Katechismus der Feldmeßkunst

Pietsch, Carl

Leipzig, 1897

Sechster Abschnitt. Das Teilen der Flächen

Sechster Abschnitt.

Das Teilen der Flächen.

134. Wo kommt beim Feldmessen die Lehre vom Teilen der Flächen zur Anwendung?

Die Lehre vom Teilen der Flächen kommt beim Feldmessen zur Anwendung bei der Teilung von Grundstücken, z. B. bei Erbschaftsregulierungen, ferner beim Regulieren von Grenzen.

135. In welcher Weise nimmt der Feldmesser eine Flächenteilung vor?

Um die Teilung eines Grundstückes vorzunehmen, muß der Feldmesser dasselbe erst aufnehmen. Alsdann wird entweder auf Grund der direkt gefundenen Maße oder aber, wenn die Aufnahme kartiert ist, auf dem Wege geometrischer Konstruktion die geforderte Teilung vorgenommen und hiernach auf das Feld übertragen.

136. Wie kann man von einem Dreieck ABC durch eine Parallele DE zur Grundlinie ein Dreieck ADE von gegebener Fläche abschneiden?

Das Dreieck ABC (s. Fig. 71 S. 89) sei aufgenommen durch Messen seiner Seiten. Die Seiten seien a, b, c; dann ist nach Frage 119 die Fläche des Dreiecks

$$F = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$$

wenn
$$\frac{a+b+c}{2} = s$$
gesetzt wird.

Die abzuschneidende Fläche sei $F_,$. Die beiden Dreiecke ABC und ADE sind ähnlich; ihre Flächen verhalten sich

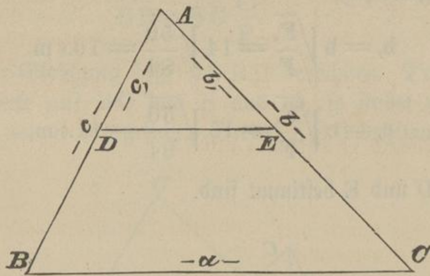

Fig. 71.

folglich wie die Quadrate homologer Seiten, also ist, wenn man

$$AE = b, \text{ und } AD = c,$$

setzt,
$$\frac{F_,}{F} = \frac{b_,^2}{b^2} \text{ und } \frac{F_,}{F} = \frac{c_,^2}{c^2},$$

folglich
$$b_,^2 = b^2\,\frac{F_,}{F} \text{ und } c_,^2 = c^2\,\frac{F_,}{F},$$

also
$$b_, = b\sqrt{\frac{F_,}{F}} \text{ und } c_, = c\sqrt{\frac{F_,}{F}}.$$

Hat man aus diesen beiden Formeln $b_,$ und $c_,$ berechnet und trägt nun diese Strecken von A aus auf den Dreiecksseiten AC und AB auf, so erhält man die Punkte D und E, wodurch das abzuschneidende Dreieck bestimmt ist.

Es seien z. B. die gemessenen Seiten des gegebenen Dreiecks
$$a = 13\text{ m},\ b = 14\text{ m},\ c = 15\text{ m}$$

und die Fläche $F_,$ des abzuschneidenden Dreiecks gleich 50 qm, dann ist

$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21 \text{ m},$$

folglich

$$F = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)} = \sqrt{21.\ 8.\ 7.\ 6.}$$
$$= 84 \text{ qm};$$

mithin ergiebt sich

$$b_, = b\sqrt{\frac{F_,}{F}} = 14\sqrt{\frac{50}{84}} = 10.8 \text{ m}$$

$$c_, = c\sqrt{\frac{F_,}{F}} = 15\sqrt{\frac{50}{84}} = 11.6 \text{ m},$$

wodurch D und E bestimmt sind.

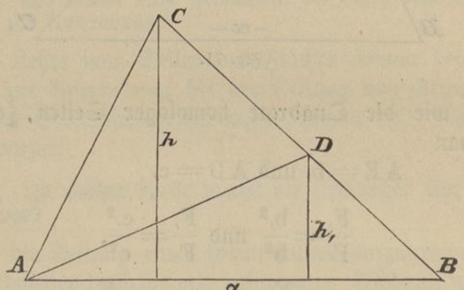

Fig. 72.

137. Wie schneidet man von einem Dreieck ABC durch eine vom Eckpunkte A ausgehende Gerade AD ein Stück ABD von gegebener Fläche ab?

Es sei F die Fläche des gegebenen Dreiecks ABC (s. Fig. 72), $F_,$ die des gesuchten Dreiecks ABD, g die gemeinschaftliche Grundlinie beider Dreiecke. Dann ist

$$F = \frac{g\,h}{2} \text{ und } F_, = \frac{g\,h_,}{2}, \text{ folglich } \frac{F_,}{F} = \frac{h_,}{h}.$$

Es verhält sich aber $\frac{BD}{BC} = \frac{h_,}{h}$,

folglich ist $BD = BC\frac{h_,}{h}$

oder wenn man für $\frac{h_,}{h}$ den Wert $\frac{F_,}{F}$ einsetzt,

$$BD = BC\frac{F_,}{F}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich BD berechnen. Trägt man diese Strecke auf BC von B aus ab, so findet man den Punkt D, womit das gesuchte Dreieck ABD bestimmt ist.

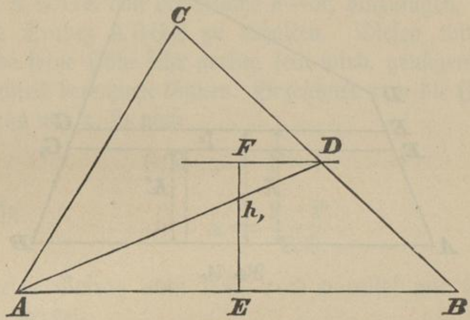

Fig. 73.

138. Wie kann man die in voriger Frage geforderte Teilung noch anders vornehmen?

Aus der Gleichung

$$F_, = \frac{g h_,}{2}$$

folgt $$h_, = \frac{2 F_,}{g}.$$

Man findet also die Höhe $h_,$ des gesuchten Dreiecks (s. Fig. 73), indem man die doppelte Fläche desselben durch die Grundlinie g dividiert. Ist $h_,$ so berechnet, so errichte man in einem beliebigen Punkte E von AB eine Senkrechte und mache sie gleich h_1. Im Endpunkte F dieser errichte man auf ihr eine andere Senkrechte (d. i. eine Parallele zu AB). Ihr Schnittpunkt mit BC ist der gesuchte Punkt D.

139. Ein Viereck ABCD (s. Fig. 74) ist gegeben; wie kann man durch eine Parallele EG zu AB einen Streifen ABGE von gegebener Fläche von dem Viereck abschneiden?

Die Fläche des abzuschneidenden Teiles sei F. Man messe die Seite AB; ihre Länge sei a. Der abzuschneidende Streifen ist ein Trapez. Die Höhe des gesuchten Trapezes

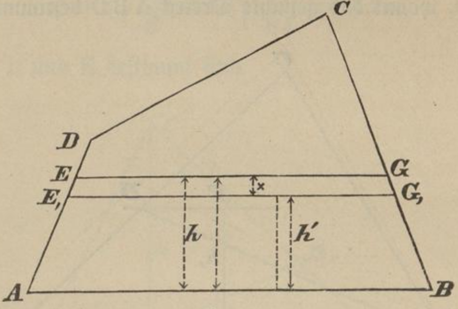

Fig. 74.

ABGE sei h. Der Inhalt eines Trapezes ist gleich dem Produkt aus der halben Summe der parallelen Seiten und der Höhe, also

$$F = \frac{AB + EG}{2} h.$$

Hieraus folgt

$$h = \frac{2F}{AB + EG}.$$

Setzt man in dieser Formel für EG die Länge AB, welche in dem der Fig. 74 entsprechenden Falle größer ist, als EG, so erhält man nicht den genauen Wert von h, sondern einen etwas zu kleinen Näherungswert

$$h' = \frac{2F}{2AB} = \frac{F}{a}.$$

Man ziehe im Abstande h′ zu AB die Parallele E,G, und messe diese; dann findet man die Fläche des abgeschnittenen Trapezes ABG,E,

$$F_{,} = \frac{AB + E_{,}G_{,}}{2}\, h'.$$

Diese Fläche F, ist kleiner als F. Man muß folglich zu dem abgeschnittenen Trapeze ABG,E, noch einen schmalen Flächenstreifen E,G,GE von der Fläche F—F, hinzufügen, um das gesuchte Trapez ABGE zu erhalten. Diesen wird man dann, da seine Höhe sehr gering sein wird, genügend genau als Rechteck berechnen können. Bezeichnet man die Höhe des Streifens mit x, so muß

$$G_{,}E_{,} \,.\, x = F - F_{,}$$

sein, also

$$x = \frac{F - F_{,}}{E_{,}G_{,}}.$$

Um diesen Betrag muß E,G, noch parallel mit sich verschoben werden.

Es sei z. B. a = 353 m und die Fläche des abzuschneidenden Trapezes F = 1 ha 76 a 16 qm = 17616 qm. Für die genäherte Höhe h′ des Trapezes erhält man dann

$$h' = \frac{F}{a} = \frac{17616}{353} = 50\,\text{m}.$$

Es genügt, h′ in ganzen Metern auszudrücken, weil es ja nachträglich doch korrigiert wird. Im Abstande von 50 m von AB lege man nun zu AB die Parallele E,G,; dann messe man E,G,. Es habe sich dabei ergeben

$$E_{,}G_{,} = 327\,\text{m}.$$

Dann ist die Fläche des Trapezes $ABG,E,$

$$F, = \frac{353 + 327}{2} . 50 = 340 . 50$$
$$= 17000 \text{ qm}.$$

Die Fläche des abzuschneidenden Trapezes soll sein

$$F = 17616 \text{ qm};$$

das abgeschnittene Trapez ist also um 616 qm zu klein; es muß zu demselben folglich noch ein schmaler Flächenstreifen E,G,GE hinzugefügt werden, dessen Inhalt gleich 616 qm ist. Betrachtet man denselben als Rechteck mit der Grundlinie $E,G,$, so ergiebt sich die Höhe x desselben aus der Gleichung

$$x . E,G, = 616 \text{ qm},$$

daher
$$x = \frac{616}{E,G,} = \frac{616}{327} = 1.9 \text{ m}.$$

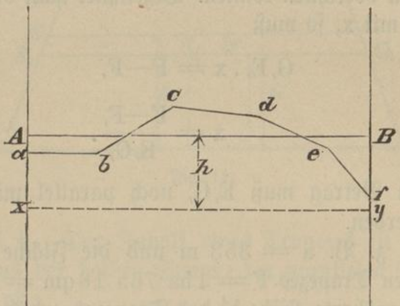

Fig. 75.

140. **Zwei Grundstücke I und II mit parallelen Grenzen AB, CD sind von einander durch einen gebrochenen Rain getrennt; wie kann man, ohne einen der beiden Eigentümer zu schädigen, den Rain gerade und senkrecht zu AB legen?** (Vergl. Fig. 75.)

Man stecke eine beliebige Senkrechte x y zu A B ab, möglichst nahe dem Rain gelegen, und berechne die zwischen dieser Senkrechten und dem Rain gelegene Fläche x a b c d e f y.

Diese Fläche sei gleich F. Nun berechne man die Höhe h eines Rechteckes, welches F zur Fläche und xy zur Grundlinie hat. Diese ist

$$h = \frac{F}{xy}.$$

Im Abstande h lege man nun zu xy auf der Seite, auf welcher der Rain liegt, eine Parallele AB, dann ist diese die gesuchte Grenze.

Druck von J. J. Weber in Leipzig.