



Bergische Universität
Gesamthochschule Wuppertal
Fachbereich Bauingenieurwesen

Bodenmechanik und Grundbau

Bericht - Nr. 22

Dezember 1999

Markus Herten

Räumlicher Erddruck auf Schachtbauwerke in Abhängigkeit von der Wandverformung

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. B. Walz
und Prof. Dr.-Ing. M. Pulsfort

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Herten, Markus:

Räumlicher Erddruck auf Schachtbauwerke in Abhängigkeit von
der Wandverformung/Markus Herten.

- Als Ms. gedr. - Aachen : Shaker, 1999

(Berichte aus Bodenmechanik und Grundbau der Bergischen Universität-
GH Wuppertal FB Bauingenieurwesen ; Bd. 22)

Zugl.: Wuppertal, Univ.-GH, Diss., 1999

ISBN 3-8265-6764-1

Copyright Shaker Verlag 1999

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen
oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungs-
anlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISBN 3-8265-6764-1

ISSN 1438-809X

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

**Räumlicher Erddruck auf Schachtbauwerke
in Abhängigkeit von der Wandverformung**

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen der
Bergischen Universität – Gesamthochschule Wuppertal

angenommene Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften

von

Dipl.-Ing. Markus Herten

aus Korschenbroich

Vorsitzender der Prüfungskommission: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Brüninghoff

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. M. Pulsfort

Univ.-Prof. Dr.-Ing. B. Walz

Tag der mündlichen Prüfung: 22. Oktober 1999

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Übersicht	2
2.1 Schachtbauwerke	2
2.2 Theorien zum räumlichen Erddruck	4
2.2.1 Berezantzev 1958	4
2.2.2 Steinfeld 1958	5
2.2.3 Schulz 1969	7
2.2.4 Walz 1976	8
2.2.5 Rojek 1984	10
2.2.6 König 1994	12
2.2.7 Finite Elemente Methode (FEM)	13
2.3 Modellversuche	15
2.3.1 Versuche von Lade 1980	15
2.3.2 Versuche von Güttler 1990	17
2.3.3 Versuche von König 1994	18
2.3.4 Versuche von Syllwasschy 1997	20
2.3.5 1-g Modellversuche von Walz 1976	20
3 Modellversuche	22
3.1 Versuchsboden	22
3.2 Versuchsaufbau	27
3.2.1 Modellcontainer	27
3.2.2 Verminderung der Containerwandreibung	28
3.2.3 Modellschacht	29
3.2.4 Federmechanismus	31
3.2.5 Messung des Ringdrucks	33
3.3 Einbau des Sandes	33
3.4 Setzungsmessung	35
4 Versuchsergebnisse	36
4.1 Radialer Erddruck	36
4.2 Ringdruck	41

4.3 Setzungen	44
4.4 Volumenmessung	46
5 Zusätzliche Modellversuche	47
5.1 Ermittlung des Bruchkörpers	47
5.2 Setzungsmessung mit Tiefenextensometern	52
5.3 Bentonitsuspensionsstützung	55
5.4 Kraftgesteuerte Vorversuche 1996	57
6 Theoretische Grundlagen der numerischen Berechnung	60
6.1 Finite Elemente Methode (FEM)	60
6.2 Kinematische Elemente Methode (KEM)	61
6.3 Distinct Element Methode (DEM)	62
6.4 Particle Flow Model (PFM)	63
6.4.1 Allgemeines	63
6.4.2 Der numerische Algorithmus	65
6.4.3 Das Kraftverschiebungsgesetz	66
6.4.4 Das Bewegungsgesetz	74
6.4.5 Die Rand- und Ausgangsbedingungen	76
6.4.6 Die Bestimmung des Zeitschritts	77
6.4.7 Mechanische Dämpfung	78
6.4.8 Ermittlung der Kontakte	80
7 Berechnung des Erddrucks mit dem PFM	83
7.1 Allgemeines	83
7.2 Bisherige Veröffentlichungen	83
7.3 Berücksichtigung der Rechnerleistung	84
7.4 Geometrie der Simulation	85
7.5 Kugeldurchmesser	87
7.6 Bestimmung der Normalsteifigkeit	88
7.7 Generierung der Kugeln	88
7.7.1 Definiertes Positionieren der Kugeln	88
7.7.2 Zufälliges Positionieren der Kugeln	89
7.8 Ausgangszustand	91
7.9 Kontaktreibung	95
7.10 Ermittlung der tangentialen Schersteifigkeit	99

7.11 Einfluß der Art der Wandverschiebung	100
7.12 Einfluß der Dämpfung	101
7.13 Aktiver und passiver Erddruck	103
7.14 Berechnung des räumlichen Erddrucks	105
7.15 Ausbildung des Ringdrucks	108
7.16 Scherkörper	110
7.17 Variationen	113
7.17.1 Variation der Kornverteilung des Kugelhaufens	113
7.17.2 Verschiedene Kugeldurchmesser	114
7.17.3 Variation des Schachtdurchmessers	114
7.17.4 Variation der Schachthöhe	117
7.17.5 Veränderung der Stirnfläche	118
8 Vergleiche	120
8.1 Modellversuche	120
8.2 Klassische Verfahren ohne Quantifizierung der Verschiebung	124
8.3 Analytische, verformungsabhängige Verfahren	126
8.4 Finite Element Methode	128
8.5 Analogie zum Tunnelausbau	134
8.6 Zusammenfassende Bewertung	136
9 Erweiterung der modifizierten Elementscheibentheorie	137
10 Zusammenfassung	143
Literaturverzeichnis	145
Anhang A	152
Anhang B	153
Anhang C	154
Anhang D	155
Anhang E	163

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Spritzbetonschacht als Anfahrschacht	1
Abbildung 2-1: Schlitzwandschacht in Bottrop	2
Abbildung 2-2: Spritzbetonschacht	3
Abbildung 2-3: Erddruckverteilung nach Berezantzev	4
Abbildung 2-4: Gleitkörper nach Steinfeld	5
Abbildung 2-5: Erddruckverteilung und Gleitflächen nach Steinfeld	6
Abbildung 2-6: Einfluß des Erddruckbeiwerts λ_s auf den Erddruck	6
Abbildung 2-7: Erddruckverteilung nach Schulz für verschiedene κ -Werte ($\kappa=D/H$)	7
Abbildung 2-8: Elementscheibe des Kegelstumpfssektors und angreifende Spannungen	8
Abbildung 2-9: Erddruckverteilung für $H/D = 10$, $\varphi = 45^\circ$, $\delta = 0$ und $K_t = 0,8$	9
Abbildung 2-10: Zusammengesetzter Bruchkörper und die Elementscheiben	9
Abbildung 2-11: Spannungen am Element nach Rojek	10
Abbildung 2-12: Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung	11
Abbildung 2-13: Spannungs-Verformungs-Diagramm	11
Abbildung 2-14: Erddruckverteilung nach Rojek	12
Abbildung 2-15: Bestimmung des reduzierten Reibungswinkels φ_{red}	13
Abbildung 2-16: Fließfläche nach der Fließbedingung von Mohr-Coulomb	14
Abbildung 2-17: Modellcontainer für Großzentrifugenversuche	15
Abbildung 2-18: Versuchsergebnisse von Lade	16
Abbildung 2-19: Darstellung der Tangential- und Horizontalspannungen	17
Abbildung 2-20: Querschnitt des Zentrifugenmodells	18
Abbildung 2-21: Versuchsaufbau nach König	19
Abbildung 2-22: Erddruckabfall und Oberflächensetzung	19
Abbildung 2-23: Versuchsaufbau nach Syllwasschy	20
Abbildung 2-24: Modellschacht und Meßergebnisse von Walz	21
Abbildung 3-1: Körnungsband des Versuchssandes	22
Abbildung 3-2: Triaxialversuche mit $\sigma_3 = 100 \text{ kN/m}^2$	23
Abbildung 3-3: Rahmenscherversuche mit sehr dichter Lagerung des Versuchssandes	23
Abbildung 3-4: Kompressionsversuch mit behinderter Seitendehnung	25
Abbildung 3-5: Versuchscontainer mit Schachtmodell von oben	28
Abbildung 3-6: Großrahmenscherversuche mit Sand, Teflon, Öl und elastischer Folie	29
Abbildung 3-7: Querschnitt durch den Schacht	30
Abbildung 3-8: Schachtmodell	30
Abbildung 3-9: Federmechanismus	31
Abbildung 3-10: Seitenansicht und Grundriß des Versuchsaufbaus	32
Abbildung 3-11: Meßeinrichtung zur Bestimmung des Ringdrucks	33
Abbildung 3-12: Sandeinbau	34

Abbildung 3-13: Abziehvorrichtung	34
Abbildung 3-14: Setzungsmessung	35
Abbildung 4-1: Erddruckkraft auf die Meßplatten beim Versuch D2	36
Abbildung 4-2: Erddruckverteilung auf den Schacht (Versuch D2)	37
Abbildung 4-3: Erddruckverteilungen über die Tiefe t	38
Abbildung 4-4: Erddruckverlauf für Versuche mit dichter Lagerung	39
Abbildung 4-5: Erddruckverlauf für Versuche mit mitteldichter Lagerung	40
Abbildung 4-6: Ringdruckverteilung	42
Abbildung 4-7: Ringdruckentwicklung bei Versuch D2	43
Abbildung 4-8: Radiale und tangentielle Spannungsänderung bei Versuch D2	43
Abbildung 4-9: Setzungsmessungen an der Geländeoberfläche	45
Abbildung 5-1: Eingestreute Gipsschicht	47
Abbildung 5-2: Gipsschichten beim Versuch DG	48
Abbildung 5-3: Gipsschichten bei Versuch MG	49
Abbildung 5-4: Bruchkörper bei Versuch DG und MG	50
Abbildung 5-5: Tiefenextensometer	52
Abbildung 5-6: Setzungsmessung mit Tiefenextensometern (Versuch DE)	53
Abbildung 5-7: Verlauf der Setzung über die Verschiebung s	54
Abbildung 5-8: Eingestreute Zementschicht und Lochblech für den Suspensionsschlitz	55
Abbildung 5-9: Vergleich des räumlichen Erddrucks	56
Abbildung 5-10: Vergleich der Bruchkörper	56
Abbildung 5-11: Kraftgesteuerter Versuch mit fünf Druckluftkolben	57
Abbildung 5-12: Erddruckabfall bei kraftgesteuerten Versuchen	58
Abbildung 6-1: Verformtes FE-Netz zur Berechnung des Erddrucks auf einen Schacht	60
Abbildung 6-2: Einfluß der Elementanzahl auf die Größe von E_a nach der KEM	62
Abbildung 6-3: Unterschied zwischen starren und deformierbaren Blöcken	62
Abbildung 6-4: Numerischer Algorithmus des PFM	66
Abbildung 6-5: Beschreibung der Kontakte	67
Abbildung 6-6: Ermittlung des Normalenvektors für Kugel-Wand-Kontakte	68
Abbildung 6-7: Drehung eines Vektors	70
Abbildung 6-8: Erste Drehung um die Schnittgerade	71
Abbildung 6-9: Verbindungsmodell	73
Abbildung 6-10: Ein- und Mehrmassenschwinger	78
Abbildung 6-11: Einteilung der Kugeln in Zellräume für den zweidimensionalen Fall	81
Abbildung 7-1: Untersuchter Kreisausschnitt	85
Abbildung 7-2: Volumenkörper	86
Abbildung 7-3: Generierung der Wände	86
Abbildung 7-4: Lockerste und dichteste Lagerung bei gleich großen Kugeln	89

Abbildung 7-5: Erstellen der Kugelmatrix	91
Abbildung 7-6: Abhängigkeit des K_0 -Werts von der Verkleinerung des Durchmessers	92
Abbildung 7-7: Einfluß der Verkleinerung der Durchmesser auf den K_a -Wert	93
Abbildung 7-8: Unterschiedliche Ausgangszustände	94
Abbildung 7-9: Zusammenhang zwischen Kontaktreibung und Reibungswinkel	95
Abbildung 7-10: Variation des Porenvolumens	97
Abbildung 7-11: Vergleich der PFC-Simulation und der Triaxialversuche	98
Abbildung 7-12: Berechnung mit und ohne Wandreibung	99
Abbildung 7-13: Variation der Schersteifigkeit k_s	99
Abbildung 7-14: Parallelverschiebung bzw. Kopf- oder Fußpunktdrehung der Wand	100
Abbildung 7-15: Verteilung des Erddrucks bei verschiedenen Wandbewegungsarten	101
Abbildung 7-16: Berechnete Erddruckverteilung bei verschiedenen Wandbewegungsarten	101
Abbildung 7-17: Dämpfung eines Einmassenschwingers	102
Abbildung 7-18: Einfluß der Dämpfung auf den Erddruckabfall	103
Abbildung 7-19: Erddruck und Erdwiderstand in Abhängigkeit von der Wandbewegung	104
Abbildung 7-20: Berechnete Abhängigkeit des Erddrucks von der Wandbewegung	104
Abbildung 7-21: Generierter Kugelhaufen	105
Abbildung 7-22: Vergleich ebener und räumlicher Erddruckabfall	106
Abbildung 7-23: Erddruckverteilung über die Tiefe	106
Abbildung 7-24: Räumlicher Erddruckabfall für verschieden Porenvolumen	107
Abbildung 7-25: Betrachtete Kugeln bei der Untersuchung der Ringdruckkräfte	108
Abbildung 7-26: Kontaktkräfte im horizontalen Schnitt	109
Abbildung 7-27: Entwicklung des Ringdrucks	109
Abbildung 7-28: Ringdruckzuwachs über die Tiefe t	110
Abbildung 7-29: Beispiel einer Scherfläche beim ebenen Erddruck	111
Abbildung 7-30: Verschiebung der Kugeln im ebenen Fall	111
Abbildung 7-31: Verschiebung der Kugeln im räumlichen Fall	112
Abbildung 7-32: Variation des Kugeldurchmessers	115
Abbildung 7-33: Variation des Schachtdurchmessers	116
Abbildung 7-34: Variation der Schachthöhe H	117
Abbildung 7-35: Berechnung mit und ohne Stich	118
Abbildung 7-36: Streuung der Ergebnisse bei gleichen Randbedingungen	119
Abbildung 8-1: Vergleich des radialen Erddrucks mit den Modellversuchen	121
Abbildung 8-2: Vergleich der Ringdrücke und der Setzungen mit den Modellversuchen	123
Abbildung 8-3: Vergleich mit klassischen Theorien	125
Abbildung 8-4: Anwendung der EAB	126
Abbildung 8-5: Erddruckabfall im Vergleich mit analytischen Verfahren	127
Abbildung 8-6: Erddruckverteilung im Vergleich mit analytischen Verfahren	128
Abbildung 8-7: Elemente und Randbedingungen bei der FEM	129
Abbildung 8-8: Knoten- und Spannungspunkte von Boden- und Kontakt-Elementen	129
Abbildung 8-9: Fließfläche des Hardening-Soil Modells	131

Abbildung 8-10: Kalibrierung von E_{ref} bzw. E_{50}^{ref} und dem Exponenten m	132
Abbildung 8-11: Vergleich des räumlichen Erddruck mit der FEM	133
Abbildung 8-12: Vergleich der Erddruckverteilungen mit der FEM bei $s = 0,5 \text{ ‰}$	133
Abbildung 8-13: Vergleich der Setzungen an der Geländeoberfläche mit der FEM	134
Abbildung 8-14: Sechster Grundsatz der „Neuen Österreichischen Tunnelbauweise“	135
Abbildung 8-15: Ermittlung des Bemessungserddrucks	136
Abbildung 9-1: Räumlicher Erddruckbeiwert als Funktion von s für verschiedene n_0	138
Abbildung 9-2: Mobilisierungskurven für φ^{mob} und K_t^{mob}	139
Abbildung 9-3: Räumlicher Erddruckbeiwert als Funktion von s für verschiedene n_0	140
Abbildung 9-4: Vergleich für verschiedene Räumlichkeitsverhältnisse n	141

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1: Schlitzwandschächte	2
Tabelle 3-1: Versuchsparameter a und b	26
Tabelle 4-1: Erdruchdruckbeiwerte K_0 aus Modellversuchen	41
Tabelle 4-2: Volumenverhältnis $\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}}$	46
Tabelle 5-1: Volumenverhältnis $\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}}$	51
Tabelle 7-1: Variation des Porenvolumens im ebenen Fall	98
Tabelle 7-2: Variation des Porenvolumens im räumlichen Fall	107
Tabelle 7-3: Variation der Kornverteilung des Kugelhaufens	113
Tabelle 7-4: Homogene Kugeldurchmesser	114
Tabelle 7-5: Variation des Schachtdurchmessers	116
Tabelle 7-6: Variation der Schachthöhe	117
Tabelle 8-1: Einteilung der EAB	124
Tabelle 8-2: Parameter für die FEM	130
Tabelle 8-3: Vergleich unterschiedlich steifer Verbauarten	136
Tabelle 9-1: Verwendete Parameter	140

Verwendete Symbole

a	[kN/m ²]	Adhäsionskraft
α	[-]	Dämpfungskonstante (PFC ^{3D})
c	[kN/m ²]	Kohäsion
d	[cm]	Distanz (PFC ^{3D})
d_{50}	[mm]	Korndurchmesser bei 50% Siebdurchgang
D	[cm]	Durchmesser des Schachtes
D	[%]	Lagerungsdichte
δ	[°]	Wandreibungswinkel
Δ	[-]	Zuwachs
e	[cm]	Abstand vom Schacht
e_{ah}	[N/cm ²]	horizontale Erddruckspannung
E	[MN/m ²]	Elastizitätsmodul
E_a	[kN/m]	Resultierende des aktiven Erddruckes
E_s	[MN/m ²]	StEIFEMODUL
E_{50}^{ref}	[N/cm ²]	deveatorischer Erstbelastungsmodul (Plaxis HS-Model)
E_{oed}^{ref}	[N/cm ²]	kompressiver Erstbelastungsmodul (Plaxis HS-Model)
E_{ref}	[N/cm ²]	Elastizitätsmodul (Plaxis MC-Model)
E_{ur}^{ref}	[N/cm ²]	Ent- und Wiederbelastungsmodul (Plaxis HS-Model)
ε	[%]	Dehnung
F	[N]	Kontaktkraft (PFC ^{3D})
F^d	[N]	Dämpfungskraft (PFC ^{3D})
F^n	[N]	Kontaktkraft in Normalenrichtung (PFC ^{3D})
F^s	[N]	Scherkontaktkraft (PFC ^{3D})
g	[m/s ²]	Massenbeschleunigung
h	[cm]	Schachtwanddicke
H	[cm]	Schacht- bzw. Stirnwandhöhe
γ	[kN/m ³]	Wichte
I	[Kgm ²]	Massenträgheitsmoment
k	[N/cm]	Tangentenmodul (PFC ^{3D})
k_n	[N/cm]	Normalsteifigkeit des Elements (PFC ^{3D})
k_s	[N/cm]	Schersteifigkeit des Elements (PFC ^{3D})
k^{rot}	[N/cm]	Drehsteifigkeit des Kontakts (PFC ^{3D})
k^s	[N/cm]	tangentiale Scherkontaktsteifigkeit (PFC ^{3D})
k^{tran}	[N/cm]	translatorische Steifigkeit des Kontakts (PFC ^{3D})
K	[-]	Erddruckbeiwert
K	[N/cm]	Sekantenmodul (PFC ^{3D})
K_a	[-]	aktiver Erddruckbeiwert

K_0	[-]	Ruhedruckbeiwert
K_0^{nc}	[-]	frei definierbarer Erdruhedruckbeiwert (Plaxis HS-Model)
K^n	[N/cm]	sekanten Kontaktsteifigkeit in Normalenrichtung (PFC ^{3D})
K_t	[-]	Verspannungsfaktor (Walz)
m	[kg]	Masse eines Elements
m	[-]	Exponent (Plaxis HS-Model)
M	[N/cm]	Moment
μ	[-]	Reibungskoeffizient
μ_e	[-]	Reibungskoeffizient beim Einstreuen
μ_s	[-]	Reibungskoeffizient beim Verschieben der Schacht- bzw. Stirnwand
μ_v	[-]	Reibungskoeffizient beim Verkleinern der Kugel
n	[-]	Räumlichkeitsverhältnis (H/D) (Walz)
n	[cm]	Normalenvektor (PFC ^{3D})
n_0	[%]	Ausgangsporenanteil
ν	[-]	Querkontraktionszahl
ν_{ur}	[-]	Querkontraktionszahl für Ent- und Wiederbelastung (Plaxis HS-Model)
ω	[rad/s]	Winkelgeschwindigkeit
$\dot{\omega}$	[rad/s ²]	Winkelbeschleunigung
p^{ref}	[N/cm ²]	Referenzspannung (Plaxis HS-Model)
φ	[°]	Reibungswinkel des Bodens
φ'	[°]	charakteristischer Wert des Reibungswinkel des Bodens
R	[cm]	Radius
R_f	[-]	Versagensverhältnis (Plaxis HS-Model)
R_{inter}	[-]	Reduktionsfaktor der Interface Elemente (Plaxis)
s	[mm]	Verschiebung
s	[%]	Verschiebung bezogen auf die Schachthöhe H
s	[cm]	Schnittgrade (PFC ^{3D})
Δs	[mm]	Setzungssprung der Gipsschicht am Bruchkörperand
σ	[kN/m ²]	Normalspannung
t	[cm]	Tiefe ab Geländeoberkante
t	[sec]	Zeitpunkt
Δt	[sec]	Zeitschritt
T	[sec]	Periode der Schwingung
τ	[kN/m ²]	Scherspannung
τ_f	[N/m ²]	Fließgrenze der Bentonitsuspension
ϑ	[°]	Gleitflächenwinkel
t_{crit}	[sec]	kritische Zeitschritt (PFC ^{3D})
U^n	[cm]	Überlappung der Elemente (PFC ^{3D})

V	[cm]	Kontaktverschiebungsvektor (PFC ^{3D})
x	[cm]	Positionsvektor
\dot{x}	[cm/sec]	Geschwindigkeitsvektor
\ddot{x}	[cm/sec ²]	Beschleunigungsvektor

Verwendete Abkürzungen

DEM	Distinct Element Methode
DMS	Dehnungsmeßstreifen
EAB	Empfehlungen des Arbeitskreises Baugruben
FEM	Finite Elemente Methode
HS	Hardening-Soil
KEM	Kinematische Element Methode
MC	Mohr-Coulomb
NÖT	Neue Österreichische Tunnelbauweise
PFC ^{3D}	Particle Flow Code in 3 Dimensions
PFM	Particle Flow Modell
Typ D	Einbau des Modellbodens in dichter Lagerung
Typ M	Einbau des Modellbodens in mitteldichter Lagerung

1 Einleitung

Kreisförmige Schachtbauwerke werden immer häufiger im innerstädtischem Bereich z. B. als Anfahrschacht für den U-Bahnbau oder Rohrvortrieb und für den Bau von Pumpstationen und Tiefgaragen hergestellt. Bei der Verwendung von Bohrfahl- oder Schlitzwänden wird der Schacht aufgrund seiner Steifigkeit für den rotationssymmetrischen Belastungsfall nach den EAB [19] für den Erdruchdruck oder den erhöhten aktiven Erddruck bemessen. Spritzbetonschächte (Abbildung 1-1) hingegen sind flexibel, so daß der Erddruckansatz von Berezantzev [5] gewählt werden darf.

Die klassischen Verfahren zur Ermittlung des räumlichen Erddrucks z. B. nach Berezantzev [5], Steinfeld [77] oder Walz [94] stellen keinen Zusammenhang zwischen Verformung des Bauwerks und der Größe des Erddrucks her. Verformungsabhängige Ansätze, wie z. B. der von Rojek [68] finden in der Praxis bisher kaum Anwendung. In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem die Größe des Erddrucks in Abhängigkeit von der Verformung bestimmbar ist.

Da es nur wenige Schachtbauwerke gibt, bei denen der Erddruck und die zugehörigen Verformungen gemessen wurden, kann hier nicht auf Meßergebnisse zurückgegriffen werden. Es wurden vom Verfasser Modellversuche durchgeführt, bei denen der räumliche Erddruck auf den Schacht in Abhängigkeit von der eingprägten Verschiebung der Wandung bestimmt wurde. Mit den aus den Versuchen gewonnenen Ergebnis wurde die Anwendbarkeit der sogenannten "Distinct Element Method" überprüft. Hierbei handelt es sich um eine im Bauwesen bisher wenig bekannte Methode, die das Verhalten von granularen Materialien rechnerisch gut beschreiben kann.



Abbildung 1-1: Spritzbetonschacht als Anfahrschacht

2 Übersicht

2.1 Schachtbauwerke

In den letzten Jahrzehnten wurden zahlreiche tiefe Schächte mit kreisförmigen Grundriß hergestellt. Schächte mit großen Abmessungen erregen dabei naturgemäß die meiste Aufmerksamkeit. Aufgrund des anstehenden Grundwassers war bei den in Tabelle 2-1 aufgeführten Schächten eine Spritzbetonsicherung nicht möglich. Sie wurden daher als Schlitzwandschächte mit polygonartigem Grundriß ausgeführt.

Tabelle 2-1: Schlitzwandschächte

Ort	D [m]	H [m]	Objekt	Lamellen- tiefe [m]	Verhältnis $n = H/D$	Wand- dicke [m]	Bau- jahr	Quelle
London	50	19	Tiefgarage	?	0,45	0,8	1972	[89]
Alexandria	54	22	Pumpenhaus	33	0,41	1,0	1990	[27]
Bottrop	44	27	Pumpwerk	30	0,61	1,3	1994	[63]
Norddeutschland	60	15	Tiefgarage	19	0,25	1,0	1993	[6]
Hamburg	10	35	Dükerschacht	45	3,50	?	1997	[21]
Japan	80	49	Flüssiggas	101	0,61	1,4	1997	[72]
Korea	13	58	Flüssiggas	61	4,46	1,2	1997	[72]
Leidingen	17	26	Zielschacht	31	1,53	1,2	1998	-



Abbildung 2-1: Schlitzwandschacht in Bottrop [63]

Die Größenverhältnisse bei solchen Bauwerken lassen sich gut auf Abbildung 2-1 ($D = 48$ m, $H = 28$ m) erkennen. Da wegen der Steifigkeit der Schlitzwandschächte das Eintreten der Verformungen, die für die Ausbildung des Ringdrucks im umgebenen Boden und damit für eine Abminderung des Erddrucks erforderlich sind, nicht sichergestellt ist, wird auf den Ansatz eines räumlichen Erddrucks meist verzichtet. Statt dessen wird der erhöhte aktive Erddruck als Mittelwert zwischen dem Erdruchedruck und dem ebenen aktiven Erddruck gewählt. Trotz der steifen Schlitzwandschächte kann dies gerade bei großen Räumlichkeitsverhältnissen n (Schachthöhe/Schachtdurchmesser) schon zu unwirtschaftlichen Bemessungen führen. Der Wert H bezieht sich im folgendem immer auf die Baugrubentiefe.

In Abhängigkeit von der Grundwassersituation können Schächte auch mit einer bewehrten Spritzbetonschale gesichert werden. Hier ist die zu erwartende Verformung wegen der geringen Wanddicke und der Herstellungsabfolge von oben nach unten größer als bei den Schlitzwandschächten und somit der Ansatz des räumlichen Erddrucks wirklichkeitsnah. Eine solche Ausführung ist auch für große Durchmesser möglich, wie der in Abbildung 2-2 dargestellte Schacht in einer Deponie [66] mit einem Durchmesser von 23 m und einer Tiefe von 18 m zeigt.



Abbildung 2-2: Spritzbetonschacht [66]

Nur bei wenigen Projekten wurde der räumliche Erddruck, wie z. B. von Kany bei einem Pumpspeicherwerk [39] + [40] gemessen. Meistens wurden nur die Verformungen des Schachtbauwerks erfaßt (z. B. Placzek et al. [63]).

2.2 Theorien zum räumlichen Erddruck

Schächte werden schon seit vielen Jahrhunderten gebaut. Die ältesten bekannten Schächte befinden sich in Israel im Timna Park. Sie sind mehrere tausend Jahre alt, maximal 37 Meter tief und wurden von den Ägyptern zur Kupfergewinnung benötigt. Im Bergbau werden auch heute noch Schächte von bis zu 1000 m Tiefe mit relativ kleinen Durchmessern abgeteuft. Wurde früher der Verbau von Schächten noch aus Erfahrung gewählt, so wurden in diesem Jahrhundert die ersten Ansätze zur Abschätzung eines räumlichen aktiven Erddrucks entwickelt. Zusammenfassungen der vorhandenen Theorien findet sich bei Schulz [73] und Prater [65]. Später wurden noch Methoden von Walz [94], Rojek [68] und König [45] entwickelt, wobei Schulz, Rojek und König den Erddruck in Abhängigkeit von der Verschiebung bestimmen. Britto und Kusakabe [9] untersuchten speziell die Standsicherheit von nicht verbauten kreisförmigen Schachtungen in Ton. Die wichtigsten Theorien werden nachfolgend dargestellt. Die in diesem Kapitel verwendeten Symbole sind entsprechend der angegebenen Quellen definiert, wodurch Abweichungen gegenüber dem Symbolverzeichnis möglich sind.

2.2.1 Berezantzev 1958

Für eine senkrechte, glatte Wand und horizontales Gelände leitet Berezantzev [5] + [42] den Erddruck auf einen Schacht mit Hilfe des vertikalen und horizontalen Gleichgewichts am Element unter Verwendung der Mohr-Coulomb'schen Bruchbedingung her. Daraus ergeben sich zwei gekoppelte partielle Differentialgleichungen. Es handelt sich daher um eine statische Methode mit Annahme eines Zonenbruches. Berezantzev trifft einige vereinfachende Annahmen, zum Beispiel, daß die Vertikalspannung σ_z eine Hauptspannung ist und die Gleitflächen im Schnitt gerade sind. Die Anwendung dieser Methode ist durch die oben erwähnten Randbedingungen eingeschränkt, so kann z.B. keine Bodenschichtung berücksichtigt werden und sie gilt nur für große Verformungen.

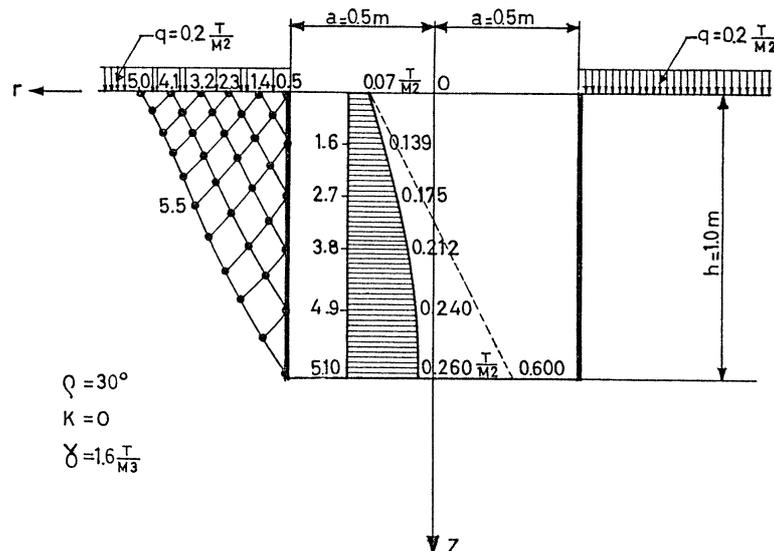


Abbildung 2-3: Erddruckverteilung nach Berezantzev [5]

Im Vergleich zu den meisten anderen Verfahren sind die nach Berezantzev ermittelten Erddruckspannungen kleiner, so daß dieser Erddruck als unterer Grenzwert für ein stark verformbares System gilt. Die Theorien von Berezantzev finden z. B. beim Nachweis der Standicherheit von suspensionsgestützten Bohrlöchern Verwendung [52]. Eine typische Erddruckverteilung nach Berezantzev mit den entsprechenden Scherflächen zeigt Abbildung 2-3. Zum Vergleich wurde hier auch die Verteilung des ebenen Erddrucks dargestellt.

2.2.2 Steinfeld 1958

Im Gegensatz zu Berezantzev betrachtet Steinfeld [77] + [78] das horizontale und vertikale Gleichgewicht an einem Gleitkörper. Diese kinematische Methode beruht auf einem Linienbruch, wobei der Gleitkörper einem Kegelstumpf entspricht. In Abbildung 2-4 sind der Gleitkörper und die angreifenden Kräfte dargestellt.

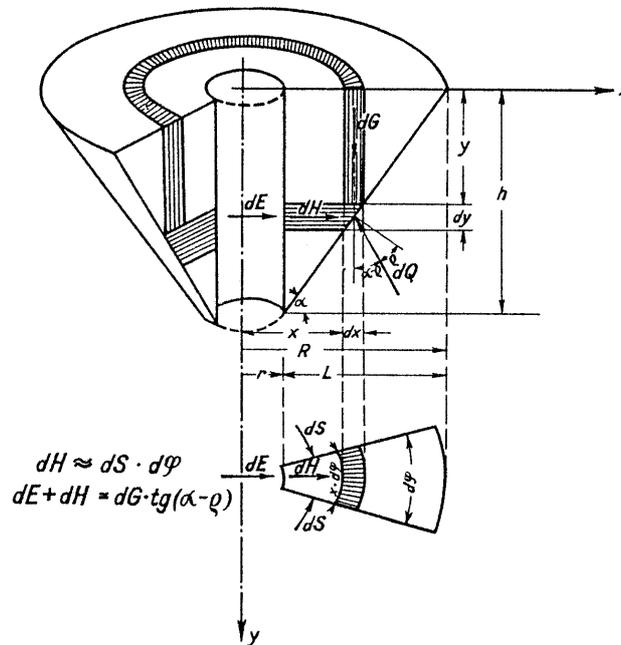


Abbildung 2-4: Gleitkörper nach Steinfeld [77]

Es wird dabei vorausgesetzt, daß die Geländeoberfläche waagrecht ist, ein senkrechter Verbau ohne Wandreibung vorhanden ist und sich eine ebene Gleitfläche ausbilden kann. Um darin die volle Reibung zu mobilisieren, muß sich der Gleitkörper gegen den Schacht verschieben, was nur durch Verformungen im Gleitkörper, die wiederum einen Ringdruck erzeugen, möglich ist. Steinfeld führt hierfür den Erddruckbeiwert λ_s ein. Er stellt das Verhältnis zwischen der waagerechten Tangentialspannung σ_φ und der lotrechten Spannung σ_z dar, wobei $0 \leq \lambda_s \leq 1$ gilt, und ist entscheidend für eine Verringerung des Erddrucks auf den Schacht. Ist $\lambda_s = 0$, so wird der Erddruck wie bei Steinmüller [80], der keinen Ringdruck berücksichtigt, größer als im ebenen Fall. $\lambda_s = 0$ ist eine theoretische Größe, da dann der Ringdruck noch kleiner ist als der aktive ebene Erddruck bzw. im Ausgangszustand der Ruhedruck. Ist $\lambda_s > 0$, so können sich im oberen Bereich des Schachts negative Erddruckspannungen ergeben. Am Fuß bildet sich jedoch immer die maximale Erddruckspannung aus.

Steinfeld berechnet den Erddruck für verschiedene Tiefen und trägt jeweils die maximale Ordinate in der entsprechenden Tiefe ein. Dabei muß für jede Tiefe der Gleitflächenwinkel ϑ nach dem Extremalprinzip bestimmt werden. Steinfeld setzt die Hüllkurve der maximalen Erddruckspannungen als den den Schacht belastenden Erddruck an (Abbildung 2-5). Einen Erddruckabfall ab einer Tiefe wie z. B. in der Abbildung bei $t = 6,5$ m schließt Steinfeld aus, indem er die Belastung nach Erreichen des Maximalwerts konstant über die Tiefe t hält.

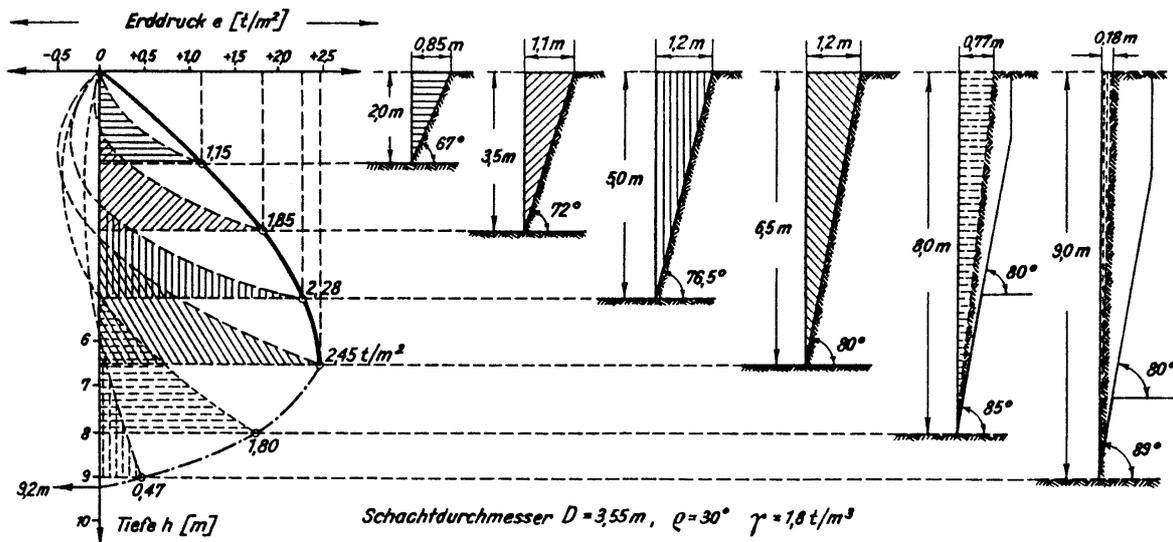


Abbildung 2-5: Erddruckverteilung und Gleitflächen nach Steinfeld [77]

Die so ermittelte Schachtbelastung ist größer als nach Berezantzev. Bei der Verwendung dieser Methode besteht das wesentliche Problem darin, den Erddruckbeiwert λ_s zutreffend abzuschätzen, da der Einfluß dieses Beiwerts extrem groß ist (siehe Abbildung 2-6), so daß keine eindeutige Aussage über die Belastungsgröße getroffen werden kann.

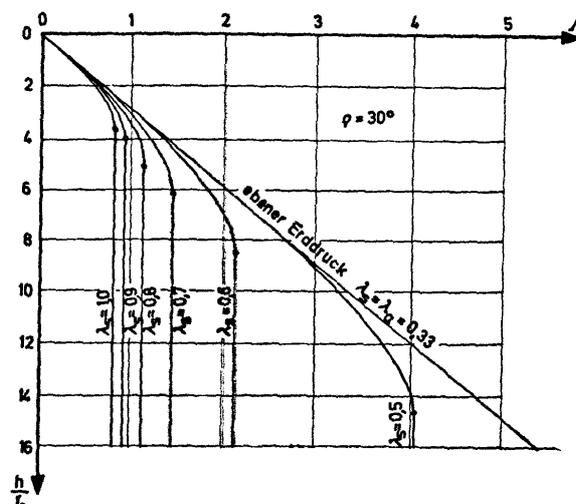


Abbildung 2-6: Einfluß des Erddruckbeiwerts λ_s auf den Erddruck [73]

2.2.3 Schulz 1969

Wie Steinfeld so betrachtet auch Schulz [73] einen Kegelstumpf, an dem er die freigeschnittenen Kräfte ins Gleichgewicht bringt. Daher haben auch die Ergebnisse von Schulz große Ähnlichkeit mit den Erddruckverteilungen von Steinfeld. Es ergaben sich ebenfalls Zugkräfte im oberen Bereich des Schachts (siehe Abbildung 2-7). Die entlastende Wirkung des Ringdrucks ist hier größer als die Belastung aus der Bodeneigenlast. Da Zugspannungen zwischen Schacht und Boden nicht übertragbar sind, wird der negative Erddruck zu null gesetzt. In Versuchen und in Beobachtungen an ausgeführten Schächten erweist sich die Vorstellung eines ab Geländeoberkante bis in große Tiefe reichenden belastungsfreien Bereichs als wenig realistisch.

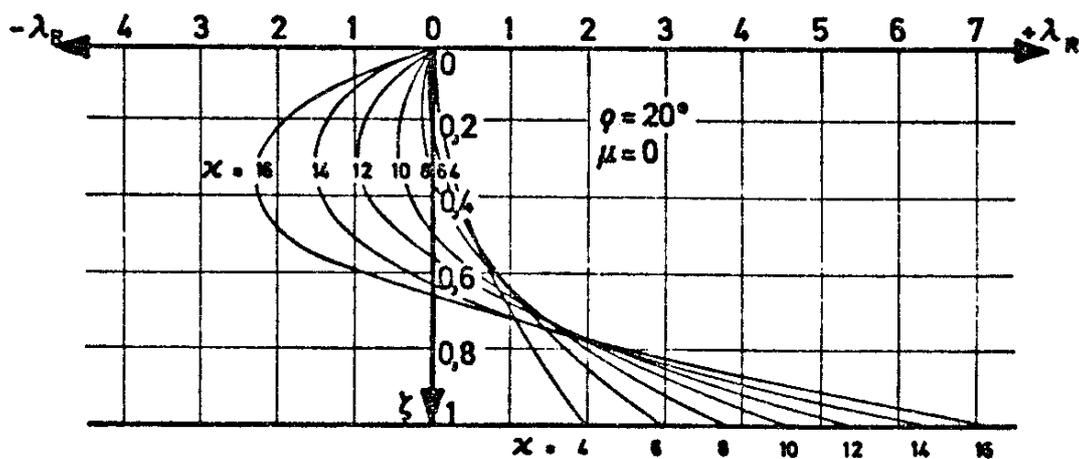


Abbildung 2-7: Erddruckverteilung nach Schulz für verschiedene κ -Werte ($\kappa=D/H$) [73]

Die Zusammenfassung des Autors widerspricht den neueren Empfehlungen des Arbeitskreises Baugruben EAB [19]. So schreibt Schulz: "Können in der Umgebung eines Kreiszylinders keine Verschiebungen auftreten, so haben die Ringdruckspannungen die Größe der Ruhedruckspannungen. Der Erddruck kann dann mit ausreichender Genauigkeit nach den Verfahren von Terzaghi, Berezantzev und Steinfeld mit $\lambda_s = \lambda_0$ oder Schulz mit $\mu = 0$ berechnet werden. Treten jedoch Verschiebungen auf, so erhöhten sich die Ringdruckspannungen und die Erddruckspannungen auf den Kreiszylinder werden kleiner."

Nach den EAB soll für unnachgiebige Systeme, d. h. bei nur kleinen Verformungen, der volle Erdruhe- druck im ebenen Fall mit $K_0 \cdot \gamma \cdot h$, und nicht der abgeminderte räumliche Erddruck der im Zitat aufgeführten Verfahren mit $\lambda_s = \lambda_0$ bzw. $\mu = 0$ angesetzt werden. Nur bei nachgiebigen Systemen schlagen die EAB vor, anteilmäßig den Erddruckansatz von Berezantzev zu verwenden.

Der Ausgangszustand nach Schulz mit $\mu = 0$ ergibt eine kleinere Belastung als dem Erdruhe- druck im ebenen Fall entspricht. Daher müßte für $\mu = 0$ bereits eine Verformung, wie sie bei Senkkästen und Spritzbetonschalen durchaus möglich ist, vorausgesetzt werden. Es erscheint daher wenig sinnvoll, die mit dem Verfahren von Schulz ermittelte Abhängigkeit des räumlichen Erddrucks von der Verschiebung mit den eigenen Versuchsergebnissen und den

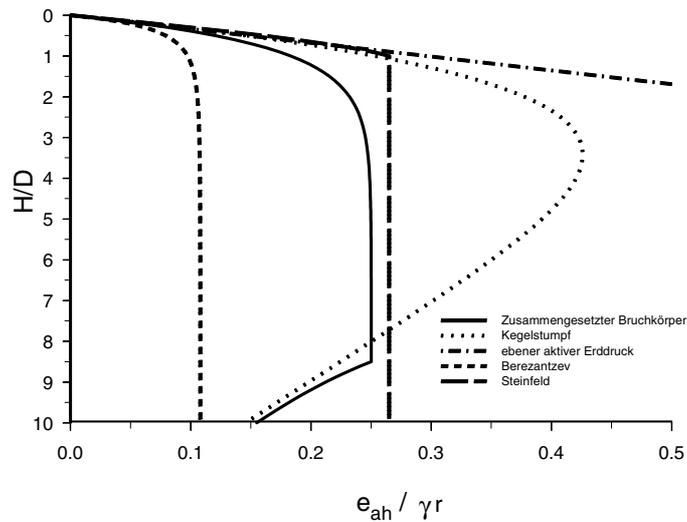


Abbildung 2-9: Erddruckverteilung für $H/D = 10$, $\phi = 45^\circ$, $\delta = 0$ und $K_t = 0,8$

Unbekannt ist der Gleitflächenwinkel ϑ_a . Dieser wird nach dem Coulomb'schen Extremalprinzip bestimmt, indem für die betrachtete Schachttiefe durch numerische Variation die größte Erddruckkraft mit dem dazugehörigen Gleitflächenwinkel bestimmt wird. Bei großen Räumlichkeitsverhältnissen H/D ergibt sich eine parabelförmige Erddruckverteilung mit einem Maximum weit oberhalb des Fußpunkts, der Gleitflächenwinkel ϑ_a nähert sich dem Wert für den ebenen Fall an.

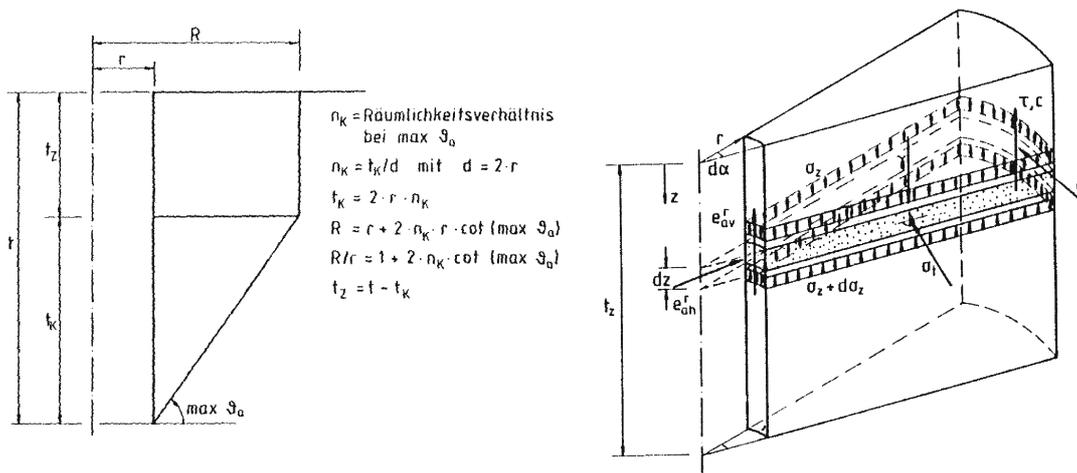


Abbildung 2-10: Zusammengesetzter Bruchkörper und die Elementscheiben [94]

Da aber bei einer im Verhältnis zum Durchmesser großen Schachttiefe eine gekrümmte Gleitfläche zu erwarten ist, wird der Gleitkörper in erster Näherung aus einem Zylinder und einem Kegelstumpf zusammengesetzt (Abbildung 2-10). Die Übergangsstelle wird in der Tiefe t_k festgelegt, in der der Maximalwert von ϑ_a aus der Berechnung am Kegelstumpf liegt. Die aus dem zusammengesetzten Bruchkörper berechnete Erddruckverteilung ähnelt der von

Steinfeld und Berezantzev wesentlich mehr, als die am Kegelstumpf ermittelte (Abbildung 2-9). Wegen der für die Ausgangsbetrachtung gewählten horizontalen Elementscheibe kann eine horizontale Bodenschichtung mit unterschiedlichen bodenmechanischen Kennwerten berücksichtigt werden.

2.2.5 Rojek 1984

Die von Rojek [68] + [69] entwickelte Methode berechnet den Erddruck auf den Schacht in Abhängigkeit von der Verschiebung. Sie beschränkt sich auf einen homogenen Boden, wobei aber sowohl eine Kohäsion als auch eine großflächige Auflast berücksichtigt werden können. Durch Erfüllen der Gleichgewichtsbedingungen am Volumenelement (Abbildung 2-11) und unter Beachtung der Mohr-Coulomb'schen Bruchbedingung ergeben sich für den elastischen und für den plastischen Bereich entsprechende Differentialgleichungen (die Spannungen und Verschiebungen sind einschließlich der Vorzeichen nach Regeln der Mechanik definiert).

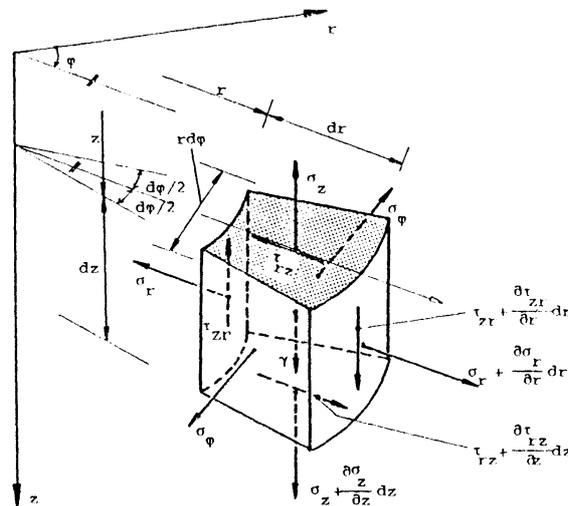


Abbildung 2-11: Spannungen am Element nach Rojek [68]

Unter Berücksichtigung der Randbedingungen, z. B. glatte Schachtwandung (keine Wandreibung) und parallele Wandverschiebung δ , erhält man für den aktiven Fall ($\delta > 0$) die gesuchten Spannungen. So gilt nach [68] für den elastischen Bereich

$$\sigma_r = -K_0 \cdot (p + \gamma \cdot z) - \frac{\delta \cdot a \cdot E}{(1 + \mu) \cdot r^2} \quad (2-1)$$

$$\sigma_\phi = -K_0 \cdot (p + \gamma \cdot z) + \frac{\delta \cdot a \cdot E}{(1 + \mu) \cdot r^2} \quad (2-2)$$

$$\sigma_z = -(p + \gamma \cdot z) \quad (2-3)$$

mit $K_0 = 1 - \sin \varphi$, der Verschiebung δ sowie dem Abstand r vom Schachtmittelpunkt und dem Schachtdurchmesser a .

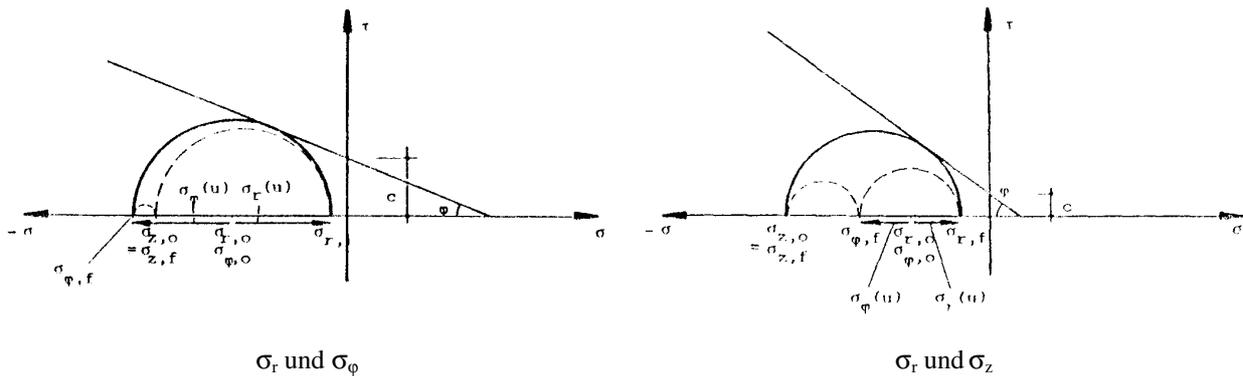


Abbildung 2-12: Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung [68]

Sobald die Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung infolge der von Deformation δ bewirkten Spannungsänderungen entweder von σ_r und σ_ϕ bzw. von σ_r und σ_z erfüllt wird (Abbildung 2-12), sind die Spannungen mit den Gleichungen für das maßgebende plastische Fließen zu ermitteln. Wird die Bruchbedingung durch σ_r und σ_ϕ erfüllt, so bleiben die Spannungen bei weiteren Verformungen konstant. Dies gilt nicht für den Fall, daß die Bruchbedingung durch σ_r und σ_z erfüllt wird. Die tangential Ringspannung σ_ϕ steigt dann weiter an, und die Spannung auf den Schacht σ_r fällt noch weiter ab. Es verringert sich auch die Spannung σ_z (siehe Abbildung 2-13). Vernachlässigt man die Abminderung von σ_r im plastischen Bereich, wie es Rojek zur Vereinfachung vorschlägt, so erhält man für diesen Fall den ebenen aktiven Erddruck.

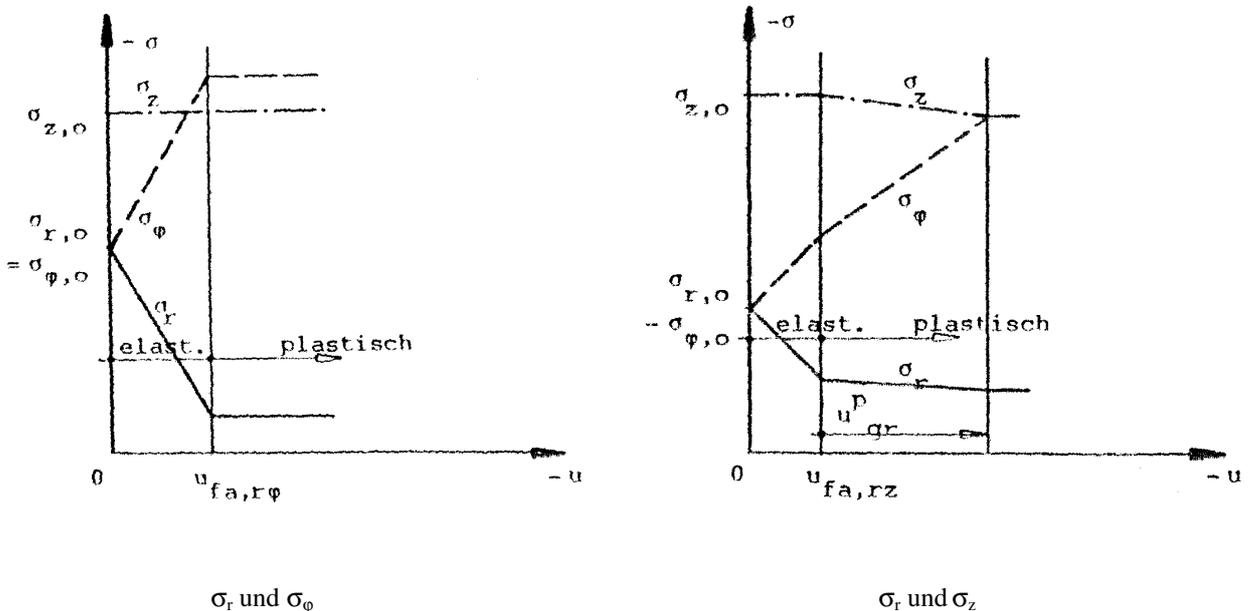


Abbildung 2-13: Spannungs-Verformungs-Diagramm [68]

Rojek berechnet den Erddruck auf den Schacht sowohl für die parallele Wandverschiebung als auch für die Drehung um den Kopf- bzw. Fußpunkt für den aktiven und passiven Fall. Die sich für den aktiven Fall ergebenden Erddruckverteilungen sind in Abbildung 2-14 dargestellt. Es fällt dabei auf, daß der aktive räumliche Erddruck, der sich nach einer erforderlichen

Verformung $\delta_{fa}(F)$ einstellt, größer sein kann als der ebene aktive Erddruck nach Coulomb. Für die parallele Wandverformung ergibt sich auch bei großen Verhältnissen von H/D ein fast linear ansteigender Verlauf des Erddrucks mit der Tiefe. Dies erscheint etwas fraglich, liegt aber auf der sicheren Seite, da der so ermittelte aktive Erddruck größer ist als nach Berezantzev bzw. Steinfeld mit $\lambda_s = 1$. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, daß keine Werte abgeschätzt werden müssen und nur aus Laborversuchen bekannte Bodenparameter wie der Elastizitätsmodul E , der Reibungswinkel φ und die Querkontraktionszahl μ erforderlich sind. Die Ergebnisse dieser Methode mit Berücksichtigung der Abminderung von σ_r im plastischen Bereich werden später mit den Ergebnissen aus numerischen Berechnungen verglichen.

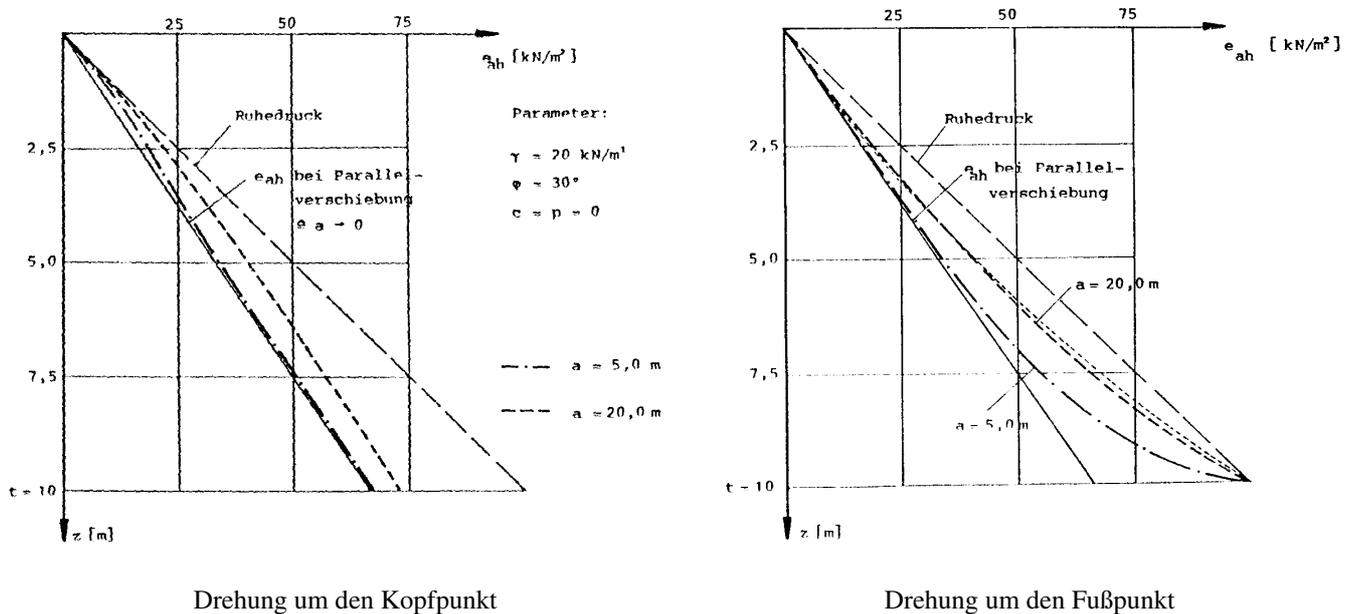
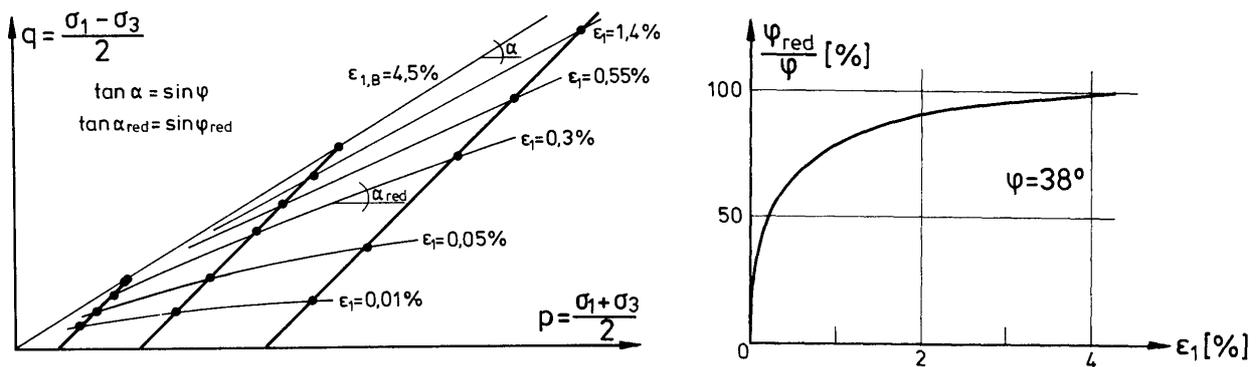


Abbildung 2-14: Erddruckverteilung nach Rojek [68]

2.2.6 König 1994

Als Grundlage für die Entwicklung seines Berechnungsverfahrens nennt König [45] das Verfahren von Walz. Dabei wird nur der zylindrische Bereich des Bruchkörpers betrachtet, da nach König für große Räumlichkeitsverhältnisse H/D der kegelstumpfförmige Bereich nur am unteren Ende des Schachtes Einfluß hat und daher vernachlässigt werden kann. Zusätzlich werden die vertikalen Verschiebungen im Bruchkörper vereinfacht linear verteilt über die Höhe angenommen. Dies entspricht zumindest bei dicht gelagertem Sand nicht den Beobachtungen bei den vom Verfasser durchgeführten Versuchen (Kapitel 5.2). Mit Hilfe der als bekannt vorausgesetzten vertikalen und horizontalen Verschiebungen und der Höhe bzw. des Durchmessers des Bruchkörpers können die radialen und vertikalen Dehnungen ε_r bzw. ε_v bestimmt werden. Mit diesen Dehnungen können reduzierte Reibungswinkel $\varphi_{r,red} = f(\varepsilon_r)$ und $\varphi_{v,red} = f(\varepsilon_v)$ berechnet werden, die die Mobilisierung der Scherfestigkeit ausdrücken sollen. Die entsprechende Funktion $f(\varepsilon)$ wird durch Triaxialversuche ermittelt.

Abbildung 2-15: Bestimmung des reduzierten Reibungswinkels φ_{red} [45]

Mit diesen reduzierten Reibungswinkeln kann dann z. B. der radiale Erddruckbeiwert K und der tangentielle Verspannungsfaktor K_t bestimmt werden mit

$$K = K_0 - \frac{\varphi_{r,red}}{\varphi} (K_0 - K_a) \quad (2-4)$$

$$K_t = K_0 + \frac{\varphi_{r,red}}{\varphi} (K_p - K_0) \quad (2-5)$$

Im Ausgangszustand ist $\varphi_{red} = 0$ und es wirkt somit der Erdruchdruck. Dies steht im Gegensatz zu den Überlegungen von Happe [30], nach denen im Ausgangszustand schon ein Teil des Reibungswinkels mobilisiert sein muß, um den Erdruchdruck zu erhalten, was sich auch aus den Analogiebetrachtungen zum Wasser ergibt. Ebenso ist die Annahme eines Verspannungsfaktors von $K_t = K_p$ für $\varphi_{red} = \varphi$ als wenig realistisch zu bezeichnen; Walz [94] schlägt Werte von $K_t \leq 1$ vor.

Das wesentliche Problem bei der Anwendung des Verfahrens von König ist aber, daß die Abmessungen des Bruchkörpers und die horizontalen und vertikalen Verschiebungen s_r bzw. s_t bekannt sein müssen, um den Erddruck zu berechnen. Dies ist in der Praxis nicht gegeben, so daß nur ein Vergleich mit experimentell ermittelten Versuchsdaten möglich ist.

2.2.7 Finite Elemente Methode

Die Finite Elemente Methode hat sich in den letzten Jahren auch im Spezialtiefbau immer mehr durchgesetzt. Eine kurze Erläuterung der Grundlagen erfolgt in Kapitel 6.1. Der wesentliche Vorteil gegenüber den anderen Verfahren ist die große Flexibilität der FEM. So können z. B. beliebige Geometrien definiert werden; die Abbildung von Bodenschichtungen, von unebenem Gelände, von Auflasten und Konstruktionselementen z. B. von Ankern ist möglich. Ein weiterer Vorteil ist die Simulation des Bauablaufs. So können die Spannungen und Verformungen im Boden und im Tragwerk bei der Herstellung des Verbaus und beim Aushub einer Baugrube in einzelnen Schritten rechnerisch erfaßt werden.

Als Ergebnis der FE-Berechnung erhält man nicht nur wie bei den bisher erläuterten Verfahren die Spannungen auf das Schachtbauwerk, sondern auch die Verformungen des Bau-

werks und des Bodens und somit auch die Setzungen an der Geländeoberfläche. Durch diese Vielseitigkeit ist die FEM das am weitesten verbreitete numerische Verfahren und wird hauptsächlich bei komplizierten oder sensiblen Bauvorhaben angewendet. Bei einfachen Projekten ist der wirtschaftliche Aufwand zu groß, so daß auf analytische Ansätze zurückgegriffen wird. Um wirklichkeitsnahe Berechnungsergebnisse zu erhalten, muß ein zutreffendes Stoffgesetz für den Boden gefunden werden. Das Stoffverhalten von Böden ist in den meisten Fällen nicht linear, wobei auch der Spannungspfad wesentlichen Einfluß hat. So ist z. B. der E -Modul bei einer Entlastung bis zu fünfmal größer als bei einer Belastung, was sich anhand von triaxialen Extensions- und Kompressionsversuchen zeigen läßt.

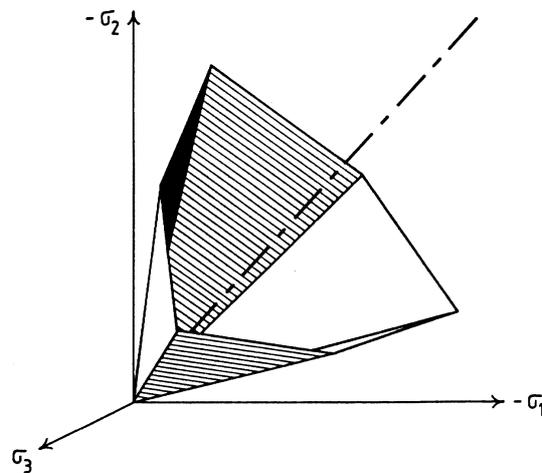


Abbildung 2-16: Fließfläche nach der Fließbedingung von Mohr-Coulomb [8]

Es wurden in den letzten Jahrzehnten einige Stoffgesetze speziell für den Boden entwickelt (z. B. das Hypoplastische Modell [31] oder das Hardening-Soil Modell [8]). Dabei wurde aber die bessere Simulation des Bodens nur mit komplizierteren Stoffgesetzen, die zunehmend mehr Parameter enthalten, erreicht. Alle die begrenzte Festigkeit des Bodens berücksichtigenden Stoffgesetze benötigen zumindest den Reibungswinkel und die Kohäsion sowie als Verformungsparameter den Elastizitätsmodul und schließlich die Wichte des Bodens. Teilweise sind weitere Parameter erforderlich, z. B. der Dilatanzwinkel, das Porenvolumen und viele Parameter, deren Ermittlung aufwendig ist bzw. die keine physikalische Bedeutung haben. Die Abbildung 2-16 zeigt für das Stoffgesetz nach Mohr-Coulomb die Deviatorfließfläche im Hauptspannungsraum. Ein rolliger, nicht kohäsiver Boden wie Sand läßt sich damit relativ gut abbilden.

Die Versuchsergebnisse und die eigenen Berechnungen werden in Kapitel 8.4 mit denen aus FE-Berechnungen mit dem Programm Plaxis 7.11 verglichen.

2.3 Modellversuche

Bei den meisten aus der Literatur bekannten Modellversuchen zur Ermittlung des räumlichen Erddrucks auf kreisförmige Schächte handelt es sich um Großzentrifugenversuche [37]. Diese haben gegenüber den 1g-Modellversuchen - bei denen Bauwerk und Boden im Modell der natürlichen Schwerkraft ausgesetzt sind - den großen Vorteil, daß das Spannungsniveau der realen Situation (Prototyp) entspricht. Dies gelingt, indem durch die Drehbewegung der Zentrifuge infolge der Fliehkraft eine größere Beschleunigung, bis zum Zweihundertfachen der Erdbeschleunigung, auf des Modell einwirkt. Diese Versuchstechnik birgt aber auch Nachteile. So müssen alle Meßgeräte und Versuchsapparaturen für hohe Beschleunigungskräfte geeignet sein und die Größe des Versuchsbehälter ist begrenzt. Auch ist es kaum möglich in den laufenden Versuch einzugreifen. Daraus ergibt sich z. B. für die im weiteren beschriebenen Zentrifugenversuche, daß der Aushub des Schachtes entweder nur durch das Ablassen einer Flüssigkeit oder durch das Auftauen eines Mineralgemischs simuliert werden kann. Beide Lösungen entsprechen nicht der realen Situation und beeinflussen so die Übertragbarkeit der Meßergebnisse auf den Prototyp.

2.3.1 Versuche von Lade 1980

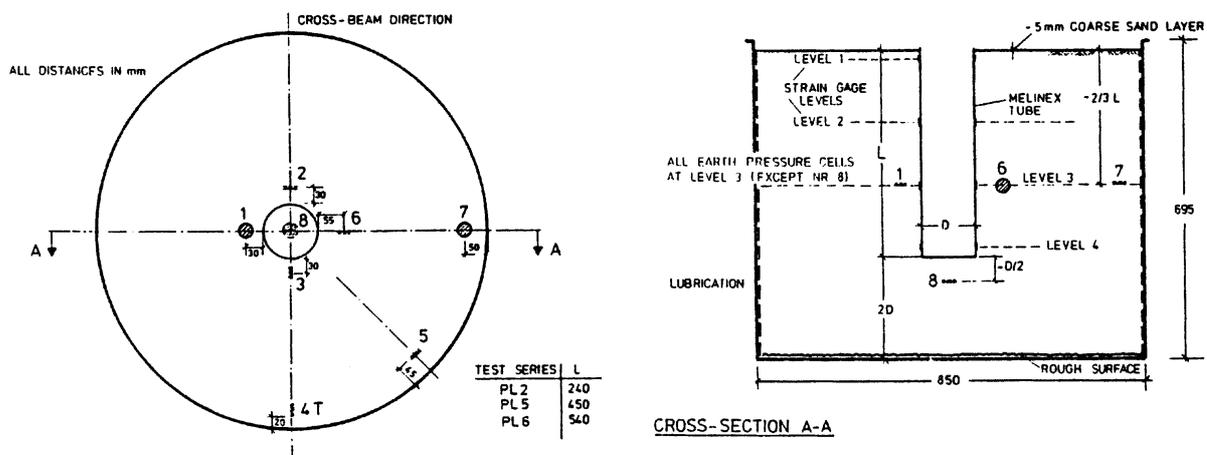


Abbildung 2-17: Modellcontainer für Großzentrifugenversuche [49]

An der Universität Cambridge wurden von Lade et al. [49] Untersuchungen bezüglich der Größe und der Verteilung des Erddrucks auf tiefreichende, zylindrische Körper durchgeführt. In der Mitte eines zylinderförmigen Modellcontainers wurde ein Schachtmodell (eine Melinex-Röhre) fixiert und der Versuchsboden mit der Sandregenmethode eingebaut (siehe Abbildung 2-17). Der Schacht war innen mit einer Gummimembran ausgekleidet und wurde vor Versuchsbeginn mit einer Flüssigkeit - entweder Paraffinöl ($\rho = 0,765 \text{ g/cm}^3$) oder ZnCl_2 -Lösung ($\rho = 1,54 \text{ g/cm}^3$) - gefüllt. Nach Erreichen der gewünschten Beschleunigung zwischen 40 g und 120 g wurde die Flüssigkeit langsam abgelassen, um den Aushub des Schachtes zu simulieren.

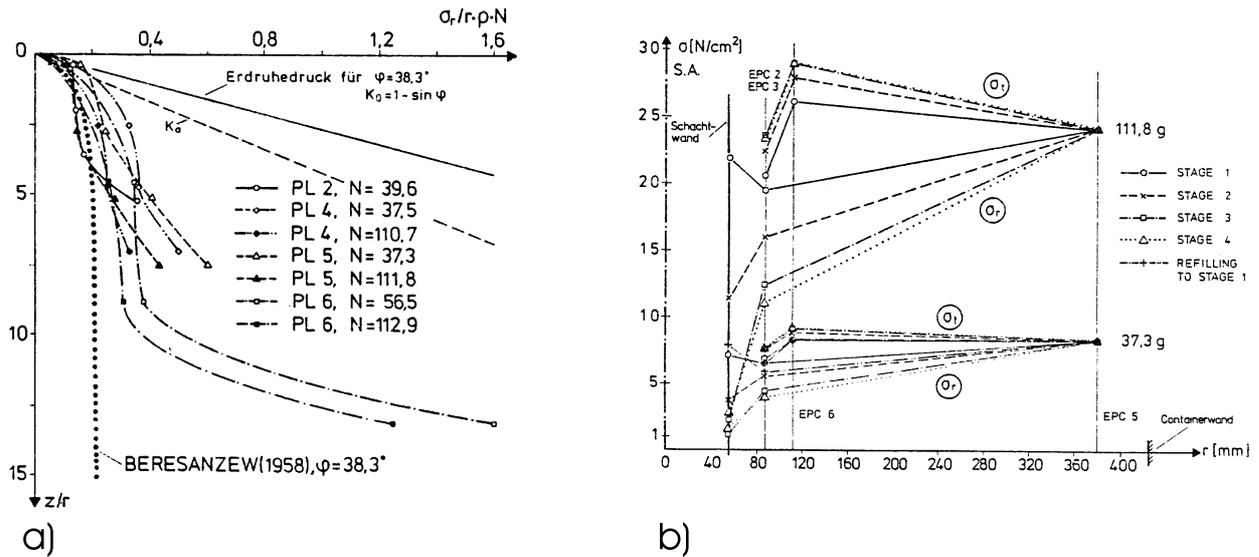


Abbildung 2-18: Versuchsergebnisse von Lade [38]

Dabei wurden die Setzungen an der Geländeoberfläche mit Wegaufnehmern, die Spannungen im Boden mit Erddruckmeßdosens und die Verzerrungen der Melinex-Röhre mit Dehnungsmeßstreifen (DMS) gemessen. Die aus den Dehnungen der Schachtwand berechneten Erddruckspannungen sind in Abbildung 2-18 a) für den Endaushub im Vergleich zu denen nach Berezantzev [5] dargestellt. Es ist zu erkennen, daß der aktive Erddruck für ebene Randbedingungen deutlich unterschritten, jedoch der Erddruck nach Berezantzev nicht erreicht wird. Abbildung 2-18 b) zeigt die mit den Erddruckmeßdosens ermittelten Tangential- und Horizontalspannungen im Boden in der dritten Meßebene (siehe Abbildung 2-17).

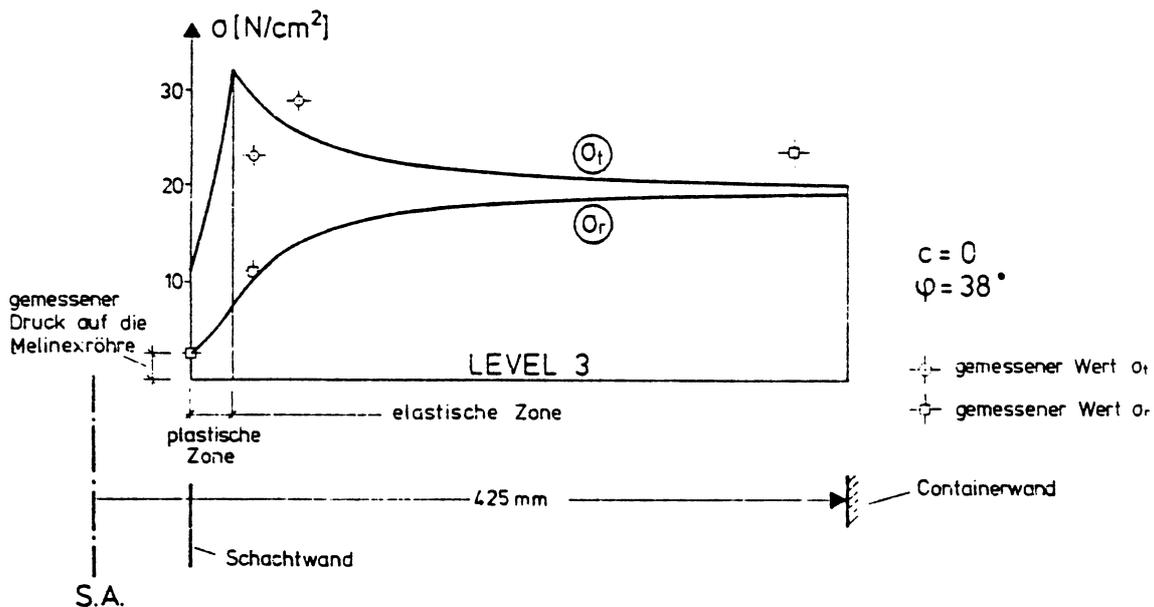


Abbildung 2-19: Darstellung der Tangential- und Horizontalspannungen [38]

Nach dem Erreichen der Endtiefe wurde der Schacht wieder mit der Flüssigkeit gefüllt und der nächst höhere Beschleunigungsfaktor eingestellt. Auf diese Weise wurden mit einem Versuchsaufbau bis zu fünf verschiedene Spannungsniveaus bzw. Modellgrößen untersucht. Die gemessenen Spannungen im Boden werden mit einem theoretischen Ansatz von Klein et al. [44] für die Bemessung von Gefrierschächten verglichen. Bei dem Verfahren von Klein wird die Größe des erforderlichen Gefrierkörpers anhand der maximal zulässigen Spannungen am Schachtausbau ermittelt. Übertragen auf die Versuchsanordnung werden der gemessene radiale Erddruck am Schacht (p_i) und am Rand des Versuchskastens (p_a) als Randbedingungen verwendet. Zusätzlich wird für die Größe des beeinflussten Bereichs (bei Klein der Gefrierkörper) der Radius des Versuchcontainers (r_a) gewählt. Für die Vorbemessung eines Schachtausbaus ohne Gefrierkörper muß die Größe der elastischen und plastischen Zone zunächst geschätzt werden. Die sich aus diesen Randbedingungen ergebenden Verläufe der Tangential- und Horizontalspannungen (σ_r und σ_t) passen entsprechend gut zu den im Versuch gemessenen Werten (Abbildung 2-19).

2.3.2 Versuche von Güttler 1990

Für einen Schlitzwandschacht wurden von Güttler an der Ruhr-Universität Bochum [27] + [75] Zentrifugenversuche mit einem Schachtmodell im geometrischen Maßstab 1:100 im Verhältnis zum Prototyp durchgeführt. Der Schacht wurde polygonal durch 54 Gips- bzw. Mikrobetonlamellen abgebildet. In Abbildung 2-20 ist zu erkennen, daß der Abstand zwischen Schachtwand und dem Rand des Versuchcontainers kleiner als die Lamellenhöhe ist.

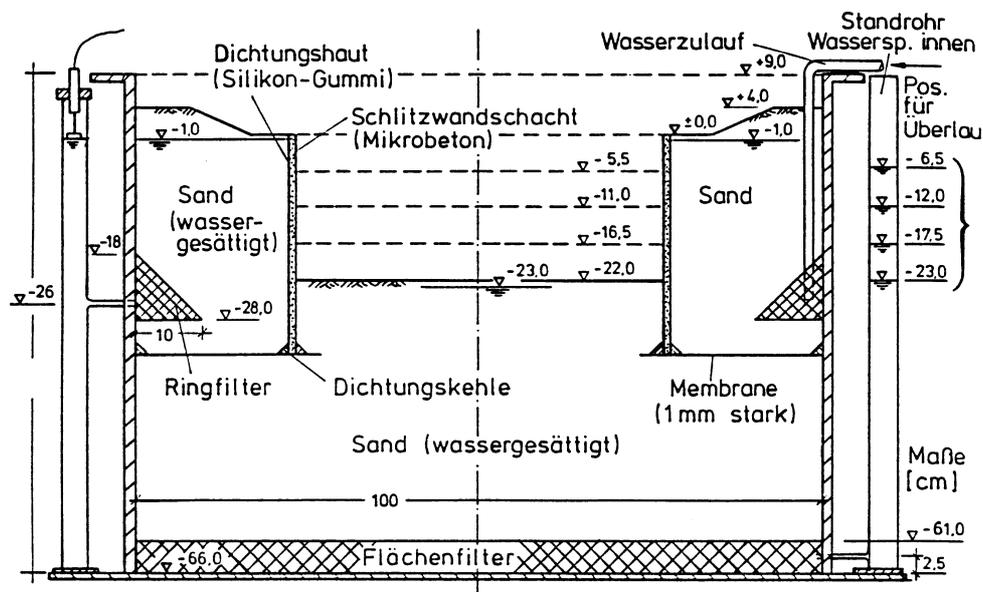


Abbildung 2-20: Querschnitt des Zentrifugenmodells [27]

Wie aber die Versuche von Lade schon zeigten, werden die Radial- und Tangentialspannungen bis zu einer Länge von $L > 3 \cdot R_{\text{Schacht}}$ beeinflusst. Trotz der unterschiedlichen Räumlichkeitsverhältnisse ($n_{\text{Lade}} = 3$ bis 7 und $n_{\text{Güttler}} = 0,4$ mit $n = \text{Schachthöhe/Schachtdurchmesser}$) ist deshalb der gewählte Abstand zum Rand zu klein. Güttler führte drei Versuche ohne Simulation des Grundwassers mit Wandlamellen aus Gips und zwei Versuche mit Wasser und Wandlamellen aus Mikrobeton (Abbildung 2-20) durch.

Der Aushub wird durch das schrittweise Entfernen des Bodens in vier Stufen simuliert. Hierfür muß die Zentrifuge gestoppt, der Boden entfernt und anschließend die Zentrifuge wieder angefahren werden. Dadurch durchläuft das Schachtmodell in jedem Ausbauzustand bis zum Erreichen der gewünschten Beschleunigung kurzzeitig unterschiedliche Spannungsniveaus und abweichende Spannungspfade. Die so erhaltenen Versuchsdaten helfen bei der Beurteilung des Tragverhaltens der Schachtkonstruktion, geben aber wenig Auskunft über die Entwicklung, den Verlauf und die Größe des räumlichen Erddrucks. So werden in [27] auch keine Angaben über den gemessenen Erddruck gemacht.

2.3.3 Versuche von König 1994

In einer Arbeit über die „Beanspruchung von Tunnel- und Schachtausbauten in kohäsionslosem Lockergestein unter Berücksichtigung der Verformung im Boden“ berichtet König [45] über Versuche in der geotechnischen Großzentrifuge der Ruhr-Universität Bochum mit einem kleinmaßstäblichen Schachtmodell im Räumlichkeitsverhältnis von $n = H/D = 6,66$. Neben den Dehnungen der Schachtwand und den Setzungen an der Geländeoberfläche wurden die Radialverschiebungen im Boden gemessen (Abbildung 2-21). Der Durchmesser des Versuchscontainers war ca. 17 mal größer als der des Schachtes. Als Modellboden wurde Feinsand mit der flächenhaften Sandregenmethode eingebaut. Der Modellschacht, der aus einem dünnwandigen Kupferrohr bestand, war mit einem wassergesättigten, mineralischen Gemisch umgeben, das durch eine entsprechende Kühlvorrichtung zunächst gefroren werden konnte.

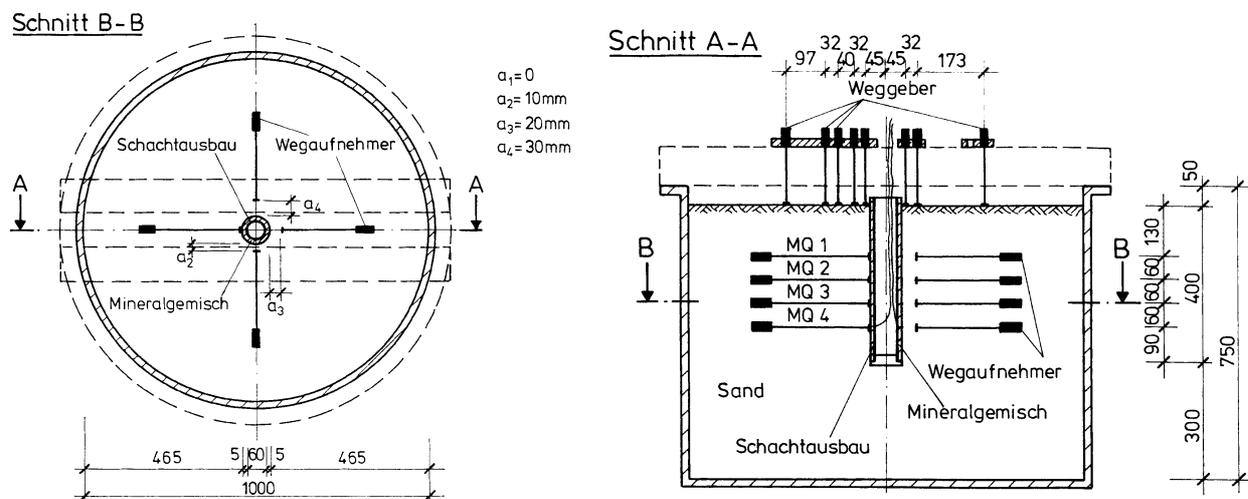


Abbildung 2-21: Versuchsaufbau nach König [45]

Nach Einbau des Versuchscontainers in die Zentrifuge wurde die Kühlung beendet, so daß das Mineralgemisch nach Erreichen der gewünschten Beschleunigung während des mehrere Stunden dauernden Versuchs im erhöhten Schwerefeld langsam auftaute. Auf diese Weise konnte sich der Versuchsboden in radialer Richtung zum Schacht hin entspannen und einen räumlichen Erddruck ausbilden.

Die Setzungen bzw. Verformungen des Bodens und die Dehnungen am Schacht wurden permanent ermittelt, bis das Mineralgemisch vollkommen aufgetaut und konsolidiert war, d. h. keine Änderungen mehr gemessen wurden.

In Abbildung 2-22 a) ist der aus den Dehnungen am Kupferrohr berechnete Erddruck in Abhängigkeit von der gemessenen Verformung am Außenrand des Mineralgemischs aufgetragen. Die Abhängigkeit des räumlichen Erddrucks von der Radialverformung des Schachtbauwerks wird hieraus deutlich.

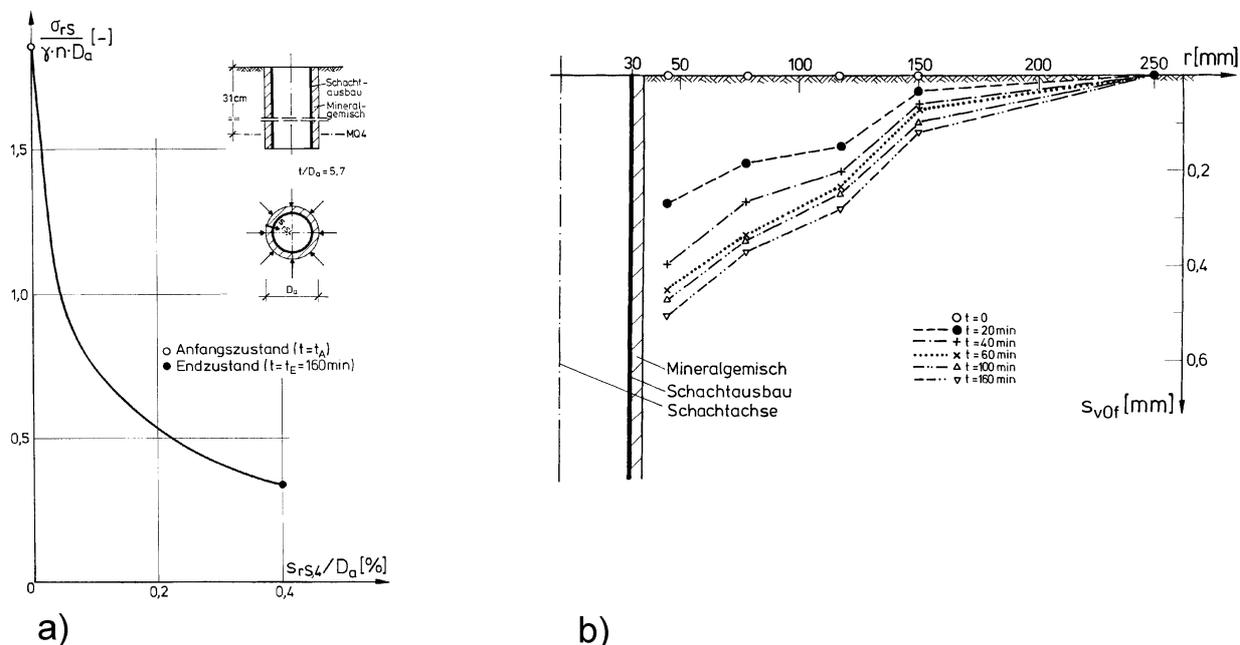


Abbildung 2-22: Erddruckabfall und Oberflächensetzung [45]

Trotz dichter Lagerung des Sandes ist nach 4 ‰ Verschiebung in radialer Richtung bezogen auf den Schachtdurchmesser, das entspricht etwa 0,7 ‰ bezogen auf die Wandhöhe, aus dem Verlauf der Kurve in Abbildung 2-22 a) zu schließen, daß der Grenzwert des räumlichen aktiven Erddrucks noch nicht erreicht ist und bei größeren Verformungen der Erddruck weiter abfallen würde. Weißenbach [96] nennt eine zum Erreichen des ebenen aktiven Erddrucks bei dichter Lagerung erforderliche mittlere Wandverschiebung von 0,5 bis 4 ‰ der Wandhöhe mit Bezug auf die Art der Wandverschiebung. Da die Größe der Verschiebungen im Modellversuch von König nur indirekt über das Mineralgemisch beeinflussbar ist, ergeben sich über die Höhe des Schachtes unterschiedliche Verformungen, so daß eine Zuordnung der Verformung als Kopf-, Fußpunktdrehung oder parallele Verschiebung nicht möglich ist.

Abbildung 2-22 b) zeigt die Setzungen an der Geländeoberfläche in Abhängigkeit von der Versuchszeit. 50 % der Setzungen entstehen nach 20 Minuten, die restlichen nach weiteren 140 Minuten. Erst im Abstand von $L \sim 7 \cdot R_{\text{Schacht}}$ sind keine Verformungen mehr im Boden zu beobachten.

2.3.4 Versuche von Syllwasschy 1997

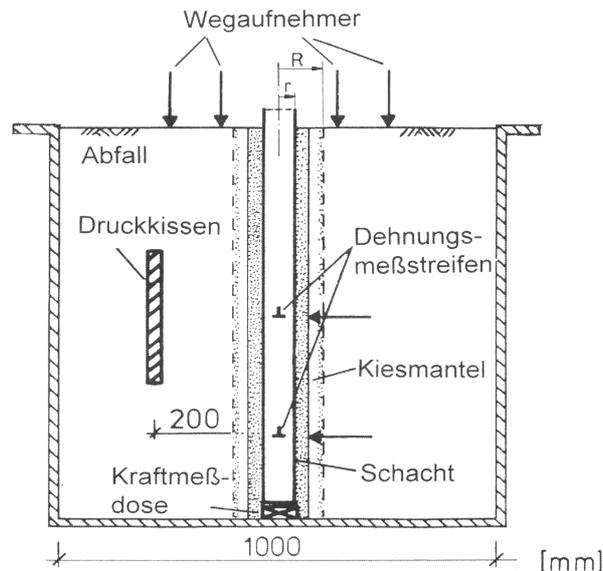


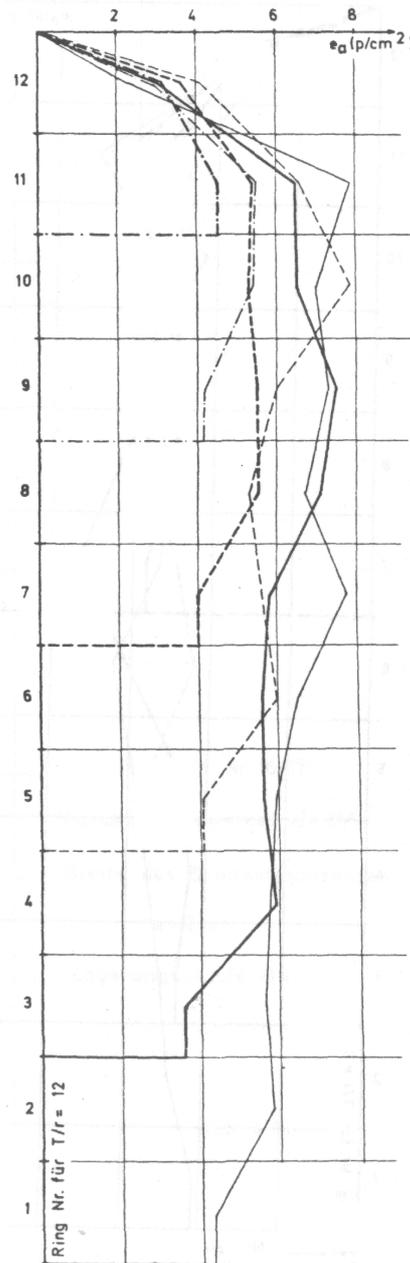
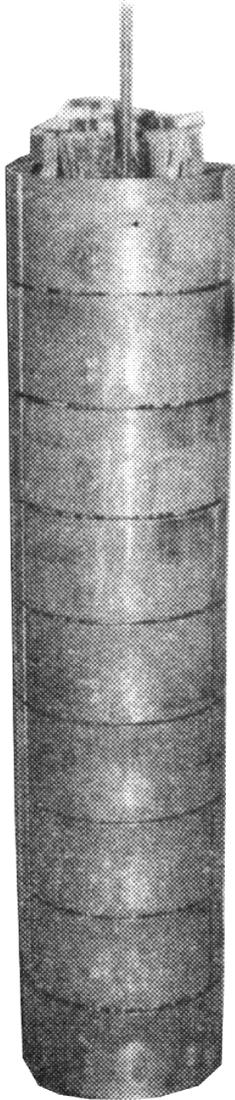
Abbildung 2-23: Versuchsaufbau nach Syllwasschy [81]

Von Syllwasschy [81] wurden Zentrifugenversuche an Deponieschächten mit einem Modellmüll durchgeführt, wobei teilweise zwischen Schacht und Modellmüll ein Kiesring angeordnet war. Da der Modellmüll spezielle bodenmechanische Eigenschaften aufweist, wird hier auf die Ergebnisse von Syllwasschy nicht eingegangen. Die Wirkungsweise eines Kiesringes um einen Deponieschacht wurde von Steinhoff [79] erläutert.

2.3.5 1-g Modellversuche von Walz 1976

Walz führte 1-g Modellversuche zur Ermittlung des räumlichen Erddrucks auf kreisförmige und rechteckige Senkkästen [92] + [90] durch, wobei die Lagerungsdichte des Modellbodens und die Dicke des Schneidenabsatzes variiert wurden. Der Modellsenkkasten (Abbildung 2-24 links) mit einem Durchmesser von ca. 10 cm wurde von der Geländeoberfläche in den Boden versenkt und die Mantelreibung und teilweise auch der radiale Erddruck gemessen. Die radiale Verformung des Bodens ließ sich nur durch die Dicke des Schneidenabsatzes steuern. Die Einflüsse der radialen Verschiebung des Bodens und der Schachtabsenkung sind nicht trennbar, und das Räumlichkeitsverhältnis n vergrößert sich kontinuierlich beim Absenken. Da der Belastungspfad des Bodens einen großen Einfluß hat und sich ein negativer Wandreibungswinkel δ beim Absenken einstellt und auch Verspannungseffekte auftreten, sind die Ergebnisse dieser Versuche (z. B. Versuch 25 aus Abbildung 2-24 rechts) nur eingeschränkt mit denen der eigenen Versuche vergleichbar.

Schacht mit acht
Ringen und
Schneidenteil



Versuch Nr. 25

Breite des
Schneidenansatzes:

$s = 1 \text{ mm}$

Lagerungsdichte:

$D = 95 \%$

Abbildung 2-24: Modellschacht und Meßergebnisse von Walz [92]

Bei allen beschriebenen Zentrifugenmodellversuchen ergaben sich die Verformungen des Bodens aus der Schachtbelastung und der Steifigkeit des Schachtbauwerks bzw. dem auftauenden Mineralgemisch und bei den 1-g Modellversuchen von Walz aus der Dicke des Schneidenabsatzes. Um den räumlichen Erddruck in Abhängigkeit von der Wandverschiebung zu ermitteln, muß diese aber als variable Randbedingung sowohl in einem theoretisch-rechnerischen Ansatz als auch im Modellversuch vorgegeben werden, so daß im Modellversuch eine Steuerung der Verschiebung der Schachtwand vorzuziehen ist.

3 Modellversuche

Ziel der durchgeführten kleinmaßstäblichen Modellversuche im 1g-Schwerefeld ist die Ermittlung der erforderlichen Wandverformung zur Ausbildung des räumlichen aktiven Erddrucks und der Nachweis der Wechselwirkung zwischen Radialspannung und Ringdruck mit den Verformungen der Schachtwand. Das Grundprinzip für Modellversuche ist in [93] ausführlich beschrieben. Die sich aus dem geringen Spannungsniveau ergebenden Nachteile bei 1g-Modellversuchen werden durch einen kleinen geometrischen Maßstabsfaktor λ und einen gegenüber dem Spannungsniveau relativ unempfindlichen Versuchsboden (Sand) ausgeglichen. Hierzu sei auf die Arbeiten von Hettler [35], Gudehus [23], Franke et al. [20] und Kremer [46] verwiesen.

3.1 Versuchsboden

Die Versuche wurden mit einem enggestuften fein- bis mittelkörnigen Quarzsand durchgeführt (Karlsruher Sand). Aus mehreren willkürlich entnommenen Proben wurden die Sieblinien nach DIN 18 123 und daraus das Körnungsband (Abbildung 3-1) ermittelt. Hieraus ergibt sich der Ungleichförmigkeitsgrad $U = d_{60}/d_{10} = 2,2$ und der mittlere Korndurchmesser $d_{50} = 0,5$ mm. Das minimale und maximale Porenvolumen beträgt nach DIN 18 124 $n_{\min} = 36,6 \%$ und $n_{\max} = 45,5 \%$ bei einer Kornwichte von $\gamma_s = 26,5$ kN/m³.

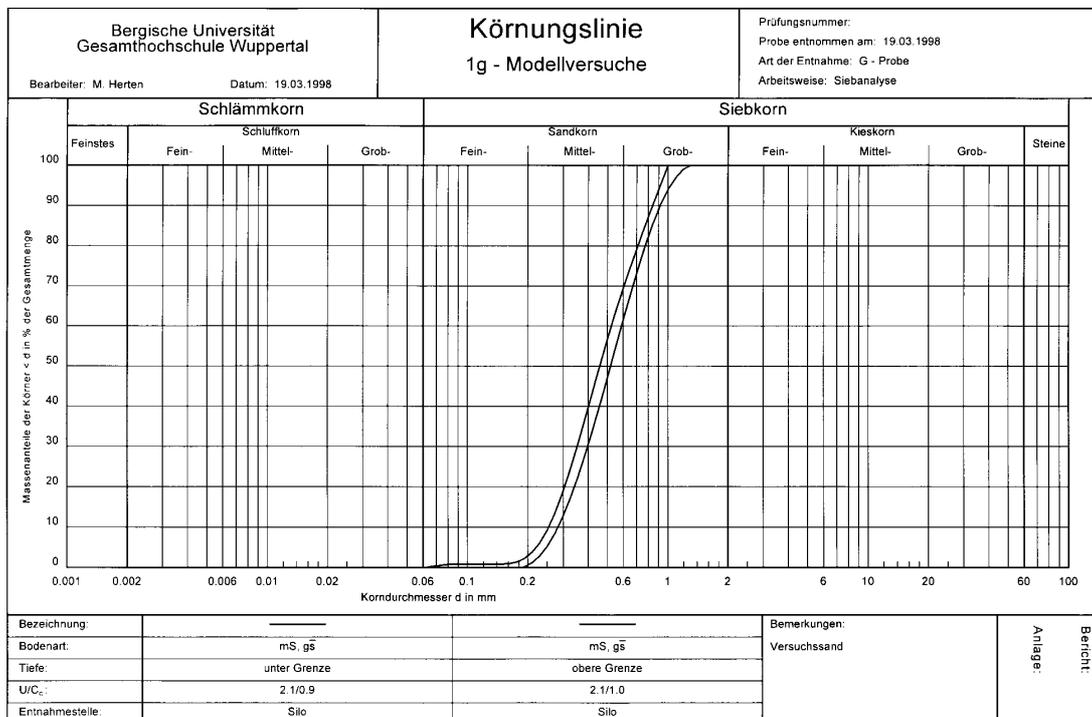


Abbildung 3-1: Körnungsband des Versuchssandes

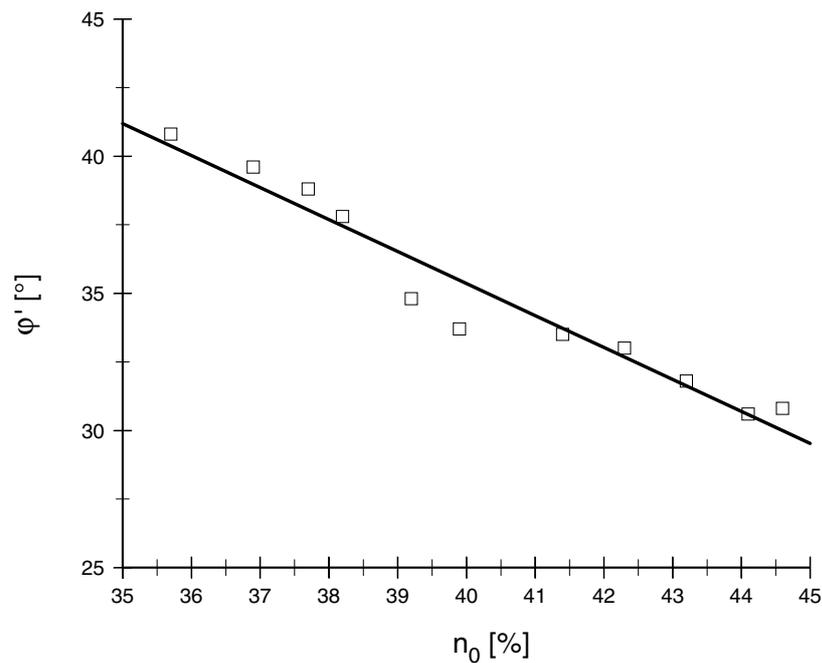


Abbildung 3-2: Triaxialversuche mit $\sigma_3 = 100 \text{ kN/m}^2$

Mit Hilfe von triaxialen Kompressionsversuchen nach DIN 18 137, Teil 2 wurde der Reibungswinkel ϕ' in Abhängigkeit vom Ausgangsporenanteil n_0 ermittelt. Im Gegensatz zum Modellversuch erfolgte die Verdichtung der Proben dabei teilweise durch Rütteln. Bei einem Zelldruck von 1 bar ($\sigma_3 = 100 \text{ kN/m}^2$) ergab sich für den gesättigten Versuchssand der in Abbildung 3-2 dargestellte nahezu lineare Zusammenhang zwischen Reibungswinkel und Porenvolumen n_0 im Ausgangszustand.

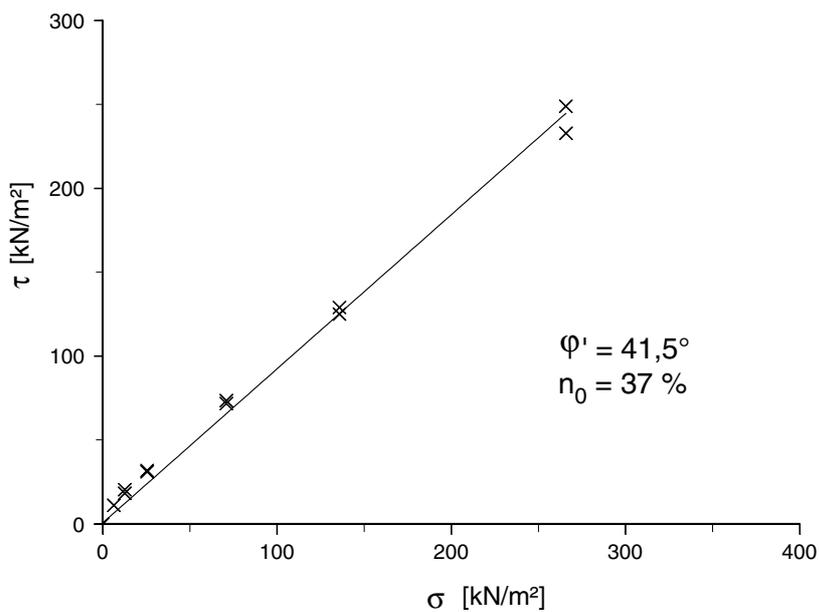


Abbildung 3-3: Rahmenscherversuche mit sehr dichter Lagerung des Versuchssandes

Zusätzlich wurden Rahmenscherversuche nach DIN 18 137, Teil 3 (Entwurf 1997) durchgeführt, wobei für eine Lagerungsdichte verschiedene Auflastspannungen σ untersucht wurden. In ein Schergerät mit kreisförmiger Scherfläche wurde der Sand aus 1 m Höhe eingerieselt und damit ein Porenvolumen im Ausgangszustand von $n_0 = 37 \%$ erreicht, was einer sehr dichten Lagerung mit $D = 96 \%$ entspricht. Der mit Hilfe der linearen Regression ermittelte Reibungswinkel betrug $\varphi' = 41,5^\circ$ bei einem Korrelationskoeffizienten von 99,8 % (Abbildung 3-3). Im folgenden wird der effektive Reibungswinkel φ' vereinfacht mit φ bezeichnet, da keine undrained Böden untersucht wurden.

Zur Ermittlung des Steifemoduls E_s wurden Kompressionsversuche nach DIN 18 135 (Entwurf 1996) mit behinderter Seitendehnung durchgeführt (Abbildung 3-4 a). Die von Gudehus [24] beschriebene lineare Abhängigkeit des Steifemoduls vom Spannungsniveau wird mit folgender Gleichung formuliert:

$$E_s = a \cdot \sigma \quad (3-1)$$

Mit der einaxialen Definition des Steifemoduls

$$E_s = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (3-2)$$

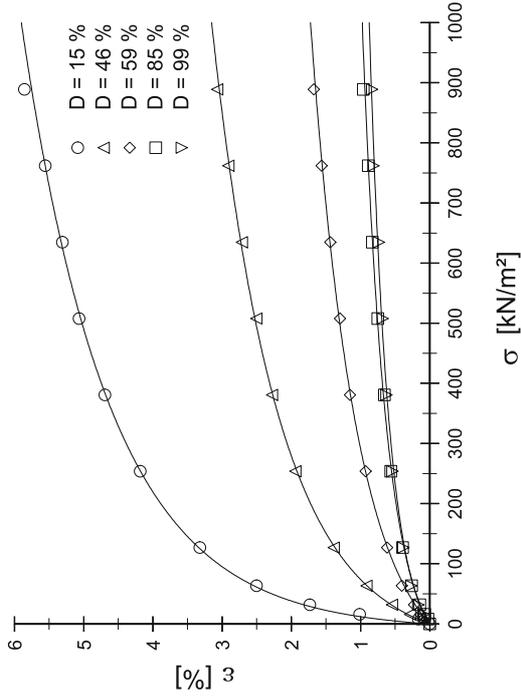
eingesetzt in Gleichung (3-1) ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} - a \cdot \sigma = 0 \quad (3-3)$$

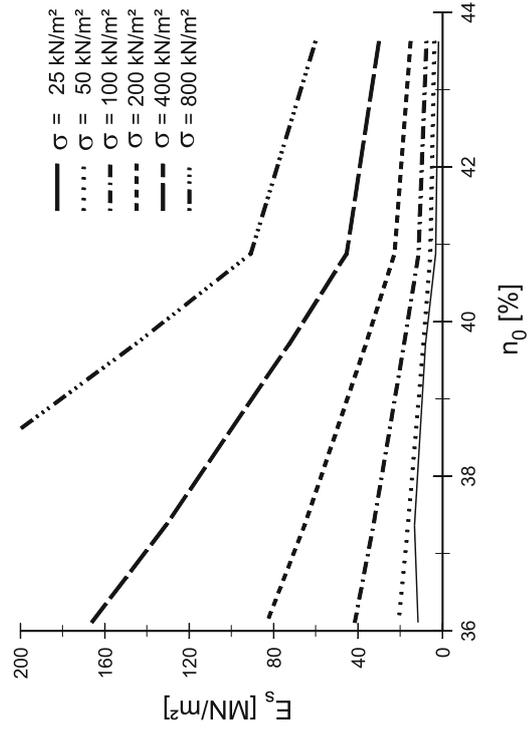
und die Lösung durch Trennung der Variablen

$$\sigma(\varepsilon) = b \cdot e^{a \cdot \varepsilon} \quad (3-4)$$

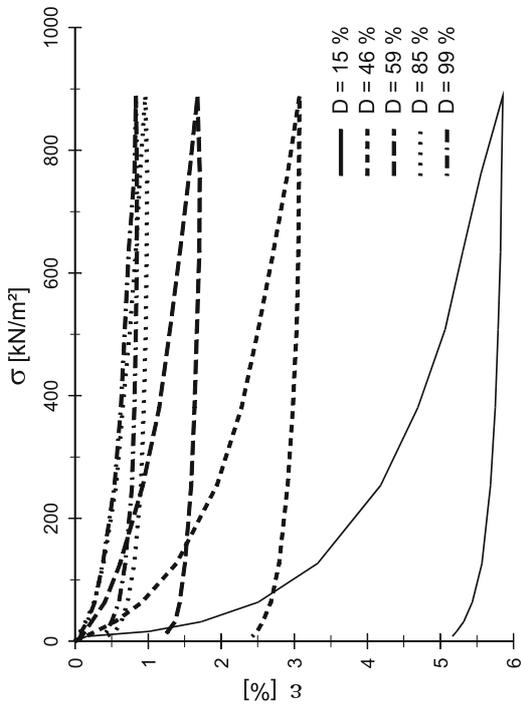
Die Parametern a und b werden mit Hilfe der verallgemeinerten Regression aus den Versuchsergebnissen ermittelt (Abbildung 3-4 b und Tabelle 3-1). Die geforderte und gemessene lineare Abhängigkeit des Steifemoduls ist in Abbildung 3-4 c) dargestellt.



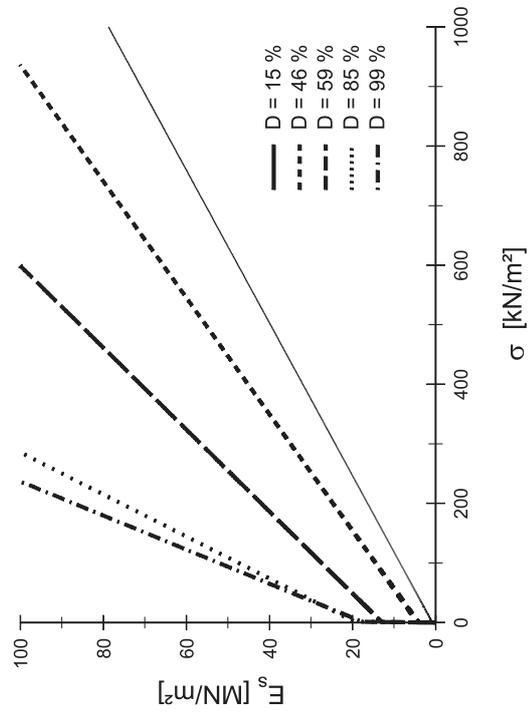
b) Approximation der Versuchsergebnisse



d) Abhängigkeit des Steifemoduls vom Ausgangsporenvolumen



a) Ergebnisse der Kompressionsversuche



c) Abhängigkeit des Steifemoduls vom Spannungsniveau

Abbildung 3-4: Kompressionsversuch mit behinderter Seitendehnung

Tabelle 3-1: Versuchsparameter a und b

n_0	a	b
[%]	[-]	[kN/m ²]
43,6	75,2	11,3
40,9	113,5	28,0
39,7	181,8	44,3
37,4	326,7	40,6
36,1	414,9	27,9

Die Abbildung 3-4 d) zeigt die aus den Parametern a und b berechnete Abhängigkeit des Steifemoduls vom Porenvolumen. Die Abnahme des Steifemoduls bei steigendem Anfangsporenvolumen n_0 und damit geringerer Lagerungsdichte ist deutlich erkennbar, dessen Auswirkungen auf den tangentialen Verspannungsfaktor K_t nach Walz [94] in Kapitel 7.14 besprochen werden.

Die Auswertung der triaxialen Kompressionsversuche ergibt für die später durchzuführende Berechnung mit dem FE-Programm Plaxis [8] ein Erstbelastungsmodul von $E_{50}^{\text{ref}} = 7 \text{ MN/m}^2$ für lockere Lagerung bis zu $E_{50}^{\text{ref}} = 37 \text{ MN/m}^2$ für dichte Lagerung ($p^{\text{ref}} = \sigma_3 = 100 \text{ kN/m}^2$). Diese Werte decken sich gut mit denen der Abbildung 3-4 d) für die Laststufe von 100 kN/m^2 im Kompressionsversuch, so daß gilt $E_{\text{oad}}^{\text{ref}} \approx E_{50}^{\text{ref}}$.

Zusätzlich wurden zur Bestimmung des Entlastungsmoduls triaxiale Extensionsversuche durchgeführt. Diese ergaben bei dichter Lagerung und konstanter Spannung $\sigma_1 = 100 \text{ kN/m}^2$ einen Entlastungsmodul von $E_{\text{ur}} = 167 \text{ MN/m}^2$. Daraus läßt sich ein Verhältnis zwischen Extensions- und Kompressionsmodul von $E_{\text{ur}}/E_{50}^{\text{ref}} = 4,5$ berechnen.

Nach Abbildung 3-4 a) liegt das Verhältnis im Kompressionsversuch zwischen Entlastungsmodul E_{ur} und Erstbelastungsmodul $E_{\text{oad}}^{\text{ref}}$ zwischen 2 und 8 in Abhängigkeit von der Lagerungsdichte D . Für die sehr dichte Lagerung $D = 99 \%$ bestimmt sich der Entlastungsmodul zu $E_{\text{ur}} = 117 \text{ MN/m}^2$. Für die in Kapitel 8.4 erläuterte Berechnung nach der FE-Methode werden die Werte aus Triaxial- und Kompressionsversuchen gemittelt. Es gilt somit für eine sehr dichte Lagerung

$$E_{\text{ur}} = 3,8 \cdot E^{\text{ref}} = 142 \text{ MN/m}^2 \quad (3-5)$$

3.2 Versuchsaufbau

3.2.1 Modellcontainer

In den Modellversuchen wurde - wie auch bei FE-Berechnungen üblich - die Rotationssymmetrie des zylindrischen Schachtes ausgenutzt und nur ein Viertelkreis untersucht. Diese Vereinfachung hat folgende Vorteile:

- Die Versuchseinrichtung bietet ausreichend Platz für Kraft- und Wegaufnehmer, da das „Schachtinnere“ frei zugänglich ist.
- Die gesteuerte Wandverformung kann durch horizontales Verschieben der Schachtwand erzeugt werden, wodurch eine aufwendige mechanische Konstruktion (wie sie für einen Vollkreis notwendig gewesen wäre) entfällt.
- Der Ringdruck im Boden tangential zum Schacht kann ebenso wie der radial auf den Schacht einwirkende Erddruck mit Hilfe von einfachen Kraftaufnehmern am Rand gemessen werden. Die Verwendung von speziellen Erddruckmeßdosen entfällt.
- Das Volumen des einzubauenden Versuchssandes reduziert sich auf ein Viertel, was eine wesentliche Zeiteinsparung bedeutet.

Allerdings ergeben sich aus der Beschränkung auf einen Viertelkreis auch Probleme:

- An den Symmetrieebenen dürfen Kräfte nur senkrecht angreifen.
- Durch das horizontale Verschieben des Viertelschachtes entsteht eine „Lücke“ zwischen Schacht und Seitenwand.

Diese Probleme konnten aber durch den speziellen Versuchsaufbau zufriedenstellend gelöst werden. Die dazu gewählte Vorgehensweise wird in Kapitel 3.2.2 und 3.2.4 ausführlich beschrieben.

Aus Zentrifugenversuchen an Kreisfundamenten von Grundhoff [22] ergibt sich die Forderung, daß die Grundrißabmessungen des Versuchcontainers mindestens dem fünf-fachen Durchmesser des abzubildenden Objektes entsprechen sollen. Für einen Schachtdurchmesser von $D = 40$ cm und unter Ausnutzung der Symmetrie ist somit eine Länge der Seitenwände des Containers von 100 cm erforderlich.

Da das Ziel der durchgeführten Versuche die Untersuchung des räumlichen Erddrucks ist, wurde ein Räumlichkeitsverhältnis von $n > 2$ angestrebt und deshalb eine Höhe des Schachtes von $H = 100$ cm gewählt ($n = H/D = 2,5$). Die gesamte Konstruktion wird um 20 cm angehoben, um einen Einfluß des Containerbodens auf die Meßwerte auszuschließen. Insgesamt ergibt sich hieraus ein Containervolumen von 100/100/120 cm, wobei eine Ecke vom Viertelkreis des Modellschachtes geschlossen wird. Die Abbildung 3-5 und Abbildung 3-10 zeigen den Versuchcontainer und seine Abmessungen.

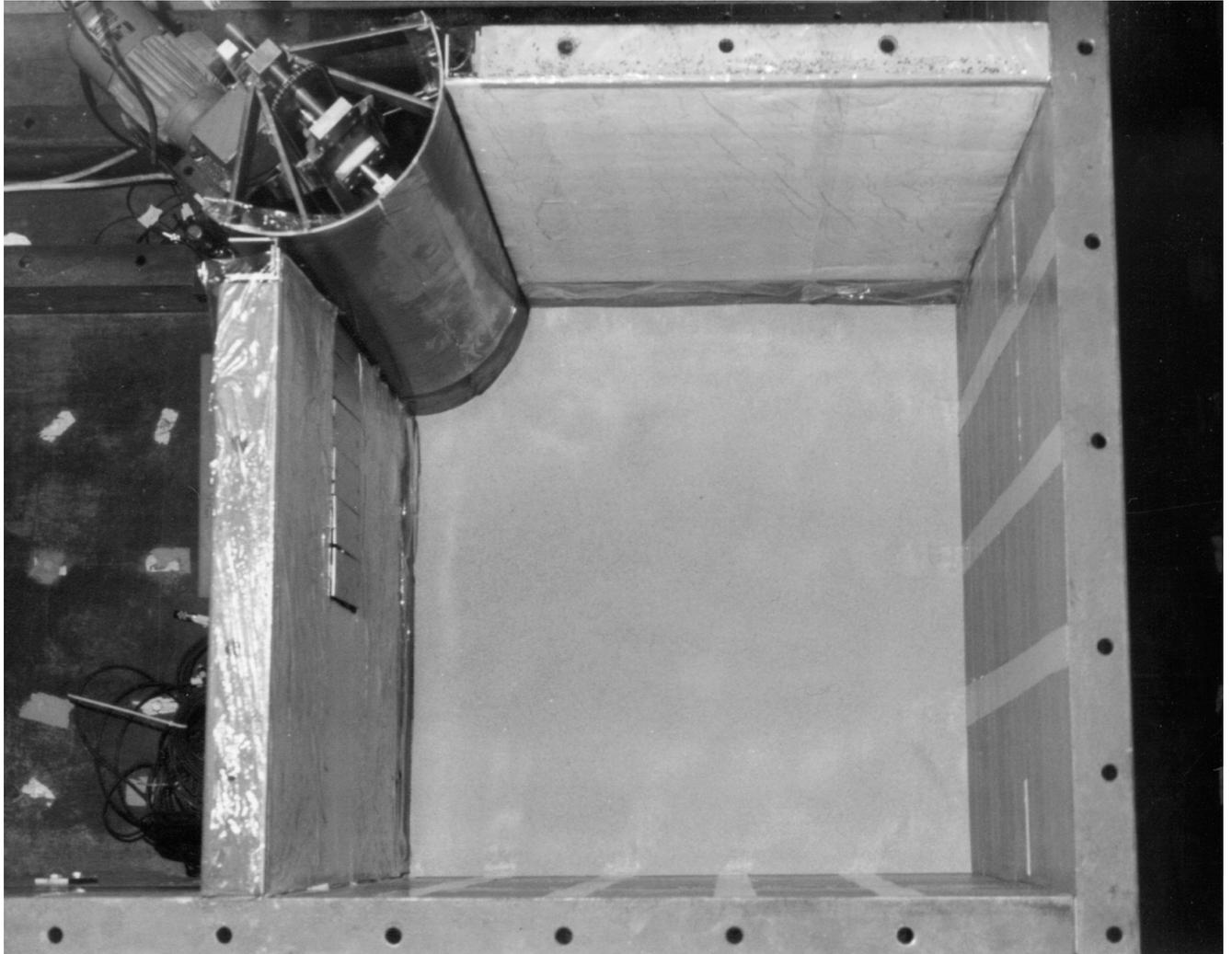


Abbildung 3-5: Versuchscontainer mit Schachtmodell von oben

3.2.2 Verminderung der Containerwandreibung

Die Ausnutzung der Symmetrieebenen erfordert Reibungsfreiheit an den Seitenwänden, da in dieser Symmetrieebene keine Scherkräfte auftreten. Die reibungsarme Ausbildung der Containerwand gelingt fast vollständig bei Verwendung von elastischer Folie, Siliconöl und Teflon. Die Seitenflächen des Versuchsbehälters waren mit Teflon ausgekleidet. Nach dem Auftragen eines dünnen Ölfilms wird darauf eine elastische, hauchdünne Folie aufgebracht.

In einem Großrahmenschergerät (Scherfläche 900 cm^2) wurden Wandreibungswinkel und Adhäsionsspannungen von Glas-, Stahl- und Teflonflächen mit und ohne Öl plus Folie gemessen. Der zu untersuchende Oberflächenaufbau war am unteren Scherrahmen befestigt. In den oberen Rahmen wird der Versuchssand in dichter Lagerung eingebaut und anschließend durch eine Gummimembrane, die mit Druckluft beaufschlagt werden kann, belastet. Der Scherspalt ist so eingestellt, daß sich die Scherfuge zwischen Untergrund und Sand oder im Sand frei ausbilden kann. Da der Sand einen höheren Reibungswinkel aufweist, stellt sich die Scherfuge immer auf der Oberfläche des untersuchten Materials ein. Ist eine Folie aufgebracht, gleitet sie auf der Oberfläche der Unterlage und dehnt sich.

Als Ergebnis für die drei Auflastspannungen von 10, 20 und 50 kN/m² erhält man für den Aufbau Teflon, Siliconöl und Folie einen Wandreibungswinkel von $\delta = 4,3^\circ$ und eine Adhäsionsspannung von $a = 1,6$ kN/m² bei einem Korrelationskoeffizienten von 0,992 (Abbildung 3-6). Relativ zu anderen Schichtpaketen ergab sich für diesen Aufbau die kleinste Adhäsions- und Reibungsspannung.

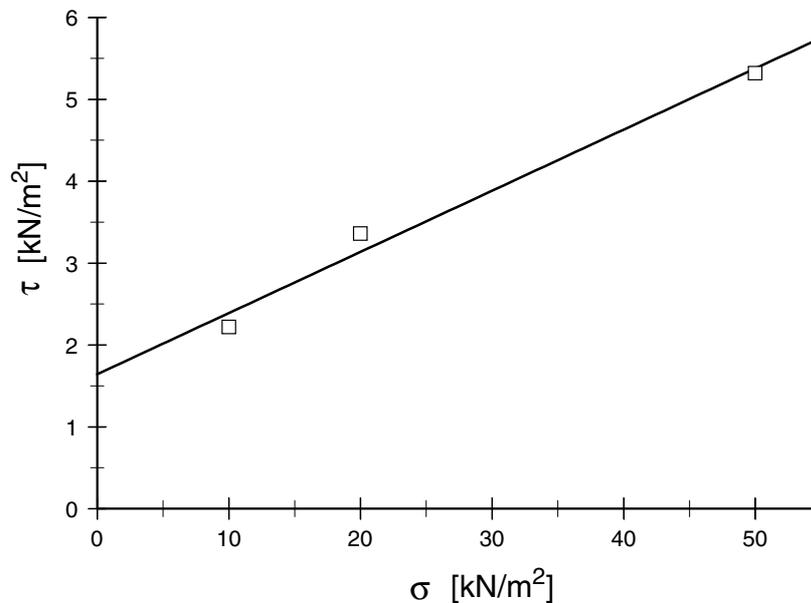


Abbildung 3-6: Großrahmenscherversuche mit Sand, Teflon, Öl und elastischer Folie

Da Wandreibung δ und Adhäsion a nicht wie erwünscht gleich Null sind, wird - um den Einfluß der Seitenreibung weiter zu minimieren - der Erddruck auf den Schacht nur an einem Kreisabschnitt mit einem Öffnungswinkel von $\alpha = 17,45^\circ$ gemessen. Der gewählte Kreisabschnitt ergibt bei einem Radius von 20 cm eine Sekante von ca. 6 cm. Ein ähnlich großer Abschnitt wurde für die später erläuterten Berechnungen verwendet (Abbildung 7-1).

3.2.3 Modellschacht

Der Modellschacht besteht aus zwei vorgekrümmten Stahlblechen mit einer Höhe von 100 cm. Dazwischen befinden sich fünf im selben Radius gekrümmte Meßplatten mit $6 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$ (Abbildung 3-8). An einem vertikalen Stahlprofil sind die beiden gebogenen Stahlbleche unten und oben angeschweißt. Das Stahlprofil dient auch als Widerlager für die Kraftaufnehmer der Meßplatten (Abbildung 3-7). Durch eine entsprechende Lagerung kann nur Normalkraft von den Meßplatten auf die Kraftaufnehmer übertragen werden. Hinter jedem Kraftaufnehmer ist zur Kontrolle der eingprägten Verschiebung ein Wegaufnehmer angebracht. Das Stahlprofil wird über zwei durch einen Motor synchron angetriebene Gewindestangen horizontal verschoben.

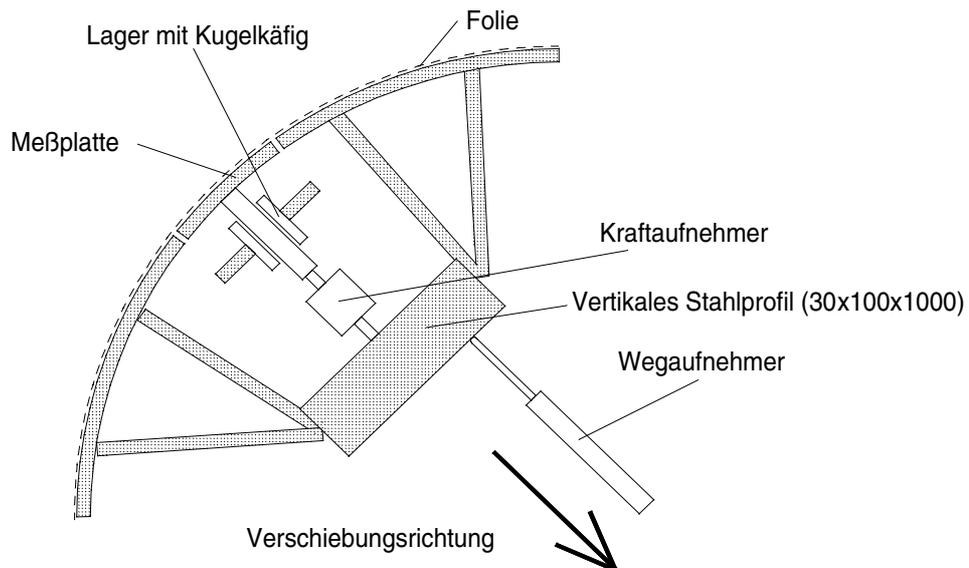
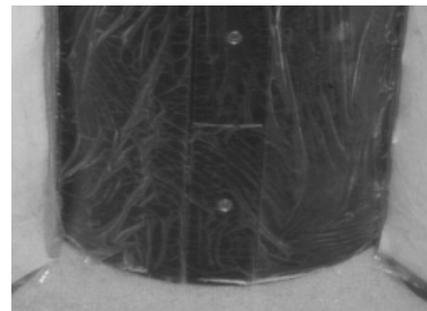
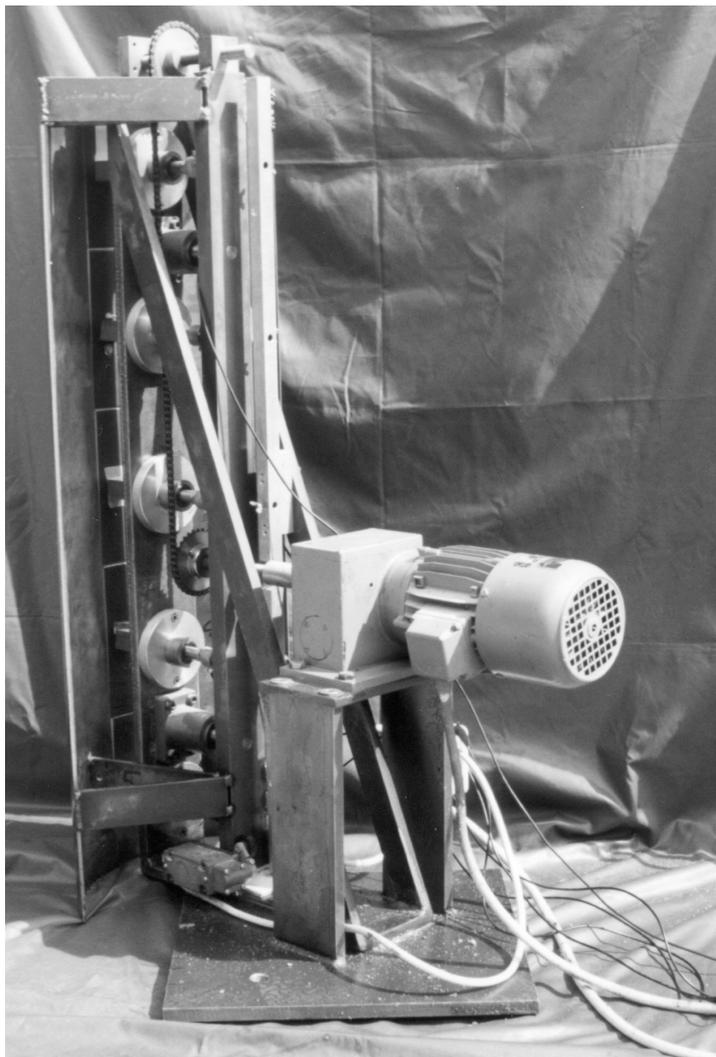
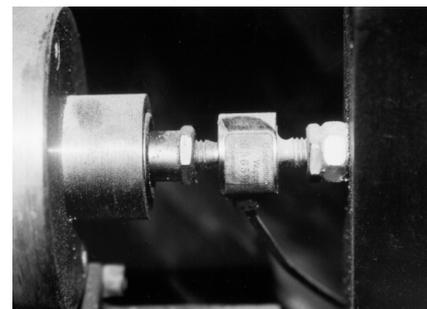


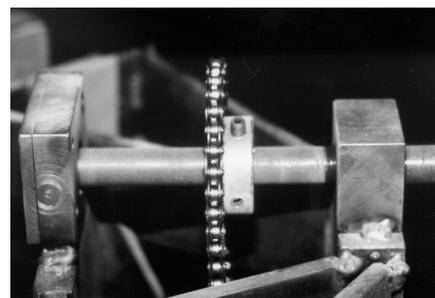
Abbildung 3-7: Querschnitt durch den Schacht



Meßplatte mit geschmierter Folie



Kraftaufnehmer



Obere Gewindestange

Abbildung 3-8: Schachtmodell

Im linken Teil von Abbildung 3-8 ist der erwähnte Motor zu erkennen. Über ein Getriebe wird eine Gewindestange direkt und die zweite (Abbildung 3-8 rechts unten) über eine Kette synchron gedreht. Dadurch wird das vertikale Stahlprofil und damit der gesamte Schacht je nach Drehrichtung entweder an den Motor herangezogen oder von diesem weggeschoben. Der maximale einprägbare Weg beträgt $s = 20$ mm.

Bei den Versuchen wurde die Schachtwand um maximal 10 mm bzw. 1 % der Schachthöhe verschoben. Die Geschwindigkeit war bei allen Versuchen am Anfang (bis $s = 3$ mm) kleiner als 10 mm/h. Danach wurde die Geschwindigkeit auf das 10-fache erhöht. Es konnte kein Einfluß der Verschiebungsgeschwindigkeit auf Größe und Verteilung des Erddrucks festgestellt werden. Bei Stillstand der Schachtwandung erfolgte keine weitere Erddruckänderung. Selbst bei längerer Beobachtung (24 h) blieb der Erddruck auf den Schacht konstant. Nur durch Erschütterungen war ein Wiederanstieg des Erddrucks zu erreichen, der sich mit einer Störung des aufgebauten Ringdrucks erklären läßt.

3.2.4 Federmechanismus

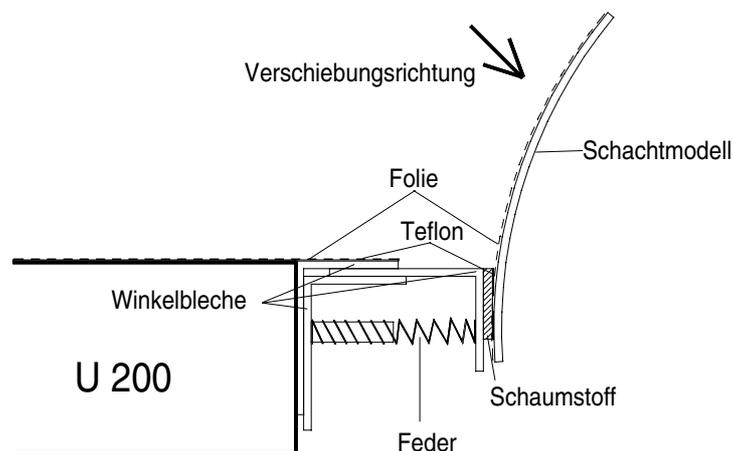


Abbildung 3-9: Federmechanismus

Wird die Schachtwand während des Versuchs horizontal verschoben, vergrößert sich der Abstand zwischen der Seitenwand und dem Schachtmodell. Die Lücke wurde mit einem Federmechanismus geschlossen. Dieser bestand aus drei Aluminiumwinkeln und mehreren Federn, die, über die Höhe verteilt auf Stahlstifte gesteckt, dafür sorgten, daß ständig der mittlere Aluminiumwinkel an die Schachtwand gedrückt wurde (Abbildung 3-9). Zum Ausgleich von Unebenheiten wurde außen am Winkel ein Schaumstoffstreifen aufgeklebt. Da die Verschiebung nicht parallel zur Feder erfolgte, wurde zur Verringerung der Reibung zwischen Schacht und Schaumstoff noch eine dünne Teflonfolie angebracht. Bei allen Versuchen konnte so ein dichter Abschluß zwischen Schacht und Seitenwänden erreicht werden.

Maße in [mm]

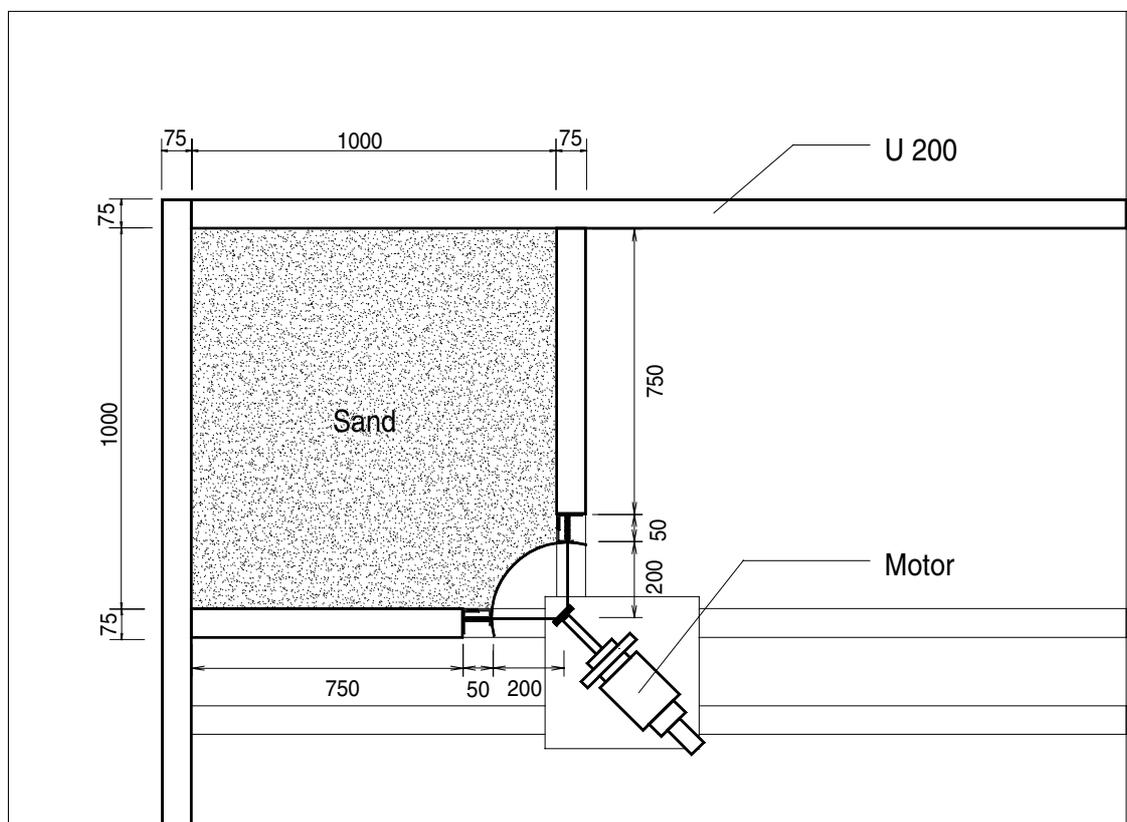
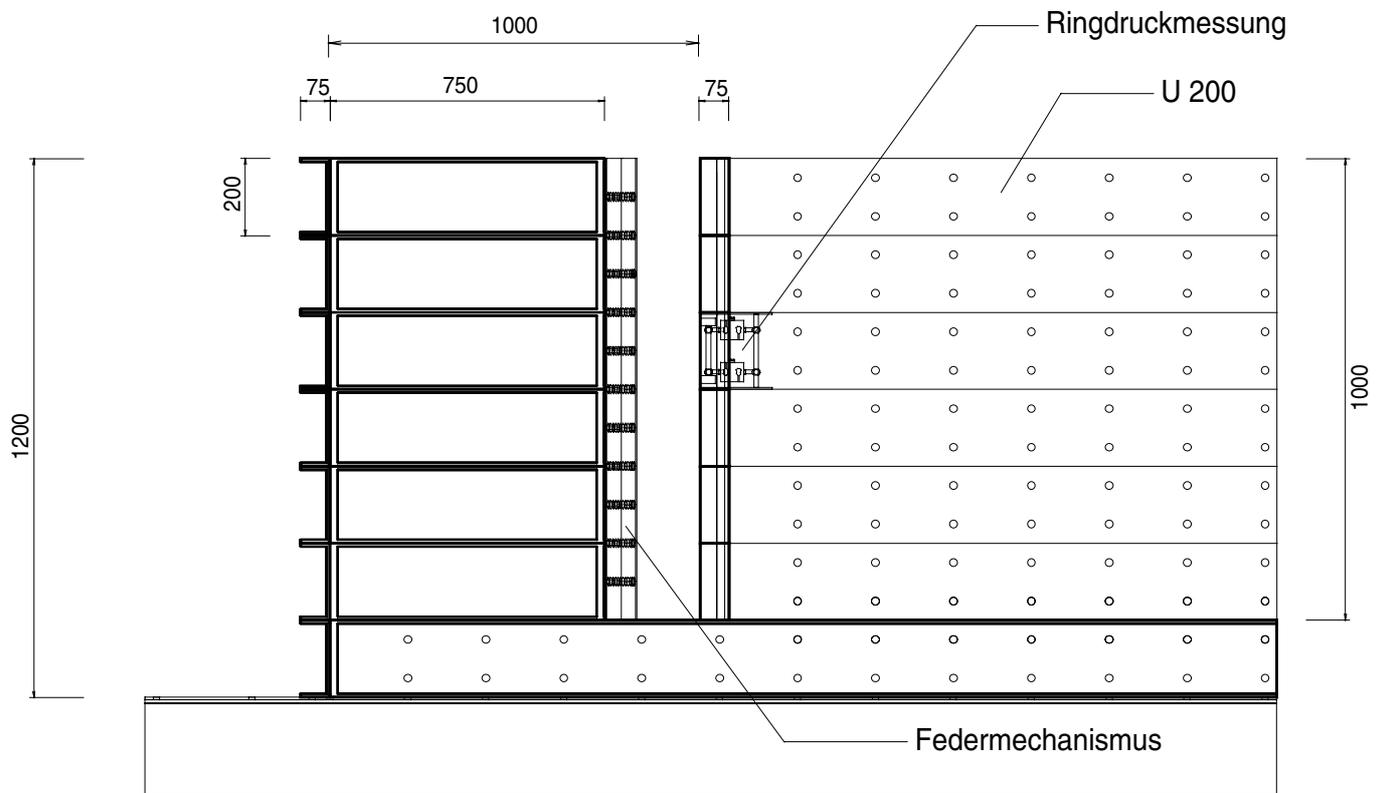


Abbildung 3-10: Seitenansicht und Grundriß des Versuchsaufbaus

3.2.5 Messung des Ringdrucks

Da der Ringdruck im Boden entscheidenden Einfluß auf die Größe des radialen Erddrucks am Schacht hat, wurde der Erddruck an einer Symmetrieebene gemessen. An einer Seitenwand waren statt der starren Stahlwand fünf Meßplatten von je 7 cm Breite und 20 cm Höhe angeordnet, deren horizontale Achse 50 cm unter der Bodenoberfläche liegt (Abbildung 3-11). Der vertikale Rand der ersten Meßplatte befindet sich 5,5 cm von der Schachtwand entfernt. Jede Meßplatte war gelenkig an zwei Kraftmeßdosen angeschlossen (siehe Abbildung 3-11 links).

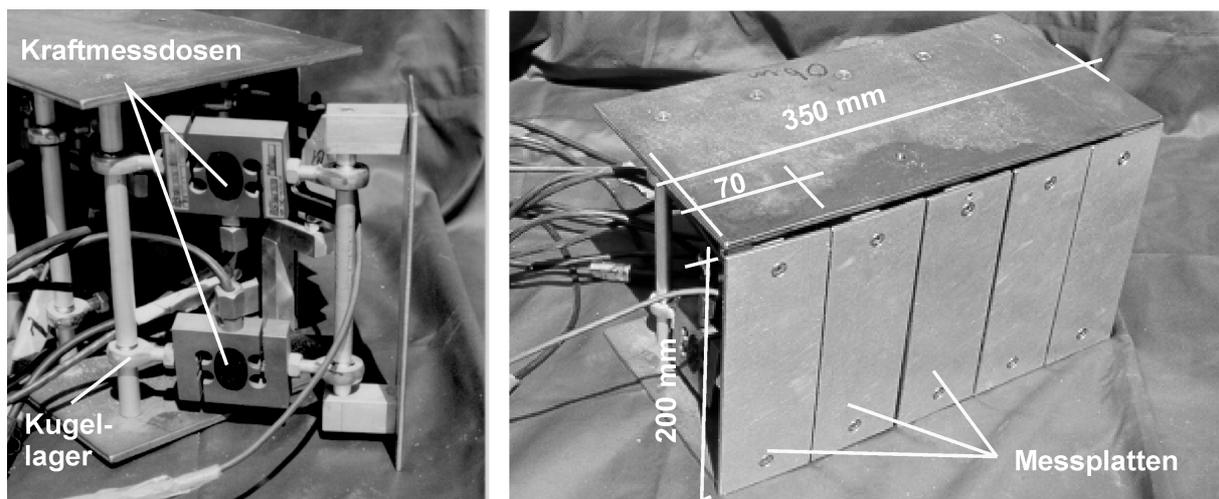


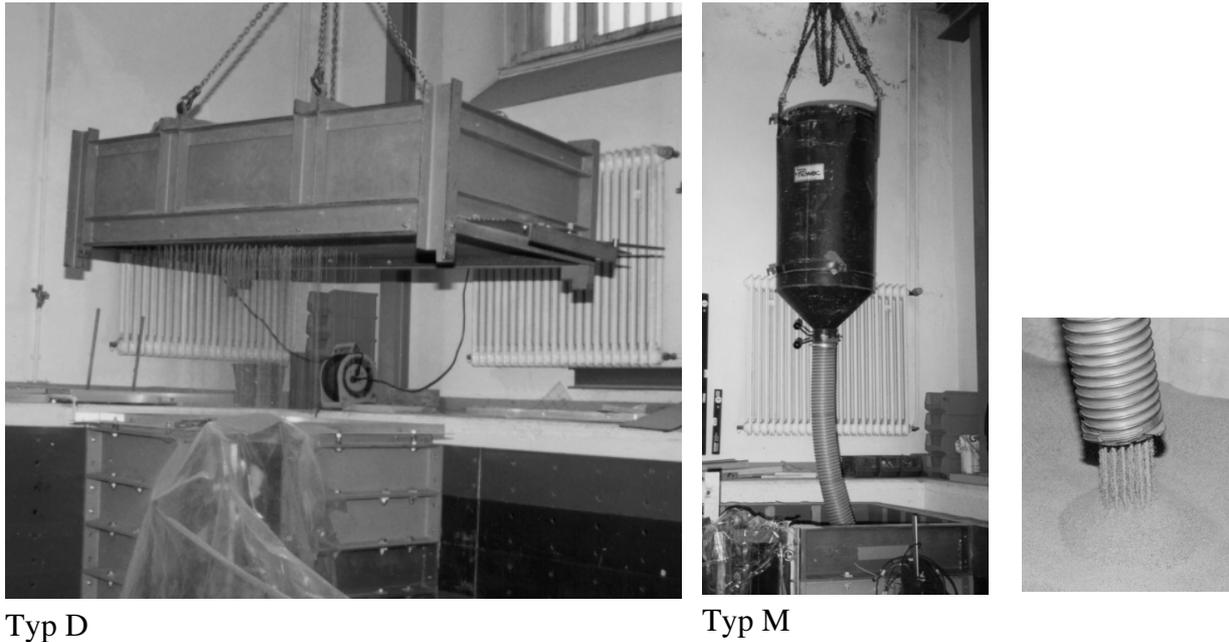
Abbildung 3-11: Meßeinrichtung zur Bestimmung des Ringdrucks

Mit den fünf Meßplatten ist es möglich, sowohl die Größe als auch die Änderung des Ringdrucks in radialer Richtung zu bestimmen. Die statisch instabil gelagerten Meßplatten werden durch den eingestreuten Sand über die Bettung stabilisiert. Wegen der relativ weichen Konstruktion wird aber im Ausgangszustand nicht der volle Erdruchdruck gehalten, so daß bei der Auswertung der Messung nur der relative Zuwachs infolge eines entstehenden Ringdrucks betrachtet wird.

3.3 Einbau des Sandes

Der Sand wurde mit der Sandregenmethode in den Modellcontainer eingebaut. Zur Erzeugung unterschiedlicher Lagerungsdichten wurden zwei Verfahren verwendet. Beim ersten Verfahren „Typ D“ wird der Sand mit einem Sieb aus 1 m Höhe oberhalb der Sandoberfläche flächenhaft in den Container eingestreut (Abbildung 3-12 links), wobei eine Lagerungsdichte von ca. 100 % bei guter Reproduzierbarkeit erreicht wurde (siehe Pulsfort [67]).

Die Fallhöhe des Sandes beträgt beim zweiten Verfahren „Typ M“ nur 5 cm (Abbildung 3-12 rechts). Hierfür ist an ein Sandsilo ein Schlauch angeschlossen, an dessen Ende sich ein Sieb befindet, das manuell über die Bodenoberfläche bewegt wird. Es wird eine mitteldichte Lagerung des Sandes erreicht.



Typ D

Typ M

Abbildung 3-12: Sandeinbau

Die erreichten Lagerungsdichten wurden stichprobenartig kontrolliert, indem flache Meßbehälter auf die Sandoberfläche gelegt und mit eingestreut wurden. Mit der ermittelten Trockenwichte γ_d konnte das Anfangsporenvolumen n_0 und die Lagerungsdichte D bestimmt werden. Beim ersten Verfahren - Typ D - streuten die Wichten zwischen $16,8 \text{ kN/m}^3$ und $17,0 \text{ kN/m}^3$. Das entspricht einer Lagerungsdichte von $D = 99,2$ bis $108,7 \%$ (sehr dicht). Beim zweiten Verfahren - Typ M - wurden Wichten zwischen $15,5 \text{ kN/m}^3$ und $15,8 \text{ kN/m}^3$ gemessen; daraus ergeben sich Lagerungsdichten von $D = 43,7$ bis $57,5 \%$ (mitteldicht).

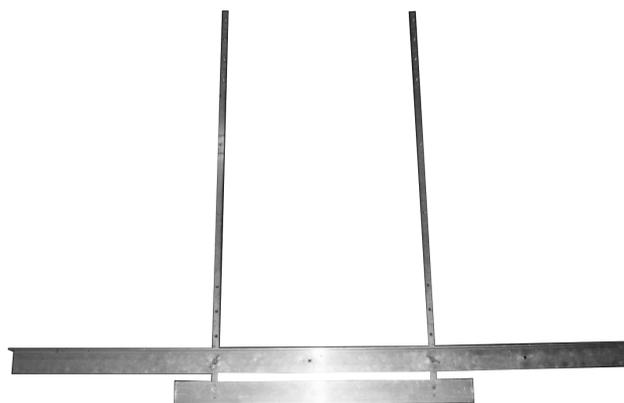


Abbildung 3-13: Abziehvorrichtung

Nach dem Einstreuen des Sandes wurde die Oberfläche in Höhe der Schachtoberkante abgezogen, um ein ebenes Planum zu erhalten. Hierfür wurden auf die oberen U-Träger Aluminiumwinkel angeschraubt und eine Abziehvorrichtung eingehängt (Abbildung 3-13). Durch die variable Aufhängung des unteren Winkels kann der Sand in beliebiger Tiefe

eingeebnet werden, was für die in Kapitel 5.1 beschriebenen Versuche mit eingestreuten Gips-schichten erforderlich war.

Nach Versuchsende wurde das Volumen der im Bereich der Schachtes entstandenen Setzungsmulden mit Hilfe der Volumenersatzmethode bestimmt. Dabei wurde die Setzungsmulde mit Sand aufgefüllt. Aus dem Gewicht des eingebauten Sandes wurde mit der bekannten Einbauwichte ($\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$) das verfüllte Volumen berechnet.

3.4 Setzungsmessung

Bei allen Versuchen wurden die Setzungen der Geländeoberfläche mit Wegaufnehmer an fünf Punkten in der radialen Symmetrieebene des Schachtausschnittes gemessen, wobei der Abstand der Meßpunkte von der Schachtwand 2, 8, 20, 40 und 80 cm betrug. Die verwendete Meßeinrichtung und die Meßaufnehmer sind im Anhang A beschrieben.

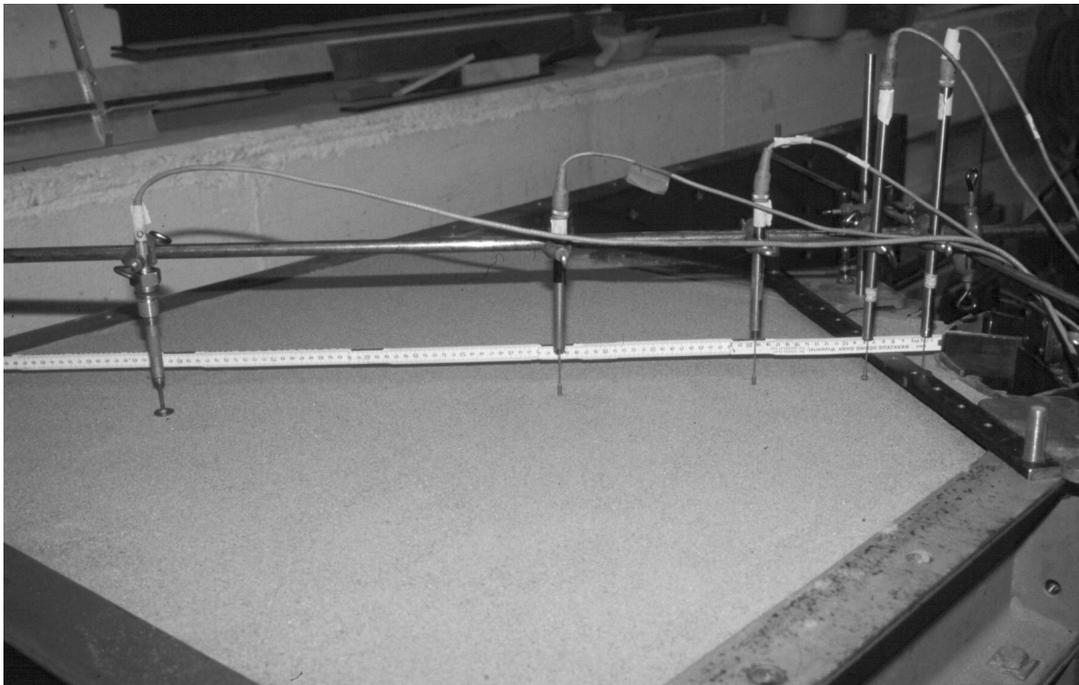


Abbildung 3-14: Setzungsmessung

4 Versuchsergebnisse

Neben einigen Zusatzversuchen wurden jeweils vier Versuche mit dichter und mitteldichter Lagerung des Sandes durchgeführt. Die Versuche mit dichter Lagerung wurden mit D1 bis D4 und die Versuche mit mitteldichter Lagerung mit M1 bis M4 bezeichnet. Der Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung unterscheiden sich nur durch den in Kapitel 3.3 beschriebenen Sandeinbau. Eine Tabelle mit allen durchgeführten Versuchen befindet sich im Anhang B.

4.1 Radialer Erddruck

In der Abbildung 4-1 ist für Versuch D2 die auf die fünf Meßplatten des Schachtes einwirkende Erddruckkraft in Abhängigkeit vom Verschiebungsweg s der Schachtwand dargestellt, wobei die angegebene Tiefe sich jeweils auf die Mitte der Meßplatte bezieht.

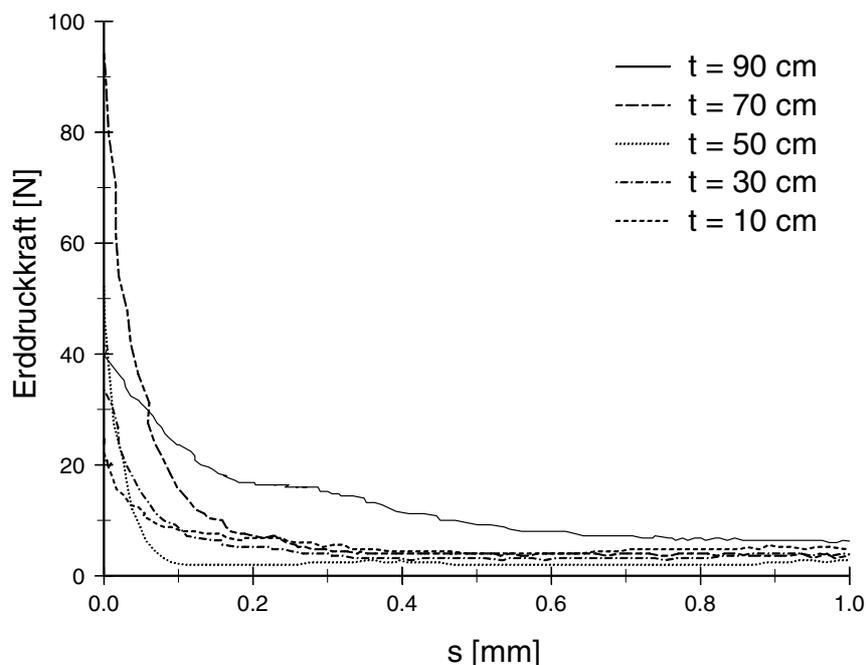


Abbildung 4-1: Erddruckkraft auf die Meßplatten beim Versuch D2

Die Auftragung als Erddruckverteilung bei unterschiedlichen Verschiebungswegen s (Abbildung 4-2) läßt im Ausgangszustand ($s = 0$) eine Störung im Bereich des Schachtbodens erkennen. Ursächlich hierfür können Verformungen der Containerwände und der Schachtwand während des Sandeinbaus in der Größenordnung von 0,1 mm sein. Reduzierung der Verformung durch Steifen oder Vorspannung brachte aber keine entsprechende Verbesserung des Ausgangszustandes.

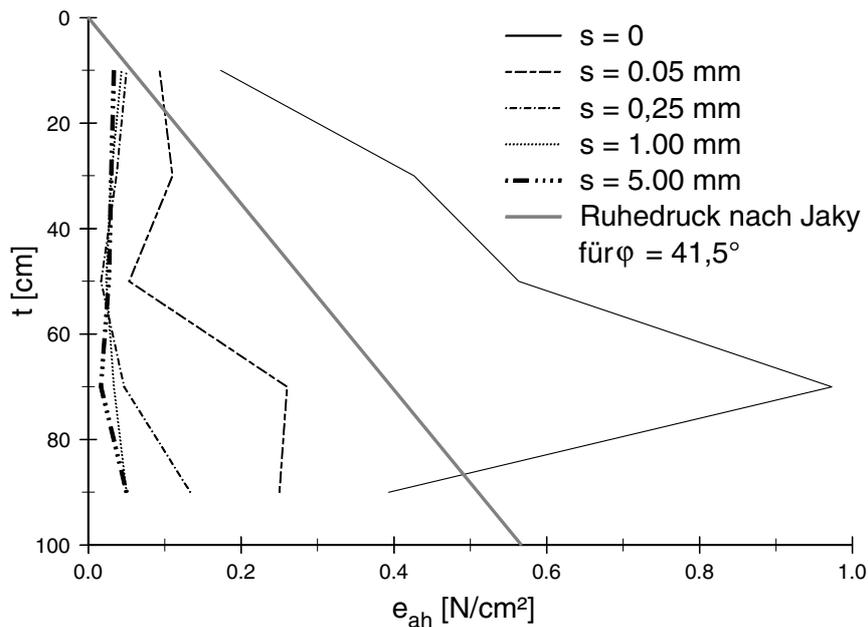


Abbildung 4-2: Erddruckverteilung auf den Schacht (Versuch D2)

Interessanterweise ergeben die im Kapitel 7.14 beschriebenen Berechnungen des räumlichen Erddrucks mit dem Particle Flow Model, bei dem die kugelförmigen Partikel zunächst „rechnerisch“ in einen sektorförmigen Behälter eingeregnet wurden, eine ähnliche Verteilung des Erddrucks im Ausgangszustand. Der Knick im unteren Bereich war dabei nicht so stark ausgebildet, aber doch deutlich zu erkennen. Dagegen nimmt bei der Berechnung des ebenen Ausgangszustandes der Erddruck linear mit der Tiefe zu.

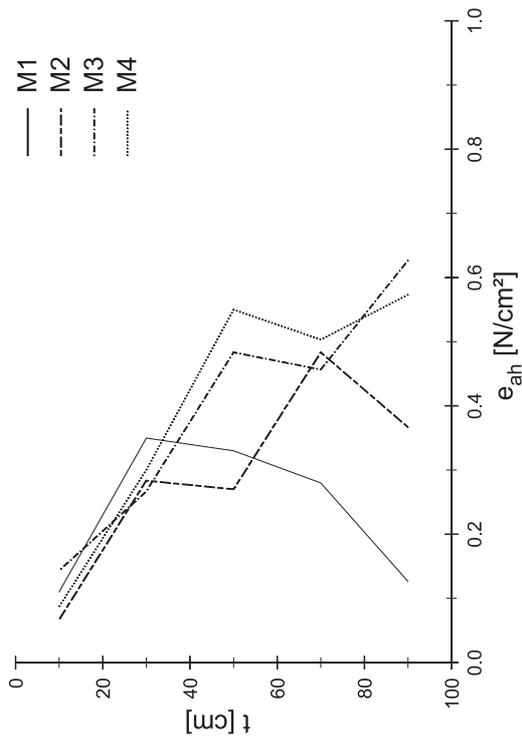
Vergleicht man die Ausgangssituation der Versuche mit dichter bzw. mitteldichter Lagerung, so läßt sich in Abbildung 4-3 a) und b) eine recht gute Reproduzierbarkeit erkennen. Beispielhaft sind in Abbildung 4-3 c) und d) die Erddruckverteilungen für eine Verschiebung von $s = 5 \text{ mm}$ dargestellt. Der Erddruck ist wesentlich kleiner als bei $s = 0$, wobei eine relativ geringe Streuung der Meßwerte gleichartiger Versuche auftritt.

Die bei großen eingepprägten Wandverschiebungen gemessenen Erddruckspannungen stimmen quantitativ mit denen von Walz [92] (Kapitel 2.3.5) in Modellversuchen an runden Senkkästen ermittelten Werten zwischen $e_{ah} = 0,04 \text{ N/cm}^2$ und $e_{ah} = 0,08 \text{ N/cm}^2$ überein.

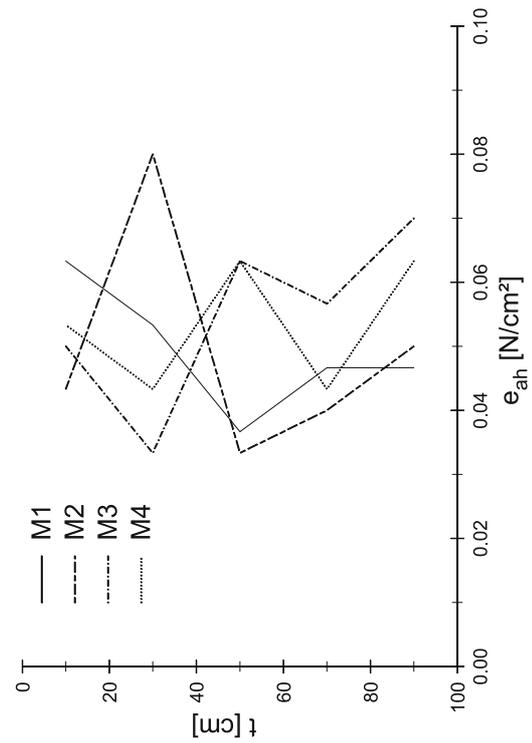
Zur dimensionslosen Darstellung des gemessenen Erddrucks dient der Erddruckbeiwert K , der hier definiert wird als

$$K = \frac{E_h}{A_M \cdot \sigma_z} \quad (4-1)$$

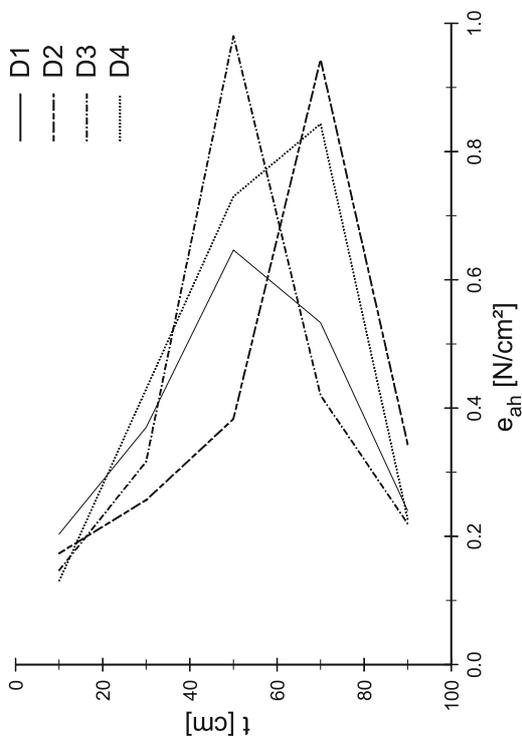
mit E_h die an einer Meßplatte gemessene Erddruckkraft, A_M deren Fläche ($6 \times 20 \text{ cm}$) und σ_z die in der Mitte der Meßplatte theoretisch vorhandene Vertikalspannung $\sigma_z = \gamma \cdot h$ infolge Bodeneigengewicht. Der Verschiebungsweg s wird auf die Schachthöhe ($H = 1000 \text{ mm}$) bezogen.



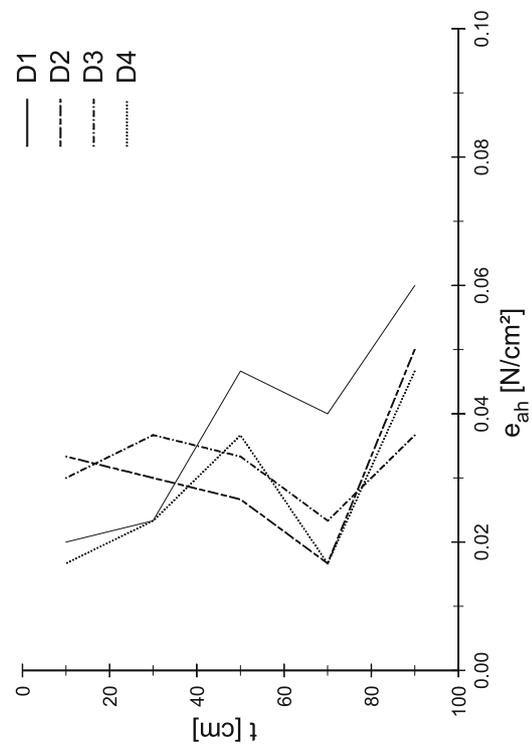
b) Erddruckverteilung bei mitteldichter Lagerung und $s = 0$



d) Erddruckverteilung für mitteldichte Lagerung und $s = 5 \text{ mm}$



a) Erddruckverteilung bei dichter Lagerung und $s = 0$



c) Erddruckverteilung für dichte Lagerung und $s = 5 \text{ mm}$

Abbildung 4-3: Erddruckverteilungen über die Tiefe t

In der Abbildung 4-4 ist der für jeweils einen Versuch über alle fünf Meßplatten gemittelte Erddruckbeiwert K als Funktion des Verschiebungsweges aufgetragen, wobei sich eine gute Reproduzierbarkeit der Meßwerte der Versuche D1 bis D4 zeigt. Bei $s = 0$ ergibt sich ein Erddruckbeiwert zwischen $K_0 = 0,53$ und $K_0 = 0,61$, was wesentlich über den Erdruhedruckbeiwert nach Jaky mit $K_0 = 1 - \sin \varphi$ liegt, wenn der Reibungswinkel mit $\varphi = 41,5^\circ$ angenommen wird ($K_0 = 0,337$ nach Jaky). Neumeuer gibt in einer Zusammenstellung [60] für trockenen Sand K_0 -Werte zwischen 0,7 und 0,35 an, wobei die Werte für Versuche von Terzaghi gelten und hauptsächlich von der Verdichtungsart abhängig sind. Da die Verdichtungsenergie beim Einstreuen des Sandes aus 1 m Höhe sehr groß ist, ist der gemessene Ausgangszustand für einen dichten, trockenen Sand im Vergleich zu den Versuchen von Terzaghi schlüssig.

In Abbildung 4-4 wird deutlich, daß der Erddruck auf den Schacht mit zunehmender Wandverschiebung schnell abfällt. Schon nach 0,2 ‰ Verschiebung, bezogen auf die Schachthöhe, (d. h. nach 0,2 mm) ist der Erddruck auf 20 % des Ausgangswerts (ca. $K = 0,12$), nach 0,5 ‰ Verschiebung auf ca. 10 % (zwischen $K = 0,06$ und $K = 0,08$) abgefallen. Bei annähernd 1 ‰ Verschiebung ist asymptotisch der Endwert von $K = 0,03$ bis $K = 0,05$, das sind etwa 5 % des Ausgangserddrucks, erreicht.

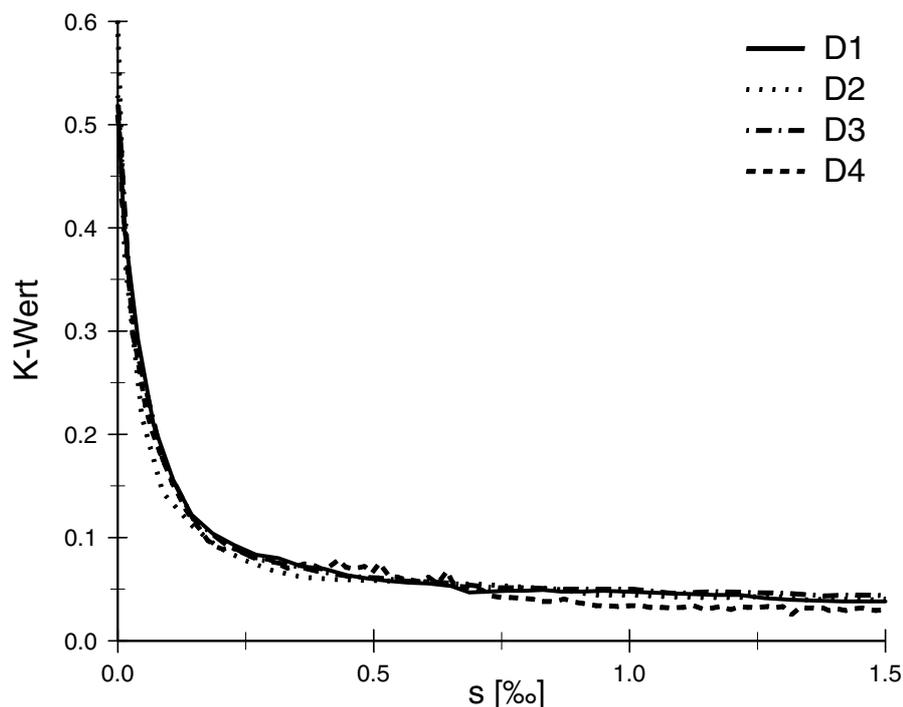


Abbildung 4-4: Erddruckverlauf für Versuche mit dichter Lagerung

Bei mitteldichter Lagerung ist der Verlauf der gemessenen Erddruckbeiwerte als Funktion der Verschiebungen nicht so synchron wie bei dichter Lagerung. Die erreichten Endwerte stimmen aber wieder gut überein. Eine Ursache für die Abweichungen kann in der größeren

Streuung der tatsächlich hergestellten Lagerungsdichten und der Empfindlichkeit gegen Erschütterungen liegen.

Der K_0 -Wert bei den Versuchen mit mitteldichter Lagerung liegt nach dem Einstreuen zwischen 0,37 und 0,57 und damit im unteren Bereich der Spanne, die Neumeuer für trockenen Sand angibt. Ausschlaggebend dafür ist die geringe Fallhöhe des Sandes von 5 cm beim Einbau. Nach einem Verschiebungsweg von $s = 0,5 \text{ ‰}$ ist der Erddruck auf 30 % (K -Wert zwischen 0,11 und 0,18) und bei $s = 1 \text{ ‰}$ auf 20 % (K -Wert zwischen 0,08 und 0,12) des Ausgangswerts abgefallen. Erst ab 3 ‰ Verschiebung, bezogen auf die Schachthöhe, ergibt sich keine Verringerung des Erddrucks und die K -Werte liegen sehr eng beieinander (0,07 bis 0,08).

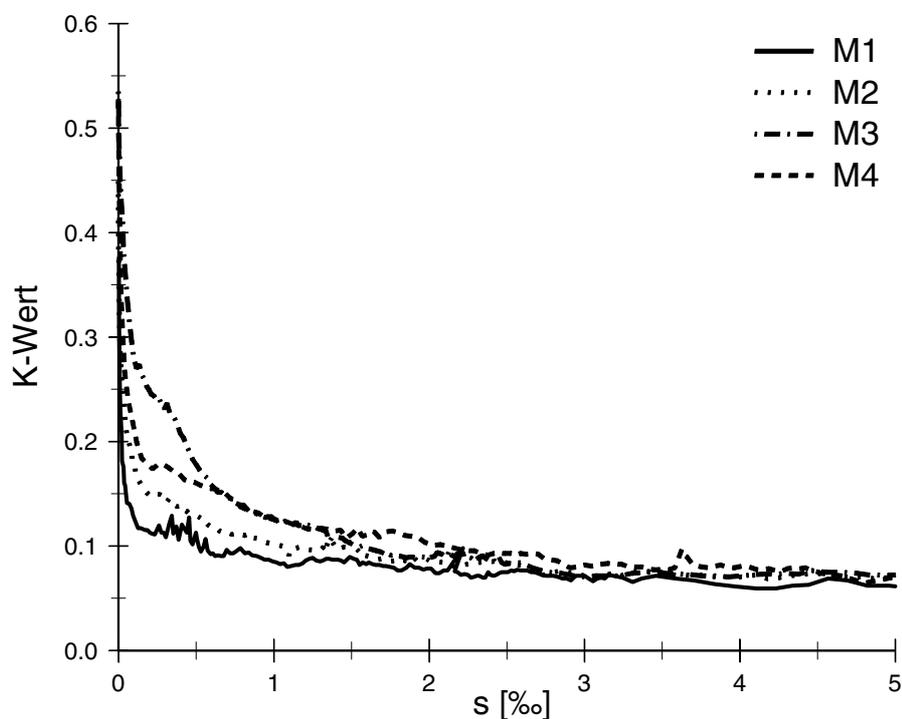


Abbildung 4-5: Erddruckverlauf für Versuche mit mitteldichter Lagerung

Im Vergleich zur dichten Lagerung ist deutlich der langsamere Erddruckabfall zu erkennen. Die Erddruckbeiwerte im aktiven Grenzzustand sind bei gleichem Verschiebungsweg doppelt so groß. Aus beiden Versuchstypen ergibt sich ein aktiver Erddruckbeiwert K_{ah} , der wesentlich kleiner ist als der für den ebenen Erddruck nach der Theorie von Coulomb. Unter der Annahme, daß der Wandreibungswinkel δ am Schacht, der aus glattem Stahl besteht, mit Öl bestrichen und mit einer elastischen Folie beklebt ist, gleich $\frac{1}{2} \varphi$ ist, berechnet sich für eine senkrechte Wand und ebenes Gelände der Erddruckbeiwert zu

$$K_{ah} = \frac{\cos^2(\varphi)}{\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\delta)}}\right]^2} \quad (4-1)$$

$K_{ah} = 0,175$, bei dichter Lagerung mit $\varphi = 41,5^\circ$

$K_{ah} = 0,235$, bei mitteldichter Lagerung mit $\varphi = 35^\circ$

Nach den Versuchsergebnissen beträgt der räumlichen Erddruck für einen Räumlichkeitsbeiwert n von 2,5 bei dichter Lagerung nur 15 bis 30 % der Größenordnung des ebenen aktiven Erddrucks und bei mitteldichter Lagerung nur 30 bis 35 %.

4.2 Ringdruck

Bei allen Versuchen wurde auch der Ringdruck mit Hilfe der in Kapitel 3.2.5 beschriebenen Meßeinrichtung erfaßt. Wie bereits erwähnt, wurde aufgrund der weicheren Stützung der Ringdruckmeßplatten eine im Vergleich mit dem radialen Erddruck wesentlich kleinere Ruhe-druckspannung gemessen (Tabelle 4-1 und Abbildung 4-6 a) und b).

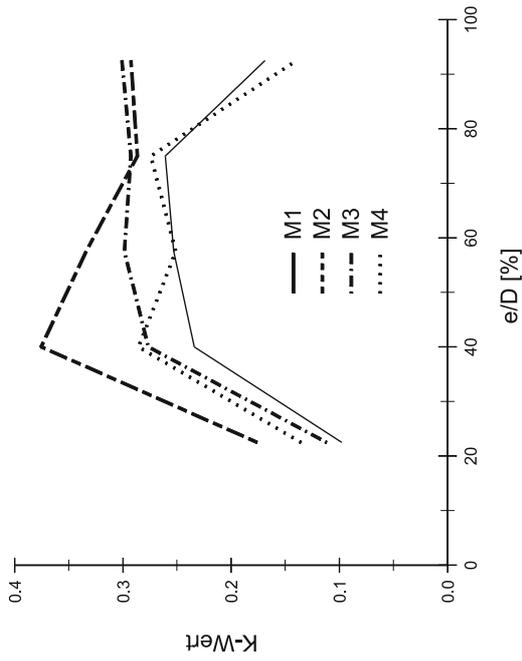
Tabelle 4-1: Erdruhedruckbeiwerte K_0 aus Modellversuchen

Versuchstyp	K_0^{radial}	$K_0^{\text{tangential}}$
D	0,53 bis 0,61	0,05 bis 0,2
M	0,37 bis 0,57	0,1 bis 0,38

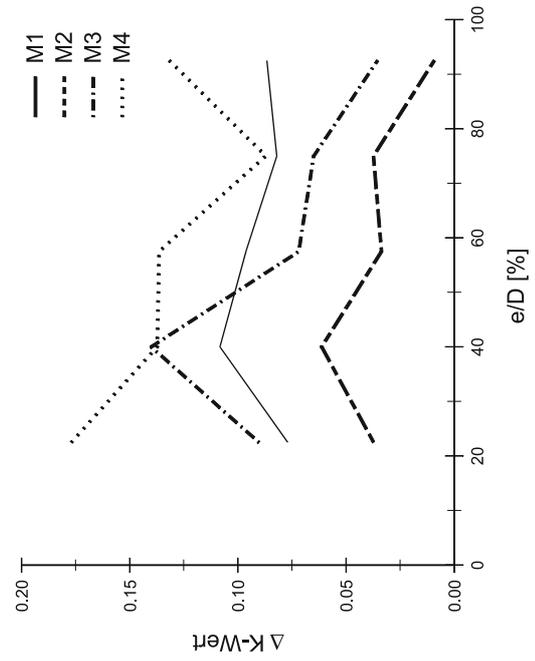
In den folgenden Diagrammen ist auf der Abszisse der horizontale Abstand e des Mittelpunktes der fünf Meßplatten von der Schachtwand bezogen auf den Durchmesser D des Schachtes aufgetragen. Die Verteilung des Ringdrucks ist nicht konstant, die äußeren Platten haben einen wesentlich geringeren Ausgangsspannungszustand, was auf eine Gewölbebildung zu den angrenzenden steiferen Wandbereichen zurückgeführt werden kann. Im weiteren wird nur der Zuwachs des Ringdrucks bei größer werdender Wandverschiebung betrachtet.

Die Abbildung 4-6 c) und d) zeigen den Ringdruckzuwachs für die Versuchstypen D und M bei einer Verschiebungen von $s = 5 \text{ ‰}$. Wie schon beim radialen Erddruck ist die Reproduzierbarkeit bei Versuchstyp D besser als bei Typ M. Der Zuwachs des Ringdrucks ist bei dichter Lagerung in Schachtnähe größer und nimmt dann mit wachsender Entfernung rasch ab. Bei mitteldichter Lagerung ist diese Tendenz nicht so ausgeprägt.

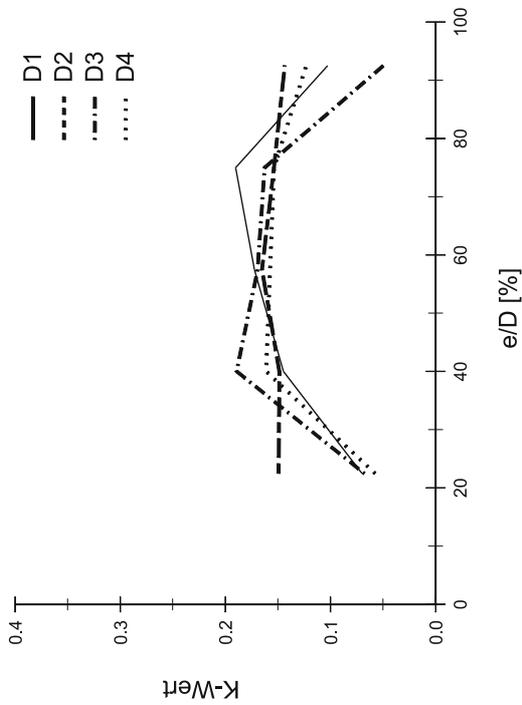
Durch die unterschiedliche Größe der in Kapitel 5.1 ermittelten Bruchkörper für Versuchstyp D und M wird der in Abbildung 4-6 c) und d) wiedergegebene größere Einflußbereich für mitteldicht gelagerten Sand bestätigt.



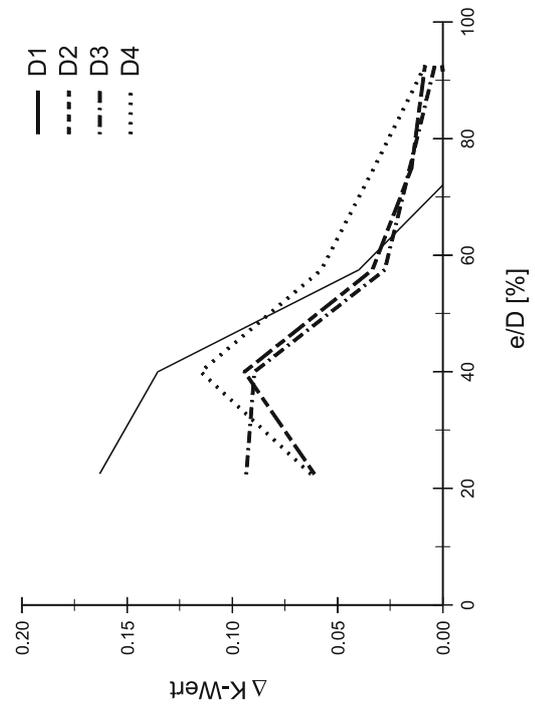
b) Ringdruck bei Typ M und s = 0



d) Ringdruckzuwachs bei Typ M und s = 5 %



a) Ringdruck bei Typ D und s = 0



c) Ringdruckzuwachs bei Typ D und s = 5 %

Abbildung 4-6: Ringdruckverteilung

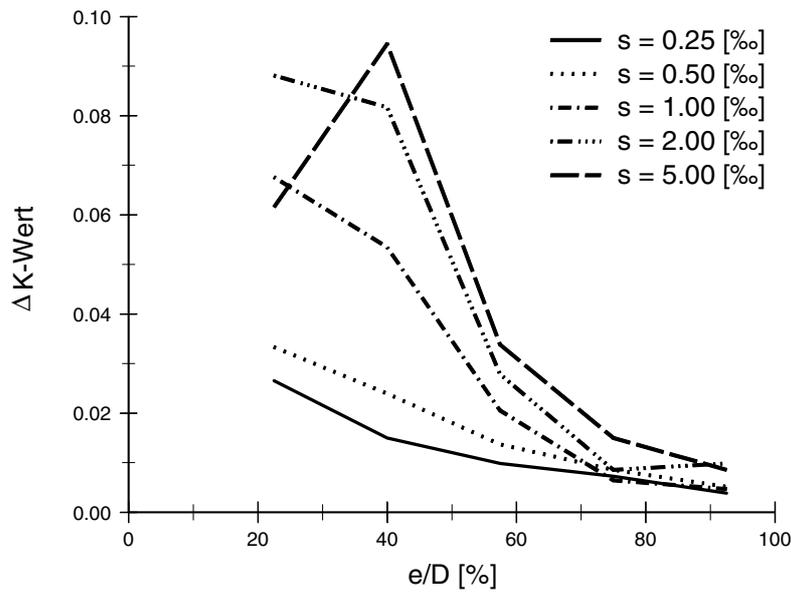


Abbildung 4-7: Ringdruckentwicklung bei Versuch D2

Die Abbildung 4-7 zeigt exemplarisch, daß die Zunahme des Ringdrucks mit wachsender Wandverschiebung insgesamt ansteigt, besonders in der Nähe der Schachtwand. Dort fällt der Ringdruck nach großen Verschiebungen ($s > 2 ‰$) wieder ab, im übrigen Bereich ist noch eine leichte Zunahme zu beobachten. Die Ringdruckkraft bleibt also auch nach Ausbildung des aktiven Bruchkörpers insgesamt erhalten.

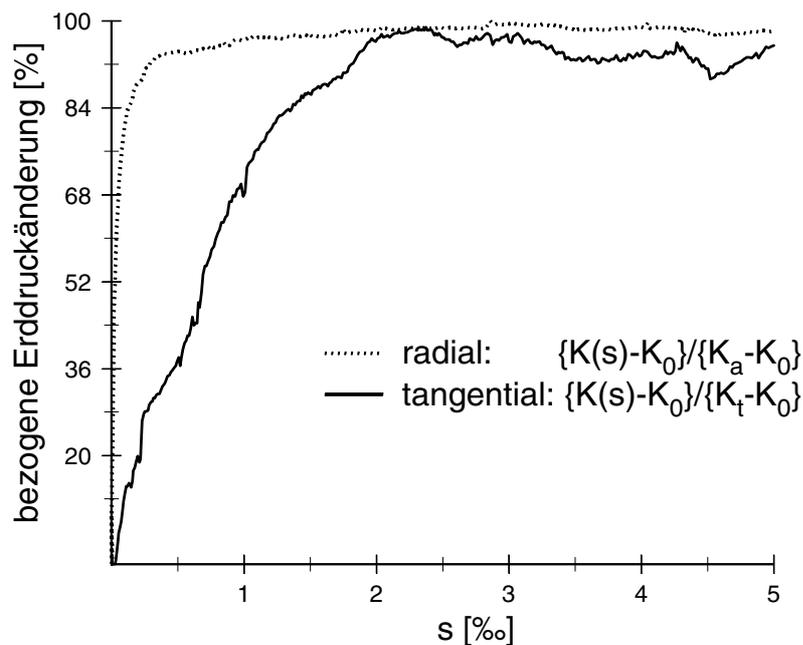


Abbildung 4-8: Radiale und tangentielle Spannungsänderung bei Versuch D2

Dies läßt sich auch anhand der Abbildung 4-8 erkennen, in der der Zuwachs der tangentialen Ringdruckspannung und der Abfall der radialen Erddruckspannungen in Abhängigkeit vom Verschiebungsweg aufgetragen sind, wobei der maximale bzw. minimale Wert jeweils auf 100 % geeicht wurde. Der Anstieg des Ringdrucks ist langsamer als der Abfall des radialen Erddrucks. Diese Aussage ist aber unsicher, da der Rand der ersten Meßplatte 5,5 cm vom Schacht entfernt ist (siehe Kapitel 3.2.5). Steigt der Ringdruck außerhalb des Meßbereichs, wie aus Abbildung 4-7 links vermutet werden kann, bei kleinen Wandverschiebungen schnell an, um bei großen Wandverschiebungen wieder abzufallen. Zusätzlich kann sich aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten der Meßplatten im Vergleich zur Containerwand ein vertikales Gewölbe, das bei größeren Verformungen wieder zerstört wird, ausbilden. Daraus ergibt sich für den tatsächlichen Meßbereich ein verspäteter Anstieg des Ringdrucks. Die in Kapitel 7.15 beschriebenen Berechnungen zeigen, daß der tangentiale Erddruckabfall synchron zum radialen Erddruckanstieg verläuft.

4.3 Setzungen

Die Setzungen an der Geländeoberfläche wurden bei allen Versuchen gemessen. Da in Schachtnähe größere Setzungsdifferenzen zu erwarten waren, war der Abstand der Wegaufnehmer nicht gleichmäßig sondern gestaffelt. In der Abbildung 4-9 a) und b) wird die Setzung für alle Versuche bei einer großen eingepprägten Verschiebung von $s = 10 ‰$ in Abhängigkeit vom Abstand der Wegaufnehmer von der Schachtwandung bezogen auf den Schachtdurchmesser e/D dargestellt. Die Setzungen bei mitteldichter Lagerung sind in Schachtnähe geringer und die Setzungsmulde verläuft gleichmäßiger sowie bis in größere Entfernung als bei dichter Lagerung. Bei Versuchstyp D entstand in einem Abstand von $e/D = 40$ bis $70 ‰$ eine Geländestufe in Form einer Böschung mit einer Höhe von 2 bis 3 cm und gleicher Breite. Diese war bei Versuchen nach Typ M nicht zu beobachten.

Die Entwicklung der Setzung mit zunehmender Wandverschiebung ist in Abbildung 4-9 c) und d) für die Versuche D2 bzw. M2 wiedergegeben. Sie sind repräsentativ für den jeweiligen Versuchstyp. Bei allen Versuchen des Typs D kann eine überlineare Zunahme der Setzung bei einer Wandverschiebung von $s = 5 ‰$ bis $s = 8 ‰$ in einem Abstand von 2 cm ($e/D = 5 ‰$) und 8 cm ($e/D = 20 ‰$) von der Schachtwand beobachtet werden. Dieses entspricht einer Zunahme der „Setzungsgeschwindigkeit“ bezogen auf die Wandverschiebung. Bei Versuchstyp M existiert eine solche Zunahme der „Setzungsgeschwindigkeit“ nicht, dafür ist sie bereits zu Beginn größer. Erst bei Wandverschiebungen größer als $s = 7 ‰$ erreichen im Versuchstyp D die Setzungen im Abstand von 2 und 8 cm größere Werte als im Typ M. Die Setzungen im Abstand von 20 cm ($e/D = 50 ‰$), 40 cm ($e/D = 100 ‰$) und 80 cm ($e/D = 200 ‰$) sind bei dichter Lagerung immer kleiner als bei mitteldichter.

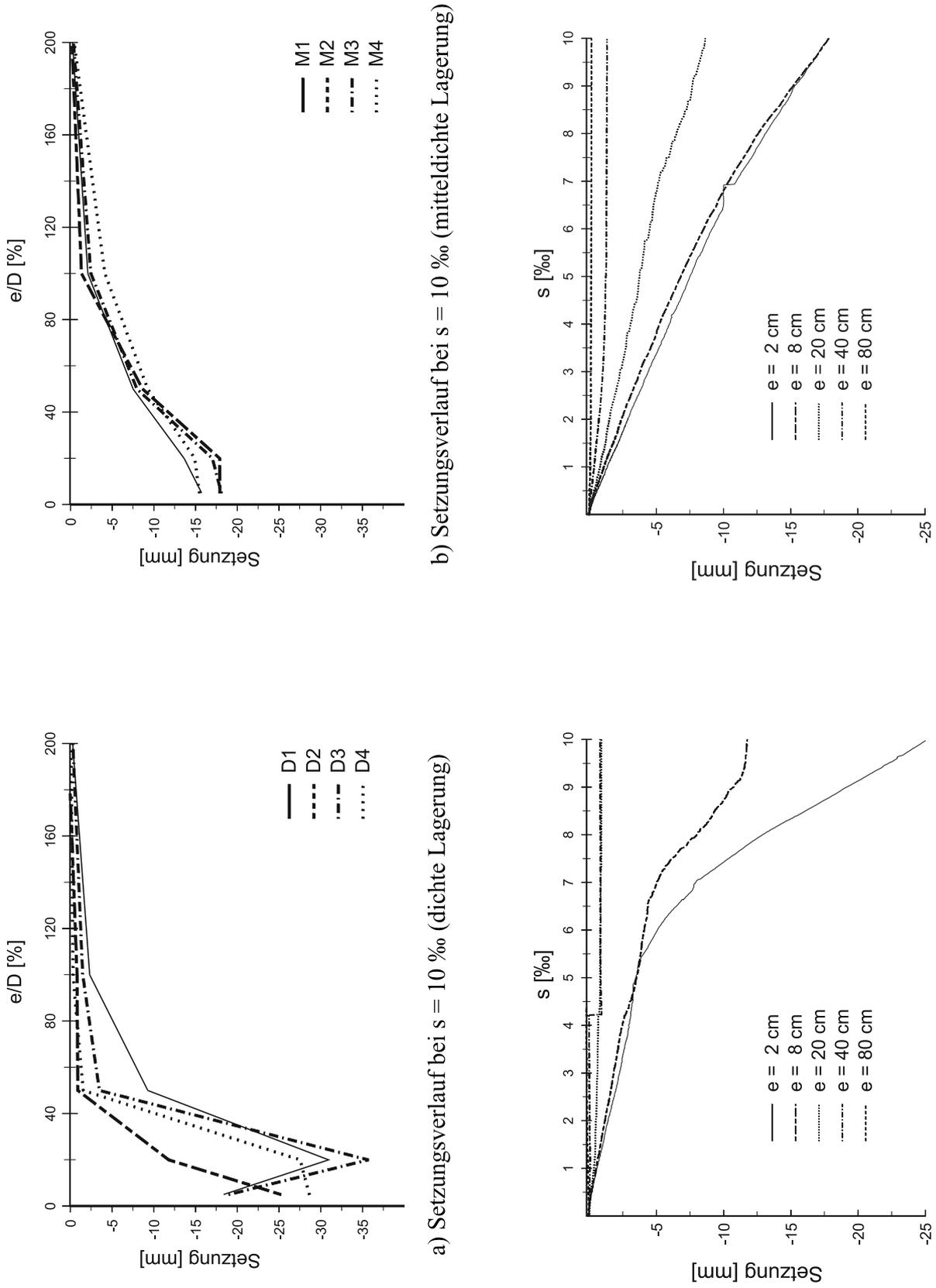


Abbildung 4-9: Setzungsmessungen an der Geländeoberfläche

4.4 Volumenmessung

Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, wurde das Volumen der Setzungsmulde V_{Mulde} an der Oberfläche bei allen Versuchen bestimmt. Durch die eingeprägte Horizontalverschiebung des Schachtes wird das Volumen des Versuchscontainers vergrößert. Aus dem nach Versuchsende gemessenen Volumen V_{Mulde} und der anhand der Verschiebung berechneten Volumenzunahme des Versuchscontainers $\Delta V_{\text{Container}}$ ergeben sich die in Tabelle 4-2 aufgelisteten Verhältniszahlen.

Tabelle 4-2: Volumenverhältnis $\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}}$

Versuch	s	$\Delta V_{\text{Container}}$	V_{Mulde}	$\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}}$
	[mm]	[cm ³]	[cm ³]	[-]
D1	10,35	3167,4	488,9	6,5
D2	10,41	3185,2	565,7	5,6
D3	10,41	3185,3	433,9	7,3
D4	10,24	3133,4	651,1	4,8
M1	10,67	3262,7	2697,4	1,2
M2	10,81	3304,3	3038,5	1,1
M3	10,30	3152,5	2901,2	1,1
M4	10,36	3170,4	3208,4	1,0

Für die Versuche mit dichter Lagerung bedeutet das Verhältnis $\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}} \gg 1$ eine starke Auflockerung des Bodens, die bei mitteldichter Lagerung mit $\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}} \approx 1$ vermutlich nicht stattgefunden hat, was eine weitgehend volumenkonstante Verformung voraussetzt.

5 Zusätzliche Modellversuche

5.1 Ermittlung des Bruchkörpers

Zur Bestimmung der möglichen Form des Bruchkörpers bei Einprägung großer Verformungen bzw. der Scherfläche wurden zusätzliche Versuche mit horizontal eingestreuten Gipsschichten durchgeführt, sowohl mit dichter Lagerung des Sandes (DG) als auch mit mitteldichter Lagerung (MG). Diese Versuchsmethode eignet sich besonders zur Untersuchung eines Linienbruchs bei monolithischen Bruchkörpern und nur eingeschränkt bei einem Zonenbruch. Verzerrungen im Kontinuum lassen sich mit eingestreuten Gipsschichten nicht erfassen. Da die unterschiedliche Einbautechnik für den Sand gegenüber den Standardversuchen die Meßwerte beeinflusste, wurden Ringdruck, Radialdruck und Setzungen gemessen, aber im weiteren nicht verwendet. Vergleiche mit den Standardversuchen D bzw. M zeigen, daß sich die Ergebnisse für Versuch DG nur geringfügig unterscheiden, jedoch bei Versuch MG stärker abweichen. Dies folgt aus der etwas größeren Verdichtung beim schichtweisen Einbau des Sandes, der im weiteren beschrieben wird.

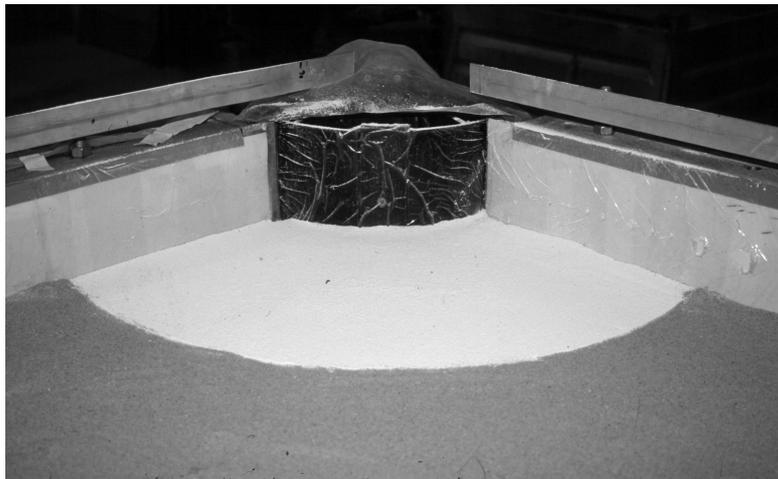
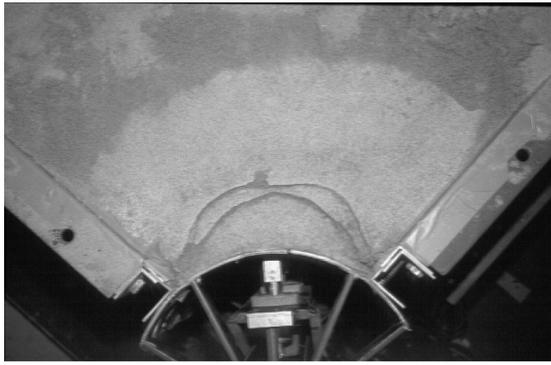


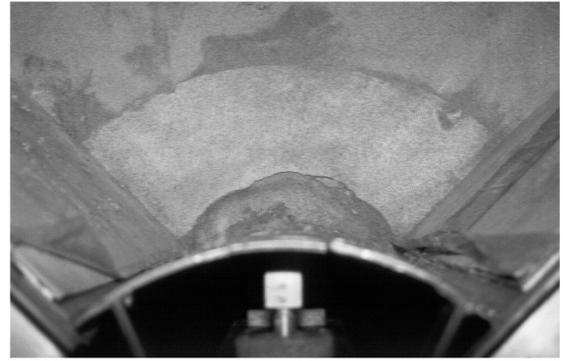
Abbildung 5-1: Eingestreuete Gipsschicht

In verschiedenen Tiefen t ab Oberkante Schacht wurde der eingestreuete Sand mit der in Kapitel 3.3 beschriebenen Abziehvorrichtung im Bereich des Schachtes eingeebnet, darauf dünne Lagen Gips eingestreut (Abbildung 5-1) und anschließend bis zur nächsten Gips-schichtlage weiter Sand eingebaut. Der weitere Versuchsablauf kann Kapitel 3 entnommen werden. Bei einer eingepprägten Verschiebung des Schachtes von $s \approx 10$ mm (bzw. 10 ‰ der Schachthöhe) wurde der Versuch beendet und das Volumen der Setzungsmulde an der Geländeoberfläche mit der Volumenersatzmethode bestimmt. Abweichend von den Standardversuchen wurde dafür eine Bentonitsuspension (Fließgrenze $\tau_f = 100$ N/m² und Filtratwasserabgabe $f = 7$ ml) verwendet.



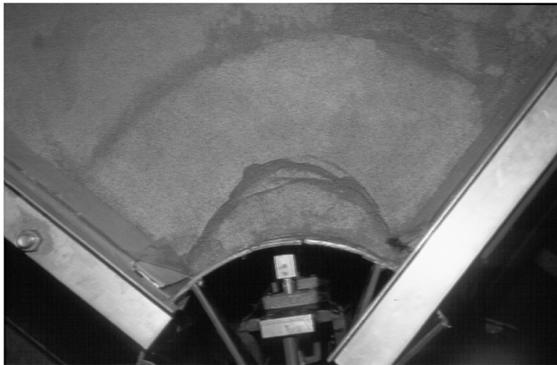
t = 133 mm

$\Delta s = 30$ mm



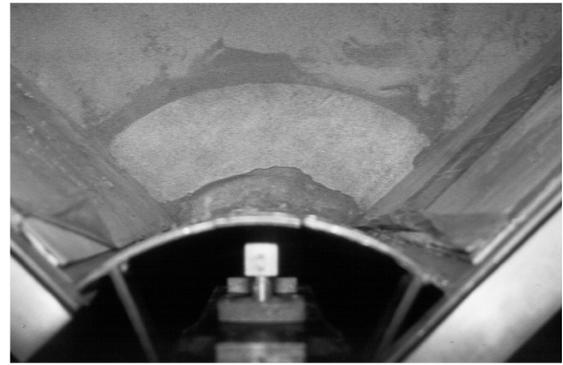
t = 800 mm

$\Delta s = 26$ mm



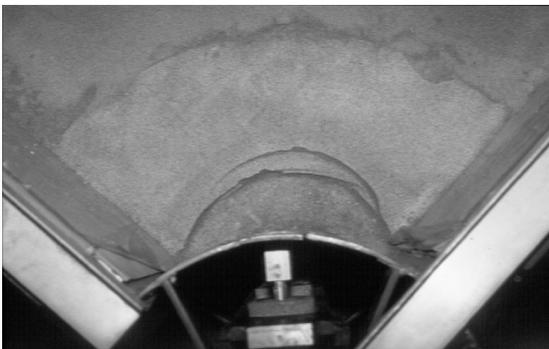
t = 200 mm

$\Delta s = 29$ mm



t = 866 mm

$\Delta s = 25$ mm



t = 400 mm

$\Delta s = 29$ mm



t = 933 mm

$\Delta s = 15$ mm



t = 600 mm

$\Delta s = 25$ mm



t = 1000 mm

$\Delta s = 0$ mm

Abbildung 5-2: Gipsschichten beim Versuch DG

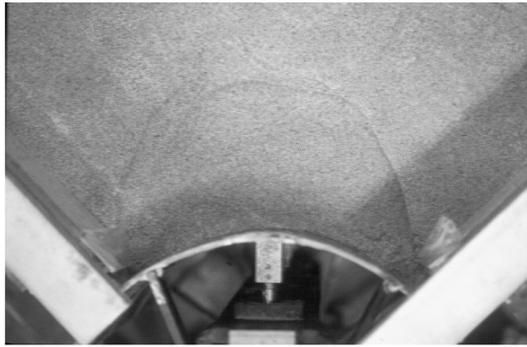
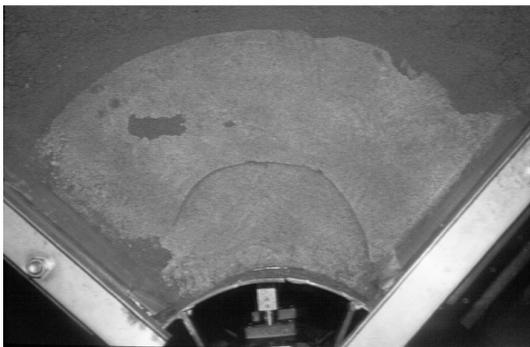
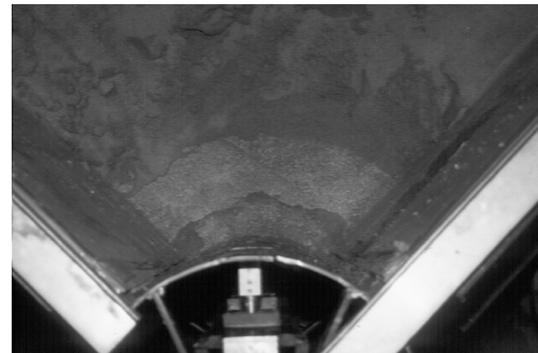
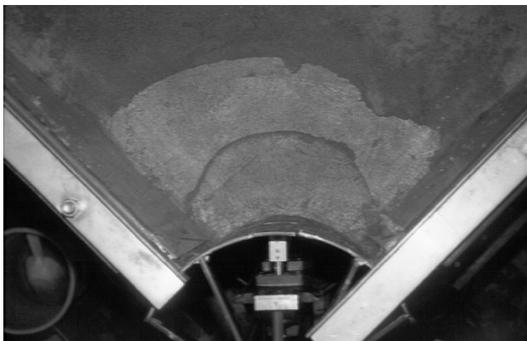
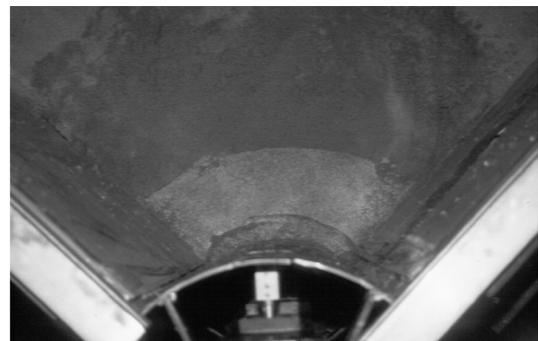
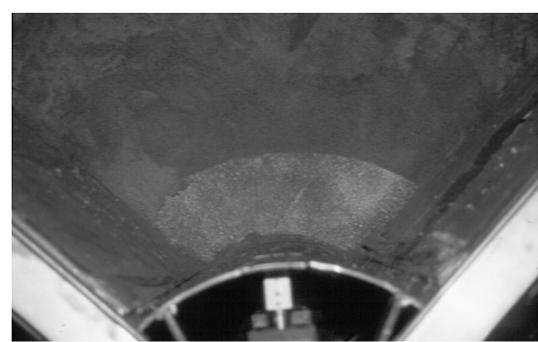
 $t = 133 \text{ mm}$ $\Delta s = 3 \text{ mm}$  $t = 800 \text{ mm}$ $\Delta s = 4 \text{ mm}$  $t = 200 \text{ mm}$ $\Delta s = 4 \text{ mm}$  $t = 866 \text{ mm}$ $\Delta s = 5 \text{ mm}$  $t = 400 \text{ mm}$ $\Delta s = 5 \text{ mm}$  $t = 933 \text{ mm}$ $\Delta s = 3 \text{ mm}$  $t = 600 \text{ mm}$ $\Delta s = 4 \text{ mm}$  $t = 1000 \text{ mm}$ $\Delta s = 0 \text{ mm}$

Abbildung 5-3: Gipsschichten bei Versuch MG

Der Sand wurde schließlich mit Wasser angefeuchtet, so daß die Gipsschichten abbinden konnten. Danach wurden die Schichten nacheinander von oben nach unten freigelegt, vermessen und fotografiert. Die Fotos der einzelnen Gipsschichten für die Versuche DG und MG sind in Abbildung 5-2 und Abbildung 5-3 mit Angabe der Schichttiefe t und des vertikalen Setzungssprungs der Gipsschicht am Bruchkörper Δs zusammengestellt.

Der durch die verformte Gipsschicht erkennbare Bruchkörper ist an den Seitenwänden wesentlich kleiner als im mittleren Bereich, wo sich eine runde, der Schachtwand konzentrische Bruchkante ausbildet. In dem mittleren Bereich liegt das Meßelement für den radialen Erddruck. Der Querschnitt des Bruchkörpers in der Symmetrieebene wurde in Abbildung 5-4 dargestellt. An der Geländeoberfläche ist es aufgrund der in Kapitel 4.3 erwähnten Böschung nicht möglich, den Bruchkörper exakt zu bestimmen.

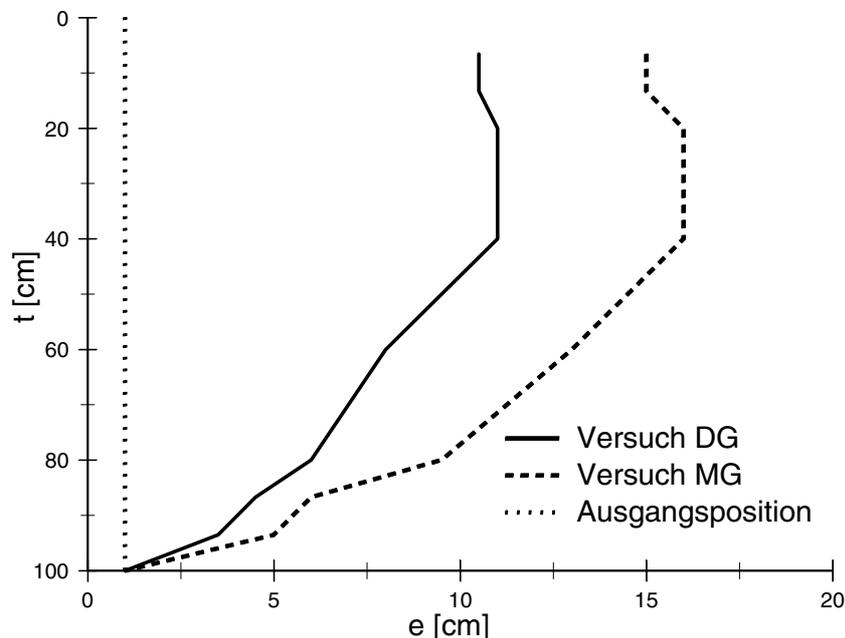


Abbildung 5-4: Bruchkörper bei Versuch DG und MG

Der Bruchkörper bei Versuch MG ist wesentlich größer und die Scherfuge am Schachtfuß flacher geneigt als beim Versuch DG. Insgesamt kann der Bruchkörper für beide Versuche mit einem Kegelstumpf (zwischen $t = 1000$ mm und $t = 400$ mm) und einem aufgesetzten Zylinder (zwischen $t = 400$ mm bis 0 mm) beschrieben werden.

Dies bestätigt zwar die grundlegende theoretische Annahme von Walz [94], die absoluten geometrischen Abgrenzungen von Kegelstumpf zum Zylinder stellten sich im Versuch aber anders ein als nach dieser Theorie. Für eine dichte Lagerung ($\varphi = 41,5^\circ$, $\delta = 1/2 \cdot \varphi$ und $K_t = 1$) ergeben sich nach Walz der Knickpunkt der Gleitfläche in $t = 350$ mm (Versuch DG: $t \approx 400$ mm) und eine Öffnungsweite von $\Delta R = 237$ mm (Versuch DG: $\Delta R \approx 100$ mm). Für den Versuch MG ($\varphi = 35^\circ$, $\delta = 1/2 \cdot \varphi$ und $K_t = 0,9$) berechnen sich die entsprechenden Werte zu $t = 250$ mm (Versuch MG: $t \approx 400$ mm) und $\Delta R = 334$ mm (Versuch MG: $\Delta R \approx 150$ mm). Die im Modellversuch gemessenen Bruchkörper sind demnach deutlich kleiner.

Einen weiteren Hinweis auf unterschiedliches Verhalten des Bodens bei den Versuchen DG und MG geben die verminderten Setzungssprünge in den Gipsschichten am Rand des Bruchkörpers. Beträgt die Setzungsdifferenz bei Versuch DG maximal $\Delta s = 30$ mm, so sind es bei Versuch MG nur noch $\Delta s = 4$ mm. Es ist zu vermuten, daß sich bei lockerer Lagerung zunächst ein Zonenbruch ausbildet und erst bei großen Verschiebungen ein mehr oder weniger monolithischer Bruchkörper entsteht, während sich bei dichter Lagerung direkt ein Bruchkörper auf einem Linienbruch bildet. Die Volumenbestimmung der Setzungsmulde ergab bei diesen Versuchen folgende Werte.

Tabelle 5-1: Volumenverhältnis $\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}}$

Versuch	s	$\Delta V_{\text{Container}}$	V_{Mulde}	$\Delta V_{\text{Container}}/V_{\text{Mulde}}$
	[mm]	[cm ³]	[cm ³]	[-]
DG	10,10	3092,9	572,7	5,4
MG	10,50	3212,1	2193,5	1,5

Die Flächengröße der im Bruchkörper verschobenen Gipsschichten wurden ausgemessen und hieraus mit dem vertikalem Abstand der Schichten das Volumen des Bruchkörpers abgeschätzt. Zum Versuchsende wird dieses unter Berücksichtigung der Setzungsmulde bei Versuch DG zu $V_{\text{Bruch}}^{\text{Ende}} = 22080$ cm³ berechnet, im Ausgangszustand ist $V_{\text{Bruch}}^{\text{Anfang}} = 19670$ cm³ bei einer Wichte von $\gamma = 16,9$ kN/m³. Damit ergibt sich eine Auflockerung des Sandes im Bruchkörper bis zu einer Wichte $\gamma = 15,1$ kN/m³.

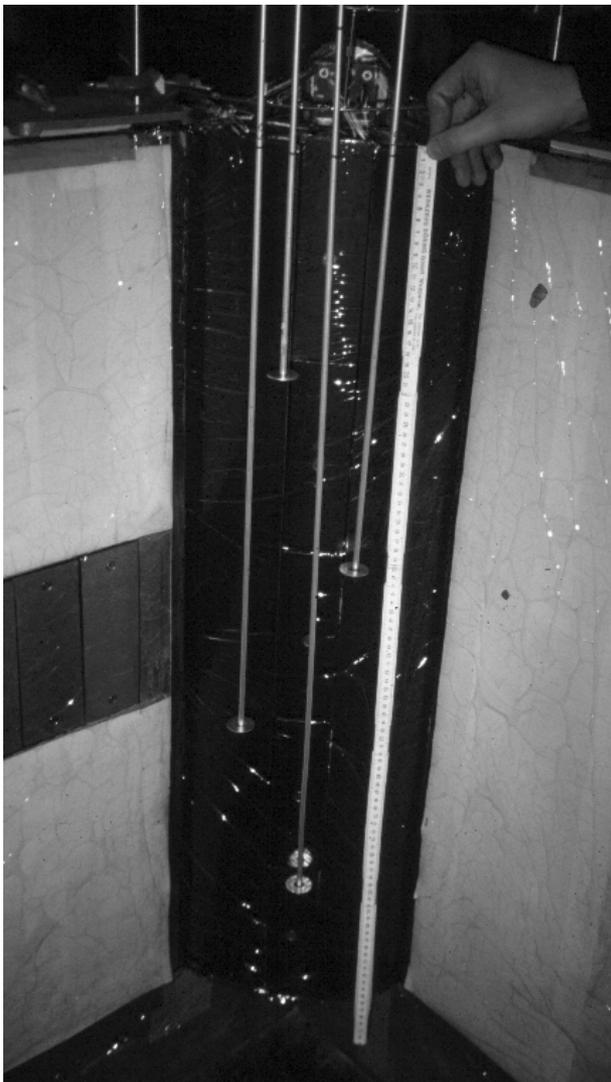
Wie sich aus dem geringen Verhältnis $\Delta V_{\text{container}}/V_{\text{mulde}}$ bei Versuch MG (Tabelle 5-1) schließen läßt, findet dort eine wesentlich geringere Auflockerung statt, was sich auch beim Vergleich der nach dem oben beschriebenen Verfahren berechneten Volumen zeigt:

Beim Versuch MG ist $V_{\text{Bruch}}^{\text{Anfang}} = 34160$ cm³ bei einer Wichte von $\gamma = 15,6$ kN/m³ und $V_{\text{Bruch}}^{\text{Ende}} = 34620$ cm³ bei einer Wichte im Bruchkörper von $\gamma = 15,3$ kN/m³. Bei beiden Versuchen wird nach Einprägung großer Verschiebungen und damit Bodenverzerrungen im Bruchkörper annähernd die gleiche Wichte erreicht, wobei das zugehörige Porenvolumen n_0 zwischen 42 % und 43 % liegt und damit etwa dem kritischen Porenvolumen n_{krit} für den verwendeten Sand entspricht. Bei weiterer Verschiebungen des Schachtes findet also keine zusätzliche Auflockerung des Bruchkörpers mehr statt. Das größer werdende Volumen des Versuchscontainers führt zu Setzungen an der Geländeoberfläche, was sich durch die Zunahme der „Setzungsgeschwindigkeit“ (Abbildung 4.9 c) belegen läßt. Die Zunahme der „Setzungsgeschwindigkeit“ ist also ein Indikator für die vollständige Auflockerung des Bruchkörpers.

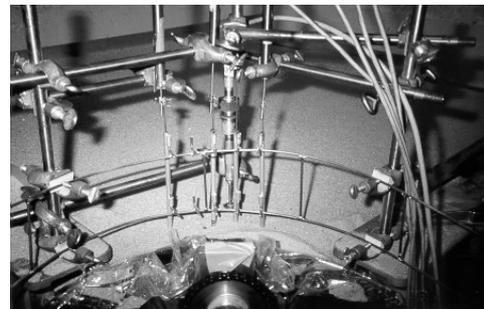
Da mit eingestreuten Gipsschichten nur der Bruchkörper für eine bestimmte Verschiebung (in diesem Fall $s = 10$ mm) ermittelt werden kann, wurden anschließend Versuche mit Extensometern durchgeführt. Diese ermöglichen eine kontinuierliche Beobachtung der Auflockerungen des Bruchkörpers in verschiedenen Tiefen.

5.2 Setzungsmessung mit Tiefenextensometern

Um das Setzungsverhalten innerhalb des Bruchkörpers zu ermitteln, wurden einige Versuche DE mit Tiefenextensometern bei dichter Lagerung im Ausgangszustand durchgeführt. Der Versuchsaufbau entspricht dem Versuchstyp D. Es wurden 4 Stangenextensometer mit verschiedenen Längen eingebaut. Dadurch konnten in den Tiefen $t = 200, 400, 600$ und 800 mm (Abbildung 5-5 a) die Setzungen gemessen werden. Die Extensometer bestehen aus einem Hüllrohr und einem inneren runden Stab, an dessen unterem Ende eine Scheibe angebracht ist. Das Hüllrohr wurde für den Einbau oberhalb des Containers an einer schmalen Haltekonstruktion befestigt, um das Einstreuen des Sandes möglichst wenig zu behindern. Nach Erreichen einer bestimmten Einbauhöhe wurden die Scheiben auf der Sandoberfläche abgesetzt (Abbildung 5-5 c) und die Zwischenräume an den Rohrenden mit Schmierfett verschlossen. Die Extensometerverschiebungen wurden mit vier Wegaufnehmer (Abbildung 5-5 b) gemessen.



a) Hüllrohre



b) Haltekonstruktion



c) Einbau

Abbildung 5-5: Tiefenextensometer

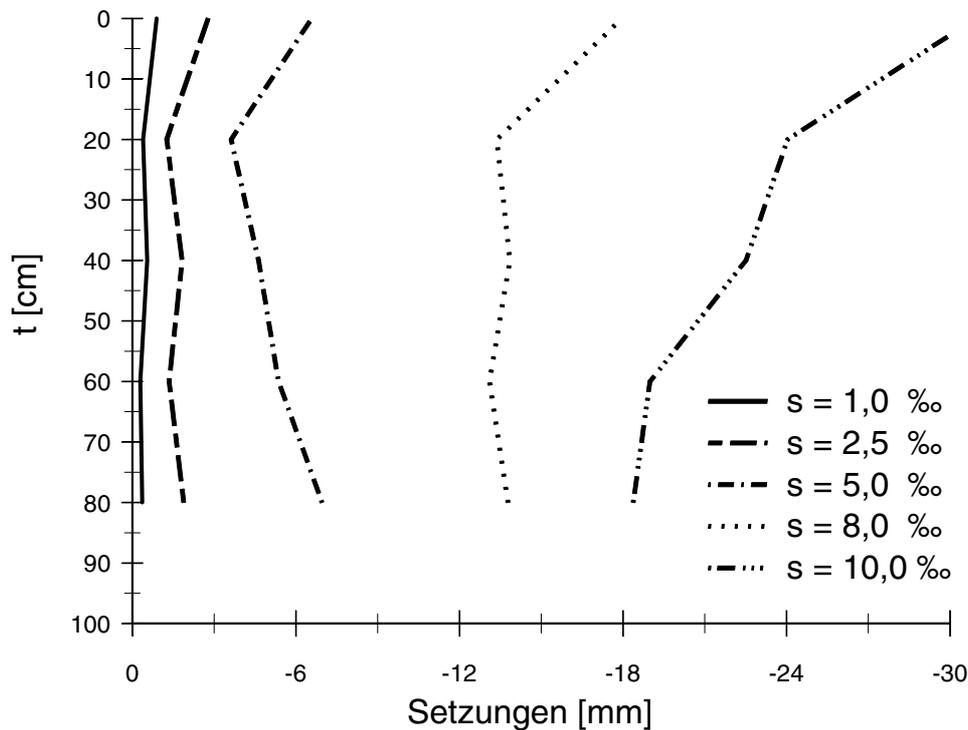


Abbildung 5-6: Setzungsmessung mit Tiefenextensometern (Versuch DE)

Abbildung 5-6 zeigt die Setzungen in den verschiedenen Tiefen bei unterschiedlichen Verschiebungen der Schachtwand. Die Setzungen an der Geländeoberfläche, die unmittelbar und daher genauer gemessen wurden, mögen bei den nachfolgenden Betrachtungen nicht beachtet werden. Außerdem kommt es durch die innerhalb des Bruchkörpers eingebauten Extensometer zu Störungen aufgrund der negativen Mantelreibung an den Hüllrohren.

Unterhalb der Geländeoberfläche nehmen die Setzungen von oben nach unten zu ($s \leq 8 ‰$). Bei größeren Verschiebungen $s > 8 ‰$ ändert sich das Bild und die Setzungen nehmen von oben nach unten ab. Bei einer Verschiebung von ca. $s = 8 ‰$ sind die Setzungen annähernd konstant, das entspricht annähernd der Verschiebung, bei welcher die in Kapitel 4.3 angesprochene Zunahme der „Setzungsgeschwindigkeit“ auftritt. Abbildung 5-7 zeigt, daß diese Änderung der „Setzungsgeschwindigkeit“ tendenziell von unten nach oben zunimmt.

Eine mögliche Interpretation dieser Beobachtung liefert folgende Überlegung: Teilt man den in Kapitel 5.1 für dichten Sand vermessenen Bruchkörper über die Höhe in gleichmäßig dicke Segmente ein, so nimmt das Volumen der Segmente von unten nach oben zu. Wird nun die Schachtwand verschoben, muß der frei werdende Raum am Schacht mit Sand aufgefüllt werden. Dies ist prinzipiell auf zwei Wegen möglich:

- Ausgleich durch Volumen- bzw. Porenvolumenvergrößerung (Auflockerung) des Sandes im Bruchkörper.
- Nachrutschen des Sandes von oben und damit Erzeugung von Setzungen.

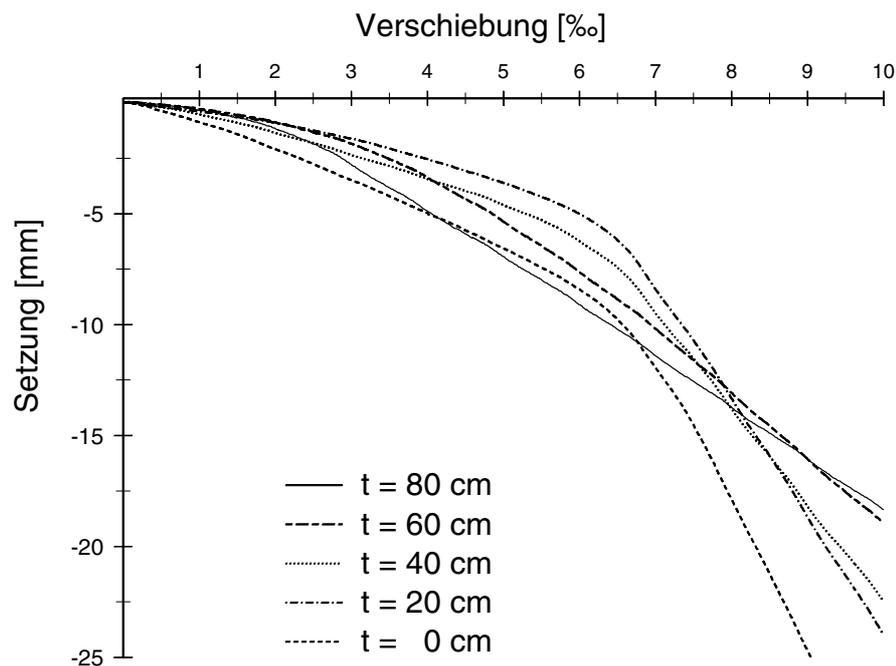


Abbildung 5-7: Verlauf der Setzung über die Verschiebung s

Bei Betrachtung des Volumens der oben beschriebenen Segmente ergibt sich eine maximale Volumenvergrößerung aus der Integration von Auflockerungen - einer Änderung des Einbauporenvolumens bis zum kritischen Porenvolumen - über das Bruchsegmentvolumen. Da das Volumen der Segmente von unten nach oben größer wird, wächst auch die mögliche Volumenvergrößerung von unten nach oben. Der durch die Wandverschiebung frei werdende Raum ist aber bei allen Segmenten gleich groß, so daß das untere Segment am stärksten mit Setzungen auf die Verschiebung der Schachtwand reagieren muß. Das darüber liegende Segment erleidet bei gleicher Wandverschiebung eine geringere Setzung infolge einer stärkeren Volumenvergrößerung. Daher steigen zunächst die Setzungen von oben nach unten an. Ist im gesamten Bruchkörper das kritische Porenvolumen n_{krit} erreicht, so reagiert jedes Segment auf eine Wandverschiebung durch Setzung, die sich von unten nach oben aufaddieren, so daß die Setzungen im oberen Teil des Bruchkörpers am größten sind.

Diese Versuche und die Bestimmung des Bruchkörpers zeigen auf anschauliche Weise, wie wichtig für die Abschätzung der Setzungen an der Geländeoberfläche die Berücksichtigung der Volumenzunahme des Sandes infolge Verformung ist. Nur Berechnungsansätze, die die Erfassung der Volumenveränderung erlauben, können wirklichkeitsnahe Ergebnisse bei einer Setzungsberechnung liefern.

5.3 Bentonitsuspensionsstützung

Um zu überprüfen, ob die trotz Schmierung der Containerwände verbleibende Seitenwandreibung an den Symmetrieebenen den räumliche Erddruck sowie den entstehenden Bruchkörper auch noch im Bereich der Meßplatten beeinflusst, wurde ein Versuch DB mit einer Flüssigkeitsstützung bestehend aus einer Bentonitsuspension an den Symmetrieebenen durchgeführt. Der Bentonitschlitz kann Scherkräfte maximal in der Größenordnung der Fließgrenze τ_f übertragen, die bei der hier verwendeten Suspension $\tau_f = 30 \text{ N/m}^2$ bzw. $0,03 \text{ KN/m}^2$ beträgt und somit deutlich unter der bei dem an der Containerwand angebrachten Schmierschichtpaket ermittelten Adhäsionsspannung ($a = 1,6 \text{ kN/m}^2$) liegt.

Vor dem Einstreuen des Sandes wurden dazu an den Seitenwänden im Abstand von 1 cm Lochbleche befestigt (Abbildung 5-8). Zwischen den Lochblechen und dem Sand wurde eine Folie angebracht, die ein Abfiltern der Suspension in den trockenen Sand verhinderte. Der Ringdruck konnte bei diesem Versuchsaufbau nicht gemessen werden. Im oberen Bereich des Schlitzes ($t = 4 \text{ cm}$) mußte eine Leitwand modelliert werden, ohne die keine ausreichende Standsicherheit an der Geländeoberfläche gegeben war. Die Leitwand wurde beim Einstreuen in der entsprechenden Höhenlage eingebaut. Nach dem Einstreuen wurde die Bentonitsuspension in den Schlitz eingefüllt und die Lochbleche wurden entfernt. Danach wurde die Schachtwand wie bei den anderen Versuchen verschoben.

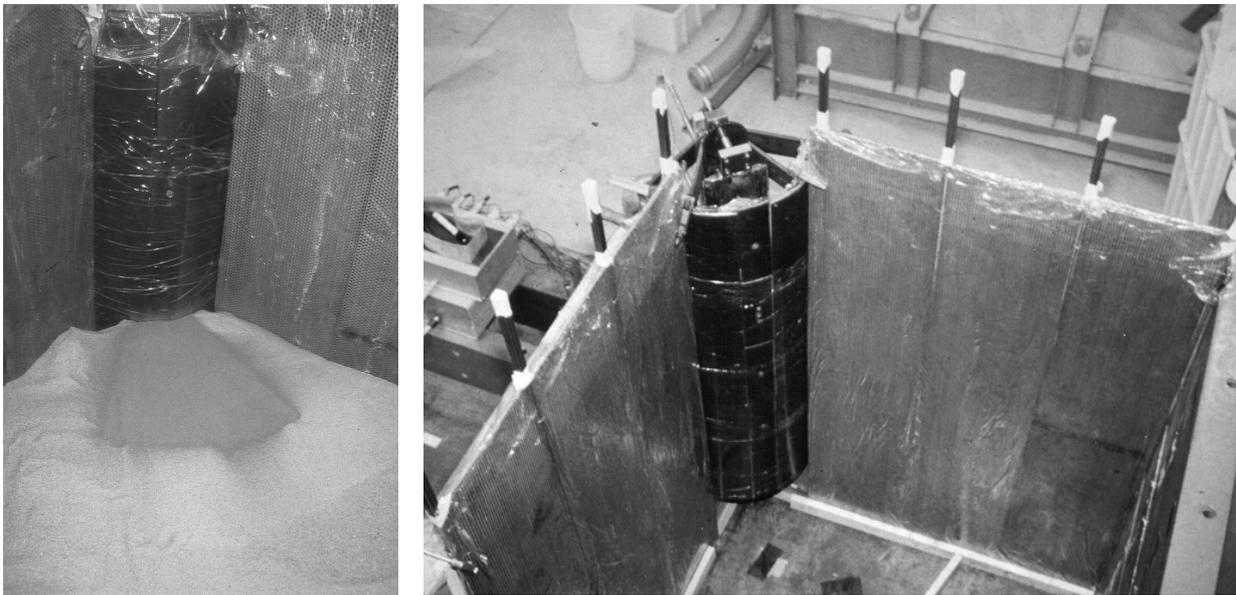


Abbildung 5-8: Eingestreute Zementschicht und Lochblech für den Suspensionsschlitz

Obwohl der linear mit der Tiefe zunehmende Stützdruck der Suspension nicht gleich dem Ruhedruck bzw. dem sonst entstehenden Ringdruck ist, waren trotzdem die Unterschiede bei den Erddruckkräften gegenüber den Standardversuchen sehr klein (siehe Abbildung 5-9), so daß ein wesentlicher Einfluß auf den betrachteten Kreischnitt durch die verbleibende Seitenreibung und die Adhäsionskraft ausgeschlossen werden kann.

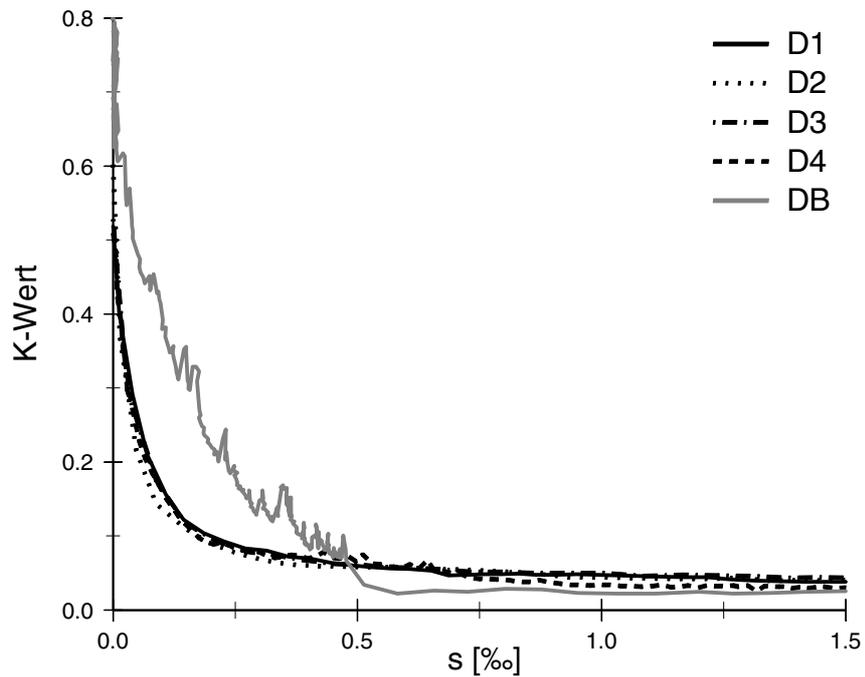


Abbildung 5-9: Vergleich des räumlichen Erddrucks

Der plötzliche Erddruckabfall bei $s = 0,5 \text{ ‰}$ ist mit dem zeitgleichen Auslaufen von Bentonit-suspension zwischen Schachtwand und Container, wobei Sand ausgespült wurde, zu erklären. Auch hinsichtlich der Geometrie des Bruchkörpers, der durch Einstreuen dünner Zement-schichten erfaßt wurde, waren die Unterschiede nur gering (Abbildung 5-10).

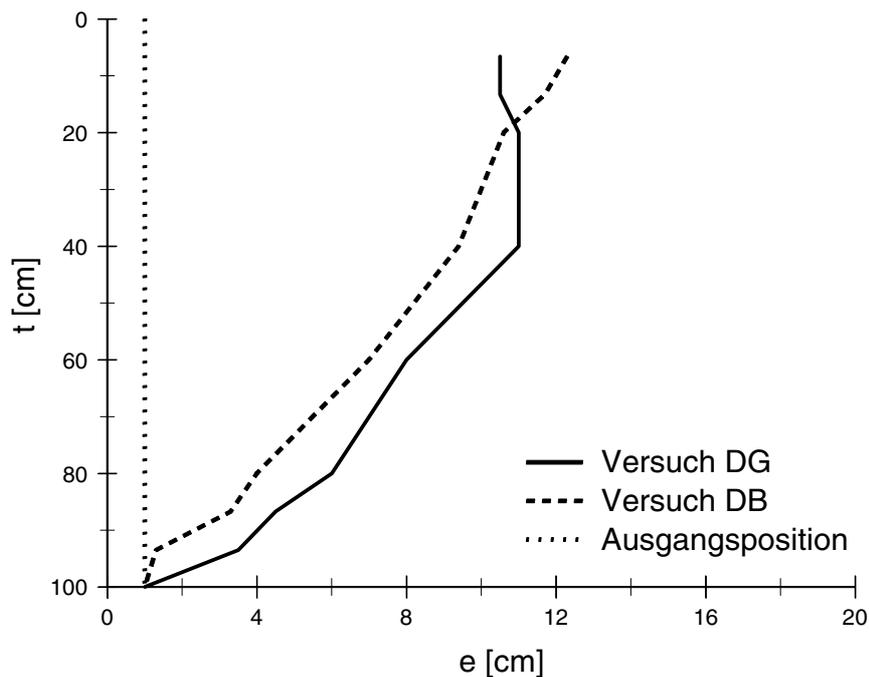


Abbildung 5-10: Vergleich der Bruchkörper

5.4 Kraftgesteuerte Vorversuche 1996

Im Zuge der Entwicklung des in Kapitel 3 beschriebenen Modellversuchsaufbaus wurde zuerst mit einer kraftgesteuerten Stützung der Schachtwand experimentiert. Der Versuchcontainer, der Modellboden, der Sandeinbau, das Räumlichkeitsverhältnis und die grundsätzlichen Überlegungen sind in Kapitel 3 ausführlich beschrieben. Im Unterschied zu den voranstehend beschriebenen Versuchen ist hier der Modellschachts in fünf Segmente aus Viertelzylindern unterteilt, die jeweils von einem Druckluftkolben gegen den Versuchsboden gedrückt werden (Abbildung 5-11).

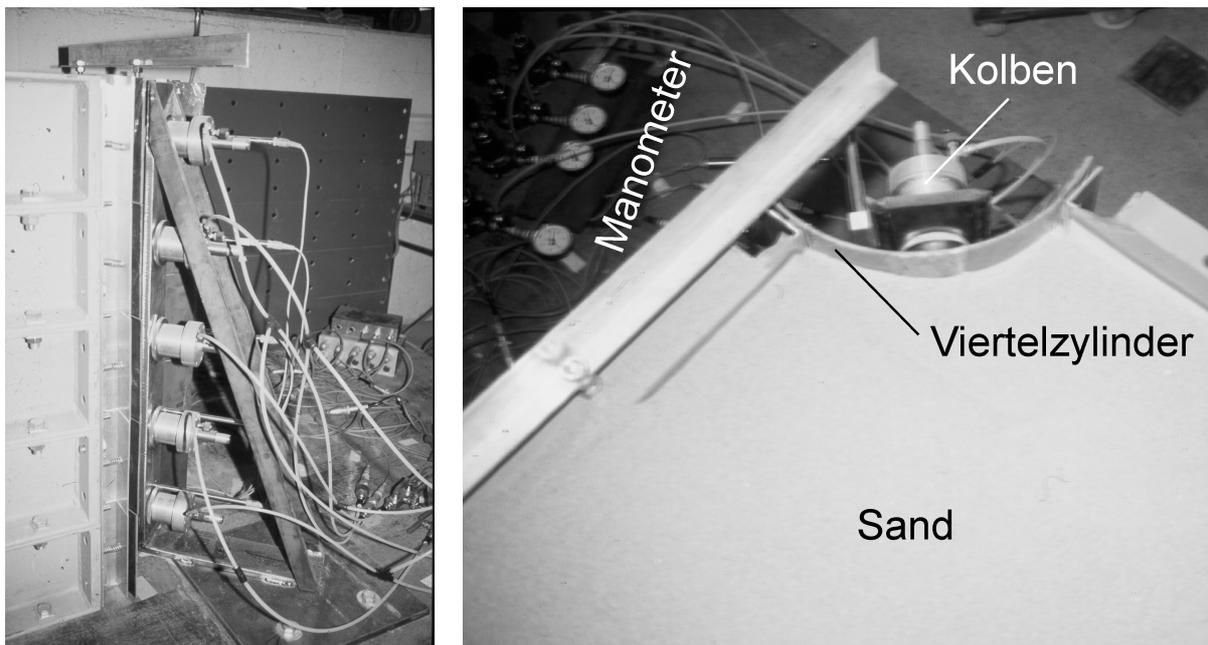
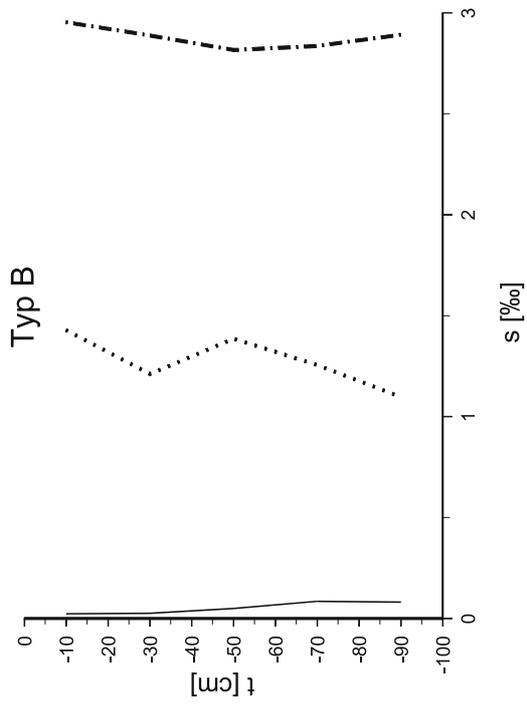
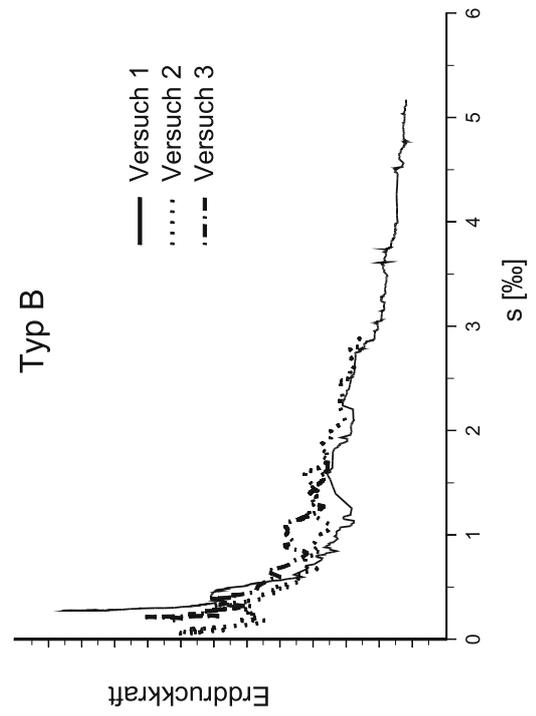


Abbildung 5-11: Kraftgesteuerter Versuch mit fünf Druckluftkolben

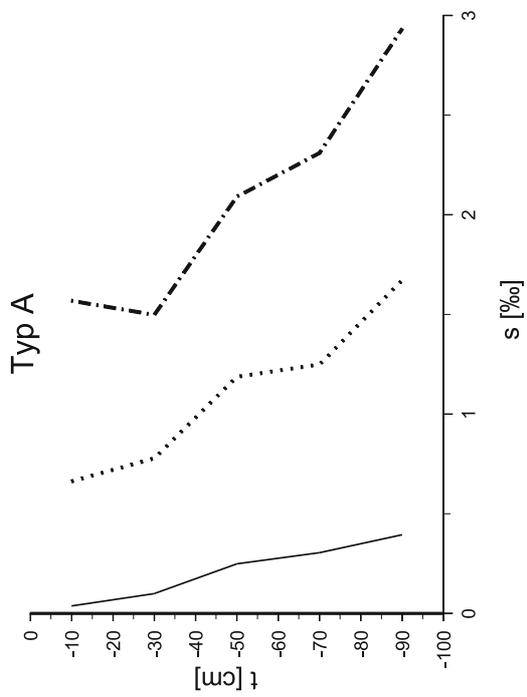
Vor dem Einbau des Versuchsbodens wurden die Kolben mit einem Luftdruck von 2 bar beaufschlagt, so daß der Viertelzylinder gegen den Versuchcontainer bzw. die Federkonstruktion gedrückt wurde. Danach wurde der Sand eingerieselt und anschließend der Druck in den Kolben langsam verringert, wobei die radialen Verschiebungen der Viertelzylinder gemessen wurden. In Intervallen von 2 Sekunden wurden der Druck auf die Kolben und die zugehörigen Verschiebungen erfaßt und gespeichert.



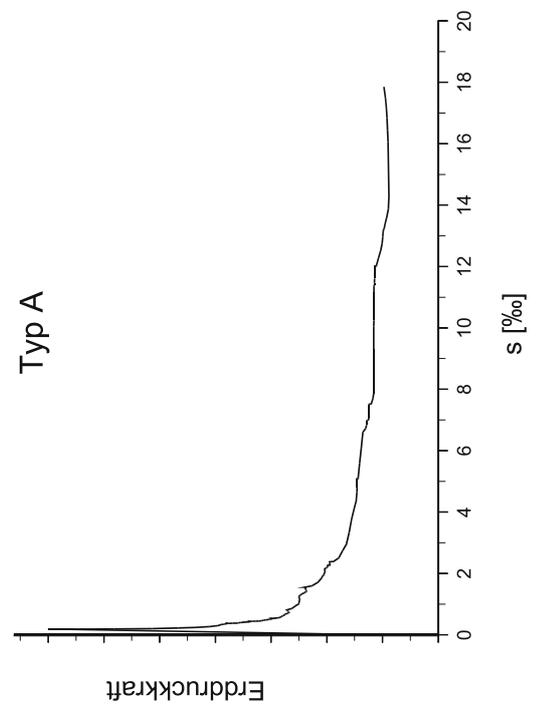
b) Verschiebung der Schachtwand Versuch B1



d) Erddruckabfall Versuchstyp B



a) Verschiebung der Schachtwand Versuchstyp A



c) Erddruckabfall Versuchstyp A

Abbildung 5-12: Erddruckabfall bei kraftgesteuerten Versuchen

Die Druckluftkolben können zusammen oder einzeln mit Druck beaufschlagt werden. Daraus ergeben sich zwei Versuchstypen:

- Typ A: Alle Kolben haben den gleichen Druck, der über einen gemeinsamen Druckregler gesteuert wird.
- Typ B: Jeder Kolben hat einen eigenen Druckregler.

Der Druck in den einzelnen Kolben kann im Versuchstyp B so reguliert werden, daß sie annähernd die gleiche Verschiebung in radialer Richtung erreichen, so daß eine Parallelverschiebung der Segmentwand entsteht. In jedem Versuchsstadium konnte die Differenz zwischen kleinster und größter Verschiebung der fünf Viertelzylinder auf maximal $\Delta s < 0,5 \text{ ‰}$ beschränkt werden (Abbildung 5-12 b), wohingegen bei einem Versuch nach Typ A die Differenz bis zu $\Delta s = 3,5 \text{ ‰}$ betrug, was eine Kombination aus Parallelverschiebung und Kopfpunktdrehung ergab (Abbildung 5-12 a).

Der Erddruck auf den Schacht kann aus dem Luftdruck in den Kolben bestimmt werden. Dabei muß jedoch berücksichtigt werden, daß die in Kapitel 3 beschriebene Federkonstruktion auf die Viertelzylinder drückt. Diese Kräfte wurden in Leerversuchen ermittelt und bei der Auswertung von den berechneten Kräften abgezogen.

Die hieraus entstehenden Ungenauigkeiten waren im Vergleich zu den kleinen räumlichen Erddruckkräften groß, so daß in Abbildung 5-12 c) und d) nur der qualitative Erddruckverlauf dargestellt ist. Der Abfall der Erddruckkraft mit dem Wandverschiebungsweg ist aber deutlich und entspricht dem des Versuches von König (Abbildung 2-22 a) und denen aus Kapitel 4 (Abbildung 4-4).

Bei der Regulierung der Kolben nach Versuchstyp B konnte beobachtet werden, daß sich der Erddruck von dem jeweiligen Viertelzylinder, bei dem der stützende Druck verringert wird, auf die Nachbarsegmente darüber und darunter umlagert, so daß sich mehrere Wandzylinder gleichzeitig verschoben. Dadurch wurde eine exakte parallele Verschiebung der Schachtwand mit einer manuellen Regulierung unmöglich. Die hierfür erforderliche elektronische Steuerung müßte den Luftdruck in den benachbarten Kolben (auf die sich der Erddruck umlagert) erhöhen, um eine Verschiebungsdifferenz zu verhindern. Dies entspräche aber einem lokalen Anwachsen der Steifigkeit des Schachtbauwerks bei größer werdenden Verformungen und erscheint unrealistisch.

6 Theoretische Grundlagen der numerischen Berechnung

Die theoretischen Grundlagen des "Particle Flow Model" (PFM) als Sonderfall der Distinct Element Methode sind im Handbuch der Firma Itasca [62] wiedergegeben. Da diese Methode im Bauingenieurwesen erst seit kurzem Anwendung gefunden hat, werden nachfolgend - zum besseren Verständnis der später durchgeführten Berechnungen - einige der wichtigsten Grundlagen in Anlehnung an das Handbuch erläutert.

Vorab wird aber zum Vergleich kurz auf andere numerische Berechnungsverfahren eingegangen. Es handelt sich dabei um die Finite Element Methode, die Kinematische Elemente Methode und die allgemeine Distinct Element Methode.

6.1 Finite Element Methode (FEM)

Die Vielseitigkeit der FEM sowie ein in der Geotechnik häufig verwendetes Stoffgesetz wurde schon in Kapitel 2.2.7 beschrieben. An dieser Stelle werden kurz die allgemeinen Grundlagen erläutert, um die Unterschiede zum PFM zu verdeutlichen:

Bei der FEM wird der zu untersuchende Bereich in eine endliche Anzahl kleiner Elemente eingeteilt (siehe Abbildung 6-1).

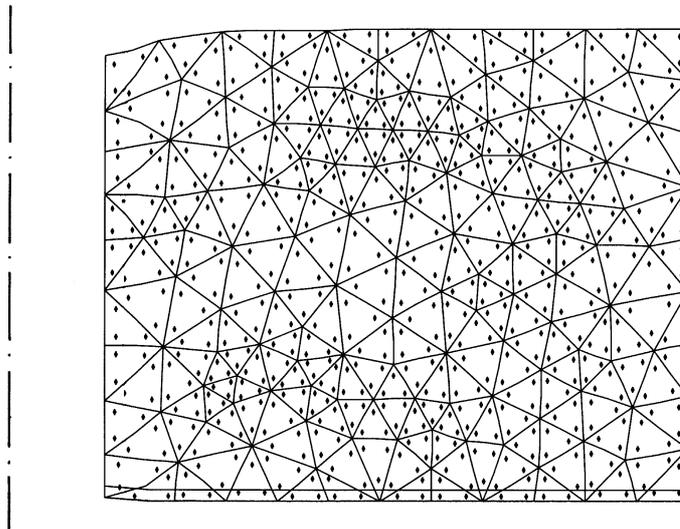


Abbildung 6-1: Verformtes FE-Netz zur Berechnung des Erddrucks auf einen Schacht

Diese Elemente enthalten Knoten, wobei sowohl die Anzahl der Knoten als auch die Form der Elemente (Dreieck bzw. Rechteck) unterschiedlich sein können. So gibt es zum Beispiel dreieckförmige Elemente mit drei, sechs oder fünfzehn Knoten. Zwischen den Unbekannten an den Knoten - wie z. B. die Verschiebungen - wird innerhalb eines Elements durch eine Ansatzfunktion der Verlauf festgelegt. Mit Hilfe des Minimums der potentiellen Energie wird für jedes Element eine Steifigkeitsmatrix bestimmt. Durch Verknüpfung der Elementsteifigkeitsmatrizen ergibt sich eine Gesamtsteifigkeitsmatrix. Sie hat bei geschickter Ver-

knüpfung, d. h. Numerierung der Elemente, eine relative kleine Bandbreite, wodurch sich selbst große Gleichungssysteme in relativ kurzer Zeit lösen lassen. Das zu lösende Gleichungssystem besteht in der einfachsten Form aus

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (6-1)$$

mit der globalen Steifigkeitsmatrix $[K]$, dem Vektor $\{u\}$ mit den unbekanntenen Knotenverschiebungen und dem Belastungsvektor $\{f\}$. Durch die Randbedingungen werden teilweise die Komponenten von $\{u\}$ und $\{f\}$ definiert; danach kann das Gleichungssystem aufgelöst werden. Dafür sind sehr effiziente Algorithmen erforderlich. Mit den berechneten Knotenverschiebungen können in den Integrationspunkten die Spannungen berechnet werden. Bei nicht linearen Stoffgesetzen muß in Abhängigkeit vom Spannungsniveau die Steifigkeitsmatrix neu berechnet werden, so daß die Lösung nur durch Iteration gefunden werden kann.

Am häufigsten werden Scheibenelemente im ebenen Spannungszustand oder Verzerrungszustand verwendet. Für dreidimensionale Berechnungen sind Volumenelemente erforderlich, wobei jedoch bei Rotationssymmetrie auf die einfacheren rotationssymmetrischen Elemente zurückgegriffen werden kann.

Das Entfernen oder Hinzufügen von Elementen ist während der Berechnung nicht möglich, da sich dadurch die Struktur des gesamten Gleichungssystems ändern würde. Durch Verringern der Wichte und der Steifigkeiten von Elementen gegen Null können aber Bauvorgänge zum Beispiel Tunnelausbruch oder Baugrubenaushub simuliert werden. Die Struktur der Steifigkeitsmatrix ändert sich dadurch nicht, sondern nur ihre Zahlenwerte.

Die wesentliche Einschränkung für die FEM ergibt sich aber aus dem kontinuumsmechanischen Ansatz, durch welchen Bruchmechanismen mit diskontinuierlichen Verschiebungsfeldern nicht oder nur annäherungsweise nachvollzogen werden können.

6.2 Kinematische Elemente Methode (KEM)

Bei der KEM wird das Kontinuum ebenfalls in eine endliche Anzahl von Elementen - in der Regel zwischen zwei und zehn - zerlegt [25]. Der Rand der starren Elemente ist immer eine Gerade, wobei an den im Boden verlaufenden Rändern die Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung

$$\tau = (\sigma - u) \cdot \tan \varphi + c \quad (6-2)$$

mit dem Reibungswinkel φ , der Kohäsion c , der Normalspannung σ , dem Porenwasserdruck u und der Scherspannung τ gilt. Verschiebungen der Elemente auf diesen geraden Rändern sind möglich. Durch eine Variation der Geometrie wird der ungünstigste Bruchmechanismus ermittelt. Dies ist für den dreidimensionalen Fall noch nicht zufriedenstellend gelöst, so daß sich die Anwendung in der Praxis bisher auf zweidimensionale Probleme beschränkt. Da die KEM zu den kinematischen Verfahren gehört (sogenanntes oberes Schranken-Theorem), hat

die Wahl des Bruchkörpers wesentlichen Einfluß auf das Ergebnis. Das Ergebnis kann deshalb auf der "unsicheren" Seite liegen (siehe Abbildung 6-2).

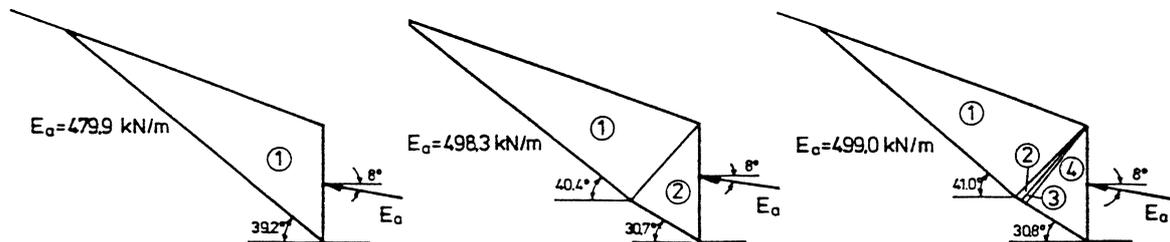


Abbildung 6-2: Einfluß der Elementanzahl auf die Größe von E_a nach der KEM [26]

Ein großer Nachteil dieses Verfahrens ist, daß virtuelle Verschiebungen berechnet werden und daher die Verformungen nicht physikalisch gedeutet werden dürfen. Deshalb bleibt die Anwendung auf Probleme beschränkt, bei denen nur der Bruchzustand betrachtet wird [74].

6.3 Distinct Element Methode (DEM)

Die DEM wurde entwickelt, um Diskontinuitäten zwischen einzelnen Teilen besser erfassen zu können, so daß als Vorteil gegenüber der FEM beliebig große Verschiebungen und Rotationen der Körper gegeneinander möglich sind. Anfänglich wurden starre Elemente vorausgesetzt, spätere Programme ließen verformbare Elemente zu. Die Unterschiede im Ergebnis zwischen starren und verformbaren Elementen sind beispielhaft in Abbildung 6-3 dargestellt.

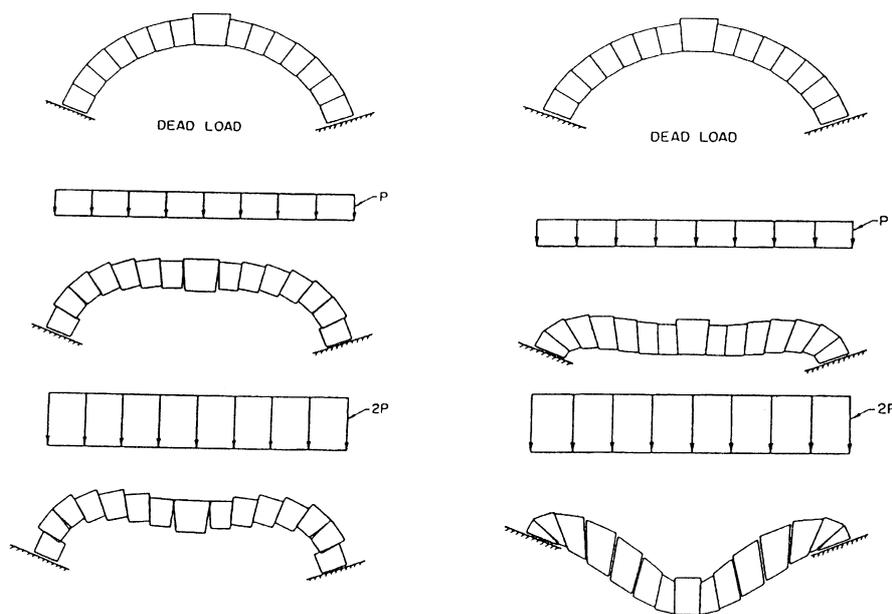


Abbildung 6-3: Unterschied zwischen starren und deformierbaren Blöcken [74]

Bei beliebig geformten polygonalen Körpern ist die Kontaktermittlung äußerst zeitaufwendig. Die Ecke eines Körpers kann die Ecke eines anderen Körpers, eine Kante oder eine Fläche berühren. Ebenso sind alle anderen Kombinationen möglich. Auch ist die Lage des Angriffspunkts der Kontaktkraft z. B. bei sich berührenden Flächen nicht eindeutig. Die Ermittlung der Kontaktkraft und deren Angriffspunkte werden ausführlich in [12] beschrieben.

Die DEM wurde von Cundall für die Berechnung des Materialverhaltens von Fels als ausgeprägtes Diskontinuum entwickelt. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methode enthält [11]. Bei der DEM wird die Interaktion zwischen den Teilchen als dynamischer Prozeß betrachtet, der ein statisches Gleichgewicht erreicht, wenn die angreifenden Kräfte ausgeglichen sind. Die Kontaktkräfte und die Verschiebungen von miteinander verspannten Körpern werden durch die Betrachtung der Bewegungen jedes einzelnen Teilchens bestimmt. Bewegungen ergeben sich durch Störungen, die sich durch das System fortpflanzen und durch eingeprägte Verschiebungen oder durch äußere Kräfte verursacht werden. In diesem dynamischen Prozeß ist die Geschwindigkeit der Ausbreitung einer Störung von den physikalischen Eigenschaften des Systems abhängig.

Das dynamische Verhalten wird numerisch durch einen Algorithmus mit Zeitschritten dargestellt. Das Lösungsschema ist identisch mit der Finiten Differenzen Methode für das Kontinuum. Die DEM basiert auf dem Prinzip, daß der Zeitschritt so klein gewählt wird, daß sich während eines einzelnen Zeitschrittes Störungen nur von dem betrachteten Teilchen unmittelbar auf seine direkten Nachbarn ausbreiten können. Die Kräfte an jedem einzelnen Teilchen werden (zu jeder Zeit) ausschließlich durch die Interaktion mit den Teilchen, mit denen es gerade in Kontakt steht, bestimmt. Da die Geschwindigkeit, mit der die Störung fortschreitet, eine Funktion physikalischer Größen des definierten Systems ist, muß der Zeitschritt so klein gewählt werden, daß die oben genannte Einschränkung gilt.

Die DEM findet ihre Anwendung nicht nur im Bauwesen, sondern auch in anderen Disziplinen. z. B. in der Verfahrenstechnik, wo es insbesondere um das Mischen oder Trennen verschiedener Stoffe geht oder bei Strömungsproblemen von Flüssigkeiten und Gasen.

6.4 Particle Flow Model (PFM)

6.4.1 Allgemeines

Das PFM beruht nach der Definition von Cundall und Hart auf der DEM und kann als eine Vereinfachung der DEM betrachtet werden, da es auf starre kugelförmige Teilchen beschränkt ist. Es erlaubt endliche Verschiebungen und Drehungen von eigenständigen Körpern und ermöglicht die Berechnung aller Abstände und aller neuen Kontakte.

Beim PFM können sich die Kugeln unabhängig voneinander verschieben, sie beeinflussen sich gegenseitig nur an den Kontaktpunkten oder Schnittflächen. Es setzt voraus, daß die Kugeln starr sind und das Verhalten der Kontakte auf einem weichen Stoß mit einer endlichen Normalsteifigkeit der Teilchen beruht. Damit läßt sich das mechanische Verhalten durch die Verschiebung jeder einzelnen Kugel und die Größe und Richtung der Kräfte in den Kontakt-

punkten beschreiben. Wären die Kugeln nicht starr, würden sich die Kontaktbedingungen auf eine endliche Oberfläche beziehen und die Lage der resultierenden Kontaktkraft wäre nicht eindeutig. Newtons Axiom der Impulserhaltung bildet die Grundlage für das Verhältnis zwischen der Bewegung der Teilchen und den Kräften, die die Bewegung verursachen. Im Falle des statischen Gleichgewichts der Kräfte befinden sich alle Teilchen in Ruhe.

Zusammengefaßt enthält das PFM folgende Vereinfachungen gegenüber der allgemeinen DEM:

- Die Teilchen sind Kugeln und entsprechen starren Körpern.
- Die Kontakte beschränken sich auf eine unendlich kleine Fläche (in der Regel ein Punkt).
- Das Verhalten der Kontakte entspricht einem weichem Stoß, wobei sich die starren Teilchen an den Kontaktpunkten durchdringen dürfen.
- Die Größe der Überschneidung ist abhängig von der Kontaktkraft und klein im Verhältnis zur Teilchengröße.
- An den Kontaktpunkten zweier Elemente können Verbindungen mit festgelegten Eigenschaften definiert werden.

Die Teilchensteifigkeit sollte so groß gewählt werden, daß sich die Deformationen eines physikalischen Systems durch Verschiebungen entlang der Kontaktflächen ergeben. Die Verformungen einer Gruppe verbundener oder granularer Teilchen wie zum Beispiel Sand als Ganzes lassen sich mit dieser Annahme zutreffend beschreiben, da sich die Deformationen hauptsächlich durch Gleiten und Drehen der Teilchen als steife Körper und dem Entstehen und Lösen von Kontakten und nicht durch die individuelle Verformung der Teilchen selbst ergeben. Eine genauere Modellierung der Teilchendeformation ist nicht erforderlich, da mit diesem einfachen Modell bereits eine weitgehende Übereinstimmung mit dem physikalisch-mechanischen Verhalten eines solchen granularen Systems erreicht wird.

Diese Annahme wird von Lippmann et al. [7] durch die Aussage bestätigt, daß bei großen Verformungen und bei Vernachlässigung der überlagerten Deformationen der Einzelkörner und des Kornbruchs die gesamte Verformungsarbeit durch innere Reibung dissipiert wird.

Zusätzlich zu den kugelförmigen Teilchen sind "Wände" definierbar. Wände ermöglichen es, bei einer Ansammlung von Kugeln zum Zwecke der Komprimierung und räumlichen Beschränkung verschiebliche Randbedingungen zu definieren. Kugeln und Wände beeinflussen sich gegenseitig durch die Kräfte, die an den Kontakten entstehen. Das Axiom der Impulserhaltung wird für jede Kugel, jedoch nicht für Wände erfüllt, d.h. Kräfte, die auf eine Wand wirken, beeinflussen nicht deren Verschiebung. Statt dessen wird ihre Verschiebung definiert und bleibt konstant und unabhängig von den Kontaktkräften. Ebenso existieren keine Kontaktkräfte zwischen Wänden; dadurch gibt es nur Kontakte zwischen Wänden und Kugeln bzw. zwischen Kugeln und Wänden.

Neben den gebräuchlichen Anwendungen der Molekulardynamik ist es mit dem PFM möglich, statische Systeme mit Randbedingungen und Ausgangssituationen zu beschreiben. In solchen Modellen wird das Kontinuumsverhalten durch die Abbildung des Bodens als kompakte Ansammlung einer Vielzahl kleiner Teilchen angenähert. So ist es möglich, innere Spannungen von granularen Materialien wie Sand oder kompakten Materialien wie Fels zu ermitteln.

Die ersten Ansätze einer solchen Betrachtungsweise stammen von Dietrich. Er beschreibt in [16] und [17] den „psammischen Stoff“ als mechanisches Modell des Sandes. Die wirklichen Körner des Sandes werden durch gedachte Körner - psammische Teilchen - ersetzt. Diese sind konvex, starr und unzerbrechlich. Die Kontaktkräfte sind dem Coulomb'schen Reibungsgesetz unterworfen und geschwindigkeitsunabhängig. Es können keine Zugkräfte übertragen werden. Der Unterschied gegenüber dem PFM liegt zum einen in der unregelmäßigen Oberfläche der Teilchen – keine Kugeln – und in der Definition, daß sich die Teile nicht durchdringen dürfen.

6.4.2 Der numerische Algorithmus

Ein Rechenzyklus beim PFM besteht aus einem Zeitschritt-Algorithmus, der die wiederholte Anwendung des Axioms der Impulserhaltung für jedes Teilchen und das Kraftverschiebungsgesetz für jeden Kontakt sowie die Aktualisierung der Wandposition benötigt. Der Algorithmus ist in Abbildung 6-4 dargestellt. Innerhalb eines Rechenzyklus werden zu Beginn die Informationen über die Kugeln sowie die Kontakte zwischen den bekannten Kugeln und den Wandpositionen aktualisiert. Danach wird das Kraftverschiebungsgesetz auf jeden Kontakt angewendet, um die Kontaktkräfte, die wiederum auf der relativen Bewegung zwischen zwei eigenständigen Teilchen und dem Verknüpfungsmodell beruhen, neu zu ermitteln. Als nächstes wird das Bewegungsgesetz auf jedes Teilchen angewendet, um seine Verschiebung und Position, basierend auf den angreifenden Kräften und Momenten, die sich aus den Kontakt- und Massenkräften auf das Teilchen ergeben, zu aktualisieren. Danach werden die Wandpositionen ermittelt, die sich aus den definierten Verschiebungen ergeben. Diese beiden Berechnungsschritte können sehr effizient parallel durchgeführt werden.

Nachfolgend wird als erstes das Kraftverschiebungsgesetz beschrieben, danach das Bewegungsgesetz (mit dem Axiom der Impulserhaltung von Newton und der Drallerhaltung von Euler).

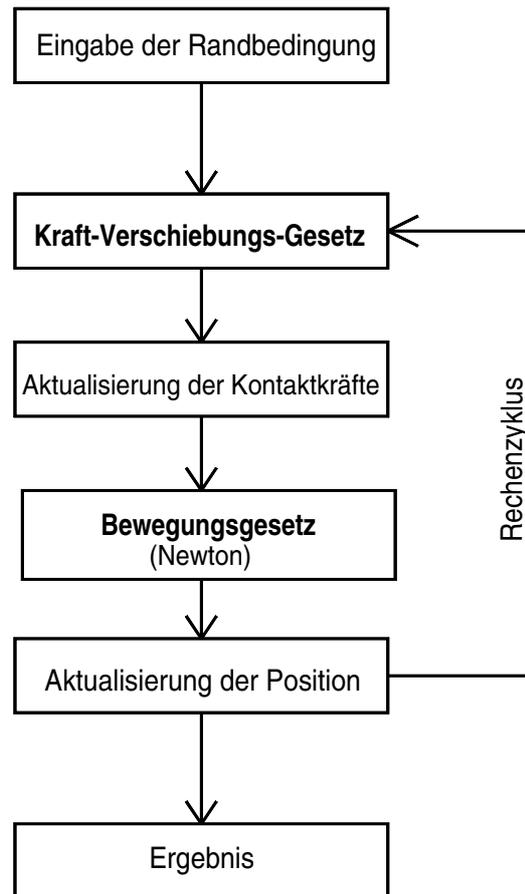


Abbildung 6-4: Numerischer Algorithmus des PFM [70]

Der Gebrauch eines expliziten anstatt eines implizierten numerischen Algorithmus ermöglicht es, nichtlineares Verhalten einer großen Anzahl von Teilchen ohne großen Speicherbedarf und ohne iterative Prozeduren zu simulieren. Diese Art des Algorithmus eignet sich besonders für die Verwendung paralleler Prozessoren [36].

6.4.3 Das Kraftverschiebungsgesetz

Das Kraftverschiebungsgesetz beruht auf der relativen Verschiebung zweier eigenständiger Teilchen an den Kontakten gemäß einem Verbindungsmodell. Für Kugel-Kugel- und Kugel-Wand-Kontakte entsteht die Kontaktkraft jeweils in einem Punkt.

Das Kraftverschiebungsgesetz bezieht sich auf die Kontakte, die in den Kontaktpunkten $x^{[C]}$ definiert sind. Jeder Kontaktpunkt liegt innerhalb des überschrittenen Volumens der beiden Körper in einer Kontaktebene, die durch den Normalenvektor n definiert ist. Bei Kugel-Kugel-Kontakten entspricht der Normalenvektor der Verbindungslinie zwischen den beiden Mittelpunkten der Kugeln. Bei Kugel-Wand-Kontakten ist der Normalenvektor parallel der kürzesten Linie zwischen Wand und Kugelmittelpunkt. Die Kontaktkraft wird in eine Normalkomponente, die in Richtung des Normalenvektors wirkt, und in eine Scherkomponente in der Kontaktebene aufgeteilt. Das Kraftverschiebungsgesetz verknüpft diese

beiden Kraftkomponenten mit Hilfe der Normalen- und Schersteifigkeit am Kontakt mit den dazugehörigen Bewegungskomponenten der relativen Verschiebung.

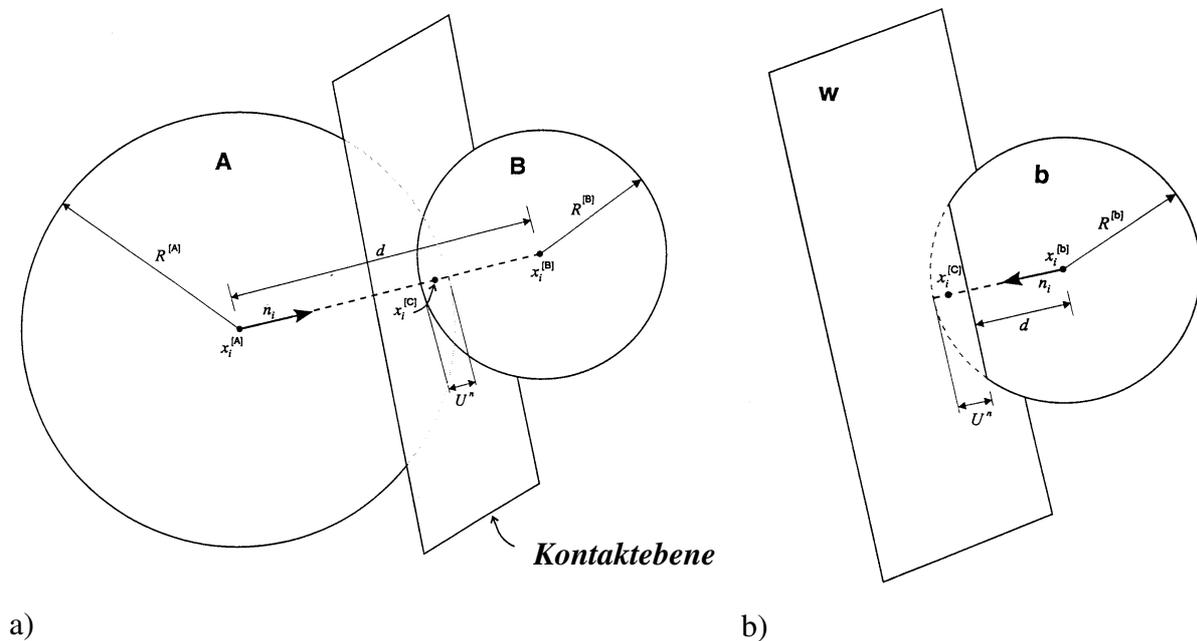


Abbildung 6-5: Beschreibung der Kontakte [62]

Das Kraftverschiebungsgesetz wird im weiteren für Kugel-Kugel- und Kugel-Wand-Kontakte beschrieben. Die relevanten Bezeichnungen werden in Abbildung 6-5 a) und b) dargestellt, wobei U^n die Überlappung der jeweiligen Elemente bezeichnet. Beim Kugel-Kugel-Kontakt gilt für den Normalenvektor n , der die Kontaktebene beschreibt,

$$n = \frac{x^{[B]} - x^{[A]}}{d} \quad (\text{Kugel - Kugel}) \quad (6-3)$$

wobei $x^{[A]}$ und $x^{[B]}$ die Positionsvektoren der Mittelpunkte der Kugeln A und B sind, und d die Distanz zwischen den beiden Kugelmittelpunkten:

$$d = |x^{[B]} - x^{[A]}| \quad (6-4)$$

Bei Kugel-Wand-Kontakten ist n parallel zu der kürzesten Distanz d zwischen Wand und Kugelmittelpunkt gerichtet. Man findet diese Richtung, indem man die Mittelpunkte der Kugeln definierten Räumen zuordnet. Das Prinzip ist in Abbildung 6-6 für die zwei-dimensionale Wand mit zwei Wandsegmenten \overline{AB} und \overline{BC} dargestellt. Der gesamte Bereich auf der aktiven Seite der Wand kann in fünf Teilflächen aufgeteilt werden, indem man senkrecht zur Wand an deren Endpunkten (A,B,C) Bereichsgrenzen definiert. Liegt der Kugelmittelpunkt in der Fläche 2 oder 4, dann wird die Kugel die Wand an ihrer Längsseite

berühren und n steht senkrecht auf der dazugehörigen Wand; liegt der Kugelmittelpunkt jedoch in der Fläche 1, 3 oder 5, dann berührt die Kugel die Wand an einem ihrer Endpunkte und n liegt auf einer Linie zwischen Wandendpunkt und Kugelmittelpunkt. Kugeln, deren Mittelpunkt auf der passiven Seite der Wand (Fläche 6) sind, werden von der Wand nicht beeinflusst. Für die dreidimensionale, konvexe, polygonale Wand muß das oben erklärte Prinzip beim PFM so erweitert werden, daß eine Kugel die Wand an einem Eckpunkt, an einer Kante zweier Wandsegmente und auf einer Fläche berühren kann.

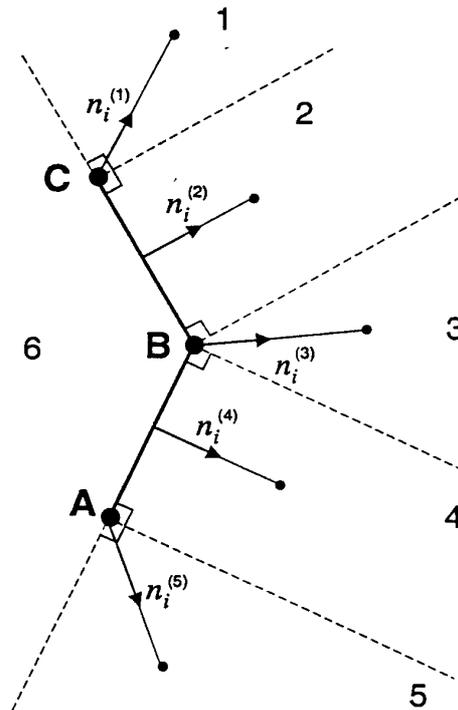


Abbildung 6-6: Ermittlung des Normalenvektors für Kugel-Wand-Kontakte [62]

Die Überlappung U^n ist als relative Verschiebung an den Kontakten in Richtung der Normalen definiert und es gilt

$$U^n = \begin{cases} R^{[A]} + R^{[B]} - d, & \text{(Kugel - Kugel)} \\ R^{[b]} - d, & \text{(Kugel - Wand)} \end{cases} \quad (6-5)$$

wobei $R^{[\Phi]}$ der Radius der Kugel Φ ist. Die Position des Kontaktpunktes wird beschrieben durch

$$x^{[c]} = \begin{cases} x^{[A]} + (R^{[A]} - \frac{1}{2}U^n)n, & \text{(Kugel - Kugel)} \\ x^{[b]} + (R^{[b]} - \frac{1}{2}U^n)n, & \text{(Kugel - Wand)} \end{cases} \quad (6-6)$$

Die Kontaktkraft F , die den Einfluß der Kugel A auf Kugel B beim Kugel-Kugel-Kontakt und den Einfluß der Wand auf die Kugel B beim Kugel-Wand-Kontakt wiedergibt, kann in eine Normalkraft und in eine Scherkraft bezogen auf die Kontaktebene aufgeteilt werden

$$F = F^n + F^s \quad (6-7)$$

wobei F^n und F^s die Normalen- und Scherkomponenten des Vektors sind. Der Normalenkontaktvektor wird berechnet mit

$$F^n = K^n U^n n \quad (6-8)$$

wobei K^n die Normalsteifigkeit [Kraft/Verschiebung] im Kontakt ist. Der Wert von K^n wird durch das Kontaktsteifigkeitsmodell bestimmt. In dieser Arbeit wird einschränkend nur ein lineares Kontaktsteifigkeitsmodell betrachtet.

Das lineare Kontaktsteifigkeitsmodell ist durch die Normal- und Schersteifigkeit k_n und k_s [Kraft/Verschiebung] der zwei sich berührenden Elemente (Kugel-Kugel oder Kugel-Wand) definiert. Für die Kontaktsteifigkeit in Normalenrichtung gilt

$$K^n = \frac{k_n^{[A]} k_n^{[B]}}{k_n^{[A]} + k_n^{[B]}} \quad (6-9)$$

und für die tangentielle Scherkontaktsteifigkeit

$$k^s = \frac{k_s^{[A]} k_s^{[B]}}{k_s^{[A]} + k_s^{[B]}} \quad (6-10)$$

wobei die Bezeichnungen [A] und [B] die beiden Elemente bezeichnen, die sich berühren. Für das lineare Modell ist die tangentielle Normalensteifigkeit k^n gleich der sekanten Normalsteifigkeit, da

$$k^n = \frac{dF^n}{dU^n} = \frac{d(K^n U^n)}{dU^n} = K^n \quad (6-11)$$

ist, mit K^n aus Gleichung (6-9).

Es ist zu beachten, daß die Normalsteifigkeit K^n ein Sekantenmodul ist, der sich auf den Absolutwert von Verschiebung und Kraft bezieht. Demgegenüber ist die Schersteifigkeit k^s ein Tangentenmodul, der sich auf den Zuwachs von Verschiebung und Kraft bezieht. Der Sekantenmodul wird mit K , der Tangentenmodul mit k bezeichnet. Die Berechnung der Normalsteifigkeitskraft allein aus der Geometrie macht die Berechnung weniger anfällig für

numerische Abweichungen und ermöglicht die willkürliche Platzierung von Kugeln und die Änderung von Kugelradien während der Berechnung.

Auf den Zuwachs bezogen wird die Scherkontaktkraft berechnet. Wenn ein Kontakt entsteht, ist die Scherkontaktkraft gleich Null. Jedem Zuwachs an relativer Verschiebung folgt ein Anstieg der elastischen Scherkraft, die zum vorhandenen Wert addiert wird. Die Bewegung des Kontaktes muß während dieser Prozedur berücksichtigt werden.

Dies geschieht durch die Aktualisierung von n und $x^{[C]}$ bei jedem Zeitschritt. Da der Scherkontaktkraftvektor F^s als Vektor mit globalen Koordinaten gespeichert wird, muß auch er aktualisiert werden, um die Bewegung des Kontaktes zu berücksichtigen.

Dies wird durch zwei Drehungen erreicht; die erste Drehung (Index \rightarrow rot,1) um die Schnittlinie der alten und der neuen Kontaktebene und die zweite Drehung (Index \rightarrow rot,2) um die neue Normale. Es wird dabei vorausgesetzt, daß die Verdrehungen klein sind.

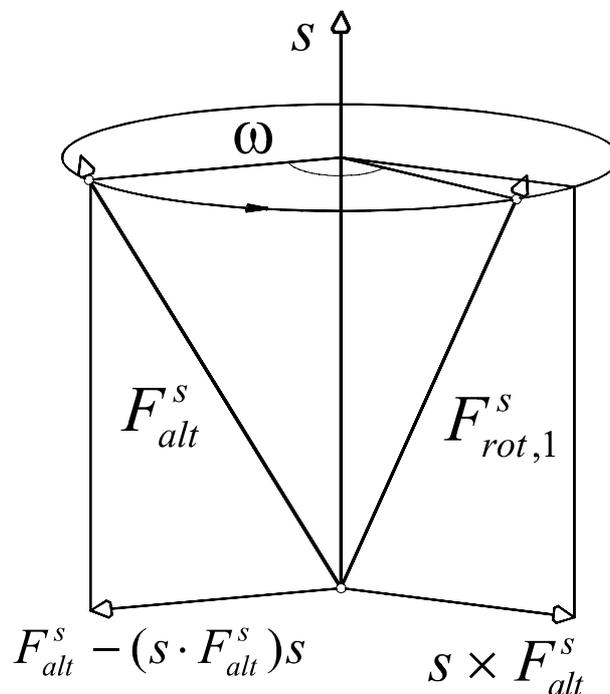


Abbildung 6-7: Drehung eines Vektors [54]

Sind von der ersten Drehung der Richtungsvektor s der Drehachse sowie der Drehwinkel ω bekannt, dann wird $F^s_{rot,1}$ dargestellt durch :

$$F^s_{rot,1} = (\cos \omega) F^s_{alt} + (1 - \cos \omega) \frac{F^s_{alt} \cdot s}{|s|^2} s + \frac{\sin \omega}{s} s \times F^s_{alt} \quad (6-12)$$

Für kleine Winkel ω gilt :

$$\cos(\omega) \approx 1 \quad (6-13)$$

Daraus ergibt sich

$$F_{rot,1}^s = F_{alt}^s + \frac{\sin \omega}{|s|} s \times F_{alt}^s \quad (6-14)$$

Bei der ersten Drehung um die Schnittgerade s der alten und der neuen Kontaktebene liegt der Drehwinkel ω zwischen dem alten Normalenvektor n_{alt} und neuen Normalenvektor n (Abbildung 6-8).

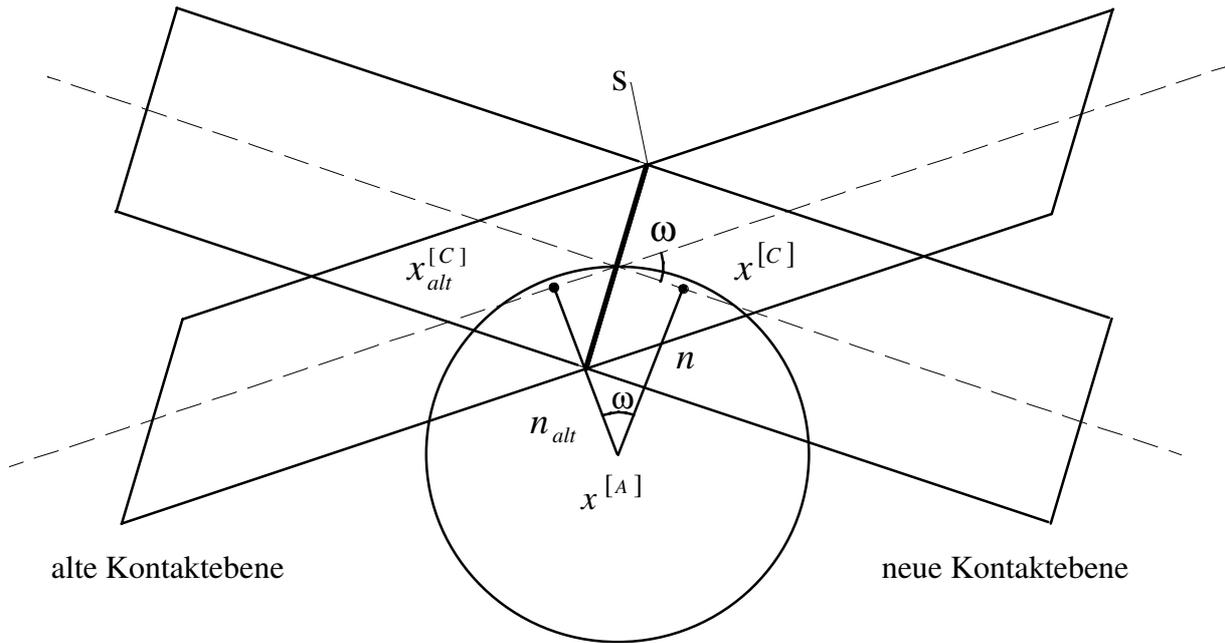


Abbildung 6-8: Erste Drehung um die Schnittgerade

Es gilt:

$$|n_{alt} \times n| = |n_{alt}| |n| \sin(\omega) \quad (6-15)$$

$$\sin(\omega) = \frac{|n_{alt} \times n|}{|n_{alt}| |n|}$$

Daraus ergibt sich für den Winkel zwischen zwei Normalenvektoren mit $|n_{alt}| = 1$, $|n| = 1$ und für kleine Winkel ω

$$\omega \approx |n_{alt} \times n| \quad (6-16)$$

Die Schnittgerade s der alten und der neuen Kontaktebene steht senkrecht auf der von n_{alt} und n aufgespannten Ebene und ergibt sich deshalb aus dem Kreuzprodukt der beiden Normalenvektoren $n_{alt} \times n$. Damit ergibt sich für Gleichung (6-14) dann folgender Zusammenhang

$$\begin{aligned}
F_{rot,1}^s &= F_{alt}^s + \frac{|n_{alt} \times n|}{|n_{alt} \times n|} n_{alt} \times n \times F_{alt}^s \\
&= F_{alt}^s + n_{alt} \times n \times F_{alt}^s
\end{aligned} \tag{6-17}$$

Für die zweite Drehung um die neue Normale gilt

$$F_{rot,2}^s = (\cos \omega) F_{rot,1}^s + (1 - \cos \omega) \frac{F_{rot,1}^s \cdot n}{|n|^2} n + \frac{\sin \omega}{|n|} n \times F_{rot,1}^s \tag{6-18}$$

Das skalare Produkt von F^s und n ist null, da der Scherkontaktkraftvektor senkrecht auf dem Normalenvektor steht. Für kleine Winkel ω und mit $|n| = 1$ ergibt sich

$$F_{rot,2}^s = F_{rot,1}^s + \omega \cdot n \times F_{rot,1}^s \tag{6-19}$$

mit ω als der gemittelten Winkelgeschwindigkeit der beiden sich berührenden Körper, bezogen auf die neue Normalenrichtung. Es gilt

$$\omega = \frac{1}{2} (\omega^{[\Phi^1]} + \omega^{[\Phi^2]}) n \Delta t \tag{6-20}$$

wobei $\omega^{[\Phi^i]}$ die Winkelgeschwindigkeit des Elementes Φ^i und Δt der gewählte Zeitschritt ist. Für Φ^i gilt

$$\{\Phi^1, \Phi^2\} = \begin{cases} \{A, B\}, & \text{(Kugel - Kugel)} \\ \{b, w\}, & \text{(Kugel - Wand)} \end{cases} \tag{6-21}$$

Als nächstes muß der Zuwachs der Scherkraft ΔF^s berechnet werden. Der Kontaktverschiebungsvektor V , der als Verschiebung der Kugel B relativ zur Kugel A am Kontaktpunkt bei Kugel-Kugel-Kontakten und als Verschiebung der Wand relativ zur Kugel bei Kugel-Wand-Kontakten definiert ist, läßt sich berechnen mit

$$\begin{aligned}
V &= (\dot{x}^{[c]})_{\Phi^2} - (\dot{x}^{[c]})_{\Phi^1} \\
&= [\dot{x}^{[\Phi^2]} + \omega^{[\Phi^2]} \times (x^{[c]} - x^{[\Phi^2]})] - [\dot{x}^{[\Phi^1]} + \omega^{[\Phi^1]} \times (x^{[c]} - x^{[\Phi^1]})]
\end{aligned} \tag{6-22}$$

wobei $\dot{x}^{[\Phi^i]}$ der translatorische Geschwindigkeitsvektor des Elementes Φ^i ist. Beim Kugel-Wand-Kontakt ist $\omega^{[W]}$ die Winkelgeschwindigkeit der Wand in Bezug auf $x^{[W]}$, dem Drehpunkt der Wand. Die Kontaktverschiebung kann in eine Normalkomponente V^n und eine Scherkomponente V^s mit Bezug auf die Kontaktebene aufgeteilt werden. Es gilt für die Scherkomponente

$$V^s = V - V^n = V - Vn \quad (6-23)$$

Die Scherkomponente des Zuwachsvektors, die sich mit Hilfe der Kontaktverschiebung über den Zeitschritt Δt mit

$$\Delta U^s = V^s \Delta t \quad (6-24)$$

berechnet, wird zur Ermittlung des elastischen Scherkraftzuwachsvektors benötigt:

$$\Delta F^s = -k^s \Delta U^s \quad (6-25)$$

mit k^s der tangentialen Schersteifigkeit am Kontakt. Die neue Scherkontaktkraft wird durch die Summierung des aktualisierten Scherkraftvektors vom Anfang des Zeitschrittes mit dem elastischen Scherkraftzuwachsvektor berechnet.

$$F_{neu}^s = F_{rot,2}^s + \Delta F^s \quad (6-26)$$

Anschließend müssen die so ermittelten Normal- und Scherkontaktkraft, entsprechend dem Verbindungsmodell (siehe Abbildung 6-9) korrigiert werden.

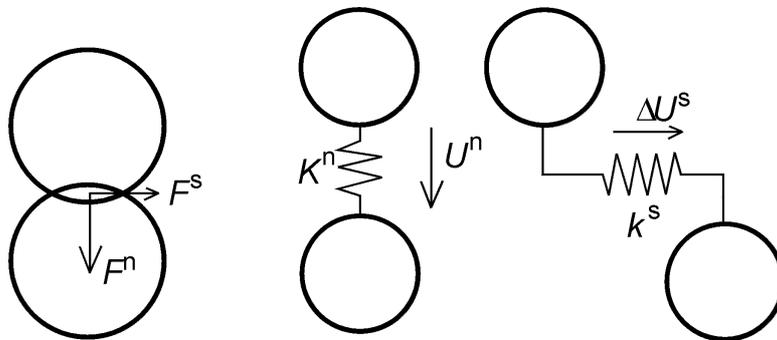


Abbildung 6-9: Verbindungsmodell

In dieser Arbeit wird das Gleitmodell für die Interaktion zweier sich berührender Elemente verwendet. Es erlaubt keine Übertragung von Zugkräften in Richtung der Normalen. Außerdem sind die übertragbaren Scherkräfte durch Kontaktreibung begrenzt, so daß sich die beiden Kontaktpartner gegeneinander verschieben können. Das Gleitmodell wird durch den Reibungskoeffizienten μ , dem kleinsten Reibungskoeffizienten der beiden sich berührenden Elemente, definiert. Mit Gleichung (6-5) wird die Überlappung U bestimmt. Ist $U \leq 0$, dann werden Normal- und Scherkontaktkraft zu Null gesetzt. Im anderen Fall $U > 0$ wird der Kontakt auf Gleiten überprüft, indem die maximal erlaubte Scherkontaktkraft ermittelt wird.

$$F_{\max}^s = \mu |F^n| \quad (6-27)$$

Ist $|F^s| > F_{\max}^s$, wird das Gleiten durch das Gleichsetzen des Werts von F^s mit F_{\max}^s ermöglicht.

$$F^s \leftarrow F^s (F_{\max}^s / |F^s|) \quad (6-28)$$

Dies Berechnung muß nun für alle Kontakte eines Elements durchgeführt werden, um alle angreifenden Kräfte am Elemente zu bestimmen. Damit gilt für zwei sich berührende Kugeln

$$\begin{aligned} F^{[\Phi^1]} &\leftarrow F^{[\Phi^1]} - F & (6-29) \\ F^{[\Phi^2]} &\leftarrow F^{[\Phi^2]} - F \\ M^{[\Phi^1]} &\leftarrow M^{[\Phi^1]} - (x^{[C]} - x^{[\Phi^1]}) \times F \\ M^{[\Phi^2]} &\leftarrow M^{[\Phi^2]} - (x^{[C]} - x^{[\Phi^2]}) \times F \end{aligned}$$

wobei $F^{[\Phi^j]}$ bzw. $M^{[\Phi^j]}$ die Summe der Kräfte bzw. Momente am Elemente Φ^j ist, und F sich aus Gleichung (6-7) ergibt.

6.4.4 Das Bewegungsgesetz

Die Bewegung jedes einzelnen Teilchens ist von den angreifenden Kraftvektoren und Momentenvektoren abhängig und kann mit einer Verschiebung und einer Drehung beschrieben werden. Die translatorische Verschiebung des Massenschwerpunkts wird mit dem Positionsvektor x , dem Geschwindigkeitsvektor \dot{x} und dem Beschleunigungsvektor \ddot{x} beschrieben und die Drehung des Teilchens mit Hilfe der Winkelgeschwindigkeit ω und der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$. Es ergeben sich zwei Vektorgleichungen. Die eine enthält die angreifenden Kräfte sowie die translatorische Verschiebung; die andere verknüpft die angreifenden Momente und die Drehung (Impulssatz und Drallsatz). Für die Gleichung der translatorischen Bewegung gilt folgende Vektorform:

$$F = m (\ddot{x} - g) \quad (6-30)$$

Hierbei ist F die resultierende Kraft aller von außen auf das Teilchen einwirkender Kräfte, m die gesamte Masse des Teilchens und g der Massenbeschleunigungsvektor (z. B. Gravitationskraft). Die Gleichung für die Drehbewegung kann in der Vektorform

$$M = \dot{D} \quad (6-31)$$

geschrieben werden. M stellt das angreifende Moment auf das Teilchen und \dot{D} die zeitliche Änderung des Dralls, den Drehimpuls dar. Die Gleichungen beziehen sich auf ein lokales Koordinatensystem, wobei der Massenschwerpunkt den Koordinatenursprung bildet. Liegen die Achsen auf den Trägheitshauptachsen, dann entfällt der Anteil der Zentrifugalmomente. Der Drall berechnet sich zu

$$D = I \cdot \dot{\omega} \quad (6-32)$$

mit den Massenträgheitsmomenten I und der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$. Für kugelförmige Teilchen, deren Masse homogen über das Volumen verteilt ist, liegt der Massenschwerpunkt im Zentrum der Kugel. Die Achsen jedes lokalen Achsensystems, das vom Massenschwerpunkt der Kugel ausgeht sind Hauptachsen und das Hauptträgheitsmoment ändert sich nicht. Es gilt für homogene Kugeln bezogen auf ein globales Koordinatensystem

$$M = I\dot{\omega} \quad (6-33)$$

Das Massenträgheitsmoment I für eine homogene Kugel mit dem Radius R berechnet sich zu

$$I = \frac{2}{5} mR^2 \quad (6-34)$$

und somit folgt

$$M = \left(\frac{2}{5} mR^2\right)\dot{\omega} \quad (6-35)$$

Die hergeleiteten Bewegungsgleichungen werden mit Hilfe des Differenzenverfahrens über den Zeitschritt Δt gelöst. Die Werte für \dot{x} und ω werden mit einem gemittelten Intervall von $t \pm n \cdot \Delta t / 2$ berechnet, während die Werte für x , \ddot{x} , $\dot{\omega}$, F und M für das gesamte Intervall $t \pm n \cdot \Delta t$ bestimmt werden. Folgende Ausdrücke beschreiben die translatorische und die rotatorische Beschleunigung zum Zeitpunkt t mit Werten für die Geschwindigkeit am gemittelten Intervall.

$$\ddot{x}^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} \left(\dot{x}^{(t+\Delta t/2)} - \dot{x}^{(t-\Delta t/2)} \right) \quad (6-36)$$

$$\dot{\omega}^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} \left(\omega^{(t+\Delta t/2)} - \omega^{(t-\Delta t/2)} \right) \quad (6-37)$$

Da die Anfangsbedingungen x^0 , \dot{x}^0 und ω^0 durch den Benutzer definiert sind, können ohne Probleme die Werte für $\dot{x}^{(-\Delta t/2)}$ und $\omega^{(-\Delta t/2)}$ bestimmt werden [3]. Eingesetzt in die Bewegungsgleichungen ergibt sich die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $(t \pm \Delta t / 2)$ mit

$$\dot{x}^{(t+\Delta t/2)} = \dot{x}^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{F^{(t)}}{m} + g\right)\Delta t \quad (6-38)$$

$$\omega^{(t+\Delta t/2)} = \omega^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{M^{(t)}}{I}\right)\Delta t \quad (6-39)$$

Anschließend wird die Position des Kugelzentrums aktualisiert mit

$$x^{(t+\Delta t)} = x^{(t)} + \dot{x}^{(t+\Delta t/2)}\Delta t \quad (6-40)$$

Ein Rechenzyklus kann wie folgt zusammengefaßt werden: Mit den vorhandenen Werten von $\dot{x}^{(t-\Delta t/2)}$, $\omega^{(t-\Delta t/2)}$, $x^{(t)}$, $F^{(t)}$ und $M^{(t)}$ werden $\dot{x}^{(t+\Delta t/2)}$ und $\omega^{(t+\Delta t/2)}$ berechnet. Danach wird $x^{(t+\Delta t)}$ bestimmt und die Werte für $F^{(t+\Delta t)}$ und $M^{(t+\Delta t)}$ werden für den nächsten Zyklus mit Hilfe des Kraftverschiebungsgesetzes aktualisiert.

Im Anhang C befindet sich die Programmierung dieses Rechenzyklus für eine Kugel und eine Wand mit dem Programm Mathcad 6.0 [53]. Es lassen sich daraus sehr anschaulich die einzelnen Schritte erkennen. Die Struktur ist entsprechend übersichtlich, da für diese Wand-Kugel-Kombination der Kontaktpunkt einfach zu ermitteln ist und auch die Richtung der Kraft F^s nicht aktualisiert werden muß, da F^s nur parallel zur Wand gerichtet sein kann.

6.4.5 Die Rand- und Ausgangsbedingungen

Generell resultieren die Belastungen auf die Kugel-Matrix aus der Gravitation oder aus Wandbewegungen. Sowohl die Gravitationsbeschleunigung als auch Rand- und Ausgangsbedingungen für Kugeln und Wände können definiert werden. Für jede Wand kann sowohl eine Verdrehung als auch eine translatorische Verschiebung vorgegeben werden. Es können aber keine angreifenden Kräfte berücksichtigt werden. Wandverschiebungen werden durch die folgenden drei Parameter festgelegt:

- translatorische Geschwindigkeit $\dot{x}^{[W]}$
- Verdrehung $\omega^{[W]}$
- Zentrum der Verdrehung $x^{[W]}$.

Die Wandbewegung wird wie bei der Gleichung (6-40) durch die Aktualisierung jedes Punktes P, der die Wand definiert, bestimmt. Für die Verschiebung des Punktes P, dessen Position durch $x^{[P]}$ bestimmt ist, gilt

$$\dot{x}^{[P]} = \dot{x}^{[W]} + \omega^{[W]} \times (x^{[P]} - x^{[W]}) \quad (6-41)$$

Für jede Kugel kann sowohl eine angreifende Kraft und/oder ein Moment, die am Mittelpunkt angreifen, als auch eine Ausgangsgeschwindigkeit (translatorisch und rotatorisch) definiert werden. Die aufgebrachte Kraft und das Moment bleiben während der Simulation konstant und werden zur vorhandenen Kraft bzw. zum vorhandenen Moment addiert, bevor das Bewegungsgesetz angewendet wird. Sind die Kugelgeschwindigkeiten nicht fixiert, werden sie im nächsten Zeitschritt basierend auf den angreifenden Kräften und dem Bewegungsgesetz automatisch neu berechnet. Nur fixierte Geschwindigkeiten bleiben während der Berechnung konstant, die Bewegungsgleichung wird auf solche Kugeln nicht angewendet.

6.4.6 Die Bestimmung des Zeitschritts

Die Bewegungsgleichungen werden mit dem Differenzenverfahren gelöst. Das berechnete Ergebnis, das mit diesen Gleichungen ermittelt wird, ist nur stabil, wenn der Zeitschritt kleiner als der kritische Zeitschritt ($\Delta t \leq t_{crit}$) ist, der vom kleinsten Eigenwert des gesamten Systems abhängt. Deshalb wird das Differenzenverfahren auch als nur bedingt stabil bezeichnet. Globale Eigenwertberechnungen können praktisch nicht in das große und sich ständig ändernde System einer typischen PFM Simulation integriert werden. Deshalb wird eine vereinfachte Prozedur verwendet, um den kritischen Zeitschritt vor Beginn jedes Zyklus zu bestimmen. Der im Zyklus verwendete Zeitschritt ist nur ein Bruchteil des ermittelten kritischen Werts.

Als erstes wird ein eindimensionaler Einmassenschwinger betrachtet, mit einer Punktmasse m und einer Feder mit der Steifigkeit k (siehe Abbildung 6-10 a). Für die Bewegung der Punktmasse gilt die Differentialgleichung $-k \cdot x = m \cdot \ddot{x}$. Der Lösungsansatz für eine harmonische Bewegung lautet $x(t) = x_0 \cdot \cos \omega \cdot t$ mit der Amplitude x_0 . Eingesetzt in die Differentialgleichung ergibt sich $\omega^2 = k / m$. Daraus erhält man die Periode T . Der kritische Zeitschritt, der für diese Gleichung von einem Differenzenschema zweiter Ordnung abhängt, wird von Bathe und Wilson [3] angegeben zu

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi}; \quad T = 2\pi\sqrt{m/k} \quad (6-42)$$

Abbildung 6-10 b1) zeigt eine endliche Reihe von Massenpunkten und Federn. Die kleinste Periode dieses Systems entsteht, wenn sich die Massen synchron in die entgegengesetzte Richtung bewegen, so daß sich die Mitte jeder Feder nicht verschiebt. Die Bewegung eines einzelnen Massenpunktes kann mit zwei äquivalenten Systemen wie in Abbildung 6-10 b2) und b3) beschrieben werden. Der kritische Zeitschritt kann dann mit Gleichung (6-42) ermittelt werden zu

$$t_{crit} = 2\sqrt{m/(4k)} = \sqrt{m/k} \quad (6-43)$$

wobei k die Steifigkeit jeder Feder in Abbildung 6-10 b1) ist.

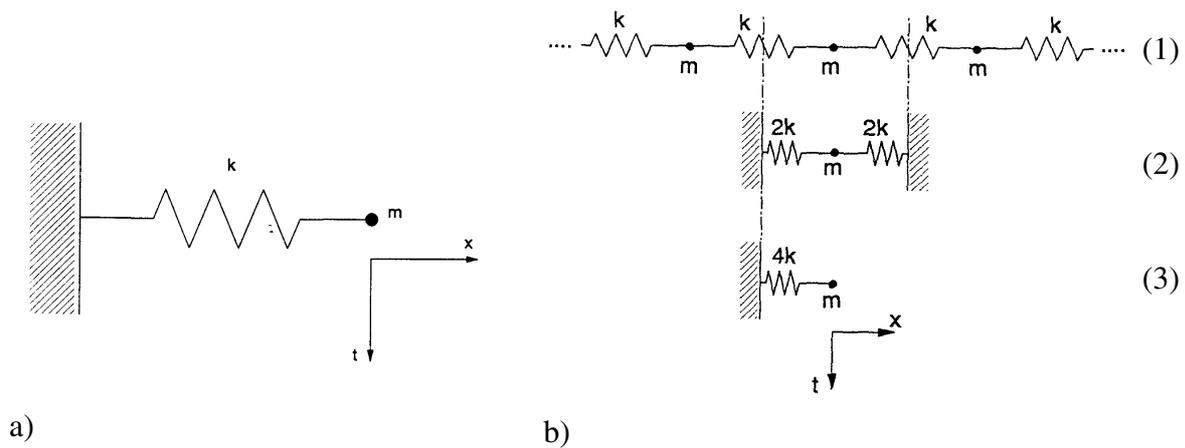


Abbildung 6-10: Ein- und Mehrmassenschwinger [62]

Auf diese Weise läßt sich eine translatorische Verschiebung beschreiben. Rotatorische Bewegungen werden mit den gleichen Systemen charakterisiert, wobei die Masse m durch das Massenträgheitsmoment I und die Steifigkeit durch die Drehsteifigkeit ersetzt wird. Daraus ergibt sich der kritische Zeitschritt für das generelle Mehrmassenfedernsystem zu

$$t_{crit} = \begin{cases} \sqrt{m/k^{tran}}, & \text{(translatorische Bewegung)} \\ \sqrt{I/k^{rot}}, & \text{(Drehbewegung)} \end{cases} \quad (6-44)$$

Darin ist k^{tran} die translatorische Steifigkeit, k^{rot} die Drehsteifigkeit, m die Masse und I das Massenträgheitsmoment des Teilchens.

Das dreidimensionalen System besteht aus Kugeln und Federn, die alle unterschiedliche Massen bzw. Steifigkeiten aufweisen können. Der kritische Zeitschritt wird für jedes Teilchen unter der Voraussetzung, daß die Freiheitsgrade nicht gekoppelt sind, mit Gleichung (6-44) getrennt für jeden Freiheitsgrad ermittelt. Die Steifigkeit wird durch die Summierung aller Anteile der Kontakte geschätzt. Der endgültige kritische Zeitschritt ist das Minimum aller kritischen Zeitschritte und wird aus allen Freiheitsgraden jedes Teilchens berechnet. Die Normalen- und die Drehsteifigkeit für den Freiheitsgrad (i) ist

$$k_{(i)}^{trans} \approx \bar{k}_{(ii)} = (k^n - k^s) n_{(i)}^2 + k^s \quad (6-45)$$

$$k_{(i)}^{rot} \approx \hat{k}_{(ii)} = R^2 k^s (1 - n_{(i)}^2) \quad (6-46)$$

6.4.7 Mechanische Dämpfung

Die den Teilchen zugeführte kinetische Energie geht durch Reibung beim Gleiten verloren. Es ist aber möglich, daß diese Reibung im Modell nicht ausreicht, um eine stationäre Lösung mit einer sinnvollen Anzahl von Rechenschritten zu erreichen. Deshalb wird eine lokale nicht

viskose Dämpfung für jedes Teilchen definiert. Eine Dämpfungskraft wird den Bewegungsgleichungen (6-30) und (6-35) hinzugefügt, so daß

$$F_{(i)} + F_{(i)}^d = M_{(i)} A_{(i)}; \quad i = 1..6 \quad (6-47)$$

$$M_{(i)} A_{(i)} = \begin{cases} m\ddot{x}_{(i)}, & \text{für } i = 1..3; \\ \mathbf{J}\dot{\omega}_{(i-3)}, & \text{für } i = 4..6 \end{cases}$$

mit den verallgemeinerten Kraft- und Masse- beziehungsweise Beschleunigungskomponenten $F_{(i)}$, $M_{(i)}$ und $A_{(i)}$ gilt. $F_{(i)}$ enthält den Anteil der Gravitationskraft und die Dämpfungskraft $F_{(i)}^d$ berechnet sich zu

$$F_{(i)}^d = -\alpha |F_{(i)}| \text{sign}(V_{(i)}); \quad i = 1..6 \quad (6-48)$$

$$\text{sign}(y) = \begin{cases} +1, & \text{für } y > 0; \\ -1, & \text{für } y < 0; \\ 0, & \text{für } y = 0 \end{cases} \quad (6-49)$$

mit der verallgemeinerten Bewegung

$$V_{(i)} = \begin{cases} \dot{x}_{(i)}, & \text{für } i = 1..3; \\ \omega_{(i-3)}, & \text{für } i = 4..6 \end{cases} \quad (6-50)$$

Die Dämpfungskraft wird durch die Dämpfungskonstante α bestimmt, die in der Grundeinstellung den Wert 0,7 hat und sowohl separat für jedes einzelne Teilchen als auch einheitlich definiert werden kann.

Diese Art der Dämpfung ist an folgende Voraussetzungen gebunden:

- Nur eine Beschleunigung wird gedämpft; d. h. es gibt keine Dämpfungskraft bei stationärer Bewegung.
- Die Dämpfungskonstante α ist dimensionslos.
- Da die Dämpfung frequenzunabhängig ist, werden Anhäufungen mit unterschiedlichen natürlichen Perioden gleich gedämpft, wenn sie dieselbe Dämpfungskonstante haben.

Bei dieser Dämpfung ist der Energieverlust je Zyklus unabhängig vom Zeitschritt, mit dem der Zyklus ausgeführt wird. In der Gleichung (6-48) ist es wichtig, daß die Dämpfungskraft immer entgegengesetzt zur Bewegung gerichtet ist. Sie ergibt sich aus den angreifenden Kräften, im Gegensatz zur viskosen Dämpfung, die von der Größe der Verschiebung abhängt.

6.4.8 Ermittlung der Kontakte

Während der Durchführung einer Simulation werden ständig Kontakte gebildet und zerstört. Dies macht eine effektive und robuste Technik zur Identifizierung verbundener Elemente erforderlich. Es ist wegen der Berechnungszeit nicht möglich, alle möglichen Paare vor jedem Zeitschritt zu kontrollieren, da die Suchzeit quadratisch mit der Anzahl der Elemente steigt.

Deshalb wird der Raum, der Kugeln und Wände enthält, in rechtwinklige dreidimensionale Zellen eingeteilt. Jedes Element wird einer oder mehreren Zellen, die einen Teil seines äußeren Raums enthalten, zugewiesen. Ein Elementhüllenraum ist definiert als die kleinste dreidimensionale Zelle mit Seiten parallel zu den Koordinatenachsen, die dieses Element enthält. Jede Zelle speichert die Adresse von allen enthaltenen Elementen. Sind alle Elemente auf die Zellräume verteilt, ist es unproblematisch, die Nachbarn eines gegebenen Elements zu identifizieren, da die Zelle, die den Hüllraum enthält, alle weiteren Nachbarelemente enthält. Hierbei ist die Berechnungszeit, die benötigt wird, um die Aufteilung und die Kontaktsuche für die Elemente durchzuführen, nicht allein von der Anzahl der Elemente im System, sondern wesentlich von der Größe und der Form der Elemente abhängig. Die gesamte Berechnungszeit für die Ermittlung der Nachbarn ist deshalb genau dann direkt proportional zur Anzahl der Elemente wenn das Zellvolumen proportional zum durchschnittlichen Elementvolumen ist.

Es ist schwer einen Formalismus für die optimale Zellgröße zu formulieren. Im Grenzfall mit nur einer aktiven Zelle sind alle Elemente in ihr enthalten und die Suchzeit steigt quadratisch mit der Anzahl der Kugeln. Steigt die Anzahl der Zellen, sinkt die Zahl der Nichtnachbarelemente für ein gegebenes Element. Die Steigerung der Zelldichte ist nur bis zu dem Punkt sinnvoll, an dem alle in der Zelle enthaltenen Elemente Nachbarn sind. Bei weiterer Erhöhung der Anzahl steigt die Zeit für das Einteilen und Suchen. Die optimale Anzahl an Zellen muß also kleiner sein als eine Zelle je Element. Es wird ein heuristischer Algorithmus verwendet, um die optimale Zellengöße zu ermitteln. Abbildung 6-11 zeigt eine Aufteilung in Zellen für den zweidimensionalen Fall. Scheibe A wird den Zellen 7, 8 und 12 zugeteilt, B \rightarrow 8, 9, 13 und 14 und C \rightarrow 9, 10. So muß nur nach einem Kontakt zwischen B und C in Zelle 9 gesucht werden.

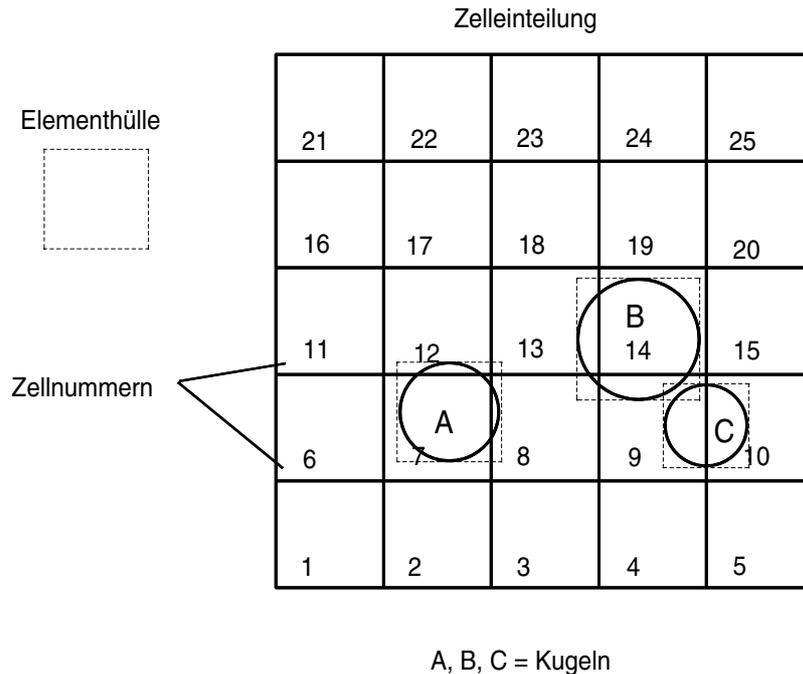


Abbildung 6-11: Einteilung der Kugeln in Zellräume für den zweidimensionalen Fall [11]

Für jedes Element, das sich während der Berechnung bewegt, wird die Zuordnung zu den Zellen aktualisiert und nach Kontakten mit neuen Nachbarn gesucht. Dieser Prozeß wird ausgelöst durch die Abfrage einer Variablen u^{acc} , mit deren Hilfe die Bewegungen des Elementes seit der letzten Zuordnung registriert und die bei jedem Zeitschritt aktualisiert werden.

$$u^{acc} \leftarrow u^{acc} + du \quad (6-51)$$

wobei du den Zuwachs der Verschiebung des Elements bezeichnet.

Sobald eine Komponente von u^{acc} den Wert CTOL (eine definierte Toleranz) überschreitet, wird neu eingeteilt und nach Kontakten gesucht. Die Kontaktüberprüfung wird für ein Volumen durchgeführt, das in allen Richtungen um $2 \cdot \sqrt{3} \cdot CTOL$ größer ist als die Hülle des Elements, um sicher zu stellen, daß eine maximale Bewegung des Elements und aller möglichen Nachbarn gewährleistet ist.

Bewegt sich irgendein Element aus der Zelleinteilung, dann wird die Zelleinteilung in der betroffenen Dimension um 10 % vergrößert und eine vollständig neue Zuordnung aller Elemente wird durchgeführt.

Der Wert von CTOL wird außerdem benötigt, um zu ermitteln, ob ein Kontakt entsteht oder zerstört wird. Haben zwei Elemente einen Abstand gleich oder kleiner CTOL, dann entsteht ein Kontakt. Folglich wird ein existierender Kontakt zerstört, wenn sich die beiden verbundenen Elemente um mehr als CTOL voneinander entfernen.

Das oben beschriebene Prinzip stellt sicher, daß die Datenstruktur für alle möglichen Kontakte bereits besteht, bevor ein physikalischer Kontakt entstehen kann. Es stellt ebenfalls

sicher, daß die Suche nach Kontakten nur für sich bewegende Elemente durchgeführt wird und damit keine Zeit für relativ inaktive Elemente verloren geht.

Nachdem zwei Elemente als Nachbarn ermittelt wurden, werden sie auf Kontakt untersucht. Berühren sich die Elemente nicht, wird überprüft, ob ihr Abstand einen gewissen Grenzwert nicht überschreitet und sie ein potentiell Elementpaar bilden. In diesem Fall wird ein Kontakt definiert, der obwohl zunächst keine Kräfte wirken bei jedem Schritt einer nachfolgenden Berechnung berücksichtigt wird. Elementpaare, die einen größeren Abstand als den festgelegten Toleranzwert aufweisen, werden nicht miteinander in Verbindung gebracht. Auf diese Weise bilden sich die interaktiven Kräfte sofort, wenn sich zwei Elemente berühren auch ohne den aufwendigen Prozeß der Kontaktermittlung. Es ist zu beachten, daß die Ermittlung der Kontakte ein lang andauernder Prozeß ist, der nicht bei jedem Rechenzyklus durchgeführt wird.

7 Berechnung des Erddrucks mit dem PFM

7.1 Allgemeines

In diesem Kapitel wird die Modellierung der durchgeführten Modellversuche mit dem PFM erläutert sowie die Berechnungsergebnisse aus der numerischen Simulation dargestellt.

Bei der Ermittlung des Erddrucks in Abhängigkeit einer eingepprägten Verschiebung der Schachtwand im Modellversuch handelt es sich um einen langsamen Vorgang, d. h. eine annähernd statische Situation, die hier mit einem dynamischen Verfahren, dem PFM, berechnet wird. Bathe schreibt dazu [2], daß es unsinnig sei, mit einem expliziten Zeitschrittverfahren einen langsamen dynamischen Prozeß von festen Materialien zu untersuchen. Demgegenüber schreiben Lippmann et al. [7], daß granulare Materialien offensichtlich Diskontinua sind und deshalb die zugehörigen Stoffgesetze der Kontinuumsmechanik weniger verläßlich sind als bei Festkörpern. Die Vorteile des einfachen, diskreten Stoffmodells und die Verwendung eines physikalischen Zeitschrittes kompensieren die Einwände von Bathe, was auch die in diesem und im folgendem Kapitel dargestellten Ergebnisse zeigen.

Zunächst werden kurz die bekannten Veröffentlichungen zum Thema der numerischen Simulation von Sand mit Hilfe der DEM beschrieben. Die Ermittlung der Stoffparameter - Kugeldurchmesser, Schersteifigkeit, Kontaktsteifigkeit und Kontaktreibung - war aufwendig, da die Abhängigkeit des Erddrucks von der Verformung mit der DEM für den ebenen Fall noch nicht ausreichend untersucht wurde und die Generierung des Ausgangszustands E_0 (Erdruhedruck) wesentlichen Einfluß auf das Ergebnis hat.

7.2 Bisherige Veröffentlichungen

In vielen Veröffentlichungen wird über Berechnungen des Verhaltens granularer Materialien mit Hilfe der DEM berichtet. Die meisten stammen aus dem Gebiet der Physik und der mechanischen Verfahrenstechnik. In einigen Fällen wurde auch versucht, das Verhalten von Fels mit dieser Methode zu bestimmen. Der Vollständigkeit halber seien hier die Arbeiten von Bathurst [4], Cundall [12] + [13] + [14] + [15], Hakuno [28] + [29], Kuhn [48], Taylor [82], Thornton [86], Ting [87] und Will [97] erwähnt. Auf diese Veröffentlichungen wird im weiteren nicht näher eingegangen.

Nur wenige Autoren beschäftigen sich mit der Simulation von Sand als spezielles granulares Material mit Hilfe der DEM und wenn, dann meist in Bezug auf die Entstehung von Scherfugen bzw. die Ausbildung von Bruchkörpern wie z. B. Bardet und Proubet [1].

Murakami, A. et al. [59] untersuchten das Verhalten von Sand mit der DEM beim klassischen Trap-Door-Versuch, wobei sie ein zweidimensionales Programm verwenden. Beim Trap-Door-Versuch wird ein Teil der Bodenplatte eines mit Sand gefüllten Behälters nach oben bzw. nach unten verschoben. Die dabei auftretenden Belastungen auf diese Platte werden gemessen und die im Boden entstehenden Scherzonen durch eingestreute Markierungs-

schichten verdeutlicht. Die gemessenen Ergebnisse stimmten sowohl beim Anheben als auch beim Absenken der Platte gut mit den berechneten Werten überein. Dies gilt für den Druck auf die bewegte Platte und für die Form und Lage der Scherfuge. Auch die Setzungen an der Oberfläche konnten gut wiedergegeben werden.

In einer Veröffentlichung von Lorig et al. [51] wurde auf die Unterschiede zwischen einer zweidimensionalen und einer dreidimensionalen Berechnung eingegangen, indem ähnlich wie beim Absenken der Platte beim Trap-Door-Versuch eine Fehlstelle in der Bodenplatte simuliert wurde. Bei der dreidimensionalen Berechnung wurden zusätzlich parallel zur Untersuchungsebene Wände mit einem Wandreibungswinkel von $\delta = 10^\circ$ abgebildet, wodurch eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen erreicht wurde.

Die Ermittlung der notwendigen Stoffparameter gelang Lorig mit Hilfe der numerischen Simulation von Triaxialversuchen, was auch im Handbuch von PFC^{3D} der Firma Itasca [62] empfohlen wird. Lorig et al. weisen darauf hin, daß die Ermittlung der Stoffparameter mit Hilfe der Berechnung eines Schüttwinkels nicht zu empfehlen sei, da die Kontaktkräfte an der Geländeoberfläche sehr gering sind und es deshalb Elemente geben kann, die labil sind. Daraus ergibt sich eine sehr lange Rechenzeit bis zum Erreichen eines Gleichgewichtszustandes.

Numerische Untersuchungen von Scherversuchen wurden bereits von verschiedenen Autoren durchgeführt. So befaßten sich z. B. Bardet et al. [1], Dubujet et al. [18] und van Baars [88] mit der Simulation von Triaxial- bzw. Biaxialversuchen. Auch direkte Scherversuche wurden unter anderem von Cundall [10] und Ting et al. [87] numerisch abgebildet. Für diese Untersuchungen wurden zweidimensionale Modelle verwendet.

In der vorliegenden Arbeit wird die Ermittlung der Stoffparameter nicht mit simulierten Triaxialversuchen erreicht, da erste Berechnungsversuche zeigten, daß gerade das Verhalten der Elemente bei niedrigem Spannungsniveau entscheidend für den Erddruck infolge Bodeneigengewicht ist. So ist der Einfluß der Normalsteifigkeit k_n der Kugeln auf den Peakwert im Triaxialversuch mit entsprechend hohem Spannungsniveau wesentlich größer als auf den Schüttwinkel einer Böschung, wodurch sich der Einfluß der Kontaktreibung μ als wesentlich kleiner erweist. Daher wurden die Stoffparameter mit Hilfe des für den ebenen Fall bekannten aktiven Erddruck E_a nach Coulomb bestimmt.

7.3 Berücksichtigung der Rechnerleistung

Die DEM läßt sich gut mit parallelen Prozessoren ausführen [36]. Im zeitlichen Rahmen dieser Arbeit und mit der zur Verfügung stehenden Programmversion PFC^{3d} 1.0 war es nicht möglich, das Modell auf einem Großrechner mit mehreren Prozessoren zu bearbeiten, da an diesem nur begrenzt Rechenzeit zur Verfügung steht und die Implementierung des Programms viel Zeit und einen entsprechenden finanziellen Aufwand erfordert.

So wurden fast alle Berechnungen auf einem PC mit einer Taktfrequenz von 400 MHz sowie einem Arbeitsspeicher von 128 MB durchgeführt. Daraus ergaben sich für die Simulation eine maximale Anzahl von 100 000 Kugeln und bei dichter Lagerung aufgrund der Kontakte an den Kugeln ca. 600 000 Elemente, die im Arbeitsspeicher verwaltet wurden. Die Berech-

nungszeit des räumlichen Problems betrug bei ca. 90 000 Kugeln etwa 3 Wochen. Da die Entwicklung bei der Rechnerleistung ständig voranschreitet, werden Beschränkungen z. B. in der Anzahl der Kugeln immer bedeutungsloser; große Systeme sind aber zur Zeit nur mit Hilfe von Großrechenanlagen, wie zum Beispiel im Forschungszentrum Jülich, lösbar.

7.4 Geometrie der Simulation

Es soll der Erddruck auf einen Schacht im Modellmaßstab mit einer Höhe von 100 cm und einem Durchmesser von 40 cm berechnet werden. Aufgrund der Symmetrie ist bei der Simulation wie auch im Versuch nur ein Quadrant des Schachts abzubilden. Aus den Abmessungen des Modellversuchs (s. Kapitel 3.2) würde sich ein Volumen von ca. 1 m³ rechnerisch zu modellierenden Bodens ergeben. Optimal wäre, wenn die Kugeln die Größe der einzelnen Sandkörner ($0,1 \leq \varnothing \leq 2$ mm) hätten. Dies wird aber auch in absehbarer Zukunft nicht mit einem vertretbaren Aufwand zu berechnen sein. Schon bei einem Korn-durchmesser von 1 cm wären für ein Volumen mit den Versuchsabmessungen 2 Millionen Kugeln erforderlich, bei einem Durchmesser von 2 cm immerhin noch etwa 300 000 Stück. Da eine solche Berechnung auf den zur Zeit üblichen PC's nicht praktikabel ist, wird das Volumen auf einen Kreisabschnitt begrenzt, der demjenigen ähnlich ist, der im Modellversuch bei der Bestimmung des Erddrucks auf den Schacht betrachtet wurde. Er scheint etwas willkürlich gewählt, ist aber aufgrund folgender Überlegungen entstanden (Abbildung 7-1).

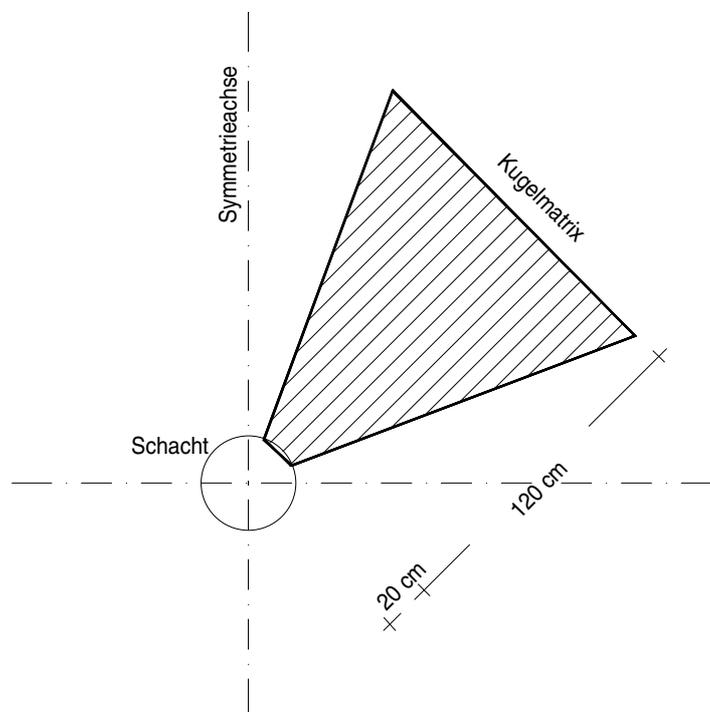
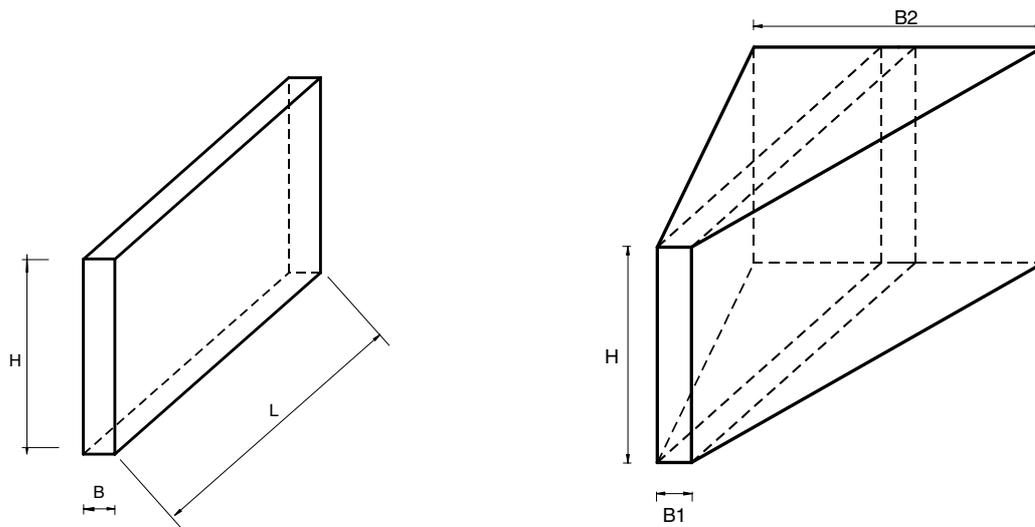


Abbildung 7-1: Untersuchter Kreisabschnitt



Quader (ebene Randbedingungen)

Obelisk (rotationssymmetrische Randbedingungen)

Abbildung 7-2: Volumenkörper

Es ist wichtig, daß die abgebildete Schachtwand von möglichst vielen Kugeln berührt wird. Daher sollte die Breite des Kreischnitts B1 (s. Abbildung 7-2) an der Schachtwand ein Vielfaches des Kugeldurchmessers betragen. Für die Ermittlung der Stoffparameter wurde ein Quader mit $H/L/B = 100/120/12$ cm und für die Simulation der Modellversuche ein Obelisk mit $H/L/B1/B2 = 100/120/12/84$ cm gewählt (Abbildung 7-2). Im weiteren wird die Bestimmung des ebenen Erddrucks mit parallelen Seitenwänden als ebener Fall bezeichnet, obwohl sie an einem dreidimensionalen Modell durchgeführt wird, und die des rotationssymmetrischen Erddrucks mit schrägen Seitenwänden als räumlicher Fall.

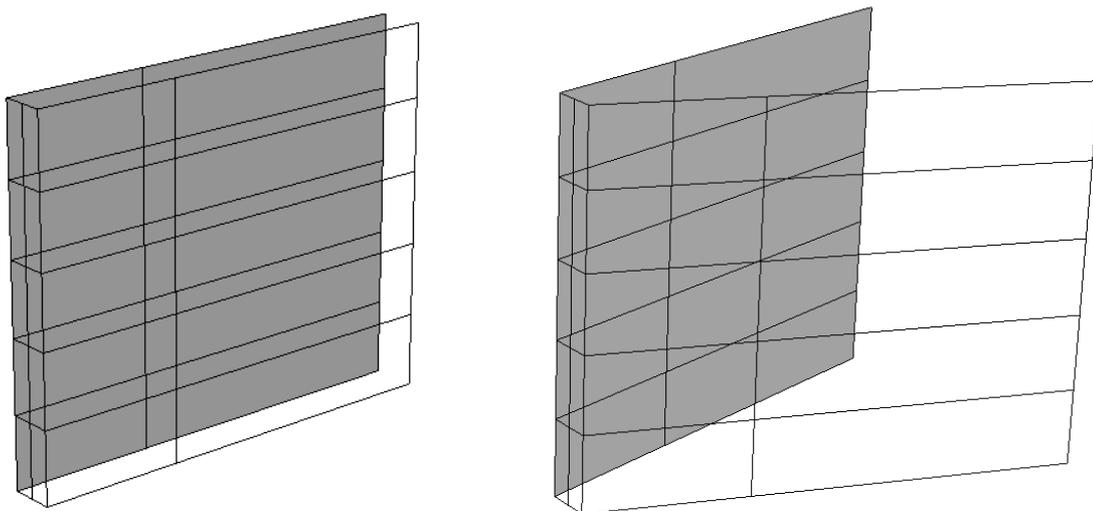


Abbildung 7-3: Generierung der Wände

Der Volumenkörper der Kugelmatrix wird durch starre, verschiebbliche Wände eingeschlossen. Da die Größe der Kontaktkräfte der Kugeln auf die Wände berechnet werden kann, ist ein Vergleich mit den Versuchsergebnissen unmittelbar möglich, vorausgesetzt, die Lage und Größe der Wände entspricht den Meßplatten im Modellversuch. Daher wurden die Seitenwände in fünf Ebenen mit je 20 cm Höhe aufgeteilt. Um die Streuung der Berechnungsergebnisse besser beurteilen zu können, wird zusätzlich die Stirnwand vertikal unterteilt, wodurch ein Vergleich zwischen zwei Wänden mit jeweils gleichen Randbedingungen möglich ist. Zusätzlich kann dadurch die Stirnwand bei Bedarf mit einem Stich entsprechend der Krümmung des Schachtes versehen werden. Die fünf Meßplatten an einer Seitenwand zur Bestimmung des Ringdrucks im Modellversuch sind durch eine einzige Wand abgebildet. Abbildung 7-3 zeigt die beschriebene Aufteilung der Wände für den ebenen Fall und den räumlichen Fall, wobei der Boden und die hintere Rückwand nicht dargestellt sind, da sie als Ebenen und nicht als endliche Flächen definiert wurden.

7.5 Kugeldurchmesser

Der Durchmesser der Modellkugeln wird für die Berechnung des Erddrucks mit $\varnothing = 2$ cm gewählt. Die minimale Größe des Durchmessers ergibt sich aufgrund der zur Verfügung stehenden Rechnerleistung, die es nicht erlaubt, mehr als 100 000 Kugeln zu generieren. Bei einem Volumen des Obeliskens von $V = 596\,859\text{ cm}^3$ und einem angestrebten Porenvolumen von $n_0 = 38\%$ ergibt sich bei maximal 100 000 Kugeln ein Durchmesser von minimal 1,92 cm.

Der maximale Kugeldurchmesser ergibt sich aus Überlegungen zur Verteilung des Erddrucks über die Wandfläche am Schacht. Je mehr Kugeln die Wände berühren, desto geringer ist der Einfluß jeder einzelnen Kugel. Ist die Belastung auf die zwei Wände der Stirnwand in einer Ebene annähernd gleich, so ist der Durchmesser klein genug. Dies wird bei einem Durchmesser von 2 cm und den gewählten Abmessungen erreicht. Hettler [35] fordert, daß bei Modellversuchen das Verhältnis von Kreisfundamentdurchmesser zu Kugeldurchmesser nicht kleiner als 15 ist und jeweils mindestens 200 Körner das Fundament stützen. Genauere Angaben dazu finden sich auch bei Ovesen [61].

Bei dem betrachteten Modellschacht ist $H/\varnothing = 50$ und die Anzahl der Kugeln, die die Stirnwand berühren, liegt bei ca. 400 Stück. Selbst bei den später untersuchten Volumenkörpern mit einer Höhe von 25 cm ist das Verhältnis H/\varnothing immerhin noch 12,5 und es berühren ca. hundert Kugeln die Stirnwand.

Bei einer Variation des Durchmessers ist zu beachten, daß sich trotz gleichbleibender Kontaktparameter (k_n , k_s , und μ) die Eigenschaften des Kugelhaufens ändern. So steigen der Reibungswinkel φ und der Steifemodul E_s der Kugelmatrix mit kleiner werdendem Durchmesser an. Hierauf wird in Kapitel 7.17 noch einmal eingegangen. Es ist deshalb nicht wie bei der FEM möglich, durch Erhöhung der Elementanzahl die Zuverlässigkeit des Ergebnisses und damit die Konvergenz zu überprüfen.

7.6 Bestimmung der Normalsteifigkeit

Der Parameter für die Normalsteifigkeit k_n der Kugeln wird mit der Forderung ermittelt, daß die mögliche Überlappung Δu im Verhältnis zum Durchmesser der Kugeln klein ist. Dazu wird ein k_n -Wert von 10 000 N/cm gewählt. Wird zur Kontrolle das gesamte Gewicht des Kugelhaufens beim ebenen Fall als Belastung auf eine einzige Kugel angesetzt, ergibt sich eine Kraft F von

$$\begin{aligned} F &= h \cdot b \cdot l \cdot \gamma_s \cdot (1-n) & (7-1) \\ &= 100 \cdot 12 \cdot 120 \cdot 0,0265 \cdot (1-0,36) \\ &= 2443,24 \text{ N} \end{aligned}$$

Die zu einer Überlappung Δu von

$$\Delta u = \frac{F}{k_n} = \frac{2442,24}{10000} = 0,24 \text{ cm} \quad (7-2)$$

bei einem Kugeldurchmesser von 2 cm führt. Da eine so große Kraft nie auf eine einzelne Kugel wirkt, ist diese Normalsteifigkeit ausreichend um die Überlappung klein zu halten. Eine größere Normalsteifigkeit beeinflusst kaum den Erddruck infolge Eigengewicht, vergrößert aber die Rechenzeit wesentlich, da die Steifigkeit in die Ermittlung des kritischen Zeitschritts t_{crit} einfließt (Kapitel 6.4.6).

7.7 Generierung der Kugeln

Das in dieser Arbeit verwendete Programm PFC^{3D} bietet verschiedene Möglichkeiten, die zu betrachtenden Volumenkörper zu erstellen. Da die Generierung der Kugeln großen Einfluß auf den Erddruck hat, wird ausführlich darauf eingegangen.

7.7.1 Definiertes Positionieren der Kugeln

Am einfachsten sind Kugeln zu erzeugen, indem die Anfangsposition im Raum und der Radius jeder einzelnen Kugel vorgegeben werden. Mit einer entsprechend programmierten Schleife läßt sich gut eine regelmäßige Anordnung schaffen. Werden die Kugeln mit entsprechendem Abstand (R_1+R_2) zueinander erstellt, ergeben sich keine Verspannungen bzw. Kräfte durch Überlappung oder Verschiebungen der Kugeln.

Eine Kugelmatrix mit gleich großen Kugeln hat nach Kézdi [43] ein maximales Porenvolumen von $n_0 = 47,6 \%$ und ein minimales von $n_0 = 25,9 \%$. In beiden Fällen handelt es sich um eine geordnete Kugelmatrix, wie in Abbildung 7-4 zu erkennen ist.

Da es aber sehr viele regelmäßige Kugelanordnungen gibt und daraus jeweils andere Abhängigkeiten zwischen Erddruck und Verformung zu erwarten sind, ist eine geordnete Kugelmatrix für diese Untersuchung nicht sinnvoll. Vielmehr wird anstelle einer geordneten kristallinen Struktur eine zufällige, ungeordnete Ansammlung von Kugel benötigt.

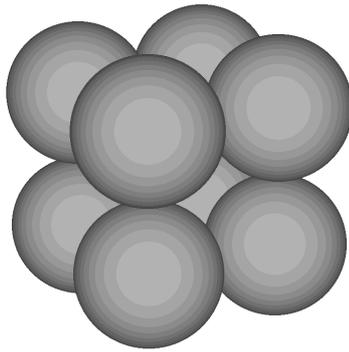
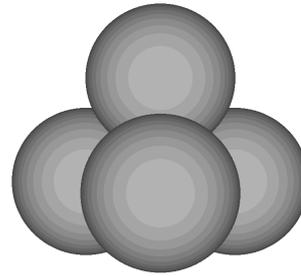
lockerste Lagerung: $n_0 = 47,6 \%$ dichteste Lagerung: $n_0 = 25,9 \%$

Abbildung 7-4: Lockerste und dichteste Lagerung bei gleich großen Kugeln

7.7.2 Zufälliges Positionieren der Kugeln

PFC^{3D} bietet die Möglichkeit, in einem festgelegten Quader die Kugeln mit Hilfe eines Zufallsgenerators anzuordnen. Dabei wird durch den Zufallsgenerator eine Position im Quader ausgesucht und anschließend überprüft, ob der Raum, der durch die zu erzeugende Kugel ausgefüllt wird, schon durch Teile einer anderen Kugel belegt ist. Ist dies der Fall, so wird die nächste Stelle untersucht. Bei diesem Verfahren kann der Radius der Kugeln mit einer gewählten Zufallsverteilung (gleichverteilt oder normalverteilt) zwischen R_{\min} und R_{\max} variiert werden.

Bei dieser Vorgehensweise ist es allerdings nicht möglich, direkt eine Situation zu erzeugen, bei der sich die Kugeln berühren. Hier bleiben nun zwei Möglichkeiten, um die Kugeln in Kontakt miteinander zu bringen.

7.7.2.1 Vergrößern des Radius

Es ist während der Berechnung jederzeit möglich, den Radius der Kugeln zu ändern. Wird der Raum, in dem die Kugeln erzeugt wurden, mit steifen Wänden umgeben, anschließend der Radius aller Kugeln um einen festen Faktor vergrößert und einige Schritte wie in Kapitel 6 beschrieben gerechnet, läßt sich fast jedes gewünschte Porenvolumen erreichen.

Eine Grenze für das kleinste Porenvolumen n_{\min} ergibt sich aus der Regelung, daß, sobald der Mittelpunkt einer Kugel sich beim Kontakt mit einer Wand auf die passive Seite verschiebt (also diese durchdringt), im nächsten Rechenschritt keine Kräfte mehr von der Wand auf die Kugel übertragen werden können und somit die Kugel aus dem umschlossenen Raum schießt, da die Kraft zwischen Wand und Kugel plötzlich entfällt.

Der große Nachteil bei diesem schnellen und effektiven Verfahren liegt aber in der starken inneren Verspannung der Kugeln, die in diesem Fall schon bei Porenvolumen von $n_0 \leq 45 \%$ auftreten. Die Kugeln werden aus einer beliebigen Lage heraus miteinander verkeilt und eine Verringerung des rechnerischen Porenvolumens wird zum Teil nur durch die Überlappung der Kugeln erreicht, d. h. das Schnittvolumen wird doppelt berücksichtigt. Dies ist unproblematisch, wenn das spätere Spannungsniveau wesentlich höher ist, wie z.B. bei der

Simulation eines Triaxialversuchs. Bei der Berechnung des Erddrucks infolge Bodeneigenlast ergeben sich jedoch Ausgangszustände, bei denen der Erddruckbeiwert K um ein Vielfaches größer als 1 ist.

Ähnliche Probleme ergeben sich auch, wenn der umschlossene Raum durch Verschieben der Wände verkleinert wird, anstatt den Radius der Kugeln zu vergrößern.

7.7.2.2 Verdichtung mit Hilfe der Gravitationskraft

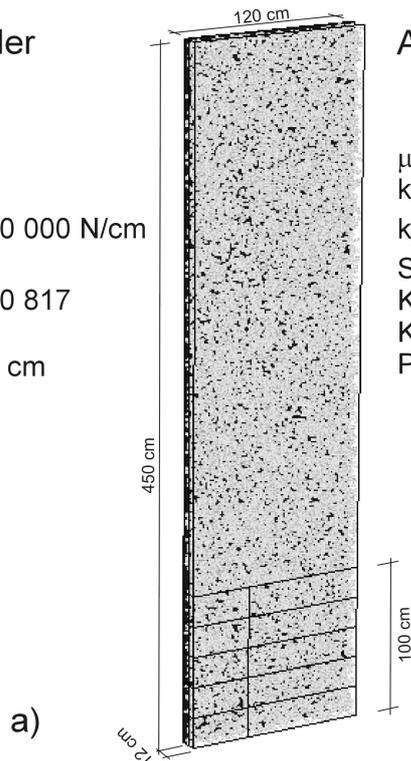
Als optimaler Weg hat sich das "Einstreuen" der Kugeln mit Hilfe der Gravitationskraft erwiesen [34]. Hierbei werden die Kugeln in einem Volumen generiert, das um ein Vielfaches höher ist als die Abmessungen des später gewünschten Bodenkörpers. Nach dem Aktivieren der Gravitationskraft fallen nun die Kugeln in einem dynamischen Prozeß herunter und können sich an der jeweiligen Geländeoberfläche verspannungsfrei in eine noch freie Position bewegen. Dieses Verfahren ist sehr rechenintensiv, so daß das Erzeugen des Ausgangszustands ebensoviel Zeit wie die spätere Berechnung des Erddruckabfalls infolge der Wandverschiebung benötigt.

Das Porenvolumen des Kugelhaufens hängt dabei von der angesetzten Kontaktreibung μ ab. Ist die Kontaktreibung μ gleich Null, so wird die dichteste Lagerung mit einem Porenvolumen von z. B. $n_0 = 36\%$ bei gleichem Durchmesser der Kugeln erreicht. Das entspricht n_{\min} des im 1g-Modellversuch verwendeten Sandes.

Soll ein größeres Porenvolumen erreicht werden, so muß ein Teil der Kontaktreibung vor dem Einstreuen definiert werden. Zum Beispiel stellt sich mit einer Kontaktreibung von $\mu = 0,364$ ein Porenvolumen von $n_0 = 41\%$ ein. Die für ein gewünschtes Porenvolumen benötigte Kontaktreibung beim Einstreuen läßt sich nicht im voraus bestimmen, sondern muß durch Probieren ermittelt werden.

Generieren der Kugeln

μ	= 0
k	= 0
k_s	= 10 000 N/cm
k_n	= 0
Schritte	= 0
Kugeln	= 20 817
Kontakte	= 0
\varnothing	= 2 cm



Ausgangssituation

μ	= Variation
k	= Variation
k_s	= 10 000 N/cm
k_n	= 0
Schritte	= 200 000
Kugeln	= 20 817
Kontakte	= 115 08
Porenvolumen	= 36 %

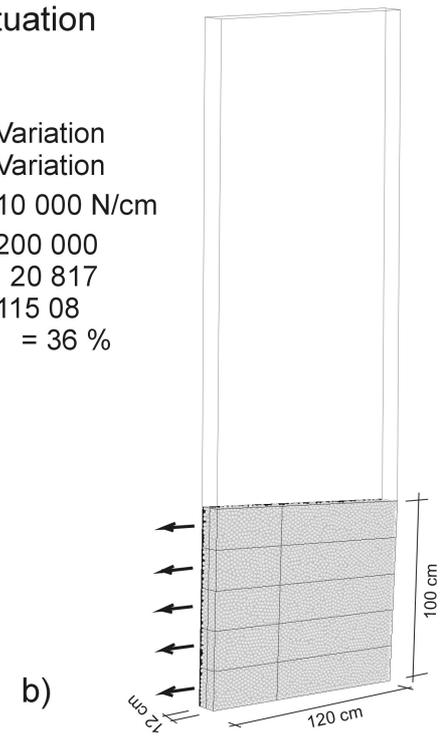


Abbildung 7-5: Erstellen der Kugelmatrix

7.8 Ausgangszustand

Wird nach dem Einstreuen der Erdruehedruck auf die Wände berechnet, so ergibt sich, falls keine Kontaktreibung definiert wurde (Kontaktreibung beim Einstreuen $\mu_e = 0$), ein Erdruehedruckbeiwert von $K_0 \approx 1$. Dies entspricht den Erwartungen, da ohne Reibung und Kohäsion der Flüssigkeitsdruck herrschen muß. Wie schon bei den Modellversuchen ist auch hier der Erddruckbeiwert definiert durch

$$K(s) = \frac{F_{\text{Wand}}(s)/A_{\text{Wand}}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot H} \quad (7-3)$$

mit $F_{\text{Wand}}(s)$ als Summe aller Kräfte normal zur Stirnwand in Abhängigkeit von deren Verschiebung s , ihrer Fläche A_{Wand} und der Höhe H der Schachtwand. Es gilt:

$$K_0 = K(s = 0) \quad (7-4)$$

und

$$K_{ah} = \min K(0 < s < \infty) \quad (7-5)$$

Der Wert $K_0 = 1$ ist - wie die durchgeführten Modellversuche und die ausgewertete Literatur zeigen, nicht wirklichkeitsnah, da praktisch schon bei der Sedimentation eine Reibung mobilisiert wird. Es muß daher noch ein weiterer Zustand erzeugt werden, bei dem die Kontaktreibung teilweise mobilisiert ist und sich der bekannte Erdruehedruckbeiwert in einer

Größe von $K_0 = 0,35$ bis $0,7$ einstellt [60]. Es ist jedoch wichtig, daß es sich um eine in alle Richtungen willkürliche Vorspannung der tangentialen Federn des Verbindungsmodells (Abbildung 6-9) handelt. Die Kugeln müssen sich dafür gegeneinander verdrehen. Diese Mobilisierung entspricht gedanklich dem im Ruhezustand vorhandenen Ausnutzungsgrad A_0 des Reibungswinkels nach Happe [30].

Dies läßt sich erreichen, indem die Radien der Kugeln in Abhängigkeit von der Schersteifigkeit minimal verringert werden, nachdem ein Teil der Reibung definiert wurde. Es werden dann einige tausend Zyklen gerechnet, bis sich erneut ein stabiler Zustand einstellt. Dabei befinden sich alle Kugeln kurzzeitig wieder in der Schwebe und verdrehen sich beim Herunterfallen gegeneinander. Die kinetische Energie ist aber wesentlich kleiner als beim Einstreuen.

Dieses Verfahren funktioniert auch, wenn schon beim Einstreuen ein Teil der Reibung definiert wurde. Das Porenvolumen n_0 wird dadurch nur geringfügig beeinflusst, so daß die einmal erreichte Dichte annähernd konstant bleibt.

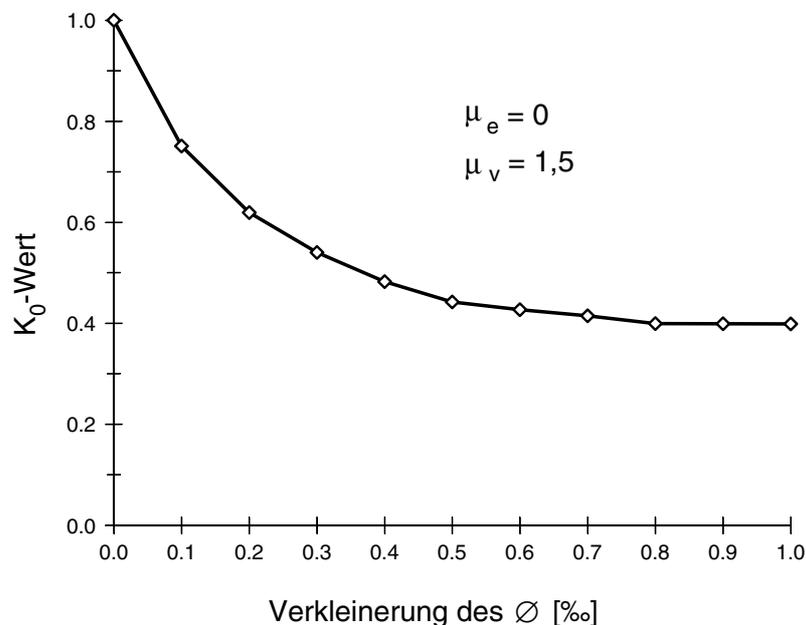


Abbildung 7-6: Abhängigkeit des K_0 -Werts von der Verkleinerung des Durchmessers

Gemäß Abbildung 7-6 ergeben sich unterschiedliche K_0 -Werte in Abhängigkeit von der Verkleinerung der Kugeldurchmesser, obwohl die Kontaktreibung beim Verkleinern μ_v in diesem Fall konstant 1,5 beträgt (Kontaktreibung beim Einstreuen $\mu_e = 0$). Ab einer Verkleinerung des Kugeldurchmessers von ca. 1 ‰ ist ein unterer Grenzwert für K_0 erreicht, d. h. die zufällig gerichteten Reibungskräfte sind voll mobilisiert und weitere gegenseitige Verdrehungen der Kugeln bringen keine weitere zusätzliche Abminderung des Erddruckbeiwerts im Ausgangszustand.

Es ist wichtig, den Kugeldurchmesser so weit zu verkleinern, daß der Grenzwert des Erddruckbeiwerts im Ausgangszustand homogen im ganzen Bodenkörper erreicht wird, sonst ergeben sich bei der räumlichen Berechnung des Erddrucks infolge Wandverschiebung

unterschiedliche Auswirkungen auf den Erddruck an der Schachtwand und an den Seitenwänden, da sich die Verkleinerung des Durchmessers im Querschnitt betrachtet am Schacht nur auf max. 6 Kugeln ($B1/\varnothing = 12 \text{ cm}/2 \text{ cm} = 6$) und am Rand des Körpers auf bis zu 42 Kugeln ($B2/\varnothing = 84 \text{ cm}/2 \text{ cm} = 42$) auswirkt.

Da mit Hilfe der DEM die Versuchsergebnisse nachvollzogen werden sollen, ist es sinnvoll, denselben Ausgangszustand, wie er im Versuch gemessen wurde, zu erreichen. Aus den Versuchen mit dichter Lagerung ergibt sich ein K_0 -Wert von 0,6 bis 0,5, der wie schon erwähnt, größer ist als $K_0 = 1 - \sin\varphi$, was aber mit der hohen Einbauenergie beim Einstreuen und entsprechenden Verspannungen erklärbar ist.

Aus Abbildung 7-6 ergibt sich bei einer Kontaktreibung von $\mu_v = 1,5$ als Grenzwert der Erd-druckbeiwert im Ausgangszustand $K_0 \approx 0,4$. Um als Ausgangszustand einen Grenzwert des Erddruckbeiwerts von $K_0 \approx 0,55$ zu erhalten, wird nur einen Teil der Reibung μ_s definiert, die für den Kugelkontakt beim Verschieben der Schachtwand erforderlich ist.

Nach dem rechnerischen Einstreuvorgang (μ_e) werden die Kugeln um 2 ‰ verkleinert (μ_v) und wenn sich dann wieder ein Gleichgewicht eingestellt hat, wird den Kugeln die gesamte Kontaktreibung (μ_s) zugewiesen. Dadurch ist jeder Erddruckbeiwert im Ausgangszustand zwischen $K_0 = 1,0$ und einem unteren Grenzwert (z. B. mit $\mu_v = 1,5 \rightarrow K_0 = 0,4$) darstellbar, ohne Unterschied zwischen der anschließenden ebenen und räumlichen Berechnung. Der für die dichte Lagerung angestrebte Erddruckbeiwert im Ausgangszustand $K_0 = 0,5$ bis $K_0 = 0,6$ wird mit einer Kontaktreibung von $\mu_v = 0,364$ während der Verkleinerung der Kugeldurchmesser erhalten.

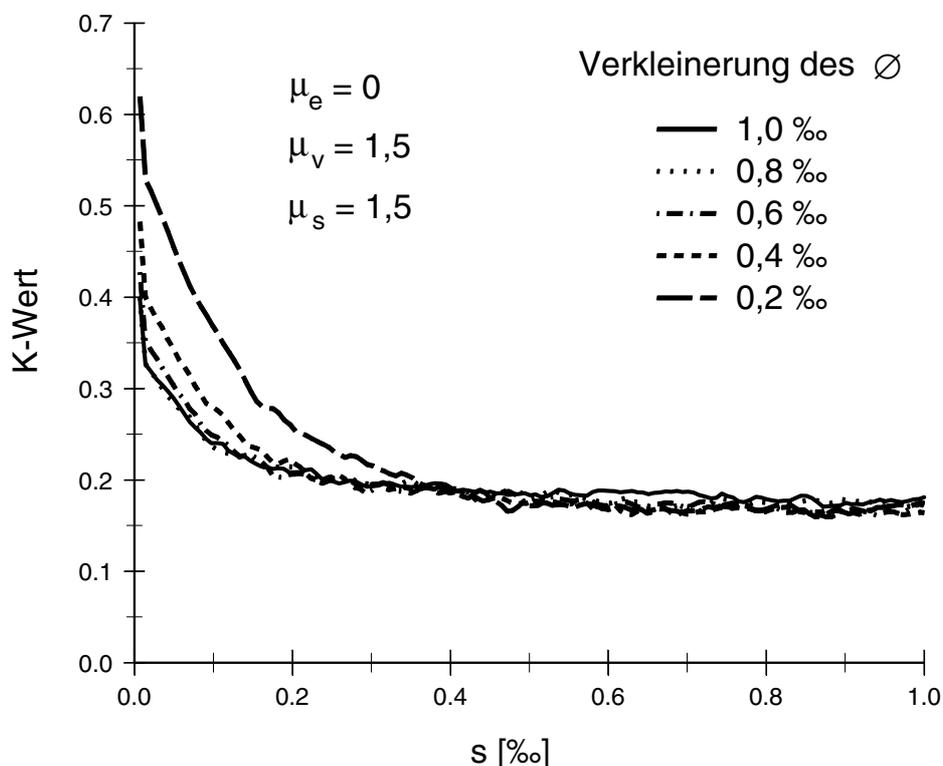


Abbildung 7-7: Einfluß der Verkleinerung der Durchmesser auf den K_a -Wert

Durch paralleles Verschieben der Stirnwand im ebenen Fall bzw. der Schachtwand bei der räumlichen Berechnung (Abbildung 7-5 rechts) kann anschließend die Abhängigkeit des Erddrucks von der Wandverschiebung untersucht werden. Die maximal zulässige Geschwindigkeit der translatorischen Bewegung wird durch einen einfachen Test bestimmt. Steigt bei einem Stop der Verschiebung (z. B. bei $s = 1 ‰$) der Erddruck auf die Stirnwand an, ist die Geschwindigkeit zu groß und muß reduziert werden. Bleibt der Erddruck konstant, kann die Geschwindigkeit vergrößert werden, um eine kürzere Rechenzeit zu erhalten. Die so optimierte Geschwindigkeit kann dann für alle weiteren Berechnungen mit gleichem kritischen Zeitschritt t_{crit} verwendet werden (siehe Kapitel 6.4.5).

In Abbildung 7-7 ist der Erddruckbeiwert K auf die Stirnwand im ebenen Fall in Abhängigkeit von der Verschiebung s - wie bei den Modellversuchen bezogen auf die Höhe der Stirnwand - dargestellt. Der bei großen Wandverschiebungen erreichte minimale Erddruckbeiwert K_a wird durch eine Verkleinerung der Kugeln nicht beeinflusst. Je mehr Reibung durch Verkleinern der Kugeln schon im Ausgangszustand mobilisiert wird, um so geringer ist die Verschiebung, die benötigt wird, um in der Scherfuge die volle Reibung zu aktivieren.

Auch unterschiedliche Kontaktreibungen μ_v bei der Erzeugung des Ausgangszustands haben keinen Einfluß auf den Kleinstwert des Erddruckbeiwerts K_a , wie aus den Erddruckbeiwert-Verschiebungskurven der Abbildung 7-8 hervorgeht, wobei verschiedene Kontaktreibungswerte ($\mu_v = 0,2 / 0,362 / 0,4$) zum Erreichen des Ausgangszustandes und die Kontaktreibungbeiwert $\mu_e = 0$ beim Einstreuen bzw. $\mu_s = 1,5$ Verschieben der Stirnwand angesetzt wurden.

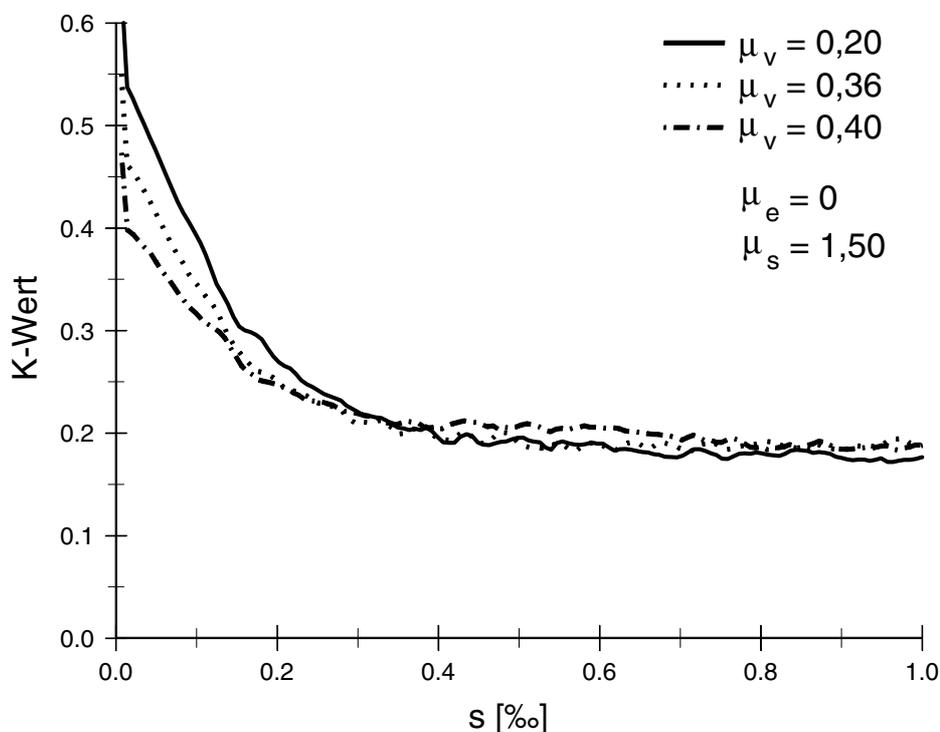


Abbildung 7-8: Unterschiedliche Ausgangszustände

7.9 Kontaktreibung

Um den aus Rahmenscherscher- bzw. Triaxialversuchen bekannten Reibungswinkel φ eines Sandes abzubilden, muß zwischen den Kugeln ein passender Kontaktreibungsbeiwert μ definiert werden. Von Lorig et al. [51] wird für einen Sand mit einem Reibungswinkel von $\varphi = 35^\circ$ ($\tan \varphi = 0,7$) eine Kontaktreibung von $\mu = 1,45$ verwendet.

Der vorgegebene Kontaktreibungsbeiwert μ_s beeinflusst direkt den durch genügend großes Verschieben der Stirnwand bestimmten K_a -Wert, der im ebenen Fall dem K_a -Wert nach Coulomb entsprechen sollte. Aus den durchgeführten rechnerischen Variationen ergibt sich für einen Sand in dichter Lagerung ($\varphi = 41,5^\circ$, $\delta = 0 \rightarrow K_a = 0,2029$) ein Kontaktreibungsbeiwert von $\mu_s = 5$, was einem Kontaktreibungswinkel von $\varphi = 78,7^\circ$ entspricht.

Dieser Wert erscheint sehr hoch, liegt er doch weit über dem physikalischen Reibungsbeiwert von Quarz. Es muß aber beachtet werden, daß sich die geometrische Form eines Sandkorns wesentlich von der einer Kugel unterscheidet, und so zusätzlich ein „geometrischer Reibungsanteil“ im Kontaktreibungsbeiwert berücksichtigt werden muß. Es ist aber nicht möglich, mit einzelnen Kugeln und einem auf Reibung basierenden Kontaktgesetz ein Material mit einem Reibungswinkel von $\varphi > 45^\circ$ zu simulieren, wie sich an der Asymptote aus Abbildung 7-9 erkennen läßt. Wird aber z. B. das freie Drehen der Kugeln verhindert ($\omega = 0$) bzw. verringert, kann ein größerer Reibungswinkel φ dargestellt werden.

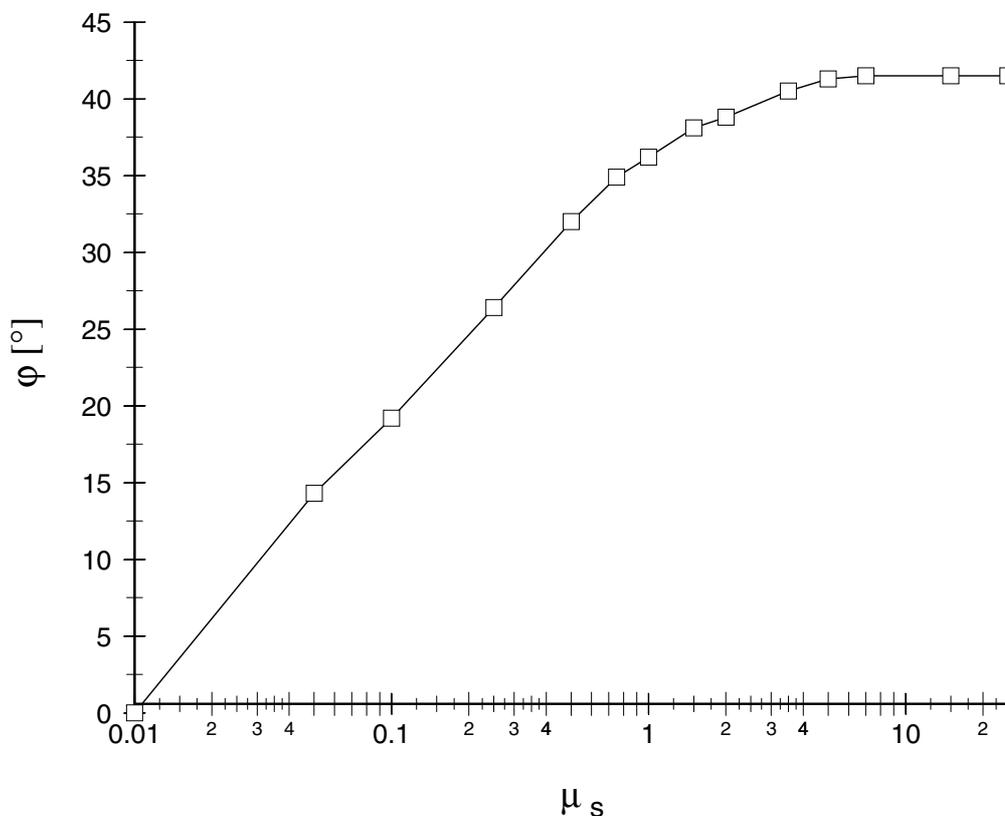


Abbildung 7-9: Zusammenhang zwischen Kontaktreibung und Reibungswinkel

Nur mit einer anderen Geometrie der Partikel kann auf eine physikalisch sinnvolle Art mit einem kleinen Kontaktreibungsbeiwert μ ein großer Reibungswinkel φ abgebildet werden. Dies gelingt numerisch indem mehrere Kugeln mit oder ohne Überlappung miteinander verklebt werden (siehe Thomas [85], Pöschel [64]). Weniger erfolgreich ist die Wahl von ellipsenförmigen Teilchen [50] und numerisch am aufwendigsten ist die Verwendung von polygonalen Teilchen der allgemeinen DEM.

Anhand eines kleinen Beispiels läßt sich der Einfluß der Form der Teilchen verdeutlichen. Ein kegelförmiger Haufen aus Kugeln würde ohne Reibung auseinander fließen, bis keine Kugeln mehr übereinander liegen, während polygonale oder aus mehreren Kugeln zusammengesetzte Partikel auch ohne Kontaktreibung durch geometrische Verzahnung eine Böschung ausbilden. Da solche Partikel einen wesentlich größeren numerischen Aufwand erfordern, wurde hier darauf verzichtet und statt dessen eine entsprechend große Kontaktreibung μ_s gewählt.

Die Abbildung 7-9 zeigt den Zusammenhang zwischen der Kontaktreibung μ_s und dem Reibungswinkel φ innerhalb des Kugelhaufens. Der Ausgangszustand war mit einem Porenanteil $n_0 = 36\%$ bei allen Berechnungen identisch. Der Kontaktreibungsbeiwert μ_s beim Verschieben der Wand wurde variiert. Aus dem so berechneten aktiven Erddruckbeiwert wurde der Reibungswinkel φ mit der Formel von Müller-Breslau [57]

$$K_{\text{ah}} = \frac{\cos^2 \varphi}{\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \cdot \sin(\varphi - \beta)}{\cos \delta \cdot \cos \beta}} \right]^2} \quad (7-6)$$

mit dem Wandreibungswinkel δ und der Geländeneigung β mit Hilfe des Newtonschen Näherungsverfahrens ermittelt. Für den Sonderfall $\beta = \delta = 0$ vereinfacht sich die Formel zu

$$K_{\text{ah}} = K_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (7-7)$$

und der Reibungswinkel φ kann berechnet werden mit

$$\varphi = \arcsin \frac{1 - K_a}{1 + K_a} \quad (7-8)$$

mit dem K_{ah} -Wert aus Gleichung (7-5). Für den Sonderfall $\beta = 0$ und $\delta = \varphi$ kann der Erddruckbeiwert aus Gleichung (7-6) ermittelt werden mit

$$K_{\text{ah}} = \frac{\cos^2 \varphi}{(1 + \sqrt{2} \cdot \sin \varphi)^2} \quad (7-9)$$

und damit der Reibungswinkel zu

$$\varphi = \arcsin \left[-\frac{\sqrt{2} \cdot K_{ah}}{2K_{ah} + 1} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2} \cdot K_{ah}}{2K_{ah} + 1} \right)^2 - \frac{K_{ah} - 1}{2K_{ah} + 1}} \right] \quad (7-10)$$

bestimmt werden.

Die in Abbildung 7-9 dargestellte Variation beschreibt verschiedene granulare Materialien, die bei gleicher Lagerungsdichte unterschiedliche Reibungswinkel haben, z. B. Sand, Ton-, Stahl- oder Glaskugeln. In den Modellversuchen wurde nur ein Sandtyp, jedoch mit zwei unterschiedlichen Lagerungsdichten, verwendet. Da der Reibungswinkel des Sandes vorwiegend von der Lagerungsdichte abhängig ist (Abbildung 3-2), muß auch mit dem PFM bei gleichen Bestandteilen (\emptyset , μ_s , k_n und k_s) ein unterschiedliches Materialverhalten hinsichtlich φ in Abhängigkeit vom Porenvolumen darstellbar sein. Die Abbildung 7-10 läßt erkennen, daß diese Anforderung erfüllt wird. Durch unterschiedliche Kontaktreibung μ_e beim Einstreuen (Tabelle 7-1) konnten verschiedene Lagerungsdichten erzeugt werden. Beim Verkleinern der Kugeln wurde die Kontaktreibung erhöht um den gewünschten Ausgangsruhedruckzustand zu erhalten. Der aktive Erddruckbeiwert K_a zeigt trotz gleicher Stoffparameter (\emptyset , μ_s , k_n und k_s) beim Verschieben der Stirnwand deutliche Unterschiede, vergleichbar mit dem Verhalten des Bodens infolge unterschiedlicher Lagerungsdichten.

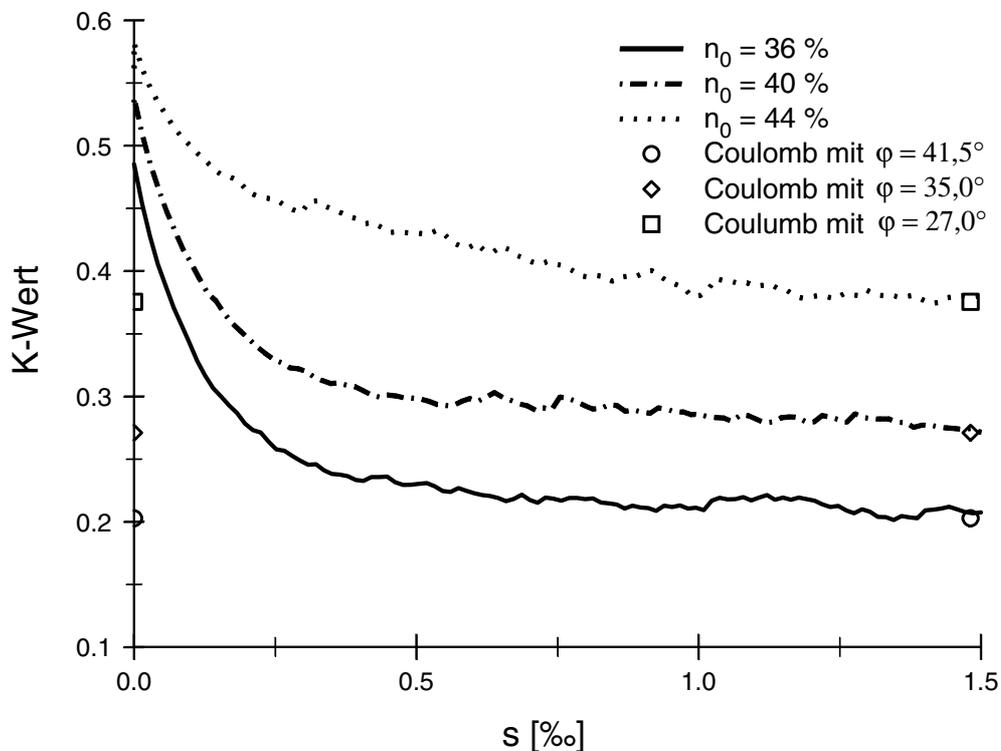


Abbildung 7-10: Variation des Porenvolumens

Tabelle 7-1: Variation des Porenvolumens im ebenen Fall

n_0 [%]	μ_e	μ_v	μ_s	Kugeln	Kontakte	$\frac{\text{Kontakte}}{\text{Kugel}}$	K_a	φ [°]
36	0	0,364	5,0	20 817	115 045	5,5	0,203	41,5
40	0,364	0,40	5,0	19 319	97 509	5,0	0,271	35,0
44	0,45	1,0	5,0	18 755	91 924	4,9	0,367	27,0

Abbildung 7-10 zeigt den Erddruckabfall als Funktion der Wandreibung für eine lockere, mitteldichte und dichte Lagerung. Aus Gleichung (7-8) ergeben sich für die erreichten Endwerte die zugehörigen Reibungswinkel φ (Tabelle 7-1).

Der für den Kugelhaufen maßgebende Reibungswinkel φ wird in Abbildung 7-11 in Abhängigkeit vom Porenvolumen n_0 aufgetragen und mit den aus Triaxialversuchen am Versuchssand ermittelten Werten (Kapitel 3.1) verglichen. Die gemessenen und die berechneten Abhängigkeiten des Reibungswinkels φ vom Ausgangsporenvolumen n_0 passen gut zusammen, ohne daß eine spezielle Eichung durchgeführt wurde.

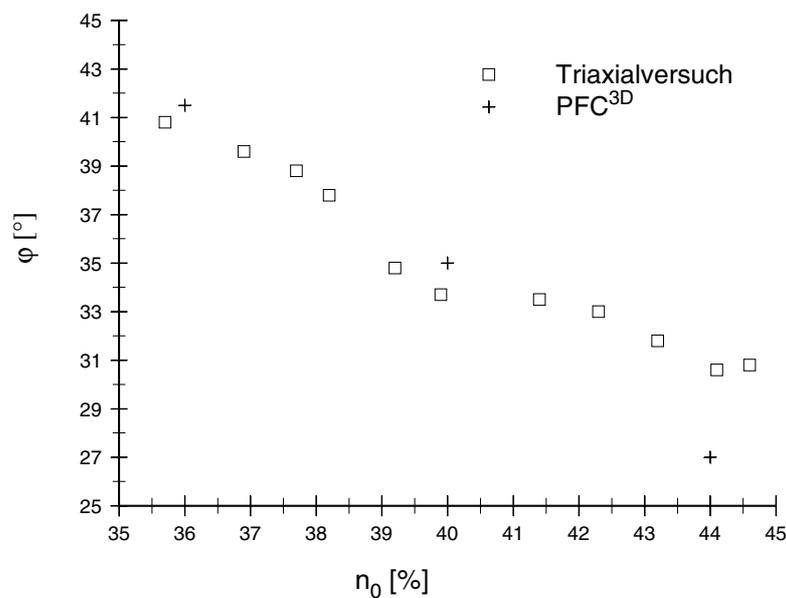


Abbildung 7-11: Vergleich der PFC-Simulation und der Triaxialversuche

Bei allen bisher dargestellten Berechnungen war der Wandreibungswinkel $\delta = 0$. Wird aber an der Stirnwand eine Kontaktreibung μ_s^{Wand} definiert, so ist der zugehörige aktive Erddruckbeiwert K_{ah} wesentlich kleiner. Der untere Graph in Abbildung 7-12 zeigt das Ergebnis einer Berechnung mit Kontaktreibungsbeiwerten von $\mu_s^{\text{Wand}} = 0,82$ und $\mu_s^{\text{Kugel}} = 5$, und der obere Graph mit $\mu_s^{\text{Wand}} = 0$ und $\mu_s^{\text{Kugel}} = 5$. Der K -Wert entspricht dem horizontalen Erddruckbeiwert K_{ah} nach Gleichung (7-6) mit $\varphi = 41,5^\circ$ und $\delta = 25^\circ$. Mit Kenntnis der Vertikal- und Horizontalkräfte an der Stirnwand kann der vorhandene Neigungswinkel der Erddruckkraft E_a berechnet werden. Nach $s = 0,5 \%$ Verschiebung ist ein Erddruckneigungswinkel von $\delta = 25^\circ$ bzw. $\delta \approx \frac{1}{2} \varphi$ erreicht (Abbildung 7-12 rechts).

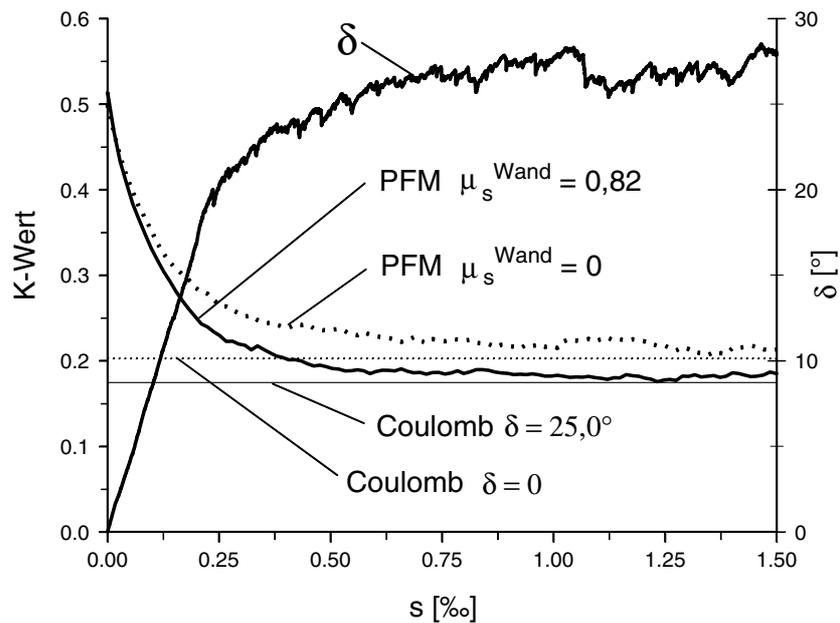
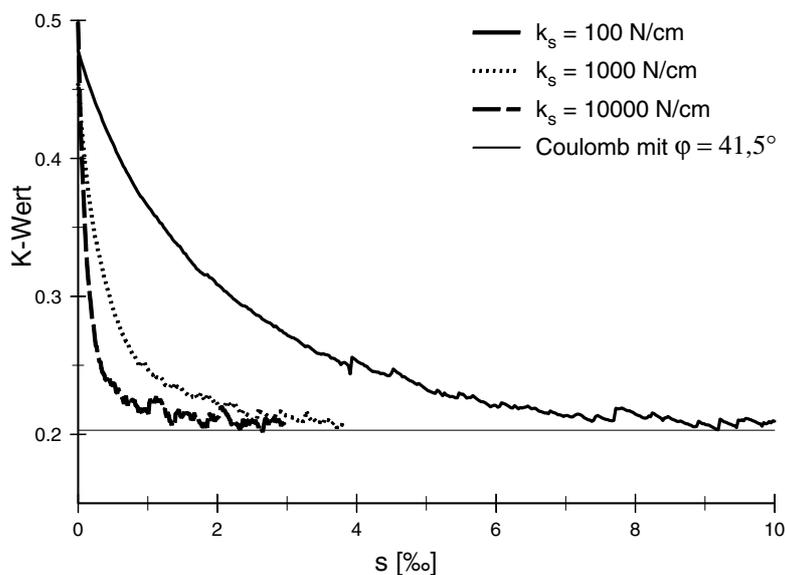


Abbildung 7-12: Berechnung mit und ohne Wandreibung

7.10 Ermittlung der tangentialen Schersteifigkeit

Um den Parameter für die tangentialen Schersteifigkeit k_s festzulegen, wird versucht, die aus der Literatur bekannten Abhängigkeiten des ebenen Erddrucks von der Verschiebung der Wand zu simulieren. Dazu werden Versuche von Terzaghi [83] mit trockenem, dicht gelagerten Sand bei einer parallelen Wandverschiebung verwendet, nach denen die erforderliche Wandverschiebung s für das Erreichen des minimalen Erddrucks etwa 0,5 ‰ der Wandhöhe beträgt.

Abbildung 7-13: Variation der Schersteifigkeit k_s

In Abbildung 7-13 sind beispielhaft die Kurvenverläufe für drei verschiedene Schersteifigkeiten k_s dargestellt. Schersteifigkeiten von $k_s < 10\,000$ N/cm sind offensichtlich zu gering, da der aktive Erddruck erst nach $s > 1\text{‰}$ der Wandhöhe erreicht wird. Andererseits erzeugt eine Schersteifigkeit von $k_s > 10\,000$ N/cm keine wesentlich geringere Wandverschiebung, erfordert aber eine längere Rechenzeit, weil auch k_s in die Berechnung des kritischen Zeitschritts t_{crit} mit einfließt. Deshalb wurden alle folgenden Berechnungen mit einer Schersteifigkeit von $k_s = 10\,000$ N/cm durchgeführt, wodurch der aktive Erddruck bei ebenen Randbedingungen nach einer Verschiebung von $s \approx 0,5\text{‰}$ der Wandhöhe mobilisiert ist.

7.11 Einfluß der Art der Wandverschiebung

Die Art, wie die Stirnwand verschoben wird, hat einen entscheidenden Einfluß auf die Größe der Erddruckkraft und auf den erforderlichen Weg zum Erreichen des aktiven Erddrucks. Die von Weißenbach [96] beschriebenen Unterschiede zwischen einer Parallelverschiebung bzw. einer Kopf- oder Fußdrehung können mit der hier verwendeten Simulation tendenziell erfaßt werden. Bei einem dicht gelagerten Sand gibt Weißenbach für die Wanddrehung um deren Fußpunkt eine erforderliche Verschiebung von $s = 1$ bis 2‰ der Wandhöhe an. Er erwähnt auch, daß für eine Drehung um den Kopfpunkt der Erddruck 115 bis 120 % des Kleinstwerts bei der Fußpunktdrehung beträgt, was sich auch aus der Berechnung mit dem PFM ergibt (siehe Abbildung 7-13 bei $s = 3\text{‰}$).

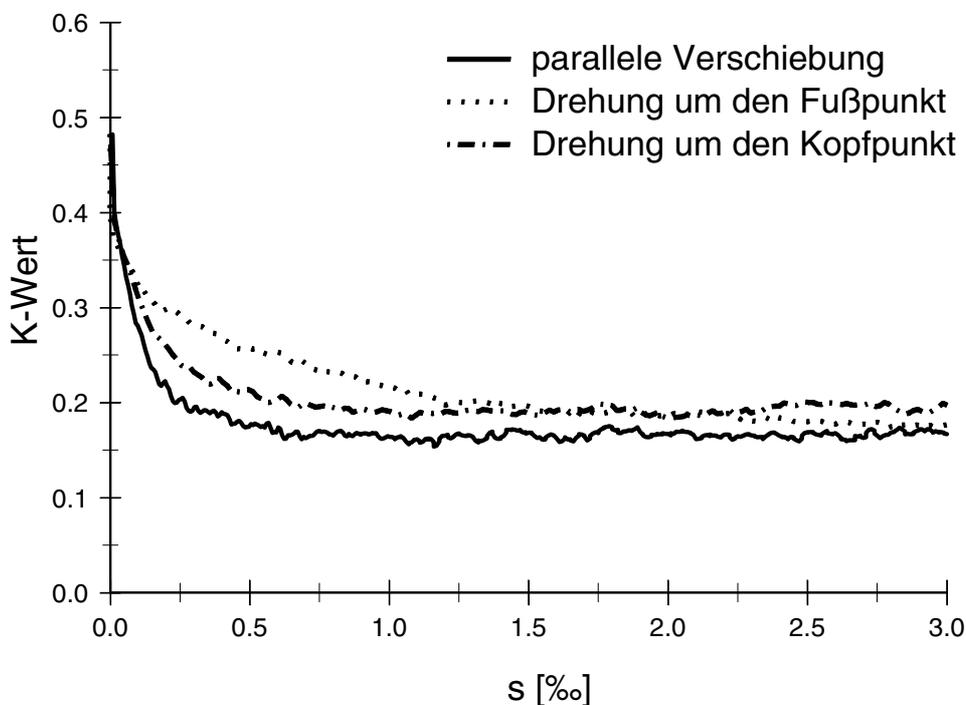


Abbildung 7-14: Parallelverschiebung bzw. Kopf- oder Fußpunktdrehung der Wand

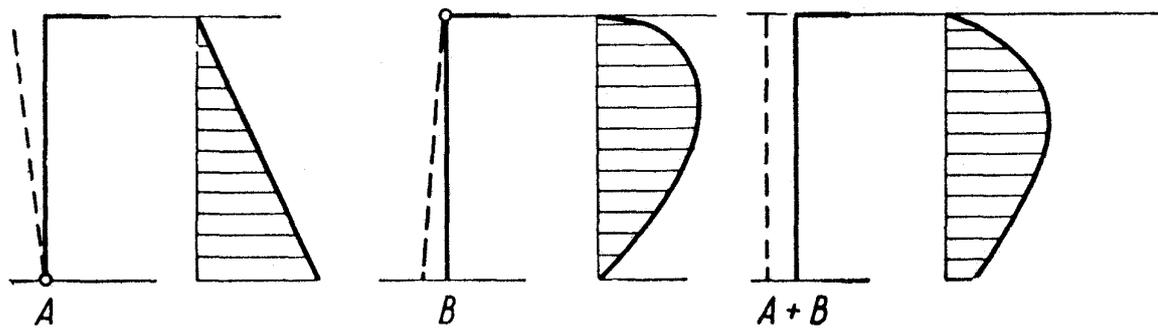


Abbildung 7-15: Verteilung des Erddrucks bei verschiedenen Wandbewegungsarten [43]

Die berechnete Erddruckverteilung ist in Abbildung 7-16 bei einer Verschiebung von $s = 3 \text{ ‰}$ für die unterschiedlichen Wandverschiebungsarten dargestellt. Die Erddruckverteilungen stimmen qualitativ mit den von Kézdi in [43] dargestellten überein (Abbildung 7-15). Generell muß bei einem Vergleich aber beachtet werden, daß in der Simulation weder an den Seitenwänden noch an der bewegten Stirnwand eine Wandreibung definiert wurde, die im Modellversuch aber nicht ganz auszuschließen ist.

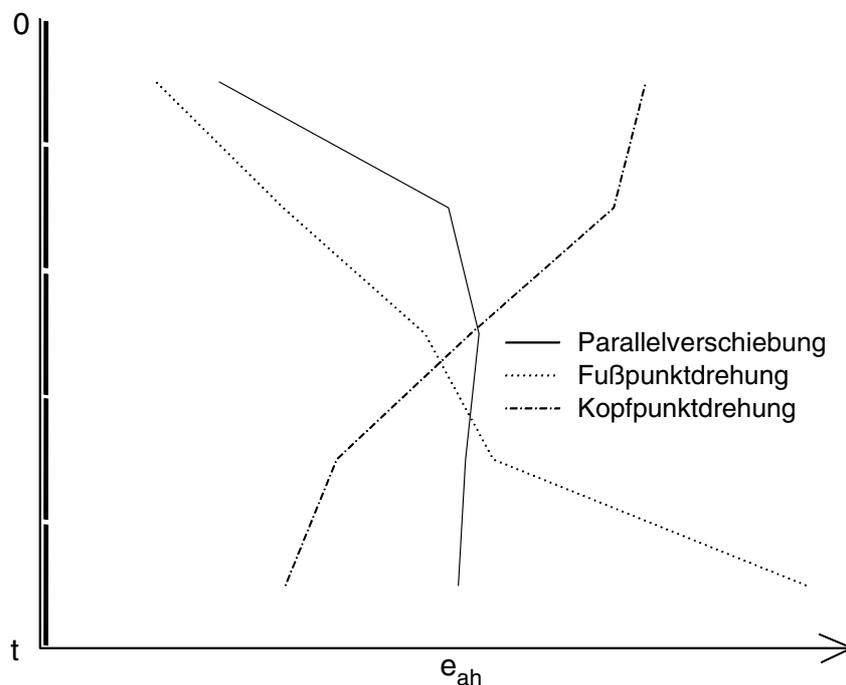


Abbildung 7-16: Berechnete Erddruckverteilung bei verschiedenen Wandbewegungsarten

7.12 Einfluß der Dämpfung

In Kapitel 6.4.6 wurde erläutert, daß in das Bewegungsgesetz eine Dämpfungskraft implementiert werden kann. Wie schon erwähnt, sollte die in das System eingebrachte Energie hauptsächlich durch Reibung dissipiert werden. Beim Einstreuen der Kugeln ist aber in Ab-

hängigkeit von der zu erreichenden Lagerungsdichte teilweise noch keine Reibung definiert. Um trotzdem den Ausgangszustand zu erreichen, muß eine zusätzliche Dämpfung im System implementiert werden, da sich sonst eine einzelne Kugel wie ein Einmassenschwinger ständig zwischen Ausgangslage und Geländeoberfläche bewegen würde (Abbildung 7-17).

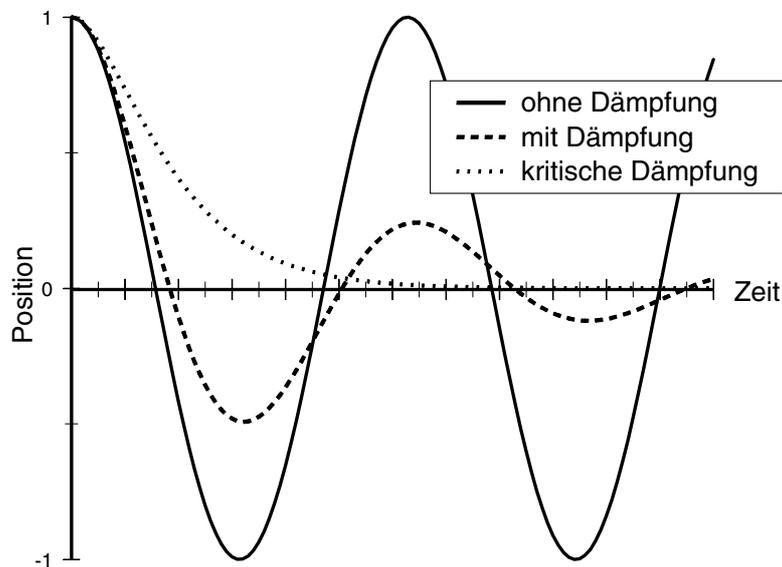


Abbildung 7-17: Dämpfung eines Einmassenschwingers

Durch die Definition einer Dämpfung (Dämpfungskonstante $\alpha = 0,7$) nach Kapitel 6.4.7 wird eine solche Bewegung langsam abgebremst und es bilden sich Kontakte zwischen den Kugeln. Aber erst nach dem Aktivieren der Kontaktreibung werden die Schwingungen im System so stark gedämpft, daß der Erddruck über die Zeit konstant wird. Beim Verschieben der Stirnwand bzw. der Schachtwand, d. h. nach dem Mobilisieren der inneren Reibung, ist der Einfluß der Dämpfung klein, da nun die eingebrachte Energie hauptsächlich durch Reibung absorbiert wird. Zum Vergleich ist in Abbildung 7-18 der Erddruckabfall mit und ohne rechnerischer Dämpfung dargestellt. Die beiden Kurven stimmen relativ gut überein, erst bei größeren Verschiebungen und kleinem Erddruck wird die fehlende Dämpfung durch den sprunghaften Verlauf des Erddrucks deutlich. Um die so entstehende Streuung der K -Werte zu verhindern, wurde bei allen Berechnungen eine Dämpfung der Beschleunigung angesetzt.

Kuhn [45] zeigte den Unterschied zwischen einer Berechnung mit und ohne Dämpfung bei einem zweidimensionalen Problem und untersucht die Auswirkungen der Dämpfung auf das Gleichgewicht aller Scheiben (Mean Unbalanced Force). Sadd [70] und Schäfer [71] untersuchten die Einflüsse unterschiedlicher Kontaktmodellgesetze und Dämpfungsansätze. Dabei wurden jedoch nur dynamische Situationen betrachtet, bei denen die Dämpfung eine wesentlich größere Bedeutung hat als bei quasi statischen Problemen.

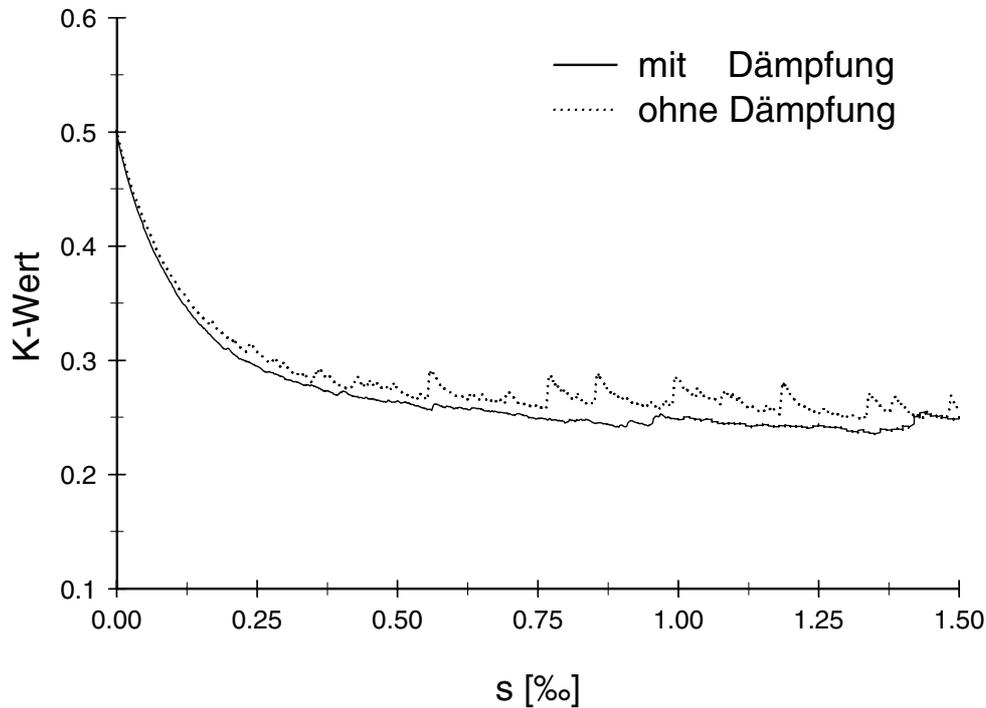


Abbildung 7-18: Einfluß der Dämpfung auf den Erddruckabfall

7.13 Aktiver und passiver Erddruck

Mit der in diesem Kapitel beschriebene Methode zur Ermittlung des aktiven Erddrucks kann auch der passive Erddruck bestimmt werden. Wegen des kleineren Gleitflächenwinkels ϑ_p für den nach dem Extremalprinzip sich minimal einstellenden Erdwiderstand nach Coulomb muß das Verhältnis von Länge zu Höhe des Kugelhaufens L/H wesentlich größer sein, als bei der Bestimmung des aktiven Erddrucks mit dem Gleitflächenwinkel ϑ_a . Mit der Prämisse, daß der Seitendruckbeiwert λ_s der Tangentialspannungen dem passiven Erddruckbeiwert K_p nach Coulomb entspricht, ermittelte Steinfeld [77] für den Bruchkörper des räumlichen Erdwiderstandes den gleichen Gleitflächenwinkel ϑ_p wie beim ebenen Erdwiderstand.

Die Berechnung des Erdwiderstandes muß daher an einer Kugelmatrix mit $L/H > 2,5$ durchgeführt werden. Unter Berücksichtigung der wesentlich größeren erforderlichen Verschiebung zur Mobilisierung des passiven Erddrucks ergeben sich mit den zur Verfügung stehenden Kapazitäten für die Ermittlung des räumlichen Erddrucks Rechenzeiten (von zur Zeit mehreren Wochen), die nicht praktikabel sind.

Da der passive rotationssymmetrische Erddruck auch in der Praxis nicht dieselbe Bedeutung wie der aktive Erddruck hat - er findet allenfalls bei Verdrängungspfählen oder Verpreßpfählen einen Anwendungsbereich -, beschränken sich die Berechnungen in dieser Arbeit auf die qualitative Ermittlung des passiven Erddrucks im ebenen Fall.

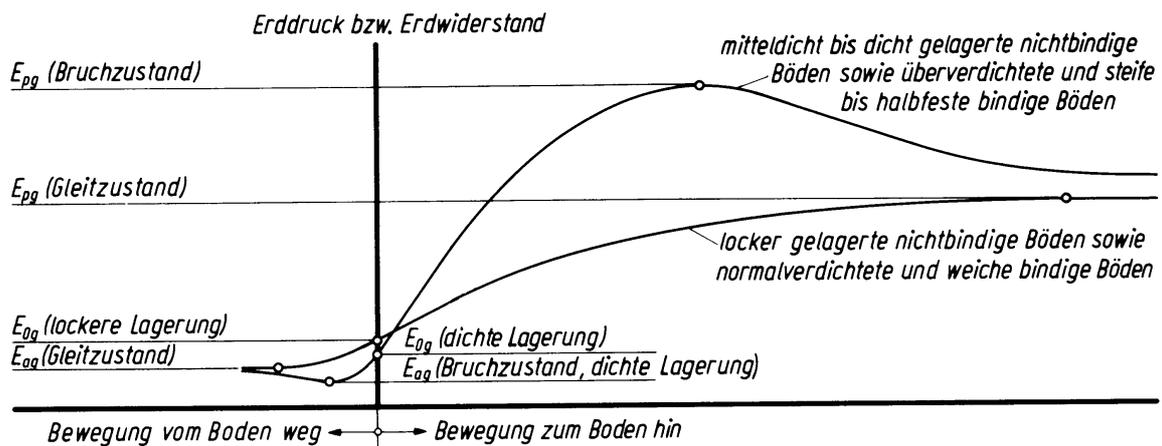


Abbildung 7-19: Erddruck und Erdwiderstand in Abhängigkeit von der Wandbewegung [96]

Weißbach beschreibt den Zusammenhang von Wandbewegung und Erddruck bzw. Erdwiderstand mit Abbildung 7-19, wobei zwischen dicht und locker gelagerten Böden unterschieden wird. Der Erdwiderstand kann dabei ein Vielfaches des Erdruhedrucks erreichen, benötigt aber zur Mobilisierung wesentlich größere Verschiebungen als die, welche zum Erreichen des aktiven Erddrucks erforderlich sind.

Der in Abbildung 7-20 dargestellte Zusammenhang zwischen der Wandverschiebung und dem Erddruck wurde mit dem Particle Flow Model für Kugelhaufen mit dichter und lockerer Lagerung ermittelt. Qualitativ stimmten die berechneten Kurven mit den Angaben von Weißbach überein.

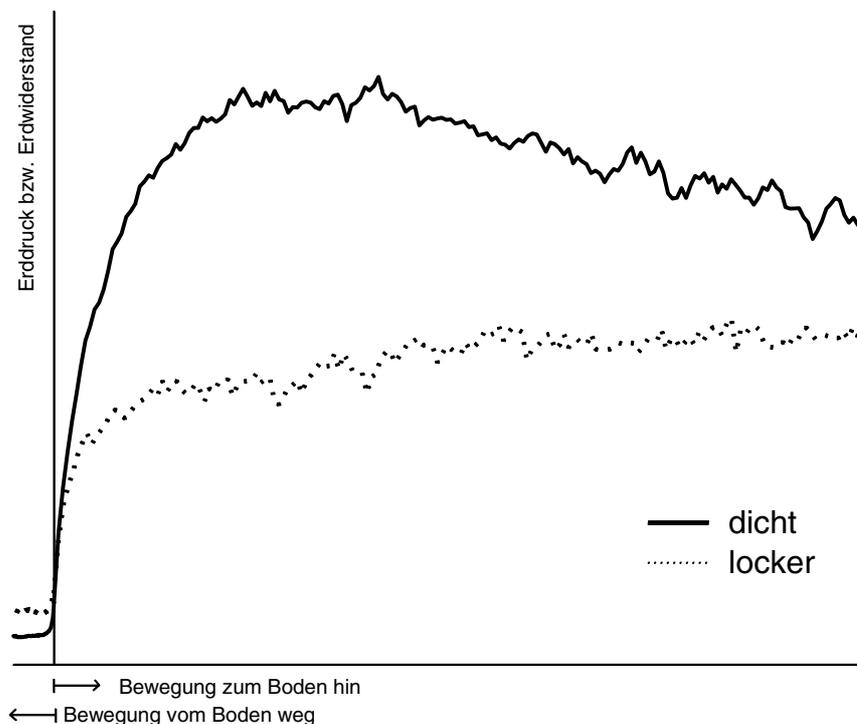


Abbildung 7-20: Berechnete Abhängigkeit des Erddrucks von der Wandbewegung

7.14 Berechnung des räumlichen Erddrucks

Bei der Berechnung des rotationssymmetrischen Erddrucks auf kreisförmige Schachtbauwerke ist es ausreichend, nur den in Abbildung 7-21 links dargestellten Kreischnitt zu betrachten. An den Seitenwänden, die den Sektor begrenzen, dürfen dabei - wie bei den Modellversuchen - die Kräfte nur senkrecht angreifen. Wird keine Wandreibung an den Seitenwänden definiert, ist diese Bedingung erfüllt. Das Räumlichkeitsverhältnis $n = D/H$ beträgt 2,5. Der Ausgangszustand wird auf die gleiche Weise wie im ebenen Fall erzeugt. So ergibt sich bei einem homogenen Kugeldurchmesser von 2 cm und einer Kontaktreibung $\mu_s = 0$ beim Einstreuen eine dichte Lagerung mit einem Porenvolumen von $n_0 = 36\%$. Der Kugelhaufen (Abbildung 7-21 rechts) besteht in diesem Fall aus fast 89 000 Kugeln und ca. 500 000 Kontakten.

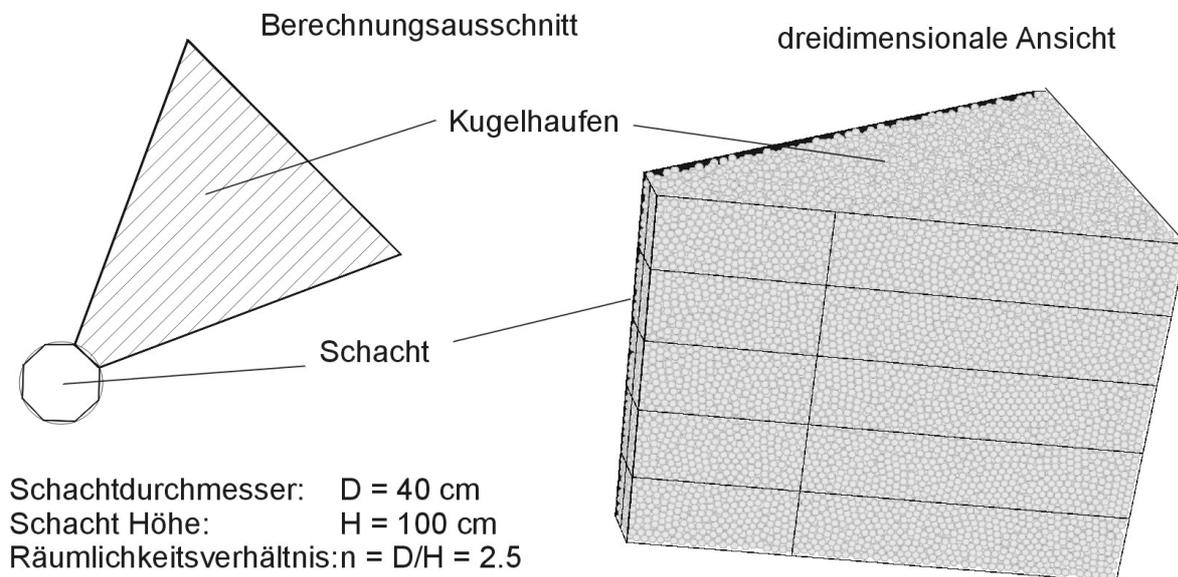


Abbildung 7-21: Generierter Kugelhaufen

Durch paralleles Verschieben der Schachtwand in radialer Richtung zur Schachtmitte wird die Reduzierung der Schachtbelastung bis zum aktiven räumlichen Erddruck erreicht. In Abbildung 7-22 ist der Verlauf für den ebenen und für den räumlichen Erddruck eines Kugelhaufens mit einem Porenvolumen $n_0 = 36\%$ und einer Kontaktreibung $\mu_s = 1,5$ ($\mu_e = 0$ und $\mu_v = 0,364$) dargestellt. Der ermittelte minimale räumliche Erddruckbeiwert K_a ist wesentlich kleiner als der des ebenen Erddrucks. Schon nach einer Verschiebung von $s = 0,1\%$ erreicht der räumliche Erddruck die Größe des ebenen aktiven Erddrucks, das entspricht 1/10 des im ebenen Fall erforderlichen Wegs.

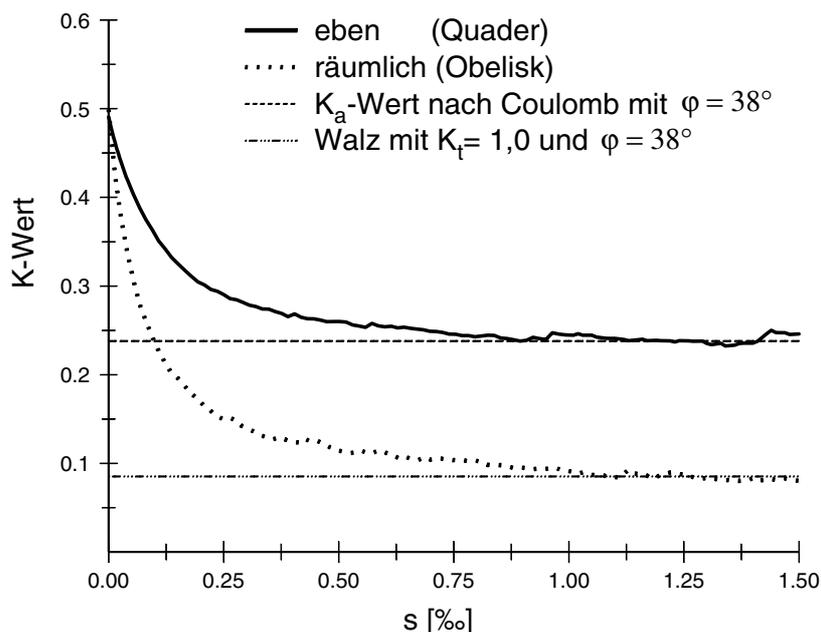


Abbildung 7-22: Vergleich ebener und räumlicher Erddruckabfall

Abbildung 7-23 zeigt den Erddruckverlauf über die Tiefe für den ebenen und den räumlichen Fall. Die Erddruckverteilung kann im Ausgangszustand vereinfacht sowohl für den ebenen als auch für den räumlichen Fall als linear über die Tiefe zunehmend beschrieben werden. Bei größerer Verschiebung s ist der räumliche Erddruck annähernd konstant über die Schachthöhe verteilt, während die Verteilung des ebenen Erddrucks mit der für die parallele Wandverschiebung von Kézdi beschriebenen übereinstimmt (Abbildung 7-15).

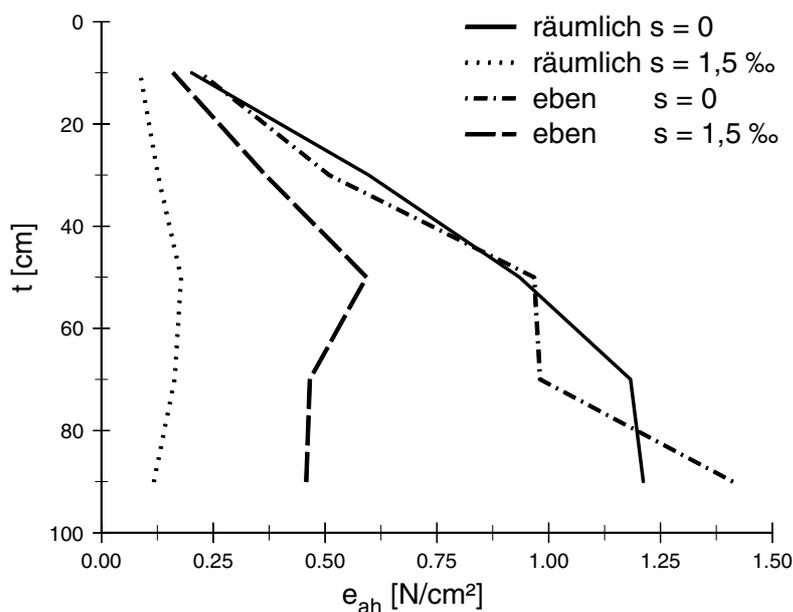


Abbildung 7-23: Erddruckverteilung über die Tiefe

Tabelle 7-2: Variation des Porenvolumens im räumlichen Fall

n_0 [%]	μ_e	μ_v	μ_s	Kugeln	Kontakte	$\frac{\text{Kontakte}}{\text{Kugel}}$	K_a	φ [°]
36	0	0,364	5,0	88 570	497 610	5,6	0,065	41,5
40	0,364	0,40	5,0	82 211	421 732	5,1	0,115	35,0
44	0,45	1,0	5,0	79 350	392 122	5,0	0,219	27,0

In der Abbildung 7-24 ist der räumliche Erddruck als Funktion der Verschiebung der Schachtwand für drei verschiedene Lagerungsdichten bei gleicher Kontaktreibung $\mu_s = 5$ dargestellt. Die obere Kurve gilt für ein Porenvolumen von $n_0 = 44$ %, die mittlere für $n_0 = 40$ % und die unterste für $n_0 = 36$ %. Die erreichten Endwerte bei großer Verformung entsprechen denen des räumlichen aktiven Erddrucks nach Walz [94] für einen aus einem Kegelstumpf und einem Zylinder zusammengesetzten Bruchkörper, wobei der Reibungswinkel φ für die Berechnung aus dem in Abbildung 7-11 gezeigten Zusammenhang zwischen Porenvolumen n_0 und Reibungswinkel φ entnommen wurde. Der Verspannungsfaktor K_t wird dabei für dichte Lagerung mit 1,0 angenommen. Da nach den in Kapitel 3.1 ausgewerteten Kompressionsversuchen der E -Modul bei lockerer Lagerung nur bis zu einem Viertel des Wertes bei dichter Lagerung betrug, wurde der Verspannungsfaktor K_t in Abhängigkeit von n_0 verringert. So wurde für die mitteldichte Lagerung ein Verspannungsfaktor von $K_t = 0,9$ und für die lockere einer von $K_t = 0,8$ gewählt. In der Tabelle 7-2 sind für die vorangehend erläuterten Berechnungen die Anzahl der Kugeln und der Kontakte zusammengestellt.

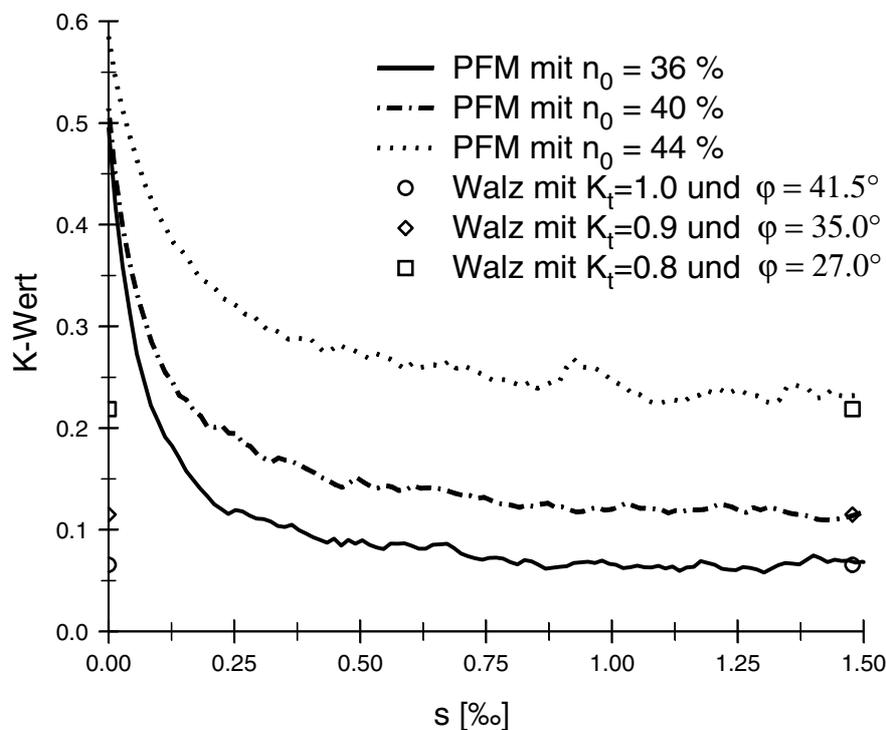


Abbildung 7-24: Räumlicher Erddruckabfall für verschiedenen Porenvolumen

7.15 Ausbildung des Ringdrucks

Der im Vergleich zum ebenen Erddruck kleinere räumliche aktive Erddruck beruht auf der Ausbildung des Ringdrucks im Boden, der tangential zum Schacht verläuft. Die Kräfte zwischen den Kugeln müssen sich von einer homogenen Verteilung im Ausgangszustand bei Ausbildung des Ringdrucks in eine tangential gerichtete umlagern. Das PFM erlaubt die Betrachtung der Kräfte zwischen den Kugeln. Wegen der großen Anzahl von Kontakten (bis zu 500 000 bei dichter Lagerung) können aber nicht alle Kontaktkräfte dargestellt werden. Die Abbildung 7-25 zeigt die hierfür ausgewählte horizontale Kugelschicht, die in einer Tiefe t von 80 bis 90 cm, die Abbildung 7-26 die Kontaktkräfte zwischen diesen Kugeln in der Aufsicht für den Ausgangszustand und nach einer Verschiebung der Stirnwand um $s = 1,5 \text{ ‰}$.

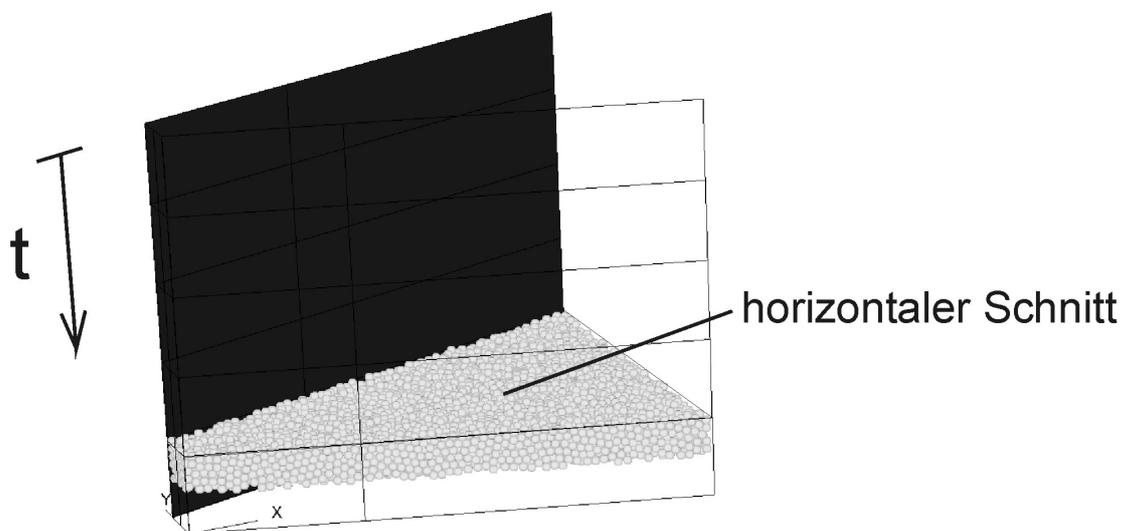


Abbildung 7-25: Betrachtete Kugeln bei der Untersuchung der Ringdruckkräfte

Die grauen Linien geben die Lage und die Richtung der Kontaktkräfte an, wobei die Strichstärke proportional zur Kraftgröße ist. In der Nähe des Schachts nehmen die Kräfte in radialer Richtung stark ab, wohingegen der Anstieg der Ringdruckkräfte in tangentialer Richtung relativ gering ist, so daß optisch der Unterschied kaum festzustellen ist.

Wie beim Modellversuch wurde zur Hervorhebung der Ringdruckkräfte die Änderung des Erddrucks ΔK auf einen an den Schacht angrenzenden 40 cm breiten Streifen der Seitenwände untersucht.

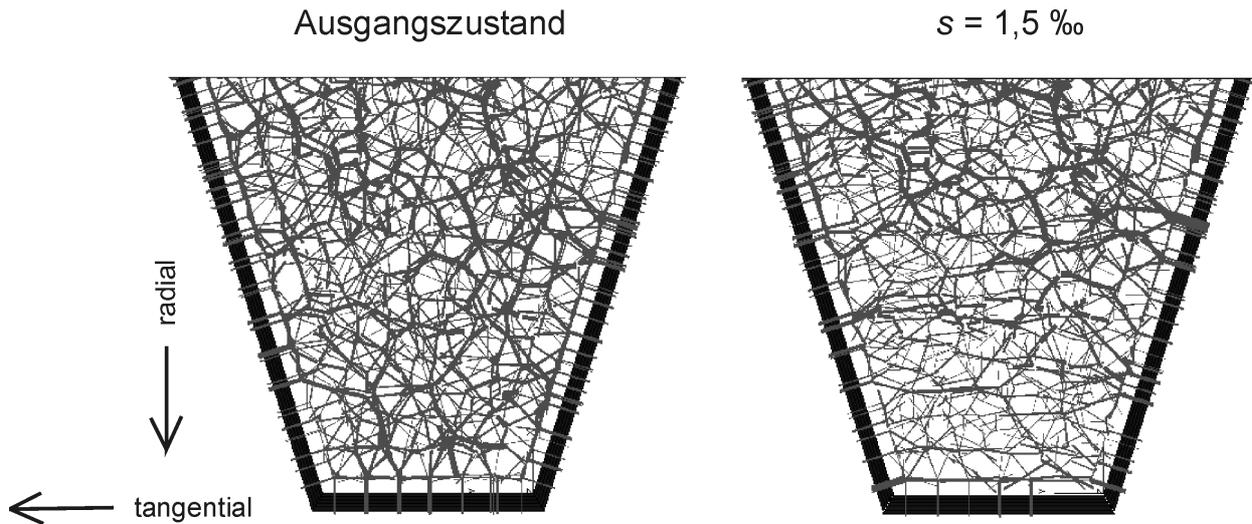


Abbildung 7-26: Kontaktkräfte im horizontalen Schnitt

Gemäß Abbildung 7-27 ist der Anstieg des Ringdrucks bei dichter Lagerung ($n_0 = 36\%$) am größten, während sich bei mitteldichter Lagerung ($n_0 = 40\%$) nur bei kleiner Wandverschiebung ein größerer Ringdruckzuwachs als bei lockerer Ausgangslagerung ($n_0 = 44\%$) ergibt. Der Ringdruckzuwachs auf die hinteren Bereiche der Seitenwände, d. h. im Abstand $e > 40$ cm vom Schacht ist generell gering, aber bei lockerer Lagerung größer als bei dichter. Dies bestätigt die Meßergebnisse der Modellversuche (Kapitel 4.2). Bei lockerer Lagerung entsteht also ein größerer Einflußbereich bezüglich des Ringdrucks als bei dichter, insgesamt ist der Zuwachs der Ringdruckspannung aber kleiner.

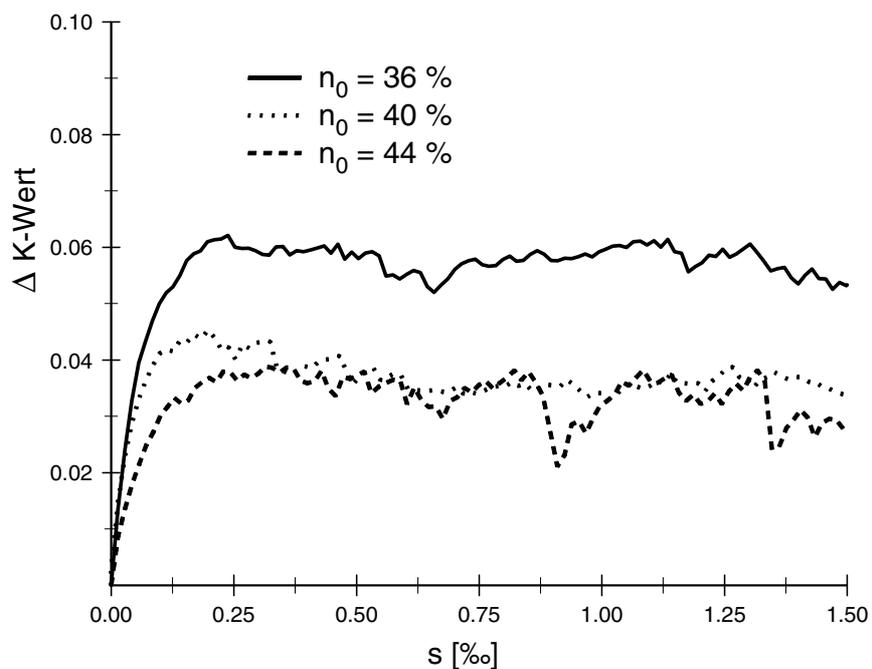


Abbildung 7-27: Entwicklung des Ringdrucks

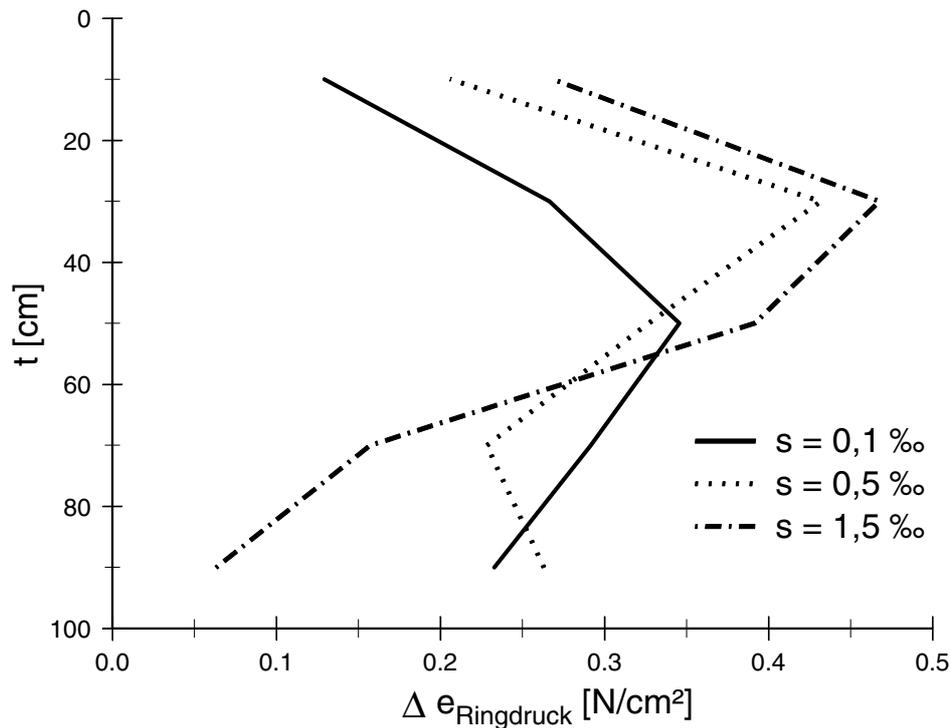


Abbildung 7-28: Ringdruckzuwachs über die Tiefe t

Im Modellversuch wurde der Ringdruck nur in der Tiefe t zwischen 40 und 60 cm gemessen. In der Simulation mit dem PFM kann auch die Verteilung des Ringdrucks über die Tiefe betrachtet werden (Abbildung 7-28). Bei einem dichten Kugelhaufen mit $\varphi = 41,5^\circ$ lagert sich der Zuwachs der Ringdruckspannung mit zunehmender Schachtwandverschiebung s von unten nach oben um. Bei lockerer Lagerung konnte in größerer Tiefe sogar eine Abnahme gegenüber den Ringdruckspannungen im Ausgangszustand (Δ Ringdruckspannung < 0) bei großen Verschiebungen ermittelt werden.

7.16 Scherkörper

Nach der Coulomb'schen Erddrucktheorie wird ein Bruchkörper mit einer idealisierten ebenen Scherfläche unter dem Winkel ϑ_a vorausgesetzt, die in der Natur aber einen leicht gekrümmten Verlauf hat (Abbildung 7-29). Aus der Beobachtung der Verschiebung der einzelnen Kugeln kann mit dem PFM ein Bruchkörper identifiziert werden. Hierfür wird die Anzahl der betrachteten Kugeln im ebenen Fall durch zwei vertikale Schnittebenen in der Mitte des Volumenkörpers begrenzt.

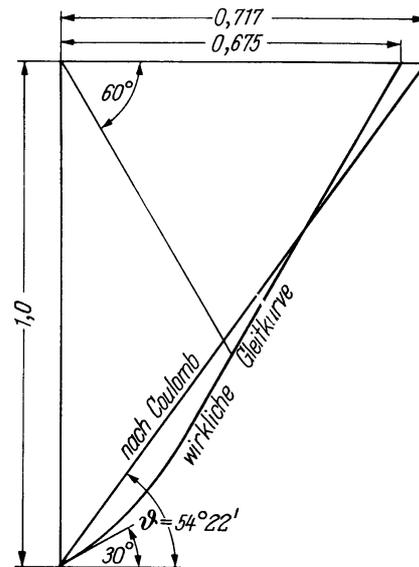


Abbildung 7-29: Beispiel einer Scherfläche beim ebenen Erddruck [96]

Rechts in Abbildung 7-30 sind die untersuchten Kugeln dargestellt. Die Positionen der Kugeln im Ausgangszustand $x_{s=0}$ wurden gespeichert und von der aktuellen Position $x_{s=5\%}$ bei einer Verschiebung von $s = 5 \text{ ‰}$ subtrahiert. Als Ausgangspunkt des so berechneten Verschiebungsvektors V_{Richtung} wurde der aktuelle Mittelpunkt der jeweiligen Kugel gewählt. So zeigen die Pfeile links in Abbildung 7-30 die negative Verschiebung der einzelnen Kugeln in der Seitenansicht. Der untersuchten Kugelhaufen hat eine dichte Lagerung mit einem Reibungswinkel von $\varphi = 41,5^\circ$.

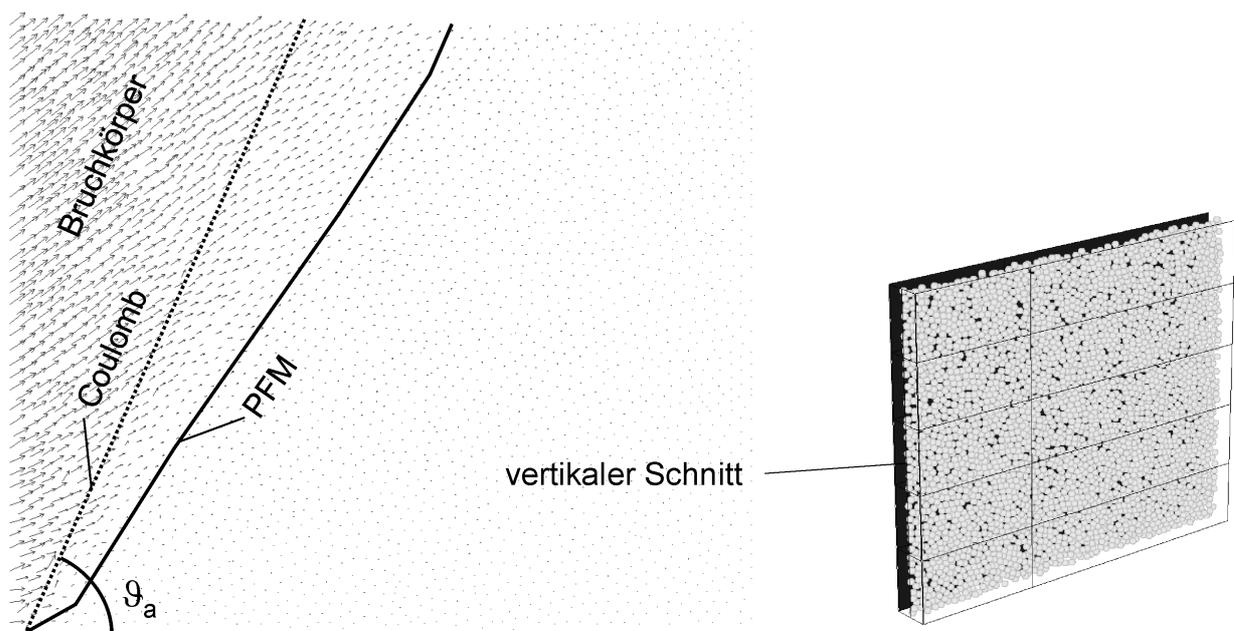


Abbildung 7-30: Verschiebung der Kugeln im ebenen Fall

Alle Kugeln, die sich zum Schacht bzw. nach unten verschieben, wurden unabhängig vom Betrag ihrer Verschiebung dem Bruchkörper zugewiesen, jedoch nur unter der Voraussetzung, daß eine oder mehrere Nachbarkugeln die gleiche Verschiebungsrichtung haben. Die so definierte Scherfuge zwischen den Kugeln innerhalb und außerhalb der Scherzone ähnelt der nach Coulomb bzw. den Angaben von Weißenbach (Abbildung 7-29). Der Gleitflächenwinkel der Coulomb'schen Erddrucktheorie $\vartheta_a = 45^\circ + \varphi/2 = 65,75^\circ$ ist aber steiler als der mit dem PFM ermittelte (Abbildung 7-30). Als ursächlich für die Abweichung wird die Dicke der Scherfuge angesehen, die ein Vielfaches des mittleren Korndurchmessers beträgt. So ermittelten z. B. Mühlhaus et al. [55] die Dicke der Scherfuge bei einem Sand mit $d_{50} = 0,33$ mm zu ca. 4,3 mm. In der PFM-Simulation beträgt der Kugeldurchmesser $d_{50} = 2$ cm und erzeugt somit eine wesentlich dickere Scherfuge. Die in Abbildung 7-30 beobachtete Differenz zwischen der Scherfläche nach Coulomb und der mit dem PFM berechneten, die eher einer Scherzone entspricht, beträgt nur wenige Kugeldurchmesser. Letztendlich sollten daher für eine genauere Bestimmung der Lage der Scherfuge kleinere Kugeln entsprechend dem realen Korndurchmesser verwendet werden.

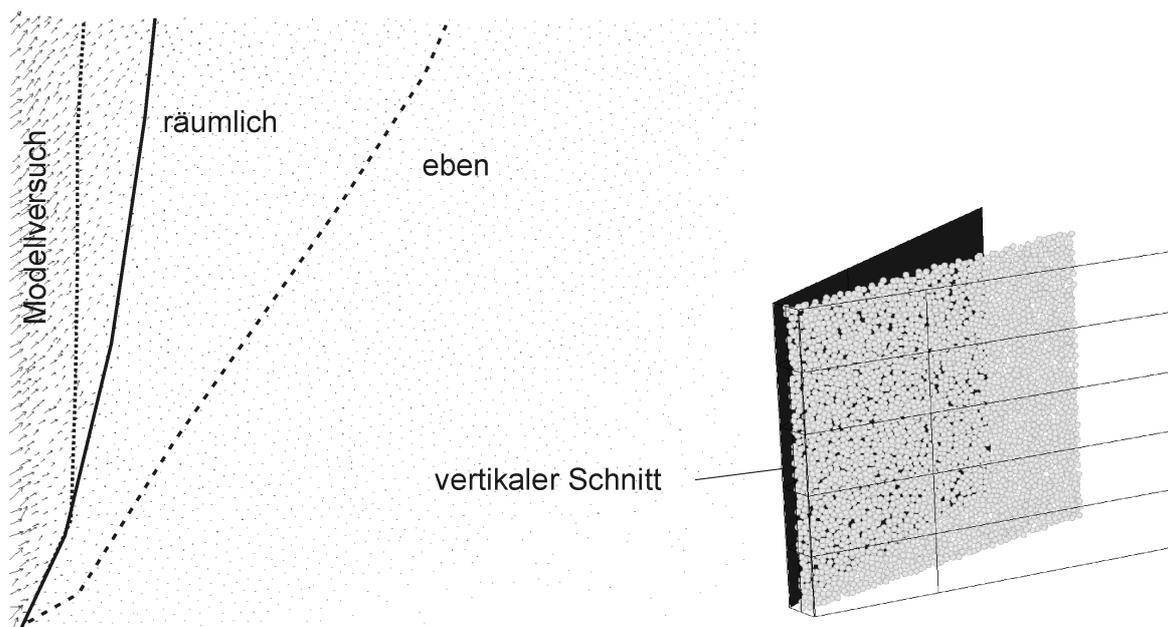


Abbildung 7-31: Verschiebung der Kugeln im räumlichen Fall

Wird der räumliche Bruchkörper auf die gleiche Weise untersucht, ergibt sich ein wesentlich steilerer Scherflächenverlauf als im ebenen Fall. In Abbildung 7-31 sind rechts die betrachteten Kugeln und links ihre negativen Verschiebungsvektoren dargestellt. Die Grenzlinie des daraus ermittelte Bruchkörpers wird von unten nach oben steiler und könnte durch den aus einem Kegelstumpf und einem aufgesetzten Zylinder zusammengesetzten Bruchkörper nach Walz angenähert werden. Aufgrund der unterschiedlichen Dicke der Scherfuge verläuft die im Modellversuch mit eingestreuten Gipsschichten gemessene Scherfuge etwas steiler als die berechnete.

7.17 Variationen

Um die Zuverlässigkeit der dargestellten Simulationen mit dem PFM zu überprüfen, wurden einige Variationen durchgeführt, die sich vor allem auf den Kugeldurchmesser als wesentlichen Einflußparameter für die Kugelmatrix beziehen, aber auch den Durchmesser und die Höhe des Schachtes berücksichtigen.

7.17.1 Variation der Kornverteilung des Kugelhaufens

Bei zweidimensionalen Berechnungen ist es erforderlich, daß der Kugelhaufen Kugeln unterschiedlicher Durchmesser enthält, damit keine kristallinen bzw. regelmäßigen Strukturen entstehen. Aufgrund der größeren Anzahl an Freiheitsgraden gilt dies nicht für das dreidimensionale Modell.

Es wurden jeweils drei verschiedene Kugelhaufen mit dichter Lagerung $n_0 = 36 \%$, einer Kontaktreibung von $\mu = 1,5$ und der Wandreibung $\delta = 0$ bei ebenen und räumlichen Randbedingungen untersucht. Beim ersten Kugelhaufen beträgt der Durchmesser konstant 2 cm, beim zweiten handelt es sich um eine Gleichverteilung der Kugeldurchmesser zwischen 1,5 und 2,5 cm und beim dritten um eine Normalverteilung mit dem Erwartungswert $\alpha = 2$ cm, der Standardabweichung $\sigma = 0,5$ cm und einer Begrenzung des kleinsten Durchmessers auf 1 cm (Tabelle 7-3). Nur die Sieblinie des Kugelhaufens mit normalverteiltem Kugeldurchmesser entspricht etwa derjenigen des im Modellversuch verwendeten Sandes (Abbildung 7-32 a).

Da die Masse der kleinsten Kugel den kritischen Zeitschritt t_{crit} bestimmt, ist die erforderliche Rechenzeit bei gleich- und normalverteiltem Durchmesser wesentlich größer als bei konstantem Durchmesser. Der mittlere Durchmesser d_{50} der drei Kugelhaufen ist nicht gleich dem Mittelwert des Kugeldurchmessers, der bei allen 2 cm beträgt (Abbildung 7-32 a). Da nach [62] sowohl der E -Modul als auch der Reibungswinkel φ des Kugelhaufens vom Durchmesser beeinflußt werden, sind zwar unterschiedliche Ergebnisse zu erwarten, die durchgeführten Berechnungen zeigen aber für die entsprechenden Kornverteilungen der Kugelhaufen eine weitgehende Übereinstimmung der Abhängigkeit des Erddruckbeiwerts K vom Wandverschiebungsweg im ebenen und im räumlichen Fall (Abbildung 7-32 b und c), so daß vereinfacht auch ein Kugelhaufen mit einem homogenen Kugeldurchmesser betrachtet werden kann.

Tabelle 7-3: Variation der Kornverteilung des Kugelhaufens

Verteilung:	eben			räumlich		
	Kugeln	Kontakte	$\frac{\text{Kontakte}}{\text{Kugeln}}$	Kugeln	Kontakte	$\frac{\text{Kontakte}}{\text{Kugeln}}$
homogen	20 817	115 045	5,5	88 570	497 610	5,6
gleich	19 744	98 256	5,0	84 150	430 041	5,1
normal	17 517	85 557	4,9	74 500	372 806	5,0

7.17.2 Verschiedene Kugeldurchmesser

Zur Ermittlung des Einflusses unterschiedlicher Kugelgrößen wurden drei unterschiedliche Kugelhaufen mit homogenem Kugeldurchmesser von 0,5 cm, 1,0 cm bzw. 2,0 cm untersucht. Zur Begrenzung der Kugelanzahl auf maximal 100 000 wurden Kugelhaufen mit einer Höhe von $H = 25$ cm, einer Länge von $L = 30$ cm und einer Breite von $B = 12$ cm generiert (Tabelle 7-4).

Tabelle 7-4: Homogene Kugeldurchmesser

\varnothing [cm]	Kugeln	Kontakte	$\frac{\text{Kontakte}}{\text{Kugeln}}$
2,0	1 278	7 027	5,5
1,0	10 319	55 946	5,4
0,5	84 375	467 817	5,5

Während der bei großer Wandverschiebung erreichte Erddruckbeiwert bei den drei Kugelhaufen annähernd gleich ist (Abbildung 7-32 d), unterscheiden sie sich hinsichtlich ihrer Steifigkeit, d. h. der aktive Erddruck wird bei unterschiedlichen Wandwegen erreicht. Je mehr Kontakte bestehen (Tabelle 7-4), desto steifer ist das Verhalten des Kugelhaufens bei kleinen Wandverschiebungen. Dieser Zusammenhang wurde auch bei Kugelhaufen mit unterschiedlicher Lagerungsdichte festgestellt (Tabelle 7-1 und Tabelle 7-2).

Obwohl beim kleinsten Kugelhaufen ($H = 25$ cm) mit $\varnothing = 2$ cm (Abbildung 7-32 d) dieselben Parameter wie bei der Berechnung des Kugelhaufens mit $H = 100$ cm und konstantem $\varnothing = 2$ cm aus Abbildung 7-32 b verwendet wurden, fällt der Erddruck im kleineren Kugelhaufen schneller ab.

7.17.3 Variation des Schachtdurchmessers

Über die bisher verwendeten Räumlichkeitsverhältnisse von $n = H/D = 100/40 = 2,5$ und $n = 100/\infty = 0$ hinaus wurde auch der Schachtdurchmesser und damit das Räumlichkeitsverhältnis n weitestgehend variiert. Die Höhe der untersuchten Volumenkörper war jeweils $H = 100$ cm, das Porenvolumen betrug $n_0 = 36$ % und der Kontaktreibungsbeiwert beim Verschieben der Wand wurde mit $\mu_s = 1,5$ festgelegt. Die Breite B_2 des Obelisks wurde entsprechend dem untersuchten Durchmesser geändert. So ergibt sich z. B. für $n = 1,0$ ein Schachtdurchmesser von $D_{\text{Schacht}} = 100$ cm und damit ein Volumenkörper von $H/L/B_1/B_2 = 100/120/12/41$ cm.

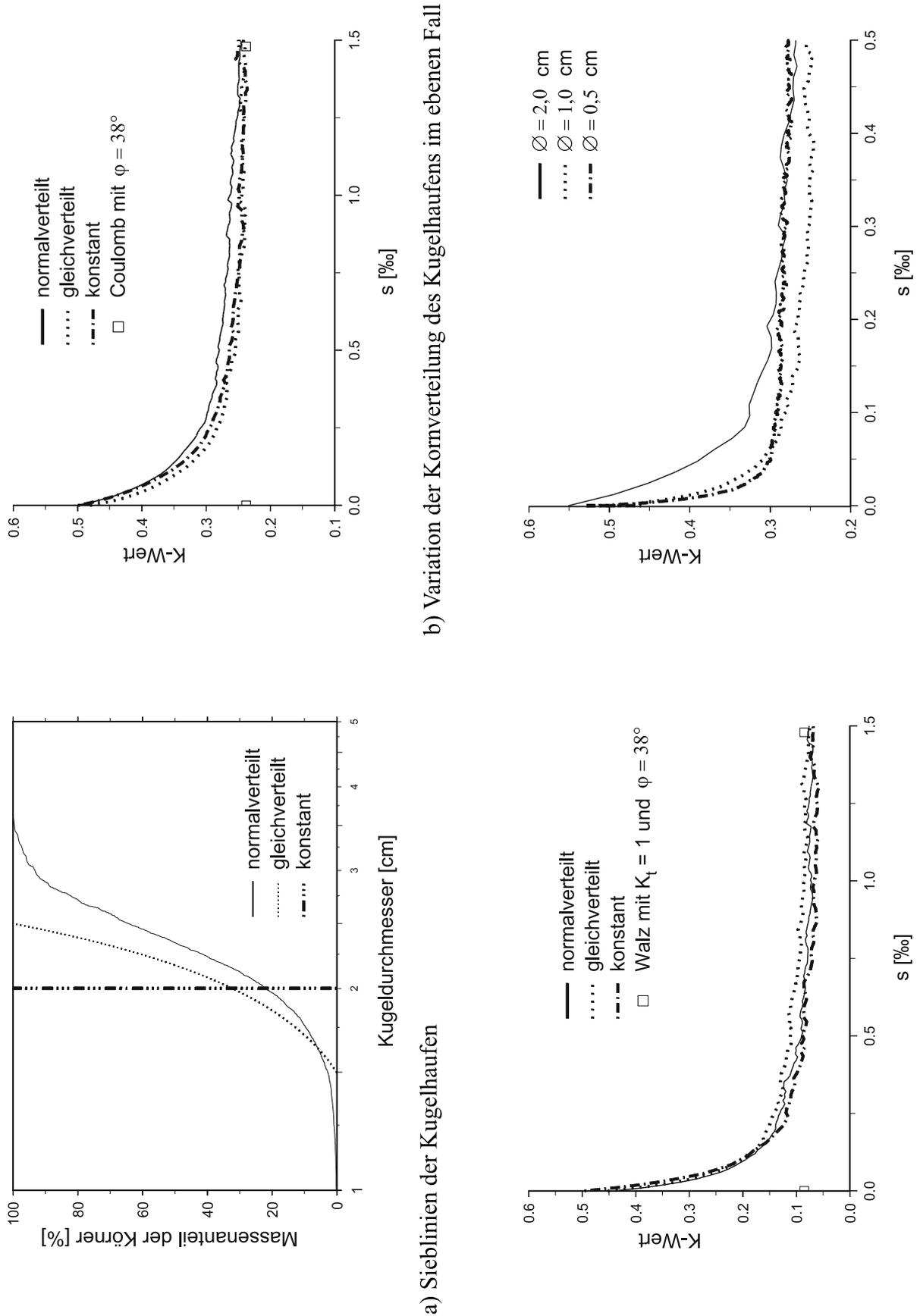


Abbildung 7-32: Variation des Kugeldurchmessers

Tabelle 7-5: Variation des Schachtdurchmessers

n	D_{Schacht} [cm]	B2 [cm]	Kugeln	Kontakte	$\frac{\text{Kontakte}}{\text{Kugeln}}$
0	∞	12,0	20 817	115 045	5,5
0,25	400,0	19,2	27 230	150 855	5,5
0,50	200,0	26,4	33 679	187 176	5,5
1,00	100,0	41,0	46 535	258380	5,5
1,50	66,6	55,9	60 303	338 568	5,6
2,00	50,0	71,3	74 027	415 644	5,6
2,50	40,0	87,4	88 570	497 610	5,6
3,00	33,3	104,6	104 170	587 579	5,6

Die mit den in der Tabelle 7-5 aufgeführten Kugelhaufen ermittelten minimale Erddruckbeiwerte K_a sind in Abbildung 7-33 in Abhängigkeit vom Räumlichkeitsverhältnis n aufgetragen. Zusätzlich ist der aktive räumliche Erddruck nach Walz [94] mit $K_t = 1,0$ und $\varphi = 38^\circ$ über n sowohl für den Kegelstumpf als auch für den aus einem Kegelstumpf und einem Zylinder zusammengesetzten Bruchkörper dargestellt. Die Übereinstimmung der Verfahren ist sehr gut.

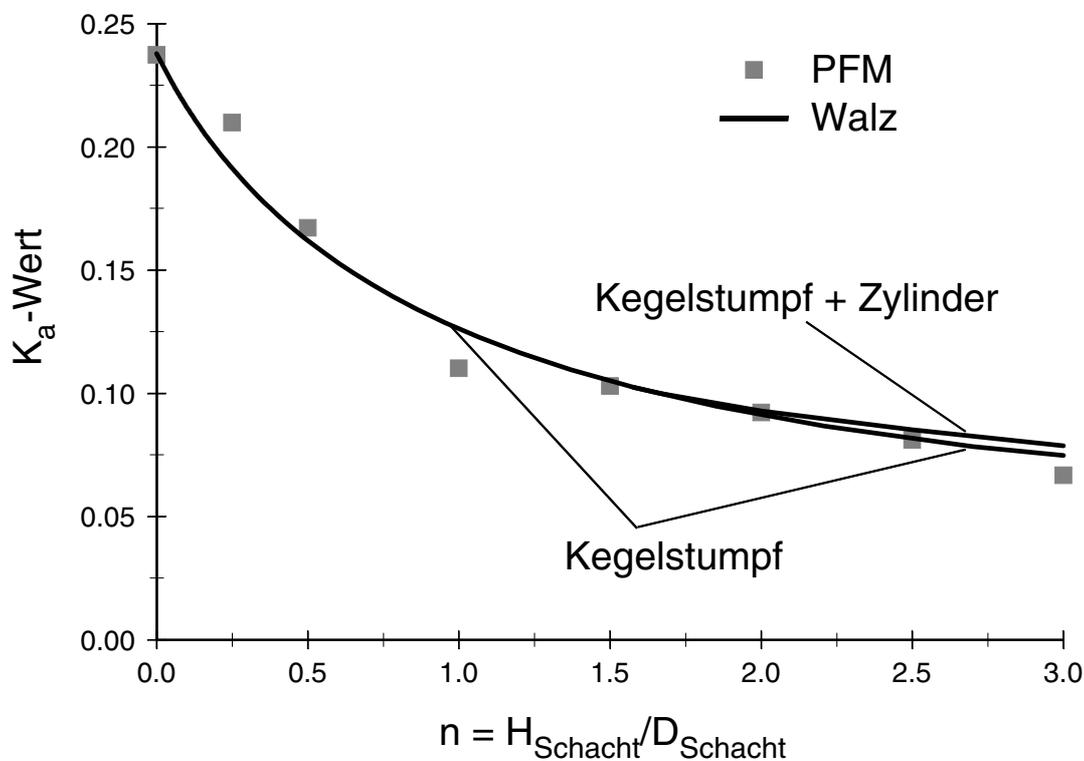
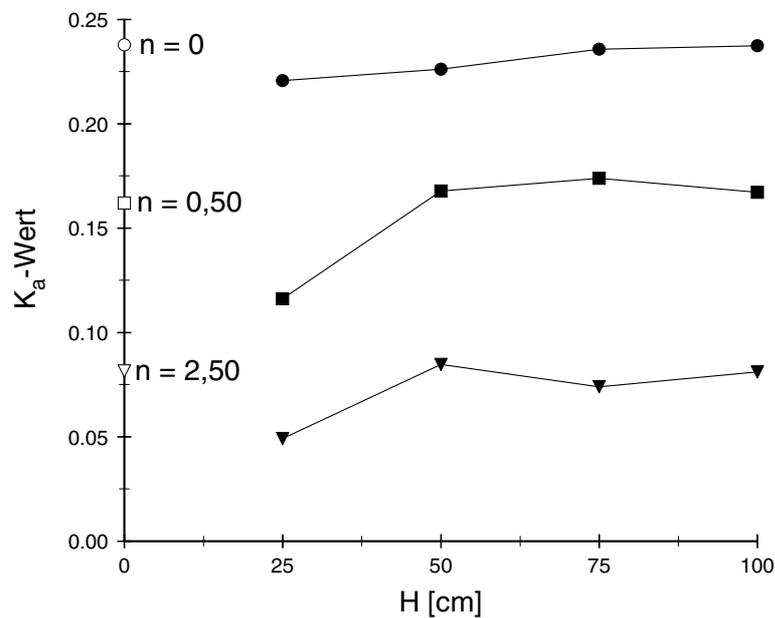


Abbildung 7-33: Variation des Schachtdurchmessers

7.17.4 Variation der Schachthöhe

Abbildung 7-34: Variation der Schachthöhe H

Da die Höhe des Kugelhaufens einen Einfluß auf den räumlich aktiven Erddruckbeiwert hat, wurden vier unterschiedlich hohe Volumenkörper bei jeweils konstantem Räumlichkeitsverhältnis $n = H/D$ untersucht, wobei die Breite $B2$ an das gewählte Räumlichkeitsverhältnis n angepasst wurde. Die zugehörigen Abmessungen und die übrigen Angaben über die Kugelhaufen mit $H < 100$ cm können der Tabelle 7-6 und für $H = 100$ Tabelle 7-5 entnommen werden.

Tabelle 7-6: Variation des Schachthöhe

H	n	D_{Schacht}	L	$B1$	$B2$	Kugeln	Kontakte	$\frac{\text{Kontakte}}{\text{Kugeln}}$
[cm]	-	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	-	-	-
25	0	∞	30	12	12,0	1 278	7 029	5,5
	0,5	50	30	12	26,8	2 088	11 411	5,5
	2,5	10	30	8	88,0	5 152	27 867	5,4
50	0	∞	60	12	12,0	5 168	28 479	5,5
	0,5	100	60	12	26,5	8 379	46 310	5,5
	2,5	20	60	12	102,0	25 207	140 304	5,6
75	0	∞	90	12	12,0	11 670	64 428	5,5
	0,5	150	90	12	26,5	18 910	104 696	5,5
	2,5	30	90	12	114,6	51 148	286 141	5,6

In der Abbildung 7-34 sind für die drei untersuchten Räumlichkeitsverhältnisse n die zugehörigen minimalen Erddruckbeiwerte K_a als Funktion der Wandhöhe dargestellt, wobei die Symbole bei $H = 0$ den zugehörigen aktiven Erddruckbeiwert nach Walz [94] zeigen. Erst bei einer Schachthöhe von $H \geq 50$ cm bleiben die Werte konstant. Im ebenen Fall $n = 0$ ist der Einfluß der Höhe H wesentlich geringer. Für die Berechnungen mit einem Kugeldurchmesser von 2 cm sollte also die Schachthöhe H größer als 50 cm sein, um ein verlässliches Ergebnis zu erhalten.

7.17.5 Veränderung der Stirnfläche

Schließlich wurde der räumliche Fall mit $n = 2,5$ für zwei unterschiedlichen Formen der Stirnflächen berechnet. Neben der bisher untersuchten ebenen Stirnfläche wurde zur besseren Annäherung der kreisförmigen Schachtwandung die in der Mitte unterteilte Stirnwand mit einem Stich von 0,88 cm entsprechend der Schachtkrümmung versehen. Der damit berechnete Erddruck unterscheidet sich gemäß Abbildung 7-35 nicht von derjenigen bei ebener Wandfläche.

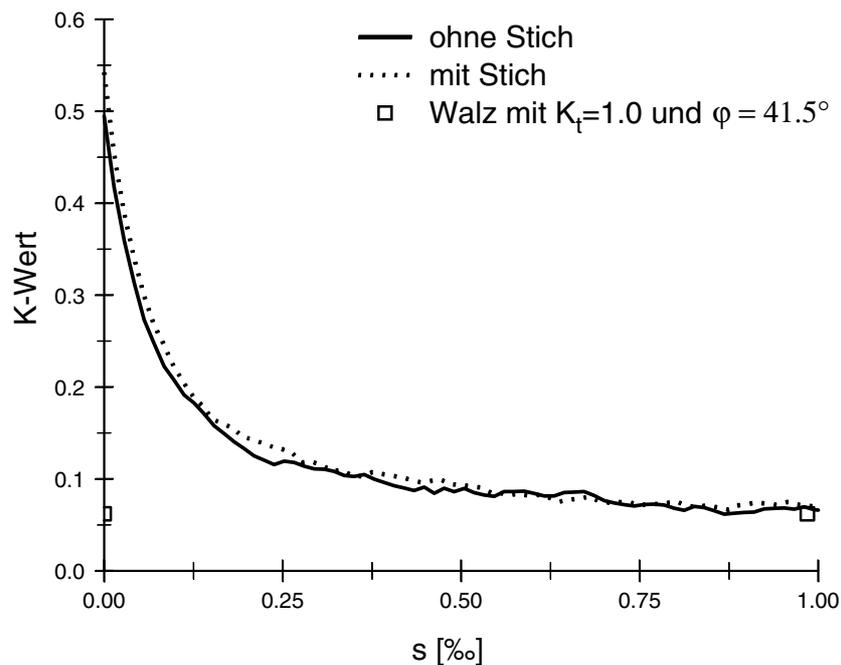


Abbildung 7-35: Berechnung mit und ohne Stich

Grundsätzlich ist eine Berechnung mit zufällig generierten Kugelhaufen nicht eindeutig, d. h. trotz gleicher Randbedingungen können sich unterschiedliche Ergebnisse einstellen. Auf die Stabilität der Ergebnisse bei den hier durchgeführten Berechnungen soll mit Abbildung 7-36 hingewiesen werden. Für zwei Kugelhaufen mit gleichen Randbedingungen und einer zufälligen Positionierung der Kugeln ergaben sich nur sehr geringe Unterschiede in der Größe des Erddruckbeiwerts als Funktion der Wandverschiebung.

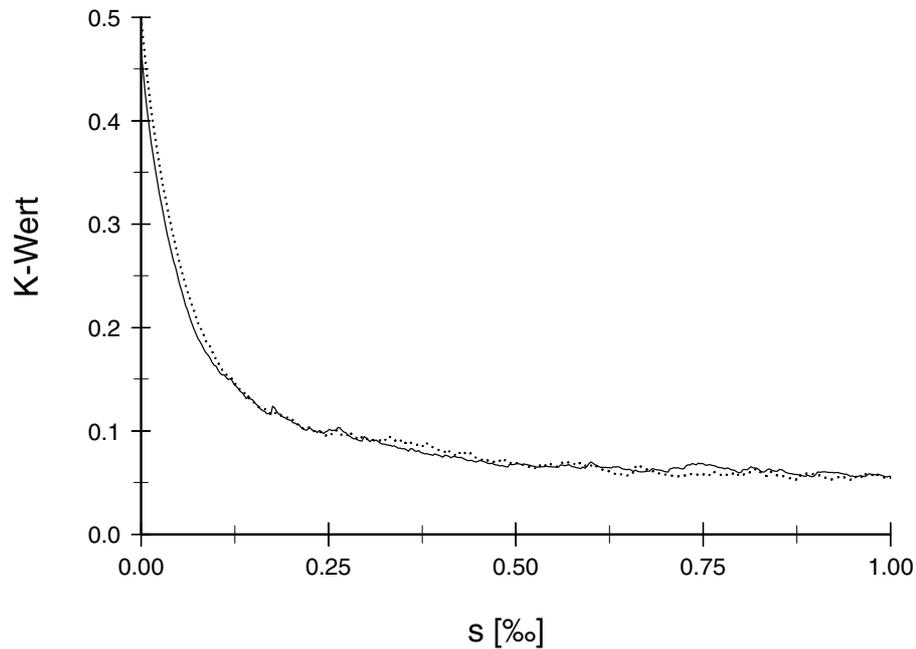


Abbildung 7-36: Streuung der Ergebnisse bei gleichen Randbedingungen

Durch die in diesem Kapitel gezeigten Variationen wird deutlich, daß die Ergebnisse aus der Berechnung mit den in Kapitel 7.14 beschriebenen Kugelhaufen als zuverlässig eingestuft werden können. Der für die Berechnung mit dem PFC^{3D} verwendete Datenfile befindet sich im Anhang D. Für die Variationen sind nur geringfügige Spezifikationen erforderlich.

8 Vergleiche

Nachdem in Kapitel 7 gezeigt wurde, daß die Berechnung des räumlichen Erddrucks mit dem Particle Flow Model möglich ist und die Ergebnisse eine hohe numerische Zuverlässigkeit haben, sollen diese im folgenden mit Versuchsergebnissen sowie mit Ergebnissen analytischer Verfahren und der Finiten Elemente Methode verglichen werden.

8.1 Modellversuche

Der für die numerische Simulation der Modellversuche erzeugte Kugelhaufen entspricht dem in Kapitel 7.14 beschriebenen. Die Modellversuche wurden bei einer dichten und einer mitteldichten Lagerung des Versuchssandes durchgeführt, so daß deren Ergebnisse mit denjenigen der PFM-Berechnung mit Kugelhaufen bei $n_0 = 36\%$ und $n_0 = 40\%$ verglichen werden können. In der Tabelle 7.2 finden sich Angaben über die Anzahl der Kugeln und der Kontakte der Kugelhaufen. Die Kontaktreibung beim Verschieben der Stirnwand betrug $\mu_s = 5$, wodurch die in Kapitel 7.9 beschriebenen Eigenschaften des Sandes erzeugt wurden.

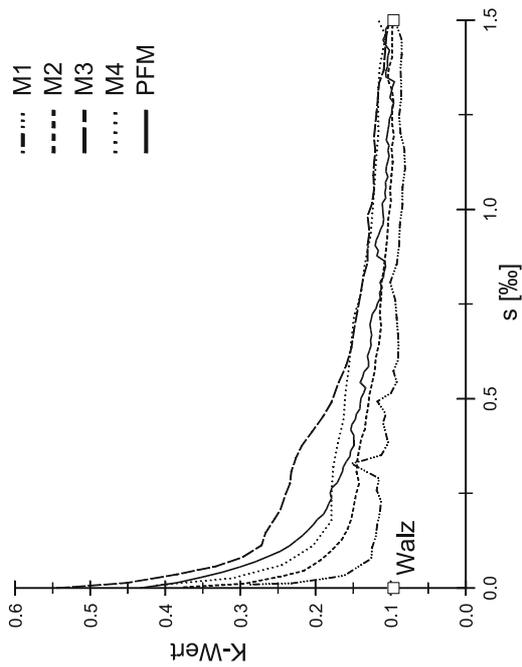
Obwohl der aus gekrümmten Stahlplatten bestehende Modellschacht eingölt und mit einer elastischen Folie bedeckt worden war, konnte eine Wandreibung nicht vollständig verhindert werden. In der PFC-Berechnung wurde daher eine Wandkontaktreibung von

$$\mu_s^{\text{Wand}} = \tan\left(\frac{1}{2} \cdot \arctan \mu_s^{\text{Kugel}}\right) = 0,82 \quad (8-1)$$

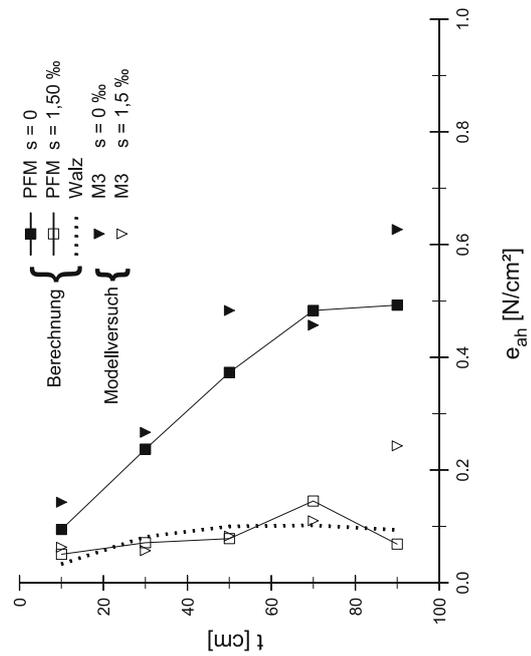
berücksichtigt. Dadurch ergab sich für den Kugelhaufen mit $n_0 = 36\%$ ein Angriffswinkel der Erddruckkraft von $\delta \approx 17^\circ$ und bei $n_0 = 40\%$ ein Winkel von $\delta \approx 16^\circ$ jeweils gegen die Horizontale. Im Ausgangszustand ist die Wandreibung noch $\delta = 0$, so daß erst durch die Verschiebung der Schachtwand ein vertikaler Erddruckanteil entsteht. Der angegebene Angriffswinkel der Erddruckkraft δ wurde bereits bei kleinen Verschiebungen erreicht und schwankte bei weiter zunehmender Wandverschiebung um $\pm 2^\circ$ (siehe auch Abbildung 7.12).

In Abbildung 8-1 a) werden die Ergebnisse der Modellversuche des Typs D mit dem nach dem PFM berechneten Erddruckbeiwert in Abhängigkeit vom Verschiebungsweg verglichen, wobei eine sehr gute Übereinstimmung festzustellen ist. Der in der Grafik eingetragene räumliche Erddruck im aktiven Grenzzustand nach Walz [94] mit $\varphi = 41,5^\circ$, $\delta = 17^\circ$ und $K_t = 1,0$, entspricht weitgehend den gemessenen bzw. mit PFM berechneten minimalen Erddruckbeiwerten.

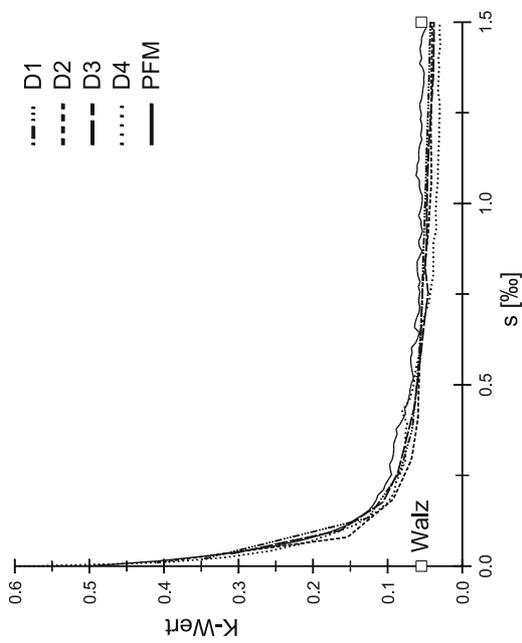
Bei Versuchstyp M streuen die Versuchswerte stärker, vor allem wegen der weniger homogenen Lagerungsdichte. Der mit dem PFM berechnete Erddruckbeiwert liegt aber innerhalb der Streubreite der Versuchsergebnisse (Abbildung 8-1 b). Der aktive Erddruckbeiwert nach Walz wurde mit $\varphi = 35^\circ$, $\delta = 16^\circ$ und $K_t = 0,9$ berechnet; auch hier stimmten für große Wandverschiebungen $s \geq 1,5\%$ die Ergebnisse gut überein.



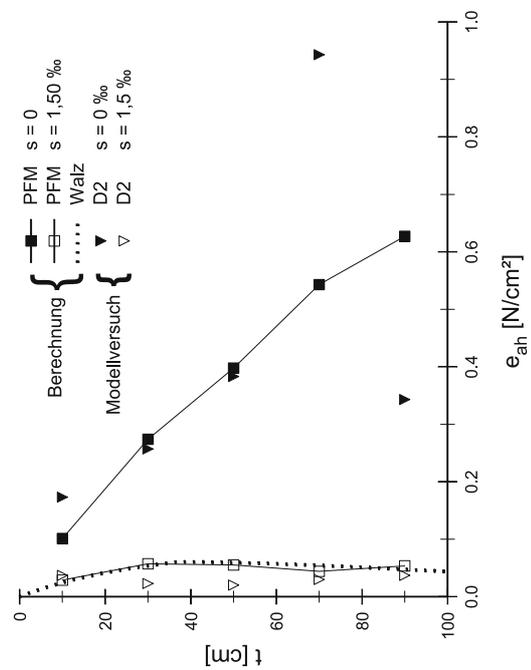
b) Erddruckabfall bei n = 40 %



d) Erddruckverteilung bei n = 40 %



a) Erddruckabfall bei n = 36 %



c) Erddruckverteilung bei n = 36 %

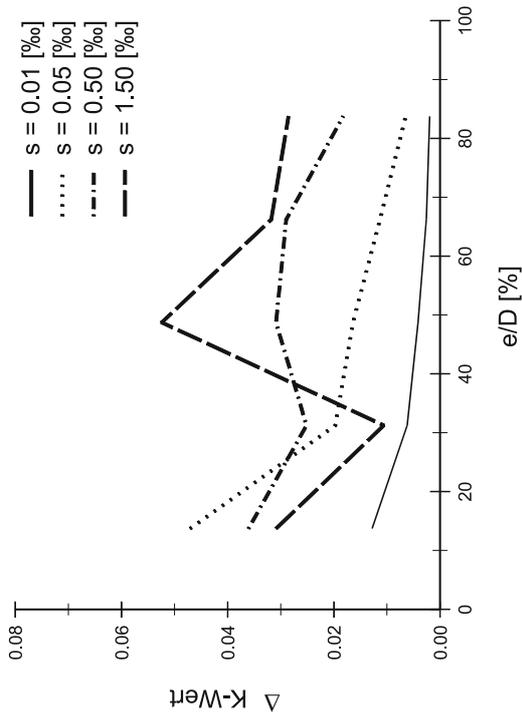
Abbildung 8-1: Vergleich des radialen Erddrucks mit den Modellversuchen

In der Abbildung 8-1 c) und d) wurden exemplarisch auch die Erddruckverteilungen über die Höhe des Schachtes von jeweils einem Modellversuch für Typ D und M zusammen mit denen aus den PFM-Simulationen im Ausgangszustand $s = 0$ und für eine große Verschiebung von $s = 1,5 \text{ ‰}$ aufgetragen. Die für den Grenzzustand gültige Erddruckverteilung nach Walz [94] ist mit den oben aufgeführten Werten berechnet. Die im Versuch ermittelte Verteilung und die Unterschiede zwischen Versuchstyp D und M entsprechen gut den an den zugehörigen Kugelhaufen bestimmten Werten.

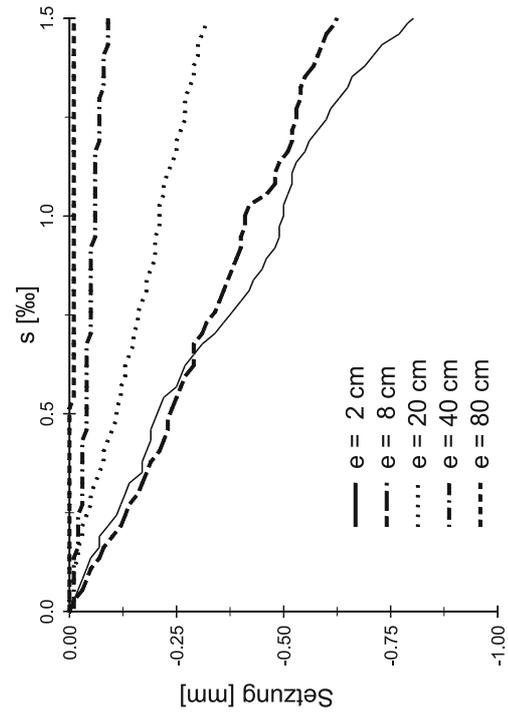
Aufgrund der großen Streuung der Meßergebnisse bei den Modellversuchen mit mitteldichter Lagerung (Typ M) wurden im weiteren nur noch diejenigen bei dichter Lagerung (Typ D) zum Vergleich herangezogen. Abbildung 8-2 a) zeigt den Anstieg des gemessenen und des berechneten Ringdrucks bei zunehmender Verschiebung der Schachtwand. Wie in Kapitel 4.2 erwähnt, steigen die gemessenen Ringdruckspannungen mit der Wandverschiebung wesentlich langsamer an als erwartet (Abbildung 4-8), wohingegen der mit dem PFM bestimmte Ringdruck synchron zum Abfall des radialen Erddrucks größer wird. Der Betrag des Ringdruckzuwachses ΔK stimmt mit den Messungen überein. Ein Vergleich der Größe der Ringdruckspannungen in Abhängigkeit vom Abstand e der betrachteten Meßplatte von der Schachtwand ist mit Abbildung 8-2 b und Abbildung 4-7 möglich: Der Ringdruck steigt im vorderen Bereich nahe am Schacht zunächst an, um bei größeren Verschiebungen durch die Ausbildung eines Bruchkörpers wieder abzufallen (Abbildung 8-2 b bei $e/D \approx 20 \text{ ‰}$), wie es auch im Modellversuch (Abbildung 4-7) festgestellt wurde. In größerer Entfernung vom Schacht ($e/D > 40 \text{ ‰}$) steigt der Ringdruck kontinuierlich bei zunehmender Verschiebung der Schachtwand an. In dieser Berechnung wurden die Kräfte an den Seiten mit Wänden entsprechend der Meßplattengröße im Modellversuch ermittelt.

Im Unterschied zu den Modellversuchen wurde die Stirnwand in der numerischen Simulation wegen der enormen Rechenzeit nur um wenige Promille bis $s = 1,5 \text{ ‰}$ verschoben. Daher sind in Abbildung 8-2 c) die Setzungen der Geländeoberfläche für den Versuch D2 (siehe auch Abbildung 4-9 c) und in Abbildung 8-2 d) die mit dem PFM ermittelten Setzungen bis zu einer Verschiebung von $s = 1,5 \text{ ‰}$ dargestellt. Sowohl die absolute Größe der Setzungen als auch deren Abhängigkeit von der Verschiebung s der Schachtwand und der Entfernung e des betrachteten Oberflächenpunktes vom Schacht werden sehr gut durch das Verhalten des verwendeten Kugelhaufenmodells beschrieben. Da sich die Versuchsergebnisse des Typs D untereinander geringfügig unterscheiden (Abbildung 4.3 und 4.6) können obige Vergleiche mit D2 auf alle Versuche dieses Typs übertragen werden.

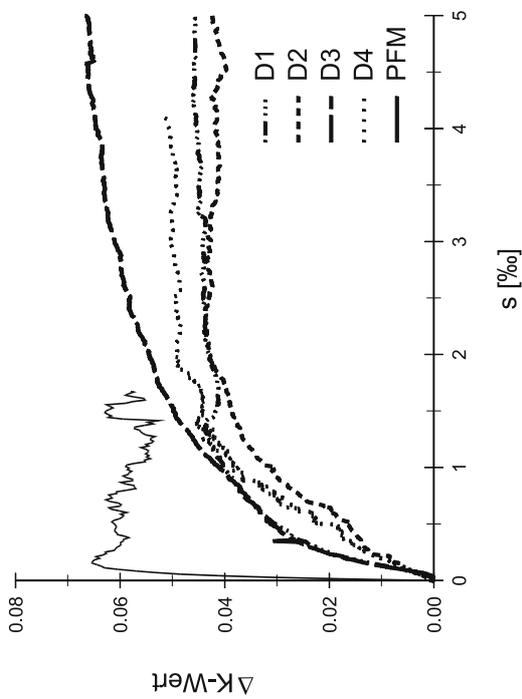
Nach diesen Vergleichen kann offensichtlich das Verhalten eines granularen Materials wie z. B. Sand mit dem PFM als vereinfachte Formulierung der DEM zutreffend abgebildet werden. Bei der Modellierung eines ungleichförmigen feinen Sandes ist es aufgrund der hier gewonnenen Erfahrungen vollkommen ausreichend, bei einem dreidimensionalen Modell relativ große Kugeln mit konstantem Durchmesser zu verwenden.



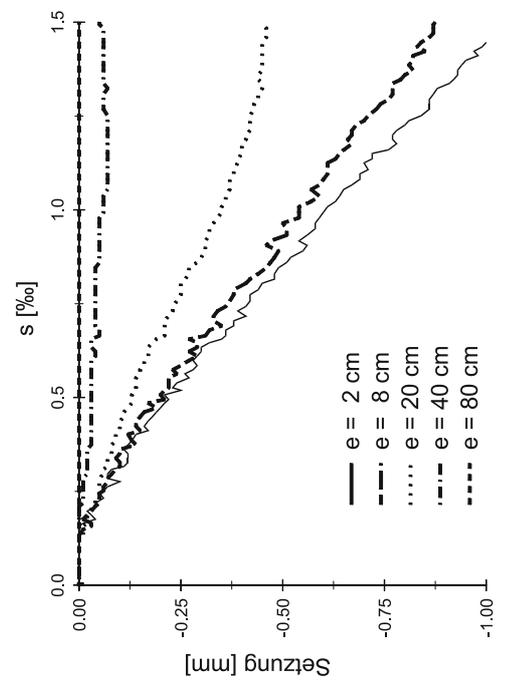
b) Verteilung des Ringdrucks beim PFM mit $n = 36\%$



d) Setzungen beim PFM mit $n = 36\%$



a) Ringdruck zwischen $t = 40$ und 50 cm



c) Setzungen beim Modellversuch D2

Abbildung 8-2: Vergleich der Ringdrücke und der Setzungen mit den Modellversuchen

Generell sollte jedoch bei dieser Vereinfachung überprüft werden, ob der Kugeldurchmesser klein genug ist. Dies kann z. B. durch eine Änderung der Größe des untersuchten Volumenkörpers (Kapitel 7.17.4) oder durch Verkleinern des Kugeldurchmessers geschehen (Kapitel 7.17.2).

Sollen jedoch der Verlauf von Scherfugen oder die Entwicklung von Zonenbrüche untersucht werden, sollten die Partikelgröße in der numerischen Simulation mit der natürlichen übereinstimmen.

8.2 Klassische Verfahren ohne Quantifizierung der Verschiebung

In Kapitel 7 und 8.1 wurde bereits die modifizierte Elementscheibentheorie von Walz [94] zum Vergleich herangezogen, wobei die Übereinstimmungen im Grenzzustand des räumlichen aktiven Erddrucks sowohl hinsichtlich der Meßwerte als auch hinsichtlich der Ergebnisse des PFM aufgrund des in den Grenzen von $K_0 \leq K_t \leq 1,0$ je nach Ausgangsspannungszustand n_0 , mehr oder weniger freie wählbaren Ringdruckparameters K_t sehr gut waren. Mit der modifizierten Elementscheibentheorie können jedoch keine Aussagen über die Abhängigkeit des räumlichen Erddrucks von der Größe der Wandverschiebung oder über Setzungen an der Geländeoberfläche gemacht werden.

Tabelle 8-1: Einteilung der EAB

Systeme nach EAB	oberer Grenzwert mit $K_t = 0,5$ bzw. $\lambda_s = 0,7$	unterer Grenzwert mit $K_t = 1,0$ bzw. $\lambda_s = 1,0$
unnachgiebig	$K_0 = 1 - \sin \varphi = 0,3843$	$K = \frac{1}{2} \cdot (K_0 + K_{\text{Walz}}) = 0,2344$ $K = \frac{1}{2} \cdot (K_0 + K_{\text{Steinfeld}}) = 0,2511$
annähernd unnachgiebig	$K = \frac{1}{2} \cdot (K_0 + K_{\text{Walz}}) = 0,2613$ $K = \frac{1}{2} \cdot (K_0 + K_{\text{Steinfeld}}) = 0,2600$	$K_{\text{Walz}} = 0,0848$ $K_{\text{Steinfeld}} = 0,1182$
wenig nachgiebig	$K_{\text{Walz}} = 0,1386$ $K_{\text{Steinfeld}} = 0,1357$	$K_{\text{Berezantzev}} = 0,06519$
stark nachgiebig	$K_{\text{Berezantzev}} = 0,06519$	

Dies gilt auch für die im folgenden betrachteten Methoden, die in den „Empfehlungen des Arbeitskreises Baugruben“ [19] für die Berechnung des räumlichen Erddrucks auf kreisförmige Schachtbauwerke genannt und in Kapitel 2.2 beschrieben sind. Mit diesen Verfahren wurde der räumliche aktive Erddruckbeiwert für ein Räumlichkeitsverhältnis $n = 2,5$ und für eine dichte Lagerung des Bodens und einen Reibungswinkel von $\varphi = 38^\circ$ berechnet, wobei für den Ringverspannungsfaktor λ_s (Steinfeld) bzw. K_t (Walz) zwei Grenzwerte angesetzt wurden. Diese Erddruckbeiwerte wurden in Abbildung 8-3 auf der für einen Kugelhaufen mit $\mu_s^{\text{Kugel}} = 1,5$, $\mu_s^{\text{Wand}} = 0$, $n_0 = 36\%$ und $n = 2,5$ gültigen Abhängigkeit des K -Werts von der Verschiebung der Schachtwand (siehe Kapitel 7.14) derart plaziert, daß die Ordinatenwerte

getroffen wurden. So können den betrachteten Berechnungsmethoden eine bestimmte Größenordnung der Schachtwandverschiebung zugeordnet werden. Außerdem kann die Entwicklung der Ringverspannung an eine erforderliche Schachtwanddeformation angebunden werden.

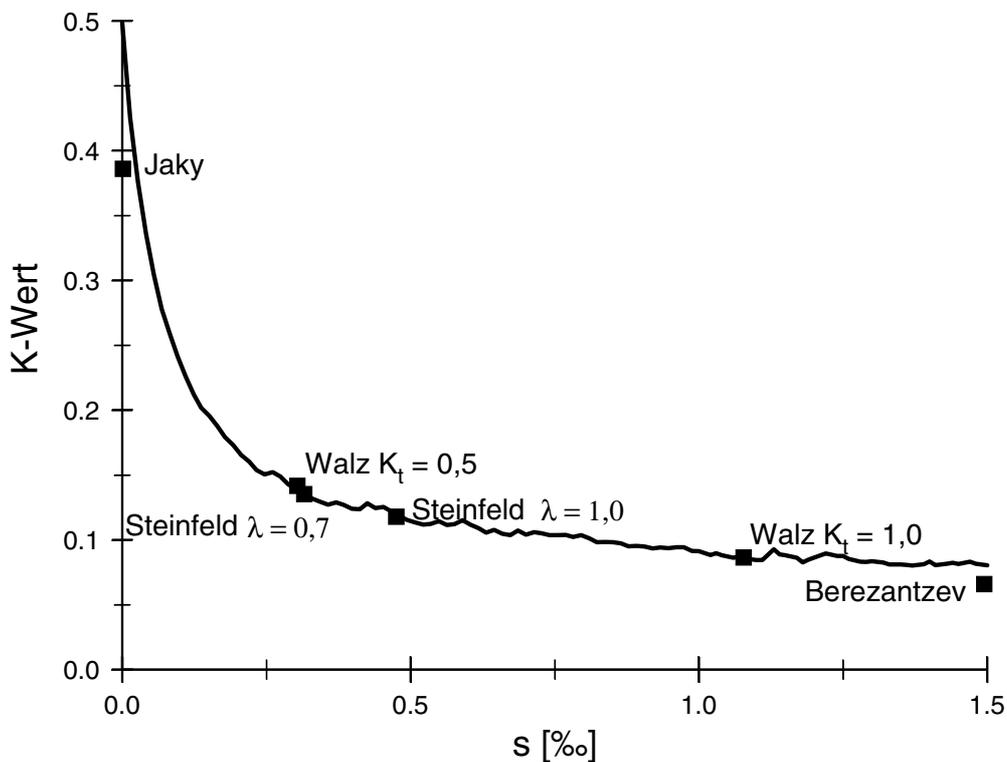


Abbildung 8-3: Vergleich mit klassischen Theorien

Interessant ist aber auch eine Verknüpfung der in den EAB verwendeten Einteilung der Systemsteifigkeiten und der Angabe des zu erwartenden Bemessungserddrucks bei schachtartigen Bauwerken mit der Abbildung 8-3.

In den EAB gelten als „unnachgiebige Systeme“ z. B. Bohrpfähle oder Schlitzwandlamellen, die einen geschlossenen Kreis und gleichzeitig einen Druckring bilden. Demgegenüber sind z. B. Spritzbetonschächte als „wenig nachgiebige Systeme“ eingestuft. Die Bestimmungen der EAB zur Ermittlung des Bemessungserddrucks in Abhängigkeit von der Systemsteifigkeit sind für die o. g. Bodenkennwerte in Tabelle 8-1 umgesetzt. Zusammen mit der Abbildung 8-3 ergeben sich die in Abbildung 8-4 gezeigten Zusammenhänge zwischen der Einteilung des Systems und den zugehörigen Verschiebungen. In der Grafik ist jeweils die Schnittfläche des oberen und des unteren Grenzwerts mit der mit dem PFM berechneten Kurve dargestellt. Da die Werte von Berezantzev nicht erreicht werden, ergibt sich kein Bereich für „nachgiebige Systeme“ und es fehlt die untere Grenze für „wenig nachgiebige Systeme“.

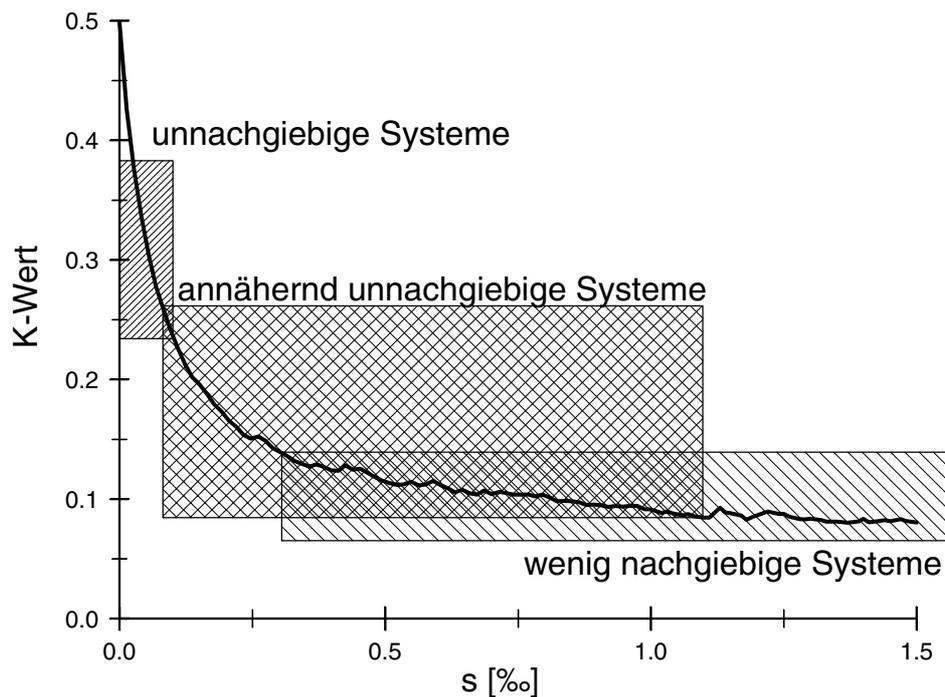


Abbildung 8-4: Anwendung der EAB

Dieses Beispiel zeigt, daß die von den EAB gewählten Bauwerkssteifigkeiten die Abhängigkeit des räumlichen Erddrucks von der Verschiebung gut erfassen ohne eine genau Aussage über die Größe der Verschiebungen zu treffen. Eine falsche Zuordnung kann jedoch zu einer Überdimensionierung bzw. auch zum Versagen des Baugrubenverbau führen. Der mit der Theorie von Berezantzev ermittelte Erddruckbeiwert erscheint generell zu klein und liegt auf der unsicheren Seite.

8.3 Analytische, verformungsabhängige Verfahren

Mit den in Kapitel 2.2 beschriebenen analytische Methoden von König (Kapitel 2.2.6) und Rojek (Kapitel 2.2.5) kann der räumliche Erddruck in Abhängigkeit von der Verschiebung der Schachtwand ermittelt werden. Für die in die Berechnung nach König eingehenden vertikalen und horizontalen Verschiebungen wurden die im Modellversuch D2 gemessenen Werte verwendet. Als Mobilisierungsfunktion für φ_{red} wurde die in Abbildung 2-15 dargestellte Kurve mit $\varphi = 41,5^\circ$ angesetzt.

Für die Größe der Verformung bis zum Erreichen des aktiven Zustandes wird in der Theorie von Rojek der E -Modul des Bodens und die Querkontraktionszahl μ maßgebend. Der E -Modul hat aber keinen Einfluß auf den Betrag des minimalen Residualerddrucks. Der E -Modul wurde entsprechend den Ausführungen in Kapitel 8.4 mit $E = 8\,000\text{ kN/m}^2$ angenommen. Die Querkontraktionszahl μ wurde mit 0,33 angesetzt. Der Erdrudruck wurde nicht mit $K_0 = 1 - \sin\varphi$ berechnet, sondern entsprechend der Kurve des PFM mit $K_0 = 0,45$

gewählt. Dies gilt auch für die Ermittlung des Erddrucks nach der Theorie von König. Als Vergleich dient die mit dem Kugelhaufen in dichter Lagerung (Tabelle 7.2) mit $\mu_s = 5$ ermittelte Abhängigkeit zwischen dem Erddruckbeiwert K und der Wandverschiebung s (Abbildung 8-5).

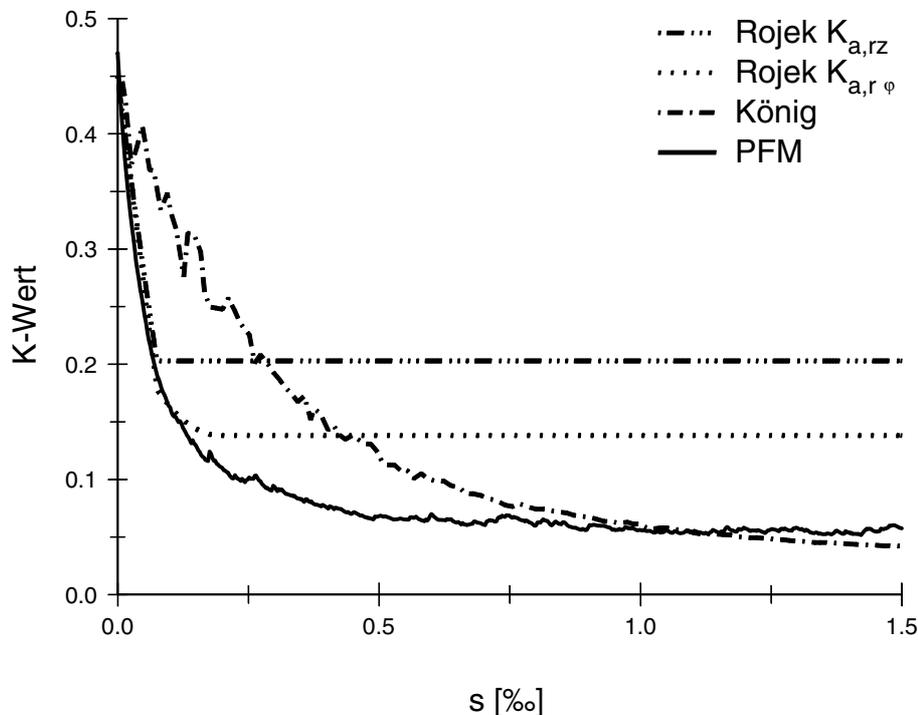


Abbildung 8-5: Erddruckabfall im Vergleich mit analytischen Verfahren

Bei der Theorie von Rojek wurde der radiale Erddruck sowohl ohne Ringdruckzuwachs im plastischen Bereich $K_{a,rz}$ als auch mit Ringdruckzuwachs im plastischen Bereich $K_{a,r\phi}$ berechnet und in Abbildung 8-5 dargestellt. Ohne die Berücksichtigung des Zuwachses im plastischen Bereich ergibt sich der ebene aktive Erddruck als Minimalwert. Auch mit Ringdruckzuwachs ($K_{a,r\phi}$) ergibt sich immer noch gegenüber allen anderen Verfahren ein zu großer räumlicher Erddruck. Nur bei kleinen Wandverschiebungen gleicht der Erddruckabfall dem der PFM. Die Erddruckspannungen steigen bei Erreichen des minimalen Erddrucks nach Rojek annähernd linear mit der Tiefe an (Abbildung 8-6).

Der Erddruckbeiwert fällt nach der Theorie von König mit dem Wandweg s langsamer ab als der mit dem PFM berechnete (Abbildung 8-5). Bei Verwendung einer daraufhin optimierten Mobilisierungsfunktion für den Reibungswinkel ϕ_{red} ergibt sich eine bessere Übereinstimmung. Der Einfluß der horizontalen Wandverschiebung auf die vertikale Verformung muß bekannt sein, um den radialen Erddruck zu berechnen, was als Nachteil des Berechnungsverfahrens nach König anzusehen ist. Der minimale Erddruckbeiwert ist aufgrund des sehr großen Verspannungsfaktors $K_t = K_p$ etwas kleiner als der im Versuch gemessene bzw. der mit dem PFM berechnete. Qualitativ entspricht die Verteilung des Erddrucks über die Schachttiefe nach König der mit PFM ermittelten (Abbildung 8-6).

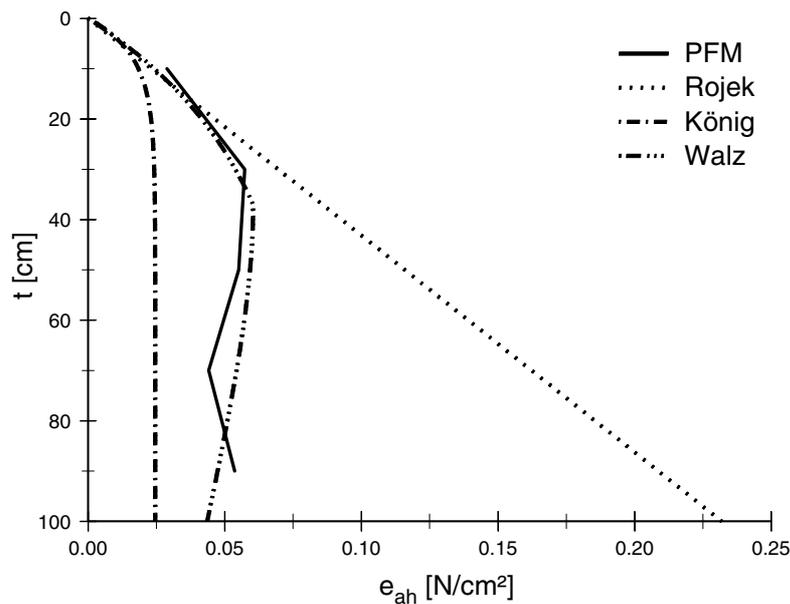


Abbildung 8-6: Erddruckverteilung im Vergleich mit analytischen Verfahren

Die durchgeführten Vergleiche zeigen, daß die vorhandenen analytischen Verfahren nicht ausreichen, um den räumlichen Erddruck in Abhängigkeit von der eingepprägten Wandverschiebung zu bestimmen. In Kapitel 9 wird deshalb eine Erweiterung der modifizierten Elementscheibentheorie vorgestellt, die es mit einfachen Mitteln erlaubt, den räumlichen Erddruck für beliebig vorgegebene Verschiebungen zu bestimmen.

8.4 Finite Element Methode

Für den Vergleich der DEM mit der FEM wurde das kommerzielle Programm Plaxis 7.11 verwendet, das an der Technischen Universität Delft speziell für geotechnische Aufgaben entwickelt wurde. Die Beschreibung des Programms und der implementierten Algorithmen ist im Programmhandbuch [8] zu finden. Die Anwendung auf das untersuchte System und spezielle Merkmale werden im folgenden erklärt.

Aufgrund der Rotationssymmetrie ist es möglich, den räumlichen Erddruck mit drehsymmetrischen Elementen zu berechnen. Ihre Elementsteifigkeitsmatrix ist trotz der größeren Anzahl von Null abweichender Spannungen und Dehnungen wegen der eingeschränkten Starrkörperfreiheitsgrade - nur eine Verschiebungsmöglichkeiten an Stelle von drei - gleich der Elementsteifigkeitsmatrix für den ebenen Verzerrungszustand (6×6). Deshalb unterscheidet sich der numerische Lösungsweg nur geringfügig von dem des ebenen Falls.

Die gewählten Abmessungen entsprechen einem Schnitt in der Symmetrieebene des Modellversuchs. Das verwendete Elementennetz ist in Abbildung 8-7 dargestellt. Es wurden Dreieckselemente mit 6 Knoten und drei Spannungspunkten (Gauß'sche Integrationspunkte: Spannungsberechnung) verwendet. Der rechte Rand ($x = 140$ cm) und der untere Rand ($y = 0$) sind sowohl in x -Richtung als auch in y -Richtung fixiert. Der obere Rand ($y = 120$ cm) ist frei verschieblich. Der linke Rand ist in zwei Teile unterteilt. Der untere Teil ($0 \leq y \leq 20$ cm) liegt

bei $x = 0$ und ist in allen Richtungen fixiert. Der obere Teil ($20 \text{ cm} \leq y \leq 120 \text{ cm}$) liegt bei $x = 20 \text{ cm}$, wodurch ein Schachtdurchmesser von 40 cm simuliert wird. Dieser Rand ist vertikal fixiert und durch eine eingeprägte Horizontalverschiebung, dargestellt durch die Pfeile in Abbildung 8-7, beschrieben. Der unterste Knotenpunkt dieses Randes ist mit dem unteren Teil des Elementennetzes (hellgrau) verbunden, wodurch sich bei einer Verschiebung des Randes Verzerrungen in den mit dem Knotenpunkt verbundenen Bodenelementen entwickeln, die zu unrealistischen Spannungen führen.

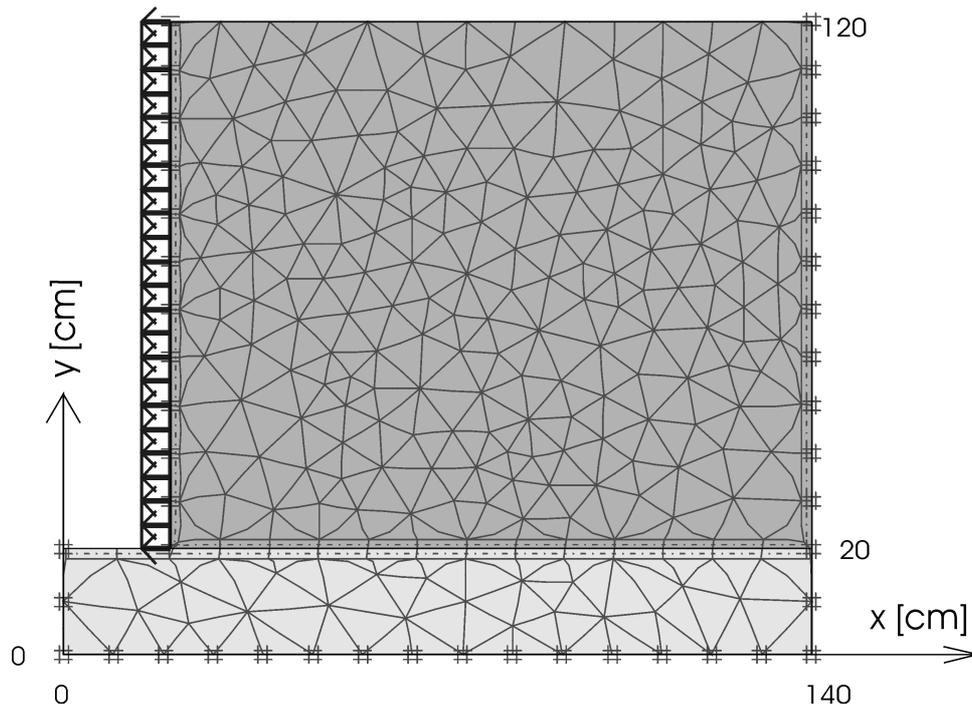


Abbildung 8-7: Elemente und Randbedingungen bei der FEM

Zur Vermeidung dieser Verzerrungen werden sogenannte Kontakt-Elemente sowohl oberhalb als auch unterhalb der fiktiven Schichtgrenze (hellgrau - dunkelgrau) eingefügt, die ein örtliches Gleiten zwischen Elementen bzw. fixierten Rändern und Elementen ermöglichen. Die Kontakt-Elemente bestehen aus sechs Knoten und haben drei Spannungspunkte. Die in Abbildung 8-8 einander gegenüber liegenden Knotenpaare haben in der Berechnung die gleichen Koordinaten, so daß die Kontakt-Elemente unendlich dünn sind.



Abbildung 8-8: Knoten- und Spannungspunkte von Boden- und Kontakt-Elementen

Mit Kontakt-Elementen kann auch eine lokal verringerte Scherfestigkeit, wie z. B. die Wandreibung zwischen der Schachtwand und dem Boden, erreicht werden. So wurden am rechten Rand und an der Schichtgrenze (Boden-Boden) Kontakt-Elemente mit voller ($R_{\text{inter}} = 1 \Rightarrow \delta = \varphi$) und am linken Rand mit verringerter ($R_{\text{inter}} = 0,5 \Rightarrow \delta = \frac{1}{2} \varphi$) Scherfestigkeit definiert. Auf diese Weise können sich die Elemente am linken und rechten Rand vertikal unter voller Mobilisierung von Scherspannungen verschieben. Das gleiche gilt für die Elemente an der Schichtgrenze in horizontaler Richtung.

Tabelle 8-2: Parameter für die FEM

		Mohr-Coulomb Modell	Hardening-Soil Modell
E_{ref}	[N/cm ²]	800	-
ν	[-]	0,3	-
φ	[°]	41,5	41,5
c	[N/cm ²]	0	0
ψ	[°]	11,5	11,5
E_{50}^{ref}	[N/cm ²]	-	3 700
$E_{\text{oad}}^{\text{ref}}$	[N/cm ²]	-	3 700
ν_{ur}	[-]	-	0,2
m	[-]	-	0,5
$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$	[N/cm ²]	-	14 200
p^{ref}	[N/cm ²]	-	10
K_0^{nc}	[-]	-	0,337
R_f	[-]	-	0,7

Zum Vergleich wurden zwei verschiedene Stoffgesetze verwendet. Das einfachste und bekannteste für die Simulation von Böden ist das Mohr-Coulomb Modell (MC-Modell). Es benötigt neben der Wichte des Bodens γ fünf weitere Parameter: den Elastizitätsmodul E_{ref} , die Querkontraktionszahl ν , den Reibungswinkel φ , die Kohäsion c und den Dilatanzwinkel ψ . Die sich aus dem Stoffgesetz ergebende Fließfläche ist in Abbildung 2-16 dargestellt.

Zusätzlich wurde das sogenannte Hardening-Soil Modell (HS-Modell) verwendet. Dieses Modell wurde von Plaxis entwickelt und benötigt sechs weitere Parameter, die unter anderem die Verfestigungskappe aus Abbildung 8-9 beschreiben. Der Elastizitätsmodul kann spannungsabhängig definiert werden, wobei zwischen Erstbelastung (E_{50}^{ref} und $E_{\text{oad}}^{\text{ref}}$) und Entlastung bzw. Wiederbelastung ($E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$) unterschieden wird. Zusätzlich können verschiedene Steifigkeiten für die deviatorische Erstbelastung (E_{50}^{ref}) und für die kompressive Erstbelastung ($E_{\text{oad}}^{\text{ref}}$) definiert werden. Nach Gleichung (8-2) besteht ein hyperbolischer Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung (m). Es gilt

$$E = E^{\text{ref}} \left(\frac{c \cdot \cot \varphi - \sigma'}{c \cdot \cot \varphi - p^{\text{ref}}} \right)^m \quad (8-2)$$

mit p^{ref} als Referenzspannung für E^{ref} . Weitere Angaben zu den verwendeten Stoffgesetzen finden sich in [8]. Alle erforderlichen Parameter und die in der Vergleichsrechnung verwendeten Werte sind in Tabelle 8-2 aufgeführt.

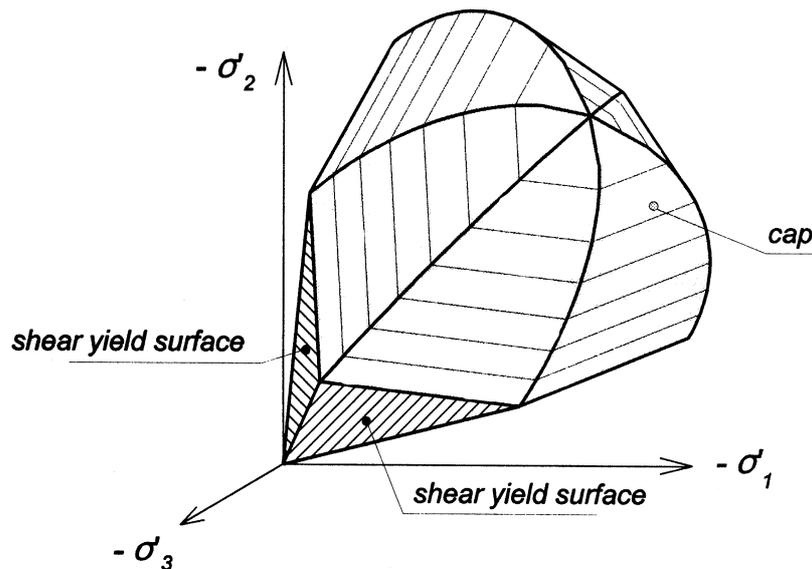


Abbildung 8-9: Fließfläche des Hardening-Soil Modells [8]

Vergleichsrechnungen und Variationen zeigen, daß es sich bei dem untersuchten Problem des radialsymmetrischen aktiven Erddrucks hauptsächlich um eine deviatorische Erstbelastung handelt, so daß die Parameter φ , c , E_{50}^{ref} , ψ und m einen entsprechend großen Einfluß haben. Der Dilatanzwinkel wurde - wie für Quarzsand mit $\varphi > 30^\circ$ üblich [8] - mit

$$\psi = \varphi - 30^\circ = 11,5^\circ \quad (8-3)$$

bestimmt. Die Querkontraktionszahl ν_{ur} für Ent- bzw. Wiederbelastung wurde mit 0,2 festgesetzt. Der Reibungswinkel φ , die Kohäsion c , der Erstbelastungsmodul E_{ref} bzw. E_{50}^{ref} und der Wiederbelastungsmodul $E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$ ergaben sich aus den in Kapitel 3.1 beschriebenen Laborversuchen. Der E_{50}^{ref} wurde mit einem Referenzdruck $p^{\text{ref}} = 10 \text{ N/cm}^2$ ermittelt und betrug $E_{50}^{\text{ref}} = 3700 \text{ N/cm}^2$.

Zugspannungen sind in allen Bodenelementen ausgeschlossen. Der primäre Ausgangszustand wurde aus dem Überlagerungsdruck und mit dem Ruhedruckbeiwert $K_0 = 0,5$ bestimmt. Wie in Kapitel 7 wurde zuerst der ebene Erddruck (ebener Dehnungszustand) berechnet und die Parameter m und K_0^{nc} des HS-Modells daraus geeicht. Es gilt wie in Kapitel 7 die Forderung, daß sich bei $s = 0,5 \text{ ‰}$ der aktive Erddruck einstellen soll.

Beim MC-Modell hat das Spannungsniveau keinen Einfluß auf den E -Modul, so daß ein E_{ref} entsprechend dem Spannungsniveau im Modellversuch gewählt werden muß. Die Spannungen liegen im Versuch zwischen Null an der Geländeoberkante und $\sigma_z = 1,7 \text{ N/cm}^2$ bei $t = 100 \text{ cm}$. Mit einem angenommenen mittleren Spannungsniveau von $\sigma' = 0,675 \text{ N/cm}^2$ ergibt sich nach Gleichung (8-2) ein Elastizitätsmodul von $E_{\text{ref}} = 800 \text{ N/cm}^2$ für das MC-Modell. Dieser E -Modul wurde auch bei der Berechnung mit der Theorie von Rojek (s. Kapitel 8.3) angenommen. Die Querkontraktionszahl ν für das MC-Modell wurde entsprechend den Empfehlungen von Plaxis [8] mit $\nu = 0,3$ festgesetzt. Abbildung 8-10 zeigt den Erddruckbeiwert im ebenen Fall - ebener Verzerrungszustand - als Funktion der Wandverschiebung, berechnet mit dem MC-Modell und dem HS-Modell im Vergleich mit dem PFM und dem aktiven Erddruck nach Coulomb.

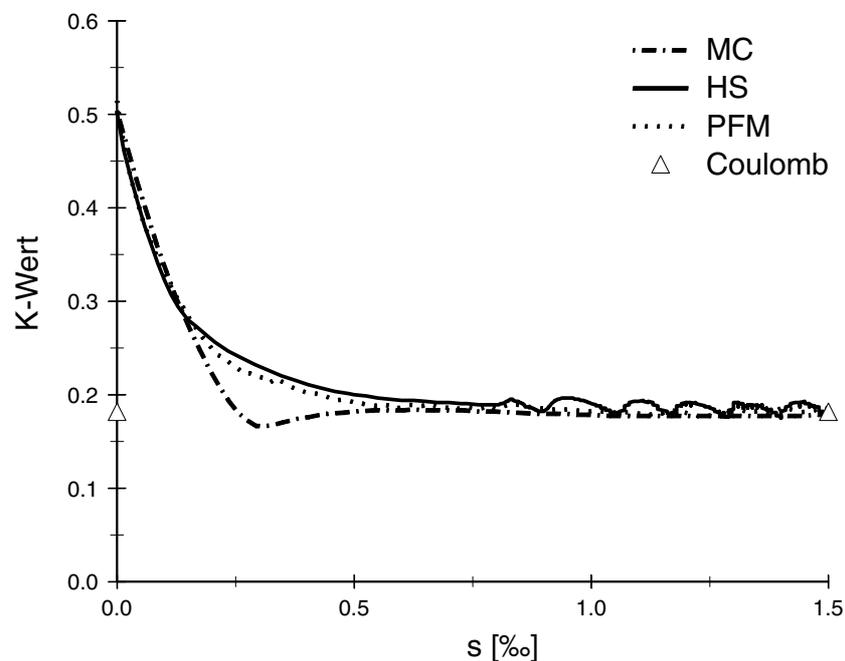


Abbildung 8-10: Kalibrierung von E_{ref} bzw. E_{50}^{ref} und dem Exponenten m

Mit diesen Parametern ergeben sich für den rotationssymmetrischen Verzerrungszustand die in Abbildung 8-11 dargestellten Abhängigkeiten. Es wird deutlich, daß die Kurve des PFM die Versuchswerte besser wiedergibt als die der FEM mit dem MC-Modell oder dem HS-Modell. Die mit der FEM berechneten minimalen Erddrücke sind im übrigen kleiner als der aktive räumliche Erddruck nach Walz mit $K_t = 1,0$ und liegen damit auf der unsicheren Seite.

Beim HS-Modell wurde die Dilatanz begrenzt, d. h. nach Erreichen des maximalen Porenvolumens findet keine weitere Auflockerung des Bodens mehr statt und der Dilatanzwinkel ψ wird zu Null gesetzt. Dieses wirkt sich aufgrund der großen Anfangsdichte bis zu der untersuchten Verschiebung von $s = 1,5 \text{ ‰}$ noch nicht aus.

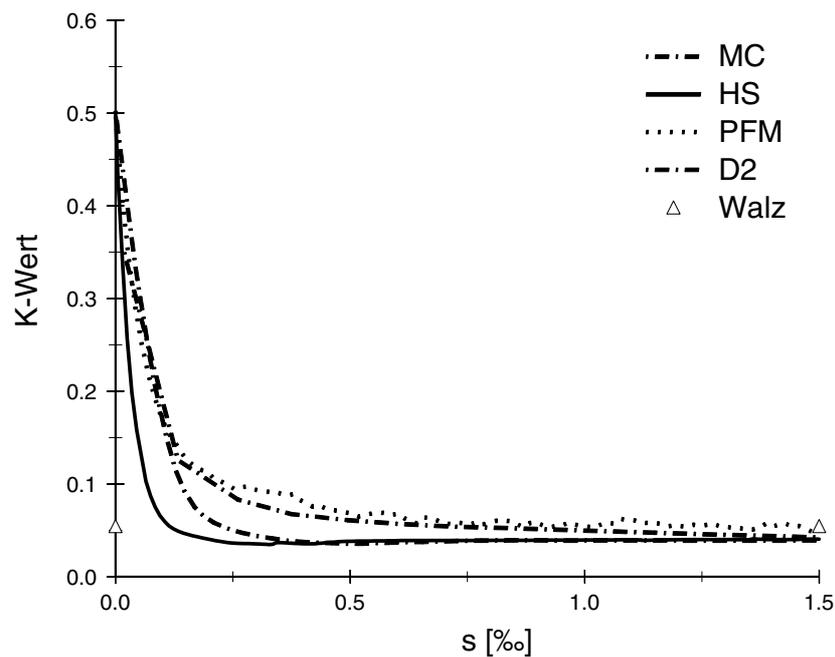


Abbildung 8-11: Vergleich des räumlichen Erddrucks mit der FEM

In Abbildung 8-12 wird die Erddruckverteilung der durchgeführten Berechnungen exemplarisch mit den Meßwerten des Versuchs D2 bei einer Verschiebung von $s = 0,5 \text{ ‰}$ verglichen. Die Unterschiede zwischen MC-Modell und HS-Modell sind gering. Qualitativ wird die Verteilung nach Walz durch die FEM gut wiedergegeben.

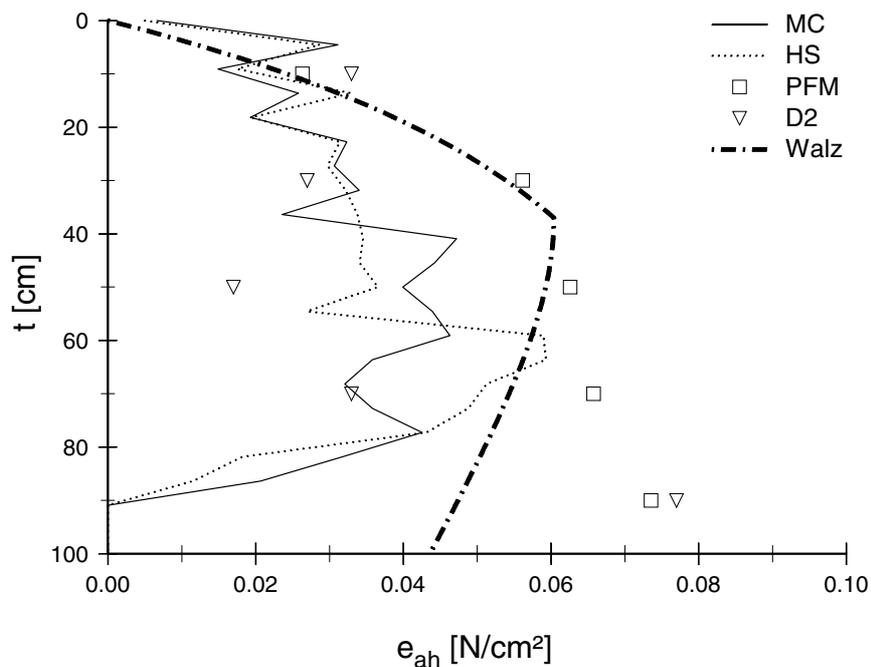


Abbildung 8-12: Vergleich der Erddruckverteilungen mit der FEM bei $s = 0,5 \text{ ‰}$

In Abbildung 8-13 werden die Setzungen an der Geländeoberfläche miteinander verglichen. Der qualitative Verlauf der mit Hilfe des MC-Modells und des HS-Modells berechneten Setzungen entspricht den im Versuch gemessenen Setzungen. Der Unterschied zwischen den beiden Methoden ist wieder sehr gering. Die im Versuch und beim PFM punktuell erfaßten Setzungen lassen ebenfalls wie bei der FEM einen Knick in der Setzungslinie bei $e/D \approx 90\%$ erwarten. Unter Annahme einer geraden Scherfuge ergibt sich ein Scherflächenwinkel ϑ von $70,2^\circ$ im Vergleich zu $\vartheta = 69,6^\circ$ nach Walz beim Kegelstumpfmodell.

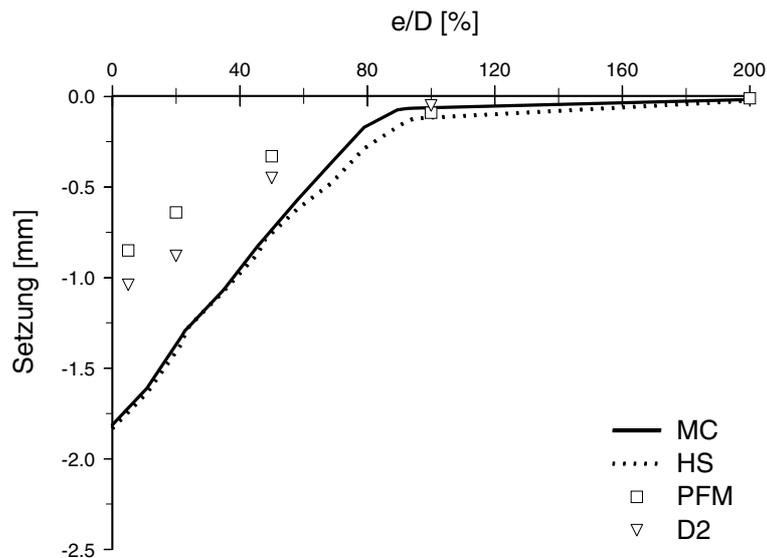


Abbildung 8-13: Vergleich der Setzungen an der Geländeoberfläche mit der FEM

8.5 Analogie zum Tunnelausbau

In Analogie zu der „Neuen Österreichischen Tunnelbauweise“ (NÖT), bei der das umgebende Gebirge als tragendes Bauteil betrachtet wird, kann auch beim Schacht der umliegende Boden zum Tragring und damit zur Reduzierung der unmittelbar auf die Schachtwand wirksamen Erddruckspannungen herangezogen werden. Für die Ausbildung des Ringdrucks ist eine radiale Verschiebung der Schachtwand erforderlich. Müller-Salzburg und Fecker [56] bezeichnen die „richtige“ Wahl der Steifigkeit der Tunnelsicherung und des Zeitpunkts für ihren Einbau als 6. Grundsatz der NÖT (Abbildung 8-14), weil die radialen Verformungen des Ausbruchsrands zunächst eine Abnahme des Gebirgsdrucks bewirken. Größere Verformungen führen zu Auflockerungen und Entfestigung des Gebirges und damit zu einem Wiederanstieg des Druckes. In den durchgeführten Versuchen und bei den Berechnungen mit dem PFM konnte jedoch ein Wiederanstieg der radialen Erddruckspannung infolge zu großer Wandverschiebungen nicht beobachtet werden. Daraus folgt, daß für die wirtschaftliche Bemessung eines Schachtausbaus gewisse Mindestverformungen zugelassen werden sollten, damit sich der aktive räumliche Erddruck als Kleinstwert der Belastung ausbilden kann. Die daraus resultierenden Setzungen an der Geländeoberfläche sind jedoch auf Verträglichkeit mit angrenzenden baulichen Anlagen zu überprüfen.

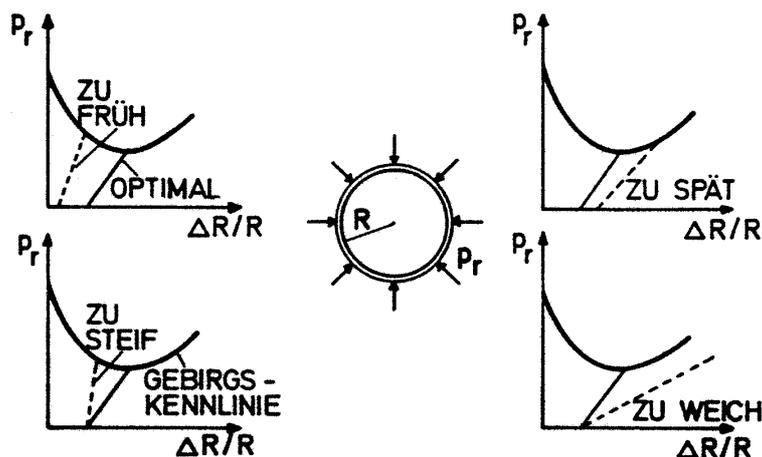


Abbildung 8-14: Sechster Grundsatz der „Neuen Österreichischen Tunnelbauweise“ [56]

Ausgehend von den aus der Philosophie der NÖT stammenden Begriffen der Gebirgskennlinie und Ausbaukennlinie (Abbildung 8-14) wird im folgenden an einem Beispiel die Ermittlung des maßgebenden Erddruckbeiwerts in Abhängigkeit von der Herstellungsabfolge und der Steifigkeit des Schachtausbaus vorgestellt. Aufgrund der aus den Modellversuchen und der Berechnung mit dem PFM gewonnenen Erfahrungen, daß sich der räumliche Erddruck schon bei kleinsten Verformungen über die Wandhöhe umlagert, wird entgegen den Ausführungen der EAB [19] (EB 73, Entwurf, Absatz 5) unabhängig von der Nachgiebigkeit des Systems vereinfacht eine konstant über die Tiefe verlaufende Erddruckverteilung angenommen.

$$e_{ah} = \frac{E_{ah}}{H} \quad \text{mit } E_{ah} = \frac{1}{2} K \cdot H^2 \cdot \gamma \quad (8-4)$$

Die radiale Verschiebung der Wand eines zylindrischen Schachtes infolge des Erddrucks berechnet sich bei einem frei verschieblichen Fußauflager aus dem Membranspannungszustand zu

$$s_{Schacht} = \frac{D^2 \cdot e_{ah}}{4 \cdot E_{Schacht} \cdot h} \quad \text{mit } h = \text{Dicke der Schachtwandung} \quad (8-5)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (8-4) in Gleichung (8-5) folgt für die Abhängigkeit des Erddruckbeiwerts der Ausbaukennlinie von der Wandverschiebung:

$$K_{Schacht}(s) = \frac{8 \cdot E_{Schacht} \cdot h}{D^2 \cdot H \cdot \gamma} \cdot s_{Schacht} \quad (8-6)$$

Der zur Bemessung eines Schlitzwandschachtes (mit $H = 30 \text{ m}$, $D = 12 \text{ m} \rightarrow n = 2,5$) maßgebende Erddruckbeiwert wird mit dem für einen Spritzbetonschacht verglichen (Tabelle 8-3). Hierbei wird wegen des zum Zeitpunkt des Eintretens der Verformungen noch nicht voll erhärteten Betons beim Spritzbetonschacht nur 25 % des E -Moduls für die Schachtwand berücksichtigt. Zusätzlich wird eine Verformung von $s_0 = 0,05 \text{ ‰}$ für die Wandverschiebung

angesetzt, die sich nach Freilegen einer Abschlagshöhe bis zum Aufbringen und Teilerhärten des Spritzbetons einstellen kann.

In Abbildung 8-15 wird die in Kapitel 7 ermittelte Abhängigkeit des Erddruckbeiwerts von der Wandverschiebung für einen kohäsionslosen Boden ($\varphi = 41,5^\circ$, $\delta = \frac{1}{2} \varphi$ und $\gamma = 16,8 \text{ kN/m}^3$) als „Gebirgskennlinie“ mit der Verformung des Schachtausbaus als „Ausbaukennlinie“ verknüpft. Der aus dem Schnittpunkt der Kurven bestimmte Erddruckbeiwert $K_{\text{Bemessung}}$ ist für den Spritzbetonschacht um ca. 50 % kleiner, aber die sich einstellende Verschiebung der Schachtwand ca. 15 mal größer als beim Schlitzwandschacht.

Tabelle 8-3: Vergleich unterschiedlich steifer Verbauarten

Typ	h [m]	E_{Schacht} [MN/m ²]	$K_{\text{Bemessung}}$	s [‰]
Schlitzwand	0,80	30 500	0,46	0,006
Spritzbeton	0,20	7 625	0,21	0,092

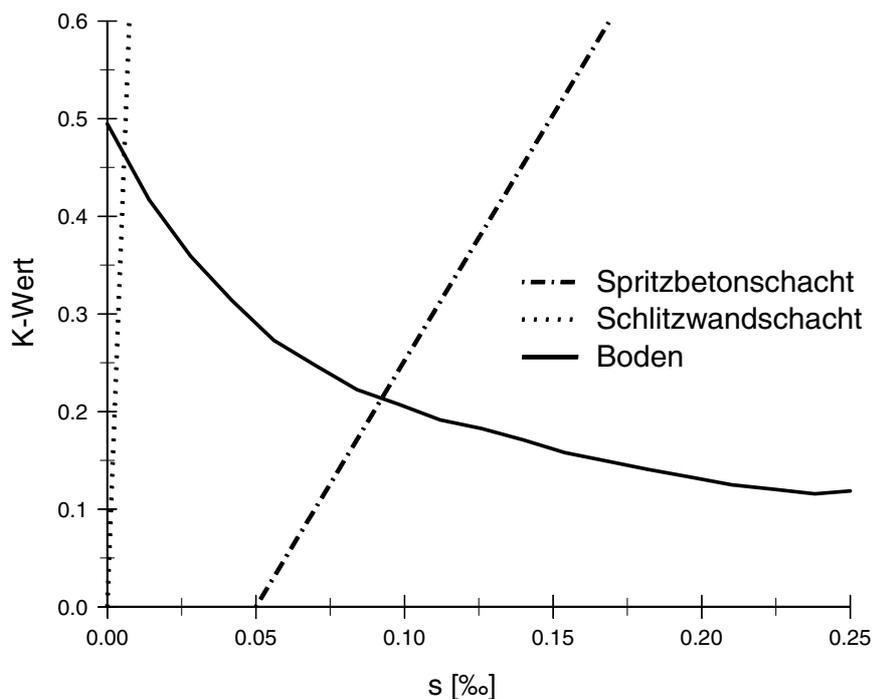


Abbildung 8-15: Ermittlung des Bemessungserddrucks

8.6 Zusammenfassende Bewertung

Die in diesem Kapitel aufgeführten Vergleiche zeigen, daß mit der DEM sowohl der Erddruck als auch die Setzungen an der Geländeoberfläche zuverlässig bestimmt werden können.

Die Größe der Verformungen hat im Gegensatz zur FEM keinen Einfluß auf die numerische Stabilität der Berechnung. Die erforderliche Rechenzeit steigt jedoch bei beiden Verfahren mit der Größe der Verschiebung an.

9 Erweiterung der modifizierten Elementscheibentheorie

Um mit der modifizierten Elementscheibentheorie nach Walz den räumlichen Erddruck nicht nur für den Grenzzustand (aktiver Erddruck) sondern auch für jede beliebige Verschiebung s berechnen zu können, wird sie erweitert, wobei jedoch keine Veränderungen an den in [94] dargestellten Formeln vorgenommen werden, so daß die dort aufgeführten Herleitungen weiter gelten und auch die dargestellten Diagramme verwendet werden können. Auf eine Wiederholung der verwendeten Formeln wird deshalb hier verzichtet. Das verwendete Eingabefile für die Berechnung des räumlichen Erddrucks nach Walz mit dem Programm Mathcad befindet sich im Anhang E. Alle erforderlichen Formeln können daraus entnommen werden. Die Erweiterung beruht auf der Definition eines Reibungswinkels φ^{mob} in Abhängigkeit von der Verschiebung s

$$\varphi^{\text{mob}}(s) = \varphi_0 + (\varphi - \varphi_0) \cdot (1 - e^{-a \cdot s}) \quad (9-1)$$

Hierin sind φ_0 der im Ausgangszustand in Anspruch genommene Reibungswinkel, φ der bei voller Mobilisierung effektive Reibungswinkel und a der Mobilisierungsfaktor. Im Ausgangszustand $s = 0$ muß der Erddruck unabhängig vom Räumlichkeitsverhältnis n dem Erdruck K_0 entsprechen. Dies gelingt unter Verwendung der Coulomb'schen Erddrucktheorie für den ebenen Erddruck bzw. mit der modifizierten Elementscheibentheorie für den räumlichen Erddruck jedoch nur, wenn nicht der Reibungswinkel φ , sondern ein kleinerer, nämlich der im Ausgangszustand in Anspruch genommene Reibungswinkel φ_0 in die Berechnung eingesetzt wird (siehe Happe [30]). Es gilt

$$0 \leq \varphi_0 \leq \varphi \quad (9-2)$$

So gilt für den ebenen Fall mit dem Erddruck nach Coulomb bei $s = 0$ entsprechend Gleichung (7-8)

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{1 - K_0}{1 + K_0} \quad (9-3)$$

Der in Gleichung (9-1) verbleibende unbekannt Mobilisierungsfaktor a wird im folgenden zum besseren Vergleich der Ergebnisse nicht anhand von Scherversuchen bestimmt, sondern an der Berechnung des ebenen Erddrucks mit dem PFM geeicht. Abbildung 9-1 zeigt die in Kapitel 7.9 mit Hilfe des PFM an einem Kugelhaufen mit $\mu_s = 5$ ermittelte Abhängigkeit des Erddruckbeiwerts von der Wandverschiebung im ebenen Fall (siehe auch Abbildung 7-10) und die mit $\varphi^{\text{mob}}(s)$ aus Gleichung (9-1) nach der Coulomb'schen Erddrucktheorie berechneten Erddruckbeiwerte. Der Parameter a ergibt sich durch Anpassung an den Verlauf

des Erddruckbeiwerts $K(s)$ des PFM. Die Tabelle 9-1 stellt die so ermittelten Werte zusammen, die Abbildung 9-2 a) zeigt den Verlauf von φ^{mob} mit wachsender Wandverschiebung. Der Mobilisierungsfaktor a steigt gemäß Tabelle 9-1 mit kleiner werdendem Porenvolumen n_0 an.

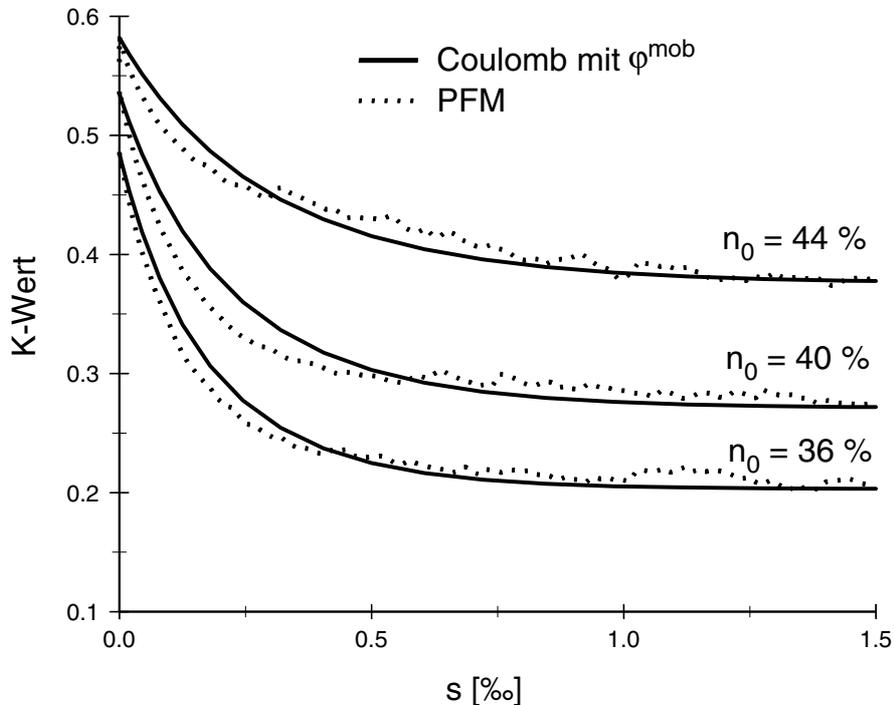
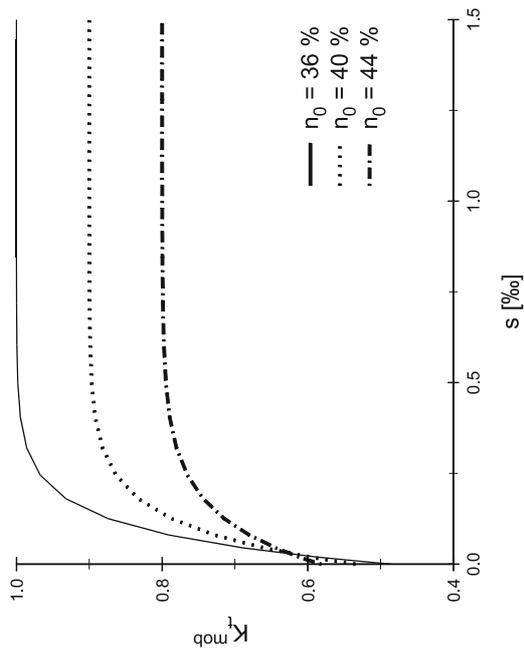


Abbildung 9-1: Ebener Erddruckbeiwert als Funktion von s für verschiedene n_0

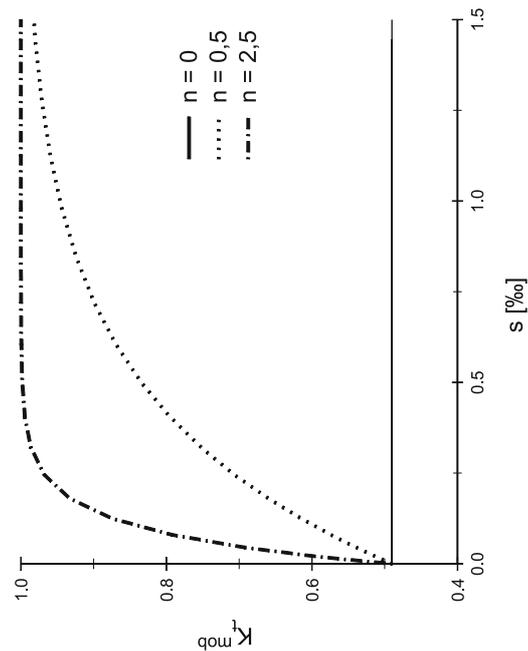
Als nächstes wird der Verspannungsfaktor K_t^{mob} analog als Funktion der Wandverschiebung s definiert

$$K_t^{\text{mob}}(s) = K_0 + (K_t - K_0) \cdot (1 - e^{-n \cdot a \cdot s}) \quad (9-4)$$

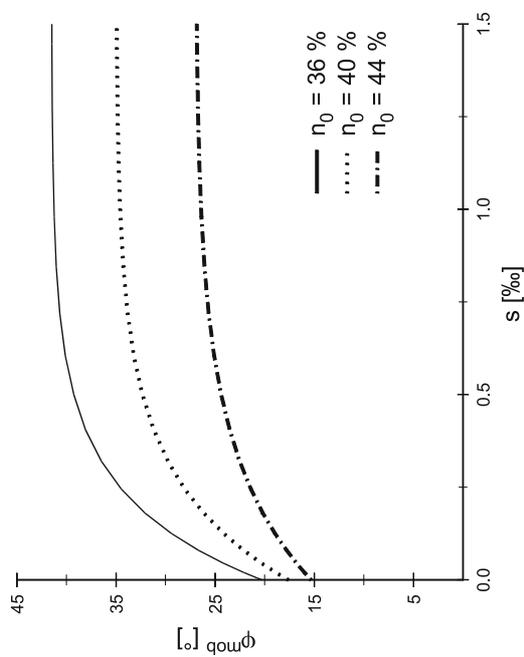
mit dem Verspannungsfaktor K_t , dem Erdrudruckbeiwert K_0 , dem Räumlichkeitsverhältnis n und dem Mobilisierungsfaktor a . Bei $s = 0$ ist der Verspannungsfaktor K_t^{mob} gleich dem Erdrudruckbeiwert K_0 . Die Größe von K_t ergab sich bereits bei den vorangegangenen Berechnungen, bei denen die Ergebnisse des PFM für den Grenzzustand bei unterschiedlicher Lagerungsdichte mit denjenigen der modifizierten Elementscheibentheorie verglichen wurden. Abbildung 9-2 b) zeigt den Verlauf von K_t^{mob} mit wachsender Wandverschiebung für unterschiedliche Porenvolumen.



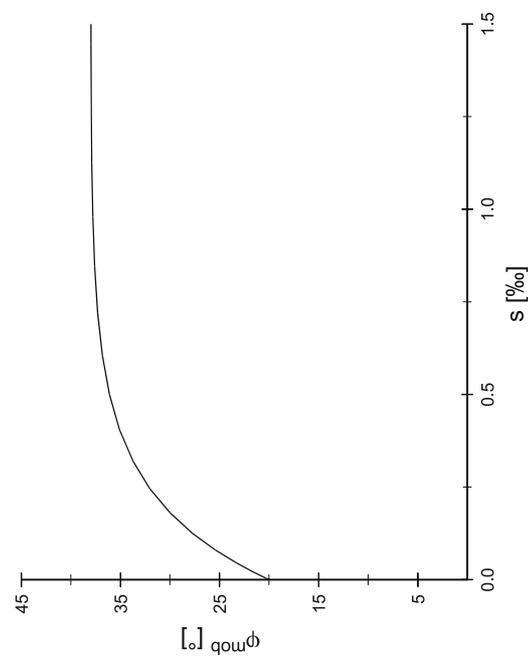
b) Mobilisierungskurve für den Verspannungsfaktor $n = H/D = 2,5$



d) Mobilisierungskurve für den Verspannungsfaktor Anfangsporenvolumen: 36 %



a) Mobilisierungskurve für den Reibungswinkel $n = H/D = 2,5$



c) Mobilisierungskurve für den Reibungswinkel Anfangsporenvolumen: 36 %

Abbildung 9-2: Mobilisierungskurven für ϕ^{mob} und K_t^{mob}

Tabelle 9-1: Verwendete Parameter

n_0	φ	φ_0	K_0	K_t	a
[%]	[°]	[°]	-	-	-
36	41,5	20,3	0,485	1,0	4,50
40	35	17,7	0,535	0,9	3,75
44	27	16,3	0,562	0,8	3,00

Wird nun bei der modifizierten Elementscheibentheorie anstatt φ der Winkel φ^{mob} und für K_t die Größe K_t^{mob} eingesetzt, ergeben sich die in Abbildung 9-3 dargestellten Kurven, die die mit Hilfe des PFM ermittelte Abhängigkeit des räumlichen aktiven Erddruckbeiwerts vom Wandweg trotz des einfachen Ansatzes sehr gut wiedergeben.

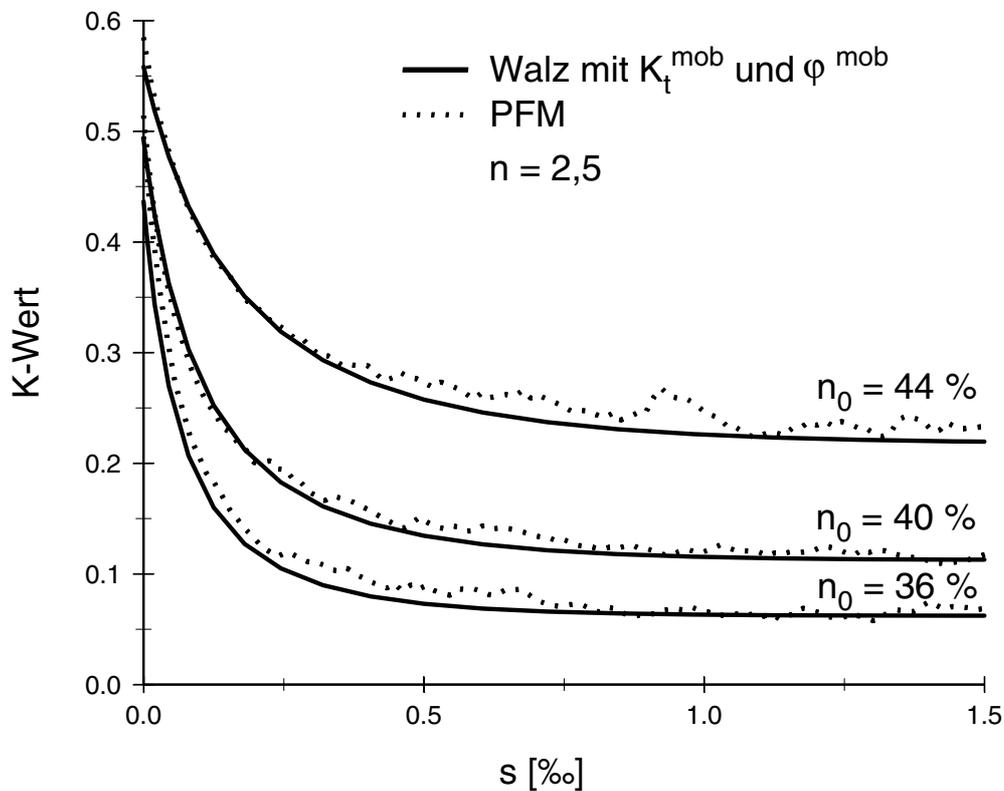
Abbildung 9-3: Räumlicher Erddruckbeiwert als Funktion von s für verschiedene n_0

Abbildung 9-4 zeigt den Vergleich zwischen den beiden Methoden für verschiedene Räumlichkeitsverhältnisse n . Wie in Kapitel 7.17.3 haben die betrachteten Kugelhaufen eine dichte Lagerung und eine Kontaktreibung von $\mu_s = 1,5$. Alle anderen Angaben können der Tabelle 7-5 entnommen werden. Der Mobilisierungsfaktor beträgt $a = 4,5$, der Reibungswinkel $\varphi = 38^\circ$ bzw. im Ausgangszustand $\varphi_0 = 20,3^\circ$, der Erdrudruckbeiwert $K_0 = 0,485$ und der Verspannungsfaktor $K_t = 1,0$. Die erreichte Übereinstimmung für alle drei Kurven ist sehr gut. Abbildung 9-2 c) und d) zeigen die zugehörigen Kurven für φ^{mob} und

K_t^{mob} . Der Spannungsfaktor K_t wird bei $n = H/D > 1$ schneller mobilisiert als der Reibungswinkel und bei $n < 1$ langsamer. Dies entspricht den bei der Berechnung mit dem PFM gesammelten Erfahrungen. Bei $n = 0$ bleibt der Spannungsfaktor konstant und gleich dem Erdruhedruckbeiwert $K_t = K_0$.

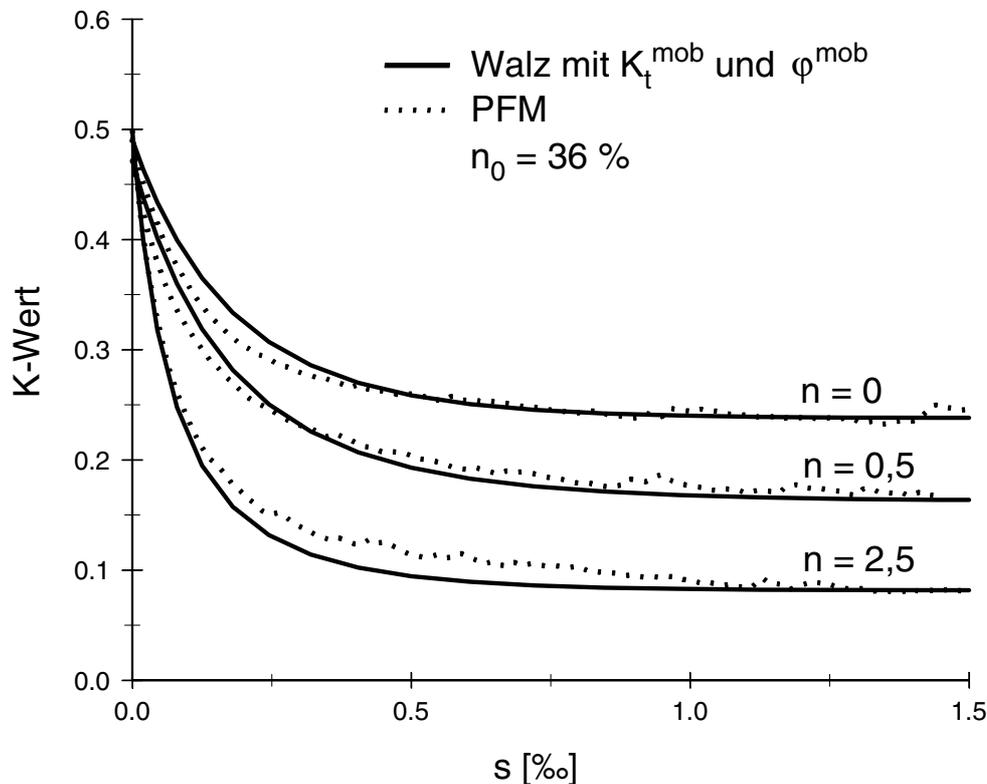


Abbildung 9-4: Vergleich für verschiedene Räumlichkeitsverhältnisse n

Obiger Ansatz zur Berücksichtigung der Verschiebungsabhängigkeit des Erddrucks ähnelt dem von König (Kapitel 2.2.6) mit φ_{red} und $K_t(\varphi_{\text{red}})$. Es sind jedoch einige Unterschiede zu berücksichtigen:

- φ^{mob} ist als Funktion von s definiert.
- Im Ausgangszustand ist $\varphi^{\text{mob}} \neq 0$.
- K_t^{mob} wird als Funktion von s in den Grenzen von $K_0 \leq K_t(s) \leq K_t \leq 1,0$ definiert
- Vertikale Dehnungen ε_v müssen nicht bekannt sein.

Der Verlauf von $\varphi^{\text{mob}}(s)$ kann analog zum Ausnutzungsgrad von Happe [30] auch mit Rahmenscherversuchen ermittelt werden. Bei dieser Vorgehensweise muß der Parameter a anhand der dabei gemessenen Mobilisierungskurve $\varphi(s)$, mit s als Scherweg bezogen auf die Scherfugenlänge, bestimmt werden, wobei die unterschiedlichen Gleitflächen (Scherversuch - Erddruckberechnung) zu berücksichtigen sind. Der Mobilisierungsfaktor a ist also ein anhand von Laborversuchen bestimmbarer Bodenparameter.

Mit den oben gezeigten Erweiterungen der modifizierten Elementscheibentheorie kann mit geringem Mehraufwand der räumliche Erddruck in Abhängigkeit von der Wandverschiebung berechnet werden. Es muß nur ein zusätzlicher Parameter a anhand von Scherversuchen oder Vergleichsrechnungen bestimmt werden. Die zweite unbekannte Variable φ_0 ergibt sich aus dem Erdruchdruck. Folgende Vorgehensweise wird für die Ermittlung des räumlichen Bemessungserddrucks auf Grundlage der Erweiterung der modifizierten Elementscheibentheorie empfohlen:

- 1) Ermittlung der Bodenparameter φ , γ
- 2) Bestimmung von K_0 und K_t
- 3) Abschätzen der Schachtwandverschiebung s
- 4) Berechnung von φ_0 mit Gleichung (9-3)
- 5) Bestimmung des Mobilisierungsfaktors a
- 6) Ermittlung von φ^{mob} mit Gleichung (9-1) und K_t^{mob} mit Gleichung (9-4)
- 7) Berechnung von E_{ah} mit der Elementscheibentheorie von Walz mit φ^{mob} und K_t^{mob}
- 8) Bestimmung der Schachtbelastung e_{ah} aus Gleichung (8-4)
- 9) Ermittlung der zugehörigen Schachtwandverschiebung s_{Schacht} mit Gleichung (8-5)
- 10) Falls $s \neq s_{\text{Schacht}}$: Wiederholung der Schritte 6 bis 9 mit $s = s_{\text{Schacht}}$

10 Zusammenfassung

Mit Hilfe der Distinct Element Method und anhand von Modellversuchen wurde die Interaktion zwischen dem Erddruck auf kreisförmige Schachtbauwerke und der Verformung des umgebenden Bodens untersucht. Die dargestellten Ergebnisse dienen der Erfassung der Flexibilität des Schachtbauwerks und ermöglichen eine ökonomischere und sicherere Bemessung.

Eine kurze Übersicht gibt den Stand der Forschung bezüglich durchgeführter Modellversuche und vorhandener Theorien zur Berechnung des räumlichen Erddrucks wieder. Anschließend werden die durchgeführten 1g-Modellversuche, die die Achsensymmetrie ausnutzen, beschrieben. Als Modellboden wurde ein trockener Sand mit dichter und mitteldichter Lagerung verwendet. Der Schacht wurde durch eine Zylinderschale simuliert, die nach dem Einstreuen parallel in radialer Richtung verschoben wurde. Das Räumlichkeitsverhältnis des Schachtbauwerkes betrug $n = 2,5$. Der in Abhängigkeit von der Verschiebung der Schachtwand gemessene aktive räumliche Erddruck war wesentlich kleiner als der ebene aktive Erddruck.

Die letztendlich festgestellte gute Übereinstimmung zwischen der in den Modellversuchen gemessenen und der berechneten Abhängigkeit des Erddrucks von der Verschiebung des Schachtbauwerks verdeutlicht, wie wichtig die DEM für die Simulation von granularen Materialien wie z. B. Sand ist. Es wurde gezeigt, daß eine annähernd statische Situation mit einem dynamischen Verfahren berechnet werden kann. Das hierfür verwendete kommerzielle Programm PFC^{3D} beruht auf einer vereinfachten Form der DEM dem Particle Flow Model. Dieses Modell beschränkt sich auf homogene Kugeln, wodurch die Anzahl der benötigten Parameter und der erforderliche Rechenaufwand wesentlich verringert werden.

Die Erzeugung des Ausgangszustands im PFM für die Ermittlung des Erddrucks wurde ausführlich untersucht. Sie hat einen wesentlichen Einfluß auf die Größe, Verteilung und die Abhängigkeit des Erddrucks von der Verschiebung. Die Zuverlässigkeit der Ergebnisse wurde anhand von Variationen und Vergleichsrechnungen mit analytischen Verfahren und der FEM geprüft. Es zeigte sich, daß bei einer ausreichend großen Anzahl an Kugeln und entsprechend kleinen Zeitschritten die Interaktion zwischen Erddruck und Verformung sehr gut erfaßt werden kann. Die sich dabei ergebenden langen Rechenzeiten werden im Laufe der Zeit aufgrund der stetig schneller werdenden Rechner immer bedeutungsloser.

Die in dieser Arbeit mit dem PFM ermittelten minimalen Erddrücke auf kreisförmige Schachtbauwerke stimmen mit den für den Grenzzustand geltenden Werten der modifizierten Elementscheibentheorie von Walz [94] überein. Durch die hier vorgestellte Erweiterung der modifizierten Elementscheibentheorie ist es möglich, den räumlichen Erddruck in Abhängigkeit von der Verschiebung analytisch zu bestimmen. Der dafür erforderliche Aufwand ist gering, da nur ein weiterer Parameter, der aus Scherversuchen ermittelbare Mobilisierungsfaktor a , benötigt wird.

Vergleiche mit den Empfehlungen des Arbeitskreises Baugruben machen deutlich, wie wichtig für die wirklichkeitsnahe Einschätzung des Bemessungserddrucks die dort geforderte Zuordnung des Schachtausbauwerks entsprechend seiner Nachgiebigkeit ist. Bei dem vorgestellten Rechenansatz, der die Verschiebung berücksichtigt, entfällt diese Einteilung und wird ersetzt durch den einfacher abschätzbaren Verschiebungsweg der Verbauwand, so daß eine höhere Planungssicherheit erreicht wird. [33] und [34] enthalten jeweils eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse in englischer Sprache.

Schließlich soll mit einem Zitat aus Steinfeld [78] auf die Bedeutung des Ringdrucks für die Entwicklung des räumlichen aktiven Erddrucks, die in den Modellversuchen und den Berechnungen mit dem Particle Flow Model gezeigt werden konnte, hingewiesen werden:

„Drückt der umgebende Boden auf eine Schachtwand und entstehen infolge dieses Druckes Ringspannungen in der umgebenden Erde vor der Schachtwand, so bilden sich in dem umgebenden Boden quasi liegende Gewölbe aus, die einen Teil des radialen Erddrucks auf sich ziehen und in Ringdruckspannungen verwandeln. Sie entlasten daher den Erddruck auf die Schachtwandung. Es kann dabei Bereiche geben, in denen der Schachtausbau nur noch als Stabilitätselement für die Druckringe aus körnigem Bodenmaterial wirkt und selber kaum noch radiale Erdspannung aufzunehmen braucht.“

Literaturverzeichnis

- [1] *Bardet, J.P., Proubet, J.* A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media, *Geotechnique* 41, No.4, pp.599-613, 1991
- [2] *Bathe, K.J.* On the Reliability of Finite Element Methods; Benchmark Int. Magazine for Engineering Designers & Analysts NAFEMS: October 1997, pp. 7
- [3] *Bathe, K.J., Wilson, E.L.* Numerical Methods in Finite Element Analysis Engelwood Cliffs: Prentice-Hall
- [4] *Bathurst, R.J., Rothenburg, L.* Investigation Of Micromechanical Features Of Idealized Granular Assemblies Using DEM, in Proceedings of the 1st U.S. Conference on Discrete Element Methods, Session 2B, Granular Media I, Paper 3. G.G.W. Mustoe et al., Eds. Golden, Colorado: CSM Press, 1989
- [5] *Berezantzev, V.G.* Earth Pressure on the Cylindrical Retaining Walls Brussels Conference 58 on Earth Pressure Problems
- [6] *Blümel, W.* Zur Verformung eines Schlitzwandschachtes mit großem Durchmesser Mitteilungen; Institut für Bodenmechanik und Energiewasserbau, Universität Hannover, Heft 40, Seite 17-27, Erschienen im Eigenverlag, Hannover 1994
- [7] *Bogdanova-Bonteheva, N., Lippmann, H.* Rotationssymmetrisches ebenes Fließen eines granularen Modellmaterials *Acta Mechanica* 21, Seite 93-113, 1975, Springer-Verlag
- [8] *Brinkgreve, R.B.J., Vermeer, P.A.* Plaxis Version 7 Finite Element Code for Soil and Rock Analyses A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield, 1998
- [9] *Britto, A.M., Kusakabe, O.* Stability Of Axisymmetric Excavations In Clays *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol.109, No.5, May 1983, pp.666-681
- [10] *Cundall, P.A.* Numerical experiments on localization in frictional materials, *Ingenieur-Archiv* 59, S.148-159, 1989
- [11] *Cundall, P.A.* Formulation of a Three-dimensional Distinct Element Model - Part. I A Scheme to Detect and Represent Contacts in a System Composed of Many Polyhedral Blocks *International Journal of Rock Mechanics Mining Scientific & Geomechanics Abstract* 25 (3) 1988, S. 107-116
- [12] *Cundall, P.A., Strack, O.D.L.* A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29, No.1, S.47-65, 1979
- [13] *Cundall, P.A., Drescher, A., Strack, O.D.L.* Numerical experiments on granular assemblies; Measurements and observations, IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials / Delft / 31 Aug. - 3. Sept. 1982, pp.355-370
- [14] *Cundall, P.A., Lorig, L.J., Potyondy, D.O.* Distinct-Element Models of Explosion-Induced Failure of Rock, Including Fragmentation and Gas Interaction, Paper presented at the Workshop on Explosion Effects in Granular Materials, August 1996, Oslo

- [15] *Cundall, P.A., Konietzky, H., Potyondy, D.O.* PFC - ein neues Werkzeug für numerische Modellierungen, Bautechnik 73, Heft 8, S.492-498, Verlag Ernst & Sohn, 1996
- [16] *Dietrich, T.* Der psamische Stoff als mechanisches Modell des Sandes
Dissertation 1976 Universität Karlsruhe
- [17] *Dietrich, T., Arslan, U.* On the mechanics of media composed of rigid breakable grains
Proceedings of the 11th Int. Conference on Soil Mech. and Foundation Engineering San Francisco 1985 Volume 2 pp 443-448
- [18] *Dubujet, P., Dedecker, F.* Micro-mechanical analysis and modelling of granular materials loaded at constant volume, Granular Matter, Volum 1, Number 3, December 1998, Springer
- [19] *EAB* Empfehlungen des Arbeitskreises "Baugruben"
Verlag Ernst & Sohn, 3. Auflage, 1994
- [20] *Franke, E., Muth, G.* Unterschiedliche Anwendbarkeitsbereiche bodenmechanischer Modellversuche
Geotechnik 3 (1987)
- [21] *Franki* Schlitzwände
Prospekt der Firma Franki Grundbau GmbH 10.97
- [22] *Grundhoff, T.* The use of physical models in design
European Conference for Soil Mechanics and Foundation Engineering, Brighton, Sept. 1979, Vol. 4, P. 318-323
- [23] *Gudehus, G.* Materialverhalten von Sand: Neuere Erkenntnisse
Bauingenieur 54 (1979), S.1-11
- [24] *Gudehus, G.* Materialverhalten von Sand: Anwendung neuerer Erkenntnisse im Grundbau
Bauingenieur 55 (1980), S.351-359
- [25] *Gußmann P., Schad, H.* Beitrag: Numerische Verfahren
Grundbau Taschenbuch 4 Auflage Teil 1 Ernst & Sohn
- [26] *Gußmann, P.* Die Methode der Kinematischen Elemente
Baugrundinstitut Stuttgart 1986 Mitteilung 25
- [27] *Güttler, U., Seitz, J.* Großer Schlitzwandschacht als Rechenmodell, im Zentrifugenmodellversuch und in der Ausführung, Vorträge der Baugrundtagung in Karlsruhe (1990), S.267-288
- [28] *Hakuno, M., Iwashita, K., Uchida, Y.* DEM Simulation Of Cliff Collapse And Debris Flow,
in Proceedings of the 1st U.S. Conference on Discrete Element Methods, Session 6A, Granular Media II, Paper 1. G.G.W. Mustoe et al., Eds. Golden, Colorado: CSM Press, 1989
- [29] *Hakuno, M., Uemura, D., Yamamoto, T.* A DEM Simulation Of Underground Structures,
in Proceedings of the 1st U.S. Conference on Discrete Element Methods, Session 5B, Soil Mechanics, Paper 4. G.G.W. Mustoe et al., Eds. Golden, Colorado: CSM Press, 1989
- [30] *Happe, T.* Entwicklung eines empirisch-mathematischen Verfahrens zur Abschätzung der Setzungen von Einzelfundamenten neben suspensionsgestützten Schlitzn begrenzter Länge
Bergische Universität - GH Wuppertal, Grundbau, Bodenmechanik und Unterirdisches Bauen, Bericht Nr. 16, Juli 1996

- [31] *Herle, I., Mayer, P.M.* Verformungsberechnung einer Unterwasserbetonbaugrube auf Grundlage hypoplastisch ermittelter Parameter des Berliner Sandes
Bautechnik 76, 1999, Heft 1, Seite 34-48
- [32] *Herten, M.* Ermittlung des räumlichen Erddrucks auf kreisförmige Schachtbauwerke
Baugrundtagung Stuttgart 1998
Spezialsitzung "Forum für junge Geotechnik-Ingenieure"
Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e. V., 1998
- [33] *Herten, M.* Determination of Spatial Earth Pressure on Shaft Construction
Papers of 12th European Young Geotechnical Engineers' Conference
Tallinn, Estonia Geotechnical Society, 1998
- [34] *Herten, M., Pulsfort, M.* Determination of spatial earth pressure on circular shaft constructions
Granular Matter 2, S. 1-7, Springer-Verlag 1999
- [35] *Hettler, A.* Modellgesetze für Flachgründungen auf Sand im Gebrauchs- und im Grenzzustand
Vortrag zum OHDE - Kolloquium 1993, Heft 2, Technische Universität Dresden
- [36] *Hustrulid, A.I.* Parallel Implementation of the Discrete Element Method,
Engineering Division, Colorado School of Mines Golden, CO 80401, pp.1-23
- [37] *Jessberger, H.L., Güttler, U.* Geotechnische Großzentrifuge Bochum, Modellversuche im erhöhten Schwerefeld
Geotechnik Nr. 2 (1988), S.85-97
- [38] *Jessberger, H.L., Makowski, E., Jordan, P.* Untersuchung der Größe und Verteilung des Erddrucks auf tiefreichende, zylindrische Körper, Abschlußbericht zum DFG-Forschungsvorhaben, Az. Se 30/10, Ruhr - Universität Bochum, 1980
- [39] *Kany, M.* Measurement of Earth Pressures on a Cylinder 30 m in Diameter (Pump Storage Plant), Europ. Conf. on Soil Mech. and Found. Engineering, Madrid 1972
- [40] *Kany, M., Hanke, E.* Erddruckmessungen am Krafthaus des Pumpspeicherwerks Rönkhausen / Krs. Meschede, Bericht im Auftrag der Elektromark AG Hagen und der Siemens AG Erlangen, 1972
- [41] *Karafiat, L.* Erddruck auf Wände mit kreisförmigem Querschnitt,
Bauplanung und Bautechnik, 7. Jg., Heft 7, S.319-320, Juli 1953
- [42] *Kézdi, A.* Erddruck und Erdwiderstand auf eine kreiszylindrische Fläche, Erddrucktheorien,
Springer Verlag 1962, S. 290-307
- [43] *Kézdi, A.* Handbuch der Bodenmechanik - Band I Bodenphysik
VEB Verlag für Bauwesen Berlin/Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest
- [44] *Klein, J., Angelika, G.* Die Fließbedingung von Drucker/Prager im Vergleich zu anderen Bruchkriterien bei der Bemessung von Gefrierschächten,
Die Bautechnik 11 (1979), S.368-375
- [45] *König, D.* Beanspruchung von Tunnel- und Schachtausbauten in kohäsionslosem Lockergestein unter Berücksichtigung der Verformungen im Boden
Ruhr-Universität Bochum, Heft 22, März 1994
- [46] *Kremer, A.* Das Tragverhalten von eingespannten biegsamen Stützwänden im bodenmechanischen 1g - Modellversuch
Bergische Universität - GH Wuppertal, Grundbau, Bodenmechanik und Unterirdisches Bauen, Bericht Nr. 18, Mai 1998

- [47] *Kuhn, M.R.* A Relaxation Algorithm for use with Discrete Elements in Proceedings of the 1st U.S. Conference on Discrete Element Methods, Session 2A, Computational Techniques, Paper 1. G.G.W. Mustoe et al., Eds. Golden, Colorado: CSM Press, 1989
- [48] *Kuhn, M.R., Mitchell, J.K.* The Modeling Of Soil Creep With The Discrete Element Method, in Proceedings of the 1st U.S. Conference on Discrete Element Methods, Session 5B, Soil Mechanics, Paper 1. G.G.W. Mustoe et al., Eds. Golden, Colorado: CSM Press, 1989
- [49] *Lade, P.V. et al.* Modelling of Deep Shafts in Centrifuge Tests, Proc. of X. ICSMFE, Stockholm, pp.683-691, 1981
- [50] *Lin, X., Ng, T.T.* A three-dimensional discrete element model using arrays of ellipsoids, Geotechnique 47, No.2, pp.319-329, 1997
- [51] *Lorig, L., Gibson, W. et al.* Gravity Flow Simulations with the Particle Flow Code (PFC), ISRM News J. 3(1), pp.18-24
- [52] *Markgraf, H., et al.* Standsicherheit von Bohrlochwänden an Bohrschächten im Lockergestein Neue Bergbautechnik, 13. Jg., Heft 3, S.139-144, März 1983
- [53] *Mathcad* Benutzerhandbuch Mathcad 6.0 Mathsoft Inc., 101 Mian Street Cambridge, Massachusetts, 02142 USA
- [54] *Meyberg* Höhere Mathematik 1, Differential- und Integralrechnung, Vektor- und Matrizenrechnung, Springer-Lehrbuch
- [55] *Mühlhaus, H.B., Vardoulakis, I.* The thickness of shear bands in granular materials, Geotechnique 37, No.3, pp.271-283, 1987
- [56] *Müller-Salzburg, L.* Grundgedanken und Grundsätze der „Neuen Österreichischen Tunnelbauweise“ Felsmechanik Kolloquium Karlsruhe 1978, S. 247-262
- [57] *Müller-Breslau, H.* Erddruck auf Stützmauern, Alfred Kröner Verlag Stuttgart, 1906
- [58] *Müller-Kirchenbauer, H., Klapperich, H., Ulrich, M., Walz, B.* Räumlicher Erddruck auf Senkkästen Experimentelle Untersuchungen mittels kleinmaßstäblicher Modellversuche Bautechnik 12 (1986), S.408-413
- [59] *Murakami, A., Sakaguchi, H., Hasegawa, T.* Dislocation, Vortex and Couple Stress in the Formation of Shear Bands under Trap-Door Problems Soil and Foundations Vol. 37 Nr. 1 Seite 123-135 März 97
- [60] *Neumeuer, H.* Erddruck und Erdwiderstand Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau, Hamburg, 1960
- [61] *Ovesen, N. K.* The Use of Physical Models in Design European Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering Brighton, Sept. 1979, Vol. 4, pp. 319-323
- [62] *PFC3D* User's Manual, Particle Flow Code in 3 Dimensions, Version 1.1 Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis, Minnesota, USA, 1995
- [63] *Placzek, D. et al.* Tragverhalten eines großen, kreisrunden, horizontal nicht gestützten Schlitzwandschachtes, Vorträge der Baugrundtagung 1994 in Köln, S.295-308

- [64] *Pöschel, T.,
Buchholtz, V.* Static Friction Phenomena in Granular Materials: Coulomb Law vs. Particle Geometry, *Phys. Rev. Lett.*, 71:3963-3966, 1993
- [65] *Prater, E.G.* An examination of some theories of earth pressure on shaft linings
Can. Geotech. J. Vol.14, pp.91-106, 1977
- [66] *Preussag* Spezialtiefbau
Prospekt der Firma Preussag Anlagenbau 11.93
- [67] *Pulsfort, M.* Untersuchungen zum Tragverhalten von Einzelfundamenten neben
suspensionsgestützten Erdwänden begrenzter Länge
Bergische Universität - GH Wuppertal, Grundbau, Bodenmechanik und
Unterirdisches Bauen, Bericht-Nr. 4, März 1986
- [68] *Rojek, R.* Berechnung des räumlichen Erddrucks auf kreiszylindrische Bauwerke
Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Universität Stuttgart, 1984
- [69] *Rojek, R.* Eine analytische Ermittlung des räumlichen Erddrucks mit elastisch-plastischem
Stoffgesetz, *Bauingenieur* 61 (1986), S.399-404
- [70] *Sadd, M. H.,
Tai QiMing,
Shukla Arun* Contact Law Effects on Wave Propagation in Particulate Materials using Distinct
Element Modeling
Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 28, No. 2, pp 251-265, 1993
- [71] *Schäfer, J.,
Dippel, S.,
Wolf, D. E.* Force Schemes in Simulations of Granular Materials
Journal de Physique I France 6, pp. 5-20, 1996
- [72] *Schöpf, M.
et al.* Tiefe, runde Schächte - hergestellt im Schlitzwandverfahren
Vorträge der Baugrundtagung 1998 in Stuttgart
Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e. V.
- [73] *Schulz, M.* Berechnung des räumlichen Erddrucks auf die Wandungen linearzylindrischer
Körper, Dissertation TU Stuttgart 1969, Lehrstuhl für Wasserwirtschaft, Grundbau
und Wasserbau
- [74] *Schweiger, H. F.* Ein Beitrag zur Anwendung der Finite-Elemente-Methode in der Geotechnik
Institut für Bodenmechanik und Grundbau
Mitteilungsheft 12 1995 Technische Universität Graz
- [75] *Seitz, M.
et al.* Schlitzwandschächte als Baugruben mit extremen Abmessungen
Christian-Veder-Kolloquium, Graz 1992
- [76] *Snarsky, A.S.* Design Of An Axisymmetric Retaining Wall Subject To The Pressure Of A
Cohesionless Loose Medium,
Proc. 5. European Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp.95-99,
Madrid 1972
- [77] *Steinfeld, K.* Über den Erddruck an Schacht- und Brunnenwandungen
Vorträge der Baugrundtagung 1958 in Hamburg, S.111-126
- [78] *Steinfeld, K.* Über die Wechselwirkung tangentialer und radialer Erdspannungen vor einem
zylindrischen Verdrängungskörper (ohne Wandreibung)
Beiträge zur Bodenmechanik und zum Grundbau, Sammelveröffentlichung zum
75. Geburtstag von Prof. A. Streck
- [79] *Steinhoff, M.* Die Belastung von Schächten in Deponien
Bergische Universität - GH Wuppertal, Grundbau, Bodenmechanik und
Unterirdisches Bauen, Bericht Nr. 14, September 1995

- [80] *Steinmüller, K.,
Liebzeit, E.* Ein Beitrag zur Berechnung des Erddruckes auf die Wandung zylindrischer Schächte
Bauplanung und Bautechnik, 6. Jg., Heft 13, S.463-464, Oktober 1952
- [81] *Syllwasschy, O.* Zentrifugen-Modellversuche an Vertikalschächten in Abfalldeponien
Geotechnik 20 (1997), Nr.1, S.36-41
- [82] *Taylor, L.M.,
Preece, D.S.* Simulation of Blasting Induced Rock Motion Using Spherical Element Models, in Proceedings of the 1st U.S. Conference on Discrete Element Methods, Session 4B, Dynamic Impact and Fracture, Paper 3. G.G.W. Mustoe et al., Eds. Golden, Colorado: CSM Press, 1989
- [83] *Terzaghi, K.* A Fundamental Fallacy in Earth Pressure Computations
Proceedings on Intern. Congress of Soil Mechanics and Foundation Engineering 1936, 1. Band S. 328
- [84] *Terzaghi, K.* Distribution of the Lateral Pressure of Sand on the Timbering of Cuts
Proceedings on Intern. Congress of Soil Mechanics and Foundation Engineering 1936
- [85] *Thomas, P. A.,
Bray, J. D.* Capturing Nonspherical Shape of Granular Media with Disk Clusters
Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering,
Vol. 125, Nr. 3, March 1999
- [86] *Thornton, C.* Applications Of DEM To Process Engineering Problems, in Proceedings of the 1st U.S. Conference on Discrete Element Methods, Session 6A, Granular Media II, Paper 2. G.G.W. Mustoe et al., Eds. Golden, Colorado: CSM Press, 1989
- [87] *Ting, J.M.,
Kaufmann, C.R.,
Greco, C.* Discrete Numerical Model for Soil Mechanics,
Journal of Geotechnical Engineering,
Vol.115, No.3, pp.379-398, March 1989
- [88] *van Baars, S.* Communicatons on Hydraulic and Geotechnical Engineering
Discrete Element Analysis of Granular Materials
ISSN 0169-6548 Report No. 95-4 TU Delft Faculty of Civil Engineering
- [89] *Veder, C.* Beispiele neuzeitlicher Tiefgründungen
Bauingenieur 51 (1976), S.89-91
- [90] *Walz, B.
et al.* Räumlicher Erddruck auf Senkkästen
Experimentelle Untersuchung mittels kleinmaßstäblicher Modellversuche
Bautechnik 12, 1986, Wilhelm Ernst & Sohn Verlag
- [91] *Walz, B.* Erddruckspannungen auf zylindrische Baukörper im Vergleich mit Messungen am Modell
Sonderdruck aus den Konferenzberichten der 6. Europäischen Konferenz für Bodenmechanik und Grundbau, S.669-676, Wien 1976
- [92] *Walz, B.* Größe und Verteilung des Erddruckes auf einen runden Senkkasten
Dissertation TU Berlin, 1976
- [93] *Walz, B.* Qualitative bodenmechanische Modellversuche
Beiträge zur Modellversuchstechnik in der Geotechnik, TU Berlin, Grundbauinstitut, Heft 18, S.17-31, 1988

-
- [94] *Walz, B.,
Hock, K.* Berechnung des räumlich aktiven Erddrucks mit der modifizierten Elementscheibentheorie
Bergische Universität - GH Wuppertal, Grundbau, Bodenmechanik und Unterirdisches Bauen, Bericht Nr. 6, März 1987
- [95] *Walz, B.,
Hock, K.* Räumlicher Erddruck auf Senkkästen und Schächte - Darstellung eines einfachen Rechenansatzes
Bautechnik 65 (1988), Heft 6, S.199-204
- [96] *Weißbach, A.* Baugruben Teil II Berechnungsgrundlagen
Ernst - Sohn Verlag 1975
- [97] *Will, J.,
Konietzky, H.* Neue Techniken der Numerik zur Berechnung von Felsböschungen
Felsbau 16, 1998, Nr. 3, Verlag Glückauf GmbH

Anhang A : Meßwerterfassung

Im Modellversuch wurden verschiedene Meßaufnehmer der Firma Hottinger Baldwin Messtechnik verwendet. Dabei handelt es sich am Schacht um Kraftaufnehmer des Typs U9B, bei dem mit Hilfe von 4 Dehnungsmeßstreifen DMS (volle Wheatstone-Brücke) die Dehnung einer Membrane infolge der in der Mitte angreifenden Belastung gemessen wird. Die Kraftmeßdosen sind für eine Nennlast von 2 kN ausgelegt. Zusätzlich befanden sich am Schacht induktive Wegaufnehmer W20TK. Diese können maximal ± 20 mm Verschiebung messen. Ihr Meßprinzip beruht auf zwei Meßspulen, die mit einem Tauchanker zusammen eine induktive Halbbrücke bilden.

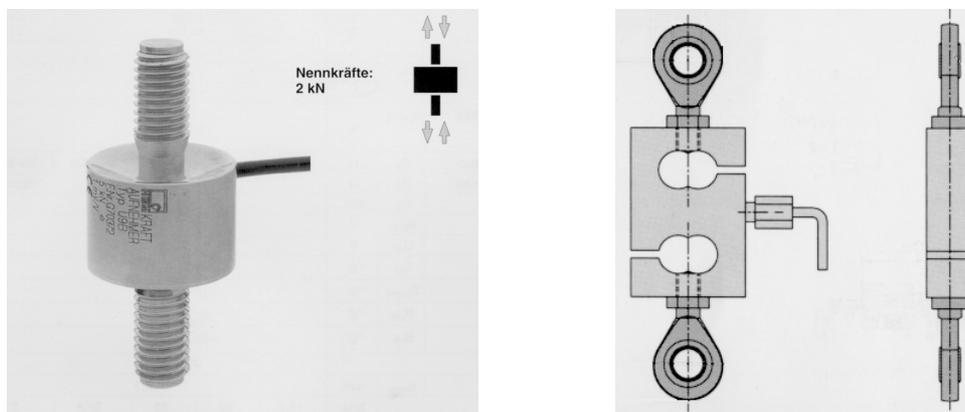


Abbildung A-1: Kraftmeßdose und Wägezelle

Zur Messung der Setzungen wurden verschiedene induktive Wegaufnehmer mit gleichem Meßprinzip verwendet. Sie unterscheiden sich von denen am Schacht durch das Fehlen einer Feder, d. h. sie haben keinen Anpressdruck.

Die Meßplatten in der Symmetrieebene zur Messung des Ringdrucks waren mit Wägezellen RSC 50, ebenfalls mit DMS-Meßsystem und einer Nennlast von 500 N ausgerüstet. Im Gegensatz zu den Kraftaufnehmern wird hier die Dehnung an einem in S-Form hergestellten Stahlstück direkt gemessen.

Zur Vervollständigung der Meßkette wurden ein Vielstellen-Meßgerät UPM 60 und ein Laptop zur Speicherung der Meßwerte verwendet. Zeitweise waren bis zu 40 Aufnehmer an den Meßverstärker angeschlossen. Der Verstärker versorgte die Aufnehmer mit einer Speisespannung und gab das verstärkte Meßsignal digitalisiert an den Rechner weiter. Alle zwei Sekunden wurden die Meßwerte erfaßt und abgespeichert.

Die gespeicherten Meßwerte wurden anschließend mit dem Programm Mathcad Plus 6.0 weiterverarbeitet und die entsprechenden Diagramme erstellt.

Anhang B : Durchgeführte Versuche

Lagerung	Versuchs – Nr.	Versuchsart	Bemerkung
d i c h t	D1	Hauptversuch	
	D2	Hauptversuch	
	D3	Hauptversuch	
	D4	Hauptversuch	
	DG	Zusatzversuch	Eingestreute Gipsschichten
	DE	Zusatzversuche	Versuche mit Extensometern
	DB	Zusatzversuch	Bentonitstützung
m i t t e l- d i c h t	M1	Hauptversuch	
	M2	Hauptversuch	
	M3	Hauptversuch	
	M4	Hauptversuch	
	MG	Zusatzversuch	Eingestreute Gipsschichten

Anhang C : Programmschleife in Mathcad

Anfangsbedingung:	Matrix := $x^{<0>} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	
Position:	$xx^{<0>} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	
Geschwindigkeit:	for $i \in 0..2$	
Drehgeschwindigkeit:	$\omega_{i,0} \leftarrow 0$	
Scherkraft:	$F_{s,i,0} \leftarrow 0$	
Kontakt- verschiebungsgesetz: Abstand:	for $j \in 1..maxZ$ $d \leftarrow n_0 \cdot (P_0 - x^{<j-1>}) $	
Überlappung:	$U_{j-1} \leftarrow \begin{cases} r - d & \text{if } r - d \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$	
Position des Kontaktpunkts:	$x_C^{<j-1>} \leftarrow x^{<j-1>} - \left(r - \frac{1}{2} U_{j-1} \right) \cdot n_0$	
Kraft in radialer Richtung:	for $i \in 0..2$ $F_{n,i,j} \leftarrow K_n \cdot U_{j-1} \cdot n_{0,i}$	
Kontaktpunktverschiebung:	$V_{i,j} \leftarrow xx_{i,j-1} - \sum_{o=0}^2 \sum_{p=0}^2 \left[\varepsilon(i,o,p) \cdot \omega_{o,j-1} \cdot (x_{C_{p,j-1}} - x_{p,j-1}) \right]$	
Kontaktpunktverschiebung in tangentialer Richtung :	for $i \in 0..2$ $V_{s,i,j} \leftarrow V_{i,j} - \sum_{o=0}^2 V_{o,j} \cdot n_{0,o} \cdot n_{0,i}$	
Kraft in tangentialer Richtung :	$F_s^{<j>} \leftarrow F_s^{<j-1>} - k_s \cdot V_s^{<j>} \cdot \Delta t$	
Gleitbedingung:	$L\text{Vektor} \leftarrow F_s^{<j>} $ $\max L\text{Vektor} \leftarrow \mu \cdot F_n^{<j>} $	
Gesamtkraft:	for $i \in 0..2$ $F_{s,i,j} \leftarrow \begin{cases} F_{s,i,j} & \text{if } L\text{Vektor} \leq \max L\text{Vektor} \\ \frac{\max L\text{Vektor}}{L\text{Vektor}} \cdot F_{s,i,j} & \text{otherwise} \end{cases}$	
Dämpfung:	$F^{<j>} \leftarrow F_s^{<j>} + F_n^{<j>} + g \cdot m$	
Moment infolge der angreifenden Kraft:	for $i \in 0..2$ $F_{dn,i,j} \leftarrow -\alpha \cdot F_{i,j} \cdot \text{sign}(xx_{i,j-1})$ $F_{ds,i,j} \leftarrow -\alpha \cdot F_{i,j} \cdot \text{sign}(\omega_{i,j-1})$ $F_s^{<j>} \leftarrow F_{ds}^{<j>} + F_s^{<j>} - g \cdot m$	
Bewegungsgesetz:	for $i \in 0..2$ $M_{i,j} \leftarrow \sum_{o=0}^2 \sum_{p=0}^2 \varepsilon(i,o,p) \cdot F_{s_{p,j-1}} \cdot (x_{C_{o,j-1}} - x_{o,j-1})$	
Beschleunigung:	$F_n^{<j>} \leftarrow F_{dn}^{<j>} + F_s^{<j>} - g \cdot m$ $xxx^{<j>} \leftarrow \frac{F_n^{<j>}}{m} + g$	
Drehbeschleunigung:	$\omega\omega^{<j>} \leftarrow \frac{M^{<j>}}{I}$	
Geschwindigkeit:	$xx^{<j>} \leftarrow xx^{<j-1>} + xxx^{<j>} \cdot \Delta t$	
Drehgeschwindigkeit:	$w^{<j>} \leftarrow \omega^{<j-1>} + \omega\omega^{<j>} \cdot \Delta t$	
Position:	$x^{<j>} \leftarrow x^{<j-1>} + xx^{<j>} \cdot \Delta t$	

x

Anhang D : Erddruck.dat

Eingabedatei für das Programm PFC^{3d} Version 1.0 von ITASCA:

```

;-----Erddruck.dat-----
;
;Berechnung des aktiven Erddruck
;new
;
set echo on ;Ausgabe der Befehle
;
set random ;Zufallsverteilung bei jeder neuen Berechnung
set pinterval 500 ;alle 500 Rechenzyklen wird Grafik im GUI-Modus aktualisiert
;
title 'Erddruck'
;
;-----Unterprogramm Tara-----
;
def Modell ;Parametereinstellung und Modellgenerierung
  s_stiff = 1e4 ;Schersteifigkeit
  f_fric = 5 ;Kontaktreibung bei Verschiebung
  f_ruhe = 0 ;Kontaktreibung beim Einstreuen
  f_mul = .364 ;Kontaktreibung beim Verkleinern der Kugeln
  ks_ruhe = 0 ;Schersteifigkeit beim Einstreuen der Kugeln
  n_stiff = 1e4 ;Normalsteifigkeit der Kugeln
  w_stiff = 1e5 ;Normalsteifigkeit der Wand
  hoch = 100.0 ;Masse des Kugelhaufens
  breit = 12.0 ;Achtung : Breite muss kleiner als Laenge sein
  lang = 120.0
  ho1=hoch/5 ;Einteilung in fuef Hoehen
  ho2=ho1*2
  ho3=ho1*3
  ho4=ho1*4
  ho5=ho1*5
  rhoch = 4.5*hoch ;Hoehe beim Generieren der Kugeln
  rlo = 1.0 ;minimaler Kugeldurchmesser
  rhi = 1.0 ;maximaler Kugeldurchmesser
  Faktor = 1.5 ;Vergroesserungsfaktor der Kugeln nach dem Generieren
  mull = 0.998 ;Verkleinerungsfaktor zum Mobilisieren der inneren Reibung
  glo = rlo/faktor
  ghi = rhi/faktor
  Faktor = Faktor/mull
  poros = 0.36 ;angestrebtes Porenvolumen
  rbar = (rlo+rhi)/2
  wbreit = breit/2
  wlang = lang/2
  whoch = hoch/2
  radius= 20.0

```

```

strecke =sqrt(radius*radius-wbreit*wbreit)
; alpha = 0 ; alternativ: alpha = 0 ==> eben alpha >0 ==> raemlich
alpha = atan2(wbreit,strecke)
bmess = 40
stich = 0
; stich = radius-strecke
x1 = -lang*tan(alpha)
x1a= -bmess*tan(alpha)
x2 = breit+lang*tan(alpha)
x2a = breit+bmess*tan(alpha)
tot_vol = hoch*(breit+tan(alpha)*lang)*lang ;Anzahl der Kugeln die erstellt werden sollen
num = int((1.0 - poros) * 3.0 * tot_vol / (4.0 * pi * rbar^3))
ii = out(string(num)+' Kugeln zu erstellen')
;
command
;
print alpha,stich,radius,strecke
;
;Erstellen der Waende
;
;Rueckwand (7) und Bodenplatte(4) sind unendlich hoch und breit
;mit norm=Normale orgin=Ausgangspunkt definiert
;
wall id 1 kn=w_stiff
wall id 1 face stich wbreit hoch 0 breit hoch 0 breit rhoch stich wbreit rhoch
wall id 2 kn=w_stiff
wall id 2 face 0 0 hoch stich wbreit hoch stich wbreit rhoch 0 0 rhoch
wall id 3 kn=w_stiff face 0 0 hoch 0 0 rhoch lang x1 rhoch lang x1 hoch
wall id 4 kn=w_stiff norm 0 0 1 orig 0 0 0 ;Bodenplatte
wall id 5 kn=w_stiff norm 0 0 -1 orig 0 0 rhoch
wall id 6 face lang x2 hoch lang x2 rhoch 0 breit rhoch 0 breit hoch
wall id 6 kn=w_stiff
wall id 7 kn=w_stiff norm -1 0 0 orig lang 0 0 ;Rueckwand
;
; ?1,?2 Kopfwaende ?3,?6 Messplatten ?4,?5 Seitenwaende
;
;Schicht 1 (unten)
wall id 11 face stich wbreit 0 0 breit 0 0 breit ho1 stich wbreit ho1
wall id 11 kn=w_stiff
wall id 12 kn=w_stiff face 0 0 0 stich wbreit 0 stich wbreit ho1 0 0 ho1
wall id 12 x 0 y 0 z 0
wall id 13 kn=w_stiff face 0 0 0 0 ho1 bmess x1a ho1 bmess x1a 0
wall id 14 kn=w_stiff face bmess x1a 0 bmess x1a ho1 lang x1 ho1 lang x1 0
wall id 15 kn=w_stiff face lang x2 0 lang x2 ho1 bmess x2a ho1 bmess x2a 0
wall id 16 kn=w_stiff face bmess x2a 0 bmess x2a ho1 0 breit ho1 0 breit 0
;
;Schicht 2
wall id 21 face stich wbreit ho1 0 breit ho1 0 breit ho2 stich wbreit ho2
wall id 21 kn=w_stiff
wall id 22 kn=w_stiff face 0 0 ho1 stich wbreit ho1 stich wbreit ho2 0 0 ho2

```

```
wall id 22 x 0 y 0 z 0
wall id 23 kn=w_stiff face 0 0 ho1 0 0 ho2 bmess x1a ho2 bmess x1a ho1
wall id 24 kn=w_stiff face bmess x1a ho1 bmess x1a ho2 lang x1 ho2 lang x1 ho1
wall id 25 kn=w_stiff face lang x2 ho1 lang x2 ho2 bmess x2a ho2 bmess x2a ho1
wall id 26 kn=w_stiff face bmess x2a ho1 bmess x2a ho2 0 breit ho2 0 breit ho1
;
;Schicht 3
wall id 31 face stich wbreit ho2 0 breit ho2 0 breit ho3 stich wbreit ho3
wall id 31 kn=w_stiff
wall id 32 kn=w_stiff face 0 0 ho2 stich wbreit ho2 stich wbreit ho3 0 0 ho3
wall id 32 x 0 y 0 z 0
wall id 33 kn=w_stiff face 0 0 ho2 0 0 ho3 bmess x1a ho3 bmess x1a ho2
wall id 34 kn=w_stiff face bmess x1a ho2 bmess x1a ho3 lang x1 ho3 lang x1 ho2
wall id 35 kn=w_stiff face lang x2 ho2 lang x2 ho3 bmess x2a ho3 bmess x2a ho2
wall id 36 kn=w_stiff face bmess x2a ho2 bmess x2a ho3 0 breit ho3 0 breit ho2
;
;Schicht 4
wall id 41 face stich wbreit ho3 0 breit ho3 0 breit ho4 stich wbreit ho4
wall id 41 kn=w_stiff
wall id 42 kn=w_stiff face 0 0 ho3 stich wbreit ho3 stich wbreit ho4 0 0 ho4
wall id 42 x 0 y 0 z 0
wall id 43 kn=w_stiff face 0 0 ho3 0 0 ho4 bmess x1a ho4 bmess x1a ho3
wall id 44 kn=w_stiff face bmess x1a ho3 bmess x1a ho4 lang x1 ho4 lang x1 ho3
wall id 45 kn=w_stiff face lang x2 ho3 lang x2 ho4 bmess x2a ho4 bmess x2a ho3
wall id 46 kn=w_stiff face bmess x2a ho3 bmess x2a ho4 0 breit ho4 0 breit ho3
;
;Schicht 5 oben
wall id 51 face stich wbreit ho4 0 breit ho4 0 breit ho5 stich wbreit ho5
wall id 51 kn=w_stiff
wall id 52 kn=w_stiff face 0 0 ho4 stich wbreit ho4 stich wbreit ho5 0 0 ho5
wall id 52 x 0 y 0 z 0
wall id 53 kn=w_stiff face 0 0 ho4 0 0 ho5 bmess x1a ho5 bmess x1a ho4
wall id 54 kn=w_stiff face bmess x1a ho4 bmess x1a ho5 lang x1 ho5 lang x1 ho4
wall id 55 kn=w_stiff face lang x2 ho4 lang x2 ho5 bmess x2a ho5 bmess x2a ho4
wall id 56 kn=w_stiff face bmess x2a ho4 bmess x2a ho5 0 breit ho5 0 breit ho4
;
print num
;
gen no_shadow range id=1,num rad=glo,ghi x=0,lang y=x1,x2 z=0,rhoch tr 200000
;Kugeln werden generiert
prop dens=2.65e-5 ks=ks_ruhe kn=n_stiff fric = f_ruhe ;Kontaktparameter werden definiert
ini rad mul faktor ;Kugel werden Vergroessert
;
end_command
bilder ;Erstellt Bilder und Histories
;
end
;
```

```
;-----Unterprogramm Bilder-----  
;  
def bilder ;Erstellt Bilder und Histories  
;  
command  
mainwin position 0 .7 size 0.95 0.3  
;  
plot create Verformung  
plot set background white  
plot add velocity  
;  
plot create Bild1  
plot set window pos 0.5 0 size 0.5 0.5  
plot set background white  
plot add wall lred  
plot add Ball lgreen  
plot add axes  
;  
set w_id=32 wa1=wadd  
set w_id=13 wa13=wadd  
set w_id=14 wa14=wadd  
set w_id=15 wa15=wadd  
set w_id=16 wa16=wadd  
set w_id=23 wa23=wadd  
set w_id=24 wa24=wadd  
set w_id=25 wa25=wadd  
set w_id=26 wa26=wadd  
set w_id=33 wa33=wadd  
set w_id=34 wa34=wadd  
set w_id=35 wa35=wadd  
set w_id=36 wa36=wadd  
set w_id=43 wa43=wadd  
set w_id=44 wa44=wadd  
set w_id=45 wa45=wadd  
set w_id=46 wa46=wadd  
set w_id=53 wa53=wadd  
set w_id=54 wa54=wadd  
set w_id=55 wa55=wadd  
set w_id=56 wa56=wadd  
set w_id=11 wa11=wadd  
set w_id=12 wa12=wadd  
set w_id=21 wa21=wadd  
set w_id=22 wa22=wadd  
set w_id=31 wa31=wadd  
set w_id=32 wa32=wadd  
set w_id=41 wa41=wadd  
set w_id=42 wa42=wadd  
set w_id=51 wa51=wadd  
set w_id=52 wa52=wadd  
;
```

```

;hist speichert die entsprechenden Werte
hist nstep=100 ;alle 100 Rechenzykeln wird ein history abgespeichert
hist diagnostic mcf ;id=1 ;Unausgeglichene Kraefte
hist diagnostic muf ;id=2 ;Anzahl der Kontakte
meas x wbreit y wbreit z whoch rad 4 ;Porenvolumen
hist measures porosity id=1 ;id=3
hist wall zforce id=4 ;id=4 ;Kraefte in Z-Richtung auf Wand 4
hist wall xforce id=7 ;id=5 ;Kraefte in X-Richtung auf Wand 7
hist pos ;id=6 ;Position der Stirnwand
hist erd ;id=7 ;Summe der Kraefte auf die Stirnwand
;
hist id 10 wall xforce id=11 ;Kraefte in X-Richtung auf Wand 11
hist id 11 wall xforce id=12
hist id 12 wall xforce id=21
hist id 13 wall xforce id=22
hist id 14 wall xforce id=31
hist id 15 wall xforce id=32
hist id 16 wall xforce id=41
hist id 17 wall xforce id=42
hist id 18 wall xforce id=51
hist id 19 wall xforce id=52
;
end_command
end
;
;-----Unterprogramm Tara-----
;
def tara ;alle Verformungen werden auf Null gesetzt
command
ini xv 0 yv 0 zv 0 xspin 0 yspin 0 zspin 0
end_command
end
;
;-----Unterprogramm Porenvolumen-----
;
def porenvolumen ;Berechnung des Porenvolumens
sum = 0.0 ; Volumen der Kugeln
sumrad = 0.0
anzahl = 0
bp = ball_head ;interne Ballnummer
loop while bp # null ;Schleife ueber die Anzahl der Baele
sum = sum + 4.0 * pi * b_rad(bp)^3 / 3.0 ;Volumen der Kugeln
sumrad = sumrad + b_rad(bp)
anzahl = anzahl + 1
bp = b_next(bp) ;naechster Ball
end_loop
durchschnitt = sumrad/anzahl
pmeas = 1.0 - sum / tot_vol ;Porenvolumen
ii = out(string(pmeas)+' geplantes bzw. erreichtes Porenvolumen')
ii = out(string(durchschnitt)+' Mittlerer Radius')

```

```

end
;
;-----Unterprogramm Wadd-----
;
def wadd ;Bestimmung der Wandadresse
wp=wall_head
loop while wp # null
if b_id(wp)=w_id
wadd=wp
exit
endif
wp = b_next(wp)
end_loop
end
;
;-----Unterprogramm pos-----
;
def pos ;Bestimmung der Position und der Spannung
pos=b_x(wa1)
normal13=sqrt(b_xfob(wa13)*b_xfob(wa13)+b_yfob(wa13)*b_yfob(wa13))
normal14=sqrt(b_xfob(wa14)*b_xfob(wa14)+b_yfob(wa14)*b_yfob(wa14))
normal15=sqrt(b_xfob(wa15)*b_xfob(wa15)+b_yfob(wa15)*b_yfob(wa15))
normal16=sqrt(b_xfob(wa16)*b_xfob(wa16)+b_yfob(wa16)*b_yfob(wa16))
normal23=sqrt(b_xfob(wa23)*b_xfob(wa23)+b_yfob(wa23)*b_yfob(wa23))
normal24=sqrt(b_xfob(wa24)*b_xfob(wa24)+b_yfob(wa24)*b_yfob(wa24))
normal25=sqrt(b_xfob(wa25)*b_xfob(wa25)+b_yfob(wa25)*b_yfob(wa25))
normal26=sqrt(b_xfob(wa26)*b_xfob(wa26)+b_yfob(wa26)*b_yfob(wa26))
normal33=sqrt(b_xfob(wa33)*b_xfob(wa33)+b_yfob(wa33)*b_yfob(wa33))
normal34=sqrt(b_xfob(wa34)*b_xfob(wa34)+b_yfob(wa34)*b_yfob(wa34))
normal35=sqrt(b_xfob(wa35)*b_xfob(wa35)+b_yfob(wa35)*b_yfob(wa35))
normal36=sqrt(b_xfob(wa36)*b_xfob(wa36)+b_yfob(wa36)*b_yfob(wa36))
normal43=sqrt(b_xfob(wa43)*b_xfob(wa43)+b_yfob(wa43)*b_yfob(wa43))
normal44=sqrt(b_xfob(wa44)*b_xfob(wa44)+b_yfob(wa44)*b_yfob(wa44))
normal45=sqrt(b_xfob(wa45)*b_xfob(wa45)+b_yfob(wa45)*b_yfob(wa45))
normal46=sqrt(b_xfob(wa46)*b_xfob(wa46)+b_yfob(wa46)*b_yfob(wa46))
normal53=sqrt(b_xfob(wa53)*b_xfob(wa53)+b_yfob(wa53)*b_yfob(wa53))
normal54=sqrt(b_xfob(wa54)*b_xfob(wa54)+b_yfob(wa54)*b_yfob(wa54))
normal55=sqrt(b_xfob(wa55)*b_xfob(wa55)+b_yfob(wa55)*b_yfob(wa55))
normal56=sqrt(b_xfob(wa56)*b_xfob(wa56)+b_yfob(wa56)*b_yfob(wa56))
Er=b_xfob(wa11)+b_xfob(wa12)+b_xfob(wa21)+b_xfob(wa22)+b_xfob(wa31)
Erd=Er+b_xfob(wa32)+b_xfob(wa41)+b_xfob(wa42)+b_xfob(wa51)+b_xfob(wa52)
end
;
set gravity 0 0 -981 ;Aktivierung der Gravitationskraft
;
Modell ;Unterprogramm Modell wird aufgerufen
;
cycle 200000 ;200000 Rechenzyklen werden durchgefuehrt
;
sav vor.sav ;Abspeichern aller Daten in Datei Vor.sav

```

```
;
range name oben z hoch rhoch ;alle Kugel oberhalb von hoehe werden geloesch
del ball range oben
;
porenvolumen ;Unterprogramm Porenvolumen wird aufgerufen
;
del wall 6 ;Wand wird geloesch
del wall 3
del wall 2
del wall 1
del wall 5
;
sav zwi.sav ;Abspeichern aller Daten in Datei zwi.sav
;
prop fric=f_mul ks=s_stiff ;Kontaktparameter fuer Kugelverkleinerung
wall id 4 ks s_stiff fric f_mul
ini rad mul null ;Kugelverkleinerung
;
hist id 20 normal13 ;Druck auf die Seitenwaende
hist id 21 normal16
hist id 30 normal14
hist id 31 normal15
hist id 22 normal23
hist id 23 normal26
hist id 32 normal24
hist id 33 normal25
hist id 24 normal33
hist id 25 normal36
hist id 34 normal34
hist id 35 normal35
hist id 26 normal43
hist id 27 normal46
hist id 36 normal44
hist id 37 normal45
hist id 28 normal53
hist id 29 normal56
hist id 38 normal54
hist id 39 normal55
;
cycle 10000 ;10000 Rechenzyklen werden durchgefuehrt
;
prop fric=f_fric ks=s_stiff ;Kontaktparameter fuer Wandverschiebung
wall id 4 ks s_stiff fric f_fric
;
tara ;alle Verformungen werden auf Null gesetzt
;
plot set size auto ;Bildausschnitt wird neu zentriert
plot set center wlang wbreit whoch
;
save start.sav ;Abspeichern aller Daten in Datei start.sav
```

```
;
;wall id 11 ks s_stiff fric f_fric ;bei Bedarf kann Wandreibung aktiviert werden
;wall id 12 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 21 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 22 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 31 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 32 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 41 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 42 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 51 ks s_stiff fric f_fric
;wall id 52 ks s_stiff fric f_fric
;
;Verschieben der Stirnwand
wall id 11 xvel = -1e-2
wall id 12 xvel = -1e-2
wall id 21 xvel = -1e-2
wall id 22 xvel = -1e-2
wall id 31 xvel = -1e-2
wall id 32 xvel = -1e-2
wall id 41 xvel = -1e-2
wall id 42 xvel = -1e-2
wall id 51 xvel = -1e-2
wall id 52 xvel = -1e-2
;
step 200000 ;200000 Rechenzyklen werden durchgefuehrt
;
;Erstellen einer Datei mit den angegebenen histories
hist write 1 2 3 4 5 6 file liste1.prn ;allgemein
hist write 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 file liste2.prn ;Kopfplatten
hist write 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 file liste3.prn ;Messplatten
hist write 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 file liste4.prn ;Seitenwaende
;
sav aktive.sav ;Abspeichern aller Daten in Datei aktive.sav
```

Anhang E : WALZ.mcd

Eingabedatei für das Programm Mathcad 6.0 von MathSoft:

Räumlicher Erddruck mit Zylinder und Kegel

Reibungswinkel:	$\phi := 41.5 \cdot \text{Grad}$	Wandreibungswinkel:	$\delta := 0 \cdot \text{Grad}$
Schachtradius:	$r := 20 \text{ m}$	Schachttiefe:	$H := 100 \text{ m}$
Verspannungsfaktor:	$K_t := 1$	Wichte:	$\gamma := 16.8 \text{ kN/m}^3$
Kohäsion:	$c := 0 \text{ kN/m}^2$	Großflächigeauflast:	$q := 0 \text{ kN/m}^2$
Auflösung:	bei der Tiefe: Anzahl $t := 100$	beim Gleitflächenwinkel: Anzahl $w := 100$	
Laufvariable:	$j := 0.. \text{Anzahl}_t$	$i := 1.. \text{Anzahl}_w$	
Variation der Tiefe:	$t_j := \frac{H}{\text{Anzahl}_t} \cdot j$		

Formeln von Walz für den einfachen Bruchkörper:

$$f(\theta) := 2 \cdot \tan(\theta) \cdot (\cot(\theta) - K_t \cdot \cot(\theta - \phi))$$

$$Y_t(\theta, t) := 1 + \frac{t}{2 \cdot r} \cdot \cot(\theta)$$

$$Y(\theta, z, t) := 1 + \frac{t - z}{2 \cdot r} \cdot \cot(\theta)$$

$$F(\theta, z, t) := \left(\frac{Y_t(\theta, t)}{Y(\theta, z, t)} \right)^{f(\theta)}$$

$$\sigma(\theta, z, t) := \left[\gamma \cdot \frac{2 \cdot r \cdot \tan(\theta)}{f(\theta) + 1} \cdot Y_t(\theta, t) \cdot \left(F(\theta, z, t) - \frac{Y(\theta, z, t)}{Y_t(\theta, t)} \right) + q \cdot F(\theta, z, t) \right] \dots$$

$$+ \left[c \cdot \frac{2}{f(\theta)} \cdot (\tan(\theta) + \cot(\theta - \phi)) \cdot (F(\theta, z, t) - 1) \right]$$

$$K(\theta) := \frac{\cot(\theta)}{\tan(\delta) + \cot(\theta - \phi)}$$

$$e_{ah}(\theta, z, t) := K(\theta) \cdot \sigma(\theta, z, t) - c \cdot K(\theta) \cdot (\tan(\theta) + \cot(\theta - \phi))$$

$$E_{ah}(\theta, t) := \int_0^t e_{ah}(\theta, z, t) dz$$

Variation des Gleitflächenwinkels:

$$\theta_i := i \cdot \frac{\frac{\pi}{2} - .8}{\text{Anzahl}_w} + .8$$

Erddruckkraft für den einfachen Bruchkörper:

$$\text{Vektor}_i := E_{\text{ah}}(\theta_i, H) \quad \text{Erddruck} := \max(\text{Vektor}) \quad \text{Erddruck} = 5220.21 \text{ kN/m}$$

Ermittlung des kritischen Rämlichkeitsverhältnis:

$$\text{Erddruck mit Variation des Winkels für jede Tiefe:} \quad \text{Matrix}_{i,j} := E_{\text{ah}}(\theta_i, t_j)$$

$$\text{maximaler Erddruck für jede Tiefe:} \quad \text{Erddruck}_j := \max(\text{Matrix}^{<j>})$$

Zugehöriger Gleitflächenwinkel:

$$\theta_j := \begin{cases} i \leftarrow 1 \\ \text{while } \text{Matrix}_{i,j} \neq \text{Erddruck}_j \\ \quad i \leftarrow i + 1 \\ \theta_i \end{cases}$$

maximaler Gleitflächenwinkel:

$$\max \theta_a := \max(\theta_t) \quad \max \theta_a = 71.01 \text{ Grad}$$

zugehörige Tiefe:

$$t_k := \begin{cases} t \leftarrow 1 \\ \text{while } \theta_t \neq \max \theta_a \\ \quad t \leftarrow t + 1 \\ t \end{cases} \quad t_k = 36 \text{ m}$$

Ermittlung von n_{krit} :

$$n_k := \frac{t_k}{2 \cdot r} \quad n_k = 0.9$$

Ermittlung von R:

$$t_z(t) := t - t_k \quad R := r + 2 \cdot n_k \cdot r \cdot \cot(\max \theta_a) \quad R = 32.389 \text{ m}$$

Formeln von Walz für den zusammengesetzten Bruchkörper:

$$v := \frac{2 \cdot \left[K(\max \theta_a) \cdot (\tan(\delta) + \tan(\phi)) + K_t \cdot \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \cdot \tan(\phi) \right]}{\left(\frac{R}{r} \right)^2 - 1}$$

$$w := \frac{\frac{R}{r}}{K(\max \theta_a) \cdot (\tan(\delta) + \tan(\phi)) + K_t \cdot \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \cdot \tan(\phi)}$$

$$\sigma_r(z) := \gamma \cdot \frac{r}{v} \cdot \left(1 - e^{-\frac{v \cdot z}{r}} \right) + q \cdot e^{-\frac{v \cdot z}{r}} - c \cdot w \cdot \left(1 - e^{-\frac{v \cdot z}{r}} \right)$$

$$e_r(z) := K(\max\theta_a) \cdot \sigma_r(z)$$

$$e(z,t) := \begin{cases} K(\max\theta_a) \cdot \sigma_r(z) & \text{if } z \leq t_z(t) \\ (e_{ah}(\max\theta_a, z - t_z(t), t_k) + K(\max\theta_a) \cdot \sigma_r(t_z(t)) \cdot F(\max\theta_a, z - t_z(t), t_k)) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Erddruckkraft für den zusammengesetzten Bruchkörper:

$$E(t) := \int_0^t e(z,t) dz \qquad E(H) = 5343.004 \text{ kN/m}$$

Erddruckverteilung:

