# Katechismus der Feldmeßkunst

Pietsch, Carl

Leipzig, 1897

## Zweiter Abschnitt. Instrumente zum Abstecken rechter Winkel und deren Gebrauch

## Zweiter Abschnitt.

# Instrumente zum Abstecken rechter Winkel und deren Gebrauch.

---

**45. Welche Instrumente dienen zum Abstecken rechter Winkel?**

Zum Abstecken rechter Winkel dienen die Kreuzscheibe, der Winkelkopf, der Winkelspiegel und das Winkelprisma.

**46. Was ist das Wesentliche an der Kreuzscheibe und dem Winkelkopf?**

Das Wesentliche an der Kreuzscheibe und dem Winkelkopf sind zwei Diopter, deren Absehebenen auf einander senkrecht stehen.

**47. Was versteht man unter einem Diopter?**

Ein Diopter besteht aus zwei Teilen, dem Okular und dem Objektiv. Das Okular (s. Fig. 16) ist in der einfachsten Gestalt ein dünnes Metallplättchen mit einem kreisrunden Loch von ungefähr 1 mm Durchmesser. Das Objektiv (s. Fig. 17) besteht aus einem eben solchen Plättchen mit einem größern, rechteckigen Ausschnitt (dem sogenannten Fenster),

Fig. 16. Okular

Fig. 17. Objektiv

welcher in der vertikalen Mittellinie mit einem Faden oder Pferdehaar überspannt ist. Stehen sich diese beiden Plättchen gegenüber, so bestimmt das Sehloch (genauer der Mittelpunkt des Sehloches) des Okulars mit dem Vertikalfaden des Objektivs eine Ebene, welche man die Absehebene oder Visierebene des Diopters nennt. Alle Punkte, welche dem durch das Sehloch schauenden Auge durch den Faden des Objektivs gedeckt erscheinen, liegen in dieser Ebene.

Statt eines Sehlochs im Okular bringt man wohl auch mehrere senkrecht über einander an oder man ersetzt das Sehloch durch einen Sehspalt. Da es oft wünschenswert ist, vor- und rückwärts in derselben Vertikalebene visieren zu können, gestaltet man jedes der beiden Plättchen als Okular und Objektiv. So hat z. B. das Plättchen Fig. 18 unten das Okularloch, oben den Objektivfaden und das zweite Plättchen Fig. 19 unten den Objektivfaden und oben das Okularloch. Die beiden Plättchen bilden also ein Diopterpaar mit derselben Absehebene, das untere wird beim Visieren von a nach b, das obere beim Visieren von b nach a benutzt. Man nennt ein solches Diopter ein Doppeldiopter; das Loch und der Faden jedes der beiden Plättchen müssen in derselben Vertikalen liegen. Ein einfaches Diopter läßt sich auch zum Vor- und Rückwärtsvisieren geeignet machen dadurch, daß man das Objektiv eben so wie das Okular als schmalen Spalt gestaltet; dann besteht gar kein Unterschied zwischen beiden und man kann ebenso gut in der einen wie in der andern Richtung visieren. Einen Uebelstand hat nur ein solches Diopter, nämlich den, daß das Gesichtsfeld desselben sehr klein und dadurch das Aufsuchen eines Objektes mit dem Diopter erschwert ist. Diesem Uebelstand läßt sich aber dadurch begegnen, daß man die Spalte an den Enden zu einem kleinen Kreise erweitert (s. Fig. 20).

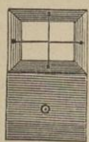
Fig. 18.

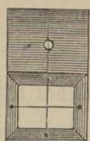
Fig. 19.

Doppeldiopter

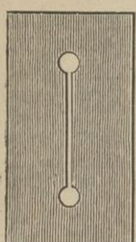
Fig. 20.

**48. Beschreibe die Kreuzscheibe!**

Die Kreuzscheibe (s. Fig. 21) besteht aus zwei sich rechtwinklig kreuzenden Linealen, die an den Enden mit Dioptern versehen sind. Die Diopter sind so angebracht, daß ihre

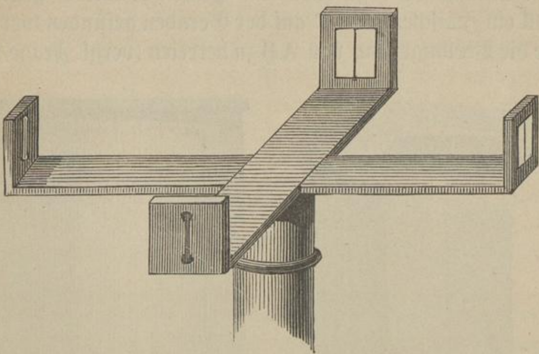

Fig. 21.

Absehebenen senkrecht auf einander stehen. Das durch die beiden Lineale gebildete Kreuz ist unten mit einer Hülse versehen, deren Achse senkrecht zur Ebene der beiden Lineale steht. Mit dieser Hülse wird die Kreuzscheibe auf einen unten mit eisernem Schuh versehenen Stock aufgesetzt.

**49. Beschreibe den Winkelkopf!**

Beim Winkelkopf sind auf dem Mantel eines achtseitigen Prismas, eines Cylinders oder Kegels zwei Diopter mit aufeinander senkrechten Absehebenen angebracht (vergl. Fig. 22 und 23 S. 30). Die Kegelform hat den Vorzug, bei gleicher Höhe und gleichem untern Durchmesser geringeres Gewicht zu besitzen und steilere Visuren zuzulassen, als die anderen Formen. N34.

**50. Welche Aufgaben lassen sich mit Hilfe der Kreuzscheibe oder des Winkelkopfes lösen?**

Mit Hilfe der Kreuzscheibe oder des Winkelkopfes lassen sich folgende Aufgaben lösen:

1. In einem Punkte C der Geraden AB eine Senkrechte auf AB zu errichten.

2. Von einem Punkte C auf die Gerade AB ein Lot zu fällen.

3. Eine Gerade ist durch die Punkte A und B gegeben, es soll ein Zwischenpunkt C auf der Geraden gefunden werden, ohne die Verlängerung von AB zu betreten (vergl. Frage 26).

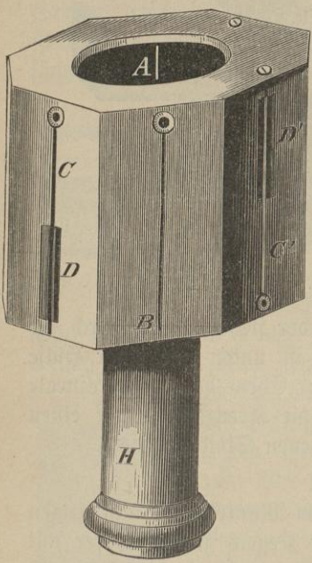


Fig. 22.

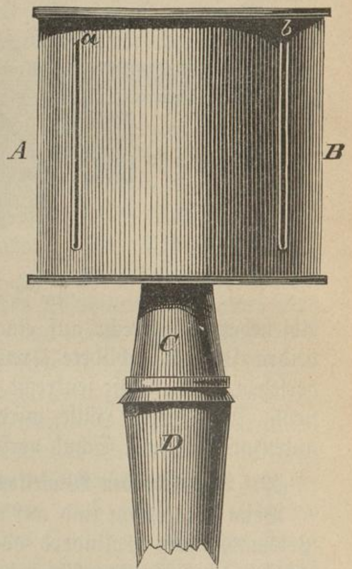


Fig. 23.

**51. Wie errichtet man im Punkte C der Geraden AB auf dieser eine Senkrechte?** (Vergl. Fig. 24.)

Es wird vorausgesetzt, daß C bereits durch Einfluchten in die Richtung AB gefunden ist. Man setzt in C den Stock der Kreuzscheibe oder des Winkelkopfes vertikal ein und auf denselben das betreffende Instrument (Kreuzscheibe oder Winkelkopf) mit seiner Hülse. Nun dreht man das Instrument so lange, bis man durch das eine Diopter a b von b aus das Piquet A erblickt oder, wie man sich kurz ausdrückt, man visiert mit dem einen Diopter a b das Piquet A an. Weist man

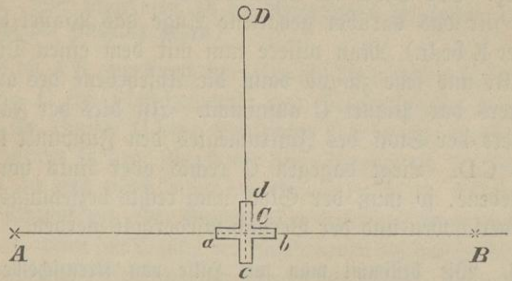


Fig. 24.

nun ein Piquet D in die Absehebene des andern Diopters c d ein, so ist C D auf A B senkrecht; denn die Absehebenen der beiden Diopter stehen senkrecht auf einander.

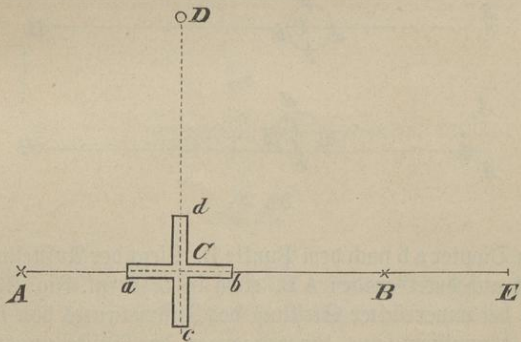


Fig. 25.

**52. Wie fällt man mit der Kreuzscheibe oder dem Winkelkopf ein Lot auf die Gerade A B?**

Man bestimme zunächst einen Punkt E in der Verlängerung von A B (s. Fig. 25); dann stelle man das Instrument in einem Punkte der Geraden AB auf, den man nach dem Augenmaß für den Fußpunkt des Lotes hält. (Um sich in der Geraden AB aufstellen zu können, ist vorher E bestimmt worden. Der Stock des Winkelkopfes befindet sich in AB, wenn für das darüber gehaltene Auge das Piquet B das Piquet E deckt.) Man visiere nun mit dem einen Diopter nach B, und sehe zu, ob dann die Absehebene des andern Diopters das Piquet C aufnimmt. Ist dies der Fall, so markiert der Stock des Instrumentes den Fußpunkt D des Lotes CD. Liegt dagegen C rechts oder links von der Absehebene, so muß der Stock nach rechts beziehungsweise links verschoben und der Versuch wiederholt werden.

**53. Wie bestimmt man mit Hilfe von Kreuzscheibe oder Winkelkopf einen Zwischenpunkt C von AB?**

Man stelle sich mit dem Instrument nach ungefährer Schätzung in der Mitte von AB auf und visiere mit dem

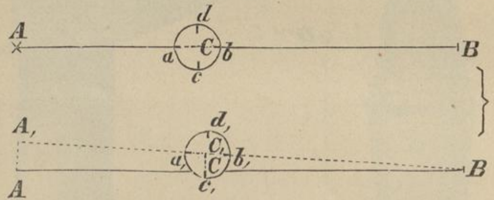


Fig. 26.

einen Diopter a b nach dem Punkte B. Liegt der Aufstellungspunkt auf der Geraden AB, etwa in C (vergl. Fig. 26), so wird bei unverrückter Stellung des Instrumentes von b aus auch A anvisiert sein. Liegt dagegen der Aufstellungspunkt außerhalb der Geraden AB, etwa in C,, so wird, wenn mit dem Diopter a, b, von a, aus B anvisiert worden, die Visur von b, aus in entgegengesetzter Richtung an A vorbeigehen, und zwar wird die Strecke A A,, um welche sie vorbeigeht, ungefähr das Doppelte von C C, sein, wenn C, nahezu in der

Mitte von AB liegt. Man wird jetzt also das Instrument und die Hälfte von AA, schätzungsweise verschieben und das Verfahren so lange wiederholen, bis die Rückvisur A trifft.

**54. Wie prüft man, ob die Absehebenen der beiden Diopter senkrecht auf einander stehen?**

Es sei AB eine durch zwei Fluchtstäbe A und B bezeichnete Gerade, C ein Zwischenpunkt der Geraden AB. Man errichte im Punkte C eine Senkrechte CD (vergl. Frage 52). Man visiert zu dem Zweck mit dem Diopter ab den Fluchtstab A an und weist dann ein Piquet D, in die Absehebene des Diopters cd. Die Gerade CD, steht nur dann senkrecht auf AB, wenn der Winkel der Absehebenen der beiden Diopter ein rechter ist. Ist er nicht genau ein rechter, sondern wie

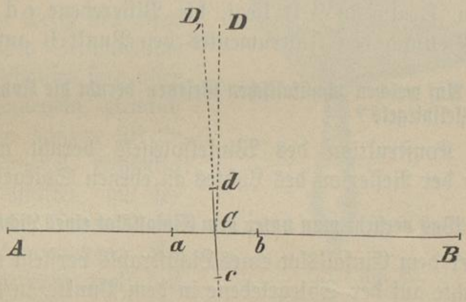


Fig. 27.

in Fig. 27 etwas kleiner, so wird auch der Winkel ACD, um eben so viel kleiner sein, als ein rechter; denn durch das geschilderte Verfahren ist thatsächlich der Winkel aCd im Punkte C an AC angetragen worden. Dreht man nun die Kreuzscheibe (vergl. Fig. 28) so lange, bis die Absehebene ab das Piquet $D_1$ aufnimmt, und weist wieder in die Absehebene des andern Diopters ein Piquet E ein, so ist jetzt der Winkel $D_1$CE gleich dem Winkel aCd, folglich der Winkel ACE das

Doppelte des Winkels der Absehebenen der beiden Diopter. Der Winkelkopf oder die Kreuzscheibe sind also nur richtig,

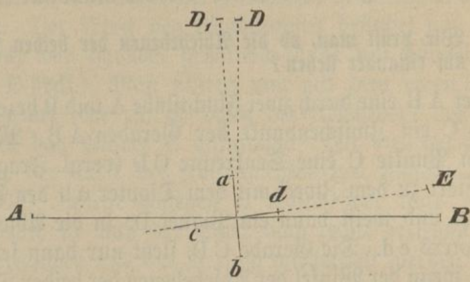

Fig. 28.

wenn der Winkel A C E ein gestreckter ist, A, C und E in einer Geraden, E also in A B liegt, die Visierebene c d in der letzten Stellung des Instrumentes den Punkt B aufnimmt.

**55. Auf welchen physikalischen Gesetzen beruht die Konstruktion des Winkelspiegels?**

Die Konstruktion des Winkelspiegels beruht auf den Gesetzen der Reflexion des Lichtes an ebenen Spiegeln.

**56. Was versteht man unter dem Einfallslot eines Lichtstrahls?**

Unter dem Einfallslot eines Lichtstrahls versteht man die Senkrechte auf der Spiegelebene in dem Punkte, in welchem der Lichtstrahl die Spiegelebene trifft.

**57. Was versteht man unter dem Einfallswinkel eines Lichtstrahls?**

Der Einfallswinkel ist der Winkel, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslote bildet.

**58. Was versteht man unter dem Reflexionswinkel?**

Unter dem Reflexionswinkel versteht man den Winkel, welchen der vom Spiegel reflektierte Strahl mit dem Einfallslot einschließt.

**59. Welches sind die Gesetze der Reflexion des Lichtes an ebenen Spiegeln?**

Die Reflexionsgesetze sind:

1. Der reflektierte Strahl liegt in der durch das Einfallslot und den einfallenden Strahl bestimmten Ebene.

2. Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.

**60. Beschreibe die Einrichtung des Winkelspiegels!**

Der Winkelspiegel (s. Fig. 29) besteht aus zwei Spiegeln $S_1$ und $S_2$, die mit einander einen Winkel von 45° einschließen. Die Spiegel sind in einem Messinggehäuse befestigt, welches nach der Seite des Scheitels des Winkels der Spiegel geschlossen, nach der andern Seite hin offen ist. Die Seitenwände des Gehäuses sind über den Spiegeln, ziemlich in der ganzen Breite der Spiegel, rechteckig ausgeschnitten, mit sogenannten Fenstern $F_1$ und $F_2$ versehen. An der Grundplatte H des Gehäuses ist noch ein Handgriff befestigt, welcher in der Regel mit einem Häkchen versehen ist, an welchem man, um den Ort des Winkelspiegels auf das Terrain zu übertragen, ein Senkel oder Lot aufhängen kann.

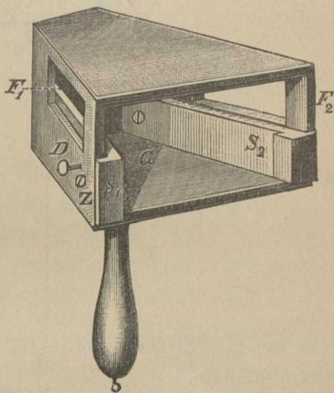

Fig. 29.

**61. Welches ist die Wirkungsweise des Winkelspiegels?**

Die Wirkungsweise des Winkelspiegels soll an der schematischen Figur 30 S. 36, welche die beiden Spiegel $S_1$ und $S_2$ als einfache Linien im Grundriß darstellt, erläutert werden.

Man stelle sich vor, daß in der Richtung A B ein Lichtstrahl auf den Spiegel $S_1$ auffällt. Das Einfallslot für diesen Strahl ist die Senkrechte B b im Punkte B auf dem Spiegel $S_1$.

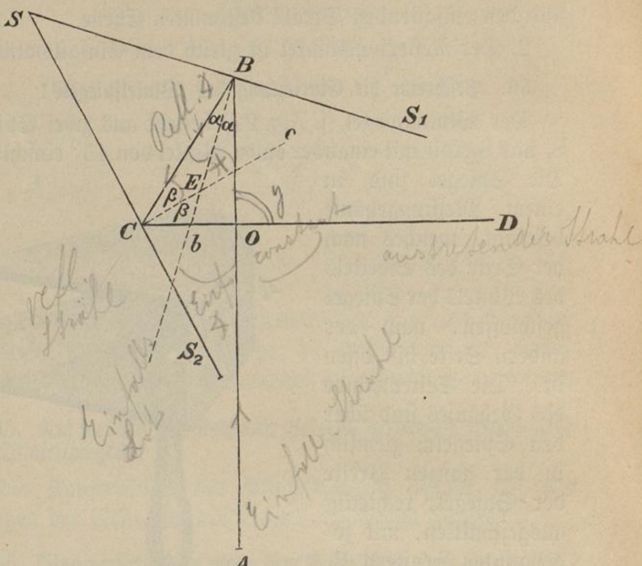

Fig. 30.

Der Einfallswinkel ist der Winkel A B b. Der Strahl A B werde nach B C hin reflektiert, dann ist der Winkel C B b der Reflexionswinkel. Nach Frage 60 ist der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel, also

$$\sphericalangle CBb = \sphericalangle ABb.$$

Der Strahl B C fällt nun im Punkte C auf den Spiegel $S_2$. Das Einfallslot ist hier C c und der Einfallswinkel B C c. Der Strahl werde vom Spiegel $S_2$ reflektiert nach C D, dann ist $\sphericalangle$ D C c der Reflexionswinkel. Nach Frage 60 ist folglich

$$\sphericalangle DCc = \sphericalangle BCc.$$

Wenn also ein Strahl in der Richtung A B in den Winkelspiegel eintritt, so tritt er in der Richtung C D aus demselben aus. Es läßt sich nun zeigen, daß der austretende Strahl C D auf dem eintretenden A B senkrecht steht.

Es bezeichne noch E den Durchschnittspunkt der beiden Einfallslote, dann ist nach dem Satze „Der Außenwinkel eines Dreiecks ist gleich der Summe der gegenüberliegenden inneren Winkel“ y 2α 2β

$$1)\ \sphericalangle DOB = \sphericalangle OBC + \sphericalangle OCB$$
$$= 2\alpha + 2\beta$$
$$= 2(\alpha + \beta).$$
$$2)\ \sphericalangle cEB = \sphericalangle EBC + \sphericalangle ECB$$
$$= \alpha + \beta.$$

Hieraus folgt, daß

$$\sphericalangle DOB = 2 \sphericalangle cEB$$

ist. Nach dem Satze „Zwei Winkel, deren Schenkel senkrecht auf einander stehen, sind gleich“ ist aber

$$\sphericalangle cEB = \sphericalangle BSC$$
$$= 45^\circ$$

folglich

$$\sphericalangle DOB = 90^\circ.$$

Der Winkel D O B, den der austretende Strahl mit dem eintretenden bildet, ist also konstant, er ist unabhängig von dem Einfallswinkel $\alpha$ des Strahles A B. Daraus folgt, daß sich die Richtung des austretenden Strahles nicht ändert, wenn man den Winkelspiegel um seine Achse dreht. Ein in der Richtung A B in den Spiegel hineinschauendes Auge wird also ein ruhendes Bild D bekommen, wenngleich der Spiegel um seine Achse gedreht, also nicht stillgehalten wird. Diese Eigenschaft macht den Winkelspiegel geeignet, freihändig, also ohne feste Unterstützung angewandt zu werden.

**62. Beschreibe den Gebrauch des Winkelspiegels!**

Hält man den Winkelspiegel so vor das Auge A (s. Fig. 31 S. 38), daß die beiden Spiegel vertikal sind und das Auge, an der Kante $t_2$ des Spiegels $S_2$ vorbei durch das Fenster des

Spiegels $S_1$ schauend, ein Piquet P erblickt, und schaut das Auge gleichzeitig in derselben Richtung in den Spiegel $S_1$, so nimmt der Sehstrahl nach Frage 62 den Weg A B C D. Steht in der Geraden C D ein Piquet, so erblickt das Auge A dieses Piquet im Spiegel $S_1$ bei B. Das Piquet D erscheint

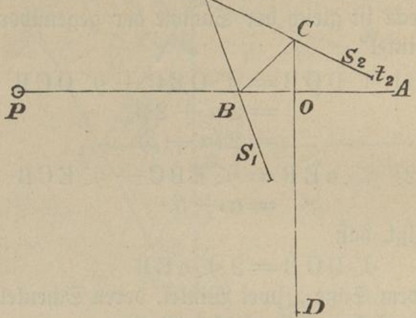


Fig. 31.

also dem in A befindlichen Auge genau in gleicher Richtung wie P. Das direkt gesehene Piquet P bildet die gerade Fortsetzung des Bildes des seitwärts gelegenen Piquets D. Der Punkt O ist der Scheitel eines rechten Winkels, dessen Schenkel durch die Punkte B und D hindurchgehen. Die Dimensionen des Winkelspiegels sind so klein, daß man den Winkelspiegel im Felde als Punkt ansehen kann; man wird also O mit dem Punkte als zusammenfallend betrachten können, welchen man durch Abloten des Winkelspiegels erhält. Wenn also ein durch das Fenster des Spiegels $S_1$ gesehener Punkt P senkrecht über dem im Spiegel $S_1$ gesehenen Bilde eines andern Punktes D liegt, so sind die Richtungen vom Ort des Spiegels nach diesen beiden Punkten hin senkrecht auf einander.

**63. Wie errichtet man mit Hilfe des Winkelspiegels im Punkte C der Geraden A B eine Senkrechte auf dieser?**

Man stelle sich vor dem Punkte C auf, das Gesicht nach der Seite gewandt, nach welcher die Senkrechte errichtet werden soll. Man halte (vergl. Fig. 32) den Winkelspiegel genau senkrecht über C, die Oeffnung des Spiegels nach A (oder B) gewandt, und suche in dem Spiegel mit dem Auge O das Bild des Piquets A. Hat man dieses gefunden, so weise man das Piquet D so ein, daß es durch das Fenster des Winkelspiegels gesehen die gerade Fortsetzung des Bildes des Piquets A ist. Dann ist der Winkel A C D ein rechter, C D also die gesuchte Senkrechte.

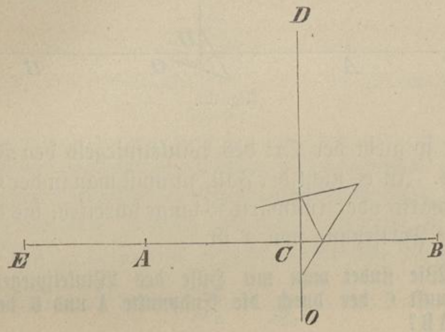


Fig. 32.

Um sich jeden Augenblick davon überzeugen zu können, ob der Winkelspiegel in der Geraden A B sich befindet, thut man gut, vorher in der Verlängerung von A B noch ein Piquet E in die Richtung A B einzufluchten. Der Winkelspiegel befindet sich dann in A B, sobald die Bilder der beiden Piquets A und E sich decken.

**64. Wie fällt man von einem Punkte C mit Hilfe des Winkelspiegels das Lot C D auf die Gerade A B?**

Man bestimme wieder zunächst (vergl. Fig. 33 S. 40) einen Punkt E in der Verlängerung der Geraden A B. Dann stelle man sich mit dem Gesicht nach A gewandt in der Nähe des gesuchten Fußpunktes so auf, daß das Auge O sich in der Geraden A B befindet, was man daran erkennt, daß sich die beiden Piquets A und E decken. Den Winkelspiegel halte man dicht vor das Auge, die Oeffnung nach C hin gewandt, und sehe zu, ob das im Spiegel erscheinende Bild von C die gerade Fortsetzung des direkt gesehenen Piquets A ist. Ist dieses

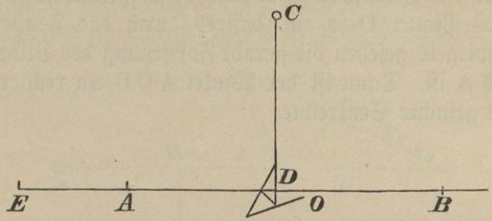


Fig. 33.

der Fall, so giebt der Ort des Winkelspiegels den Fußpunkt des Lotes. Ist es nicht der Fall, so muß man in der Geraden nach vorwärts oder rückwärts so lange schreiten, bis das Bild von C die Fortsetzung von A ist.

**65. Wie findet man mit Hilfe des Winkelspiegels einen Zwischenpunkt C der durch die Endpunkte A und B bestimmten Geraden A B?**

Das Verfahren, einen Zwischenpunkt C von A B aufzusuchen (vergl. auch Fr. 18 und 26), gründet sich auf folgende leicht einzusehende Thatsachen:

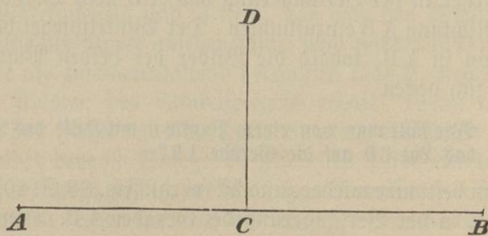


Fig. 34.

Errichtet man (s. Fig. 34) in C zunächst eine Senkrechte auf A C und dann eine solche auf B C, so fallen diese Senk=

rechten zusammen. Ist $C_1$ nicht ein Punkt der Geraden $AB$, sondern hat $C_1$ die in Fig. 35 angegebene Lage, so werden die beiden Senkrechten zu $AC_1$ und $BC_1$ von einander abweichen und zwar sind die beiden rechten Winkel $AC_1D_1$ und

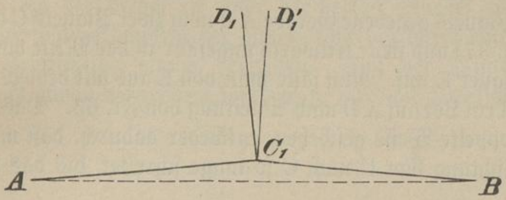


Fig. 35.

$BC_1D'_1$ durch einen Winkelraum $D_1C_1D'_1$ getrennt. Hat der Punkt C die in der Fig. 36 mit $C_2$ bezeichnete Lage, so decken sich die Senkrechten zu $AC_2$ und $BC_2$ auch nicht, die beiden rechten Winkel $AC_2D_2$ und $BC_2D'_2$ überdecken sich teilweise.

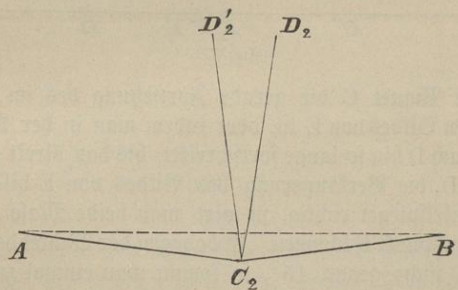


Fig. 36.

Man erkennt also, daß man sich nur dann in einem Punkte C von $AB$ befindet, wenn die Senkrechten zu $AC$ und $BC$ zusammenfallen, die beiden rechten Winkel also aneinander anliegen, ferner, daß man, um in die Gerade $AB$ zu gelangen, nach vorwärts schreiten muß, wenn (wie bei $C_2$) sich die beiden rechten Winkel teilweise überdecken, dagegen rückwärts, wenn die beiden rechten Winkel noch durch einen Winkelraum getrennt sind.

**66. Wie prüft man den Winkelspiegel auf seine Richtigkeit?**

Die beiden Spiegel des Winkelspiegels müssen einen Winkel von 45° mit einander einschließen. Man fluchte in eine durch zwei Piquets gegebene Gerade A B noch zwei Piquets C und D (s. Fig. 37) und stelle seitwärts ungefähr in der Mitte von C D ein Piquet E auf. Nun fälle man von E aus mit dem Winkelspiegel ein Lot auf A B nach Anleitung von Fr. 65. Das kann auf doppelte Weise geschehen, entweder dadurch, daß man in der Richtung von D nach C so lange schreitet, bis das direkt

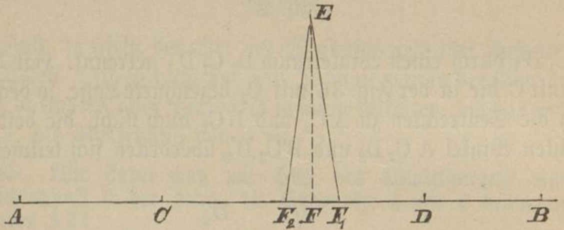

Fig. 37.

gesehene Piquet C die gerade Fortsetzung des im Spiegel gesehenen Bildes von E ist, oder indem man in der Richtung von C nach D hin so lange fortschreitet, bis das direkt gesehene Piquet D die Verlängerung des Bildes von E bildet. Ist der Winkelspiegel richtig, so wird man beide Male auf denselben Fußpunkt F kommen. Ist dagegen der Winkel der beiden Spiegel nicht genau 45°, so kommt man einmal zum Fußpunkt $F_1$, das andere Mal zum Fußpunkt $F_2$. Die beiden Punkte $F_1$ und $F_2$ werden gleichweit von dem richtigen Fußpunkte F nach entgegengesetzten Seiten liegen. (Die Figur 37 entspricht dem Fall, daß der Winkel der Spiegel kleiner als 45° ist.) Hat man $F_1$ und $F_2$ gefunden, so ist also der Mittelpunkt der Strecke $F_1$ $F_2$ der gesuchte Fußpunkt. Man kann also mit dem unrichtigen Winkelspiegel doch den genauen Fußpunkt des Lotes finden.

**67. Wie berichtigt man den Winkelspiegel?**

Stellt sich bei der Prüfung des Winkelspiegels heraus, daß der Winkel der beiden Spiegel nicht 45° ist, sondern etwa kleiner, so muß man die beiden Spiegel oder auch einen der beiden Spiegel so verstellen, daß ihr Winkel etwas größer wird. In der Regel ist einer der beiden Spiegel mit dem Gehäuse fest verbunden, der andere läßt sich durch eine Zug- und Druckscheibe etwas verstellen. Soll der Winkel der Spiegel etwas vergrößert werden, so wird die Druckschraube

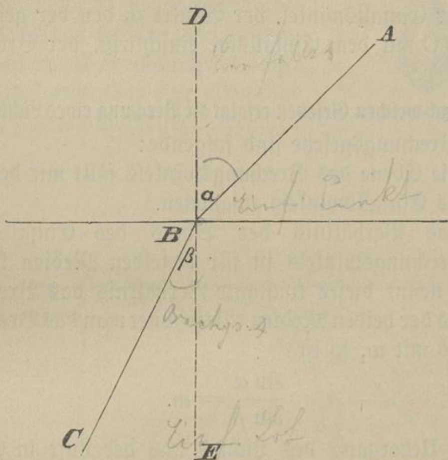


Fig. 38.

erst etwas gelöst und dann die Zugschraube angezogen; soll der Winkel der Spiegel verkleinert werden, so wird erst die Zugschraube etwas gelöst, darauf die Druckschraube angezogen. Nach der schätzungsweise ausgeführten Berichtigung wird aufs neue eine Prüfung ausgeführt, der event. eine nochmalige Berichtigung folgt 2c.

**68. Auf welchen physikalischen Gesetzen beruht die Wirkungsweise des Winkelprismas?**

Die Wirkung des Winkelprismas beruht auf den Gesetzen der Reflexion und Brechung des Lichtes.

**69. Was versteht man unter der Brechung des Lichtes?**

Wenn ein Lichtstrahl aus einem Medium in ein anderes, z. B. aus der Luft in Glas, übertritt, so ändert der Lichtstrahl seine Richtung. Man sagt, er wird beim Uebergange zum andern Medium gebrochen. Der Punkt, in welchem der Lichtstrahl die Trennungsebene der beiden Medien trifft (in Fig. 38 der Punkt B), heißt der Einfallspunkt, die Senkrechte DE im Einfallspunkt auf der Trennungsebene heißt das Einfallslot, der Winkel $\alpha$, den dieses mit dem einfallenden Strahle AB bildet, der Einfallswinkel, der Winkel $\beta$, den der gebrochene Strahl BC mit dem Einfallslot einschließt, der Brechungswinkel.

**70. Nach welchen Gesetzen erfolgt die Brechung eines Lichtstrahles?**

Die Brechungsgesetze sind folgende:

1. Die Ebene des Brechungswinkels fällt mit der Ebene des Einfallswinkels zusammen.
2. Das Verhältnis der Sinus des Einfalls- und Brechungswinkels ist für dieselben Medien konstant.

Man nennt dieses konstante Verhältnis das Brechungsverhältnis der beiden Medien. Bezeichnet man das Brechungsverhältnis mit m, so ist

$$\frac{\text{Einf.}\angle}{\text{Brechg.}\angle} \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \text{m}.$$

Beim Uebergang des Lichtes aus der Luft in Glas ist z. B. das Brechungsverhältnis m = 1.57, woraus folgt, daß der Winkel $\beta$ kleiner ist, als der Winkel $\alpha$. Man sagt, beim Uebergang eines Lichtstrahles aus der Luft in Glas wird der Lichtstrahl dem Einfallslot zu gebrochen. Tritt der Lichtstrahl aus dem Glase in die Luft, nimmt er also den Weg CBA, so wird der Lichtstrahl beim Eintritt in die Luft vom Einfallslot fort gebrochen (hier ist $\beta$ der Eintritts- und $\alpha$ der Brechungswinkel).

**71. Beschreibe das Winkelprisma!**

Das Winkelprisma ist ein Glasprisma, dessen Querschnitt ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck ist. Die Hypotenusenfläche des Prismas ist spiegelnd gemacht. Das Prisma ist bis auf die beiden Kathetenebenen von einem Metallgehäuse umschlossen. Wie Fig. 39 zeigt, ist das Prisma an der einen Endfläche mit einem Handgriff versehen, an dessen unterem Ende sich in der Regel noch ein Haken befindet zum Aufhängen eines Senkels.

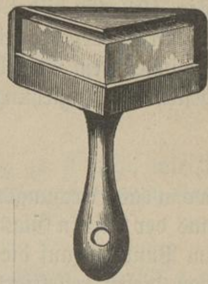

Fig. 39.

**72. Welchen Weg verfolgt ein Lichtstrahl, der auf das Prisma auffällt?**

Es sind beim Durchgang des Lichtstrahls durch das Prisma zwei Fälle zu unterscheiden, indem nämlich der Lichtstrahl dabei entweder eine einmalige oder eine zweimalige Reflexion erfährt.

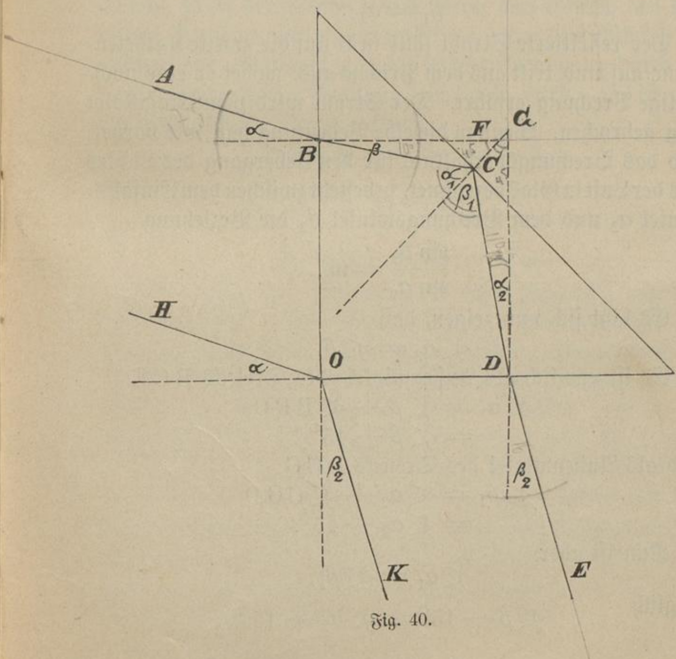


Fig. 40.

**73. Beschreibe den Weg eines Lichtstrahls, der nur eine einmalige Reflexion erfährt!**

Der auf das Prisma auffallende Strahl sei A B (vergl. Fig. 40). Er bildet mit dem Einfallslot den Winkel $\alpha$. Der Lichtstrahl erfährt beim Eintritt in das Prisma eine Brechung. Zwischen dem Einfallswinkel $\alpha$ und dem Brechungswinkel $\beta$ besteht die Beziehung

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = m,$$

wo m das Brechungsverhältnis für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Glas bezeichnet. Der gebrochene Strahl fällt im Punkte C auf die spiegelnde Hypotenusenebene und wird von dieser reflektiert. Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel, also

$$\beta_1 = \alpha_1.$$

Der reflektierte Strahl fällt in D auf die zweite Kathetenebene auf und tritt aus dem Prisma aus, wobei er eine nochmalige Brechung erfährt. Der Strahl wird vom Einfallslot weg gebrochen. Wenn m dieselbe Bedeutung hat, wie vorher, also das Brechungsverhältnis für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Glas bezeichnet, so besteht zwischen dem Einfallswinkel $\alpha_2$ und dem Brechungswinkel $\beta_2$ die Beziehung

$$\frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2} = m.$$

Es läßt sich nun zeigen, daß

$$\sphericalangle \alpha_2 = \sphericalangle \beta.$$

Es ist nämlich als Außenwinkel des Dreiecks B C F

$$\begin{aligned} \sphericalangle \alpha_1 &= \sphericalangle \beta + \sphericalangle \mathrm{BFC} \\ &= \sphericalangle \beta + 45^\circ \end{aligned}$$

und als Außenwinkel des Dreiecks D C G

$$\begin{aligned} \sphericalangle \beta_1 &= \sphericalangle \alpha_2 + \sphericalangle \mathrm{CGD} \\ &= \sphericalangle \alpha_2 + 45^\circ. \end{aligned}$$

Nun ist aber

$$\sphericalangle \alpha_1 = \sphericalangle \beta_1,$$

folglich

$$\sphericalangle \beta + 45^\circ = \sphericalangle \alpha_2 + 45^\circ$$

oder, wie behauptet,

$$\sphericalangle \beta = \sphericalangle \alpha_2.$$

Da nun

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \mathrm{m}$$

und

$$\frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2} = \mathrm{m},$$

da also $\alpha$ genau in derselben Beziehung zu $\beta$ steht, wie $\beta_2$ zu $\alpha_2$, so folgt, da $\beta$ und $\alpha_2$ wie eben bewiesen gleich sind, daß auch

$$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta_2$$

ist. Legt man nun durch einen beliebigen Punkt, z. B. durch O, Parallelen OH und OK zum eintretenden und austretenden Strahl, so ist der Winkel HOK gleich dem Winkel, den diese beiden Strahlen mit einander bilden, oder dem Winkel, um welchen der Lichtstrahl AB bei seinem Durchgang durch das Prisma von seiner Richtung abgelenkt wird. Es ist nun, wie man aus der Figur erkennt,

$$\sphericalangle \mathrm{HOK} = 90^\circ + \alpha + \beta_2,$$

oder, da

$$\beta_2 = \alpha$$

ist,

$$\sphericalangle \mathrm{HOK} = 90^\circ + 2\,\alpha.$$

Die Größe der Ablenkung ist also abhängig von dem Einfallswinkel $\alpha$ des Strahles AB. Daraus folgt, daß, wenn der einfallende Strahl seine Richtung unverändert beibehält, das Prisma aber um seine Achse gedreht wird, der austretende Strahl sich auch dreht. Schaut man in der Richtung AB in das Prisma, so erblickt man die Objekte, welche in der Geraden DE liegen; dreht man unter Beibehaltung der Sehrichtung das Prisma, so ändert DE seine Lage, es werden folglich immer andere Objekte an dem Auge vorbeiziehen. Man sagt deshalb, das Prisma giebt in diesem Falle ein bewegliches Bild. Den Strahl ABCDE nennt man beweglichen Strahl.

**74. Beschreibe den Weg eines Lichtstrahles, der im Prisma eine zweimalige Reflexion erfährt!**

Der auf das Prisma auffallende Strahl sei A B (Fig. 41), der Einfallswinkel sei $\alpha$. Der Strahl erfährt beim Eintritt

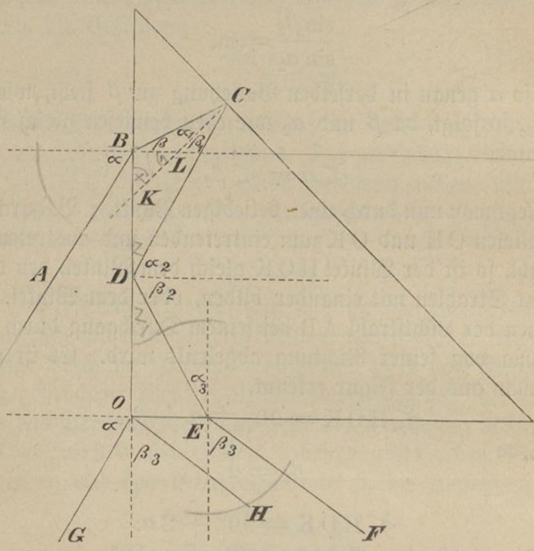


Fig. 41.

in das Prisma eine Brechung. Der Brechungswinkel bestimmt sich aus der Beziehung

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = m,$$

wo m das Brechungsverhältnis für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Glas bezeichnet. Der gebrochene Lichtstrahl fällt im Punkte C auf die spiegelnde Hypotenusenebene und wird nach C D reflektiert, so daß

$$\sphericalangle \beta_1 = \sphericalangle \alpha_1$$

ist. Der reflektierte Strahl fällt im Punkt D nochmals auf die erste Kathetenebene und wird von dieser wieder reflektiert (es findet hier sogen. totale Reflexion statt) nach D E, so daß

$$\sphericalangle \beta_2 = \sphericalangle \alpha_2$$

ist. Der zum zweiten Mal reflektierte Strahl D E trifft in E auf die zweite Kathetenebene und tritt in der Richtung E F aus, indem er eine nochmalige Brechung erfährt. Der Brechungswinkel $\beta_3$ bestimmt sich aus der Beziehung

$$\frac{\sin \beta_3}{\sin \alpha_3} = m,$$

wobei m die gleiche Bedeutung hat wie vorher.

Es läßt sich nun so wie im vorigen Falle leicht nachweisen, daß

$$\sphericalangle \alpha_3 = \sphericalangle \beta$$

ist

Es ist nämlich, da $\sphericalangle$ B K C Außenwinkel des Dreiecks C K D ist,

$$\sphericalangle CDK + \sphericalangle \beta_1 = BKC = 45^\circ,$$

und da ferner $\sphericalangle$ B L K Außenwinkel des Dreiecks B L C ist,

$$\sphericalangle \beta + \sphericalangle \alpha_1 = \sphericalangle \cancel{BLK} = 45^\circ,$$

folglich

$$\sphericalangle CDK + \beta_1 = \sphericalangle \beta + \sphericalangle \alpha_1,$$

oder, da

$$\sphericalangle CDK = \sphericalangle EDO = \sphericalangle \alpha_3$$

ist,

$$\sphericalangle \alpha_3 + \sphericalangle \beta_1 = \sphericalangle \beta + \sphericalangle \alpha_1.$$

Der Reflexionswinkel $\beta_1$ ist aber gleich dem Einfallswinkel $\alpha_1$, folglich

$$\sphericalangle \alpha_3 = \sphericalangle \beta.$$

Daraus folgt dann sofort, daß auch

$$\sphericalangle \beta_3 = \sphericalangle \alpha$$

ist. Legt man nun durch den Punkt O die Parallelen O G und O H zum eintretenden und austretenden Strahl, so ist G O H der Winkel, um welchen der Lichtstrahl beim Durchgang durch das Prisma aus seiner Richtung abgelenkt worden ist. Man ersieht aus der Figur, daß

$$\sphericalangle GOH = 90^\circ - \alpha + \beta_3$$

oder, da

$$\alpha = \beta_3$$

ist,

$$\sphericalangle GOH = 90^\circ.$$

Der Ablenkungswinkel eines Lichtstrahls, welcher im Prisma eine zweimalige Reflexion erfährt, ist also unabhängig vom Einfallswinkel. Daraus folgt, daß, wenn der eintretende Lichtstrahl seine Richtung beibehält und das Prisma etwas um seine Achse gedreht wird (nur so weit, daß der Strahl noch im Prisma zweimal reflektiert wird), der austretende Strahl gleichfalls seine Richtung behält. Ein in der Richtung AB in das Prisma schauendes Auge wird also ein festes Bild erblicken. Man nennt deshalb einen Sehstrahl, der eine zweimalige Reflexion im Prisma erfährt, einen festen.

**75. Wie muß man in das Prisma hineinsehen, wenn man das feste Bild haben will?**

Man muß entweder in der Nähe der scharfen Kante nahezu senkrecht zur Hypotenusenebene oder in der Nähe der stumpfen Kante nahezu parallel zur Hypotenusenebene in das Prisma blicken. Der Strahl AB in Fig. 41 fällt z. B. in der Nähe der scharfen Kante und nahezu senkrecht zur Hypotenusenebene auf. Der Strahl EF, als eintretender betrachtet, träfe in der Nähe der stumpfen Kante nahezu parallel zur Hypotenusenebene auf das Prisma.

**76. Welches Bild wird beim Gebrauch des Prismas nur benutzt?**

Man benutzt nur das feste Bild.

**77. Beschreibe den Gebrauch des Winkelprismas!**

Schaut man nach dem Piquet P (s. Fig. 42) und hält nun das Winkelprisma so vor das Auge A, daß die Achse des Prismas vertikal steht und der Sehstrahl AB das Prisma in der Nähe der scharfen Kante trifft und die Hypotenusenebene des Prismas ungefähr senkrecht auf dem Sehstrahl steht, so nimmt der Sehstrahl durch das Prisma den Weg ABCDEF. Ein in F stehendes Piquet würde also dem durch das Prisma schauenden Auge A in der Richtung AP erscheinen. Während das Auge also über die Fassung des Prismas hinwegsehend das Piquet P erblickt, gewahrt es in der geraden Fortsetzung desselben im Prisma das Bild des Piquets F. Der Winkel POF ist ein rechter. Der Scheitel dieses Winkels liegt immer so nahe am Prisma, daß man im Felde den durch Abloten des Prismas erhaltenen Punkt für O setzen kann. Man kann

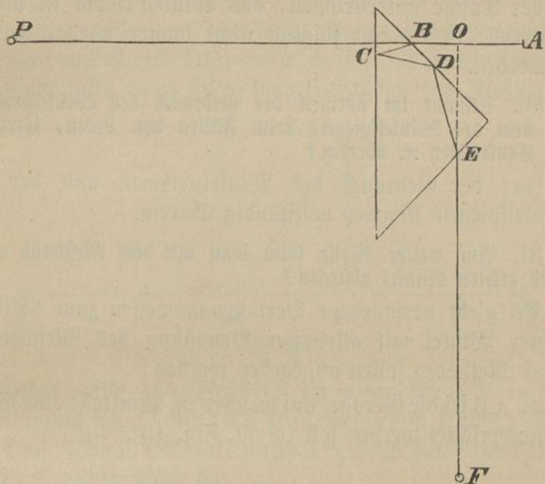


Fig. 42.

also sagen, der durch Abloten des Prismas erhaltene Terrainpunkt ist der Scheitel eines rechten Winkels, dessen Schenkel durch P und durch F gehen. Wenn also das direkt gesehene Piquet P die gerade Fortsetzung des im Winkelprisma gesehenen Bildes des Piquets F bildet, so sind die Visierstrahlen vom Ort des Winkelprismas nach P und F senkrecht auf einander.

**78. Worauf muß man beim Gebrauch des Winkelprismas immer achten?**

Man muß darauf achten, ob das Bild, welches man erblickt, auch das feste ist. Man überzeugt sich davon leicht durch eine kleine Drehung des Prismas um seine Achse. Verschiebt sich dabei das im Prisma gesehene Bild nicht, so hat man den festen Strahl.

**79. Welches sind die Vorzüge des Winkelprismas vor dem Winkelspiegel?**

Das Winkelprisma ist kleiner und läßt sich deshalb bequem in der Tasche unterbringen; das Winkelprisma ist unveränderlich; es braucht folglich nicht immer wieder geprüft zu werden.

**80. Stimmt im übrigen der Gebrauch des Winkelprismas mit dem des Winkelspiegels beim Fällen von Loten, Errichten von Senkrechten ꝛc. überein?**

Ja; der Gebrauch des Winkelprismas und der des Winkelspiegels stimmen vollständig überein.

Tiefe 17.34

**81. Auf welche Weise kann man mit dem Meßband allein einen rechten Winkel abstecken?**

Es giebt verschiedene Verfahrungsweisen zum Abstecken rechter Winkel mit alleiniger Benutzung des Meßbandes. Zwei Methoden sollen angegeben werden:

1. A B sei die Gerade, auf welcher im Punkte C eine Senkrechte errichtet werden soll (vergl. Fig. 43).

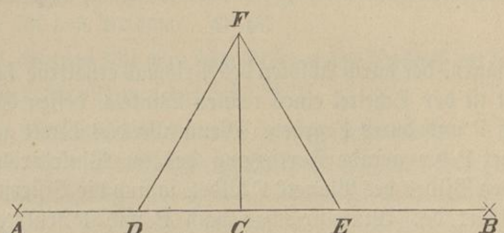

Fig. 43.

Man messe von C aus gleiche Stücke C D und C E nach beiden Seiten hin ab, lasse alsdann in den Punkten D und E die beiden Kettenstäbe einsetzen, fasse das Meßband in seiner

Mitte und bewege sich so lange seitlich, bis beide Hälften des Meßbandes straff gespannt sind. Der Mittelpunkt F des Meßbandes bezeichnet dann einen Punkt der in C zu errichtenden Senkrechten; denn das Dreieck DFE ist gleichschenklig und in einem gleichschenklichen Dreieck steht die Verbindungslinie der Spitze mit der Mitte der Grundlinie auf dieser senkrecht.

2. Man messe von C aus (vergl. Fig. 44) auf der gegebenen Geraden eine Strecke CD = 6 m ab, lasse alsdann in C und D die Endpunkte eines 18 m langen Stückes des Meßbandes

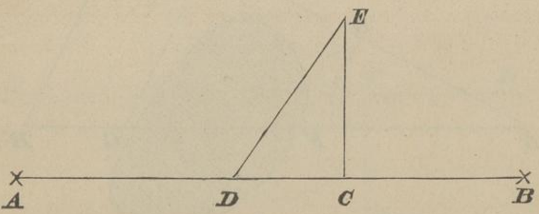


Fig. 44.

festhalten, fasse das Meßband an einem Ende E in 8 m Entfernung von C und 10 m Entfernung von D und ziehe es straff an, dann ist CE senkrecht zu AB, denn das Dreieck DCE ist bei E rechtwinklig, da

$$\overline{DE}^2 = 10^2 = 100$$

und

$$\overline{CD}^2 + \overline{CE}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100,$$

also

$$\overline{DE}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{CE}^2$$

ist.

82. **Gieb einige Anwendungen für das Abstecken rechter Winkel?**

1. Es sind zwei Punkte A und B gegeben, die durch ein undurchsichtiges Hindernis, z. B. einen Wald, von einander getrennt sind; die Richtung ihrer Verbindungslinie in den Punkten A und B, sowie die Länge von AB sind zu bestimmen (vergl. Fig. 45 S. 54).

Man lege durch den Punkt A eine beliebige Gerade, welche dicht am Walde vorbeiführt, und bestimme auf dieser den Fußpunkt C des vom Punkte B auf sie gefällten Lotes. Mißt man dann AC und BC, so erhält man nach dem pythagoräischen Lehrsatz die Länge

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}.$$

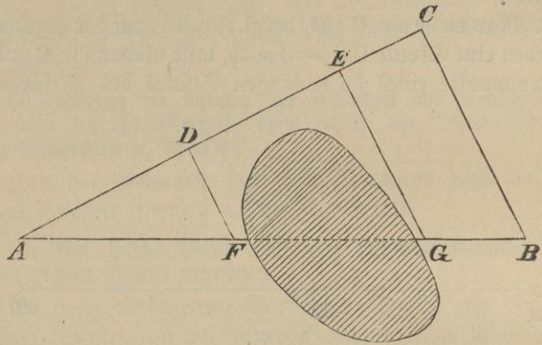


Fig. 45.

Um die Richtung der Geraden AB zu bestimmen, errichte man auf AC zwei Senkrechte, welche die Gerade AB noch außerhalb des Waldes schneiden. Die Fußpunkte dieser Lote seien D und E, ihre noch unbekannten Schnittpunkte mit AB seien F und G, dann folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ADF und ACB

$$FD : BC = AD : AC.$$

Es ist folglich

$$FD = \frac{BC}{AC} AD.$$

Ferner ergiebt sich aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke AEG und ACB, daß sich verhält

$$GE : BC = AE : AC,$$

also

$$GE = \frac{BC}{AC} AE.$$

Mißt man also noch AD und AE, so lassen sich mit Hilfe der beiden abgeleiteten Formeln FD und GE berechnen. Trägt man diese berechneten Längen dann auf den in D und E errichteten Senkrechten auf, so erhält man die auf AB liegenden Punkte F und G. Durch AF ist die Richtung der Geraden AB bei A und durch BG bei B bestimmt; die Aufgabe ist mithin gelöst.

2. Eine durch die beiden Punkte A und B gegebene Gerade führt über einen See hinweg; ihre Länge soll ermittelt werden (vergl. Fig. 46).

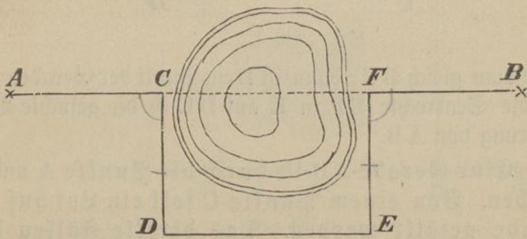


Fig. 46.

Man errichte in den beliebig gewählten Punkten C und F der Geraden AB Senkrechte und trage auf ihnen beliebige aber gleiche Längen CD und FE ab. Die Verbindungslinie DE der Endpunkte dieser Strecken ist dann parallel zu AB und an Länge gleich CF. Es ist folglich

$$AB = AC + DE + FB.$$

Man braucht also nur noch die drei Strecken AC, DE, FB zu messen, so giebt deren Summe die Länge AB.

3. Eine durch zwei Punkte A und B gegebene Gerade trifft in ihrer Verlängerung auf ein undurchsichtiges Hindernis, z. B. ein Haus; ihre Verlängerung jenseits dieses Hindernisses ist gesucht (vergl. Fig. 47 S. 56).

Man errichte in B eine Senkrechte BC auf AB von solcher Länge, daß die Parallele durch C zu AB am Hindernis

Siehe 27. Aufg.

vorbeigeht. In C errichte man auf BC eine Senkrechte CD von solcher Länge, daß eine in D auf CD errichtete Senkrechte am Hindernis vorbeiführt. Letztere Senkrechte DE

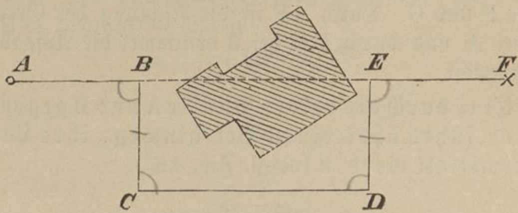


Fig. 47.

mache man gleich BC; dann ist E ein Punkt der Geraden AB und die Senkrechte EF in E auf DE ist die gesuchte Verlängerung von AB.

4. Eine Gerade AB ist durch die Punkte A und B gegeben. Von einem Punkte C soll ein Lot auf die Gerade gefällt werden. Das direkte Fällen des Lotes soll eines zwischenliegenden Gebäudes wegen nicht möglich sein (vergl. Fig. 48).

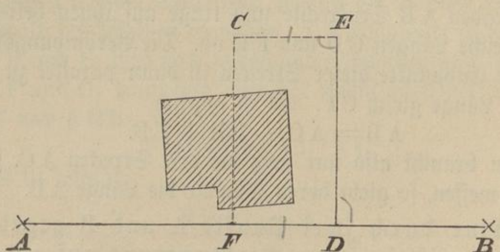


Fig. 48.

In einem beliebigen Punkte D von AB errichte man eine Senkrechte auf AB und fälle auf diese von C aus das Lot CE. Man messe die Strecken CE und DE und mache

$$DF = CE,$$

dann ist F der Fußpunkt des gesuchten Lotes und DE seine Länge.

Die Aufgabe kann auch folgendermaßen gelöst werden:

Man lege durch C (Fig. 49) eine beliebige Gerade und trage auf dieser von C aus gleiche Stücke CD und CE auf. Von den Punkten D und E aus fälle man Lote auf die

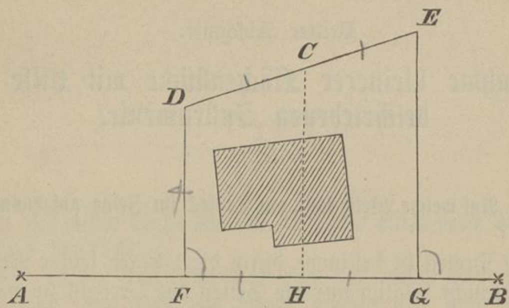


Fig. 49.

Gerade AB. Ihre Fußpunkte seien F und G; dann ist der Mittelpunkt H der Strecke FG der Fußpunkt des gesuchten Lotes und die Länge des Lotes ist

$$CH = \frac{1}{2}(DF + EG).$$

Bei diesem Verfahren wird vermieden, daß auf einer Senkrechten wieder eine Senkrechte errichtet wird. Man vermeidet dies gern, weil es leicht ungenau wird.