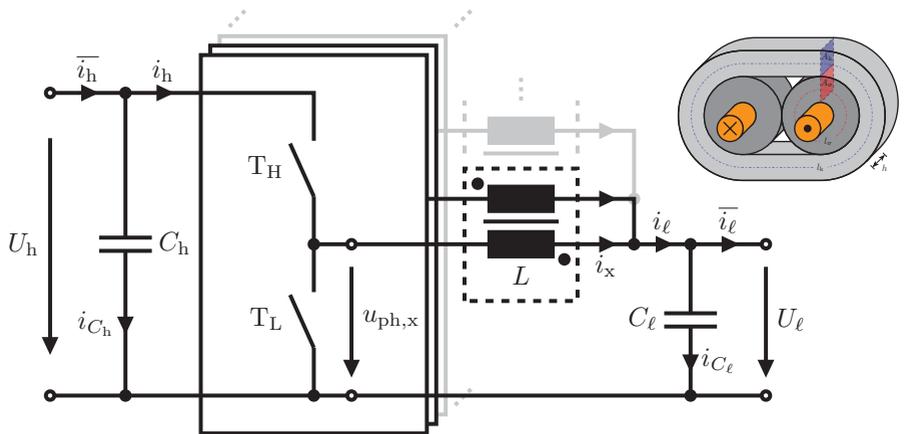


Patrick Deck

Gekoppelte Induktivitäten auf Basis niederpermeabler, nanokristalliner Bandmaterialien

Anwendung in getakteten Gleichspannungswandlern



Gekoppelte Induktivitäten auf Basis niederpermeabler, nanokristalliner Bandmaterialien - Anwendung in getakteten Gleichspannungswandlern

Der Fakultät für
Elektrotechnik, Informationstechnik und Medientechnik
der Bergischen Universität Wuppertal

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften
(Dr.-Ing.)**

vorgelegte Dissertation

von

Patrick Deck, M.Sc.

aus Pulheim

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Benedikt Schmülling

Zweitprüfer: Prof. Dr.-Ing. Christian Dick

Tag der Prüfung: 07.12.2022

Wuppertaler Schriftenreihe zu Elektromobilität und
Energiespeichersystemen

Band 3

Patrick Deck

**Gekoppelte Induktivitäten auf Basis nieder-
permeabler, nanokristalliner Bandmaterialien**

Anwendung in getakteten Gleichspannungswandlern

Shaker Verlag
Düren 2023

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Wuppertal, Univ., Diss., 2022

Copyright Shaker Verlag 2023

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8990-5

ISSN 2628-2003

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Die vorliegende Arbeit beschließt die Zeit meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Labor für Leistungselektronik und elektrische Antriebe der Technischen Hochschule Köln (TH Köln). Sie begann bereits 2013 zum Abschluss des Bachelor-Studiums mit dem internationalen Studierendenwettbewerb IEEE International Future Energy Challenge, bei dem ich Teil eines studentischen Entwicklungsteams sein durfte. Die Zusammenarbeit im Team, das gemeinsame Ziel und die Freude über das positive Ergebnis ungezählter Laborstunden haben mich auch über das Projekt hinaus weiter motiviert und sind die Grundlagen vieler schöner Erinnerungen.

Mein besonderer Dank gilt Professor Dr.-Ing. Christian Dick, der mich mit offenen Armen in seinem Team aufnahm und mir ermöglichte, mich in viele verschiedene Richtungen weiterzubilden. Durch seine kreative Denkweise half er mir immer wieder dabei, Lösungsansätze für komplexe Probleme zu erarbeiten. Nicht nur bei der Akquise und Bearbeitung verschiedenster Projekte, sondern auch bei der Weiterentwicklung und Umsetzung neuer Arbeitsprozesse im Labor hatte er stets ein offenes Ohr und großen Anteil an meiner persönlichen Weiterentwicklung sowie der seiner Studierenden.

Gleichermaßen bedanken möchte ich mich bei Professor Dr.-Ing. Benedikt Schmüling für die Betreuung der Arbeit als Erstprüfer, der nicht nur fachliche Hinweise für die Erstellung des schriftlichen Teils erbracht, sondern bereits während meiner Forschungstätigkeit wichtige Impulse für die Struktur und den Fortschritt der Arbeit gesetzt hat.

In Anbetracht der Zeit, die wir jeden Tag zusammen verbracht haben, gilt mein Dank ebenfalls meinen Kollegen und Mitstudierenden Michael Nixdorf, Professor Dr.-Ing. Andreas Lohner, Magnus Böh, Martin Nießen, Martin Voßwinkel, Daniel Sigmund, Norbert Kellersohn, Volkmar Platte, Sascha Grzeschik, Nicolas Franz, Fabian Zschke, Andreas Krause, Alexander Schmidt, Tim Rieger, Markus Woldt, Christoph Engelhard, David Lauber, Christoph Reuber, Sarah Gerngroß, Valentin Wagner, Georg Jöntgen, Luis Sievers, David Bohne und vielen anderen, die mir durch

ihre Ideen, ihren Einsatz, unzählige Diskussionen und verteilte Tiefkühlpizzen eine wundervolle Zeit im Labor beschert haben, an die ich immer wieder gerne zurück denken werde.

Ebenfalls danken möchte ich meiner Familie und Freunden, die mich jederzeit bei all meinen beruflichen und privaten Aktivitäten und Zielen unterstützt und den ganzen Weg über mit Interesse und Motivation begleitet haben. Ohne eure Unterstützung wäre ich diesen Weg mit Sicherheit niemals gegangen.

Zu guter Letzt möchte ich ganz besonders meiner Freundin Samira danken, die trotz mehrerer Autostunden Entfernung, die eine ganze Zeit lang zwischen uns lagen, immer wieder Mittel und Wege gefunden hat, mich zu motivieren und durch kleinere und größerer Tiefs zu manövrieren. Ich danke dir nicht nur für deine unermüdlich aufmunternde Art, sondern auch dafür, dass du an meiner Seite warst, wenn es für dich Schwierigkeiten und Verzicht bedeutet hat.

Da diese Danksagung zeitlich am Ende meiner Arbeit steht, muss ich an dieser Stelle noch anmerken, dass mir erst nach dem Abschied aus dem Labor wirklich bewusst geworden ist, wie sehr mich diese Zeit geprägt hat und wie schwer mir der Abschied gefallen ist. Ich bedanke mich bei allen, die diesen Weg direkt oder indirekt mitgestaltet haben und wünsche auch meinen Nachfolgern eine ebenso ereignisreiche Zeit.

Kurzfassung

Leistungselektronik beschäftigt sich mit der effizienten Umwandlung elektrischer Energie und stellt in der heutigen Zeit nicht nur für die Umsetzung der Energiewende eine Schlüsseltechnologie dar. Induktive Filterkomponenten erweisen sich neben den schaltenden Halbleiter-Bauelementen als kritische Bauelemente leistungselektronischer Systeme hinsichtlich Gewicht und Kosten. Die Optimierung solcher Systeme zielt in der Regel auf Effizienzsteigerung, Volumen-, Gewichts-, oder Preisreduktion ab.

Diese Arbeit hat den Anspruch, die Möglichkeit der Optimierung der induktiven Komponente im Zweiquadrantensteller hinsichtlich Volumen und Gewicht mithilfe magnetischer Kopplung, angepasster Modulationsverfahren und spezieller Materialien zu modellieren, zu validieren und zu bewerten. Im Vordergrund steht zunächst die mathematische Modellierung der elektrischen und magnetischen Grundlagen über Schaltmuster, Stromformen und Reluktanzmodelle. Daran schließt sich eine theoretische Betrachtung der Optimierungspotenziale und der daraus resultierenden möglichen Volumen- beziehungsweise Gewichtersparnis an. Es folgt eine systemtheoretische Beschreibung, um die Grundlage für eine zukünftige Strom- oder Spannungsregelung zu legen.

Die sich anschließende Materialstudie beinhaltet die Verarbeitung und Charakterisierung eines nanokristallinen niederpermeablen Magnetmaterials, welches für die Anwendbarkeit der Technologie eine wichtige Rolle spielt. Ein automatisierter Prüfstand zur Verlustmessung magnetischer Materialien mit niedriger Messdauer ist insbesondere für die speziellen Stromformen der gekoppelten Induktivität entwickelt und in Betrieb genommen worden.

Der zentrale Aspekt, um die Technologie der gekoppelten Induktivität in der breiten Masse anwendbar zu machen, ist die Entwicklung eines Berechnungsprogramms zur optimierten Auslegung aller zentralen Parameter und damit auch zum direkten Vergleich mit anderen Induktivitäten derselben Anwendung. Das entwickelte Verfahren bedient sich der Ergebnisse der vorherigen Studien und bindet die erarbeiteten Modelle ein.

Zur Validierung der Modelle und Optimierungsalgorithmen sind zwei Funktionsmuster entwickelt, aufgebaut und getestet worden, welche die Anwendbarkeit und Möglichkeiten der Technologie gekoppelter Induktivitäten in leistungselektronischen Konvertern aufzeigen und das Potential bei optimaler Auslegung für einen weiten Anwendungsbereich unterstreichen.

Abstract

Power electronics is a key technology today concerning the efficient conversion of electrical energy in a wide range of applications, not only in the field of renewable energies. Besides switching semiconductor transistors, the central part of today's power electronic systems is in many cases the inductive component, such as a filter inductor or a high-frequency transformer. The optimization of power electronic systems usually aims at increasing efficiency, reducing volume, weight or price.

This work aims to model, validate and evaluate the possibility of optimizing the inductive component of the two-quadrant chopper in terms of volume and weight using magnetic coupling, modulation techniques and special materials. First, the mathematical modeling of the electrical and magnetic fundamentals via switching patterns, current waveforms and reluctance models is conducted. This is followed by a theoretical model of the optimization potentials and thus possible volume or weight savings. Further, a systems-theoretical description of the coupled inductor is added for later studies on current and voltage control.

The following material study shows the manufacturing and characterization of a nanocrystalline low-permeability magnetic material, which plays an important role for the applicability of the technology. An automated test bench for loss measurement of magnetic materials with low measuring time has been developed and applied, especially for the special current waveforms of coupled inductors.

The central aspect of making coupled inductors technology widely applicable is the development of a calculation program for optimized design of all important parameters and also for direct comparison with other inductors in the same application. The algorithm uses the results of the preceding studies and includes the developed theoretical models.

To validate the model and optimization algorithm, two converters have been designed, built and tested. They demonstrate the applicability and possibilities of the technology of coupled inductors in power electronic converters and underline the potential of optimal design for a wide range of applications.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XIII
Tabellenverzeichnis	XIX
Abkürzungen	XXI
Symbole	XXIII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Konzept und Aufbau der Arbeit	3
2 Grundlagen	5
2.1 Schaltungskonzept	5
2.2 Magnetismus	8
2.3 Stand der Technik	12
2.4 Niederpermeables nanokristallines Bandmaterial	16
2.5 Verlustcharakterisierung	20
2.6 Regelung des DC-Anteils im Kern	25
3 Mathematische Modellbildung elektrischer Teil	27
3.1 Ersatzschaltbild gekoppelte Induktivitäten	27
3.1.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$	28
3.1.2 Höhere Phasenzahl $N_{\text{ph}} > 2$	30
3.2 Stromverläufe	33
3.2.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$	34
3.2.2 Vierphasig $N_{\text{ph}} = 4$	45
3.3 Spannungsverläufe	65
3.3.1 Hochspannungsseite	65
3.3.2 Niederspannungsseite	69
3.4 Zusammenfassung	71

4	Mathematische Modellbildung magnetischer Teil	73
4.1	Reluktanzen R_m	73
4.1.1	Zweiphasig $N_{ph} = 2$	74
4.1.2	Vierphasig $N_{ph} = 4$	77
4.2	Flüsse Φ	78
4.2.1	Zweiphasig $N_{ph} = 2$	79
4.2.2	Vierphasig $N_{ph} = 4$	82
4.3	Kopplungsfaktor k	86
4.4	Induktivitäten $L, L_k, M, L_{CM}, L_{DM}$	87
4.4.1	Zweiphasig $N_{ph} = 2$	88
4.4.2	Vierphasig $N_{ph} = 4$	89
4.5	Windungszahl N_{Cu}	90
4.6	Flussdichte B	91
4.7	Volumen V	93
4.7.1	Zweiphasig $N_{ph} = 2$	93
4.7.2	Vierphasig $N_{ph} = 4$	98
4.8	Zusammenfassung	100
5	Zustandsraummodell	103
5.1	Stromregelung für i_ℓ mit Störgröße u_ℓ	106
5.2	Spannungsregelung für u_ℓ mit Störgröße \bar{i}_ℓ	113
5.3	Zusammenfassung	120
6	Materialstudie	121
6.1	Fertigungstechnik	121
6.1.1	Wickelmaschine	122
6.1.2	Fertigung	123
6.2	Geometrische Eigenschaften	124
6.3	Prüfstand Verlustmessung	127
6.3.1	Hardware	128
6.3.2	Software	133
6.4	Messergebnisse	136
6.4.1	Auslegung der Testkerne	136
6.4.2	Darstellung der Ergebnisse	139
6.5	Messunsicherheiten	145
6.5.1	Unsicherheiten der Kerngeometrie	145
6.5.2	Unsicherheiten der elektrischen Messgrößen	146
6.5.3	Unsicherheiten der Phasenverschiebung	147
6.5.4	Unsicherheiten der Verlustdaten	147
6.6	Zusammenfassung	151

7 Funktionsmuster	153
7.1 Pareto-Optimierung	153
7.2 Auslegungsverfahren	155
7.3 DC/DC-Konverter 2-phasig SiC	159
7.3.1 Konverter	160
7.3.2 Steuerungsplattform	161
7.3.3 Strommessung	162
7.3.4 Auslegung der gekoppelten Induktivität	163
7.3.5 Experimentelle Validierung	167
7.4 DC/DC-Konverter 4-phasig GaN	170
7.4.1 Schaltzelle	171
7.4.2 Auslegung der gekoppelten Induktivität	172
7.4.3 Experimentelle Validierung	175
7.5 Zusammenfassung	178
8 Schlussbetrachtung	179
8.1 Fazit	179
8.2 Ausblick	182
A Ergänzende Formelsätze	185
A.1 Inverse Matrix \mathbf{K}^{-1}	185
A.2 Zustandstabelle für Wicklungsorientierung [+ - -]	187
A.3 Herleitung Spitzenwertverschiebung δ_{i_x} beim CII	187
A.4 Herleitung mittelwertbereinigter Effektivwert $I_{x,\sim}$ beim CII	188
A.5 Herleitung Tastgrad für maximalen Effektivwert d_{\max,I_x} beim CII	190
A.6 Herleitung Stromrippel Phasenkonfiguration CIVB	192
B Formelübersicht	195
B.1 Elektrisches Modell	195
B.1.1 Zweiphasig	195
B.1.2 Vierphasig	196
B.1.3 Spannungsverläufe	197
B.2 Magnetisches Modell	197
Literaturverzeichnis	201

Abbildungsverzeichnis

2.1	Zweiquadrantensteller	5
2.2	Mehrphasiger Zweiquadrantensteller	6
2.3	Stromrippel-Addition bei unterschiedlicher Zeitanordnung (am Beispiel eines zweiphasigen Systems)	7
2.4	Mehrphasiger Zweiquadrantensteller mit gekoppelter Induktivität	8
2.5	Zweiphasig gekoppelter Ringband-Kern; hellgrau: Koppelfluss-Kern, grau: Streufluss-Kern, orange: Kupferwicklung	9
2.6	Magnetischer Kreis mit Streuflüssen	10
2.7	Reluktanzmodell eines magnetischen Kreises: Streu- und Hauptfluss	12
2.8	Gekoppelte Induktivität nach [36], [38]; Der Aufbau (a) entspricht elektrisch dem Ersatzschaltbild (b), im Fall $L_1 = L_2 = M$ dem Zweiquadrantensteller (c) und für $L_2 = M$ dem LCL -Filter (d)	13
2.9	Ćuk-Wandler mit gekoppelter Induktivität [39]	14
2.10	(a): Transformator/Induktor-Kombination nach [42]; (b): Transformator/Stromverdoppler [46]; (c): Gekoppelte LLC -Wandler [47]	15
2.11	(a): Schaltbild; (b): Kernkonfiguration; [49]	16
2.12	(a): 3-phasiger Induktor [57]; (b): Verdrillter Induktor [66] (für kürzeren Kupferweg); (c): CCTT-Kern Aufbau mit aufgeteilten Windungen [63] (für die Auslöschung äußerer Streuflüsse); (d): 3-phasiger Induktor [55]; (e): Gewickelter Kern für 3-Level Konverter [64]	17
2.13	(a): Kristallstruktur; (b): amorphe Struktur	18
2.14	Rascherstarrung am rotierenden Kupferad	18
2.15	Nanokristalle in amorphem Band	19
2.16	Magnetische Polarisation $J = \mu_0(\mu_r - 1)H$ in Abhängigkeit von der eingesetzten Zugspannung [74]	20
2.17	Verlustmessung (grundsätzliches Prinzip)	21
2.18	Systembeschreibung im Zustandsraum	25
3.1	Ersatzschaltbild einer gekoppelten Induktivität [53]	29
3.2	(a): L-Ersatzschaltbild des Transformators; (b): Sekundärseite kurzgeschlossen	29
3.3	Ersatzschaltbild C_n (nach [53])	32

3.4	Maschenumlauf im Ersatzschaltbild	33
3.5	(a): Fall: „10“, Wicklungsorientierung: [+−]; (b): Fall: „02“, Wicklungsorientierung: [+ − −]	34
3.6	Zweiphasiger Zweiquadrantensteller mit gekoppelter Induktivität (CII)	35
3.7	Stromrippel CII ($d \leq 0,5$), hier dargestellt: $d = 0,25$	37
3.8	Stromrippel CII ($d > 0,5$), hier dargestellt: $d = 0,75$	39
3.9	Summen-Stromrippel an C_ℓ (CII)	40
3.10	(a): Verhältnis Phasen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; (b): Verhältnis Summen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; aufgetragen über d und k (CII)	42
3.11	Abhängigkeit des Effektivwerts von k und d (CII)	45
3.12	Vierphasiger Zweiquadrantensteller mit gekoppelter Induktivität (CIVA)	46
3.13	(a): Wicklungsorientierung: [+ + −−] (CIVA); (b): Wicklungsorientierung: [+ − +−] (CIVB)	46
3.14	Stromrippel CIV ($d \leq 0,25$), hier dargestellt: $d = 0,125$	49
3.15	Stromrippel CIV ($0,25 < d \leq 0,5$), hier dargestellt: $d = 0,375$	51
3.16	Stromrippel CIV ($0,5 < d \leq 0,75$), hier dargestellt: $d = 0,625$	54
3.17	Stromrippel CIV ($d > 0,75$), hier dargestellt: $d = 0,875$	56
3.18	(a): Verhältnis Phasen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; (b): Verhältnis Summen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; aufgetragen über d und k (CIV)	60
3.19	Verschiebung δ bei Spitzenwertberechnung der Phasenströme	61
3.20	(a): Verschiebungen des Spitzenwerts δ_{i_1} und δ_{i_3} ; (b): Verschiebungen des Spitzenwerts δ_{i_2} und δ_{i_4} ; jeweils aufgetragen über d und k ; normiert auf $U_h/L_k/f_s$ (CIV)	62
3.21	Spitzenwert \hat{i}_x (mittelwertbereinigt und normiert auf $U_h/L_k/f_s$; CIV)	63
3.22	Effektivwert $I_{x,\sim}$ (normiert auf $U_h/L_k/f_s$; CIV)	65
3.23	Spannungsrippel an C_h für $d \leq 0,5$ (CII)	67
3.24	Spannungsrippel an C_h für $d > 0,5$ (CII)	68
3.25	Spannungsrippel an C_ℓ (Cn)	70
4.1	Ringbandkern-Konfiguration mit zwei Streukernen und einem Koppelkern	74
4.2	(a): Längendefinition innere Streukerne; (b): Längendefinition Koppelkern CTWCII	75
4.3	Ringbandkern-Konfiguration mit vier Streukernen und einem Koppelkern	77
4.4	Längendefinition Koppelkern CTWCIV	78
4.5	Reluktanzmodell CTWCII	79

4.6	Differenz der Phasenströme im Koppelkern $i_k(t)$ (stellvertretend für Koppelfluss $\Phi_k(t)$; CTWCII)	80
4.7	Verhältnis Δi_k zu Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ (CTWCII)	81
4.8	Reluktanzmodell Ringbandkern-Geometrie mit vier inneren Streukernen und einem Koppelringbandkern (CTWCIV)	82
4.9	Differenz der Phasenströme im Koppelkern $i_k(t)$ (um δ_{ix} verschoben, stellvertretend für Koppelfluss $\Phi_k(t)$; CTWCIV)	84
4.10	Verhältnis Δi_k zu Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ (CTWCIV)	85
4.11	Verhältnis Γ_V bei $\Gamma_\mu = 1$ (aufgetragen über Γ_l und k ; CTWCII); (a): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt; (b): der äußere Kern arbeitet thermisch begrenzt	95
4.12	Verhältnis Γ_μ bei unterschiedlichen Kopplungsfaktoren k (aufgetragen über $\Gamma_l = l_{Fe,k}/l_{Fe,\sigma}$ und $\Gamma_A = A_{Fe,k}/A_{Fe,\sigma}$; CTWCII)	96
4.13	Volumenverhältnis Γ_V in Abhängigkeit von Γ_l , Γ_B , Γ_A , Γ_I und k (CTWCII); (a),(b): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt; (c),(d): äußerer Kern arbeitet thermisch begrenzt	97
4.14	Verhältnis Γ_V bei $\Gamma_\mu = 1$ (aufgetragen über Γ_l und k ; CTWCIV); (a): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt, (b): äußerer Kern arbeitet thermisch begrenzt	99
4.15	Volumenverhältnis in Abhängigkeit von Γ_l , Γ_B , Γ_A , Γ_I und k (CTWCIV); (a),(b): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt; (c),(d): äußerer Kern arbeitet thermisch begrenzt	101
5.1	Erweitertes Ersatzschaltbild CII	103
5.2	Erweitertes Ersatzschaltbild CII für Stromregelung i_ℓ (Störgröße u_ℓ)	106
5.3	Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei gleichzeitigem Einheitssprung beider Stellgrößen $u(t)$ (a): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 6 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$; (b): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 5 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$	109
5.4	Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei Einheitssprung der Störgröße $z(t)$ (a): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 6 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$; (b): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 5 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$	109
5.5	Übertragungsverhalten für ein System mit Stromregelung: $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 6 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$	110
5.6	Integrale Ausgangsrückführung (PI-Mehrgrößenregler) nach [91]	111
5.7	Ausgangsverhalten für Eingangssprung $w(t) = 1$ bei $t = 1 \text{ ms}$ und Sprung der Störgröße $u_\ell = 5 \text{ V}$ zur Zeit $t = 50 \text{ ms}$, Systemparameter: $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 6 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $K_x = 50$, $K_e = -30000$	113

5.8	Erweitertes Ersatzschaltbild CII für Spannungsregelung u_ℓ (Störgröße \bar{i}_ℓ)	113
5.9	Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei gleichzeitigem Einheits sprung beider Stellgrößen $u(t)$ (a): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 25 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$; (b): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 20 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$	116
5.10	Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei Einheitsprung der Störgröße $z(t)$ (a): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 25 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$; (b): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 20 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$	117
5.11	Übertragungsverhalten für ein System mit Spannungsregelung: $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 25 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$	118
5.12	Ausgangsverhalten für Eingangssprung $w(t) = 1$ bei $t = 1 \text{ ms}$ und Sprung der Störgröße $\bar{i}_\ell = 5 \text{ A}$ zur Zeit $t = 15 \text{ ms}$, Systemparameter: $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 25 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$, $\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} 6 & 55 \end{bmatrix}$, $K_e = -30000$	119
6.1	Wickelmaschine	122
6.2	(a): flexibler Wickelgut-Aufnehmer; (b): Press-Technik für freie Banddurchführung; (c): Filzbremse; (d): geschlitzter Aluminium-Zylinder zur Bandaufnahme; (e): Metallschraube mit Passmuttern; (f): verschieden große Zylinder für verschiedene Innenradien	123
6.3	Rollen-Aufnehmer	124
6.4	(a): Kern nach Wicklungsdurchlauf; (b): Durchtrennen des Bandes und Verklebung; (c): Messung des Außendurchmessers; (d): Entfernen des Aluminium-Zylinders; (e): Messung der Kernbreite; (f): fertiger Kern mit Klebestreifen	125
6.5	(a): Füllfaktor η_{Fe} pro vermessener Rolle; (b): Bandbreite b_{Band} aufgetragen über Permeabilität μ_r	126
6.6	Banddicke d_{Band} aufgetragen über Permeabilität μ_r (die durchgezogene Linie verbindet jeweils die Durchschnittswerte für die jeweilige Permeabilität)	126
6.7	Verhältnis der Querschnittsflächen (Füllfaktor η_{Fe}) mit maximaler und minimaler Abweichung	127
6.8	Verlustprüfstand Schema	128
6.9	Verlustprüfstand Aufbau	129
6.10	Spannungserzeugung am Testkern (a): Flussform im Streukern Φ_σ ; (b): Flussform im Koppelkern Φ_k	130
6.11	Erzeugung der Primärspannung u_{pri}	131

6.12	DC-Filterkondensator (a): Parallelschaltung Keramik-Kondensatoren; (b): Vermessung des DC-Filters am Impedanzanalysator	131
6.13	Messwiderstand	132
6.14	(a): Differentialastkopf Teledyne LeCroy™ „DL10-HCM“; (b): Anschluss eines Testkerns	133
6.15	(a): Messung desselben Signals mit beiden Tastköpfen (bei 500 kHz); zeitliche Verschiebung der Tastköpfe (Kreuzkorrelation R_{xy}) bei (b): 25 kHz; (c): 100 kHz; (d): 500 kHz	134
6.16	Testkerne	139
6.17	Darstellung der Streufluss-Signalform für zwei Perioden bei $B_p \approx$ $0,55$, $d = 0,45$, $f_s = 300$ kHz und $k = 0,4$; (a): Primärstrom $i_{pri}(t)$ und magnetische Feldstärke $H(t)$; (b): Sekundärspannung $u_{sek}(t)$ und magnetische Flussdichte $B(t)$	140
6.18	$\mu_r(t)$ und Hysteresekurve für $B_p \approx 0,55$, $d = 0,45$, $f_s = 300$ kHz und $k = 0,4$	141
6.19	Verluste für Streufluss-Signal; verschiedene Tastgrade; $k = 0,4$; auf- getragen über Flussdichte B_p und Frequenz f_s ; $\mu_r = 1500$	142
6.20	Verluste für Koppelfluss-Signal; verschiedene Tastgrade; aufgetragen über Flussdichte B_p und Frequenz f_s ; $\mu_r = 1500$	142
6.21	Tastgradvergleich; aufgetragen über Flussdichte B_p ; $\mu_r = 1500$	143
6.22	Änderung der Signalform mit steigendem Tastgrad d	143
6.23	Abhängigkeit der Streufluss-Verluste vom Kopplungsfaktor; $f_s = 100$ kHz aufgetragen über Flussdichte B_p	144
6.24	Änderung der Streukern-Signalform mit steigendem Kopplungsfaktor	144
7.1	Pareto-Optimierung (Schema)	154
7.2	Eingabemaske Auslegungstool	159
7.3	Ergebnisgrafik Auslegungstool Pareto-Optimierung	159
7.4	(a): 40 kW SiC-Konverter; (b): Aufbauschema	161
7.5	Messung der Phasenströme mit $\Delta\Sigma$ -A/D-Wandlern	162
7.6	Abtastung abhängig vom Trägersignal des PWM-Modulators	163
7.7	Ergebnis der Pareto-Optimierung (CII); (a): $\mu_r = 160, 900, 1500, 1900$ (im Labor zum Zeitpunkt der Auslegung vorhanden); (b): $\mu_r = 160 \dots 2000$ (optimiertes μ_r)	164
7.8	Aufbau des CII für den 40 kW Konverter (a): Eine Kerlage; (b): Gesamtaufbau mit Kupferwicklung und Maßen	165
7.9	FEM-Darstellung CII ($\mu_{r,\sigma} = 160$, $\mu_{r,k} = 900$), Vergleich zwischen (a): kein Abstand zwischen den Kernen; (b): Abstand zwischen den Kernen	166
7.10	Kondensator C_ℓ	167

7.11	Betriebspunkt $d = 0,5$ für maximalen Flussdichterippel im Koppelkern; (a): Stromformen; (b): Erwärmung des CII nach 15 min	168
7.12	CII Belastungstest bei (a): Test bei großer Leistung $P = 36 \text{ kW}$; (b): Test bei leichtem Überstrom $\bar{i}_\ell = 110 \text{ A}$	169
7.13	CII Sättigungstest (a): Kernsättigung für $i_k > 0$; (b): Kernsättigung für $i_k < 0$	169
7.14	Effizienzmessung des Gesamtsystems bei Änderung des Tastgrades für $\bar{i}_\ell = 100 \text{ A}$ und $u_h = 400 \text{ V}$	170
7.15	Leistungsplatine (a): 3D Entwurf von oben; (b): 3D Entwurf von unten; (c): 2D Leiterplattendesign; (d): Gesamtaufbau mit Folienkondensatoren und Kupfer-Verbindungselementen	172
7.16	Ergebnis der Pareto-Optimierung (CIV)	173
7.17	Aufbau vierphasiger Induktor; (a): Kupfer Anschluss-Rahmen; (b): gewickelter Kern; (c): Induktor Gesamtaufbau	174
7.18	Vermessung des Induktors am Impedanzanalysator (CIV)	175
7.19	FEM-Darstellung CIV ($\mu_{r,\sigma} = 160$, $\mu_{r,k} = 1500$), Vergleich zwischen (a): kein Abstand zwischen den Kernen; (b): Abstand zwischen den Kernen	176
7.20	Gesamtaufbau GaN-Konverter 2 kW	176
7.21	Betrieb des vierphasigen CI bei (a): gleichen Strom-Mittelwerten, $d = 0,25$, $P_1 \approx 1 \text{ kW}$; (b): gleichen Strom-Spitzenwerten, $d = 0,17$, $P_1 \approx 2 \text{ kW}$	177
7.22	Wärmebild bei $d = 0,25$	178
A.1	Stromrippel CIVB (Phasenkonfiguration: [+ - + -])	193

Tabellenverzeichnis

2.1	Weichmagnetische Materialien (nach [71])	21
3.1	Zusammenfassung Spannungsrippel	70
6.1	Testkerne	138
7.1	Füllfaktoren Wicklungsfenster	157
7.2	Auslegungsvarianten 40 kW CII	165
7.3	Vermessung des CII bei 90 kHz	166
7.4	Leistungsdichten zweiphasiger SiC-Konverter	168
7.5	Auslegungsvarianten 2 kW CIV	173
A.1	Schaltzustände und deren Bezeichnung im Stromrippel-Notationsschema für Wicklungsorientierung [+ – –]	187

Abkürzungen

A/D	<u>A</u> nalog/ <u>D</u> igital
AC	<u>A</u> lternating <u>C</u> urrent
BMG	<u>B</u> ulk <u>M</u> etallic <u>G</u> lass
CCM	<u>C</u> ontinuous <u>C</u> onduction <u>M</u> ode
CI	<u>C</u> oupled <u>I</u> nductor
CII	<u>C</u> oupled inductor <u>2</u> -phase
CIV	<u>C</u> oupled inductor <u>4</u> -phase
CM	<u>C</u> ommon <u>M</u> ode
C_n	<u>C</u> oupled inductor <u>n</u> -phase
CTWCII	Ringbandkern-Geometrie mit zwei inneren Streukernen und einem Koppelringbandkern
CTWCIV	Ringbandkern-Geometrie mit vier inneren Streukernen und einem Koppelringbandkern
DC	<u>D</u> irect <u>C</u> urrent
DCM	<u>D</u> iscontinuous <u>C</u> onduction <u>M</u> ode
DM	<u>D</u> ifferential <u>M</u> ode
ESR	<u>E</u> quivalent <u>S</u> eries <u>R</u> esistance
FEM	<u>F</u> inite <u>E</u> lemente <u>M</u> ethode
FPGA	<u>F</u> ield <u>P</u> rogrammable <u>G</u> ate <u>A</u> rray
GaN	<u>G</u> allium <u>n</u> itrid
GPIO	<u>G</u> eneral <u>P</u> urpose <u>I</u> nput/ <u>O</u> utput
GSE	<u>G</u> eneralized <u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation
HGÜ	Hochspannungs- Gleichstrom Übertragung
i2GSE	improved-improved <u>G</u> eneralized <u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation
IC	<u>I</u> ntegrated <u>C</u> ircuit
iGSE	improved <u>G</u> eneralized <u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation
IM	<u>I</u> ntegrated <u>M</u> agnetics
ISE	<u>I</u> mproved <u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation
LE	<u>L</u> ogikelemente
MPP	<u>M</u> oly <u>P</u> ermalloy <u>P</u> owder
MSE	<u>M</u> odified <u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation
NSE	<u>N</u> atural <u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation

PI	<u>P</u> roportional <u>I</u> ntegral
RESE	<u>R</u> ectangular <u>E</u> xtension of <u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation
SE	<u>S</u> teinmetz <u>E</u> quation
SI	<u>S</u> ingle <u>I</u> nductor
SiC	<u>S</u> ilizium <u>C</u> arbid
SII	<u>S</u> ingle inductor <u>2</u> -phase
SIV	<u>S</u> ingle inductor <u>4</u> -phase
S_n	<u>S</u> ingle inductor <u>n</u> -phase
SoC	<u>S</u> ystem- <u>o</u> n-a- <u>C</u> hip
USB	<u>U</u> niversal <u>S</u> erial <u>B</u> us
USV	<u>u</u> nterbrechungsfreie <u>S</u> trom <u>v</u> ersorgung
VHDL	<u>V</u> ery High Speed Integrated Circuit <u>H</u> ardware <u>D</u> escription <u>L</u> anguage
ZRM	<u>Z</u> ustandsraum <u>m</u> odell

Symbole

Lateinische Formelzeichen

A	geometrische Querschnittsfläche	$[\text{m}^2]$
A_{Cu}	Wickelfenster Kern	$[\text{m}^2]$
A_{Draht}	Querschnitt Draht	$[\text{m}^2]$
A_{Fe}	Effektive magnetisch wirksame Querschnittsfläche	$[\text{m}^2]$
A_{L}	magnetischer Leitwert (Permeanz)	$[\text{H}] = [\text{V s A}^{-1}]$
\mathbf{A}	Systemmatrix	–
B	magnetische Flussdichte	$[\text{T}] = [\text{V s m}^{-2}]$
\mathbf{B}	Eingangsmatrix bzw. Steuermatrix	–
b_{Band}	Breite magnetisches Band	$[\text{m}]$
C	Glättungskapazität	$[\text{F}] = [\text{A s V}^{-1}]$
\mathbf{C}	Ausgangsmatrix bzw. Beobachtungsmatrix	–
C_{oss}	Ausgangskapazität (MOSFET)	$[\text{F}] = [\text{A s V}^{-1}]$
\mathbf{D}	Durchgangsmatrix	–
d	Tastgrad	–
d_{Band}	mittlere Dicke magnetisches Band	$[\text{m}]$
$d_{\text{Band,Fe}}$	effektive Dicke magnetisches Band	$[\text{m}]$
d_{Iso}	Isolationsabstand	$[\text{m}]$
d_{k}	Dicke Koppelkern	$[\text{m}]$
d_{σ}	Dicke innere Streukerne	$[\text{m}]$
\mathbf{E}	Störmatrix	–
\mathbf{e}	Vektor der Regelabweichung	–
f_{s}	Schaltfrequenz	$[\text{Hz}] = [\text{s}^{-1}]$
\mathbf{G}_{u}	Übertragungsmatrix Führungsverhalten	–
\mathbf{G}_{z}	Übertragungsmatrix Störverhalten	–
H	magnetische Feldstärke	$[\text{A m}^{-1}]$
H_{c}	Koerzitivfeldstärke	$[\text{A m}^{-1}]$
H_{cB}	Koerzitivfeldstärke der magnetischen Flussdichte	$[\text{A m}^{-1}]$
H_{cJ}	Koerzitivfeldstärke der magnetischen Polarisation	$[\text{A m}^{-1}]$
H_{Fe}	arithmetisches Mittel der magnetischen Feldstärke im Kern	$[\text{A m}^{-1}]$
h	Höhe Kern	$[\text{m}]$

I	Effektivwert Stromstärke	[A]
i	elektrische Stromstärke	[A]
i_k	Stromstärke-Äquivalent Koppelfluss	[A]
i_ℓ	Stromstärke Niederspannungsseite	[A]
i_{pri}	Stromstärke auf der Primärseite	[A]
i_x	Stromstärke Phasenstrom ($x = 1, 2, 3, 4, \dots, N_{\text{ph}}$)	[A]
J_s	Sättigungspolarisation	[T] = [V s m ⁻²]
k	Kopplungsfaktor	–
L	Eigeninduktivität pro Phase	[H] = [V s A ⁻¹]
L_{CM}	Gleichtakt-Induktivität	[H] = [V s A ⁻¹]
L_{DM}	Gegentakt-Induktivität	[H] = [V s A ⁻¹]
L_k	Wirksame Streuinduktivität des CI ($L_k \hat{=} L_s$)	[H] = [V s A ⁻¹]
L_p	Parallel-Induktivität im L-Ersatzschaltbild	[H] = [V s A ⁻¹]
L_{R_m}	Induktivität des Magnetpfads	[H] = [V s A ⁻¹]
L_s	Serien-Induktivität im L-Ersatzschaltbild	[H] = [V s A ⁻¹]
l	mittlere geometrische Weglänge (neutrale Faser)	[m]
l_{Fe}	effektive magnetisch wirksame Weglänge	[m]
l_x	Mittelpunkt-Abstand der inneren Streukerne	[m]
M	Gegeninduktivität	[H] = [V s A ⁻¹]
m_{Fe}	Masse Kern	[kg]
N_{Cu}	Anzahl Windungen Kupfer	–
N_{Fe}	Anzahl Lagen Kern	–
N_k	Anzahl Messwerte	–
N_{ph}	Anzahl Konverter Phasen	–
N_{pri}	Windungszahl Primärseite	–
N_{sek}	Windungszahl Sekundärseite	–
n_{mess}	Anzahl der aufzuzeichnenden Perioden	–
P_v	Verlustleistung	[W] = [V A]
$p_{\text{Fe},m}$	Verlustleistungsdichte (massebezogen)	[W kg ⁻¹] = [V A kg ⁻¹]
$p_{\text{Fe},V}$	Verlustleistungsdichte (volumenbezogen)	[W m ⁻³] = [V A m ⁻³]
\mathbf{Q}_B	Beobachtbarkeitsmatrix	–
\mathbf{Q}_S	Steuerbarkeitsmatrix	–
$R_{\text{DS(on)}}$	Durchlasswiderstand (MOSFET)	[Ω] = [V A ⁻¹]
R_{Last}	Lastwiderstand	[Ω] = [V A ⁻¹]
R_m	magnetischer Widerstand (Reluktanz)	[H ⁻¹] = [A V ⁻¹ s ⁻¹]
R_{mess}	Messwiderstand	[Ω] = [V A ⁻¹]
$R_{m,h}$	magnetischer Widerstand Hauptfluss	[H ⁻¹] = [A V ⁻¹ s ⁻¹]
r_a	Außenradius	[m]
r_{Fe}	Radius effektive magnetische Weglänge	[m]
r_i	Innenradius	[m]
S	Stromdichte	[A m ⁻²]

T_a	Abtastzeit	[s]
T_C	CURIE-Temperatur	[K]
T_H	High-Side Schalter Zweiquadrantensteller	–
T_L	Low-Side Schalter Zweiquadrantensteller	–
T_s	Dauer einer Schaltperiode	[s]
t	Zeit	[s]
t_{mess}	Auf dem Oszilloskop dargestellte Messdauer	[s]
t_{rise}	Anstiegszeit 10 % . . . 90 %	[s]
t_{Test}	Dauer der Signalanregung	[s]
t_{Trig}	Zeitpunkt des Triggersignals	[s]
\mathbf{u}	Vektor der Stellgrößen	–
u	elektrische Spannung	[V]
u_{ind}	induzierte Spannung	[V]
$u_{k,x}$	Spannung der eingekoppelten Ersatzspannungsquelle	[V]
u_L	Spannung Eigeninduktivität	[V]
$u_{L_{k,x}}$	Spannung wirksame Streuinduktivität	[V]
u_m	magnetische Spannung	[A]
u_{ph}	Geschaltete Phasenspannung	[V]
$u_{\text{ph,diff}}$	Differenz der geschalteten Spannungen	[V]
u_{pri}	Spannung Primärseite	[V]
$u_{R_{\text{mess}}}$	Spannung über Messwiderstand	[V]
u_{schalt}	geschaltete Spannung Verlustprüfstand	[V]
u_{sek}	Spannung Sekundärseite	[V]
V	Volumen	[m ³]
V_{Fe}	magnetisch wirksames Volumen	[m ³]
V_{FF}	füllfaktorbereinigtes Volumen	[m ³]
V_{\square}	Quader-Volumen	[m ³]
\mathbf{w}	Vektor der Führungsgrößen	–
w_i	Massenanteil (chemisch)	–
\mathbf{x}	Zustandsvektor	–
\mathbf{y}	Vektor der Ausgangsgrößen	–
\mathbf{z}	Vektor der Störgrößen	–

Griechische Formelzeichen

Γ_A	Verhältnis effektive magnetische Querschnittsfläche	–
Γ_B	Verhältnis maximaler Spitzenwert magnetische Flussdichte	–
Γ_I	Verhältnis Summen-Stromrippel zu Summenstrom	–
Γ_l	Verhältnis effektive magnetische Weglänge	–
Γ_V	Verhältnis magnetische wirksames Volumen	–
$\Gamma_{\Delta i_t}$	Verhältnis Summen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel	–

$\Gamma_{\Delta i_x}$	Verhältnis Phasen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel	–
Γ_{μ}	Verhältnis relative Permeabilität	–
Δi	Rippelstrom	[A]
Δu	Schwingungsbreite Spannung (Spannungsrippel)	[V]
$\Delta \phi$	Phasenversatz der Halbbrücken	[°]
δ_i	Verschiebung Spitzenwert Stromstärke	[A]
η_{Cu}	Füllfaktor Kupferwicklung	–
η_{Fe}	Füllfaktor Kern	–
μ_{dif}	Differentielle Permeabilität	–
μ_i	Anfangspermeabilität	–
μ_r	relative Permeabilität	–
Φ	magnetischer Fluss	[Wb] = [V s]
Φ_h	Hauptfluss	[Wb] = [V s]
Ψ	Flussverketzung	[Wb] = [V s]
ρ_{Fe}	Massendichte Kern	[kg m ⁻³]
$\rho_{P,V}$	Leistungsdichte (volumetrisch)	[W m ⁻³] = [V A m ⁻³]
σ	Streufaktor	–
τ_{LR}	Zeitkonstante Induktivität	[s]

Zusätzliche Indizes

–	Gleichanteil
ℓ	Niederspannungsseite
σ	gilt für den Streukern
E	berichteter Messwert
F	absoluter Fehler
h	Hochspannungsseite
k	gilt für den Koppelkern
max	maximaler Wert
M	Messwert
pp	Spitze-Tal-Wert
p	Spitzenwert
r	Laufvariable gegensinnige Phase
s	Laufvariable gleichsinnige Phase
x	Laufvariable Phasenzahl ($x = 1, 2, 3, 4, \dots, N_{ph}$)
~	Wechselanteil

Über- und Hochzeichen

–	Mittelwert
∨	Talwert
∧	Spitzenwert

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

In Zeiten des Klimawandels und der weltweiten Umweltverschmutzung sind Energie- und Klimapolitik und Nachhaltigkeit Begriffe geworden, die unser tägliches Leben mitbestimmen [1]–[5]. Die Veränderungen in der Energieversorgung, der Ausbau regenerativer Energiequellen sowie der Elektromobilität haben sich zu Innovationsfeldern der Zukunft entwickelt. Der steigende Bedarf an elektrischer Energie aus zum Beispiel Photovoltaik, Wind- oder Wasserkraft erfordert einen ebenso steigenden Bedarf an Hochleistungselektronik, welche diese Energie mit hoher Effizienz umwandelt und so für Transport, Speicherung und Verbrauch nutzbar macht [6]–[8].

Die Anwendungen für heutige leistungselektronische Konverter sind vielfältig und reichen bei der Energieübertragung vom Einsatz in Nieder- und Mittelspannungsnetzen [9] über unterbrechungsfreie Stromversorgungen (USV) bis hin zu Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungssystemen (HGÜ) [10], [11]. In der Elektromobilität findet Leistungselektronik unter anderem Einsatz als Ladegerät (drahtgebunden und kabellos) sowie als Antriebskonverter für die elektrische Maschine [12], [13]. Auch im Bereich der Haushaltselektronik ist sie in nahezu allen elektrisch betriebenen Geräten wie Mobiltelefonen, Computern, Fernsehgeräten und Kochfeldern verbaut [14]–[19]. Ebenso wird sie eingesetzt in der effizienten Wärmeerzeugung als Inverter für den elektrisch betriebenen Kompressor in Wärmepumpenheizungen [20].

Die leistungselektronischen Konverter sind in der Lage, sowohl mit Gleichstrom (Direct Current (DC)) als auch mit Wechselstrom (Alternating Current (AC)) zu arbeiten und Spannungslevel bei einem hohen Wirkungsgrad ineinander umzuwandeln [21], [22]. Hierfür werden unter anderem grundlegende Bauteile der Elektro-

technik wie Leistungshalbleiterschalter (Transistoren), Kapazitäten (Kondensatoren), Induktivitäten (gewickelte Spulen) und Halbleiter-Integrated Circuits (ICs) verwendet. Die Hersteller solcher Schaltungen suchen im Idealfall immer nach Möglichkeiten, ihre Produkte bei gleicher Leistung kleiner und günstiger produzieren zu können, also die Leistungsdichte (Leistung pro Volumen) zu erhöhen und den Preis zu senken [23]–[26]. Unter anderem durch neue Materialien wie SiliziumCarbid (SiC) und Galliumnitrid (GaN) können heutzutage Halbleiterbauelemente bei geringem Leistungsverlust mit hohen Schaltfrequenzen takten. Dies führt bei den angeschlossenen Filterelementen zu geringeren Bauvolumen.

Gewickelte Induktivitäten (Spulen) werden in sehr vielen leistungselektronischen Schaltungen zur Stromglättung beziehungsweise Filterung eingesetzt [27]–[29]. Um den Induktivitätswert (je höher, desto mehr Filterwirkung) dieser Spulen zu steigern, kann in einem ersten Schritt die elektrische Windungszahl erhöht werden. Eine Folge dieser Maßnahme ist eine Zunahme des elektrischen Widerstandes, falls nicht gleichzeitig der Leiterquerschnitt mit vergrößert wird ($R = \rho \cdot l/A$).

Um dieses Problem zu umgehen, werden in den meisten Fällen Magnetkerne aus ferromagnetischem beziehungsweise weichmagnetischem¹ Material (eisen-, cobalt-, nickelbasiert) in den magnetischen Weg eingebracht, da diese den Induktivitätswert bei geringerer Volumenzunahme erhöhen können und für die Beschaltung mit hohen Frequenzen geeignet sind. Im Zusammenhang mit diesen magnetisierbaren Werkstoffen treten ab einer bestimmten Flussdichte (hoher Strom durch die Induktivität) unerwünschte Sättigungseffekte des Kerns auf. Eine weitere Erhöhung des Stromes führt dann nur noch zu einer minimalen Erhöhung der magnetischen Flussdichte und der Induktivitätswert sinkt. Alle Möglichkeiten, die Flussdichte im Kern einer klassisch aufgebauten Induktivität bei gleicher Materialauswahl zu senken, führen wiederum zu einer Vergrößerung des Bau- und Materialvolumens.

Die Anwendung gekoppelter Induktivitäten stellt einen Lösungsvorschlag für dieses Problem dar. Die Flussdichte im Kern kann bei gleichem Bauvolumen materialunabhängig verringert werden. Diese nun magnetisch weniger gestressten Kerne können bei gleicher übertragener Leistung kleiner ausgelegt werden und dies bedeutet Ersparnis beim oft teuren Kernmaterial. Die grundsätzliche Idee der gekoppelten Induktivität ist die gleichzeitige Nutzung des magnetisch wirksamen Materials zweier oder auch mehrerer Kerne. Dazu wird das Bauteil wie ein schwach gekoppelter Transformator aufgebaut, der auf beiden Seiten stromdurchflossen ist. Die an der resultierenden wirksamen Induktivität angelegte Spannung ist kleiner als in einem

¹leicht durch äußere Felder zu magnetisieren; im Gegensatz dazu „hartmagnetisch“: schwer zu magnetisieren und Einsatz zum Beispiel als Permanentmagnet

nicht gekoppelten Induktor und erzeugt deshalb kleinere Rippelströme. Dies führt zu einer möglichen Verringerung des Materialverbrauchs für die magnetischen Kerne [30].

Weitere absolute Materialersparnis kann durch die Auswahl hochperformanter Kernmaterialien erzielt werden. Bei schwach gekoppelten Transformatoren entstehen unter Umständen hohe Flussdichterippel im magnetischen Koppelpfad, da dieser ausschließlich AC-Fluss führt [31]. Diese Rippelflüsse verursachen Verluste im Kernmaterial, welche hauptsächlich in Wärme umgesetzt werden². Kernmaterialien mit niedrigen Verlusten und hoher Sättigungsflussdichte spielen demnach eine wichtige Rolle bei der Entwicklung von gekoppelten Induktivitäten, da sie verhindern, dass die gekoppelte Induktivität ihre Vorteile wieder verliert.

Die Motivation für diese Arbeit speist sich aus der Möglichkeit, sämtliche genannten Ansätze und Ideen in eine einheitliche Theorie zu überführen, um die Potentiale dieser Technologie aufzeigen zu können. Eine höhere Leistungsdichte bei geringem Preis stellt ein wichtiges Argument für die Anwendbarkeit und Rentabilität einer Technologie dar. Die Relevanz ihrer Optimierung für die nötige Transformation unseres Energiesystems liegt auf der Hand. Durch bessere und günstigere Leistungselektronik bietet sich die Möglichkeit, diese Transformation entscheidend voranzutreiben.

1.2 Konzept und Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der mathematischen Modellbildung gekoppelter Induktivitäten sowie Möglichkeiten einer optimierten Auslegung. Um die Grundlagen für das Verständnis der Problematik zu schaffen, wird in Kapitel 2 ein Einstieg in die technische Basis der Leistungselektronik präsentiert und daraus das zugrundeliegende Schaltungskonzept für die gekoppelte Induktivität entwickelt. Dies wird unterstützt durch die physikalischen Grundlagen magnetischer Kreise. Ein Überblick über die bisherigen Arbeiten zum Thema zeigt eine große Variantenvielfalt, die bis ins Jahr 1933 zurückreicht. Materialphysikalische, mess- und regelungstechnische Grundlagen werden ebenfalls erläutert.

Um die mathematische Modellbildung zu strukturieren, wird zwischen einem elektrischen und einem magnetischen Teil unterschieden. Im elektrischen Teil (Kapitel 3) wird das zugrundeliegende Ersatzschaltbild präsentiert und die entstehenden

²Eine Darstellung von Verlustmechanismen findet sich unter anderem in [32]

Stromformen allgemein für mehrphasig phasenversetzt taktende Zweiquadrantensteller beschrieben. Die Ergebnisse dieses Abschnitts lassen sich unabhängig vom magnetischen Aufbau der gekoppelten Induktivität anwenden und bedienen sich grundlegender Methodiken der Leistungselektronik.

Im magnetischen Teil wird die gekoppelte Induktivität über ihre magnetische Anordnung (Reluktanzmodell) dargestellt. Die magnetische Verkopplung kann auf verschiedenste Weisen erfolgen. Die für diese Arbeit gewählte Anordnung wird in Kapitel 4 modelliert. Andere denkbare Kopplungsanordnungen sind nicht Teil dieser Arbeit, können aber unter Beibehaltung der elektrischen Grundlagen auf dieselbe Weise hergeleitet werden. Zentraler Bestandteil des vorliegenden Abschnitts ist neben der Modellierung von Kopplungsfaktor, Induktivitäten und Flüssen außerdem die theoretische Charakterisierung der Volumenersparnis der gewählten Kopplungsanordnung sowie das Aufzeigen der zentralen Parameter, welche diese beeinflussen.

Die Anwendung der gekoppelten Induktivität als Filterinduktivität im Zweiquadrantensteller setzt voraus, dass die Phasenströme geregelt werden beziehungsweise den selben Mittelwert aufweisen. Die Betrachtung eines regelungstechnisch verkopplerten Systems führt zu dem Problem der gegenseitigen Beeinflussung der Regelgrößen. In Kapitel 5 werden Zustandsraummodelle für Spannungs- und Stromregelung präsentiert, eine Grundlage für die Auslegung geeigneter Regelalgorithmen geschaffen und die Dynamik des gekoppelten Systems beschrieben.

Das für diese Arbeit ausgewählte magnetische Material ist zum aktuellen Zeitpunkt noch nicht vollständig charakterisiert. In Kapitel 6 werden die geometrischen Eigenschaften des Materials geprüft sowie eine erste Verlustcharakterisierung durchgeführt. Da das Material sehr anfällig ist für physische Belastungen unterschiedlichster Art, wird ebenso eine Möglichkeit der Verarbeitung zu für die gekoppelte Induktivität nutzbaren Kernen unter Laborbedingungen gezeigt.

Nachdem die Modellbildung abgeschlossen ist, werden in Kapitel 7 zwei Funktionsmuster vorgestellt, welche die gekoppelten Induktivitäten im Betrieb zeigen und die vorher erarbeiteten Modelle validieren. Die dazu entwickelten leistungselektronischen SiC- und GaN-Konverter werden ebenfalls präsentiert, was die mögliche Gesamtoptimierung der Leistungsdichte darstellt. Weiterhin wird in diesem Abschnitt ein Optimierungsverfahren zur Auslegung der gekoppelten Induktivität vorgestellt, welches auch die fertigungstechnischen Randbedingungen mit einbezieht.

Nachdem in Abschnitt 8.1 ein Fazit gezogen worden ist, werden in Abschnitt 8.2 zum Abschluss einige Möglichkeiten aufgeführt, die dargestellte Technologie weiterzuentwickeln, um deren Vorteile in Zukunft noch besser ausnutzen zu können.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Schaltungskonzept

Das zugrundeliegende Schaltungskonzept für die Anwendung der gekoppelten Induktivität bildet der Zweiquadrantensteller. Hier ist bidirektionaler Leistungsfluss möglich und es muss nicht zwischen kontinuierlichem (Continuous Conduction Mode (CCM)) und diskontinuierlichem Modus (Discontinuous Conduction Mode (DCM)) unterschieden werden. Der grundlegende Aufbau des Zweiquadrantenstellers besteht aus einer geschalteten Halbbrücke, einer Glättungsinduktivität L sowie den Kapazitäten C_h und C_ℓ .

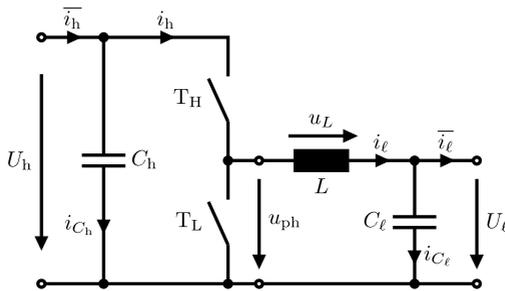


Abbildung 2.1: Zweiquadrantensteller

Diese Topologie ist eine einfache, meist hart geschaltete Grundschaltung der Leistungselektronik (geschaltete Spannung: u_{ph}). Im hier dargestellten Modell gilt immer $U_h \geq U_\ell$. Es ist zu jedem Zeitpunkt ein Schalter eingeschaltet und das Spannungsverhältnis lässt sich über den Tastgrad d einstellen. Folgende Gleichungen beschreiben

das Spannungs- beziehungsweise Stromverhältnis im Tief- und Hochsetz-Betrieb, wenn gilt: $d/f_s \hat{=} \text{Zeit}$, während der Schalter T_H eingeschaltet ist. T_L schaltet komplementär:

$$\frac{U_\ell}{U_h} = d \quad (2.1)$$

$$\frac{\overline{i_h}}{\overline{i_\ell}} = d \quad (2.2)$$

In einem ersten Schritt kann diese grundlegende Schaltung erweitert werden hin zu einer mehrphasigen Anordnung von parallel geschalteten Halbbrücken (Abb. 2.2). Bei gleich bleibender übertragener Leistung wird angenommen, dass die Halbbrückenzweige jeweils denselben Anteil des Summenstroms i_ℓ führen (zum Beispiel bei zwei Phasen $i_x = i_\ell/2$) und gleichzeitig jeweils die volle Spannung U_h schalten (Gleichungen (2.1) und (2.2) gelten immer noch). Für die Induktivitäten gilt: $L_1 = L_2 = \dots = L_{N_{\text{ph}}} = L$. Dabei ist sicherzustellen, dass die Halbbrücken phasenversetzt zueinander takten, damit sich am Knotenpunkt nicht alle Stromrippel Δi_x zeitgleich addieren. Dies hätte einen größeren Summen-Stromrippel Δi_ℓ zur Folge (siehe Abb. 2.3). Gleichung (2.3) beschreibt die gleichmäßige Aufteilung des Phasenversatzes auf eine Periode.

$$\Delta\phi = \frac{360^\circ}{N_{\text{ph}}} = \frac{2\pi}{N_{\text{ph}}} \quad (2.3)$$

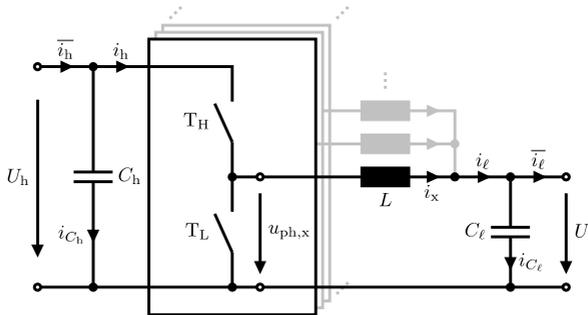


Abbildung 2.2: Mehrphasiger Zweiquadrantensteller

Diese Schaltungsvariante erzielt eine höhere Leistungsdichte der Induktivitäten, da sie bei gleicher Amplitude des Summen-Stromrippels Δi_ℓ größere Phasen-Stromrippel Δi_x erlaubt. Somit kann nicht nur der DC-Anteil der Phasenströme, sondern

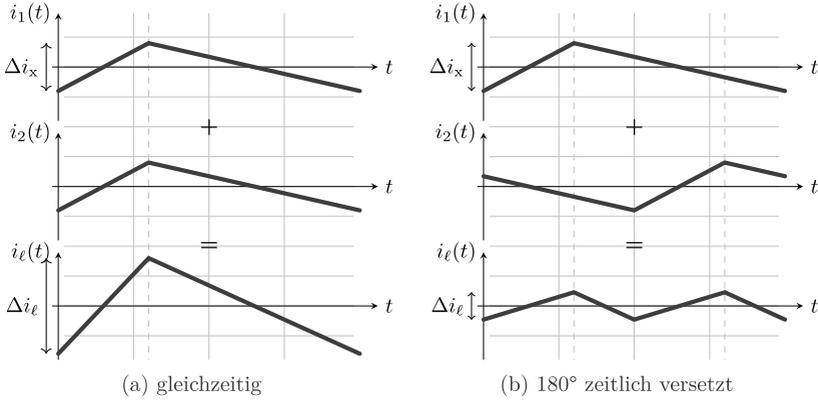


Abbildung 2.3: Stromrippel-Addition bei unterschiedlicher Zeitanordnung (am Beispiel eines zweiphasigen Systems)

auch der Induktivitätswert der Einzelinduktivitäten L verringert werden. Die genaue Berechnung der Volumensparnis erfolgt in Kapitel 4.

Folgender Zusammenhang beschreibt das Verhältnis des maximalen Phasen-Stromrippels $\Delta i_{x,\max}$ bezogen auf den maximalen Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell,\max}$ in mehrphasigen, phasenversetzt taktenden Wandlern mit Einzelinduktivitäten (Single inductor n -phase (S_n)) [33].

$$\text{Phasen-Stromrippel: } \Delta i_{x,\max} \Big|_{S_n} = \frac{U_h}{4 \cdot L \cdot f_s} \quad (2.4)$$

$$\text{Summen-Stromrippel: } \Delta i_{\ell,\max} \Big|_{S_n} = \frac{U_h}{4 \cdot N_{\text{ph}} \cdot L \cdot f_s} \quad (2.5)$$

$$\frac{\Delta i_{x,\max}}{\Delta i_{\ell,\max}} \Big|_{S_n} = N_{\text{ph}} \quad (2.6)$$

Es wird deutlich, dass die maximalen Phasen-Stromrippel beim S_n immer $\Delta i_{x,\max} = N_{\text{ph}} \cdot \Delta i_{\ell,\max}$ entsprechen. Dies führt dazu, dass bei einer Erhöhung der Phasenzahl N_{ph} der Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell,\max}$ und die DC-Anteile der Phasenströme abnehmen, die Phasen-Stromrippel $\Delta i_{x,\max}$ (AC-Anteile der Phasenströme) jedoch zunehmen. Damit erhöhen sich die Kernverluste und Spitzenströme \hat{i}_x mit steigender Phasenzahl.

Es wird nach einer Möglichkeit gesucht, die Phasen-Stromrippel weiter zu verklei-

nern bei gleich bleibendem Summen-Stromrippel. Eine Technologie, welche dabei die Vorteile des S_n beibehält, ist der Einsatz einer gekoppelten Induktivität (Coupled Inductor (CI)). Anstelle der N_{ph} -Einzelinduktivitäten (Single Inductor (SI)) werden die magnetischen Pfade miteinander verkoppelt und jede Phase wirkt induktiv auf die anderen Phasen ein (je nach Geometrie der Kopplung).

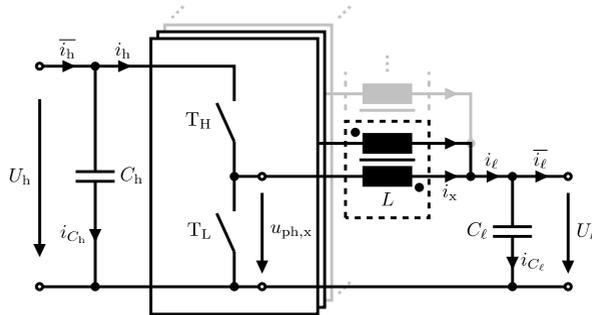


Abbildung 2.4: Mehrphasiger Zweiquadrantensteller mit gekoppelter Induktivität

Abb. 2.4 zeigt den mehrphasigen, phasenversetzt taktenden Zweiquadrantensteller mit gekoppelter Induktivität (Coupled inductor n -phase (Cn)). Im vorliegenden Fall ist eine magnetische Gegenkopplung vorgesehen. Das bedeutet, es werden immer zwei Phasen paarweise entgegengesetzt durch den Koppelpfad geführt. So kommt es zu einer Auslöschung des DC-Flusses im Koppelpfad und damit zu einer Materialersparnis (siehe Kapitel 4). Abb. 2.5 veranschaulicht die Richtung der magnetischen Flüsse am Beispiel eines zweiphasig gekoppelten Kerns. Die beiden inneren Kerne sind für den Streufluss verantwortlich, während sich der Koppelfluss im äußeren Kern ausbildet (vgl. [31]).

2.2 Magnetismus

Die gekoppelte Induktivität entspricht vom Grundsatz her einem schwach gekoppelten Transformator. Die grundsätzlichen Zusammenhänge, um Ströme und Spannungen, sowie Streu- und Koppelinduktivitäten dieses Transformators zu beschreiben, lassen sich aus den elementaren Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes (genormt in [34], nach MAXWELL [35], 1865) herleiten. Dieser Abschnitt definiert die im weiteren Verlauf der Arbeit zu verwendenden magnetischen Größen und bil-

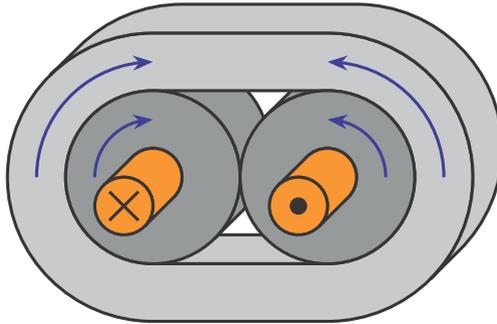


Abbildung 2.5: Zweiphasig gekoppelter Ringband-Kern; hellgrau: Koppelfluss-Kern, grau: Streufluss-Kern, orange: Kupferwicklung

det die Grundlage für die theoretische Modellbildung der zwei- und mehrphasig gekoppelten Induktivität in den Abschnitten 3 und 4.

Zunächst wird die erste MAXWELL-Gleichung, das Induktionsgesetz (nach FARADAY, 1831), in integraler Form betrachtet. Es beschreibt die Entstehung eines elektrischen Feldes \mathbf{E} entlang eines geschlossenen Pfades $\partial\mathbf{A}$, verursacht durch die zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte $\partial\mathbf{B}/\partial t$, welche die von $\partial\mathbf{A}$ aufgespannte Fläche \mathbf{A} durchsetzt. Dabei gilt, dass sich das elektrische Feld immer entgegengesetzt zur Änderungsrichtung des magnetischen Feldes ausbreitet (nach LENZ, 1833).

$$\oint_{\partial\mathbf{A}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \iint_{\mathbf{A}} \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.7)$$

Die Integration des elektrischen Feldes \mathbf{E} entlang des Pfades $\partial\mathbf{A}$ lässt sich auch als induzierte elektrische Spannung u_{ind} verstehen, während die Integration einer Flussdichte \mathbf{B} über die aufgespannte Fläche \mathbf{A} alternativ auch als magnetischer Fluss Φ geschrieben werden kann:

$$u_{\text{ind}} = - \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (2.8)$$

Wird angenommen, dass der geschlossene Pfad $\partial\mathbf{A}$ einen gewickelten elektrischen Leiter darstellt, kann u_{ind} an dessen offenem Ende gemessen werden. Abhängig von der Anzahl der Windungen N_{Cu} durchsetzt der Fluss die Leiterschleife entsprechend oft. Um dies zu beschreiben, wird die Flussverketzung Ψ (auch verketteter Fluss

genannt) eingeführt.

$$u_{\text{ind}} = -\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -N_{\text{Cu}} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2.9)$$

Idealerweise wird davon ausgegangen, dass jede Windung der Leiterschleife vom selben Fluss Φ durchsetzt wird und keine zusätzlichen Flüsse um den gewundenen Leiterpfad herum auftreten. In der Realität ist dies jedoch nicht der Fall. Die zusätzlichen Flussanteile werden als Streuflussverkettung Ψ_{σ} bezeichnet und können zum Hauptfluss Φ_{h} hinzu addiert werden (vergleiche Abb. 2.6).

$$u_{\text{ind}} = -\left(N_{\text{Cu}} \cdot \frac{\partial \Phi_{\text{h}}}{\partial t} + \frac{\partial \Psi_{\sigma}}{\partial t}\right) \quad (2.10)$$

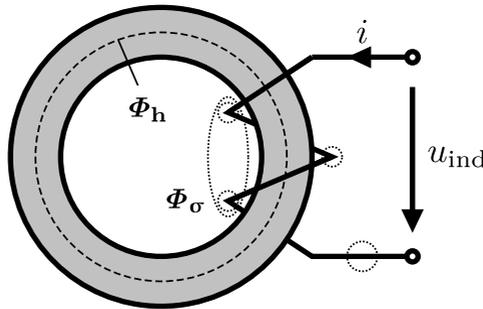


Abbildung 2.6: Magnetischer Kreis mit Streuflüssen

Die zweite wichtige Gleichung ist das Durchflutungsgesetz (nach AMPÈRE, 1823). Es beschreibt elektrische Ströme als Ursache für die Erzeugung magnetischer Felder. Die Stromdichte \mathbf{j} durch eine aufgespannte Fläche \mathbf{A} erzeugt ein magnetisches Feld \mathbf{H} entlang der Randkurve $\partial \mathbf{A}$ dieser Fläche. Das Gesetz ist um einen Term ergänzt worden, der auch die Verschiebungsströme zum Beispiel beim Laden eines Kondensators berücksichtigt (nach MAXWELL, 1865). Da in der idealisierten Betrachtung keine kapazitiven Elemente oder Diffusionsströme¹ vorliegen, kann dieser Term zunächst vernachlässigt werden.

$$\oint_{\partial \mathbf{A}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \iint_{\mathbf{A}} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{A} + \iint_{\mathbf{A}} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{A} = \iint_{\mathbf{A}} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.11)$$

¹Hiermit ist die Diffusion von Ladungsträgern an pn-Übergängen gemeint (kann auch als kapazitiver Ladevorgang beschrieben werden).

Die Integration des magnetischen Feldes \mathbf{H} entlang eines geschlossenen Weges $\partial\mathbf{A}$ mit der Weglänge l wird auch elektrische Durchflutung Θ genannt. Im Falle eines gewickelten Strompfades lässt sich das Integral der Stromdichte \mathbf{j} auch als Strom i beschreiben.

$$\Theta = H \cdot l = N_{\text{Cu}} \cdot i \quad (2.12)$$

Über die Materialeigenschaft der Permeabilität $\boldsymbol{\mu} = \mu_0 \cdot \boldsymbol{\mu}_r$ lassen sich die magnetische Feldstärke \mathbf{H} und die magnetische Flussdichte \mathbf{B} mit $\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}$ in Beziehung setzen. In verlustbehafteten, anisotropen² Materialien kann $\boldsymbol{\mu}_r$ als komplexer³ Tensor dargestellt werden. Für verlustfreie, frequenzunabhängige, isotrope Materialien ergibt sich μ_r zu einem skalaren Wert.

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \mathbf{H} \quad (2.13)$$

Über diesen Zusammenhang lassen sich die erste und zweite MAXWELL-Gleichung mit Gleichung (2.9), Gleichung (2.12) und

$$\Phi = \iint_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{A} = B \cdot A = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A \quad (2.14)$$

kombinieren zur Bauteilgleichung einer Induktivität L :

$$\begin{aligned} u_{\text{ind}} &= \frac{di}{dt} \cdot (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \frac{\mu_0 \mu_r A}{l} \\ &= \frac{di}{dt} \cdot (N_{\text{Cu}})^2 \cdot A_L \\ &= \frac{di}{dt} \cdot L \end{aligned} \quad (2.15)$$

Der magnetische Leitwert A_L (Permeanz) entspricht dem Kehrwert des magnetischen Widerstandes R_m (Reluktanz) und beschreibt das Verhältnis von magnetischem Fluss Φ zur elektrischen Durchflutung Θ :

$$A_L = \frac{1}{R_m} = \frac{\Phi}{\Theta} = \frac{\Phi}{N_{\text{Cu}} \cdot i} \quad (2.16)$$

Die elektrische Durchflutung Θ wird im Zusammenhang mit der Berechnung magnetischer Kreise auch als magnetische Spannung u_m bezeichnet. Die Darstellung magnetischer Kreise erfolgt in Analogie zum elektrischen Kreis über magnetische Ersatzschaltbilder (Reluktanzmodell, vergleiche Abb. 2.7). Hier entspricht der magnetische Fluss Φ dem elektrischen Strom i und die magnetische Spannung u_m der elektrischen Spannung u .

²unterschiedliche magnetische Eigenschaften in verschiedenen Raumrichtungen

³Die komplexe Schreibweise $\boldsymbol{\mu}_r = \mu_r' - j\mu_r''$ wird bei hohen Frequenzen und kleinen Amplituden angewandt, um die Phasenverschiebung (Permeabilitäts-Verlustwinkel) zwischen Feldstärke $H(\omega t)$ und Flussdichte $B(\omega t - \delta_\mu)$ sowie die daraus resultierenden, frequenzabhängigen Verluste μ_r'' getrennt von der real wirkenden Permeabilität μ_r' darzustellen ($\tan(\delta_\mu) = \mu_r''/\mu_r'$).

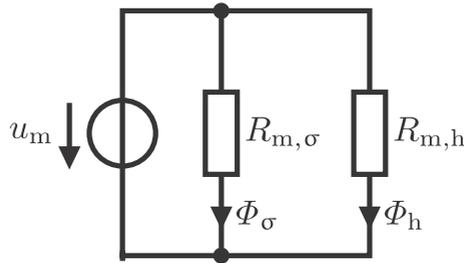


Abbildung 2.7: Reluktanzmodell eines magnetischen Kreises: Streu- und Hauptfluss

2.3 Stand der Technik

Um einen Überblick über die bisherigen Arbeiten zum Thema gekoppelte Induktivität geben zu können, soll in diesem Abschnitt über die verschiedenen Möglichkeiten der magnetischen Kopplung gesprochen werden. Die Idee, gekoppelte Induktivitäten als Filterelement einzusetzen, existiert bereits seit Anfang des letzten Jahrhunderts [36]. Das damalige Ziel ist die Trennung des AC-Anteils eines rippelbehafteten Stromes vom DC-Anteil gewesen, sodass eine Seite der gekoppelten Induktivität frei von Rippelströmen sei (vergleiche Topologie in Abb. 2.8a und Ersatzschaltbild in Abb. 2.8b). Dazu wird eine gleichsinnig gekoppelte Induktivität aufgebaut (Transformator mit $k \approx 1$). Um den Stromrippel vollständig zu eliminieren, muss zum einen $L_2 = M$ und zum anderen $C_\ell \rightarrow \infty$ gelten. Da dies in der Realität nicht möglich ist, bleibt stets ein kleiner Rippelanteil erhalten. Wie [37] zeigt, entspricht im Fall von $L_1 = L_2 = M$ diese Topologie elektrisch dem ursprünglichen Zweiquadrantensteller (LC -Filter, siehe Abb. 2.8c) und bietet trotz des geringen Rippelstromes am Ausgang im Vergleich keinen Volumenvorteil oder Materialersparnis. Bei Variation des Verhältnisses der Windungszahlen zugunsten von L_2 ergibt sich hingegen ein LCL -Filter (Abb. 2.8d) an der Niederspannungsseite, da die Bedingung $L_2 = M$ annähernd erfüllt werden kann und gleichzeitig die Streuinduktivität $L_1 - M$ signifikant vergrößert wird. Somit spart diese Art der Kopplung die zweite Induktivität des LCL -Filters, allerdings zum Preis einer höheren Wicklungskapazität und eines unter Umständen höheren Gleichstromwiderstandes.

Dieses Prinzip wurde später in ähnlicher Form unter anderem auch beim Čuk-Wandler mit gekoppelter Induktivität angewandt (Abb. 2.9 [39]). [37] zeigt auch hier, dass in realen Systemen dieser Art ein vollständiges Entfernen des AC-Anteils nicht möglich ist und je nach Verhältnis der Windungszahlen entweder die Eingangs- oder die Ausgangsseite begünstigt wird. Zusätzlich zeigen [40], [41], dass bei einem

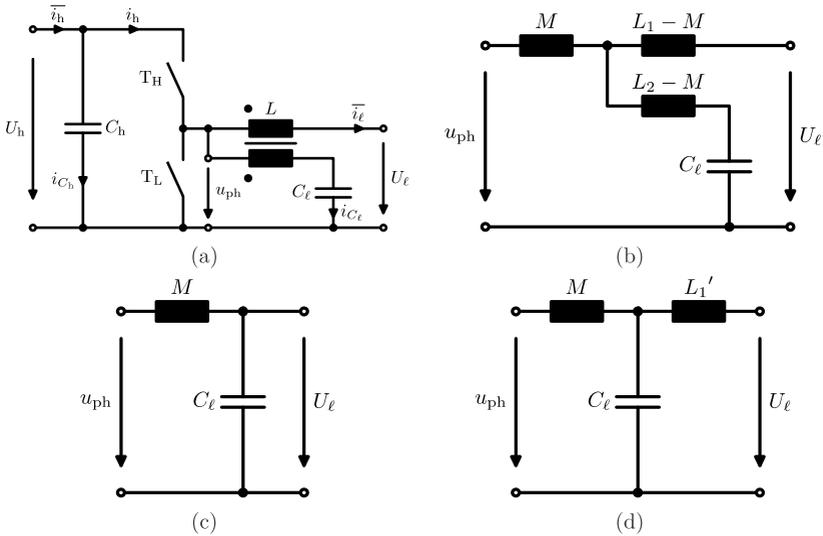


Abbildung 2.8: Gekoppelte Induktivität nach [36], [38]; Der Aufbau (a) entspricht elektrisch dem Ersatzschaltbild (b), im Fall $L_1 = L_2 = M$ dem Zwei-Quadrantensteller (c) und für $L_2 = M$ dem *LCL*-Filter (d)

vollständigen Verlust der Streuinduktivität $L_2 - M$ die Rippleströme der Kapazität C_ℓ nicht mehr kontrollierbar sind. Sollte also nachträglich eine weitere Induktivität zur Glättung hinzugefügt werden müssen, bedeutet dies den Verlust der Volumen- und Materialersparnis. Die Notwendigkeit einer genauen Einstellung des Kopplungsfaktors k ist hier bereits herausgearbeitet worden.

Innerhalb des letzten Jahrhunderts sind viele weitere Varianten entstanden, die sich mit dem Einsatz der magnetischen Kopplung beschäftigen. [42] zeigt eine Kombination von Transformator und Induktivität (vergleiche Abb. 2.10a). Viele weitere Patentschriften, unter anderem [43] und [44], beschreiben unter der Bezeichnung Integrated Magnetics (IM) die verschiedensten Möglichkeiten, Transformatoren und Induktivitäten in einem kombinierten magnetischen Bauteil zu vereinen. [45] fasst einige Anwendungen der magnetischen Kopplung zusammen und beschreibt grundlegende Prinzipien des IM-Designs. Auch neuere Patentschriften befassen sich mit dem Thema, wie zum Beispiel eine galvanisch trennende Stromverdopplerschaltung (Abb. 2.10b) [46] oder magnetisch gekoppelte *LLC*-Resonanzwandler (Abb. 2.10c) [47].

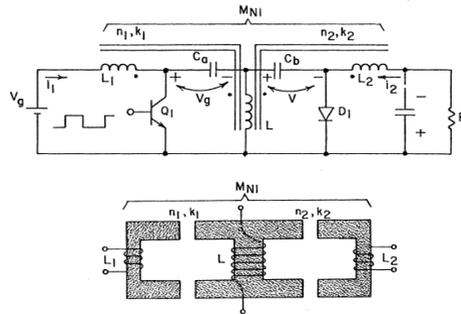


Abbildung 2.9: Ćuk-Wandler mit gekoppelter Induktivität [39]

Die grundlegenden Prinzipien der Kopplung sind fast immer ähnlich und zielen vornehmlich ab auf Materialersparnis und höhere Leistungsdichte. Eine erste Variante für den Cn stellt [30] vor und beschreibt die mögliche Anwendung in DC/DC-Wandlern für zukünftige Mikroprozessoren mit niedriger Spannung und hohem Strombedarf. Die Sn -Topologie wird hier ebenfalls als Grundlage ausgewählt, da sie in dieser Anwendung den Stromrippel verkleinern und die Sprungantwort des Wandlers verbessern kann. [48] und [49] arbeiten diese Idee weiter aus und stellen ein Konzept für einen magnetischen Aufbau der gekoppelten Induktivität als platinenintegrierte Spule mit E-I-Kernen vor. Die elektrische Konfiguration (Abb. 2.11a) entspricht hier bereits dem in dieser Arbeit behandelten Cn System.

Der Fokus liegt bei [49] auf der Optimierung der Sprungantwort bei gleicher Effizienz. Die mögliche Materialersparnis wird nicht näher untersucht. Des Weiteren wird auch keine Auslegungsstrategie diesbezüglich entworfen. Es lässt sich festhalten, dass die Kopplung der Induktivitäten ($Sn \rightarrow Cn$) zu kleineren Phasen-Stromrippeln führt.

Weitere Veröffentlichungen führen diese Idee fort und beschreiben Anwendungen mit kleiner Leistung ($< 500 \text{ W}$) vor allem als Spannungsregler für Prozessoren [48], [50]–[54]. Im mittleren Leistungsbereich ($\geq 500 \text{ W}$) bewegen sich [55]–[64], während [65] gekoppelte Induktivitäten für einen 60 MW-Synchrotron-Teilchenbeschleuniger beschreibt. Verschiedene Kernstrukturen sind in [50]–[52], [55]–[58], [63], [64], [66], [67] aufgeführt. Einige Ausgewählte zeigt Abb. 2.12.

Zu bemerken ist bei der Betrachtung der verschiedenen Lösungsansätze, dass viele der Veröffentlichungen eine Herleitung der elektrischen Parameter bieten ([48], [51], [53], [54], [57], [58], [60]–[62], [68], [69]), doch nur wenige eine vereinheitlichte

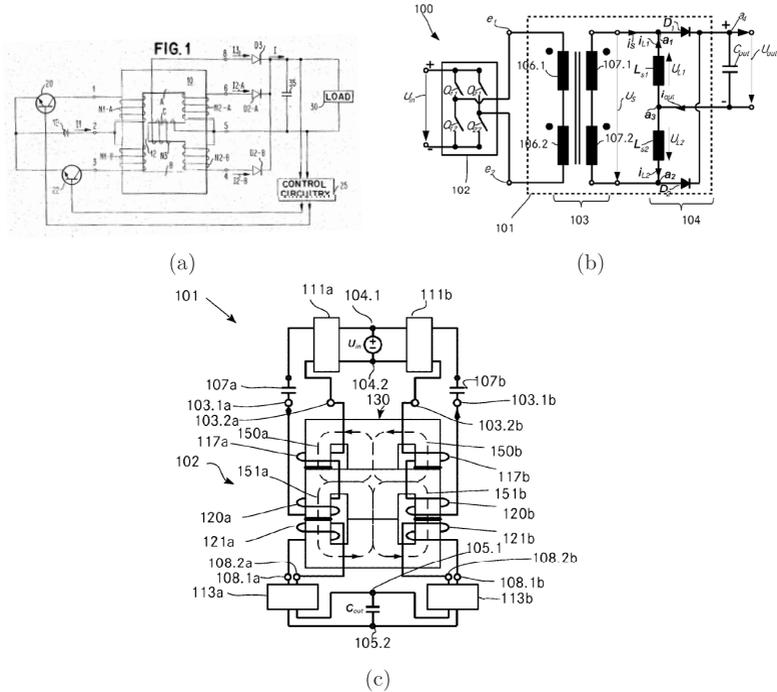


Abbildung 2.10: (a): Transformator/Induktor-Kombination nach [42]; (b): Transformator/Stromverdoppler [46]; (c): Gekoppelte LLC-Wandler [47]

Theorie verfolgen, um die Stromformen zu beschreiben. Eine Variante einer Berechnungsstrategie bietet [53]. Das hier verwendete Ersatzschaltbild wird auch in Kapitel 3 zur elektrischen Modellbildung genutzt, da es die wesentlichen Parameter der gekoppelten Induktivität im Cn separiert beschreibt. Einige der hier vorgestellten Veröffentlichungen (darunter [56], [58], [60], [61], [64], [70]) vergleichen die Baugrößen der Induktoren miteinander oder mit nicht gekoppelten Varianten und stellen die Material- und Volumensparnis heraus. Es finden sich hier Werte von bis zu 43% [56], [64]. Wie die Materialersparnis beeinflusst werden kann und welche Parameter dafür verantwortlich sind, wird nicht beschrieben. Eine allgemeine mathematisch analytische Herangehensweise wird deshalb in den Kapiteln 3 und 4 dieser Arbeit vorgestellt.

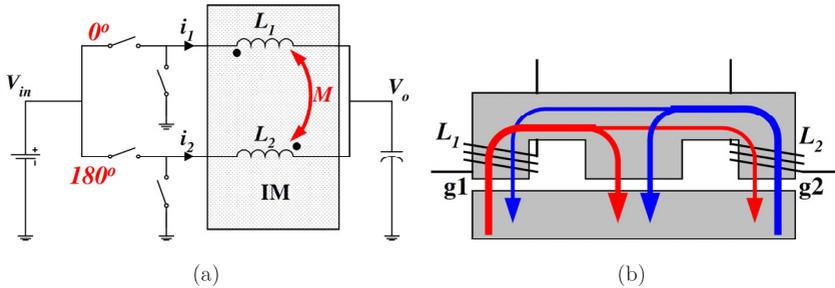


Abbildung 2.11: (a): Schaltbild; (b): Kernkonfiguration; [49]

2.4 Niederpermeables nanokristallines Bandmaterial

Um die Vorteile der gekoppelten Induktivität stärker hervorzuheben und möglichst viele Freiheiten in der Auslegung der magnetischen Kerne zu erhalten, ist nach einem Kernmaterial mit folgenden Eigenschaften gesucht worden:

- niedrige relative Permeabilität μ_r (verteilter Luftspalt)
- hohe Sättigungsflussdichte B_{sat}
- niedrige Kernverluste P_v
- konstante magnetische Eigenschaften auch bei Schaltfrequenzen $f_s \geq 100 \text{ kHz}$

Das Material mit der Bezeichnung „Vitroperm FF“ ist ein nanokristallines eisenbasiertes Magnetmaterial, welches diese Eigenschaften erfüllt [71]. Es liegt in Form von aufgewickelten Bändern vor und kann deshalb mit entsprechenden Verfahren zu einem magnetisch wirksamen Kern der gewünschten Größe verarbeitet werden. Hierbei ist zu beachten, dass das Band sehr empfindlich auf Quer- oder Torsionsbelastungen reagiert und leicht brechen kann. Durch ein spezielles zugspannungsinduzierendes Glühverfahren erhält das Band Permeabilitäten im Bereich von $\mu_r = 100 \dots 2000$ und benötigt deshalb keinen zusätzlichen Luftspalt. Die Sättigungsflussdichte ähnelt anderen nanokristallinen Materialien wie zum Beispiel „Vitroperm 500“ und liegt mit $B_{\text{sat}} \approx 1,2 \text{ T}$ im oberen Bereich [71].

Die Herstellung des Bandes beginnt im ersten Schritt mit der Herstellung von amor-

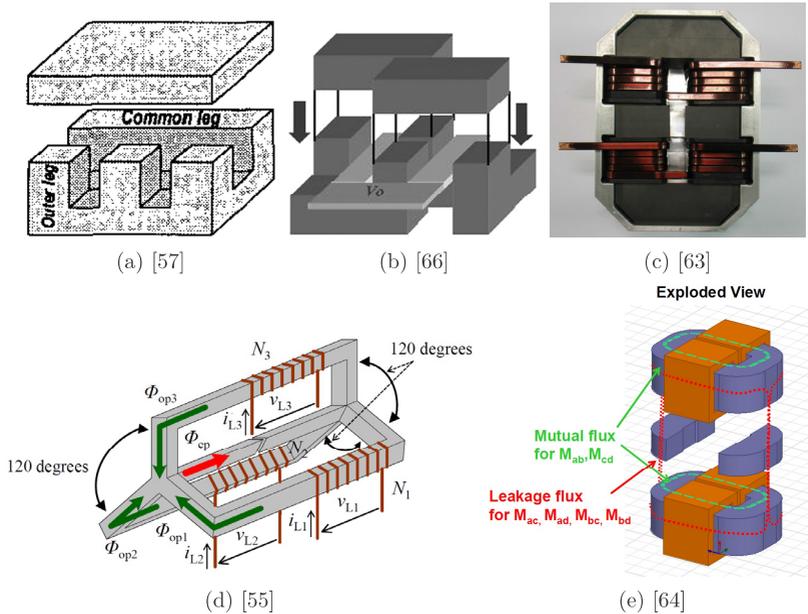


Abbildung 2.12: (a): 3-phasiger Induktor [57]; (b): Verdrehter Induktor [66] (für kürzeren Kupferweg); (c): CCTT-Kern Aufbau mit aufgeteilten Windungen [63] (für die Auslöschung äußerer Streuflüsse); (d): 3-phasiger Induktor [55]; (e): Gewickelter Kern für 3-Level Konverter [64]

phem Metall (metallisches Glas). Dieses Material besitzt nicht die für Metalle typische geordnete Kristallstruktur. Vielmehr lässt sich die Struktur als loser Zusammenschluss von Atomen verschiedener Größe beschreiben (siehe Abb. 2.13).

Die atomaren Bestandteile sind Metalle, denen sogenannte Glasbildner (zum Beispiel Bor oder Phosphor) zugesetzt werden. Zunächst werden die Materialien in einer Schmelze verflüssigt und ihre Kristallstruktur aufgelöst. Daraufhin muss die heiße Schmelze mit sehr hoher Geschwindigkeit wieder erstarren („Rascherstarrung“, auch als „Abschrecken“ bezeichnet). Wenn dies schnell genug durchgeführt wird, ist die Beweglichkeit der Atome nicht mehr gegeben, bevor sie die Kristall-Ordnung annehmen können. Für reine Metalle wäre dieser Vorgang nahezu unmöglich. Die Abkühlrate zur Erzeugung metallischen Glases beträgt $10^5 \dots 10^6 \text{ K s}^{-1}$ (bei soge-

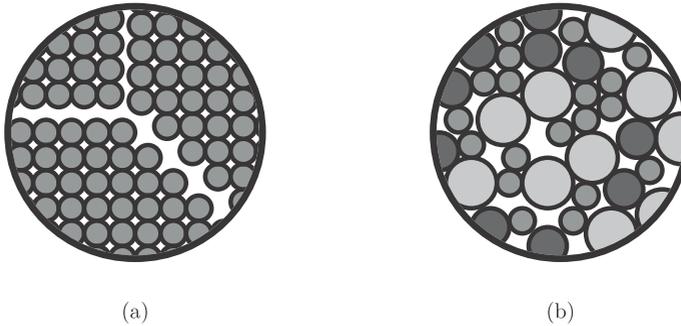


Abbildung 2.13: (a): Kristallstruktur; (b): amorphe Struktur

nanntem Bulk Metallic Glass (BMG) reichen bereits $10^{-1} \dots 10^3 \text{ K s}^{-1}$). Um diese hohen Temperatursprünge zu erreichen, wird die flüssige Schmelze auf ein gekühltes, rotierendes Kupferrad gegossen, welches eine typische Rotationsgeschwindigkeit von $20 \dots 40 \text{ m s}^{-1}$ aufweist (Abb. 2.14). Die Schmelze erstarrt in kürzester Zeit und es entstehen dünne Bänder aus amorphem Metall. Um über den gesamten Bandquerschnitt keine kristallinen Strukturen durch ungleichmäßiges Kühlen zu erhalten, können die Banddicken d_{Band} nicht größer als $15 \dots 30 \mu\text{m}$ gewählt werden. d_{Band} verhält sich umgekehrt proportional zur Rotationsgeschwindigkeit [71].

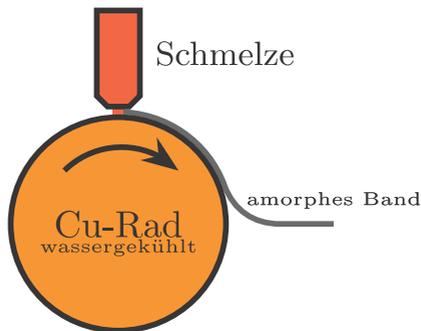


Abbildung 2.14: Rascherstarrung am rotierenden Kupferrad

Das amorphe Metall besitzt nun bereits sehr gute magnetische Eigenschaften, wie eine geringe Koerzitivfeldstärke H_c (verantwortlich für die Hystereseverluste des

Materials) und hohe Permeabilität μ_r . Durch den Prozess der Rascherstarrung und das spätere Wickeln des amorphen Bandes zu Toroidkernen entstehen mechanische Spannungen im Material, welche zu magnetischen Anisotropien (Vorzugrichtungen für das Magnetfeld) führen [71]. Das Maß für die Höhe der Anisotropie beschreibt die sogenannte magnetische Anisotropieenergie. Es kann beobachtet werden, dass die Höhe der Anisotropieenergie die Permeabilität und Koerzitivfeldstärke direkt beeinflusst [72].

Aus dieser Tatsache folgt die Möglichkeit, die magnetischen Eigenschaften mithilfe von extern induzierten Anisotropien einzustellen. Dies kann auf verschiedene Weisen erfolgen. Die für diese Arbeit relevante Methode ist das erneute Erhitzen und teilweise Auskristallisieren der Materialbestandteile. Es bilden sich Kristallstrukturen im Bereich von 10 nm, welche in der ansonsten amorphen Struktur des Materials eingebettet sind (Nanokristalle, Abb. 2.15) [73]. Die Größe dieser Kristalle bestimmt unter anderem die induzierte Anisotropieenergie und damit auch die Koerzitivfeldstärke des Materials [71]. Eine spezielle Form der Einbringung von Anisotropien in das Material ist die sogenannte zugspannungsinduzierte Anisotropie. Hierbei wird das Material zusätzlich in Bandrichtung gedehnt, was eine plastische Verformung der Nanokristalle bewirkt.

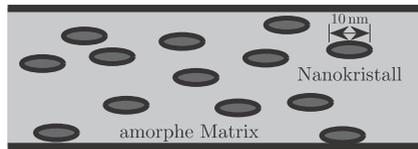


Abbildung 2.15: Nanokristalle in amorphem Band

Die hierdurch eingebrachte Anisotropieenergie ist um ein vielfaches höher als bei der magnetfeldinduzierten Anisotropie [74]. Dadurch kann die Permeabilität μ_r bis auf sehr niedrige Werte von $\mu_r = 100 \dots 2000$ sinken [71] (vergleiche Abb. 2.16). Gleichzeitig steigt die Koerzitivfeldstärke jedoch nicht im selben Maße. Es wird demnach ein nur leicht verschlechtertes Verlustverhalten vorhergesagt bei gleichzeitiger Möglichkeit, die Flussdichte signifikant zu senken, ohne einen Luftspalt in den Kern einbringen zu müssen [74].

Tabelle 2.1 zeigt den Vergleich des eingesetzten Materials mit anderen aktuell auf dem Markt erhältlichen weichmagnetischen Werkstoffen. Die Verluste von „Vitroperm FF“ im Bereich $\mu_r = 1000 \dots 2000$ sind vergleichbar mit denen von „Vitroperm F“-Materialien wie zum Beispiel „Vitroperm 500F“. Für kleinere Permeabilitäten steigen die Verluste an, bleiben aber immer noch unter denen von Pulverkernen

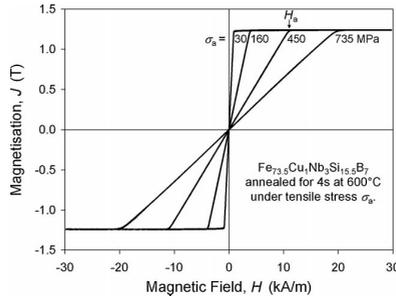


Abbildung 2.16: Magnetische Polarisation $J = \mu_0(\mu_r - 1)H$ in Abhängigkeit von der eingesetzten Zugspannung [74]

(NiMoFe (MolyPermalloy Powder (MPP)) oder SiAlFe (Sendust)) [71]. Beim Vergleich der Anfangspermeabilitäten μ_i muss beachtet werden, dass bei Pulverkernen durch den verteilten Luftspalt wesentlich geringere Werte für μ_r im Endprodukt eingestellt werden können.

2.5 Verlustcharakterisierung

Die Verlustcharakterisierung magnetischer Materialien kann auf verschiedene Arten erfolgen. Übersichtliche Gegenüberstellungen einiger Varianten zeigen unter anderem [75] und [28]. Neben der sehr genauen, jedoch langwierigen Möglichkeit der kalorimetrischen Messung [76], bei welcher der Prüfling bis auf seine Endtemperatur erhitzt wird (ein Ansatz zur Beschleunigung dieser Variante findet sich in [77]), bietet die digitale Messung via Oszilloskop [78] einige Vorteile für die Automatisierung eines Messprüfstandes und schnelle Charakterisierung verschiedener Materialien. Hierbei werden der primärseitige Strom $i_{\text{pri}}(t)$ und die sekundärseitige Spannung $u_{\text{sek}}(t)$ eines beidseitig unwickelten Testkerns erfasst (Abb. 2.17) und anschließend die Kernverluste aus den Messgrößen berechnet.

Im Folgenden werden die grundlegenden Zusammenhänge dieser Berechnung hergeleitet und dargestellt. Um das Verlustverhalten des in dieser Arbeit verwendeten Magnetmaterials zu charakterisieren, beschreibt Abschnitt 6.3 den Aufbau eines eigenen Prüfstandes nach diesem Messprinzip und die dafür genutzten Methoden.

Der primärseitige Strom und die sekundärseitige Spannung sind zeitabhängige Grö-

Material	J_s [T]	T_C [°C]	H_c [A m ⁻¹]	μ_i
Reines Eisen	2,15	770	6	2000
SiFe($w_i = 3\%$) nicht orientiert	2,03	740	30-80	1000
SiFe($w_i = 3\%$) kornorientiert	2,03	740	4-15	-
SiFe($w_i = 6,5\%$)	1,8	690	15	1500
Sendust FeSi(9,5%)Al(5,5%)	1,0	500	2-10	3000
NiFe($w_i = 48\%$)	1,55	440	4	10 000
NiFe($w_i = 56\%$) Permax M	1,5	540	1,2	40 000
Permalloy				
Ni(80%)Fe(15%)(Cu,Mo)(5%)	0,7-1,0	360-500	0,4-2	80 000-150 000
Co(49%)Fe(49%)V(2%)	2,35	950	40	1500
Vacoflux 17 FeCo($w_i = 17\%$)	2,22	920	150	800
MnZn Ferrite:				
Hohe Leistung	0,45-0,55	200-300	10-20	≈ 2000
Hohes μ_r	0,35	100-180	5-10	4000-15 000
MnZn Ferrite	0,3-0,45	100-500	20-100	10-2000
Fe-Si-B (amorph)	1,5-1,64	400	2-10	5000-10 000
Vitrovac 6025 (amorphes Co)	0,58	225	<0,3	200 000
Vitrovac 6155 (amorphes Co)	0,99	>480	1	2000
Vitroperm 800/500	1,21-1,24	600	0,5	150 000
Vitroperm FF	1,21-1,24	600	0,5-9 [74]	100-2000

Tabelle 2.1: Weichmagnetische Materialien (nach [71])

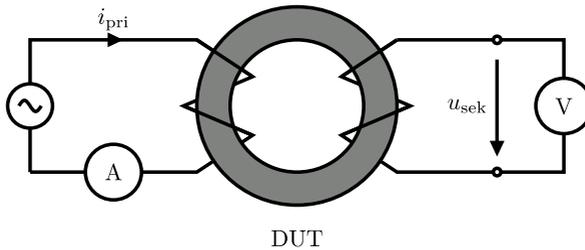


Abbildung 2.17: Verlustmessung (grundsätzliches Prinzip)

ben, aus denen auf die magnetischen Feldgrößen innerhalb des Testkerns geschlossen werden kann. Die magnetische Feldstärke $H(t)$ lässt sich aus $i_{\text{pri}}(t)$ und die magnetische Flussdichte $B(t)$ aus $u_{\text{sek}}(t)$ herleiten. Eine Auswertung des Durchflu-

tungsgesetzes liefert zunächst den zeitlichen Verlauf der magnetischen Feldstärke im Kern:

$$H(t) \approx \frac{N_{\text{pri}} \cdot i_{\text{pri}}(t)}{l_{\text{Fe}}} \quad (2.17)$$

Es wird angenommen, dass der Kernfluss auf der Sekundärseite eine Spannung induziert. Über das Induktionsgesetz kann demnach die zeitliche Ableitung der Flussdichte bestimmt werden:

$$\frac{\partial B(t)}{\partial t} \approx \frac{u_{\text{sek}}(t)}{N_{\text{sek}} \cdot A_{\text{Fe}}} \quad (2.18)$$

Aus den beiden Größen erhält man die volumenbezogene Leistungsdichte $p_{\text{Fe},V}$ mit:

$$p_{\text{Fe},V}(t) = H(t) \cdot \frac{\partial B(t)}{\partial t} \approx \frac{N_{\text{pri}}}{N_{\text{sek}}} \cdot \frac{1}{V_{\text{Fe}}} \cdot u_{\text{sek}}(t) \cdot i_{\text{pri}}(t)$$

mit $V_{\text{Fe}} = l_{\text{Fe}} \cdot A_{\text{Fe}}$ (2.19)

Zu beachten gilt, dass $p_{\text{Fe},V}$ bei elektrisch leitfähigen Kernmaterialien (so wie das für diese Arbeit verwendete eisenbasierte, nanokristalline Bandmaterial) sowohl Hystereseverluste als auch Wirbelstromverluste enthält. Diese steigen für sinusförmige Stromformen quadratisch mit Flussdichte B , Frequenz f_s und Banddicke d_{Band} sowie linear mit dem Kernvolumen an [71]. Im späteren Verlustmodell werden Hystereseverluste und Wirbelstromverluste demnach immer gemeinsam verwendet.

Um die mittlere Verlustleistung pro Volumen zu berechnen, wird der zeitliche Mittelwert gebildet. Bei einem verlustfreien Kern, sinusförmiger Anregung und idealer Kopplung wären Primärstrom und Sekundärspannung beide sinusförmig und genau 90° zueinander phasenverschoben (Wirkleistung = 0 W). Beim verlustbehafteten Fall entsteht im Gegensatz dazu eine Wirkleistungskomponente, welche durch die Mittelwertbildung bestimmt werden kann.

$$\overline{p_{\text{Fe},V}} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\text{Fe},V}(t) dt \approx \frac{N_{\text{pri}}}{N_{\text{sek}}} \frac{1}{V_{\text{Fe}}} \frac{1}{T} \int_0^T i_{\text{pri}}(t) u_{\text{sek}}(t) dt \quad (2.20)$$

Alternativ lassen sich auch die massenbezogene Verlustleistungsdichte $p_{\text{Fe},m}$ und die absoluten Verluste P_v bestimmen zu:

$$\overline{p_{\text{Fe},m}} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\text{Fe},m}(t) dt \approx \frac{N_{\text{pri}}}{N_{\text{sek}}} \frac{1}{m_{\text{Fe}}} \frac{1}{T} \int_0^T i_{\text{pri}}(t) u_{\text{sek}}(t) dt \quad (2.21)$$

$$P_v = \frac{N_{\text{pri}}}{N_{\text{sek}}} \frac{1}{T} \int_0^T i_{\text{pri}}(t) u_{\text{sek}}(t) dt \quad (2.22)$$

Um die Verluste einzuordnen, kann die zugehörige Flussdichte $B(t)$ beziehungsweise der Spitzenwert B_p aus der induzierten Spannung u_{sek} bestimmt werden. Es wird vereinfacht angenommen, dass im Kern kein DC-Flussanteil existiert.

$$B(t) = \frac{1}{N_{\text{sek}} A_{\text{Fe}}} \int u_{\text{sek}}(t) dt \quad (2.23)$$

$$B_p = \hat{B}(t) \quad (2.24)$$

Die Werte für die Verlustleistungsdichte entsprechen bei sinusförmiger Anregung im Idealfall der empirischen STEINMETZ-Gleichung (ursprünglich nach [79], im Folgenden Steinmetz Equation (SE) genannt). Bei diesem Modell müssen für jedes betrachtete Magnetmaterial die so genannten STEINMETZ-Koeffizienten entweder vom Hersteller vorgegeben oder durch Ausgleichsrechnung bestimmt werden. [79] beschreibt die Abhängigkeit der Kernverluste von der Stärke des magnetischen Feldes als Potenzfunktion. In [28] findet sich unter anderem folgende Ausformulierung dieses Gesetzes:

$$P_v = p_0 \cdot f^\alpha (B_p)^\beta \quad (2.25)$$

p_0 (in [28] ursprünglich k genannt) entspricht einem Proportionalitätsfaktor, welcher gemeinsam mit α und β die STEINMETZ-Koeffizienten darstellt. f_s entspricht wie bisher der anregenden Frequenz. Da die Koeffizienten frequenzabhängig sind ([78],[28]), können sie immer nur für einen bestimmten Frequenzbereich angegeben werden. In [71] wird deshalb eine abgewandelte Form des Gesetzes beschrieben, welche die STEINMETZ-Koeffizienten auf den gewählten Arbeitsbereich bezieht:

$$p_{\text{Fe},m} = p_0 \left(\frac{F}{F_0} \right)^x \left(\frac{f_s}{f_{s,0}} \right)^y \left(\frac{B_p}{B_{p,0}} \right)^z \quad (2.26)$$

F ist ein Formfaktor, der auch leichte Änderungen der Sinusform zulässt. F_0 , $f_{s,0}$ und $B_{p,0}$ entsprechen den Referenzwerten für den anzuwendenden Bereich, x , y und z den angepassten STEINMETZ-Koeffizienten. Für amorphe und nanokristalline Materialien finden sich die Werte $x \approx 1,6$, $y \approx 1,8$ und $z \approx 2$ im Frequenzbereich $f_s = 20 \dots 100 \text{ kHz}$ [80] [71].

In verschiedenen Abwandlungen sind bis heute unterschiedliche Modifikationen und Optimierungen an der ursprünglichen STEINMETZ-Gleichung vorgenommen worden. Insbesondere in Bezug auf die starke Abweichung des STEINMETZ-Modells für nicht sinusförmige beziehungsweise -ähnliche Signalformen, gerade in den Anwendungen mit Filterinduktivität in leistungselektronischen Wandlern, sind viele weitere Arbeiten entstanden. Die grundlegende Erkenntnis, dass die Verlustleistung im Kern nicht nur von der Amplitude der Flussdichte, sondern maßgeblich auch von der

Änderungsgeschwindigkeit der Magnetisierung dM/dt beeinflusst wird, beschreibt [81]. In [82] wird diese Überlegung aufgegriffen und eine modifizierte STEINMETZ-Gleichung (im Folgenden Modified Steinmetz Equation (MSE) genannt) präsentiert. Diese beschreibt die Ersatz-Frequenz f_{eq} über das Integral der Änderungsrate der Flussdichte dB/dt , welche dM/dt direkt proportional ist [82]:

$$P_{\text{MSE}} = p_0 \cdot f_{\text{eq}}^{\alpha-1} \cdot (B_p)^\beta \cdot f_s \quad (2.27)$$

$$\text{mit} \quad f_{\text{eq}} = \frac{2}{(\Delta B)^2 \pi^2} \int_0^T \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad (2.28)$$

Weitere Varianten sind die Generalized Steinmetz Equation (GSE) [83] sowie die Natural Steinmetz Equation (NSE) [84], welche die Modelle SE und MSE vereinheitlichen. Eine weitere kleine Veränderung findet sich in der Weiterentwicklung improved Generalized Steinmetz Equation (iGSE) [85]. Diese berücksichtigt nun stärker den Einfluss von kleinen Unter-Schleifen, die innerhalb der großen Hystereseschleife auftreten und ist gleichzeitig einfach anzuwenden. [86] und [87] fassen diese und weitere Möglichkeiten zusammen und vergleichen die Genauigkeit und Anwendbarkeit. Zu den neueren Varianten zählt die improved-improved Generalized Steinmetz Equation (i2GSE) [88], welche die iGSE um einen Term ergänzt, der Relaxationseffekte im Magnetmaterial berücksichtigt. Die Improved Steinmetz Equation (ISE) [89] und die Rectangular Extension of Steinmetz Equation (RESE) [90] versprechen eine höhere Genauigkeit für sehr kleine und sehr große Tastgrade d bei dreiecksförmigen Signalen.

Da sich im weiteren Verlauf dieser Arbeit trapez- und dreiecksförmige Signalformen mit Unter-Schleifen als hauptsächlich zu untersuchende Signalformen herausstellen werden, soll an dieser Stelle die iGSE als guter Kompromiss aus Genauigkeit und einfacher Anwendbarkeit ausgewählt und noch einmal dargestellt sein:

$$\begin{aligned} P_{\text{iGSE}} &= \frac{1}{T} \int_0^T p_0 \left| \frac{dB}{dt} \right|^\alpha (\Delta B)^{\beta-\alpha} dt \\ &= f_s \int_0^{\frac{1}{f_s}} p_0 \left| \frac{dB}{dt} \right|^\alpha (\Delta B)^{\beta-\alpha} dt \end{aligned} \quad (2.29)$$

Hier repräsentiert ΔB den Spitze-Tal-Wert der jeweiligen Unter-Schleife. Das Integral muss demnach aufgeteilt und für jede Unter-Schleife separat gelöst werden. p_0 , α und β sind weiterhin die STEINMETZ-Koeffizienten für sinusförmige Anregung. Diese können wie bei der SE durch Ausgleichsrechnung gefunden werden.

2.6 Regelung des DC-Anteils im Kern

Eine elementare Voraussetzung für den Betrieb der gekoppelten Induktivität ist die sichere Auslegung der Kerne, um Sättigungseffekte zu vermeiden. Aufgrund der entgegengesetzten Stromführung ergibt sich der Fluss des Koppelkerns aus der Stromdifferenz $i_k(t) = i_1(t) - i_2(t)$. Bei der Auslegung wird davon ausgegangen, dass die Mittelwerte (DC-Anteile) der jeweiligen Phasenströme gleich sind ($\overline{i_1} - \overline{i_2} = 0 \text{ A}$). Bei exakt symmetrischem Aufbau der gekoppelten Induktivität entstehen bei Einstellung des gleichen Tastgrades d für alle Halbbrücken keine DC-Flussanteile und der Koppelkern kann maximal ausgenutzt werden. Da Wicklungswiderstand und Induktivität der einzelnen Phasen jedoch niemals vollkommen gleich sind, bleibt in der realen Anwendung selbst bei gleichen Tastgraden ein Unterschied zwischen den Phasenströmen und damit ein DC-Anteil im Fluss des Koppelkerns $\Phi_k(t) \propto i_k(t)$ bestehen.

Um den sicheren Betrieb des CI innerhalb der Sättigungsgrenzen in der realen Anwendung zu garantieren, muss eine Regelung der Phasenströme vorgesehen werden, die über relative Tastgradänderungen deren DC-Anteile ausbalanciert. Je nach Anwendung kann eine Spannungsregelung kaskadiert oder über modellbasierte Mehrgrößen-Zustandsregelung (vergleiche [91]) hinzu geschaltet werden. Abb. 2.18 zeigt die allgemeine Zustandsraumdarstellung.

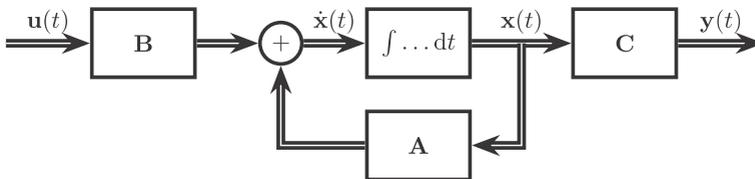


Abbildung 2.18: Systembeschreibung im Zustandsraum

Für den Fall einer Stromregelung bei konstanter Eingangsspannung U_h gilt:

- $\mathbf{u}(t)$: Eingangsgrößen des Systems (Spannungen $u_{\text{ph},x}$)
- $\mathbf{y}(t)$: Ausgangsgrößen des Systems (Ströme i_ℓ und i_k)
- $\mathbf{x}(t)$: Zustandsgrößen des Systems (Ströme i_1 und i_2)
- \mathbf{A} : Systemmatrix (Wirkung der Zustandsgrößen aufeinander)

- **B**: Eingangsmatrix (Wirkung der Eingangsgrößen auf die Zustandsgrößen)
- **C**: Ausgangsmatrix (Wirkung der Zustandsgrößen auf die Ausgangsgrößen)

Die Beschreibung des zweiphasig gekoppelten Induktors im Zustandsraum und die zugehörige Untersuchung der Regelbarkeit unterschiedlicher Ausgangs- und Störgrößen findet sich in Kapitel 5.

Kapitel 3

Mathematische Modellbildung elektrischer Teil

Um das Verständnis für die Vorgehensweise zur Auslegung der gekoppelten Induktivität zu verbessern, wird die mathematische Modellbildung in einen elektrischen und einen magnetischen Teil gegliedert. Dies dient vor allem dazu, die beiden Effekte der Kopplung (Induktivität, Gegeninduktivität) und der magnetischen Geometrie (Reaktanzmodell, Materialauswahl) gedanklich voneinander trennen zu können. Kapitel 3 beschreibt den elektrischen Teil der Modellbildung. Um die mathematischen Herleitungen übersichtlich zu halten, werden nur wesentliche Schritte aufgeführt. Die vollständigen Herleitungen finden sich in Anhang A.

3.1 Ersatzschaltbild gekoppelte Induktivitäten

Um die mathematische Modellbildung einzuleiten, wird zunächst aus den allgemeinen Gleichungen für Transformatoren mit Hilfe des Kopplungsfaktors k ein Ersatzschaltbild (vgl. [53]) hergeleitet, welches die Grundlage für alle weiteren Betrachtungen bildet. Zum besseren Verständnis wird zunächst der zweiphasige Fall (Coupled inductor 2-phase (CII)) behandelt und später das Modell auf den mehrphasigen Cn erweitert.

3.1.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$

Im CII gilt für die beiden Phasen nach Gleichung (2.3) ein Phasenversatz von $\Delta\phi = 180^\circ$. Zunächst werden die beiden Induktivitätsspannungen u_{L_1} und u_{L_2} durch die folgenden Transformator-Gleichungen beschrieben:

$$u_{L_1} = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (3.1)$$

$$u_{L_2} = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \quad (3.2)$$

Dabei stellen L_1 und L_2 die Eigeninduktivitäten der Wicklungen sowie M die Kopplungsbeziehungswise Gegeninduktivität dar. Das $(-)$ resultiert aus der gegensinnigen Wicklung¹. Dadurch wird in der jeweils anderen Spule eine Gegenspannung erzeugt. Nach Umformung von Gleichung (3.1) nach di_1/dt und Gleichung (3.2) nach di_2/dt ergibt sich:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1} (u_{L_1} + M \frac{di_2}{dt}) \quad (3.3)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L_2} (u_{L_2} + M \frac{di_1}{dt}) \quad (3.4)$$

Wird (3.3) in (3.2) und (3.4) in (3.1) eingesetzt, zeigt sich:

$$u_{L_1} = L_1 \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right) \frac{di_1}{dt} - \frac{M}{L_2} u_{L_2} \quad (3.5)$$

$$u_{L_2} = L_2 \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right) \frac{di_2}{dt} - \frac{M}{L_1} u_{L_1} \quad (3.6)$$

Mit

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (3.7)$$

$$L_{k,1} = L_1 (1 - k^2) \quad (3.8)$$

$$L_{k,2} = L_2 (1 - k^2) \quad (3.9)$$

resultiert daraus:

$$u_{L_1} = L_1 (1 - k^2) \frac{di_1}{dt} - k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} u_{L_2} = L_{k,1} \frac{di_1}{dt} - k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} u_{L_2} \quad (3.10)$$

$$u_{L_2} = L_2 (1 - k^2) \frac{di_2}{dt} - k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} u_{L_1} = L_{k,2} \frac{di_2}{dt} - k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} u_{L_1} \quad (3.11)$$

¹Wird in der Literatur teilweise auch mit $+$ beschrieben, dafür dann mit negativem Kopplungsfaktor k . Für diese Arbeit gilt immer $k > 0$. Das Vorzeichen wird durch die jeweilige Stromrichtung festgelegt.

$L_{k,1}$ und $L_{k,2}$ beschreiben jeweils die resultierenden Streuinduktivitäten. Diese entsprechen der Induktivität L_s im L-Ersatzschaltbild des Transformators (siehe Abb. 3.2). Sie können direkt durch eine Messung bei jeweils sekundärseitigem Kurzschluss bestimmt werden (3.2b). Abschnitt 4.4 fasst die verschiedenen Induktivitätswerte in einer Übersicht zusammen. Wird $L_1 = L_2 = L$ (Symmetrie der beiden Wicklungen) angenommen, folgt daraus:

$$u_{L_1} = L (1 - k^2) \frac{di_1}{dt} - k u_{L_2} = L_k \frac{di_1}{dt} - k u_{L_2} \tag{3.12}$$

$$u_{L_2} = L (1 - k^2) \frac{di_2}{dt} - k u_{L_1} = L_k \frac{di_2}{dt} - k u_{L_1} \tag{3.13}$$

mit $L_k \cdot di_1/dt = u_{L_{k,1}}$ und $L_k \cdot di_2/dt = u_{L_{k,2}}$.

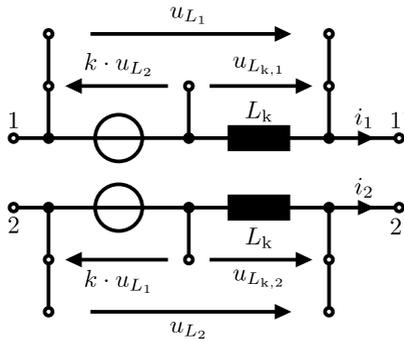


Abbildung 3.1: Ersatzschaltbild einer gekoppelten Induktivität [53]

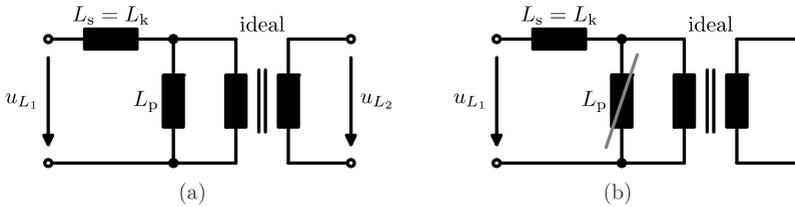


Abbildung 3.2: (a): L-Ersatzschaltbild des Transformators; (b): Sekundärseite kurzgeschlossen

Aus Gleichung (3.12) und Gleichung (3.13) folgt das Ersatzschaltbild in Abb. 3.1. Die Streuinduktivität L_k hängt im zweiphasigen Fall vom quadratischen Kopplungsfaktor k^2 ab und ist die resultierende Glättungsinduktivität für den Strom. Bei $k = 1$

wäre die Stromsteilheit mathematisch unendlich. Daraus folgt, dass abhängig von L ein Maximum für k existiert, bei dem gerade noch eine ausreichende Glättung beziehungsweise eine genügend große Streuinduktivität L_k vorhanden ist. Dieses Minimum an Streuinduktivität lässt sich anhand der in Abschnitt 3.2 zu erarbeitenden Zusammenhänge für den maximalen Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ abschätzen.

In der Praxis wird $k = 1$ durch den nicht idealen Aufbau einer gewickelten Induktivität niemals erreicht. Aus diesem Grund kann ein idealer Kurzschluss der beiden Phasen nicht auftreten. Bemerkt werden muss allerdings, dass ein hoher Kopplungsfaktor und der damit einhergehende verhältnismäßig geringere A_L -Wert des Streupfades bei der Auslegung durch eine Erhöhung der Windungszahl kompensiert werden müssen. Diese ist wiederum durch die maximale Stromdichte im Leiter und das Wicklungsfenster begrenzt.

3.1.2 Höhere Phasenzahl $N_{\text{ph}} > 2$

Eine Erweiterung des Ersatzschaltbildes auf höhere Phasenzahlen ist ohne weitere Einschränkungen möglich. Die Herleitungen in diesem Abschnitt gelten ebenso für eine gerade wie für eine ungerade Anzahl an Phasen. Es soll an dieser Stelle jedoch angemerkt sein, dass für eine Auslöschung des DC-Flusses im Koppelkern eine gerade Anzahl an Phasen gewählt werden muss. Auf Einschränkungen diesbezüglich wird an den entsprechenden Stellen hingewiesen.

Um das Ersatzschaltbild für N_{ph} Phasen herzuleiten, werden zunächst wieder die allgemeinen Gleichungen für Transformatoren herangezogen.

$$u_{L_x} = L \frac{di_x}{dt} + \sum_s \left(M_{x,s} \frac{di_s}{dt} \right) - \sum_r \left(M_{x,r} \frac{di_r}{dt} \right) \quad (3.14)$$

Hierbei gelten folgende Festlegungen:

- x: aktuell betrachtete Phase
- s: gleichsinnig zur aktuell betrachteten Phase gewickelte Phasen
- r: gegensinnig zur aktuell betrachteten Phase gewickelte Phasen

Folgendes Gleichungssystem gilt beispielhaft für eine gekoppelte Induktivität (CI) mit $N_{\text{ph}} = 4$ und Wicklungsorientierung $[+ - + -]$. + und - stehen hier für die

Richtung, in der die Phase mit der jeweiligen Phasenlage $[0^\circ \ 90^\circ \ 180^\circ \ 270^\circ]$ durch den Kern geführt ist.

$$u_{L_1} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{1,3} \frac{di_3}{dt} - M_{1,2} \frac{di_2}{dt} - M_{1,4} \frac{di_4}{dt} \quad (3.15)$$

$$u_{L_2} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{2,4} \frac{di_4}{dt} - M_{2,1} \frac{di_1}{dt} - M_{2,3} \frac{di_3}{dt} \quad (3.16)$$

$$u_{L_3} = L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{3,1} \frac{di_1}{dt} - M_{3,2} \frac{di_2}{dt} - M_{3,4} \frac{di_4}{dt} \quad (3.17)$$

$$u_{L_4} = L_4 \frac{di_4}{dt} + M_{4,2} \frac{di_2}{dt} - M_{4,1} \frac{di_1}{dt} - M_{4,3} \frac{di_3}{dt} \quad (3.18)$$

Mit $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L$, $M_{1,2} = M_{2,1} = M_{3,4} = M_{4,3} = \dots = M$ und $k = M/L$ ergibt sich:

$$u_{L_x} = L \frac{di_x}{dt} + k L \left(\sum_s \frac{di_s}{dt} - \sum_r \frac{di_r}{dt} \right) \quad (3.19)$$

Analog zum zweiphasigen Fall muss auch hier das Gleichungssystem (3.20) gelöst werden, so dass die jeweilige Spannung u_{L_x} nur noch vom zugehörigen Strom i_x abhängt:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{u_{L_1}}{L} \\ \frac{u_{L_2}}{L} \\ \frac{u_{L_3}}{L} \\ \vdots \\ \frac{u_{L_{N_{\text{ph}}}}}{L} \end{pmatrix}}_{\mathbf{V}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & k & k & \cdots & k \\ k & 1 & k & \cdots & k \\ k & k & 1 & & k \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ k & k & k & \cdots & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{K}} \cdot \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_{N_{\text{ph}}} \end{pmatrix}}_{\mathbf{i}} \quad (3.20)$$

Die Vorzeichen der Ströme in \mathbf{i} werden für die allgemeine Herleitung zunächst vernachlässigt. Sie können später je nach Kopplungsrichtung der einzelnen Phasen eingesetzt werden. Eine Möglichkeit, das Gleichungssystem zu lösen, ist die inverse Matrix \mathbf{K}^{-1} zu berechnen, so dass Gleichung (3.20) nach \mathbf{i} umgeformt werden kann:

$$\mathbf{i} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{V} \quad (3.21)$$

\mathbf{K}^{-1} genügt folgender Vorschrift (Herleitung siehe Anhang A.1):

$$\mathbf{K}^{-1} = \frac{1}{1 + (N_{\text{ph}} - 2)k - (N_{\text{ph}} - 1)k^2} \cdot \begin{pmatrix} (N_{\text{ph}} - 2)k + 1 & -k & \cdots & -k \\ -k & (N_{\text{ph}} - 2)k + 1 & & -k \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -k & -k & \cdots & (N_{\text{ph}} - 2)k + 1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

\mathbf{K} kann ganz allgemein als Matrix der Kopplungsfaktoren k und \mathbf{K}^{-1} als Matrix der reziproken Streufaktoren $1/\sigma$ bezeichnet werden. \mathbf{K}^{-1} enthält auf der Hauptdiagonalen die reziproken Streufaktoren der jeweiligen Phase und auf den verbleibenden Positionen die reziproken Streuanteile, mit denen die anderen Phasen auf die gewählte Phase einwirken. Es wird angenommen, dass die Kopplungs- und Streufaktoren in der gekoppelten Induktivität für jede Phase gleich sind. Nach Einsetzen von (3.22) in (3.21) und anschließender Umformung ergibt sich folgender Zusammenhang für die Spannungen u_{L_x} :

$$u_{L_x} = L \cdot \frac{1 + (N_{\text{ph}} - 2)k - (N_{\text{ph}} - 1)k^2}{(N_{\text{ph}} - 2)k + 1} \cdot \frac{di_x}{dt} + \frac{k}{(N_{\text{ph}} - 2)k + 1} \left(\sum_s u_{L_s} - \sum_r u_{L_r} \right) \quad (3.23)$$

Die für das Ersatzschaltbild in Abb. 3.3 benötigten Größen lauten demnach ganz allgemein für N_{ph} -Phasen:

$$u_{L_x} = u_{L_{k,x}} + u_{k,x} \quad (3.24)$$

$$u_{L_{k,x}} = L_k \frac{di_x}{dt} \quad (3.25)$$

$$L_k = L \cdot \frac{1 + (N_{\text{ph}} - 2)k - (N_{\text{ph}} - 1)k^2}{(N_{\text{ph}} - 2)k + 1} \quad (3.26)$$

$$u_{k,x} = \frac{k}{(N_{\text{ph}} - 2)k + 1} \left(\sum_s u_{L_s} - \sum_r u_{L_r} \right) \quad (3.27)$$

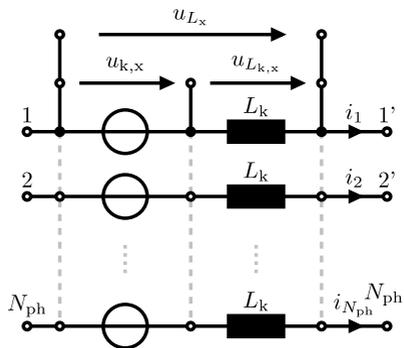


Abbildung 3.3: Ersatzschaltbild C_n (nach [53])

3.2 Stromverläufe

Gleichung (3.27) zeigt, dass die eingekoppelte Spannung $u_{k,x}$ der betrachteten Phase aus der Differenz der gegen- und mitgekoppelten Spannungen der jeweils anderen Phasen gebildet wird. Um nun die Stromverläufe in den Induktivitäten zu berechnen, sind die Spannungsabfälle über L_k zu bestimmen (k : Kopplungsfaktor; d : Tastgrad). Es gilt im Zweiquadrantensteller ganz allgemein für den eingeschwungenen Zustand:

$$u_{L_{k,x}} = u_{ph,x} - u_{k,x} - d \cdot U_h \tag{3.28}$$

$$u_{k,x} = \frac{k}{(N_{ph} - 2) \cdot k + 1} \cdot \left(\sum_s u_{ph,s} - \sum_r u_{ph,r} - d \cdot U_h \cdot \left(\sum_s 1 - \sum_r 1 \right) \right) \tag{3.29}$$

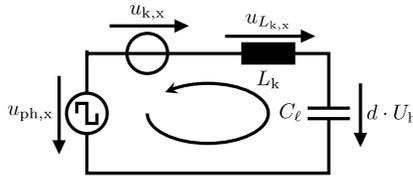
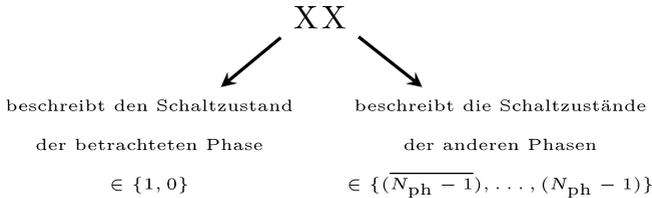


Abbildung 3.4: Maschenumlauf im Ersatzschaltbild

$u_{ph,x}$, $u_{ph,s}$ und $u_{ph,r}$ entsprechen den geschalteten Spannungen der Halbbrücken. Da sie jeweils vom Schaltzustand der Halbbrücken abhängen, müssen sie fallabhängig betrachtet werden. Im Folgenden wird eine Notation eingeführt, welche die jeweiligen Fälle (beziehungsweise Schaltzustände) beschreibt. Sie besteht aus zwei Ziffern, von denen die erste den Schaltzustand der betrachteten Phase angibt und die zweite die aufsummierten Schaltzustände der anderen Phasen zusammenfasst.



Wenn zum Beispiel in einem zweiphasigen System mit Wicklungsorientierung [+−] bei Phase 1 der obere Schalter und bei Phase 2 der untere Schalter geschlossen

ist, handelt es sich um den Fall „10“ (Abb. 3.5a). Bei Wicklungsorientierung $[+ -]$ beschreibt der Fall „ $0\bar{2}$ “ einen Zustand, in dem bei Phase 1 der untere und bei den Phasen 2 und 3 jeweils der obere Schalter geschlossen ist (Abb. 3.5b). In Anhang A.2 findet sich für ein besseres Verständnis zur Wicklungsorientierung $[+ -]$ eine vollständige Angabe aller möglichen Zustände und deren Bezeichnung nach dem Notationsschema.

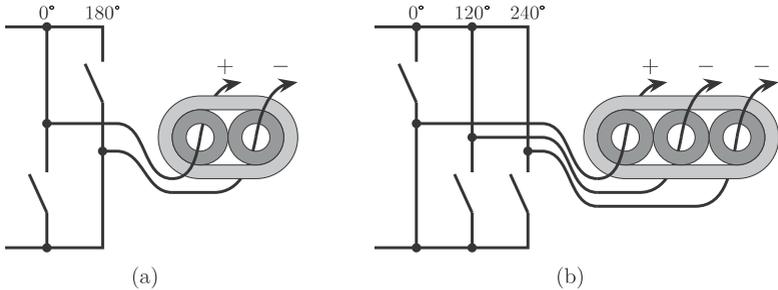


Abbildung 3.5: (a): Fall: „10“, Wicklungsorientierung: $[+ -]$; (b): Fall: „ $0\bar{2}$ “, Wicklungsorientierung: $[+ - -]$

Die folgenden Abschnitte behandeln die Herleitung der Stromformen für CII und Coupled inductor 4-phase (CIV). In beiden Fällen werden jeweils gerade Phasenanzahlen mit symmetrischen Wicklungsorientierungen verwendet, sodass eine Auslöschung der DC-Flussanteile im Koppelkern stattfinden kann. Ebenfalls wird der zeitliche Versatz der Phasen zueinander symmetrisch sein. Beim CIV muss dabei zudem zwischen zwei Fällen unterschieden werden.

3.2.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$

Im zweiphasigen Fall gilt die Wicklungsorientierung $[+ -]$ bei Phasenversatz $[0^\circ 180^\circ]$ und somit lässt sich zunächst Gleichung (3.29) mit $N_{\text{ph}} = 2$ vereinfachen zu:

$$\begin{aligned}
 u_{k,x} &= k \cdot (-u_{\text{ph},r} + d \cdot U_h) \\
 \Rightarrow u_{k,1} &= k \cdot (-u_{\text{ph},2} + d \cdot U_h) \\
 \Rightarrow u_{k,2} &= k \cdot (-u_{\text{ph},1} + d \cdot U_h)
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

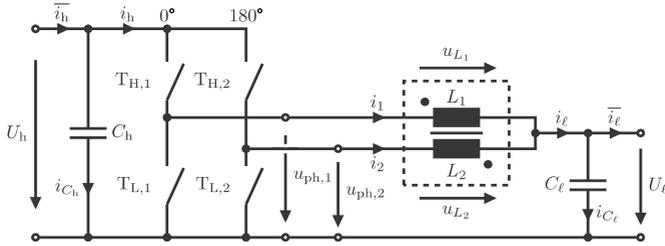


Abbildung 3.6: Zweiphasiger Zweiquadrantensteller mit gekoppelter Induktivität (CII)

Und damit ergibt sich aus (3.28) für $u_{L_{k,x}}$:

$$\begin{aligned} u_{L_{k,x}} &= u_{\text{ph},x} + k \cdot u_{\text{ph},r} - d \cdot U_h \cdot (1 + k) \\ \Rightarrow u_{L_{k,1}} &= u_{\text{ph},1} + k \cdot u_{\text{ph},2} - d \cdot U_h \cdot (1 + k) \\ \Rightarrow u_{L_{k,2}} &= u_{\text{ph},2} + k \cdot u_{\text{ph},1} - d \cdot U_h \cdot (1 + k) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Mit Gleichung (3.25) lässt sich di_x/dt bestimmen zu:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{u_{L_{k,1}}}{L_k} \quad (3.32)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{u_{L_{k,2}}}{L_k} \quad (3.33)$$

Bezüglich (3.32) und (3.33) müssen 4 Fälle unterschieden werden:

- Fall 00: $u_{\text{ph},x} = 0 \text{ V}$; $u_{\text{ph},r} = 0 \text{ V}$:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{00} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{00} = -\frac{d \cdot U_h \cdot (1 + k)}{L_k} \quad (3.34)$$

- Fall 10: $u_{\text{ph},x} = U_h$; $u_{\text{ph},r} = 0 \text{ V}$:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{10} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{10} = \frac{U_h \cdot (1 - d \cdot (1 + k))}{L_k} \quad (3.35)$$

- Fall 01: $u_{\text{ph},x} = 0 \text{ V}$; $u_{\text{ph},r} = U_h$:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{01} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{01} = \frac{U_h \cdot (k - d \cdot (1 + k))}{L_k} \quad (3.36)$$

- Fall 1 $\bar{1}$: $u_{\text{ph},x} = U_{\text{h}}$; $u_{\text{ph},r} = U_{\text{h}}$:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{1\bar{1}} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{1\bar{1}} = \frac{U_{\text{h}} \cdot (1-d) \cdot (1+k)}{L_{\text{k}}} \quad (3.37)$$

Die Herleitung der Stromwelligkeit erfolgt im Folgenden separat für $d \leq 0,5$ beziehungsweise $d > 0,5$ durch Multiplikation mit der Dauer des Stromanstieges.

$$\Delta i_{\text{x}} = d \cdot \frac{1}{f_{\text{s}}} \cdot \frac{di_{\text{x}}}{dt} \quad (3.38)$$

Phasen-Stromrippel für $d \leq 0,5$ und $N_{\text{ph}} = 2$:

Es ergeben sich die ersten drei Stromrippel für $d \leq 0,5$ zu (siehe Abb. 3.7):

$$\Delta i_{\text{x}} \Big|_{00} = (0,5 - d) \frac{1}{f_{\text{s}}} \left. \frac{di_{\text{x}}}{dt} \right|_{00} = -(0,5 - d) \cdot \frac{d U_{\text{h}} (1+k)}{L_{\text{k}} f_{\text{s}}} \quad (3.39)$$

$$\Delta i_{\text{x}} \Big|_{10} = d \frac{1}{f_{\text{s}}} \left. \frac{di_{\text{x}}}{dt} \right|_{10} = d \cdot \frac{U_{\text{h}} (1-d) (1+k)}{L_{\text{k}} f_{\text{s}}} \quad (3.40)$$

$$\Delta i_{\text{x}} \Big|_{0\bar{1}} = d \frac{1}{f_{\text{s}}} \left. \frac{di_{\text{x}}}{dt} \right|_{0\bar{1}} = d \cdot \frac{U_{\text{h}} (k-d) (1+k)}{L_{\text{k}} f_{\text{s}}} \quad (3.41)$$

$\Delta i_{\text{x}}|_{10}$ ist hierbei der betragsmäßig größte Rippel. Um zu ermitteln, bei welchem Tastgrad $\Delta i_{\text{x}}|_{10}$ maximal wird, muss nach d abgeleitet werden:

$$\frac{\partial}{\partial d} \Delta i_{\text{x}} \Big|_{10} = \frac{U_{\text{h}}}{L_{\text{k}} \cdot f_{\text{s}}} \cdot (1 - 2d (1+k))$$

Danach wird $\partial \Delta i_{\text{x}}|_{10} / \partial d = 0$ gesetzt:

$$0 = 1 - 2d \cdot (1+k)$$

$$\Leftrightarrow d_{\text{max}, \Delta i_{\text{x}}} = \frac{1}{2 \cdot (1+k)} = \{0,25 \dots 0,5\} \quad (3.42)$$

Es zeigt sich, dass das $d_{\text{max}, \Delta i_{\text{x}}}$ vom gewählten k abhängt und sich zwischen 0,25 und 0,5 bewegt (vergleiche mit Abb. 3.10a). Eingesetzt in Gleichung (3.40) ergibt sich der maximale Stromrippel $\Delta i_{\text{x}, \text{max}}$ für $d \leq 0,5$ zu:

$$\Delta i_{\text{x}, \text{max}} = \frac{1}{4 \cdot (1+k)} \cdot \frac{U_{\text{h}}}{L_{\text{k}} \cdot f_{\text{s}}} \quad (3.43)$$

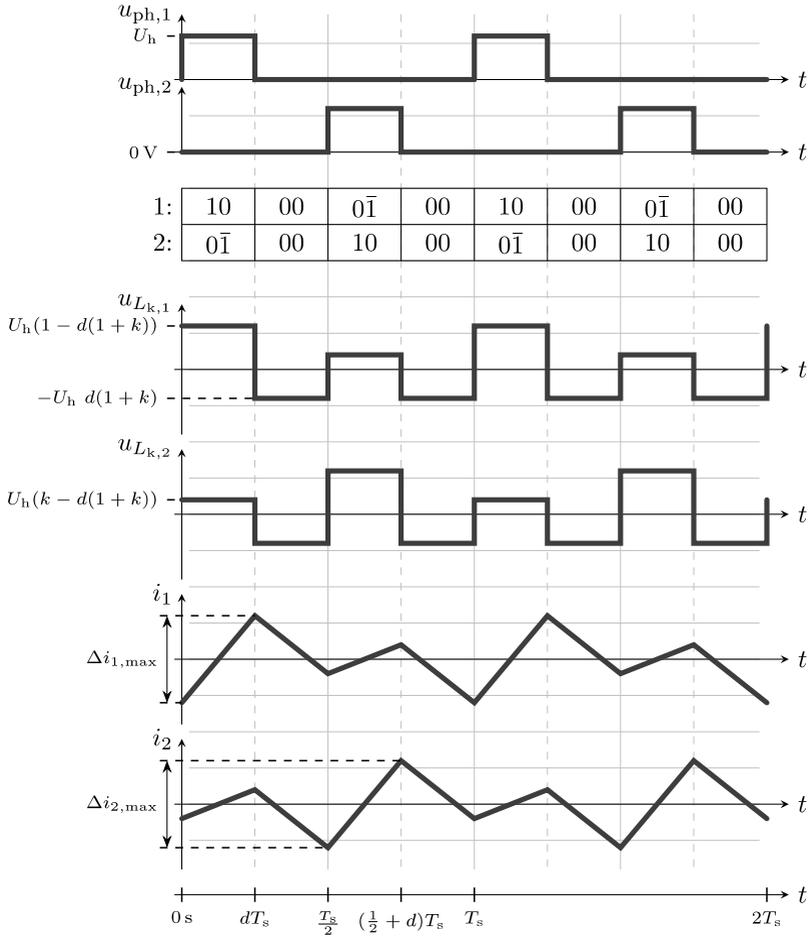


Abbildung 3.7: Stromrippel CII ($d \leq 0,5$), hier dargestellt: $d = 0,25$

Phasen-Stromrippel für $d > 0,5$ und $N_{\text{ph}} = 2$:

Für $d > 0,5$ lassen sich folgende Stromrippel berechnen (siehe Abb. 3.8):

$$\Delta i_x \Big|_{1\bar{1}} = (d - 0,5) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{1}} = (d - 0,5) \cdot \frac{U_h \cdot (1 - d) \cdot (1 + k)}{L_k \cdot f_s} \quad (3.44)$$

$$\Delta i_x \Big|_{10} = (1 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} = (1 - d) \cdot \frac{U_h \cdot (1 - d) \cdot (1 + k)}{L_k \cdot f_s} \quad (3.45)$$

$$\Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} = (1 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{0\bar{1}} = (1 - d) \cdot \frac{U_h \cdot (k - d) \cdot (1 + k)}{L_k \cdot f_s} \quad (3.46)$$

In diesem Fall ist $\Delta i_x|_{0\bar{1}}$ der größte Rippel. Für das Maximum wird wiederum nach d abgeleitet:

$$\frac{\partial}{\partial d} \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (-1 - 2k + 2d \cdot (1 + k))$$

Es wird $\partial \Delta i_x|_{0\bar{1}}/\partial d = 0$ gesetzt:

$$0 = -1 - 2k + 2d \cdot (1 + k)$$

$$\Leftrightarrow d_{\max, \Delta i_x} = \frac{1 + 2k}{2 \cdot (1 + k)} = \{0,5 \dots 0,75\} \quad (3.47)$$

$d_{\max, \Delta i_x}$ hängt auch hier vom gewählten k ab und bewegt sich zwischen 0,5 und 0,75. Eine grafische Veranschaulichung dieser Ergebnisse findet sich ebenfalls in Abb. 3.10a. Eingesetzt in Gleichung (3.46) ergibt sich der maximale Stromrippel $\Delta i_{x, \max}$ für $d > 0,5$ zu:

$$\Delta i_{x, \max} = -\frac{1}{4 \cdot (1 + k)} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \quad (3.48)$$

Es kann festgestellt werden, dass sich (3.43) und (3.48) bis auf das Vorzeichen gleichen, so dass für den CII für alle Tastgrade $d = \{0 \dots 1\}$ gilt:

$$|\Delta i_{x, \max}| = \frac{1}{4 \cdot (1 + k)} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \quad (3.49)$$

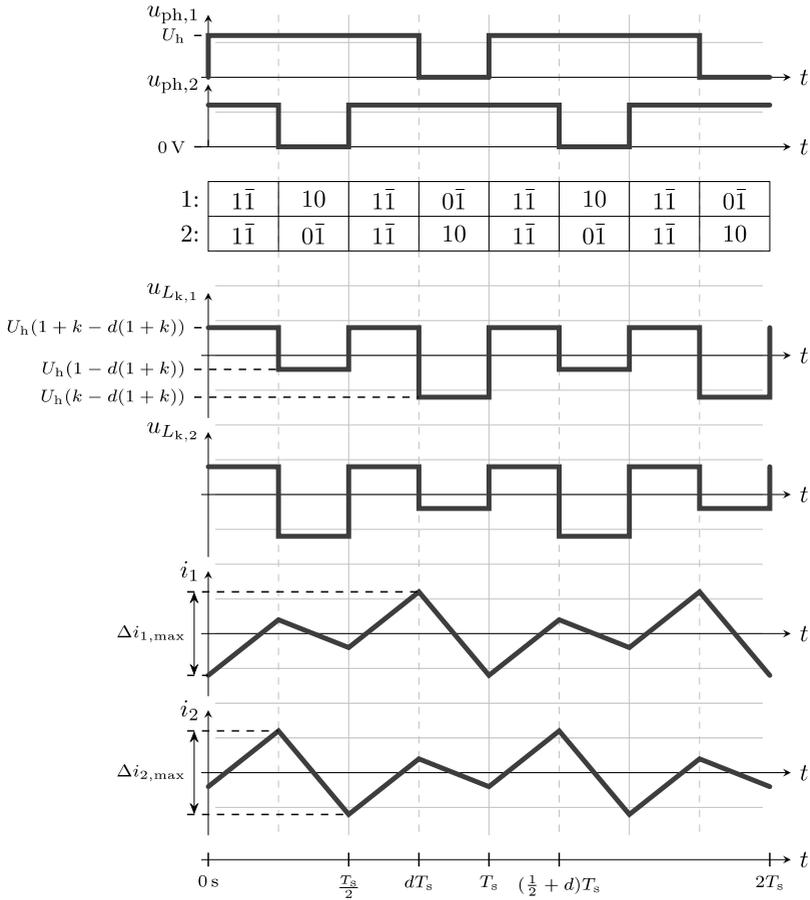
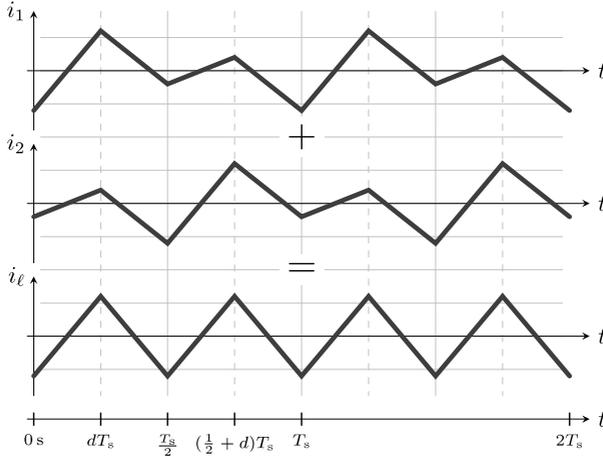


Abbildung 3.8: Stromrippel CII ($d > 0,5$), hier dargestellt: $d = 0,75$

Abbildung 3.9: Summen-Stromrippel an C_ℓ (CII)**Summen-Stromrippel:**

Der Summen-Stromrippel berechnet sich aus der Addition beider Phasen-Stromrippel zu den jeweiligen Zeitpunkten (siehe Abb. 3.9 und Abb. 3.10b):

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{d \leq 0,5} &= \Delta i_x \Big|_{10}^{d \leq 0,5} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}}^{d \leq 0,5} = -2 \cdot \Delta i_x \Big|_{00}^{d \leq 0,5} \\ &= (1 - 2d) \cdot \frac{U_h \cdot d \cdot (1 + k)}{L_k \cdot f_s} \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{d > 0,5} &= 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}}^{d > 0,5} = - \left(\Delta i_x \Big|_{0\bar{1}}^{d > 0,5} + \Delta i_x \Big|_{10}^{d > 0,5} \right) \\ &= (2d - 1) \cdot \frac{U_h \cdot (1 + k) \cdot (1 - d)}{L_k \cdot f_s} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Die Maxima können wiederum durch Ableiten nach d bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial d} \Delta i_\ell \Big|^{d \leq 0,5} &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} (1 + k - 4d(1 + k)) \\ \frac{\partial}{\partial d} \Delta i_\ell \Big|^{d > 0,5} &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} (3(1 + k) - 4d(1 + k)) \end{aligned}$$

Mit $\partial |\Delta i_\ell|^{d \leq 0,5} / \partial d = 0$ und $\partial |\Delta i_\ell|^{d > 0,5} / \partial d = 0$ ergeben sich:

$$0 = 1 + k - 4d(1+k) \Leftrightarrow \boxed{d_{\max, \Delta i_\ell} \Big|^{d \leq 0,5} = \frac{1}{4}} \quad (3.52)$$

$$0 = 3(1+k) - 4d(1+k) \Leftrightarrow \boxed{d_{\max, \Delta i_\ell} \Big|^{d > 0,5} = \frac{3}{4}} \quad (3.53)$$

Werden jetzt die Werte in (3.50) und (3.51) eingesetzt, ergibt sich in beiden Fällen mit Gleichung (3.26):

$$\boxed{\Delta i_{\ell, \max} = \frac{1}{8} \frac{U_h(1+k)}{L_k f_s} = \frac{1}{8} \frac{U_h}{L f_s(1-k)}} \quad (3.54)$$

Es ist hinzuzufügen, dass sich beim CII die Frequenz des Summen-Stromrippels im Gegensatz zur einfachen Induktivität (SI) verdoppelt, f_s jedoch die Schaltfrequenz einer Phase beschreibt.

Weiterhin kann nun untersucht werden, wie sich Veränderungen des Tastgrades d und des Kopplungsfaktors k auf die Stromformen auswirken. Eine wichtige Abhängigkeit ist die bereits in Abschnitt 2.1 beschriebene Verkleinerung des maximalen Phasen-Stromrippels durch die Kopplung. Diese kann ausgedrückt werden durch das Verhältnis des Phasen-Stromrippels zum maximalen Summen-Stromrippel $\Gamma_{\Delta i_x}$ (siehe Abb. 3.10a):

$$\Gamma_{\Delta i_x} \Big|^{d \leq 0,5} = \left| \frac{\Delta i_{x10} \Big|^{d \leq 0,5}}{\Delta i_{\ell, \max}} \right| = \frac{8d(1-d(1+k))}{1+k} \quad (3.55)$$

$$\Gamma_{\Delta i_x} \Big|^{d > 0,5} = \left| \frac{\Delta i_{x01} \Big|^{d > 0,5}}{\Delta i_{\ell, \max}} \right| = \left| \frac{8(1-d)(k-d(1+k))}{1+k} \right| \quad (3.56)$$

$$\Gamma_{\Delta i_{\ell, \max}} = \left| \frac{\Delta i_{x, \max}}{\Delta i_{\ell, \max}} \right| = \frac{2}{(1+k)^2} \quad (3.57)$$

Analog dazu lassen sich auch der Summen-Stromrippel Δi_ℓ und der maximale Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ ins Verhältnis setzen und so mit der nicht gekoppelten Variante vergleichen (siehe Abb. 3.10b):

$$\Gamma_{\Delta i_\ell} \Big|^{d \leq 0,5} = \left| \frac{\Delta i_\ell \Big|^{d \leq 0,5}}{\Delta i_{\ell, \max}} \right| = 8d \cdot (1-2d) \quad (3.58)$$

$$\Gamma_{\Delta i_\ell} \Big|^{d > 0,5} = \left| \frac{\Delta i_\ell \Big|^{d > 0,5}}{\Delta i_{\ell, \max}} \right| = 8 \cdot (2d-1) \cdot (1-d) \quad (3.59)$$

Es zeigt sich, dass bei der hier gewählten Konfiguration des CII eine Verkleinerung des Phasen-Stromrippels mit steigendem Kopplungsfaktor ermöglicht wird. Der Fall $k = 0$ entspricht dem Single inductor 2-phase (SII) und für einen theoretischen Kopplungsfaktor von $k = 1$ wird der Phasen-Stromrippel im Vergleich zum SII auf bis zu $0,5 \Delta i_{\ell, \max}$ verkleinert (SII: $2 \Delta i_{\ell, \max}$; Faktor 4). Realistisch einstellbare Werte für die Reduktion des Phasenrippels liegen demnach zwischen diesen beiden Extremen (vergleiche Abb. 3.10a). Um CII und SII zu vergleichen, sollten die drei Größen U_h , \bar{i}_ℓ und Δi_ℓ immer konstant gehalten werden.

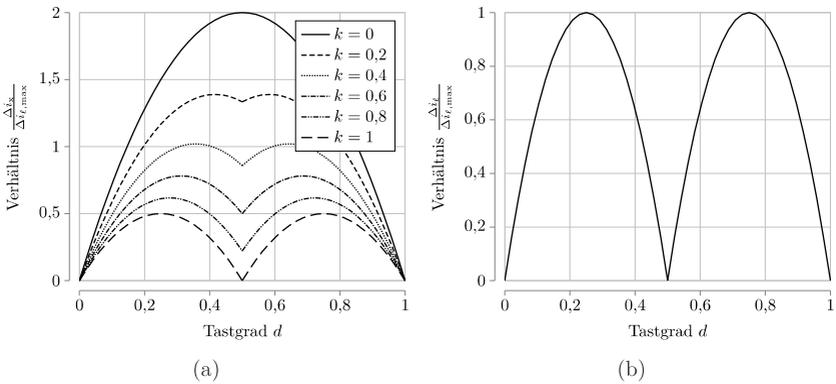


Abbildung 3.10: (a): Verhältnis Phasen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; (b): Verhältnis Summen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; aufgetragen über d und k (CII)

Der Summen-Stromrippel enthält im Gegensatz dazu keinerlei Abhängigkeit von k mehr. Damit kann festgehalten werden, dass sich der Summen-Stromrippel des CII genauso verhält wie der Summen-Stromrippel des SII [92] (Abb. 3.10b).

Um die Stromform des CII vollständig zu beschreiben und eine Auslegung zu ermöglichen, steht die Beschreibung der Spitzen-, Mittel- und Effektivwerte aus. Grundsätzlich lassen sich die Ströme i_x und i_ℓ aufteilen in jeweils einen Gleichstrom (DC) und einen überlagerten Wechselstrom (AC). Der DC-Anteil entspricht den Mittelwerten \bar{i}_x und \bar{i}_ℓ . Der AC-Anteil ist für die Spitzen- und Effektivwertberechnung interessant und wird im Folgenden näher behandelt.

Spitzenwerte:

Die Kenntnis über die Spitzenwerte der Phasenströme ist wichtig, um die maximale Flussdichte im Kern der gekoppelten Induktivität bestimmen zu können. Für die Berechnung wird eine Aussage über die Symmetrie des AC-Anteils benötigt. Im Allgemeinen gilt nicht, dass Spitzenwert \hat{i}_x und Talwert \check{i}_x symmetrisch um den Mittelwert \bar{i}_x liegen. Aus diesem Grund wird eine Verschiebung δ eingeführt, mit der sich der Mittelwert \bar{i}_x zu

$$\bar{i}_x = \frac{\hat{i}_x + \check{i}_x}{2} - \delta_{i_x} = \hat{i}_x - \frac{\Delta i_x}{2} - \delta_{i_x} \quad (3.60)$$

berechnet. Aufgrund der Symmetrie der Stromform von i_x (vergleiche Abb. 3.9) lässt sich für den CII vermuten, dass $\delta_{i_x} = 0$ gilt. Die Herleitung des verschobenen Mittelwerts und anschließende Berechnung von δ_{i_x} findet sich in Anhang A.3 und bestätigt diese Vermutung. Mit (3.49), (3.54) und $\bar{i}_x = \bar{i}_\ell/2$ ergeben sich die Spitzenwerte zu:

$$\hat{i}_{x,\max} = \frac{\bar{i}_\ell}{2} + \frac{1}{8} \frac{1}{(1+k)} \frac{U_h}{L_k f_s} \quad (3.61)$$

$$\hat{i}_{\ell,\max} = \bar{i}_\ell + \frac{1}{16} \frac{U_h (1+k)}{L_k f_s} \quad (3.62)$$

Effektivwerte:

Im nächsten Schritt folgt die Betrachtung der Effektivwerte I_x und I_ℓ . Es wird zunächst jeweils der Effektivwert der mittelwertbereinigten Signale $i_{x,\sim}$ und $i_{\ell,\sim}$ berechnet (es gilt: $\bar{i}_x = 0$ und $\bar{i}_\ell = 0$). Eine Herleitung des bereinigten Effektivwertes $I_{x,\sim}$ des Phasenstroms findet sich in A.4. Der Effektivwert $I_{\ell,\sim}$ des Summenstroms entspricht dem Effektivwert eines Dreieck-Signals (Spitzenwert/ $\sqrt{3}$). Die DC-Anteile $I_{x,-}$ und $I_{\ell,-}$ skalieren mit der übertragenen Leistung. Allgemein gilt für die Effektivwertberechnung:

$$I_x = \sqrt{(I_{x,-})^2 + (I_{x,\sim})^2} \quad (3.63)$$

$$I_\ell = \sqrt{(I_{\ell,-})^2 + (I_{\ell,\sim})^2} \quad (3.64)$$

Die mittelwertbereinigten Effektivwerte ergeben sich wie folgt. Es müssen wiederum die beiden Fälle $d \leq 0,5$ und $d > 0,5$ unterschieden werden:

$$I_{x,\sim} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (i_x - \bar{i}_x)^2 dt}$$

$$\Rightarrow I_{x,\sim} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_h}{L_k f_s} d \sqrt{(d-1)^2 (k^2+1) + (2d^2-1)k} \quad (3.65)$$

$$\Rightarrow I_{x,\sim} \Big|_{d > 0,5} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_h}{L_k f_s} (1-d) \sqrt{d^2 (k+1)^2 + k(1-4d)} \quad (3.66)$$

$$I_{\ell,\sim} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (i_\ell - \bar{i}_\ell)^2 dt} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\Delta i_\ell}{2}$$

$$\Rightarrow I_{\ell,\sim} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{1}{\sqrt{3}} (1-2d) \frac{U_h d (1+k)}{L_k f_s} \quad (3.67)$$

$$\Rightarrow I_{\ell,\sim} \Big|_{d > 0,5} = \frac{1}{\sqrt{3}} (2d-1) \frac{U_h (1+k) (1-d)}{L_k f_s} \quad (3.68)$$

Ohne Vorfaktoren zeigen sich für $I_{x,\sim}$ die proportionalen Abhängigkeiten (dargestellt in Abb. 3.11):

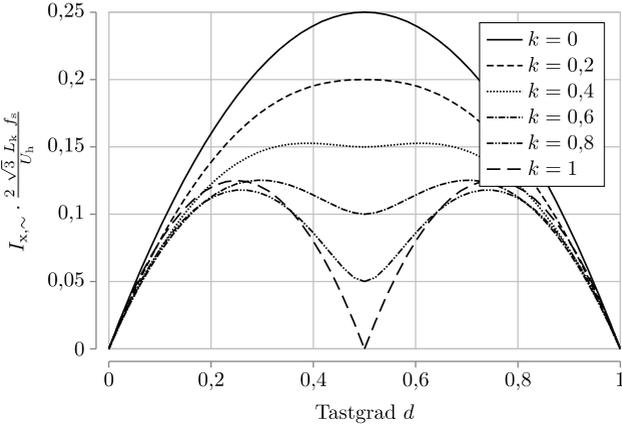
$$I_{x,\sim} \Big|_{d \leq 0,5} \propto d \sqrt{(d-1)^2 (k^2+1) + (2d^2-1)k} \quad (3.69)$$

$$I_{x,\sim} \Big|_{d > 0,5} \propto (1-d) \sqrt{d^2 (k+1)^2 + k(1-4d)} \quad (3.70)$$

Je nach Kopplungsfaktor ist das Maximum des Effektivwertes $I_{x,\sim}$ bei einem anderen Tastgrad d zu finden. Eine Herleitung des Tastgrades findet sich in Anhang A.5. Es zeigt sich, dass d_{\max, I_x} zwischen 0,25 und 0,5 beziehungsweise 0,5 und 0,75 liegen kann. Der Tastgrad des Effektivwertmaximums ergibt sich zu:

$$d_{\max, I_x} \Big|_{d \leq 0,5} = \begin{cases} \frac{k^2 - k + 1}{k^2 + 2k + 1} & \text{für } k > (2 - \sqrt{3}) \approx 0,268 \\ 0,5 & \text{für } k \leq (2 - \sqrt{3}) \approx 0,268 \end{cases} \quad (3.71)$$

$$d_{\max, I_x} \Big|_{d > 0,5} = \begin{cases} \frac{3k}{k^2 + 2k + 1} & \text{für } k > (2 - \sqrt{3}) \approx 0,268 \\ 0,5 & \text{für } k \leq (2 - \sqrt{3}) \approx 0,268 \end{cases} \quad (3.72)$$

Abbildung 3.11: Abhängigkeit des Effektivwerts von k und d (CII)

Werden Gleichung (3.71) und Gleichung (3.72) in (3.65) und (3.66) eingesetzt, zeigen sich die maximalen mittelwertbereinigten Effektivwerte für den CII:

$$I_{x,\sim,\max} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{\sqrt{k(k^2 - k + 1)^3}}{(k + 1)^3} & \text{für } k > (2 - \sqrt{3}) \approx 0,268 \\ \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{1}{4} (1 - k) & \text{für } k \leq (2 - \sqrt{3}) \approx 0,268 \end{cases} \quad (3.73)$$

$$I_{\ell,\sim,\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{16} \frac{U_h (1 + k)}{L_k f_s} \quad (3.74)$$

3.2.2 Vierphasig $N_{\text{ph}} = 4$

Der CIV wird mit dem symmetrischen Phasenversatz $[0^\circ \ 90^\circ \ 180^\circ \ 270^\circ]$ angesteuert. Um den DC-Fluss im Koppelpfad des CIV auszulöschen, sind die beiden symmetrischen Wicklungsorientierungen $[+ + - -]$ (CIVA) und $[+ - + -]$ (CIVB) denkbar (siehe Abb. 3.13). Der Unterschied besteht in der zeitlichen Lage der jeweils gegensinnigen Phasen zueinander. Diese bestimmt die Abfolge und Höhe der verschiedenen Stromrippel.

Es kann gezeigt werden, dass die Konfiguration CIVA gegenüber CIVB aufgrund der

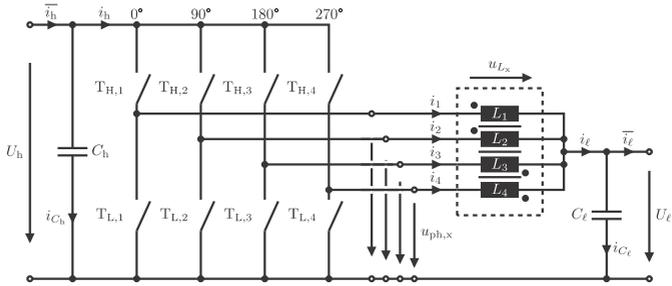


Abbildung 3.12: Vierphasiger Zweiquadrantensteller mit gekoppelter Induktivität (CIVA)

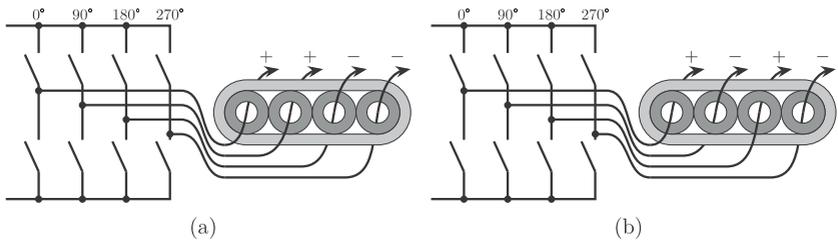


Abbildung 3.13: (a): Wicklungsorientierung: $[+ + - -]$ (CIVA); (b): Wicklungsorientierung: $[+ - + -]$ (CIVB)

höheren Volumensparnis zu bevorzugen ist. Deshalb werden im folgenden Kapitel aus Gründen der Übersichtlichkeit nur die Stromformen der Konfiguration CIVA (Abb. 3.12) ausführlich hergeleitet. Die elementaren Zusammenhänge der Konfiguration CIVB, welche für die Volumenberechnung relevant werden, finden sich in Anhang A.6.

Zunächst lässt sich analog zum CII allgemein Gleichung (3.29) mit $N_{ph} = 4$ verein-

fachen zu:

$$\begin{aligned}
 u_{k,x} &= \frac{k}{2k+1} \cdot \left(u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r} + d \cdot U_h \right) & (3.75) \\
 \Rightarrow u_{k,1} &= \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},2} - u_{\text{ph},3} - u_{\text{ph},4} + d \cdot U_h) \\
 \Rightarrow u_{k,2} &= \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},1} - u_{\text{ph},3} - u_{\text{ph},4} + d \cdot U_h) \\
 \Rightarrow u_{k,3} &= \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},4} - u_{\text{ph},1} - u_{\text{ph},2} + d \cdot U_h) \\
 \Rightarrow u_{k,4} &= \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},3} - u_{\text{ph},1} - u_{\text{ph},2} + d \cdot U_h)
 \end{aligned}$$

Damit ergeben sich aus (3.28) für $u_{L_{k,x}}$:

$$\begin{aligned}
 u_{L_{k,x}} &= u_{\text{ph},x} - \frac{k}{2k+1} \cdot \left(u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r} \right) - d \cdot U_h \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) & (3.76) \\
 \Rightarrow u_{L_{k,1}} &= u_{\text{ph},1} - \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},2} - u_{\text{ph},3} - u_{\text{ph},4}) - d \cdot U_h \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \\
 \Rightarrow u_{L_{k,2}} &= u_{\text{ph},2} - \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},1} - u_{\text{ph},3} - u_{\text{ph},4}) - d \cdot U_h \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \\
 \Rightarrow u_{L_{k,3}} &= u_{\text{ph},3} - \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},4} - u_{\text{ph},1} - u_{\text{ph},2}) - d \cdot U_h \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \\
 \Rightarrow u_{L_{k,4}} &= u_{\text{ph},4} - \frac{k}{2k+1} \cdot (u_{\text{ph},3} - u_{\text{ph},1} - u_{\text{ph},2}) - d \cdot U_h \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right)
 \end{aligned}$$

Mit Gleichung (3.25) lässt sich di_x/dt bestimmen zu:

$$\frac{di_x}{dt} = \frac{u_{L_{k,x}}}{L_k} \quad (3.77)$$

Im CIV müssen acht Fälle unterschieden werden. $u_{\text{ph},x}$ beschreibt die geschaltete Spannung der betrachteten Phase. $(u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r})$ beschreibt den Schaltzustand und die eingekoppelte Spannung der anderen Phasen:

- Fall 00: $u_{\text{ph},x} = 0 \text{ V}$; $(u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = 0 \text{ V}$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{00} = -\frac{U_h}{L_k} \cdot d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \quad (3.78)$$

- Fall 10: $u_{\text{ph},x} = U_h$; $(u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = 0 \text{ V}$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{10} = \frac{U_h}{L_k} \cdot \left[1 - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.79)$$

- Fall 01: $u_{\text{ph},x} = 0 \text{ V}; (u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = U_h$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{01} = -\frac{U_h}{L_k} \cdot \left[\frac{k}{2k+1} + d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.80)$$

- Fall 11: $u_{\text{ph},x} = U_h; (u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = U_h$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{11} = \frac{U_h}{L_k} \cdot \left[1 - \frac{k}{2k+1} - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.81)$$

- Fall 0 $\bar{1}$: $u_{\text{ph},x} = 0 \text{ V}; (u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = -U_h$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{0\bar{1}} = \frac{U_h}{L_k} \cdot \left[\frac{k}{2k+1} - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.82)$$

- Fall 1 $\bar{1}$: $u_{\text{ph},x} = U_h; (u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = -U_h$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{1\bar{1}} = \frac{U_h}{L_k} \cdot (1-d) \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \quad (3.83)$$

- Fall 0 $\bar{2}$: $u_{\text{ph},x} = 0 \text{ V}; (u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = -2U_h$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{0\bar{2}} = \frac{U_h}{L_k} \cdot \left[\frac{2k}{2k+1} - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.84)$$

- Fall 1 $\bar{2}$: $u_{\text{ph},x} = U_h; (u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r}) = -2U_h$:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{1\bar{2}} = \frac{U_h}{L_k} \cdot \left[1 + \frac{2k}{2k+1} - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.85)$$

Die Herleitung der Stromwelligkeit erfolgt im Folgenden separat für die vier Fälle ($d \leq 0,25$), ($0,25 < d \leq 0,5$), ($0,5 < d \leq 0,75$) und ($0,75 < d$) durch Multiplikation mit der Dauer des Stromanstieges.

$$\Delta i_x = d \frac{1}{f_s} \frac{di_x}{dt} \quad (3.86)$$

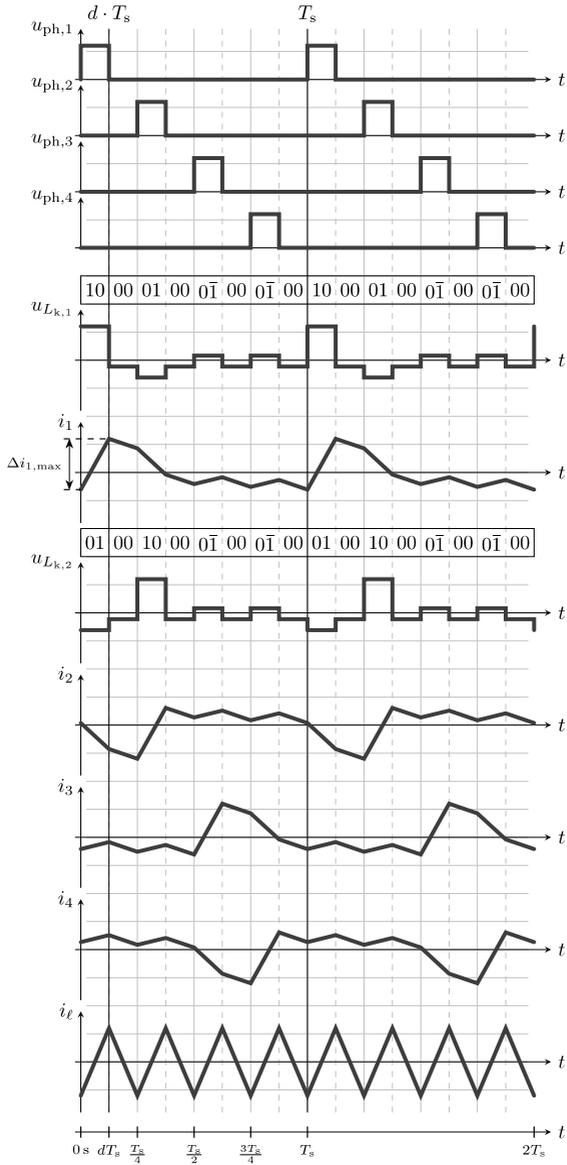


Abbildung 3.14: Stromrippel CIV ($d \leq 0,25$), hier dargestellt: $d = 0,125$

Phasen-Stromrippel für $d \leq 0,25$ und $N_{\text{ph}} = 4$:

Für $d \leq 0,25$ ergeben sich vier verschiedene Rippelströme zu (siehe Abb. 3.14):

$$\Delta i_x \Big|_{00} = (0,25 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{00} = -d \cdot \frac{U_h \cdot (0,25 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1}\right) \quad (3.87)$$

$$\Delta i_x \Big|_{10} = d \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} = d \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1}\right)\right] \quad (3.88)$$

$$\Delta i_x \Big|_{01} = d \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{01} = -d \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[\frac{k}{2k + 1} + d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1}\right)\right] \quad (3.89)$$

$$\Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} = d \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{0\bar{1}} = d \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[\frac{k}{2k + 1} - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1}\right)\right] \quad (3.90)$$

$\Delta i_x|_{10}$ ist hierbei der betragsmäßig größte Rippel. Um zu ermitteln, bei welchem Tastgrad $\Delta i_x|_{10}$ maximal wird, muss nach d abgeleitet werden:

$$\frac{\partial}{\partial d} \Delta i_x \Big|_{10} = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - 2d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1}\right)\right]$$

Danach wird $\partial \Delta i_x|_{10}/\partial d = 0$ gesetzt:

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - 2d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1}\right) \\ \Leftrightarrow d_{\max, \Delta i_x} &= \frac{2k + 1}{6k + 2} = \{0,375 \dots 0,5\} \end{aligned} \quad (3.91)$$

Es zeigt sich, dass $d_{\max, \Delta i_x}$ vom gewählten k abhängt und sich zwischen 0,375 und 0,5 bewegt. Somit liegt kein Maximum für $\Delta i_{x, \max}$ im gewählten Tastgradbereich $d \leq 0,25$ (vergleiche mit Abb. 3.18a).

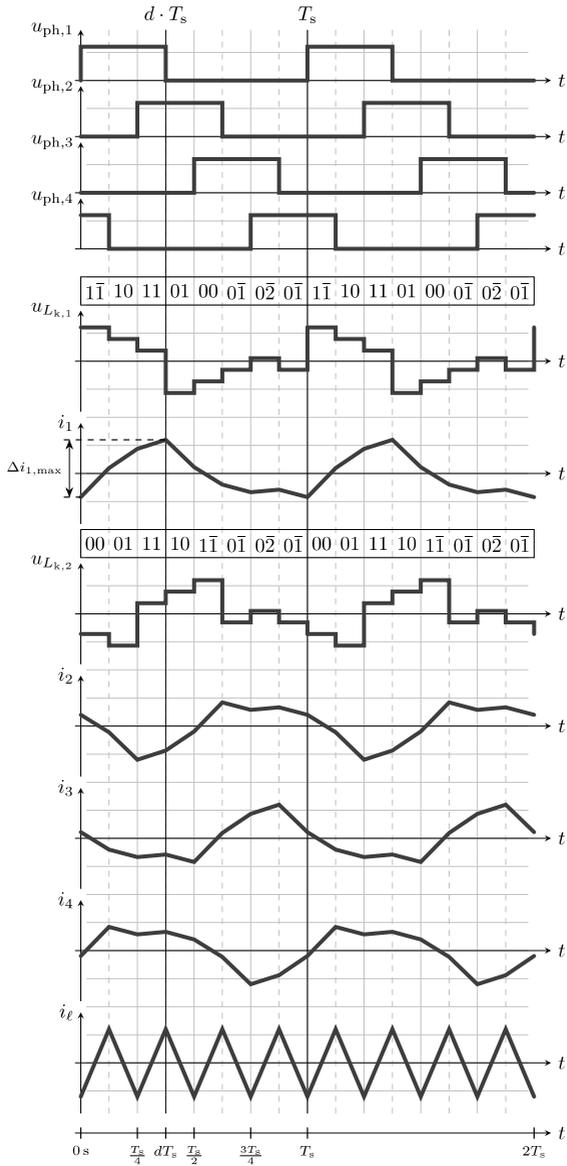


Abbildung 3.15: Stromrippel CIV ($0,25 < d \leq 0,5$), hier dargestellt: $d = 0,375$

Phasen-Stromrippel für $0,25 < d \leq 0,5$ und $N_{ph} = 4$:

Für $0,25 < d \leq 0,5$ ergeben sich sieben verschiedene Stromrippel zu (vergleiche Abb. 3.15):

$$\Delta i_x \Big|_{00} = (d - 0,25) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{00} = \frac{U_h \cdot (d - 0,25)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left(-d - \frac{d \cdot k}{2k + 1} \right) \quad (3.92)$$

$$\Delta i_x \Big|_{10} = (0,5 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} = \frac{U_h \cdot (0,5 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left(1 - d - \frac{d \cdot k}{2k + 1} \right) \quad (3.93)$$

$$\Delta i_x \Big|_{01} = (0,5 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{01} = \frac{U_h \cdot (0,5 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[-d - \frac{(1 + d) \cdot k}{2k + 1} \right] \quad (3.94)$$

$$\Delta i_x \Big|_{11} = (d - 0,25) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{11} = \frac{U_h \cdot (d - 0,25)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d - \frac{(1 + d) \cdot k}{2k + 1} \right] \quad (3.95)$$

$$\Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} = (0,5 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{0\bar{1}} = \frac{U_h \cdot (0,5 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[-d + \frac{(1 - d) \cdot k}{2k + 1} \right] \quad (3.96)$$

$$\Delta i_x \Big|_{1\bar{1}} = (d - 0,25) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{1}} = \frac{U_h \cdot (d - 0,25)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d + \frac{(1 - d) \cdot k}{2k + 1} \right] \quad (3.97)$$

$$\Delta i_x \Big|_{0\bar{2}} = (d - 0,25) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{0\bar{2}} = \frac{U_h \cdot (d - 0,25)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[-d + \frac{(2 - d) \cdot k}{2k + 1} \right] \quad (3.98)$$

Um den größten zusammenhängenden Stromrippel zu bestimmen, müssen mehrere Rippelanteile addiert werden. Es gilt:

$$\begin{aligned} \Delta i_x &= \Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{11} + \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}} \\ &= - \left(\Delta i_x \Big|_{00} + \Delta i_x \Big|_{01} + 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{2}} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot d \cdot \left[1 - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.99)$$

Es fällt auf, dass der größte Stromrippel für den Tastgradbereich $d \leq 0,25$ dem größten Stromrippel für den Tastgradbereich $0,25 < d \leq 0,5$ entspricht (siehe Gleichung (3.88)), so dass gilt:

$$\begin{aligned} \Delta i_x \Big|^{d \leq 0,5} &= \Delta i_x \Big|^{d \leq 0,25} = \Delta i_x \Big|^{0,25 < d \leq 0,5} \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot d \cdot \left[1 - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.100)$$

Damit beschreibt Gleichung (3.91) bereits den Tastgrad des maximalen Phasen-Stromrippels $d_{\max, \Delta i_x}$ im gesamten Tastgradbereich $d \leq 0,5$. Um den maximalen Phasen-Stromrippel zu bestimmen, wird (3.91) in (3.100) eingesetzt und es ergibt sich $\Delta i_{x, \max} \Big|_{d \leq 0,5}$ zu:

$$\boxed{\Delta i_{x, \max} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{1}{4} \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \frac{2k+1}{3k+1}} \quad (3.101)$$

Phasen-Stromrippel für $0,5 < d \leq 0,75$ und $N_{\text{ph}} = 4$:

Für $0,5 < d \leq 0,75$ ergeben sich wiederum sieben verschiedene Stromrippel zu (siehe Abb. 3.16):

$$\Delta i_x \Big|_{00} = (0,75 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{00} = \frac{U_h \cdot (0,75 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left(-d - \frac{d \cdot k}{2k+1} \right) \quad (3.102)$$

$$\Delta i_x \Big|_{10} = (d - 0,5) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} = \frac{U_h \cdot (d - 0,5)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left(1 - d - \frac{d \cdot k}{2k+1} \right) \quad (3.103)$$

$$\Delta i_x \Big|_{11} = (0,75 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{11} = \frac{U_h \cdot (0,75 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d - \frac{(1+d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.104)$$

$$\Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} = (d - 0,5) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{0\bar{1}} = \frac{U_h \cdot (d - 0,5)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[-d + \frac{(1-d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.105)$$

$$\Delta i_x \Big|_{1\bar{1}} = (0,75 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{1}} = \frac{U_h \cdot (0,75 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d + \frac{(1-d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.106)$$

$$\Delta i_x \Big|_{0\bar{2}} = (0,75 - d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{0\bar{2}} = \frac{U_h \cdot (0,75 - d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[-d + \frac{(2-d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.107)$$

$$\Delta i_x \Big|_{1\bar{2}} = (d - 0,5) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{2}} = \frac{U_h \cdot (d - 0,5)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d + \frac{(2-d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.108)$$

Der größte zusammenhängende Stromrippel berechnet sich wiederum aus mehreren Rippelanteilen zu:

$$\begin{aligned} \Delta i_x &= 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{11} + \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}} + \Delta i_x \Big|_{1\bar{2}} \\ &= - \left(\Delta i_x \Big|_{00} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{2}} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1-d) \cdot \left[-\frac{k}{2k+1} + d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.109)$$

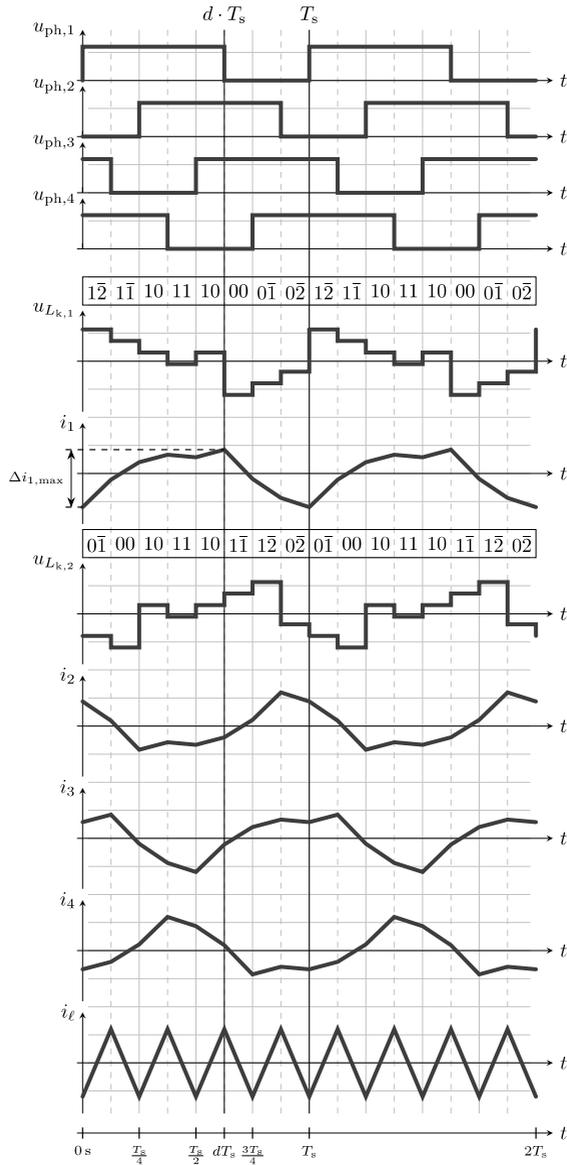


Abbildung 3.16: Stromrippel CIV ($0,5 < d \leq 0,75$), hier dargestellt: $d = 0,625$

Um zu ermitteln, bei welchem Tastgrad Δi_x maximal wird, muss auch hier nach d abgeleitet werden:

$$\frac{\partial}{\partial d} \Delta i_x = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 + \frac{2k}{2k+1} - 2d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right]$$

Es wird $\partial \Delta i_x / \partial d = 0$ gesetzt:

$$\begin{aligned} 0 &= 1 + \frac{2k}{2k+1} - 2d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \\ \Leftrightarrow d_{\max, \Delta i_x} &= \frac{4k+1}{6k+2} = \{0,5 \dots 0,625\} \end{aligned} \quad (3.110)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (3.110) in (3.109) ergibt sich der maximale Stromrippel für $0,5 < d \leq 0,75$ zu:

$$\Delta i_{x, \max} \Big|_{0,5 < d \leq 0,75} = \frac{1}{4} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{2k+1}{3k+1} \quad (3.111)$$

Es fällt auf, dass $\Delta i_{x, \max} \Big|_{0,5 < d \leq 0,75}$ dem maximalen Phasen-Stromrippel für $d \leq 0,5$ (Gleichung (3.101)) entspricht. Es kann aufgrund der Symmetrie vermutet werden, dass auch für den folgenden Tastgradbereich $d > 0,75$ derselbe Zusammenhang gilt.

Phasen-Stromrippel für $d > 0,75$ und $N_{ph} = 4$:

Für $d > 0,75$ sind wie im Fall $d \leq 0,25$ vier verschiedene Stromrippel zu berechnen:

$$\Delta i_x \Big|_{10} = (1-d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} = \frac{U_h \cdot (1-d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left(1 - d - \frac{d \cdot k}{2k+1} \right) \quad (3.112)$$

$$\Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} = (1-d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{0\bar{1}} = \frac{U_h \cdot (1-d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[-d + \frac{(1-d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.113)$$

$$\Delta i_x \Big|_{1\bar{1}} = (d-0,75) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{1}} = \frac{U_h \cdot (d-0,75)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d + \frac{(1-d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.114)$$

$$\Delta i_x \Big|_{1\bar{2}} = (1-d) \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{2}} = \frac{U_h \cdot (1-d)}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d + \frac{(2-d) \cdot k}{2k+1} \right] \quad (3.115)$$

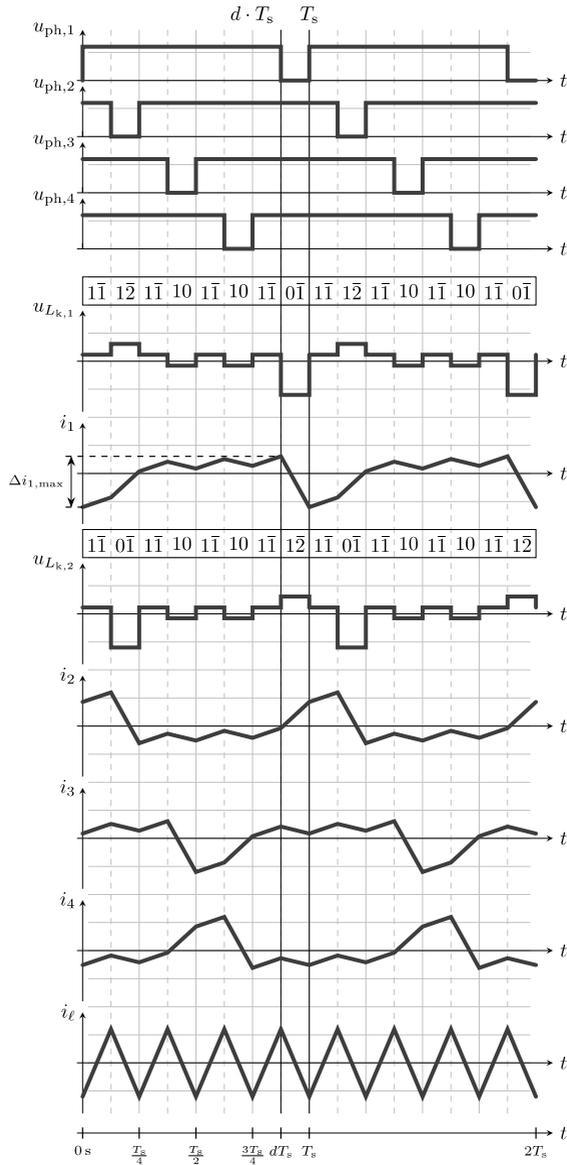


Abbildung 3.17: Stromrippel CIV ($d > 0,75$), hier dargestellt: $d = 0,875$

Der größte zusammenhängende Stromrippel ergibt sich aus:

$$\begin{aligned}
 \Delta i_x &= 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{10} + 4 \cdot \Delta i_x \Big|_{11} + \Delta i_x \Big|_{12} \\
 &= -\Delta i_x \Big|_{01} \\
 &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1-d) \cdot \left[-\frac{k}{2k+1} + d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.116)
 \end{aligned}$$

Damit entspricht Δi_x für $d > 0,75$ dem Stromrippel Δi_x für $0,5 < d \leq 0,75$ und es gilt:

$$\begin{aligned}
 \Delta i_x \Big|_{d>0,5} &= \Delta i_x \Big|_{0,5<d\leq 0,75} = \Delta i_x \Big|_{d>0,75} \\
 &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1-d) \cdot \left[-\frac{k}{2k+1} + d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (3.117)
 \end{aligned}$$

Die Gleichungen (3.110) und (3.111) beschreiben ebenfalls den gesamten Tastgradbereich $d > 0,5$ und es gilt:

$$\boxed{\Delta i_{x,\max} \Big|_{d>0,5} = \frac{1}{4} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{2k+1}{3k+1}} \quad (3.118)$$

Weiterhin lässt sich mit Gleichung (3.101) erkennen, dass sich die maximalen Phasen-Stromrippel der einzelnen Tastgradbereiche nicht unterscheiden. Damit liegen die maximalen Phasen-Stromrippel für den CIV im Bereich $0,375 < d \leq 0,625$. Es folgt:

$$\boxed{\Delta i_{x,\max} = \Delta i_{x,\max} \Big|_{d\leq 0,5} = \Delta i_{x,\max} \Big|_{d>0,5}} \quad (3.119)$$

Summen-Stromrippel:

Der Summen-Stromrippel für den CIV berechnet sich aus der Addition der vier Phasen-Stromrippel zu den jeweiligen Zeitpunkten (vergleiche Abb. 3.14 bis 3.17):

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{d \leq 0,25} &= \Delta i_x \Big|_{10}^{d \leq 0,25} + \Delta i_x \Big|_{01}^{d \leq 0,25} + 2 \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}}^{d \leq 0,25} = -4 \Delta i_x \Big|_{00}^{d \leq 0,25} \\ &= \frac{U_h}{L_k f_s} d (1 - 4d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \end{aligned} \quad (3.120)$$

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{0,25 < d \leq 0,5} &= 2 \Delta i_x \Big|_{00}^{0,25 < d \leq 0,5} + 2 \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}}^{0,25 < d \leq 0,5} \\ &= - \left(\Delta i_x \Big|_{01}^{0,25 < d \leq 0,5} + \Delta i_x \Big|_{10}^{0,25 < d \leq 0,5} + 2 \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}}^{0,25 < d \leq 0,5} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k f_s} (2d - 0,5) (1 - 2d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \end{aligned} \quad (3.121)$$

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{0,5 < d \leq 0,75} &= 2 \Delta i_x \Big|_{10}^{0,5 < d \leq 0,75} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}}^{0,5 < d \leq 0,75} + \Delta i_x \Big|_{1\bar{2}}^{0,5 < d \leq 0,75} \\ &= - \left(2 \Delta i_x \Big|_{00}^{0,5 < d \leq 0,75} + 2 \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}}^{0,5 < d \leq 0,75} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k f_s} (2d - 1,5) (1 - 2d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \end{aligned} \quad (3.122)$$

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{d > 0,75} &= 4 \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}}^{d > 0,75} = - \left(2 \Delta i_x \Big|_{10}^{d > 0,75} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}}^{d > 0,75} + \Delta i_x \Big|_{1\bar{2}}^{d > 0,75} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k f_s} (4d - 3) (1 - d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \end{aligned} \quad (3.123)$$

Die Maxima können wiederum durch Ableiten nach d bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial d} \Delta i_\ell \Big|^{d \leq 0,25} &= \frac{U_h}{L_k f_s} (1 - 8d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \\ \frac{\partial}{\partial d} \Delta i_\ell \Big|^{0,25 < d \leq 0,5} &= \frac{U_h}{L_k f_s} (3 - 8d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \\ \frac{\partial}{\partial d} \Delta i_\ell \Big|^{0,5 < d \leq 0,75} &= \frac{U_h}{L_k f_s} (5 - 8d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \\ \frac{\partial}{\partial d} \Delta i_\ell \Big|^{d > 0,75} &= \frac{U_h}{L_k f_s} (7 - 8d) \left(1 + \frac{k}{2k + 1} \right) \end{aligned}$$

Mit $\partial\Delta i_\ell/\partial d = 0$:

$$0 = (1 - 8d) \Leftrightarrow d_{\max, \Delta i_\ell} \Big|_{d \leq 0,25} = \frac{1}{8} \quad (3.124)$$

$$0 = (3 - 8d) \Leftrightarrow d_{\max, \Delta i_\ell} \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} = \frac{3}{8} \quad (3.125)$$

$$0 = (5 - 8d) \Leftrightarrow d_{\max, \Delta i_\ell} \Big|_{0,5 < d \leq 0,75} = \frac{5}{8} \quad (3.126)$$

$$0 = (7 - 8d) \Leftrightarrow d_{\max, \Delta i_\ell} \Big|_{d > 0,75} = \frac{7}{8} \quad (3.127)$$

Werden jetzt die Werte in (3.120), (3.121), (3.122) und (3.123) eingesetzt, ergibt sich in allen vier Fällen mit (3.26):

$$\Delta i_{\ell, \max} = \frac{1}{16} \frac{U_h}{L_k f_s} \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) = \frac{1}{16} \frac{U_h}{L f_s (1-k)} \quad (3.128)$$

Wiederum ist zu beachten, dass sich beim CIV die Frequenz des Summen-Stromrippels im Gegensatz zur einfachen Induktivität (SI) vervierfacht, f_s jedoch die einfache Schaltfrequenz einer Phase beschreibt.

Die Verkleinerung des maximalen Phasen-Stromrippels durch die Kopplung kann auch beim CIV ausgedrückt werden durch das Verhältnis des Phasen-Stromrippels Δi_x zum maximalen Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ (siehe Abb. 3.18a):

$$\Gamma_{\Delta i_x} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{\Delta i_x \Big|_{d \leq 0,5}}{\Delta i_{\ell, \max}} = 16d \left(\frac{2k+1}{3k+1} - d \right) \quad (3.129)$$

$$\Gamma_{\Delta i_x} \Big|_{d > 0,5} = \frac{\Delta i_x \Big|_{d > 0,5}}{\Delta i_{\ell, \max}} = 16(1-d) \left(d - \frac{k}{3k+1} \right) \quad (3.130)$$

$$\Gamma_{\Delta i_{\ell, \max}} = \frac{\Delta i_{x, \max}}{\Delta i_{\ell, \max}} = \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \quad (3.131)$$

Analog dazu lassen sich wieder der Summen-Stromrippel Δi_ℓ und der maximale

Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ ins Verhältnis setzen (siehe Abb. 3.18b):

$$\Gamma_{\Delta i_{\ell}} \Big|_{d \leq 0,25} = \frac{\Delta i_{\ell} |^{d \leq 0,25}}{\Delta i_{\ell, \max}} = 16d(1-4d) \quad (3.132)$$

$$\Gamma_{\Delta i_{\ell}} \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} = \frac{\Delta i_{\ell} |^{0,25 < d \leq 0,5}}{\Delta i_{\ell, \max}} = 16(2d-0,5)(1-2d) \quad (3.133)$$

$$\Gamma_{\Delta i_{\ell}} \Big|_{0,5 < d \leq 0,75} = \frac{\Delta i_{\ell} |^{0,5 < d \leq 0,75}}{\Delta i_{\ell, \max}} = 16(2d-1,5)(1-2d) \quad (3.134)$$

$$\Gamma_{\Delta i_{\ell}} \Big|_{d > 0,75} = \frac{\Delta i_{\ell} |^{d > 0,75}}{\Delta i_{\ell, \max}} = 16(4d-3)(1-d) \quad (3.135)$$

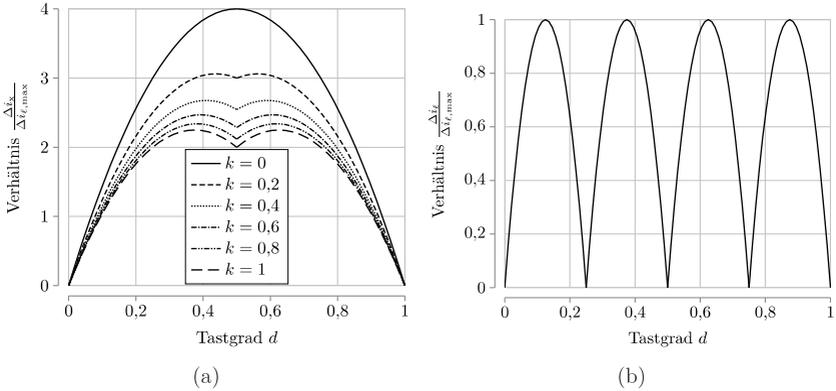


Abbildung 3.18: (a): Verhältnis Phasen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; (b): Verhältnis Summen-Stromrippel zu maximaler Summen-Stromrippel; aufgetragen über d und k (CIV)

Auch bei der gewählten Konfiguration des CIV stellt sich wie bereits beim CII eine Verkleinerung des Phasen-Stromrippels mit steigendem Kopplungsfaktor ein. Der Fall $k=0$ entspricht dem Single inductor 4-phase (SIV) und für einen theoretischen Kopplungsfaktor von $k=1$ wird der Phasen-Stromrippel im Vergleich zum SIV auf bis zu $2,25 \Delta i_{\ell, \max}$ verkleinert (SIV: $4 \Delta i_{\ell, \max}$; Faktor $1,7$). Realistisch einstellbare Werte für die Reduktion des Phasen-Stromrippels liegen erneut zwischen diesen beiden Extremen (vergleiche Abb. 3.18a). Der Summen-Stromrippel enthält analog zum CII keinerlei Abhängigkeit von k . Der Summen-Stromrippel des CIV verhält sich demnach genauso wie der Summen-Stromrippel des SIV (siehe Abb. 3.18b).

Spitzenwerte:

Bei der Berechnung der Spitzenwerte \hat{i}_x muss wie bereits beim CII die Verschiebung δ_{i_x} berücksichtigt werden. Im CIV ist diese nicht zu vernachlässigen. Es wird zunächst das Signal soweit in positive Richtung verschoben, bis keine negativen Anteile mehr vorhanden sind. Daraufhin wird der Mittelwert \bar{i} des nun verschobenen Signals berechnet. Die Verschiebung δ entspricht dann dem Abstand des Mittelwerts von der Hälfte des maximalen Stromrippels (siehe Abb. 3.19).

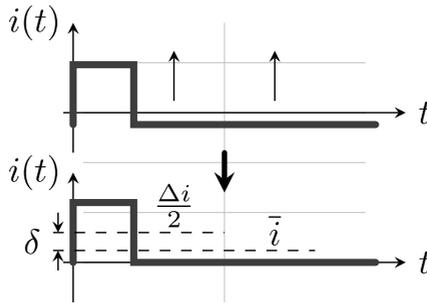


Abbildung 3.19: Verschiebung δ bei Spitzenwertberechnung der Phasenströme

Die Hälfte des maximalen Ripples markiert im Signal den Wert, von welchem aus der positive und negative Ausschlag gleich sind. Das Ergebnis ist die Verschiebung δ_{i_x} . i_ℓ hingegen ist ein Dreieckssignal, so dass $\delta_{i_\ell} = 0$ A gilt². Es folgt somit für die Spitzenwerte

$$\hat{i}_x = \bar{i}_x + \frac{\Delta i_{x,\max}}{2} + \delta_{i_x} \quad (3.136)$$

$$\hat{i}_\ell = \bar{i}_\ell + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} \quad (3.137)$$

²Der Summen-Stromripple Δi_ℓ entspricht dem Summen-Stromripple des SII und hängt nicht vom Kopplungsfaktor k ab.

und für die Verschiebung δ_{i_x}

$$\delta_{i_1} \Big|_{d \leq 0,25} = \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{k d}{(4k + 2)} \quad (3.138)$$

$$\delta_{i_1} \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} = -\frac{U_h}{L_k f_s} \frac{k (2d - 1)}{(8k + 4)} \quad (3.139)$$

$$\delta_{i_1} \Big|_{0,5 < d \leq 0,75} = -\frac{U_h}{L_k f_s} \frac{k (2d - 1)}{(8k + 4)} \quad (3.140)$$

$$\delta_{i_1} \Big|_{d > 0,75} = \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{k (d - 1)}{(4k + 2)} \quad (3.141)$$

$$\delta_{i_1} = -\delta_{i_2} = \delta_{i_3} = -\delta_{i_4}. \quad (3.142)$$

Abb. 3.20 zeigt diesen Zusammenhang. Es ist zu beachten, dass jeweils die beiden Ströme i_1 und i_3 sowie i_2 und i_4 die gleiche Verschiebung aufweisen.

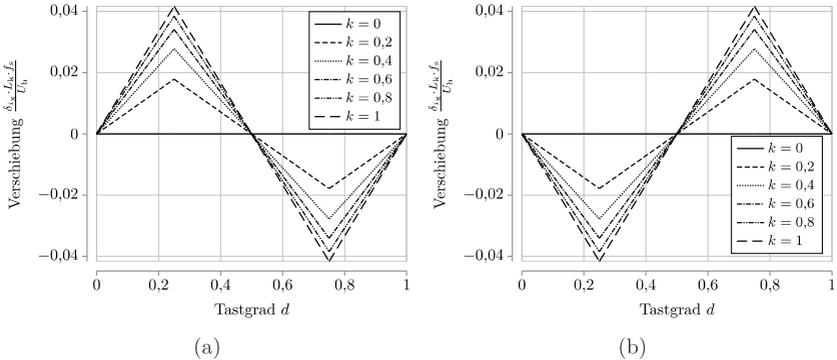


Abbildung 3.20: (a): Verschiebungen des Spitzenwerts δ_{i_1} und δ_{i_3} ; (b): Verschiebungen des Spitzenwerts δ_{i_2} und δ_{i_4} ; jeweils aufgetragen über d und k ; normiert auf $U_h/L_k/f_s$ (CIV)

Um den Spitzenwert \hat{i}_x in Abhängigkeit von d und k zu berechnen, müssen der Mittelwert \bar{i}_x , der Betrag der Verschiebung $|\delta_{i_x}|$ und die Hälfte des Phasen-Stromrippels Δi_x für die vier Fälle addiert werden. Abb. 3.21 zeigt diese Abhängigkeit. Es

folgt mit $\bar{i}_x = \bar{i}_\ell/4$, (3.100), (3.117) und (3.138) - (3.142):

$$\begin{aligned} \widehat{i}_x &= \frac{\bar{i}_\ell}{4} + |\delta_{ix}| + \frac{\Delta i_x}{2} \\ \widehat{i}_x \Big|_{d \leq 0,25} &= \frac{\bar{i}_\ell}{4} + \frac{U_h}{L_k f_s} \left(-d^2 \frac{3k+1}{4k+2} + d \frac{3k+1}{4k+2} \right) \end{aligned} \quad (3.143)$$

$$\widehat{i}_x \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} = \frac{\bar{i}_\ell}{4} + \frac{U_h}{L_k f_s} \left(-d^2 \frac{3k+1}{4k+2} + d \frac{k+1}{4k+2} + \frac{k}{8k+4} \right) \quad (3.144)$$

$$\widehat{i}_x \Big|_{0,5 < d \leq 0,75} = \frac{\bar{i}_\ell}{4} + \frac{U_h}{L_k f_s} \left(-d^2 \frac{3k+1}{4k+2} + d \frac{5k+1}{4k+2} - \frac{3k}{8k+4} \right) \quad (3.145)$$

$$\widehat{i}_x \Big|_{d > 0,75} = \frac{\bar{i}_\ell}{4} + \frac{U_h}{L_k f_s} \left(-d^2 \frac{3k+1}{4k+2} + d \frac{3k+1}{4k+2} \right) \quad (3.146)$$

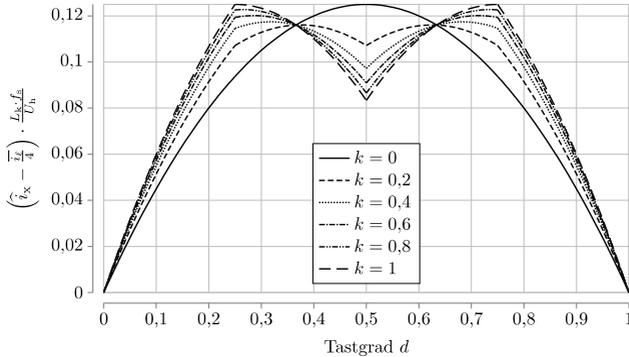


Abbildung 3.21: Spitzenwert \widehat{i}_x (mittelwertbereinigt und normiert auf $U_h/L_k/f_s$; CIV)

Es wird nun der Tastgrad des maximalen Spitzenwerts mittels $\partial \widehat{i}_x / \partial d = 0$ berechnet. Dieser ergibt sich zu:

$$d_{\max, \widehat{i}_x} \Big|_{d < 0,5} = \frac{k+1}{6k+2} = \{0,25 \dots 0,5\} \quad (3.147)$$

$$d_{\max, \widehat{i}_x} \Big|_{d > 0,5} = \frac{5k+1}{6k+2} = \{0,5 \dots 0,75\} \quad (3.148)$$

Der maximale Spitzenwert des Phasenstroms $\widehat{i}_{x, \max}$ ergibt sich durch Einsetzen von

(3.147) und (3.148) in (3.144) und (3.145). Der maximale Spitzenwert des Summenstroms $\hat{i}_{\ell,\max}$ berechnet sich unter Zuhilfenahme von (3.128):

$$\hat{i}_{x,\max} = \frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{7k^2 + 4k + 1}{8 \cdot (6k^2 + 5k + 1)} \quad (3.149)$$

$$\hat{i}_{\ell,\max} = \frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} = \frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \frac{1}{32} \cdot \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{3k + 1}{2k + 1} \quad (3.150)$$

Da der maximale Spitzenwert $\hat{i}_{x,\max}$ des CIV je nach Kopplungsfaktor k bei einem anderen Tastgrad zu finden ist, muss dies später bei der Auslegung der maximalen Sättigungsflussdichte berücksichtigt werden. Weiterhin muss angemerkt werden, dass je nach Arbeitspunkt (Tastgradbereich und Stromflussrichtung) nur zwei der vier Ströme den Spitzenwert erreichen, während die beiden anderen kleinere Stromwerte aufweisen.

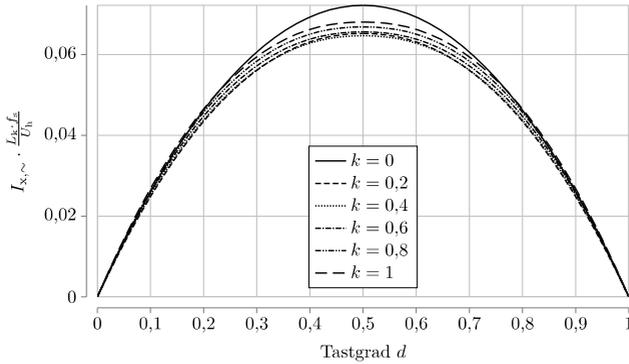
Effektivwerte:

Für die Berechnung der Effektivwerte werden zunächst wieder die Effektivwerte der mittelwertbereinigten Signale $i_{x,\sim}$ und $i_{\ell,\sim}$ betrachtet. Die tatsächlichen Effektivwerte berechnen sich anschließend nach (3.63) und (3.64). Abb. 3.22 zeigt den Effektivwert $I_{x,\sim}$ über d und k aufgetragen.

$$\begin{aligned} I_{x,\sim} \Big|_{d \leq 0,5} &= I_{x,\sim} \Big|_{d \leq 0,25} = I_{x,\sim} \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} \\ &= \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{d}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{(d-1)^2 \cdot (7k^2 + 4k + 1) + (k^2 + k)(2d^2 - 1)}}{2k + 1} \end{aligned} \quad (3.151)$$

$$\begin{aligned} I_{x,\sim} \Big|_{d > 0,5} &= I_{x,\sim} \Big|_{0,5 < d \leq 0,75} = I_{x,\sim} \Big|_{d > 0,75} \\ &= \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{(1-d)}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{d^2 \cdot (9k^2 + 6k + 1) + (k^2 + k)(1-4d)}}{2k + 1} \end{aligned} \quad (3.152)$$

Es kann bereits in Abb. 3.22 der Tastgrad des maximalen Effektivwertes zu $d_{\max, I_x} = 0,5$ abgelesen werden. Dieser wird in Gleichung (3.151) und (3.152) eingesetzt, um

Abbildung 3.22: Effektivwert $I_{x,\sim}$ (normiert auf $U_h/L_k/f_s$; CIV)

den maximalen Effektivwert zu berechnen, welcher nur noch von k abhängt:

$$I_{x,\sim,\max} = \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5k^2 + 2k + 1}}{2k + 1} \quad (3.153)$$

$$I_{\ell,\sim,\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} = \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3k + 1}{2k + 1} \quad (3.154)$$

3.3 Spannungsverläufe

Um die Spannungsverläufe an C_h und C_ℓ zu bestimmen, wird zunächst angenommen, dass die Kapazitäten jeweils den gesamten Ripplestrom aufnehmen und \bar{i}_h und \bar{i}_ℓ DC-Größen sind. Dann können mittels Integration ($\Delta U = C^{-1} \int \Delta I dt$) die Spannungsrippel Δu_h und Δu_ℓ bestimmt werden. Die Berechnung der Spannungsrippel dient dazu, Formeln für die Auslegung der Glättungskapazitäten C_h und C_ℓ zu erhalten.

3.3.1 Hochspannungsseite

Zunächst soll der Stromverlauf für i_h betrachtet werden. Dieser setzt sich zusammen aus den Anteilen der Phasenströme i_x , welche durch den oberen Schalter T_H fließen.

Je nach Phasenzahl lässt sich die Verschiebung der Anteile zueinander innerhalb einer Periode mit Gleichung (2.3) berechnen. Die Stromform für i_{C_h} ist dann der mittelwertfreie AC-Teil des Stromes i_h , vorausgesetzt, dass die Kapazität idealerweise den gesamten Stromrippel aufnimmt und der Serienwiderstand der Kapazität vernachlässigt werden kann. Der zweiphasige und vierphasige Fall müssen hier wiederum unterschieden werden.

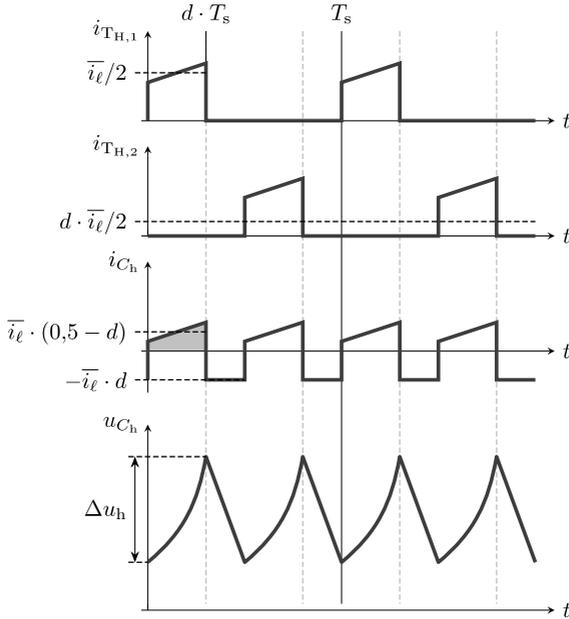
Zweiphasig:

Fall 1: $d \leq 0,5$: Abb. 3.23 zeigt den möglichen Spannungsrippel für $d \leq 0,5$. Die beiden 180° phasenversetzten Ströme $i_{T_{H,1}}$ und $i_{T_{H,2}}$ (Ströme durch die jeweils oberen Schalter) addieren sich zu i_h . Es gilt nach Gleichung (2.2) $\bar{i}_h = d \cdot \bar{i}_\ell$ und dass der Mittelwert des Stromanstiegs jeweils $0,5 \cdot \bar{i}_\ell$ entspricht. Der dargestellte Strom i_{C_h} enthält nur den mittelwertfreien Rippel $i_h - d \cdot \bar{i}_\ell$. Es wird über die markierte Fläche integriert ($d \cdot T_s$). Der Mittelwert des ansteigenden Stromes in i_{C_h} ergibt sich zu $0,5 \cdot \bar{i}_\ell - d \cdot \bar{i}_\ell$. Somit lässt sich der Spannungsrippel ausdrücken durch folgende Formel:

$$\begin{aligned} \Delta u_h \Big|_{d \leq 0,5} &= \frac{1}{C_h} \int_0^{d \cdot T_s} \frac{\bar{i}_\ell}{2} - \bar{i}_\ell \cdot d \, dt \\ &= \frac{\bar{i}_\ell}{C_h \cdot f_s} \cdot d \cdot \left(\frac{1}{2} - d \right) \end{aligned} \quad (3.155)$$

Fall 2: $d > 0,5$: Den Spannungsrippel für $d > 0,5$ stellt Abb. 3.24 dar. Er verhält sich ähnlich zum Spannungsrippel aus dem vorherigen Fall. Es muss jedoch hier darauf geachtet werden, dass sich die Mittelwerte der Stromanstiege von $i_{T_{H,1}}$ und $i_{T_{H,2}}$ im relevanten Zeitbereich zu $\bar{i}_\ell - d \cdot \bar{i}_\ell$ addieren und der gesamte Stromanstieg dadurch steiler wird. Integriert werden muss jetzt über $(d - 0,5) \cdot T_s$. Der Spannungsrippel lässt sich durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$\begin{aligned} \Delta u_h \Big|_{d > 0,5} &= \frac{1}{C_h} \int_0^{(d-0,5) \cdot T_s} \bar{i}_\ell - \bar{i}_\ell \cdot d \, dt \\ &= \frac{\bar{i}_\ell}{C_h \cdot f_s} \cdot (d - 0,5) \cdot (1 - d) \end{aligned} \quad (3.156)$$

Abbildung 3.23: Spannungsrippel an C_h für $d \leq 0,5$ (CII)

Maximaler Spannungsrippel: Der maximale Spannungsrippel $\Delta u_{h,\max}$ kann nach Ableiten der beiden Gleichungen 3.155 und 3.156 nach d beschrieben werden mit:

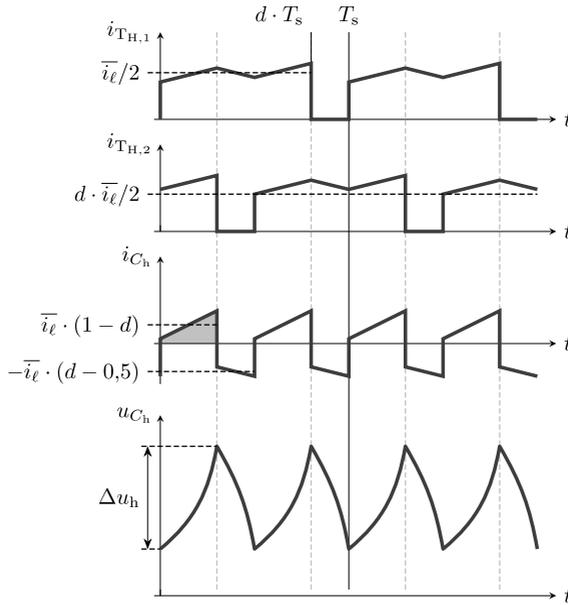
$$\Delta u_{h,\max} = \frac{1}{16} \cdot \frac{\bar{i}_\ell}{C_h \cdot f_s} \quad (3.157)$$

Dabei gilt jeweils:

$$d_{\max, \Delta u_h} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{1}{4} \quad (3.158)$$

$$d_{\max, \Delta u_h} \Big|_{d > 0,5} = \frac{3}{4} \quad (3.159)$$

Es kann festgestellt werden, dass die größten Spannungsrippel auf der Hochspannungsseite neben der Größe der Kapazität C_h und Schaltfrequenz f_s nicht vom Stromrippel, sondern von der Höhe des DC-Stromes \bar{i}_ℓ abhängen.

Abbildung 3.24: Spannungsrippel an C_h für $d > 0,5$ (CII)**Vierphasig:**

Die Spannungsverläufe des vierphasigen Induktors lassen sich grundsätzlich analog zum zweiphasigen Induktor für alle vier Tastgradbereiche bestimmen. Hierfür muss jedoch angenommen werden, dass die Phasenstromrippel Δi_x im gleichen Band gehalten werden (vergleiche Variante 2 aus Abschnitt 4.2.2 und Abb. 4.9). Es soll im Folgenden an einem Beispiel gezeigt werden, wie sich das Ergebnis für den maximalen Spannungsrippel herleiten lässt, ohne dass alle vier Fälle im Detail beschrieben werden müssen.

Als Beispielfall wird der Tastgradbereich $0,25 < d \leq 0,5$ ausgewählt. Es überlagern sich zeitgleich jeweils zwei der vier Phasenströme mit positivem Stromanteil ($2 \cdot \bar{i}_\ell/4$, vergleiche Abb. 3.15). Die anderen beiden Ströme liefern zum selben Zeitpunkt den Beitrag $i = 0$. Der Stromverlauf i_{C_h} entspricht demnach beim vierphasigen Induktor grundsätzlich dem des zweiphasigen Induktors. Die Mittelwerte $d \cdot \bar{i}_\ell/4$ der vier Ströme überlagern sich zu $\bar{i}_h = d \cdot \bar{i}_\ell$. Somit ergibt sich der Stromwert für die zu

integrierende Fläche zu $\bar{i}_\ell \cdot (1/2 - d)$. Die Dauer der Integration beträgt $d - 1/4$ und es ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \Delta u_h \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} &= \frac{1}{C_h} \int_0^{(d-0,25) \cdot T_s} \frac{\bar{i}_\ell}{2} - \bar{i}_\ell \cdot d \, dt \\ &= \frac{\bar{i}_\ell}{C_h \cdot f_s} \cdot (d - 0,25) \cdot \left(\frac{1}{2} - d\right) \end{aligned} \quad (3.160)$$

Nach Ableitung von Gleichung (3.160) ergibt sich der Tastgrad für den maximalen Spannungsrippel im Bereich $0,25 < d \leq 0,5$ zu:

$$d_{\max, \Delta u_h} \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} = \frac{3}{8} \quad (3.161)$$

Eingesetzt in Gleichung (3.160) folgt der maximale Spannungsrippel $\Delta u_{h, \max}$:

$$\Delta u_{h, \max} = \frac{1}{64} \cdot \frac{\bar{i}_\ell}{C_h \cdot f_s} \quad (3.162)$$

Der Faktor 4 im Vergleich zum zweiphasigen Fall lässt sich zum einen über die resultierende doppelte Frequenz im Strom i_{C_h} und zum anderen über die halbierte Stromamplitude aufgrund der doppelten Phasenanzahl erklären. Die Abhängigkeit von der Höhe des DC-Stromes \bar{i}_ℓ bleibt erhalten. Es kann jedoch herausgestellt werden, dass der Spannungsverlauf an u_{C_h} im Vergleich zum zweiphasigen Induktor ein wesentlich besseres Verhalten aufweist und die Kapazität C_h bei gleichem maximalen Spannungsrippel $\Delta u_{h, \max}$ um ein vierfaches kleiner gewählt werden kann.

3.3.2 Niederspannungsseite

Der Spannungsrippel an C_ℓ verhält sich für den C_n genauso wie für den S_n . Er hängt direkt mit dem Summen-Stromrippel aus Abschnitt 3.2.1 zusammen. Allgemein gilt ohne DC-Anteil:

$$\begin{aligned} \Delta u_\ell &= \frac{1}{C_\ell} \int_0^{\frac{T_s}{2 \cdot N_{\text{ph}}}} \frac{\Delta i_\ell}{2} \, dt \\ &= \frac{1}{C_\ell} \cdot \frac{T_s}{2 N_{\text{ph}}} \cdot \frac{\Delta i_\ell}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\Delta i_\ell}{8 \cdot C_\ell \cdot N_{\text{ph}} \cdot f_s} \end{aligned} \quad (3.163)$$

Für die einfache Schaltzelle ist $N_{\text{ph}} = 1$. Für eine höhere Phasenzahl vervielfacht sich die Frequenz mit N_{ph} (siehe Abb. 3.25).

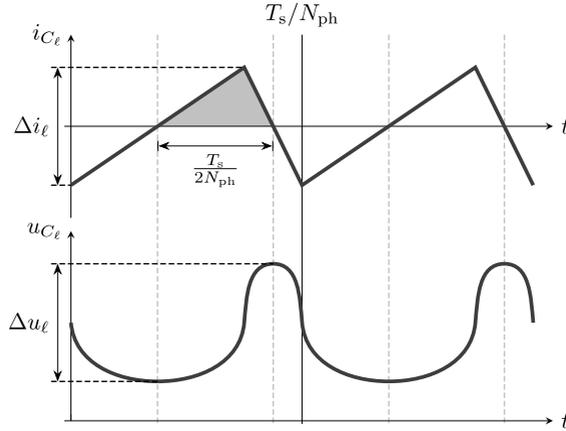


Abbildung 3.25: Spannungsrippel an C_ℓ (C_n)

Soll auch hier die Abhängigkeit von d aufgezeigt werden, lässt sich Δi_ℓ für den zwei-phasigen Induktor durch die Gleichungen (3.50) und (3.51) sowie für den vierphasigen Induktor durch die Gleichungen (3.120), (3.121), (3.122) und (3.123) ersetzen. Der maximale Spannungsrippel $\Delta u_{\ell, \text{max}}$ stellt sich ein bei $\Delta i_\ell = \Delta i_{\ell, \text{max}}$ (Zweiphasig: (3.54), Vierphasig: (3.128)). Tabelle 3.1 fasst die maximalen Spannungsrippel für Hoch- und Niederspannungsseite zusammen.

	$N_{\text{ph}} = 2$	$N_{\text{ph}} = 4$
$\Delta u_{\text{h}, \text{max}}$	$\frac{1}{16} \cdot \frac{\bar{i}_\ell}{C_{\text{h}} \cdot f_s}$	$\frac{1}{64} \cdot \frac{\bar{i}_\ell}{C_{\text{h}} \cdot f_s}$
$\Delta u_{\ell, \text{max}}$	$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{N_{\text{ph}}} \cdot \frac{\Delta i_{\ell, \text{max}}}{C_\ell \cdot f_s}$	

Tabelle 3.1: Zusammenfassung Spannungsrippel

3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sind die wesentlichen elektrischen Modelle zur Beschreibung einer gekoppelten Induktivität in phasenverschoben taktenden Gleichspannungswandlern herausgearbeitet worden. Das elektrische Ersatzschaltbild mit Kurzschlussinduktivität L_k und Spannungsquelle bildet die Grundlage für die Modellierung. Die entstehenden Stromformen der Konfigurationen $N_{\text{ph}} = 2$ und $N_{\text{ph}} = 4$ sind in Abhängigkeit von Tastgrad d und Kopplungsfaktor k dargestellt worden. Zusätzlich sind Beschreibungen der Spitzen- und Effektivwerte diskutiert worden, welche für die Auslegung der gekoppelten Induktivität von zentraler Bedeutung sind. Ferner dargestellt sind die sich aus den Stromformen ergebenden Spannungsrippel.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts können bei der Ausarbeitung unterschiedlicher magnetischer Modelle angewandt werden. So finden sich im nächsten Abschnitt Ausarbeitungen des zweiphasigen und vierphasigen Induktors auf Basis von gewickelten Ringbandkernen.

Kapitel 4

Mathematische Modellbildung magnetischer Teil

Im magnetischen Teil der Modellbildung wird die Umsetzung des elektrischen Teils auf reale Induktor-Geometrien erläutert. Dafür werden zwei Kernkonfigurationen herangezogen:

- Ringbandkern-Geometrie mit zwei inneren Streukernen und einem Koppelringbandkern (CTWCII)
- Ringbandkern-Geometrie mit vier inneren Streukernen und einem Koppelringbandkern (CTWCIV)

Die verschiedenen Kernkonfigurationen werden zunächst mit Reluktanzen und Reluktanzmodellen beschrieben. Daraufhin werden die magnetischen Flüsse Φ und Flussdichten B hergeleitet. Aus den Flussdichten ergeben sich im Anschluss die Volumenberechnungen.

4.1 Reluktanzen R_m

Die Reluktanzmodelle bieten die Möglichkeit, die magnetisch aktiven Teile des Kerns zu beschreiben. Grundsätzlich werden für beide CIs Ringbandkern-Geometrien genutzt, sodass Streuflusspfad und Koppelflusspfad getrennt betrachtet werden können. Der Kopplungsfaktor k ergibt sich aus den entsprechenden Reluktanzen R_m .

4.1.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$

Der CTWCII ist die Kernkonfiguration für den CII. Die Wicklungsorientierung spielt für die magnetischen Betrachtungen jedoch zunächst keine Rolle. Abb. 4.1 stellt die Kernkonfiguration dar und Abb. 4.2 zeigt die Definition der geometrischen Kernparameter.

Die gekoppelte Induktivität besteht aus zwei inneren Kernen, welche den Streufluss Φ_{σ} führen, sowie aus einem äußeren Kern, welcher den Koppelfluss Φ_k führt. $l_{\text{Fe},\sigma}$ und $l_{\text{Fe},k}$ beschreiben die magnetisch effektiven Weglängen¹ der Kerne (nicht zu verwechseln mit den mittleren Weglängen der neutralen Fasern² l_{σ} und l_k). $A_{\text{Fe},\sigma}$ und $A_{\text{Fe},k}$ beschreiben die magnetisch effektiven Querschnittsflächen³, während A_{σ} und A_k die geometrischen Querschnittsflächen darstellen. Es wird bei der Modellierung angenommen, dass nur Flüsse innerhalb der modellierten Kerne und keinerlei parallele Streuflüsse in der Luft existieren.

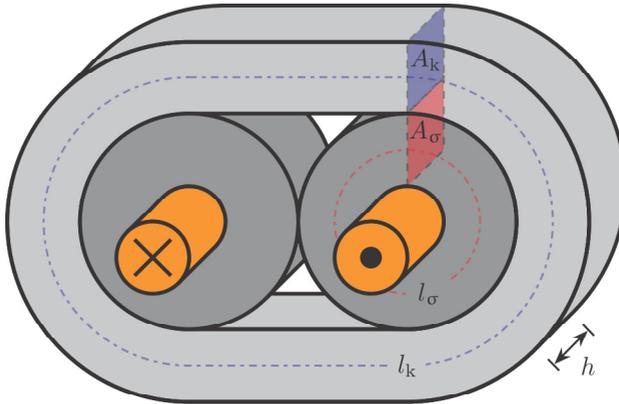


Abbildung 4.1: Ringbandkern-Konfiguration mit zwei Streukernen und einem Koppelp kern

Die Definition der Längen $l_{\text{Fe},\sigma}$ und $l_{\text{Fe},k}$ lassen sich aus dem Durchflutungsgesetz in integraler Form (zeitinvariant mit $\partial \vec{D} / \partial t = 0$) [34] herleiten und beschreiben jeweils

¹Die effektive magnetische Weglänge l_{Fe} beschreibt die Weglänge, mit welcher die Reluktanz R_m berechnet wird.

²in der Festigkeitslehre die Faser oder Schicht eines geraden Balkens, deren Länge sich beim Verbiegen des Balkens nicht verändert

³wird ebenfalls für die Berechnung der Reluktanz R_m verwendet

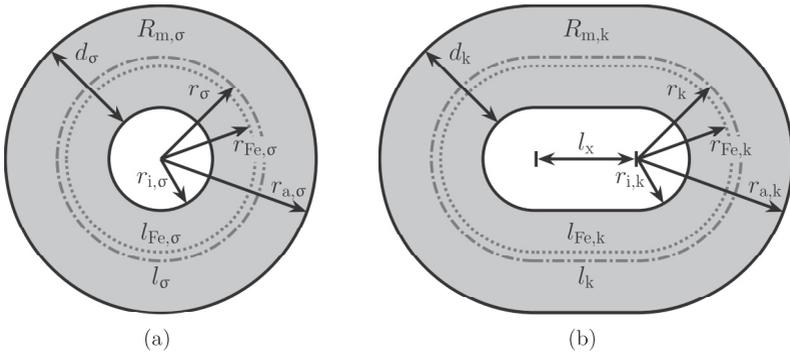


Abbildung 4.2: (a): Längendefinition innere Streukerne; (b): Längendefinition Kopplern CTWCII

,

die Weglängen, bei welchen H_{Fe} den Mittelwert zwischen der äußersten und innersten Feldlinie des jeweiligen Kerns annimmt [71]. Es soll an dieser Stelle angemerkt werden, dass der reale Feldverlauf in den Kernen (insbesondere bei höheren Frequenzen) aufgrund der Windungsanordnung sowie der Felddiffusion $\nabla^2 \vec{B} = \mu \kappa \cdot \partial \vec{B} / \partial t$ leicht vom idealen Modell abweicht, dieses jedoch für die Darstellung der Volumensparnis ausreicht.

Weiterhin gilt, dass aufgrund der Toroidform der Kerne das Magnetfeld am äußeren und inneren Rand je nach Dicke des Kerns unterschiedlich stark vom Mittelwert H_{Fe} abweichen kann⁴. Für die Berechnung der Reluktanz sind jedoch H_{Fe} und das

⁴Eine Möglichkeit, die magnetische Flussdichte im Kern zu homogenisieren, zeigt [93]. Hier wird die Permeabilität über den Radius des Kerns verändert, was einen scharfen Knick in der Sättigungskennlinie erzeugt. Diese Methode ist für die flexible Herstellung der Kerne unter Laborbedingungen jedoch nicht anwendbar.

resultierende l_{Fe} entscheidend.

$$H_{\text{Fe}} = \frac{\int_{r_i}^{r_a} \frac{I}{2\pi r} dr}{r_a - r_i} = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{r_a - r_i} \quad (4.1)$$

$$r_{\text{Fe}} = \frac{I}{2\pi \cdot H_{\text{Fe}}} = \frac{r_a - r_i}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad (4.2)$$

$$l_{\text{Fe}} = 2\pi \cdot r_{\text{Fe}} = 2\pi \cdot \frac{r_a - r_i}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad (4.3)$$

$$\Rightarrow l_{\text{Fe},\sigma} = 2\pi \cdot \frac{r_{a,\sigma} - r_{i,\sigma}}{\ln\left(\frac{r_{a,\sigma}}{r_{i,\sigma}}\right)} = 2\pi \cdot \frac{d_\sigma}{\ln\left(\frac{r_{a,\sigma}}{r_{i,\sigma}}\right)} \quad (4.4)$$

$$\Rightarrow l_{\text{Fe},k} = 2\pi \cdot \frac{r_{a,k} - r_{i,k}}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 2l_x = 2\pi \cdot \frac{d_k}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 2l_x \quad (4.5)$$

Dabei beschreibt l_x den Abstand der beiden Mittelpunkte der inneren Kerne mit $l_x = 2r_{a,\sigma}$. Sollte ein Isolationsabstand zwischen den Kernen vorgesehen werden, ergibt sich $l_x = 2r_{a,\sigma} + d_{\text{Iso}}$. Die magnetisch wirksamen Flächen $A_{\text{Fe},\sigma}$ und $A_{\text{Fe},k}$ unterscheiden sich von A_σ und A_k , da gewickelte Ringbandkerne bedingt durch den geschichteten Aufbau immer einen Füllfaktor $\eta_{\text{Fe}} < 1$ aufweisen [71]. Da η_{Fe} messtechnisch nur indirekt erfasst werden kann, lassen sich $A_{\text{Fe},\sigma}$ und $A_{\text{Fe},k}$ durch die Kernmasse m_{Fe} und die Massendichte ρ_{Fe} des Materials bestimmen.

$$A_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{\rho_{\text{Fe}} \cdot l}$$

$$\Rightarrow A_{\text{Fe},\sigma} = \frac{m_{\text{Fe},\sigma}}{\rho_{\text{Fe},\sigma} \cdot l_\sigma} = \frac{m_{\text{Fe},\sigma}}{\rho_{\text{Fe},\sigma} \cdot \pi \cdot (r_{a,\sigma} + r_{i,\sigma})} \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow A_{\text{Fe},k} = \frac{m_{\text{Fe},k}}{\rho_{\text{Fe},k} \cdot l_k} = \frac{m_{\text{Fe},k}}{\rho_{\text{Fe},k} \cdot [\pi \cdot (r_{a,k} + r_{i,k}) + 2l_x]} \quad (4.7)$$

$$\eta_{\text{Fe}} = \frac{A_{\text{Fe}}}{A}$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{Fe},\sigma} = \frac{A_{\text{Fe},\sigma}}{A_\sigma} = \frac{m_{\text{Fe},\sigma}}{\rho_{\text{Fe},\sigma} \cdot \pi \cdot (r_{a,\sigma} + r_{i,\sigma}) \cdot h_\sigma \cdot d_\sigma} \quad (4.8)$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{Fe},k} = \frac{A_{\text{Fe},k}}{A_k} = \frac{m_{\text{Fe},k}}{\rho_{\text{Fe},k} \cdot [\pi \cdot (r_{a,k} + r_{i,k}) + 2l_x] \cdot h_k \cdot d_k} \quad (4.9)$$

Die Reluktanzen $R_{m,\sigma}$ und $R_{m,k}$ berechnen sich folgendermaßen. Dabei beschreiben

$\mu_{r,\sigma}$ und $\mu_{r,k}$ die relativen Permeabilitäten μ_r der Kerne:

$$R_{m,\sigma} = \frac{l_{Fe,\sigma}}{\mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma} \cdot A_{Fe,\sigma}}$$

$$\Leftrightarrow R_{m,\sigma} = \frac{\rho_{Fe,\sigma}}{\mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma} \cdot m_{Fe,\sigma}} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot [(r_{a,\sigma})^2 - (r_{i,\sigma})^2]}{\ln\left(\frac{r_{a,\sigma}}{r_{i,\sigma}}\right)} \quad (4.10)$$

$$R_{m,k} = \frac{l_{Fe,k}}{\mu_0 \cdot \mu_{r,k} \cdot A_{Fe,k}}$$

$$\Leftrightarrow R_{m,k} = \frac{\rho_{Fe,k}}{\mu_0 \cdot \mu_k \cdot m_{Fe,k}} \cdot \left(\frac{2\pi \cdot d_k}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 2l_x \right) \cdot [\pi \cdot (r_{a,k} + r_{i,k}) + 2l_x] \quad (4.11)$$

4.1.2 Vierphasig $N_{ph} = 4$

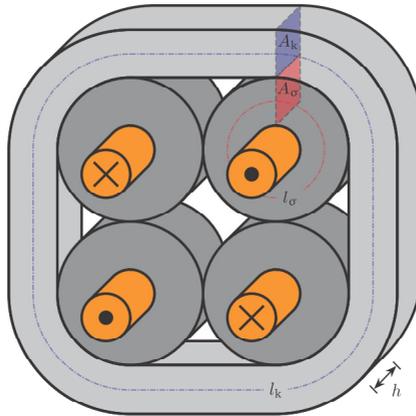


Abbildung 4.3: Ringbandkern-Konfiguration mit vier Streukernen und einem Koppelp kern

Der CTWCIV stellt die Kernkonfiguration für den CIV dar. Abb. 4.3 zeigt die Anordnung der Kerne. Die gekoppelte Induktivität besteht aus vier inneren Kernen, die wie beim CTWCII den Streufluss Φ_σ führen, sowie aus einem äußeren Kern, welcher den Koppelfluss Φ_k führt. $l_{Fe,\sigma}$ und $l_{Fe,k}$ beschreiben erneut die magnetisch effektiven Weglängen der Kerne, während l_σ und l_k die Weglängen der neutralen

Faser darstellen. Für $A_{\text{Fe},\sigma}$ und $A_{\text{Fe},k}$ gilt wie zuvor dargestellt $A_{\text{Fe},\sigma} = A_\sigma \cdot \eta_{\text{Fe},\sigma}$ und $A_{\text{Fe},k} = A_k \cdot \eta_{\text{Fe},k}$ aufgrund des gewickelten Kernaufbaus.

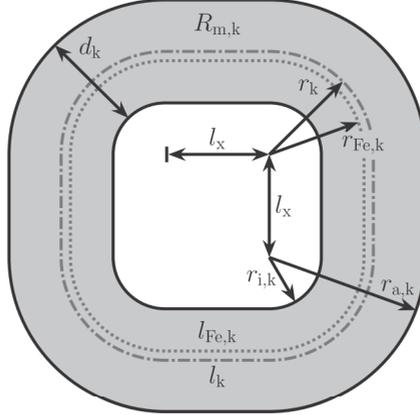


Abbildung 4.4: Längendefinition Koppelkern CTWCIV

$l_{\text{Fe},\sigma}$, $A_{\text{Fe},\sigma}$, $\eta_{\text{Fe},\sigma}$ und $R_{\text{m},\sigma}$ lassen sich identisch zum CII berechnen (siehe (4.4), (4.6), (4.8) und (4.10)). Die Berechnung der Größen des Koppelkerns ergibt sich zu:

$$l_{\text{Fe},k} = 2\pi \cdot \frac{r_{a,k} - r_{i,k}}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 4 \cdot l_x = 2\pi \cdot \frac{d_k}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 4 \cdot l_x \quad (4.12)$$

$$A_{\text{Fe},k} = \frac{m_{\text{Fe},k}}{\rho_{\text{Fe},k} \cdot l_k} = \frac{m_{\text{Fe},k}}{\rho_{\text{Fe},k} \cdot [\pi \cdot (r_{a,k} + r_{i,k}) + 4l_x]} \quad (4.13)$$

$$\eta_{\text{Fe},k} = \frac{A_{\text{Fe},k}}{A_k} = \frac{m_{\text{Fe},k}}{\rho_{\text{Fe},k} \cdot [\pi \cdot (r_{a,k} + r_{i,k}) + 4l_x] \cdot h_k \cdot d_k} \quad (4.14)$$

$$R_{\text{m},k} = \frac{\rho_{\text{Fe},k}}{\mu_0 \cdot \mu_k \cdot m_{\text{Fe},k}} \cdot \left(\frac{2\pi \cdot d_k}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 4l_x \right) \cdot [\pi \cdot (r_{a,k} + r_{i,k}) + 4l_x] \quad (4.15)$$

4.2 Flüsse Φ

Um die Kerngrößen optimal auslegen zu können, ist die Modellierung der Flüsse Φ nötig. Dazu werden für beide Konfigurationen Reluktanzmodelle aufgestellt, welche

die Kernkonfigurationen abbilden. Aus diesen Modellen lassen sich die Flüsse mit Hilfe der Ströme i_x und der Reluktanzen R_m berechnen.

4.2.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$

Abb. 4.5 zeigt das Reluktanzmodell und die entstehenden Flüsse $\Phi(t)$ des CTWCII. Die beiden inneren Streuflusskerne entsprechen $R_{m,\sigma}$ während der Koppelkern durch $R_{m,k}$ dargestellt ist. $N_{\text{Cu}} \cdot i_x$ beschreibt jeweils die Durchflutung $\Theta(t)$ (magnetische Spannung) der Phasen. $\Phi_1(t)$ und $\Phi_2(t)$ beschreiben keine Flüsse in den Kernen, sondern stellen jeweils die Addition beziehungsweise Differenz der Flüsse $\Phi_k(t)$ und $\Phi_\sigma(t)$ dar. $\Phi_k(t)$ resultiert aus der Differenz der magnetischen Spannungen $N_{\text{Cu}} \cdot i_1(t) - N_{\text{Cu}} \cdot i_2(t)$ über der Reluktanz $R_{m,k}$. Die Windungszahl N_{Cu} gilt jeweils für alle Kerne.

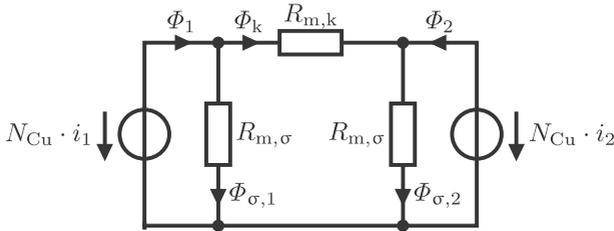


Abbildung 4.5: Reluktanzmodell CTWCII

Die Flüsse berechnen sich allgemein jeweils zu:

$$\Phi_{\sigma,1}(t) = \frac{N_{\text{Cu}} \cdot i_1(t)}{R_{m,\sigma}} \quad (4.16)$$

$$\Phi_{\sigma,2}(t) = \frac{N_{\text{Cu}} \cdot i_2(t)}{R_{m,\sigma}} \quad (4.17)$$

$$\Phi_k(t) = \frac{N_{\text{Cu}} \cdot (i_1(t) - i_2(t))}{R_{m,k}} \quad (4.18)$$

Um die maximal möglichen Spitzenwerte für die Flüsse $\Phi_{\sigma,1}(t)$ und $\Phi_{\sigma,2}(t)$ zu berechnen, können jeweils die maximalen Spitzenwerte $\hat{i}_{x,\text{max}}$ (Gleichung (3.61)) für $i_1(t)$ und $i_2(t)$ eingesetzt werden. Wahlweise lässt sich die entstehende Gleichung

zudem durch $\Delta i_{\ell,\max}$ (3.54) ausdrücken:

$$\begin{aligned} \widehat{\Phi}_{\sigma,\max} &= \widehat{\Phi}_{\sigma,1,\max} = \widehat{\Phi}_{\sigma,2,\max} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \widehat{i}_{\text{x},\max} \\ &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \left(\frac{\overline{i}_{\ell}}{2} + \frac{U_{\text{h}}}{8 \cdot L_{\text{k}} \cdot f_{\text{s}} \cdot (1+k)} \right) \\ &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \left(\frac{\overline{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{(1+k)^2} \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Um $\Phi_{\text{k}}(t)$ zu berechnen, muss zunächst die Stromdifferenz $i_{\text{k}}(t) = i_1(t) - i_2(t)$ über alle Tastgrade d betrachtet werden. $i_{\text{k}}(t)$ beschreibt stellvertretend den Fluss im Koppelkern. Der Stromrippel Δi_{k} ergibt sich analog aus der Differenz der Phasenstromrippel (vergleiche Abb. 4.6). Wenn für die Mittelwerte jeweils $\overline{i}_{\text{x}} = \overline{i}_{\ell}/2$ gilt, ergeben sich der Mittelwert $\overline{i}_{\text{k}} = 0 \text{ A}$ und Δi_{k} . Es zeigt sich, dass die Grundfrequenz des Koppelflusses der einfachen Schaltfrequenz f_{s} entspricht.

$$\Delta i_{\text{k}} \Big|_{d \leq 0,5} = \Delta i_{\text{x}} \Big|_{10}^{d \leq 0,5} - \Delta i_{\text{x}} \Big|_{0\overline{1}}^{d \leq 0,5} = \frac{U_{\text{h}}}{L_{\text{k}} \cdot f_{\text{s}}} \cdot d \cdot (1-k) \quad (4.20)$$

$$\Delta i_{\text{k}} \Big|_{d > 0,5} = \Delta i_{\text{x}} \Big|_{10}^{d > 0,5} - \Delta i_{\text{x}} \Big|_{0\overline{1}}^{d > 0,5} = \frac{U_{\text{h}}}{L_{\text{k}} \cdot f_{\text{s}}} \cdot (1-d) \cdot (1-k) \quad (4.21)$$

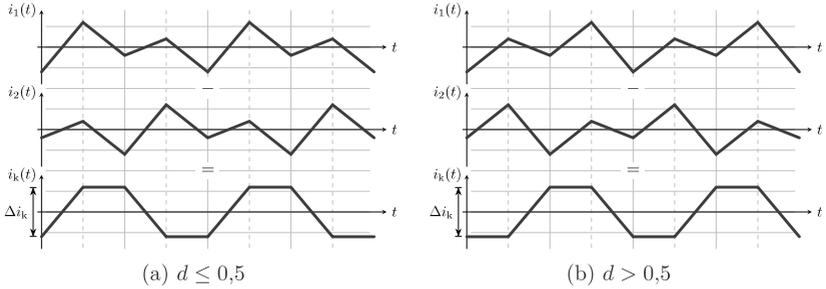
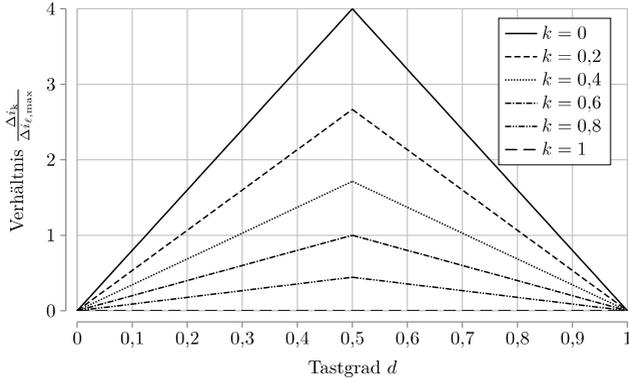


Abbildung 4.6: Differenz der Phasenströme im Koppelkern $i_{\text{k}}(t)$ (stellvertretend für Koppelfluss $\Phi_{\text{k}}(t)$); CTWCII)

Abb. 4.7 zeigt Δi_{k} bezogen auf den maximalen Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell,\max}$. $\Delta i_{\ell,\max}$ dient hier erneut als Vergleichsgröße und es ist erkennbar, dass Δi_{k} mit steigendem Kopplungsfaktor k abnimmt sowie für $d = 0,5$ ein Maximum erreicht.

Abbildung 4.7: Verhältnis Δi_k zu Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ (CTWCII)

Der Spitzenwert \hat{i}_k ergibt sich aus $\Delta i_k/2$. Die Berechnungsvorschriften für die Spitzenwerte \hat{i}_k und den maximalen Spitzenwert $\hat{i}_{k, \max}$ lauten:

$$\hat{i}_k \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{\Delta i_k \Big|_{d \leq 0,5}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot d \cdot (1 - k) \quad (4.22)$$

$$\hat{i}_k \Big|_{d > 0,5} = \frac{\Delta i_k \Big|_{d > 0,5}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1 - d) \cdot (1 - k) \quad (4.23)$$

$$\hat{i}_{k, \max} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1 - k) \quad \text{mit } d = 0,5 \quad (4.24)$$

Damit lässt sich der maximal mögliche Spitzenwert für $\Phi_k(t)$ darstellen und wahlweise alternativ durch $\Delta i_{\ell, \max}$ (3.54) ausdrücken:

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{k, \max} &= \frac{N_{Cu}}{R_{m, k}} \cdot \hat{i}_{k, \max} \\ &= \frac{N_{Cu}}{R_{m, k}} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1 - k) \right) \\ &= \frac{N_{Cu}}{R_{m, k}} \cdot \left(2 \cdot \Delta i_{\ell, \max} \cdot \frac{1 - k}{1 + k} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

4.2.2 Vierphasig $N_{\text{ph}} = 4$

Das Reluktanzmodell für den CTWCIV ist in Abb. 4.8 dargestellt. Von den vier magnetischen Spannungen sind $N_{\text{Cu}} \cdot i_1(t)$ und $N_{\text{Cu}} \cdot i_2(t)$ in positiver Richtung sowie $N_{\text{Cu}} \cdot i_3(t)$ und $N_{\text{Cu}} \cdot i_4(t)$ in negativer Richtung gezählt. $R_{m,\sigma}$ entspricht der Reluktanz der vier Streukerne. $R_{m,k}$ stellt die Reluktanz des Koppelkerns dar.

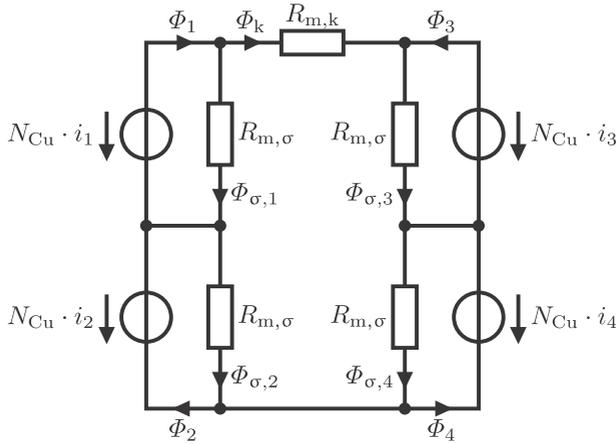


Abbildung 4.8: Reluktanzmodell CTWCIV

Die Flüsse ergeben sich allgemein zu:

$$\Phi_{\sigma}(t) = \frac{N_{\text{Cu}} \cdot i_x(t)}{R_{m,\sigma}} \quad (4.26)$$

$$\Phi_k(t) = \frac{N_{\text{Cu}} \cdot (i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) - i_4(t))}{R_{m,k}} \quad (4.27)$$

$\widehat{\Phi}_{\sigma,\text{max}}$ lässt sich je nach Auslegungsstrategie auf zwei verschiedene Arten berechnen:

1. Die Mittelwerte der Ströme werden auf gleiches Niveau $\overline{i_x} = \overline{i_\ell}/4$ geregelt. Der maximale Spitzenwert der Ströme $\widehat{i_{x,\text{max}}}$ wird für die Flussberechnung benutzt. Dadurch wird der Streukern für höhere Flüsse ausgelegt.
2. Die Phasen-Stromrippel Δi_x werden im selben Band gehalten ($\overline{i_x} = \overline{i_\ell}/4 - \delta_{i_x}$). Der maximale Spitzenwert der Flüsse berechnet sich dann ohne die Versch-

bung δ_{i_x} (vergleiche Abb. 4.9). Dadurch kann der Streukern kleiner ausgelegt werden. Der Koppelnern ist auch hier theoretisch weiterhin mittelwertfrei, da jeweils die gleichsinnigen Phasenströme $i_1(t)$ und $i_2(t)$, beziehungsweise $i_3(t)$ und $i_4(t)$, in entgegengesetzte Richtung um δ_{i_x} verschoben werden.

Da der Kern volumenoptimiert ausgelegt werden soll, wird Variante 2 bevorzugt. Zu beachten ist, dass sich die Mittelwerte der Phasenströme unterscheiden. Aufgrund der in der Realität auftretenden Leitungswiderstände in der Kupferwicklung verschieben sich auch die Tastgrade d zueinander und die Stromformen entsprechen nicht mehr dem berechneten Ideal. Dieser Effekt muss bei der Auslegung einkalkuliert werden. Ein ausreichender Sicherheitsabstand für die Kernsättigung ist in jedem Fall vorzusehen (auch bei Variante 1 können Abweichungen der Leitungswiderstände auftreten). $\hat{\Phi}_{\sigma,\max}$ berechnet sich mit Gleichung (3.119) ähnlich zum CTWCII (vergleiche Gleichung (4.19)) und lässt sich erneut wahlweise durch den maximalen Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell,\max}$ (3.128) ausdrücken:

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{\sigma,\max} &= \hat{\Phi}_{\sigma,1,\max} = \hat{\Phi}_{\sigma,3,\max} = \hat{\Phi}_{\sigma,3,\max} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \frac{\Delta i_x}{2} \right) \\
 &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \frac{U_h}{8 \cdot L_k \cdot f_s} \cdot \frac{2k+1}{3k+1} \right) \\
 &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \left[\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + 2 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \left(\frac{2k+1}{3k+1} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Für die Berechnung des Koppelflusses $\Phi_k(t)$ muss der Strom $i_k(t) = i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) - i_4(t)$ beziehungsweise der Stromrippel Δi_k berechnet werden. Abb. 4.10 zeigt dessen Abhängigkeit von d und k bezogen auf den maximalen Summen-Stromrippel.

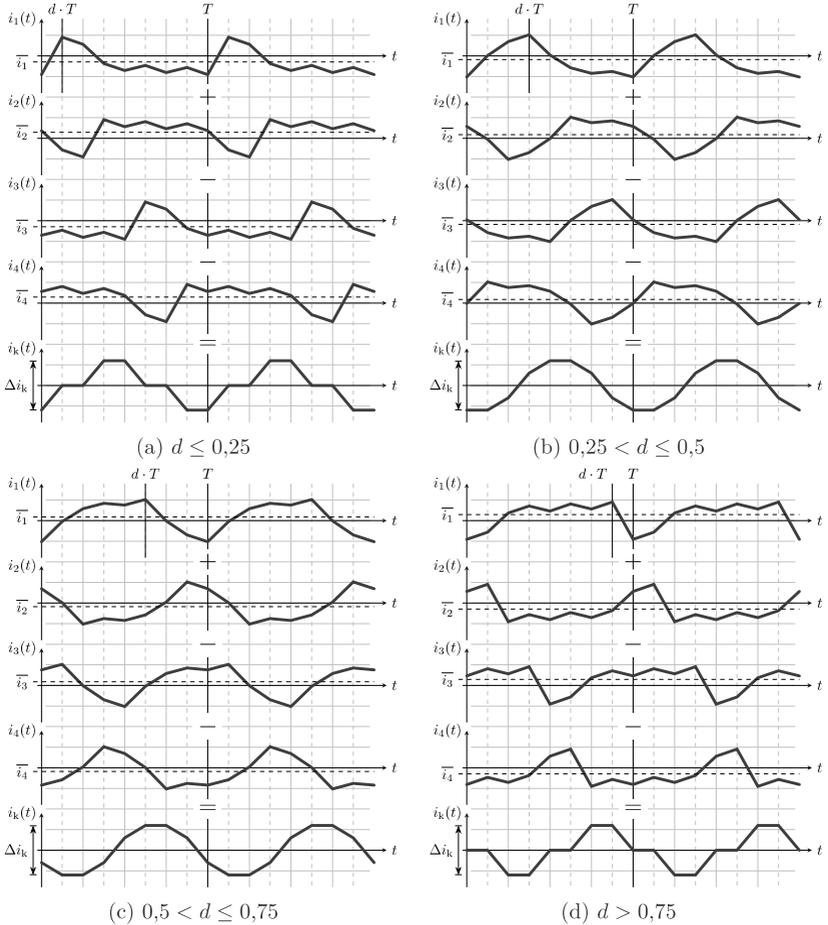


Abbildung 4.9: Differenz der Phasenströme im Koppelkern $i_k(t)$ (um δ_{i_x} verschoben, stellvertretend für Koppelfluss $\Phi_k(t)$); CTWCIV

Δi_k berechnet sich für die jeweiligen Tastgradbereiche zu:

$$\begin{aligned}\Delta i_k \Big|^{d \leq 0,25} &= 2 \cdot \left(\Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{01} - 2 \Delta i_x \Big|_{01\bar{1}} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot d \cdot \frac{2 - 2k}{2k + 1}\end{aligned}\quad (4.29)$$

$$\begin{aligned}\Delta i_k \Big|^{0,25 < d \leq 0,5} &= 2 \cdot \left(\Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{01} + \Delta i_x \Big|_{11} - \Delta i_x \Big|_{02\bar{2}} - 2 \Delta i_x \Big|_{01\bar{1}} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{1 - k}{4k + 2}\end{aligned}\quad (4.30)$$

$$\begin{aligned}\Delta i_k \Big|^{0,5 < d \leq 0,75} &= 2 \cdot \left(2 \Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{11} - \Delta i_x \Big|_{01\bar{1}} - \Delta i_x \Big|_{02\bar{2}} - \Delta i_x \Big|_{12\bar{2}} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{1 - k}{4k + 2}\end{aligned}\quad (4.31)$$

$$\begin{aligned}\Delta i_k \Big|^{d > 0,75} &= 2 \cdot \left(2 \Delta i_x \Big|_{10} - \Delta i_x \Big|_{01\bar{1}} - \Delta i_x \Big|_{12\bar{2}} \right) \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1 - d) \cdot \frac{2 - 2k}{2k + 1}\end{aligned}\quad (4.32)$$

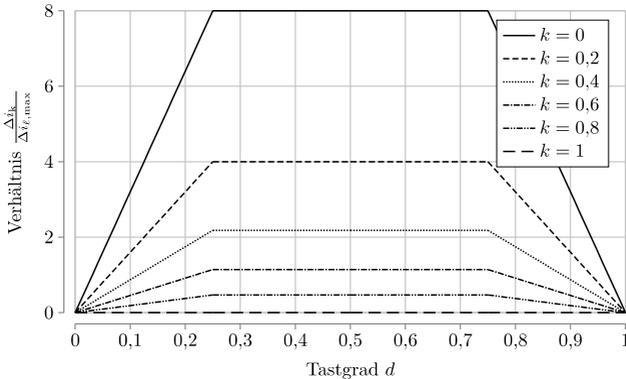


Abbildung 4.10: Verhältnis Δi_k zu Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell, \max}$ (CTWCIV)

Es fällt auf, dass der Stromrippel Δi_k im Tastgradbereich $0,25 < d \leq 0,75$ konstant ist. Die Berechnungsvorschrift für die Spitzenwerte \hat{i}_k und den maximalen Spitzen-

wert $\hat{i}_{k,\max}$ lauten:

$$\hat{i}_k \Big|_{d \leq 0,25} = \frac{\Delta i_k \Big|_{d \leq 0,25}}{2} = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot d \cdot \frac{1-k}{2k+1} \quad (4.33)$$

$$\hat{i}_k \Big|_{0,25 < d \leq 0,5} = \frac{\Delta i_k \Big|_{0,25 < d \leq 0,5}}{2} = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{1-k}{8k+4} \quad (4.34)$$

$$\hat{i}_k \Big|_{0,5 < d \leq 0,75} = \frac{\Delta i_k \Big|_{0,5 < d \leq 0,75}}{2} = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{1-k}{8k+4} \quad (4.35)$$

$$\hat{i}_k \Big|_{d > 0,75} = \frac{\Delta i_k \Big|_{d > 0,75}}{2} = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot (1-d) \cdot \frac{1-k}{2k+1} \quad (4.36)$$

$$\Rightarrow \hat{i}_{k,\max} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{1-k}{2k+1} \quad \text{mit } d = 0,25 \dots 0,75 \quad (4.37)$$

Der maximal mögliche Spitzenwert für $\Phi_k(t)$ ergibt sich damit zu:

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{k,\max} &= \frac{N_{Cu}}{R_{m,k}} \cdot \hat{i}_{k,\max} \\ &= \frac{N_{Cu}}{R_{m,k}} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{1-k}{2k+1} \right) \\ &= \frac{N_{Cu}}{R_{m,k}} \cdot \left(4 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot \frac{1-k}{3k+1} \right) \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.3 Kopplungsfaktor k

Der Kopplungsfaktor (oder Kopplungsgrad) eines induktiven Übertragers ist nach [94] allgemein definiert als:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = \frac{M}{L} = \frac{\Phi_{\text{koppel}}}{\Phi_{\text{gesamt}}}$$

Für diese Arbeit ist der Kopplungsfaktor immer positiv definiert. Das Vorzeichen der Flüsse wird durch die jeweilige Stromrichtung bestimmt. Die Berechnung erfolgt analog für beide Kerntypen CTWCII und CTWCIV beispielhaft für Φ_1 . Es gilt $i_2 = i_3 = i_4 = 0$ A. Mithilfe der Gleichungen (4.26), (4.27) und der allgemeinen

Definition für die Reluktanz R_m aus (4.10) und (4.11) lässt sich k bestimmen zu:

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{\Phi_k}{\Phi_1} = \frac{\Phi_k}{\Phi_k + \Phi_\sigma} \\
 &= \frac{R_{m,\sigma}}{R_{m,\sigma} + R_{m,k}} \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{l_{Fe,k} \cdot A_{Fe,\sigma} \cdot \mu_{r,\sigma}}{l_{Fe,\sigma} \cdot A_{Fe,k} \cdot \mu_{r,k}}}
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

Die Gleichung kann vereinfacht werden, indem die folgenden Verhältnisse definiert werden:

$$\Gamma_\mu = \frac{\mu_{r,k}}{\mu_{r,\sigma}} \tag{4.40}$$

$$\Gamma_l = \frac{l_{Fe,k}}{l_{Fe,\sigma}} \tag{4.41}$$

$$\Gamma_A = \frac{A_{Fe,k}}{A_{Fe,\sigma}} \tag{4.42}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{1 + \frac{\Gamma_l}{\Gamma_A \cdot \Gamma_\mu}} = \frac{\Gamma_A \cdot \Gamma_\mu}{\Gamma_A \cdot \Gamma_\mu + \Gamma_l} \tag{4.43}$$

4.4 Induktivitäten L , L_k , M , L_{CM} , L_{DM}

Die verschiedenen Induktivitätswerte sind im Zusammenhang mit gekoppelten Induktivitäten klar voneinander zu unterscheiden und separat herzuleiten. Sie ergeben sich sowohl von der elektrischen als auch von der magnetischen Seite her. In Anhang B findet sich eine Zusammenfassung zum übersichtlichen Vergleich der verschiedenen Berechnungsvorschriften für die unterschiedlichen Wandlerkonfigurationen.

Zunächst lässt sich festhalten, dass nicht sämtliche Induktivitätswerte messtechnisch ermittelt werden können. Eine zuverlässige direkte Messung der Werte für die Eigeninduktivität L und die Kurzschlussinduktivität L_k pro Phase ist jedoch möglich [28]. Für L wird eine Leerlaufmessung durchgeführt. Dabei werden alle Wicklungen außer der zu messenden Wicklung offen gelassen. Ein Stromfluss ist somit in diesen Wicklungen nicht möglich und es entstehen die Flüsse $\Phi_{\sigma,x}$ und Φ_k beziehungsweise der Gesamtfluss einer Phase Φ_x (vergleiche Abb. 3.2a, 4.5 und 4.8). Für L_k wird eine Kurzschlussmessung durchgeführt. Ein Stromfluss in den anderen Wicklungen ist

somit wieder gegeben und der Fluss im Koppelkern entspricht den Streuflüssen Φ_σ der jeweils anderen Phasen⁵. L_k beschreibt demnach den Streufluss des eingepprägten Stromes i_x nicht nur im bestromten Streukern, sondern auch in den anderen nur durch die Kopplung bestromten Streukernen (vergleiche Abb. 3.2b). Als Konsequenz kann festgehalten werden, dass alle Kernvolumen das di/dt hemmen.

Das Verhältnis der beiden Induktivitäten L_k und L zueinander entspricht dem Streufaktor beziehungsweise der Streuziffer σ .

$$\sigma = \frac{L_k}{L} \quad (4.44)$$

Im Gegensatz dazu steht der Kopplungsfaktor k , der das Verhältnis des Koppelflusses Φ_k zum Gesamtfluss beschreibt. Hierbei gilt $L = L_1 = L_2 = \dots = L_{N_{\text{ph}}}$. M beschreibt hier die Gegeninduktivität, die der Induktivität des Koppelpfades $L_{R_{m,k}}$ entspricht.

$$k = \frac{M}{L} \quad (4.45)$$

Die Eigeninduktivität L beschreibt die Flussverkettung $\Psi_x = \Phi_x \cdot N_{\text{Cu}}$ einer Phase, welche durch den Phasenstrom i_x hervorgerufen wird. Es ergibt sich mit (4.39):

$$\begin{aligned} L &= \frac{(\Phi_k + \Phi_{\sigma,x}) \cdot N_{\text{Cu}}}{i_x} = (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{m,k}} + \frac{1}{R_{m,\sigma}} \right) \\ &= \frac{(N_{\text{Cu}})^2}{R_{m,\sigma} \cdot (1 - k)} = \frac{(N_{\text{Cu}})^2}{R_{m,k} \cdot k} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Die Gegeninduktivität M entspricht der Induktivität des Koppelkerns $L_{R_{m,k}}$.

$$M = L_{R_{m,k}} = L \cdot k = \frac{(N_{\text{Cu}})^2}{R_{m,k}} \quad (4.47)$$

4.4.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$

Zur Beschreibung der wirksamen Streuinduktivität L_k für den zweiphasigen Induktor lässt sich Gleichung (3.26) nutzen. Der nötige Wert für L_k wird mit (3.54) berechnet. Zusätzlich lässt sich L_k mit (4.39) auch durch die Reluktanzen $R_{m,\sigma}$ und

⁵ $R_m = R_{m,\sigma} \parallel (R_{m,k} + (N_{\text{ph}} - 1) \cdot R_{m,\sigma})$

$R_{m,k}$ darstellen, ableitbar aus Abb. 4.5.

$$\begin{aligned} L_k &= L_s = L \cdot \frac{1 + (N_{ph} - 2) \cdot k - (N_{ph} - 1) \cdot k^2}{(N_{ph} - 2) \cdot k + 1} = L \cdot (1 - k^2) = L \cdot \sigma \\ &= \frac{1}{8} \cdot \frac{U_h \cdot (1 + k)}{\Delta i_{\ell, \max} \cdot f_s} = (N_{Cu})^2 \cdot \frac{2R_{m,\sigma} + R_{m,k}}{(R_{m,\sigma})^2 + R_{m,\sigma} \cdot R_{m,k}} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Der Kopplungsfaktor k lässt sich durch den Streufaktor σ ausdrücken zu:

$$k = \sqrt{1 - \sigma} \quad (4.49)$$

Da die gekoppelte Induktivität auch als kombinierte Gleichtakt-, Gegentaktinduktivität aufgebaut werden kann, sollen im Folgenden für diesen Fall die Beschreibungen der Gleichtaktinduktivität L_{CM} ⁶ und der Gegentaktinduktivität L_{DM} ⁷ ergänzt werden. Die Gegentaktinduktivität L_{DM} entspricht der Induktivität eines Streukerns $L_{R_{m,\sigma}}$.

$$L_{DM} = L_{R_{m,\sigma}} = L - M = L \cdot (1 - k) = \frac{(N_{Cu})^2}{R_{m,\sigma}} \quad (4.50)$$

Die Gleichtaktinduktivität L_{CM} berechnet sich durch die Parallelschaltung der beiden Einzelinduktivitäten, wobei darauf geachtet werden muss, dass die Ströme sich im Koppeln addieren und nicht subtrahieren.

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_{CM}} &= \frac{1}{L + M} + \frac{1}{L + M} \\ \Leftrightarrow L_{CM} &= \frac{L + M}{2} = L \cdot \frac{1 + k}{2} = (N_{Cu})^2 \cdot \frac{2 \cdot R_{m,\sigma} + R_{m,k}}{2 \cdot R_{m,\sigma} \cdot R_{m,k}} \end{aligned} \quad (4.51)$$

4.4.2 Vierphasig $N_{ph} = 4$

Die Eigeninduktivität L lässt sich analog zum zweiphasigen Induktor mit Gleichung (4.46) herleiten. Für L_k wird wieder Gleichung (3.26) verwendet. Der nötige Wert kann mit (3.128) berechnet werden. Für die Darstellung durch die Reluktanzen wird zusätzlich (4.39) verwendet, auch ableitbar aus Abb. 4.8.

$$\begin{aligned} L_k &= L_s = L \cdot \frac{1 + (N_{ph} - 2) \cdot k - (N_{ph} - 1) \cdot k^2}{(N_{ph} - 2) \cdot k + 1} = L \cdot \frac{1 + 2k - 3k^2}{2k + 1} = L \cdot \sigma \\ &= \frac{1}{16} \cdot \frac{U_h}{\Delta i_{\ell, \max} \cdot f_s} \cdot \frac{3k + 1}{2k + 1} = (N_{Cu})^2 \cdot \frac{4R_{m,\sigma} + R_{m,k}}{3(R_{m,\sigma})^2 + R_{m,\sigma} \cdot R_{m,k}} \end{aligned} \quad (4.52)$$

⁶CM: Common Mode; wirkt auf Ströme, die über PE geschlossen sind

⁷DM: Differential Mode; wirkt auf Ströme, die von der einen zur anderen Phase geschlossen sind

Der Kopplungsfaktor lässt sich wiederum aus dem Streufaktor σ berechnen zu:

$$k = \frac{1 - \sigma}{3} + \frac{\sqrt{(1 - \sigma) \cdot (4 - \sigma)}}{3} \quad (4.53)$$

Gegeninduktivität M und Gegentaktinduktivität L_{DM} berechnen sich analog zum CTWCII mit Gleichung (4.47) und (4.50). Die Gleichtaktinduktivität L_{CM} folgt aus der Parallelschaltung der vier Einzelinduktivitäten:

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_{CM}} &= \frac{1}{L + 3M} + \frac{1}{L + 3M} + \frac{1}{L + 3M} + \frac{1}{L + 3M} \\ \Leftrightarrow L_{CM} &= \frac{L + 3M}{4} = L \cdot \frac{1 + 3k}{4} = (N_{Cu})^2 \cdot \frac{4 \cdot R_{m,\sigma} + R_{m,k}}{4 \cdot R_{m,\sigma} \cdot R_{m,k}} \end{aligned} \quad (4.54)$$

4.5 Windungszahl N_{Cu}

Aus der Induktivität L kann allgemein mit

$$L(N) = \frac{\Psi(N)}{i} = \frac{\Phi(N) \cdot N}{i}$$

durch Umformen die Windungszahl N_{Cu} bestimmt werden. Dieser Umformungsschritt wird durchgeführt, um später N_{Cu} in den Herleitungen für Flussdichte und Volumen ersetzen zu können. Er ermöglicht die gleichzeitige Berücksichtigung der Induktivität und der Sättigungsflussdichte in der Volumengleichung. Es ergibt sich beispielhaft für i_1 auch hier unter der Annahme $i_2 = i_3 = i_4 = 0$ A mit den Gleichungen (4.26), (4.27) und (4.39):

$$\begin{aligned} L &= \frac{(\Phi_k + \Phi_{\sigma,1}) \cdot N_{Cu}}{i_1} = (N_{Cu})^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{m,k}} + \frac{1}{R_{m,\sigma}} \right) \\ \Leftrightarrow N_{Cu} &= \sqrt{L \cdot R_{m,\sigma} \cdot (1 - k)} = \sqrt{L \cdot k \cdot R_{m,k}} \end{aligned} \quad (4.55)$$

L kann jetzt für die jeweilige Kernkonfiguration ersetzt werden. Dafür werden Gleichung (3.54) und Gleichung (3.128) benutzt.

$$\begin{aligned}
 N_{\text{Cu}} \Big|_{\text{CTWCII}} &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot R_{\text{m},\sigma}}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}}} = \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot k \cdot R_{\text{m},\text{k}}}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot (1 - k)}} \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot l_{\text{Fe},\sigma}}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma}}} \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot l_{\text{Fe},\text{k}} \cdot k}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}} \cdot (1 - k)}} \quad (4.56)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{\text{Cu}} \Big|_{\text{CTWCIV}} &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot R_{\text{m},\sigma}}{16 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}}} = \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot k \cdot R_{\text{m},\text{k}}}{16 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot (1 - k)}} \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot l_{\text{Fe},\sigma}}{16 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma}}} \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot l_{\text{Fe},\text{k}} \cdot k}{16 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}} \cdot (1 - k)}} \quad (4.57)
 \end{aligned}$$

4.6 Flussdichte B

Aus den bisherigen Herleitungen sollen in diesem Abschnitt die maximalen Flussdichten $\hat{B}_{\sigma,\text{max}}$ und $\hat{B}_{\text{k},\text{max}}$ bestimmt werden. Dafür wird allgemein angesetzt:

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

Die Flussdichten für den CTWCII ergeben sich mithilfe der Gleichungen (4.10), (4.11), (4.19), (4.25) und (4.56) zu:

$$\begin{aligned}
 \hat{B}_{\sigma,\max} \Big|_{\text{CTWCII}} &= \frac{\hat{\Phi}_{\sigma,\max}}{A_{\text{Fe},\sigma}} \\
 &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{(1+k)^2} \right) \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\sigma}}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot l_{\text{Fe},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma}}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{(1+k)^2} \right) \quad (4.58)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{B}_{\text{k},\max} \Big|_{\text{CTWCII}} &= \frac{\hat{\Phi}_{\text{k},\max}}{A_{\text{Fe},\text{k}}} \\
 &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}}} \cdot \frac{1-k}{1+k} \cdot 2 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\text{k}}}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot l_{\text{Fe},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}}}} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2}} \cdot 2 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \quad (4.59)
 \end{aligned}$$

Die Flussdichten für den CTWCIV ergeben sich mithilfe der Gleichungen (4.10), (4.15), (4.28), (4.38) und (4.57) zu:

$$\begin{aligned}
 \hat{B}_{\sigma,\max} \Big|_{\text{CTWCIV}} &= \frac{\hat{\Phi}_{\sigma,\max}}{A_{\text{Fe},\sigma}} \\
 &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma}} \cdot \left[\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \cdot \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} \right] \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \mu_0 \mu_{\text{r},\sigma}}{16 f_{\text{s}} \Delta i_{\ell,\max} l_{\text{Fe},\sigma} A_{\text{Fe},\sigma}}} \cdot \left[\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} \right] \quad (4.60)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{B}_{\text{k},\max} \Big|_{\text{CTWCIV}} &= \frac{\hat{\Phi}_{\text{k},\max}}{A_{\text{Fe},\text{k}}} \\
 &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}}} \cdot \left(4 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot \frac{1-k}{3k+1} \right) \\
 &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\text{k}}}{16 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot l_{\text{Fe},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}}}} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot (1-k)}{(3k+1)^2}} \cdot 4 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \quad (4.61)
 \end{aligned}$$

4.7 Volumen V

Bei der Volumenberechnung der Kerne müssen verschiedene Volumen V unterschieden werden:

- Das geometrische Volumen der Kerne: $V = l \cdot A$
- Das magnetisch wirksame Volumen der Kerne: $V_{\text{Fe}} = l_{\text{Fe}} \cdot A_{\text{Fe}}$
- Das Volumen des umfassenden Quaders: $V_{\square} = x \cdot y \cdot z$
- Das geometrische Volumen der Kerne (füllfaktorbereinigt): $V_{\text{FF}} = l \cdot A_{\text{Fe}}$

In diesem Abschnitt wird zunächst nur das magnetisch wirksame Volumen V_{Fe} aus den zuvor hergeleiteten Designparametern berechnet. In Abschnitt 7.2 lässt sich über den Füllfaktor des Materials η_{Fe} darauf aufbauend das geometrische Volumen V bestimmen und unter Berücksichtigung weiterer geometrischer Einschränkungen, wie Isolationsabstände und Wicklungsfenster, auch das Volumen des umfassenden Quaders V_{\square} .

4.7.1 Zweiphasig $N_{\text{ph}} = 2$

Die Volumen $V_{\text{Fe},\sigma}$ und $V_{\text{Fe},k}$ ergeben sich aus (4.58) und (4.59) zu:

$$V_{\text{Fe},\sigma} = l_{\text{Fe},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma} = \frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\sigma}}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot (\hat{B}_{\sigma,\text{max}})^2 \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{(1+k)^2} \right)^2 \quad (4.62)$$

$$V_{\text{Fe},k} = l_{\text{Fe},k} \cdot A_{\text{Fe},k} = \frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},k}}{2 \cdot f_{\text{s}} \cdot (\hat{B}_{\text{k,max}})^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \quad (4.63)$$

Entsprechend der Kernanzahl werden die Volumen addiert und ergeben das magnetisch wirksame Gesamtvolumen V_{Fe} :

$$\begin{aligned} V_{\text{Fe}} &= 2 \cdot V_{\text{Fe},\sigma} + V_{\text{Fe},k} \\ &= \frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0}{f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}} \cdot \left[\frac{\mu_{\text{r},\sigma}}{4 \cdot (\hat{B}_{\sigma,\text{max}})^2} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{(1+k)^2} \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0}{f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}} \cdot \left[\frac{\mu_{\text{r},k}}{2 \cdot (\hat{B}_{\text{k,max}})^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2} \cdot (\Delta i_{\ell,\text{max}})^2 \right] \end{aligned} \quad (4.64)$$

Um die Gleichung zu vereinfachen, wird das Verhältnis Γ_B definiert und dann zusammen mit (4.40), (4.41) und (4.42) in (4.64) eingesetzt.

$$\Gamma_B = \frac{\widehat{B}_{k,\max}}{\widehat{B}_{\sigma,\max}} \quad (4.65)$$

$$V_{\text{Fe}} = \frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{4 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot (\widehat{B}_{\sigma,\max})^2} \cdot \left[\left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{(1+k)^2} \right)^2 + \frac{2 \cdot \Gamma_{\mu}}{(\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2} \cdot (\Delta i_{\ell,\max})^2 \right] \quad (4.66)$$

Für $k = 0$ ergibt sich das Volumen für den nicht gekoppelten Induktor, welcher dann nur noch aus zwei Streukernen besteht.

$$\begin{aligned} V_{\text{Fe}}(k=0) &= \frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{4 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot (\widehat{B}_{\sigma,\max})^2} \cdot \left[\left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{(1+k)^2} \right)^2 + \frac{2 \cdot \Gamma_{\mu}}{(\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2} \cdot (\Delta i_{\ell,\max})^2 \right] \\ &= \frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{4 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot (\widehat{B}_{\sigma,\max})^2} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \Delta i_{\ell,\max} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.67)$$

Um die Volumenvorteile des gekoppelten Induktors darzustellen, wird das Verhältnis Γ_V gebildet. Dabei wird angenommen, dass alle Designparameter für die inneren Streukerne denen im Fall $k = 0$ entsprechen.

$$\begin{aligned} \Gamma_V &= \frac{V_{\text{Fe}}}{V_{\text{Fe}}(k=0)} \\ &= \frac{\left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{(1+k)^2} \right)^2 + \frac{2 \cdot \Gamma_{\mu}}{(\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2} \cdot (\Delta i_{\ell,\max})^2}{\left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \Delta i_{\ell,\max} \right)^2} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Um die Anzahl der variablen Parameter zu reduzieren, wird ein weiteres Verhältnis Γ_I eingeführt und in Gleichung (4.68) eingesetzt.

$$\Gamma_I = \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{\bar{i}_{\ell}} \quad (4.69)$$

$$\Rightarrow \Gamma_V = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_I}{(1+k)^2} \right)^2 + \frac{2 \cdot \Gamma_{\mu}}{(\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2} \cdot (\Gamma_I)^2}{\left(\frac{1}{2} + \Gamma_I \right)^2} \quad (4.70)$$

Abb. 4.11a stellt die Volumenersparnis für verschiedene Kopplungsfaktoren bei $\Gamma_\mu = 1$ und $\Gamma_B = 1$ dar. Es zeigt sich, dass mit steigendem Kopplungsfaktor k in der Theorie auch mehr Volumen eingespart werden kann. Sollte die Flussdichte im äußeren Kern aufgrund zu hoher Verluste gesenkt werden müssen ($\Gamma_B \downarrow$), zeigt Abb. 4.11b ein schlechteres Volumenverhältnis.

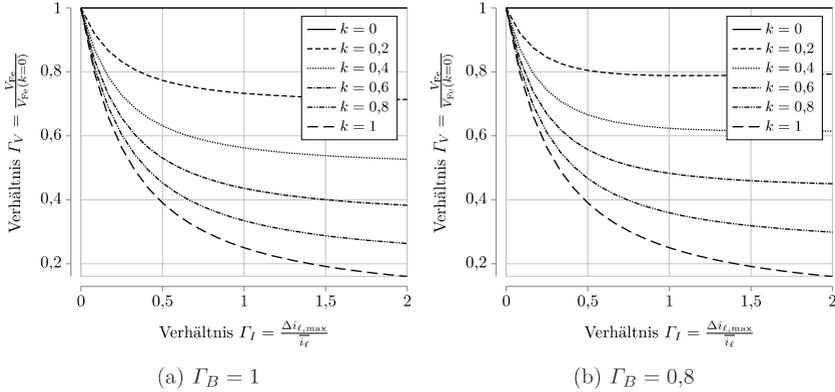


Abbildung 4.11: Verhältnis Γ_V bei $\Gamma_\mu = 1$ (aufgetragen über Γ_l und k ; CTWCII); (a): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt; (b): der äußere Kern arbeitet thermisch begrenzt

Wichtig ist zudem die richtige Beurteilung des Parameters Γ_μ . Dieser ergibt sich nach Gleichung (4.43) zu

$$\Gamma_\mu = \frac{\Gamma_l \cdot k}{\Gamma_A \cdot (1 - k)} \quad (4.71)$$

und hängt bei gewähltem Kopplungsfaktor von den Geometrieverhältnissen Γ_l und Γ_A ab. Abb. 4.12 zeigt die Abhängigkeit von der Kerngeometrie.

Es zeigt sich, dass für ein geringes Γ_μ ($\mu_{r,k}$ klein im Verhältnis zu $\mu_{r,\sigma}$) entweder der Kopplungsfaktor k und das Längenverhältnis Γ_l klein oder das Flächenverhältnis Γ_A groß sein müssen. Um dieser Abhängigkeit Rechnung zu tragen, kann Gleichung (4.71) in (4.70) eingesetzt werden:

$$\Gamma_V = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_l}{(1+k)^2}\right)^2 + \frac{2 \cdot \Gamma_l}{\Gamma_A \cdot (\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k^2}{(1+k)^2} \cdot (\Gamma_l)^2}{\left(\frac{1}{2} + \Gamma_l\right)^2} \quad (4.72)$$

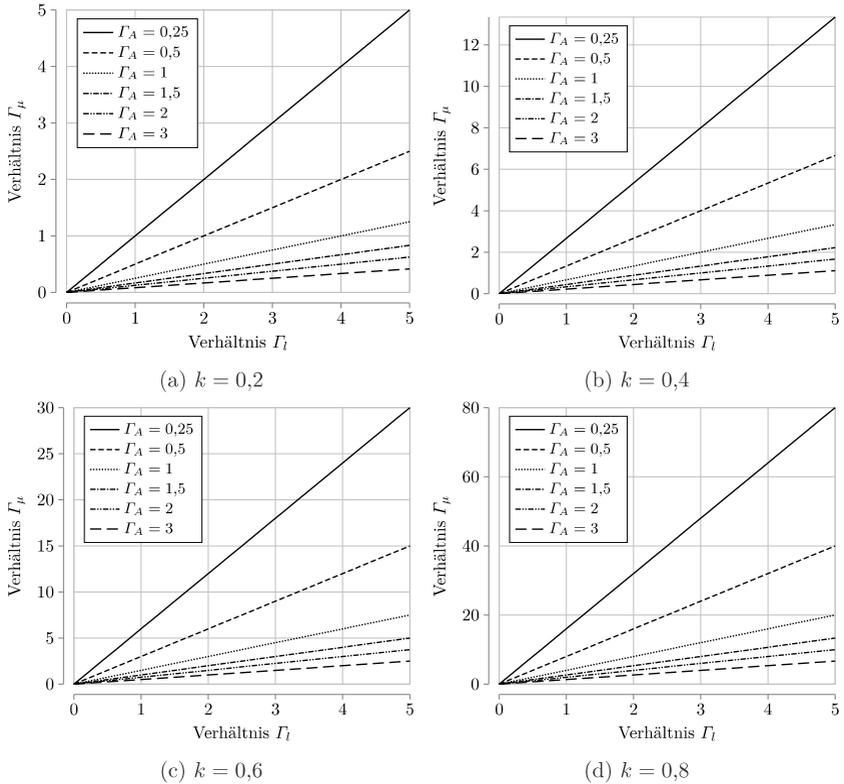


Abbildung 4.12: Verhältnis Γ_μ bei unterschiedlichen Kopplungsfaktoren k (aufgetragen über $\Gamma_l = l_{\text{Fe},k}/l_{\text{Fe},\sigma}$ und $\Gamma_A = A_{\text{Fe},k}/A_{\text{Fe},\sigma}$; CTWCII)

Abb. 4.13 zeigt, wie verschiedene Kombinationen der Geometrierhältnisse auf die Volumen-/Materialersparnis einwirken. Für einen fairen Vergleich mit der nicht gekoppelten Variante ($k = 0$) gilt es zu beachten, dass $\mu_{r,\sigma}(k = 0)$ niemals größer als $\mu_{r,\sigma}(k \neq 0)$ oder $\mu_{r,k}(k \neq 0)$ gewählt werden darf. Dies würde einen unfairen Volumenvorteil für die gekoppelte Variante bedeuten. Als Folge muss die Bedingung $\Gamma_\mu \geq 1$ beachtet werden. Ähnliches gilt für die Flussdichte $\hat{B}_{\sigma,\max}(k = 0)$. Diese darf für einen fairen Vergleich nicht kleiner als $\hat{B}_{\sigma,\max}(k \neq 0)$ oder $\hat{B}_{k,\max}(k \neq 0)$ sein. Als Folge muss die Bedingung $\Gamma_B \leq 1$ zusätzlich beachtet werden.

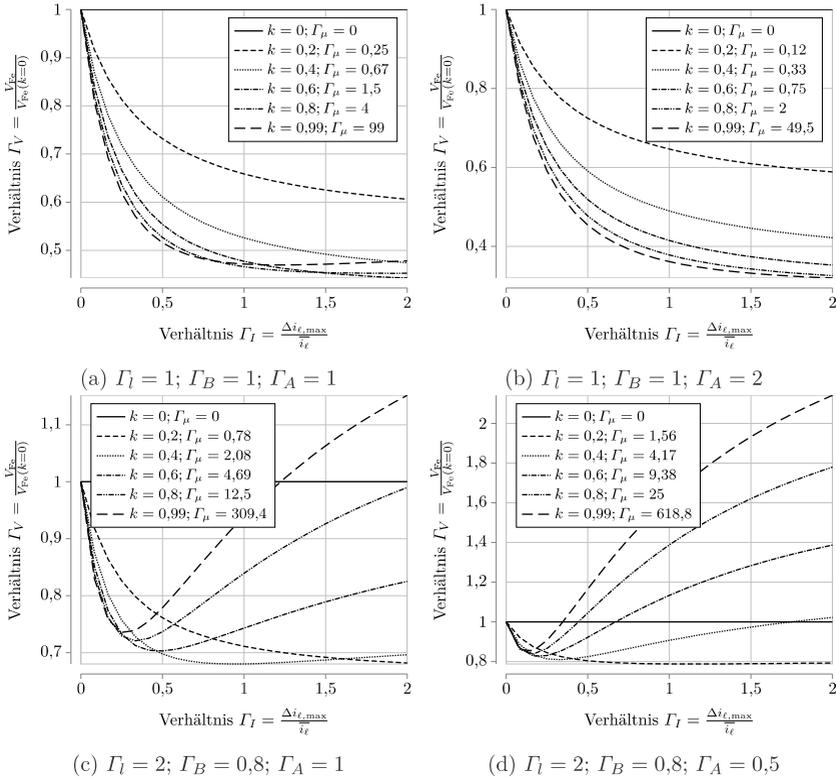


Abbildung 4.13: Volumenverhältnis Γ_V in Abhängigkeit von $\Gamma_l, \Gamma_B, \Gamma_A, \Gamma_l$ und k (CTWCII); (a),(b): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt; (c),(d): äußerer Kern arbeitet thermisch begrenzt

Es lässt sich erkennen, dass die geometrischen Abhängigkeiten die Volumensparnis stark beeinflussen und je nach Designvorgabe den Auslegungsbereich einschränken. Eine Vergrößerung der magnetischen Weglänge des Koppelkerns $l_{Fe,k}$ im Verhältnis zu $l_{Fe,\sigma}$ verringert die Volumensparnis und kann durch gleichzeitige Erhöhung von $A_{Fe,k}$ im Verhältnis zu $A_{Fe,\sigma}$ ausgeglichen werden. Der Bereich für den optimalen Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell,max}$ ist nicht klar definiert. Je kleiner die Volumensparnis insgesamt ist ($\Gamma_l \uparrow, \Gamma_B \downarrow, \Gamma_A \downarrow$), desto mehr ist eine Auslegung bei kleinen Rippleströmen und großen Strom-Mittelwerten von Vorteil. Der Kopplungsfaktor

spielt ebenfalls eine große Rolle. Bei insgesamt großer Volumeneinsparung ($\Gamma_l \downarrow$, $\Gamma_B \uparrow$, $\Gamma_A \uparrow$) ist der optimale Kopplungsfaktor größer als bei kleiner Volumeneinsparung. Das Verhältnis Γ_μ muss für jede Parameterkombination neu gewählt werden und steigt mit kleinerer Volumeneinsparung an.

Da die optimalen Parameter und der beste Anwendungsfall für den Einsatz einer gekoppelten Induktivität nicht genau bestimmbar sind, soll in Abschnitt 7.2 eine Auslegungsstrategie entwickelt werden, die alle Parameter gleichermaßen berücksichtigt und für die jeweiligen Designvorgaben des Anwenders optimal auswählt.

4.7.2 Vierphasig $N_{\text{ph}} = 4$

Die Volumen für den vierphasigen gekoppelten Induktor werden analog zum zweiphasigen Induktor hergeleitet. $V_{\text{Fe},\sigma}$ und $V_{\text{Fe},k}$ ergeben sich mit (4.60) und (4.61) zu:

$$V_{\text{Fe},\sigma} = l_{\text{Fe},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma} = \frac{U_h \mu_0 \mu_{r,\sigma}}{16 f_s \Delta i_{\ell,\text{max}} (\widehat{B}_{\sigma,\text{max}})^2} \cdot \left[\frac{\bar{i}_\ell}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{2} \right]^2 \quad (4.73)$$

$$V_{\text{Fe},k} = l_{\text{Fe},k} \cdot A_{\text{Fe},k} = \frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,k}}{f_s \cdot (\widehat{B}_{k,\text{max}})^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(3k+1)^2} \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \quad (4.74)$$

Es folgt das magnetisch wirksame Gesamtvolumen mit:

$$\begin{aligned} V_{\text{Fe}} &= 4 \cdot V_{\text{Fe},\sigma} + V_{\text{Fe},k} \\ &= \frac{U_h \cdot \mu_0}{16 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}} \cdot \left[\frac{4 \cdot \mu_{r,\sigma}}{(\widehat{B}_{\sigma,\text{max}})^2} \cdot \left(\frac{\bar{i}_\ell}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \cdot \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{2} \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{U_h \cdot \mu_0}{16 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}} \cdot \left[\frac{\mu_{r,k}}{(\widehat{B}_{k,\text{max}})^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(3k+1)^2} \cdot 16 \cdot (\Delta i_{\ell,\text{max}})^2 \right] \end{aligned} \quad (4.75)$$

Auch diese Gleichung lässt sich mit Γ_μ (4.40) und Γ_B (4.65) darstellen:

$$\begin{aligned} V_{\text{Fe}} &= \frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{4 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot (\widehat{B}_{\sigma,\text{max}})^2} \\ &\quad \cdot \left[\left(\frac{\bar{i}_\ell}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \cdot \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{2} \right)^2 + \frac{4 \cdot \Gamma_\mu}{(\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(3k+1)^2} \cdot (\Delta i_{\ell,\text{max}})^2 \right] \end{aligned} \quad (4.76)$$

Es lässt sich wiederum $k = 0$ einsetzen und mit Γ_I (4.69) das Volumenverhältnis Γ_V bilden. Es wird erneut angenommen, dass alle Designparameter der inneren Streukerne ($\mu_{r,\sigma}$ und $\hat{B}_{\sigma,\max}$) für den Fall $k = 0$ und den Fall $k \neq 0$ gleich sind.

$$V_{\text{Fe}}(k=0) = \frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{4 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot (\hat{B}_{\sigma,\max})^2} \cdot \left(\frac{\bar{i}_\ell}{4} + 2 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \right)^2 \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_V &= \frac{V_{\text{Fe}}}{V_{\text{Fe}}(k=0)} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \cdot \frac{\Gamma_I}{2} \right)^2}{\left(\frac{1}{4} + 2 \cdot \Gamma_I \right)^2} + \frac{4 \cdot \Gamma_\mu}{(\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(3k+1)^2} \cdot (\Gamma_I)^2 \end{aligned} \quad (4.78)$$

Anhand von Abb. 4.14 lässt sich das Einsparpotential des vierphasigen Induktors mit dem des zweiphasigen Induktors vergleichen. Abb. 4.14a stellt die Volumenersparnis für verschiedene Kopplungsfaktoren bei $\Gamma_\mu = 1$ und $\Gamma_B = 1$ dar, Abb. 4.14b bei leicht niedrigerem Flussdichtemaximum. Es zeigt sich, dass das Einsparpotential im Vergleich zum CTWCII für diese Fälle etwas niedriger ist, sich jedoch eine Begrenzung der Flussdichte im Koppelkern ($\Gamma_B \downarrow$) weniger stark auf die Volumenersparnis auswirkt.

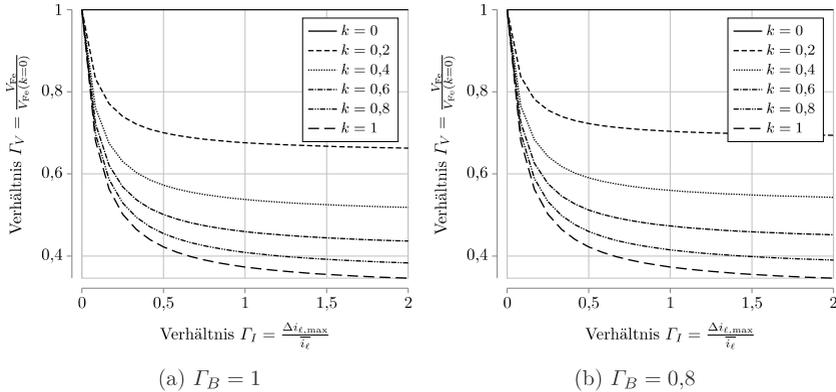


Abbildung 4.14: Verhältnis Γ_V bei $\Gamma_\mu = 1$ (aufgetragen über Γ_I und k ; CTWCIV); (a): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt, (b): äußerer Kern arbeitet thermisch begrenzt

Um auch die Einflüsse der geometrischen Parameter zu vergleichen, wird Γ_μ erneut

mit (4.71) ersetzt:

$$\Gamma_V = \frac{\left(\frac{1}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1}\right)^2 \cdot \frac{\Gamma_I}{2}\right)^2 + \frac{4 \cdot \Gamma_I}{\Gamma_A \cdot (\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k^2}{(3k+1)^2} \cdot (\Gamma_I)^2}{\left(\frac{1}{4} + 2 \cdot \Gamma_I\right)^2} \quad (4.79)$$

Es zeigt sich, dass die geometrischen Verhältnisse der Kerne in ähnlicher Weise auf die Volumenverhältnisse einwirken wie beim zweiphasigen Induktor. Insgesamt kann beim CTWCIV jedoch über die verschiedenen Auslegungsvarianten etwas mehr Kernmaterial eingespart werden, da die Beeinflussung der Einsparpotentiale durch die Designparameter Γ_I , Γ_A und Γ_B wesentlich geringer ist (vergleiche Abb. 4.15).

Es ist festzuhalten, dass sowohl der CTWCII als auch der CTWCIV im Vergleich zu den jeweiligen Kernaufbauten bei $k = 0$ eine signifikante Materialersparnis aufweisen. Wie stark diese Ersparnis ausfällt, hängt von den geometrischen Verhältnissen und dem jeweiligen Anwendungsfall ab. Die Modellierung anhand der magnetisch wirksamen Kernvolumen V_{Fe} berücksichtigt nicht die Kupferwicklung und die damit zusammenhängenden Einschränkungen bei der Auslegung. Sie berücksichtigt ebenfalls nicht die Volumenvorteile der Konfektionierung, die durch die Nutzung einer gemeinsamen Wicklung für Streu- und Koppelkern entstehen. Weiterhin hängt die Beeinflussung des Verhältnisses Γ_B stark von thermischen Aufbau beziehungsweise der Kühlung des Induktors ab. Um diese und weitere Eventualitäten mit in die Auslegung der gekoppelten Kerne einzubeziehen, wird in Abschnitt 7.2 eine Auslegungsstrategie zum Kerndesign vorgestellt.

4.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sind die wesentlichen Parameter zur Modellierung der geometrischen und magnetischen Eigenschaften der zweiphasigen (CTWCII) und vierphasigen (CTWCIV) gekoppelten Induktivität dargestellt worden. Das Modell basiert auf Ersatzschaltbildern der magnetischen Widerstände (Reluktanzmodelle), mit deren Hilfe die Flüsse in den jeweiligen Flusspfaden berechnet werden können. Eine zentrale Rolle spielt der Kopplungsfaktor k , welcher in engem Zusammenhang mit dem Streufaktor σ steht. Beide Parameter lassen sich wie die verschiedenen Induktivitäten unter anderem über die magnetischen Widerstände darstellen.

Um die Vorteile der gekoppelten Induktivität gegenüber der nicht gekoppelten Induktivität herauszuarbeiten, sind die Volumen und deren Verhältnisse über die Va-

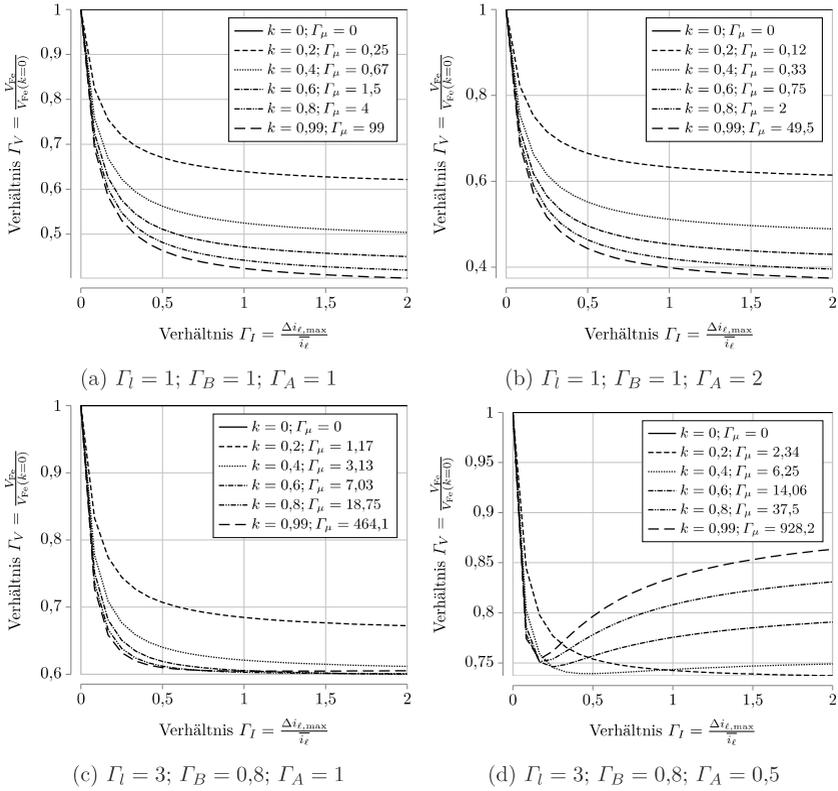


Abbildung 4.15: Volumenverhältnis in Abhängigkeit von $\Gamma_l, \Gamma_B, \Gamma_A, \Gamma_I$ und k (CTWCIV); (a),(b): beide Kerne arbeiten sättigungsbegrenzt; (c),(d): äußerer Kern arbeitet thermisch begrenzt

riation des Kopplungsfaktors aufgetragen und in Abhängigkeit von Permeabilität, maximaler Flussdichte, geometrischen Verhältnissen sowie Rippelstrom und Summenstrom betrachtet worden.

Es ist festgestellt worden, dass bei idealen Verhältnissen erhebliche Volumensparnisse zu erwarten sind. Einschränkungen der Parameter, wie zum Beispiel die thermische Begrenzung der Flussdichte im äußeren Kern oder dessen größere magnetische Weglänge, führen jedoch zwingend zu Einschränkungen der Vorteile. Beim Vergleich

von CTWCII und CTWCIV fällt auf, dass der vierphasige Induktor weniger stark von diesen Einschränkungen betroffen ist.

Die beiden Konfigurationen CTWCII und CTWCIV beschreiben zwei mögliche Varianten des magnetischen Aufbaus gekoppelter Induktivitäten, die für diese Arbeit relevant sind. Weitere mögliche Varianten können in zukünftigen Arbeiten auf Basis des elektrischen Modells aus Kapitel 3 ebenfalls untersucht werden.

Kapitel 5

Zustandsraummodell

Für das Design einer Regelung des zweiphasigen gekoppelten Induktors muss zunächst aufbauend auf Abb. 3.1 ein erweitertes Ersatzschaltbild der zu regelnden Strecke aufgestellt werden. Dabei kann nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die Induktivitäten beider Phasen exakt gleich sind. Eine Folge ist die unterschiedliche Beeinflussung der Phasen untereinander (vergleiche Gleichungen (3.10) und (3.11)). Weiterhin muss angenommen werden, dass zusätzlich Wicklungs- und Leitungswiderstände im System vorhanden sind, die sich ebenfalls voneinander unterscheiden. Somit entstehen bei Einstellung des selben Tastgrades für beide Phasen unterschiedliche Ströme, was bei optimierter Auslegung der Kerne ohne Sicherheitspielraum zu frühzeitiger Sättigung führen kann, da zum Beispiel ein DC-Anteil im Fluss des Koppelkerns entsteht. Abb. 5.1 zeigt das erweiterte Ersatzschaltbild, hergeleitet mit den Gleichungen aus Abschnitt 3.1.1. Dieses bildet die Grundlage für das Zustandsraummodell (ZRM) der zweiphasig gekoppelten Induktivität. Das ZRM des CIV wird in dieser Arbeit nicht behandelt, kann aber analog hergeleitet werden.

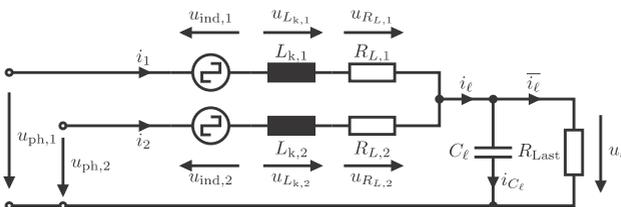


Abbildung 5.1: Erweitertes Ersatzschaltbild CII

Die Transformator-Gleichungen (3.1) und (3.2) lassen sich erweitern zu:

$$u_{L_1} = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + R_{L,1} \cdot i_1 \quad (5.1)$$

$$u_{L_2} = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + R_{L,2} \cdot i_2 \quad (5.2)$$

Daraus ergeben sich mit $u_{L_1} = u_{\text{ph},1} - u_\ell$ und $u_{L_2} = u_{\text{ph},2} - u_\ell$ zunächst folgende Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} L_{k,1} = & -i_1 \cdot R_{L,1} - i_2 \cdot k \sqrt{\frac{L_{k,1}}{L_{k,2}}} R_{L,2} \\ & + u_{\text{ph},1} + u_{\text{ph},2} \cdot k \sqrt{\frac{L_{k,1}}{L_{k,2}}} - u_\ell \left(1 + k \sqrt{\frac{L_{k,1}}{L_{k,2}}} \right) \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_2}{dt} L_{k,2} = & -i_2 \cdot R_{L,2} - i_1 \cdot k \sqrt{\frac{L_{k,2}}{L_{k,1}}} R_{L,1} \\ & + u_{\text{ph},2} + u_{\text{ph},1} \cdot k \sqrt{\frac{L_{k,2}}{L_{k,1}}} - u_\ell \left(1 + k \sqrt{\frac{L_{k,2}}{L_{k,1}}} \right) \end{aligned} \quad (5.4)$$

i_1 und i_2 bilden die ersten beiden Zustandsgrößen des Systems. Mit der Kapazität C_ℓ wird ein weiterer Energiespeicher und somit auch eine weitere Zustandsgröße u_ℓ dem System hinzugefügt. Der Ausgangswiderstand R_{Last} schließt den Stromkreis für die Anwendung als Tiefsetzsteller. Für $R_{\text{Last}} \rightarrow \infty$ (Leerlauf) stellt die Strecke einen LC-Schwingkreis dar. Für $R_{\text{Last}} \rightarrow 0$ (Kurzschluss) wird die Kapazität überbrückt und die entstehende LR-Strecke ist nicht mehr zu Eigenschwingungen fähig. Für u_ℓ gilt die nachfolgende Differentialgleichung:

$$\frac{du_\ell}{dt} = \frac{1}{C_\ell} i_{C_\ell} = \frac{1}{C_\ell} \left(i_1 + i_2 - \frac{u_\ell}{R_{\text{Last}}} \right) \quad (5.5)$$

Die Zustandsraumbeschreibung des Systems lässt sich mit den möglichen Regelbeziehungsweise Ausgangsgrößen i_k (Differenz $i_1 - i_2$), i_ℓ (Summe $i_1 + i_2$) und u_ℓ folgendermaßen formulieren:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) \end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{u}_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{\dot{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_{L,1}}{L_{k,1}} & -\frac{R_{L,2} \cdot k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & -\left(\frac{1}{L_{k,1}} + \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}}\right) \\ -\frac{R_{L,1} \cdot k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & -\frac{R_{L,2}}{L_{k,2}} & -\left(\frac{1}{L_{k,2}} + \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}}\right) \\ \frac{1}{C_\ell} & \frac{1}{C_\ell} & -\frac{1}{C_\ell R_{\text{Last}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ u_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \\
 + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_{k,1}} & \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \\ \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & \frac{1}{L_{k,2}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_{\text{ph},1} \\ u_{\text{ph},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} \quad (5.6)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_k \\ i_\ell \\ u_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ u_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \quad (5.7)$$

Das System verfügt über die beiden Eingangsgrößen beziehungsweise Stellgrößen $u_{\text{ph},1}$ und $u_{\text{ph},2}$. Mit den drei Ausgangsgrößen i_k , i_ℓ und u_ℓ bildet es ein Mehrgrößensystem, da mehrere Eingangsgrößen gleichzeitig auf mehrere Ausgangsgrößen wirken [91]. Eine grundsätzlich zu klärende Frage ist die nach der Steuerbarkeit des Systems. Ein System gilt generell als steuerbar, wenn die Zustandsgrößen $\mathbf{x}(t)$ durch geeignete Wahl der unbeschränkten Eingangsgrößen $\mathbf{u}(t)$ in endlicher Zeit aus einem beliebigen Anfangszustand $\mathbf{x}(t_{\text{start}})$ in einen beliebigen Endzustand $\mathbf{x}(t_{\text{Ende}})$ überführt werden können ([91],[95]). Um festzustellen, ob das System generell steuerbar ist, muss zunächst die Steuerbarkeitsmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_S &= \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.8)$$

aufgestellt werden. Die Anzahl der Zustandsgrößen entspricht für das System aus Gleichung (5.6) $n = 3$. Wenn für den Rang der Steuerbarkeitsmatrix $\text{Rang}(\mathbf{Q}_S) = 3$ gilt (mindestens 3 linear unabhängige Zeilenvektoren), ist das System steuerbar [91]. Um den Rang der Steuerbarkeitsmatrix zu berechnen, kann ein numerisches Rechenprogramm verwendet werden.

Wenn die Zustandsgrößen des Systems nicht direkt gemessen werden können oder Sensorik eingespart werden soll, ist es nötig, das System auf seine Beobachtbarkeit hin zu prüfen. Ist das System vollständig beobachtbar, können die Zustandsgrößen $\mathbf{x}(t)$ jederzeit aus den Ausgangsgrößen $\mathbf{y}(t)$ hergeleitet (beziehungsweise durch einen Zustandsbeobachter geschätzt) werden ([91],[95]). Ähnlich wie bei der Steuer-

barkeitsmatrix muss der Rang der Beobachtbarkeitsmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_B &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.9)$$

ermittelt werden.

Wenn das System als Tiefsetzsteller genutzt werden soll, gibt es neben der Möglichkeit eines fest im System integrierten Lastwiderstandes R_{Last} zwei weitere Varianten der Regelung:

- Stromregelung für i_ℓ , bei der die Spannung u_ℓ als Störgröße wirkt
- Spannungsregelung für u_ℓ , bei der der Strom \bar{i}_ℓ als Störgröße wirkt

Für alle drei Varianten ist zusätzlich die Regelung für $i_k = i_1 - i_2 = 0 \text{ A}$ enthalten. Wenn Störgrößen eingeführt werden, müssen die Zustandsraummodelle entsprechend abgeändert werden.

5.1 Stromregelung für i_ℓ mit Störgröße u_ℓ

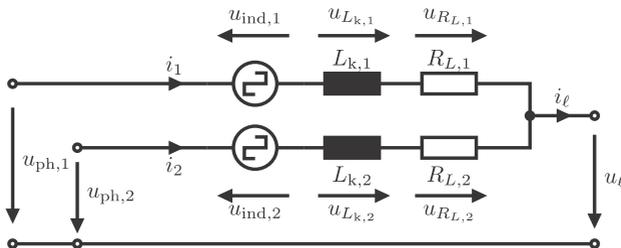


Abbildung 5.2: Erweitertes Ersatzschaltbild CII für Stromregelung i_ℓ (Störgröße u_ℓ)

Bei der Stromregelung ohne festen Ausgangswiderstand wird u_ℓ als Störgröße definiert. Der Ausgangskondensator C_ℓ ist in diesem Fall nicht Teil des Systems, da die Störgröße u_ℓ direkt am Ausgang des Systems anliegt (Abb. 5.2). Die ursprünglichen Gleichungen (5.6) und (5.7) verändern sich zu:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_{L,1}}{L_{k,1}} & -\frac{R_{L,2} \cdot k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \\ -\frac{R_{L,1} \cdot k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & -\frac{R_{L,2}}{L_{k,2}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_{k,1}} & \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \\ \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & \frac{1}{L_{k,2}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_{\text{ph},1} \\ u_{\text{ph},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} \\ + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_{k,1}} & -\frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \\ -\frac{1}{L_{k,2}} & \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \cdot \underbrace{u_\ell}_{\mathbf{z}(t)} \quad (5.10)$$

Es werden i_k und i_ℓ als die beiden Ausgangsgrößen für die Regelung als Tiefsetzsteller definiert.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_k \\ i_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \quad (5.11)$$

Dabei entspricht $\mathbf{x}(t)$ dem Zustandsvektor, $\mathbf{u}(t)$ dem Vektor der Stellgrößen und $\mathbf{z}(t)$ dem Vektor der Störgrößen. Die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}_u(s)$ für das Führungsverhalten des Mehrgrößensystems beschreibt die Wirkung jeder einzelnen Stellgröße $u_{1\dots n}(s)$ auf jede Ausgangsgröße $y_{1\dots n}(s)$.

$$\mathbf{G}_u(s) = \mathbf{C} \cdot (s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} \\ \mathbf{y}(s) = \mathbf{G}_u(s) \cdot \mathbf{u}(s) \\ \underbrace{\begin{bmatrix} i_k \\ i_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(s)} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_u(s)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_{\text{ph},1} \\ u_{\text{ph},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(s)} \quad (5.12)$$

Die einzelnen Übertragungsfunktionen G_{yu} für das Führungsverhalten lauten wie

folgt:

$$G_{11}(s) = \frac{\left(L_{k,2} - k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}\right) \cdot s + R_{L,2} (1 - k^2)}{L_{k,1} \cdot L_{k,2} \cdot s^2 + (L_{k,1} \cdot R_{L,2} + L_{k,2} \cdot R_{L,1}) \cdot s + R_{L,1} \cdot R_{L,2} \cdot (1 - k^2)} \quad (5.13)$$

$$G_{21}(s) = -\frac{\left(L_{k,1} - k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}\right) \cdot s + R_{L,1} (1 - k^2)}{L_{k,1} \cdot L_{k,2} \cdot s^2 + (L_{k,1} \cdot R_{L,2} + L_{k,2} \cdot R_{L,1}) \cdot s + R_{L,1} \cdot R_{L,2} \cdot (1 - k^2)} \quad (5.14)$$

$$G_{12}(s) = \frac{\left(L_{k,2} + k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}\right) \cdot s + R_{L,2} (1 - k^2)}{L_{k,1} \cdot L_{k,2} \cdot s^2 + (L_{k,1} \cdot R_{L,2} + L_{k,2} \cdot R_{L,1}) \cdot s + R_{L,1} \cdot R_{L,2} \cdot (1 - k^2)} \quad (5.15)$$

$$G_{22}(s) = \frac{\left(L_{k,1} + k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}\right) \cdot s + R_{L,1} (1 - k^2)}{L_{k,1} \cdot L_{k,2} \cdot s^2 + (L_{k,1} \cdot R_{L,2} + L_{k,2} \cdot R_{L,1}) \cdot s + R_{L,1} \cdot R_{L,2} \cdot (1 - k^2)} \quad (5.16)$$

Die Störmatrix $\mathbf{G}_z(s)$ für das Störverhalten des Mehrgrößensystems beschreibt die Wirkung der Störgröße $z(s)$ auf die Ausgangsgrößen $y(s)$.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_z(s) &= \mathbf{C} \cdot (s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{E} \\ y(s) &= \mathbf{G}_z(s) \cdot z(s) \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_k \\ i_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(s)} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_z(s)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_\ell \end{bmatrix}}_{z(s)} \quad (5.18)$$

Die Übertragungsfunktionen für das Störverhalten lauten:

$$G_1(s) = \frac{(L_{k,1} - L_{k,2}) \cdot s + (R_{L,1} - R_{L,2}) \cdot (1 - k^2)}{L_{k,1} \cdot L_{k,2} \cdot s^2 + (L_{k,1} \cdot R_{L,2} + L_{k,2} \cdot R_{L,1}) \cdot s + R_{L,1} \cdot R_{L,2} \cdot (1 - k^2)} \quad (5.19)$$

$$G_2(s) = \frac{\left(L_{k,1} + L_{k,2} + 2k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}\right) \cdot s + (R_{L,1} + R_{L,2}) \cdot (1 - k^2)}{L_{k,1} \cdot L_{k,2} \cdot s^2 + (L_{k,1} \cdot R_{L,2} + L_{k,2} \cdot R_{L,1}) \cdot s + R_{L,1} \cdot R_{L,2} \cdot (1 - k^2)} \quad (5.20)$$

Abb. 5.3 und Abb. 5.4 zeigen sowohl das zeitliche Führungsverhalten als auch das Störverhalten des Systems bei Einheitssprüngen der Steuer- beziehungsweise Störgrößen.

Es lässt sich erkennen, dass bei unterschiedlichen Serienwiderständen der beiden Phasen eine bleibende Abweichung in der Differenz der Ströme i_k entsteht (vergleiche

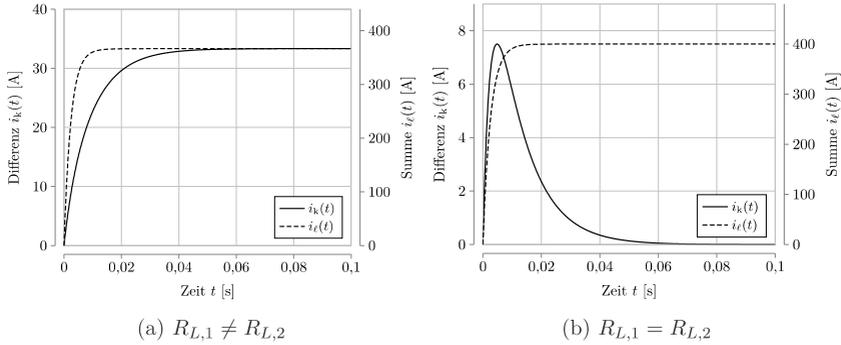


Abbildung 5.3: Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei gleichzeitigem Einheitssprung beider Stellgrößen $u(t)$ (a): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 6 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$; (b): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 5 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$

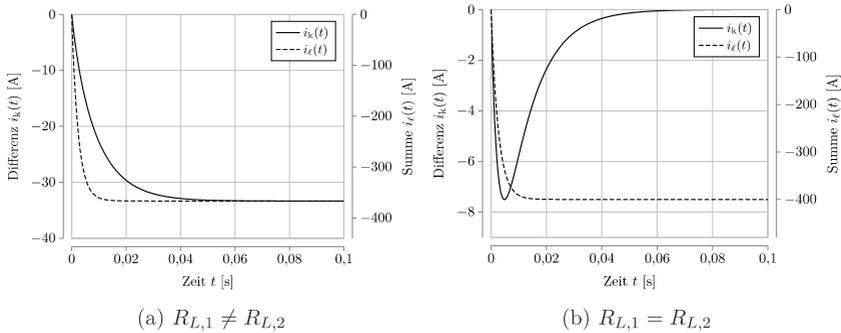


Abbildung 5.4: Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei Einheitssprung der Störgröße $z(t)$ (a): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 6 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$; (b): $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 5 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$

Abb. 5.3a und Abb. 5.4a). Der Wert der Abweichung für $t \rightarrow \infty$ berechnet sich nach:

$$i_k = \frac{R_{L,2} u_{\text{ph},1} - R_{L,1} u_{\text{ph},2} + u_\ell (R_{L,1} - R_{L,2})}{R_{L,1} R_{L,2}} \quad (5.21)$$

Im Fall von gleichen Serienwiderständen wird die Differenz für $t \rightarrow \infty$ wieder abge-

baut (vergleiche Abb. 5.3b und Abb. 5.4b). Abb. 5.5 zeigt das Übertragungsverhalten des Beispielsystems mit unterschiedlichen Widerständen und Induktivitäten. Es lässt sich erkennen, dass das System zwei Polstellen auf der negativen reellen Achse besitzt. Daraus kann geschlossen werden, dass es asymptotisch stabil ist und keine Eigenschwingungen auftreten können [96]. Die Knickfrequenzen beziehungsweise natürlichen Frequenzen berechnen sich aus den Polstellen s_{Pol} des Systems nach [96] zu $\omega_n = |s_{\text{Pol}}|$.

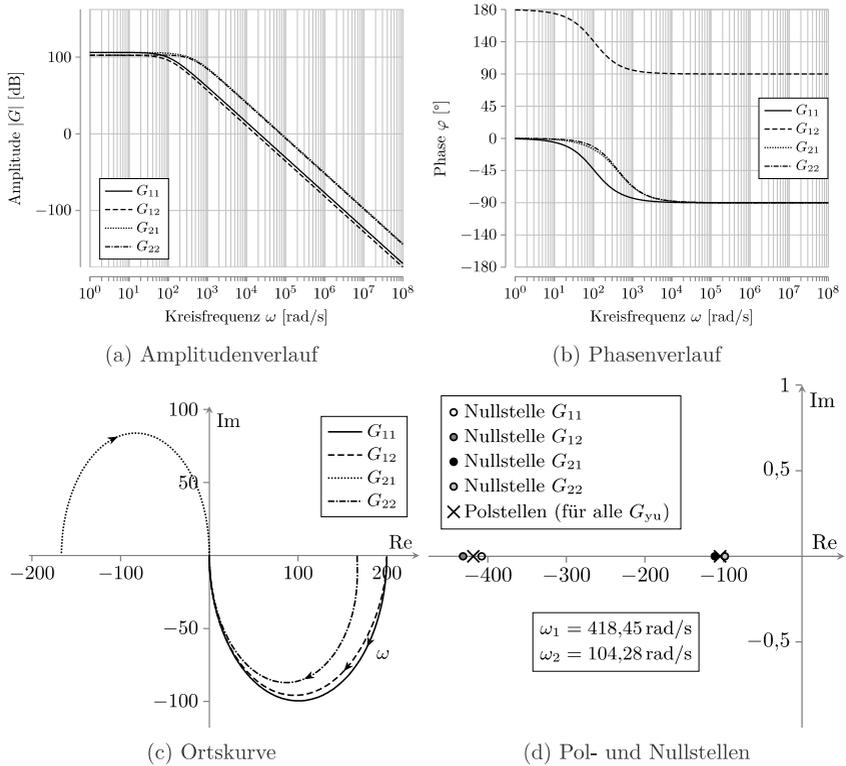


Abbildung 5.5: Übertragungsverhalten für ein System mit Stromregelung: $R_{L,1} = 5 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 6 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 20 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 22 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$

Grundsätzlich ist bei zwei Polstellen von einem PT2-Verhalten¹ auszugehen. Die

¹grundsätzlich schwingungsfähiges System, Phasendrehung bis $\varphi = -180^\circ$ möglich

Ortskurven sowie die Amplituden- und Phasendiagramme der Übertragungsfunktionen in Abb. 5.5 stellen jedoch PT1-Verhalten² dar (vergleiche [95]). Bei Betrachtung der Nullstellen wird klar, dass jede der vier Übertragungsfunktionen jeweils eine Nullstelle aufweist, die sehr nah an einer der beiden Polstellen liegt (vergleiche Abb. 5.5d). Dadurch wird für jede Übertragungsfunktion eine Polstelle teilweise kompensiert und das PT1-Verhalten durch die übrig gebliebene Polstelle ausgeprägt. Die jeweils entstehenden unterschiedlichen Knickfrequenzen zeigen sich im Amplituden- beziehungsweise Phasendiagramm.

Um das dynamische Verhalten bei Änderungen der Störgröße u_ℓ oder der Eingangsgrößen $u_{\text{ph},1}$ und $u_{\text{ph},2}$ (Tastgrade d_1 und d_2) zu kontrollieren und die Einschwingvorgänge zu beschleunigen, ist mindestens eine proportionale Zustandsrückführung [91] mit Vorfilter vorzusehen. Bei sprunghaften Änderungen der Störgröße sollte auf eine integrale Ausgangsrückführung (Mehrgrößen Proportional Integral (PI)-Regler) nach [91] zurückgegriffen werden (siehe Abb. 5.6). Führungs- und Störgrößenänderungen höherer Ordnung erfordern komplexere Störkompensatoren mit mehrfacher Integration [97].

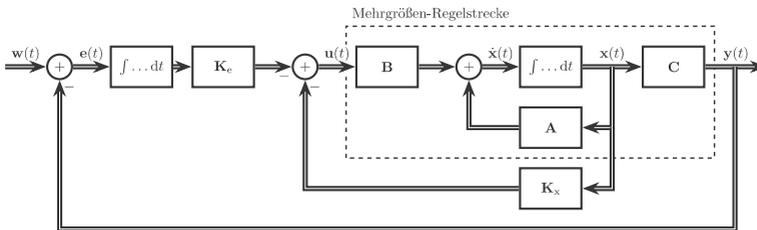


Abbildung 5.6: Integrale Ausgangsrückführung (PI-Mehrgrößenregler) nach [91]

Da das System bei sprungförmiger Anregung asymptotisch stabil ist, kann darüber nachgedacht werden, den Abgleich der Phasenströme für $t \rightarrow \infty$ über eine berechnete Differenz der Eingangsgrößen³ $u_{\text{ph,diff}} = u_{\text{ph},1} - u_{\text{ph},2}$ einzustellen. Dadurch könnte das System auf eine Eingangsgröße (zum Beispiel $u_{\text{ph},1}$) und die Ausgangsgröße i_ℓ reduziert werden. Mit der Annahme $i_1 = i_2 = i_\ell/2$ ließe sich gleichzeitig ein Stromsensor einsparen. Die Messung des Stromes i_ℓ würde in diesem Fall für eine Regelung ausreichen. Beachtet werden muss dabei die kurzzeitige Abweichung für i_k bei starken sprungförmigen Änderungen der Eingangs- oder Störgrößen (vergleiche Abb. 5.3b und Abb. 5.4b). Allerdings wird beim Betrieb der gekoppelten Induktivität die Sättigung des Koppelkern wenn überhaupt nur kurzzeitig erreicht,

²Tiefpass, nicht schwingungsfähig

³Diese entsprechen durch $u_{\text{ph},x} = d_x \cdot u_h$ gleichzeitig der Differenz der Tastgrade.

da die volle Ausnutzung der Flussdichte den Kern sehr stark erwärmen würde und deshalb eine Reduzierung der maximalen Flussdichte schon bei der Auslegung vorzusehen ist. Die nötige Differenz im stationären Zustand der Eingangsgrößen ergibt sich zu:

$$u_{\text{ph,diff}} = u_{\text{ph,1}} - u_{\text{ph,2}} \stackrel{i_1=i_2}{=} \frac{i_\ell}{2} (R_{L,1} - R_{L,2}) \quad (5.22)$$

Um den Fall zu simulieren, lässt sich das ursprüngliche Zustandsraummodell umformen. Dabei gelten zusätzlich zu Gleichung (5.22) die folgenden Annahmen:

$$\frac{di_\ell}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \quad (5.23)$$

$$i_1 = i_2 = \frac{i_\ell}{2} \quad (5.24)$$

Die Größen i_1 , i_2 und $u_{\text{ph,2}}$ lassen sich in den Zustandsgleichungen (5.3) und (5.4) eliminieren und i_ℓ wird als einzige neue Zustandsgröße eingesetzt. Das System entspricht somit einem System erster Ordnung:

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{di_\ell}{dt}}_{\mathbf{x}(t)} &= \underbrace{\left(-\frac{R_{L,1}}{2L_{k,1}} - \frac{R_{L,1}}{2L_{k,2}} - \frac{k R_{L,1}}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \right)}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{i_\ell}_{\mathbf{x}(t)} \\ &+ \underbrace{\left(\frac{1}{L_{k,1}} + \frac{1}{L_{k,2}} + \frac{2k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \right)}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{u_{\text{ph,1}}}_{\mathbf{u}(t)} \\ &+ \underbrace{\left(-\frac{1}{L_{k,1}} - \frac{1}{L_{k,2}} - \frac{2k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \right)}_{\mathbf{E}} \cdot \underbrace{u_\ell}_{\mathbf{z}(t)} \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\underbrace{i_\ell}_{\mathbf{y}(t)} = \underbrace{1}_{\mathbf{C}} \cdot \underbrace{i_\ell}_{\mathbf{x}(t)} \quad (5.26)$$

Mit dieser Darstellung lässt sich beispielhaft eine integrale Ausgangsrückführung auslegen. Abb. 5.7 zeigt das Verhalten des Systems ($K_x = 50$, $K_e = -30000$) bei einem Einheitssprung der Führungsgröße zur Zeit $t = 1$ ms und einem Sprung der Störgröße $u_\ell = 5$ V zur Zeit $t = 50$ ms.

Es zeigt sich das erwartete Verhalten. Der Ausgangsstrom i_ℓ wird durch das rückgekoppelte System zuverlässig auf den gewünschten Wert geregelt. Die Stromdifferenz i_k hingegen bewegt sich durch die Vorsteuerung der zweiten Eingangsgröße $u_{\text{ph,2}}$ nach Gleichung (5.22) für $t \rightarrow \infty$ gegen $i_k = 0$. Das dynamische Verhalten von i_k am Anfang des Sprungs wird nicht ausgeregelt, es kann jedoch mit dieser Variante ein Stromsensor eingespart werden.

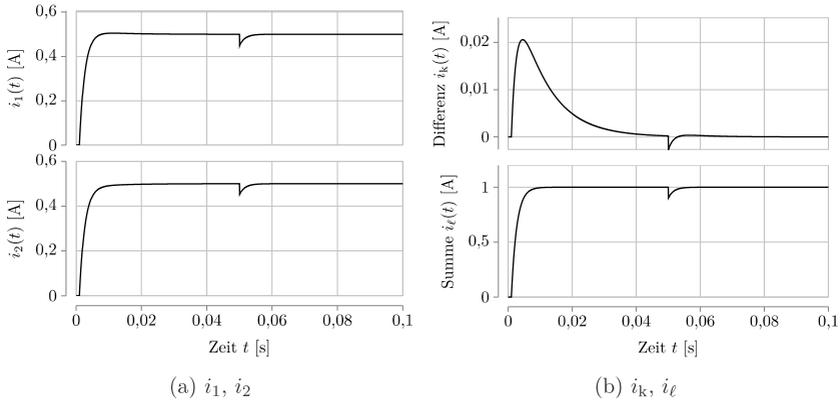


Abbildung 5.7: Ausgangsverhalten für Eingangssprung $w(t) = 1$ bei $t = 1$ ms und Sprung der Störgröße $u_\ell = 5$ V zur Zeit $t = 50$ ms, Systemparameter: $R_{L,1} = 5$ m Ω , $R_{L,2} = 6$ m Ω , $L_{k,1} = 20$ μ H, $L_{k,2} = 22$ μ H, $k = 0,6$, $K_x = 50$, $K_e = -30000$

5.2 Spannungsregelung für u_ℓ mit Störgröße \bar{i}_ℓ

Der Vollständigkeit halber soll auch das System bei einer Ausgangsspannungsregelung für u_ℓ beschrieben werden. Der Ausgangsstrom \bar{i}_ℓ wird als Störgröße definiert und es gilt das Ersatzschaltbild aus Abb. 5.8.

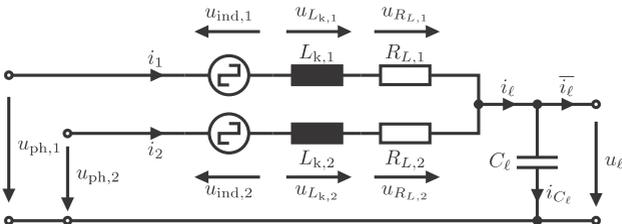


Abbildung 5.8: Erweitertes Ersatzschaltbild CII für Spannungsregelung u_ℓ (Störgröße \bar{i}_ℓ)

Das Zustandsraummodell wird ohne den Lastwiderstand R_{Last} aufgestellt. Es enthält

mit u_ℓ wiederum drei Zustandsgrößen:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{E} \cdot \mathbf{z}(t) \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{u}_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_{L,1}}{L_{k,1}} & -\frac{R_{L,2} \cdot k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & -\left(\frac{1}{L_{k,1}} + \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}}\right) \\ -\frac{R_{L,1} \cdot k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & -\frac{R_{L,2}}{L_{k,2}} & -\left(\frac{1}{L_{k,2}} + \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}}\right) \\ \frac{1}{C_\ell} & \frac{1}{C_\ell} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ u_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_{k,1}} & \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \\ \frac{k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & \frac{1}{L_{k,2}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_{\text{ph},1} \\ u_{\text{ph},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_\ell} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \cdot \underbrace{u_\ell}_{\mathbf{z}(t)} \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) \\ \underbrace{\begin{bmatrix} i_k \\ i_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ u_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Die Übertragungsmatrix ergibt sich zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_k \\ i_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(s)} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_u(s)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_{\text{ph},1} \\ u_{\text{ph},2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(s)}$$

mit

$$G_{11}(s) = \frac{a_{11} \cdot s^2 + b_{11} \cdot s + c_{11}}{d \cdot s^3 + e \cdot s^2 + f \cdot s + g} \quad (5.29)$$

$$G_{21}(s) = \frac{a_{21} \cdot s^2 + b_{21} \cdot s + c_{21}}{d \cdot s^3 + e \cdot s^2 + f \cdot s + g} \quad (5.30)$$

$$G_{12}(s) = \frac{b_{12} \cdot s + c_{12}}{d \cdot s^3 + e \cdot s^2 + f \cdot s + g} \quad (5.31)$$

$$G_{22}(s) = \frac{b_{22} \cdot s + c_{22}}{d \cdot s^3 + e \cdot s^2 + f \cdot s + g} \quad (5.32)$$

und

$$a_{11} = C_\ell \cdot L_{k,2} - C_\ell k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}$$

$$\begin{aligned}
b_{11} &= C_\ell \cdot R_{L,2} - C_\ell \cdot R_{L,2} \cdot k^2 \\
c_{11} &= c_{21} = 2 - 2k^2 \\
a_{21} &= C_\ell \cdot L_{k,1} - C_\ell k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}} \\
b_{21} &= C_\ell \cdot R_{L,1} - C_\ell \cdot R_{L,1} \cdot k^2 \\
b_{12} &= k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}} + L_{k,2} \\
c_{12} &= R_{L,2} \cdot (1 - k^2) \\
b_{22} &= k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}} + L_{k,1} \\
c_{22} &= R_{L,1} \cdot (1 - k^2) \\
d &= C_\ell \cdot L_{k,1} \cdot L_{k,2} \\
e &= C_\ell \cdot L_{k,1} \cdot R_{L,2} + C_\ell \cdot L_{k,2} \cdot R_{L,1} \\
f &= L_{k,1} + L_{k,2} + 2k \sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}} + (C_\ell \cdot R_{L,1} \cdot R_{L,2}) \cdot (1 - k^2) \\
g &= (R_{L,1} + R_{L,2}) \cdot (1 - k^2).
\end{aligned}$$

Die Störmatrix $\mathbf{G}_z(s)$ ergibt sich zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_k \\ \dot{i}_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(s)} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_z(s)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{i}_\ell \end{bmatrix}}_{z(s)} \quad (5.33)$$

mit

$$G_1(s) = -\frac{b_1 \cdot s + c_1}{d \cdot s^3 + e \cdot s^2 + f \cdot s + g} \quad (5.34)$$

$$G_2(s) = -\frac{a_2 \cdot s^2 + b_2 \cdot s + c_2}{d \cdot s^3 + e \cdot s^2 + f \cdot s + g} \quad (5.35)$$

und

$$\begin{aligned}
b_1 &= L_{k,1} - L_{k,2} \\
c_1 &= (R_{L,1} - R_{L,2}) \cdot (1 - k^2) \\
a_2 &= L_{k,1} \cdot L_{k,2} \\
b_2 &= L_{k,1} \cdot R_{L,2} + L_{k,2} \cdot R_{L,1} \\
c_2 &= (R_{L,1} \cdot R_{L,2}) \cdot (1 - k^2) \\
d &= C_\ell \cdot L_{k,1} \cdot L_{k,2} \\
e &= C_\ell \cdot L_{k,1} \cdot R_{L,2} + C_\ell \cdot L_{k,2} \cdot R_{L,1}
\end{aligned}$$

$$f = L_{k,1} + L_{k,2} + 2k\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}} + (C_\ell \cdot R_{L,1} \cdot R_{L,2}) \cdot (1 - k^2)$$

$$g = (R_{L,1} + R_{L,2}) \cdot (1 - k^2).$$

Abb. 5.9 und Abb. 5.10 zeigen die Sprungantwort für Eingangs- und Störgrößen der erweiterten Zustandsraumdarstellung. Es zeigt sich, dass sowohl für die Differenz der Ströme i_k als auch für die Summe der Ströme i_ℓ eine Eigenschwingung entsteht. Bei gleichzeitiger sprunghöflicher Änderung beider Eingangsgrößen mit dem selben Wert zeigt sich sowohl bei gleichem als auch bei unterschiedlichem Serienwiderstand der beiden Phasen keine bleibende Abweichung der beiden Regelgrößen (vergleiche Abb. 5.9a und Abb. 5.9b). Bei Änderung der Störgröße $z = \bar{i}_\ell$ ergibt sich hingegen eine bleibende Regeldifferenz für i_k für unterschiedliche Serienwiderstände (Abb. 5.10a). Sind die Widerstände gleich (Abb. 5.9b), fällt die Differenz nach kurzer Zeit wieder auf $i_k = 0$ A zurück.

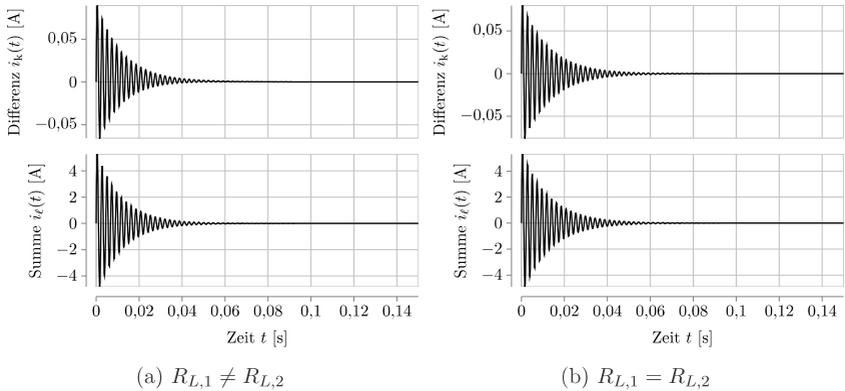


Abbildung 5.9: Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei gleichzeitigem Einheitssprung beider Stellgrößen $u(t)$ (a): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 25 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$; (b): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 20 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$

Abb. 5.11 zeigt das Übertragungsverhalten in Amplituden- und Phasenverlauf, sowie Ortskurve und Pol- Nullstellendiagramm. Ähnlich wie bereits bei der Stromregelung gibt es Nullstellen, die die vorliegenden Polstellen teilweise kompensieren. Die Übertragungsfunktionen G_{11} und G_{12} wirken auf die Ausgangsgröße i_k . Hier zeigt sich durch die Teilkompensation des komplex konjugierten Polpaars PT1-Verhalten (Knickfrequenz $\omega_1 = 43,91 \text{ rad/s}$) mit leichter Resonanz bei der teilweise kompensierten Frequenz $\omega_2 = 2794,39 \text{ rad/s}$. Die Übertragungsfunktionen G_{21} und

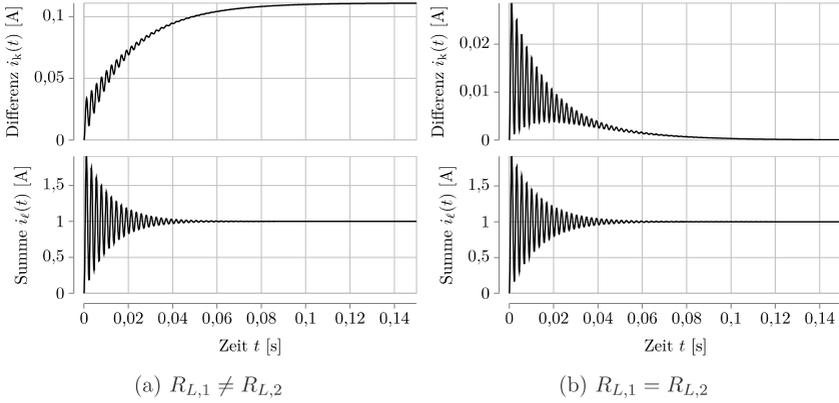


Abbildung 5.10: Verhalten der Ausgangsgrößen $y(t)$ bei Einheitssprung der Störgröße $z(t)$ (a): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 25 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$; (b): $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 20 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$, $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$

G_{22} wirken auf u_ℓ und weisen PT2-Verhalten auf. Hier wird wiederum die Polstelle mit der Frequenz $\omega_1 = 43,91 \text{ rad/s}$ teilweise kompensiert (ersichtlich an der leichten Phasenschwankung in Abb. 5.11b).

Auch dieses System kann vereinfacht werden, um den zweiten Stromsensor einzusparen. Aufgrund der Pol-/Nullstellenkompensation des komplex konjugierten Pols in den Übertragungsfunktionen für die Ausgangsgröße i_k ist diese auch im Falle einer Vorsteuerung nicht schwingungsfähig. Das Zustandsraummodell ergibt sich wiederum vereinfacht zu:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_\ell \\ \dot{i}_k \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_{L,1}}{2L_{k,1}} - \frac{R_{L,1}}{2L_{k,2}} - \frac{k R_{L,1}}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} & -\frac{1}{L_{k,1}} - \frac{1}{L_{k,2}} - \frac{2k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \\ \frac{1}{C_\ell} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_\ell \\ u_\ell \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_{k,1}} + \frac{1}{L_{k,2}} + \frac{2k}{\sqrt{L_{k,1} \cdot L_{k,2}}} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{u_{\text{ph},1}}_{\mathbf{u}(t)} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_\ell} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \cdot \underbrace{\bar{i}_\ell}_{\mathbf{z}(t)}
 \end{aligned} \tag{5.36}$$

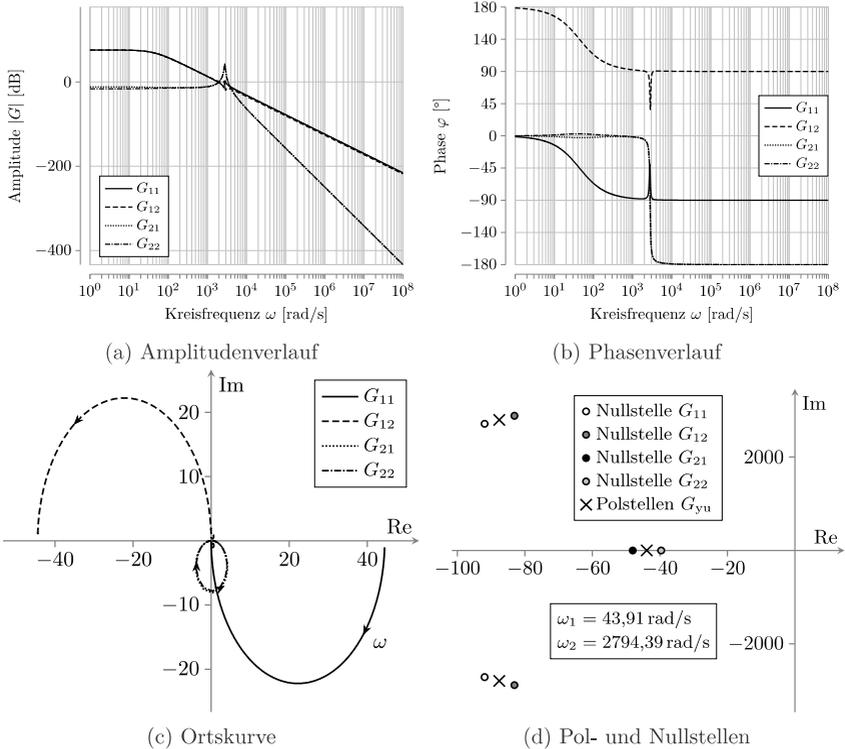


Abbildung 5.11: Übertragungsverhalten für ein System mit Spannungsregelung:
 $R_{L,1} = 20 \text{ m}\Omega$, $R_{L,2} = 25 \text{ m}\Omega$, $L_{k,1} = 200 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{k,2} = 210 \text{ }\mu\text{H}$,
 $k = 0,6$, $C_\ell = 2 \text{ mF}$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u_\ell \end{bmatrix}}_{y(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_C \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_\ell \\ u_\ell \end{bmatrix}}_{x(t)} \quad (5.37)$$

Es ist anzumerken, dass für eine direkte modellbasierte Regelung beide Zustandsgrößen i_ℓ und u_ℓ gemessen werden müssen. Für den Fall, dass der Stromsensor für i_ℓ ebenfalls eingespart werden soll, muss ein Zustandsbeobachter eingesetzt werden, der die Zustandsgrößen aus der Ausgangsgröße u_ℓ schätzt. Die Beobachtbarkeit des Systems muss für diesen Fall gegeben sein. Ohne Strommessung oder Beobachter lässt sich auch die Vorsteuerung nicht realisieren, da diese Kenntnis über mindestens einen

Stromwert erfordert. Für das System ohne Zustandsbeobachter ist beispielhaft eine integrale Ausgangsrückführung ausgelegt worden ($\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} 6 & 55 \end{bmatrix}$, $K_e = -30000$).

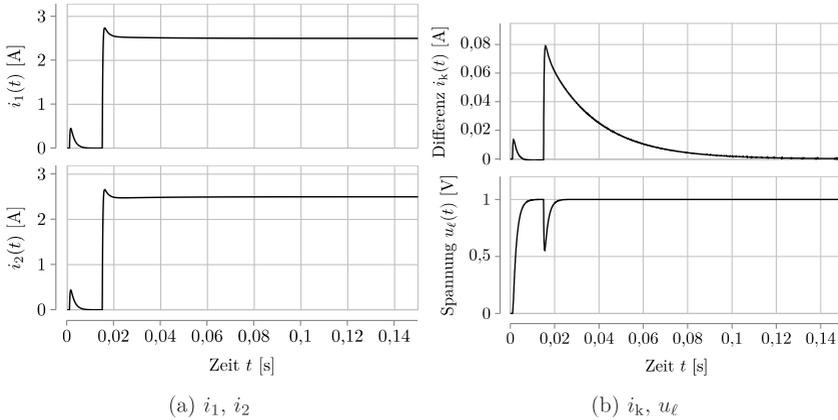


Abbildung 5.12: Ausgangsverhalten für Eingangssprung $w(t) = 1$ bei $t = 1$ ms und Sprung der Störgröße $\bar{i}_\ell = 5$ A zur Zeit $t = 15$ ms, Systemparameter: $R_{L,1} = 20$ m Ω , $R_{L,2} = 25$ m Ω , $L_{k,1} = 200$ μ H, $L_{k,2} = 210$ μ H, $k = 0,6$, $C_\ell = 2$ mF, $\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} 6 & 55 \end{bmatrix}$, $K_e = -30000$

Das System reagiert wie erwartet auf Sprünge der Führungs- und Störgrößen. Die Spannung u_ℓ wird schnell ausgeregelt, während die Stromdifferenz i_k für $t \rightarrow \infty$ nach kurzer Abweichung selbstständig auf den Ausgangswert zurück fällt. i_k wird sowohl von der Führungsgrößenänderung als auch von der Störgrößenänderung beeinflusst. Das längere unregelmäßige Einschwingverhalten tritt jedoch nur bei einer Störgrößenänderung von \bar{i}_ℓ auf.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das System der zweiphasig gekoppelten Induktivität sowohl stromgeregelt als auch spannungsgeregelt betrieben werden kann. Die sprunghaftigen Störgrößen \bar{i}_ℓ und u_ℓ können durch eine integrale Ausgangsrückführung zuverlässig ausgeregelt werden. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, in beiden Fällen durch Vorsteuerung des Tastgrades mit nur einem Stromsensor zu arbeiten. Im Falle der Stromregelung ist dies der einzige Sensor im System. Für die Spannungsregelung kann der Stromsensor ebenfalls eingespart werden, wenn mit einem Zustandsbeobachter gearbeitet wird. Die Mechanismen und verschiedenen Möglichkeiten der Auslegung einer Regelung sollen nicht Teil dieser Arbeit sein. Jedoch können die elementaren Betrachtungen im Zustandsraum die Grundlage dafür bilden.

5.3 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt ist das erweiterte Ersatzschaltbild sowie das Zustandsraummodell des zweiphasigen gekoppelten Induktors erarbeitet worden. Die Möglichkeit sowohl der Strom- als auch der Spannungsregelung ist gegeben, wobei das Zustandsraummodell entsprechend angepasst werden muss. Das Systemverhalten mit den zugehörigen Übertragungsfunktionen der Modelle ist sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich dargestellt und diskutiert worden. Dabei hat sich herausgestellt, dass die theoretische Möglichkeit für die Einsparung eines Stromsensors bei ausschließlicher Betrachtung des stationären Endwerts gegeben ist. Die praktische Umsetzung dieses Ansatzes kann in zukünftigen Arbeiten auf Grundlage der Ergebnisse dieses Abschnitts gesondert behandelt werden.

Bei der Betrachtung regelungstechnischer Vorgänge im Zusammenhang mit getakteten Wandlern ist anzumerken, dass die Stellgrößen ($u_{ph,1}$ und $u_{ph,2}$) aufgrund der Begrenzung der Tastgrade auf $d = 0 \dots 1$ und der Begrenzung der Spannung U_h ebenfalls begrenzt sind. Dies ist bei der Reglerauslegung zu beachten. Um das System zusätzlich abzusichern, sollte eine maximale Abweichung der beiden Tastgrade voneinander festgelegt werden, damit zum Beispiel im Falle eines Sensordefekts und dem daraus resultierenden Regelfehler auch im Teillastbetrieb keine Kernsättigung auftreten kann.

Kapitel 6

Materialstudie

Um das ausgewählte Bandmaterial zu charakterisieren und für die gekoppelten Induktivitäten einsetzen zu können, ist eine Materialstudie durchgeführt worden. Diese beinhaltet sowohl Lösungen zur Verarbeitung des Materials als auch die Methoden und Ergebnisse zur Charakterisierung. Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse dieser Untersuchungen vorgestellt. Der Entwurf und Aufbau einer automatisierten Wickelmaschine, die geometrischen Eigenschaften des niederpermeablen Bandmaterials, der Aufbau eines Verlustprüfstandes und die Ergebnisse der Verlustcharakterisierung werden präsentiert.

6.1 Fertigungstechnik

Das niederpermeable nanokristalline Bandmaterial „Vitroperm FF“ weist aufgrund des Herstellungsprozesses und der daraus resultierenden geringen Banddicke eine geringe Stabilität und Duktilität¹ auf [71]. Bei kleinsten Torsions- oder Scherbelastungen quer zur Bandrichtung reißt das spröde Material und macht die Verarbeitung zu einem funktionalen magnetischen Kern unmöglich. Desweiteren sind die Bandkanten anfällig für Stöße und können leicht brechen und einreißen. Zur sicheren Herstellung und Handhabung der Materialien im Labor ist Fertigungstechnik vonnöten, die das Band ohne Querbelastung führen und aufwickeln kann. Idealerweise findet dieser Prozess automatisiert statt, so dass beim Wickeln die Anzahl der Windungen mitgezählt wird und der Kern nicht währenddessen von Hand vermessen werden muss. Die Konstruktion einer Wickelmaschine und der entsprechenden Rollen-Aufnehmer wird im Folgenden beschrieben.

¹Maß für die dauerhafte plastische Verformbarkeit eines Werkstoffes vor einem Bruch; Gegenteil der Sprödigkeit

6.1.1 Wickelmaschine

Der grundsätzliche Aufbau der Wickelmaschine besteht aus zwei mechanischen Achsen, die auf einer stabilen Bodenplatte fest gelagert sind (Abb. 6.1). Über einen Schrittmotor kann die Drehung, falls gewünscht, auf $1,8^\circ$ genau eingestellt werden [98]. Der Motor wird über einen Mikrocontroller gesteuert und ein LCD-Display stellt die Menüführung dar. Es sind mehrere Betriebsmodi möglich:

- Jog-Betrieb: Solange die entsprechende Taste gedrückt wird, dreht der Motor mit einer vorab festgelegten Geschwindigkeit in Vorwärts- bzw. Rückwärtsrichtung
- Auto-Betrieb: Es werden die Drehgeschwindigkeit sowie die Anzahl der Umdrehungen festgelegt. Daraufhin dreht der Schrittmotor automatisch solange mit der eingestellten Geschwindigkeit, bis die gewünschte Anzahl an Umdrehungen erreicht ist. Beim Start erhöht das System die Drehgeschwindigkeit rampenförmig, um das Band nicht bereits beim Start zu zerreißen.

Damit das Band beim Wickelvorgang am Kern stets gespannt ist, wird es zusätzlich in eine Bremsvorrichtung aus Filz (siehe Abb. 6.2c) eingespannt, die leichten Druck auf das Band ausübt. Dadurch wird zusätzlich ein Abrollen entgegengesetzt der Wickelrichtung verhindert.

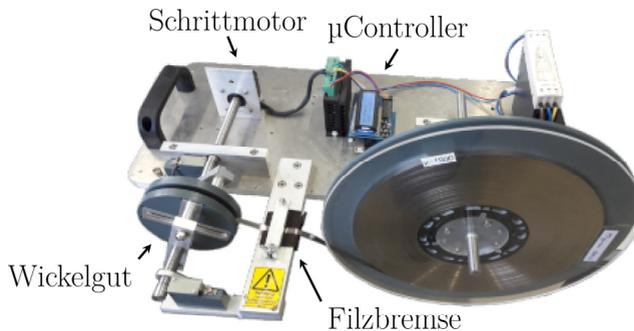


Abbildung 6.1: Wickelmaschine

Die Einspannung für das Wickelgut erfolgt über eine Press-Aufnahme, die über eine flexible Zentrierung verfügt (siehe Abb. 6.2a und Abb. 6.2b). Auf diese Weise kann bei Bedarf der äußere Kern unmittelbar um die inneren Kerne gewickelt werden. Die

Aufnahme für das Band erfolgt über Aluminium-Zylinder in verschiedenen Größen je nach gewünschtem Innenradius (Abb. 6.2f). Der Zylinder ist geschlitzt, so dass das Band Halt findet (Abb. 6.2d). Die ersten Windungen werden vorsichtig per Hand durchgeführt, um ein sicheres Aufrollen zu gewährleisten. Bei sehr kleinen Radien hat es sich im Gegensatz dazu als komfortabel erwiesen, das Band mit einem schwachen Klebefilm zu versehen. Die Pressung erfolgt über eine Metallschraube und die zugehörigen Passmutter (Abb. 6.2e).

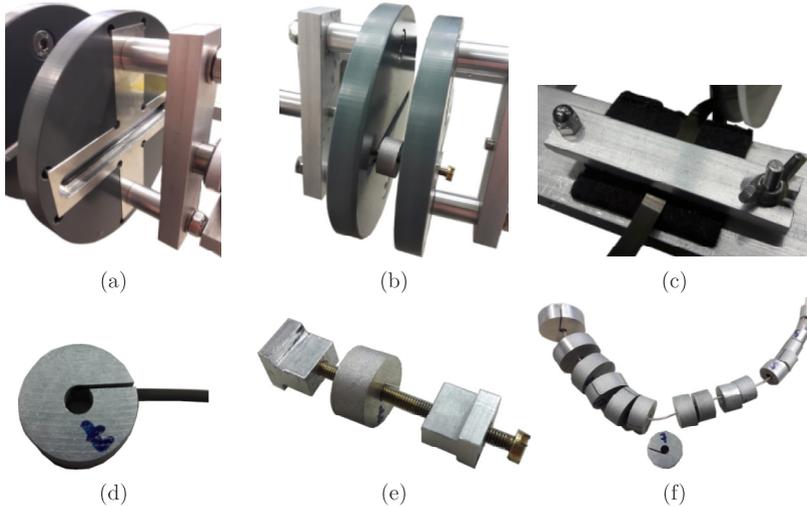


Abbildung 6.2: (a): flexibler Wickelgut-Aufnehmer; (b): Press-Technik für freie Banddurchführung; (c): Filzbremse; (d): geschlitzter Aluminium-Zylinder zur Bandaufnahme; (e): Metallschraube mit Passmutter; (f): verschieden große Zylinder für verschiedene Innenradien

6.1.2 Fertigung

Nachdem der Wickelgut-Aufnehmer eingespannt worden ist, kann die Rolle mit dem Bandmaterial auf die zweite Achse geschraubt, das Band durch die Bremse geführt und anschließend in den Schlitz des Wickelgut-Aufnehmers eingeführt werden. Das Bandmaterial liegt für den Laborgebrauch in verschiedenen Permeabilitäten vor ($\mu_r = 160, 400, 650, 900, 1200, 1500, 1900$). Zur Zentrierung und zum Schutz bei Lagerung und Handhabung sind die Bänder in Rollen-Aufnehmer eingelegt (Abb. 6.3).

Sie können zur Benutzung leicht auf das Gewinde der zweiten Achse aufgeschraubt und ausgerichtet werden.



Abbildung 6.3: Rollen-Aufnehmer

Der Wickelprozess wird durchlaufen (Abb. 6.4a) und das Band hinter der Bremse durchtrennt. Anschließend kann der Kern per Klebestreifen fixiert und ausgespannt werden (Abb. 6.4b). In diesem Zustand ist er durch den Aluminium-Zylinder in runder Form fixiert und der Außendurchmesser kann per Messschieber ermittelt werden (Abb. 6.4c). Der Innendurchmesser ist durch den Aluminium-Zylinder vorgegeben. Anschließend wird der Kern vom Zylinder entfernt (Abb. 6.4d) und gewogen. Danach wird die Breite des Kerns b_{Band} bestimmt (Abb. 6.4e). Diese weist aufgrund der Prozesse in der Bandherstellung ebenso wie die Banddicke d_{Band} signifikante Fertigungstoleranzen auf [71]. Aus den gemessenen Werten können später die Kerndaten A_{Fe} , l_{Fe} sowie der Füllfaktor η_{Fe} bestimmt werden.

6.2 Geometrische Eigenschaften

Um die geometrischen Eigenschaften von „Vitroperm FF“ charakterisieren zu können, ist die Vermessung mehrerer gewickelter Kerne und verschiedener Bänder nötig. So können für die Auslegung wichtige Eigenschaften wie durchschnittliche Banddicke d_{Band} , Bandbreite b_{Band} , Füllfaktor η_{Fe} und deren Varianz bestimmt werden. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Bändeigenschaften je nach gewählter Permeabilität μ_r und Rolle unterscheiden. Außerdem muss festgehalten werden, dass die Eigenschaften für Bänder mit einer ursprünglichen Breite $b_{\text{Band}} \approx 6,25$ mm und Dicke $d_{\text{Band}} \approx 20$ μm bestimmt werden [99].

Insgesamt sind für die Materialstudie 72 Kerne mit 5 verschiedenen Permeabilitäten von 8 verschiedenen Rollen gewickelt und vermessen worden. Bei jedem Kern sind

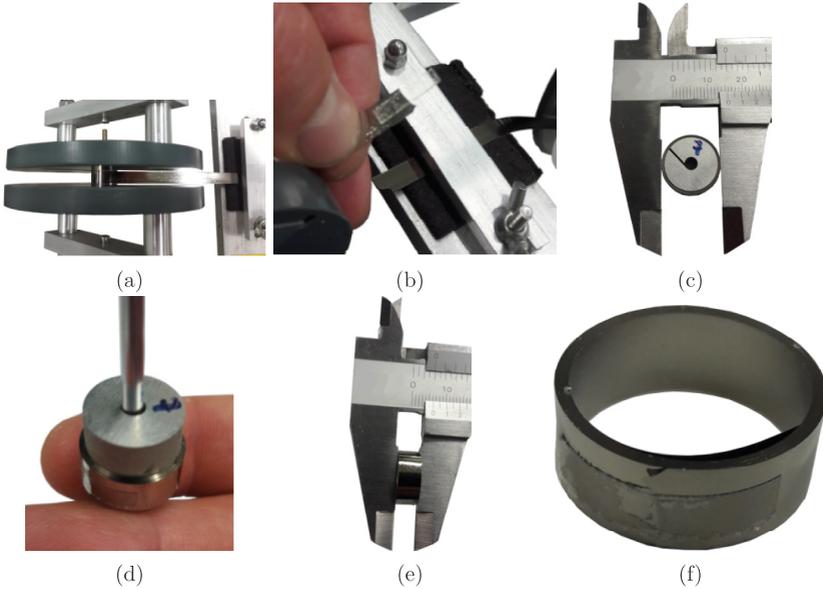


Abbildung 6.4: (a): Kern nach Wicklungsdurchlauf; (b): Durchtrennen des Bandes und Verklebung; (c): Messung des Außendurchmessers; (d): Entfernen des Aluminium-Zylinders; (e): Messung der Kernbreite; (f): fertiger Kern mit Klebestreifen

r_i , r_a , b_{Band} und das Gewicht m_{Fe} bestimmt worden. Aus diesen Größen lassen sich unter anderem mit den Gleichungen (4.4), (4.6) und (4.8) die gesuchten Größen A , l , A_{Fe} , l_{Fe} und η_{Fe} berechnen. Die mittlere Banddicke d_{Band} und effektive Banddicke $d_{\text{Band,Fe}}$ ergeben sich mit der Anzahl der Band-Windungen N_{Fe} zu:

$$d_{\text{Band}} = \frac{r_a - r_i}{N_{\text{Fe}}} \quad (6.1)$$

$$d_{\text{Band,Fe}} = \frac{(r_a - r_i) \cdot \eta_{\text{Fe}}}{N_{\text{Fe}}} \quad (6.2)$$

Abb. 6.5 zeigt die Eigenschaften des nanokristallinen Magnetbandes aufgetragen über die Permeabilität μ_r .

Es lässt sich erkennen, dass der Füllfaktor η_{Fe} nicht von der Permeabilität abhängt und auch in Abhängigkeit der gewählten Rolle variiert. Die Bandbreite b_{Band} hin-

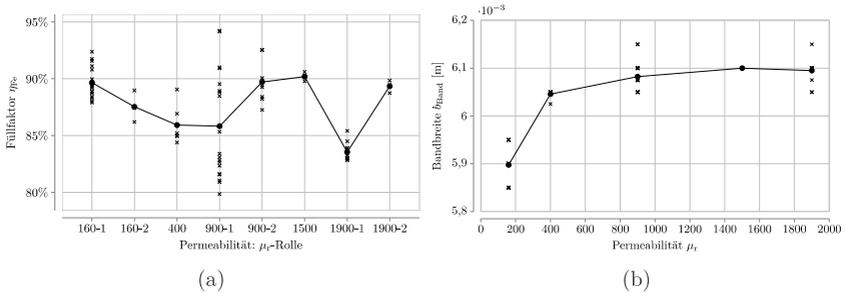


Abbildung 6.5: (a): Füllfaktor η_{Fe} pro vermessener Rolle; (b): Bandbreite b_{Band} aufgetragen über Permeabilität μ_r

gegen nimmt mit sinkender Permeabilität des Magnetbandes ab. Dies lässt sich durch die Zugbeanspruchung (vergleiche Abschnitt 2.4) bei der Herstellung des Bandes erklären. Um niedrige Permeabilitäten zu erzeugen, wird das Band stärker in Längsrichtung gedehnt und durch die auftretende Querkontraktion schmaler. Dieser Zusammenhang ist nur erkennbar, da das Ausgangsmaterial beziehungsweise das ursprüngliche Band für alle einzustellenden Permeabilitäten gleich ist und die selbe ursprüngliche Bandbreite b_{Band} besitzt [99].

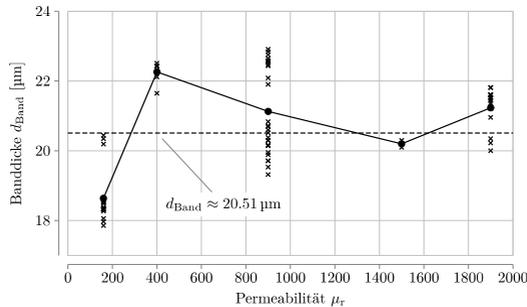


Abbildung 6.6: Banddicke d_{Band} aufgetragen über Permeabilität μ_r (die durchgezogene Linie verbindet jeweils die Durchschnittswerte für die jeweilige Permeabilität)

Die Banddicke d_{Band} hingegen weist keine signifikante Abhängigkeit von der Permeabilität auf (vergleiche Abb. 6.6), obwohl diese ebenfalls durch Querkontraktion gestaucht wird. Eine Erklärung hierfür ist, dass die Banddicke bereits im ursprüng-

lichen nicht gestreckten Band stark variiert. Bedingt durch den Herstellungsprozess lässt sie sich auf $\pm 3 \mu\text{m}$ genau einstellen [100].

Das nachbehandelte Band weist über alle Permeabilitäten eine durchschnittliche Banddicke $d_{\text{Band}} = 20,51 \mu\text{m} \pm 2,65 \mu\text{m}$ (siehe Mittelwert in Abb. 6.6) auf. Die Abweichungen sind entsprechend kleiner, wenn nur die jeweilige Rolle betrachtet wird. Die größte Abweichung pro Rolle zeigt sich bei $\mu_r = 900$ -1 mit $d_{\text{Band}} = 22,38 \mu\text{m} \pm 1,55 \mu\text{m}$.

Abb. 6.7 zeigt den durchschnittlichen Füllfaktor über alle vermessenen Kerne und seine möglichen Abweichungen. Bei der späteren Auslegung wirkt sich diese Ungenauigkeit sehr stark auf die endgültige Kerngröße aus. Um größere Abweichungen zu vermeiden, sollte vorab der Füllfaktor des zu verwendenden Bandes beziehungsweise der entsprechenden Rolle bestimmt werden und danach mit diesem Wert eine Auslegung erfolgen.

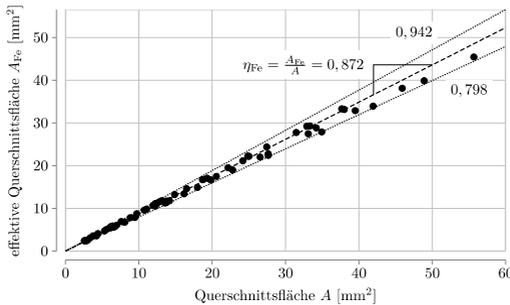


Abbildung 6.7: Verhältnis der Querschnittsflächen (Füllfaktor η_{Fe}) mit maximaler und minimaler Abweichung

6.3 Prüfstand Verlustmessung

Für die Verlustcharakterisierung von „Vitroperm FF“ ist ein Prüfstand entwickelt worden, der die Verluste im Kern bei unterschiedlichen Stromformen bestimmen kann. Da beim Einsatz gekoppelter Induktivitäten unkonventionelle Stromformen beziehungsweise Flussdichteverläufe auftreten, die gleichzeitig auch von Kopplungsfaktor k und Tastgrad d abhängen, kann nicht auf herkömmliche Verlustdaten zurückgegriffen werden. Diese liegen in der Regel ausschließlich für sinusförmige Fluss-

formen vor und für die Modellierung mittels iGSE im anvisierten Frequenzbereich bis 300 kHz sind während der Projektlaufzeit noch keine erprobten STEINMETZ-Parameter bekannt gewesen [99].

Laut [71] ist das Verlustverhalten der beiden Materialien „Vitroperm FF“ und „Vitroperm 500F“ für $\mu_r > 1000$ vergleichbar. Ein Vergleich der beiden Materialien sollten für diesen Bereich demnach möglich sein. Der Verlustprüfstand ist zunächst für die Erzeugung der Stromform eines zweiphasig gekoppelten Induktors ausgelegt worden. Für die Stromformen des vierphasig gekoppelten Induktors müssten bei Anwendung der gleichen Technologie bis zu sieben unabhängig voneinander einstellbare Spannungsquellen eingesetzt werden (vergleiche Abschnitt 3.2.2).

Die Verlustcharakterisierung erfolgt nach dem Prinzip der Vierdrahtmessung [28], [71]. Der Kern wird mit einer primär- und einer sekundärseitigen Windung versehen. Auf der Primärseite wird der Strom über einen Messwiderstand (Shunt) mit angeschlossenem Differentialtastkopf digital erfasst. Die Klemmen der Sekundärseite sind offen und die induzierte Spannung wird über einen weiteren Differentialtastkopf gemessen. Die Spannungen werden in einem hochauflösendem Oszilloskop erfasst und über eine Universal Serial Bus (USB)-Verbindung zur Weiterverarbeitung an einen Rechner geleitet (siehe Abb. 6.8).

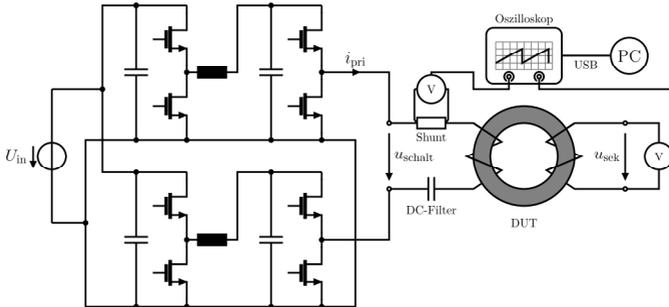


Abbildung 6.8: Verlustprüfstand Schema

6.3.1 Hardware

Es folgt eine Beschreibung der zum Aufbau des Prüfstandes eingesetzten Geräte und der eingesetzten Steuerungssoftware, die einen automatisierten Ablauf der Messungen ermöglichen. Hierbei sei erwähnt, dass die Auslegung der zu messenden Testkerne

separat erfolgen muss. Abb. 6.9 zeigt den Gesamtaufbau des Prüfstandes ohne die USB-Verbindung zum Steuerrechner.

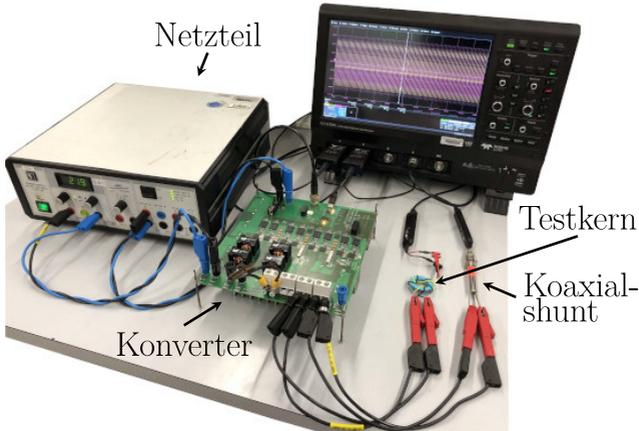


Abbildung 6.9: Verlustprüfstand Aufbau

Das verwendete Oszilloskop Teledyne LeCroy™ „HDO6104A“ weist eine Bandbreite von 1 GHz auf bei einer Abtastrate von 10 GS/s und einer vertikalen Auflösung von 12 Bit [101]. Da dreieckförmige Signale bis zu einer Schaltfrequenz von 300 kHz gemessen werden, sollte die Abtastrate auf den maximal möglichen Wert gesetzt werden. Das Oszilloskop kann per USB-Schnittstelle mit dem Steuerrechner kommunizieren. Darunter fallen der Start der Messung, das Übertragen der Messdaten, aber auch alle Einstellungen wie Kanalverstärkung, Offset, Messbereich oder Triggerwerte.

Als Spannungsquelle kann jedes beliebige Netzteil verwendet werden. Die Nennspannung des Konverters beträgt 450 V (maximal 600 V) bei 30 A Nennstrom (Abschalt-schwelle). Um die benötigten Stromformen zu erzeugen, wird eine flexible Spannungserzeugung benötigt, welche die in Abschnitt 3.2.1 dargestellte Spannung $u_{L_{k,x}}$ an den Testkern anlegen kann. Im gekoppelten Induktor liegt diese Spannung über der wirksamen Streuinduktivität L_k an und bestimmt den Stromrippel Δi_x .

Um $u_{L_{k,x}}$ für eine Periode darzustellen, kann mit zwei Spannungen gearbeitet werden, wenn zusätzlich eine Kapazität als DC-Filter in Reihe geschaltet wird. Aus der Spannung U_{in} , die vom Labornetzteil bereitgestellt wird, können zunächst über die GaN-Eingangshalbbrücken zwei Spannungen erzeugt werden, die dann über die Aus-

gangshalbbrücken die Spannung u_{schalt} erzeugen. Diese liegt wiederum über der Reihenschaltung aus Messwiderstand, Testkern und DC-Filter an (siehe Abb. 6.10).

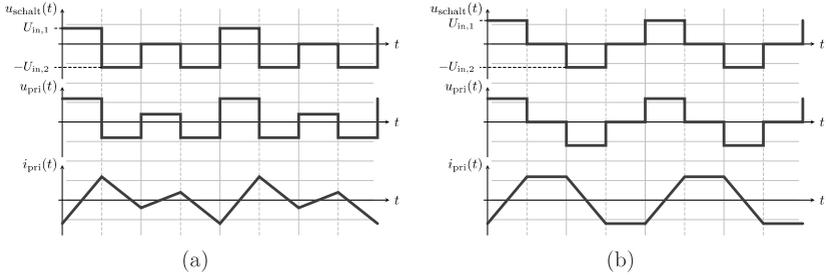


Abbildung 6.10: Spannungserzeugung am Testkern (a): Flussform im Streukern Φ_{σ} ; (b): Flussform im Koppelkern Φ_k

Messwiderstand und DC-Filter haben konstante Werte im Gegensatz zur Induktivität des Testkerns. Die Einschwingzeit des Schwingkreises ändert sich demnach abhängig davon, welcher Testkern eingesetzt wird. Es können sowohl die Flüsse Φ_{σ} als auch Φ_k im Testkern eingepreßt werden. Dazu müssen lediglich das Schaltmuster und die Eingangsspannungen automatisiert verändert werden. Die Ansteuerung der GaN-Schaltzellen erfolgt über ein System-on-a-Chip (SoC)-Floatong Programmable Gate Array (FPGA), welches wiederum über eine USB-Schnittstelle mit dem Prüfstandsrechner kommuniziert und eine flexible Einstellung der Schaltabfolgen ermöglicht. Die GaN-Schaltzellen (Texas Instruments Inc.TM „LMG3410R050“) sind für hohe Schaltfrequenzen geeignet und können Spannungen bis 600 V sowie Ströme bis 34 A stellen [102]. Die Schaltzellen sowie den Messwiderstand und die restlichen Elemente zur Erzeugung der Spannung u_{pri} zeigt Abb. 6.11.

Die DC-Filter Kondensatorbank besteht aus mehreren parallel geschalteten Keramik-Kondensatoren, die zusammen einen Kapazitätswert von $C_{\text{DC-Filter}} \approx 0,74 \text{ mF}$ ergeben (siehe Abb. 6.12). Nach Ablauf der je nach Induktivität des Testkerns nötigen Einschwingzeit filtert die Kondensatorbank zuverlässig die DC-Anteile des Stroms heraus und ermöglicht eine gleichbleibende periodische Anregung.

Als Messwiderstand ist der Koaxialshunt T&M Research Products Inc.TM „SDN-25“ ausgewählt worden. Der vom Hersteller gemessene Widerstandswert beträgt $R = 252,1 \text{ m}\Omega \pm 0,2 \%$. Die Anstiegszeit beträgt laut Herstellerangaben $t_{\text{rise}} = 0,3 \text{ ns}$

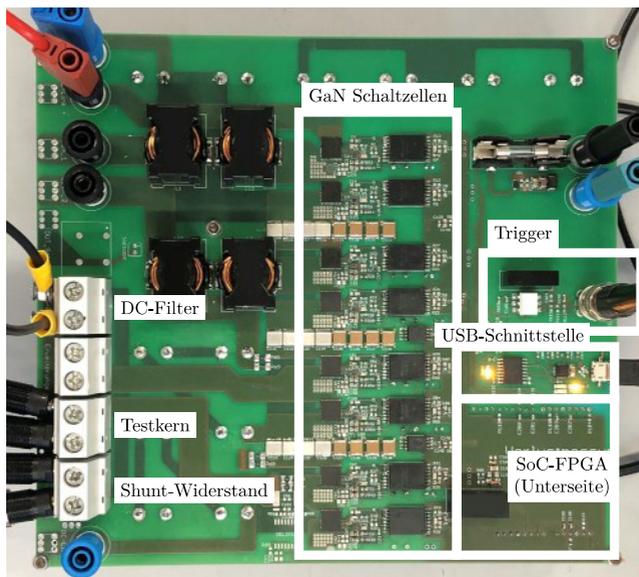
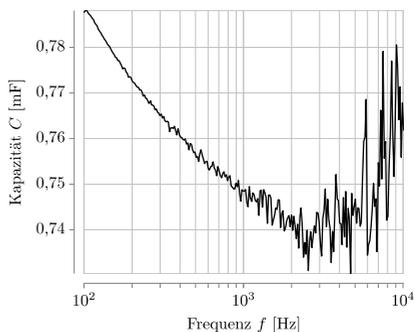


Abbildung 6.11: Erzeugung der Primärspannung u_{pri}



(a)



(b)

Abbildung 6.12: DC-Filterkondensator (a): Parallelschaltung Keramik-Kondensatoren; (b): Vermessung des DC-Filters am Impedanzanalysator

(10% bis 90%) [103]. Daraus kann mit

$$t_{\text{rise}} = t_{90} - t_{10} = -\ln(0,9) \cdot \tau_{\text{LR}} + \ln(0,1) \cdot \tau_{\text{LR}} = 2,197\,225 \cdot \tau_{\text{LR}} \quad (6.3)$$

$$L = R \cdot \tau_{\text{LR}} = R \cdot \frac{t_{\text{rise}}}{2,197\,225} = R \cdot \frac{0,3\text{ ns}}{2,197\,225} = 34,42\text{ pH} \quad (6.4)$$

die parasitäre Induktivität des Koaxialshunts abgeschätzt werden. Der Wert beträgt $L \approx 34,42\text{ pH}$ und führt zu kleinen Fehlerspannungen (beschrieben in Abschnitt 6.5). Weiterhin muss die maximale Verlustenergie $E_{\text{max}} = 5\text{ J}$ beachtet werden. Für ein Rechtecksignal ($d \rightarrow 0$, Koppelfluss) und eine Testdauer $t_{\text{Test}} = 2\text{ ms}$ (100 Perioden bei 50 kHz) +10 ms (Spannungseinstellung) gilt

$$i_{\text{max}} = \sqrt{\frac{E_{\text{max}}}{R \cdot t_{\text{Test}}}} = \sqrt{\frac{5\text{ J}}{252,1\text{ m}\Omega \cdot 12\text{ ms}}} = 40,65\text{ A}. \quad (6.5)$$



Abbildung 6.13: Messwiderstand

Zur Spannungsmessung werden die Differentialastköpfe Teledyne LeCroy™ „DL10-HCM“ verwendet (Abb. 6.14a). Diese weisen eine Bandbreite von bis zu 1 GHz auf bei einer Genauigkeit von $\pm 0,5\%$. Der Spannungsbereich für die differentielle Messung liegt bei $\pm 80\text{ V}$ (60 V DC). Die Eingangskapazität des Tastkopfes beträgt laut Herstellerangaben 0,6 pF [104]. Um Wicklungskapazitäten klein zu halten und die Kopplung des Kerns zu verbessern, werden die Wicklungen gleichmäßig über die gesamte Kernlänge verteilt. Parallele Wicklungskapazitäten am Testkern können geringe Parallelimpedanzen darstellen, die im Schalt Augenblick Teile des gemessenen Stromes führen und somit das Messergebnis verfälschen. Mit dem Impedanzanalytator konnten bis zu einer Frequenz von 110 MHz keine signifikanten Wicklungskapazitäten gemessen werden.

Für die Berechnung der Verlustleistung ist es notwendig, Spannung und Stromwerte möglichst ohne zeitliche Verschiebung zueinander aufzunehmen (siehe Abschnitt 6.5). Gerade bei hohen Frequenzen ist der Zeitversatz ein ernst zu nehmendes Problem für die Genauigkeit (vergleiche [78], [105]). Da sowohl für die Messung am Widerstand als auch für die Messung der Sekundärspannung der baugleiche Tastkopf „DL10-HCM“ verwendet wird, sollten zeitliche Verschiebungen nahezu ausgeschlossen sein. Diese Annahme ist mithilfe der gleichzeitigen Messung desselben Testsignals mit beiden Tastköpfen und anschließender Korrelation der beiden

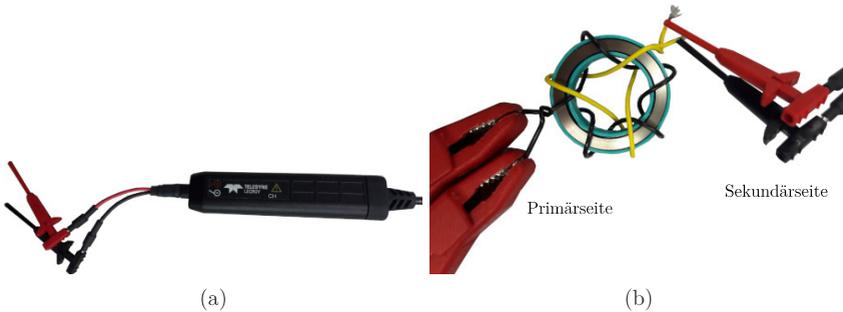


Abbildung 6.14: (a): Differentialastkopf Teledyne LeCroy™ „DL10-HCM“; (b): Anschluss eines Testkerns

Messungen für verschiedene Frequenzen bei einer Abtastzeit von 100 ps überprüft worden (Abb. 6.15).

6.3.2 Software

Die Software zur Steuerung des Prüfstandes sowie zur Durchführung der Messung benötigt zunächst die Daten des ausgelegten Testkerns. Diese Auslegung orientiert sich am gewünschten maximalen Flussdichterippel. Je geringer der zu simulierende Tastgrad d und je höher die Schaltfrequenz f_s , desto steiler wird der nötige Stromanstieg. Ein kleiner Induktivitätswert ist demnach für den Testkern nötig, um die notwendigen Flussdichten bereits bei kleinen angelegten Spannungen zu erreichen. Aufgrund des vergleichsweise hohen Werts des Messwiderstandes von $R \approx 0,25 \Omega$ ergeben sich jedoch für kleine Induktivitätswerte in der Regel kleine Zeitkonstanten $\tau_{LR} = L/R$ und damit gerade bei niedrigen Frequenzen nichtlineare Stromanstiege. Diese entsprechen nicht der späteren Anwendung und erschweren bei ungenauer Auslegung des Testkerns eine adäquate Modellbildung der Verluste. Die Induktivität muss demnach immer so weit wie möglich erhöht werden (maximal bis bei maximaler Flussdichte-Aussteuerung die Spannungsgrenze des Konverters und der Messinstrumente erreicht wird).

Nachdem der Kern geometrisch und gravimetrisch vermessen worden ist, können die folgenden Kerndaten in die Steuerungssoftware eingegeben werden:

- Innenradius r_i

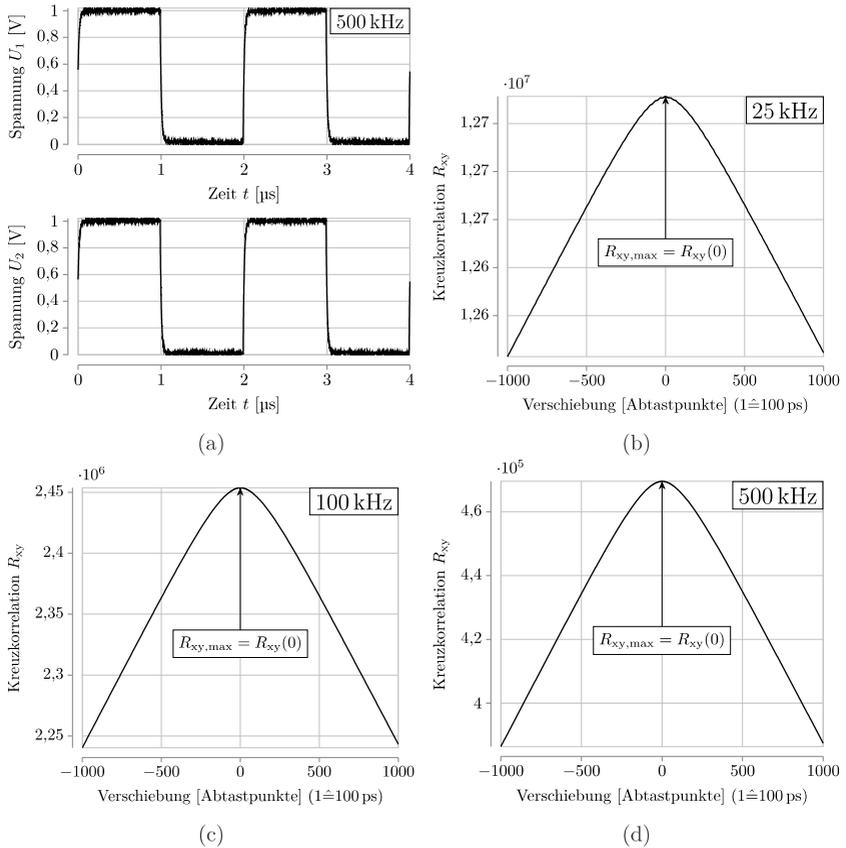


Abbildung 6.15: (a): Messung desselben Signals mit beiden Tastköpfen (bei 500 kHz); zeitliche Verschiebung der Tastköpfe (Kreuzkorrelation R_{xy}) bei (b): 25 kHz; (c): 100 kHz; (d): 500 kHz

- Außenradius r_a
- Gewicht m_{Fe}
- Füllfaktor η_{Fe}

- Höhe des Kerns h
- Dichte des Kernmaterials ρ_{Fe}
- relative Permeabilität μ_r
- Windungszahl Primärseite N_{pri}
- Windungszahl Sekundärseite N_{sek}

Das Programm berechnet daraus später die notwendigen Kernparameter aus Kapitel 4 wie l_{Fe} , A_{Fe} , R_m und L . Im nächsten Schritt wird angegeben, welche Arbeitspunkte angefahren werden sollen. Folgende Einstellungen können getroffen werden:

- Wellenform: Streu- (σ) oder Koppelkern (k)
- Kopplungsfaktor k
- Tastgrad d
- Flussdichte B : Startwert, Schrittweite, Endwert
- Signalfrequenz f_s
- Anzahl der zu messenden Signalperioden n_{mess} : bestimmt die vom Oszilloskop aufgezeichnete Zeitspanne t_{mess}

Nachdem das Messprogramm gestartet worden ist, werden zunächst alle beteiligten Geräte initialisiert. Dazu gehört das Einstellen der horizontalen und vertikalen Skalierung des Oszilloskops ebenso wie das Einstellen der Spannungen und die Konfiguration des Triggersignals t_{Trig} . Dieses Signal wird vom SoC-FPGA an das Oszilloskop geschickt und ausgelöst, wenn die einzustellenden Spannungen an den Eingang-Halbbrücken erreicht worden sind. Die aufgezeichnete Zeitspanne t_{mess} berechnet sich aus der Anzahl der Signalperioden n_{mess} und der Frequenz f_s .

Um die passenden Stromformen für verschiedene Tastgrade d und Kopplungsfaktoren k zu erzeugen, werden die folgenden Berechnungen durchgeführt, um die Span-

nungen $U_{\text{in},1}$ und $U_{\text{in},2}$ zu erhalten²:

$$u_{\text{pri}} = L \cdot \frac{di}{dt} = 2 \cdot \frac{f_s}{d} \cdot A_{\text{Fe}} \cdot B_p \cdot N_{\text{pri}} = \frac{2 \cdot L \cdot B_p \cdot l_{\text{Fe}} \cdot f_s}{d \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_{\text{pri}}} \quad (6.6)$$

Die größte Steigung di/dt für den Streukern (Flussform Φ_σ) entsteht nach den Herleitungen aus Abschnitt 3.2.1 bei der Spannung $u_{L_k}|_{10}$. Demnach ergibt sich mit Gleichung (3.40) und $u = L \cdot (di/dt)$

$$u_{\text{pri}} = u_{L_k}|_{10} = U_h \cdot [1 - d \cdot (1 + k)] \quad (6.7)$$

$$\Leftrightarrow U_h = \frac{u_{\text{pri}}}{1 - d \cdot (1 + k)} \quad (6.8)$$

sowie zusätzlich mit Gleichung (3.39) und Gleichung (3.41)

$$U_{\text{in},1} = u_{L_k}|_{10} - u_{L_k}|_{0\bar{1}} = U_h \cdot (1 - k) \quad (6.9)$$

$$U_{\text{in},2} = -u_{L_k}|_{00} + u_{L_k}|_{0\bar{1}} = U_h \cdot k \quad (6.10)$$

Für die Flussform Φ_k des Koppelkerns gilt dagegen:

$$U_{\text{in},1} = U_{\text{in},2} = u_{\text{pri}} \quad (6.11)$$

Die Software stellt je nach Auswahl von k , d und Flussform die entsprechenden Spannungen am Zwischenkreis ein. So können nacheinander automatisiert alle eingestellten Flussdichten gemessen werden. Im Anschluss werden die Daten vom Oszilloskop zum Rechner übertragen, ausgewertet und eine Fehlerrechnung durchgeführt.

6.4 Messergebnisse

6.4.1 Auslegung der Testkerne

Bei der Auslegung der Testkerne muss darauf geachtet werden, die maximale Spannung der Tastköpfe nicht zu überschreiten und dennoch U_{max} und I_{max} ausreichend groß zu wählen, um hohe Messgenauigkeiten zu erreichen. Die Spannung u_{pri} ergibt

²vergleiche Abb. 6.10 für die zugehörigen Spannungsformen

sich nach Gleichung (6.6). Der Strom i_{pri} berechnet sich folgendermaßen:

$$\begin{aligned} B_{\text{p}} &= \frac{N_{\text{pri}} \cdot i_{\text{pri}}}{A_{\text{Fe}} \cdot R_{\text{im}}} \\ \Leftrightarrow i_{\text{pri}} &= \frac{B_{\text{p}} \cdot l_{\text{Fe}}}{N_{\text{pri}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r}}} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Mit dem Verlustprüfstand sollen Kernverluste für folgende Arbeitspunkte gemessen werden:

- Signalfrequenz f_{s} : {50 kHz; 100 kHz; 145 kHz; 200 kHz; 300 kHz} (5 Werte)
- Tastgrad d : {0,05; 0,15; 0,25; 0,35; 0,45; 0,5} (6 Werte)
- Flussdichte B_{p} : {0,05 T; 0,1 T; 0,15 T; ...; 1 T} (20 Werte)

Für die Messung ergibt sich somit eine Summe von $5 \cdot 6 \cdot 20 = 600$ Messpunkten. Da sowohl Streu- als auch Koppelfluss sowie verschiedene Permeabilitäten gemessen werden, erhöht sich die Menge der Messpunkte entsprechend. Es lässt sich bei der Betrachtung von Gleichung (6.6) und Gleichung (6.12) erkennen, dass nicht für alle Messpunkte der selbe Testkern gewählt werden kann. Die Spannung u_{pri} bei $f_{\text{s}} = 300$ kHz und $d = 0,05$ unterscheidet sich von der Spannung u_{pri} bei $f_{\text{s}} = 50$ kHz und $d = 0,5$ um den Faktor 60. Ausreichend große Messspannungen wären bei nur einem Kern nicht für alle Arbeitspunkte möglich.

Die erwartete minimal messbare Verlustleistungsdichte liegt bei hochpermeablem nanokristallinem Material (zum Beispiel „Vitroperm 500F“) für $f_{\text{s}} = 50$ kHz und $B_{\text{p}} = 0,05$ T bei $p_{\text{Fe},m} \approx 0,55$ W/kg [71]. Bei einem Gewicht des Testkerns von 2 g entspräche dies einer Verlustleistung von $P_{\text{v}} \approx 1$ mW. Da bei der Messung jedoch erhebliche Fehler auftreten können, sollte das Kerngewicht höher gewählt werden, um größere messbare Verluste zu erzeugen ($l_{\text{Fe}} \uparrow$, $A_{\text{Fe}} \uparrow$).

Weiterhin ist bei der Kernausslegung die Zeitkonstante τ_{LR} zu beachten. Für einen annähernd linearen Stromanstieg sollte mindestens $\tau_{\text{LR}} \geq 1/f_{\text{s}}$ gewählt werden. τ_{LR} ergibt sich zu:

$$\tau_{\text{LR}} = \frac{L}{R} = \frac{N_{\text{pri}}^2 \cdot A_{\text{Fe}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r}}}{l_{\text{Fe}} \cdot R} \geq \frac{1}{f_{\text{s}}} \quad (6.13)$$

$$\Leftrightarrow L \geq \frac{R}{f_{\text{s}}} \quad (6.14)$$

$$\Leftrightarrow \frac{A_{\text{Fe}}}{l_{\text{Fe}}} \geq \frac{R}{f_{\text{s}} \cdot N_{\text{pri}}^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r}}} \quad (6.15)$$

Demnach muss für ein entsprechend großes τ_{LR} das Verhältnis $A_{\text{Fe}}/l_{\text{Fe}}$ vergrößert werden ($l_{\text{Fe}} \downarrow$, $A_{\text{Fe}} \uparrow$). Mit Gleichung (6.6) und Gleichung (6.12) entspricht dies größeren Spannungen u_{pri} und kleineren Strömen i_{pri} . Eine weitere Möglichkeit, τ_{LR} zu beeinflussen, ist das serielle Einbringen einer weiteren Induktivität in den Primärstromkreis des Prüfstandes. Für diesen Fall müsste eine Anpassung der geschalteten Spannung u_{schalt} erfolgen. Die Variante ist für diese Arbeit noch nicht angewandt worden.

Da im Oszilloskop abhängig von der gemessenen Spannung eine Umschaltung des Messbereichs (Einfügen einer Dämpfung) für den jeweiligen Messkanal erfolgt, sollten die Werte für Kanal 1 (i_{pri}) und Kanal 2 (u_{sek}) nicht zu stark voneinander abweichen. Bei der notwendigen manuellen Wahl des selben Messbereichs für beide Kanäle würde ein Kanal sehr gut und der andere entsprechend schlecht aufgelöst sein, was wiederum die Genauigkeit beeinträchtigt. Folgende Gleichung beschreibt mit Gleichung (6.6) und Gleichung (6.12) die Gesetzmäßigkeit für eine ähnlich hohe Auflösung beider Messkanäle (Messspannungen am Oszilloskop):

$$\begin{aligned} i_{\text{pri}} \cdot R &\approx u_{\text{sek}} = u_{\text{pri}} \cdot \frac{N_{\text{sek}}}{N_{\text{pri}}} \\ \Leftrightarrow \frac{B_{\text{p}} \cdot l_{\text{Fe}} \cdot R}{N_{\text{pri}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r}}} &\approx 2 \cdot \frac{f_{\text{s}}}{d} \cdot A_{\text{Fe}} \cdot B_{\text{p}} \cdot N_{\text{pri}} \cdot \frac{N_{\text{sek}}}{N_{\text{pri}}} \\ \Leftrightarrow \frac{A_{\text{Fe}}}{l_{\text{Fe}}} &\approx \frac{d \cdot R}{2 \cdot f_{\text{s}} \cdot N_{\text{pri}} \cdot N_{\text{sek}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r}}} \end{aligned} \quad (6.16)$$

Es lässt sich erkennen, dass ein gleichzeitiges Erreichen aller bisher beschriebenen Vorgaben nicht für alle Arbeitspunkte möglich ist. Aus diesem Grund sind mehrere Testkerne für die Verlustmessung aufgebaut und vermessen worden (Abb. 6.16). Tabelle 6.1 zeigt deren geometrische Werte, unter anderem auch den Füllfaktor η_{Fe} und die Banddicke d_{Band} .

Kern	r_{i} [mm]	r_{a} [mm]	h [mm]	m_{Fe} [g]	η_{Fe}	μ_{r}	d_{Band} [µm]
400_1	9,60	17,15	6,05	23,6	0,836	400	22,61
650_1	9,48	12,58	6,10	7,83	0,814	650	22,96
900_1	12,55	15,50	6,10	9,44	0,810	900	23,05
1500_1	19,75	24,55	6,10	26,39	0,881	1500	20,87
1500_2	8,05	10,10	6,10	4,57	0,872	1500	20,92
1500_3	12,55	15,58	6,15	10,50	0,872	1500	20,86

Tabelle 6.1: Testkerne

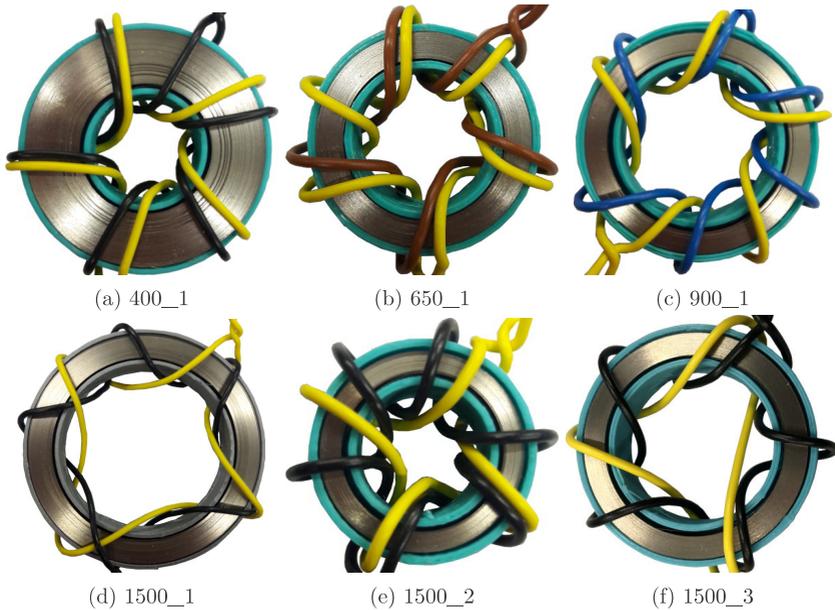


Abbildung 6.16: Testkerne

Über die Anpassung der Windungszahlen N_{pri} und N_{sek} lässt sich unter anderem die Induktivität L des Testkerns beeinflussen. Das Verhältnis der Windungszahlen kann zur Einstellung der sekundärseitig gemessenen Spannung u_{sek} verändert werden.

6.4.2 Darstellung der Ergebnisse

Nachdem der entsprechende Testkern vorbereitet ist, wird die Messung gestartet und alle Daten eingelesen. Abb. 6.17 zeigt beispielhaft die gemessenen Werte eines Testkerns für zwei Perioden. Der Strom $i_{\text{pri}}(t)$ lässt sich aus der über dem Messwiderstand gemessenen Spannung $u_{\text{Rmess}}(t)$ berechnen (6.17). $H(t)$ ergibt sich über die Geometrie des Kerns aus $i_{\text{pri}}(t)$ (6.18), während $B(t)$ aus der ebenfalls gemessenen Spannung $u_{\text{sek}}(t)$ berechnet wird ((6.19), vergleiche Abschnitt 2.5). Hierbei wird idealerweise angenommen, dass die mittlere Feldstärke $H_{\text{Fe}}(t)$ stets entlang der

Faser l_{Fe} (effektive magnetische Weglänge) verläuft (vergleiche Abb. 4.2a).

$$i_{\text{pri}}(t) = \frac{u_{\text{Rmess}}(t)}{R} = \frac{u_{\text{Rmess}}(t)}{0,313 \text{ m}\Omega} \quad (6.17)$$

$$H(t) = \frac{i_{\text{pri}}(t) \cdot N_{\text{pri}}}{l_{\text{Fe}}} = \frac{i_{\text{pri}}(t) \cdot 3}{68,8 \text{ mm}} \quad (6.18)$$

$$B(t) = \frac{\int u_{\text{sek}}(t) dt}{N_{\text{sek}} \cdot A_{\text{Fe}}} = \frac{\int u_{\text{sek}}(t) dt}{11,226 \text{ mm}^2} \quad (6.19)$$

Sollte die Permeabilität des Testkerns zu klein sein, um den größten Teil des Magnetfeldes zu führen und der Kopplungsfaktor dadurch zu sehr abnehmen, sind erhebliche Fehler zu erwarten [78]. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass die beiden Wicklungen nur über den Kern gekoppelt sind und kein beziehungsweise ein zu vernachlässigender paralleler Koppelfluss durch die Luft existiert.

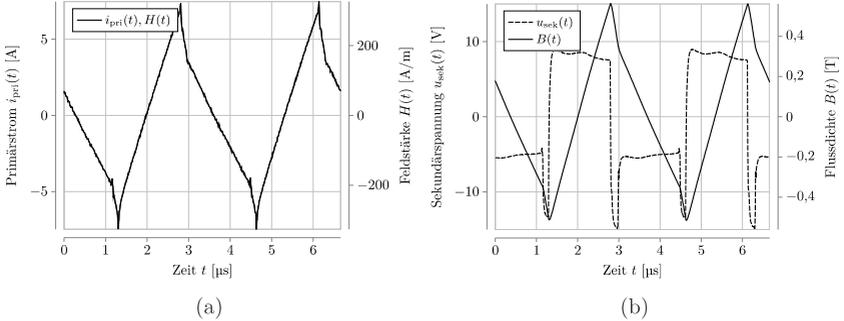


Abbildung 6.17: Darstellung der Streufluss-Signalförm für zwei Perioden bei $B_p \approx 0,55$, $d = 0,45$, $f_s = 300 \text{ kHz}$ und $k = 0,4$; (a): Primärstrom $i_{\text{pri}}(t)$ und magnetische Feldstärke $H(t)$; (b): Sekundärspannung $u_{\text{sek}}(t)$ und magnetische Flussdichte $B(t)$

Mit den umgerechneten Messdaten für $H(t)$ und $B(t)$ lassen sich die Permeabilität $\mu_r(t)$ und die Hysteresekurve darstellen (Abb. 6.18). Je breiter die eingeschlossene Fläche, desto höher sind die entstehenden Verluste. Es gilt folgende Berechnungsvorschrift für die Permeabilität:

$$\mu_r(t) = \frac{B(t)}{\mu_0 \cdot H(t)}$$

$\mu_r(t)$ ändert sich je nach Anregung und enthält Extremwerte an den Stellen $i_{\text{pri}}(t) = 0$ beziehungsweise $H(t) = 0$. Die Form der Hysteresekurve entspricht dem „F-Typ“

(nach [71]) und damit der typischen Form eines nanokristallinen Bandmaterials [71]. Die Kurve ist schmal, was auf relativ geringe Hystereseverluste schließen lässt. Die differentielle Permeabilität μ_{dif} ist über weite Strecken konstant und entspricht vor allem im Bereich der Koerzitivfeldstärke der magnetischen Flussdichte H_{cB}^3 ($B(t) = 0$) $\mu_{\text{dif}} \approx 1500$.

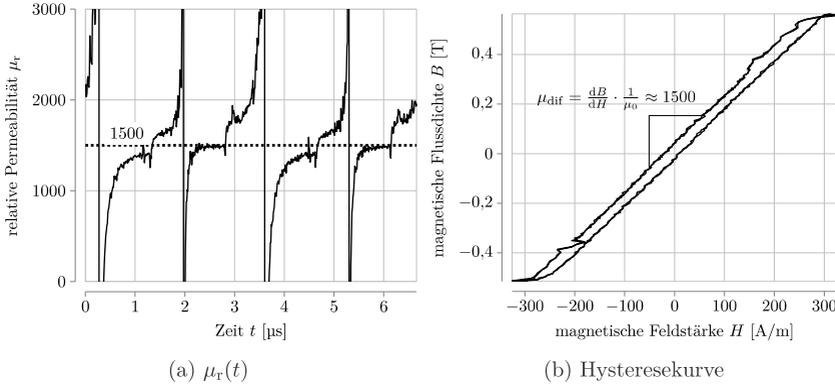


Abbildung 6.18: $\mu_r(t)$ und Hysteresekurve für $B_p \approx 0,55$, $d = 0,45$, $f_s = 300$ kHz und $k = 0,4$

Abb. 6.19 zeigt die Messergebnisse für die Signalform der Streukerne bei $k = 0,4$ und verschiedenen Tastgraden d . Es kann festgestellt werden, dass die massebezogene Verlustleistungsdichte $p_{\text{Fe},m}$ neben der Frequenz f_s und Flussdichte B_p auch vom Tastgrad abhängt. Mit steigendem d ergeben sich höhere Verluste, was hauptsächlich auf die erhöhte Steilheit der Flussdichte $\text{d}B/\text{d}t$ zurückzuführen ist [81], [82]. Abb. 6.20 zeigt die Ergebnisse für den Koppelfluss und ein ähnliches Verhalten.

In Abb. 6.21 wird die Abhängigkeit vom Tastgrad d deutlicher herausgestellt. Für die Streukern-Signalform wirkt sich die Änderung des Tastgrades weniger stark aus als für die Koppelkern-Signalform. Die Verluste nähern sich für $d \rightarrow 0,5$ stärker einander an.

Abb. 6.22a lässt erkennen, dass die Steilheit der ersten steigenden Flanke des Streufluss-Signals mit zunehmendem Tastgrad abnimmt. Dies erklärt die insgesamt geringeren Verluste bei Änderungen im niedrigen Tastgradbereich. Ein weiterer Effekt kommt jedoch hinzu: Die Steilheit des Streufluss-Signals für fallende Flanken nimmt

³nicht zu verwechseln mit der Koerzitivfeldstärke der magnetischen Polarisation H_{cJ}

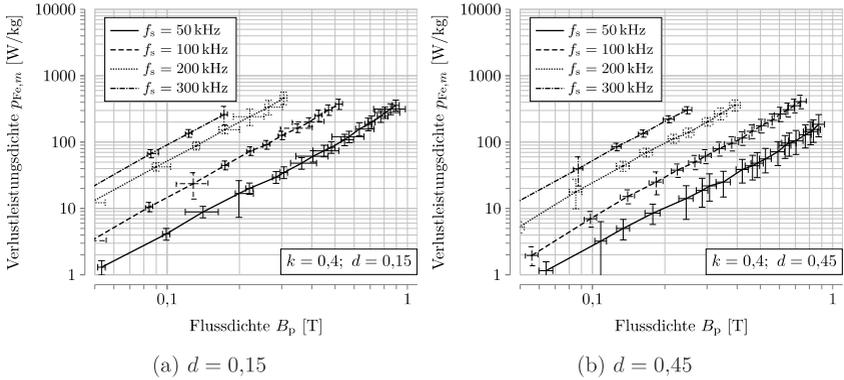


Abbildung 6.19: Verluste für Streufluss-Signal; verschiedene Tastgrade; $k = 0,4$; aufgetragen über Flussdichte B_p und Frequenz f_s ; $\mu_r = 1500$

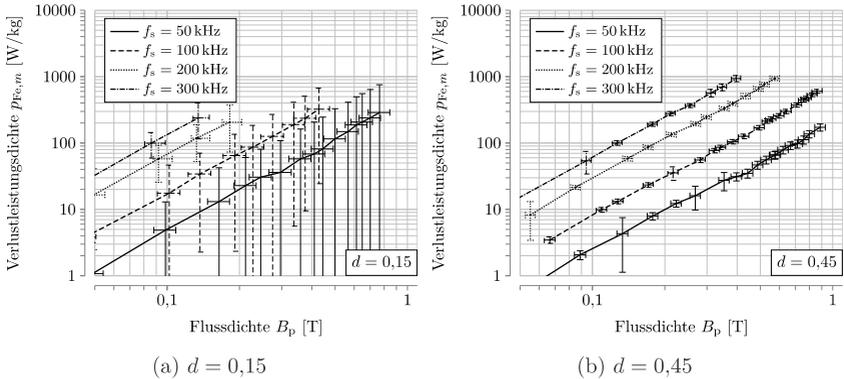


Abbildung 6.20: Verluste für Koppelfluss-Signal; verschiedene Tastgrade; aufgetragen über Flussdichte B_p und Frequenz f_s ; $\mu_r = 1500$

mit zunehmendem Tastgrad zu und die zweite steigende Flanke wird zu einer fallenden Flanke. Dieser Effekt gleicht die Abnahme der Verluste zu einem gewissen Teil aus. Für den Koppelfern gilt das nicht. Hier sinkt die Steilheit des Signals durchgehend für steigende Tastgrade (vergleiche Abb. 6.22b). Für $d = 0,5$ gleichen beide Flussformen einem Dreieck und es entstehen die gleichen Kernverluste (vergleiche Abb. 6.21).

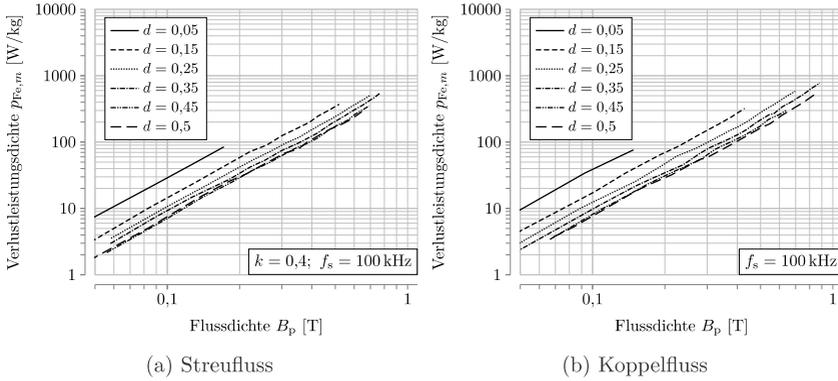


Abbildung 6.21: Tastgradvergleich; aufgetragen über Flussdichte B_p ; $\mu_r = 1500$

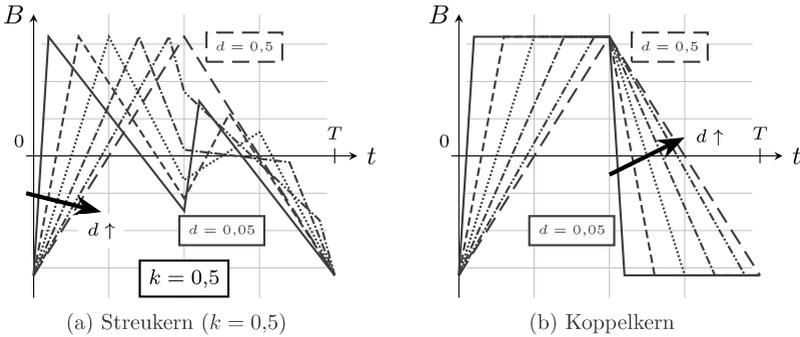


Abbildung 6.22: Änderung der Signalform mit steigendem Tastgrad d

Insgesamt lässt sich feststellen, dass die Unterschiede zwischen den beiden Signalformen für Streu- und Kopplkern gering sind und mitunter im Bereich der Fehler-toleranz liegen. Dennoch lässt sich zusätzlich zu den bisherigen Effekten ein Trend erkennen bei der Betrachtung der Messergebnisse des Streuflusses unter Veränderung des Kopplungsfaktors k . Höhere Kopplungsfaktoren führen zu leicht höheren Kernverlusten im Streukern (vergleiche Abb. 6.23).

Zurückzuführen ist dies wiederum auf die höheren Änderungsraten dB/dt in den Flusssignalformen des Streukerns (vergleiche Abb. 6.24). Bei Tastgraden nahe $d = 0,5$ wirken sich die Änderungen von k stärker aus als beispielsweise bei kleineren

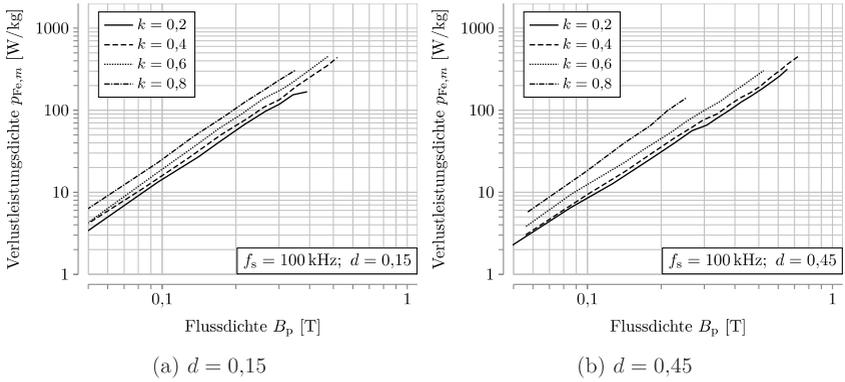


Abbildung 6.23: Abhängigkeit der Streufuss-Verluste vom Kopplungsfaktor; $f_s = 100 \text{ kHz}$ aufgetragen über Flussdichte B_p

Tastgraden $d \rightarrow 0$ (vergleiche Abb. 6.23b), da hier der Einfluss der stärkeren Kopplung eine wesentlich höhere Änderung der Grundfrequenz des Stromes hin zur doppelten Schaltfrequenz hervorruft.

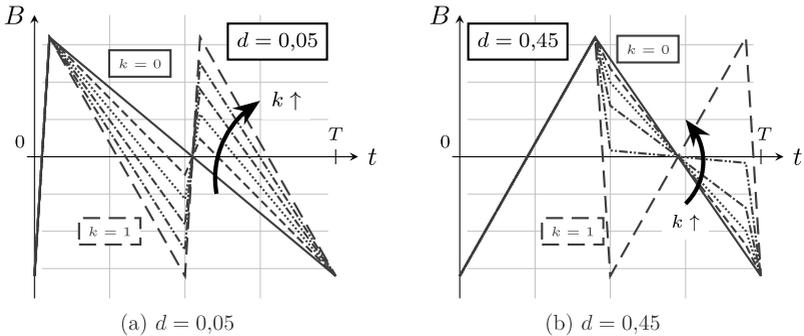


Abbildung 6.24: Änderung der Streukern-Signalform mit steigendem Kopplungsfaktor

6.5 Messunsicherheiten

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Analyse der Ungenauigkeiten, die innerhalb der Messung auftreten und beschreibt die Fehlerfortpflanzung von der Vermessung der Testkerne bis hin zur Berechnung der Flusssdichte B_p und der Verlustleistungsdichte $p_{\text{Fe},m}$. Die angezeigten Fehlerbalken sind jeweils für jeden Messpunkt individuell bestimmt worden.

6.5.1 Unsicherheiten der Kerngeometrie

Die Kerngeometrie ist mit Hilfe eines herkömmlichen Messschiebers mit Nonius ermittelt worden. Zusätzlich ist das Gewicht des Kerns mit Hilfe der Präzisionswaage Sartorius™ „LC4800P“ bestimmt worden. Die beiden Messinstrumente haben folgende Ablesegenauigkeiten:

- Messschieber: 0,05 mm
- Präzisionswaage: 0,01 g [106]

Um die Kerngeometrie abzulesen, wird zunächst der genaue Innenradius r_i des Kerns bestimmt. Dazu wird der Durchmesser des verwendeten Wickelzylinders (siehe Abb. 6.2f) vermessen und halbiert. Nachdem der Kern gewickelt worden ist, kann bei noch aufgewickeltem Kern (Abb. 6.4c) der Außenradius r_a analog dazu bestimmt werden. Auf diese Weise bleibt der Kern bei der Messung stabil in seiner Form.

Im Anschluss wird der Testkern auf die Waage gelegt und sein Gewicht bestimmt. Da die Bänder je nach verwendeter Rolle auch stark in ihrer Banddicke d_{Band} variieren, ist dieser Schritt essentiell für eine genaue Bestimmung der magnetisch wirksamen Querschnittsfläche A_{Fe} . Die absoluten Fehler $x_F = x_M - x_E$ für die Kerndaten ergeben sich zu:

$$r_{i,F} = \pm 0,025 \text{ mm (Ablesegenauigkeit für Radius halbiert)} \quad (6.20)$$

$$r_{a,F} = \pm 0,025 \text{ mm (Ablesegenauigkeit für Radius halbiert)} \quad (6.21)$$

$$m_{\text{Fe},F} = \pm 0,01 \text{ g} \quad (6.22)$$

Es ist zu ergänzen, dass nach Anfrage beim Hersteller Vacuumschmelze GmbH & Co. KG™ die Dichte des Materials zu $\rho_{\text{Fe}} = 7350 \text{ kg/m}^3$ ohne Toleranz angenommen wurde. Dies entspricht der Dichte des Materials „Vitroperm 500“ [107].

6.5.2 Unsicherheiten der elektrischen Messgrößen

Die elektrischen Messgrößen $i_{\text{pri}}(t)$ und $u_{\text{sek}}(t)$ weisen diverse Unsicherheiten auf, die sowohl die eingesetzten Messinstrumente als auch die Messwandler betreffen. Zunächst soll auf die Spannung $u_{\text{sek}}(t)$ näher eingegangen werden. Diese kann direkt mit Hilfe eines Differentialtastkopfes erfasst werden. Der gewählte Differentialtastkopf Teledyne LeCroy™ „DL10-HCM“ hat laut Datenblatt eine Eingangskapazität von 0,6 pF [104]. Nach [78] sind bis zur einer in die Messung eingebrachten Kapazität von 11 pF keine nennenswerten Beeinflussungen des Messergebnisses zu erwarten. Es wird deshalb im Folgenden nicht weiter auf den Einfluss der Tastkopf-Kapazität eingegangen.

Das eingesetzte Oszilloskop wechselt ab einer Kanal-Auflösung größer 100 mV/div (Eingangsmultiplikator = 1) die Kanalkonfiguration und fügt eine Dämpfung ein, damit auch höhere Spannungen dargestellt werden können. Während der Messung muss darauf geachtet werden, die beiden Messkanäle für Strom und Spannung immer bei der gleichen Kanalkonfiguration zu betreiben, um keine Phasenverschiebung zwischen den Signalen zu erzeugen. Dies hat zur Folge, dass bei großen Unterschieden der Kanal-Amplituden das jeweils kleinere Signal schlechter aufgelöst wird und sich die Messunsicherheiten entsprechend vergrößern. Differentialtastkopf und Oszilloskop haben laut jeweiligem Datenblatt [101], [104] die folgende Werte:

- Differentialtastkopf: 0,5 %
- Oszilloskop: 1 % vom Messbereich + 1 % vom eingestellten Offset + 0,02 % vom maximal möglichen Offset + 1 mV

Der jeweilige Messbereich, der Offset und die zugehörige Messunsicherheit werden für jede Messung mit aufgenommen und in der Auswertung für die Fehlerrechnung benutzt. Dabei wird der absolute Fehler des Oszilloskops passend zu den Daten jeweils vorzeichenrichtig addiert.

$$R_{\text{mess,F}} = \pm 0,002 \cdot R_{\text{mess,M}} = \pm 504,2 \mu\Omega \quad (6.23)$$

$$u_{R_{\text{mess,F}}} = \pm (0,005 \cdot u_{R_{\text{mess,M}}} + \text{sgn}(u_{R_{\text{mess,M}}}) \cdot (0,01 \cdot \text{Messbereich} + 0,01 \cdot \text{Offset} + 0,0002 \cdot \text{max. Offset} + 1 \text{ mV})) \quad (6.24)$$

$$u_{u_{\text{sek,F}}} = \pm (0,005 \cdot u_{u_{\text{sek,M}}} + \text{sgn}(u_{u_{\text{sek,M}}}) \cdot (0,01 \cdot \text{Messbereich} + 0,01 \cdot \text{Offset} + 0,0002 \cdot \text{max. Offset} + 1 \text{ mV})) \quad (6.25)$$

6.5.3 Unsicherheiten der Phasenverschiebung

Die Spannung am Messwiderstand $u_{R_{\text{mess}}}(t)$ ist neben Tastkopf und Oszilloskop zudem durch den Messwiderstand mit systematischen Unsicherheiten belastet. Zum einen hat der Widerstandswert eine Herstellertoleranz, zum anderen weist der Messwiderstand eine Serieninduktivität L auf, die bereits in Abschnitt 6.3.1 berechnet worden ist. Wenn eine rein sinusförmige Signalform angenommen wird, führt diese Induktivität zu einer Phasenverschiebung zwischen Primärstrom und gemessener Spannung am Messwiderstand

$$\Delta\Phi_{\text{Shunt}} = \arctan\left(\frac{2\pi \cdot f_s \cdot L}{R}\right), \quad (6.26)$$

die sich mit steigender Frequenz vergrößert. Rein sinusförmige Größen sind in dieser Arbeit nicht Gegenstand der Untersuchung, für eine grobe Abschätzung der Verschiebung ist diese Betrachtungsweise jedoch ausreichend. Bei einer maximalen Schaltfrequenz von 300 kHz ergibt sich die maximale Phasenverschiebung zu $\Delta\Phi_{\text{Shunt}} = 0,01475^\circ (\cong 136,53 \text{ ps} = \tau = L/R)$. Diese Verschiebung liegt in der Größenordnung der Abtastzeit des Oszilloskops (100 ps). Für die Fehlerbetrachtung wird deshalb eine maximale Verschiebung von $\Delta t = 200 \text{ ps} (\cong 2 \text{ Samples})$ festgelegt. Diese Verschiebung wird bei der Berechnung der Fehler zwischen $u_{R_{\text{mess}}}(t)$ und $u_{\text{sek}}(t)$ eingefügt.

6.5.4 Unsicherheiten der Verlustdaten

Die Verlustleistungsdichte $p_{\text{Fe},m}$ sowie die dazugehörige Flussdichte B_p können aus den gemessenen Spannungen $u_{R_{\text{mess}}}(t)$ und $u_{\text{sek}}(t)$ nach Abschnitt 2.5 berechnet werden. Für die Unsicherheiten wird ein numerisches Verfahren angewendet, bei dem alle möglichen Kombination von Unsicherheiten miteinander verrechnet werden und somit der maximale Fehler ermittelt werden kann. Das klassisch angewandte Verfahren der Fehlerfortpflanzung setzt die Möglichkeit zur Ableitung der analytischen Berechnungsvorschrift für $p_{\text{Fe},m}$ und B_p nach deren fehlerbehafteten Größen voraus. Bei der hier geforderten Mittelwertberechnung und der damit einhergehenden Multiplikation der beiden zeitlich veränderlichen Signale $u_{R_{\text{mess}}}(t)$ und $u_{\text{sek}}(t)$ ist diese Möglichkeit nicht gegeben, da die resultierende Signalform nicht eindeutig analytisch beschrieben werden kann. Demnach wird der klassische Ansatz zur Fehlerfortpflanzung in dieser Arbeit nicht verfolgt.

Vorab werden die relevanten Größen folgendermaßen definiert:

- x_M : Messwert
- x_F : positive und negative Messabweichung (absoluter Fehler)
- x_E : positiv und negativ berichteter Messwert ($x_E = x_M - x_F$)

Das x steht hier als Platzhalter für die jeweilige Größe in der Fehlerrechnung. Folgende Größen sind relevant:

- Berechnung $p_{Fe,m}$: R_{mess} , m_{Fe} , $u_{R_{mess}}$, u_{sek}
- Berechnung B_p : r_i , r_a , m_{Fe} , u_{sek}

Um jede mögliche Kombination der Unsicherheiten darzustellen, werden alle Werte für die berichtigten Messwerte x_E und Messunsicherheiten x_F als multidimensionale Matrizen (Tensoren) \mathbf{x}_E und \mathbf{x}_F dargestellt. Die Anzahl der Dimensionen jedes Größentensors entspricht dabei der Anzahl der in der jeweiligen Fehlerberechnung durch Unsicherheiten belasteten Parameter (vier Dimensionen sowohl in der Berechnungsvorschrift von $p_{Fe,m}$ als auch von B_p). Um die Phasenverschiebung einzubeziehen, wird eine weitere Dimension hinzugefügt. Jede der fünf Dimension enthält dann zwei Elemente für die positive und negative Messabweichung. Eine weitere Dimension ist die Zeit t . Diese enthält im Gegensatz zu den restlichen Dimensionen mehr als zwei Elemente, wird aber für die Beschreibung des Verfahrens zunächst vernachlässigt.

Berechnung der Verlustleistungsdichte $p_{Fe,m}$:

Da für die Berechnung der Verlustleistungsdichte $p_{Fe,m}$ eine Mittelwertberechnung durchgeführt werden muss (vergleiche Abschnitt 2.5), wird das Verfahren in zwei Schritte eingeteilt. Der erste Schritt stellt die Mittelwertberechnung (Trapezintegration) der berichtigten Messwerte x_E dar. Die zeitdiskreten Messreihen $u_{R_{mess},M}[k]$ und $u_{sek,M}[k]$ werden zusätzlich um ihre jeweiligen DC-Offsets bereinigt. Im zweiten Schritt werden daraus die Maximal- und Minimalwerte bestimmt, nachdem die Messreihen und fehlerbehaftete Größen um die zusätzlichen Dimensionen zu den Tensoren $\mathbf{u}_{R_{mess},M}[k]$, $\mathbf{u}_{sek,M}[k]$, $\mathbf{R}_{mess,M}$ und $\mathbf{m}_{Fe,M}$ erweitert worden sind. Der „ \circ “-Operator beschreibt dabei das Hadamard-Produkt⁴ (oder auch elementweises Produkt). N_k ist die Anzahl der Abtastwerte. T_a stellt die Abtastzeit dar. Es ergeben

⁴Der Ergebnistensor ergibt sich durch Multiplikation der jeweils zueinander gehörenden Einträge der beiden gleich großen Ausgangstensoren.

sich für die Fehlerrechnung der Verlustleistungsdichte $p_{\text{Fe},m}$ die Zusammenhänge

$$\mathbf{u}_{\text{sek},\text{E}}[k] = \mathbf{u}_{\text{sek},\text{M}}[k] - \mathbf{u}_{\text{sek},\text{F}}[k] \quad (6.27)$$

$$\mathbf{u}_{\text{R,mess},\text{E}}[k] = \mathbf{u}_{\text{R,mess},\text{M}}[k] - \mathbf{u}_{\text{R,mess},\text{F}}[k] \quad (6.28)$$

$$\mathbf{R}_{\text{mess},\text{E}} = \mathbf{R}_{\text{mess},\text{M}} - \mathbf{R}_{\text{mess},\text{F}} \quad (6.29)$$

$$\mathbf{m}_{\text{Fe},\text{E}} = \mathbf{m}_{\text{Fe},\text{M}} - \mathbf{m}_{\text{Fe},\text{F}} \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} p_{\text{Fe},m,\text{E}} &= \frac{N_{\text{pri}}}{N_{\text{sek}}} \circ (\mathbf{R}_{\text{mess},\text{E}})^{\circ-1} \circ (\mathbf{m}_{\text{Fe},\text{E}})^{\circ-1} \circ \frac{1}{N_{\text{k}}} \circ \frac{T_{\text{a}}}{2} \\ &\circ \sum_{k=1}^{N_{\text{k}}-1} (\mathbf{u}_{\text{sek},\text{E}}[k] \circ \mathbf{u}_{\text{R,mess},\text{E}}[k] \\ &\quad + \mathbf{u}_{\text{sek},\text{E}}[k+1] \circ \mathbf{u}_{\text{R,mess},\text{E}}[k+1]) \end{aligned} \quad (6.31)$$

mit

$N_{\text{k}} \hat{=}$ Gesamtzahl der Abtastwerte aller vollständig erfassten Perioden,
 $(\mathbf{R}_{\text{mess},\text{E}})^{\circ-1} \hat{=}$ Tensor der Kehrwerte von $\mathbf{R}_{\text{mess},\text{E}}$ (Hadamard-Inverse) und
 $(\mathbf{m}_{\text{Fe},\text{E}})^{\circ-1} \hat{=}$ Tensor der Kehrwerte von $\mathbf{m}_{\text{Fe},\text{E}}$.

Der Vertrauensbereich ergibt sich jeweils aus den maximalen positiven sowie negativen Unsicherheiten. Die Messfehler $p_{\text{Fe},m,\text{F}}$ berechnen sich somit nach

$$\begin{aligned} p_{\text{Fe},m,\text{M}} &= \frac{N_{\text{pri}}}{m_{\text{Fe},\text{M}} \cdot R_{\text{mess},\text{M}} \cdot N_{\text{sek}}} \cdot \frac{1}{N_{\text{k}}} \cdot \frac{T_{\text{a}}}{2} \cdot \sum_{k=1}^{N_{\text{k}}-1} (u_{\text{sek},\text{M}}[k] \cdot u_{\text{R,mess},\text{M}}[k] \\ &\quad + u_{\text{sek},\text{M}}[k+1] \cdot u_{\text{R,mess},\text{M}}[k+1]) \end{aligned} \quad (6.32)$$

$$p_{\text{Fe},m,\text{F}} = p_{\text{Fe},m,\text{M}} - p_{\text{Fe},m,\text{E}} \quad (6.33)$$

$$p_{\text{Fe},m,\text{F}} = \{\max(p_{\text{Fe},m,\text{F}}), \min(p_{\text{Fe},m,\text{F}})\} \quad (6.34)$$

mit

$N_{\text{k}} \hat{=}$ Gesamtzahl der Abtastwerte aller vollständig erfassten Perioden und
 $p_{\text{Fe},m,\text{M}} \hat{=}$ Um die zusätzlichen Dimensionen erweiterte Größe $p_{\text{Fe},m,\text{M}}$.

Berechnung der Flussdichte B_{p} :

Nachdem die Messabweichungen für die Verlustleistungsdichte bestimmt worden sind, können auch die Unsicherheiten für die Berechnung der Flussdichte B_{p} untersucht werden. Diese ergibt sich unter anderem aus der Sekundärspannung $u_{\text{sek}}(t)$

(vergleiche Gleichung (2.24)). Die benötigten Messunsicherheiten $u_{\text{sek,F}}$, $r_{\text{i,F}}$, $r_{\text{a,F}}$ und $m_{\text{Fe,F}}$ sind bereits bekannt und können wiederum in Matrixform überführt werden.

Um den Spitzenwert der berichtigten Flussdichte $\mathbf{B}_{\text{p,E}}$ zu errechnen, wird die Stammfunktion des Integrals der Spannung $\mathbf{u}_{\text{sek,E}}[k]$ mittels Trapezintegration bestimmt. Das Ergebnis ist die Flussverkettung $\Psi_{\text{E}}[k]$ (6.37). Im nächsten Schritt ergeben sich daraus $\Psi_{\text{p,E}}$ (6.38) und $\mathbf{B}_{\text{p,E}}$ (6.39) für jeweils eine Periode ohne DC-Offset. Dies gilt sowohl für die Flussform des Streufflusses als auch des Koppelflusses. Die Schritte werden für alle Perioden durchgeführt und $\mathbf{B}_{\text{p,E}}$ wird anschließend gemittelt. Es ergeben sich die Zusammenhänge

$$\mathbf{r}_{\text{i,E}} = \mathbf{r}_{\text{i,M}} - \mathbf{r}_{\text{i,F}} \quad (6.35)$$

$$\mathbf{r}_{\text{a,E}} = \mathbf{r}_{\text{a,M}} - \mathbf{r}_{\text{a,F}} \quad (6.36)$$

$$\Psi_{\text{E}}[k+1] = \frac{T_{\text{a}}}{2} \circ (\mathbf{u}_{\text{sek,E}}[k] + \mathbf{u}_{\text{sek,E}}[k+1]) + \Psi_{\text{E}}[k] \quad (6.37)$$

$$\Psi_{\text{p,E}} = \frac{\max\{\Psi_{\text{E}}[1, \dots, N_{\text{k}} - 1]\} - \min\{\Psi_{\text{E}}[1, \dots, N_{\text{k}} - 1]\}}{2} \quad (6.38)$$

$$\mathbf{B}_{\text{p,E}} = \frac{\rho_{\text{Fe}} \pi}{N_{\text{sek}}} \circ (\mathbf{m}_{\text{Fe,E}})^{\circ-1} \circ (\mathbf{r}_{\text{i,E}} + \mathbf{r}_{\text{a,E}}) \circ \Psi_{\text{p,E}} \quad (6.39)$$

mit

$$N_{\text{k}} \hat{=} \text{Gesamtzahl der Abtastwerte einer Periode und} \\ (\mathbf{m}_{\text{Fe,E}})^{\circ-1} \hat{=} \text{Tensor der Kehrwerte von } \mathbf{m}_{\text{Fe,E}}.$$

Die Maximal- und Minimalwerte dieser Rechnung sind wiederum in vierdimensionalen Matrizen (Dimensionen: $u_{\text{sek,E}}$, $m_{\text{Fe,E}}$, $r_{\text{i,E}}$, $r_{\text{a,E}}$) abgelegt, um anschließend jede mögliche Kombination der Unsicherheiten zu bestimmen. Die Messabweichung $\mathbf{B}_{\text{p,F}}$ und der Vertrauensbereich berechnen sich zu

$$\Psi_{\text{M}}[k+1] = \frac{T_{\text{a}}}{2} \cdot (u_{\text{sek,M}}[k] + u_{\text{sek,M}}[k+1]) + \Psi_{\text{M}}[k] \quad (6.40)$$

$$\Psi_{\text{p,M}} = \frac{\max\{\Psi_{\text{M}}[1, \dots, N_{\text{k}} - 1]\} - \min\{\Psi_{\text{M}}[1, \dots, N_{\text{k}} - 1]\}}{2} \quad (6.41)$$

$$B_{\text{p,M}} = \frac{\rho_{\text{Fe}} \cdot (r_{\text{i,M}} + r_{\text{a,M}}) \cdot \pi}{N_{\text{sek}} \cdot m_{\text{Fe,M}}} \cdot \Psi_{\text{p,M}} \quad (6.42)$$

$$\mathbf{B}_{\text{p,F}} = B_{\text{p,M}} - \mathbf{B}_{\text{p,E}} \quad (6.43)$$

$$B_{\text{p,F}} = \{\max(\mathbf{B}_{\text{p,F}}), \min(\mathbf{B}_{\text{p,F}})\} \quad (6.44)$$

mit

$$N_{\text{k}} \hat{=} \text{Gesamtzahl der Abtastwerte einer Periode und} \\ \mathbf{B}_{\text{p,M}} \hat{=} \text{Um die zusätzlichen Dimensionen erweiterte Größe } B_{\text{p,M}}.$$

Die relativen Fehler $p_{\text{Fe},m,\text{F}}/p_{\text{Fe},m,\text{M}}$ und $B_{\text{p},\text{F}}/B_{\text{p},\text{M}}$ variieren je nach Messpunkt stark. Für die Messung von $p_{\text{Fe},m}$ treten durchschnittlich relative Fehler von $p_{\text{Fe},m,\text{F}}/p_{\text{Fe},m,\text{M}} \approx \pm 14,9\%$ auf. Für B_{p} werden diese durchschnittlich bis zu $B_{\text{p},\text{F}}/B_{\text{p},\text{M}} \approx \pm 4,6\%$ groß.

6.6 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt sind die verschiedenen Ergebnisse der Materialstudie des niederpermeablen nanokristallinen Bandmaterials „Vitroperm 500“ dargestellt worden. Die Wicklung der Bänder zu magnetischen Ringkernen variabler Größe ist mittels der Entwicklung und Inbetriebnahme einer automatisierten Wickelmaschine und der zugehörigen Rollenaufnehmer gelungen. Im Anschluss sind die geometrischen Eigenschaften wie Banddicke, Füllfaktor und Bandbreite des Materials durch den Vergleich unterschiedlicher Kerne bestimmt worden. Dabei zeigen sich teilweise starke Abweichungen zwischen den verschiedenen Rollen. Durchschnittswerte für die spätere Auslegung sind festgelegt worden.

Um auch die Verluste des Materials zu bestimmen, ist ein Verlustprüfstand entworfen und aufgebaut worden, der die charakteristischen Stromformen des CI erzeugt und automatisiert vermessen kann. Die Ergebnisse der Messung zeigen die Abhängigkeit der Verluste von Tastgrad und Kopplungsfaktor. Die möglichen Messfehler des Systems sind anhand einer numerischen Fehlerrechnung dargestellt worden. Die Ergebnisse dieses Abschnitts können einen wichtigen Beitrag für die Auslegung gekoppelter Induktivitäten liefern.

Kapitel 7

Funktionsmuster

Nachdem die Modellbildung der gekoppelten Induktivität abgeschlossen ist, soll in diesem Abschnitt zunächst das Vorgehen zu Auslegung und Design diskutiert werden. Die mathematische Modellbildung in Kapitel 3 und Kapitel 4 liefert die Gleichungen für das magnetisch wirksame Volumen V_{Fe} , sowohl für den zweiphasigen als auch für den vierphasigen gekoppelten Induktor. Diese sind der Ausgangspunkt für eine „Pareto-Optimierung“ (auch Vektoroptimierung oder Multi-objective optimization genannt). Mithilfe dieses Optimierungsverfahrens lassen sich anschließend die Induktoren für zwei ausgewählte Funktionsmuster (zweiphasig und vierphasig) berechnen. Zu den Funktionsmustern werden kompakte Konverter entwickelt, um die Volumensparnisse auch im System darstellen zu können. Die mathematischen Modelle der vorangegangenen Abschnitte können anhand dieser Funktionsmuster validiert werden.

7.1 Pareto-Optimierung

Das Prinzip dieses Vorgehens basiert auf der Feststellung, dass nicht alle angestrebten Optimierungsziele (wie zum Beispiel ein möglichst kleines Bauvolumen und geringe Verluste) gleichzeitig erreicht werden können. Es wird angewandt, wenn viele Freiheitsgrade innerhalb des Problems bestehen und analytisch kein Optimum gefunden werden kann. Als Konsequenz werden alle möglichen Auslegungsvarianten gegenübergestellt und eine so genannte „Pareto-Front“ erzeugt, die nur noch die Auslegungsvarianten enthält, welche nicht gleichzeitig weiter in alle Richtungen optimiert werden können ([108], vergleiche Abb. 7.1). Im Beispiel für das Bauvolumen und die Verluste bedeutet es, dass die Pareto-Front nur Auslegungsvarianten enthält, für die es keine andere Variante mit gleichzeitig geringerem Bauvolumen und

geringeren Verlusten gibt. So kann sich der Anwender am Ende der Rechnung entscheiden, ob er lieber Varianten mit geringem Bauvolumen oder Varianten mit geringeren Verlusten bevorzugt. Die Auslegungsvarianten auf der Pareto-Front werden auch als „pareto-optimale“ Lösungen bezeichnet.

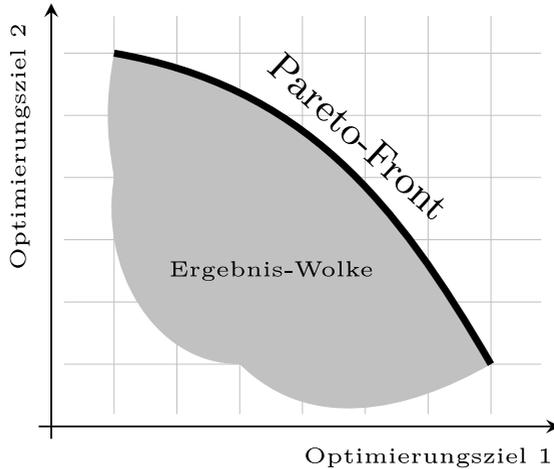


Abbildung 7.1: Pareto-Optimierung (Schema)

Mathematisch lässt sich das Problem mehrdimensional ausdrücken. Der Vektor \mathbf{x} bezeichnet einen Satz Eingabeparameter, von denen die Optimierungsziele abhängen (zum Beispiel Permeabilität μ_r , Kopplungsfaktor k , ...). Die Koordinaten der Lösungen beziehungsweise Auslegungsvarianten (hier Bauvolumen und Verluste) werden als Zielfunktionen $f_i(\mathbf{x})$ definiert, sodass zum Beispiel im Falle einer Minimierung

$$\min(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) \quad (7.1)$$

gesucht wird. $m \geq 2$ ist die Anzahl der Optimierungsziele (Dimensionen, im Beispiel gilt $m = 2$). Eine Lösung „pareto-dominiert“ (übertrifft) eine andere, wenn nach [109] gilt:

$$f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2) \quad \text{für alle } i = \{1, 2, \dots, m\} \quad (7.2)$$

$$\text{und } f_j(\mathbf{x}_1) < f_j(\mathbf{x}_2) \quad \text{für mindestens ein } j = \{1, 2, \dots, m\} \quad (7.3)$$

Ein Parametersatz \mathbf{x} (mit entsprechenden Lösungskordinaten $f_i(\mathbf{x})$) heißt dann pareto-optimal, wenn es keine andere Lösung gibt, die \mathbf{x} pareto-dominiert. Die

Menge der pareto-optimalen Lösungen wird als Pareto-Front bezeichnet. [110] beispielsweise benutzt dieses Verfahren, um einen *LC*-Ausgangsfiler für einen DC-AC-Wandler zu optimieren. Es soll noch ergänzt werden, dass das grundsätzliche Optimierungsziel bei der Auslegung der gekoppelten Induktivität je nach Anwendungsfall variieren kann. Die unterschiedlichen Optimierungsziele gegeneinander zu gewichten, bleibt zunächst dem Anwender überlassen.

7.2 Auslegungsverfahren

Um das Pareto-Verfahren auf die Auslegung der gekoppelten Induktivität anzuwenden, ist ein Programm erstellt worden, das die erforderlichen Schritte automatisch durchführt und als Eingabeparameter folgende Daten als Vektoren¹ erhält:

- Kopplungsfaktor k
- Schaltfrequenz f_s
- maximale Flussdichte im Streukern $B_{p,\sigma}$
- maximale Flussdichte im Streukern $B_{p,k}$
- Windungszahl der Kupferwicklung N_{Cu}
- relative Permeabilität Streukern $\mu_{r,\sigma}$
- relative Permeabilität Koppelkern $\mu_{r,k}$
- maximaler Summen-Stromrippel Niederspannungsseite $\Delta i_{\ell,\max}$
- Anzahl Kernlagen N_{Fe}

Das Intervall und die Schrittweite (beziehungsweise die Diskretisierung) können für jeden Parameter separat festgelegt werden. Der Berechnungsprozess erfolgt iterativ, so dass die Schrittweite der Parameter beim ersten Berechnungsdurchlauf groß sein sollte, um den optimalen Auslegungsbereich bei kurzer Rechenzeit einschränken zu

¹Beispiel: Im Vektor für den Kopplungsfaktor werden alle zu rechnenden Werte für k abgelegt, was eine Diskretisierung des Lösungsraums zur Folge hat.

können. Nach der ersten Berechnung kann dann die Auflösung der einzelnen Parameter um den optimalen Bereich herum erhöht werden, um genauere Werte für die Auslegung zu erhalten. Zum Beispiel kann für die Windungszahl zunächst ein großer Bereich von $N_{\text{Cu}} = 1 \dots 30$ angegeben werden, der nach der ersten Rechnung auf beispielsweise $N_{\text{Cu}} = 5 \dots 7$ begrenzt wird, da kein Ergebnis mit anderen Werten für N_{Cu} pareto-optimal geworden ist. Zusätzlich werden vom Nutzer folgende Parameter abhängig vom Anwendungsfall fest vorgegeben:

- Spannung U_h
- Strom \bar{i}_ℓ
- Materialdichte Streukern $\rho_{\text{Fe},\sigma}$
- Materialdichte Koppelkern $\rho_{\text{Fe},k}$
- Füllfaktor Streukern $\eta_{\text{Fe},\sigma}$
- Füllfaktor Koppelkern $\eta_{\text{Fe},k}$
- Bandbreite Streukern $b_{\text{Band},\sigma}$
- Bandbreite Koppelkern $b_{\text{Band},k}$
- Isolationsabstand zwischen den Kernen d_{Iso}
- maximale Kernverluste $P_{\text{V,max}}$

Bei den materialabhängigen Größen muss beachtet werden, dass diese fehlerbehaftet sind (vergleiche Abschnitt 6.2). Aus den Vektoren werden mehrdimensionale Matrizen erzeugt, um jede mögliche Kombination der Parameter nachbilden zu können. Zusätzlich zu den Kernparametern werden weitere Vorgaben bezüglich der Kupferwicklung gemacht. Die maximale Stromdichte wird auf $S = 10 \text{ A/mm}^2$, der minimale herstellbare Kernradius auf $r_{\text{min}} = 2,5 \text{ mm}$ festgelegt und die Füllfaktoren des runden Wicklungsfensters für runden, starren Kupferdraht angegeben (Tabelle 7.1, Herleitung der Übersichtlichkeit halber nicht dargestellt). So kann sichergestellt werden, dass der Kern später auch mit der entsprechenden Anzahl an Windungen N_{Cu} bewickelt werden kann. Grundsätzlich ist die Vorgehensweise des Auslegungsprogramms für den zweiphasigen und vierphasigen Induktor bis auf den unterschiedlichen Formelsatz analog. Es soll nun im Folgenden beispielhaft das Vorgehen anhand der zweiphasigen Variante erläutert werden.

Anzahl Windungen	Füllfaktor
1	1
2	0,25
3	0,64617093
4	0,686291501
5	0,6852102443
6	0,666
7	0,777
8	0,732502
9	0,6894079901
10+	0,65

Tabelle 7.1: Füllfaktoren Wicklungsfenster

Im ersten Arbeitsschritt des Programms werden die magnetisch wirksamen Volumen $V_{\text{Fe},\sigma}$ und $V_{\text{Fe},k}$ berechnet. Dafür werden die Gleichungen (4.62) und (4.63) aus Abschnitt 4.7 verwendet. Anschließend können daraus unter Verwendung von (4.56) die effektiven magnetischen Weglängen und Querschnitte berechnet werden:

$$l_{\text{Fe},\sigma} = \sqrt{\frac{8 \cdot V_{\text{Fe},\sigma} \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{U_h}} \quad (7.4)$$

$$l_{\text{Fe},k} = \sqrt{\frac{8 \cdot V_{\text{Fe},k} \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{U_h}} \cdot \frac{1-k}{k} \quad (7.5)$$

$$A_{\text{Fe},\sigma} = \frac{V_{\text{Fe},\sigma}}{l_{\text{Fe},\sigma}} \quad (7.6)$$

$$A_{\text{Fe},k} = \frac{V_{\text{Fe},k}}{l_{\text{Fe},k}} \quad (7.7)$$

Es zeigen sich die realen Kernmaße unter anderem mit (4.4) und (4.5):

Streukern:

$$A_\sigma = \frac{A_{\text{Fe},\sigma}}{\eta_{\text{Fe},\sigma}} \quad (7.8)$$

$$h_\sigma = b_{\text{Band},\sigma} \cdot N_{\text{Fe}} \quad (7.9)$$

$$d_\sigma = \frac{A_\sigma}{h_\sigma} \quad (7.10)$$

$$r_{i,\sigma} = \frac{d_\sigma}{e \left(\frac{2\pi \cdot d_\sigma}{l_{\text{Fe},\sigma}} \right) - 1} \quad (7.11)$$

$$r_{a,\sigma} = r_{i,\sigma} + d_\sigma \quad (7.12)$$

Koppelkern:

$$A_k = \frac{A_{\text{Fe},k}}{\eta_{\text{Fe},k}} \quad (7.13)$$

$$h_k = b_{\text{Band},k} \cdot N_{\text{Fe}} \quad (7.14)$$

$$d_k = \frac{A_k}{h_k} \quad (7.15)$$

$$r_{i,k} = \frac{d_k}{e \left(\frac{2\pi \cdot d_k}{l_{\text{Fe},k} - 2 \cdot l_x} \right) - 1} \quad (7.16)$$

$$r_{a,k} = r_{i,k} + d_k \quad (7.17)$$

Mit den Radien r_i und r_a lassen sich unter Verwendung der Gleichungen aus Kapitel 3 und Kapitel 4 alle weiteren Größen von Stromrippeln über Reluktanzen und Induktivitäten bis hin zu Volumen und Gewicht sowie Leistungsdichte und Effizienz der Kerne berechnen. Für die Berechnung der Kernverluste werden die Flussdichten separat für Streu- und Koppelkern betrachtet. Die Arbeitspunkte mit den höchsten Kernverlusten sind $d = 0,5$ für den Koppelkern (vergleiche Abb. 4.7) und $d = \{1/2/(1+k); (1+2k)/2/(1+k)\}$ (3.42) (3.47) für den Streukern (vergleiche Abb. 3.10a). Für den zweiphasigen Induktor wird üblicherweise der Koppelkern die größten Verluste erzeugen, da die Phasen-Stromrippel im Vergleich zu Δi_k klein sind. Für die Auslegung werden jedoch für beide Tastgrade die gesamten Kernverluste berechnet und anschließend der größere der beiden Werte ausgewählt.

Um die Pareto-Front zu erzeugen, müssen vorher alle nicht gültigen Auslegungsvarianten verworfen werden. Zusätzlich muss für einen fairen Vergleich mit den Varianten mit Kopplungsfaktor $k = 0$ dafür gesorgt werden, dass Gewicht, Volumen und die Kernverluste hier nur für die inneren Streukerne berechnet werden. Folgende Bedingungen müssen zusätzlich erfüllt sein:

- Die Wicklung passt in das Kupferfenster:
 $A_{\text{Cu}} = (r_{i,\sigma} - d_{\text{Iso}})^2 \cdot \pi \cdot \eta_{\text{Cu}} \geq N_{\text{Cu}} \cdot A_{\text{Draht}} = (N_{\text{Cu}} \cdot I_x) / S$
- Der äußere Kern passt um die inneren Kerne:
 $r_{i,k} \geq r_{a,\sigma} + d_{\text{Iso}} \quad (k = 0 \text{ ausgenommen})$
- Die maximal angesetzten Verluste werden nicht überschritten:
 $P_{v,\text{max}} \geq P_v$

Nachdem alle Varianten berechnet worden sind, kann der Algorithmus der Pareto-

Optimierung die Pareto-Dominanz überprüfen und je nach Optimierungszielen eine Pareto-Front erzeugen. Das Ergebnis wird in Form einer Grafik mit zugehöriger Datentabelle ausgegeben und der Anwender kann die für ihn optimale Variante auswählen. Abb. 7.2 zeigt die Eingabemaske, Abb. 7.3 die Ergebnisse des Algorithmus für verschiedene Eingabeparameter.

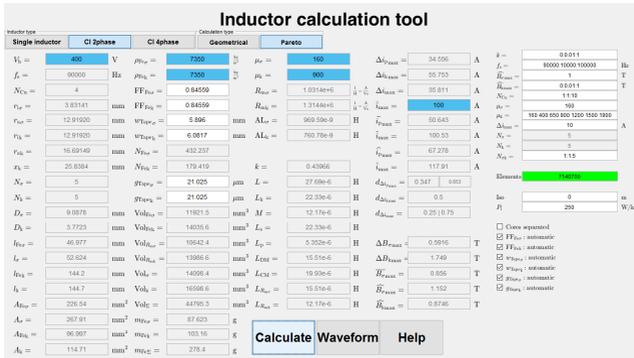


Abbildung 7.2: Eingabemaske Auslegungstool

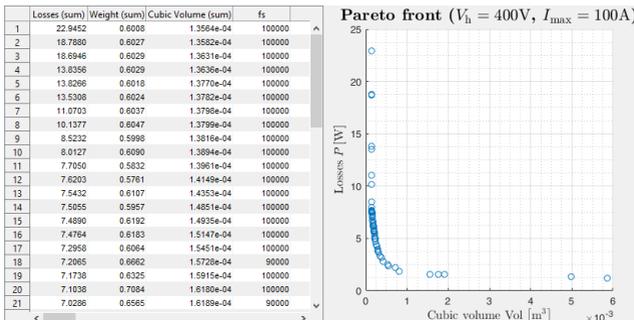


Abbildung 7.3: Ergebnisgrafik Auslegungstool Pareto-Optimierung

7.3 DC/DC-Konverter 2-phasig SiC

Um die zweiphasige Variante des CI darzustellen, ist ein Demonstrator bei einer maximal übertragenen Leistung von $P = 40\text{kW}$ entwickelt worden. Folgende Leis-

tungsdaten sind außerdem für den Demonstrator definiert worden:

- Maximale Spannung: $U_h = 400 \text{ V}$
- Maximaler Strom: $\bar{i}_\ell = 100 \text{ A}$
- Schaltfrequenz: $f_s = 90 \text{ kHz}$
- Maximaler Summen-Stromrippel: $\Delta i_{\ell, \max} = 30 \text{ A}$
- Leistungsdichte: $\rho_{P,V} \geq 40 \text{ kW/ltr}$

Zunächst werden die Eigenschaften der aufgebauten Konverter-Hardware beschrieben. Anschließend sind die Auslegung und der Aufbau der zweiphasig gekoppelten Induktivität dargestellt. Eine hohe Leistungsdichte soll für das Gesamtsystem erreicht werden. Am Ende des Kapitels werden die Messergebnisse des Systems vorgestellt.

7.3.1 Konverter

Die Konverter-Hardware basiert auf dem SiC Halbleitermodul Cree™ „CCS050M12CM2“ [111]. SiC-Halbleiterbauelemente bieten durch die hohe Schaltgeschwindigkeit die Möglichkeit, bei hohen Sperrspannungen nur sehr geringe Schaltverluste zu erzeugen. Weiterhin können sie bei höheren Sperrschichttemperaturen betrieben werden. Sie lassen hohe Schaltfrequenzen zu und dies führt im höheren Spannungsbereich zu größeren Leistungsdichten sowohl für die Halbleiterbauelemente als auch für die angeschlossenen Filter im Vergleich zu Silizium-Transistoren [112]. Das Halbleitermodul „CCS050M12CM2“ weist die folgenden Eigenschaften auf:

- Maximale Sperrspannung: $U_{DS} = 1200 \text{ V}$
- Maximaler kontinuierlicher Drain-Strom: $87 \text{ A}(25^\circ\text{C}), 59 \text{ A}(90^\circ\text{C})$
- Durchlasswiderstand: $R_{DS(\text{on})} = 25 \text{ m}\Omega \dots 36 \text{ m}\Omega$
- Ausgangskapazität: $C_{\text{oss}} = 0,393 \text{ nF}$

Um die Leistungsdichte des Konverters zu erhöhen, ist ein kompaktes Design angestrebt worden, bei dem die Steuerungseinheit (in diesem Fall ein FPGA) direkt über

der Leistungsplatine platziert und über vertikal liegende Verbindungsplatinen verbunden ist (Abb. 7.4). Es ist weiterhin zu erwähnen, dass das Halbleitermodul drei Halbbrücken aufweist². Die Leistungsdichte des Gesamtsystems kann demnach noch weiter erhöht werden, wenn in zukünftigen Anwendungen nur die zwei benötigten Halbbrücken installiert werden.

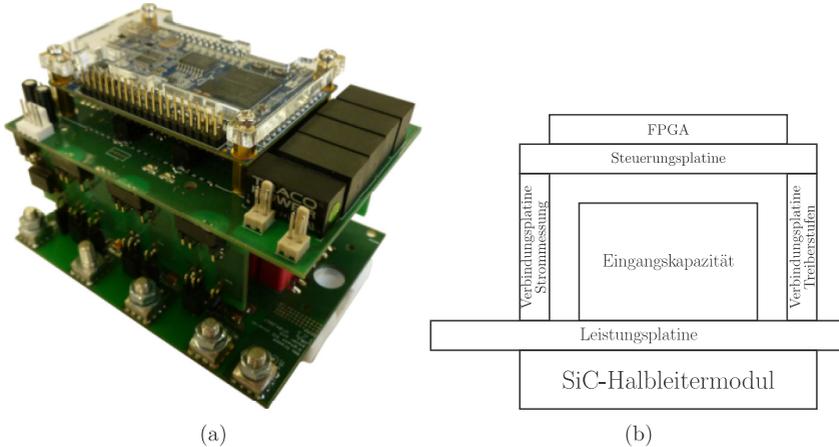


Abbildung 7.4: (a): 40 kW SiC-Konverter; (b): Aufbauschema

7.3.2 Steuerungsplattform

Die FPGA Steuerungsplattform Intel™ „Cyclone IV EP4CE22“ [113] dient zur Regelung der Phasenströme. Die gewählte Modellvariante auf dem FPGA-Entwicklungsboard Terasic™ „DE0-Nano“ besitzt 22320 Logikelemente (LE) [114] und lässt sich über zwei 40-Pin und einen 25-Pin General Purpose Input/Output (GPIO)-Header vielfältig beschalten [115].

Das FPGA wird in der Hardwarebeschreibungssprache Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language (VHDL) programmiert und enthält die Modulatoren zur Ansteuerung des Halbleitermoduls. Die Regelalgorithmen (Regler der Phasenströme, Spannungsregler) können auf dem herstellereigenen Softcore-

²Der Konverter wird im Laborbetrieb auch für andere Projekte (wie zum Beispiel Antriebsprüfstände) verwendet.

Prozessor³ in C programmiert werden. Der Prozessor verfügt zudem über eine in VHDL synthetisierte Gleitkomma-Recheneinheit.

7.3.3 Strommessung

Die Erfassung der beiden Einzelströme erfolgt jeweils über einen Messwiderstand (Shunt) mit anschließender Analog/Digital (A/D)-Wandlung (Abb. 7.5). Es werden A/D-Wandler mit Delta-Sigma Modulation [116] eingesetzt. Die Wandler „AMC1305x“ des Herstellers Texas Instruments IncorporatedTM bieten eine galvanische Isolation bei einer differentiellen Eingangsspannung von ± 50 mV (Strommessung) oder ± 250 mV (Spannungsmessung) sowie einer Abtastfrequenz von 20 MHz. Die gemessenen Daten werden als Bitstream (Abfolge von Einsen und Nullen) an das FPGA gesendet und dort mithilfe eines digitalen Filters (Sinc^K-Dezimirungsfilter, [117], [118]) in einen Digitalwert umgewandelt.

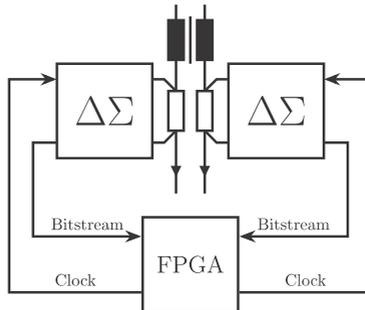


Abbildung 7.5: Messung der Phasenströme mit $\Delta\Sigma$ -A/D-Wandlern

Der Vorteil der digitalen Filterung ist neben der Verschiebung des Rauschens in den höheren Frequenzbereich die Einstellbarkeit der Datenrate und Wortbreite [119]. Um die Einstellung vorzunehmen, können sowohl der Dezimierungsfaktor M als auch die Ordnung des Filters K digital verändert werden. Wortbreite und Datenrate werden nach [119] mit folgender Formel berechnet:

$$\text{Datenrate} = \frac{20 \text{ MHz}}{M} \quad (7.18)$$

$$\text{Wortbreite} = K \cdot \log_2(M) \quad (7.19)$$

³Der Software-Prozessor ist ein in VHDL synthetisierter Mikrocontroller, der über einen externen Compiler wie ein klassischer Mikrocontroller programmiert wird.

Um den Mittelwert der Ströme \bar{i}_x zu erfassen, wird eine Abtastung an Maximal- und Minimalwert des Trägersignals des PWM-Modulators (Carrier-Signal) durchgeführt (Abb. 7.6). Da der Einschwingvorgang der Sinc^K-Filter je nach Filterordnung K und Dezimierung M länger oder kürzer dauern kann (vergleiche [117]), muss die Fensterbreite für die Abtastung des Bitstreams jeweils angepasst werden. Weiterhin bietet sich durch die flexible Abtastung auch die Möglichkeit, andere Punkte innerhalb der Periode zu messen oder zum Beispiel auch über die gesamte Periodendauer zu mitteln.

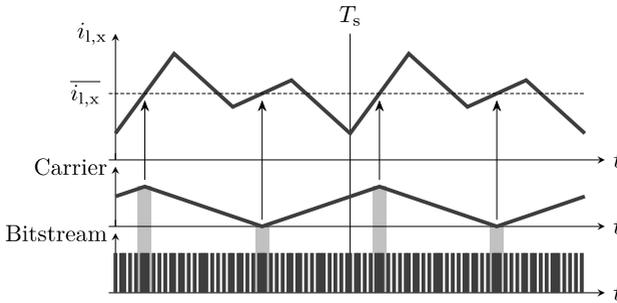


Abbildung 7.6: Abtastung abhängig vom Trägersignal des PWM-Modulators

Nachdem Abtastung und Filterung erfolgt sind, wird ein Interrupt im Software-Prozessor ausgelöst, der die Regelungsalgorithmen enthält. Zu Anfang des Interrupts wird immer der Tastgrad der nächsten zu schaltenden Phase ausgegeben. Dies bewirkt eine Änderung des Tastgrades immer nur am Anfang einer Schaltperiode.

7.3.4 Auslegung der gekoppelten Induktivität

Die Auslegung der gekoppelten Induktivität erfolgt über das in Abschnitt 7.2 beschriebene Auslegungsprogramm. Die zum Zeitpunkt der Auslegung im Labor vorliegenden Permeabilitäten sind auf die Werte $\mu_r = 160, 900, 1500, 1900$ beschränkt gewesen. Abb. 7.7 zeigt den Vergleich der Pareto-Fronten zwischen den Auslegungen mit den vier diskret im Labor vorhandenen Werten für μ_r und genau einstellbaren Werten $\mu_r = 160 \dots 2000$. Es zeigt sich, dass durch die notwendigen Sprünge in der Permeabilität in Abb. 7.7a Lücken entstehen. Somit kann es je nach gewählter Auslegungsvariante sein, dass eine bessere Auslegung möglich wäre, wenn das μ_r exakt eingestellt werden kann (vergleiche Abb. 7.7b). Dies stellt grundsätzlich technisch

kein Problem dar, allerdings ist der Aufwand für die Fertigung eines einzelnen Testkerns mit optimierter Permeabilität aktuell nicht vertretbar. Weiterhin sind folgende Randbedingungen für die Pareto-Optimierung definiert worden:

- maximale Spannung: $u_h = 400 \text{ V}$
- maximaler Strom: $\bar{i}_\ell = 100 \text{ A}$
- maximaler Summen-Stromrippel: $\Delta i_{\ell, \max} = 30 \text{ A}$
- Schaltfrequenz: $f_s = 90 \text{ kHz}$
- maximale Stromdichte: $S = 10 \text{ A/mm}^2$
- Banddicke: $d_{\text{Band}} = 6,25 \text{ mm}$
- maximale Verlustleistungsdichte: $p_{\text{Fe}, m} = 250 \text{ W/kg}$
- maximale Sättigungsflussdichte: $B_p = 1 \text{ T}$
- Isolationsabstand innen: $d_{\text{Iso}} = 0,7 \text{ mm}$

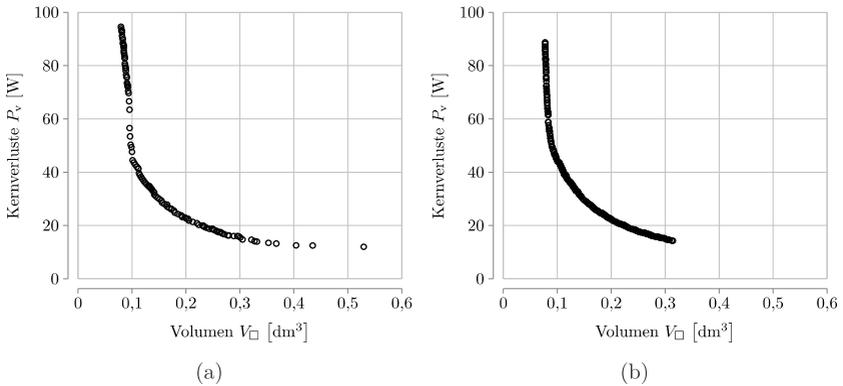


Abbildung 7.7: Ergebnis der Pareto-Optimierung (CII);

(a): $\mu_r = 160, 900, 1500, 1900$ (im Labor zum Zeitpunkt der Auslegung vorhanden); (b): $\mu_r = 160 \dots 2000$ (optimiertes μ_r)

Das Ergebnis der Pareto-Optimierung ist die Auswahl der Kerne mit der höchsten

Leistungsdichte (geringstes Quadvolumen). Die pareto-optimalen Auslegungsvarianten, welche die maximale Verlustleistungsdichte überschreiten (und damit auch kleinere Volumina erreichen), sind nicht in der Pareto-Front enthalten. Die Kernausswahl zeigt Tabelle 7.2.

	V_{\square} [cm ³]	P_v [W]	k	$\mu_{r,\sigma}$	$\mu_{r,k}$	N_{Cu}	B_{σ} [T]	B_k [T]
(a)	79,63	94,59	0,44	160	900	4	1	0,72
(b)	77,53	88,72	0,19	160	780	4	1	0,98

Tabelle 7.2: Auslegungsvarianten 40 kW CII

Es zeigen sich sowohl höhere Effizienz als auch Leistungsdichte für die Variante (b) mit optimiertem μ_r . Beide Varianten werden aus fünf gestapelten Kernen aufgebaut. Die Fertigung von Variante (a) erfolgt an der bereits in Abschnitt 6.1 beschriebenen Wickelmaschine. Die Kerne können direkt übereinander gewickelt werden. Zur Isolation zwischen Kupferwicklung und innerem Kern werden die Kerne auf eine Hülse ($d_{iso} = 0,7 \text{ mm}$) aus Kunststoff gewickelt. Abb. 7.8 zeigt einen der gestapelten Kerne und den mit Epoxidharz vergossenen Gesamtaufbau.

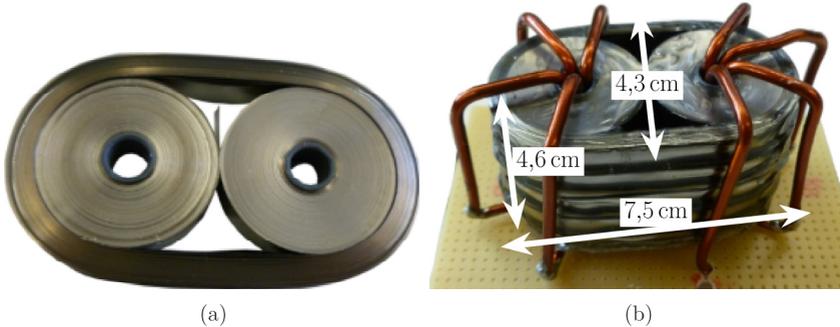


Abbildung 7.8: Aufbau des CII für den 40 kW Konverter (a): Eine Kernlage; (b): Gesamtaufbau mit Kupferwicklung und Maßen

Die Ergebnisse der Vermessung der gekoppelten Induktivität am Impedanz-Analysator zeigt Tabelle 7.3. Es lässt sich eine leichte Abweichung von den ideal berechneten Werten insbesondere im Kopplungsfaktor erkennen. Diese Abweichungen für k können durch mehrere Faktoren entstehen. Zum einen ergeben sich beim Aufbau des Induktors zusätzliche, nicht berechnete Streuinduktivitäten sowohl in Wicklung und

Zuleitung als auch durch entstehende Querfelder im Kernmaterial. Hinzu kommen die bei der Auslegung fehlerbehafteten geometrischen Größen Füllfaktor, Banddicke und Bandbreite, für die stets ein Durchschnittswert angenommen werden muss. Die Varianz kann hier jedoch vergleichsweise groß sein (vergleiche Abschnitt 6.2).

Abb. 7.9 zeigt einen Vergleich der Streufelder eines CII mit direkt aufeinander gewickelten Kernen zu einem CII mit Abstand zwischen den Kernen. Es zeigen sich weniger magnetische Abweichungen vom berechneten Fall, wenn die Kerne voneinander isoliert werden. Allerdings ist dabei zu beachten, dass ein Abstand zwischen den Kernen das Volumen des Gesamtaufbaus erhöht und die Wärmeleitung nach außen verschlechtert. Hinzu kommt, dass die Laminierung der Kerne in der einfachen Finite Elemente Methode (FEM)-Darstellung nicht berücksichtigt worden ist. Diese hat ebenfalls starke Auswirkungen auf den Feldverlauf und erzeugt Feldlinien vor allem in Bandrichtung. Qualitativ zeigt die Darstellung in Abb. 7.9 jedoch sehr gut einen möglichen Grund der Abweichung vom Idealwert.

N_{Cu}	L_1 [μH]	L_2 [μH]	M [μH]	k	$L_{k,1}$ [μH]	$L_{k,2}$ [μH]
4	29,785	29,816	11,62	0,4	25,019	25,046

Tabelle 7.3: Vermessung des CII bei 90 kHz

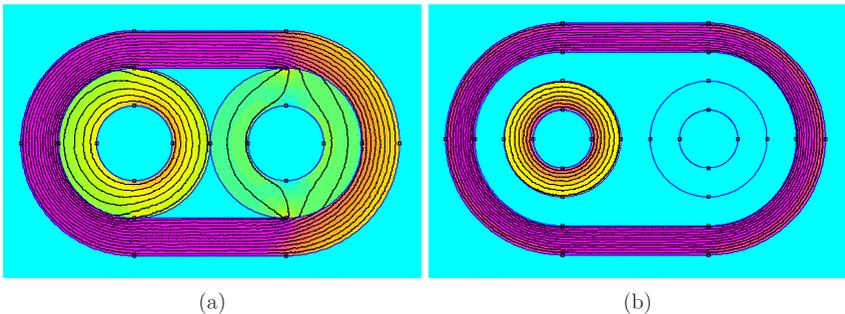


Abbildung 7.9: FEM-Darstellung CII ($\mu_{r,\sigma} = 160$, $\mu_{r,k} = 900$), Vergleich zwischen (a): kein Abstand zwischen den Kernen; (b): Abstand zwischen den Kernen

7.3.5 Experimentelle Validierung

Für den Test am Prüfstand sind zusätzlich die Kapazitäten C_ℓ und C_h nach den Berechnungsgrundlagen aus Abschnitt 3.3 ausgelegt worden. Der maximale Spannungsrippel an C_ℓ ist mit $\Delta u_\ell = 1\text{ V}$ definiert. Die installierte Kapazität auf der Leistungsplatine des SiC-Konverters beträgt $C_h = 22\text{ }\mu\text{F}$. Daraus ergeben sich folgende Daten:

$$C_\ell = \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{16 \cdot f_s \cdot \Delta u_\ell} = \frac{30\text{ A}}{16 \cdot 90\text{ kHz} \cdot 1\text{ V}} = 20,8\bar{3}\text{ }\mu\text{F}$$

$$\Delta u_h = \frac{\bar{i}_\ell}{16 \cdot f_s \cdot C_h} = \frac{100\text{ A}}{16 \cdot 90\text{ kHz} \cdot 22\text{ }\mu\text{F}} = 3,16\text{ V}$$

Um einen niedrigen Serienwiderstand (englisch: Equivalent Series Resistance (ESR)) und genügend Kapazität zu erreichen, sind für C_ℓ mehrere parallel aufgebaute Folienkondensatoren eingesetzt worden (siehe Abb. 7.10). Die Leistungsdichten und Bauvolumen der einzelnen Komponenten des SiC-Konverters sind in Tabelle 7.4 aufgeführt.

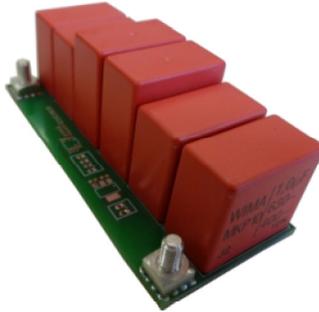


Abbildung 7.10: Kondensator C_ℓ

Um die ausgelegte Induktivität am Prüfstand zu validieren, sind verschiedene Arbeitspunkte eingestellt worden. Der Arbeitspunkt mit den größten Verlusten im Kern liegt beim Tastgrad $d = 0,5$. Hier entsteht der größte Flussdichterippel im Koppelkern, welcher rechnerisch bei maximal $B_{pp} \approx 1,44\text{ T}$ liegt (B-Feld eingeschränkt aufgrund maximaler Verlustleistungsdichte). Abb. 7.11 zeigt die Beanspruchung des Kernmaterials und die zugehörigen Stromformen. Es ist eine starke Erwärmung des Koppelkerns erkennbar. Die Verlustleistung der inneren Streukerne ist im Vergleich dazu wesentlich geringer. Abb. 7.11b zeigt die Erwärmung des CII nach 15 min Beanspruchung bei Tastgrad $d = 0,5$.

	Volumen [ltr]	Leistungsdichte $\rho_{P,V}$ bei 40 kW [kW/ltr]
SiC-Konverter	0,717	55,788
Kapazität C_ℓ	0,179	223,46
Gekoppelte Induktivität	0,148	270,27
Summe	1,044	38,314

Tabelle 7.4: Leistungsdichten zweiphasiger SiC-Konverter

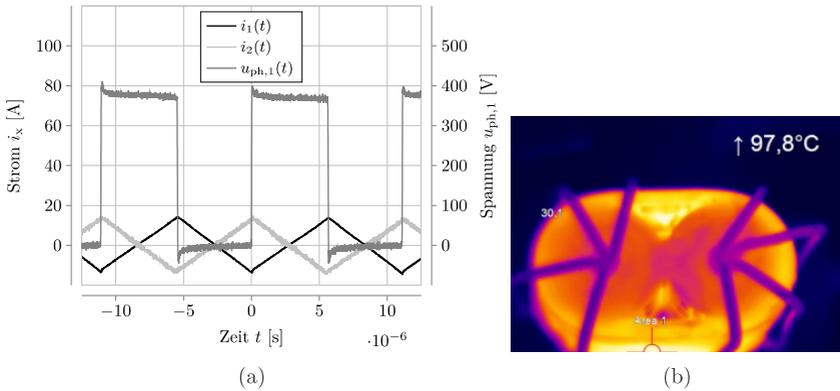
Abbildung 7.11: Betriebspunkt $d = 0,5$ für maximalen Flussdichterippel im Koppelkern; (a): Stromformen; (b): Erwärmung des CII nach 15 min

Abb. 7.12 zeigt den Betrieb bei $\bar{i}_\ell = 100$ A und $P = 36$ kW Ausgangsleistung (7.12a) sowie bei leichtem Überstrom $\bar{i}_\ell = 110$ A und $P = 3,3$ kW Ausgangsleistung (7.12b). $\bar{i}_k = 0$ zeigt in beiden Fällen, dass die Ströme i_1 und i_2 auf gleichem Niveau liegen. Zusätzlich lassen sich keine Sättigungseffekte erkennen, auch nicht bei leicht erhöhtem Strom. Die Phasen-Stromrippel entsprechen den berechneten Werten.

Um Sättigungseffekte zu provozieren, sind die Ströme absichtlich durch Tastgradänderung relativ zueinander verschoben worden. Abb. 7.13 zeigt die Verschiebung für $i_1 > i_2$ und $i_2 > i_1$. Es zeigt sich, dass der Koppelkern ab $i_k \approx 40$ A Sättigungseffekte zeigt. Dies entspricht in etwa einer Flussdichte von $B_k \approx 1,16$ T und damit auch näherungsweise dem Beginn der Sättigung für „Vitroperm FF“ ($\mu_r = 1000$) nach [71].

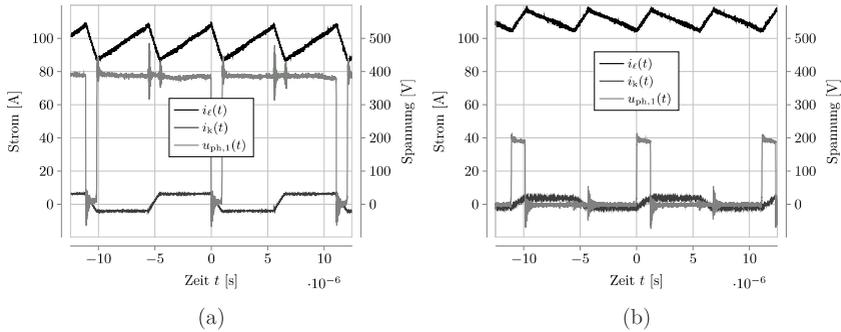


Abbildung 7.12: CII Belastungstest bei (a): Test bei großer Leistung $P = 36$ kW; (b): Test bei leichtem Überstrom $\bar{i}_\ell = 110$ A

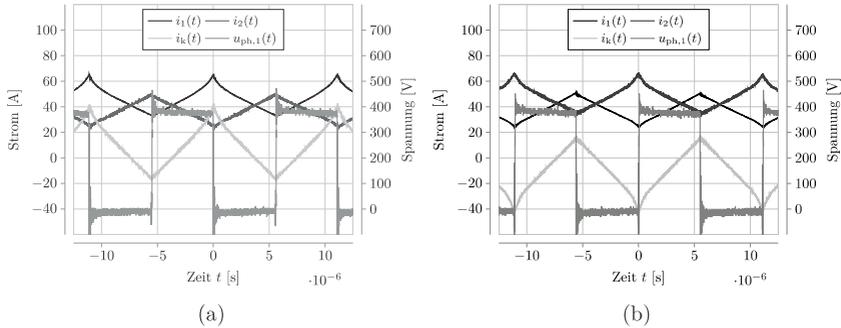


Abbildung 7.13: CII Sättigungstest (a): Kernsättigung für $i_k > 0$; (b): Kernsättigung für $i_k < 0$

Die Effizienz des Gesamtsystems ist für einige Arbeitspunkte bestimmt worden. Dabei sind Ausgangsstrom $\bar{i}_\ell = 100$ A und Eingangsspannung $u_h = 400$ V konstant gehalten sowie Leistung P und Effizienz η für verschiedene Tastgrade d beziehungsweise Ausgangsspannungen u_ℓ gemessen worden (Abb. 7.14). Unter Berücksichtigung der Messungenauigkeit des Leistungsmessgeräts liegt der Wirkungsgrad des Gesamtsystems bei $\eta = P_1/P_h \geq 98\%$ für Leistungen $P_1 \geq 19$ kW.

Zusammenfassend lässt sich zeigen, dass ein gekoppelter zweiphasiger Induktor aus niederpermeablem, nanokristallinem Bandmaterial mit hoher Leistungsdichte in einem hocheffizienten SiC-DC/DC-Wandler bei hoher Ausgangsleistung $P_1 = 40$ kW

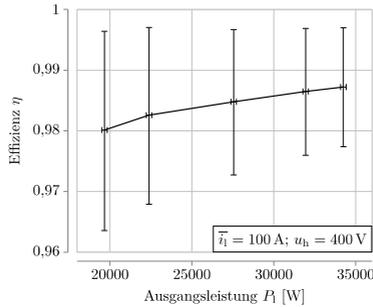


Abbildung 7.14: Effizienzmessung des Gesamtsystems bei Änderung des Tastgrades für $\bar{i}_\ell = 100$ A und $u_h = 400$ V

betrieben werden kann. Es zeigen sich im Normalbetrieb keine Sättigungseffekte, diese können jedoch durch relative Tastgradverschiebung provoziert werden. Die Erwärmung des Materials beschränkt sich auf Temperaturen $T \approx 100$ °C (Betrachtung nach 15 min). Es entstehen leichte Abweichungen von den errechneten Werten für den Kopplungsfaktor k . Diese lassen sich zum Teil durch zusätzliche Streufelder beim direkten Aufeinanderwickeln der Kerne erklären.

7.4 DC/DC-Konverter 4-phasig GaN

Für die Validierung der vierphasigen Variante des gekoppelten Induktors ist eine Anwendung im niedrigen Spannungsbereich bei etwas höherem Strom gewählt worden. Ein Bordnetzkonverter transferiert in einem Automobil Energie zwischen Bordnetzen mit verschiedenen Spannungsebenen, zum Beispiel zwischen der klassischen 12 V-Batterie und dem effizienteren 48 V-Level, das unter anderem für die Rekupe-ration genutzt wird [120]. Der vierphasige Wandler hat beim Tastgrad $d = 0,25 = 12\text{ V}/48\text{ V}$ den geringsten Ausgangsrippel $\Delta i_\ell \approx 0$. Somit eignet er sich optimal für den Betrieb bei diesem Arbeitspunkt, da auch die Kapazität C_ℓ kleiner ausgelegt werden kann.

Der Demonstrator wird mit GaN-Transistoren aufgebaut und weist die folgenden Leistungsdaten auf:

- Maximale Spannung: $U_h = 48$ V

- Maximaler Strom: $\overline{i_\ell} = 170 \text{ A}$
- Schaltfrequenz: $f_s = 100 \text{ kHz}$
- Maximaler Summen-Stromrippel: $\Delta i_{\ell, \max} = 20 \text{ A}$

7.4.1 Schaltzelle

Die vier Schaltzellen des GaN-Konverters sind jeweils auf einer Leiterplatte mit vier 70 μm Kupferlagen aufgebaut worden. Um die Leitverluste gering zu halten, sind jeweils zwei Transistoren parallel geschaltet. Die GaN-Transistoren „GS1008T“ des Herstellers GaN Systems IncorporatedTM weisen nach [121] die folgenden Leistungsdaten auf:

- Maximale Sperrspannung: $U_{\text{DS}} = 100 \text{ V}$
- Maximaler kontinuierlicher Drain-Strom: 90 A(25 °C), 65 A(100 °C)
- Durchlasswiderstand: $R_{\text{DS(on)}} = 7 \text{ m}\Omega \dots 9,5 \text{ m}\Omega$
- Ausgangskapazität: $C_{\text{oss}} = 250 \text{ pF}$

Abb. 7.15 zeigt den Aufbau der Schaltzelle. Um die Gate-Ansteuerung für die beiden Transistoren so identisch wie möglich aufzubauen, ist zusätzlich zum Gate-Treiber für jedes Transistorpärchen eine Gegentaktendstufe (Stromverstärkung) verbaut worden, welche die beiden Gate-Kapazitäten auflädt. Die Zwischenkreiskapazität besteht aus einer Kombination von Folien- und Keramikkondensatoren. Die Keramikkondensatoren sind direkt auf der Platine nah an der Schaltzelle verbaut, während die Folienkondensatoren oberhalb der vier Leistungsplatinen über Kupfer Teile angeschraubt sind (siehe Abb. 7.15d).

Die Transistoren jeder Leistungsplatine sind an Kühlkörper angebunden, die im Gesamtaufbau entlang der Kühlrippen mit Luft durchströmt werden. Die elektrischen Anschlüsse jeder Leistungsplatine werden mit Kupferschienen aus dem Gehäuse geführt. So lassen sich die Ströme außerhalb des Gehäuses beispielsweise durch Stromzangen messen. Die Schaltzellen werden über das in Abschnitt 7.3.2 beschriebene FPGA-Entwicklungsboard angesteuert und sind über eine Verbindungsplatine mit diesem verbunden.

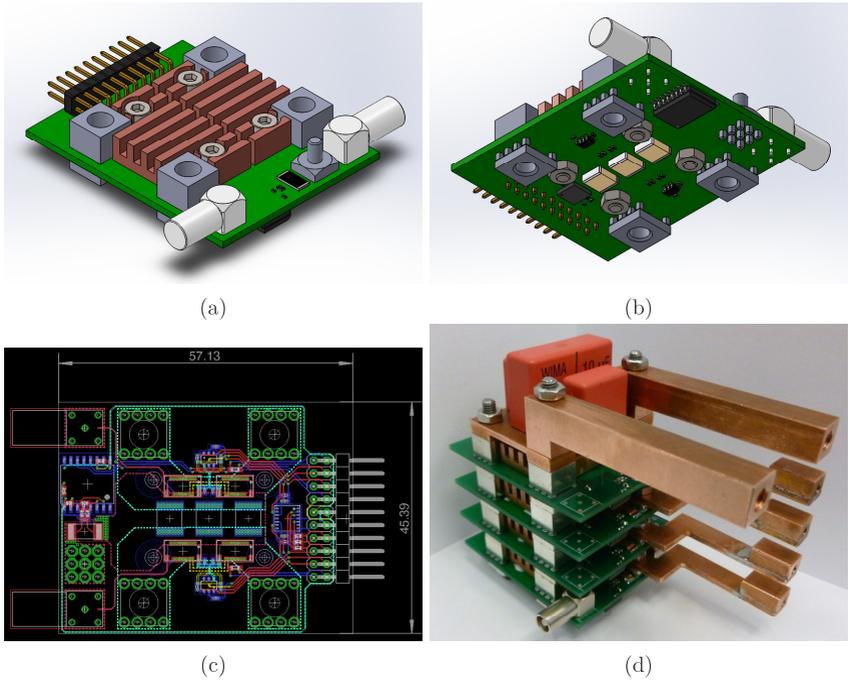


Abbildung 7.15: Leistungsplatine (a): 3D Entwurf von oben; (b): 3D Entwurf von unten; (c): 2D Leiterplattendesign; (d): Gesamtaufbau mit Folienkondensatoren und Kupfer-Verbindungselementen

7.4.2 Auslegung der gekoppelten Induktivität

Die Auslegung der gekoppelten Induktivität erfolgt analog zu Abschnitt 7.3.4. Für die Pareto-Optimierung sind folgende Randbedingungen definiert worden:

- maximale Spannung: $u_h = 48 \text{ V}$
- maximaler Strom: $\bar{i}_\ell = 170 \text{ A}$
- maximaler Summen-Stromrippel: $\Delta i_{\ell, \max} = \{10 \text{ A}, 20 \text{ A}, 30 \text{ A}\}$

- Schaltfrequenz: $f_s = \{50 \text{ kHz}, 60 \text{ kHz}, 70 \text{ kHz}, 80 \text{ kHz}, 90 \text{ kHz}, 100 \text{ kHz}\}$
- maximale Stromdichte⁴: $S = 10 \text{ A/mm}^2$
- Banddicke: $d_{\text{Band}} = 6,25 \text{ mm}$
- maximale Verlustleistungsdichte: $p_{\text{Fe},m} = 250 \text{ W/kg}$
- maximale Sättigungsflussdichte: $B_p = 1 \text{ T}$
- Isolationsabstand innen: $d_{\text{iso}} = 0,7 \text{ mm}$

Abb. 7.16 zeigt die berechnete Pareto-Front. Alle nicht pareto-optimalen Punkte sind wiederum vernachlässigt worden. Tabelle 7.5 zeigt drei verschiedene Auslegungsvarianten. Es wird ersichtlich, dass sowohl niedrigere Frequenzen als auch niedrigere Stromrippel zu pareto-optimalen Ergebnissen führen können.

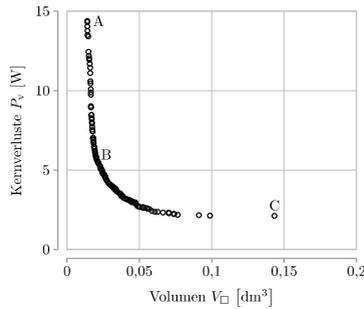


Abbildung 7.16: Ergebnis der Pareto-Optimierung (CIV)

	V_{\square} [cm ³]	P_v [W]	k	$\mu_{r,\sigma}$	$\mu_{r,k}$	N_{Cu}	B_{σ} [T]	B_k [T]	f_s [kHz]	$\Delta i_{\ell,\text{max}}$ [A]
A	14,06	14,39	0,53	160	1500	3	1	0,59	100	20
B	18,65	6,479	0,63	160	1900	4	1	0,31	100	10
C	143,3	2,120	0,87	160	1500	17	1	0,10	50	10

Tabelle 7.5: Auslegungsvarianten 2 kW CIV

⁴Der Leiterquerschnitt ergibt sich aus dem errechneten Effektivstrom.

Für die Anwendung in einem möglichst kompakten Wandler wird die Auslegungsvariante A gewählt. Nachdem die geometrischen Daten des Induktors definiert worden sind, soll die Verbindungstechnik betrachtet werden. Im Gegensatz zum zweiphasigen Wandler aus Abschnitt 7.3.4 soll der vierphasige Induktor fest in das Wandlergehäuse integriert werden. Dazu wird ein Anschluss-Rahmen („Lead-Frame“) entworfen. Der Kern des Induktors wird gewickelt und darauf platziert. Im Anschluss werden die Einzelteile des Anschluss-Rahmens mit Kupferbügeln verbunden, welche dann die Windungen darstellen (vergleiche Abb. 7.17).

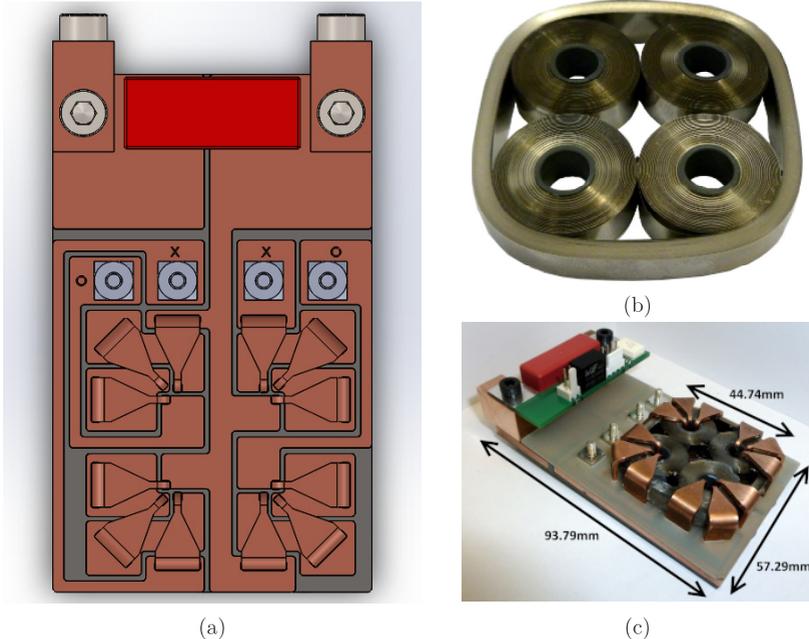


Abbildung 7.17: Aufbau vierphasiger Induktor; (a): Kupfer Anschluss-Rahmen; (b): gewickelter Kern; (c): Induktor Gesamtaufbau

Die Ergebnisse der Vermessung des Induktors am Impedanzanalysator zeigt Abb. 7.18. Es lässt sich erkennen, dass die Streuinduktivität L_k etwas höher als ursprünglich berechnet ausfällt (der Kopplungsfaktor k wird dadurch niedriger). Dies kann wiederum durch die entstehenden Streufelder beim direkten Aufeinanderwickeln der Kerne (vergleiche Abb. 7.19) und die Abweichung von den für die Auslegung gewählten Füllfaktoren, Banddicken und Bandbreiten erklärt werden. Weiterhin zeigt sich eine höhere Kopplung der direkt benachbarten Windungen zu-

einander (k_{13} , k_{14}) im Vergleich zur gegenüberliegenden Wicklung (k_{12} , vergleiche Abb. 7.18d).

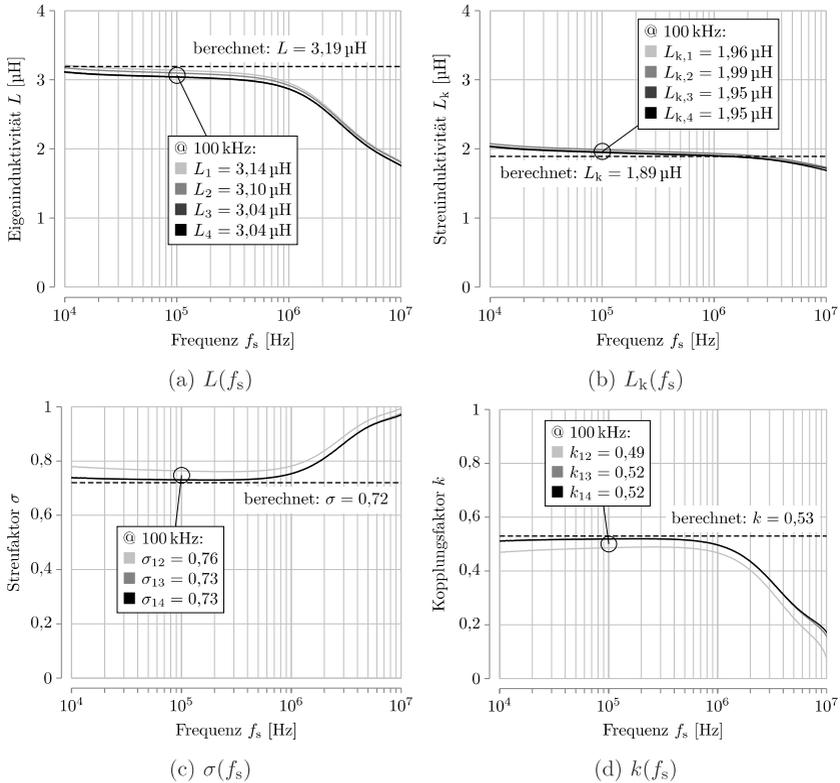


Abbildung 7.18: Vermessung des Induktors am Impedanzanalysator (CIV)

7.4.3 Experimentelle Validierung

Für die Evaluierung des vierphasigen Testkonverters werden alle Einzel-Baugruppen in einem luftgekühlten Gehäuse vereint. Die vier Phasenströme können an den außen liegenden Verbindungsleitungen mit Stromzangen gemessen werden. Die Bauweise ist geeignet, um die Vorteile der gekoppelten Induktivität für einen DC/DC-Wandler

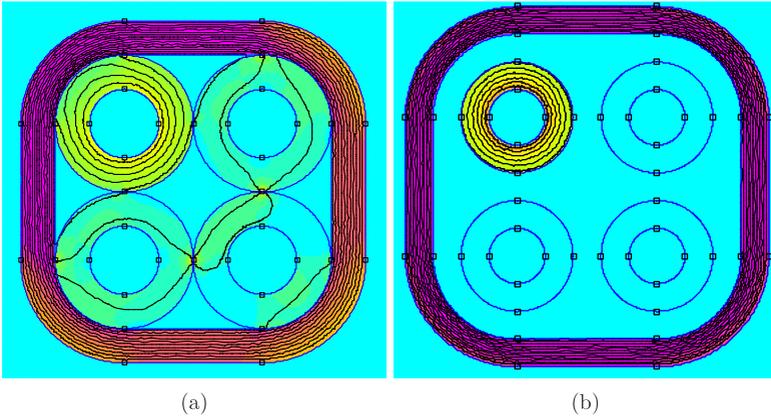


Abbildung 7.19: FEM-Darstellung CIV ($\mu_{r,\sigma} = 160$, $\mu_{r,k} = 1500$), Vergleich zwischen (a): kein Abstand zwischen den Kernen; (b): Abstand zwischen den Kernen

zu zeigen. Die Möglichkeit einer weiteren Optimierung der Leistungsdichte ist dennoch nicht auszuschließen. Abb. 7.20 zeigt den Gesamtaufbau des Wandlers.

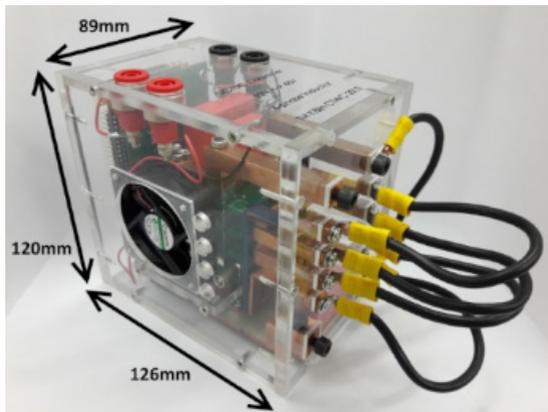


Abbildung 7.20: Gesamtaufbau GaN-Konverter 2kW

Zur Demonstration der Funktionsweise des CIV sollen zwei verschiedene Arbeitspunkte betrachtet werden (Abb. 7.21). Zum einen ist der Betrieb bei Tastgrad

$d = 0,25$ interessant, da dieser die höchsten Verluste im Kern verursacht und gleichzeitig $\Delta i_\ell = 0 \text{ A}$ gilt. Den zweiten Arbeitspunkt stellt der Betrieb bei maximalem Ausgangsstrom dar (hier gezeigt für $d = 0,17$). Da der CIV volumenoptimiert und damit für einen Ausgleich der Strom-Spitzenwerte (vergleiche Abschnitt 4.2.2) ausgelegt worden ist, kann der Ausgleich der Strom-Mittelwerte nicht bei vollem Nennstrom gezeigt werden. Um diese Variante dennoch darzustellen, sind für den ersten Arbeitspunkt in Abb. 7.21a gleiche Strom-Mittelwerte eingestellt worden.

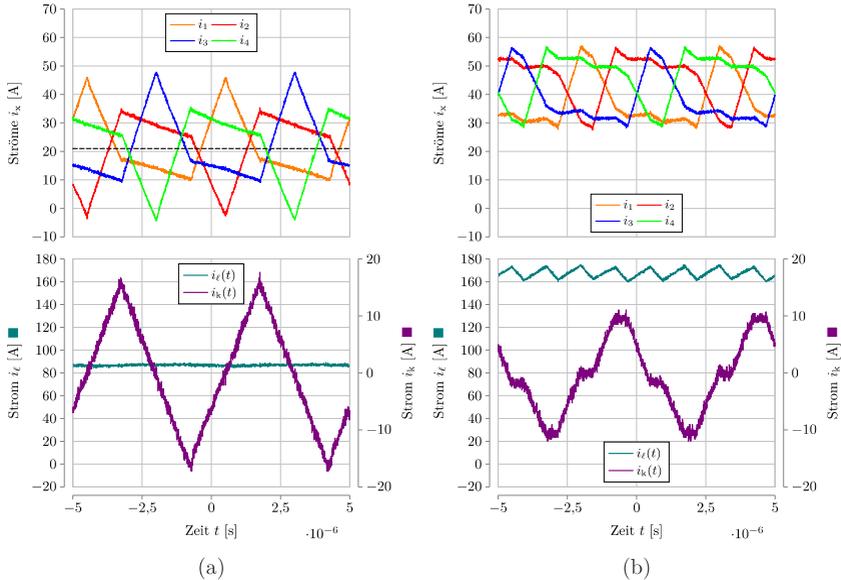


Abbildung 7.21: Betrieb des vierphasigen CI bei (a): gleichen Strom-Mittelwerten, $d = 0,25, P_1 \approx 1 \text{ kW}$; (b): gleichen Strom-Spitzenwerten, $d = 0,17, P_1 \approx 2 \text{ kW}$

Es lässt sich feststellen, dass bei Tastgrad $d = 0,25$ keinerlei Summen-Stromrippelel zu erkennen ist. Der Stromrippelel für i_k hingegen wird maximal. Abb. 7.22 zeigt die zugehörige Temperaturentwicklung. Es lässt sich im Vergleich zum CII (Abb. 7.11b) eine höhere Erwärmung bei den inneren Kernen im Vergleich zum äußeren Kern erkennen, die durch die im Verhältnis höheren Phasen-Stromrippelel und Steilheiten hervorgerufen wird.

Zusammenfassend lässt sich zeigen, dass der DC/DC-Konverter mit vierphasig ge-

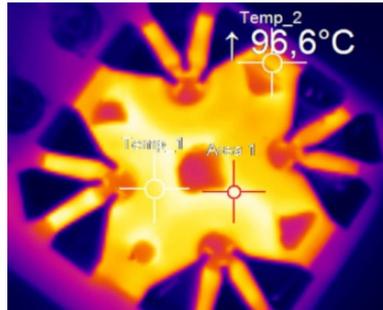


Abbildung 7.22: Wärmebild bei $d = 0,25$

koppelter Induktivität aus niederpermeablem, nanokristallinem Bandmaterial bei einer Ausgangsleistung von $P_1 = 2\text{ kW}$ ohne Sättigungseffekte betrieben werden kann. Die in Kapitel 3 und Kapitel 4 beschriebene analytische Modellierung des Induktors kann als Grundlage für dessen Auslegung benutzt werden. Leichte Abweichungen entstehen wie bereits beim CII durch die entstehenden Streuflüsse beim direkten Aufeinanderwickeln der Kerne. Ebenfalls gezeigt worden ist die Anwendbarkeit als Bordnetzkonverter zwischen dem 48 V und 12 V Spannungslevel und der Vorteil der Auslöschung des Summen-Stromrippels bei Tastgrad $d = 0,25$. Auch die Spitzenwertverschiebung aus Abschnitt 3.2.2 und deren regelungstechnische Konsequenzen sind vergleichend evaluiert worden, so dass die Volumenvorteile dargestellt sind.

7.5 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt sind die Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel in der Erstellung zweier Funktionsmuster für CII und CIV zusammengeführt worden. Mithilfe der Grundlagen aus Kapitel 3 und 4 sowie der Pareto-Optimierung sind die gekoppelten Induktivitäten ausgelegt worden. Anschließend haben die Kerne an der Wickelmaschine hergestellt und die Konverter mitsamt Induktivität am Prüfstand auf ihre Funktionalität hin getestet werden können. Die elektrischen und magnetischen Modelle sind somit vollständig validiert. Bei der Herstellung einer gekoppelten Induktivität aus gewickeltem Bandmaterial ist zu beachten, dass für die geometrischen Bandparameter Durchschnittswerte angenommen werden müssen und die durch den Aufbau entstehenden Streuinduktivitäten nicht im Modell enthalten sind. Somit sind leichte Abweichungen zu erwarten, diese sind jedoch vernachlässigbar gering.

Kapitel 8

Schlussbetrachtung

8.1 Fazit

Die Ziele der Arbeit, Einsparpotentiale bei der Anwendung gekoppelter Induktivitäten in mehrphasig, phasenversetzt taktenden Zweiquadrantenstellern aufzuzeigen sowie die nötigen Schritte hin zu einer optimierten Auslegung darzustellen, sind erreicht worden. Gekoppelte Induktivitäten lassen sich mit den gleichen mathematischen Modellen, wie sie auch für einfache Induktivitäten gelten, unter Anwendung eines elektrischen Ersatzschaltbildes beschreiben. Dieses liefert eine Beschreibungsform mit Stromrippeln und Flussmodellen. Der Kopplungsfaktor k ist für diese Beschreibung der zentrale Parameter. Gleichermäßen werden gekoppelte ($0 < k < 1$) und einfache Induktivitäten ($k = 0$) in der Theorie abgebildet.

Aufbauend auf dem theoretischen Grundgerüst wird in dieser Arbeit eine mögliche Lösung zur optimierten Auslegung in Form der zugehörigen Pareto-Optimierung erarbeitet. Diese ist in der Lage, in kürzester Zeit (je nach Größe der Parametermatrix wenige Sekunden bis Minuten) für jeden denkbaren Anwendungsfall ($I_I = \Delta i_{\ell, \max} / \bar{i}_\ell$) die bestmögliche Lösung zu errechnen. Die Optimierung kann nach zwei frei wählbaren Parametern wie zum Beispiel Kernvolumen, Gewicht oder Gesamtverluste erfolgen. Dabei bleibt dem Nutzer stets die Wahl, welchen der beiden Parameter er für die finale Auswahl stärker gewichtet. Für die Funktionsmuster in dieser Arbeit ist durchgängig der Parameter des umfassenden Quadervolumens gewählt worden.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass der gekoppelte Induktor eine vielversprechende Alternative zum herkömmlichen Induktor darstellt und in vielen Anwendungsfällen signifikante Vorteile in der Leistungsdichte erreicht werden können. Je

nach Phasenzahl N_{ph} , Einschränkung des B-Feldes $\widehat{B}_{k,\text{max}}$ und den geometrischen Parametern l_{Fe} und A_{Fe} sind analytisch realistische Einsparungen im magnetisch wirksamen Volumen $V_{\text{Fe}} = l_{\text{Fe}} \cdot A_{\text{Fe}}$ von 30...40% möglich. Um die Vorteile für die jeweilige Anwendung herauszuarbeiten, sind neben dem Kopplungsfaktor k verschiedene Parameter definiert worden, welche die Leistungsdichte ebenfalls beeinflussen. Im Allgemeinen lassen sich damit folgende Voraussetzungen für eine hohe Volumensparnis (magnetisch wirksames Volumen) gegenüber dem Single inductor n-phase (S_n) analytisch herausarbeiten:

- $\Gamma_l = \frac{l_{\text{Fe},k}}{l_{\text{Fe},\sigma}} \downarrow$
- $\Gamma_A = \frac{A_{\text{Fe},k}}{A_{\text{Fe},\sigma}} \uparrow$
- $\Gamma_B = \frac{\widehat{B}_{k,\text{max}}}{\widehat{B}_{\sigma,\text{max}}} \uparrow$

Dies gilt jedoch nur, wenn für die Streukerne von Coupled inductor n-phase (C_n) und S_n das selbe Kernmaterial verwendet wird ($\widehat{B}_{\sigma,\text{max}}, \mu_{r,\sigma}$) sowie Spannung U_h und Schaltfrequenz f_s gleich sind. Wenn die Leistung und damit der Strom \overline{i}_ℓ in der Anwendung festgelegt sind, hängt der Volumenvorteil zusätzlich vom maximalen Summen-Stromrippel Δi_ℓ ab.

Weiterhin spielt die Materialauswahl eine Rolle. Eine niedrige Permeabilität für die Streukerne sowie hohe Sättigungsflussdichte wirken sich positiv auf das absolute Kernvolumen aus. Niedrige Kernverluste sind ebenso ausschlaggebend aufgrund des hohen AC-Flusses im Koppelkern. Als ein optimales Material mit den gewünschten Eigenschaften ist das nanokristalline, niederpermeable Bandmaterial „Vitroperm FF“ ausgewählt worden. Die geometrischen Eigenschaften sowie die Verlustcharakteristik sind im Labor analysiert worden. Um das Material verarbeiten zu können, ist eine Wickelmaschine aufgebaut worden, mit deren Hilfe Beschädigungen des Materials bei der Verarbeitung weitestgehend vorgebeugt wird.

Um bei der hohen Anzahl der für die Auslegung einer gekoppelten Induktivität wichtigen Parameter eine geeignete Berechnung durchführen zu können, ist mit dem Prinzip der Pareto-Optimierung gearbeitet worden. Damit lassen sich effizient die elektrisch und geometrisch möglichen Lösungen darstellen und eine Abwägung zwischen Leistungsdichte und Effizienz durchführen. Alle Beschränkungen bezüglich der Materialauswahl fließen in die Berechnung mit ein. Die entsprechenden Werte werden in eine Matrix eingetragen und mittels iterativer Einschränkung dieser Eingaben auf relevante Werte ermittelt die Pareto-Optimierung schnell anwendungsgerechte

Lösungen. Die Rechnung mittels direkter Eingabe der geometrischen Daten ist ebenfalls möglich. So können auch verschiedene Bandbreiten b_{Band} , Banddicken d_{Band} und Füllfaktoren η_{Fe} mit einbezogen werden.

Um einen sicheren Betrieb der gekoppelten Induktivität ohne das Auftreten von Sättigungseffekten zu garantieren, müssen die Phasenströme geregelt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten der Regelung sowie das Zeit- und Frequenzverhalten des gekoppelten Systems werden über Zustandsraummodelle dargestellt. Es kann gezeigt werden, dass das System bei leicht unsymmetrischem Aufbau der gekoppelten Induktivität bei gleichem Tastgrad Verschiebungen der Phasenströme zueinander hervorruft. Diese können durch relative Tastgradänderungen ausgeglichen werden. Ebenfalls dargestellt werden Möglichkeiten und Voraussetzungen (Vorsteuerung beziehungsweise Zustandsbeobachter) zur Einsparung von Stromsensoren, da diese bei mehrphasigen Wandlern erhebliche Kosten verursachen können.

Alle Studienergebnisse führen letztendlich zu dem Aufbau von zwei Funktionsmustern (40 kW Coupled inductor 2-phase (CII) und 2 kW Coupled inductor 4-phase (CIV)), um die erarbeiteten Modelle zu verifizieren. Mit Hilfe von SiC und GaN-Halbleitern kann auch die Konverter-Hardware kompakt aufgebaut werden. Die Induktoren sind am Impedanzanalysator auf ihre elektrischen Werte hin charakterisiert worden. Diese haben bis auf leichte Abweichungen beim Kopplungsfaktor k weitestgehend den berechneten Werten entsprochen. Eine Sättigung der Kerne im Normalbetrieb ist nicht beobachtet worden, kann jedoch durch große Tastgradabweichung provoziert werden. Die Induktoren können ohne Einschränkungen bei maximaler Leistung betrieben werden. Dabei erwärmt sich vor allem der Koppelkern aufgrund der hohen AC-Flussdichte. Die Temperatur liegt auch bei Betrieb im ungünstigsten Arbeitspunkt weit genug unter der maximal zulässigen Materialtemperatur.

Abschließend ist festzustellen, dass die gekoppelte Induktivität als Filterelement in mehrphasig, phasenversetzt taktenden Zweiquadrantenstellern eine Technologie mit großem Potential hinsichtlich Größe und Gewicht eines solchen Konverters darstellt. Zu beachten ist, dass die Vorteile einigen Einschränkungen unterliegen und die Parameter für eine optimale Auslegung sorgfältig gewählt sein müssen. Obwohl das Prinzip der gekoppelten Induktivität nicht vollkommen neu ist, stellt dies nach wie vor einen Schwachpunkt der Technologie dar. Das erarbeitete Optimierungsverfahren garantiert eine Auslegung, ohne die genannten Vorteile wieder zu verlieren. Diese Arbeit leistet demnach einen Beitrag zum besseren Verständnis der Technologie und liefert eine effiziente Auslegungsstrategie, so dass in Zukunft der gekoppelte Induktor in zahlreichen Anwendungen Einzug finden kann.

8.2 Ausblick

Um die gekoppelte Induktivität weiterzuentwickeln und die Auslegung zu verbessern, sollen in diesem Abschnitt mögliche Vorschläge für weiterführende Studien vorgestellt werden. Die bisher erarbeiteten Modelle liefern Vorgaben, auf die bei der Auslegung geachtet werden muss, sofern hohe Leistungsdichten erreicht werden sollen.

Eine Überarbeitung der bisherigen Kernstruktur (äußerer Kern wird um die beiden inneren Kerne gewickelt) erscheint verheißungsvoll, wenn $\Gamma_l \downarrow$ zu hoher Volumensparnis führt. Die magnetische Weglänge des äußeren Kerns relativ zu den inneren Kernen zu verkleinern, kann demnach als eine erste Möglichkeit in Betracht gezogen werden. Die Kerne müssten dann aufeinander gestapelt werden, was den Kernaufbau jedoch in eine andere Raumrichtung vergrößert.

Eine weitere mögliche Studie könnte sich mit dem zwischen den gewickelten Kernen entstehenden Luftvolumen befassen, das ebenso entscheidend zum Einbauvolumen der gesamten Anordnung beiträgt. Streukerne, die so geformt sind, dass kein Luftraum entstehen kann, wirken vielversprechend. Es müsste jedoch Gegenstand der Untersuchung sein, aus welchen Materialien sinnvolle Anordnungen hergestellt werden können und ob diese aufgrund der eventuell schlechteren Materialeigenschaften gegebenenfalls nicht zum gewünschten Ergebnis führen.

Da „Vitroperm FF“ im Verfassungszeitraum dieser Arbeit noch ein sehr kostspielig herzustellendes Material ist, sollte für preisgünstige Varianten des gekoppelten Induktors nach alternativ einsetzbaren Materialien gesucht werden. Kernverluste spielen aufgrund des relativ kleinen AC-Flusses im Streukern keine so große Rolle wie im Koppelkern, sodass für den Streukern Kernmaterialien mit hohen Sättigungsflussdichten und niedrigen Permeabilitäten (zum Beispiel Pulververbundwerkstoffe) auch bei höheren Kernverlusten sinnvoll erscheinen. Weitere Studien sollten deshalb den möglichen Einsatz von Materialkombinationen und deren Wirkung auf Leistungsdichte und Effizienz untersuchen, zumal gerade mit Pulververbundwerkstoffen sehr niedrige Permeabilitäten bei verteiltem Luftspalt eingestellt werden können.

Ein weiteres Feld ist die Untersuchung höherer Phasenzahlen sowie eine Gegenüberstellung der höheren Leistungsdichte des Induktors und der niedrigeren Leistungsdichte des Konverters bei steigender Phasenzahl. Wie sich in dieser Arbeit bereits beim vierphasigen Induktor gezeigt hat, bieten gekoppelte Induktoren bei höherer Phasenzahl unter Umständen Vorteile bei der Auslegung in dem Sinne, dass sie über einen größeren Anwendungsbereich hinweg weniger von Einschränkungen durch die

Parameter Γ_l , Γ_A und Γ_B betroffen sind. Somit kann es sein, dass die niedrigere Leistungsdichte des Konverters bei höherer Phasenzahl stärker kompensiert werden kann als bei niedriger Phasenzahl. Das Herausarbeiten einer optimalen Anzahl an Phasen scheint hier ein sinnvolles Ziel zu darzustellen.

Eine Verbesserung der Verlustcharakterisierung des Kernmaterials sollte ebenfalls in weiteren Studien vorgenommen werden. Die hohen Verluste im Koppelkern führen unweigerlich dazu, dass hierauf besonderes Augenmerk gelegt werden muss, um die möglichen Leistungsdichten vollständig auszureizen. Abhängig von der Kühlung sollte das Ziel gesetzt werden, den Induktor bis an die Grenze der maximal möglichen Temperatur zu treiben, um optimale Leistungsdichten zu erzielen. Eine Untersuchung der Temperaturentwicklung beziehungsweise Temperaturverteilung innerhalb des Bauteils (mit Anschlussdrähten, Trog, Vergussmaterial, ...) sollte hier enthalten sein.

Die gekoppelte Induktivität bietet den generellen Vorteil, dass die wirksame Filterinduktivität pro Phase gering sein kann. Dies ist vor allem für eine schnelle Regelung von Vorteil. Die möglichen Regelungsalgorithmen sind in dieser Arbeit nur am Rande beleuchtet worden. Auch mögliche Alternativen zur Strommessung mittels Messwiderstand sollten Teil zukünftiger Studien sein, zumal die Anzahl der Messwandler und deren möglicherweise aufwendige Spannungsversorgung ein Problem darstellen können. Einfache und unkomplizierte Lösungen unterstützen hier die Vorteile der Technologie.

Anhang A

Ergänzende Formelsätze

A.1 Inverse Matrix \mathbf{K}^{-1}

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_2^{-1} &= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & k & 1 & 0 \\ k & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & k & 1 & 0 \\ k & 1 - k^2 & -k & 1 \end{array} \right) \\
 &\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & k & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{k}{1-k^2} & \frac{1}{1-k^2} \end{array} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{1-k^2} & -\frac{k}{1-k^2} \\ 0 & 1 & -\frac{k}{1-k^2} & \frac{1}{1-k^2} \end{array} \right) \\
 \Rightarrow \mathbf{K}_2^{-1} &= \frac{1}{1-k^2} \cdot \left(\begin{array}{cc} 1 & -k \\ -k & 1 \end{array} \right) \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_3^{-1} &= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & k & k & 1 & 0 & 0 \\ k & 1 & k & 0 & 1 & 0 \\ k & k & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \\
 &\Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & k & k & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - k^2 & -k(k+1) & -k & 1 & 0 \\ 0 & -k(k-1) & 1 - k^2 & -k & 0 & 1 \end{array} \right) \\
 &\Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & k & k & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{k}{k+1} & \frac{-k}{1-k^2} & \frac{1}{1-k^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-2k^2+k+1}{k+1} & \frac{-k}{k+1} & \frac{-k}{k+1} & 1 \end{array} \right) \\
 &\Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{k+1}{-2k^2+k+1} & \frac{-k}{-2k^2+k+1} & \frac{-k}{-2k^2+k+1} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-k}{-2k^2+k+1} & \frac{k+1}{-2k^2+k+1} & \frac{-k}{-2k^2+k+1} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-k}{-2k^2+k+1} & \frac{-k}{-2k^2+k+1} & \frac{-k}{-2k^2+k+1} \end{array} \right) \\
 \Rightarrow \mathbf{K}_3^{-1} &= \frac{1}{1+k-2k^2} \cdot \left(\begin{array}{ccc} k+1 & -k & -k \\ -k & k+1 & -k \\ -k & -k & k+1 \end{array} \right) \tag{A.2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_4^{-1} &= \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & k & k & k & 1 & 0 & 0 & 0 \\
k & 1 & k & k & 0 & 1 & 0 & 0 \\
k & k & 1 & k & 0 & 0 & 1 & 0 \\
k & k & k & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array} \right) \\
&\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & & k & & & & & \\
0 & 1-k^2 & & -k(k-1) & -k(k-1) & & & \\
0 & -k(k-1) & & 1-k^2 & -k(k-1) & & & \\
0 & -k(k-1) & & -k(k-1) & 1-k^2 & & & \\
\hline
& & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & -k & 1 & 0 & 0 \\
& & & & & -k & 0 & 1 & 0 \\
& & & & & -k & 0 & 0 & 1
\end{array} \right) \\
&\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & k & & k & & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & \frac{k}{k+1} & \frac{k}{k+1} & & \frac{k}{k^2-1} & \frac{-1}{k^2-1} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-2k^2+k+1}{k+1} & \frac{-k(k-1)}{k+1} & & \frac{-k}{k+1} & \frac{-k}{k+1} & 1 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-k(k-1)}{k+1} & \frac{-2k^2+k+1}{k+1} & & \frac{-k}{k+1} & \frac{-k}{k+1} & 0 & 1
\end{array} \right) \\
&\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & k & & k & & 1 & 0 & & 0 \\
0 & 1 & \frac{k}{k+1} & \frac{k}{k+1} & & \frac{k}{k^2-1} & \frac{-1}{k^2-1} & & 0 \\
0 & 0 & 1 & \frac{k}{k+1} & & \frac{-k}{-2k^2+k+1} & \frac{-k}{-2k^2+k+1} & \frac{k+1}{-2k^2+k+1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{-3k^2+2k+1}{2k+1} & & \frac{-k}{2k+1} & \frac{-k}{2k+1} & \frac{-k}{2k+1} & 1
\end{array} \right) \\
&\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & 0 & 0 & & \frac{2k+1}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \\
0 & 1 & 0 & 0 & & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \\
0 & 0 & 1 & 0 & & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \\
0 & 0 & 0 & 1 & & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} & \frac{-k}{-3k^2+2k+1} &
\end{array} \right) \\
\Rightarrow \mathbf{K}_4^{-1} &= \frac{1}{1+2k-3k^2} \cdot \begin{pmatrix} 2k+1 & -k & -k & -k \\ -k & 2k+1 & -k & -k \\ -k & -k & 2k+1 & -k \\ -k & -k & -k & 2k+1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})
\end{aligned}$$

$$\mathbf{K}_5^{-1} = \frac{1}{1+3k-4k^2} \cdot \begin{pmatrix} 3k+1 & -k & -k & -k & -k \\ -k & 3k+1 & -k & -k & -k \\ -k & -k & 3k+1 & -k & -k \\ -k & -k & -k & 3k+1 & -k \\ -k & -k & -k & -k & 3k+1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{K}_6^{-1} = \frac{1}{1+4k-5k^2} \cdot \begin{pmatrix} 4k+1 & -k & -k & -k & -k & -k \\ -k & 4k+1 & -k & -k & -k & -k \\ -k & -k & 4k+1 & -k & -k & -k \\ -k & -k & -k & 4k+1 & -k & -k \\ -k & -k & -k & -k & 4k+1 & -k \\ -k & -k & -k & -k & -k & 4k+1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

A.2 Zustandstabelle für Wicklungsorientierung

[+ - -]

Schaltzustand der Halbbrücken [123]	Bezeichnung für		
	Phase 1	Phase 2	Phase 3
000	00	00	00
001	$0\bar{1}$	01	10
010	$0\bar{1}$	10	01
011	$0\bar{2}$	11	11
100	10	$0\bar{1}$	$0\bar{1}$
101	$\bar{1}\bar{1}$	00	$\bar{1}\bar{1}$
110	$\bar{1}\bar{1}$	$\bar{1}\bar{1}$	00
111	$\bar{1}\bar{2}$	10	10

Tabelle A.1: Schaltzustände und deren Bezeichnung im Stromrippel-Notationsschema für Wicklungsorientierung [+ - -]

A.3 Herleitung Spitzenwertverschiebung δ_{i_x} beim CII

Um die Verschiebung δ_{i_x} für den CII herzuleiten, wird beispielhaft die Stromform für $d \leq 0,5$ (vergleiche Abb. 3.7) herangezogen. Zunächst wird diese soweit in positive Richtung verschoben, bis keine negativen Anteile mehr existieren. Daraufhin wird der Mittelwert nach folgender Vorschrift berechnet und von der Hälfte des

Rippelstroms abgezogen:

$$\begin{aligned}
 \bar{i}_{\text{verschoben}} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i(t) dt \\
 &= f_s \cdot \int_0^{d/f_s} \left(\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{10} \cdot t \right) dt \\
 &\quad + f_s \cdot \int_{d/f_s}^{0,5/f_s} \left(\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{00} \cdot t + \Delta i_x \Big|_{10} \right) dt \\
 &\quad + f_s \cdot \int_{0,5/f_s}^{(0,5+d)/f_s} \left(\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{0\bar{1}} \cdot t + \Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{00} \right) dt \\
 &\quad + f_s \cdot \int_{(0,5+d)/f_s}^{1/f_s} \left(\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{00} \cdot t + \Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{00} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} \right) dt \\
 &= \frac{d}{2} \cdot \left| \Delta i_x \Big|_{10} \right| + \frac{0,5-d}{2} \cdot \left(2 \Delta i_x \Big|_{10} + \Delta i_x \Big|_{00} \right) \\
 &\quad + \frac{d}{2} \cdot \left(2 \Delta i_x \Big|_{10} + 2 \Delta i_x \Big|_{00} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} \right) + \frac{0,5-d}{2} \cdot \left| \Delta i_x \Big|_{00} \right| \\
 &= \frac{d}{2} \cdot \underbrace{\left(\Delta i_x \Big|_{10} + 2 \Delta i_x \Big|_{00} + \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}} \right)}_0 + \frac{0,5}{2} \cdot \Delta i_x \Big|_{10} \\
 &= \frac{1}{2} \Delta i_x \Big|_{10} \tag{A.6}
 \end{aligned}$$

$$\delta_{i_x} = \frac{1}{2} \Delta i_x \Big|_{10} - \bar{i}_{\text{verschoben}} = 0 \tag{A.7}$$

A.4 Herleitung mittelwertbereinigter Effektivwert $I_{x,\sim}$ beim CII

Für die Herleitung des mittelwertbereinigten Effektivwertes wird exemplarisch der Fall $d \leq 0,5$ herangezogen. Der Strom $i_{x,\sim}(t)$ aus wird in vier Zeitabschnitte I-IV (zugehörig zu den vier Stromanstiegen) aufgeteilt. Für alle vier Abschnitte wird eine Geradengleichung aufgestellt und deren Quadrat gebildet. Daraufhin wird das Integral jedes Abschnitts berechnet und alle Ergebnisse aufsummiert. Dann kann diese Summe mit der Frequenz multipliziert und die Quadratwurzel des Ergebnisses

berechnet werden.

$$i_{x,\sim,I}(t) = \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} \cdot t - \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} \cdot \frac{d}{f_s} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{A.8})$$

$$(i_{x,\sim,I}(t))^2 = \frac{(U_h)^2 \cdot (d \cdot (1+k) - 1)^2}{4 \cdot (L_k)^2 \cdot (f_s)^2} \cdot (d - 2 \cdot f_s \cdot t)^2 \quad (\text{A.9})$$

$$\left[(i_{x,\sim,I}(t))^2 \right]_0^{d/f_s} = \frac{(U_h)^2 \cdot (d \cdot (1+k) - 1)^2}{(L_k)^2 \cdot (f_s)^3} \cdot d^3 \cdot \frac{1}{12} \quad (\text{A.10})$$

$$i_{x,\sim,II}(t) = \frac{di_x}{dt} \Big|_{00} \cdot t + \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} \cdot \frac{d}{f_s} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{A.11})$$

$$(i_{x,\sim,II}(t))^2 = \frac{(U_h)^2 \cdot d^2 \cdot (k+1)^2}{(L_k)^2} \cdot t^2 + \frac{(U_h)^2 \cdot d^2 \cdot (k+1) \cdot (d \cdot (k+1) - 1)}{(L_k)^2 \cdot (f_s)^2} \cdot t + \frac{(U_h)^2 \cdot d^2 \cdot (d \cdot (k+1) - 1)^2}{4 \cdot (L_k)^2 \cdot (f_s)^2} \quad (\text{A.12})$$

$$\left[(i_{x,\sim,II}(t))^2 \right]_0^{(0,5-d)/f_s} = \frac{(U_h)^2}{24 \cdot (L_k)^2 \cdot (f_s)^3} \cdot d^2 \cdot (1-2d) \cdot \left((d^2 - d + 1) \cdot (k+1)^2 - 3k \right) \quad (\text{A.13})$$

$$i_{x,\sim,III}(t) = \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{1}} \cdot t + \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} \cdot \frac{d}{f_s} \cdot \frac{1}{2} + \frac{di_x}{dt} \Big|_{00} \cdot \frac{0,5-d}{f_s} \quad (\text{A.14})$$

$$(i_{x,\sim,III}(t))^2 = \frac{(U_h)^2 \cdot (d - 2f_s \cdot t)^2 \cdot (d - k + dk)^2}{4 \cdot (L_k)^2 \cdot (f_s)^2} \quad (\text{A.15})$$

$$\left[(i_{x,\sim,III}(t))^2 \right]_0^{d/f_s} = \frac{(U_h)^2 \cdot (d \cdot (1+k) - k)^2}{(L_k)^2 \cdot (f_s)^3} \cdot d^3 \cdot \frac{1}{12} \quad (\text{A.16})$$

$$i_{x,\sim,IV}(t) = i_{x,\sim,II}(t) \quad (\text{A.17})$$

$$(i_{x,\sim,IV}(t))^2 = (i_{x,\sim,II}(t))^2 \quad (\text{A.18})$$

$$\left[(i_{x,\sim,IV}(t))^2 \right]_0^{(0,5-d)/f_s} = \left[(i_{x,\sim,II}(t))^2 \right]_0^{(0,5-d)/f_s} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned}
\left[(i_{x,\sim}(t))^2 \right]_0^{1/f_s} &= \left[(i_{x,\sim,I}(t))^2 \right]_0^{d/f_s} + \left[(i_{x,\sim,II}(t))^2 \right]_0^{(0,5-d)/f_s} \\
&\quad + \left[(i_{x,\sim,III}(t))^2 \right]_0^{d/f_s} + \left[(i_{x,\sim,IV}(t))^2 \right]_0^{(0,5-d)/f_s} \\
&= \frac{(U_h)^2}{(L_k)^2 \cdot (f_s)^2} \cdot \frac{1}{12} \cdot d^2 \\
&\quad \cdot (d^2 k^2 + 2d^2 k + d^2 - 2dk^2 - 2d + k^2 - k + 1) \quad (\text{A.20})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{x,\sim} &= \sqrt{f_s \cdot \left[(i_{x,\sim}(t))^2 \right]_0^{1/f_s}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot d \\
&\quad \cdot \sqrt{(d-1)^2 \cdot (k^2 + 1) + (2d^2 - 1) \cdot k} \quad (\text{A.21})
\end{aligned}$$

$$I_{x,\sim}(k=0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot d \cdot (d-1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \Delta i_x(k=0) \quad (\text{A.22})$$

A.5 Herleitung Tastgrad für maximalen Effektivwert d_{\max, I_x} beim CII

Um die Extremwerte des Effektivwertes $I_{x,\sim}$ zu berechnen, muss dieser nach d abgeleitet und die Ableitung gleich null gesetzt werden. Beispielhaft wird dies für den

Fall $d \leq 0,5$ dargestellt:

$$0 = \frac{\partial}{\partial d} I_{x, \sim}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 4d^3k^2 + 8d^3k + 4d^3 - 6d^2k^2 - 6d^2 + 2dk^2 - 2dk + 2d \quad (\text{A.23})$$

$$\Rightarrow \boxed{d_1 = 0} \quad (\text{A.24})$$

$$0 = d^2 - d \cdot \frac{3k^2 + 3}{2k^2 + 4k + 2} + \frac{k^2 - k + 1}{2k^2 + 4k + 2}$$

$$d_{2/3} = \frac{3k^2 + 3}{4k^2 + 8k + 4} \pm \sqrt{\frac{(3k^2 + 3)^2}{(4k^2 + 8k + 4)^2} - \frac{k^2 - k + 1}{2k^2 + 4k + 2}}$$

$$= \frac{3k^2 + 3}{4k^2 + 8k + 4} \pm \sqrt{\frac{k^4 - 8k^3 + 18k^2 - 8k + 1}{(4k^2 + 8k + 4)^2}}$$

$$= \frac{(3k^2 + 3) \pm (k^2 - 4k + 1)}{4k^2 + 8k + 4} \quad (\text{A.25})$$

$$\Rightarrow \boxed{d_2 = \frac{k^2 - k + 1}{k^2 + 2k + 1}} \quad (\text{A.26})$$

$$\Rightarrow \boxed{d_3 = 0,5} \quad (\text{A.27})$$

Nach dem Vergleich mit Abb. 3.11 liegen die Minimalwerte bei $d = 0$ und $d = 0,5$. Der Maximalwert wird durch Gleichung (A.26) berechnet. Hier muss beachtet werden, dass sich für kleine Werte für k Tastgrade $d > 0,5$ ergeben können, was zu einem Widerspruch mit dem Definitionsbereich führt. Um die Grenze für den Kopplungsfaktor zu berechnen, wird eine Ungleichung mit dem Definitionsbereich angesetzt mit:

$$d = \frac{k^2 - k + 1}{k^2 + 2k + 1} \leq 0,5$$

$$k^2 - 4k + 1 \leq 0$$

$$k_{1/2} = 2 \pm \sqrt{3} \quad (\text{A.28})$$

$$\Rightarrow \boxed{k_1 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,732} \quad \notin \quad (\text{A.29})$$

$$\Rightarrow \boxed{k_2 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,268} \quad (\text{A.30})$$

Es lässt sich festhalten, dass nur die zweite Lösung für k physikalisch sinnvoll zu verwenden ist. Für $k > 2 - \sqrt{3}$ gilt demnach Gleichung (A.26). Für $k \leq 2 - \sqrt{3}$ gilt $d_{\max, I_x} = 0,5$.

A.6 Herleitung Stromrippel Phasenkonfiguration CIVB

Um die Volumensparnis der Variante B des CIV mit Variante A vergleichen zu können, ist es notwendig, das Verhältnis zwischen maximalem Phasen-Stromrippel $\Delta i_{x,\max}$ und maximalem Summen-Stromrippel $\Delta i_{\ell,\max}$ zu bestimmen. Dieses Verhältnis beschreibt die Wirkung der gekoppelten Induktivität und die Möglichkeit einer Volumensparnis der Streuerkerne. Je kleiner dieses Verhältnis ist, desto mehr Volumen kann eingespart werden (zum Vergleich: Verhältnis beim CIVA beträgt bis zu 2,25). Abb. A.1 zeigt die Stromformen bis $d = 0,5$.

Der betragsmäßig größte Stromrippel im Bereich $d \leq 0,25$ ergibt sich mit den Gleichungen aus Abschnitt 3.2.2 zu

$$\Delta i_x \Big|_{10} = d \cdot \frac{1}{f_s} \cdot \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} = d \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \left[1 - d \cdot \left(1 + \frac{k}{2k+1} \right) \right] \quad (\text{A.31})$$

und der betragsmäßig größte Stromrippel im Bereich $0,25 < d \leq 0,5$ zu

$$\begin{aligned} 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}} + \Delta i_x \Big|_{10} &= 2 \cdot \frac{d-0,25}{f_s} \frac{di_x}{dt} \Big|_{1\bar{1}} + \frac{0,5-d}{f_s} \frac{di_x}{dt} \Big|_{10} \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \left(d - d^2 + \frac{k}{2k+1} \cdot (2d - d^2 - 0,5) \right). \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Die Ableitungen $\partial \Delta i_x / \partial d = 0$ und das Vergleichen der Werte bei $d = 0,25$ zeigen, dass der Tastgrad des maximalen Phasen-Stromrippels bei $d = 0,5$ liegt. Wird dieser in Gleichung (A.32) eingesetzt, ergibt sich der maximale Phasen-Stromrippel zu:

$$\Delta i_{x,\max} = \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3k+1}{2k+1} \quad (\text{A.33})$$

Der Summen-Stromrippel Δi_ℓ berechnet sich aus der Addition der vier Phasen-Stromrippel zu:

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{d \leq 0,25} &= \Delta i_x \Big|_{10}^{d \leq 0,25} + 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{0\bar{1}}^{d \leq 0,25} + \Delta i_x \Big|_{01}^{d \leq 0,25} \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{3k+1}{2k+1} \cdot (d - 4d^2) \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

$$\begin{aligned} \Delta i_\ell \Big|^{0,25 < d \leq 0,5} &= 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{1\bar{1}}^{0,25 < d \leq 0,5} + 2 \cdot \Delta i_x \Big|_{00}^{0,25 < d \leq 0,5} \\ &= \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \cdot \frac{3k+1}{2k+1} \cdot (3d - 4d^2 - 0,5) \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

und das Verhältnis $\Delta i_{x,\max}/\Delta i_{\ell,\max}$ zu

$$\frac{\Delta i_{x,\max}}{\Delta i_{\ell,\max}} = 4 \quad (\text{A.37})$$

Es zeigt sich, dass für die Variante CIVB keine Verbesserung des Phasenstromverhaltens gegenüber dem ungekoppelten SIV (ebenfalls Faktor 4) vorliegt. Demnach bietet der CIVB keine Volumensparnis bei den Streukernen und damit auch keine Volumensparnis für alle Kerne zusammen.

Anhang B

Formelübersicht

B.1 Elektrisches Modell

$$L_k = L \cdot \frac{1 + (N_{\text{ph}} - 2)k - (N_{\text{ph}} - 1)k^2}{(N_{\text{ph}} - 2)k + 1} \quad (\text{B.1})$$

$$u_{L_{k,x}} = u_{\text{ph},x} - u_{k,x} - d \cdot U_h \quad (\text{B.2})$$

$$u_{k,x} = \frac{k}{(N_{\text{ph}} - 2) \cdot k + 1} \cdot \left(\sum_s u_{\text{ph},s} - \sum_r u_{\text{ph},r} - d \cdot U_h \cdot \left(\sum_s 1 - \sum_r 1 \right) \right) \quad (\text{B.3})$$

B.1.1 Zweiphasig

Rippelströme

$$|\Delta i_{x,\text{max}}| = \frac{1}{4 \cdot (1 + k)} \cdot \frac{U_h}{L_k \cdot f_s} \quad (\text{B.4})$$

$$d_{\text{max},\Delta i_x} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{1}{2 \cdot (1 + k)} = \{0,25 \dots 0,5\} \quad (\text{B.5})$$

$$d_{\text{max},\Delta i_x} \Big|_{d > 0,5} = \frac{1 + 2k}{2 \cdot (1 + k)} = \{0,5 \dots 0,75\} \quad (\text{B.6})$$

$$\Delta i_{\ell,\text{max}} = \frac{1}{8} \frac{U_h (1 + k)}{L_k f_s} = \frac{1}{8} \frac{U_h}{L f_s (1 - k)} \quad (\text{B.7})$$

$$d_{\text{max},\Delta i_\ell} = \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \quad (\text{B.8})$$

Spitzenwerte

$$\hat{i}_{x,\max} = \frac{\bar{i}_\ell}{2} + \frac{1}{8} \frac{U_h}{(1+k) L_k f_s} \quad (\text{B.9})$$

$$\hat{i}_{\ell,\max} = \bar{i}_\ell + \frac{1}{16} \frac{U_h (1+k)}{L_k f_s} \quad (\text{B.10})$$

Effektivwerte

$$I_{x,\sim,\max} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{\sqrt{k(k^2-k+1)^3}}{(k+1)^3} & \text{für } k > (2-\sqrt{3}) \\ \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{1}{4} (1-k) & \text{für } k \leq (2-\sqrt{3}) \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

$$I_{\ell,\sim,\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{16} \frac{U_h (1+k)}{L_k f_s} \quad (\text{B.12})$$

$$d_{\max,I_x} \Big|_{d \leq 0,5} = \begin{cases} \frac{k^2-k+1}{k^2+2k+1} & \text{für } k > (2-\sqrt{3}) \approx 0,268 \\ 0,5 & \text{für } k \leq (2-\sqrt{3}) \approx 0,268 \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

$$d_{\max,I_x} \Big|_{d > 0,5} = \begin{cases} \frac{3k}{k^2+2k+1} & \text{für } k > (2-\sqrt{3}) \approx 0,268 \\ 0,5 & \text{für } k \leq (2-\sqrt{3}) \approx 0,268 \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

B.1.2 Vierphasig

Rippelströme

$$\Delta i_{x,\max} = \frac{1}{4} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{2k+1}{3k+1} \quad (\text{B.15})$$

$$d_{\max,\Delta i_x} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{2k+1}{6k+2} = \{0,375 \dots 0,5\} \quad (\text{B.16})$$

$$d_{\max,\Delta i_x} \Big|_{d > 0,5} = \frac{4k+1}{6k+2} = \{0,5 \dots 0,625\} \quad (\text{B.17})$$

$$\Delta i_{\ell,\max} = \frac{1}{16} \frac{U_h}{L_k f_s} \frac{3k+1}{2k+1} = \frac{1}{16} \frac{U_h}{L f_s (1-k)} \quad (\text{B.18})$$

$$d_{\max,\Delta i_\ell} = \frac{1}{8}; \frac{3}{8}; \frac{5}{8}; \frac{7}{8} \quad (\text{B.19})$$

Spitzenwerte

$$\widehat{i}_{x,\max} = \frac{\bar{i}_\ell}{4} + \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{7k^2 + 4k + 1}{8 \cdot (6k^2 + 5k + 1)} \quad (\text{B.20})$$

$$d_{\max,\widehat{i}_x} \Big|_{d \leq 0,5} = \frac{k+1}{6k+2} = \{0,25 \dots 0,5\} \quad (\text{B.21})$$

$$d_{\max,\widehat{i}_x} \Big|_{d > 0,5} = \frac{5k+1}{6k+2} = \{0,5 \dots 0,75\} \quad (\text{B.22})$$

$$\widehat{i}_{\ell,\max} = \frac{\bar{i}_\ell}{4} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} = \frac{\bar{i}_\ell}{4} + \frac{1}{32} \cdot \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{3k+1}{2k+1} \quad (\text{B.23})$$

Effektivwerte

$$I_{x,\sim,\max} = \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5k^2 + 2k + 1}}{2k + 1} \quad (\text{B.24})$$

$$I_{\ell,\sim,\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} = \frac{U_h}{L_k f_s} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3k+1}{2k+1} \quad (\text{B.25})$$

B.1.3 Spannungsverläufe

$$\Delta u_{h,\max} = \frac{1}{(N_{\text{ph}})^2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\bar{i}_\ell}{C_h \cdot f_s} \quad (\text{B.26})$$

$$\Delta u_\ell = \frac{\Delta i_\ell}{8 \cdot C_\ell \cdot N_{\text{ph}} \cdot f_s} \quad (\text{Maximum berechnet sich aus } \Delta i_{\ell,\max}) \quad (\text{B.27})$$

B.2 Magnetisches Modell**Geometrische Parameter**

$$l_{\text{Fe},\sigma} = 2\pi \cdot \frac{r_{a,\sigma} - r_{i,\sigma}}{\ln\left(\frac{r_{a,\sigma}}{r_{i,\sigma}}\right)} = 2\pi \cdot \frac{d_\sigma}{\ln\left(\frac{r_{a,\sigma}}{r_{i,\sigma}}\right)} \quad (\text{B.28})$$

$$l_{\text{Fe},k,\text{CH}} = 2\pi \cdot \frac{r_{a,k} - r_{i,k}}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 2l_x = 2\pi \cdot \frac{d_k}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 2l_x \quad (\text{B.29})$$

$$l_{\text{Fe},k,\text{CIV}} = 2\pi \cdot \frac{r_{a,k} - r_{i,k}}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 4l_x = 2\pi \cdot \frac{d_k}{\ln\left(\frac{r_{a,k}}{r_{i,k}}\right)} + 4l_x \quad (\text{B.30})$$

$$A_{\text{Fe},\sigma} = \frac{m_{\text{Fe},\sigma}}{\rho_{\text{Fe},\sigma} \cdot l_{\sigma}} = \frac{m_{\text{Fe},\sigma}}{\rho_{\text{Fe},\sigma} \cdot \pi \cdot (r_{\text{a},\sigma} + r_{\text{i},\sigma})} \quad (\text{B.31})$$

$$A_{\text{Fe},\text{k,CII}} = \frac{m_{\text{Fe},\text{k}}}{\rho_{\text{Fe},\text{k}} \cdot l_{\text{k}}} = \frac{m_{\text{Fe},\text{k}}}{\rho_{\text{Fe},\text{k}} \cdot [\pi \cdot (r_{\text{a},\text{k}} + r_{\text{i},\text{k}}) + 2l_{\text{x}}]} \quad (\text{B.32})$$

$$A_{\text{Fe},\text{k,CIV}} = \frac{m_{\text{Fe},\text{k}}}{\rho_{\text{Fe},\text{k}} \cdot l_{\text{k}}} = \frac{m_{\text{Fe},\text{k}}}{\rho_{\text{Fe},\text{k}} \cdot [\pi \cdot (r_{\text{a},\text{k}} + r_{\text{i},\text{k}}) + 4l_{\text{x}}]} \quad (\text{B.33})$$

$$\eta_{\text{Fe},\sigma} = \frac{A_{\text{Fe},\sigma}}{A_{\sigma}} = \frac{m_{\text{Fe},\sigma}}{\rho_{\text{Fe},\sigma} \cdot \pi \cdot (r_{\text{a},\sigma} + r_{\text{i},\sigma}) \cdot h_{\sigma} \cdot d_{\sigma}} \quad (\text{B.34})$$

$$\eta_{\text{Fe},\text{k,CII}} = \frac{A_{\text{Fe},\text{k}}}{A_{\text{k}}} = \frac{m_{\text{Fe},\text{k}}}{\rho_{\text{Fe},\text{k}} \cdot [\pi \cdot (r_{\text{a},\text{k}} + r_{\text{i},\text{k}}) + 2l_{\text{x}}] \cdot h_{\text{k}} \cdot d_{\text{k}}} \quad (\text{B.35})$$

$$\eta_{\text{Fe},\text{k,CIV}} = \frac{A_{\text{Fe},\text{k}}}{A_{\text{k}}} = \frac{m_{\text{Fe},\text{k}}}{\rho_{\text{Fe},\text{k}} \cdot [\pi \cdot (r_{\text{a},\text{k}} + r_{\text{i},\text{k}}) + 4l_{\text{x}}] \cdot h_{\text{k}} \cdot d_{\text{k}}} \quad (\text{B.36})$$

Reluktanzen

$$R_{\text{m},\sigma} = \frac{\rho_{\text{Fe},\sigma}}{\mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\sigma} \cdot m_{\text{Fe},\sigma}} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot [(r_{\text{a},\sigma})^2 - (r_{\text{i},\sigma})^2]}{\ln\left(\frac{r_{\text{a},\sigma}}{r_{\text{i},\sigma}}\right)} \quad (\text{B.37})$$

$$R_{\text{m},\text{k,CII}} = \frac{\rho_{\text{Fe},\text{k}}}{\mu_0 \cdot \mu_{\text{k}} \cdot m_{\text{Fe},\text{k}}} \cdot \left(\frac{2\pi \cdot d_{\text{k}}}{\ln\left(\frac{r_{\text{a},\text{k}}}{r_{\text{i},\text{k}}}\right) + 2l_{\text{x}}} \right) \cdot [\pi \cdot (r_{\text{a},\text{k}} + r_{\text{i},\text{k}}) + 2l_{\text{x}}] \quad (\text{B.38})$$

$$R_{\text{m},\text{k,CIV}} = \frac{\rho_{\text{Fe},\text{k}}}{\mu_0 \cdot \mu_{\text{k}} \cdot m_{\text{Fe},\text{k}}} \cdot \left(\frac{2\pi \cdot d_{\text{k}}}{\ln\left(\frac{r_{\text{a},\text{k}}}{r_{\text{i},\text{k}}}\right) + 4l_{\text{x}}} \right) \cdot [\pi \cdot (r_{\text{a},\text{k}} + r_{\text{i},\text{k}}) + 4l_{\text{x}}] \quad (\text{B.39})$$

Flüsse

$$\hat{\Phi}_{\sigma,\text{max,CII}} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{(1+k)^2} \right) \quad (\text{B.40})$$

$$\hat{i}_{\text{k,max,CII}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_{\text{h}}}{L_{\text{k}} \cdot f_{\text{s}}} \cdot (1-k) \quad \text{mit } d = 0,5 \quad (\text{B.41})$$

$$\hat{\Phi}_{\text{k,max,CII}} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\text{k}}} \cdot \left(2 \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot \frac{1-k}{1+k} \right) \quad (\text{B.42})$$

$$\hat{\Phi}_{\sigma,\text{max,CIV}} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma}} \cdot \left[\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + 2 \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \left(\frac{2k+1}{3k+1} \right)^2 \right] \quad (\text{B.43})$$

$$\hat{i}_{\text{k,max,CIV}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_{\text{h}}}{L_{\text{k}} \cdot f_{\text{s}}} \cdot \frac{1-k}{2k+1} \quad \text{mit } d = 0,25 \dots 0,75 \quad (\text{B.44})$$

$$\hat{\Phi}_{\text{k,max,CIV}} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\text{k}}} \cdot \left(4 \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot \frac{1-k}{3k+1} \right) \quad (\text{B.45})$$

Kopplungsfaktor

$$k = \frac{\Phi_k}{\Phi_k + \Phi_\sigma} = \frac{R_{m,\sigma}}{R_{m,\sigma} + R_{m,k}} = \frac{1}{1 + \frac{l_{Fe,k} \cdot A_{Fe,\sigma} \cdot \mu_{r,\sigma}}{l_{Fe,\sigma} \cdot A_{Fe,k} \cdot \mu_{r,k}}} = \frac{\Gamma_A \cdot \Gamma_\mu}{\Gamma_A \cdot \Gamma_\mu + \Gamma_l} \quad (\text{B.46})$$

$$k_{\text{CII}} = \sqrt{1 - \sigma} \quad (\text{B.47})$$

$$k_{\text{CIV}} = \frac{1 - \sigma}{3} + \frac{\sqrt{(1 - \sigma) \cdot (4 - \sigma)}}{3} \quad (\text{B.48})$$

Induktivitäten

$$L = (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{m,k}} + \frac{1}{R_{m,\sigma}} \right) = \frac{(N_{\text{Cu}})^2}{R_{m,\sigma} \cdot (1 - k)} = \frac{(N_{\text{Cu}})^2}{R_{m,k} \cdot k} \quad (\text{B.49})$$

$$M = L_{R_{m,k}} = L \cdot k = \frac{(N_{\text{Cu}})^2}{R_{m,k}} \quad (\text{B.50})$$

$$L_k = L_s = L \cdot \sigma = L \cdot \frac{1 + (N_{\text{ph}} - 2) \cdot k - (N_{\text{ph}} - 1) \cdot k^2}{(N_{\text{ph}} - 2) \cdot k + 1}$$

$$= (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \frac{N_{\text{ph}} \cdot R_{m,\sigma} + R_{m,k}}{(N_{\text{ph}} - 1)(R_{m,\sigma})^2 + R_{m,\sigma} \cdot R_{m,k}} \quad (\text{ohne math. Beweis}) \quad (\text{B.51})$$

$$L_{\text{DM}} = L_{R_{m,\sigma}} = L - M = L \cdot (1 - k) = \frac{(N_{\text{Cu}})^2}{R_{m,\sigma}} \quad (\text{B.52})$$

$$L_{\text{CM,CII}} = \frac{L + M}{2} = L \cdot \frac{1 + k}{2} = (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \frac{2 \cdot R_{m,\sigma} + R_{m,k}}{2 \cdot R_{m,\sigma} \cdot R_{m,k}} \quad (\text{B.53})$$

$$L_{\text{CM,CIV}} = \frac{L + 3M}{4} = L \cdot \frac{1 + 3k}{4} = (N_{\text{Cu}})^2 \cdot \frac{4 \cdot R_{m,\sigma} + R_{m,k}}{4 \cdot R_{m,\sigma} \cdot R_{m,k}} \quad (\text{B.54})$$

Flussdichten

$$\hat{B}_{\sigma,\text{max,CII}} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{m,\sigma} \cdot A_{Fe,\sigma}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_\ell}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{(1 + k)^2} \right)$$

$$= \sqrt{\frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,\sigma}}{8 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot l_{Fe,\sigma} \cdot A_{Fe,\sigma}}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_\ell}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\text{max}}}{(1 + k)^2} \right) \quad (\text{B.55})$$

$$\hat{B}_{k,\text{max,CII}} = \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{m,k} \cdot A_{Fe,k}} \cdot \frac{1 - k}{1 + k} \cdot 2 \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}}$$

$$= \sqrt{\frac{U_h \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r,k}}{8 \cdot f_s \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \cdot l_{Fe,k} \cdot A_{Fe,k}}} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot (1 - k)}{(1 + k)^2}} \cdot 2 \cdot \Delta i_{\ell,\text{max}} \quad (\text{B.56})$$

$$\begin{aligned}\widehat{B}_{\sigma,\max,\text{CIV}} &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma}} \cdot \left[\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \cdot \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} \right] \\ &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \mu_0 \mu_{\text{r},\sigma}}{16 f_{\text{s}} \Delta i_{\ell,\max} l_{\text{Fe},\sigma} A_{\text{Fe},\sigma}}} \cdot \left[\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} \right]\end{aligned}\quad (\text{B.57})$$

$$\begin{aligned}\widehat{B}_{\text{k},\max,\text{CIV}} &= \frac{N_{\text{Cu}}}{R_{\text{m},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}}} \cdot \left(4 \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot \frac{1-k}{3k+1} \right) \\ &= \sqrt{\frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\text{k}}}{16 \cdot f_{\text{s}} \cdot \Delta i_{\ell,\max} \cdot l_{\text{Fe},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}}}} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot (1-k)}{(3k+1)^2}} \cdot 4 \cdot \Delta i_{\ell,\max}\end{aligned}\quad (\text{B.58})$$

Volumen

$$V_{\text{Fe},\sigma,\text{CII}} = l_{\text{Fe},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma} = \frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\sigma}}{8 \cdot f_{\text{s}} \cdot (\widehat{B}_{\sigma,\max})^2 \cdot \Delta i_{\ell,\max}} \cdot \left(\frac{\bar{i}_{\ell}}{2} + \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{(1+k)^2} \right)^2 \quad (\text{B.59})$$

$$V_{\text{Fe},\text{k},\text{CII}} = l_{\text{Fe},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}} = \frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\text{k}}}{2 \cdot f_{\text{s}} \cdot (\widehat{B}_{\text{k},\max})^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(1+k)^2} \cdot \Delta i_{\ell,\max} \quad (\text{B.60})$$

$$\Gamma_{V,\text{CII}} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_I}{(1+k)^2} \right)^2 + \frac{2 \cdot \Gamma_I}{\Gamma_A \cdot (\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k^2}{(1+k)^2} \cdot (\Gamma_I)^2}{\left(\frac{1}{2} + \Gamma_I \right)^2} \quad (\text{B.61})$$

$$\begin{aligned}V_{\text{Fe},\sigma,\text{CIV}} = l_{\text{Fe},\sigma} \cdot A_{\text{Fe},\sigma} &= \frac{U_{\text{h}} \mu_0 \mu_{\text{r},\sigma}}{16 f_{\text{s}} \Delta i_{\ell,\max} (\widehat{B}_{\sigma,\max})^2} \\ &\cdot \left[\frac{\bar{i}_{\ell}}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \frac{\Delta i_{\ell,\max}}{2} \right]^2\end{aligned}\quad (\text{B.62})$$

$$V_{\text{Fe},\text{k},\text{CIV}} = l_{\text{Fe},\text{k}} \cdot A_{\text{Fe},\text{k}} = \frac{U_{\text{h}} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r},\text{k}}}{f_{\text{s}} \cdot (\widehat{B}_{\text{k},\max})^2} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{(3k+1)^2} \cdot \Delta i_{\ell,\max} \quad (\text{B.63})$$

$$\Gamma_{V,\text{CIV}} = \frac{\left(\frac{1}{4} + \left(\frac{4k+2}{3k+1} \right)^2 \cdot \frac{\Gamma_I}{2} \right)^2 + \frac{4 \cdot \Gamma_I}{\Gamma_A \cdot (\Gamma_B)^2} \cdot \frac{k^2}{(3k+1)^2} \cdot (\Gamma_I)^2}{\left(\frac{1}{4} + 2 \cdot \Gamma_I \right)^2} \quad (\text{B.64})$$

Literaturverzeichnis

- [1] C. Morris und M. Pehnt, *Energy Transition, The German Energiewende*, Heinrich Böll Stiftung, 2014.
- [2] H. Riebeek. „Global Warming.“ NASA earth observatory, Hrsg., NASA. (2010), Adresse: <https://earthobservatory.nasa.gov/features/GlobalWarming> (besucht am 21.01.2021).
- [3] World Health Organization. „Ambient (outdoor) air pollution.“ (2018), Adresse: [https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/ambient-\(outdoor\)-air-quality-and-health](https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/ambient-(outdoor)-air-quality-and-health) (besucht am 21.01.2021).
- [4] —, *Health, environment and climate change, Road map for an enhanced global response to the adverse health effects of air pollution*, 2018. Adresse: https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/276321/A71_10Add1-en.pdf?sequence=1&isAllowed=y (besucht am 21.01.2021).
- [5] Deutsche Energie-Agentur GmbH, *dena-Netzstudie II. Integration erneuerbarer Energien in die deutsche Stromversorgung im Zeitraum 2015-2020 mit Ausblick 2025*, Deutsche Energie-Agentur GmbH, Hrsg., Deutsche Energie-Agentur GmbH, 2010.
- [6] J. D. van Wyk und F. C. Lee, „On a Future for Power Electronics,“ *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, Jg. 1, Nr. 2, S. 59–72, 2013, issn: 2168-6777. DOI: 10.1109/JESTPE.2013.2271499.
- [7] J. Zhang, „Power electronics in future electrical power grids,“ in *2013 4th IEEE International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*, (Rogers, AR, USA), IEEE, 2013, S. 1–3, ISBN: 978-1-4799-0692-5. DOI: 10.1109/PEDG.2013.6785586.
- [8] P. K. Steimer, „Power Electronics, a Key Technology for Energy Efficiency and Renewables,“ in *2008 IEEE Energy 2030 Conference*, (Atlanta, GA, USA), IEEE, 2008, S. 1–5, ISBN: 978-1-4244-2850-2. DOI: 10.1109/ENERGY.2008.4781022.

- [9] M. Stieneker und R. W. de Doncker, „Medium-voltage DC distribution grids in urban areas,“ in *2016 IEEE 7th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*, (Vancouver, BC, Canada), IEEE, 2016, S. 1–7, ISBN: 978-1-4673-8617-3. DOI: 10.1109/PEDG.2016.7527045.
- [10] U. Vercellotti, „HVDC links at increased voltage, CESI experience on extruded cable systems up to 525kV,“ in *2019 AEIT HVDC International Conference (AEIT HVDC)*, (Florence, Italy), IEEE, 2019, S. 1–5, ISBN: 978-1-7281-2071-3. DOI: 10.1109/AEIT-HVDC.2019.8740439.
- [11] O. Vestergaard und P. Lundberg, „Maritime Link The First Bipolar VSC HVDC with Overhead Line,“ in *2019 AEIT HVDC International Conference (AEIT HVDC)*, (Florence, Italy), IEEE, 2019, S. 1–4, ISBN: 978-1-7281-2071-3. DOI: 10.1109/AEIT-HVDC.2019.8740513.
- [12] H.-P. Schoner und P. Hille, „Automotive power electronics. New challenges for power electronics,“ in *2000 IEEE 31st Annual Power Electronics Specialists Conference. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37018)*, (Galway, Ireland), IEEE, 2000, S. 6–11, ISBN: 0-7803-5692-6. DOI: 10.1109/PESC.2000.878789.
- [13] W. Wondrak, A. Dehbi und A. Willikens, „Modular concept for power electronics in electric cars,“ in *2010 6th International Conference on Integrated Power Electronics Systems*, 2010, S. 1–4.
- [14] A. Kanouda, H. Shoji, T. Shimada und T. Okubo, „Expectations of next-generation power devices for home and consumer appliances,“ in *2014 International Power Electronics Conference (IPEC-Hiroshima 2014 - ECCE ASIA)*, (Hiroshima, Japan), IEEE, 2014, S. 2058–2063, ISBN: 978-1-4799-2705-0. DOI: 10.1109/IPEC.2014.6869870.
- [15] I.-H. Oh, „A Single-Stage Power Converter for a Large Screen LCD Backlighting,“ in *Twenty-First Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2006. APEC '06*, (USA), IEEE, 2006, S. 1058–1063, ISBN: 0-7803-9547-6. DOI: 10.1109/APEC.2006.1620669.
- [16] P. Charoenwiangnuea, I. Boonyaroonate und S. Po-ngam, „The simple temperature control for the low cost, high efficiency and high power factor induction cooking,“ in *2012 9th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*, (Phetchaburi, Thailand), IEEE, 2012, S. 1–4, ISBN: 978-1-4673-2025-2. DOI: 10.1109/ECTICon.2012.6254326.

- [17] P. van Duijsen, J. Woudstra und D. Zuidervliet, „Requirements on Power Electronics for converting Kitchen Appliances from AC to DC,“ in *2019 International Conference on the Domestic Use of Energy (DUE)*, 2019, S. 190–197.
- [18] S. Hui und W. Ho, „A New Generation of Universal Contactless Battery Charging Platform for Portable Consumer Electronic Equipment,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 20, Nr. 3, S. 620–627, 2005, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2005.846550.
- [19] S.-G. Lim, K. Lee und Y.-J. Kim, „Mobile AMOLED Display Power Model Considering I-R Drop in Smartphones,“ *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Jg. 68, Nr. 3, S. 2694–2702, 2021, ISSN: 0278-0046. DOI: 10.1109/TIE.2020.2973887.
- [20] I. Trintis, P. Douglass, R. Maheshwari und S. Munk-Nielsen, „SiC heat pump converters with support for voltage unbalance in distribution grids,“ in *2015 17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe)*, (Geneva), IEEE, 2015, S. 1–7, ISBN: 978-9-0758-1522-1. DOI: 10.1109/EPE.2015.7311670.
- [21] Y. Tsuruta und A. Kawamura, „Control Methodology for Realization of 100kW HEECS Chopper with 99.5% Efficiency,“ in *2018 International Power Electronics Conference (IPEC-Niigata 2018 -ECCE Asia)*, (Niigata), IEEE, 2018, S. 318–323, ISBN: 978-4-88686-405-5. DOI: 10.23919/IPEC.2018.8507549.
- [22] —, „Principle verification prototype chopper using SiC MOSFET module developed for partial boost circuit system,“ in *2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, (Montreal, QC, Canada), IEEE, 2015, S. 1421–1426, ISBN: 978-1-4673-7151-3. DOI: 10.1109/ECCE.2015.7309859.
- [23] R. Burkart und J. W. Kolar, „Component cost models for multi-objective optimizations of switched-mode power converters,“ in *2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, (Denver, CO, USA), IEEE, 92013, S. 2139–2146, ISBN: 978-1-4799-0336-8. DOI: 10.1109/ECCE.2013.6646971.
- [24] J. W. Kolar, J. Biela, S. Waffler, T. Friedli und U. Badstuebner, „Performance trends and limitations of power electronic systems,“ in *2010 6th International Conference on Integrated Power Electronics Systems*, 2010, S. 1–20.
- [25] W. Inam, T. Rak-amnonykit, D. J. Perreault und K. K. Afridi, „Analysis and design methodology for system cost reduction in distributed power systems,“ in *2016 IEEE 17th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*, (Trondheim, Norway), IEEE, 62016, S. 1–8, ISBN: 978-1-5090-1815-4. DOI: 10.1109/COMPEL.2016.7556683.

- [26] *Position Paper on Energy Efficiency – the Role of Power Electronics*, ECPE European Center for Power Electronics, 2007. Adresse: <https://www.ecpe.org/index.php?eID=dumpFile&t=f&f=3947&token=b101a99377736374bc119ef8da68fd67d99dc545> (besucht am 25.01.2021).
- [27] J. W. Kolar, U. Drofenik, J. Biela, M. L. Heldwein, H. Ertl, T. Friedli und S. D. Round, „PWM Converter Power Density Barriers,“ in *2007 Power Conversion Conference - Nagoya*, (Nagoya, Japan), IEEE, 42007, P-9-P-29, ISBN: 1-4244-0843-1. DOI: 10.1109/PCCON.2007.372914.
- [28] A. van den Bossche und V. C. Valchev, *Inductors and transformers for power electronics*, eng. Boca Raton, Fla.: Taylor & Francis, 2005, 447 S., ISBN: 1-57444-679-7. Adresse: <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0648/2004061860-d.html>.
- [29] D. Schröder, *Leistungselektronische Schaltungen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012, ISBN: 978-3-642-30103-2. DOI: 10.1007/978-3-642-30104-9.
- [30] W. Chen, F. C. Lee, X. Zhou und P. Xu, „Integrated planar inductor scheme for multi-module interleaved quasi-square-wave (QSW) DC/DC converter,“ in *30th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Record. (Cat. No.99CH36321)*, (Charleston, SC, USA), IEEE, 1999, S. 759–762, ISBN: 0-7803-5421-4. DOI: 10.1109/PESC.1999.785595.
- [31] C. Dick, „Spulenanordnung für Spannungsregler,“ DE102015107294A1, 2016. Adresse: <https://depatisnet.dpma.de/DepatisNet/depatisnet?window=1&space=main&content=treffer&action=textpdf&docid=DE102015107294A1> (besucht am 08.02.2021).
- [32] P. Zacharias, *Magnetische Bauelemente, Grundlagen und Anwendungen*. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2020, 752 S., ISBN: 978-3-658-24741-6.
- [33] X. Yang, S. Zong und G. Fan, „Analysis and validation of the output current ripple in interleaved buck converter,“ in *IECON 2017 - 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, (Beijing), IEEE, 2017, S. 846–851, ISBN: 978-1-5386-1127-2. DOI: 10.1109/IECON.2017.8216146.
- [34] *DIN 1324-1:2017-05, Elektromagnetisches Feld - Teil 1: Zustandsgrößen*, Berlin: Beuth Verlag GmbH. DOI: 10.31030/2634935.
- [35] J. C. Maxwell, „VIII. A dynamical theory of the electromagnetic field,“ *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Jg. 155, S. 459–512, 1865, ISSN: 0261-0523. DOI: 10.1098/rstl.1865.0008.
- [36] G. B. Crouse, „Filtering electric currents,“ US000001924486A, 1933. Adresse: <https://depatisnet.dpma.de/DepatisNet/depatisnet?action=pdf&docid=US000001924486A&xxxfull=1> (besucht am 29.01.2021).

- [37] J. W. Kolar, H. Sree, N. Mohan und F. C. Zach, „Novel aspects of an application of ‘zero’-ripple techniques to basic converter topologies,“ in *PESC97. Record 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Formerly Power Conditioning Specialists Conference 1970-71. Power Processing and Electronic Specialists Conference 1972*, (St. Louis, MO, USA), IEEE, 1997, S. 796–803, ISBN: 0-7803-3840-5. DOI: 10.1109/PESC.1997.616810.
- [38] R. S. Balog und P. T. Krein, „Coupled-Inductor Filter: A Basic Filter Building Block,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 28, Nr. 1, S. 537–546, 2013, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2012.2186828.
- [39] S. Cuk, „A new zero-ripple switching dc-to-dc converter and integrated magnetics,“ in *1980 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, (Atlanta, Georgia, USA), IEEE, 61980, S. 12–32. DOI: 10.1109/PESC.1980.7089430.
- [40] R. Severns und J. Armijos, Hrsg., *MOSPOWER Applications Handbook*, eng, Severns, R. (Hrsg.) Armijos, J. (Hrsg.), Santa Clara, Calif.: Siliconix, 1984, 500 S., ISBN: 0-930519-00-0.
- [41] G. E. Bloom und A. Eris, „Practical design considerations of a multi-output CUK converter,“ in *1979 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, (San Diego, CA, USA), IEEE, 61979, S. 133–146. DOI: 10.1109/PESC.1979.7081018.
- [42] J. R. Cielo und H. S. Hoffmann, „Combined transformer and indicator device,“ US000003553620A, 1971. Adresse: <https://depatisnet.dpma.de/DepatisNet/depatisnet?window=1&space=main&content=einsteiger&action=treffer&firstdoc=1#errormsg> (besucht am 02.02.2021).
- [43] R. M. Martinelli, „Transformer-coupled two-inductor buck converter,“ US00-0004-6740-19A, 1987. Adresse: <https://depatisnet.dpma.de/DepatisNet/depatisnet?window=1&space=main&content=treffer&action=txtpdf&docid=US000004674019A> (besucht am 02.02.2021).
- [44] C. L. Sturgeon, „Integrated magnetic power converter,“ US000004858093A, 1989. Adresse: <https://depatisnet.dpma.de/DepatisNet/depatisnet?action=pdf&docid=US000004858093A&xxxfull=1> (besucht am 02.02.2021).
- [45] E. Bloom, „New integrated-magnetic DC-DC power converter circuits & systems,“ in *1987 IEEE Applied Power Electronics conference and Exposition*, (San Diego, CA USA), IEEE, 31987, S. 57–66. DOI: 10.1109/APEC.1987.7067133.
- [46] H. Njiende und S. Tikhonov, „Integriertes magnetisches Bauteil und Schaltstromwandler,“ EP000003349224A1, 2018. Adresse: <https://depatisnet.dpma.de/DepatisNet/depatisnet?action=pdf&docid=EP000003349224A1&xxxfull=1> (besucht am 02.02.2021).

- [47] O. Erinc, H. T. Njiende und D. Ruff, „Integriertes magnetisches Bauteil und Leistungswandler,“ EP000003401935A1, 2018. Adresse: <https://depatisnet.dpma.de/DepatisNet/depatisnet?action=pdf&docid=EP000003401935A1&xxxfull=1> (besucht am 02.02.2021).
- [48] P.-L. Wong, Q. Wu, P. Xu, B. Yang und F. C. Lee, „Investigating coupling inductors in the interleaving QSW VRM,“ in *APEC 2000. Fifteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No.00CH37058)*, (New Orleans, LA, USA), IEEE, 2000, S. 973–978, ISBN: 0-7803-5864-3. DOI: 10.1109/APEC.2000.822807.
- [49] P.-L. Wong, „Performance Improvements of Multi-Channel Interleaving Voltage Regulator Modules with Integrated Coupling Inductors,“ Center for Power Electronics Systems (CPES), Dissertationsschrift, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, USA, 2001-03-28, 224 S. Adresse: https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/27148/ETS_pwong.pdf?sequence=1&isAllowed=y (besucht am 03.02.2021).
- [50] Yan Dong, F. C. Lee und Ming Xu, „Evaluation of coupled inductor Voltage Regulators,“ in *2008 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC 2008*, (Austin, TX, USA), 2008, S. 831–837. DOI: 10.1109/APEC.2008.4522817.
- [51] Pit-Leong Wong, Peng Xu, P. Yang und F. C. Lee, „Performance improvements of interleaving VRMs with coupling inductors,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 16, Nr. 4, S. 499–507, 2001, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/63.931059.
- [52] Y. Yugang, Y. Dong und F. C. Lee, „A new coupled inductors design in 2-phase interleaving VRM,“ in *2009 IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference*, (Wuhan), 2009, S. 344–350. DOI: 10.1109/IPEMC.2009.5157410.
- [53] G. Zhu, B. A. McDonald und K. Wang, „Modeling and Analysis of Coupled Inductors in Power Converters,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 26, Nr. 5, S. 1355–1363, 2011, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2010.2079953.
- [54] H. Kosai, S. McNeal, A. Page, B. Jordan, J. Scofield und B. Ray, *Characterizing the Effects of Inductor Coupling on the Performance of an Interleaved Boost Converter*, CARTS USA 2009, Hrsg., Jacksonville FL, 2009. Adresse: https://www.researchgate.net/publication/267965006_Characterizing_the_Effects_of_Inductor_Coupling_on_the_Performance_of_an_Interleaved_Boost_Converter (besucht am 22.01.2021).

- [55] J. Imaoka, K. Okamoto, M. Shoyama, M. Noah, S. Kimura und M. Yamamoto, „A high-reliable magnetic design method for three-phase coupled inductor used in interleaved multi-phase boost converters,“ in *2017 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, (Cincinnati, OH), 2017, S. 873–880. DOI: 10.1109/ECCE.2017.8095877.
- [56] P. Zumel, O. Garcia, J. A. Cobos und J. Uceda, „Magnetic integration for interleaved converters,“ in *Eighteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC '03*, (Miami Beach, FL, USA), IEEE, 2003, S. 1143–1149, ISBN: 0-7803-7768-0. DOI: 10.1109/APEC.2003.1179360.
- [57] S. Chandrasekaran und L. U. Gokdere, „Integrated magnetics for interleaved DC-DC boost converter for fuel cell powered vehicles,“ in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, (Aachen, Germany), IEEE, 2004, S. 356–361, ISBN: 0-7803-8399-0. DOI: 10.1109/PESC.2004.1355770.
- [58] S. Lu, M. Mu, Y. Jiao, F. C. Lee und Z. Zhao, „Coupled Inductors in Interleaved Multiphase Three-Level DC-DC Converter for High-Power Applications,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 31, Nr. 1, S. 120–134, 2016, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2015.2398572.
- [59] X. Huang, F. C. Lee, Q. Li und W. Du, „High-Frequency High-Efficiency GaN-Based Interleaved CRM Bidirectional Buck/Boost Converter with Inverse Coupled Inductor,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 31, Nr. 6, S. 4343–4352, 2016, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2015.2476482.
- [60] J. Imaoka, Y. Ishikura, T. Kawashima und M. Yamamoto, „Optimal design method for interleaved single-phase PFC converter with coupled inductor,“ in *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, (Phoenix, AZ, USA), 2011, S. 1807–1812. DOI: 10.1109/ECCE.2011.6064004.
- [61] S. Kimura, K. Nanamori und M. Yamamoto, „Modeling and design of interleaved multi-phase DC-DC converter with 2-phase coupled inductor cell for high power density,“ in *2017 IEEE 6th International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)*, (San Diego, CA), 2017, S. 416–422. DOI: 10.1109/ICRERA.2017.8191096.
- [62] Wei Wen und Yim-Shu Lee, „A two-channel interleaved boost converter with reduced core loss and copper loss,“ in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference*, (Aachen, Germany), 2004, S. 1003–1009. DOI: 10.1109/PESC.2004.1355558.

- [63] K. J. Hartnett, J. G. Hayes, M. G. Egan und M. S. Rylko, „Novel CCTT-core split-winding integrated magnetic for High-Power DC-DC converters,“ in *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, (Phoenix, AZ, USA), 2011, S. 598–605. DOI: 10.1109/ECCE.2011.6063824.
- [64] M. Mu, F. C. Lee, Y. Jiao und S. Lu, „Analysis and design of coupled inductor for interleaved multiphase three-level DC-DC converters,“ in *2015 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, (Charlotte, NC, USA), IEEE, 2015, S. 2999–3006, ISBN: 978-1-4799-6735-3. DOI: 10.1109/APEC.2015.7104779.
- [65] R. Peron, V. Guennegues, J. L. Pouliquen, B. Gollentz, F. Bordry und J. P. Burnet, „Performances analysis of main components used in 60MW pulsed supply for particle accelerator,“ in *2009 13th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2009, S. 1–10.
- [66] Y. Dong, J. Zhou, F. C. Lee, M. Xu und S. Wang, „Twisted Core Coupled Inductors for Microprocessor Voltage Regulators,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 23, Nr. 5, S. 2536–2545, 2008, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2008.2002067.
- [67] H. Kosai, S. McNeal, B. Jordan, J. Scofield, B. Ray und Z. Turgut, „Coupled Inductor Characterization for a High Performance Interleaved Boost Converter,“ *IEEE Transactions on Magnetics*, Jg. 45, Nr. 10, S. 4812–4815, 2009, ISSN: 0018-9464. DOI: 10.1109/TMAG.2009.2024639.
- [68] Y. Yang, T. Li, J. Liu und H. Li, „A comprehensive analysis of coupled inductors in 4 phases interleaving bidirectional DC/DC converter,“ in *2012 3rd IEEE International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*, (Aalborg), 2012, S. 603–607. DOI: 10.1109/PEDG.2012.6254064.
- [69] K. Kroics, U. Sirmelis, L. Grigans und V. Brazis, „Digitally controlled 4-phase interleaved DC-DC converter with coupled inductors for storage application in microgrid,“ in *2015 9th International Conference on Compatibility and Power Electronics (CPE)*, (Costa da Caparica, Portugal), 2008, S. 504–509. DOI: 10.1109/CPE.2015.7231127.
- [70] J. Imaoka, M. Yamamoto, K. Umetani, S. Arimura und T. Hirano, „Characteristics analysis and performance evaluation for interleaved boost converter with integrated winding coupled inductor,“ in *2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, (Denver, CO, USA), 2013, S. 3711–3718. DOI: 10.1109/ECCE.2013.6647191.

- [71] R. Hilzinger und W. Rodewald, *Magnetic materials, Fundamentals, products, properties, applications*, eng. Erlangen: Publicis Publ, 2013, 608 S., ISBN: 978-3-89578-352-4. Adresse: <https://www.publicis-books.de/cms/website.php?id=/de/produkte/informationskommunikationstechnik.htm&action=detail&pid=30077&pages=1>.
- [72] G. Herzer, „Anisotropies in soft magnetic nanocrystalline alloys,“ *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Jg. 294, Nr. 2, S. 99–106, 2005, PII: S0304885305003513, ISSN: 03048853. DOI: 10.1016/j.jmmm.2005.03.020.
- [73] Y. Yoshizawa, S. Oguma und K. Yamauchi, „New Fe-based soft magnetic alloys composed of ultrafine grain structure,“ *Journal of Applied Physics*, Jg. 64, Nr. 10, S. 6044–6046, 1988, ISSN: 0021-8979. DOI: 10.1063/1.342149.
- [74] G. Herzer, V. Budinsky und C. Polak, „Magnetic properties of FeCuNbSiB nanocrystallized by flash annealing under high tensile stress,“ *physica status solidi (b)*, Jg. 248, Nr. 10, S. 2382–2388, 2011, ISSN: 03701972. DOI: 10.1002/pssb.201147088.
- [75] C. Xiao, G. Chen und W. G. H. Odendaal, „Overview of Power Loss Measurement Techniques in Power Electronics Systems,“ *IEEE Transactions on Industry Applications*, Jg. 43, Nr. 3, S. 657–664, 2007, ISSN: 00939994. DOI: 10.1109/TIA.2007.895730.
- [76] D. Christen, U. Badstuebner, J. Biela und J. W. Kolar, „Calorimetric Power Loss Measurement for Highly Efficient Converters,“ in *The 2010 International Power Electronics Conference - ECCE ASIA -*, (Sapporo, Japan), IEEE, 62010, S. 1438–1445, ISBN: 978-1-4244-5394-8. DOI: 10.1109/IPEC.2010.5544503.
- [77] M. Schilling, U. Schwabe und P. Schneider, „Calorimeter for loss determination of power electronic circuits - a novel approach with reduced measurement time,“ in *PCIM Europe 2019; International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, [Berlin]: [VDE Verlag], 2019, ISBN: 978-3-8007-4938-6.
- [78] A. Stadler, „Messtechnische Bestimmung und Simulation Messtechnische Bestimmung und Simulation der Kernverluste in weichmagnetischen Materialien,“ Dissertation, Universität Erlangen–Nürnberg, Erlangen, 2009.
- [79] C. P. Steinmetz, „On the law of hysteresis,“ *Proceedings of the IEEE*, Jg. 72, Nr. 2, S. 197–221, 1984, ISSN: 0018-9219. DOI: 10.1109/PROC.1984.12842.

- [80] Vacuumschmelze GmbH & Co. KG. „Tape-Wound Cores in Power Transformers for Switched Mode Power Supplies.“ Vacuumschmelze GmbH & Co. KG, Hrsg., Vacuumschmelze GmbH & Co. KG. (2003), Adresse: <http://docplayer.org/8706674-Vitroperm-500-f-vitrovac-6030-f-ringbandkerne-in-leistungsebertragern-fuer-getaktete-stromversorgung-en-tape-wound-cores-in-power-transformers-for.html> (besucht am 26.04.2021).
- [81] A. Brockmeyer und L. Schülting, „Modelling of dynamic losses in magnetic material,“ in *1993 Fifth European Conference on Power Electronics and Applications*, 1993, S. 112–117.
- [82] J. Reinert, A. Brockmeyer und R. de Doncker, „Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation,“ *IEEE Transactions on Industry Applications*, Jg. 37, Nr. 4, S. 1055–1061, 2001, ISSN: 00939994. DOI: 10.1109/28.936396.
- [83] J. Li, T. Abdallah und C. R. Sullivan, „Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms,“ in *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248)*, (Chicago, IL, USA), IEEE, 2001, S. 2203–2210, ISBN: 0-7803-7114-3. DOI: 10.1109/IAS.2001.955931.
- [84] A. van den Bossche, V. C. Valchev und G. B. Georgiev, „Measurement and loss model of ferrites with non-sinusoidal waveforms,“ in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, (Aachen, Germany), IEEE, 2004, S. 4814–4818, ISBN: 0-7803-8399-0. DOI: 10.1109/PESC.2004.1354851.
- [85] K. Venkatachalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah und H. Tacca, „Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters,“ in *2002 IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings*, (Mayaguez, Puerto Rico), IEEE, 2002, S. 36–41, ISBN: 0-7803-7554-8. DOI: 10.1109/CIPE.2002.1196712.
- [86] S. Yue, Y. Li, Q. Yang, X. Yu und C. Zhang, „Comparative Analysis of Core Loss Calculation Methods for Magnetic Materials Under Nonsinusoidal Excitations,“ *IEEE Transactions on Magnetics*, Jg. 54, Nr. 11, S. 1–5, 2018, ISSN: 0018-9464. DOI: 10.1109/TMAG.2018.2842064.
- [87] I. Villar, U. Viscarret, I. Etxeberria-Otadui und A. Rufer, „Global Loss Evaluation Methods for Nonsinusoidally Fed Medium-Frequency Power Transformers,“ *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Jg. 56, Nr. 10, S. 4132–4140, 2009, ISSN: 0278-0046. DOI: 10.1109/TIE.2009.2021174.

- [88] J. Muhlethaler, J. Biela, J. W. Kolar und A. Ecklebe, „Improved Core-Loss Calculation for Magnetic Components Employed in Power Electronic Systems,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 27, Nr. 2, S. 964–973, 2012, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2011.2162252.
- [89] S. Barg, K. Ammous, H. Mejbri und A. Ammous, „An Improved Empirical Formulation for Magnetic Core Losses Estimation Under Nonsinusoidal Induction,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 32, Nr. 3, S. 2146–2154, 2017, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2016.2555359.
- [90] M. Mu und F. C. Lee, „A new core loss model for rectangular AC voltages,“ in *2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, (Pittsburgh, PA, USA), IEEE, 2014, S. 5214–5220, ISBN: 978-1-4799-5776-7. DOI: 10.1109/ECCE.2014.6954116.
- [91] G. Schulz, *Mehrgrößenregelung, digitale Regelungstechnik, Fuzzy-Regelung*, ger, 2., überarb. und erw. Aufl., Ser. Regelungstechnik. München: Oldenbourg, 2008, Bd. / von Gerd Schulz ; 2, 453 S., ISBN: 978-3-486-58318-2. Adresse: http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=3064233&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm.
- [92] D. Baba. „Benefits of a multiphase buck converter.“ Texas Instruments Incorporated, Hrsg., Texas Instruments Incorporated. (2012), Adresse: https://www.ti.com/lit/an/slyt449/slyt449.pdf?ts=1620337748477&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F (besucht am 07.05.2021).
- [93] J. Kapoor und C. Polak, „Weichmagnetischer Kern mit ortsabhängiger Permeabilität,“ DE102012206225A1, 2013. Adresse: <https://depatisnet.dpm.a.de/DepatisNet/depatisnet?action=pdf&doid=DE102012206225A1&xxfull=1> (besucht am 02.11.2021).
- [94] *DIN 1304-1:1994-03, Formelzeichen; Allgemeine Formelzeichen*, Berlin: Beuth Verlag GmbH. DOI: 10.31030/2575091.
- [95] H. Lutz und W. Wendt, *Taschenbuch der Regelungstechnik, Mit MATLAB und Simulink*, ger, 10., ergänzte Aufl., Ser. Edition Harri Deutsch. Haan-Gruiten: Verl. Europa-Lehrmittel Nourney Vollmer, 2014, 1505 S., ISBN: 978-3-8085-5679-5.
- [96] J. Ackermann, *Abtastregelung*, ger, 3. Aufl. Berlin: Springer, 1988, 475 S., ISBN: 3-540-50112-6.
- [97] N. Große, W. Schorn und R. Bartz, Hrsg., *Taschenbuch der praktischen Regelungstechnik, Mit 44 Tabellen*, ger, München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl Hanser Verl., 2006, 637 S., ISBN: 3-446-40302-7. Adresse: http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=2619489&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm.

- [98] Schneider Electric SE. „Datasheet NEMA17 stepper motors.“ Schneider Electric SE, Hrsg., Schneider Electric SE. (2019), (besucht am 12. 05. 2021).
- [99] C. Polak, *Eigenschaften eines neuartigen, eisenbasierten, nanokristallinen Bandmaterials*, Persönliches Gespräch, Hanau, 2016.
- [100] Vacuumschmelze GmbH & Co. KG. „Weichmagnetische Werkstoffe und Halbleitungen.“ Vacuumschmelze GmbH & Co. KG, Hrsg., Vacuumschmelze GmbH & Co. KG. (2002), Adresse: <https://vacuumschmelze.de/Assets-Web/Pb-pht-0.pdf> (besucht am 31. 05. 2021).
- [101] Teledyne LeCroy, Inc. „Datasheet HDO6000A oscilloscopes.“ Teledyne LeCroy, Inc., Hrsg., Teledyne LeCroy, Inc. (2019), Adresse: <http://cdn.teledynelecroy.com/files/pdf/hdo6000a-oscilloscopes-datasheet.pdf> (besucht am 23. 03. 2021).
- [102] Texas Instruments Incorporated. „Datasheet LMG341xR050.“ Texas Instruments Incorporated, Hrsg., Texas Instruments Incorporated. (2020), Adresse: https://www.ti.com/lit/ds/symlink/lmg3410r050.pdf?ts=1638264766411&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.ti.com%252Fproduct%252FLMG3410R050 (besucht am 30. 11. 2021).
- [103] T&M Research Products Incorporated. „Coaxial Shunts T&M RESEARCH PRODUCTS, Inc.“ T&M Research Products Incorporated, Hrsg., T&M Research Products Incorporated. (2014), Adresse: http://www.ib-billmann.de/bilder/pdf/140515_IB_M.Billmann_Koax-Shunt.pdf (besucht am 30. 11. 2021).
- [104] Teledyne LeCroy, Inc. „Operator’s Manual 60 V Common Mode Probes DL05-HCM DL10-HCM.“ Teledyne LeCroy, Inc., Hrsg., Teledyne LeCroy, Inc. (2021), Adresse: <https://cdn.teledynelecroy.com/files/manuals/60v-common-mode-probes-om-eng.pdf> (besucht am 01. 12. 2021).
- [105] M. Mu, „High Frequency Magnetic Core Loss Study,“ Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 2013.
- [106] Vishay Intertechnology, Inc. „Standard Thick Film Chip Resistors D/CRCW e3.“ Vishay Intertechnology, Inc., Hrsg., Vishay Intertechnology, Inc. (2018), Adresse: <https://www.mouser.de/datasheet/2/427/dcrcwe3-1762152.pdf> (besucht am 26. 03. 2021).
- [107] Vacuumschmelze GmbH & Co. KG. „Datasheet Vitroperm 500/800.“ Vacuumschmelze GmbH & Co. KG, Hrsg., Vacuumschmelze GmbH & Co. KG. (2019), Adresse: <https://vacuumschmelze.de/Assets-Web/VITROPERM%20500%20-%20800.pdf> (besucht am 16. 04. 2021).

- [108] J. Branke, *Multiobjective optimization, Interactive and evolutionary approaches*, eng, Ser. State of the art survey. Berlin: Springer, 2008, Bd. 5252, 470 S., ISBN: 978-3-540-88908-3. DOI: 10.1007/978-3-540-88908-3.
- [109] P. Ngatchou, A. Zarei und A. El-Sharkawi, „Pareto Multi Objective Optimization,“ in *Proceedings of the 13th International Conference on, Intelligent Systems Application to Power Systems*, (Arlington, Virginia, USA), IEEE, 2005, S. 84–91, ISBN: 1-59975-174-7. DOI: 10.1109/ISAP.2005.1599245.
- [110] D. O. Boillat, F. Krismer und J. W. Kolar, „Design Space Analysis and Pareto Optimization of LC Output Filters for Switch-Mode AC Power Sources,“ *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 30, Nr. 12, S. 6906–6923, 2015, ISSN: 08858993. DOI: 10.1109/TPEL.2015.2393151.
- [111] Cree Incorporated. „Datasheet CCS050M12CM2.“ Cree Incorporated, Hrsg., Cree Incorporated. (2018), Adresse: <https://www.wolfspeed.com/downloads/dl/file/id/189/product/649/ccs050m12cm2.pdf> (besucht am 31.05.2021).
- [112] J. Biela, M. Schweizer, S. Waffler und J. W. Kolar, „SiC versus Si - Evaluation of Potentials for Performance Improvement of Inverter and DC–DC Converter Systems by SiC Power Semiconductors,“ *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Jg. 58, Nr. 7, S. 2872–2882, 2011, ISSN: 0278-0046. DOI: 10.1109/TIE.2010.2072896.
- [113] Altera Corporation. „Datasheet Cyclone IV.“ Altera Corporation, Hrsg., Altera Corporation. (2016), Adresse: <https://www.intel.de/content/dam/www/programmable/us/en/pdfs/literature/hb/cyclone-iv/cyiv-53001.pdf> (besucht am 04.06.2021).
- [114] —, „Cyclone IV Device Handbook.“ Altera Corporation, Hrsg., Altera Corporation. (2016), Adresse: <https://www.intel.de/content/dam/www/programmable/us/en/pdfs/literature/hb/cyclone-iv/cyclone4-handbook.pdf> (besucht am 04.06.2021).
- [115] Terasic Incorporated. „DE0-Nano User Manual.“ Terasic Incorporated, Hrsg., Terasic Incorporated. (2021), Adresse: <https://www.terasic.com.tw/cgi-bin/page/archive.pl?Language=English&CategoryNo=139&No=593&PartNo=4> (besucht am 04.06.2021).
- [116] B. Baker. „How delta-sigma ADCs work, Part 1.“ Texas Instruments Incorporated, Hrsg., Texas Instruments Incorporated. (2011), Adresse: <https://www.ti.com/lit/an/slyt423a/slyt423a.pdf?ts=1622775100950> (besucht am 04.06.2021).

- [117] B. Pisani. „Digital Filter Types in Delta-Sigma ADCs.“ Texas Instruments Incorporated, Hrsg., Texas Instruments Incorporated. (2017), Adresse: http://www.ti.com/lit/an/sbaa230/sbaa230.pdf?ts=1623029551120&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.ti.com%252Fproduct%252FADS1256 (besucht am 07.06.2021).
- [118] B. Baker. „How delta-sigma ADCs work, Part 2.“ Texas Instruments Incorporated, Hrsg., Texas Instruments Incorporated. (2011), Adresse: https://www.ti.com/lit/an/slyt438/slyt438.pdf?ts=1622994035279&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.google.fi%252F (besucht am 07.06.2021).
- [119] M. Oljaca und T. Hendrick. „Combining the ADS1202 with an FPGA Digital Filter for Current Measurement in Motor Control Applications.“ Texas Instruments Incorporated, Hrsg., Texas Instruments Incorporated. (2003), Adresse: https://www.ti.com/lit/an/sbaa094/sbaa094.pdf?ts=1623059685436&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F (besucht am 07.06.2021).
- [120] A. Vollmer. „48-V-Bordnetz, Teilnetzbetrieb und Ladeschnittstelle, Deutsche OEMs setzen Standards.“ Hüthig GmbH, Hrsg. (2011), Adresse: <https://www.all-electronics.de/automotive-transportation/deutsche-oems-setzen-standards.html> (besucht am 13.07.2021).
- [121] GaN Systems Inc. „Datasheet GS61008T.“ GaN Systems Inc., Hrsg., GaN Systems Inc. (2020), Adresse: <https://gansystems.com/wp-content/uploads/2020/04/GS61008T-DS-Rev-200402.pdf> (besucht am 14.07.2021).

