach unten in den bereits geschnittenen, mit (Rücklauf-) Suspension gestützten zylinderförmigen Raum herausbrechen. Da dieses Bruchversagen in Richtung einer nur unter Suspensionsstützung stehenden „freien“ Fläche erfolgt und zusätzlich die Eigengewichtskräfte des Bruchkörpers den Bruchvorgang unterstützen, stellt sich dem Düsenstrahl ein wesentlich kleinerer Widerstand als zu Beginn der Säulenherstellung entgegen.

Mit einer neuen Versuchsanordnung wird das Bruchversagen beim Auftreffen des Hochdruckstrahles auf den Boden während des Ziehens (unter gleichzeitigem Drehen) des Jet-Gestänges anschaulich dargestellt, um hieraus ein rechnerisches Modell zur Ermittlung des Bodenwiderstandes auch in dieser Herstellungsphase der Jetsäule zu entwickeln.

#### **5.3.2 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung**

Für die Versuche wurde ein in Abbildung 5.9 dargestellter Versuchskasten aus Multiplex-Siebdruckplatten in den Abmessungen 50 x 40 x 50 cm (B x H x L) gebaut, dessen Front eine Glasscheibe bildet. Feinmaschige Stahlsiebe, die zunächst gegen den Kastenboden und gegen eine Stirnwand des Versuchscontainers abgestützt waren, begrenzen das „suspensionsgestützte Bohrloch“ und die bereits hergestellte „Suspensionssäule“, wobei vereinfacht ebene Randbedingungen abgebildet wurden. Nach Einbau des Versuchssandes in den oberen Bereich des

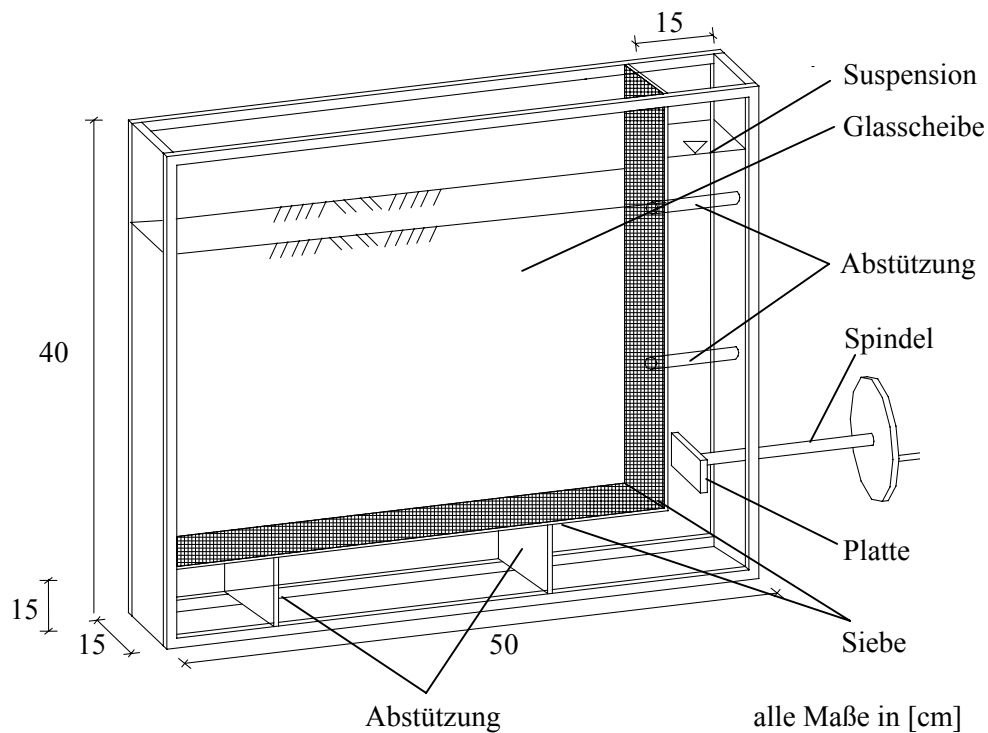


Abbildung 5.9: Skizze des Versuchsaufbaus

Versuchskastens wurde Bentonitsuspension in den durch die Siebe abgegrenzten Raum eingefüllt. Nun konnten die Abstützungen und die Siebe entfernt werden, da der Sand sowohl an der horizontalen als auch an der vertikalen Fläche von der Bentonitsuspension gestützt wurde. Der Boden wurde beim Einbau durch dünne farbige Sandschichten horizontal markiert.

Zur Erzeugung des Bruchzustandes wurde eine zur Verminderung der Reibung mit einer hochviskosen Vaseline eingefettete und mit einer Folie überzogene Stahlplatte über eine Spindel kontinuierlich langsam horizontal gegen den Boden bewegt. Das Entstehen des Bruchkörpers wurde mit einer digitalen Videokamera aufgenommen.

### 5.3.3 Ergebnis

Die in Abbildung 5.10 dargestellten Einzelbilder, die den Filmsequenzen entnommen wurden, zeigen das Entstehen eines Bruchkörpers, das wie folgt beschrieben werden kann: Infolge der über die Platte horizontal einwirkenden Kraft wird der Boden zunächst verdichtet - sofern im Ausgangszustand nicht eine dichte Lagerung erreicht wurde -. Anschließend rutscht ein mehr oder weniger monolithischer Bodenbereich auf einer schmalen Scherzone nach unten in die suspensionsgestützte Jet-Säule ab. Die Gleitfläche verläuft bei Versuchen mit Sand in dichter Ausgangslagerung (Abbildung 5.12) steiler als bei lockerer Lagerung (Abbildung 5.11). Die geometrische Form des bei räumlichen Randbedingungen in die suspensionsgestützte Jet-Säule abgleitenden Bodenkörpers wurde näherungsweise bei Umkehrung der Schwerkraftbedingungen in einem weiteren Modellversuch dargestellt. Eine unmittelbar unter der Ober-



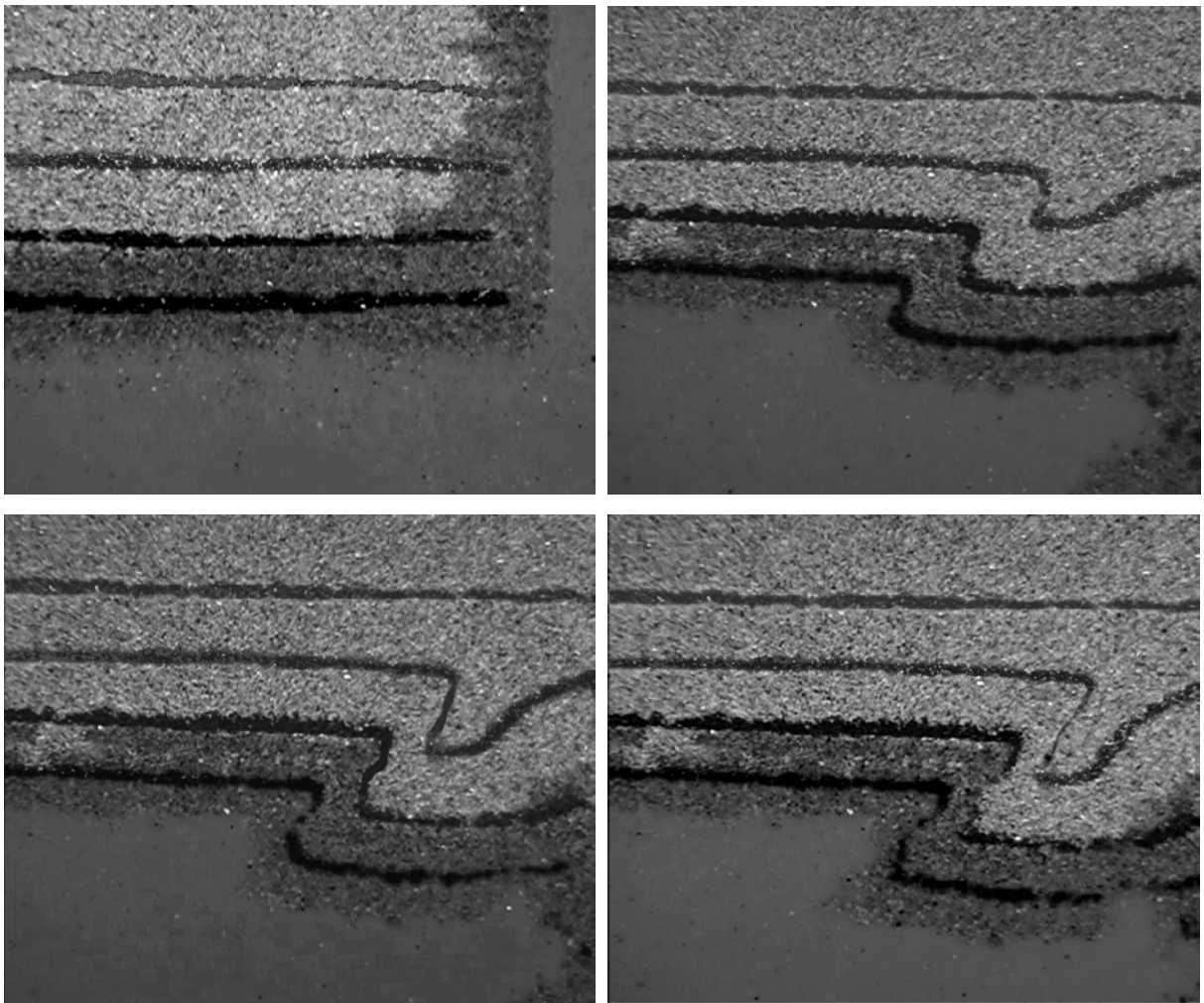


Abbildung 5.10: Bruchvorgang infolge einer horizontalen Einwirkung

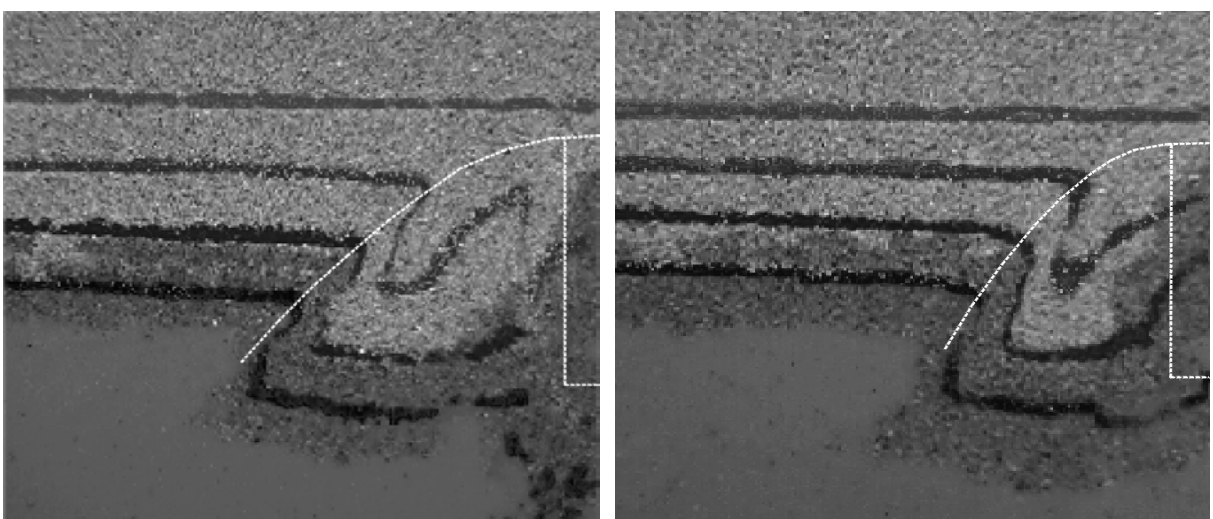


Abbildung 5.11: lockere Lagerung des Sandes  
im Ausgangszustand  
flacher Verlauf der Gleitfuge

Abbildung 5.12: dichte Lagerung des Sandes  
im Ausgangszustand  
steiler Verlauf der Gleitfuge

fläche eines feucht eingebauten Sandes angeordnete runde Stahlplatte wurde horizontal gegen den Boden bewegt. Der entstandene Bruchkörper kann aufgrund der scheinbaren Kohäsion des Versuchssandes von der Gleitfläche abgehoben und durch einen Gipsabguss ersetzt werden (Abbildung 5.13). Beim Ziehen des Jet-Gestänges sind zwar generell Bruchkörper der in Abbildung 5.13 dargestellten Form zu erwarten, wobei aber der Verlauf der Gleitfläche im Detail wegen der Umkehrung der Schwerkraftbedingungen in diesem Anschauungsversuch abweichen kann.



Abbildung 5.13: Zwei unterschiedliche Perspektiven der sich infolge einer horizontalen Einwirkung ausbildenden Bruchmuschel

## 5.4 Versuche zur Messung des Porenwasserüberdrucks

### 5.4.1 Ziel

Schon eine überschlägliche rechnerische Abschätzung des Widerstandes, den der Boden dem grundbruchartigen, walzenförmigen Herausbrechen entgegensetzt, zeigt, dass der vom Schneidstrahl erzeugte Druck infolge Strömung nur eine geringe Reichweite zur Folge hätte, wenn der Scherwiderstand des Bodens voll wirksam ist. Es liegt die Vermutung nahe, dass die in der Baupraxis mit dem Düsenstrahlverfahren erreichten Säulendurchmesser nur dann rechnerisch mit einem „Grundbruchmodell“ nachweisbar sind, wenn die Scherfestigkeit des Bodens durch Porenüberdruck wesentlich reduziert wird. In den Anschauungsversuchen zum Wirkungsprozess beim Düsenstrahlverfahren (siehe Kapitel 3.3) wurde beobachtet, dass die walzenförmige Bewegung im Boden nur in wassergesättigten Bodenbereichen auftrat, wodurch obige Vermutung gestützt wird.

In einer letzten Versuchsreihe sollte der Porenwasserüberdruck in einem Element eines unter Auftrieb stehenden Grobsandes bei Annäherung eines Hochdruckwasserstrahls gemessen werden.



### 5.4.2 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Zur Durchführung der Versuche diente der in Abbildung 5.14 dargestellte, aus Multiplex-Siebdruckplatten in den Abmessungen 15 x 70 x 70 cm (B x H x L) wasserdicht gefertigte Versuchscontainer, dessen Front eine Glasscheibe zur Versuchsbeobachtung bildet. Der

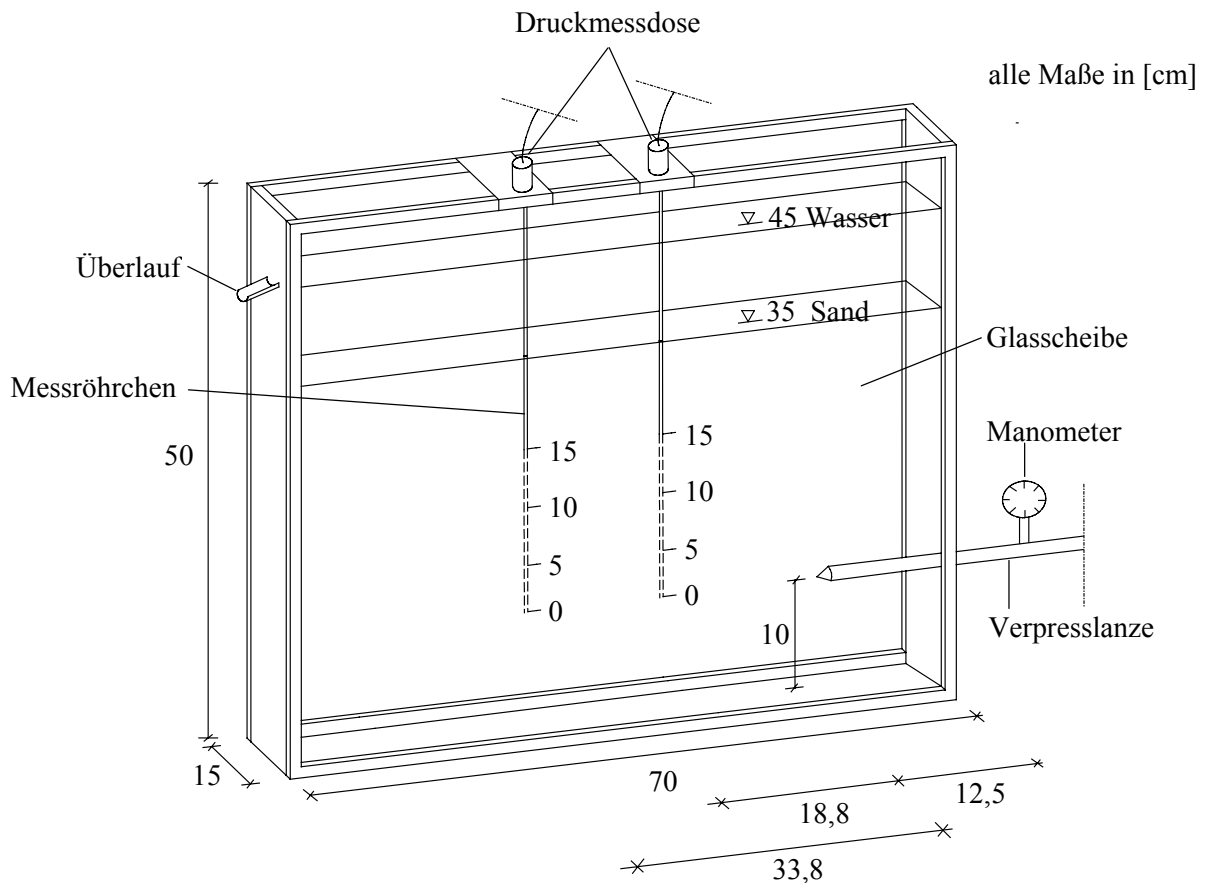


Abbildung 5.14: Systemskizze des Versuchsaufbaus zur Messung des Porenwasserüberdrucks

Sandeinbau erfolgte unter Wasser in dichter Lagerung, welche durch Verdichtung mit einem definierten Fallgewicht - eine Art nachgebautem Proctorhammer - erreicht wurde. Durch eine unmittelbar an der Glasscheibe angeordnete Düse ( $\varnothing 1,98$  mm), die an einer mit einer druckerzeugenden Hochdruckpumpe verbundenen Lanze montiert war, wurde Wasser unter Drücken von 30, 50 und 70 bar in den Sand verpresst.

Die offene Spitze eines wassergefüllten Messröhrchens (Innendurchmesser 1 mm) wurde in einem horizontalen Abstand von der Hochdruckdüse von 18,8 cm bzw. 33,8 cm in der Strahlachse selbst sowie gemäß Abbildung 5.14 zusätzlich auch in einem vertikalen Abstand von der Strahlachse von 5 cm, 10 cm und 15 cm montiert. Das andere Ende des Messröhrchens

war mit einer Druckmessdose (Messbereich 1 bar), die an eine Vielstellenmessanlage angeschlossen war, verbunden.

Mit Hilfe der Aufnahmen einer im Versuch mitlaufenden Videokamera konnte die jeweilige Position des Strahlkopfes festgestellt werden, so dass eine Zuordnung von gemessenem Porenwasserüberdruck und der Entfernung zwischen Strahlkopf und Messpunkt möglich war.

Jeder Versuch wurde zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit dreimal wiederholt, so dass insgesamt bei 8 Messpunkten 24 Versuche durchgeführt wurden. Der Pumpendruck schwankt in den ersten Sekunden eines Versuches um den eingestellten Verpressdruck (30, 50 bzw. 70 bar), bevor ein konstanter Druck aufgebaut ist. Dieses maschinentechnisch bedingte Problem lässt die Ergebnisse einer mit identischen Randbedingungen ausgeführten Versuchsreihe um bis zu 20 % von einander abweichen. Da aber von diesen Versuchen mehr qualitative als quantitative Aussagen zur Entwicklung des Porenwasserüberdruckes erwartet wurden, war eine Veränderung des Versuchsaufbaus mit dem Ziel, die Streuung der Messwerte zu verringern, nicht erforderlich.

### 5.4.3 Ergebnis

Exemplarisch wird das Ergebnis der Porenwasserdruckmessung für einen Verpressdruck von 30 bar und einen horizontalen Abstand der vier übereinander liegenden Messpunkte von

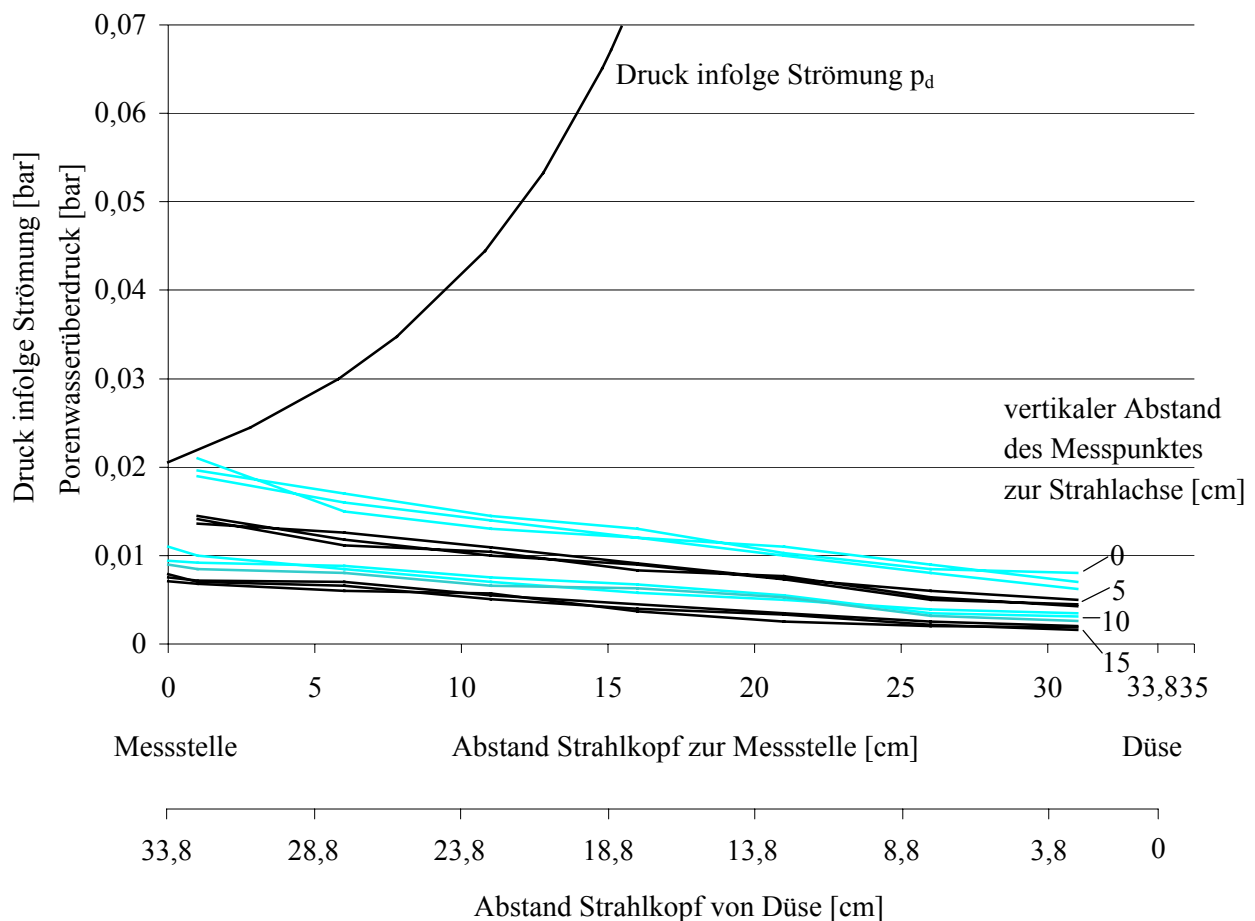


Abbildung 5.15: gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfes von der Messstelle

33,8 cm zur Düse diskutiert. Eine der Abbildung 5.15 entsprechende Auftragung der übrigen Versuchsergebnisse findet sich im Anhang B.

In der Abbildung 5.15 ist auf der Abszisse der horizontale Abstand zwischen dem Strahlkopf und dem Messpunkt bzw. der Abstand zwischen dem Strahlkopf und der Düse aufgetragen. Die Ordinate gibt den gemessenen Porenwasserdruck abzüglich des hydrostatischen Wasserdruckes, d. h. den durch den Düsenstrahl erzeugten Porenwasserüberdruck, an. Parameter der (jeweils 3) Kurven des gemessenen Porenwasserüberdruckes ist der vertikale Abstand  $z$  des Messpunktes von der Strahlachse.

Zusätzlich ist der rechnerisch aus der Gleichung (4.45a) (Kapitel 4.4.4) mit den Parametern  $p_p = 30 \text{ bar}$ ;  $b_0 = 1,98/2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ;  $H = L/6,55$  mit  $L =$  Entfernung zwischen Düse und momentanem Strahlkopf;  $\mu = 0,965$  ermittelte durchschnittliche Druck  $p_d$  infolge Strömung aufgetragen.

Die Abbildung 5.15 führt zu folgenden Aussagen:

- Unmittelbar nach Beginn des Düsens ist bereits ein - wenn auch kleiner - Porenwasserüberdruck an allen Messstellen im wassergesättigten Boden messbar.
- Der Porenwasserüberdruck steigt mit abnehmender Entfernung zwischen Strahlkopf und Messstelle an und erreicht - bei Extrapolation der Messwerte - für  $z = 0$  den rechnerisch ermittelten Druck infolge Strömung  $p_d$ . An den Messstellen  $z = 0 \text{ cm}$  und  $z = 5 \text{ cm}$  konnte die Messung des Porenwasserüberdruckes nicht so lange durchgeführt werden bis der Strahlkopf die Messstelle erreichte, da bereits vorher der Boden durch den Düsenstrahl gelöst wurde und der Versuch damit beendet war.
- Der gemessene Porenwasserüberdruck ist umso größer, je geringer der vertikale Abstand zwischen dem Messpunkt und der Strahlachse ist.
- Der gemessene Porenwasserüberdruck ist umso größer, je geringer der horizontale Abstand zwischen Düse und der Messpunktreihe ist (vergleiche Diagramme im Anhang B).

In der Abbildung 5.16 ist der gemessene Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit vom vertikalen Abstand zwischen Messstelle und Strahlachse für alle verwendeten Druckstufen aufgetragen, wenn der horizontale Abstand zwischen Strahlkopf und (vertikaler) Messebene noch 1,5 cm beträgt. Diese Auftragung bestätigt obige Aussagen, dass der Porenwasserüberdruck umso größer ist,

- je kleiner der vertikale Abstand zwischen Messpunkt und Strahlachse,
- je größer der Pumpendruck  $p_p$  und
- je geringer der horizontale Abstand zwischen der (vertikalen) Messebene und der Düse ist.

Ein grober quantitativer Vergleich zwischen den effektiven Vertikalspannungen infolge Bodeneigengewicht und dem gemessenen Porenwasserüberdruck  $p_u$  (z. B. Abbildung 5.16) zeigt, dass bei den durchgeführten Versuchen zumindest in der Nähe des Strahlkopfes eine vollständige Aufhebung der effektiven Spannungen bei der Bedingung  $\sigma'_z = \gamma' \cdot t = p_u$  und damit eine Verflüssigung des Bodens möglich ist. Mit  $\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3$  ergeben sich die in der Tabelle 5.1 angegebenen effektiven Vertikalspannungen infolge von Bodeneigengewicht in den einzelnen Messpunkten.

vertikaler Abstand Messpunkt - Strahlachse z [m]	0	0,05	0,10	0,15
Überdeckungshöhe [m]	0,25	0,20	0,15	0,10
$\sigma'_z$ [bar]	0,025	0,020	0,015	0,010

Tabelle 5.1: Effektive Vertikalspannung in den Messpunkten

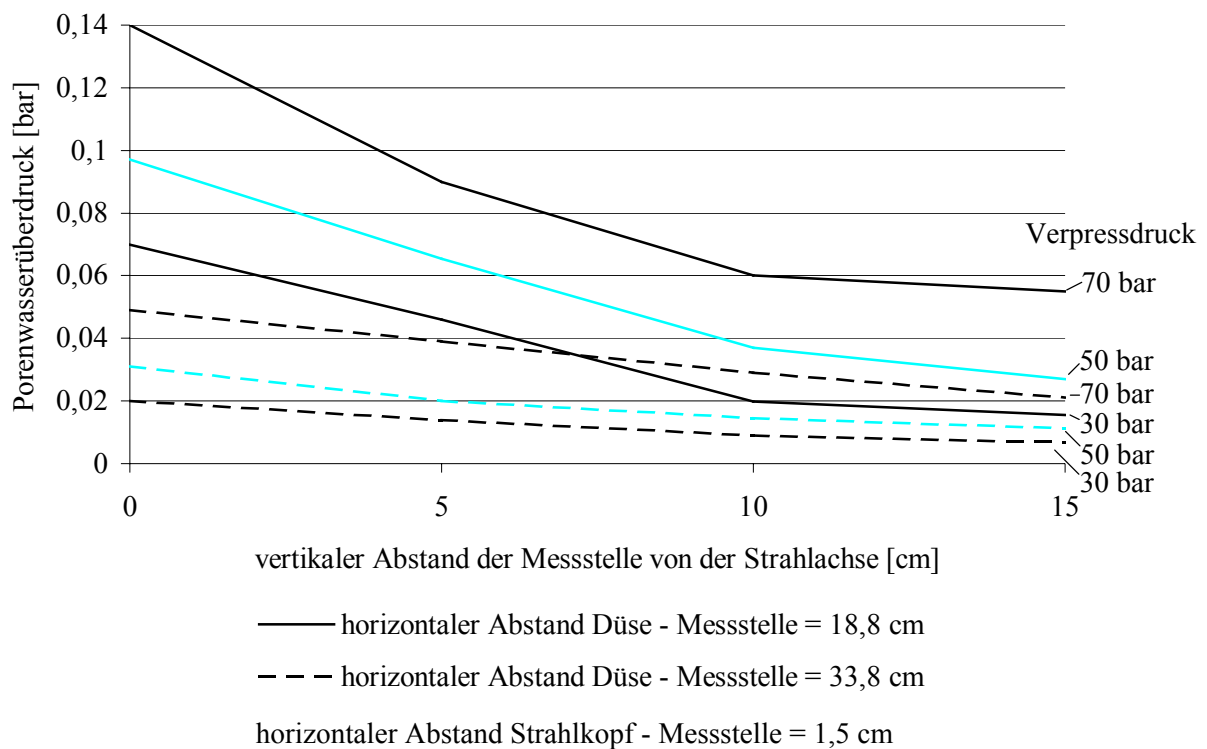


Abbildung 5.16: Abnahme des Porenwasserüberdrucks mit zunehmendem vertikalen Abstand der Messstelle von der Strahlachse

## 5.5 Rechnerische Ermittlung des Grundbruchwiderstandes

### 5.5.1 Einführung

In der Abbildung 5.17 ist die hypothetische Modellvorstellung zum horizontalen Grundbruch prinzipiell erläutert, auf der die nachstehende Herleitung basiert:

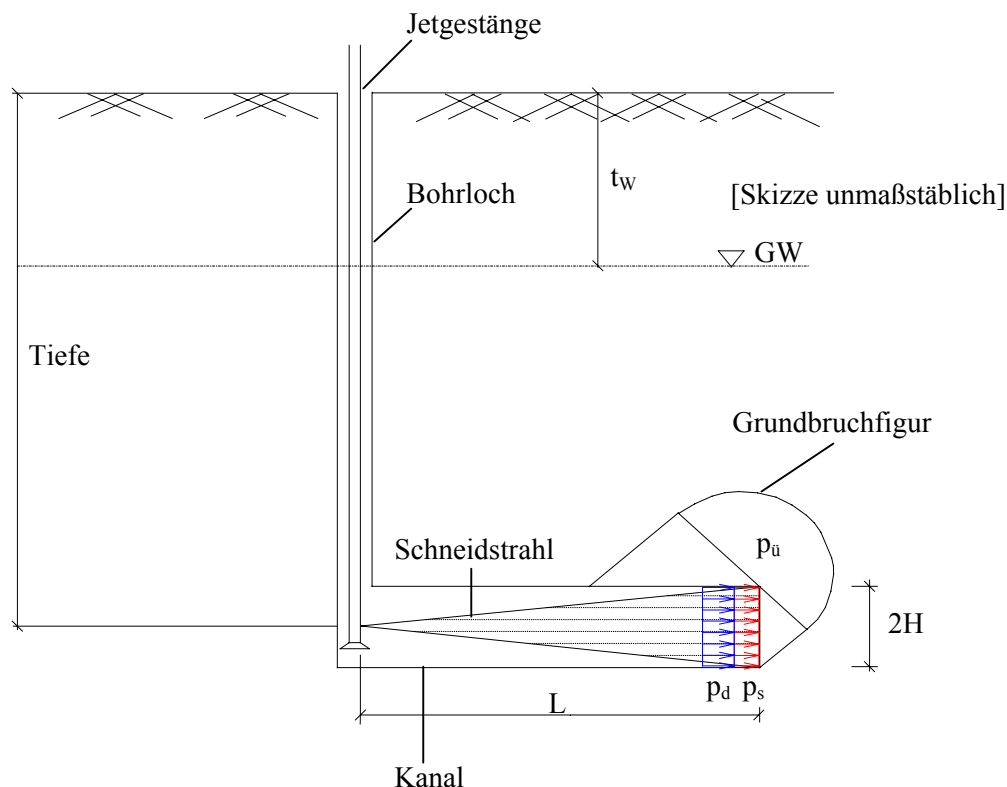


Abbildung 5.17: Systemskizze der physikalischen Abläufe im Boden

Beim ersten Eindringen des Schneidstrahls in den Boden wird ein mit zunehmender Länge sich verbreitender Kanal geschaffen, dessen Geometrie durch die Abbildung 4.13 und letztendlich durch die einfache Gleichung (4.41) beschrieben ist.

Ein Fortschreiten der Eindringlänge  $L$  erfordert ein grundbruchartiges Verdrängen des Bodens an der „Ortsbrust“ durch den Kopf des Düsenstrahls (Wendebereich), ein Zurückfördern des gelösten und in die Suspension eingemischten Bodens im Gegenstrom im Kanal sowie schließlich ein Aufsteigen des Boden-Suspensionsgemisches durch das Bohrloch zur Geländeoberfläche.

Mit Gleichung (4.53) kann der durchschnittliche Druck infolge Strömung  $p_d$ , den der Düsenstrahlkopf auf die (momentane) Ortsbrust ausübt, berechnet werden. Der hydrostatische

Druck der Suspension  $p_s = \gamma_R \cdot t$  überlagert zusätzlich die Druckverhältnisse im betrachteten Kanal.

Aus Sicht des Autors konnte die aus den Versuchen des Kapitels 3 abgeleitete Hypothese, dass - nach einer ersten Verdichtungsphase bei locker und mitteldicht gelagerten Böden - eine Verlängerung (bei gleichzeitiger Erweiterung) des Kanals einen grundbruchartigen Vorgang an der „Ortsbrust“ erfordert, der zu einer walzenförmigen Bewegung eines Bodenbereiches in den Kanal hinein führt, mit den ausgeführten Modellversuchen des Kapitels 5.2 ausreichend bestätigt werden. Für die Erzeugung des grundbruchartigen Vorgangs ist wohl die Entstehung eines Porenfluidüberdruckes, der mit den in Kapitel 5.4 erläuterten Versuchen nachgewiesen wurde, von wesentlicher Bedeutung. Bei grobporigen Böden, in die die Suspension eindringen kann, wird es sich um einen Porensuspensionsüberdruck, im übrigen um einen Porenwasserüberdruck handeln; nachfolgend wird allgemein von einem Porenfluidüberdruck gesprochen.

Ziel der folgenden Herleitung ist die rechnerische Ermittlung des (horizontalen) Grundbruchwiderstandes  $\sigma_B$  [kN/m<sup>2</sup>] unter Berücksichtigung des Porenfluidüberdruckes, um mit der Bedingung des Gleichgewichts zwischen Einwirkung und Widerstand

$$p_d + p_s = \sigma_B \quad (5.1)$$

die maximale Länge eines vom Düsenstrahl erzeugten Kanals berechnen zu können. Hierbei werden nur kohäsionslose Böden betrachtet.

### 5.5.2 Berechnung des Grundbruchwiderstandes bei ebenen Verformungsrandbedingungen

#### a) Annahmen, Voraussetzungen und Randbedingungen

Die Abbildung 5.18 zeigt als Systemskizze den betrachteten horizontalen Grundbruchvorgang bei ebenen Verformungsrandbedingungen. Die nachfolgenden Herleitungen gehen von Annahmen und Voraussetzungen aus bzw. berücksichtigen die folgend genannten Randbedingungen:

- Es wird ein nach oben, in den (rechteckigen) Kanal zurücklaufender Grundbruchvorgang betrachtet, da der Grundbruchwiderstand für einen entsprechenden, sich nach unten ausbildenden Bruchvorgang größer ist, weil hier das Bodeneigengewicht im Prandtl'schen Übergangsbereich und im passiven Rankine- Bereich den Scherwiderstand in der Grundbruchfuge erhöht (siehe Abbildung 5.18).

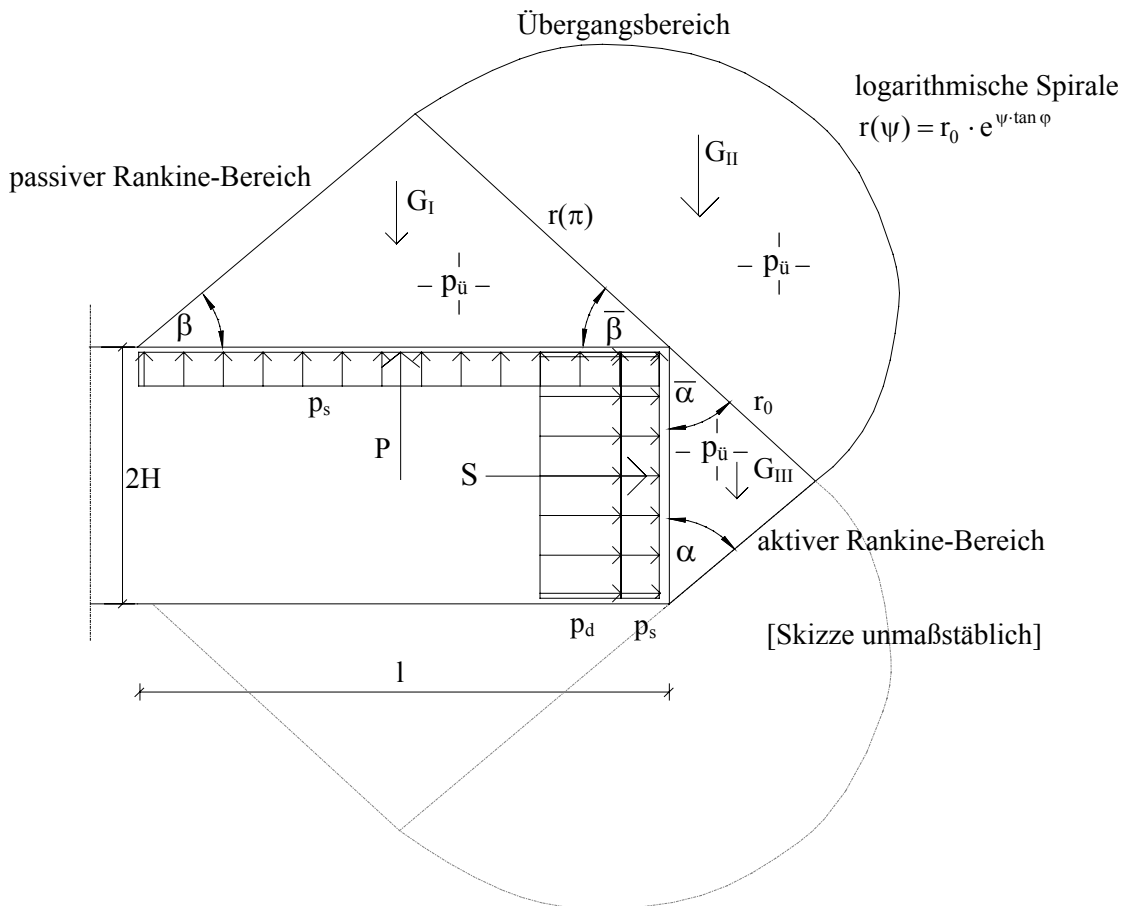


Abbildung 5.18: Systemskizze eines horizontalen Grundbruchvorgangs

- Die Geometrie des Grundbruchkörpers wird analog zu derjenigen, die bei zentrisch angreifender vertikaler Last nach der Theorie von Prandtl maßgebend ist, angesetzt, wobei der Öffnungswinkel des Übergangsbereichs mit  $180^\circ$  aber doppelt so groß ist. Der aktive Rankine- Bereich ist definiert durch die Breite  $2 \cdot H$  und den Winkel  $\alpha = 45^\circ + \varphi/2$ . Es folgt der Prandtl'sche Übergangsbereich, der geometrisch durch die logarithmische Spirale  $r = r_0 \cdot e^{\psi \cdot \tan(\varphi)}$  definiert ist. Im passiven Rankine- Bereich tritt der Winkel  $\beta = 45^\circ - \varphi/2$  auf. Diese Annahme über die Geometrie des Grundbruchkörpers kann nur Grundlage für eine erste Abschätzung der Größe des Grundbruchwiderstandes sein. Eine Lösung mit besserer Annäherung an die Wirklichkeit ist mit dem Charakteristiken Verfahren nach Kötter - Sokolowski denkbar, wobei insbesondere die gegenüber dem normalen Grundbruchfall geänderte Wirkungsrichtung der Wichte des Bodens zu beachten ist.
- Da die Geometrie der Zonen, in denen das plastische Grenzgleichgewicht erfüllt ist, als bekannt vorausgesetzt wird, kann aus dem „äußeren“ Gleichgewicht der an den drei Teilbruchkörpern angreifenden Kräfte der Grundbruchwiderstand berechnet werden.

- Auf die Wandungen des Porenkanals und damit sowohl auf die vertikale Fläche der „Ortsbrust“ als auch auf die horizontale des passiven Rankine- Bereichs wirkt der hydrostatische Flüssigkeitsdruck der Suspensionssäule

$$p_s = \gamma_R \cdot t. \quad (5.2)$$

Befindet sich ein Grundwasserspiegel in der Tiefe  $t_w$  unter der Geländeoberfläche, beträgt der für die Berechnung des Grundbruchwiderstandes maßgebende hydrostatische Druck

$$p_s = \gamma_R \cdot t - \gamma_w \cdot (t - t_w). \quad (5.2a)$$

Zusätzlich ist an der Ortsbrust der Druck infolge Strömung  $p_d$  wirksam.

- Der durch den Hochdruckstrahl erzeugte Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$  wird in die Berechnung durch Verminderung des hydrostatischen Flüssigkeitsdruckes  $p_s$  ( $p_s - p_{\bar{u}} =$  effektiver „Stützdruck“) eingebracht.
- Neben dem Porenfluidüberdruck hat der dynamisch in das Porensystem des Bodens eindringende Düsenstrahl auch noch eine innere, teilweise Zerstörung des Korngerüsts zur Folge, die hier, da sie im fluidgesättigten Boden stattfindet, als teilweise Verflüssigung bezeichnet wird. Bei einer vollständigen Verflüssigung haben die Kornbestandteile keinen Kontakt zueinander, es handelt sich um eine Suspension aus Fluid und Korn, die keine Scherfestigkeit infolge Reibung hat ( $\varphi = 0$ ). Die hier betrachtete teilweise Verflüssigung des Bodens wird durch einen abgeminderten Reibungswinkel wiedergegeben, der nach obigem für die Geometrie des Grundbruchkörpers maßgebend ist.
- Da das Maß der Verflüssigung innerhalb des Bruchkörpers - wegen der größeren Nähe zum Strahlkopf - größer sein wird als außerhalb, wird an den „inneren“ Gleitflächen ein Reibungswinkel  $\bar{\varphi} < \varphi$  angesetzt. Daher gilt in Abbildung 5.18:  $\bar{\alpha} = 45^\circ + \bar{\varphi}/2$  und  $\bar{\beta} = 45^\circ - \bar{\varphi}/2$ .

### b) Geometrische Beziehungen und rechnerisches Vorgehen

Mit obigen Annahmen und Voraussetzungen ist die geometrische Form des Grundbruchkörpers vom Durchmesser ( $2 \cdot H$ ) des Kanals und vom Reibungswinkel auf den inneren ( $\bar{\varphi}$ ) und äußeren ( $\varphi$ ) Gleitflächen abhängig. Es ergeben sich folgende geometrische Beziehungen (Abbildung 5.18):



$$r_0 = \frac{2 \cdot H \cdot \sin(\alpha)}{\sin(180^\circ - \bar{\alpha} - \alpha)} \quad (5.3)$$

$$r(\psi = \pi) = r_0 \cdot e^{\pi \cdot \tan(\varphi)} \quad (5.4)$$

Mit Gleichung (5.3) in Gleichung (5.4):

$$r(\pi) = \frac{2 \cdot H \cdot \sin(\alpha)}{\sin(180^\circ - \bar{\alpha} - \alpha)} \cdot e^{\pi \cdot \tan(\varphi)} \quad (5.5)$$

$$l = \frac{r(\pi) \cdot \sin(180^\circ - \bar{\beta} - \beta)}{\sin(\beta)} \quad (5.6)$$

Mit Gleichung (5.5) in Gleichung (5.6):

$$l = 2 \cdot H \cdot e^{\pi \cdot \tan(\varphi)} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \quad (5.7)$$

Zur Berechnung des Grundbruchwiderstandes werden die einzelnen Bereiche - passiver Rankine- Bereich, Prandtl'scher Übergangsbereich und aktiver Rankine- Bereich - freigeschnitten, wobei an den inneren und äußeren Schnittflächen, die zugleich Gleitflächen sind, jeweils eine Gleitflächenresultierende angebracht wird. Durch Erfüllen der drei Gleichgewichtsbedingungen  $\Sigma H = 0$ ,  $\Sigma V = 0$  und  $\Sigma M = 0$  - beginnend vom passiven Rankine- Bereich über den Übergangsbereich bis zum aktiven Rankine- Bereich - kann die gesuchte Grundbruchwiderstandsspannung  $\sigma_B = S/(2 \cdot H)$  (siehe Abbildung 5.18) bestimmt werden.

### c) Gleichgewichtsbedingungen am passiven Rankine- Bereich:

Als Unbekannte ergeben sich die beiden Gleitflächenresultierenden  $Q_{l,l}$  und  $Q_{l,r}$ , die im Winkel  $\varphi$  bzw.  $\bar{\varphi}$  zur Gleitflächen-Normalen angreifen, und deren Angriffspunkte  $h_{l,l}$  und  $h_{l,r}$  (Abbildung 5.19).

Die zur Herleitung der unbekanntenen Größen erforderlichen geometrischen Beziehungen lauten unter Berücksichtigung der Gleichungen (5.3) bis (5.7):

$$l_1 = 2 \cdot H \cdot e^{\pi \cdot \tan(\varphi)} \cdot \frac{\tan(\alpha) \cdot \sin(\bar{\beta})}{\cos(\bar{\alpha}) + \sin(\bar{\alpha}) \cdot \tan(\beta)} \quad (5.8)$$

$$l_2 = 2 \cdot H \cdot e^{\pi \cdot \tan(\varphi)} \cdot \frac{\cos(\bar{\beta})}{\cos(\bar{\alpha}) + \sin(\bar{\alpha}) \cdot \tan(\beta)} \quad (5.9)$$

$$a = 2 \cdot H \cdot e^{\pi \cdot \tan(\varphi)} \cdot \frac{\tan(\alpha) \cdot \sin(\bar{\beta})}{(\cos(\bar{\alpha}) + \sin(\bar{\alpha}) \cdot \tan(\beta)) \cdot \cos(\beta)} \quad (5.10)$$

$$x_{s,1} = \frac{2 \cdot l - l_1}{3} \quad (5.11)$$

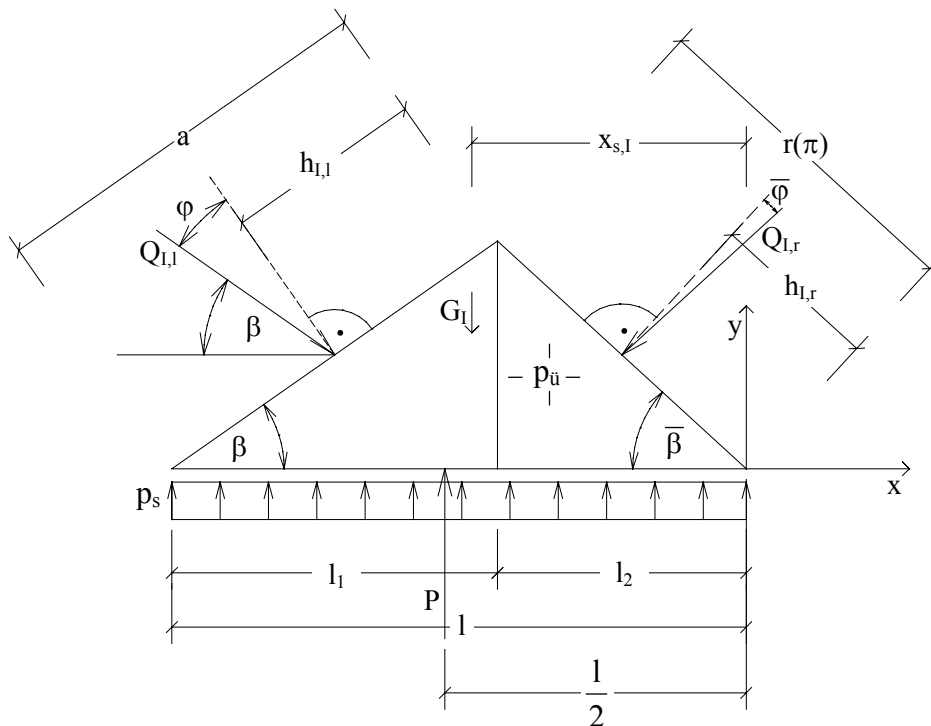


Abbildung 5.19: Kräfte und geometrische Größen im passiven Rankine- Bereich

Die Wichte des Bodens  $\gamma_B'$  wird unter Fluid- Auftrieb angesetzt, so dass sich mit dem Flächeninhalt  $F_{s,l} = \frac{1}{2} \cdot r(\pi) \cdot l \cdot \sin(\bar{\beta})$  die Gewichtskraft des passiven Rankine- Bereichs ergibt:

$$G_I = F_{s,l} \cdot \gamma_B' = \frac{1}{2} \cdot r(\pi) \cdot l \cdot \sin(\bar{\beta}) \cdot \gamma_B' \quad \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right]. \quad (5.12)$$

Die „Stützkraft“ P errechnet sich aus dem hydrostatischen Suspensionsdruck  $p_s$  abzüglich  $p_{\bar{u}}$  zu:

$$P = p_s \cdot l - p_{\bar{u}} \cdot l = l \cdot (\gamma_R \cdot t - p_{\bar{u}}) \quad \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right]. \quad (5.13)$$

Das System ist mit vier unbekanntem Größen ( $Q_{I,l}$ ,  $Q_{I,r}$ ,  $h_{I,l} \in [0, a]$  und  $h_{I,r} \in [0, r(\pi)]$ ), aber nur drei zur Verfügung stehenden Gleichgewichtsbedingungen 1- fach statisch unbestimmt. Aus  $\sum H$  und  $\sum V$  lassen sich die Kräfte  $Q_{I,l}$  und  $Q_{I,r}$  bestimmen, aus  $\sum M$  kann ein Hebelarm  $h_{I,l}$  oder  $h_{I,r}$  berechnet werden, wenn der entsprechend andere als freie Variable gewählt wird:

$$\begin{aligned} \sum H = 0: \quad & Q_{I,l} \cdot \cos(\beta) = Q_{I,r} \cdot \cos(\bar{\beta}) \\ \Leftrightarrow \quad & Q_{I,l} = \frac{Q_{I,r} \cdot \cos(\bar{\beta})}{\cos(\beta)} \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\sum V = 0: \quad Q_{I,l} \cdot \sin(\beta) + Q_{I,r} \cdot \sin(\bar{\beta}) + G_I - P = 0$$

$$\Leftrightarrow Q_{I,r} = \frac{P - G_I - Q_{I,l} \cdot \sin(\beta)}{\sin(\bar{\beta})} \quad (5.15)$$

Mit Gleichung (5.14) in (5.15) ergibt sich die Gleitflächenresultierende:

$$Q_{I,r} = \frac{P - G_I}{\sin(\bar{\beta}) + \tan(\beta) \cdot \cos(\bar{\beta})} \quad \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right] \quad (5.16)$$

Das Momentengleichgewicht wird um die Spitze des Dreiecks gebildet:

$$\sum M = 0: Q_{I,l} \cdot \cos(\varphi) \cdot h_{I,l} - Q_{I,r} \cdot \cos(\bar{\varphi}) \cdot (r(\pi) - h_{I,r}) + G_I \cdot (x_{s,I} - l_2) - P \cdot \left( \frac{1}{2} - l_2 \right) = 0 \quad (5.17)$$

$$\Leftrightarrow h_{I,r} = r(\pi) - \frac{Q_{I,l} \cdot \cos(\varphi) \cdot h_{I,l} + G_I \cdot (x_{s,I} - l_2) - P \cdot \left( \frac{1}{2} - l_2 \right)}{Q_{I,r} \cdot \cos(\bar{\varphi})} \quad [\text{m}] \quad (5.18)$$

Unter Einbeziehung der Gleichungen (5.14) und (5.16) sowie der oben hergeleiteten geometrischen Beziehungen lässt sich der Hebelarm  $h_{I,r} \in [0, r(\pi)]$  in Abhängigkeit des freien Parameters  $h_{I,l} \in [0, a]$  berechnen. Der Angriffspunkt der Gleitflächenresultierenden  $Q_{I,l}$  ist durch die Spannungsverteilung in der Gleitfläche bestimmt. Bei einer konstanten Verteilung der „Stützspannung“  $p_s = \gamma_R \cdot t$  und unter Vernachlässigung des Eigengewichtes könnte von einer ebenfalls konstanten Spannungsverteilung in der Gleitfläche ausgegangen werden, so dass die Resultierende  $Q_{I,l}$  in der Mitte der Gleitfuge angreift.

In Abbildung 5.20 ist die graphische Auswertung der für die Gleichung (5.18) durchgeführten Parameterstudie dargestellt, für die zusätzlich die Beziehungen

$$h_{I,l} = \lambda_{I,l} \cdot a \quad \text{und} \quad (5.19)$$

$$h_{I,r} = \lambda_{I,r} \cdot r(\pi) \quad \lambda_{I,l}, \lambda_{I,r} \in [0, 1] \quad (5.20)$$

eingeführt wurden. Je geringer der Unterschied zwischen dem angesetzten Reibungswinkel

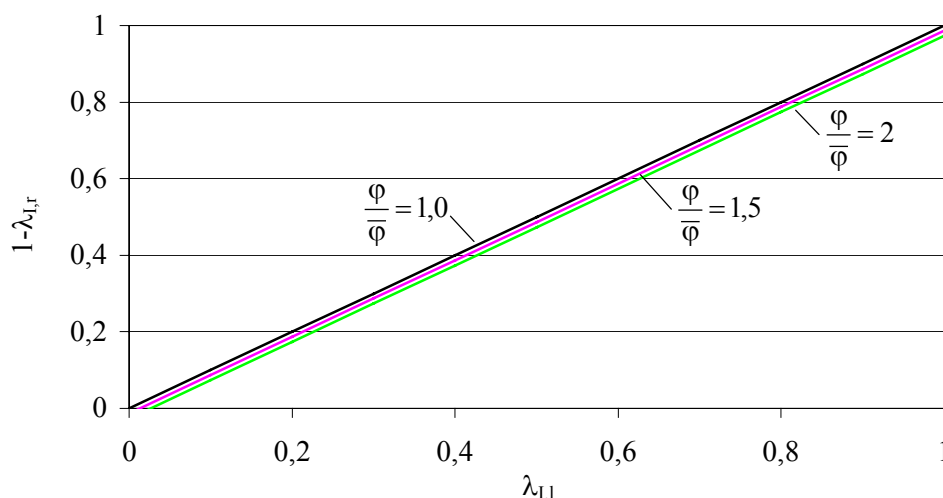


Abbildung 5.20: Gegenseitige Abhängigkeit der Angriffspunkte der Gleitflächenresultierenden  $Q_{I,l}$  und  $Q_{I,r}$

der inneren Gleitflächen ( $\bar{\varphi}$ ) zu dem der äußeren ( $\varphi$ ) ist, desto kleiner ist der Unterschied zwischen  $\lambda_{I,l}$  und  $1-\lambda_{I,r}$ ; für  $\varphi = \bar{\varphi}$  ist  $\lambda_{I,l} = 1-\lambda_{I,r}$ . Aber auch bei Verhältniswerten  $\frac{\varphi}{\bar{\varphi}} > 1$  ist mit  $\lambda_{I,l} \approx 1-\lambda_{I,r}$  eine „Symmetrie“ in der Anordnung von  $h_{I,l}$  und  $h_{I,r}$  zu erkennen.

#### d) Gleichgewichtsbedingungen am Prandtl'schen Übergangsbereich:

Mit der Gleitflächenresultierenden  $Q_{I,r}$  (Gleichung 5.16) und dem Hebelarm  $h_{I,r}$  (Gleichung (5.18)) können die im Übergangsbereich freigeschnittenen unbekanntes Kräfte  $Q_{II}$  und  $Q_{III,l}$  und deren Angriffspunkte, die mit der Länge  $h_{III,l}$  (für  $Q_{III,l}$ ) und dem Winkel  $\psi_0$  (für  $Q_{II}$ ) er-

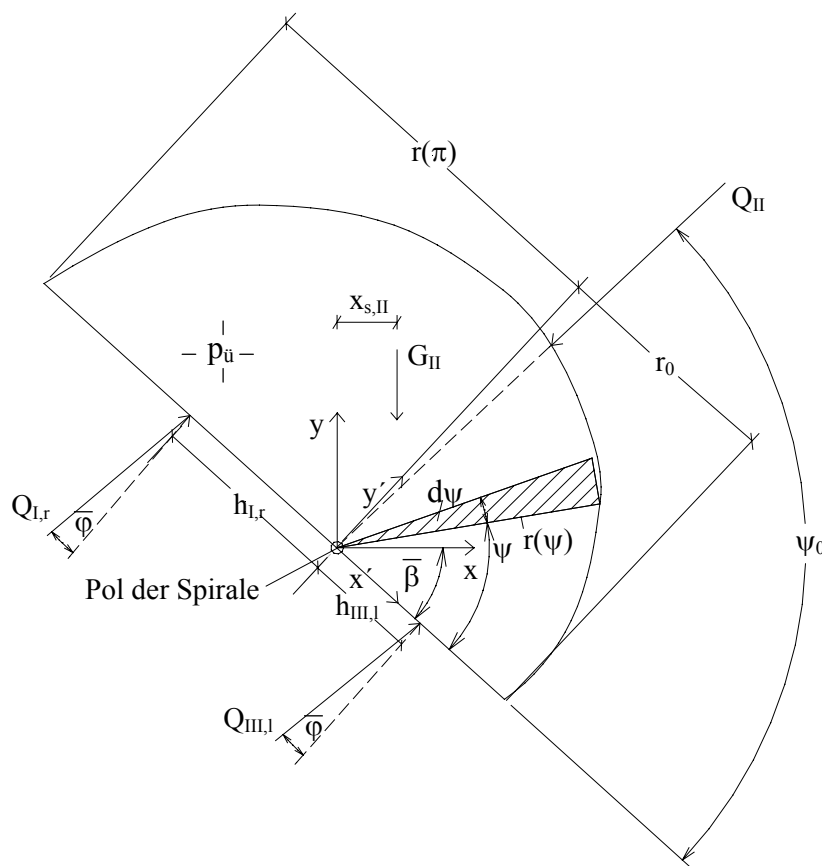


Abbildung 5.21: Kräfte und geometrische Größen im Übergangsbereich

fasst werden, berechnet werden (Abbildung 5.21). Auch in diesem Fall ist das System mit 4 Unbekannten, aber nur 3 Gleichgewichtsbedingungen 1-fach statisch unbestimmt, so dass zur Lösung des Gleichungssystems eine Unbekannte als freie Variable vorgewählt werden muss. Unter der Voraussetzung, dass die Gleitflächenresultierende  $Q_{II}$  durch den Pol der logarithmischen Spirale verläuft, kann die zur weiteren Berechnung erforderliche Kraft  $Q_{III,l}$  mit  $\sum M_{\text{Pol}}$  ermittelt werden. Als freier Parameter wird hier der Hebelarm  $h_{III,l}$  von  $Q_{III,l}$  betrachtet, für den die Annahme getroffen wird, dass der Angriffspunkt der Resultierenden  $Q_{III,l}$  die Strecke  $r_0$  im gleichen Verhältnis wie der Angriffspunkt der Kraft  $Q_{I,r}$  die Strecke  $r(\pi)$  teilt:

$$h_{I,r} = \lambda_{I,r} \cdot r(\pi) \quad (5.20)$$

$$h_{III,I} = \lambda_{III,I} \cdot r_0. \quad (5.21)$$

Mit  $\lambda_{I,r} = \lambda_{III,I}$  und Gleichung (5.4) ergibt sich:

$$\frac{h_{I,r}}{r(\pi)} = \frac{h_{III,I}}{r_0} \Rightarrow h_{III,I} = \frac{r_0}{r(\pi)} \cdot h_{I,r} = \frac{h_{I,r}}{e^{\pi \cdot \tan(\varphi)}}. \quad (5.22)$$

Nach Abbildung 5.21 errechnet sich der Flächeninhalt der Spirale zu:

$$F_{s,II} = \int_0^{\psi} \frac{1}{2} \cdot r(\psi)^2 \, d\psi \quad (5.23)$$

Mit der Gleichung der logarithmischen Spirale

$$r(\psi) = r_0 \cdot e^{\psi \cdot \tan(\varphi)} \quad (5.24)$$

ergibt sich:

$$F_{s,II} = \frac{1}{2} \cdot r_0^2 \cdot \int_0^{\pi} e^{2 \cdot \psi \cdot \tan(\varphi)} \, d\psi \quad (5.25)$$

$$F_{s,II} = \frac{r_0^2}{4 \cdot \tan(\varphi)} \cdot (e^{2 \cdot \pi \cdot \tan(\varphi)} - 1) \quad [\text{m}^2] \quad (5.26)$$

$$G_{II} = F_{s,II} \cdot \gamma_B' \quad [\text{kN/m}] \quad (5.27)$$

Der Schwerpunkt der Spiralfäche berechnet sich zu:

$$x_{s,II}' = \frac{\int_0^{\pi} \frac{1}{2} \cdot r(\psi)^2 \cdot d\psi \cdot \frac{2}{3} \cdot r(\psi) \cdot \cos(\psi)}{F_{s,II}} \quad (5.28) \quad y_{s,II}' = \frac{\int_0^{\pi} \frac{1}{2} \cdot r(\psi)^2 \cdot d\psi \cdot \frac{2}{3} \cdot r(\psi) \cdot \sin(\psi)}{F_{s,II}} \quad (5.29)$$

$$x_{s,II}' = \frac{\frac{1}{3} \cdot r_0^3 \cdot \int_0^{\pi} \cos(\psi) \cdot e^{3 \cdot \psi \cdot \tan(\varphi)} \, d\psi}{F_{s,II}} \quad (5.30) \quad y_{s,II}' = \frac{\frac{1}{3} \cdot r_0^3 \cdot \int_0^{\pi} \sin(\psi) \cdot e^{3 \cdot \psi \cdot \tan(\varphi)} \, d\psi}{F_{s,II}} \quad (5.31)$$

$$x_{s,II}' = \frac{-r_0^3 \cdot \tan(\varphi)}{9 \cdot \tan^2(\varphi) + 1} \cdot (e^{3 \cdot \pi \cdot \tan(\varphi)} + 1) \quad (5.32) \quad y_{s,II}' = \frac{r_0^3}{27 \cdot \tan^2(\varphi) + 3} \cdot (e^{3 \cdot \pi \cdot \tan(\varphi)} + 1) \quad (5.33)$$

Bezogen auf das x- y- Koordinatensystem lässt sich der Schwerpunkt der Fläche durch eine Koordinatentransformation berechnen:

$$x_{s,II} = x_{s,II}' \cdot \cos(\bar{\beta}) + y_{s,II}' \cdot \sin(\bar{\beta}) \quad [\text{m}] \quad (5.34)$$

$$y_{s,II} = -x_{s,II}' \cdot \sin(\bar{\beta}) + y_{s,II}' \cdot \cos(\bar{\beta}) \quad [\text{m}] \quad (5.35)$$

Es ist nun möglich, über  $\Sigma M$  um den Pol der Spirale die Gleitflächenresultierende  $Q_{III,I}$  zu berechnen:

$$\Sigma M_{\text{Pol}} = 0 : \quad Q_{I,r} \cdot \cos(\bar{\varphi}) \cdot h_{I,r} - Q_{III,I} \cdot \cos(\bar{\varphi}) \cdot h_{III,I} + G_{II} \cdot x_{s,II} = 0 \quad (5.36)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (5.22) errechnet sich die Gleitflächenresultierende  $Q_{III,I}$  unter Berücksichtigung der Gleichungen (5.27), (5.34), (5.18) und (5.15) zu:

$$Q_{III,I} = e^{\pi \cdot \tan(\varphi)} \cdot \left( Q_{I,r} + \frac{G_{II} \cdot x_{s,II}}{\cos(\bar{\varphi}) \cdot h_{I,r}} \right) \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right] \quad (5.37)$$

Unter Vernachlässigung der im Vergleich zur „Stützkraft“  $P$  kleinen Gewichtskraft  $G_{II}$  ergibt sich zwischen den beiden Gleitflächenresultierenden  $Q_{III,I}$  und  $Q_{I,r}$  mit  $e^{\pi \cdot \tan(\varphi)}$  das reziproke Verhältnis wie zwischen ihren Hebelarmen (Gleichung (5.22)). Dies lässt sich unmittelbar aus  $\Sigma M_{\text{Pol}}$  ablesen, wenn  $G_{II}$  vernachlässigt wird.

#### e) Gleichgewichtsbedingungen am aktiven Rankine- Bereich:

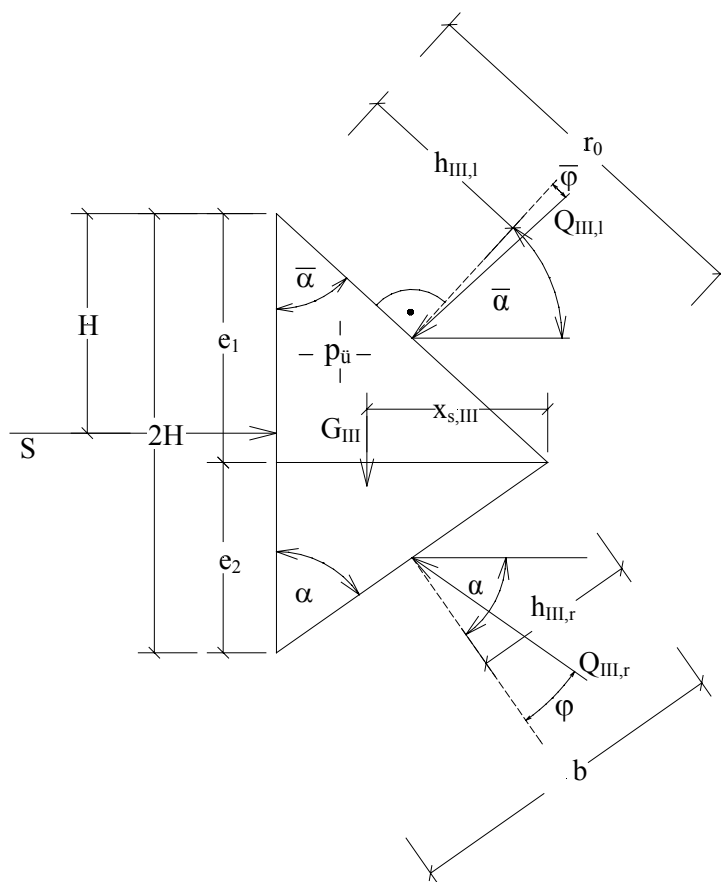


Abbildung 5.22: Kräfte und geometrische Größen im aktiven Rankine- Bereich

Gemäß der in der Abbildung 5.22 dargestellten Skizze lassen sich im aktiven Rankine-Bereich die unbekannt Größen  $S$ ,  $Q_{III,r}$  und  $h_{III,r}$  mit Hilfe der statischen Gleichgewichtsbedingungen  $\Sigma H$ ,  $\Sigma V$  und  $\Sigma M$  unter Einbeziehung der bereits hergeleiteten Gleitflächenresultierenden  $Q_{III,l}$  (Gleichung (5.37)) und deren Hebelarm  $h_{III,l}$  (Gleichung (5.22) in Verbindung mit Gleichung (5.18)) ermitteln.

Die Gewichtskraft des Monolithen ergibt sich mit  $\gamma_B'$  und der Fläche des aktiven Bereichs:

$$G_{III} = \gamma_B' \cdot \frac{1}{2} \cdot r_0 \cdot \sin(\bar{\alpha}) \cdot 2 \cdot H \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right] \quad (5.38)$$

$$x_{s,III} = \frac{2}{3} \cdot r_0 \cdot \sin(\bar{\alpha}) \quad (5.39)$$

$$\Sigma V = 0: \quad Q_{III,l} \cdot \sin(\bar{\alpha} - \bar{\varphi}) + G_{III} - Q_{III,r} \cdot \sin(\alpha - \varphi) = 0$$

$$\text{mit } \bar{\alpha} - \bar{\varphi} = 45^\circ + \frac{\bar{\varphi}}{2} - \bar{\varphi} = 45^\circ - \frac{\bar{\varphi}}{2} = \bar{\beta} \text{ gilt:}$$

$$Q_{III,l} \cdot \sin(\bar{\beta}) + G_{III} - Q_{III,r} \cdot \sin(\beta) = 0$$

$$Q_{III,r} = \frac{Q_{III,l} \cdot \sin(\bar{\beta}) + G_{III}}{\sin(\beta)} \quad (5.40)$$

$$\Sigma H = 0: \quad S - Q_{III,l} \cdot \cos(\bar{\beta}) - Q_{III,r} \cdot \cos(\beta) = 0$$

Mit (5.40)

$$S = Q_{III,l} \cdot (\cos(\bar{\beta}) + \cot(\beta) \cdot \sin(\bar{\beta})) + G_{III} \cdot \cot(\beta) \quad (5.41)$$

Mit Gleichung (5.41) ist die Beziehung zur Berechnung des gesuchten Grundbruchwiderstandes hergeleitet. Die Größen  $Q_{III,l}$  und  $G_{III}$  sind hierbei nach den vorangehenden Gleichungen zu bestimmen.

### 5.5.3 Porenfluidüberdruck und Verflüssigung

#### a) Gleichgewicht von Einwirkung und Widerstand

Zur rechnerischen Bestimmung der Reichweite des Düsenstrahls, die beim Gleichgewicht zwischen Einwirkung und Widerstand definiert ist, stehen nun zur Verfügung:

- für den Widerstand die Gleichung (5.41) zur Berechnung des Grundbruchwiderstands  $S$  [kN/m] bei ebenen Randbedingungen und
- für die Einwirkung der Impulsfluss  $\dot{I}$  [kN] Gleichung (4.45), wobei zusätzlich die hydrostatische Druckkraft  $p_s = \gamma_R \cdot t$  [kN/m<sup>2</sup>] zu berücksichtigen ist.

Widerstand und Einwirkung werden über die zugehörigen Spannungen an der Ortsbrustfläche (Durchmesser  $2 \cdot H$ ) miteinander verknüpft, wobei der im aktiven Rankine- Bereich wirksame Porenfluidüberdruck  $p_u$  die einwirkende Spannung vermindert (siehe Gleichung 5.41).

Da der Widerstand zunächst nur für ebene Randbedingungen hergeleitet ist, wird er auf eine Quadratfläche von  $(2 \cdot H)^2$  bezogen, der Impulsfluss aber auf eine Kreisfläche  $\pi \cdot H^2$ , so dass die o. g. Gleichgewichtsbedingung lautet:

$$\frac{S}{2 \cdot H} = \frac{\dot{i}}{\pi \cdot H^2} + p_s - p_u \quad \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.42)$$

Die Verknüpfung von Reichweite  $L$  und Halbmesser  $H$  liefert die Gleichung (4.41):

$$L = \left( 2 + \frac{1}{c} \right) \cdot H \quad (4.41)$$

worin  $c$  der Tangens des Strahlausbreitungswinkels  $\delta$  ist. Aus der Verknüpfung der Gleichungen (5.42) und (4.41) entsteht eine quadratische Gleichung für die gesuchte Reichweite des Düsenstrahls:

$$L^2 - L \cdot \frac{S \cdot \left( 2 + \frac{1}{c} \right)}{2 \cdot (p_s - p_u)} + \frac{\dot{i} \cdot \left( 2 + \frac{1}{c} \right)^2}{\pi \cdot (p_s - p_u)} = 0 \quad (5.43)$$

Es ist zu beachten, dass die Gleichung (5.43) nicht explizit nach  $L$  auflösbar ist, da in dem Grundbruchwiderstand  $S$  über die Geometrie des Grundbruchkörpers wiederum  $H$  und damit über Gleichung (4.41) die Reichweite  $L$  enthalten ist.

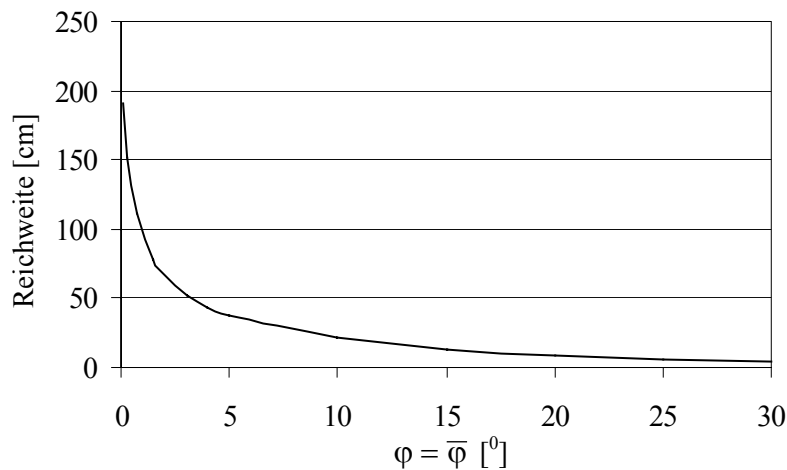
Zur Lösung der Gleichung (5.43) wurde daher zusammen mit den zur Berechnung von  $S$  notwendigen, in Kapitel 5.5.3 hergeleiteten Bedingungen mit Hilfe des EDV-gestützten Programms „Mathcad“ ein Rechenprogramm aufgestellt (Anhang C1).

Eine erste Berechnung mit typischen Ausgangsdaten der praktischen Ausführung des Düsenstrahlverfahrens

- Pumpendruck  $p_p = 400$  bar; Düsendurchmesser  $2 \cdot b_o = 5$  mm; Strahlausbreitungswinkel  $\delta = 12,4^\circ$ ; Verlustbeiwert  $\mu = 0,90$ ;
- Wichte der Frischsuspension  $\gamma_s = 15$  kN/m<sup>3</sup> und der Rücklaufsuspension  $\gamma_R = 17$  kN/m<sup>3</sup>;



- Düstiefe  $t = 10 \text{ m}$ ; Bodenwichte unter Auftrieb im Grundbruchkörper  $\gamma' = 12 \text{ kN/m}^3$ ; Reibungswinkel  $\varphi = \bar{\varphi} = 20^\circ$ ;
- Porenwasserüberdruck  $p_{\bar{u}} = 0 \text{ kN/m}^2$



ergab eine Reichweite  $L$  von weniger als 10 cm. Nur mit einer deutlichen Abminderung des Reibungswinkels  $\varphi$  (mit  $\varphi = \bar{\varphi}$ ) werden mit den oben genannten Ausführungsparametern rechnerische Reichweiten erzielt (siehe Abbildung 5.23), die mit den in der Praxis erreichten Säulenhalmessern vergleichbar sind.

Abbildung 5.23: Reichweite in Abhängigkeit vom Reibungswinkel

### b) Porenfluidüberdruck und Verflüssigung

Das zur rechnerischen Beschreibung der beobachteten walzenförmigen Bewegung des Bodens an der Ortsbrust gewählte Grundbruchmodell liefert nur bei einer erheblichen rechnerischen Reduzierung der Scherfestigkeit

$$\tau_f = \sigma' \cdot \tan \varphi \quad (5.44)$$

des betrachteten nichtbindigen Bodens wirklichkeitsnahe Ergebnisse. Dies ist ohne Veränderung des Korngerüsts durch die Entstehung eines Porenfluidüberdrucks möglich, der sich entwickelt, wenn sich der Strahlkopf einem betrachteten Bodenbereich nähert, und der mit den in Kapitel 5.4 beschriebenen Modellversuchen nachgewiesen wurde. Der Porenfluidüberdruck in den Poren  $p_{\bar{u}}$  verändert die Gleichung (5.44) zu

$$\tau_f = (\sigma' - p_{\bar{u}}) \cdot \tan \varphi \quad (5.45)$$

Mit der Annahme, dass unmittelbar am Strahlkopf (an der momentanen Ortsbrust) der Porenüberdruck gleich dem durchschnittlichen Druck infolge Strömung  $p_d$  ist, gilt:

$$p_{\bar{u}} = p_d = \frac{\dot{I}}{\pi \cdot H^2} = \frac{\dot{I} \cdot \left(2 + \frac{1}{c}\right)^2}{\pi \cdot L^2} \quad (5.46)$$

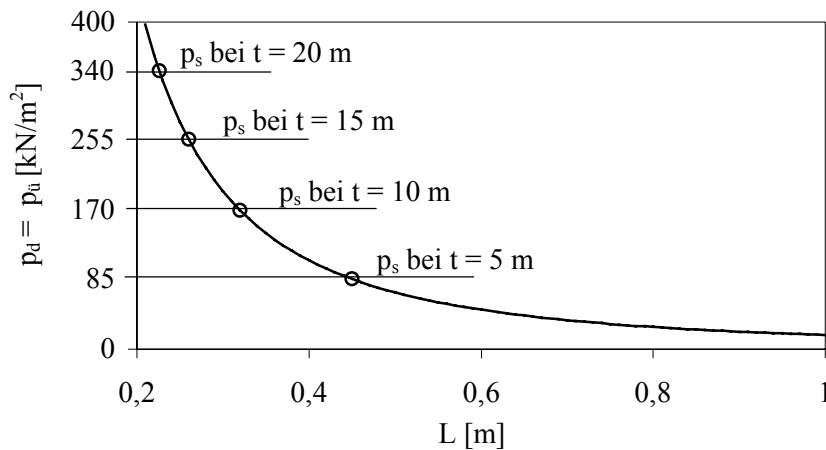


Abbildung 5.24: Druck infolge Strömung  $p_d$  als Funktion der Entfernung zwischen der Düse und der Ortsbrust

Maßgebend für die Größe des Grundbruchwiderstandes ist die Scherfestigkeit im passiven Rankine- Bereich. Bei Vernachlässigung der im Vergleich zum hydrostatischen Stützdruck  $p_s$  geringen Spannungen aus dem Eigengewicht des passiven Rankine- Bereiches wird dort der Zustand  $\sigma' = p_u$ , d. h. eine vollständige Aufhebung des Scherwiderstandes nach Gleichung (5.45) erreicht, wenn gilt:

$$p_u = p_s = \gamma_R \cdot t,$$

da die effektive Spannung im passiven Rankine- Bereich dem Stützdruck gleich ist.

Die Abbildung 5.24 macht deutlich, dass nur bei sehr geringen Düstiefen der Porenfluidüberdruck alleine eine Reduzierung der Scherfestigkeit in dem Maße herbeiführen kann, dass wirklichkeitsnahe Reichweiten mit dem gewählten Grundbruchmodell rechnerisch nachweisbar sind.

Daher wurde in die Herleitung des Kapitels 5.5.2 schon der Gedanke einer teilweisen Veränderung des Korngerüsts in Form einer teilweisen Verflüssigung des Bodens eingebracht. Bei einer vollständigen Verflüssigung befinden sich die Körner in Suspension, sie haben untereinander keinen Kontakt, d. h. es kann sich kein Reibungswiderstand ( $\varphi = 0$ ) entwickeln. Im Zustand der teilweisen Verflüssigung sind im betrachteten Bodenbereich ein Teil der Kornkontakte (durch Flüssigkeitsbrücken) aufgehoben, was hier rechnerisch durch einen kleinen „durchschnittlichen“ Reibungswinkel  $\varphi$  wiedergegeben wird, der gemäß Abbildung 5.23 wirklichkeitsnahe Berechnungsergebnisse erwarten lässt.

Beide Effekte - die Entwicklung eines Porenfluidüberdrucks und eine teilweise Verflüssigung - werden in der Parameterstudie des Kapitels 6.2 diskutiert.

#### 5.5.4 Räumliche Randbedingungen

Die Gleichung zur Berechnung des Grundbruchwiderstandes nach DIN 4017 ist zunächst für ein Streifenfundament (ebene Randbedingungen) hergeleitet, wobei die räumlichen Randbedingungen bei Rechteck-, Quadrat- oder Kreisfundamenten durch sogenannte Formfaktoren  $v_i$

In der Abbildung 5.24 ist  $p_u$  als Funktion der momentanen Entfernung  $L$  zwischen Ortsbrust und Düse für die in Kapitel 5.5.3a) genannten Maschinen- und Suspensionsparameter aufgetragen.

Maßgebend für die Größe des Grundbruchwiderstandes ist die Scherfestigkeit im passiven Rankine- Bereich. Bei Vernachlässigung

berücksichtigt werden. Die Formfaktoren sind weitgehend empirisch auf der Grundlage von Großversuchen [51] und Modellversuchen hergeleitet.

Analog zu der Grundbruchgleichung der DIN 4017 tritt bei der Herleitung des horizontalen Grundbruchwiderstandes gemäß Kapitel 5.5.2

- ein Tiefensummand auf, der durch den auf den passiven Rankine- Bereich einwirkenden (effektiven) hydrostatischen Stützdruck  $p_s = \gamma_R \cdot t - p_u$  bedingt ist, und es entsteht
- ein Breitensummand infolge der unter Auftrieb stehenden Wichte des Bodens innerhalb des Grundbruchkörpers.

Da einerseits die Wichte des Bodens - insbesondere im passiven Rankine- Bereich - im Breitensummanden nur wenig zum Grundbruchwiderstand beitragen wird, zumal die „Fundamentbreite“  $2 \cdot H$  klein ist gegenüber der Tiefe  $t$ , wird nachfolgend nur der Tiefensummand betrachtet.

Der Formbeiwert  $v_d$  des Tiefensummanden wird in DIN 4017 angesetzt zu  $v_d = 1 + \sin \varphi$ . Der Formbeiwert  $v_d$  bringt zum Ausdruck, dass die Größe des räumlichen Grundbruchkörpers mit dem Reibungswinkel zunimmt. Dies findet sich auch bei der Berechnung des räumlichen Erdwiderstandes vor begrenzten Druckflächen, z. B. vor Bohlträgern, wenn die zusätzliche rechnerische Druckflächenbreite mit der Höhe der im Boden eingebetteten Druckfläche und dem Reibungswinkel  $\varphi$  zunimmt [52].

Vorangehend wurde bereits nachgewiesen, dass wirklichkeitsnahe Berechnungsergebnisse für den Durchmesser von Jet-Säulen mit dem erläuterten Grundbruchmodell nur mit der Hypothese einer teilweisen Bodenverflüssigung - ausgedrückt durch einen kleinen wirksamen Reibungswinkel  $\varphi$  - zu erwarten sind. Würde der Formfaktor  $v_d = 1 + \sin \varphi$  so oder in ähnlicher, von  $\varphi$  abhängiger Funktion auf den horizontalen Grundbruch übertragen, kann bei kleinem  $\varphi$  näherungsweise  $v_d \approx 1,0$  gesetzt werden. Wegen des geringen rechnerischen Reibungswinkels  $\varphi$  (bzw.  $\bar{\varphi}$ ) ist also zu erwarten, dass das Ergebnis einer Berechnung des horizontalen Grundbruchwiderstandes bei Berücksichtigung der räumlichen Randbedingungen - die allenfalls mit numerischen Methoden durchführbar ist - nicht wesentlich von dem abweicht, das mit den in Kapitel 5.5.2 hergeleiteten Gleichungen erhalten wird.

### 5.5.5 Grundbruchwiderstand beim Ziehen des Jet-Gestänges

#### a) Berechnungsmodell

In Kapitel 5.3 wurde anhand von Modellversuchen gezeigt, wie der Düsenstrahl den Boden beim Ziehen des Jet-Gestänges lösen kann. Ein entsprechendes Berechnungsmodell für den

Bodenwiderstand, das in Anlehnung an das des Kapitels 5.5.2 entwickelt ist, zeigt die Abbildung 5.25.

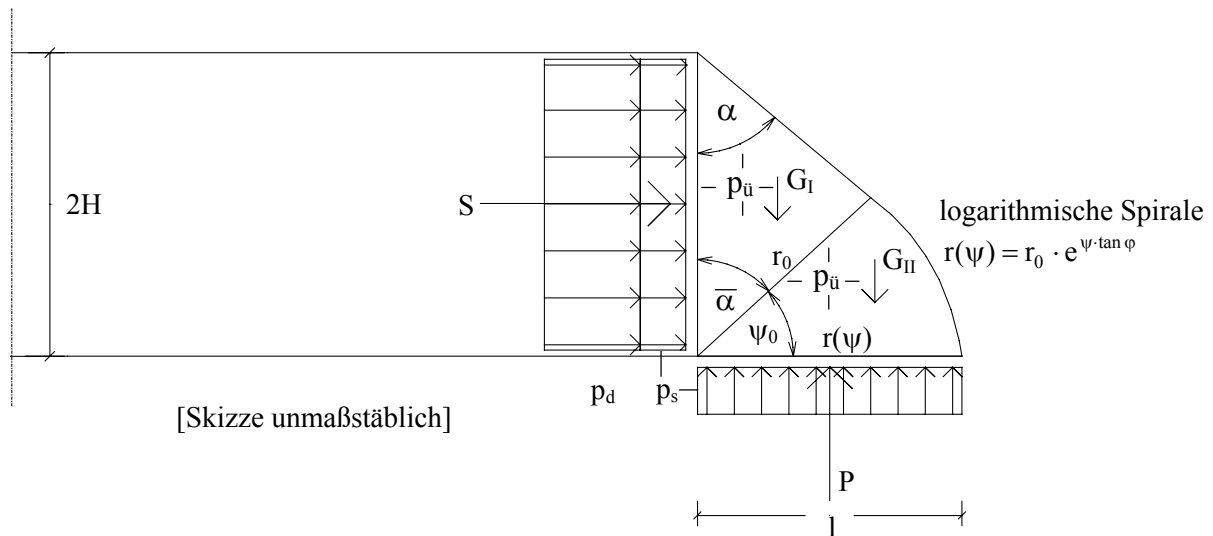


Abbildung 5.25: Versagensmodell eines horizontalen Grundbruchs während des Ziehens des Jetgestänges

Die Einwirkbreite des Schneidstrahles wird wieder mit  $2 \cdot H$  angesetzt, obwohl nun die Gegenströmung im Vertikalschnitt und auch im Grundriss unsymmetrisch verlaufen wird, da der Strömungskanal nur auf einem Viertel seines Umfangs durch Boden begrenzt ist, im übrigen Bereich aber Rücklaufsusension ansteht.

An den dreieckförmigen aktiven Rankine- Bereich des Bruchmodells in Abbildung 5.25 schließt sich ein kleiner Prandtl'scher Übergangsbereich mit einem Öffnungswinkel von  $\psi_0 = 90^\circ - \bar{\alpha} = 45^\circ - \bar{\varphi}/2 = \bar{\beta}$  an. Alternativ könnte statt des Übergangsbereiches auch ein passiver Rankine- Bereich gesetzt werden. Auf die horizontale Begrenzungsfläche des Übergangsbereiches wirkt der hydrostatische Druck  $p_s = \gamma_R \cdot t$  der Suspension, der bei Auftreten von Porenfluidüberdruck um diesen vermindert wird.

Die Vorgehensweise zur Herleitung der Berechnungsgleichung für die Grundbruchwiderstandskraft  $S$  entspricht derjenigen des Kapitels 5.5.2 mit

$$r_0 = \frac{\sin(\alpha) \cdot 2 \cdot H}{\sin\left(90^\circ - \frac{\varphi}{2} - \frac{\bar{\varphi}}{2}\right)} \quad (5.47)$$

$$h_1 = \lambda \cdot r_0 \quad \lambda \in [0; 1]. \quad (5.48)$$

### b) Gleichgewicht im Prandtl'schen Übergangsbereich

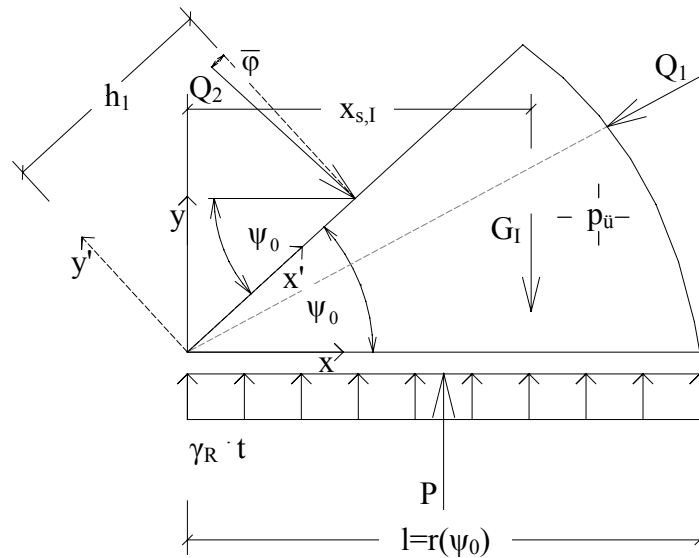


Abbildung 5.26: Kräfte und geometrische Größen im Prandtl'schen Übergangsbereich

$$F_{s,I} = \frac{1}{2} \cdot r_0^2 \cdot \int_0^{\psi_0} e^{2 \cdot \psi \cdot \tan(\varphi)} d\psi \quad (5.49)$$

$$G_I = F_{s,I} \cdot \gamma_B' \quad [\text{kN/m}] \quad (5.50)$$

$$x_{s,I}' = \frac{\int_0^{\psi_0} \frac{1}{2} \cdot r(\psi)^2 \cdot d\psi \cdot \frac{2}{3} \cdot r(\psi) \cdot \cos(\psi)}{F_{s,I}} \quad (5.51) \quad y_{s,I}' = \frac{\int_0^{\psi_0} \frac{1}{2} \cdot r(\psi)^2 \cdot d\psi \cdot \frac{2}{3} \cdot r(\psi) \cdot \sin(\psi)}{F_{s,I}} \quad (5.52)$$

$$x_{s,I} = x_{s,I}' \cdot \cos(\psi_0) + y_{s,I}' \cdot \sin(\psi_0) \quad (5.53)$$

$$\sum M_{\text{Pol}} = 0: \quad P \cdot \frac{r(\psi_0)}{2} = G_I \cdot x_{s,I} + Q_2 \cdot \cos(\bar{\varphi}) \cdot h_1$$

$$Q_2 = \frac{\frac{P}{2} \cdot r(\psi_0) - G_I \cdot x_{s,I}}{\cos(\bar{\varphi}) \cdot h_1} \quad (5.54)$$

$$P = (p_s - p_{\bar{u}}) \cdot r(\psi_0) \quad (5.55)$$

## c) Gleichgewicht im aktiven Rankine- Bereich

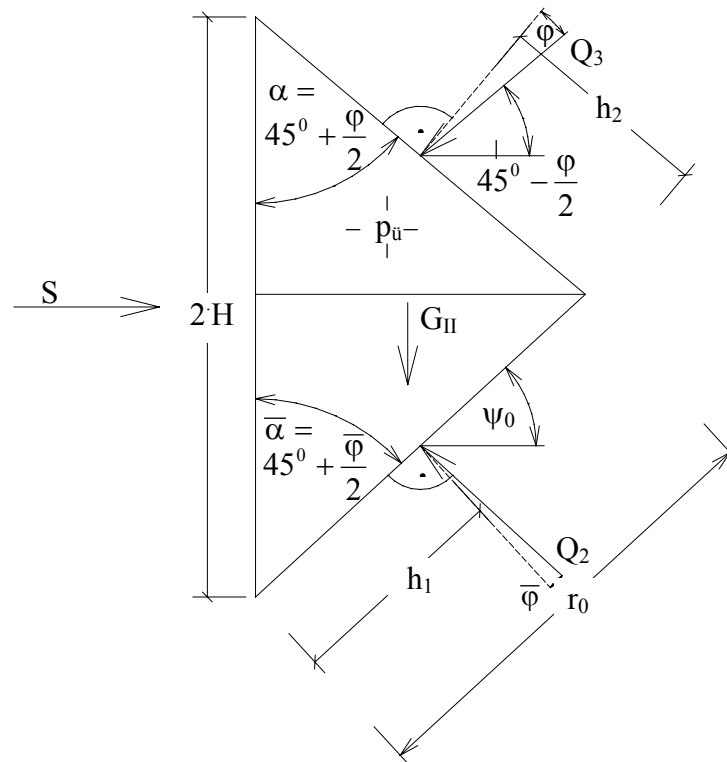


Abbildung 5.27: Kräfte und geometrische Größen im aktiven Rankine- Bereich

$$G_{II} = H \cdot r_0 \cdot \sin(\bar{\alpha}) \quad (5.56)$$

$$\sum V = 0: \quad Q_3 \cdot \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) + G_{II} = Q_2 \cdot \sin(\psi_0)$$

$$Q_3 = \frac{Q_2 \cdot \sin(\psi_0) - G_{II}}{\sin\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} \quad (5.57)$$

Mit den Gleichungen (5.54) und (5.57) lässt sich der Grundbruchwiderstand  $S$  aus  $\sum H = 0$  errechnen:

$$\sum H = 0: \quad S = Q_3 \cdot \cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) + Q_2 \cdot \cos(\psi_0) \quad (5.58)$$

## d) Ergebnis

Obige Gleichungen zur Berechnung der Grundbruchwiderstandsspannung  $\sigma_B = S/(2 \cdot H)$  wurden mit Hilfe des EDV-gestützten Programms Mathcad programmiert (Anhang D).

In der Abbildung 5.28 ist  $\sigma_B$  als Funktion des hydrostatischen Drucks  $p_s$  aufgetragen, wobei einerseits das erste Eindringen des Schneidstrahls, d. h. der Grundbruchwiderstand nach Kapitel 5.5.2, angesetzt wurde und andererseits  $\sigma_B$  nach obigen Gleichungen berechnet wurde.

Die übrigen Parameter wurden für diese Berechnung wie folgt gewählt:

- Boden:  $\varphi = \bar{\varphi} = 3^\circ$ ;  $\gamma'_B = 12 \text{ kN/m}^3$ ;  $p_{\bar{u}} = 0$ ; kein Grundwasser
- Radius der Ortsbrustfläche:  $H = 7,65 \text{ cm}$

Infolge des kleineren Grundbruchkörpers (bei  $\varphi = \bar{\varphi} > 0$ ) des Bruchmodells der Abbildung 5.25 - und damit einer kleineren Länge  $l$ , auf die  $p_s$  stützend einwirkt - ist auch die Grundbruchwiderstandsspannung  $\sigma_B$  des Modells der Abbildung 5.25 kleiner als die des Modells der Abbildung 5.18.

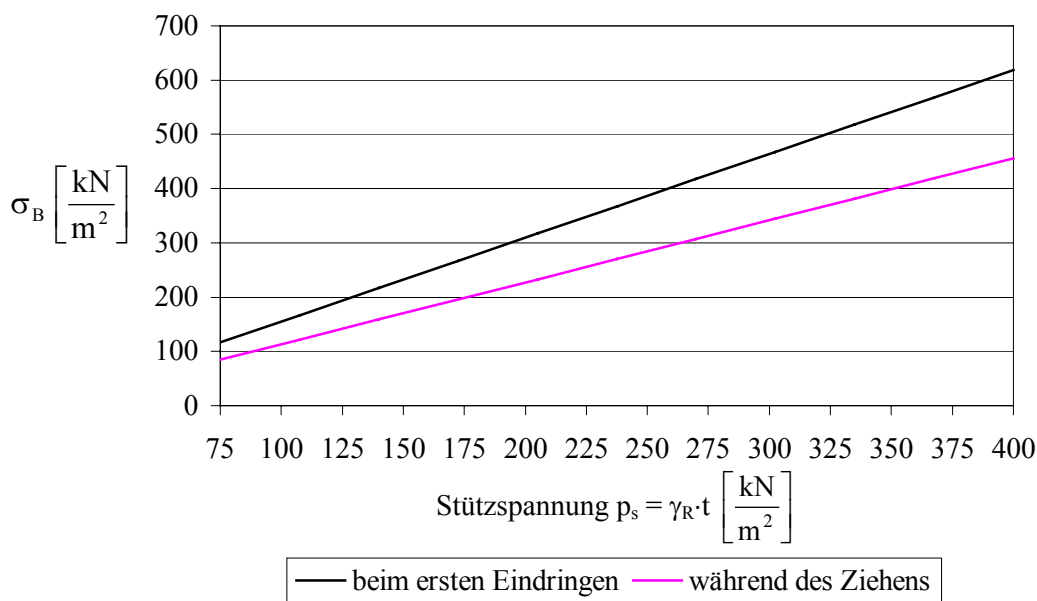


Abbildung 5.28: Horizontale Grundbruchwiderstandsspannung als Funktion des hydrostatischen Drucks  $p_s$  der Rücklaufsusension

Da der „Breitensummand“, wie bereits in Kapitel 5.5.4 erläutert, kaum einen Einfluss auf die Größe der Grundbruchresultierenden hat, stellt die Steigung der Geraden in Abbildung 5.28 näherungsweise den „Tragfähigkeitsbeiwert  $N_d$ “ für den horizontalen Grundbruch dar, der für  $\varphi = \bar{\varphi} = 0^\circ$  zu  $N_d = 1,0$  wird (wie beim normalen Grundbruch). Bei  $\varphi = 0$  fallen beide Kurven zusammen und bilden die Gerade  $\sigma_B = p_s$ , sofern das Eigengewicht vernachlässigt wird.

Schließlich zeigt die Abbildung 5.29 das überlineare Ansteigen der Grundbruchwiderstandsspannung  $\sigma_B$  mit wachsendem Reibungswinkel  $\varphi = \bar{\varphi}$ , wobei  $\sigma_B$  für das Bruchmodell der Abbildung 5.25 - wie erwartet - deutlich kleiner ist als diejenige beim ersten Eindringen des Schneidstrahls.

Das Rechenmodell der Abbildung 5.25 wird in den nachfolgenden Parameterstudien nicht weiter betrachtet, da - wie bereits begründet - für die Reichweite des Suspensionsstrahls das erste Eindringen und damit das in Kapitel 5.5.2 beschriebene Rechenmodell maßgebend ist.

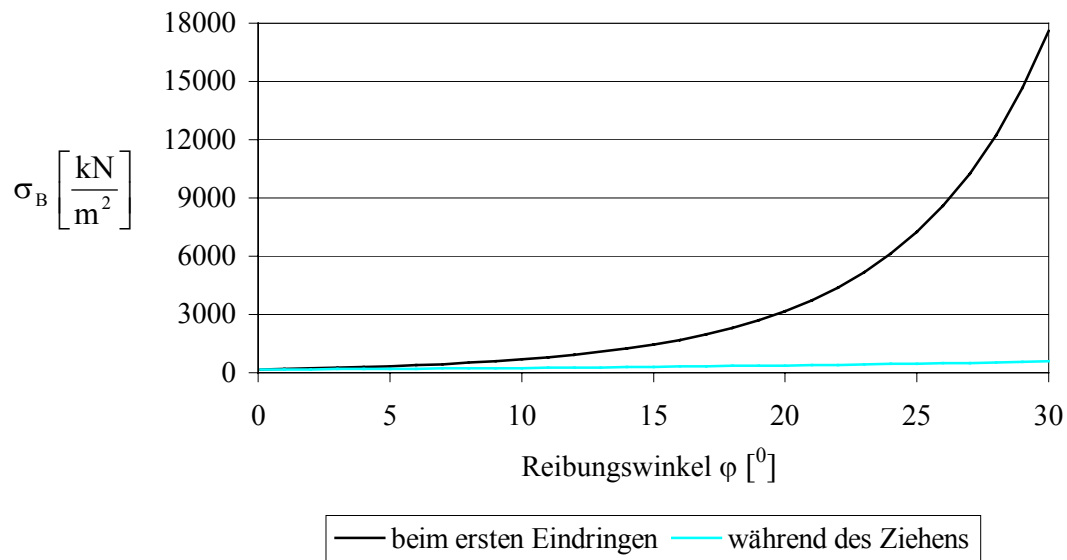


Abbildung 5.29: Horizontale Grundbruchwiderstandsspannung als Funktion des Reibungswinkels  $\varphi = \bar{\varphi}$



## 6 Parameterstudien

### 6.1 Parameterstudien zur Grundbruchwiderstandsspannung

#### a) Referenzwert

Die Grundbruchwiderstandsspannung

$$\sigma_B = \frac{S}{(2 \cdot H)}$$

mit S gemäß Kapitel 5.5.2 ist eine Funktion der Parameter  $\sigma_B = f(\varphi, \bar{\varphi}, H; \gamma_B', \gamma_R, t, \lambda_{I,1}, p_{\bar{u}})$ . Einige dieser Parameter werden nachfolgend variiert, um ihren Einfluss auf die Grundbruchwiderstandsspannung darzustellen. Hierfür wird  $\sigma_B$  auf eine Referenzspannung  $\sigma_{B,Ref}$  bezogen, die sich für folgende Werte der Parameter

- Boden:  $\varphi = \bar{\varphi} = 3^\circ$ ;  $\gamma_B' = 12 \text{ kN/m}^3$ ;  $p_{\bar{u}} = 0$ ; grundwasserfreier Bereich
- Bruchkörper:  $H = 7,65 \text{ cm}$ ;  $\lambda_{I,1} = 0,5$
- hydrostatischer Stützdruck:  $t = 10 \text{ m}$ ;  $\gamma_R = 17 \text{ kN/m}^3$ , d. h.  $p_s = \gamma_R \cdot t = 170 \text{ kN/m}^2$

zu  $\sigma_{B,Ref} = 248,02 \text{ kN/m}^2$  ergibt.

#### b) Variation des Kanalhalbmessers H

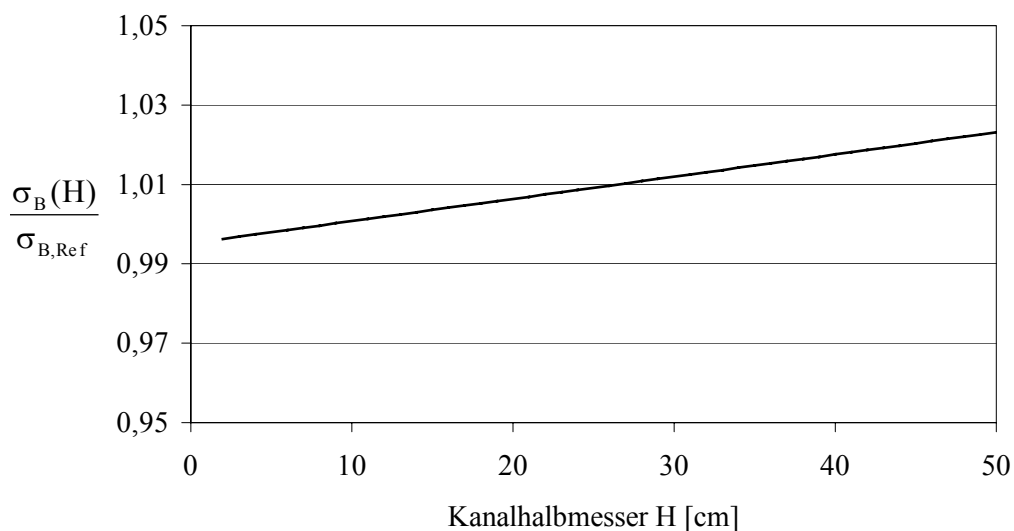


Abbildung 6.1: Variation des Kanalhalbmessers H

Gemäß Abbildung 6.1 steigt die Spannung  $\sigma_B$  mit zunehmendem Halbmesser des Kanals nur geringfügig an. Wegen des geringen Reibungswinkels  $\varphi = \bar{\varphi}$  ist der Grundbruchkörper klein; daher ist vor allem der Tiefensummand für die Größe der Grundbruchspannung maßgebend. Dieser ist weitgehend unabhängig von der Fundamentbreite, die hier dem Kanaldurchmesser entspricht.

### c) Stützdruck $p_s = \gamma_R \cdot t$

Da der Stützdruck  $p_s = \gamma_R \cdot t$  die „Auflastspannung“ für den Tiefensummanden darstellt und diese linear in die Grundbruchgleichung eingeht, ist  $\sigma_B$  linear von  $p_s$  abhängig (Abbildung 6.2).

Ein Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$  vermindert  $p_s$ , ebenso ein Grundwasserspiegel in der Tiefe  $t_w$  unter der Geländeoberfläche. Die in Abbildung 6.2 dargestellte Abhängigkeit gilt also für den wirksamen Stützdruck  $\bar{p}_s$ :

$$\bar{p}_s = \gamma_R \cdot t - p_{\bar{u}} - \gamma_w \cdot (t - t_w)$$

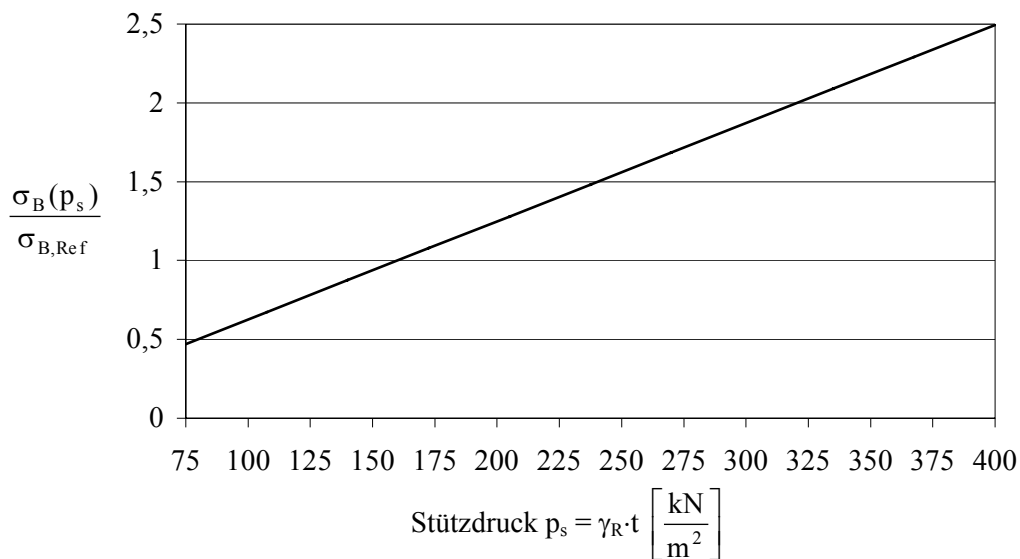


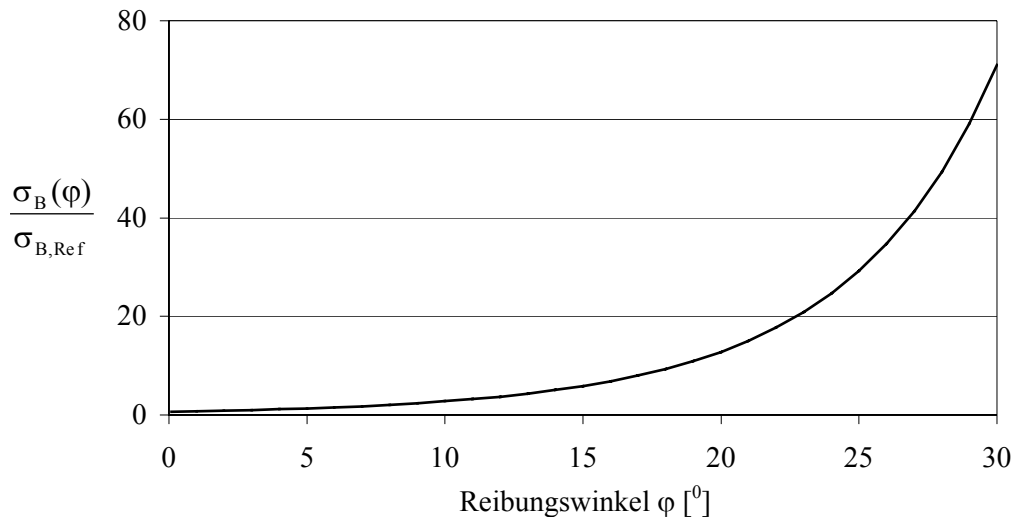
Abbildung 6.2: Variation des Stützdrucks  $p_s$

### d) Reibungswinkel $\varphi$

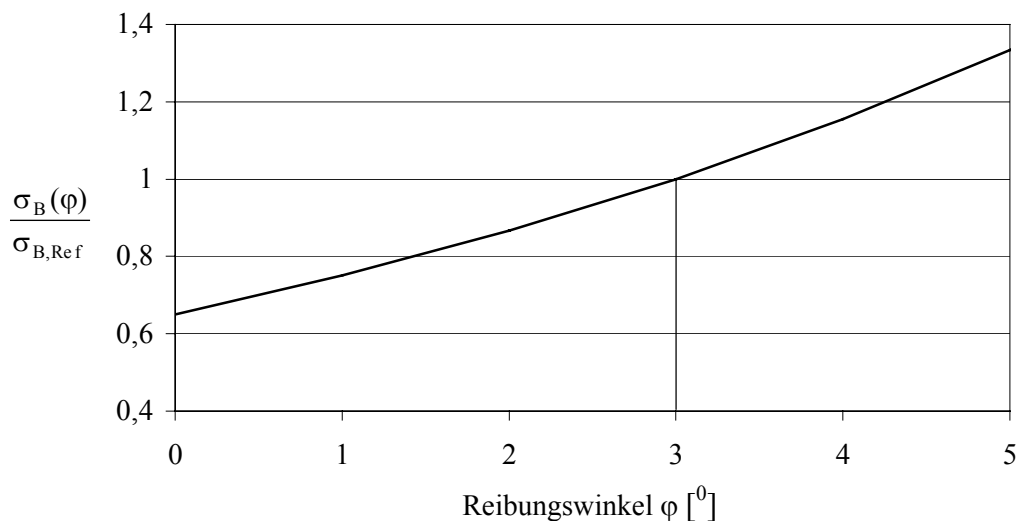
Wie bereits mit Abbildung 5.29 dargestellt, steigt  $\sigma_B$  überproportional mit dem Reibungswinkel an (Abbildung 6.3). Dies ist zunächst mit der exponentiell mit  $\varphi$  anwachsenden Größe des Grundbruchkörpers zu begründen, wodurch die Stützdruckkraft  $P = p_s \cdot l$  größer wird. Zusätzlich erzeugt diese größere Stützdruckkraft infolge des größeren Reibungswinkels einen erheblichen Anstieg des Scherwiderstandes in der Grundbruchfuge.

Bei der vollständigen Verflüssigung ( $\varphi = \bar{\varphi} = 0$ ) wird die Grundbruchspannung  $\sigma_B$  gleich dem Stützdruck  $p_s$ , wenn die Wirkung des Eigengewichtes des Grundbruchkörpers vernachlässigt

wird (Abbildung 6.3b)). Da bei vollständiger Verflüssigung des Grundbruchbereiches eine „schwere Flüssigkeit“ gegenüber einer „rauen Bodenberandung“ bewegt wird und hierbei sicherlich ein Scherwiderstand entsteht, ist es durchaus sinnvoll, auch bei einer weitgehenden Verflüssigung von  $\varphi = \bar{\varphi} > 0$  auszugehen.



a)  $0 \leq \varphi \leq 30^\circ$

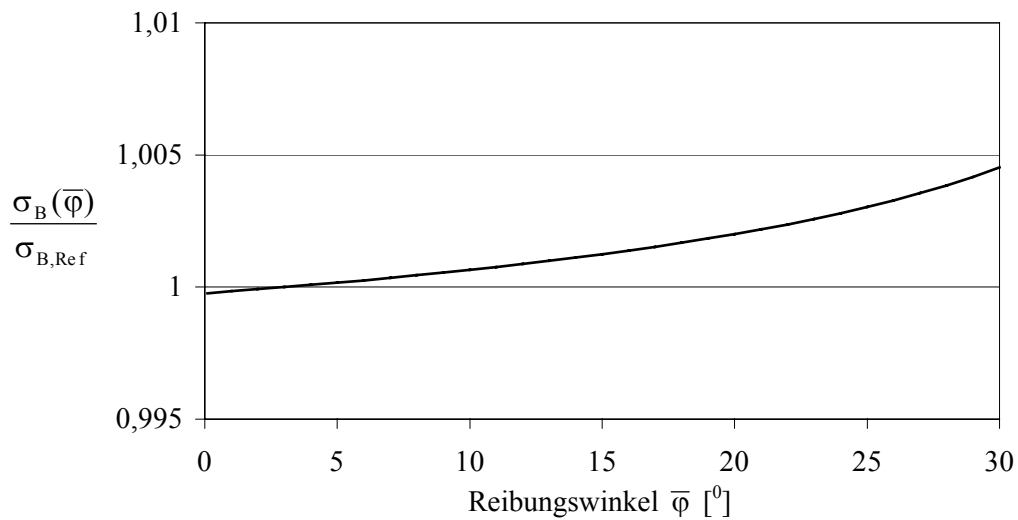


b)  $0 \leq \varphi \leq 5^\circ$

Abbildung 6.3: Variation des Reibungswinkels

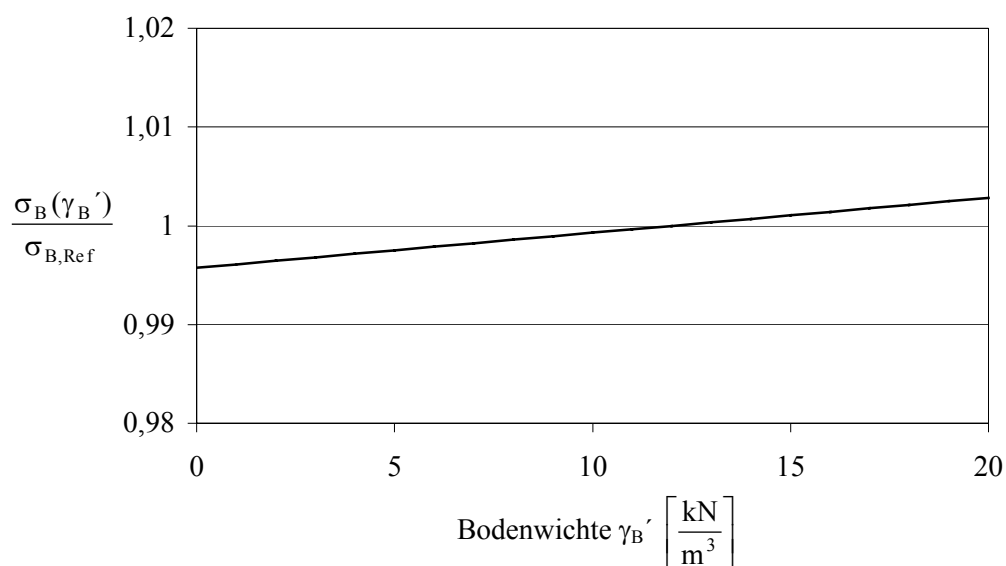
### e) Innerer Reibungswinkel $\bar{\varphi}$

Gemäß Abbildung 6.4 hat die Größe des Reibungswinkels  $\bar{\varphi}$ , der auf den „inneren“ Gleitflächen angesetzt wird, einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Grundbruchspannung  $\sigma_B$ , so dass bei den weiteren Berechnungen des Kapitels 6.2  $\varphi = \bar{\varphi}$  gesetzt wird.

Abbildung 6.4: Variation des Reibungswinkels der inneren Gleitflächen  $\bar{\varphi}$ 

#### f) Wichte $\gamma'_B$ des Bodens innerhalb des Grundbruchkörpers

Da bei dem geringen Reibungswinkel  $\varphi$  des Referenzfalles der entstehende Grundbruchkörper klein ist, hat die Wichte des Bodens  $\gamma'_B$  innerhalb des Grundbruchkörpers nur einen geringen Einfluss auf die Größe von  $\sigma_B$  (siehe Abb. 6.5). Stattdessen ist die Größe der Grundbruchwiderstandsspannung im wesentlichen über den Tiefensummanden vom Stützdruck  $p_s$  (siehe c)) abhängig.

Abbildung 6.5: Variation der Bodenwichte  $\gamma'_B$  innerhalb des Grundbruchkörpers

**g) Lage der Gleitflächenresultierenden im passiven Rankine- Bereich**

Gemäß Abbildung 6.6 ist die Grundbruchspannung  $\sigma_B$  nahezu unabhängig von dem Angriffspunkt  $h_{I,1} = a \cdot \lambda_{I,1}$  der Gleitflächenresultierenden  $Q_{I,1}$  (siehe Abbildung 5.20) bis auf physikalisch nicht sinnvolle Werte  $\lambda_{I,1} > 0,8$ . Daher wird für die weiteren Berechnungen der Hebelarm  $h_{I,1} = 0,5 \cdot a$  angenommen.

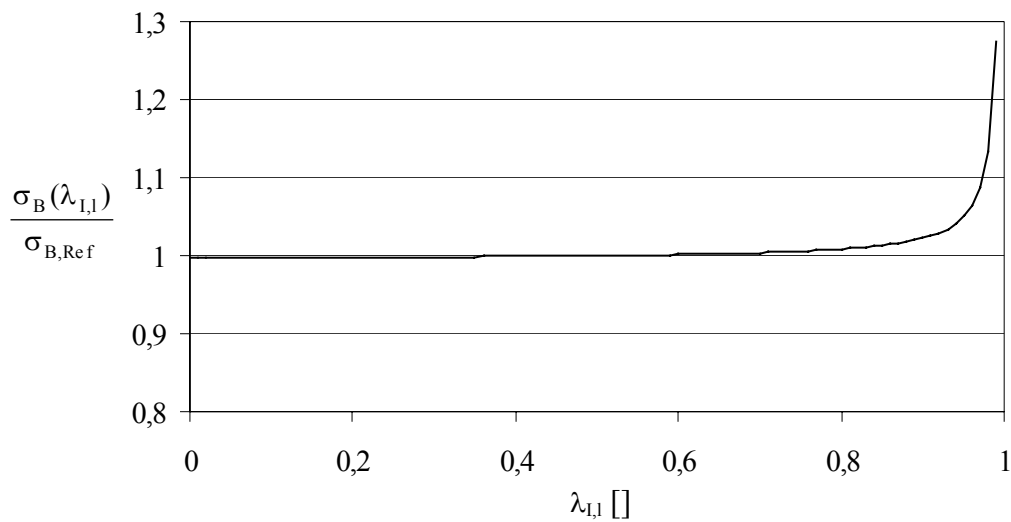


Abbildung 6.6: Variation des Angriffspunkts  $\lambda_{I,1}$  der Gleitflächenresultierenden  $Q_{I,1}$

## 6.2 Parameterstudien zur Reichweiten-Entwicklung

### 6.2.1 Rechnerische Berücksichtigung von Porenfluidüberdruck und Verflüssigung

Mit der Gleichung (5.43)

$$L^2 - L \cdot \frac{S \cdot \left(2 + \frac{1}{c}\right)}{2 \cdot (p_s - p_{\bar{u}})} + \frac{\dot{i} \cdot \left(2 + \frac{1}{c}\right)^2}{\pi \cdot (p_s - p_{\bar{u}})} = 0$$

für deren Lösung im Anhang C1 ein „Mathcad“ basiertes Programm aufgestellt ist, ist die Reichweite  $L$  des Düsenstrahls berechenbar. In Kapitel 5.5.3 wurde dargelegt, dass mit diesem Rechenansatz nur dann in der Praxis ausgeführte Reichweiten nachweisbar sind, wenn sowohl ein Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$  als auch eine Teilverflüssigung des Baugrundes im Bereich des Grundbruchkörpers - dargestellt durch einen kleinen wirksamen Reibungswinkel  $\varphi$  - angenommen wird.

Der im Boden im Bereich des Strahlkopfes, d. h. dort, wo entsprechend der rechnerischen Modellvorstellung die grundbruchartige Verdrängung des Bodens stattfindet, entstehende Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$  und auch das Maß der Verflüssigung werden mit zunehmendem Abstand  $L$  des Strahlkopfes von der Düse abnehmen. Für die Abhängigkeit  $p_{\bar{u}} = f(L)$  und  $\varphi = f(L)$  werden nachfolgend rechnerische Ansätze aufgestellt, mit denen die Parameterstudien zur Reichweiten-Entwicklung durchgeführt werden.

#### a) Porenfluidüberdruck $p_{\bar{u}}$

Der Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$  vermindert einerseits die auf die Ortsbrust einwirkende Spannung (siehe Gleichung (5.42)) und andererseits den Stützdruck. Für einen grundwasserfreien Boden gilt:

$$\bar{p}_s = p_s - p_{\bar{u}} = \gamma_R \cdot t - p_{\bar{u}} \quad (6.1)$$

auf den passiven Rankine- Bereich (siehe Abbildung 5.18) des Grundbruchkörpers.

Der Porenfluidüberdruck kann maximal die Größe des den Überdruck erzeugenden Drucks infolge Strömung  $p_d$  annehmen (siehe Gleichung (5.46)).

In den nachfolgenden Parameterstudien wird die Größe des Porenfluidüberdrucks als ein Prozentsatz  $\varepsilon$  des Drucks infolge Strömung angesetzt:

$$p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_D = \varepsilon \cdot \frac{\dot{i} \cdot \left(2 + \frac{1}{\tan(\delta)}\right)^2}{\pi \cdot L^2} \quad \text{mit } 0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (6.2)$$

Nach Gleichung (6.2) nimmt der Porenfluidüberdruck  $p_u$  mit zunehmender Entfernung  $L$  zwischen Düse und Strahlkopf rasch ab, wobei entsprechend Gleichung (6.1) der wirksame Stützdruck  $\bar{p}_s$  anwächst:

$$\bar{p}_s = \gamma_R \cdot t - \varepsilon \cdot \frac{\dot{i} \cdot \left(2 + \frac{1}{\tan(\delta)}\right)^2}{\pi \cdot L^2} \quad (6.3)$$

In den Modellversuchen zur Entwicklung des Porenwasserüberdrucks (siehe Kapitel 5.4) wurde eine Abnahme des Porenwasserüberdrucks im Boden mit zunehmender Entfernung des Messpunktes vom Strahlkopf gemessen. Dies würde erfordern, die Größe des Porenfluidüberdrucks auch innerhalb des Grundbruchkörpers unterschiedlich anzusetzen. Davon wird hier in Anbetracht des recht kleinen Grundbruchkörpers und der sonstigen vereinfachenden Annahmen abgesehen.

### b) Verflüssigung - ausgedrückt durch den wirksamen Reibungswinkel $\varphi$

Wie in Kapitel 5.5.3 diskutiert, wird eine Teilverflüssigung des Bodens im Bereich des Grundbruchkörpers angenommen. Die Teilverflüssigung wird rechnerisch durch Ansatz eines geringen wirksamen Reibungswinkels  $\varphi$  bei der Ermittlung des horizontalen Grundbruchwiderstandes berücksichtigt.

Auch der Verflüssigungsgrad wird - wie der Porenfluidüberdruck - mit wachsender Entfernung zwischen Düse und Strahlkopf abnehmen, d. h. der wirksame rechnerische Reibungswinkel  $\varphi$  wird zunehmen. In der folgenden Parameterstudie werden zwei Funktionen  $\varphi = f(L)$  untersucht:

$$\varphi_l(L) = \varphi_s + m_l \cdot L \quad [L \text{ in cm; } m_l \text{ in } ^\circ/\text{cm}] \quad (6.4)$$

$$\varphi_q(L) = \varphi_s + m_q \cdot L^2 \quad [L \text{ in cm; } m_q \text{ in } ^\circ/\text{cm}^2] \quad (6.5)$$

Hierbei sind  $\varphi_s$  der wirksame Reibungswinkel bei  $L = 0$ , d. h. unmittelbar an der Düse und  $m$  die Steigung der linearen bzw. der quadratischen Funktion (Gleichung (6.4) und (6.5)).

Im Weiteren werden Reichweiten von  $L \leq 1,0$  m (Säulendurchmesser  $\leq 2,0$  m) betrachtet. Um die Auswirkungen des linearen bzw. quadratischen Ansatzes für  $\varphi$  (nach Gleichung (6.4) bzw. (6.5)) in der Parameterstudie verfolgen zu können, wird angenommen, dass von beiden Funktionen in der (als Grenze der Reichweite angesetzten) Entfernung von  $L = 100$  cm ein identischer wirksamer Reibungswinkel erreicht wird. In der Abbildung 6.7 ist der Verlauf der Funktionen  $\varphi_l$  und  $\varphi_q$  dargestellt, wenn  $\varphi_s = 0$  (vollständige Verflüssigung des Bodens im Bereich der Düse) beträgt und  $\varphi = 5^\circ$  in  $L = 100$  cm erreicht wird.

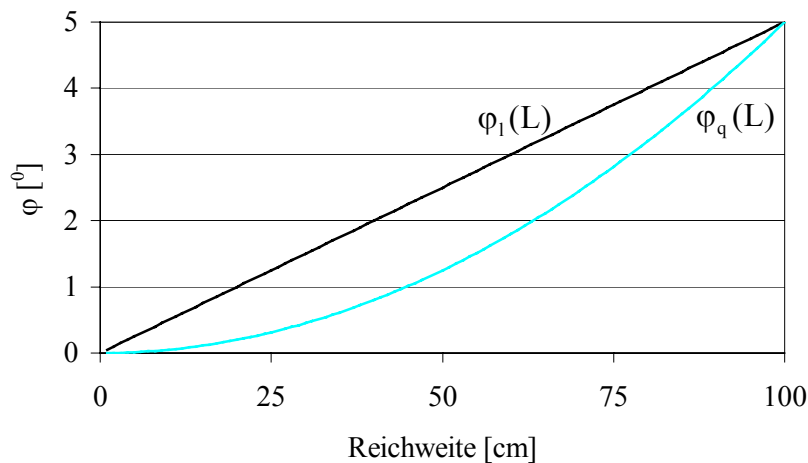


Abbildung 6.7: Funktionsverlauf für  $\varphi_1(L)$  und  $\varphi_q(L)$  bei  $\varphi_s = 0$

Da im maßgebenden Bereich  $L < 100$  cm der wirksame Reibungswinkel  $\varphi_q$  kleiner ist als  $\varphi_1$ , ist zu erwarten, dass die Reichweite  $L$  für die quadratische Abhängigkeit größer ist als bei linearem Anstieg des wirksamen Reibungswinkels.

### 6.2.2 Referenzwerte

Als Referenzwerte für die nachfolgende Auswertung der Gleichung (5.43) unter Variation der wichtigen Einflussgrößen wurden gewählt:

- Boden: kein Grundwasser;  $\gamma_B' = 12 \text{ kN/m}^3$
- Düsenparameter:  $c = \tan \delta = \tan 12,4^\circ = 0,22$ ;  $b_0 = 2,5 \text{ mm}$ ;  $p_p = 400 \text{ bar}$ ;  $\mu = 0,9$
- Suspensionsparameter: Frischsuspension:  $\gamma_s = 15 \text{ kN/m}^3$ ; Rücklaufsuspension:  $\gamma_R = 17 \text{ kN/m}^3$
- Wirksamer Reibungswinkel bei Verflüssigung:  
 $\varphi_1(L) = 0 + 0,05 \cdot L$  bzw.  $\varphi_q(L) = 0 + 0,0005 \cdot L^2$
- Grundbruchmodell:  $\varphi = \bar{\varphi}$ ;  $\varphi = \varphi_1(L)$  nach Gleichung (6.4) bzw.  $\varphi = \varphi_q(L)$  nach Gleichung (6.5);  $\lambda_{I,1} = 0,5$
- Stützdruck:  $p_s = \gamma_R \cdot t = 17 \cdot 10 = 170 \text{ kN/m}^2$

### 6.2.3 Variation des wirksamen Reibungswinkels (infolge Verflüssigung) und des Porenfluidüberdrucks

#### a) Wirksamer Reibungswinkel - Verflüssigung

Die mit der strichpunktierten Linie in der Abbildung 6.8 angegebene Reichweite  $L$  errechnet sich aus der Gleichung (5.43) für  $m_l = 0 \text{ [}^\circ/\text{cm]}$  bzw.  $m_q = 0 \text{ [}^\circ/\text{cm}^2]$ , gilt also für einen auf der Eindringlänge konstanten wirksamen Reibungswinkel  $\varphi = \varphi_s$ . Sie zeigt die starke Abnahme



der Reichweite mit zunehmendem wirksamen Reibungswinkel und ist direkt vergleichbar mit Abbildung 5.23.

Schon bei einer geringen Zunahme des wirksamen Reibungswinkels, z. B. um  $3^\circ$  auf 100 cm stellt sich gegenüber dem erstgenannten Fall bei kleinem Startwert  $\varphi_s$  eine deutliche Reduzierung der Reichweite ein, wobei die Reichweite - wie bereits erwähnt - bei linearem Anstieg von  $\varphi$  kleiner ausfällt als bei quadratischer Zunahme mit  $L$ .

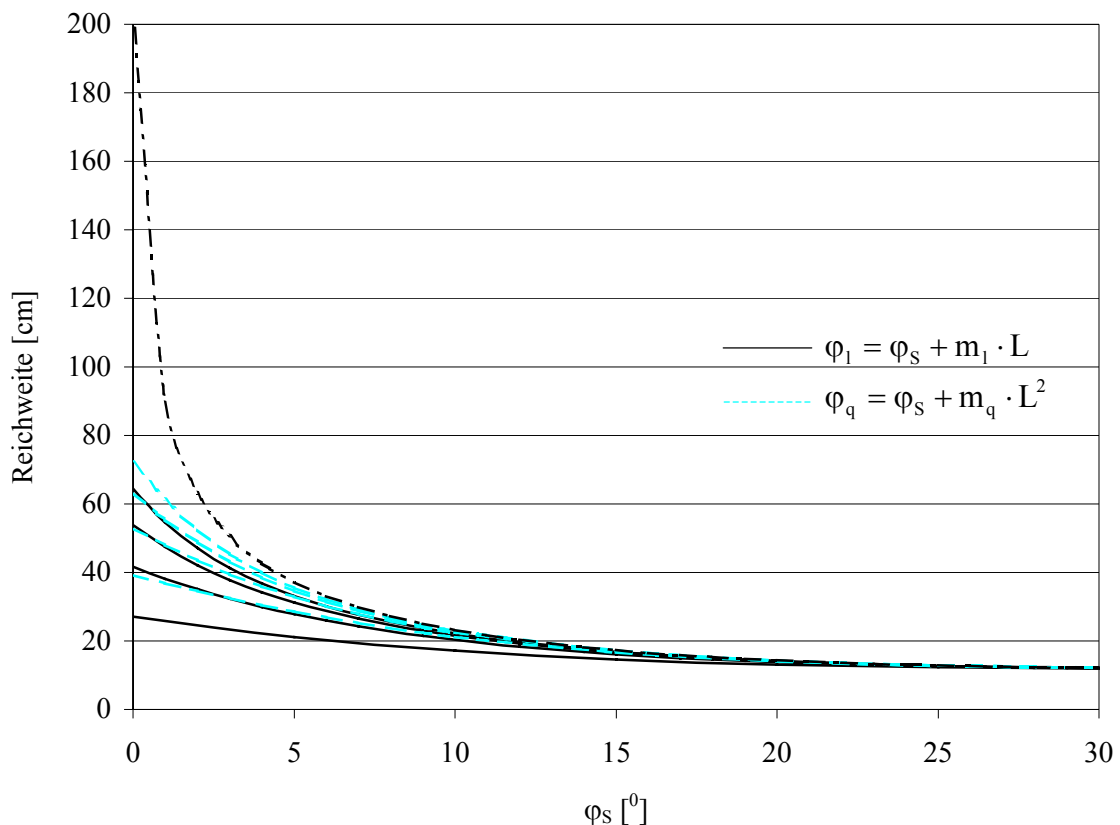


Abbildung 6.8: Variation des wirksamen Reibungswinkels

$m_l = 0; 0,03; 0,05; 0,1; 0,3$  [ $^\circ/\text{cm}$ ] (durchgezogene Linien)

$m_q = 0; 0,0003; 0,0005; 0,001; 0,003$  [ $^\circ/\text{cm}$ ] (gestrichelte Linien)

jeweils von oben nach unten betrachtet

Bei ohnehin geringen Reichweiten ( $L < 20$  cm) ist nur noch der Startwert  $\varphi_s$  und nicht mehr der weitere Anstieg des wirksamen Reibungswinkels maßgebend (siehe Abbildung 6.8). In Kapitel 5.5.4 wurde diskutiert, dass bei kleinen wirksamen Reibungswinkeln die Betrachtung von ebenen Verformungsrandbedingungen ausreichend ist, da ein die Räumlichkeit berücksichtigender Formbeiwert  $\nu_d$  näherungsweise  $\nu_d = 1$  ist. Bei größeren Reibungswinkeln ist auch  $\nu_d > 1$ , so dass eine noch raschere Abnahme der Reichweite mit steigendem  $\varphi$  zu erwarten ist, als in Abbildung 6.8 dargestellt.

Nur bei Annahme einer weitgehenden Verflüssigung, d. h. bei einem kleinen wirksamen Reibungswinkel, ergeben sich rechnerische Reichweiten, die mit den Säulendurchmessern der Baupraxis vergleichbar sind.

### b) Porenfluidüberdruck $p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_d$

Wie bereits erwähnt, wirkt sich der Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$

- einerseits in einer Abnahme des den passiven Rankine- Bereich stützenden Druckes  $p_s$  (der Rücklauf suspension) und
- andererseits in einer Abnahme der Einwirkung auf die Ortsbrust

aus. Während der erstgenannte Einfluss den Grundbruchwiderstand verkleinert, also insbesondere bei hohen wirksamen Reibungswinkeln zu einer Vergrößerung der Reichweite führt, mindert der zweitgenannte die Reichweite ab. Bei  $\varphi_s = 0$  und  $m_l = m_q = 0$  heben sich beide Einflüsse gegenseitig auf, sofern das Eigengewicht des Grundbruchkörpers vernachlässigt wird.

Die Abbildung 6.9 zeigt insgesamt eine Zunahme der Reichweite mit anwachsendem Porenfluidüberdruck, d. h. die Verminderung des Grundbruchwiderstandes infolge des kleineren Stützdruckes überwiegt um so mehr den zweitgenannten Einfluss, je größer der wirksame Reibungswinkel ist.

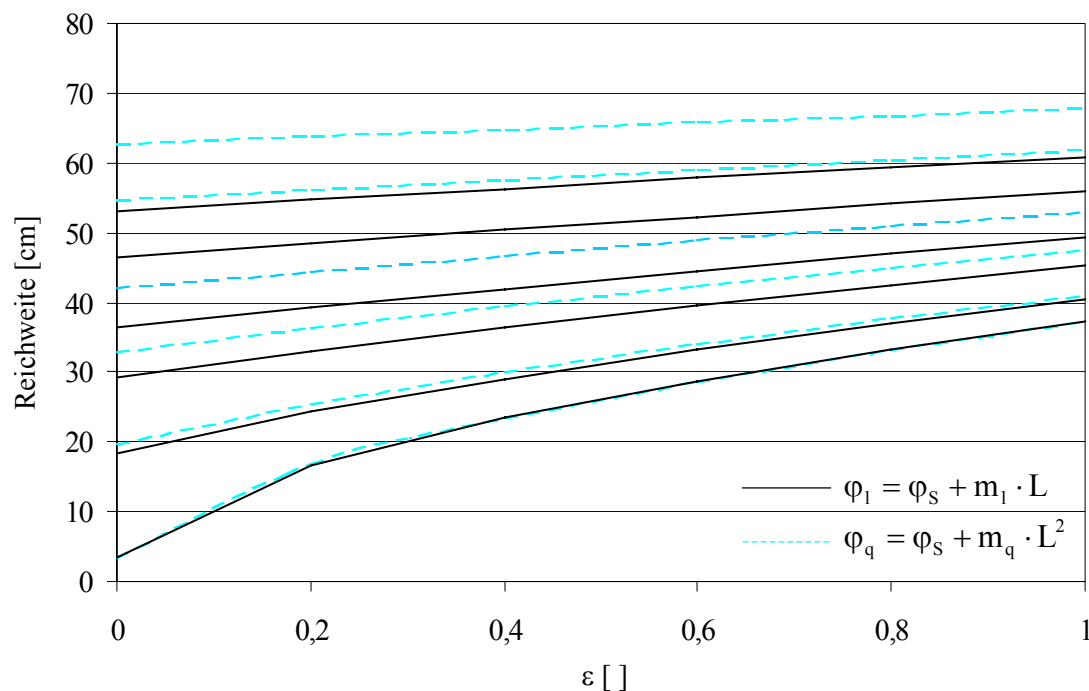


Abbildung 6.9: Variation des Porenfluidüberdrucks  $p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_d$  für Reibungswinkel  $\varphi_s = 0^\circ; 1^\circ; 3^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 30^\circ$  (von oben nach unten)

### 6.2.4 Variation des Stützdruckes $p_s = \gamma_R \cdot t$ ; Variation des Grundwasserspiegels

Nach den vorangegangenen Diskussionen erklären sich die in den Abbildungen 6.10 und 6.11 dargestellten Abhängigkeiten wie folgt:

- Eine Zunahme des Stützdruckes, z. B. durch Wahl einer größeren Düstiefe  $t$ , bewirkt eine Abnahme der Reichweite, weil der Grundbruchwiderstand ansteigt (Abbildung 6.10), wobei die Reichweite auch mit zunehmendem wirksamen Reibungswinkel kleiner wird.
- Ein Porenfluidüberdruck wirkt dem Stützdruck entgegen, so dass bei gleichem Stützdruck und  $\varepsilon = 1$  eine größere Reichweite erzielt wird - bei im übrigen identischen Parametern - als bei  $\varepsilon = 0$  (Abbildung 6.11).

Wie bereits mehrfach erwähnt, vermindert ein in der Tiefe  $t_w$  unter der Geländeoberfläche anstehender Grundwasserspiegel den Stützdruck:

$$\bar{p}_s = p_s - \gamma_w \cdot (t - t_w) = \gamma_R \cdot t - \gamma_w \cdot (t - t_w)$$

Die in den Abbildungen 6.10 und 6.11 dargestellten Abhängigkeiten gelten aber für den wirksamen Stützdruck  $\bar{p}_s$ , so dass die Lage des Grundwasserspiegels nicht als unabhängige Einflussgröße betrachtet werden muss.

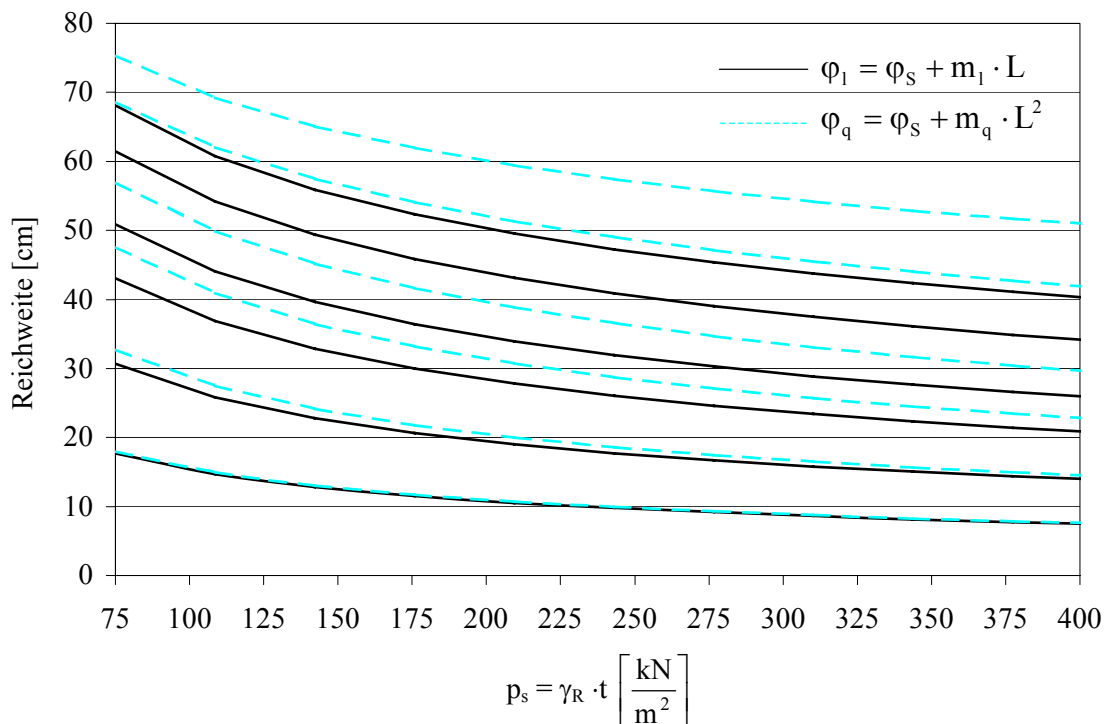


Abbildung 6.10: Variation des Stützdruckes  $p_s = \gamma_R \cdot t$  bei unterschiedlichem wirksamen Reibungswinkel;  $\varphi_s = 0^\circ; 1^\circ; 3^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 30^\circ$  (von oben nach unten)

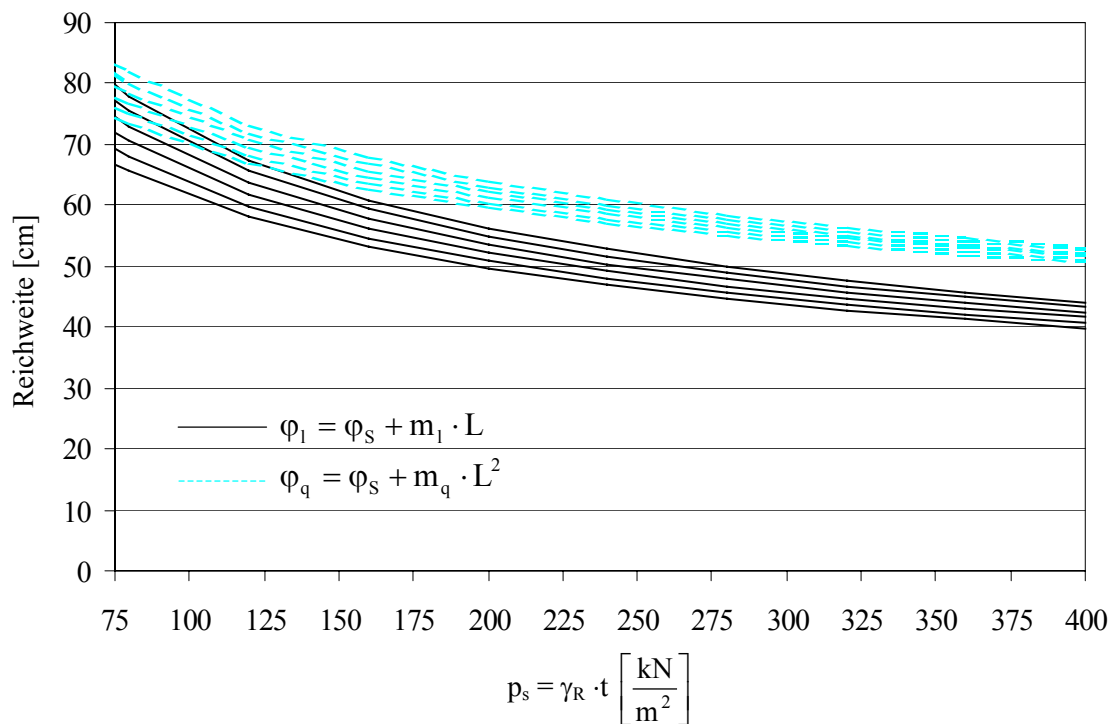


Abbildung 6.11: Variation des Stützdrucks  $p_s = \gamma_R \cdot t$  bei unterschiedlichem Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_d$ ;  $\varepsilon = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$  (von oben nach unten)

## 6.2.5 Variation der Maschinenparameter

### a) Strahlausbreitungswinkel $\delta$

In Kapitel 4.2.6 wurde die Auswirkung des Strahlausbreitungswinkels  $\delta$  generell diskutiert und - ausgehend von Normaldüsen - die Größe des Strahlausbreitungswinkels von optimierten Düsen und bei Luftummantelung aus in der Praxis erreichten Säulendurchmessern in vergleichbaren Böden hergeleitet. Hiernach ist mit einem Strahlausbreitungswinkel im Bereich  $7^\circ \leq \delta \leq 13^\circ$  zu rechnen.

In der Abbildung 6.12 ist die Abnahme der Reichweite mit wachsendem Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  dargestellt. Bei Einsatz einer hinsichtlich der Strahlbündelung optimierten Düse ( $9^\circ \leq \delta \leq 11^\circ$ ) ist die Reichweite im Vergleich zu einer herkömmlichen Düse ( $11^\circ \leq \delta \leq 13^\circ$ ) um ca. 15 % bis 25 % größer, bei Luftummantelung des Strahls ( $7^\circ \leq \delta \leq 9^\circ$ ) steigt die Reichweite um 25 % bis 40 % gegenüber derjenigen bei Verwendung einer Normaldüse an.

Weitere Diagramme, in denen die Reichweite als Funktion des Strahlausbreitungswinkels  $\delta$  aufgetragen ist, bei denen aber der Stützdruck  $p_s$  bzw. der Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$  als zusätzlicher Parameter auftritt, sind im Anhang C2 niedergelegt.

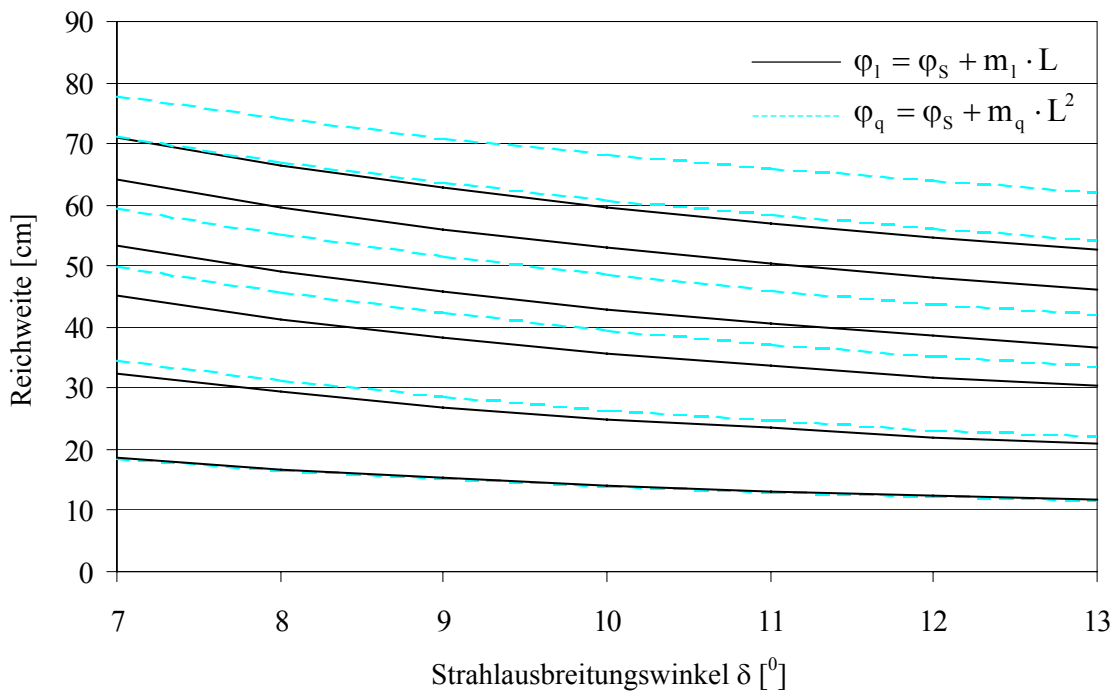


Abbildung 6.12: Variation des Strahlausbreitungswinkels bei unterschiedlichen Reibungswinkeln;  $\varphi_s = 0^0; 1^0; 3^0; 5^0; 10^0; 30^0$  (von oben nach unten)

### b) Impulsfluss $\dot{I}$

Der Impulsfluss  $\dot{I}$  berechnet sich nach Gleichung (4.43), wobei als wesentliche Größen der Pumpendruck  $p_p$  und der Düsenhalbmesser  $b_0$  eingehen. Aus der Praxis ist bekannt, dass in der Regel mit einem Mindestpumpendruck von 400 bar gedüst wird, und dass auch Hochleistungspumpen mit einem Druck von 500 bar bei einer Durchflussmenge von bis zu 400 l/min eingesetzt werden. Der Impulsfluss variiert daher in der Parameterstudie zwischen einem mit einem Pumpendruck  $p_p = 400$  bar und einem Düsendurchmesser  $b_0 = 1,25$  mm errechneten unteren Wert von  $\dot{I} \approx 400$  N und einem mit einem Pumpendruck  $p_p = 500$  bar und einem Düsendurchmesser von  $b_0 = 2,75$  mm ermittelten oberen Wert von  $\dot{I} \approx 2400$  N.

Die Abbildung 6.13 zeigt die Zunahme der Reichweite mit steigendem Impulsfluss, wobei der wirksame Reibungswinkel als weiterer Parameter verwendet wurde. Die Abhängigkeit zwischen der Reichweite und dem Impulsfluss  $\dot{I}$  bei einem unterschiedlichen Stützdruck  $p_s$  bzw. Porenfluidüberdruck  $p_{\bar{u}}$  oder bei unterschiedlichem Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  kann mit den im Anhang C3 beigefügten Diagrammen studiert werden.

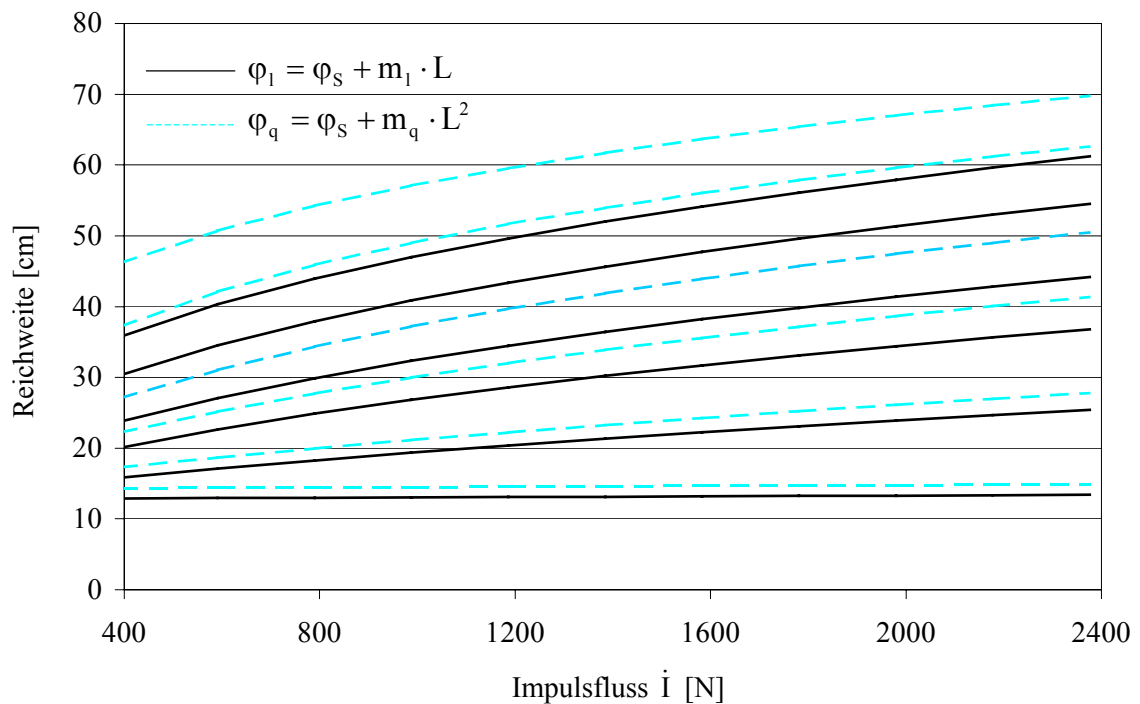


Abbildung 6.13: Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichem Reibungswinkel;  
 $\varphi_s = 0^0; 1^0; 3^0; 5^0; 10^0; 30^0$  (von oben nach unten)

### 6.2.6 Beispiel

Ein einfaches Beispiel soll eine weitere Grundlage für die in Kapitel 6.3 folgende Ergebnis-Diskussion bilden:

In einem Mittelsand soll für eine mit Schlitzwänden umschlossene Baugrube eine tiefliegende HDI-Sohle ausgeführt werden. Welcher Säulendurchmesser ist zu erwarten, wenn

- die Unterfläche der 1,5 m dicken Dichtungssohle in  $t = 13,5$  m unter Voraushubniveau liegt;
- der Grundwasserspiegel in  $t_w = 1,0$  m unter Voraushubniveau ansteht;
- die Frischsuspension mit einem  $w/z$ -Faktor von  $w/z = 1,0$  gefahren wird, was einer Wichte der Frischsuspension von  $\gamma_s = 15 \text{ kN/m}^3$  entspricht;
- eine Pumpe mit  $p_p = 400$  bar zur Verfügung steht;
- eine optimierte Düse mit dem Durchmesser  $2 \cdot b_0 = 4,0$  mm und einem Stahlausbreitungswinkel von  $\delta = 10^\circ$  verwendet wird?

Die Durchflusszahl  $\mu$  des Gesamtsystems wurde durch Messung ermittelt zu  $\mu = 0,85$ . In die rechnerische Abschätzung des erreichbaren Säulendurchmessers gehen nicht die wählbaren Größen

- Ziehgeschwindigkeit des Gestänges, z. B.  $v_z = 0,15$  m/min und
- Umdrehungszahl pro Minute des Gestänges, z. B.  $U = 4$  Umdrehungen/Minute

ein. Für die Berechnung müssen nun folgende Größen geschätzt werden:

- Wichte des Bodens unter Auftrieb im Bereich des Grundbruchkörpers  $\gamma_B' = 11,0 \text{ kN/m}^3$  (sichere Schätzung möglich);
- Wichte der Rücklaufsuspension  $\gamma_R = 17 \text{ kN/m}^3$  (sichere Schätzung möglich);
- Größe des entstehenden Porenfluidüberdruckes:  $p_u = \varepsilon \cdot p_d$ .  
 $\varepsilon = 0,6$  (Schätzung von  $\varepsilon$  im Bereich  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  ohne sicheren Anhalt);
- Grad der Bodenverflüssigung, ausgedrückt durch den wirksamen Reibungswinkel  $\varphi$ :  
 $\varphi = 3^\circ + 3 \cdot 10^{-4} \cdot L^2$  (L in cm)  
 Schätzung nur mit einer oberen Grenze  $\varphi \leq \varphi'$  mit  $\varphi' =$  Reibungswinkel des Bodens (hier z. B.  $\varphi' = 35^\circ$  für den beim Bauvorhaben anstehenden Mittelsand) möglich

Durch Auswertung der Gleichung (5.43) ergibt sich der zu erwartende Säulendurchmesser

$$D = 2 \cdot L = 2 \cdot 0,51 \text{ m} = 1,02 \text{ m}$$

Verringert man den wirksamen Reibungswinkel  $\varphi$  zu  $\varphi = 1^\circ + 2 \cdot 10^{-4} \cdot L^2$  (L in cm), so vergrößert sich der Säulendurchmesser auf

$$D = 2 \cdot L = 2 \cdot 0,68 \text{ m} = 1,36 \text{ m}$$

### 6.3 Ergebnis-Diskussion und -Bewertung

Im Gegensatz zu einer statischen Boden-Bauwerk-Interaktion, in der Einwirkung und Widerstand einander gegenüberstehen - z.B. bei der Standsicherheitsuntersuchung eines Grundbauwerkes - handelt es sich beim Düsenstrahlverfahren um einen dynamischen Interaktionsprozess, bei dem die Einwirkung aus dem Hochdruckstrahl auf den Bodenwiderstand mit dem Prozessergebnis eines erreichten Säulendurchmessers trifft.

Generell liegt der Schlüssel zur rechnerischen Lösung von Interaktionsproblemen - d.h. des rechnerischen Standsicherheitsnachweises bzw. der rechnerischen Ermittlung des Durchmessers einer HDI-Säule - in einer Gegenüberstellung von Einwirkung und Widerstand. Beim Düsenstrahlverfahren sind aber Einwirkung und Widerstand von dem Interaktionsprozess selbst abhängig, so dass es nicht möglich erscheint, allein aus dem Ergebnis des Prozesses (erreichter Säulendurchmesser) und aus den Ausgangsdaten der Einwirkung (Pumpendruck, Düsendurchmesser usw.) und des Widerstandes (Bodenwichte, Reibungswinkel, Lagerungsdichte usw.) den Einwirkungsprozess und den Widerstandsprozess rechnerisch zu beschreiben.

Um zu einer rechnerischen Widergabe von Einwirkungsprozess und Widerstandsprozess zu gelangen, mit denen das Prozessergebnis (Säulendurchmesser) rechnerisch prognostizierbar

wird, wurde vom Autor zunächst der Gesamtprozess des Düsenstrahlverfahrens in Modellversuchen in halbtechnischem Maßstab beobachtet und beschrieben und anschließend gezielt Modellversuche zu den Einzelprozessen durchgeführt.

Die aus diesen Beobachtungen entwickelte rechnerische Beschreibung des Einwirkungsprozesses durch das Modell der Strahlausbreitung in einer Gegenströmung innerhalb eines abgeschlossenen Kontrollraumes ist nach Einschätzung des Autors strömungsmechanisch hinreichend genau - im Sinne der Genauigkeit des Grundbaus. Hierin sind alle Ausgangsdaten der einwirkenden Seite, d.h. die Maschinenparameter, verarbeitet mit Ausnahme der Einwirkzeit des Schneidstrahles, die durch die Ziehgeschwindigkeit und die Drehzahl des Jetgestänges definiert ist. Die Prozesszeit hat auf die Einwirkung selbst keinen Einfluss, wohl aber auf den Einwirkungsprozess, da dieser beschrieben ist durch die Einwirkung und die Prozessdauer. Der Einwirkungsprozess ist aber über Länge und Durchmesser des Strömungskontrollraumes mit dem Prozessergebnis (Säulendurchmesser oder Reichweite) verknüpft.

Aus den Modellversuchen leitete der Autor ferner ab, dass der Widerstandsprozess als ein in horizontaler Richtung ablaufender (prozesshafter) Grundbruchvorgang beschrieben werden kann. Schon die Beobachtung des Gesamtprozesses machte deutlich, dass hier die Prozessdauer eine einflussreiche Größe sein wird, da

- der Widerstandsprozess bei einer lockeren und mitteldichten Ausgangslagerungsdichte des Bodens in eine Verdichtungs- und in eine Bodenlöse- Phase zerfiel;
- der Bodenlöseprozess rascher und umfassender einsetzte, wenn der Boden wassergesättigt war gegenüber dem Fall des erdfeuchten oder trockenen Bodens und
- der Grundbruchvorgang eine endliche Geschwindigkeit aufwies, so daß der Vorgang des Herausschiebens eines Bodenelementes über die Grundbruchfigur rückwärts in den bereits erzeugten Kanal eine endliche Zeit beansprucht.

Es ist im Rahmen dieser Arbeit gelungen, eine Gleichung zur Berechnung des statischen Grundbruchwiderstandes zu entwickeln, die aber nicht die Geschwindigkeit des Grundbruchversagens angibt und damit zumindest ein wesentliches Element der (erforderlichen) Prozesszeit nicht enthält. Die mit der Bedingung: „Einwirkung(sprozess) = Widerstand(sprozess)“ durchgeführten Berechnungen - die rein statischer Natur waren und die Zeit als wesentlichen Parameter eines Prozesses nicht enthielten - haben gezeigt, dass nur mit Bodenparametern, die gegenüber dem Ausgangszustand durch den Prozess selbst verändert waren, ein wirklichkeitsnahes Prozessergebnis (Reichweite, Säulendurchmesser) erreichbar war. Die Veränderungen betrafen die Entstehung eines Porenfluidüberdruckes in den Bodenporen, in denen bei Prozessbeginn der hydrostatische Wasserdruck oder nur der Luftdruck wirksam war und die



Reduzierung des Reibungswinkels auf einen recht kleinen Wert infolge einer angenommenen Teilverflüssigung des Bodens.

Zumindest die Entstehung eines Porenfluidüberdruckes konnte in Modellversuchen nachgewiesen werden. Auf eine Teilverflüssigung wurde aus den Anschauungsversuchen geschlossen. Diese Änderung der Bodeneigenschaften ist ebenfalls ein Prozess, der nicht plötzlich eintritt, sondern eine gewisse Zeit benötigt, so dass auch hier die Prozessdauer wesentlich eingeht.

Das hergeleitete rechnerische Modell zur Bestimmung des (Grundbruch-)Widerstandes ist wohl mechanisch richtig, wenn die getroffenen Annahmen und Vereinfachungen akzeptiert werden und auch zielführend, aber es ist ein statisches Modell, das die Zeit, die den hier betrachteten Widerstandsprozess wesentlich beeinflusst, nicht berücksichtigt. So kann nur der am Ende des Prozesses, der die Bodenkennwerte verändert, erreichte Zustand abgeschätzt und in das statische Modell eingebaut werden, um das Prozessergebnis zu berechnen. Dies ist natürlich keine belastbare ingenieurmäßige Aussage, wie mit dem Beispiel des Kapitels 6.2.6 dargestellt werden sollte.

In weiterführenden Forschungsschritten müsste das statische Widerstandsmodell ergänzt werden durch von dem Einwirkungsprozess (inklusive Prozessdauer) abhängige rechnerische Modelle, die

- die Veränderung des Reibungswinkels durch teilweise Bodenverflüssigung,
- die Entwicklung des Porenfluidüberdruckes im Bodenraum und
- die Geschwindigkeit des Grundbruchvorganges

beschreiben. Die Lösung dieser Forschungsaufgaben ist nach Einschätzung des Autors äußerst schwierig.

Eine andere Methode, zu einer empirisch - d.h. durch zahlreiche umfassende Datensätze über ausgeführte Düsenstrahlsäulen - abgesicherten Aussage über das zu erwartende Prozessergebnis zu kommen, bietet die Fuzzy- Logik, in die analytisch erfassbare Teilbereiche des Prozesses - im Fall des Düsenstrahlverfahrens ist dies nach obigem die Einwirkung - eingebaut werden können. Hierauf wird schließlich in dem nachfolgenden Kapitel eingegangen.

## 7 Fuzzy- Logik gestützter Lösungsansatz für die Abschätzung der Reichweite des Düsenstrahls

### 7.1 Grundlegende Erläuterungen der Fuzzy- Logik

Die 1965 von Lotfi A. Zadeh in den USA entwickelte Fuzzy- Logik - übersetzt mit unscharfer oder mehrwertiger Logik - erlaubt das Arbeiten mit unscharfen, analytisch nicht exakt erfassbaren Kenngrößen. Allgemein befasst sich die Logik mit der Auswertung von Bedingungen, deren Verknüpfungen und ihren Schlussfolgerungen. In der klassischen Logik kann die Bedingung und die sich daraus ableitende Gültigkeit einer Schlussfolgerung nur „wahr“ oder „falsch“, „gültig“ oder „ungültig“ sein. Mathematisch ausgedrückt nimmt die Zugehörigkeitsfunktion einer Kenngröße nur die Werte 0 und 1 an. Als eine Art Mengenlehre kann die Fuzzy- Logik als Erweiterung der konventionellen Logik verstanden werden, bei der dieses Zweiwertigkeitsprinzip durch einen Erfüllungsgrad von 0 bis 1 „aufgeweicht“ wird, also Zwischenlösungen innerhalb des möglichen Entscheidungsraumes zugelassen werden. Damit wird die „theoretische“ Logik mehr an die menschliche Entscheidungsfindung angenähert und ist dadurch besser geeignet, menschliche Entscheidungsprozesse zu simulieren.

Zur Erläuterung wird hier ein einfaches, ingenieurmäßiges Beispiel vorgestellt, das auch in den folgenden Kapiteln als eine Art „roter Faden“ zum besseren Verständnis der theoretischen Überlegungen mitgeführt wird.

Beim Düsenstrahlverfahren ist die Eindringtiefe des Schneidstrahls in einen rolligen Boden unter anderem von der Lagerungsdichte  $D$  des Bodens abhängig. Bei lockerer Lagerung mögen sich beispielsweise Durchmesser bis zu 2,00 m, bei mitteldichter Lagerung Durchmesser bis zu 1,50 m ergeben. Als Regeln der Logik formuliert lautet dies:

WENN Lagerungsdichte = *locker* DANN Durchmesser = 2,00 m

WENN Lagerungsdichte = *mitteldicht* DANN Durchmesser = 1,50 m

Die klassische Logik prüft die Bedingung „Lagerungsdichte“ und entscheidet daraufhin, ob die Schlussfolgerung „Durchmesser“ = 2,00 m oder „Durchmesser“ = 1,50 m gilt. Dabei wird ein Boden mit einer nach DIN 18126 bestimmten Lagerungsdichte  $0,15 < D \leq 0,30$  als locker gelagert, darüber als mitteldicht gelagert bezeichnet. Für  $D = 0,20$  gilt die Bedingung „Lagerungsdichte = locker“ und somit die gültige Schlussfolgerung „Durchmesser = 2,00 m“. Diese Art der Prüfung und Auswertung von Bedingungen führt dazu, dass ein Boden mit  $D = 0,29$  definitiv als locker gelagert gilt und ein Durchmesser von 2,00 m folgt, ein Boden mit  $D=0,31$  jedoch als mitteldicht mit der Folge eines Durchmessers von nur noch 1,50 m. Dies widerspricht der menschlichen (natürlichen) Logik, die - ausgehend von klaren Grenzfällen - in der Lage ist, zwischen diesen zu mitteln. Ein Bodenmechaniker wird bei einer Lagerungsdichte

von  $D = 0,31$  den Boden als locker bis mitteldicht gelagert bezeichnen und daraus einen Durchmesser zwischen 1,50 m und 2,00 m ableiten.

Die Fuzzy- Logik ordnet der Aussage „locker“ oder „mitteldicht“ ein Intervall innerhalb der möglichen Lagerungsdichten zu, in dem diese mehr oder weniger gelten. Dadurch ist die Aussage „locker“ oder „mitteldicht“ nicht entweder wahr oder falsch, sondern zu einem gewissen Grad - zwischen 0 und 100 % bzw. zwischen 0 und 1 - erfüllt. Mit dem Erfüllungsgrad der Aussage über die Lagerung gilt auch die Schlussfolgerung mehr oder weniger. Dadurch können mehrere Bedingungen gleichzeitig zu gewissen Graden erfüllt sein und somit auch ihre Schlussfolgerungen gleichzeitig zu gewissen Erfüllungsgraden gelten. Der entsprechend den Gültigkeiten gebildete Mittelwert aus den Schlussfolgerungen 2,00 m und 1,50 m ist dann das „fuzzy- logische“ Ergebnis. Die fuzzy- Auswertung der beiden Regeln ist also in der Lage, die menschliche Entscheidung stufenlos nachzubilden.

Mit der Fuzzy- Logik lassen sich menschliche Entscheidungsprozesse für den Computer strukturierbar und dadurch nachvollziehbar, wiederholbar und optimierbar machen.

Anwendung findet die Fuzzy- Logik auf dem Gebiet der Prozesssteuerung bzw. -regelung und bei sogenannten „Expertensystemen“, die sich mit der Analyse von Situationen oder Prozesszuständen beschäftigen und daraus eine Lösung entwickeln. Als typisches Beispiel eines Expertensystems sei die Steuerung der U-Bahn in Sendai/Japan (1987) unter Anwendung der Fuzzy- Logik genannt. Das Know-how erfahrener Zugführer, die die Bahn hinsichtlich der Kriterien Energieverbrauch, Fahrkomfort und Pünktlichkeit steuerten, wurde durch Befragung und Fahranalyse der Fahrer ermittelt und mit Hilfe der Fuzzy- Logik steuerungstechnisch umgesetzt. Weitere Anwendungen zur Entscheidungsmodellierung finden sich hauptsächlich auf nicht technischen Gebieten wie die Risikoabschätzung für den Wertpapierhandel, die Risikobewertung für Leasingverträge von Autos oder die Beurteilung des Fahrkomforts von Autoreifen, wo eine Entscheidungsfindung von menschlichen Einschätzungen und Bewertungen abhängt.

Beim Einsatz als Bewertungssystem, bei dem es hauptsächlich auf menschliche Erfahrungen, Beurteilungen und Einschätzungen, zusammengefasst zum sogenannten Expertenwissen und auf gesammelte Erfahrungswerte aus der Praxis ankommt, hilft die Fuzzy- Logik im Bereich der Geotechnik bei der Gebirgsklassifikation [38], bei der Bewertung von Deponien [41], bei der Bewertungen geologisch-geotechnischer Risiken [55] und bei der Auswahl eines Verfahrens zur Grundwasserabsenkung [10].

In der Anwendung weitaus verbreiteter ist die Fuzzy- Logik auf dem Gebiet der Prozessregelung bzw. -steuerung. Sie bietet dabei den Vorteil, auf ein mathematisches Modell der inneren Prozesszusammenhänge verzichten zu können, so dass zum einen die Kontrolle von Prozessen gelingt, für die kein analytisches Modell existiert und zum anderen auf eine exakte Messsensorik verzichtet werden kann. Anwendungen der Fuzzy-Logik erweitern damit das Fachgebiet der klassischen Mess-, Steuer- und Regeltechnik. Hier sei als erster regelungstechnischer Einsatz überhaupt die Steuerung eines Zementbrennofens in Dänemark (1977/78) erwähnt. Darüber hinaus werden Fuzzy- Systeme unter anderem zur Belichtungssteuerung oder

Bildstabilisierung in Foto- und Videokameras, zur Steuerung von Krananlagen, Müllverbrennungsanlagen, Klärwerken, Aufzügen, Waschmaschinen oder Mikrowellen eingesetzt.

Alle diese Beispiele zeichnen sich dadurch aus, dass es kein mathematisches Modell bzw. eine analytische Lösung zur Prozesssteuerung gibt. Stattdessen basiert der Erfolg einer Fuzzy-Regelung im wesentlichen auf der Möglichkeit, auf Messdaten zurückgreifende umgangssprachliche Entscheidungsregeln für den Computer fassbar zu machen und dadurch menschliche Denk- bzw. Steuerungsschemata zu programmieren und direkt in einen edv- gerechten Algorithmus umzusetzen. In der Geotechnik wurde die Fuzzy- Logik auf dem Gebiet der Regelungstechnik u.a. zur Richtungssteuerung beim unterirdischen Rohrvortrieb [36] und zur Regelung der Vibrationsrammung mit Erschütterungsbegrenzungen [42] eingesetzt.

Die zuverlässige Ausführung beim Düsenstrahlverfahren kann aus regelungstechnischer Sicht nur durch eine Regelung der Prozessabläufe während des Düsens erfolgen, da der Prozess erheblichen zufälligen Schwankungen unterliegt und aus diesem Grund eine ständige Ist-Aufnahme mit einer direkten Nachregelung erforderlich wäre. Eine solche Regelung scheitert bisher daran, dass eine Messung des Säulendurchmessers während des Düsens nicht möglich ist und auch keine indirekte Messgröße gefunden wurde, die einen zuverlässigen Rückschluss auf das erreichte Ergebnis während der Herstellung ermöglicht. Die Ermittlung des Säulendurchmessers durch eine Prozessregelung mit Hilfe eines Fuzzy- Reglers ist beim Düsenstrahlverfahren mit dem heutigen Stand der Technik damit nicht möglich.

Nach Meinung des Autors kann aber beim Düsenstrahlverfahren durch Aufbau eines Bewertungssystems unter Anwendung der Fuzzy- Logik eine Prognose des zu erwartenden Säulendurchmessers vor Beginn der Baumaßnahme gemacht werden. Dieses Bewertungssystem beruht zum einen auf Expertenwissen und zum anderen auf Erfahrungswerten bei ausgeführten Bauvorhaben. Durch eine Befragung von Experten auf dem Gebiet des Düsenstrahlverfahrens müssen alle Eingangsparameter - die der Maschinenteknik und die des Bodens - die einen Einfluss auf die Eindringtiefe des Schneidstrahls haben, für eine Fuzzy- Programmierung benannt werden. Darüberhinaus erfolgt eine Beurteilung und Einschätzung der Gewichtung der einzelnen Parameter durch die Experten.

Mit Hilfe der Zahlenwerte der Eingangsparameter und des erreichten Säulendurchmessers von zahlreichen ausgeführten Bauvorhaben kann das entwickelte Fuzzy- System geeicht bzw. unter Anwendung der Neuro- Fuzzy (siehe Kapitel 7.4) trainiert und optimiert werden.

Es können auch analytische Vorüberlegungen, die auf einem mathematischen Modell basieren, bei der Fuzzy- Programmierung berücksichtigt werden (siehe Kapitel 7.5). So wurde für das Düsenstrahlverfahren z.B. auf der Seite der Einwirkung ein analytisches Modell zur Berechnung des maschinentechnisch aufgebracht Drucks infolge Strömung auf den Boden entwickelt und in das Fuzzy- System einprogrammiert, das nur den Strahlausbreitungswinkel als unscharfe Kenngröße, die aber mit Hilfe der Fuzzy- Logik berücksichtigt und verarbeitet werden kann, enthält. Auf der Seite des Widerstands eignen sich - wie bereits erwähnt und an einem Beispiel erläutert - die nur unscharf zu erfassenden bodenmechanischen Kennwerte des anstehenden Bodens gut zur Fuzzy- Modellierung.

Bevor in Kapitel 7.5 ein vollständiger Fuzzy- Logik- gestützter Lösungsansatz zur Ermittlung des Säulendurchmessers beim Düsenstrahlverfahren vorgestellt wird, werden im Kapitel 7.2 einige grundlegende theoretische Erläuterungen zum Verständnis einer Fuzzy- Programmierung gegeben. Ohne mathematisch vollständige Herleitung werden aus den grundlegenden Zusammenhängen besonders die Aspekte hervorgehoben, die sich bei der praktischen Umsetzung der Randbedingungen des Düsenstrahlverfahrens in die Anwendung der Fuzzy- Logik als wichtig herausgestellt haben. Eine vollständige mathematische Einführung kann [9] und [22] entnommen werden.

## 7.2 Grundlagen der Fuzzy- Logik

### 7.2.1 Fuzzy- Sets und Linguistisches Konzept

Im Beispiel des Kapitels 7.1 wurde die Lagerungsdichte des Bodens als Eingangskenngröße mit ihren Eigenschaften „locker“ und „mitteldicht“ eingeführt. Der Durchmesser einer Düsenstrahlsäule als Ausgangskenngröße wurde quantitativ mit 1,50 m bzw. 2,00 m exakt festgelegt. Alternativ kann er auch durch eine Eigenschaft wie „groß“ oder „klein“ beschrieben werden.

	Kenngröße (Linguistische Variable)	=	Eigenschaft (Linguistischer Term)		Kenngröße (Linguistische Variable)	=	Eigenschaft (Linguistischer Term)
Regel 1: WENN	Lagerungsdichte	=	locker	DANN	Durchmesser	=	groß
Regel 2: WENN	Lagerungsdichte	=	mitteldicht	DANN	Durchmesser	=	klein

Abbildung 7.1: Linguistisches Konzept der Fuzzy- Logik

Als linguistisches Konzept der Fuzzy- Logik wird verstanden, das die Regeln mit umgangssprachlichen Eigenschaften einer Kenngröße unscharf formuliert werden können, was der menschlichen Entscheidungsfindung besser entspricht als bei „scharfen Regeln“ (WENN  $D > 0,30$  DANN Durchmesser  $< 2,00$  m).

Die Kenngröße wird als „Linguistische Variable“ bezeichnet, der mehrere „Linguistische Terme“ (Eigenschaften) zugeordnet sind. Ein linguistischer Term kann dabei auch als Fuzzy- Set, also als unscharfe Menge angegeben werden, die mathematisch durch eine Zugehörigkeitsfunktion beschrieben wird. Die Zugehörigkeitsfunktion kann bei der Fuzzy- Logik im Gegensatz zur konventionellen Logik Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Entsprechend menschlichen Bewertungskriterien sind Bedingungen und Schlussfolgerungen damit nicht nur „Wahr“ oder „Falsch“, „Gültig“ oder „Ungültig“, sondern es werden Zwischenlösungen zugelassen wie „mehr oder weniger wahr“ bzw. „mehr oder weniger falsch“.

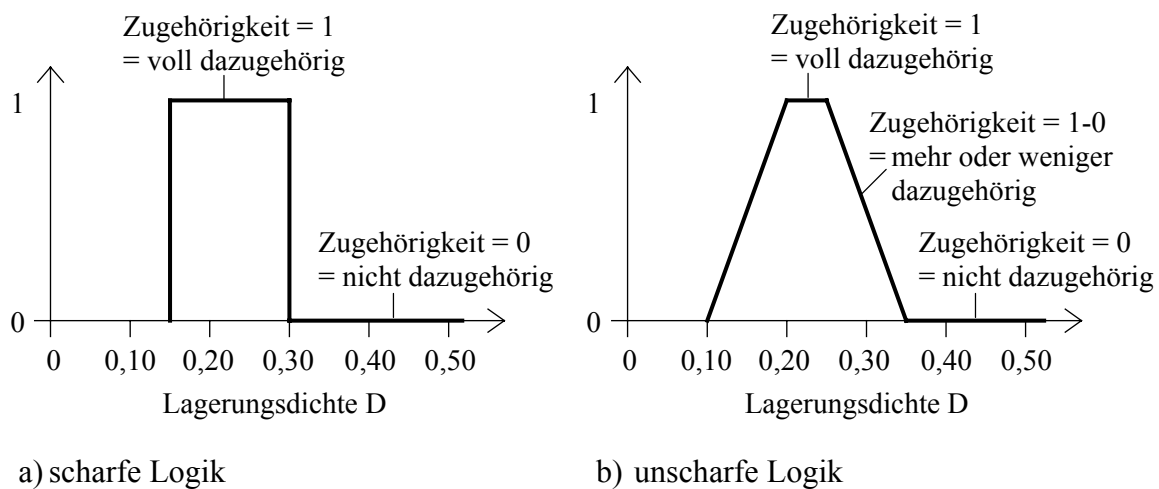


Abbildung 7.2: Zugehörigkeitsfunktion „lockere Lagerung“

Abbildung 7.2a) zeigt die Zugehörigkeitsfunktion der Aussage „lockere Lagerung“ in der „scharfen“ Logik. Sie ist definiert auf der Grundmenge der möglichen Dichtezahlen (0 - 100%) und kann die Werte 0 (= nicht dazugehörig) und 1 (= voll dazugehörig) annehmen. Entsprechend der Festlegung, einen Boden mit einer Lagerungsdichte  $0,15 < D \leq 0,30$  als locker gelagert zu bezeichnen, ergeben sich Unstetigkeitsstellen an den Stellen  $D = 0,15$  und  $D = 0,30$ . Die Abbildung 7.2b) gibt eine mögliche Zugehörigkeitsfunktion des linguistischen Terms „lockere Lagerung“ der linguistischen Variablen „Lagerungsdichte“ in der unscharfen Logik an. In den Übergangsbereichen liefert die Zugehörigkeitsfunktion Werte zwischen 0 und 1, d.h. ein Boden wird mehr oder weniger als „locker gelagert“ bzw. mehr oder weniger als „sehr locker gelagert“ eingestuft.

Zur Darstellung der Zugehörigkeit eignen sich verschiedene Kurvenverläufe, die jeweils spezielle Vor- und Nachteile haben und die der Literatur entnommen werden können [9], [22]. Für die praktische Anwendung ist es im Allgemeinen ausreichend, trapez- oder dreieckförmige Fuzzy- Mengen zu benutzen. Wesentlich für die Beschreibung von unscharfen Informationen durch Fuzzy- Mengen sind die Toleranz und die Einflussbreite. Die Toleranz ist dabei das Intervall auf der Grundmenge, in dem die Zugehörigkeitsfunktion den Wert 1 hat. Demgegenüber ist die Einflussbreite die Breite der Fuzzy- Menge, in der eine Zugehörigkeit  $> 0$  besteht.

Für eine Fuzzy- Programmierung sind alle zu verarbeitenden Kenngrößen (linguistische Variablen) in Form von Eingangs- oder Ausgangsgrößen zu definieren. Dann muss die Anzahl der die einzelnen linguistischen Variablen beschreibenden linguistischen Terme festgelegt werden. Dies erfolgt entweder durch freie menschliche Intuition oder ist durch technische Regeln festgelegt, wie das in Abbildung 7.3 dargestellte Beispiel der Variablen „Lagerungsdichte“ verdeutlicht. Daraufhin wird für jeden Term die Toleranz festgelegt. Die dabei übriggebliebenen Zwischenstücke sind die Übergangsbereiche zwischen den Termen, wodurch die Einflussbreite definiert ist.

Beispielhaft sei die hier getroffene Einteilung der linguistischen Variablen „Lagerungsdichte“ in Abbildung 7.3 erklärt:

Die Lagerungsdichte nichtbindiger Böden wird gewöhnlich in vier Bereiche „sehr locker“, „locker“, „mitteldicht“ und „dicht“ eingeteilt. Daher wird eine Einteilung in vier linguistische Terme vorgenommen, die jeweils in einem hier definierten Bereich (Toleranz) volle Gültigkeit haben. Die Flanken der Terme werden hier so

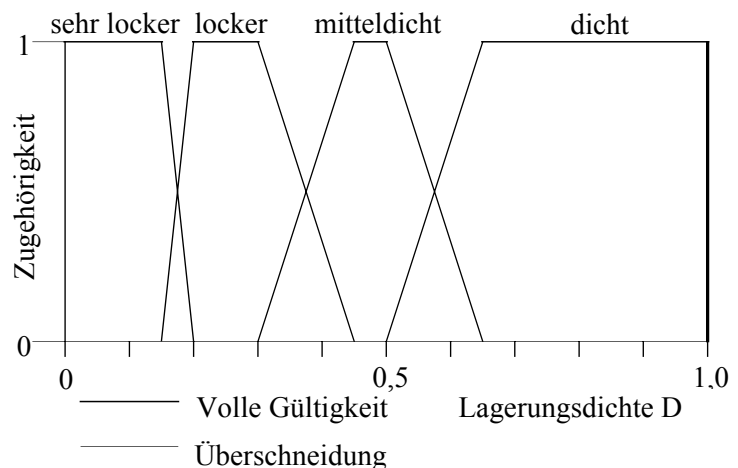


Abbildung 7.3: Einteilung der Variablen „Lagerungsdichte“ in linguistische Terme

angeordnet, dass sie bei Beginn der vollen Gültigkeit der Nachbarterme gerade den Zugehörigkeitsgrad „0“ erreichen. Dies führt zu einer vollständigen Überschneidung der Terme in den Übergangsbereichen, die eine gleichmäßige Verschiebung der Zugehörigkeit zu benachbarten Termen bei zunehmender Eingangsgröße erzeugt. Gleichzeitig bleibt die Logik erhalten, dass nur eine Aussage alleine vollständig gültig sein kann.

### 7.2.2 Inferenz

Nachdem für eine Fuzzy- Programmierung alle Kenngrößen (linguistische Variable) mit ihren dazugehörigen Eigenschaften (linguistische Terme) definiert sind und die die linguistischen Terme beschreibenden Zugehörigkeitsfunktionen aufgestellt wurden, müssen Regeln formuliert werden, die die Eingangs- und Ausgangsgrößen in Zusammenhang bringen. Als Inferenz wird dabei das Schlussfolgern aus Bedingungen mit Hilfe von (unscharfen) Regeln bezeichnet. Sie stellt damit eine Art Verarbeitungsvorschrift für WENN...DANN...- Regeln auf unscharfen Aussagen dar und besteht aus den Schritten Aggregation, Komposition und Ergebnis- Aggregation.

Der erste Schritt der Fuzzy- Inferenz, die Aggregation, bestimmt den Erfüllungsgrad der Bedingungen, d.h. den vollständigen WENN- Teil der Regeln. Dazu werden verschiedene Fuzzy- Operatoren verwendet, die bei der Beispielrechnung im Anhang E1 genannt werden und deren mathematische Bedeutung in Abbildung 7.4 angegeben ist.

Im zweiten Inferenzschritt (Komposition) wird unter Berücksichtigung der aus dem ersten Schritt berechneten Gültigkeit der Bedingung der Gültigkeitsgrad der Schlussfolgerungen ermittelt. Vorgehend wurde davon ausgegangen, dass eine Schlussfolgerung mit dem Erfüllungsgrad der Bedingung gültig ist. Innerhalb der Fuzzy- Logik kann jedoch auch eine Regel als mehr oder weniger gültig erklärt werden. Hierzu kann jeder Regel ein Plausibilitätsgrad zugeordnet werden, der die Wichtigkeit der Regel beschreibt. Regeln selbst können also „fuzzy“ sein, also einen Wahrheitswert zwischen 0 (Regel vollständig ungültig) und 1 (Regel voll-

ständig gültig) besitzen. Die Gültigkeit der Schlussfolgerung wird aus dem Produkt des Erfüllungsgrades der Bedingung und dem Regelgewicht gebildet (Abbildung 7.4).

Als letzter Schritt erfolgt die Ergebnis- Aggregation, d.h. die Zusammenfassung aller Schlussfolgerungen. Wenn mehr als ein Ergebnis die gleiche Schlussfolgerung nach sich zieht, muss ein Operator die Ergebnisse dieser Regeln aggregieren. Für die Ergebnisaggregation wird der maximale Gültigkeitsgrad der Schlussfolgerungen für die weiteren Berechnungen verwendet. Zur Verfügung stehen die MAXIMUM- Aggregation, die als maßgebende Gültigkeit der Schlussfolgerung die maximale Gültigkeit verwendet, die die Komposition liefert (es wird also nur die am höchsten erfüllte Regel je Ausgangsterm berücksichtigt) und die BOUNDED SUM- Aggregation, die alle Teilgültigkeiten einer Schlussfolgerung addiert. Dabei kann sich theoretisch eine Gültigkeit  $> 1$  ergeben, die im Sinne der Definition von „Zugehörigkeitsgrad“ bzw. „Erfüllungsgrad“ nicht möglich ist. Die BSUM- Aggregation begrenzt daher die Summe der Teilgültigkeiten auf 1,0 (Abbildung 7.4).

Mit diesem letzten Schritt ist die Inferenz beendet. Das Ergebnis liefert die Gültigkeiten der Schlussfolgerungen des Regelwerks in Form von unscharfen Ausgangsmengen.

Die Inferenz selber arbeitet nur mit Vektoren, die die Zugehörigkeit der Ein- und Ausgangswerte zu den unscharfen Mengen (Terme) der linguistischen Variablen enthalten. D.h. sie verarbeitet Eingangsvektoren zu Ausgangsvektoren. Die vollständige Funktionsfähigkeit eines Fuzzy- Systems ist erst durch zwei zusätzliche Übersetzungsschritte - die Überführung einer Eingangsgröße in Zugehörigkeiten zu den Eingangstermen und die Rückübersetzung des Ausgangsvektors in einen „scharfen“ Ausgabewert - gegeben. Die Ein- und Ausgabeübersetzung wird als „Fuzzifizierung“ - „unscharf machen“ - und „Defuzzifizierung“ - „wieder scharf machen“ - und ihre Bedeutung im Fuzzy- System als „Input“- und „Output- Interface“ bezeichnet.

Als Defuzzifizierungsmethoden werden in der Literatur zahlreiche Programmialgorithmen genannt, die zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. In dieser Arbeit soll nur eine allgemeingültige Unterscheidung der Defuzzifizierungsmethoden gegeben werden, für eine detaillierte mathematische Beschreibung der einzelnen Methoden wird auf die Literatur verwiesen [9], [22].

Die beiden grundsätzlichen Defuzzifizierungsmethoden unterscheiden sich darin, ob sie aus dem Inferenzergebnis das plausibelste Ergebnis oder den besten Kompromiss liefern.

In regelungstechnischen Anwendungen wird in den meisten Fällen die zweitgenannte Methode eingesetzt, da der (scharfe) Ausgabewert den besten Kompromiss aller möglichen Schlussfolgerungen symbolisieren sollte. Diese Defuzzifizierungsmethode entspricht der Struktur der Fuzzy- Logik, für Zwischenwerte auch Zwischenergebnisse schlussfolgern zu können.

Dagegen wird die Wahl des plausibelsten Ergebnisses vom Menschen automatisch bei Entscheidungen vorgenommen, die keinen Mittelwert zulassen. Sie stellt eine grundsätzlich andere Art des Schlussfolgerns dar und tritt häufig bei Problemstellungen auf, die nicht eine technische Größe, sondern einen abstrakten Begriff, wie z.B. „vorteilhaftes Angebot“ oder „Kreditwürdigkeit“ behandeln.



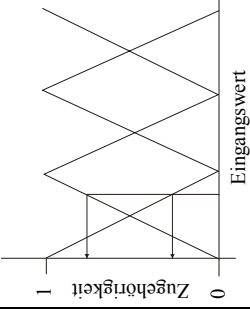
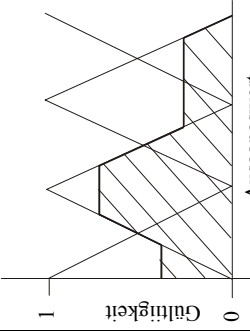
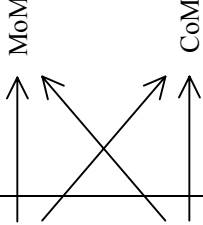
Aus diesem Grund wird diese Defuzzifizierungsmethode häufig bei Bewertungssystemen angewendet.

In Abbildung 7.4 ist die Struktur eines vollständigen Fuzzy- Systems mit einer mathematischen Beschreibung des Inferenzschemas dargestellt. Zum besseren Verständnis der theoretischen Überlegungen wird im Anhang E1 ein einfaches Beispiel eines Fuzzy- Systems auf der Grundlage von bodenmechanischen Zusammenhängen gegeben. Der Übersichtlichkeit halber werden nur zwei Eingangskenngrößen in einem überschaubaren Regelblock miteinander in Verbindung gebracht und zu einer Ausgangskenngröße ausgewertet. Dabei kommt es weniger auf die Nachvollziehbarkeit des Beispiels aus bodenmechanischer Sicht an, vielmehr sollen die in diesem Kapitel aufgeführten theoretischen Grundkenntnisse und deren praktische Umsetzung in einem einfachen Beispiel veranschaulicht werden.

### 7.3 Problematik der Fuzzy- Programmierung

Das Ziel der Fuzzy- Logik besteht darin, durch Programmieralgorithmen Prozesse zu steuern, für die es keine geschlossene analytische Lösung bzw. kein mathematisches Modell gibt, indem Eingangskenngrößen über umgangssprachliche Regelwerke derart in Zusammenhang gebracht werden, dass sich das gewünschte Ergebnis in Form eines (scharfen) Ausgabewertes ergibt. Aber gerade darin liegt auch die Problematik und Schwierigkeit der Fuzzy- Logik. Zur Erzielung des angestrebten Ergebnisses bestehen innerhalb des Fuzzy- Systems viele Eingriffs- und Veränderungsmöglichkeiten. So wird das Ergebnis durch die Anordnung und Gestaltung der linguistischen Terme der einzelnen linguistischen Variablen beeinflusst. Aus wissenschaftlichen Erkenntnissen [9], [22] steuert der Kurvenverlauf weniger, die Einflussbreite und die Toleranz der Terme hingegen entscheidend den Kennlinienverlauf der Ausgabewerte. Innerhalb der Inferenz kann über eine Regelgewichtung und über die Verwendung unterschiedlicher Verknüpfungsoperatoren für die WENN- bzw. DANN- Teile der Regeln entscheidend Einfluss auf das Ergebnis genommen werden. Durch die Anwendung unterschiedlicher Defuzzifizierungsmethoden ändern sich die Ausgabeparameter ebenfalls. Man erkennt, dass die Umsetzung von umgangssprachlichen menschlichen Entscheidungsprozessen bzw. von Regelungsprozessen mit Hilfe einer Fuzzy- Programmierung mit steigender Komplexität des Gesamtsystems schwieriger und unüberschaubarer wird. Je mehr Eingangs- und Ausgangsgrößen, desto mehr Kombinationsmöglichkeiten der einzelnen Kenngrößen untereinander und umso mehr Regeln existieren.

Anhand des nur auf zwei Eingangsgrößen und einem Ausgabeparameter basierenden einfachen Beispiels im Anhang E1 lässt sich die angesprochene Problematik bei der Programmierung eines Fuzzy- Systems nachvollziehen. Mit den (scharfen) Eingangswerten der Lagerungsdichte und des Ungleichförmigkeitsgrades variiert der Porenanteil in Abhängigkeit der verwendeten Verknüpfungsoperatoren und der benutzten Defuzzifizierungsmethode in einem recht groben Bereich - im Beispiel  $27,6\% < n < 35\%$ . Verändert man in diesem einfachen Beispiel zusätzlich die Anordnung und Geometrie der linguistischen Terme der einzelnen Kenngrößen oder die Regelgewichtung, so wird das Ergebnis noch weiter differieren.

Fuzzy - System				
<p>Input – Interface</p> 	<p>Inferenz</p> <p>WENN ..... UND ..... DANN ...</p> <p>WENN ..... UND ..... DANN ...</p> <p>WENN ..... UND ..... DANN ...</p>	<p>Output – Interface</p> 	<p>Fuzzifizierung</p> <p>⇔</p>	<p>Eingabe- -werte</p> <p>⇔</p>
<p>Aggregation</p> <p>⇔</p> <p>Operatoren:</p> <p>MIN : <math>\mu_{\text{WENN}} := \text{MIN}(\mu_i)</math></p> <p>PROD : <math>\mu_{\text{WENN}} := \prod_{i=1}^m \mu_i</math></p> <p><math>\gamma</math> : <math>\mu_{\text{WENN}} = \left( \prod_{i=1}^m \mu_i \right)^{(1-\gamma)}</math></p> <p><math>\cdot \left[ 1 - \left[ \prod_{i=1}^m (1 - \mu_i) \right]^\gamma \right]</math></p>	<p>Komposition</p> <p>⇔</p> <p><math>\mu_{\text{DANN}} := \mu_{\text{WENN}} \cdot \text{DoS}</math></p> <p>→ mit DoS = Regel- gewichtung [0,1]</p>	<p>Ergebnis- Aggregation</p> <p>⇔</p> <p>MAX : <math>\mu_{\text{ERGEBNIS}} = \max_i (\mu_{\text{DANN,REGEL}i})</math></p> <p>BSUM : <math>\mu_{\text{ERGEBNIS}} = \max (1, \sum (\mu_{\text{DANN,REGEL}i}))</math></p>	<p>Defuzzifizierung</p> <p>⇔</p> <p>MoM</p> <p>CoM</p> 	<p>Ausgabe- wert</p>
<p>Abbildung 7.4: Struktur eines vollständigen Fuzzy- Systems mit mathematischer Beschreibung des Inferenzschemas</p>				

Aus diesem Grund beinhalten die in der Literatur genannten, auf einer Fuzzy- Programmierung basierenden erfolgreichen Anwendungsbeispiele in der Regel nur wenige Eingangswerte, Regelblöcke und Inferenzstufen. So wurde die vielfach genannte Kransteuerung (Hochtief) mit 10 Eingangswerten, 2 Ausgangswerten, 75 Regeln und 4 Inferenzblöcken realisiert. Die vollständige Steuerung einer Krankenhausklimatisierung wurde mit 7 Eingangswerten, 3 Ausgangswerten und 2 Inferenzblöcken erreicht. Die gleiche geringe Komplexität findet sich auch bei den bisherigen Anwendungen der Fuzzy- Logik in der Geotechnik. Die Fuzzy- Steuerung des Vortriebkopfes [36] basiert z.B. auf nur 6 Eingangsgrößen.

Aber auch diese Beispiele weisen bereits zahlreiche Freiheitsgrade auf, deren Einfluss auf das Ergebnis einer umfangreichen Untersuchung bedarf. Die Durchführung einer Parameterstudie „per Hand“ erfordert einen großen zeitlichen Aufwand und ist ab einer bestimmten Anzahl von Freiheitsgraden nicht mehr zu bewältigen. Hier bietet die im folgenden Kapitel vorgestellte, edv- gestützte Neurofuzzy als Programmierhilfe entscheidende Vorteile.

## 7.4 Neurofuzzy

Die Neurofuzzy ist eine Kombination der Theorie der Fuzzy- Logik und der Technologie der Neuronalen Netzwerke, die die mathematische Modellierung von Nervenzellen und deren Verbindungen, wie sie etwa im menschlichen Gehirn zu finden sind, darstellen. Auf eine detaillierte, grundlegende Beschreibung der Theorie der Neuronalen Netze wird hier nicht eingegangen, sondern auf die einschlägige Literatur verwiesen [9], [22]. Zum Verständnis der in Kapitel 7.5 unter Anwendung der Neurofuzzy durchgeführten Berechnungen werden einige Grundlagen der Neuronalen Netze erläutert.

Der Mensch ist aufgrund seines Gehirns in der Lage, Erfahrungen zu verarbeiten, zu kombinieren, Schlussfolgerungen aus Vorgaben zu ziehen und zu lernen. Neuronale Netze versuchen den Aufbau des menschlichen Gehirns, insbesondere die Nervenzellen und deren Verbindungen untereinander, zu kopieren und somit die Lernfähigkeit eines Prozesses zu erreichen. Eine Programmierung von Neuronalen Netzen erfolgt durch Vorgabe von Beispieldaten, die im sogenannten Trainingsalgorithmus „gelernt“ werden, indem das vom Netz berechnete Ergebnis mit dem vorgegebenen Referenzergebnis verglichen wird und daraufhin iterativ eine Anpassung des Systemverhaltens an das Referenzergebnis durch eine Variation der Parameter erfolgt. Dabei ist das „Lernen“ Neuronaler Netze streng genommen ein Konditionieren, da ihnen anhand von Beispieldaten ein Verhalten antrainiert werden kann, darüber hinaus jedoch kein Dazulernen oder Schlussfolgern möglich ist. Die ansonsten mühsam „per Hand“ durchgeführte Konditionierung eines Prozesses kann mit Hilfe der Neuronalen Netzwerke vereinfachend programmiert werden.

Unter Berücksichtigung der im vorherigen Kapitel beschriebenen Problematik der Fuzzy- Logik, die sich dadurch ergibt, dass insbesondere bei komplexeren Systemen mit zahlreichen Ein- und Ausgangsgrößen und dementsprechend vielen Kombinationsmöglichkeiten die

Übersichtlichkeit verloren geht und eine Bearbeitung „per Hand“ nicht mehr möglich ist, bietet die Neurofuzzy als Kombination der Neuronalen Netze mit der Theorie der Fuzzy- Logik vor allem in den Fällen entscheidende Vorteile, in denen das Wissen über das System in Form von Datensätzen vorliegt. Dem Trainingsalgorithmus der Neurofuzzy unterliegen dabei die Toleranzen und Einflussbreiten der Ein- und Ausgangsgrößen sowie die Regelgewichtung. Als Besonderheit können die zu trainierenden Terme und Regeln einzeln bestimmt werden, so dass sich auch nur einzelne Ausschnitte des Gesamtsystems bei entsprechender Datenaufbereitung trainieren lassen.

Die Neurofuzzy beschränkt sich nicht nur auf die Bearbeitung und Konditionierung von Fuzzy- Systemen, die vom Benutzer per Hand mit Hilfe von vollständigen Regelblöcken aufgestellt werden, die alle Kombinationsmöglichkeiten der Ein- und Ausgangskenngrößen berücksichtigen. Durch die Neurofuzzy- Technologie wird auch das Anwendungspotential auf Prozesse erweitert, für die es noch keine vollständige umgangssprachliche Beschreibungen gibt. Damit entfällt bei der Prozesssteuerung die „Prozessidentifikation“, d.h. die mathematische, statistische oder umgangssprachliche Beschreibung der Zusammenhänge der Ein- und Ausgangsgrößen. Die verbleibende Arbeit besteht dann in der groben Einrichtung eines Systems, das alle relevanten Ein- und Ausgangskenngrößen sinnvoll miteinander verbindet. So müssen lediglich in den Inferenzblöcken logisch aufeinander aufbauender Systeme jeweils Größen zusammengeführt werden, die untereinander in einem logischen Zusammenhang stehen. Voraussetzung für den Erfolg einer Neuro- Konditionierung ist aber die Anzahl und die Qualität der Beispieldaten, die den gesamten Ereignisraum vollständig und widerspruchsfrei überdecken müssen. Existieren innerhalb der Datenbank widersprüchliche Datensätze, so wird das Neurofuzzy- System auf einen Mittelwert der beiden Referenzen hintrainiert. Das Ergebnis ist ein Systemverhalten, das keinen der beiden Prozesszustände richtig wiedergibt. Entscheidend bei der Anwendung der Neurofuzzy ist eine genaue Auswahl der Trainingsdaten, die z.B. nicht aus einer willkürlichen Datensammlung der Praxis stammen dürfen. Es sind vielmehr typische Beispieldaten erforderlich, die

1. alle Prozesszustände wiedergeben (vollständige Überdeckung des Ereignisraums)
2. keine Widersprüche und
3. keine redundanten Datensätze enthalten.

Vorgreifend auf die Ausführungen und Ergebnisse des Kapitels 7.5 wird damit aber auch die Problematik bei der Anwendung der Neurofuzzy zur Ermittlung des Säulendurchmessers beim Düsenstrahlverfahren deutlich. Zur Konditionierung der Neurofuzzy- Systems sind viele widerspruchsfreie Datensätze von unterschiedlichen Bauvorhaben notwendig, die sowohl alle maßgebenden Eingangsparameter als auch den erreichten Säulendurchmesser als Ausgangskenngröße enthalten. Obwohl der Autor alle das Düsenstrahlverfahren ausführenden Bauunternehmungen um vollständige Datensätze gebeten hat, wurden ihm teils aus datenschutztechnischen Gründen teils aber auch aufgrund des großen Arbeitsaufwandes, der mit dem Zusammenstellen der Daten verbunden ist, nur wenige Beispieldatensätze zur Verfügung ge-

stellt, die teilweise auch nicht vollständig waren. Insbesondere wurde in den Datensätzen der anstehende Boden häufig nur als „Kies“ oder „Sand“ oder „sandiger Kies“ oder „kiesiger Sand“ bezeichnet, ohne ihn durch Bodenkennwerte, wie beispielsweise durch die Lagerungsdichte oder die Kornverteilung genauer zu klassifizieren. Der in Kapitel 7.5 beschriebene, durch Fuzzy- Logik gestützte Lösungsansatz zur Ermittlung des Säulendurchmessers beim Düsenstrahlverfahren kann durch systematisch bei künftigen Bauvorhaben gesammelte vollständige Datensätze weiter verbessert werden.

## **7.5 Fuzzy- Logik gestützter Lösungsansatz zur Ermittlung der Prozessparameter beim Düsenstrahlverfahren**

### **7.5.1 Vorbemerkung**

Der nachfolgend entwickelte, Fuzzy- Logik gestützte Lösungsansatz zur Ermittlung der Prozessparameter beim Düsenstrahlverfahren basiert zunächst auf einer Befragung der in Deutschland führenden Baufirmen und von Ingenieurbüros hinsichtlich der für den erreichten Säulendurchmesser maßgebenden Einflussfaktoren. Die als linguistische Variablen mit linguistischen Termen verarbeiteten Ein- und Ausgangskenngrößen wurden dann über umgangssprachliche Regelblöcke miteinander in Beziehung gesetzt, wobei als Ergebnis der erwartete Säulendurchmesser erhalten wird. Unter Einbeziehung von mehreren Beispieldatensätzen wurde anschließend das erstellte Fuzzy- System mit Hilfe der Neurofuzzy konditioniert.

Besonderem Dank gilt den befragten Baufirmen und Ingenieurbüros, die sowohl das zum Aufstellen des Fuzzy- Systems notwendige „Expertenwissen“ als auch die zur Neurofuzzy-Konditionierung erforderlichen Beispieldatensätze zur Verfügung stellten. Neue Erfahrungen und Weiterentwicklungen des in Jahren angesammelten, firmenspezifischen „Know hows“ insbesondere auf dem Gebiet der Maschinenteknik können beim Düsenstrahlverfahren Wettbewerbsvorteile bedeuten. Daher wurden hier alle Aussagen und Daten so neutral verarbeitet, dass die Quelle nicht mehr erkennbar ist. Jede Firma konnte nur wenige, zum Teil unvollständige Datensätze zur Verfügung stellen, weil einerseits bei Bauvorhaben in der Vergangenheit nicht alle Einflussparameter ermittelt und aufgenommen wurden und andererseits eine Zusammenstellung der Daten für Forschungszwecke zeit- und damit kostenintensiv ist. Die einfach abzulesenden Maschinenparameter wie Pumpendruck und -menge, Zieh- und Drehzeit des Jetgestänges sind bei den vorliegenden Datensätzen in der Regel bekannt, wogegen die den Boden beschreibenden Kennwerte in einigen Beispieldatensätzen unvollständig sind.

Sofern es möglich erschien, wurden unvollständige Datensätze, bei denen der Boden z.B. lediglich mit „Sand“ oder „Kies“ oder „kiesiger Sand“ oder „sandiger Kies“ angesprochen wurde, physikalisch sinnvoll ergänzt. Detaillierte Erläuterungen hierzu finden sich in Kapitel 7.5.4. Der Fuzzy- Logik gestützte Lösungsansatz beschränkt sich auf rollige Böden.

## 7.5.2 Eingangskenngrößen

### 7.5.2.1 Grundlage für die Wahl der Eingangsparameter

Entscheidend bei der Erstellung eines funktionsfähigen Fuzzy- Systems sind zunächst die in einem Regelblock miteinander zu verknüpfenden Ein- und Ausgangskenngrößen. Beim Düsenstrahlverfahren wird der Ausgabeparameter „Säulendurchmesser“ von unterschiedlichen Eingangswerten beeinflusst. Die Kenntnis und das Wissen über die wesentlichen Parameter resultiert aus einer Expertenbefragung und aus einer Auswertung der zur Verfügung stehenden Beispieldatensätze, wobei kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben wird. Da das Fuzzy- System einfach um Kenngrößen erweitert bzw. verkleinert werden kann, ist die Untersuchung des Einflusses anderer oder in der Gewichtung veränderter Einflussgrößen jederzeit möglich.

### 7.5.2.2 Bodenparameter

Nach der Expertenbefragung und der Auswertung der Beispieldatensätze hängt der Säulendurchmesser bei rolligen Böden im wesentlichen von der Bodenart, der Ungleichförmigkeitszahl  $U$  und der Lagerungsdichte  $D$  des Bodens ab. Aus diesem Grund werden diese Größen im folgenden als Eingangswerte für das Fuzzy- System in Form von linguistischen Variablen festgelegt.

#### a) Bodenart

Da ein Fuzzy- System „scharfe“ Eingangsgrößen einer linguistischen Variablen erfordert, reicht es nicht aus, einen Boden mit „Sand“ oder „Kies“ oder „kiesiger Sand“ oder „sandiger Kies“ anzusprechen. Nach einer Expertenbefragung und nach Auswertung der zur Verfügung stehenden Beispieldatensätze kann die Bodenart mit Hilfe des mittleren Korndurchmessers  $d_{50}$  klassifiziert werden. Die erste linguistische Variable „Korndurchmesser“ wird mit ihren linguistischen Termen „Sand“ und „Kies“ definiert. Die Geometrie der Terme richtet sich nach der in der DIN 4022 festgelegten Einteilung der Kornfraktionen, nach denen ein Boden mit einem Korngrößenbereich zwischen 0,06 und 2,0 mm als Sand und ein Boden mit einem Korngrößenbereich zwischen 2,0 und 60 mm als Kies benannt wird. Zur Berücksichtigung von Feinsanden, die in der Regel auch leicht bindige Anteile enthalten, beginnt die linke Flanke des linguistischen Terms „Sand“ bei 0,02 mm. Nach Abbildung 7.5 werden Böden mit einem Korn-

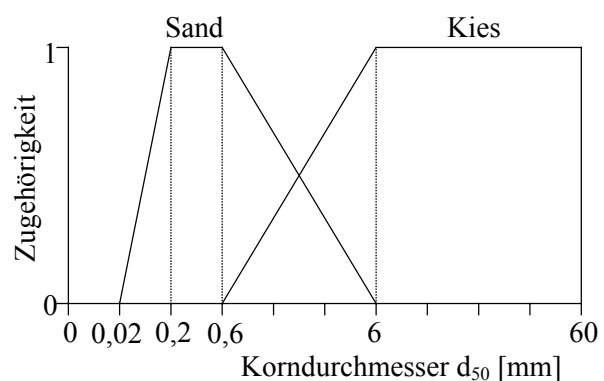


Abbildung 7.5: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Korndurchmesser“

durchmesser  $d_{50}$  zwischen 0,2 und 0,6 zu 100% als Sand bezeichnet, wogegen Böden mit  $6,0 \leq d_{50} \leq 60$  mm zu 100% als Kies eingestuft werden. Ein „sandiger Kies“ wird beispielweise mit einem Korndurchmesser  $d_{50} = 2,0$  mm angegeben.

Hier wie auch in allen folgenden Fuzzy- Set- Designs werden die Flanken der Terme so angeordnet, dass sie bei Beginn der vollen Gültigkeit der Nachbarterme gerade den Zugehörigkeitsgrad „0“ erreichen, was zu einer vollständigen Überschneidung der Terme in den Übergangsbereichen führt.

### b) Lagerungsdichte

Eine ausführliche Begründung für die Einteilung der linguistischen Terme der Variablen „Lagerungsdichte“ erfolgte bereits in Kapitel 7.2.1. Zu beachten ist aber, dass der linguistische Term „sehr locker“ nicht berücksichtigt wird, da nach Expertenmeinung beim Düsenstrahlverfahren fast ausschließlich mitteldicht und dicht gelagerte Böden vorkommen und nur in wenigen Ausnahmen der Boden als locker gelagert betrachtet werden kann.

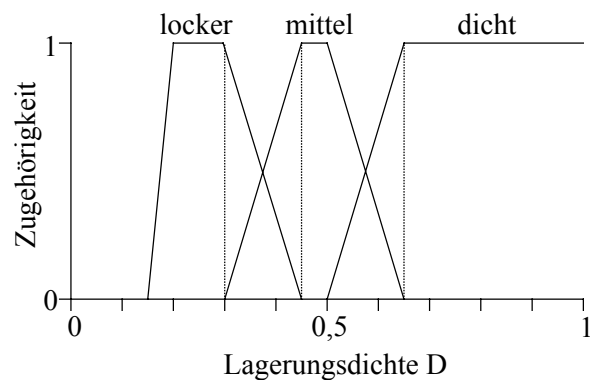


Abbildung 7.6: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Lagerungsdichte“

### c) Ungleichförmigkeit

Nach DIN 18196 wird ein Boden mit einer Ungleichförmigkeitszahl  $U < 6$  als enggestuft, bei  $U \geq 6$  als weitgestuft bezeichnet. Hinsichtlich der Anordnung des linguistischen Terms „enggestuft“ wird zwischen  $U=0$  und  $U=4$  volle Zugehörigkeit und zwischen  $U=4$  und  $U=8$  eine Zugehörigkeit zwischen 0 und 1 angenommen.

Bei nur zwei Termen „enggestuft“ und „weitgestuft“ wird ein Boden mit z.B.  $U=10$  ebenso wie ein Boden mit beispielsweise  $U=25$  zu 100% als „weitgestuft“ fuzzifiziert. Zur feineren Strukturierung

wird deshalb ein zusätzlicher Term „sehr weitgestuft“ eingeführt, um so insbesondere Böden mit hohen Ungleichförmigkeitszahlen (z.B.  $U > 20$ ), wie sie bei den zur Verfügung stehenden Beispieldatensätzen vorkommen, besser von Böden mit kleineren Ungleichförmigkeitszahlen (z.B.  $U=10$ ) unterscheiden zu können (Abbildung 7.7).

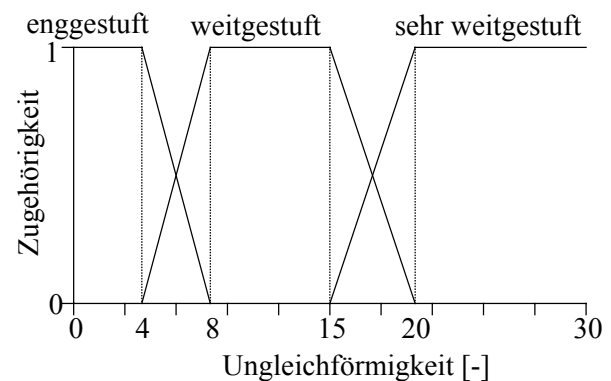


Abbildung 7.7: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Ungleichförmigkeit“

### 7.5.2.3 Maschinenparameter

Auf der Seite der Maschinentechnik sind nach Expertenmeinung und nach Auswertung der Beispieldatensätze im wesentlichen der Verpressdruck, die Verpressmenge sowie die Ziehgeschwindigkeit und die Drehzahl des Jetgestänges die entscheidenden Einflussfaktoren auf den Säulendurchmesser.

Nach der Herleitung in Kapitel 5.5 ist die Reichweite des Schneidstrahls abhängig vom Druck infolge Strömung auf den Boden, der analytisch mit Hilfe des Schneidstrahlimpulsflusses - dieser enthält sowohl den Verpressdruck als auch die Verpressmenge - und des Strahlausbreitungswinkels berechnet werden kann. Neben der Ziehgeschwindigkeit und der Drehzahl werden der Impulsfluss und der Strahlausbreitungswinkel als linguistische Variablen definiert.

#### a) Impulsfluss

Der Schneidstrahlimpulsfluss [N] kann nach Gleichung (4.45) in Abhängigkeit des Verpressdrucks und der Verpressmenge analytisch bestimmt werden, so dass die berechneten „scharfen“ Eingangswerte für den Impulsfluss mit Abbildung 7.8 zur Verarbeitung im Gesamtsystem fuzzifiziert werden können. Der maximale Impulsfluss berechnet sich mit einem Düsendurchmesser von 6,0 mm und einem Pumpendruck von 500 bar zu  $\approx 2800$  N, so dass die in Abbildung 7.8 dargestellte Anordnung und Geometrie der angesetzten Terme „niedrig“ und „hoch“ gewählt wurde.

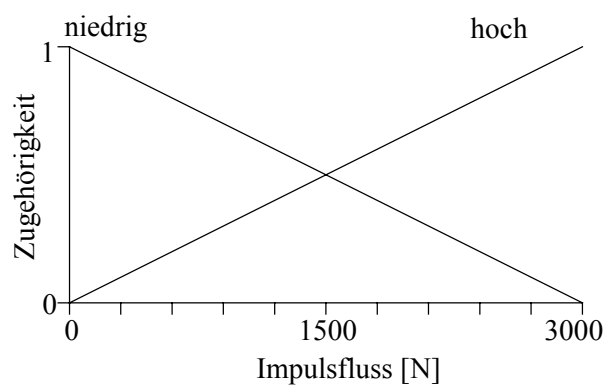


Abbildung 7.8: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Impulsfluss“

#### b) Strahlausbreitungswinkel

Der Strahlausbreitungswinkel ist abhängig von der Düsengeometrie (herkömmlich und optimiert) und vom Einsatz einer Luftummantelung. Nach Expertenmeinung und gemäß den Überlegungen des Kapitels 4.2.6.3 werden die linguistischen Terme entsprechend dieser Festlegung angeordnet, wobei es vorteilhaft erscheint, die linguistische Variable umgangssprach-

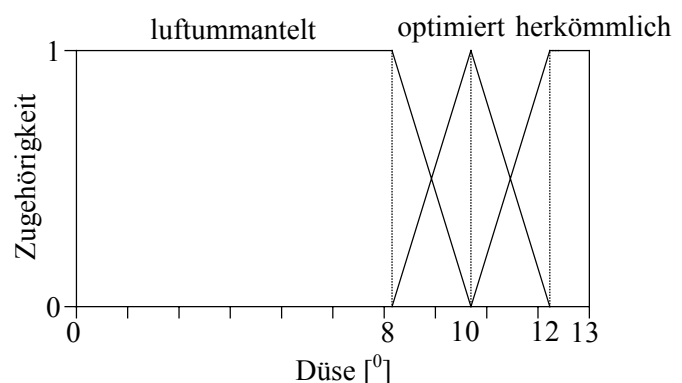


Abbildung 7.9: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Düse“



lich mit „Düse“ und entsprechend die zugehörigen linguistischen Terme mit „luftummantelt“, „optimiert“ und „herkömmlich“ zu bezeichnen, obwohl der „scharfe“ Wert der linguistischen Variablen „Düse“ der Strahlausbreitungswinkel ist.

### c) Ziehgeschwindigkeit

Nach Meinungen von Experten und nach Auswertung der vorliegenden Datensätze variiert die Ziehgeschwindigkeit des Jetgestänges zwischen 5 und 30 cm/min. Kleinere bzw. größere Geschwindigkeiten werden nicht gefahren, so dass die in Abbildung 7.10 dargestellte Anordnung und Geometrie der drei gewählten linguistischen Terme angenommen wird.

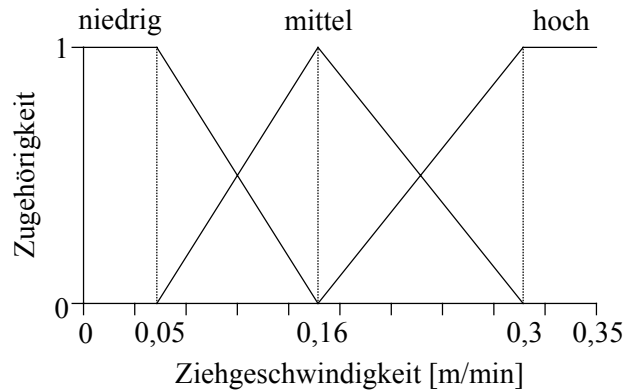


Abbildung 7.10: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Ziehgeschwindigkeit“

### d) Drehzahl

Die Drehzahl liegt im Bereich zwischen 3 und 20 Umdrehungen des Jetgestänges pro Minute. Zur umgangssprachlichen Beschreibung der Variablen „Drehzahl“ werden drei mit „klein“, „mittel“ und „groß“ bezeichnete Terme entsprechend Abbildung 7.11 angeordnet.

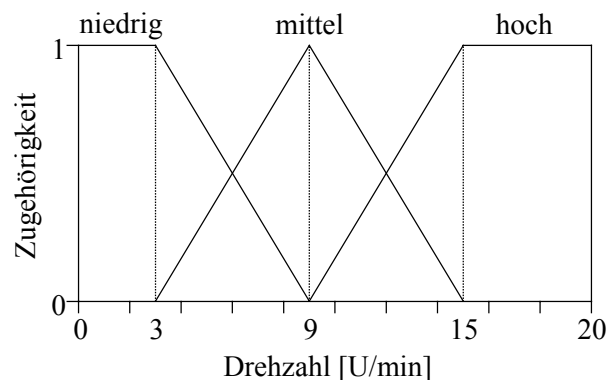


Abbildung 7.11: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Drehzahl“

### 7.5.3 Ausgangskenngröße

Der Säulendurchmesser, der bei der praktischen Ausführung Werte bis 400 cm annehmen kann, bildet die Ausgangskenngröße. Es werden drei linguistische Terme „klein“, „mittel“ und „groß“ als Zugehörigkeitsfunktionen festgelegt, deren Anordnung Abbildung 7.12 entnommen werden kann.

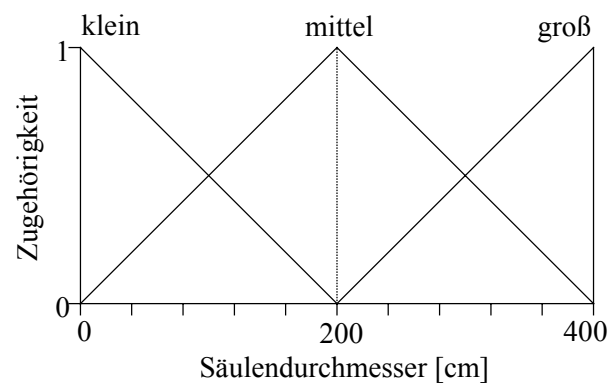


Abbildung 7.12: Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Säulendurchmesser“

### 7.5.4 Inferenzblöcke

Im Inferenz- Algorithmus werden die Eingangs- und Ausgangskenngrößen in umgangssprachlichen Regelblöcken miteinander in Zusammenhang gebracht. Im vorliegenden Entwurf eines Fuzzy- Systems lautet beispielsweise eine Regel:

	WENN							DANN
Linguistische Variable	Lagerungsdichte	Ungleichförmigkeit	Korndurchmesser	Impulsfluss	Düse	Ziehgeschwindigkeit	Drehzahl	Säulendurchmesser
Linguistischer Term	mitteldicht	enggestuft	Sand	hoch	luftummantelt	mittel	niedrig	mittel

Bei insgesamt 8 linguistischen Variablen mit insgesamt 22 linguistischen Termen enthält der komplette Regelblock mit allen mathematisch möglichen Kombinationen 2916 Regeln. Aber auch nach Aussortieren von physikalisch unsinnigen Regeln, wie z.B.

	WENN							DANN
Linguistische Variable	Lagerungsdichte	Ungleichförmigkeit	Korndurchmesser	Impulsfluss	Düse	Ziehgeschwindigkeit	Drehzahl	Säulendurchmesser
Linguistischer Term	locker	enggestuft	Kies	hoch	luftummantelt	niedrig	niedrig	klein

bleibt das Regelwerk unübersichtlich und nicht nachvollziehbar. Wegen der Vielzahl von weiteren Eingriffsmöglichkeiten - so können die Anordnung und Geometrie der Ein- und Ausgangsterme, die Verknüpfungsoperatoren der WENN- und DANN- Teile und die Regelgewichtung verändert werden - ist eine Konditionierung dieses Fuzzy- Systems anhand von Beispieldaten unmöglich.

Die in Kapitel 7.1 beschriebenen funktionsfähigen Fuzzy- Systeme enthalten nur eine geringe Anzahl von Ein- und Ausgangskenngrößen mit wenigen Regeln. Daher wird ein logisch aufeinander aufbauendes System aufgestellt, indem Eingangsgrößen in einer Zwischeninferenz zu einer Zwischenvariablen zusammengefasst werden. Die Zwischenvariable wird programmintern „fuzzy“ weiterverarbeitet (Abbildung 7.13). Die Zwischeninferenz bleibt bei nur wenigen Eingangsgrößen und mit einem übersichtlichen und nachvollziehbaren Regelwerk mit wenigen Regeln überschaubar, was dann auch für das Gesamtsystem gilt.

Auf der Seite der Bodenparameter lässt sich mit Hilfe der Eingangskenngrößen „Lagerungsdichte  $D$ “, „Ungleichförmigkeitszahl  $U$ “ und „Korndurchmesser  $d_{50}$ “ eine Aussage über den Bodenwiderstand machen, so dass diese linguistischen Variablen in einem Regelblock zu einer Zwischenvariablen „Widerstand“ zusammengefasst werden. Unter Berücksichtigung der

aussortierten physikalisch nicht sinnvollen Regelkombinationen wird die Verarbeitungsvorschrift mit 36 Regeln umgangssprachlich beschrieben.

Auf der Seite der Maschinenparameter kann gemäß Kapitel 4.2.6.2 der durchschnittliche Druck infolge Strömung auf den Boden aus dem Impulsfluss und dem Strahlausbreitungswinkel analytisch berechnet werden (Gleichung (4.52)). Daher werden diese beiden Parameter in einem zweiten Inferenzblock mit nur 10 Regeln zu der Zwischenvariablen „Einwirkung“ zusammengefasst. Die Vorteile einer analytischen Berechnung von einzelnen Elementen im Rahmen einer Fuzzy- Programmierung werden in Kapitel 7.5.5 beschrieben.

Schließlich werden in einem dritten Inferenzblock die linguistischen Variablen „Ziehgeschwindigkeit“ und „Umdrehungszahl“ über 23 Regeln zur Zwischenvariablen „Normdurchmesser“ verarbeitet.

Die einzelnen Inferenzblöcke mit allen berücksichtigten Regelkombinationen können dem Anhang E2 entnommen werden. Zur Vermeidung von Wiederholungen sind hier direkt die aus der Neurofuzzy- Berechnung (Kapitel 7.5.5) resultierenden Regelgewichtungen eingetragen, die vor der Berechnung auf „1“ gesetzt wurden.

Die drei Zwischenvariablen müssen schließlich in einer abschließenden Inferenz mit der gesuchten Ausgangsvariablen „Säulendurchmesser“ in Zusammenhang gebracht werden. Aufgrund von nur drei Eingangsvariablen mit insgesamt 9 linguistischen Termen ergibt sich ein übersichtlicher und nachvollziehbarer Regelblock mit 74 Regeln (Anhang E2).

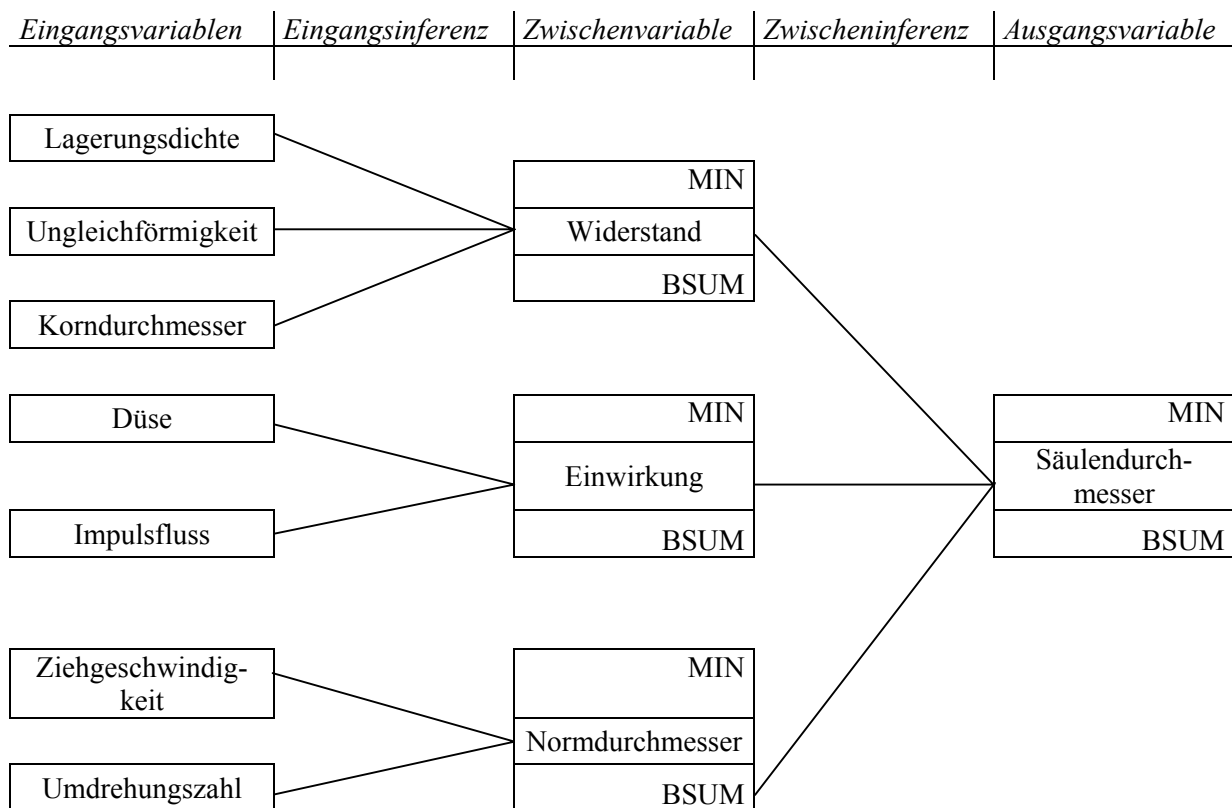


Abbildung 7.13: aufgestelltes Fuzzy- System

## 7.5.5 Neurofuzzy- Berechnungen

### 7.5.5.1 Allgemeines

Das Fuzzy- System ist nur mit Hilfe von Beispieldatensätzen zu konditionieren. Eine Konditionierung anhand von Trainingsdaten ist eine iterative Anpassung des Berechnungsergebnisses an ein Referenzergebnis durch eine Veränderung der Verknüpfungsoperatoren, der Regelgewichtung und der Anordnung und Geometrie der Ein- und Ausgangsterme. Unter diesem Aspekt erscheint eine Bearbeitung „per Hand“ auch mit dem vereinfachten, mehrstufigen Gesamtsystem schwierig, da zu viele variable Freiheitsgrade bestehen. Beispielsweise müsste die Auswirkung der Veränderung jedes einzelnen linguistischen Terms auf den Säulendurchmesser untersucht werden. Darüber hinaus würde eine Änderung der Gewichtung jeder einzelnen Regel einen mit Handrechnung nicht zu bewältigenden Aufwand bedeuten.

Mit der Neurofuzzy wird die „Handarbeit“ durch eine edv- gestützte Konditionierung des Gesamtsystems an Referenzwerte ersetzt. Dem Trainingsalgorithmus unterliegen dabei die Anordnung und Geometrie der Ein- und Ausgangsterme und die Regelgewichtung. Der Erfolg der Neuro- Konditionierung ist von der Anzahl der zur Verfügung stehenden Datensätze abhängig, die - wie bereits erwähnt - widerspruchsfrei sein müssen und den Ereignisraum vollständig überdecken müssen. In der Berechnung wird der durchschnittliche Fehler aller Referenzbeispiele minimiert. Je mehr Trainingsdatensätze vorhanden sind, desto besser ist die Konditionierungsleistung des Programmieralgorithmus, desto länger ist aber auch die Rechenzeit. Die Aufgabe des Neurofuzzy- Moduls besteht darin, die Ein- und Ausgangsterme zu modellieren und die Regelgewichte so zu verändern, dass die durchschnittliche Abweichung vom Referenzergebnis weniger als 2 % beträgt.

### 7.5.5.2 Analytische Berechnungen zur Ermittlung von Beispieldatensätzen

#### a) Inferenzblock Einwirkung

Mit der Neurofuzzy kann nicht nur das Gesamtsystem als Ganzes konditioniert, sondern auch Terme und Regeln einzeln gelernt bzw. vom Lernen ausgeschlossen werden, so dass nur einzelne Ausschnitte des Fuzzy- Systems bei entsprechender Datenaufbereitung trainierbar sind. Diese Möglichkeit wird hier genutzt, indem der Inferenzblock „Impulsfluss - Strahlausbreitungswinkel (Düse) - Einwirkung“ (Anhang E2) mit Hilfe der aus der analytischen Berechnung zur Verfügung stehenden Referenzergebnisse, die widerspruchsfrei sind und den kompletten Ereignisraum überdecken, gelernt wird.

Mit Gleichung (4.52) wird der durchschnittliche Druck infolge Strömung auf den Boden  $p_d$  aus dem Impulsfluss  $\dot{I}$  und mit dem Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  als „Einwirkung“ analytisch berechnet:

$$p_d \cdot \pi \cdot L^2 = \dot{I} \cdot \left( 2 + \frac{1}{\tan(\delta)} \right)^2$$

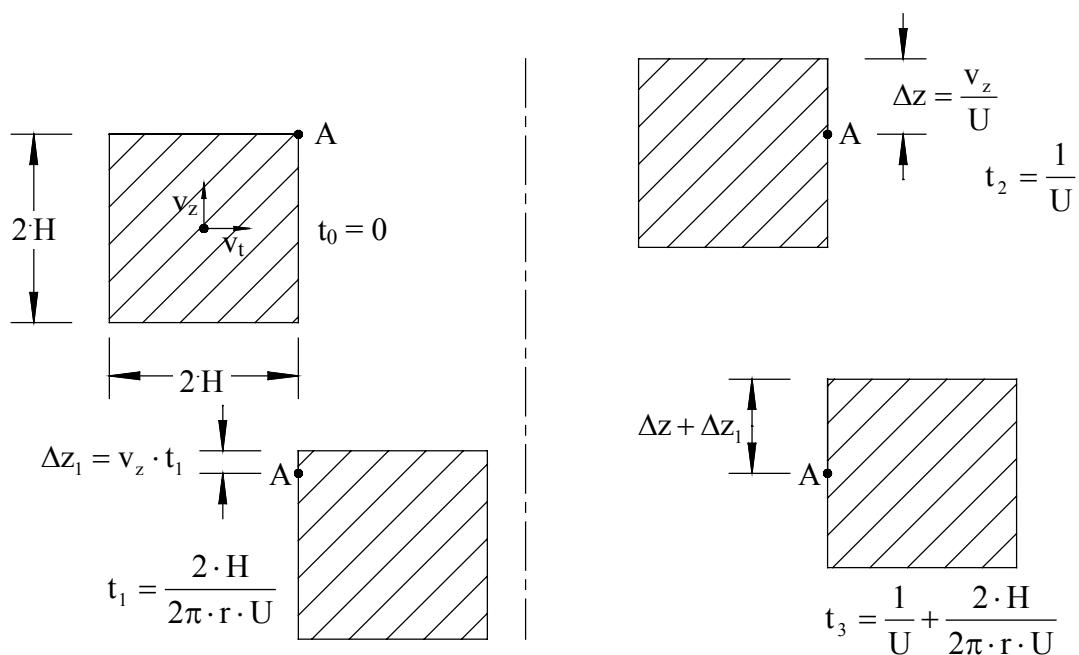
Der Ausgabewert „Einwirkung“ wird „dimensionslos“ gemacht, indem alle Ergebnisse durch das zahlenmäßig größte Ergebnis dividiert werden; die Ergebnismenge liegt damit im Intervall  $[0;1]$ .

Neben der Qualität der Trainingsdatensätze ist der Erfolg einer Neurofuzzy- Konditionierung von der Menge der zur Verfügung stehenden Daten abhängig. Aus diesem Grund wurden für den Impulsfluss Werte zwischen  $\dot{I} = 400, 500, 600, 700, \dots, 3000$  angenommen, die mit Strahl- ausbreitungswinkeln  $\delta = 7^\circ, 8^\circ, 9^\circ, 10^\circ, 11^\circ, 12^\circ, 13^\circ$  kombiniert wurden, so dass insgesamt 189 Beispieldatensätze „gelernt“ werden konnten.

Im Rahmen der Neurokonditionierung wurden sowohl die Ausgangsterme als auch die Regel- gewichtung zum Lernen geöffnet. Die Eingangsterme wurden nicht gelernt, da diese nach Expertenmeinung den Definitionsbereich der beiden linguistischen Variablen reell überde- cken. Der Lernerfolg dieses Systems war mit einem durchschnittlichen Fehler von 1,6 % sehr gut. Die sich infolge der Konditionierung ergebene Regelgewichtung kann Anhang E2 ent- nommen werden.

### b) Inferenzblock Normdurchmesser

Der Inferenzblock „Normdurchmesser“ wird durch die Eingangsvariablen „Ziehgeschwindig- keit“ und „Umdrehungszahl“ bestimmt. Es liegt nahe, die beiden Eingangsgrößen analytisch zur „Einwirkungsdauer“ des durchschnittlichen Drucks infolge Strömung auf einen Punkt der zylindrischen Mantelfläche der Bodensäule zusammenzufassen in der Annahme, dass der „Normdurchmesser“ von der Einwirkungsdauer abhängig ist. Zur Berechnung der Einwir- kungsdauer wird gemäß Abbildung 7.14 statt der kreisförmigen Fläche mit dem Durchmesser



a) Erster Durchgang der Düsenstrahl-  
fläche  $2H \times 2H$

b) Zweiter Durchgang der Düsenstrahl-  
fläche  $2H \times 2H$

Abbildung 7.14: Modell zur Ermittlung der Einwirkzeit

$2 \cdot H$ , die von dem durchschnittlichen Druck infolge Strömung  $p_D$  (siehe Gleichung (4.52)) beaufschlagt wird, eine quadratische „Druckfläche“  $2H \times 2H$  betrachtet.

Es wird die Gesamtzeit berechnet, während der der in Abbildung 7.14 dargestellte Punkt A dem Druck  $p_D$  ausgesetzt ist, wenn das Jet-Gestänge mit  $U$  [1/min] Umdrehungen pro Minute gedreht und mit  $v_z$  [m/min] gezogen wird. Der Punkt A befindet sich auf der Mantelfläche eines Zylinders mit dem Radius  $r$ .

Der Punkt A ist beim ersten Durchgang des „Druckfensters“ während der (Einzel-) Einwirkdauer

$$t = \frac{2H}{v_t} \text{ mit der Tangentialgeschwindigkeit } v_t = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot U$$

$$t = \frac{2 \cdot H}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot U} \quad (7.1)$$

dem Druck  $p_D$  ausgesetzt. Bei einer Umdrehung hebt sich das Druckfenster um  $\Delta z = v_z/U$ , so dass der Punkt A insgesamt  $N$ -mal vom Druck  $p_D$  getroffen wird mit

$$N = \frac{2 \cdot H}{\Delta z} = \frac{2 \cdot H \cdot U}{v_z} \quad (7.2)$$

Die (Gesamt-) Einwirkdauer  $T$  ist dann

$$T = t \cdot N = \frac{2 \cdot H \cdot 2 \cdot H \cdot U}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot U \cdot v_z} = \frac{2 \cdot H^2}{\pi \cdot r \cdot v_z} \quad (7.3)$$

$$\text{Mit } H = \frac{r}{\left(2 + \frac{1}{c}\right)} \quad (4.41)$$

ergibt sich die Einwirkdauer schließlich zu

$$T = \frac{2 \cdot r}{\pi \cdot v_z \cdot \left(2 + \frac{1}{c}\right)^2} \quad (7.4)$$

Die (Gesamt-) Einwirkdauer ist also unabhängig von der Umdrehungszahl des Jet-Gestänges und nur von der Ziehgeschwindigkeit abhängig. Bei einer großen Umdrehungszahl  $U$  wird die (Gesamt-) Einwirkdauer in viele kleine (Einzel-) Einwirkdauern zerlegt (siehe Gleichung (7.1) und Gleichung (7.4)), bei geringer Umdrehungszahl entsteht die gleiche (Gesamt-) Einwirkdauer aus wenigen längerandauernden (Einzel-) Einwirkungen.

Nach Expertenmeinungen und nach Auswertung der zur Verfügung stehenden Beispieldatensätze nimmt der erreichte Säulenradius

- mit zunehmender Ziehgeschwindigkeit und
- mit zunehmender Umdrehungszahl ab.

Bei sonst identischen Randbedingungen, d. h. insbesondere bei gleicher Ziehgeschwindigkeit, ist eine Zunahme des Säulendurchmessers bei abnehmender Gestängedrehzahl zu beobachten. Es ist also nicht die (Gesamt-) Einwirkungsdauer für das Ergebnis des Düsenstrahlverfahrens wichtig, sondern die Einzeleinwirkungsdauer, d. h. wie lange ein betrachteter Punkt bei einem Durchgang des Jetstrahls dem durchschnittlichen Druck infolge Strömung  $p_D$  ausgesetzt ist.

Aus dem Berechnungsmodell wurde hergeleitet, dass ohne Eindringen von Suspension oder Wasser in die Bodenporen, ohne die Entwicklung eines Porenfluidüberdruckes und ohne eine Teilverflüssigung das grundbruchartige Herausdrücken der Bodenwalze rechnerisch nicht nachvollziehbar ist. Diese Vorgänge brauchen aber eine gewisse Entwicklungszeit, so dass - auch bei zahlreichen - kurzzeitigen Überfahrungen einer betrachteten Stelle des Bodens mit dem Düsenstrahl der Erfolg geringer sein wird als bei länger andauernder Einwirkung (bei niedriger Gestängedrehzahl).

Eine analytische Verknüpfung von Ziehgeschwindigkeit und Umdrehungszahl zur Einwirkungsdauer innerhalb des Fuzzy- Systems ist also nicht möglich, so dass der Inferenzblock entsprechend den aufgestellten Regeln (Anhang E2) und der Anordnung und Geometrie der Eingangsterme (Kapitel 7.5.2) im Gesamtsystem berücksichtigt wird.

### 7.5.5.3 Berechnung

Zur Neurofuzzy- Konditionierung des Gesamtsystems werden sowohl alle Regeln aus allen Inferenzblöcken mit Ausnahme der vorab anhand von analytisch berechneten Beispieldaten trainierten Inferenz „Impulsfluss - Strahlausbreitungswinkel (Düse) - Einwirkung“ als auch die linguistischen Terme der Zwischenvariablen „Bodenwiderstand“ und „Normdurchmesser“, und der Ausgangsvariablen „Säulendurchmesser“ zum Lernen geöffnet. Die Fuzzy- Sets der Eingangsvariablen werden nicht zum Lernen freigegeben, da diese nach „Expertenwissen“ aufgestellt wurden. Als „Stopp- Kriterium“ wurde eine mittlere Abweichung der berechneten Ergebnisse von den Referenzwerten von 2 % zu Grunde gelegt. Als Referenzwerte dienten 26 Beispieldatensätze, die in Tabelle 7.1 zusammengestellt sind. Zusätzlich ist in der letzten Spalte das mit Hilfe der Neurofuzzy berechnete Ergebnis eingetragen. Deutlich ist die gute Übereinstimmung der berechneten Säulendurchmesser mit den vorgegebenen Durchmessern zu erkennen. Die Maximale Abweichung liegt bei lediglich 4,8 %.

Lage- rungs- dicke D [ ]	mittlerer Korndurch- messer d <sub>50</sub> [mm]	Ungleich- förmig- keitszahl U [ ]	Strahlaus- breitungs- winkel δ [°]	Impulsfluss [N]	Gestänge- umdrehungen pro Minute [Upm]	Ziehgesch- windigkeit [m/min]	Durch- messer [m]	Lernergebnis mit bester mittlerer Abweichung [m]
0,8	5	13	7	1578,39	11	0,20	2,00	1,98
0,8	10	13	7	1578,39	9	0,20	2,20	2,17
0,8	2	28	7	1578,39	5	0,10	3,00	2,90
1	0,2	4	7	1578,39	3	0,10	2,35	2,28
0,5	8,5	4	12	1546,98	12	0,24	1,60	1,63
0,5	8,5	4	12	1546,98	8	0,17	1,90	1,93
0,5	8,5	4	8	1546,98	12	0,24	1,90	1,93
0,5	8,5	4	8	1546,98	15	0,30	1,70	1,67
0,5	3	15	12	1795,86	12	0,25	1,20	1,16
0,5	3	15	8	1795,86	12	0,25	1,60	1,59
0,8	0,4	5	12	676,67	11	0,20	1,10	1,07
0,8	0,4	5	12	676,67	7	0,15	1,30	1,30
0,8	0,4	5	12	676,67	5	0,10	1,45	1,44
0,3	0,1	6	12	1546,98	10	0,15	2,10	2,10
0,3	0,1	6	12	1546,98	13	0,25	1,90	1,91
0,5	0,1	6	7	1145,42	4	0,13	2,20	2,10
0,5	0,1	6	7	1145,42	5	0,17	1,85	1,93
0,5	0,1	6	7	1431,38	6	0,17	2,20	2,10
0,5	0,1	6	7	1431,38	5	0,10	2,40	2,30
0,5	0,1	6	7	2061,19	4	0,10	2,60	2,55
0,5	0,1	6	7	2061,19	4	0,08	2,70	2,67
0,5	0,1	6	7	2061,19	5	0,10	2,60	2,59
0,5	0,1	6	7	2061,19	5	0,13	2,40	2,44
0,5	0,4	3	7	1145,42	7	0,17	2,00	2,09
0,3	0,1	6	7	2061,19	4	0,10	3,00	2,98
0,3	0,1	6	7	2061,19	7	0,20	2,80	2,80

Tabelle 7.1: Beispieldatensätze mit Lernergebnis der Fuzzy- Berechnung

### 7.5.6 Ergebnis

Durch eine Neurofuzzy- Konditionierung anhand von 26 Beispieldatensätzen konnte ein „per Hand“ aufgestelltes Fuzzy- System optimiert werden. Die vom System berechneten Ergebnisse weichen allein durch eine Änderung der Regelgewichtung im Durchschnitt lediglich um 2 % von den Referenzergebnissen ab. Theoretisch ist es dadurch möglich, unter Anwendung der Fuzzy- Logik den zu erwartenden Säulendurchmesser in Abhängigkeit der bodenmechanischen Kennwerte des anstehenden Bodens und der Maschinenparameter vor Beginn einer Baumaßnahme abzuschätzen. In wie fern aber eine zutreffende Prognose des Durchmessers für unterschiedliche Böden und Maschinenparameter mit dem im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten System möglich wird, ist fraglich. Zum Einen ist der Erfolg und die praktische An-



wendung einer Neurofuzzy- Konditionierung maßgeblich von der Menge der zu lernenden Trainingsdaten abhängig, die den Ereignisraum vollständig überdecken sollten. Für diese Arbeit standen nur 26 Datensätze zur Verfügung, die aufgrund der Komplexität allein des „Werkstoffs“ Bodens nicht alle Fallbeispiele abdecken können. So standen beispielsweise nur 4 Datensätze mit einem locker gelagerten Boden zur Verfügung. Zum Anderen waren einige Beispieldatensätze nicht vollständig, so dass bodenmechanische Kennwerte, wie z.B. die Lagerungsdichte oder die Ungleichförmigkeit, sinnvoll ergänzt werden mussten. Es ist fraglich, ob dabei immer die bodenmechanischen Kennwerte des anstehenden Bodens quantitativ richtig angenommen wurden. Ohne eine Ergänzung fehlender Daten wäre eine Neurofuzzy- Konditionierung aufgrund von weniger Datensätzen aber nicht möglich gewesen.

Darüber hinaus sind die berücksichtigten Eingangskenngrößen nicht bindend und nur als mögliche, den Säulendurchmesser beeinflussende Parameter anzusehen. Nach Rücksprache mit „Experten“ auf dem Gebiet des Düsenstrahlverfahrens und nach Auswertung der zur Verfügung stehenden Datensätze hält der Autor die verarbeiteten Kenngrößen aber für die wichtigsten Parameter.

Trotz der auftretenden Problematik bietet die Fuzzy- Logik in Kombination mit der Neurofuzzy entscheidende Vorteile bei der Abschätzung des Säulendurchmessers vor Beginn der Baumaßnahme. Insbesondere könnte die Fuzzy- Logik von bauausführenden Firmen als Hilfe zur Vordimensionierung eingesetzt werden, wenn diese mit dem aus zahlreichen ausgeführten Bauvorhaben vorhandenen Expertenwissen sowie mit einer ausreichenden Anzahl von Beispieldaten, die den Ereignisraum vollständig abdecken, das erläuterte Fuzzy- System ergänzen. So können Baufirmen auch selbstständig die Parameter als Eingangskenngrößen für ein Fuzzy- System festlegen, die aufgrund eigener Erfahrungen (subjektiv) den größten Einfluss auf den Säulendurchmesser ausüben. Zur Erstellung eines quantitativ umfangreichen Beispieldatensatzes könnten dann die ausgewählten Parameter bei Bauvorhaben gezielt ermittelt werden. Bei dieser Arbeit hat sich gezeigt, dass insbesondere auf der Widerstandsseite die bodenmechanischen Kennwerte unvollständig sind, so dass zur Erstellung eines funktionsfähigen Fuzzy- Systems ausreichende Bodenuntersuchungen notwendig sind. Unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten können diese Maßnahmen zunächst zeitaufwendig und kostenintensiv sein, auf Dauer sind sie aber von Nutzen.

Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Fuzzy- System kann als Beispiel und Anregung zur Abschätzung des Säulendurchmessers vor Beginn der Baumaßnahme dienen. Es wird nicht in Anspruch genommen, dass das System vollständig und „richtig“ ist. Vielmehr sollte es als Anleitung zur selbständigen Erstellung eines Fuzzy- Systems verstanden werden.

### 7.5.7 Beispiel

Bei einem Bauvorhaben steht ein Boden mit folgenden bodenmechanischen Kennwerten an:

- Lagerungsdichte  $D = 0,5$
- Ungleichförmigkeitszahl  $U = 6$
- mittlerer Korndurchmesser  $d_{50} = 0,1 \text{ mm}$

Zur Verfügung steht eine Kolbenpumpe, die bei einer Düse mit einem Radius von  $b_0 = 3,0 \text{ mm}$  und beim Verpressen von Zementsuspension mit einer Dichte von  $\rho_s = 1,5 \text{ g/cm}^3$  maximal einen Pumpendruck von  $p_p = 500 \text{ bar}$  erzeugen kann.

Mit den oben aufgeführten Bodenkenngrößen und den Maschinenparametern

- Düsenhalbmesser  $b_0 = 2,5 \text{ mm}$
- Pumpendruck  $p_p = 500 \text{ bar}$
- Durchflusszahl  $\mu = 0,854$
- Ziehgeschwindigkeit  $v_z = 0,17 \text{ m/min}$
- Gestängeumdrehungen pro Minute  $U_{pm} = 6$
- Strahlausbreitungswinkel  $\delta = 7^\circ$  (luftummantelt)

wird ein Säulendurchmesser von  $2,20 \text{ m}$  erzielt (vergleiche Tabelle 7.1, Zeile 18).

Auf der Baustelle können unterschiedlich große Düsen montiert oder verschiedene Pumpendrucke gefahren werden - daraus ergeben sich unterschiedliche Impulsflüsse (Gleichung (4.45) - oder es können die Ziehgeschwindigkeit  $v_z$  und die Umdrehungszahl  $U$  des Jetgestänges geändert werden. Die Auswirkungen dieser Eingriffsmöglichkeiten auf den Säulendurchmesser sollen mit dem in Kapitel 7.5 erstellten und mit Hilfe der in Tabelle 7.1 aufgeführten Beispieldatensätze konditionierten Fuzzy- System untersucht werden.

#### a) Variation des Impulsflusses $\dot{I}$ :

$b_0$ [mm]	$p_p$ [bar]	$\mu$ [-]	$\dot{I}$ [N]	“Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser [m]
2,00	400	0,854	733	1,81
2,50	400	0,854	1145	2,02
3,00	400	0,854	1649	2,22
2,00	500	0,854	916	1,85
2,50	500	0,854	1431	2,10
3,00	500	0,854	2061	2,36

Tabelle 7.2: “Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser bei Variation des Impulsflusses  $\dot{I}$

Grundsätzlich vergrößert sich der Säulendurchmesser bei einer Erhöhung des Impulsflusses  $\dot{I}$ . Die Ergebnisse sind in etwa vergleichbar mit denen der in Kapitel 6.2.5 durchgeführten Parameterstudie.

**b) Variation der Ziehgeschwindigkeit  $v_z$ :**

$v_z$ [m/min]	“Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser [m]
0,10	2,38
0,15	2,27
0,17	2,10
0,20	1,98
0,25	1,95

Tabelle 7.3: “Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser bei Variation der Ziehgeschwindigkeit  $v_z$

**c) Variation der Gestängeumdrehungen pro Minute Upm:**

Upm [1/min]	“Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser [m]
4	2,13
6	2,10
10	2,08
15	2,00

Tabelle 7.4: “Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser bei Variation der Gestängeumdrehungen pro Minute Upm

Bei einer Erhöhung der Ziehgeschwindigkeit  $v_z$  oder der Umdrehungszahl Upm verkleinert sich der Säulendurchmesser. Qualitativ sind die aus diesem Beispiel gewonnenen Ergebnisse mit Erfahrungswerten aus der Praxis vergleichbar. Aufgrund der geringen Anzahl an Beispieldaten ist aber eine quantitativ zuverlässige Aussage nicht möglich.

## 8 Zusammenfassung

Zur Verfestigung des Baugrundes, z. B. zur Herstellung einer Unterfangung oder zur Abdichtung von Baugruben, sowohl im Wand- als auch im Sohlenbereich, wurde das Düsenstrahlverfahren, auch Hochdruckinjektion, Hochdruckbodenvermörtelung oder Soilcrete- Verfahren genannt, entwickelt.

Ein bei diesem Verfahren auftretendes Problem besteht in der unpräzisen Vorhersage des Säulendurchmessers vor Beginn der Baumaßnahme. Bis heute existieren nur einige wenige theoretische Überlegungen, die sich auf die Interaktion zwischen dem Lösewiderstand des Bodens und der maschinentechnisch eingebrachten Erosionsenergie des Schneidstrahls beziehen. Mangels theoretischer Grundlagen werden zur Überprüfung des erzielten Durchmessers Untersuchungen in- situ durchgeführt (z.B. Herstellung von Probesäulen, Ultraschallmessungen oder Durchmessermessungen mit Hilfe eines mechanischen Tastsystems). Diese Verfahren sind zum Teil mit hohen Kosten verbunden, so dass mit dieser Arbeit die Entwicklung eines die Interaktion zwischen dem Lösewiderstand des Bodens sowie der maschinentechnisch eingebrachten Erosionsenergie des Schneidstrahles wirklichkeitsnah erfassenden rechnerischen Ansatzes angestrebt wurde.

Mit Hilfe von bodenmechanischen Anschauungsversuchen im halbtechnischen Maßstab kann durch Sichtbarmachen der physikalischen Abläufe im Boden die Wirkungsweise des Düsenstrahlverfahrens studiert werden mit dem Ziel, einen rechnerischen Ansatz zur Abschätzung der Düsenstrahlreichweite zu entwickeln.

Der Ansatz beruht auf der physikalischen Vorstellung, dass die Eindringtiefe des Strahls zunimmt, solange die Einwirkung größer ist als der Widerstand. Hat sich schließlich in einem gewissen Abstand von der Düse ein Kräftegleichgewicht zwischen den Einwirkungen und den Widerständen eingestellt, breitet sich der Strahl nicht weiter aus.

Zur Modellierung der Einwirkung wurde ein aus der Hydrodynamik abgeleitetes physikalisches Modell entwickelt, das die Schneidwirkung des Düsenstrahls beschreibt und mit dem Aussagen hinsichtlich der Geschwindigkeits- sowie Druckverteilung eines sich in einer Gegenströmung ausbreitenden Strahls gemacht werden können.

Für die quantitative Erfassung des Widerstandes des durch die bodenmechanischen Kennwerte charakterisierten Bodens wurde auf die Anschauungsversuche zurückgegriffen. Im Anschluss an die Phase der Verdichtung wird der Boden vom Schneidstrahl aus dem Korngerüst gelöst, woraufhin eine walzenförmige Förderung der Sandkörner hauptsächlich oberhalb des Strahls auf dem Weg des geringsten Widerstandes in Richtung des suspensionsgestützten Bohrlochs einsetzt. Mit Hilfe von weiteren bodenmechanischen Anschauungsversuchen konnte die Vermutung eines grundbruchartigen Versagens des Bodens infolge einer dynamisch

horizontal einwirkenden Kraft verifiziert werden, so dass ein auf dem physikalischen Modell eines horizontalen, räumlichen Grundbruchvorgangs basierender theoretischer Ansatz zur Erfassung des (Grundbruch-)Widerstands im Boden entwickelt wurde.

Durch eine Verknüpfung beider Ansätze unter Berücksichtigung der (statischen) Gleichgewichtsbedingungen kann der Einfluss verschiedener Boden- und Maschinenparameter auf den Säulendurchmesser mit einer Parameterstudie studiert werden.

Bei diesem Rechenmodell wird die Prozessdauer, die in der Praxis über die Ziehgeschwindigkeit und die Drehzahl gesteuert wird, nicht berücksichtigt. Aber schon die Beobachtung des Gesamtprozesses in den Anschauungsversuchen machte deutlich, dass die Prozessdauer eine einflussreiche Größe darstellt, so dass in weiterführenden Forschungsschritten das statische (Grundbruch-)Widerstandsmodell ergänzt werden müsste durch von dem Einwirkungsprozess abhängige rechnerische Modelle, die die Prozessdauer berücksichtigen.

Da die Lösung dieser Forschungsaufgaben nach Einschätzung des Autors äußerst schwierig ist, wurde ergänzend ein Fuzzy- Logik gestützter Lösungsansatz für die Abschätzung der Reichweite des Düsenstrahls entwickelt, mit dem eine empirische - d.h. durch zahlreiche umfassende Datensätze über ausgeführte Düsenstrahlsäulen - abgesicherte Aussage über das zu erwartende Prozessergebnis möglich erscheint.

## Literaturverzeichnis

- [1] *Abramovich, G., N.* The theory of turbulent jets. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1963
- [2] *Arslanovic, N.* Bodenmechanische Anschauungsversuche zur Erzeugung eines horizontalen Grundbruchs; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 2000
- [3] *Astfalk, J.* Laborversuche zur Messung des beim Düsenstrahlverfahren infolge der Schneidstrahleindringung in den Boden entstehenden Porenwasserüberdrucks; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 2001
- [4] *Bauer Spezialtiefbau* Firmenprospekt
- [5] *Bergschneider, B.*  
*Walz, B.* Anschauungsversuche zur Ausbreitung und Schneidwirkung des Düsenstrahls beim Verfahren der Hochdruckbodenvermörtelung. Beitrag zum 15. Christian Veder Kolloquium, Graz. Heft 7 der Mitteilungen der Gruppe Geotechnik, Technische Universität Graz, 2000
- [6] *Bohl, W.* Technische Strömungslehre. 11. Auflage, Vogel Verlag, Würzburg, 1998
- [7] *Borgolte, C.* Parameterstudie für ein Berechnungsmodell zur Ermittlung des Lösewiderstands des Bodens bei Einwirkung eines horizontalen Schneidstrahls; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 2001
- [8] *Croce, P.,*  
*Flora, A.* Analysis of single- fluid jet grouting  
Geotechnique 50, No. 6, 739 – 748, 2000

- [9] *Demant, B.* Fuzzy- Theorie oder Die Faszination des Vagen: Grundlagen einer präzisen Theorie des Unpräzisen für Mathematiker, Informatiker und Ingenieure. Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1993
- [10] *Döbbelin, J.U.* Anwendungen von Elementen der Fuzzy-Logik bei der Auswahl eines Verfahrens zur Grundwasserabsenkung. Mitteilungen, Heft 53, Hannover: IGBE, 2000
- [11] *Eck, B.* Technische Strömungslehre, Grundlagen. Band 1, 8. Auflage, Springer - Verlag, 1978
- [12] *Eck, B.* Technische Strömungslehre, Anwendungen. Band 2, 8. Auflage, Springer - Verlag, 1981
- [13] *Fechtig, R.* Erkenntnisse aus ersten Anwendungen des Jetting-Verfahrens im Tunnelbau. Tiefbau, Ingenieurbau, Straßenbau TIS, Heft 30, Nr.7, S.364-366, 368, 371, 1988
- [14] *Fetz, Th., Hofmeister, M., Hunger, G., Jäger, J., Lessmann, H., Oberguggenberger, M., Rieser, A., Stark, R.* Tunnelberechnung - fuzzy?. Bauingenieur, Nr.72, 1997
- [15] *Fischer, B.* Versuche zur Hochdruckbodenvermörtelung im halb-technischen Maßstab; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 1999
- [16] *Gersten, K., Schlichting, H.* Grenzschicht-Theorie. 9. Auflage, Berlin: Springer, 1997
- [17] *Gersten, K.* Einführung in die Strömungsmechanik. Studienbücher Naturwissenschaft und Technik, Düsseldorf: Bertelsmann, 1974

- [18] *GKN Keller GmbH* Soilcrete- Verfahren für wasserdichte Baugruben und -wände.  
Wasserwirtschaft, Heft 80, Nr.5, S.259-260, 1990
- [19] *Grabe,J.* Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur flächendeckenden dynamischen Verdichtungskontrolle. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft 124
- [20] *Hilmer, K.* Das Düsenstrahlverfahren.  
LGA- Rundschau, Heft 94, Nr.4, S.109-119
- [21] *Hofstetter, R.,  
Scherf, H.* Vergleich eines Fuzzy- Reglers mit einem Zustandsregler an einem praktischen Beispiel.  
Atp, Heft 1, S.582-587, 1992
- [22] *Kahlert, J.,  
Frank, H.* Fuzzy - Logik und Fuzzy - Control.  
2.Auflage, Vieweg - verlag, 1994
- [23] *Kotthaus, H.* Strömungsmechanische Modellversuche zur Ausbreitung und Schneidwirkung des Düsenstrahls; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 2001
- [24] *Kudella, P.* Wie sicher sind Düsenstrahl- Injektionssohlen?  
Bautechnik, Heft 12, Nr.78, S.841-851, 2002
- [25] *Kumar, J.K.,  
Konno, M.,  
Yasuda, N.* Subsurface Soil-Geology Interpolation Using Fuzzy Neural Network.  
Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, S.632-639, Juni 2000
- [26] *Lawicki, S.* Modellversuche zum horizontalen Grundbruch; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 2000



- [27] *Liu, J., Elsworth, D., Brady, Muhlhaus, H.B.* Strain-dependent fluid flow defined through rock mass classification schemes. Rock Mechanics Rock Engineering, Heft 33, Nr.2, S.75-92, 2000
- [28] *Marghitu, D.B., Diaconescu, C., Boghiu, D.* Fuzzy-logic control of parametrically excited impacting flexible system. Archive of Applied Mechanics, Heft 68, S.259-269, 1998
- [29] *Martak, L., Budil, A., Winkler, W.* Jet- Grouting- Schirme im überbauten Bereich, Vor- und Nachteile. Baugrundtagung Stuttgart, 1998
- [30] *McCarthy, M.J., Molloy, N.A.* Review of stability of liquid jets and the influence of nozzle design. The Chemical Engineering Journal, Heft 7, S.1-20, 1974
- [31] *Möller, B.* Fuzzy- Modellierung in der Baustatik. Bauingenieur, Nr.72, S.75-84, 1997
- [32] *Mollins, L.H., Stewart, D.I., Cousens, T.W.* Drained strength of bentonite- enhanced sand. Geotechnique 49, No.4, S.523-528
- [33] *Müller - Kirchenbauer, H., Schlötzer, C., Friedrich, M., Kuk, M.* Neue Ergebnisse zur Wirkungsweise und zur Auswirkung des Düsenstrahlverfahrens. Beitrag zum 15. Christian Veder Kolloquium, Graz. Heft 7 der Mitteilungen der Gruppe Geotechnik, Technische Universität Graz, 2000
- [34] *Nawari, O., Hartmann, R.* Fuzzy- Sicherheitskonzept im Grundbau. Bautechnik, Heft 9, Nr.74, S.621-627, 1997
- [35] *Neitzel, O.* Versuche zur Hochdruckbodenvermörtelung im halb-technischen Maßstab; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 1999

- [36] *Nieder, G.* Fuzzy Logik - eine Möglichkeit zur Automatisierung der Richtungssteuerung im unterirdischen Rohrvortrieb. TIS, Heft 12, S.11-16, 1995
- [37] *Palm, R.,  
Rehfuß, U.* Fuzzy- Steuerung in der Robotik. Me, Band 6, Heft 1, S.30-33, 1992
- [38] *Poisel, R.,  
Tentschert, E.,  
Bach, D.,  
Zettler, A.H.* Gebirgsklassifikation und Regelung von Tunnelbohrmaschinen mittels Fuzzy Logik. Felsbau 17, Nr.5, S.486-492, 1999
- [39] *Pulsfort, M.* Untersuchungen zum Tragverhalten von Einzel-fundamenten neben suspensionsgestützten Erdwänden begrenzter Länge. Bergische Universität - GH Wuppertal, Grundbau, Bodenmechanik und Unterirdisches Bauen, Bericht-Nr. 4, März 1986
- [40] *Riedmüller, G.,  
Schuber, W.,  
Semprich, S.* Düsenstrahlverfahren - Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung. Beiträge zum 15. Christian Veder Kolloquium, Graz. Heft 7 der Mitteilungen der Gruppe Geotechnik, Technische Universität Graz, 2000
- [41] *Schaupp, B.* Grundlagen der Bewertung von Deponien unter der Fuzzy Logik. Bergische Universität - GH Wuppertal, Grundbau, Bodenmechanik und Unterirdisches Bauen, Bericht - Nr. 19, November 1998
- [42] *Schlick, H.,  
Kern, O.* Fuzzy- geregelte Vibrationsrammung mit Erschütterungsbegrenzung. TIS, Heft 9, Nr.74, S.39-40, 1997
- [43] *Tkachuk, S.* Theoretische Untersuchungen des Eindringprozesses des Hochdruckstrahls in Lockergestein beim Düsenstrahlinjektions-Verfahren. Aachener Beiträge zur Rohstofftechnik und -wirtschaft, Band 12, 1997

- [44] *Truckenbrodt, E.* Lehrbuch der angewandten Fluidmechanik.  
Springer - Verlag, Berlin, 1983
- [45] *Truckenbrodt, E.* Strömungsmechanik: Grundlagen und technische Anwendungen.  
Springer - Verlag, Berlin, 1968
- [46] *v.Altrock, C.* Anwendungen der Fuzzy-Logik in Deutschland.  
Me, Band 6, Heft 1, S.16-17, 1992
- [47] *Vogt- Breyer, C.* Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Tragverhalten und zur Bemessung horizontaler Schraubanker. Mitteilung 47; Institut für Geotechnik Stuttgart; Erschienen im Eigenverlag des Instituts für Geotechnik
- [48] *Wahlen,R.* Bodenmechanische Laborversuche zur Erzeugung eines horizontalen Grundbruchs; Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsgebiet Unterirdisches Bauen, Grundbau und Bodenmechanik, Bergische Universität Wuppertal, unveröffentlicht, 2000
- [49] *Walz, B.* Qualitative bodenmechanische Modellversuche.  
Beiträge zur Modellversuchstechnik in der Geotechnik, TU Berlin,  
Grundbauinstitut, Heft 18, S.17-31, 1988
- [50] *Weiß, K.* Der Einfluss der Fundamentform auf die Grenzfähigkeit flachgegründeter Fundamente.  
1970, Mitteilung der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik an der Technischen Universität Berlin, Heft 25
- [51] *Weiß, K.* Die Formbeiwerte in der Grundbruchgleichung für nichtbindige Böden.  
1973 Mitteilung der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik an der Technischen Universität Berlin, Heft 29

- [52] *Weißbach, A.* Der Erdwiderstand vor schmalen Druckflächen.  
Die Bautechnik 39, Heft 6, S.204-211, 1962
- [53] *Wieghardt, K.* Theoretische Strömungslehre  
Teubner - Verlag, Stuttgart, 1974
- [54] *Yahiro, T.,  
Yoshida, H.,  
Nishi, K.* On the characteristics of high speed water jet in the  
liquid and its utilization on induction grouting method.  
Konferenz-Einzelbericht: Proceedings of the second  
international symposium on jet cutting technology,  
Cambridge, S. G4.41-G4.63, 1974
- [55] *Zettler, A.H., Poisel, R.,  
Stadler, G.* Bewertungen geologisch-geotechnischer Risiken mit  
Hilfe von Fuzzy Logik und Expertensystemen.  
Felsbau, Heft 14, Nr.6, S.352-357, 1996
- [56] Beiträge zum 15. Christian Veder Kolloquium, Graz.  
Heft 7 der Mitteilungen der Gruppe Geotechnik, Tech-  
nische Universität Graz, 2000
- [57] Norm-Entwurf EN 12716 (Januar 1999): Düsenstrahl-  
verfahren

## Abbildungsverzeichnis:

Abbildung 1.1:	Über der Bohrkronen austretender Düsenstrahl	1
Abbildung 1.2:	Freigelegte Erdbetonsäulen	1
Abbildung 2.1:	Verfahrensablauf beim Düsenstrahlverfahren [4]	4
Abbildung 3.1:	Unter einem Druck von 85 bar hergestellte Verpresskörper (Düsensdurchmesser 1,51 mm)	7
Abbildung 3.2:	elektrisch betriebene Zweikolbenpumpe	8
Abbildung 3.3:	Pumpenkurve	9
Abbildung 3.4:	Sieblinien der Versuchssande	9
Abbildung 3.5:	Systemskizze des Versuchcontainers	11
Abbildung 3.6:	Skizze zur Entstehung des Spaltes	11
Abbildung 3.7:	Anschauungsversuch	12
Abbildung 3.8:	Wasserstrahl in locker gelagerten Grobsand	15
Abbildung 3.9:	strömungstechnisch bedingt verbreiteter Strahlkopf bei einem aus einer Düse in Luft austretenden Wasserstrahl	16
Abbildung 3.10:	Durchfeuchteter Boden nach 1 Sekunde Wasserverpressung	17
Abbildung 3.11:	Wasserstrahl in dicht gelagerten Grobsand verpresst	18
Abbildung 3.12:	gestörter, durchmischter, aufgelockerter Bodenbereich nach Beendi- gung des Versuchs	19
Abbildung 4.1:	Skizze zur Berechnung der theoretischen Düsenaustrittsgeschwindig- keit	23
Abbildung 4.2:	Aus einer herkömmlichen Düse austretender Wasserstrahl	25
Abbildung 4.3:	Aus einer hinsichtlich der Strahlbündelung optimierten Düse austre- tender Wasserstrahl	25
Abbildung 4.4:	Bohrkronen mit hinsichtlich der Form unterschiedlich ausgebildeten Düsen	25
Abbildung 4.5:	Strömung durch eine Düse, deren Einlauf vollständig unter einem Ra- dius $R$ abgerundet ist. Keine Ablösung der Strömung [11]	26
Abbildung 4.6:	Ablösende Strömung von den Wandungen der Düse [30]	27

Abbildung 4.7:	Düsengeometrie und Geschwindigkeitsprofil am Düsenausgang [30]	27
Abbildung 4.8:	Grenzschichtströmung längs einer Wand [16]	29
Abbildung 4.9:	Entstehung der Turbulenz in einem Rohr [11]	30
Abbildung 4.10:	Turbulenter Freistrah	31
Abbildung 4.11:	Ausbreitung eines Wasserstrahls in Luft	32
Abbildung 4.12:	Ausbreitung eines Wasserstrahls in Wasser	32
Abbildung 4.13:	Physikalisches Modell zur Schneidwirkung des Düsenstrahls	33
Abbildung 4.14:	Geschwindigkeitsfunktion	37
Abbildung 4.15:	Funktionsverlauf der Geschwindigkeitsnull- Linie	39
Abbildung 4.16:	Länge und Durchmesser des Kanals im Anschauungsversuch	40
Abbildung 4.17:	Druckverteilung	42
Abbildung 4.18:	Skizze des Versuchsaufbaus	43
Abbildung 4.19:	Bild vom Versuchsaufbau	44
Abbildung 4.20:	Kraft auf die Platte in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Wasser in Wasser)	45
Abbildung 4.21:	Kraft auf die Platte in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Ben- tonitsuspension in Bentonitsuspension)	45
Abbildung 4.22:	Druck infolge Strömung in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Wasser in Wasser)	46
Abbildung 4.23:	Druck infolge Strömung in Abhängigkeit des erzeugten Impulsflusses (Bentonitsuspension in Bentonitsuspension)	47
Abbildung 4.24:	Länge des Fernfeldes für unterschiedliche Strahlausbreitungswinkel $\delta$	48
Abbildung 4.25:	Geschwindigkeitsfunktion in Abhängigkeit des Strahlausbreitungswin- kels	49
Abbildung 4.26:	Normierte Reichweite in Abhängigkeit vom Strahlausbreitungswinkel	50
Abbildung 5.1:	Skizze des Versuchsaufbaus zur Durchführung von ebenen Grund- bruchversuchen	54
Abbildung 5.2:	Grundbruchartiges Versagen des Bodens infolge einer horizontal ver- schobenen Platte	54
Abbildung 5.3:	Grundbruchartiges Versagen des Bodens unter räumlichen Versuchs- randbedingungen	56
Abbildung 5.4:	Vertikalschnitte durch 2 Kugelebenen am Plattenrand	57

Abbildung 5.5:	Visualisierter räumlicher Grundbruchvorgang in Form von Einzelbil-	57
	dern	
Abbildung 5.6:	Skizze des Versuchsaufbaus zur Durchführung der Impulsschlagversu-	60
	che	
Abbildung 5.7:	Hochgeschwindigkeitsaufnahmen eines horizontalen Grundbruchvor-	62
	gangs im Sand infolge einer impulsartigen Einwirkung	
Abbildung 5.8:	Im Zeitabstand von 1/500 Sekunde aufgenommene Bilder eines hori-	63
	zontalen Grundbruchvorgangs im Sand infolge einer impulsartigen	
	Einwirkung	
Abbildung 5.9:	Skizze des Versuchsaufbaus	65
Abbildung 5.10:	Bruchvorgang infolge einer horizontalen Einwirkung	66
Abbildung 5.11:	Lockere Lagerung des Sandes im Ausgangszustand; flacher Verlauf	66
	der Gleitfuge	
Abbildung 5.12:	Dichte Lagerung des Sandes im Ausgangszustand; steiler Verlauf der	66
	Gleitfuge	
Abbildung 5.13:	Zwei unterschiedliche Perspektiven der sich infolge einer horizontalen	67
	Einwirkung ausbildenden Bruchmuschel	
Abbildung 5.14:	Systemskizze des Versuchsaufbaus zur Messung des Porenwasserüber-	68
	drucks	
Abbildung 5.15:	Gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des	69
	Strahlkopfs von der Messstelle	
Abbildung 5.16:	Abnahme des Porenwasserüberdrucks mit zunehmendem vertikalen	71
	Abstand der Messstelle von der Strahlachse	
Abbildung 5.17:	Systemskizze der physikalischen Abläufe im Boden	72
Abbildung 5.18:	Systemskizze eines horizontalen Grundbruchvorgangs	74
Abbildung 5.19:	Kräfte und geometrische Größen im passiven Rankine- Bereich	77
Abbildung 5.20:	Gegenseitige Abhängigkeit der Angriffspunkte der Gleitflächenresul-	78
	tierenden $Q_{i,l}$ und $Q_{i,r}$	
Abbildung 5.21:	Kräfte und geometrische Größen im Übergangsbereich	79
Abbildung 5.22:	Kräfte und geometrische Größen im aktiven Rankine- Bereich	81
Abbildung 5.23:	Reichweite in Abhängigkeit vom Reibungswinkels	84
Abbildung 5.24:	Druck infolge Strömung $p_d$ als Funktion der Entfernung zwischen der	85
	Düse und der Ortsbrust	

Abbildung 5.25: Versagensmodell eines horizontalen Grundbruchs während des Ziehens des Jetgestänges	87
Abbildung 5.26: Kräfte und geometrische Größen im Prandtl'schen Übergangsbereich	88
Abbildung 5.27: Kräfte und geometrische Größen im aktiven Rankine- Bereich	89
Abbildung 5.28: Horizontale Grundbruchwiderstandsspannung als Funktion des hydrostatischen Drucks $p_s$ der Rücklaufsuspension	90
Abbildung 5.29: Horizontale Grundbruchwiderstandsspannung als Funktion des Reibungswinkels $\varphi = \bar{\varphi}$	91
Abbildung 6.1: Variation des Kanalhalbmessers $H$	92
Abbildung 6.2: Variation des Stützdrucks $p_s$	93
Abbildung 6.3: Variation des Reibungswinkels	94
Abbildung 6.4: Variation des Reibungswinkels der inneren Gleitflächen $\bar{\varphi}$	95
Abbildung 6.5: Variation der Bodenwichte $\gamma_B'$ innerhalb des Grundbruchkörpers	95
Abbildung 6.6: Variation des Angriffspunkts $\lambda_{l,l}$ der Gleitflächenresultierenden $Q_{l,l}$	96
Abbildung 6.7: Funktionsverlauf für $\varphi_l(L)$ und $\varphi_q(L)$ bei $\varphi_s = 0$	99
Abbildung 6.8: Variation des wirksamen Reibungswinkels $m_l = 0; 0,03; 0,05; 0,1; 0,3$ [ $^{\circ}/\text{cm}$ ] (durchgezogene Linien) $m_q = 0; 0,0003; 0,0005; 0,001; 0,003$ [ $^{\circ}/\text{cm}$ ] (gestrichelte Linien) jeweils von oben nach unten betrachtet	100
Abbildung 6.9: Variation des Porenfluidüberdrucks $p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_d$ für Reibungswinkel $\varphi_s = 0^{\circ}; 1^{\circ}; 3^{\circ}; 5^{\circ}; 10^{\circ}; 30^{\circ}$ (von oben nach unten)	101
Abbildung 6.10: Variation des Stützdrucks $p_s = \gamma_R \cdot t$ bei unterschiedlichem wirksamen Reibungswinkel; $\varphi_s = 0^{\circ}; 1^{\circ}; 3^{\circ}; 5^{\circ}; 10^{\circ}; 30^{\circ}$ (von oben nach unten)	102
Abbildung 6.11: Variation des Stützdrucks $p_s = \gamma_R \cdot t$ bei unterschiedlichem Porenfluidüberdruck $p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_d$ ; $\varepsilon = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$ (von oben nach unten)	103
Abbildung 6.12: Variation des Strahlausbreitungswinkels bei unterschiedlichen Reibungswinkeln; $\varphi_s = 0^{\circ}; 1^{\circ}; 3^{\circ}; 5^{\circ}; 10^{\circ}; 30^{\circ}$ (von oben nach unten)	104
Abbildung 6.13: Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichem Reibungswinkel; $\varphi_s = 0^{\circ}; 1^{\circ}; 3^{\circ}; 5^{\circ}; 10^{\circ}; 30^{\circ}$ (von oben nach unten)	105



Abbildung 7.1:	Linguistisches Konzept der Fuzzy- Logik	112
Abbildung 7.2:	Zugehörigkeitsfunktion „lockere Lagerung“	113
Abbildung 7.3:	Einteilung der Variablen “Lagerungsdichte“ in linguistische Terme	114
Abbildung 7.4:	Struktur eines vollständigen Fuzzy- Systems mit mathematischer Beschreibung des Inferenzschemas	117
Abbildung 7.5:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Korndurchmesser“	121
Abbildung 7.6:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Lagerungsdichte“	122
Abbildung 7.7:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Ungleichförmigkeit“	122
Abbildung 7.8:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Impulsfluss“	123
Abbildung 7.9:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Düse“	123
Abbildung 7.10:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Ziehgeschwindigkeit“	124
Abbildung 7.11:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Drehzahl“	124
Abbildung 7.12:	Fuzzifizierung der linguistischen Variablen „Säulendurchmesser“	124
Abbildung 7.13:	Aufgestelltes Fuzzy- System	126
Abbildung 7.14	Modell zur Ermittlung der Einwirkzeit	128
Abbildung A1:	Impulsübertragung durch die turbulente Schwankungsbewegung (Quelle [16])	153
Abbildung A2:	Schwankungsbewegung eines Fluidelements um die Strecke l (Quelle [16])	155
Abbildung A3:	Funktion der Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung in Abhängigkeit von der Entfernung von der Düse und von der Strahlachse in radialer Richtung	158
Abbildung B1:	gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle (Abstand 18,8 cm; Verpressdruck 30 bar)	159
Abbildung B2:	gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle (Abstand 18,8 cm; Verpressdruck 50 bar)	159
Abbildung B3:	gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle (Abstand 18,8 cm Verpressdruck 70 bar)	160

Abbildung B4:	gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle (Abstand 33,8 cm; Verpressdruck 50 bar)	160
Abbildung B5:	gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle (Abstand 33,8 cm; Verpressdruck 70 bar)	161
Abbildung C1:	Variation des Strahlausbreitungswinkels bei unterschiedlichem Stützdruck $p_s = \gamma_R \cdot t$ ; $p_s = 75; 150; 300; 400$ (von oben nach unten)	164
Abbildung C2:	Variation des Strahlausbreitungswinkels bei unterschiedlichem Porenfluidüberdruck $p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_d$ ; $\varepsilon = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$ (von oben nach unten)	164
Abbildung C3:	Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichem Strahlausbreitungswinkel; $\delta = 7^0; 9^0; 11^0; 13^0$ (von oben nach unten)	165
Abbildung C4:	Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichem Stützdruck $p_s = \gamma_R \cdot t$ ; $p_s = 75; 150; 300; 400 \text{ kN/m}^2$ (von oben nach unten)	165
Abbildung C5:	Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichen Porenfluidüberdrücken; $p_{\bar{u}} = \varepsilon \cdot p_d$ ; $\varepsilon = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$ (von oben nach unten)	166
Abbildung E1:	Fuzzy- Mengen der Linguistischen Variablen	169
Abbildung E2:	Ausgangs Fuzzy- Mengen der Inferenz- Schemen	171

## Tabellenverzeichnis:

Tabelle 3.1:	Bodenmechanische Kennwerte der Versuchssande in Abhängigkeit der Lagerung des Bodens beim Einbau	10
Tabelle 4.1:	Länge des Fernfeldes in Abhängigkeit vom Strahlausbreitungswinkel $\delta$	49
Tabelle 4.2:	Strahlausbreitungswinkel $\delta$ in Abhängigkeit verschiedener Düsen bzw. bei einer Luftummantelung	51
Tabelle 5.1:	Effektive Vertikalspannung in den Messpunkten	71
Tabelle 7.1:	Beispieldatensätze mit Lernergebnis der Fuzzy- Berechnung	131
Tabelle 7.2:	“Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser bei Variation des Impulsflusses	133
Tabelle 7.3:	“Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser bei Variation der Ziehgeschwindigkeit $v_z$	134
Tabelle 7.4:	“Fuzzy”- berechneter Säulendurchmesser bei Variation der Gestängeumdrehungen pro Minute Upm	134
Tabelle A1:	Ausbreitungswinkel $\delta_i$ in Abhängigkeit der Abnahme der Geschwindigkeit $\bar{u}$ in radialer Richtung	150
Tabelle E1:	Auswertung des WENN- Teils der Regeln für unterschiedliche UND- Verknüpfungsfaktoren	155
Tabelle E2:	Auswertung des DANN- Teils der Regeln unter Berücksichtigung der MAX- und BSUM- Ergebnis- Aggregation	156

## Verwendete Symbole:

$a_0$	[-]	dimensionsloser Faktor zur Beschreibung der Form der Funktion $p(r)$
$\alpha$	[°]	Kegelwinkel bei Düsen
$b$	[m]	Physikalische Breite der Strahlausbreitung
$b_0$	[mm]	Düsenradius
$c$	[-]	Steigung der den Strahl begrenzenden Geraden
$D$	[-]	Lagerungsdichte
$d_{50}$	[mm]	mittlerer Korndurchmesser
$\delta$	[°]	Strahlausbreitungswinkel
$\varphi$	[°]	Reibungswinkel des Bodens
$\bar{\varphi}$	[°]	Reibungswinkel der inneren Gleitflächen des Grundbruchkörpers
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Erdbeschleunigung
$\gamma$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Bodenwichte
$\gamma'$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Bodenwichte unter Auftrieb
$\gamma_B'$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Bodenwichte unter Suspensionsauftrieb innerhalb des Grundbruchkörpers
$\gamma_d$	[kN/m <sup>3</sup> ]	Trockenwichte
$\gamma_s$	[kN/m <sup>3</sup> ]	spezifische Kornwichte
$H$	[m]	Kanalhalbmesser
$h_{I,II,III}$	[m]	Hebelarm der Gleitflächenresultierenden
$h_v$	[m]	Verlusthöhe
$\dot{I}$	[N]	Impulsfluss
$L$	[m]	Länge des Kanals
$L_F$	[m]	Länge des Fernfeldes
$L_k$	[m]	Länge des Nahfeldes
$L_{\bar{U}}$	[m]	Länge des Übergangsbereichs
$L_W$	[m]	Länge des Wendebereichs
$L_n$	[m]	normierte Reichweite
$m$	[-]	Verhältnis der Geschwindigkeiten $u_H$ zu $u_m$
$\mu$	[-]	Durchflusszahl
$n$	[%]	Porenanteil
$p_A$	[bar]	Druck an der Austrittsstelle des Fluids

$p_d$	[bar]	Druck infolge Strömung
$p_M$	[bar]	Druck infolge Strömung bei $r = 0$
$p_R$	[bar]	Druck infolge Strömung bei $r = H$
$p_s$	[bar]	statischer Druck
$p_{\bar{u}}$	[bar]	Porenfluidüberdruck
$p_P$	[bar]	Pumpendruck
$P$	[kN/m]	resultierende Stützkraft
$\psi$	[-]	Bogenmaß der logarithmischen Spirale
$Q_{A,th}$	[m <sup>3</sup> /s]	theoretisches Durchflussvolumen
$Q_{A,exp}$	[m <sup>3</sup> /s]	gemessenes Durchflussvolumen
$Q_{I,II,III}$	[kN/m]	Gleitflächenresultierende
$r_1$	[m]	Stelle der Geschwindigkeitsnull- Linie
$\rho_S, \rho_R$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte des Fluids bzw. der Rücklaufsuspension
$S$	[kN/m]	Lösekraft
$\sigma_z, \sigma_z'$	[kN/m <sup>2</sup> ]	effektive Vertikalspannung
$\sigma_B$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Grundbruchwiderstandsspannung
$t_P, t_A$	[m]	geodätische Höhen
$\tau_v$	[kN/m <sup>2</sup> ]	viskose Newtonsche Spannung
$\tau_t$	[kN/m <sup>2</sup> ]	scheinbare oder turbulente Schubspannung
$\tau_f$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Scherfestigkeit des Bodens
$u$	[m/s]	Fluidgeschwindigkeit
$\bar{u} \bar{v}$	[m/s]	zeitliche Mittelwerte der Geschwindigkeitskomponenten $u$ und $v$
$\overline{u'v'}$	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	turbulente Schwankungsbewegung
$u_{A,th}$	[m/s]	theoretische Strahlaustrittsgeschwindigkeit
$u_H$	[m/s]	Rückströmgeschwindigkeit
$u_m$	[m/s]	Strahlgeschwindigkeit auf der Strahlachse
$u_P$	[m/s]	Bezugsgeschwindigkeit unmittelbar an der Pumpe
$u_0$	[m/s]	Düsenaustrittsgeschwindigkeit
$U$	[-]	Ungleichförmigkeitsgrad $d_{50}/d_{10}$
$\xi$	[-]	Widerstandszahlen

## Anhang A: Grenzschichttheorie

### A1: Herleitung der turbulenten Schubspannungen

Unter der Annahme, dass die bei einer turbulenten Strömung auftretende Schwankungsbewegung der Elemente dem Zufall unterliegt, kann die turbulente Strömung als Überlagerung einer Hauptströmung mit einer ungeordneten, stochastischen Schwankungsgeschwindigkeit beschrieben werden. Für die mathematische Herleitung der Schubspannungen ist es deshalb zweckmäßig, die Bewegung in eine mittlere Bewegung und in eine Schwankungsbewegung aufzuteilen. Bezeichnet man den zeitlichen Mittelwert der Geschwindigkeitskomponente  $u$  mit  $\bar{u}$  und die Schwankungsgeschwindigkeit mit  $u'$ , gilt:

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= \bar{u}(x, y) + u'(x, y, t); & v(x, y, t) &= \bar{v}(x, y) + v'(x, y, t); \\ p(x, y, t) &= \bar{p}(x, y) + p'(x, y, t) \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

Werden die Mittelwerte der Geschwindigkeiten an einem festen Ort über ein ausreichend großes Zeitintervall  $t_1$  gebildet,  $\bar{u}(x, y) = \frac{1}{t_1} \cdot \int_{t_0}^{t_0+t_1} u(x, y, t) dt$ , so dass sie von der Zeit unabhängig

sind, ergeben sich die zeitlichen Mittelwerte der Schwankungsgrößen zu Null:

$$\bar{u}' = 0; \quad \bar{v}' = 0; \quad \bar{p}' = 0 \quad (\text{A2})$$

Aufgrund der Annahme, dass die mittlere Bewegung von der Zeit unabhängig ist  $\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0\right)$ , kann von einer stationären Strömung ausgegangen werden.

Gemäß Abbildung A1 wird in einer turbulenten Strömung mit den Geschwindigkeitskomponenten  $u, v, w$  eine in der  $x - z$  - Ebene liegende Fläche  $dA$  betrachtet. Der Impuls in  $x$  - Richtung der in der Zeit  $dt$  infolge der Querbewegung der Elemente durch diese Fläche fließenden Fluidmasse  $dA \cdot \rho \cdot v \cdot dt$  ergibt sich durch das Produkt Masse mal Geschwindigkeit zu  $I = dA \cdot \rho \cdot u \cdot v \cdot dt$ .

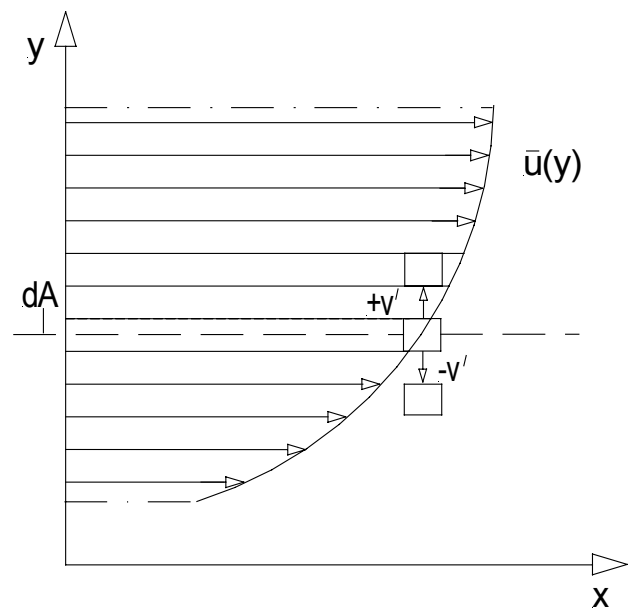


Abbildung A1: Impulsübertragung durch die turbulente Schwankungsbewegung (Quelle [16])

Der zeitliche Mittelwert des Impulsflusses pro Zeiteinheit berechnet sich demnach zu  $\frac{d\bar{I}}{dt} = dA \cdot \rho \cdot \overline{uv}$ . Unter Anwendung der mathematischen Regeln für die Mittelwerte zweier Zufallsgrößen f und g

$$\overline{\bar{f}} = \bar{f} ; \overline{\bar{f} \cdot \bar{g}} = \bar{f} \cdot \bar{g}$$

sowie unter Berücksichtigung der Gleichungen (A1) und (A2) gilt für die Geschwindigkeitskomponenten:

$$\begin{aligned} uv &= (\bar{u} + u')(\bar{v} + v') = \bar{u} \cdot \bar{v} + \bar{u} \cdot v' + \bar{v} \cdot u' + u' \cdot v' \\ \overline{uv} &= \bar{u} \cdot \bar{v} + \overline{u'v'} \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

Der mittlere Impuls pro Zeit ergibt sich zu:

$$\frac{d\bar{I}}{dt} = dA \cdot \rho \cdot (\bar{u} \cdot \bar{v} + \overline{u'v'}) \quad (\text{A4})$$

Gemäß der Impulsgleichung

$$\frac{dI}{dt} = F \quad \frac{dI}{dt} = \iint_K \rho \cdot u \cdot dQ \quad \text{mit } I = m \cdot u = \rho \cdot V \cdot u \quad (\text{A5})$$

ist der Impuls pro Zeit auf die Fläche dA äquivalent einer gleichgroßen Schubkraft des Fluids auf diese Fläche, so dass sich nach Division durch dA die infolge der Schwankungsbewegung der Elemente resultierende zusätzliche Schubspannung in x - Richtung ergibt:

$$\tau'_{xy} = -\rho \cdot \overline{u'v'} \quad (\text{A6})$$

Bei turbulenten Strömungen setzen sich die resultierenden Schubspannungen aus den viskosen Newtonschen Spannungen und den infolge des turbulenten Impulsaustauschs zusätzlich auftretenden scheinbaren Spannungen zusammen

$$\tau = \tau_v + \tau_t = \eta \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \cdot \overline{u'v'}. \quad (\text{A7})$$

## A2: Prandtlscher Mischungswegansatz

Mit Hilfe des Prandtlschen Mischungswegansatzes kann ein Zusammenhang zwischen der die turbulente Schubspannung  $\tau_t$  charakterisierenden turbulenten Schwankungsbewegung ( $\overline{u'v'}$ ) und der durch die Geschwindigkeitskomponenten  $\bar{u}(x, y)$  und  $\bar{v}(x, y)$  beschriebenen mittleren Bewegung in der Strömung gefunden werden. Der Ansatz beruht auf der physikalischen Vorstellung, dass die einzelnen Fluidteilchen bei der Schwankungsbewegung im Mittel um die Mischungsweglänge l quer zur Hauptströmungsrichtung ausgelenkt werden, wobei sie ihren Impuls beibehalten. Gemäß Abbildung A2 hat ein Element nach einer Querbewegung der Strecke l eine kleinere bzw. größere Geschwindigkeit als die bei y+l bzw. y-l strömenden Teilchen. Die Schwankungsgeschwindigkeit in x - Richtung ergibt sich aus der Geschwindigkeitsdifferenz zu

$$u' = l \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}. \quad (\text{A8})$$

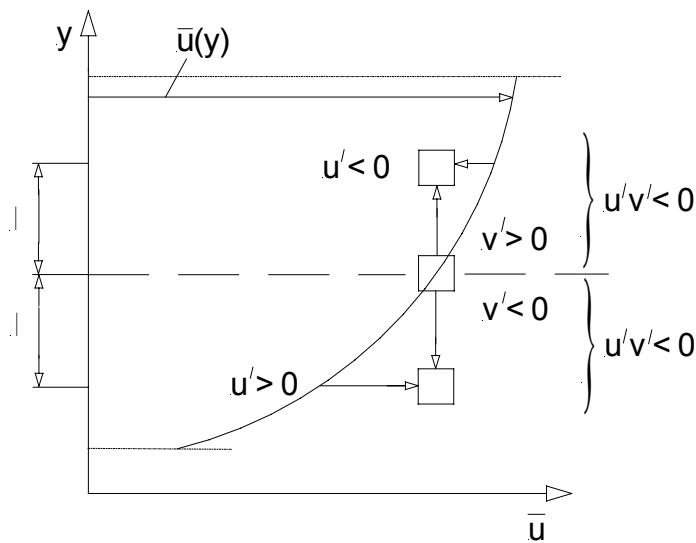


Abbildung A2: Schwankungsbewegung eines Fluidelements um die Strecke l (Quelle [16])

Aus Gründen der Kontinuität müssen die infolge der Querbewegung der Fluidteilchen verdrängten Elemente wiederum in eine andere Stromlinienbahn ausweichen. Nach Prandtl ist dabei die Schwankungsgeschwindigkeit in y - Richtung annähernd gleich der in x - Richtung

$$v' = l \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad (A9)$$

so dass unter Einbeziehung von Gleichung (A6) die turbulente Schubspannung wie folgt berechnet werden kann

$$\tau_t = \rho \cdot l^2 \cdot \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad (A10)$$

bzw.

$$\tau_t = \rho \cdot \nu_t \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad (A11)$$

wobei  $\nu_t$  als die den turbulenten Impulsaustausch beschreibende Wirbelviskosität bezeichnet wird. Die Absolutstriche gewährleisten das gleiche Vorzeichen für  $\tau_t$  und  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ .

### A3 Lösungsgleichung für den rotationssymmetrischen Freistrah

Zur Lösung der Grenzschichtdifferentialgleichungen müssen Ansätze für die Geschwindigkeiten  $\bar{u}$  und  $\bar{v}$  sowie für die turbulente Schubspannung  $\tau_t$  gefunden werden. Der oben hergeleitete ältere Prandtl'sche Mischungswegansatz, der einen Zusammenhang zwischen  $\tau_t$  und  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$  herstellt, ist für die Anwendung bei der Theorie des Freistrahls ungeeignet, da sich aufgrund des als symmetrisch zur x - Achse angenommenen Geschwindigkeitsprofils auf der Strahlachse ( $y=0$ ) mit  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = 0$  ein physikalisch unrealistischer und den Versuchsergebnissen widersprechender turbulenter Impulsaustausch  $\nu_t = 0$  ergibt. Unter Anwendung der Dimensionsanalyse wurde aus dem älteren Ansatz der neuere Prandtl'sche Ansatz entwickelt, bei dem  $\nu_t$  in der Entfernung x von der Düse über den Querschnitt konstant ist. Die turbulente Schubspannung ergibt sich zu:



$$\tau_t = \rho \cdot v_t \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{mit} \quad v_t = \kappa \cdot b(x) \cdot \bar{u}_s(x) \quad (\text{A12})$$

$b$  stellt die physikalische Breite der definierten Vermischungszone an der Stelle  $x$  dar, während  $\bar{u}_s(x)$  die Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung auf der Strahlachse wiedergibt.  $\kappa$  ist ein dimensionsloser Koeffizient, der in Abhängigkeit von der Strömungsart (Freistrah, Nachlauf, Auftriebsstrahl) aus Versuchen bestimmt werden muss.

Durch geeignete Wahl eines Breiten- bzw. Geschwindigkeitsmaßstabes können die Geschwindigkeitsprofile, die in verschiedenen Abständen von der Austrittsöffnung affin sind, zur Deckung gebracht werden

$$\frac{\bar{u}(x, y)}{\bar{u}_{\max}(x)} = f(\eta) \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{r}{b(x)}. \quad (\text{A13})$$

Nach Schlichting [15] ergibt sich mit der Bedingung der Ähnlichkeit der Geschwindigkeitsprofile sowie einer aus Versuchen abgeleiteten geradlinigen Strahlausbreitung ein möglicher selbstähnlicher Ansatz für die Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung:

$$\bar{u}(x, \eta) = \frac{v_t}{\beta^2 \cdot (x - x_0)} \cdot \frac{f'(\eta)}{\eta} \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{r}{b(x)} = \frac{r}{\beta \cdot (x - x_0)} \quad (\text{A14})$$

Unter Berücksichtigung der in Zylinderkoordinaten geschriebenen Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial(r\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(r\bar{v})}{\partial r} = 0 \quad (\text{A15})$$

resultiert die Geschwindigkeit quer zur Haupttrichtung

$$\bar{v}(x, \eta) = \frac{v_t}{\beta \cdot (x - x_0)} \cdot \left( f'(\eta) - \frac{f(\eta)}{\eta} \right). \quad (\text{A16})$$

Werden die Ansätze für  $\bar{u}, \bar{v}$  (Gl. (A14) und (A16)) sowie für die turbulente Schubspannung  $\tau_t$  (Gl. (A12)) in die Impulsgleichung eingesetzt

$$\rho \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_t)}{\partial r}, \quad (\text{A17})$$

ergibt sich die Differentialgleichung

$$\eta \cdot f'' + f \cdot f' - f' = 0, \quad (\text{A18})$$

mit der Lösung:

$$f = \frac{4 \cdot \eta^2}{C + \eta^2}. \quad (C = \text{freie Integrationskonstante}) \quad (\text{A19})$$

Die Geschwindigkeit in  $x$  - Richtung beträgt nach Einsetzen von Gl. (A19) in Gl. (A14):

$$\bar{u}(x, \eta) = \frac{8 \cdot v_t \cdot C}{\beta^2 \cdot (x - x_0) \cdot (C + \eta^2)^2} \quad (\text{A20})$$

Unter der Annahme, dass die Strahlbreite durch die Punkte  $r = b(x) = \beta \cdot (x - x_0)$  festgelegt wird, wo die Geschwindigkeit auf den halben Wert der Achsengeschwindigkeit  $\bar{u}_s(r = 0)$  abgefallen ist

$$\frac{\bar{u}(\eta = 0)}{2} = \bar{u}(\eta = 1), \quad (\text{A21})$$

ergibt sich die Integrationskonstante zu  $C = 1 + \sqrt{2}$ .

Durch Messungen des lokalen Abstandes zwischen der Strahlachse und der Stelle, wo die Geschwindigkeit die Hälfte der Maximalgeschwindigkeit beträgt, kann der Strahlausbreitungswinkel  $\delta$  bestimmt werden:

$$r_{0,5\bar{u}_s} = b(x) = \beta \cdot (x - x_0) = 0,0848 \cdot (x - x_0) \rightarrow \delta \approx 4,9^\circ \quad (\text{A22})$$

Da der gesamte kinematische Impuls pro Zeiteinheit aufgrund gleichbleibenden Drucks im Strahl unabhängig von  $x$  konstant sein muss

$$\frac{I}{\rho \cdot t} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot U_0^2 = \int_0^\infty \bar{u}^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r dr, \quad (\text{A23})$$

ergibt sich die Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung im Fernfeld an einer beliebigen Stelle im Strahl zu:

$$\bar{u}(x, \eta) = \frac{\sqrt{\frac{96}{127} \cdot C^3}}{\beta} \cdot d \cdot U_0 \cdot \frac{1}{x - x_0} \cdot \frac{1}{(C + \eta^2)^2} \quad \text{für } x > 1,2 \cdot x_k \quad (\text{A24})$$

mit  $C = 1 + \sqrt{2}$  und  $\beta = 0,0848$ .

In Abbildung A 3 ist die Funktion für  $\bar{u}(x, \eta)$  (Gl. (A24)), die infolge der Division durch  $\bar{u}(0,0)$  dimensionslos gemacht wurde, in einem dreidimensionalen Diagramm graphisch ausgewertet.

Vereinfacht ergibt sich die Geschwindigkeit auf der Strahlachse mit  $\eta = 0$  zu:

$$\bar{u}(x) = 6,57 \cdot d \cdot U_0 \cdot \frac{1}{x - x_0} \quad \text{für } x > 1,2 \cdot x_k \quad (\text{A25})$$

$x_0$  gibt den virtuellen Ursprung des Strahls wieder, der von der Kernlänge  $x_k$  des Nahfeldes abhängt:

$$x_0 = x_k - \frac{d}{2 \cdot \beta} \quad (\text{A26})$$

Gleichung (A24) wurde unter Berücksichtigung der Strahlbreite, die durch die Stellen definiert ist, wo die Geschwindigkeit auf die Hälfte der Maximalgeschwindigkeit abgefallen ist, hergeleitet. Die komplette physikalische Breite des Strahls wird folgend berechnet:

Die Abnahme der Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung mit zunehmendem radialen Abstand von der Strahlachse wird in der Gleichung für die Geschwindigkeit durch den Parameter  $\eta$  bestimmt. Dieser Parameter kann über den Verhältniswert  $\frac{\bar{u}}{\bar{u}_s} = \kappa$ ; mit  $\kappa = 0,20$ ;  $0,10$

und  $0,05$  berechnet werden:

$$\bar{u}(x, \eta) = \frac{\sqrt{\frac{96}{127} \cdot C^3}}{\beta} \cdot d \cdot U_0 \cdot \frac{1}{x - x_0} \cdot \frac{1}{(C + \eta^2)^2} = \bar{u}_s(x) \cdot \kappa = \kappa \cdot \frac{\sqrt{\frac{96}{127} \cdot C}}{\beta} \cdot d \cdot U_0 \cdot \frac{1}{x - x_0} \quad (\text{A27})$$

$$\Rightarrow \eta_{\frac{\bar{u}}{\bar{u}_s}} = \sqrt{\sqrt{\frac{\bar{u}_s}{\bar{u}}} \cdot C - C} \quad (\text{A28})$$

Der Ausbreitungswinkel kann über die Steigung abhängig vom Verhältniswert  $\frac{\bar{u}}{\bar{u}_s}$  bestimmt werden:

$$\eta_{\frac{\bar{u}}{\bar{u}_s}} \cdot \beta = \frac{r_{\frac{\bar{u}}{\bar{u}_s}}}{(x - x_0)} = \tan \alpha \quad (\text{A29})$$

$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_s}$ []	$\delta$ [°]
0,50	4,90
0,20	8,33
0,10	10,97
0,05	13,79

Tabelle A1: Ausbreitungswinkel  $\delta_i$  in Abhängigkeit der Abnahme der Geschwindigkeit  $\bar{u}$  in radialer Richtung

In der Tabelle A1 sind die aus der oben vorgestellten Theorie errechneten Strahlausbreitungswinkel dargestellt. Unter anderen Randbedingungen, wie z.B. die Verwendung anderer Düsen, die zur Messung der Strahlgeschwindigkeit notwendig sind oder unter Ansatz eines anderen Turbulenzmodells ergeben sich unterschiedliche Ausbreitungswinkel ([1], [11], [16]).

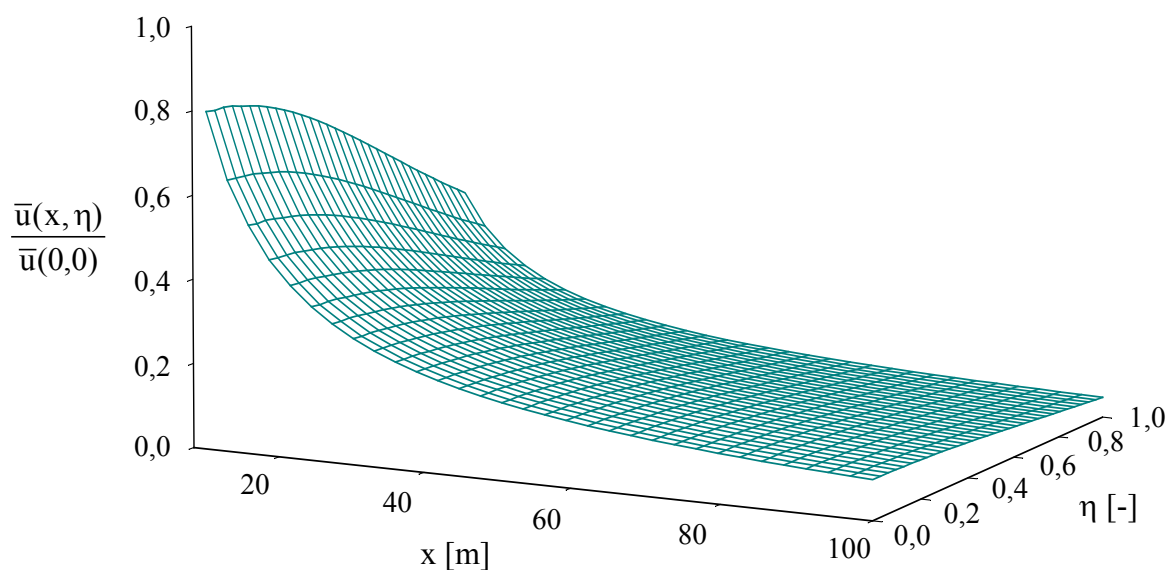


Abbildung A3: Funktion der Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung in Abhängigkeit von der Entfernung von der Düse und von der Strahlachse in radialer Richtung

## Anhang B: Messung des Porenwasserüberdruckes

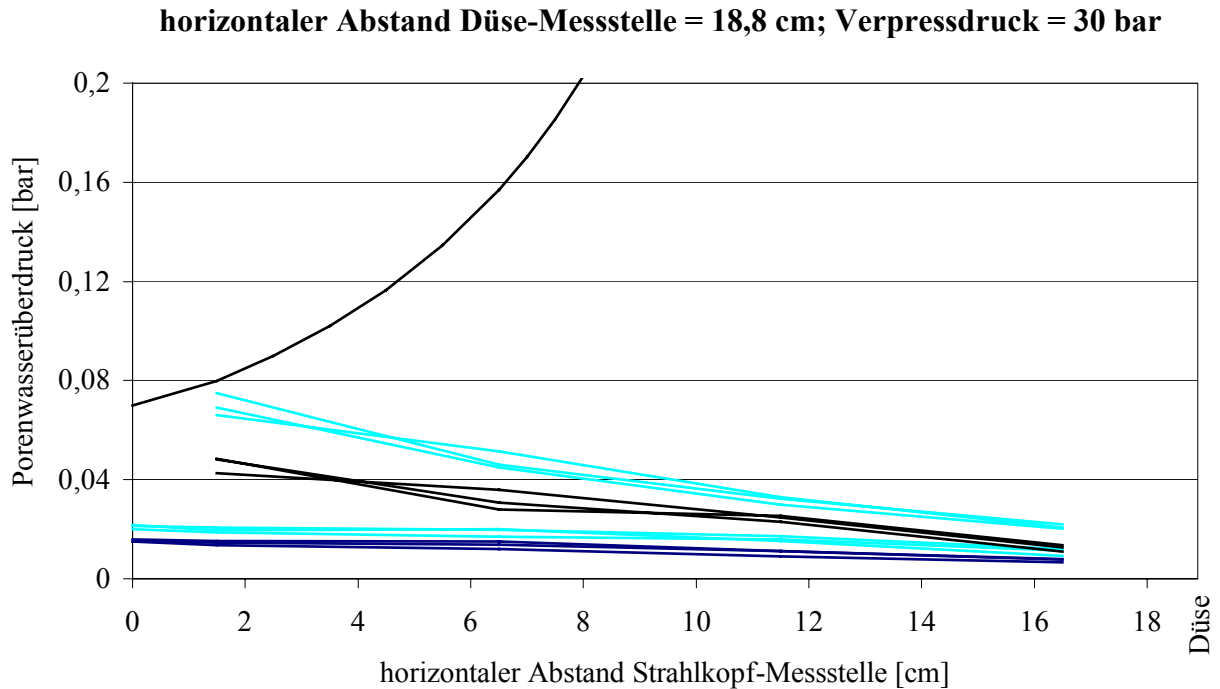


Abbildung B1: gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle

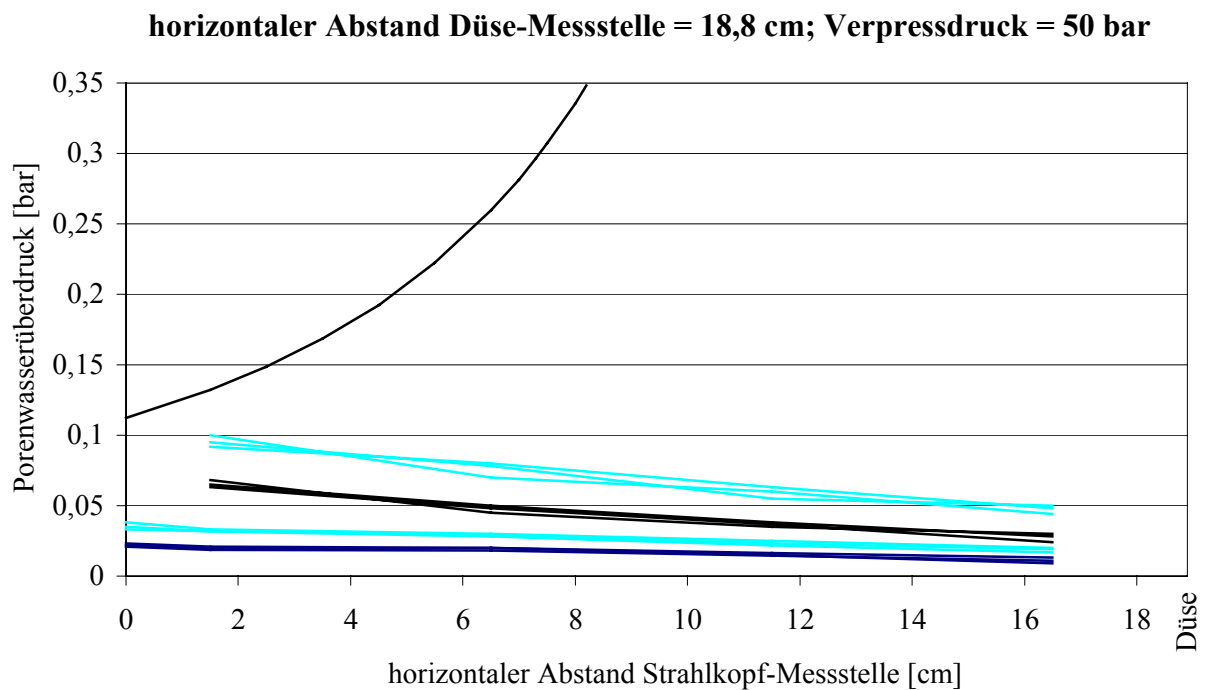


Abbildung B2: gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle

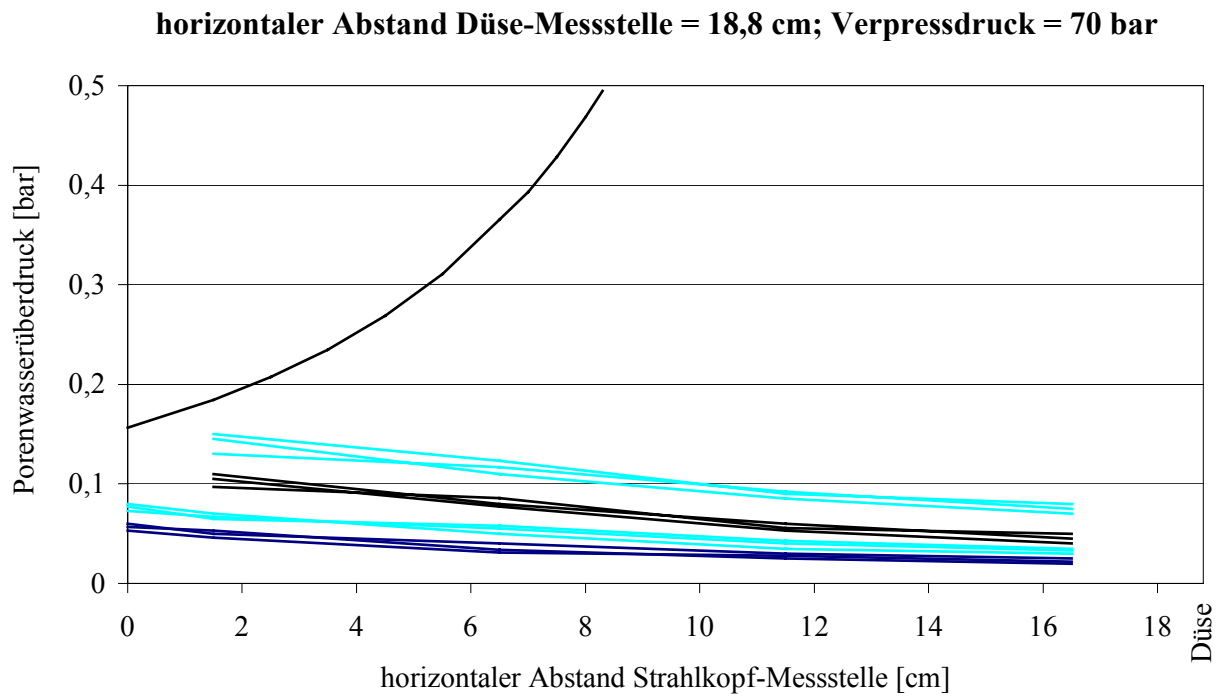


Abbildung B3: gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle

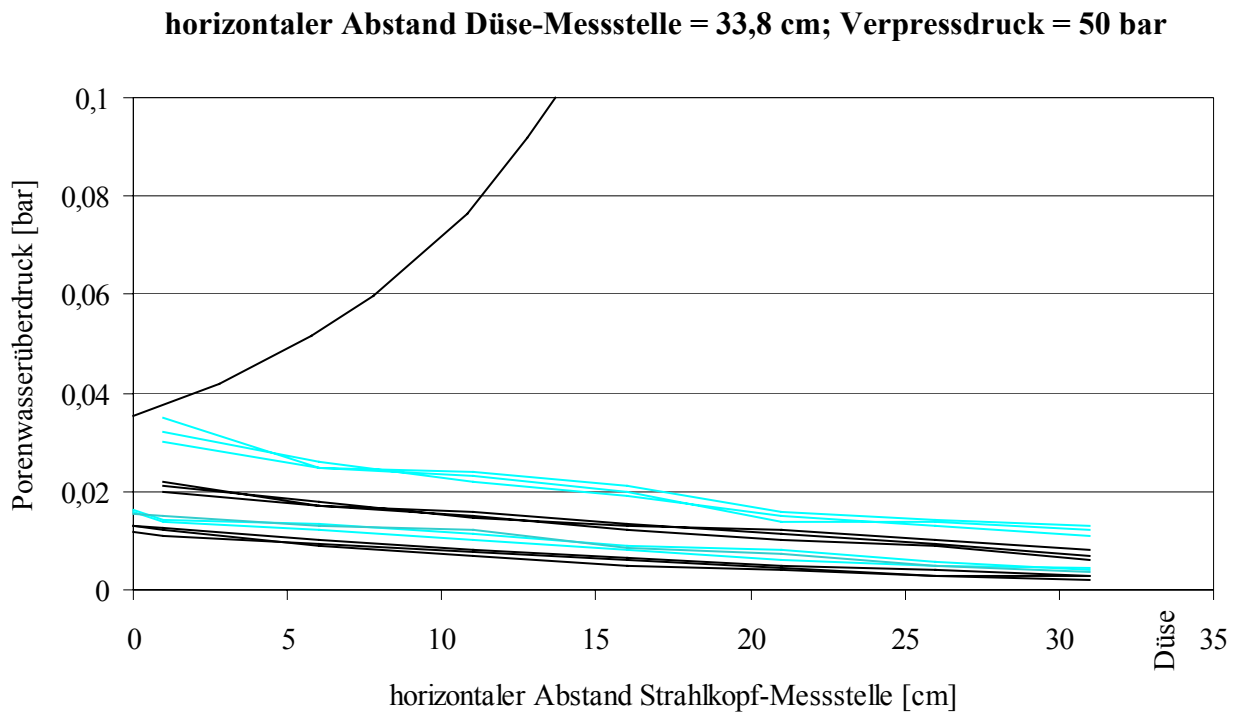


Abbildung B4: gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle

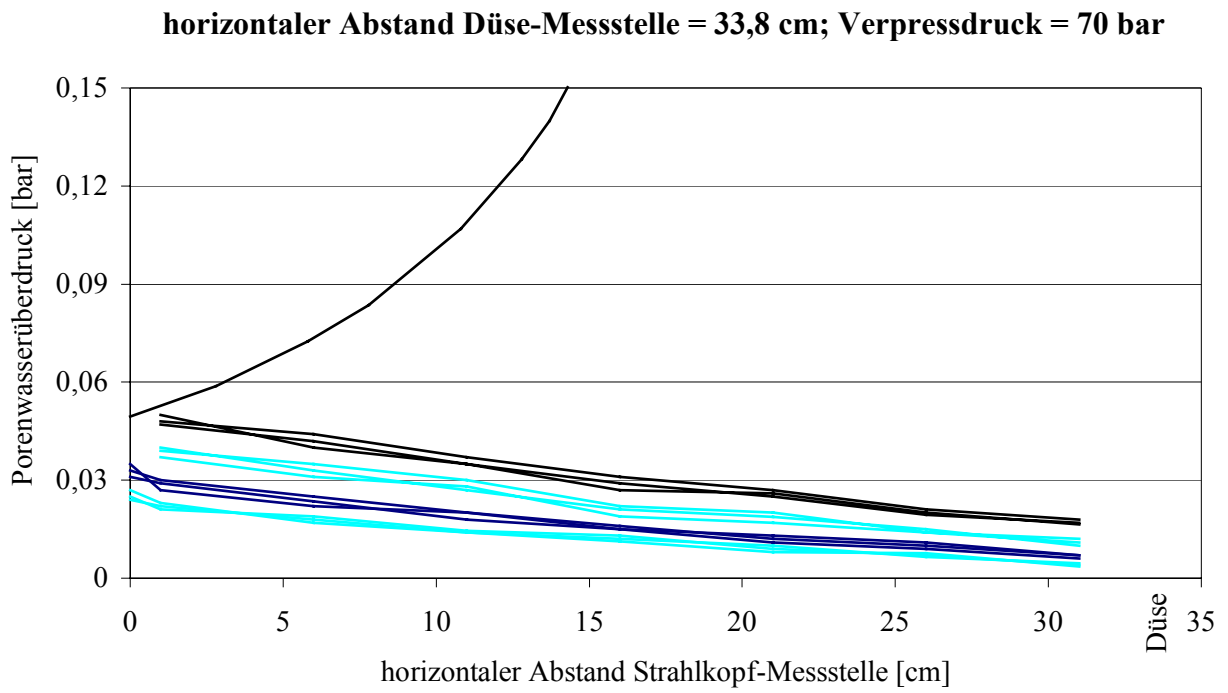


Abbildung B5: gemessener Porenwasserüberdruck in Abhängigkeit des Abstands des Strahlkopfs von der Messstelle

## Anhang C: Parameterstudie

### C1: „Mathcad“- Programm zur Berechnung der Reichweite

Da im Programm „Mathcad“ keine Variable  $\bar{\varphi}$  abgebildet werden kann, wird der Reibungswinkel der äußeren Gleitflächen mit  $\varphi_a$  bzw.  $\varphi_s$  und der Reibungswinkel der inneren Gleitflächen mit  $\varphi_i$  bezeichnet. Entsprechend wird mit den Variablen  $\alpha$  und  $\beta$  verfahren.

Gleichung der logarithmischen Spirale:

$$\text{rad}(\alpha) := \frac{\alpha \cdot \pi}{180}$$

$$r(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \psi) := \frac{2 \frac{L}{2 + \frac{1}{\tan(\text{rad}(\delta))}}}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_i}{2}\right) + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_i}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_a}{2}\right)}} \cdot \exp(\psi \cdot \tan(\varphi_a))$$

Programmierschleife

$\sigma_B(\varphi_s, \varphi_i, t, L, \gamma'_B, \gamma_R, \lambda_{I,I}, t_{GW}, p_{\ddot{u}}, \delta, m) :=$	$m \leftarrow \frac{m}{100}$ $\gamma_W \leftarrow 0.01$ $\varphi_a \leftarrow \text{rad}(\varphi_s + m \cdot L)$ $\varphi_i \leftarrow \text{rad}(\varphi_i)$ $\alpha_i \leftarrow \text{rad}(45) + \frac{\varphi_i}{2}$
Winkelbeziehungen	$\beta_i \leftarrow \text{rad}(45) - \frac{\varphi_i}{2}$ $\alpha_a \leftarrow \text{rad}(45) + \frac{\varphi_a}{2}$ $\beta_a \leftarrow \text{rad}(45) - \frac{\varphi_a}{2}$
Kanalhalbmesser	$H \leftarrow \frac{L}{2 + \frac{1}{\tan(\text{rad}(\delta))}}$ $r_0 \leftarrow \frac{2 \cdot H}{\cos(\alpha_i) + \sin(\alpha_i) \cdot \tan(\beta_a)}$
Stützspannung	$\sigma_R \leftarrow \gamma_R \cdot t - \gamma_W \cdot t_{GW} - p_{\ddot{u}}$ $l_2 \leftarrow  r(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \pi) \cdot \cos(\beta_i) $ $l_1 \leftarrow  \tan(\alpha_a) \cdot \sin(\beta_i) \cdot r(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \pi) $
Geometrische Beziehungen	$l \leftarrow l_2 + l_1$ $\lambda_{I,I} \leftarrow \frac{l_1}{\cos(\beta_a)} \cdot \lambda_{I,I}$
Gewichtskraft 1. Dreieck (passiver Rankine- Bereich)	$G_I \leftarrow \frac{r(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \pi) \cdot \sin(\beta_i)}{2} \cdot l \cdot \gamma'_B$
Schwerpunkt 1. Dreieck	$x_{S,I} \leftarrow \frac{2l - l_1}{3}$
Stützkraft	$P \leftarrow l \cdot \sigma_R$

Gleitflächenresultierende	$Q_{I,r} \leftarrow \frac{P - G_I}{\sin(\beta_i) + \tan(\beta_a) \cdot \cos(\beta_i)}$
Angriffspunkt von $Q_{I,r}$	$\lambda_{I,r} \leftarrow l(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \pi) - \frac{Q_{I,r} \frac{\cos(\beta_i)}{\cos(\beta_a)} \cdot \cos(\varphi_a) \cdot \lambda_{I,1} + G_I(x_{s,1} - l_2) - P \cdot \left( l_1 - \frac{1}{2} \right)}{Q_{I,r} \cos(\varphi_i)}$
Flächeninhalt Spirale	$A_{II} \leftarrow \int_0^\pi \int_0^{r(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \psi)} p \, dp \, d\psi$
Schwerpunkt Spirale	$x'_{s,II} \leftarrow \frac{\int_0^\pi \int_0^{r(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \psi)} p^2 \cdot \cos(\psi) \, dp \, d\psi}{A_{II}}$
	$y'_{s,II} \leftarrow \frac{\int_0^\pi \int_0^{r(L, \varphi_a, \varphi_i, \delta, \psi)} p^2 \cdot \sin(\psi) \, dp \, d\psi}{A_{II}}$
Drehung des Koordinatensystems	$x_{s,II} \leftarrow x'_{s,II} \cos(\beta_i) + y'_{s,II} \sin(\beta_i)$
Gewichtskraft Spirale	$G_{II} \leftarrow A_{II} \gamma' B$
Gleitflächenresultierende	$Q_{II,r} \leftarrow Q_{I,r} e^{\frac{\pi \cdot \tan(\varphi_a)}{\lambda_{I,r} \cos(\varphi_i)}} + \frac{G_{II} x_{s,II} e^{\frac{\pi \cdot \tan(\varphi_a)}{\lambda_{I,r} \cos(\varphi_i)}}}{\lambda_{I,r} \cos(\varphi_i)}$
Gewichtskraft 2. Dreieck (aktiver Rankine- Bereich)	$G_{III} \leftarrow H \cdot r_0 \cdot \sin(\alpha_i) \cdot \gamma' B$
Lösekraft S	$S \leftarrow \tan(\alpha_a) \cdot (Q_{II,r} \sin(\beta_i) + G_{III}) + Q_{II,r} \cos(\beta_i)$
Grundbruchwiderstandsspannung	$\frac{S}{2 \cdot H}$

Funktion der Einwirkung

$$I(b_0, p_{Pump\phi}) := \pi \cdot b_0^2 \cdot 2 \cdot p_{Pump\phi}$$

$$p_d(L, b_0, \delta, p_{Pump\phi}) := \frac{I(b_0, p_{Pump\phi}) \cdot \left( 2 + \frac{1}{\tan(\text{rad}(\delta))} \right)^2}{\pi \cdot L^2}$$

Funktion des Porenfluidüberdrucks  $p_u$  in Abhängigkeit der Reichweite  $L$  des Düsenstrahls

$$p_u(L, \delta, \xi) := \xi \frac{I(b_0, p_{Pump\phi}) \cdot \left( 2 + \frac{1}{\tan(\text{rad}(\delta))} \right)^2}{\pi \cdot L^2}$$

Lösungsblock:

Differenzfunktion zwischen den Einwirkungen und Widerstandsspannungen:

$$f(\varphi_a, \varphi_i, t, L, \gamma' B, \gamma_R, \lambda_{I,r}, t_{GW}, p_u, \delta, b_0, p_{Pump\phi}, \xi, m) := p_d(L, b_0, \delta, p_{Pump\phi}) - \sigma_B(\varphi_a, \varphi_i, t, L, \gamma' B, \gamma_R, \lambda_{I,r}, t_{GW}, p_u(L, \delta, \xi), \delta, m) - p_u(L, \delta, \xi) + (\gamma_R \cdot t - \gamma_W \cdot t_{GW})$$

edt := 20 Startwert

Vorgabe

$$f(\varphi_a, \varphi_i, t, L, \gamma' B, \gamma_R, \lambda_{I,r}, t_{GW}, p_u, \delta, b_0, p_{Pump\phi}, \xi, m) = 0$$

$$\text{eindr}(\varphi_a, \varphi_i, t, L, \gamma' B, \gamma_R, \lambda_{I,r}, t_{GW}, p_u, \delta, b_0, p_{Pump\phi}, \xi, m) := \text{sucher}(L)$$



## C2: Reichweite in Abhängigkeit vom Strahlausbreitungswinkel $\delta$

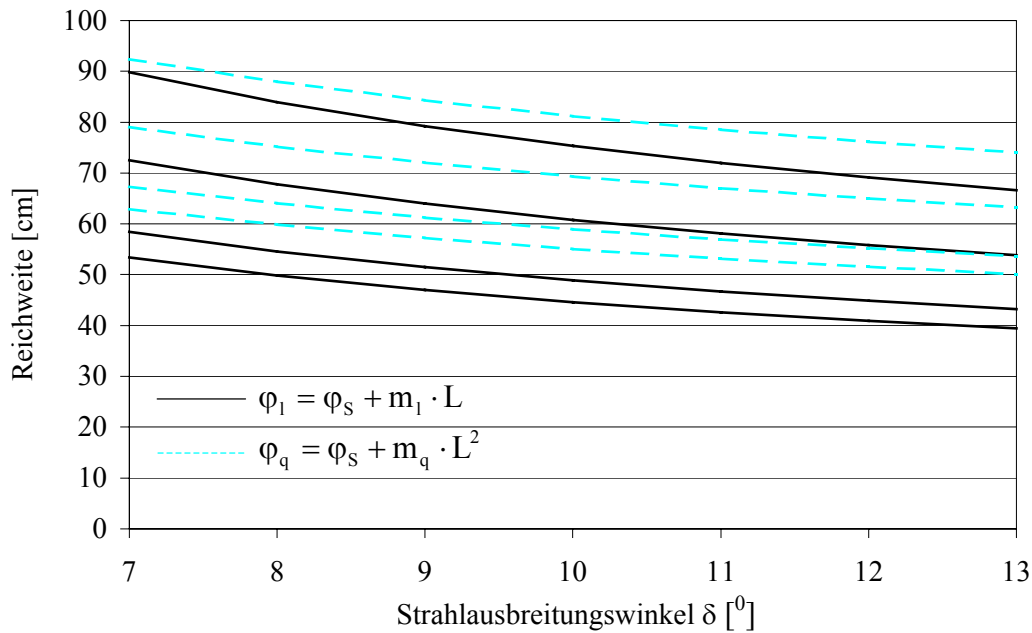


Abbildung C1: Variation des Strahlausbreitungswinkels bei unterschiedlichem Stützdruck  $p_s = \gamma_R \cdot t$ ;  $p_s = 75; 150; 300; 400$  (von oben nach unten)

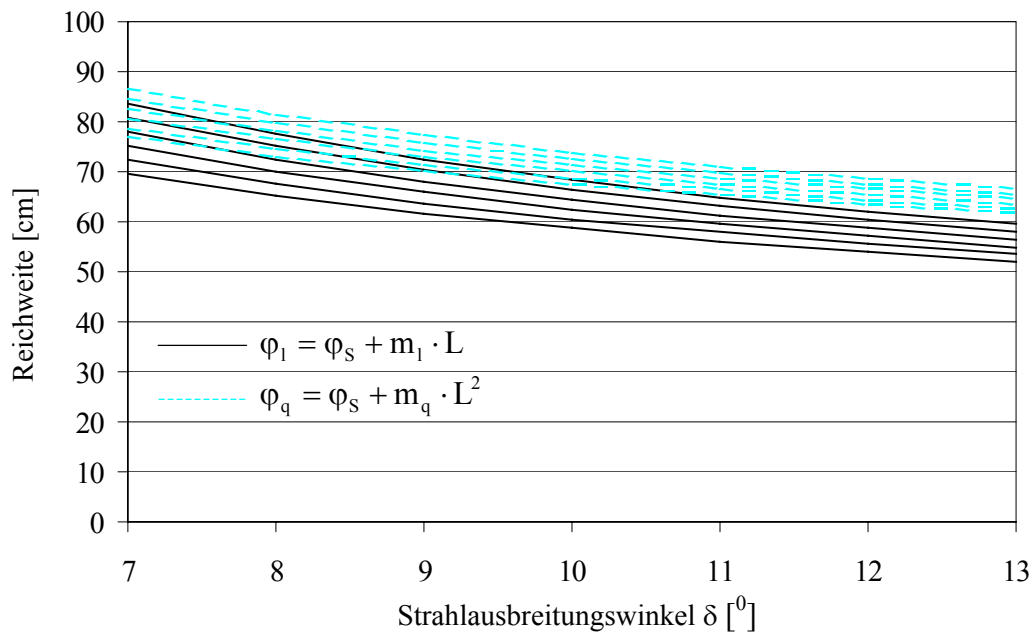


Abbildung C2: Variation des Strahlausbreitungswinkels bei unterschiedlichem Porenfluidüberdruck  $p_{\ddot{u}} = \varepsilon \cdot p_d$ ;  $\varepsilon = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$  (von oben nach unten)

### C3: Reichweite in Abhängigkeit vom Impulsfluss $\dot{I}$

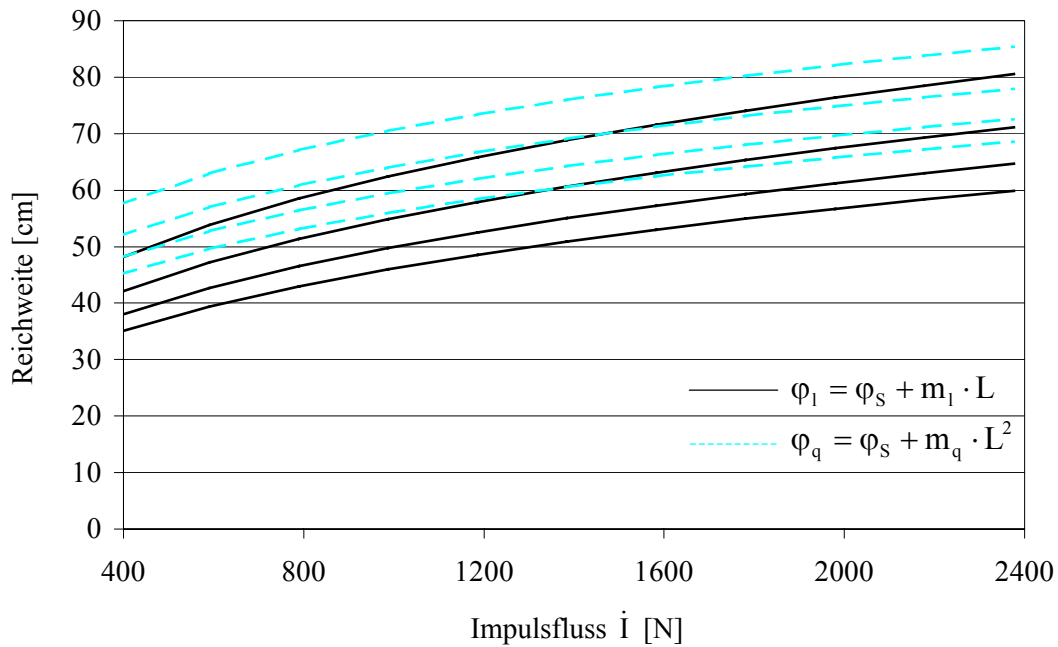


Abbildung C3: Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichem Strahlausbreitungswinkel;  $\delta = 7^\circ; 9^\circ; 11^\circ; 13^\circ$  (von oben nach unten)

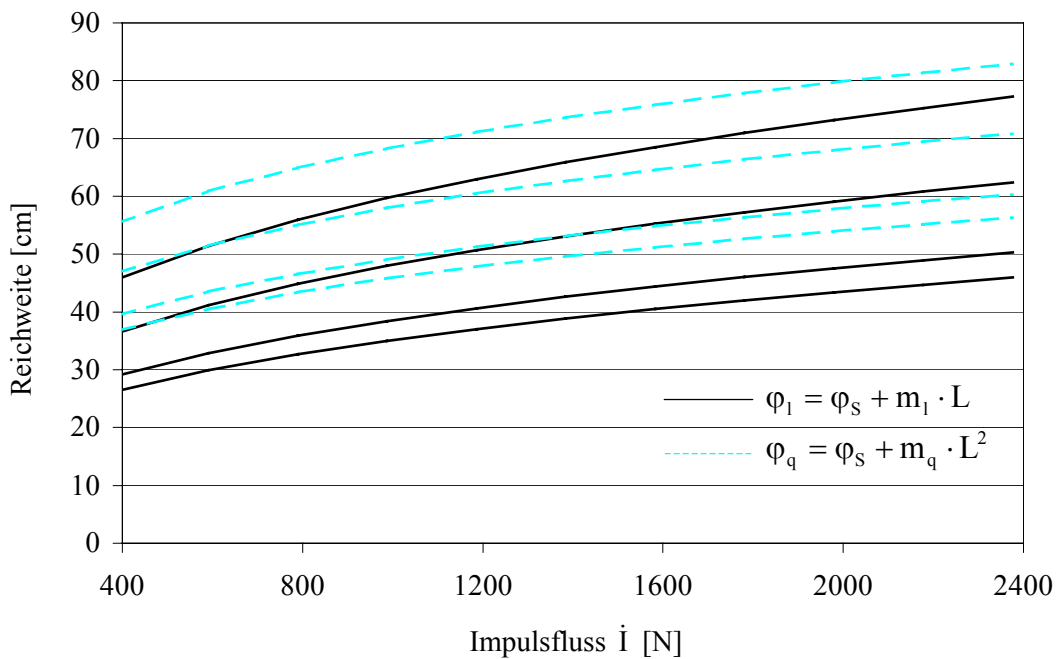


Abbildung C4: Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichem Stützdruck  $p_s = \gamma_R \cdot t$ ;  $p_s = 75; 150; 300; 400 \text{ kN/m}^2$  (von oben nach unten)

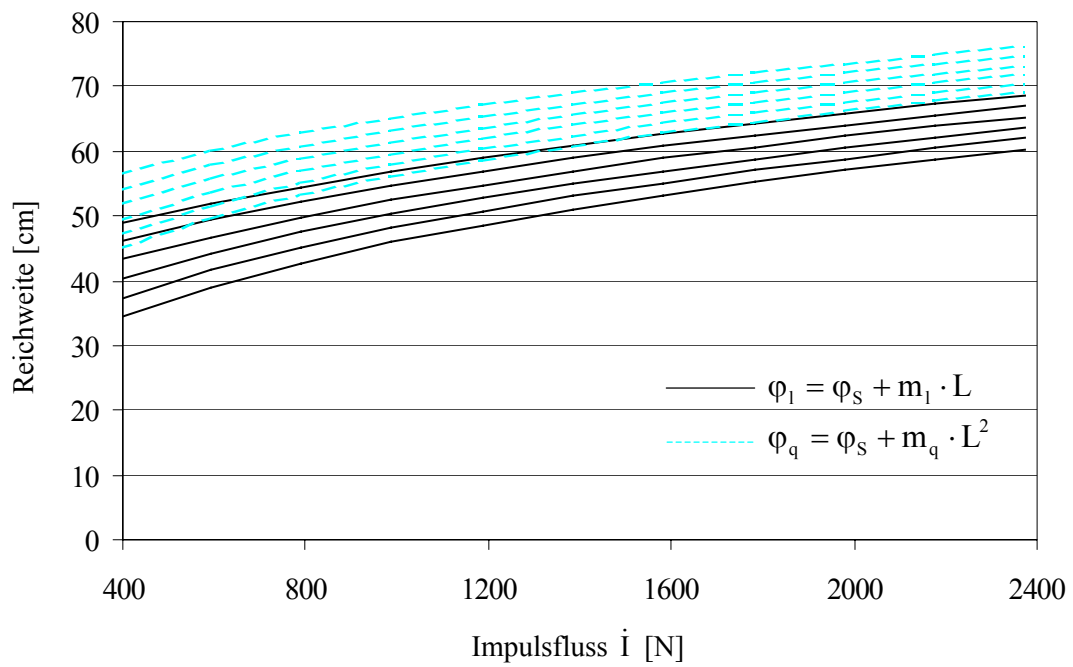


Abbildung C5: Variation des Impulsflusses bei unterschiedlichen Porenfluidüberdrücken;  $p_{\ddot{u}} = \varepsilon \cdot p_d$ ;  $\varepsilon = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$  (von oben nach unten)

## Anhang D: Grundbruchwiderstandsspannung

„Mathcad“- Programm zur Berechnung der Grundbruchwiderstandsspannung während des Ziehens des Jetgestänges

$$\sigma_B(\gamma_B, \gamma_R, x, \delta, t, \phi_a, \phi_i, \lambda_1) :=$$

$$\gamma_B \leftarrow \gamma_B \cdot 10^{-3}$$

$$\psi \leftarrow \left( 45 - \frac{\phi_i}{2} \right) \cdot \frac{\pi}{180}$$

Kanalhalbmesser

$$H \leftarrow \frac{x}{2 + \frac{1}{\tan(\delta \cdot \text{Grad})}}$$

$$r_0 \leftarrow \frac{\sin \left[ \left( 45 + \frac{\phi_a}{2} \right) \cdot \text{Grad} \right]}{\sin \left[ \left( 90 - \frac{\phi_a}{2} - \frac{\phi_i}{2} \right) \cdot \text{Grad} \right]} \cdot 2 \cdot H$$

Gleichung der logarithmischen Spirale

$$r_\psi \leftarrow r_0 \cdot e^{\psi \cdot \tan(\phi_a \cdot \text{Grad})}$$

Stützkraft

$$P \leftarrow \gamma_R \cdot t \cdot r_\psi \cdot 10^{-1}$$

$$F_S \leftarrow \int_0^\psi \frac{1}{2} \cdot \left( r_0 \cdot e^{\psi \cdot \tan(\phi_a \cdot \text{Grad})} \right)^2 d\psi$$

Gewichtskraft Spirale

$$G_S \leftarrow F_S \cdot \gamma_B$$

$$x_S \leftarrow \frac{\int_0^\psi \frac{1}{3} \cdot r_0^3 \cdot \cos(\psi) \cdot e^{3 \cdot \psi \cdot \tan(\phi_a \cdot \text{Grad})} d\psi}{F_S}$$

Schwerpunkt Spirale

$$y_S \leftarrow \frac{\int_0^\psi \frac{1}{3} \cdot r_0^3 \cdot \sin(\psi) \cdot e^{3 \cdot \psi \cdot \tan(\phi_a \cdot \text{Grad})} d\psi}{F_S}$$

Drehung des Koordinatensystems

$$x_{ts} \leftarrow x_S \cdot \cos(\psi) + y_S \cdot \sin(\psi)$$

$$h_1 \leftarrow \lambda_1 \cdot r_0$$

$$Q_2 \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{(P \cdot r_\psi - 2 \cdot G_S \cdot x_{ts})}{\cos(\phi_i \cdot \text{Grad}) \cdot h_1}$$

Gewichtskraft Dreieck

$$F_D \leftarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot H \cdot r_0 \cdot \sin \left[ \left( 45 + \frac{\phi_i}{2} \right) \cdot \text{Grad} \right]$$

$$G_D \leftarrow F_D \cdot \gamma_B$$

Gleitflächenresultierende

$$Q_3 \leftarrow \frac{G_D + Q_2 \cdot \sin \left[ \frac{1}{2} \cdot (-90 + \phi_i) \cdot \text{Grad} \right]}{\sin \left[ \frac{1}{2} \cdot (-90 + \phi_a) \cdot \text{Grad} \right]}$$

Lösekraft S

$$S \leftarrow Q_3 \cdot \cos \left[ \left( 45 - \frac{\phi_a}{2} \right) \cdot \text{Grad} \right] + Q_2 \cdot \cos \left[ \left( 45 - \frac{\phi_i}{2} \right) \cdot \text{Grad} \right]$$

Angriffspunkt von Q<sub>2</sub>

$$h_2 \leftarrow \frac{-2 \cdot G_D \cdot r_0 \cdot \sin \left[ \frac{1}{2} \cdot (90 + \phi_i) \cdot \text{Grad} \right] - 3 \cdot S \cdot H + 3 \cdot Q_2 \cdot \cos(\phi_i \cdot \text{Grad}) \cdot (r_0 - h_1)}{3 \cdot (Q_3 \cdot \cos(\phi_a \cdot \text{Grad}))} + \frac{S \cdot r_0 \cdot \sin \left[ \frac{1}{2} \cdot (90 + \phi_i) \cdot \text{Grad} \right]}{Q_3 \cdot \cos(\phi_a \cdot \text{Grad}) \cdot \tan \left[ \frac{1}{2} \cdot (90 + \phi_a) \cdot \text{Grad} \right]}$$

Schenkellänge einer Dreiecksseite

$$l_{Q3} \leftarrow \frac{r_0 \cdot \sin \left[ \left( 45 + \frac{\phi_i}{2} \right) \cdot \text{Grad} \right]}{\sin \left[ \left( 45 + \frac{\phi_a}{2} \right) \cdot \text{Grad} \right]}$$

$$\lambda_2 \leftarrow \frac{(l_{Q3} - h_2)}{l_{Q3}}$$

Grundbruchwiderstandsspannung

$$\frac{S}{2 \cdot H}$$

## Anhang E: Fuzzy- Logik

### E1: Beispiel für ein einfaches Fuzzy- System

Die in Kapitel 7.2 aufgeführten theoretischen Grundlagen der Fuzzy- Logik sollen anhand eines einfachen Beispiels eines Fuzzy- Systems auf der Grundlage bodenmechanischer Überlegungen veranschaulicht werden. Mit Hilfe einer Fuzzy- Programmierung soll der Zusammenhang zwischen der Lagerungsdichte eines Bodens, dem Ungleichförmigkeitsgrad  $U$  der Kornverteilung und seinem Porengehalt dargestellt werden.

Zunächst werden die Eigenschaften der drei linguistischen Variablen (Lagerungsdichte, Kornverteilung, Porenraum) in Form von linguistischen Termen (*locker*, *dicht*; *enggestuft*, *weitgestuft*; *klein*, *mittel*, *groß*) festgelegt. Die Variable „Lagerungsdichte“ wird vereinfachend abweichend zur DIN 18126 nur mit zwei Termen („*locker*“ und „*dicht*“) beschrieben, da das Regelwerk ansonsten aufgrund der Kombinationsmöglichkeiten der Eingangsgrößen untereinander unübersichtlich und nur schwer nachvollziehbar wäre. Die Anordnung und Geometrie der Terme wurde aus bodenmechanischer Sicht frei gewählt, hinsichtlich des Gültigkeitsbereichs der einzelnen Terme könnten wahlweise Veränderungen vorgenommen werden. Die Regeln lauten:

- (1) WENN Lagerungsdichte = *locker* UND Kornverteilung = *enggestuft* DANN Porenraum = *groß*
- (2) WENN Lagerungsdichte = *locker* UND Kornverteilung = *weitgestuft* DANN Porenraum = *mittel*
- (3) WENN Lagerungsdichte = *dicht* UND Kornverteilung = *enggestuft* DANN Porenraum = *mittel*
- (4) WENN Lagerungsdichte = *dicht* UND Kornverteilung = *weitgestuft* DANN Porenraum = *klein*

Die Funktionsweise des Fuzzy- Systems soll nun anhand der Eingangsgrößen

Lagerungsdichte:  $D = 0,25$

Ungleichförmigkeit:  $U = 5$

dargestellt werden.

Zunächst sind die (scharfen) Eingangswerte in Zugehörigkeiten zu den Fuzzy- Mengen zu überführen (Fuzzyfizierung). Entsprechend Abbildung E1 ergibt sich:

$$\mu_{\text{dicht}}(0,25) = 0,33; \mu_{\text{locker}}(0,25) = 0,67$$

$$\mu_{\text{enggestuft}}(5) = 0,83; \mu_{\text{weitgestuft}}(5) = 0,17$$

Diese Werte werden an den Inferenz- Algorithmus übergeben, der dann zunächst den Erfüllungsgrad der Regeln auswertet (Aggregation). Da die Regeln UND- Verknüpft sind, stehen hierzu die Operatoren MIN, PROD und  $\gamma$  zur Verfügung. Während der MIN- Operator den

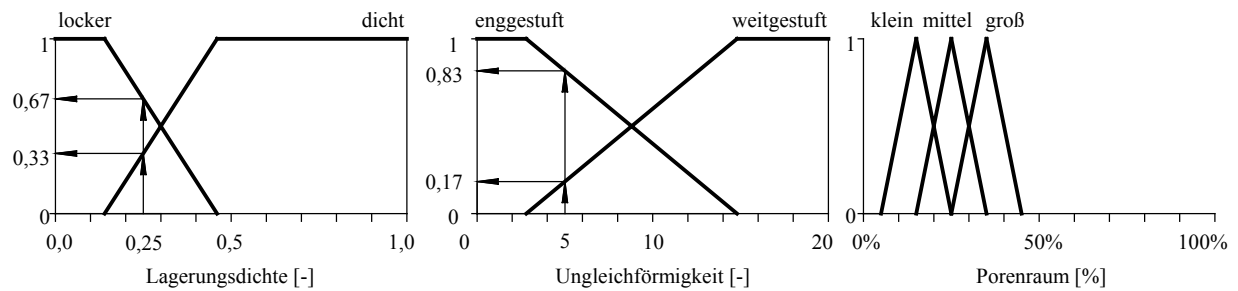


Abbildung E1: Fuzzy- Sets der Ein- und Ausgangsvariablen

kleinsten Erfüllungsgrad aus den WENN- Teilen der Regeln ermittelt ( $\mu_R(x,y) = \text{MIN}(\mu_A(x); \mu_B(y))$ ), erzeugt der PROD- Operator eine 1:1- Kompensation, d.h. beide Bedingungen haben gleiches Gewicht und können sich gegenseitig gleichstark kompensieren ( $\mu_R(x,y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$ ). Im Gegensatz hierzu kann der Kompensationsgrad mit Hilfe des sogenannten  $\gamma$ - Operators frei variiert werden. Dies entspricht mehr der Entscheidungsfindung des Menschen, der aus dem Kontext heraus einen variablen Kompensationsgrad bei Entscheidungen festlegen

kann 
$$\mu = \left( \prod_{i=1}^m \mu_i \right)^{(1-\gamma)} \cdot \left( 1 - \left( \prod_{i=1}^m (1 - \mu_i) \right)^\gamma \right)$$
. Für  $\gamma = 0$  geht der  $\gamma$ - Operator in den PROD- Operator über.

Regel		Regelerfüllung (Aggregation)		
		MIN	PROD	$\gamma$ ( $\gamma = 0,75 / \gamma = 0,25$ )
1	locker & enggestuft	0,67	0,56	0,80 / 0,62
2	locker & weitgestuft	0,17	0,11	0,46 / 0,18
3	dicht & enggestuft	0,33	0,27	0,64 / 0,36
4	dicht & weitgestuft	0,17	0,06	0,26 / 0,09

Tabelle E1: Auswertung des WENN- Teils der Regeln für unterschiedliche UND- Verknüpfungsfaktoren

Mit den Eingangswerten  $D = 0,25$  und  $U = 5$  trifft beispielsweise die Aussage einer dichten und weitgestuften Lagerung - je nach Operator - nur zu 17 % (MIN- Operator) bzw. 6% (PROD- Operator) bzw. 9 bzw. 26% ( $\gamma$ - Operator) zu.

Im nächsten Inferenzschritt wird die Gültigkeit der Schlussfolgerungen (Komposition) ermittelt. In diesem Beispiel wurden keine Regelgewichte gesetzt und somit eine vollständige Gültigkeit aller Regeln vorausgesetzt. Die Schlussfolgerungen sind damit mit dem Erfüllungsgrad ihrer Bedingung gültig.

Als letzter Inferenzschritt erfolgt die Ergebnis- Aggregation. Das im Beispiel benutzte Regelwerk liefert zweimal die Schlussfolgerung „Porosität = mittel (Regel 2 und 3) mit jeweils

unterschiedlichen Erfüllungsgraden. Die Ergebnis- Aggregation legt fest, welcher bzw. wie die beiden Ergebnisse verarbeitet werden. In Kapitel 7.2.2 wurden die beiden zur Verfügung stehenden Berechnungsalgorithmen vorgestellt (MAXIMUM- und BOUNDED SUM- Aggregation). Einen Vergleich der beiden Ergebnis- Aggregationen zeigt Tabelle E2. Bei der BSUM-  $\gamma$ - Aggregation wurde dabei die Begrenzung auf eine Gesamtgültigkeit von 1,0 wirksam.

	MIN- Aggregation				PROD- Aggregation				$\gamma$ - Aggregation			
Schlussfolgerung	groß	mittel	mittel	klein	groß	mittel	mittel	klein	groß	mittel	mittel	klein
Gültigkeit	0,67	0,17	0,33	0,17	0,56	0,11	0,27	0,06	0,80	0,43	0,64	0,26
	Ergebnis- Aggregation											
MAX	0,67	0,33		0,17	0,56	0,27		0,06	0,80	0,64		0,26
BSUM	0,67	0,50		0,17	0,56	0,38		0,06	0,80	1,0		0,26

Tabelle E2: Auswertung des DANN- Teils der Regeln unter Berücksichtigung der MAX- und BSUM- Ergebnis- Aggregation

Damit ist die Inferenz beendet. Das Ergebnis liefert die Gültigkeiten der Schlussfolgerungen des Regelwerks in Form einer unscharfen Ausgangsmenge. Die letztendliche Aussage, wie groß nun die Porosität des Bodens ist, erfolgt erst durch die im Output- Interface vorgenommene Defuzzifizierung.

In Abhängigkeit der verwendeten Operatoren im Inferenzschema spricht man von einer MAX- MIN- Inferenz, BSUM- MIN- Inferenz, MAX- PROD- Inferenz, u.s.w. Die sechs möglichen Ergebnis- Fuzzy- Mengen des Beispiels sind in Abbildung E2 dargestellt, wobei auf der Abszisse der Porenanteil in [%] und auf der Ordinate die Zugehörigkeit [-] aufgetragen ist.

Wie bereits in Kapitel 7.2 beschrieben, lässt sich eine allgemeingültige Unterscheidung der Defuzzifizierungsmethoden nur danach treffen, ob sie aus dem Inferenzergebnis das plausibelste Ergebnis oder den besten Kompromiss liefern. Zur Ermittlung des „scharfen“ Endergebnisses in Form des Porengehalts des Bodens aus den berechneten (unscharfen) Gültigkeiten der Schlussfolgerungen wird zum Einen die Maximum- Schwerpunktmethod (Center of Maximum CoM) als meisteingesetzte Kompromiss- Defuzzifizierungsmethode und zum Anderen das Maximum- Verfahren (Mean of Maximum MoM) verwendet, das aus der Inferenz das plausibelste Ergebnis ermittelt. Beide Verfahren werden häufig benutzt und sind in nahezu allen Fuzzy- Logik- Compilern als Defuzzifizierungsalgorithmus verarbeitet. Für eine genaue mathematische Beschreibung der Funktionsweise wird auf die Literatur verwiesen [Kahler], [Demant], [Fuzzy Handbuch].

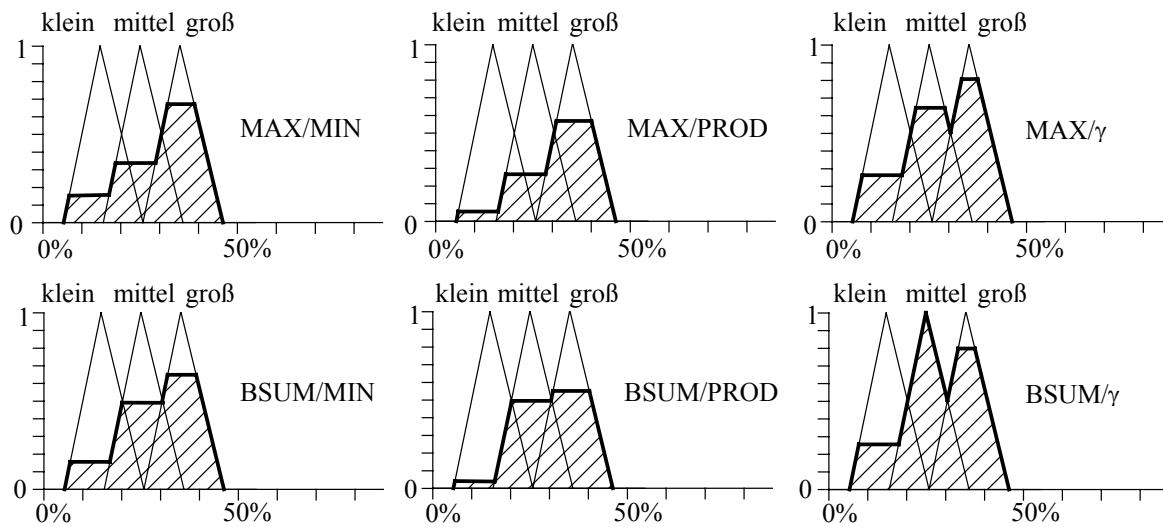


Abbildung E2: Ausgangs Fuzzy- Mengen der Inferenz- Schemen

Die zwölf möglichen Ergebnisse für das Beispiel, die sich aus Aggregation, Ergebnis Aggregation und Defuzzifizierung ergeben, zeigt Tabelle E3.

Aggregation																		
MIN						PROD						γ						
Ergebnis- Aggregation																		
MAX			BSUM			MAX			BSUM			MAX			BSUM			
klein	mittel	groß	klein	mittel	groß	klein	mittel	groß	klein	mittel	groß	klein	mittel	groß	klein	mittel	groß	
0,17	0,33	0,67	0,17	0,50	0,67	0,06	0,27	0,56	0,06	0,38	0,56	0,26	0,64	0,80	0,26	1,0	0,80	
Defuzzifizierung																		
Ausgabewert: Porengehalt des Bodens [%]																		
MoM	35,0			35,0			35,0			35,0			35,0			25,0		
CoM	29,3			28,7			30,6			30,0			28,2			27,6		



## E2: Inferenzen

### Eingangsinferenz

#### 1. Inferenzblock:

Eingangswerte: D, d<sub>50</sub>, U

Ausgangswerte: Bodenwiderstand

Regelblock:

	WENN			DANN	
	D	d <sub>50</sub>	U	DoS	Bodenwiderstand
1	locker	Sand	enggestuft	1,00	niedrig
2	locker	Sand	sehr weitgestuft	0,29	niedrig
3	locker	Sand	weitgestuft	0,97	niedrig
4	locker	Kies	enggestuft	0,23	niedrig
5	locker	Kies	sehr weitgestuft	0,39	niedrig
6	locker	Kies	weitgestuft	0,46	niedrig
7	mittel	Sand	enggestuft	0,95	niedrig
8	mittel	Sand	enggestuft	0,00	mittel
9	mittel	Sand	enggestuft	0,55	hoch
10	mittel	Sand	sehr weitgestuft	0,63	niedrig
11	mittel	Sand	sehr weitgestuft	0,77	mittel
12	mittel	Sand	sehr weitgestuft	0,50	hoch
13	mittel	Sand	weitgestuft	0,88	niedrig
14	mittel	Sand	weitgestuft	0,00	mittel
15	mittel	Sand	weitgestuft	0,14	hoch
16	mittel	Kies	enggestuft	0,00	niedrig
17	mittel	Kies	enggestuft	0,94	mittel
18	mittel	Kies	enggestuft	0,81	hoch
19	mittel	Kies	sehr weitgestuft	0,40	niedrig
20	mittel	Kies	sehr weitgestuft	0,45	mittel
21	mittel	Kies	sehr weitgestuft	0,45	hoch
22	mittel	Kies	weitgestuft	0,13	niedrig
23	mittel	Kies	weitgestuft	0,00	mittel

24	mittel	Kies	weitgestuft	1,00	hoch
25	dicht	Sand	enggestuft	0,40	mittel
26	dicht	Sand	enggestuft	0,12	hoch
27	dicht	Sand	sehr weitgestuft	0,98	mittel
28	dicht	Sand	sehr weitgestuft	0,00	hoch
29	dicht	Sand	weitgestuft	0,83	mittel
30	dicht	Sand	weitgestuft	0,72	hoch
31	dicht	Kies	enggestuft	0,41	mittel
32	dicht	Kies	enggestuft	0,34	Hoch
33	dicht	Kies	sehr weitgestuft	0,98	Mittel
34	dicht	Kies	sehr weitgestuft	0,00	Hoch
35	dicht	Kies	weitgestuft	0,97	mittel
36	dicht	Kies	weitgestuft	0,96	hoch

## 2. Inferenzblock

Eingangswerte: I, Düse

Ausgangswert: Einwirkungen

Regelblock:

	WENN		DANN	
	Düse	I	DoS	Einwirkungen
1	luftummantelt	niedrig	0,67	niedrig
2	luftummantelt	niedrig	0,09	mittel
3	luftummantelt	hoch	0,86	hoch
4	optimiert	niedrig	0,94	niedrig
5	optimiert	niedrig	0,07	mittel
6	optimiert	hoch	0,05	mittel
7	optimiert	hoch	0,84	hoch
8	herkömmlich	niedrig	0,63	niedrig
9	herkömmlich	hoch	0,07	mittel
10	herkömmlich	hoch	0,55	Hoch

## 3. Inferenzblock

Eingangswerte: UPM, Ziehgeschwindigkeit

Ausgangswerte: Normdurchmesser

Regelblock:

	WENN		DANN	
	UPM	Ziehgeschwindigkeit	DoS	Normdurchmesser
1	niedrig	niedrig	0,20	mittel
2	niedrig	niedrig	0,93	hoch
3	niedrig	mittel	0,20	niedrig
4	niedrig	mittel	0,15	mittel
5	niedrig	mittel	0,02	hoch
6	niedrig	hoch	0,90	niedrig
7	niedrig	hoch	0,79	mittel
8	niedrig	hoch	0,32	hoch
9	mittel	niedrig	0,20	mittel
10	mittel	niedrig	0,06	hoch
11	mittel	mittel	0,18	niedrig
12	mittel	mittel	0,00	mittel
13	mittel	mittel	0,67	hoch
14	mittel	hoch	0,09	niedrig
15	mittel	hoch	0,01	mittel
16	mittel	hoch	0,02	hoch
17	hoch	niedrig	0,31	niedrig
18	hoch	niedrig	0,40	mittel
19	hoch	niedrig	0,39	hoch
20	hoch	mittel	0,79	niedrig
21	hoch	mittel	0,00	mittel
22	hoch	mittel	0,00	hoch
23	hoch	hoch	0,64	niedrig

## Zwischeninferenz

Eingangswerte: Bodenwiderstand, Einwirkungen, Normdurchmesser

Ausgangswert: Säulendurchmesser

Regelblock:

	WENN			DANN	
	Bodenwiderstand	Einwirkungen	Normdurchmesser	DoS	Säulendurchmesser
1	niedrig	niedrig	niedrig	0,98	niedrig
2	niedrig	niedrig	niedrig	0,94	mittel
3	niedrig	niedrig	niedrig	0,91	hoch
4	niedrig	niedrig	mittel	0,98	niedrig
5	niedrig	niedrig	mittel	0,98	mittel
6	niedrig	niedrig	mittel	0,91	hoch
7	niedrig	niedrig	hoch	0,79	niedrig
8	niedrig	niedrig	hoch	0,90	mittel
9	niedrig	niedrig	hoch	0,91	hoch
10	niedrig	mittel	niedrig	0,86	niedrig
11	niedrig	mittel	niedrig	0,95	mittel
12	niedrig	mittel	niedrig	0,41	hoch
13	niedrig	mittel	mittel	0,45	niedrig
14	niedrig	mittel	mittel	0,91	mittel
15	niedrig	mittel	mittel	0,47	hoch
16	niedrig	mittel	hoch	0,50	niedrig
17	niedrig	mittel	hoch	0,34	mittel
18	niedrig	mittel	hoch	0,72	hoch
19	niedrig	hoch	niedrig	0,90	mittel
20	niedrig	hoch	niedrig	0,19	hoch
21	niedrig	hoch	mittel	0,96	mittel
22	niedrig	hoch	mittel	0,33	hoch
23	niedrig	hoch	hoch	0,54	mittel
24	niedrig	hoch	hoch	0,84	hoch
25	mittel	niedrig	niedrig	1,00	niedrig
26	mittel	niedrig	niedrig	0,01	mittel
27	mittel	niedrig	niedrig	0,00	hoch
28	mittel	niedrig	mittel	1,00	niedrig
29	mittel	niedrig	mittel	0,30	mittel
30	mittel	niedrig	mittel	0,55	hoch
31	mittel	niedrig	hoch	0,99	niedrig
32	mittel	niedrig	hoch	0,09	mittel
33	mittel	niedrig	hoch	0,49	hoch
34	mittel	mittel	niedrig	0,94	niedrig
35	mittel	mittel	niedrig	0,47	mittel
36	mittel	mittel	niedrig	0,03	hoch
37	mittel	mittel	mittel	0,97	niedrig

38	mittel	mittel	mittel	0,44	mittel
39	mittel	mittel	mittel	0,46	hoch
40	mittel	mittel	hoch	1,00	niedrig
41	mittel	mittel	hoch	0,49	mittel
42	mittel	mittel	hoch	0,76	hoch
43	mittel	hoch	niedrig	0,44	niedrig
44	mittel	hoch	niedrig	0,38	mittel
45	mittel	hoch	niedrig	0,72	hoch
46	mittel	hoch	mittel	0,00	niedrig
47	mittel	hoch	mittel	0,09	Mittel
48	mittel	hoch	mittel	0,94	Hoch
49	mittel	hoch	hoch	0,00	Niedrig
50	mittel	hoch	hoch	0,36	Mittel
51	mittel	hoch	hoch	0,67	Hoch
52	hoch	niedrig	niedrig	1,00	Niedrig
53	hoch	niedrig	niedrig	0,03	Mittel
54	hoch	niedrig	mittel	0,93	Niedrig
55	hoch	niedrig	mittel	0,40	Mittel
56	hoch	niedrig	hoch	1,00	Niedrig
57	hoch	niedrig	hoch	0,05	Mittel
58	hoch	mittel	niedrig	0,98	Niedrig
59	hoch	mittel	niedrig	0,15	Mittel
60	hoch	mittel	mittel	0,73	Niedrig
61	hoch	mittel	mittel	0,01	Mittel
62	hoch	mittel	mittel	0,09	Hoch
63	hoch	mittel	hoch	0,86	Niedrig
64	hoch	mittel	hoch	0,25	Mittel
65	hoch	mittel	hoch	0,00	Hoch
66	hoch	hoch	niedrig	0,91	Niedrig
67	hoch	hoch	niedrig	0,41	Mittel
68	hoch	hoch	niedrig	0,23	Hoch
69	hoch	hoch	mittel	0,36	Niedrig
70	hoch	hoch	mittel	0,38	Mittel
71	hoch	hoch	mittel	0,00	Hoch
72	hoch	hoch	hoch	0,02	Niedrig
73	hoch	hoch	hoch	0,82	Mittel
74	hoch	hoch	hoch	0,18	hoch